

Una Propuesta Didáctica para la Recolección y Análisis de Datos Mediante Tablas de Frecuencia
y Algunos Gráficos Estadísticos Desde la Educación Matemática Crítica

Jhon Sebastian López Pareja

Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Licenciatura en Matemáticas y Física

2017

Una Propuesta Didáctica para la Recolección y Análisis de Datos Mediante Tablas de Frecuencia
y Algunos Gráficos Estadísticos Desde la Educación Matemática Crítica

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física

Jhon Sebastian López Pareja

Director:

Mg. FABIÁN PORRAS

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas y Física

2017

*A mi madre, pues mi mayor sueño
siempre fue compartir a su lado este triunfo*

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo agradezco a Dios por permitirme vivir y gozar de salud, elementos que junto a la fuerza de voluntad y la persistencia conformar la fórmula que me ha permitido alcanzar la mayoría de los objetivos que me he propuesto en la vida.

También agradezco inmensamente a mis padres, principalmente a mi madre porque nunca faltó una palabra de aliento en los momentos más difíciles de esta travesía.

Asimismo, agradecimientos especiales al director de mi trabajo de grado, al evaluador de mi anteproyecto y a la docente encargada de los seminarios de trabajo de grado por compartir sin egoísmos sus amplios conocimientos en el tema e incluso ofrecerme sus palabras de aliento en algunas oportunidades.

Por último, extendiendo mis más sinceros agradecimientos a mis amigos, profesores y demás familiares que en uno u otro momento me acompañaron y aportaron valiosas enseñanzas para mi formación integral.

¡Que el señor les guarde y siga colmando de bendiciones!

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	11
Una Propuesta Didáctica para la Recolección y Análisis de Datos Mediante Tablas de Frecuencia y Algunos Gráficos Estadístico Desde la Educación Matemática Crítica	12
CAPÍTULO I.....	14
PROBLEMÁTICA Y CONTEXTUALIZACIÓN.....	14
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	14
1.2 OBJETIVOS	17
1.2.1 Objetivo general.....	17
1.2.2 Objetivos específicos	17
1.3 JUSTIFICACIÓN	17
1.4 ANTECEDENTES	22
CAPÍTULO II.....	27
FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	27
2.1 ASPECTOS DIDÁCTICOS.....	27
2.1.1 Educación Matemática Crítica	27
2.1.2 La crítica y las crisis.....	31
2.1.3 Pensamiento crítico	32
2.1.4 Relación entre matemáticas, educación matemática, democracia y poder.....	34
2.1.5 Alfabetización Matemática	37
2.1.6 Los ambientes de aprendizaje y el trabajo por proyectos	38
2.1.7 Estadística y Educación Matemática	43
2.1.8 Educación Estadística Crítica y Análisis Exploratorio de Datos	45
2.2 ASPECTOS CURRICULARES	47
2.2.1 Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas	47
2.2.2 Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas	48
2.3 ASPECTOS HISTÓRICOS	50
CAPITULO III	55
MARCO METODOLÓGICO.....	55
3.1 DISEÑO DE INVESTIGACIÓN-ACCIÓN	55
3.2 DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA	57
3.2.1 Unidad 1.....	59
3.2.2 Unidad 2.....	60

3.2.3 Unidad 3.....	63
3.2.4 Unidad 4.....	65
3.2.5 Unidad 5.....	66
3.2.6 Unidad 6.....	67
CAPÍTULO IV	68
PROPUESTA DIDÁCTICA.....	68
4.1 PROYECTO CONSUMIDORES RACIONALES VS. DERROCHADORES	68
4.1.1 Unidad 1: Primer acercamiento a la crisis (la invitación)	68
4.1.2 Unidad 2: Contaminación hídrica.....	71
4.1.3 Unidad 3: Los servicios públicos	74
4.1.3.1 Tarea 1: Estudio de las facturas de servicios públicos	74
4.1.3.2 Tarea 2: Racionamiento de energía	75
4.1.4 Unidad 4: Consumo de agua en el hogar	78
4.1.5 Unidad 5: Estrategias para optimizar el consumo de agua en el hogar	79
4.1.6 Unidad 6: Educación Ambiental	81
CAPÍTULO V.....	83
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	83
5.1 CONCLUSIONES	83
5.2 RECOMENDACIONES	84
REFERENCIAS	87
ANEXOS.....	96
ANEXO 1. FICHAS PARA EL ESTUDIANTE	96
1.1. Unidad 1.....	96
1.2. Unidad 2.....	97
1.3 Unidad 3	98
1.4 Unidad 4	101
1.5 Unidad 5	102
1.6. Unidad 6.....	102
ANEXO 2. FACTURA DE SERVICIOS PÚBLICOS DE EMCALI	104

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Presencia de Aspectos Sociopolíticos de la Educación Matemática en los Handbook e ICME.....	22
Tabla 2. Ambientes de Aprendizaje	39
Tabla 3. Competencias Directamente Asociadas a los Conceptos de Tablas de Frecuencia y Gráficos Estadísticos.....	48
Tabla 4. Competencias indirectamente asociadas al estudio de las tablas de frecuencia y gráficos estadísticos	49
Tabla 5. Alteraciones físicas del agua.....	72

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Ciclos para Llevar a Cabo la Investigación-Acción.....	56
<i>Figura 2.</i> Distribución de aguas en el planeta.....	70
<i>Figura 3.</i> Comparación entre agua dulce y salada en el planeta.....	70
<i>Figura 4.</i> ABC incentivos y multas para consumo de energía.	76

RESUMEN

El presente documento muestra la elaboración de una propuesta didáctica dirigida a estudiantes de grado séptimo con el propósito de potenciar el pensamiento aleatorio en lo referente a la recolección y análisis de datos por medio de tablas de frecuencias y los gráficos estadísticos de barras, circular, de tallo y hoja e histogramas; además de favorecer la toma de conciencia frente al consumo del agua y la energía, a partir de los postulados de la educación matemática crítica.

Palabras claves: Educación Matemática Crítica, Ambientes de aprendizaje, Pensamiento Crítico, Uso Eficiente.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge con la intención de dotar de un contexto más amplio al estudio de los conceptos estadísticos, aprovechando las relaciones que se pueden establecer entre las matemáticas y las dinámicas de la sociedad; además es fuente de inspiración para esta investigación la preocupación al observar los efectos devastadores que el fenómeno del niño, junto a los malos hábitos de las personas, tiene sobre el ambiente y la calidad de vida de las comunidades.

Por este motivo, esta investigación presenta afinidad con los planteamientos de la educación matemática crítica y sigue un diseño de investigación-acción para decantar los esfuerzos en la elaboración del proyecto *Consumidores racionales vs. Derrochadores*, el cual pretende estimular la actitud crítica de los estudiantes frente al consumo del agua y la energía, como resultado de un arduo trabajo de recolección y análisis de datos por medio de conceptos estadísticos básicos en torno al tema. Dicha actitud crítica de los estudiantes se pretende sea complementada con el diseño y socialización de algunas propuestas encaminadas a hacer uso eficiente del agua y la energía en los hogares o en la comunidad misma.

En cuanto a la estructura general de este trabajo, consta de cinco capítulos: en el primero se presenta el problema de investigación, se justifica la pertinencia del estudio y se plantean los objetivos de este; en el segundo se presenta el sustento teórico para la investigación desde lo Didáctico, Histórico y Curricular; en el tercero se describe el procedimiento seguido para la elaboración de la propuesta didáctica; en el cuarto se presenta y justifica la propuesta didáctica a la luz de los referentes teóricos; y, por último, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones y se hacen algunas recomendaciones que sirvan como punto de partida para posteriores estudios.

Para finalizar, al realizar el presente estudio se busca generar inquietud en los lectores respecto a la importancia de considerar aspectos socio-políticos en la enseñanza o aprendizaje de las matemáticas, con el firme objetivo de formar ciudadanos más conscientes y capaces de participar activamente en la sociedad.

PROBLEMÁTICA Y CONTEXTUALIZACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al parecer, muchos profesores en sus prácticas no entran en consonancia con las metas y logros para la formación matemática de los estudiantes propuestas en los Lineamientos Curriculares, particularmente en lo referido al “desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana” (MEN, 1998; citado por Skovsmose, 2012a, p. 97); por el contrario, muchos docentes siguen implícitamente sumergidos en prácticas educativas que privilegian la enseñanza de contenidos matemáticos, sin considerar los vínculos que estos podrían tener con la sociedad o la manera como las ideas matemáticas podrían servir para afrontar algunas crisis de la sociedad.

En este sentido, Skovsmose (2012b) afirma que las prácticas educativas tradicionales se centran en el paradigma del ejercicio porque en ellas no se considera la relevancia de los ejercicios de acuerdo al contexto social y estos –ejercicios- tienen una única respuesta correcta; adicionalmente, dichas prácticas “ofrecen pocas oportunidades para construir matemáticas que permitan entender la realidad, dificultando la posibilidad de interpretar y reinterpretar el mundo con las matemáticas que se aprenden” (Valero, García, Salazar, Camelo y Romero, 2013, p. 120).

Por tal motivo, la escuela debe dar cabida a discusiones de carácter social y político para familiarizar a los estudiantes con las dinámicas reales de la sociedad y contribuir a la formación

de sujetos políticos, conscientes de tu rol constitutivo en la sociedad. Particularmente, se considera que la formación matemática debe brindarle a los estudiantes algunas herramientas para abordar las crisis que se presentan en la sociedad, permitiéndoles tomar una postura crítica y proponer soluciones para ir las superando, sin desconocer que dichas soluciones podrían desencadenar otras crisis en el futuro¹. La ley general de educación de 1994 direcciona las prácticas en este sentido al precisar que:

(...) el sistema educativo debería hacer hincapié en el respeto a todos los derechos humanos y a todos los principios democráticos, facilitar la participación de la gente en las decisiones que le afectan y desarrollar una capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico y la mejora de las condiciones de vida. Las matemáticas, como una de las áreas curriculares que están más directamente conectadas con la comprensión científica y tecnológica del mundo, desempeñan un papel importante en el logro de estas metas”. (Skovsmose y Valero, 2012a, p. 1)

En virtud de lo anterior, se propone este trabajo como un aporte desde la educación matemática crítica (EMC), para la recolección y análisis de datos por medio de las tablas de frecuencia y algunos gráficos estadísticos², así como una oportunidad para estimular en los estudiantes una actitud crítica ante el uso que se está haciendo del agua y la energía en su comunidad. Cabe resaltar que esta relación entre Estadística y Ambiente toma sentido si se considera la primera como una ciencia interdisciplinar “que permite recoger, organizar, resumir y analizar datos para poder sacar de ellos conclusiones válidas y tomar decisiones bien informadas” (Vallecillos, 2001, p. 559).

¹ Considerando la crisis como aquella “situación frente a la cual se reacciona por medio de una crítica”, luego, la crítica tiene que ver con “la actividad de juzgar y de salir de un dilema, como a las connotaciones del término que provienen de la acepción de análisis, evaluación, juicio y valoración” (Skovsmose 1999, p. 16).

² Específicamente se trabajará con los diagramas de barras y circular en el caso de variables aleatorias discretas, y diagramas de tallo-hoja e histogramas en el caso de las variables aleatorias continuas.

También es importante agregar que una de las principales inspiraciones para hacer esta investigación surgió al vivenciar la crisis energética y la disminución en los afluentes de agua debido al fenómeno *El Niño*³, el mal uso que le dan algunas personas a estos recursos y a la falta de políticas ambientales contundentes con la intención de aliviar estos males. Se puede recordar que en el periodo 2015-2016 el verano fue tan intenso que incluso a nivel gubernamental se estuvo hablando de hacer cortes programados del servicio de energía eléctrica⁴ y, por un breve lapso, el ahorro de agua y energía se volvió tema del día.

Lo preocupante del asunto es que, a medida que disminuyen los prolongados periodos de sequía y las lluvias se hacen más frecuentes, las personas van dejando en el olvido estas discusiones y tardíamente se empezó a hablar de los cortes programados en el servicio de energía eléctrica; sin embargo, no se debe perder de vista que el fenómeno del niño está latente y sus efectos se hacen notorios periódicamente, que aunque por ahora se haya sobrellevado esta oleada de calor, ¡próximamente volverá y seguramente con más fuerza!

Como si fuera poco, la experiencia muestra que muchos docentes no aprovechan las clases de matemáticas para acercar a los estudiantes a estas problemáticas y ayudar a percibir que las matemáticas pueden tener un sentido social. Por lo tanto, atendiendo a todas estas consideraciones, se propone la siguiente pregunta problematizadora que guiará los fines de esta investigación:

³ El llamado fenómeno El Niño junto con La Niña son resultado de las variaciones en la temperatura superficial y la presión atmosférica en la zona del Pacífico central/oriental, además de ser los “causantes de sequías extremas y lluvias extraordinarias en diferentes regiones del país” (Montealegre, 2007, p. 6-7).

⁴ En la red abundan noticias sobre la crisis energética y el fenómeno del niño. Algunas de interés porque brindan un buen panorama de la siguientes: “El fenómeno del niño habría llegado a su máxima intensidad” (URL: <http://www.eltiempo.com/estilo-de-vida/ciencia/impacto-del-fenomeno-del-nino-en-colombia/16473058>); “El gobierno flojea en respuesta a crisis energética” (URL: <http://www.kienyke.com/historias/la-pulla-contrapulla-crisis-energetica-juan-manuel-santos/>); “Colombia necesita ahorrar el 5% de energía para evitar racionamiento por el fenómeno de El Niño” (URL: <http://gestion.pe/economia/colombia-necesita-ahorrar-5-energia-evitar-rationamiento-fenomeno-nino-2156017>); “Ante la crisis energética: aprendamos a crecer” (URL: <http://www.elcolombiano.com/opinion/columnistas/ante-la-crisis-energetica-aprendamos-a-crecer-DY3742959>

¿Cómo planear la enseñanza de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos para estimular una postura crítica en los estudiantes y generar conciencia frente al uso eficiente del agua y la energía?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general

- Diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de las tablas de frecuencias y algunos gráficos estadísticos desde el enfoque de la educación matemática crítica (EMC), en torno al uso eficiente del agua y la energía eléctrica en los hogares.

1.2.2 Objetivos específicos

- Establecer un estado del arte respecto a la enseñanza y aprendizaje de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos, así como de la EMC.
- Articular las reflexiones en torno a la EMC y a la enseñanza de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos de barras, circular, polígono de frecuencias, histograma y diagrama de tallo-hoja, en una propuesta didáctica que propicie un aprendizaje crítico de dichos conceptos, generando conciencia respecto al uso eficiente del agua y la energía eléctrica.
- Generar algunas reflexiones respecto al diseño de la propuesta didáctica así como algunas recomendaciones para su aplicación o la realización de posteriores estudios al respecto.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Se podría decir que gracias a modelos económicos y sociales a los que no les importa acabar con culturas, hábitats, recursos e incluso vidas humanas con tal de establecer economías, el mundo ha tomado lo que Max-Neef (2011; 2013) ha llamado un “rumbo de colisión”; luego, ante

un panorama tan desolador la gente suele preguntar ¿Qué papel están desempeñando instituciones como la escuela para evitar o facilitar que estas problemáticas se agudicen?, pregunta que surge en parte al considerar la escuela como un motor del desarrollo social y esperar que ella sea el lugar donde se brinden herramientas para “resistir esta mala fiebre de información irresponsable, de conocimientos indigestos, de alimentos onerosos, de pasatiempos dañinos” (Ospina, 2010). Ante lo cual, autores como Robinson (2011) y Segura (2010), afirman que la escuela tiende a estar al servicio del modelo neoliberal⁵ y su interés está dirigido a la formación de individuos capacitados para formar parte del sector industrial y facilitar la migración de estudiantes del tercer mundo hacia el primer mundo para satisfacer sus demandas demográficas y laborales.

En este sentido Robinson (2011) afirma que:

“Una de las características de la enseñanza es que hay una jerarquía de asignaturas en las escuelas. En la mayoría de sistemas tenemos, arriba de todo de la jerarquía, la lengua, las matemáticas y las ciencias; un poquito más abajo están las humanidades, como la geografía y los estudios sociales, o la filosofía (cuando se enseña)... y debajo de todo están las disciplinas artísticas (...). Creo que hay dos motivos, el primero de los cuales es económico. Se cree que las materias que están más arriba en la jerarquía son más relevantes para el mundo laboral” (p. 3).

Entonces, se evidencia la necesidad de abrir en la escuela espacios de reflexión para que los estudiantes se familiaricen con las dinámicas de la sociedad y empiecen a cuestionar los fenómenos que los afectan directa o indirectamente; para la cual, necesitarán de elementos que les permitan afrontar críticamente estas cuestiones.

⁵ Asumiendo el neoliberalismo como un “sistema mundial”, es decir, un modelo económico que también permea las culturas, las instituciones y demás facetas de la sociedad (Sub. Marcos, 1997, p. 41)

Ante tal situación, se sostiene la hipótesis de que la educación matemática puede brindarle a los estudiantes algunas de las herramientas necesarias para abordar las crisis que se presentan en su comunidad, tomar una postura crítica y proponer alternativas para tratar de apaciguarlas⁶; al tiempo que sean conscientes de las posibles repercusiones que podrían tener las alternativas propuestas, así como las futuras crisis que podrían desencadenar. Análogo a esto, la estadística goza de un gran prestigio como una disciplina que “permite recoger, organizar, resumir y analizar datos para poder sacar de ellos conclusiones válidas y tomar decisiones bien informadas” (Vallecillos, 2001, p. 559); lo cual conlleva a plantear la hipótesis complementaria de que la estadística es un medio muy propicio para el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes y un apoyo para el planteamiento de argumentos plausibles.

Adicionalmente, asumiendo que las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos son unos de los conceptos relevantes para el abordaje de un fenómeno desde la estadística, tiene sentido brindarles a los estudiantes una buena formación en tales conceptos con miras a dotarles de una *cultura estadística*, entendida como la “capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación (...) [así como a la] capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002; citando en Batanero, 2002, p. 2). Asimismo, se resalta la importancia de investigaciones referidas a metodologías, propuestas didácticas o sobre dificultades, obstáculos y errores respecto a la enseñanza de las tablas de frecuencia y los

⁶ Hay que tener cuidado cuando se hacen este tipo de aserciones, pues se puede caer en el “error” de atribuirle un “poder intrínseco” a la educación matemáticas; en este sentido, en la E.M.C. se prefiere aceptar un “desbalance estructural” la relación matemáticas y poder, afirmando que las matemáticas pueden ser usadas para bien o para mal (Valero, 2007, p. 2).

gráficos estadísticos porque proporcionan información relevante a la hora de planear la enseñanza de dichos conceptos (ver: Batanero, 2000; 2002; Arteaga, 2009; 2011).

Luego, en concordancia con la idea de que las matemáticas deberían aportar elementos para abordar algunas de las crisis presentes en la sociedad y, considerando la disminución de los afluentes de agua y la demanda energética en tiempos de fuertes veranos en Colombia, se le halla sentido al hecho de diseñar una propuesta didáctica para el estudio de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos, que invite a los estudiantes a tomar una postura crítica ante el consumo que hacen del agua y la energía en sus hogares, planteando estrategias para optimizar dicho consumo.

Dicha propuesta se fundamenta en la educación matemática crítica, enmarcada en los *enfoques sociopolíticos de la investigación en educación matemática*, caracterizados por la “sensibilidad hacia una incorporación seria del poder, crítica y contexto como conceptos pertinentes para comprender las prácticas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Valero, 2012, p. 213). Adicionalmente, Skovsmose (1999, p. 16) sostiene que una crisis es una “situación frente a la cual se reacciona por medio de una crítica” y la crítica está relacionada con la “actividad de juzgar y de salir de un dilema, como a las connotaciones del término que provienen de la acepción de análisis, evaluación, juicio y valoración”. Entonces, bajo estos términos, es evidente que la disminución de los afluentes de agua y la demanda energética en tiempos de verano es una crisis factible de ser estudiada por medio de la estadística.

Sin embargo, una de las limitaciones que puede tener esta propuesta es el *pensamiento cartesiano* que muchos estudiosos de la educación manejan, el cual se refiere a aquella corriente de pensamiento fundamentada en la filosofía de descartes “mediante la cual todos los fenómenos

sociales se abordan identificando los elementos sustanciales y analizándolos por separado” (Caviedes, 2013); esto debido a que algunos investigadores se empeñan en sostener que las disciplinas son independientes unas de otras y que los problemas de los que se ocupa una nada tiene que ver con lo de las demás –conocimiento fragmentado-, lo que Zabala (1999) clasifica como *multidisciplinariedad*. Contario a dicha postura, en esta investigación se considera que la crisis energética y acuífera puede ser abordada desde distintas disciplinas y que un trabajo conjunto podría ser muy enriquecedor para los distintos agentes involucrados en la educación: docentes, estudiantes, comunidad, estado, etc., lo cual iría acorde a lo que el mismo Zabala caracteriza como *interdisciplinariedad*.

En cuanto a los aspectos matemáticos, es posible que algunas de las propuestas actividades no trasciendan del “paradigma del ejercicio”⁷ y que los progresos en cuanto a la disciplina no sean muy notables, pero es un riesgo que se estaría dispuesto a correr con tal de lograr que los estudiantes tomen una actitud crítica ante las problemáticas que los envuelven y empiecen a tomar un papel activo como miembros de su comunidad⁸. El caso opuesto también es posible, es decir, puede que los progresos en matemáticas sean significativos, pero que las actividades no sean correctamente planeadas, de tal manera que los estudiantes no alcancen a desarrollar su actitud crítica ante las crisis estudiadas⁹.

En todo caso, toda experiencia conlleva a un aprendizaje, algunas más que otra. En esencia, lo importante es que los educadores, como agentes fundamentales en el sistema educativo, se

⁷ Es decir, aquellas actividades en la que no se considera la relevancia del ejercicio de acuerdo al contexto social y estos tienen única respuesta correcta (Skovsmose y Valero, 2012).

⁸ Sin embargo, hay que tratar de evitar este tipo de fenómenos pues se estaría cayendo en la paradoja de la inclusión al estar desarrollando currículos de segunda clase que no le proporcionan a los estudiantes “el conocimiento matemático fuerte requerido para ascender en la escala de prestigio social en esa comunidad” (Skovsmose y Valero, 2012b, p. 54).

⁹ También existe la posibilidad que la actividad no genere mayores a los estudiantes ni en la disciplina ni de pensamiento crítico, sin embargo, no es deseable ahondar en tal nivel de pesimismo.

inquieran con las inconsistencias que prevalecen en dicho sistema y traten de contribuir al cambio, aunque muchos de sus esfuerzos no lleguen a buen término. Como dice Max-Neef (1996, p. 6) “la solución (...) está en ser herejes con capacidad de querer y de dar cariño”.

1.4 ANTECEDENTES

Es evidente la relevancia que han tenido las discusiones de los aspectos sociopolíticos en las investigaciones en educación matemática a nivel internacional, no en vano, en varios de los ICME y Handbook se dedican secciones e incluso capítulos enteros en torno al tema, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1. Presencia de Aspectos Sociopolíticos de la Educación Matemática en los Handbook e ICME

Documento	Editores y año	Tema y página	Descripción
Primer Handbook de Educación Matemática	Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde (1996)	Capítulo 35: Critical Mathematics Education (pp.1257-1288)	En este capítulo se presentan las principales características de la educación matemática crítica, sus intereses y focos de estudio.
Segundo Handbook de Educación Matemática	Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Leung (2003)	Sección 1: Policy dimensions of mathematics education (pp. 3-232); Researching mathematics education in situations of social and political conflict (R. Vithal y P. Valero, pp. 545-592)	
Tercer Handbook de	Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick	Sección 1: Social, Political and Cultural	Son ocho capítulos, el primero destinado al estudio

Educación Matemática	y Leung (2013)	Dimensions in Mathematics Education (pp. 1-263)	de la meta <i>matemáticas para todos</i> , en los otros siete se presentan diversas perspectivas que consideran las dimensiones cultural, social, lingüística y política de la matemáticas, su enseñanza y el aprendizaje
ICME-10	Ness (2004)	Sub-tema 3: Social and political contexts for mathematics education (p. 273)	En este apartado se presenta un proyecto para el estudio del álgebra, un contraste entre los contextos local y global en educación matemática y, finaliza con una discusión respecto a la enseñanza a grupos de estudiantes con diversidades lingüísticas

Nota. Elaborado a partir de los referenciados Handbook e ICME.

Sin embargo, a nivel local el panorama no es tan alentador, pues al hacer una rápida revisión de las investigaciones que se han realizado al respecto en algunas de las principales universidades del país vemos que los estudios son escasos. Entre ellos resalta el de que Paola Valero, una sólida representante de la educación matemática crítica, quien realizó su pregrado de Lenguas Modernas y Ciencias Políticas en la Universidad de los Andes –Colombia- y su doctorado de Educación Matemática en la Universidad Danesa de Educación; esta investigadora cuenta con numerosas publicaciones desde 1996 hasta la actualidad, varias de ellas en compañía

de autores como los daneses Ole Skovsmose o Helle Alrø y colombianos como Gloria García Oliveros¹⁰.

También se encuentra el estudio de Martínez (2014), cuyo propósito es examinar las ventajas y desventajas del aprendizaje de estudiantes en contextos asociados a pobreza, violencia y conflicto, contextos en los que las matemáticas aportan significado a las actividades que se realizan. Dicho estudio se sustenta en la corriente de la educación matemática crítica, haciendo un aporte respecto a la formación de *escenarios de aprendizaje de las matemáticas* en instituciones relacionadas con contextos de marginación en Colombia, concepto fundamental en la planeación de las actividades que se proponen a los estudiantes desde este enfoque.

En esta misma línea, Cárdenas y Muñoz (2014) diseñan una propuesta didáctica para el estudio de las secciones cónicas usando las TIC, dirigida a estudiantes de grado 10° en una institución de Medellín ubicada en un contexto de conflicto social. Para diseñar dicha propuesta, se apoyan en planteamientos de la educación matemática crítica y el Análisis Didáctico, enfoque en el que el Dr. Evelio Bedoya, profesor titular de la Universidad del Valle, es uno de los principales referentes a nivel local. Especialmente de interés en dicha investigación son el término *alfabetización matemática*, la caracterización de los *contextos* según la EMC y la aproximación al *pensamiento crítico*. Adicionalmente, respecto al concepto de pensamiento crítico, Lipman (1998) también hace aportes valiosos para la presente investigación.

Pero sin lugar a dudas, los principales referentes a la hora de desarrollar algunos de los términos fundamentales tratados en la EMC son el danés Ole Skovsmose y la colombiana Paola Valero. Por ejemplo, en Skovsmose y Valero (2012), se presenta una compilación de

¹⁰ Para más información respecto a las publicaciones de Paola Valero, remitirse los siguientes enlaces: [http://vbn.aau.dk/en/persons/paola-valero\(158c6fc4-ca8d-4411-968d-32db3d4e9660\)/publications.html?filter=research&subfilter=bookchapters](http://vbn.aau.dk/en/persons/paola-valero(158c6fc4-ca8d-4411-968d-32db3d4e9660)/publications.html?filter=research&subfilter=bookchapters) y http://die.udistrital.edu.co/comunidad/paola_valero.

investigaciones alrededor de la EMC, permitiendo hacer una aproximación a conceptos como la *relación entre democracia y educación matemática*, las *relaciones entre matemáticas y poder*, *contexto sociopolítico*, *enfoque sociopolítico*, *ambientes de aprendizaje*, *alfabetización matemática y empoderamiento*. Adicionalmente, en Valero (2007) se presenta una variedad de posturas evidenciadas al momento de estudiar las relaciones entre educación matemática y poder; y en Skovsmose (1999) se pueden encontrar algunas aproximación a los conceptos de *crisis* y *crítica*, así como múltiples ejemplos de proyectos aplicados en Dinamarca; estos últimos dentro del *enfoque temático en la educación matemática* según lo describe dicho autor.

En cuanto a los aspectos relacionados con la estadística, primeramente se adoptan los Lineamientos Curriculares del MEN (1998) y Estándares Básicos de Competencias para Matemáticas del MEN (2006) -como políticas educativas nacionales-, en los cuales se caracteriza en “Pensamiento Aleatorio y los sistema de datos” así como las competencias asociadas al desarrollo de tal pensamiento. Sin embargo, dicha información se complementa con las investigaciones de Álvarez y Montoya (2011), Arteaga (2009; 2011), Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2011), Batanero (2000; 2002), Batanero, Estepa y Godino (1991) y, Carranza y Fuentealba (2013) quienes amplían la discusión respecto a la enseñanza o aprendizaje de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos, discusión que se considera necesaria previo a la realización de cualquier propuesta didáctica dirigida al estudio de un concepto matemático.

Dicho abordaje respecto a la estadística se complementa con un breve recorrido histórico sobre la evolución histórica de esta disciplina y el surgimiento de algunos de sus conceptos fundamentales, a partir de las investigaciones de Gómez (2004), Hacking (2006), Hernández (2005) y, Quesada y Vergara (s.f.)

Para finalizar, Jiménez y Marín (2007), hacen un estudio respecto al uso eficiente y ahorro de agua en un acueducto de una comunidad. En dicha investigación se indica que el uso eficiente “implica toda actividad que esté relacionada con utilizar el recurso de una mejor manera, hacer más o lo mismo con menos cantidad” (p. 22); tal caracterización encaja muy bien con los intereses de la propuesta didáctica que se presenta en esta investigación, no sólo respecto al agua sino también a la energía eléctrica, partiendo del hecho que en nuestro país la principal fuente de dicho recurso son las centrales hidroeléctricas.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 ASPECTOS DIDÁCTICOS

En esta sección se presentan aspectos referidos a la educación matemática crítica, los conceptos de crisis y crítica, el pensamiento crítico, las relaciones entre educación matemática, democracia y poder, la alfabetización matemática, los ambientes de aprendizaje, la educación estadística crítica y el Análisis Exploratorio de Datos, así como la relación entre estadística y educación matemática.

2.1.1 Educación Matemática Crítica

En la literatura se pueden encontrar diferentes aproximaciones a lo que se entiende por educación matemática crítica (EMC), sin embargo, esta investigación se acoge a la definición dada por Sánchez (2014, p. 31) sobre la EMC como una “corriente filosófica dentro de la investigación en didáctica de las matemáticas que se aboca a estudiar los aspectos políticos, éticos y económicos relacionados [con el uso] de [las matemáticas] y la educación matemática en la sociedad”, porque permite evidenciar la esencia del enfoque socio-político en el que se enmarca dicha corriente y porque está más o menos en concordancia con la definición dada por Skovsmose (1994) y Vithal (2000), citados por Skovsmose y Valero (2012b, p. 54), como una “filosofía educativa para abordar el riesgo de una educación matemática que contribuya a la creación de ciudadanos acríticos hacia los efectos devastadores de las matemáticas en la sociedad”. Respecto a esta última aproximación, dichos autores afirman que desde tal postura se corre el riesgo de desarrollar currículos “de segunda clase”, con contenidos matemáticos “suaves” que le impidan a los estudiantes ascender en la escala de “prestigio social” en regiones

donde el conocimiento matemático “fuerte” es un requisito indispensable para tal ascenso – fenómeno denominado como la paradoja de la inclusión¹¹–.

Por otro lado, Skovsmose (2012b) presenta las dos principales preocupaciones de estudio en la EMC: por un lado, la *alfabetización matemática*, la cual hace referencia tanto a ciertas destrezas matemáticas como a “la competencia para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas”; también, la EMC centra sus discusiones en torno al “desarrollo de una educación matemática que sustente la democracia, lo cual quiere decir que la microsociedad del salón de clase de matemáticas debe encarnar aspectos democráticos” (p. 110). Además, Skovsmose y Valero (2012a) sostienen que en la actualidad no se deben considerar las matemáticas como la reina de las ciencias, o que sean neutrales, asociales, amorales y apolíticas; y que tampoco se pueden desligar las matemáticas de los intereses e intenciones de la gente que las creó y usó en determinado momento histórico, ni del marco social donde emergieron y se les otorgó poder.

En este último punto se tocó un término crucial para la EMC y precisamente tiene que ver con la relación entre educación matemática y poder. Al respecto, Valero (2007, p. 2) presenta tres discursos que se evidencian en el campo de la educación matemática respecto a su relación con el poder otorgado a las matemáticas: primero está el discurso sobre el *poder intrínseco*, el cual sostiene premisas del tipo ‘las matemáticas son poderosas por sí mismas’, “la educación matemática empodera” y soporta una “visión liberal clásica de poder”; en segundo lugar estaría el discurso del *desbalance estructural*, que estaría más acorde a los planteamientos de la EMC o la etnomatemática, haciendo afirmaciones del tipo “las matemáticas pueden ser usadas para bien o

¹¹ Dicha paradoja se refiere a aquellos intentos de inclusión que en realidad terminan generando más exclusión; por ejemplo, la globalización, con sus consignas de acceso universal e inclusión, al mismo tiempo están agudizando la exclusión de algunos sectores sociales, dando paso llamando cuarto mundo.

para mal” y, se basa en supuestos como “las matemáticas son un conocimiento poderoso para la acción social”, “los profesores pueden empoderar a los estudiantes a través de la enseñanza de las Matemáticas”, soportado por una “visión marxista del poder”; en tercer lugar estaría el discurso del *posicionamiento distribuido*, en el cual se hacen supuestos como “las matemáticas (escolares) son un conocimiento que nace y se genera en las prácticas culturales”, “los estudiantes aprenden mucho más que ‘matemáticas’: también aprenden lo que es aceptado y válido; aprenden a pensar y a comportarse de una forma determinada” y manejando una “visión foucaultiana del poder”.

En cuanto a los orígenes de la EMC, Cárdenas y Muñoz (2014), Sánchez y Torres (2009) y Sánchez (2014), coinciden en afirmar que uno de los pilares fundamentales sobre el que reposa la EMC son los estudios de la Escuela de Frankfurt como primera teoría crítica¹²; además, Ernest (2010, citado en Sánchez, 2014) asegura que el danés Olé Skovsmose fue el responsable de establecer puentes entre dicha teoría y la educación matemática así como haberle dado un lugar destacado a ésta corriente en el campo de la Educación Matemática –aunque no suficiente para opacar una larga tradición cognitivista-, sin desconocer que autores como D’Ambrosio, Niss, Frankenstein y Mellin-Olsen ya hubieran hecho desarrollos en la materia (Sánchez, 2014; Cárdenas y Muñoz, 2014).

Por otro lado, en párrafos anteriores se planteó que la EMC se ubica en la perspectiva socio-política de la educación matemática, por lo cual, vale la pena resaltar algunos aspectos relativos a dicho enfoque. Por ejemplo, Valero (2012) afirma que el componente social de dicha perspectiva

¹² La Escuela de Frankfurt es una tendencia filosófica, con fuerte influencia marxista, originada en Alemania alrededor de 1922. Entre sus principales representantes podemos encontrar a Habermas, Adorno, Horkheimer, Fromm y Marcuse, los cuales centran sus principales críticas en torno a la sociedad industrial, la sociedad del consumo y el modelo capitalista, fuente de injusticias, enajenación y autoritarismo (Hernández, 2016; Ayuste, Flecha, López y Lleras, 1999).

está muy relacionado con las influencias del “verdadero viraje hacia lo social” (p. 201), que conllevó a concebir el aprendizaje, pensamiento y saber matemático como productos de la actividad social y, permitió asociar las matemáticas sociológicamente concebidas y la educación matemática; adicionalmente, el componente político necesariamente remite a un análisis del poder, entendiendo este último como la “capacidad de algunas personas -o grupos de personas- para mantener a otras en su condición de excluidas” (p. 207), planteamiento que evidenciar la necesidad de cuestionar las matemáticas y las prácticas de la educación matemática.

Adicionalmente, la consideración de los anteriores aspectos implican hacer una discusión respecto a lo que se está entendiendo por contexto sociopolítico, visto como aquel contexto más amplio -nivel macro- que influye en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la matemáticas a nivel del aula –nivel micro- (Valero, 2002; citada por Valero, 2012, p. 211). En resumen, se podría decir que “los enfoques sociopolíticos de la investigación en educación matemática se caracterizan por la sensibilidad hacia una incorporación seria del poder, crítica y contexto como conceptos pertinentes para comprender las prácticas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Valero, 2012, p. 213).

Finalmente, se considera importante exponer algunas de las críticas que se hacen a los planteamientos de la EMC, las cuales provienen principalmente de investigadores que trabajan con enfoques centrados en las relaciones internas del llamado *triángulo didáctico* sin profundizar en la influencia que el contexto amplio en que se enmarca las prácticas educativas pueda tener en ellas; asimismo, se exponen los argumentos que desde este enfoque se presentan para defender su postura. Al respecto, Font (2002) afirma que:

“Para esta teoría [la EMC], las investigaciones que sólo se plantean conocer una parte de lo que es el fenómeno social de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas conducen a la generación de

un conocimiento reducido que si bien es importante, es insuficiente para comprender tal fenómeno. Pero la ampliación del objeto de investigación implica sacrificar profundidad en el análisis, y, en muchos casos, conlleva una implicación personal en la investigación. Este posicionamiento del investigador hace que desde otras teorías se critiquen la validez de las investigaciones realizadas desde el enfoque crítico. Ahora bien, para esta teoría la realización de un estudio de este tipo se justifica con razones que trascienden los argumentos aceptados dentro de una comunidad científica de tipo positivista, ya que se considera que una posición crítica en educación matemática conlleva una posición personal comprometida en la mejora del actual sistema de enseñanza–aprendizaje”. (p. 160)

Para hacerse un panorama más amplio respecto a las ideas que trabaja la EMC es necesario reconocer los principales conceptos que se utilizan en esta corriente, así como los matices que reciben algunos de estos conceptos en el campo; conceptos como el de crítica, alfabetización matemática, política, democracia y sus relaciones con la educación matemática.

2.1.2 La crítica y las crisis

Respecto al concepto de crítica Skovsmose (1999) afirma que “ser crítico significa prestarle atención a una situación crítica¹³, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella”, presentando argumentos sólidos para defender la postura (p.16); asimismo, “ser crítico significa enfocarse en una situación crítica y buscar alternativa” (p.18), teniendo en cuenta que no toda alternativa es buena dado que al solucionar una situación crítica se puede estar dando paso a una nueva situación que podría ser aún más caótica en el futuro.

Luego, respecto a la educación crítica el mismo Skovsmose asevera que “si la educación pretende ser crítica, tiene que tener en cuenta el contexto crítico de la escolaridad y tratar de

¹³ Considerando la crisis como aquella “situación frente a la cual se reacciona por medio de una crítica”, luego, la crítica tiene que ver con “la actividad de juzgar y de salir de un dilema, como a las connotaciones del término que provienen de la acepción de análisis, evaluación, juicio y valoración” (Skovsmose 1999, p. 16).

desarrollar posibilidades para crear una consciencia acerca de los conflictos, al igual que proporcionar las competencias que sean importantes para manejar tales situaciones críticas” (p. 25). Además, propone que “la educación crítica debe luchar contra las restricciones ideológicas, debe reaccionar a los conflictos y a la diferenciación de oportunidades que la sociedad encarga a las escuelas y debe otorgar competencias que capaciten a la gente para confrontar la naturaleza crítica de la sociedad” (p. 28). En este sentido, la educación matemática crítica, podría estar relacionada con la manera como las matemáticas ayudan a afrontar algunas de las crisis que surgen en la sociedad y la forma como las matemáticas pueden estar al servicio de algunas de estas problemáticas¹⁴.

2.1.3 Pensamiento crítico

Robert Ennis (citado en Lipman, 2001, p. 101) define el pensamiento crítico como un pensamiento reflexivo y razonable enfocado en que la persona pueda decidir en qué creer o qué hacer, por lo cual, constituye un proceso cognitivo complejo que predomina sobre las demás dimensiones del pensamiento, cuya finalidad es reconocer el pensamiento de un ser racional en cada momento. Así mismo, Missimer (citado en Lipman, 2001, p. 101) afirma que el pensamiento crítico es una actividad reflexiva y autónoma donde el individuo es considerado de mente abierta desde una visión individual y que no buscan pensamientos perfectos pues el sujeto pensante toma en consideración diversas perspectivas y las coteja con la realidad. Adicionalmente, la misma Missimer considera que la visión individual del pensamiento crítico es

¹⁴ “Nacimos en un mundo con tantas instancias de matemáticas prescriptivas que casi no somos conscientes de ellas, y una vez éstas se evidencian, es muy difícil imaginar el funcionamiento del mundo sin ellas. Nuestras medidas del espacio y la masa, nuestros relojes y almanaques, nuestros planes de construcción y máquinas, nuestros sistemas monetarios son matematizaciones prescriptivas muy antiguas (...), pero ¿qué pasa cuando los desarrollos logrados, en parte, por medio de las matemáticas son usados para fines malévolos o para satisfacer intereses personales?” (Davis y Hersh, 1988, citado en Skovsmose, 1999, p. 48).

razonable si éste se toma con términos de Harvey Siegel (citado por Lipman, 2001, p. 101) como “aquel pensamiento que se orienta apropiadamente por razones”.

En contraste con la visión social de pensamiento crítico de Missimer, Fred Newman (citado por Lipman, 2001, p. 102) afirma que dicho pensamiento es un componente, junto con el pensamiento creativo y los juicios, de una categoría más amplia denominada *pensamiento de orden superior* y exige un esfuerzo mental especial por parte del individuo para la resolución de conflictos y problemas de la vida cotidiana, permitiéndoles tener una actitud más activa y motivándolos a formar un pensamiento de orden superior en situaciones concretas.

Por otro lado, distanciándose un poco de los abordajes del concepto de pensamiento crítico desde la filosofía de la educación, Cárdenas y Muñoz (2014), conciben dicho pensamiento como “un proceso de construcción social mediado por la interacción de los sujetos en donde el entorno y los estímulos o acciones de enseñanza-aprendizaje contribuyen al desarrollo de competencias y saberes matemáticos” (p. 22); en esencia:

El pensamiento crítico requiere un esfuerzo persistente para examinar cualquier creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de la evidencia que soporta y las nuevas conclusiones a las que tiende. También se requiere por lo general la capacidad de reconocer los problemas, encontrar medios viables para alcanzar esos problemas, recopilar y reunir la información pertinente, a reconocer supuestos y valores no declarados, para comprender y utilizar el lenguaje con precisión, claridad, y la discriminación, para interpretar los datos, a evaluar la evidencia y evaluar argumentos, a reconocer la existencia (o inexistencia) de las relaciones lógicas entre las proposiciones, para sacar conclusiones y generalizaciones garantizadas, para poner a prueba las conclusiones y generalizaciones a la que uno llega, para reconstruir uno de los patrones de

creencias sobre la base de la experiencia en general, y para hacer juicios precisos acerca de las cosas y cualidades específicas de la vida cotidiana. (p. 26)

2.1.4 Relación entre matemáticas, educación matemática, democracia y poder

Skovsmose y Valero (2012a) presentan tres tesis respecto a la relación entre educación matemática y democracia, dentro de las cuales aparecen también conexiones con el poder atribuido a las matemáticas. A continuación se caracterizan las tres tesis:

- Tesis de la resonancia intrínseca: Los defensores de esta postura afirman que es necesario enseñar matemáticas porque ayudan a comprender las tecnologías y el conocimiento matemático que subyace a estas. Adicionalmente, desde la antigüedad griega se sostenía que las matemáticas eran un medio eficaz para presentar sólidos argumentos en los debates públicos, en consecuencia, “la educación matemática, entonces, es un medio para dar oportunidad a todos los ciudadanos, no solamente a la élite, de aprender este poderoso estilo de argumento que se requiere en la vida política” (p. 5).

Por lo tanto, desde esta postura se sostiene que las matemáticas empoderan la gente y, que existe una relación armoniosa entre educación matemática y democracia, o sea, la educación puede “resguardar los intereses y valores democráticos” (p. 5). El problema al suponer tal resonancia intrínseca entre educación matemática y democracia es que no hay necesidad de centrar investigaciones específicas en tal relación; ésta sería una característica de las investigaciones “internalistas” en la investigación en educación matemática, por ejemplo, aquellas que centran sus estudios en el triángulo didáctico sin hacer mayor referencia a aspectos económicos, culturales o políticos.

- Tesis de la disonancia intrínseca: Los defensores de esta postura se van al otro extremo, sosteniendo que las matemáticas, combinadas con la ciencia y la tecnología, tienen una influencia negativa en la sociedad, desencadenando episodios de violencia, inseguridad, enfermedades y daños ambientales (D'Ambrosio, 1994; citado en Skovsmose y Valero, 2012a, p. 6).

En general, se dice que los defensores de esta postura sostienen que la educación matemática contribuye a una negación al acceso a partir del género, raza, idioma, estatus socioeconómico o la clase social de las personas (como las matemáticas nazis y la educación del apartheid). Como consecuencia, sus defensores dirigen sus críticas hacia aquellos que basan sus investigaciones en posturas internalistas, ignorando la influencia que los aspectos externos –contexto más amplio- puede ejercer sobre los agentes del sistema didáctico.

- Tesis de las relaciones críticas: Dado que las tesis anteriores o presentan dudosos enunciados o hacen fuertes acusaciones, en la EMC prefieren suponer que la relación entre educación matemática y democracia es crítica porque puede tomar varias direcciones dependiendo del enfoque que se le dé; en consecuencia, una educación matemática consciente de la democracia no debe basarse en aspectos exclusivamente de las matemáticas o de la misma disciplina, sino que debe considerar los aspectos sociales, políticos, económicos y culturales que continuamente varía su desarrollo.

La existencia de una relación crítica implica que las matemáticas dejen de considerarse las reinas de las ciencias, que son neutrales, asociales, amorales y apolíticas; tampoco se pueden concebir desligar de gente que las creó y uso, ni los aspectos sociales

e históricos donde crecieron y se les otorgó poder. Dicha relación también implica la redefinición de las prácticas en educación matemática para que empiecen a considerar aspectos externos al salón de clase, haciendo parte por ejemplo de la elaboración de políticas educativas, escritura de textos de matemáticas y la organización de la educación matemática dentro de la institución o en la formación de profesores; así como un llamado a la investigación en educación matemática para que estudie dicha relación crítica, se distancie un poco de los enfoques internalistas y cuestione la investigación misma.

Sin embargo, no se puede tomar una postura clara respecto a lo que dichas tesis plantean sin antes definir lo que se está entendido por democracia desde perspectiva de la EMC; ante lo cual, Skovsmose y Valero (2012a) aseguran que el concepto de democracia es abierto y se presta para diversas definiciones, que representa un ideal a alcanzar más que algo logrado en el presente, está asociada a la colectividad en vez de solo a la individualidad y, no reside solamente en organizaciones (por ejemplo al decir que ‘tal’ institución es democrática) sino en las relaciones diarias de las personas que la determinan.

Luego, ubicando la democracia en plano de las relaciones sociales, se presenta como una “acción política abierta llevada a cabo por la gente en «la entremezcla compleja de relaciones y procesos locales, nacionales, regionales y globales»” (Held, 1995; citado por Skovsmose y Valero, 2012a, p. 13); además, el grupo de personas que lleva a cabo esta acción deben promover la colectividad, buscar el cambio, hacer uso de la deliberación y poner en práctica la coflexión¹⁵.

¹⁵ En las páginas 14 a la 16, Skovsmose y Valero (2012a) definen de manera más o menos resumida lo que significa e implica cada uno de estos términos. Respecto a la coflexión, esta se puede tomar como un tipo de reflexión colectiva o en comunidad.

2.1.5 Alfabetización Matemática

Siguiendo los planteamientos de Skovsmose (1999) respecto al concepto de alfabetización se puede percibir que hace una ampliación al adicionarle un componente crítico de este, llegando así a afirmar que "la alfabetización no es tan sólo una competencia que tiene que ver con la habilidad para leer y escribir, habilidad que puede medirse y controlarse, sino que también posee una dimensión crítica (...) puede convertirse en un medio para evidenciar la desigualdad y la represión y, por lo tanto, ser una herramienta para identificar los rasgos críticos de la sociedad" (p. 27). Adicionalmente, Giroux (1948, citado en Skovsmose, 1999) asegura que "la alfabetización como un constructo radical tendría que enraizarse en un espíritu de crítica y de proyecto de posibilidad que le permitiera a la gente participar en la comprensión y transformación de su sociedad" (p. 27). Además, "la alfabetización (...) puede desarrollar condiciones para que los seres humanos se ubiquen en la historia y reconozcan su posición en la sociedad y, al hacer esto, les puede permitir funcionar en ella. Las personas dejan de ser observadores para convertirse en actores"; en esta última cita es importante resaltar la palabra *puede* para prevenir que se llegue a creer que la alfabetización es la solución a todos los males, puesto que "la alfabetización no revela de manera automática, ni tampoco garantiza, la libertad política, social y económica", aunque sí facilita otros modos de pensar y percibir que acompañadas del carácter del individuo pueden contribuir a cambios positivos (p.28).

Especificando en el interés de esta investigación, la alfabetización matemática, se puede decir que desempeña un papel similar a la alfabetización porque esta última brinda herramientas necesarias para interpretar los fenómenos sociales, fenómenos que están constituidos por el lenguaje (relativismo lingüístico) y las matemáticas con su lenguaje formal, por lo cual, se podría

decir que en cierto sentido le dan forma a algunos aspectos de la realidad (Skovsmose 1999, p. 152).

En el punto anterior se insinuó que *las matemáticas le dan forma a algunos aspectos de la realidad*, lo cual lleva a hablar del poder formativo de las matemáticas. Al respecto Skovsmose afirma:

“Las matemáticas se usaron para expresar algunas correlaciones que simplemente no se pueden identificar de ninguna otra manera. Algo se puede ver y hacer por medio del lenguaje formal que no puede verse ni hacerse por medio del lenguaje natural. Los resultados de las investigaciones de los estudiantes podrían no haberse expresado o argüido de la misma manera específica sin los cálculos (...). Aquí encontramos un ejemplo de un poder único de las matemáticas, hecho visible en un contexto educativo (...). Cuando las matemáticas se usan en una descripción (...) se vuelve posible también analizar situaciones hipotéticas”. (p. 188)

En resumen, la alfabetización matemática está relacionada con la habilidad para identificar rasgos críticos en la sociedad, comprender las dinámicas de esta y contribuir a transformarla; además, al valerse del poder formativo de las matemáticas permite identificar relaciones que a simple vista no se ven, influenciando en el establecimiento de conjeturas o usándolas como apoyo para los juicios emitidos.

2.1.6 Los ambientes de aprendizaje y el trabajo por proyectos

Skovsmose (2000) adopta el enfoque investigativo del trabajo por proyectos porque considera que este tipo de estrategias propicia el montaje de *escenarios de investigación*, es decir, situaciones que promueven el trabajo investigativo por parte de los estudiantes, en contraste con el paradigma del ejercicio que caracteriza las clases de matemáticas tradicionales. En este sentido, Skovsmose afirma que un escenario de investigación invitan a los estudiantes a formular

preguntas, explorar y buscar explicaciones; sin embargo, un ambiente de aprendizaje se constituye como tal solo si los estudiantes deciden aceptar la invitación a indagar hecha por el docente. Tales escenarios de investigación junto con el paradigma de ejercicio se clasifican como “paradigmas de las prácticas en el salón de clase” (p. 9).

Otro concepto importante son las “referencias”, las cuales contribuyen a la construcción de significado de los estudiantes respecto a los conceptos matemáticos estudiando y las actividades realizadas en el aula; al respecto, Skovsmose caracteriza tres tipos de referencias: las matemáticas, es decir, aquellas actividades y preguntas referidas exclusivamente a las matemáticas; las semirrealidades, haciendo alusión a aquellas realidades imaginadas por una persona; y, las situaciones de la vida real. Luego, al combinar los dos paradigmas de las prácticas en el salón de clase con los tres tipos de referencias, surgen los seis *ambientes de aprendizaje* que se observan en la tabla 2.

Tabla 2. Ambientes de Aprendizaje

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Nota: Tomado de “Escenarios de investigación”, O. Skovsmose, 2000, p. 10.

A continuación se caracterizan cada uno de los ambientes de aprendizaje señalados en la Tabla 2, de acuerdo a lo expuesto por Skovsmose (2000):

- El ambiente (1) se refiere exclusivamente a las matemáticas y transita en el paradigma del ejercicio, por lo cual, se espera encontrar actividades de aplicar algoritmos y realizar operaciones.
- El ambiente (2) se configura por un escenario de investigación dentro las matemáticas, por lo cual, se podrían encontrar actividades netamente matemáticas en las que, por medio de interrogantes, se incite a los estudiantes a indagar, explorar y buscar soluciones.
- El ambiente (3) se refiere a una semirealidad y transita en el paradigma del ejercicio, por lo cual, se pueden encontrar aquellos ejercicios con enunciados relacionados con una situación de la vida real –como la de ir a comprar algún producto al mercado- pero su solución solo requiere identificar los datos proporcionados en el enunciado y aplicar el algoritmo adecuado. Dado que la situación opera bajo el paradigma del ejercicio, solo la información proporcionada en el enunciado es relevante en la solución del mismo y no tendría importancia traer a colación otros factores asociados al fenómeno en cuestión, no interesa “hacer observaciones de cómo las matemáticas operan en situaciones de la vida real” (p. 12).
- El ambiente (4) se refiere a una semirrealidad pero bajo un escenario de investigación, por tal razón, se pueden estudiar realidades imaginadas en la que se incite a los estudiantes a explorar e investigar. En este ambiente se puede configurar actividades realmente interesantes para los estudiantes, sin salirse de las cuatro paredes del salón de clase, un ejemplo dado por Skovsmose (2000, p. 12) es el de la “gran carrera de caballos”, actividad propuesta para estudiar las probabilidades de obtener ciertos

resultados al lanzar dos dados “legales”, mediante una situación referida a las apuestas en las carreras de caballos; en tal situación se asignan distintos roles a los estudiantes, como el de dueño de una casa de apuestas o el de apostadores, quienes encarnan sus roles como si fueran verdaderos participantes de un torneo: haciendo ofertas, haciendo apuestas, haciéndole barra a su caballo favorito y haciendo comentario respecto a sus contrincantes.

- El ambiente (5) está relacionado con situaciones de la vida real pero sigue transitando el paradigma del ejercicio, por tal razón, se pueden plantear situaciones que utilicen datos tomados directamente de un fenómeno que ocurre en la cotidianidad pero su utilización no trasciende de la realización de comparaciones apoyadas en los resultados arrojados al aplicar algunos algoritmos.
- El ambiente (6) tiene que ver con escenarios de investigación referidos a situaciones de la vida real, en tal caso, por tratarse de referencias reales, proveen significado a las actividades y los conceptos estudiados. Este tipo de ambientes implican la exploración directa de los estudiantes con fenómenos de la vida real, salidas de campo y toma directa de los datos; por lo cual, ya no se espera que todos los estudiantes obtengan exactamente la misma respuesta, el docente desempeña un rol de guía e incita a la indagación, cuestiona la veracidad y alcance de las respuestas proporcionadas los estudiantes.

Respecto al trabajo con el último tipo de ambiente, Skovsmose (2000, p. 16) resalta que en Dinamarca tiene mucho sentido utilizar constantemente este tipo de ambientes porque su currículo oficial no establece “exámenes al final de cada año escolar que determinen lo que se debe aprender y, por lo tanto, las actividades específicas del salón de clase tampoco están determinadas”; sin embargo, a la hora de extrapolar este tipo de metodologías al contexto

colombiano, se debe hacer una adaptación cuidadosa debido a que, aunque desde la Ley General de Educación, 115 Cong. (1994) se estipule la autonomía de las instituciones para organizar sus currículos, en los Estándares de Competencias del MEN (2006) y en la actual propuesta en construcción de los Derechos Básicos de Aprendizaje (2015) se dan directrices más o menos concretas sobre lo que se espera el estudiante aprenda en cada grado de escolaridad.

En cuanto al trabajo por proyectos, al leer a Skovsmose (2000) se puede percibir que estos principalmente se basan al ambiente de aprendizaje (6), por conformarse de una serie de actividades propuestas para desarrollarse en prolongados periodos de tiempo y porque muchas veces exigen la inmersión de los estudiantes en prácticas externas al salón de clase –como visitar una granja y extraer ciertos datos, visitar parques y hacer comparaciones, etc.-. En cuanto a los ejemplos de proyectos realizados, Skovsmose (1999) presenta algunos que fueron realizados en compañía de docentes de su país, a saber: “Relaciones económicas en el mundo de los niños” , “La Conejera”, “Construcciones”, “Subsidios familiares en una microsociedad”, “Nuestra comunidad” y “Energía”; en éste último se tenía la intención de “desarrollar y analizar situaciones de la vida cotidiana para dirigir la atención a algunos problemas sobre el uso y abastecimiento de energía, como la energía proporcionada por algunos alimentos y la requerida para realizar cultivos de cebada o la electricidad consumida en los hogares¹⁶ (p. 171).

Para finalizar, cabe resaltar que Skovsmose en ningún momento supone la superioridad de un ambiente de aprendizaje sobre los demás, todo lo contrario, indica que la actividad en alguno de los ambientes no excluye la posibilidad de transitar por los otros; además, el mismo Skovsmose

¹⁶ Este proyecto brindará una importante guía a la hora de estructurar las actividades de la presente propuesta didáctica. Adicionalmente, Camelo, García, Mancera, Peñaloza, Samacá y Valero (2009) presentan la fundamentación de su proyecto llevado a cabo en Cundinamarca, en el cual trabajaron en conjunto profesores de colegios y de universidades como la Pedagógica Nacional; un trabajo de corte interdisciplinar que también aporta ideas cruciales para la elaboración de la presente propuesta didáctica.

sostiene que la educación matemática debe buscar la ruta óptima para transitar por los diversos ambientes de aprendizaje en las actividades propuestas en el salón de clase, pero dicha ruta “no puede determinarse de antemano sino que tiene que decidirse en la interacción entre profesor y estudiantes” (p. 17).

2.1.7 Estadística y Educación Matemática

Es evidente que en la actualidad la enseñanza de la estadística ha cobrado gran relevancia, en parte, debido a la necesidad de formar ciudadanos capaces de leer e interpretar gráficas, debido a la utilidad de esta disciplina en diversas profesiones, por la carga poco determinística que contienen sus fenómenos de estudio y porque fomenta el razonamiento crítico. Por lo cual, algunos grupos académicos se han ocupado de estudiar los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la estadísticas, como ha sido el caso de los estadísticos, los psicólogos y los educadores matemáticos (Batanero, 2000).

Según Batanero, el interés de la educación matemática frente a la enseñanza de la estadística es motivado por la creciente demanda de conocimientos básicos sobre el tema en la comunidad y por la escasa formación que reciben los profesores al respecto; sin embargo, se presentan dificultades para su enseñanza debido a los continuos cambios que sufren sus contenidos, la demanda de formación y su especificidad como disciplina, además por la poca investigación en aspectos didácticos –dificultades, obstáculos y errores-, la poca formación específica de los docentes de matemáticas y la naturaleza interdisciplinar de esta.

Entonces, motivada por las anteriores cuestiones, Batanero presenta una aproximación a lo que implicaría enseñar estadística y probabilidad, argumentando que dada la familiaridad de dichos fenómenos con la cotidianidad de los estudiantes, se presta para realizar matematización o construcción de modelos de la realidad; en consecuencia, recomienda la realización de proyectos

estadísticos y de experimentos aleatorios: los primeros porque permiten escoger temas de interés para los estudiantes, requieren la elección de instrumentos para recolección de datos, su tabulación y el respectivo análisis, permitiendo a los estudiantes tomar una actitud investigativa y valorar la estadística como mecanismo para abordar problema de la realidad; los segundos porque permiten el uso de materiales manipulativos o de simulaciones para sustituir experimentos aleatorios difíciles por otros equivalentes pero más sencillos de reproducir.

También vale la pena rescatar el concepto de *cultura estadística* porque delimita lo que se esperara al enseñar estadística en la formación elemental: no se espera que los estudiantes se vuelvan unos estadísticos aficionados ni expertos en hacer cálculos y gráficas, sino que se espera generar cultura estadísticas, haciendo referencia a:

“la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación (...) [así como la] capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002; citando en Batanero, 2002, p. 2).

Para finalizar, es necesario referenciar algunos aspectos relacionados con la enseñanza o el aprendizaje de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos. Por ejemplo, Contreras (1989; citado en Arteaga, Batanero, Cañada y Contreras, 2011) y Bright, Contreras y Friel (2001; citado en Arteaga et al, 2011) proponen los siguientes niveles en la lectura de tablas y gráficos estadísticos: el nivel de *lectura entre los datos*, caracterizado por hacer una lectura lineal de estos, sin detenerse a interpretar la información; el nivel de *lectura dentro de los datos*, caracterizado por la interpretación e integración de los datos presentados en dichas representaciones; el nivel de *lectura más allá de los datos*, que consiste en realizar, a partir de los

datos, predicciones e inferencias de informaciones que no aparecen explícitamente en tales representaciones; y el nivel *lectura detrás de los datos*, que se relaciona más con la valoración crítica de la validez y fiabilidad del método empleado para recolectar los datos, así como la posibilidad de extender las conclusiones a otros niveles. Además, al añadirle a los anteriores niveles la dimensión crítica, se presentan algunas variaciones en éstos dependiendo de si se establecen hipótesis o, se cuestiona la información obtenida a partir de las tablas o gráficos.

En cuanto a los errores en la lectura y construcción de gráficos estadísticos, Arteaga (2009; 2011) caracteriza los siguientes: errores en la elección del gráfico adecuado según el tipo de variable y problema planteado, presentar dos variables no relacionadas entre sí en un mismo gráfico, el uso inadecuado de la escala en el gráfico u omisión de ésta, errores en la lectura de los gráficos de barras al cambiar su orientación –de horizontal a vertical- y confundir el histograma con el diagrama de barras debido a sus formas similares. Respecto a los gráficos erróneos contruidos por parte de los estudiantes, se considera que estos son interesantes porque pueden fomentar la discusión en clase encaminada a que ellos aprendan a identificar gráficos mal contruidos o manipulados (Watson, 2006; citado por Arteaga, 2011, p. 121).

2.1.8 Educación Estadística Crítica y Análisis Exploratorio de Datos

Atendiendo las particularidades de la Educación Estadística, Campos (2007; citado en, Álvarez y Montoya, 2011) propone una nueva línea de estudio llamada Educación Estadística Crítica (EEC), la cual retoma elementos de la Educación Crítica y de la EMC, compaginando dichos enfoques con el de la Educación Estadística, para llegar a ocuparse de las relaciones entre estadística, cultura, tecnología y política presentes en el contexto de los estudiantes. En este sentido, los principios que orientan las prácticas pedagógicas de los docentes, desde esta nueva perspectiva, tienen que ver con la presentación de datos contextualizados y reales –realidad

cercana a los estudiantes-, motivar a los estudiantes para la interpretación de información, permear los temas de un contexto socio-político y promover los debates en el aula de clase.

Además, Álvarez y Montoya (2011) indican que aquellos interesados en adoptar los postulados de la EEC en sus prácticas de enseñanza deben considerar como una opción viable el estudio de la estadística a partir de proyectos, promover el trabajo individual y grupal, utilizar ejemplos y datos cercanos a la realidad del estudiante, promover debates y diálogos, promover un trabajo democrático en el aula al delegarle responsabilidades a los estudiantes, promover el análisis e interpretación de resultados, proponer actividades que propicien el debate respecto a cuestiones socio-políticas asociadas al contexto de los estudiantes, promover la validación de ideas y la realización de críticas responsables, estimular la consciencia de los estudiantes respecto al papel de la Estadística en los contextos socio-políticos de los rodean, flexibilizar los tiempos de estudio, promover el desarrollo de pensamiento, razonamiento y alfabetización estadísticas, y hacer partícipes a los estudiantes de los procesos de evaluación.

Cambiando un poco de plano, en la Estadística existe un enfoque llamado Análisis Exploratorio de Datos (AED) que se considera pertinente de ser enseñado en la escuela debido a que no requiere de conceptos matemáticos muy complejos para la realización de sus cálculos sino que se apoya principalmente en representaciones gráficas para la realización de sus estudios; además, dicho enfoque permite el estudio de temas de interés para los estudiantes y sostiene que los cálculos no son el fin sino un medio para descubrir información oculta en los datos (Batanero, Estepa y Godino, 1991). El interés de dicho enfoque, que tuvo su origen en los estudios de Francis Galton y John Tukey en 1997, es el establecimiento de hipótesis a partir del análisis de datos desde un punto de vista exploratorio; luego, para lograr tal fin, el investigador se apoya en métodos gráficos y debe conocer el contexto en el que se enmarcan los fenómenos

estudiados para el establecimiento de relaciones entre sus variables (Carranza y Fuentealba, 2013). Además, para dichos autores el establecimiento de hipótesis se hace con el propósito de dar explicaciones a los fenómenos identificados a partir de la información extraída de los datos.

Por todo lo anterior, se percibe la existencia de enfoques prometedores para el estudio de la estadísticas o su enseñanza, que propician un trabajo más ameno y provechoso alrededor de la estadística en la escuela, facilitando que el estudio de los objetos estadísticos deje de considerarse un fin, pasando a ser un medio para que los estudiantes investiguen, exploren, analicen o conjeturen a partir de la información obtenida de los datos; comportamientos que estarían más acordes con la adquisición de una cultura estadística por parte de los estudiantes.

2.2 ASPECTOS CURRICULARES

En este apartado se presentan las directrices ministeriales respecto a la enseñanza de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos en Colombia, a partir de las dos guías oficiales mayormente difundidas: los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias.

2.2.1 Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas

En los lineamientos curriculares para el área de matemáticas del MEN (1998), los aspectos relacionados con la estadística y la probabilidad se engloban en la categoría del “Pensamiento Aleatorio y los sistemas de datos”, pensamiento que junto a los otros cuatro –Numérico, Espacial, Métrico y Variacional-, conformarían el *Pensamiento Matemático*. En dichos lineamientos básicamente se plantea que el desarrollo del Pensamiento Aleatorio está relacionado con la resolución de problemas preferiblemente externos a las matemáticas y con cierta carga de indeterminación para que se puedan plantear diversos argumentos estadísticos, interpretaciones y toma de decisiones. En este sentido, se esperaría que la resolución de dichos

problemas implicara la recolección y análisis de datos, prever posibles resultados y dificultades, planteamiento de conjeturas, análisis de las fuentes de información, estudio de la veracidad, lagunas y sesgos en la información, análisis de correlación, realización de inferencias, estudio de la ética del investigador y su responsabilidad social.

Es evidente que este pensamiento hasta el momento no se había estudiado tanto como el Numérico o el Variacional, por lo menos a nivel de políticas educativas en nuestro país. Ahora veamos el panorama para este pensamiento desde la propuesta más actual de los Estándares básicos de competencias.

2.2.2 Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

De acuerdo con los estándares básicos de competencias en Matemáticas propuestos por el MEN (2006) las competencias asociadas al *pensamiento aleatorio y sistemas de datos* que se refieren a las tablas de frecuencias y los gráficos estadísticos en los diferentes grados de escolaridad¹⁷ se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 3. Competencias Directamente Asociadas a los Conceptos de Tablas de Frecuencia y Gráficos Estadísticos

Competencias	Grados
Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas	Hasta tercero de primaria
Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras	
Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos	
Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)	Hasta grado séptimo
Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos	

¹⁷ De acuerdo con lo planteado en dichos estándares, esto haría referencia a la llamada *coherencia vertical*.

Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)	
Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación	
Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares.)	
Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística	
Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)	Hasta grado noveno
Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas	

Nota. Elaborado a partir de los “Estándares básicos de competencias en Matemáticas”, por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006, pp. 80-87

Adicionalmente, retomando el argumento de la coherencia horizontal¹⁸, en el desarrollo de la propuesta didáctica también se podrían desarrollar competencias relacionadas con otros pensamientos, por ejemplo, aquellas asociadas al reconocimiento y planteamiento de ecuaciones respecto a las variables en juego. Tales competencias pueden ser:

Tabla 4. Competencias indirectamente asociadas al estudio de las tablas de frecuencia y gráficos estadísticos

Pensamiento	Competencia	Grados
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y	Hasta grado quinto

¹⁸ Siendo estrictos con la terminología usada en los estándares, al hablar de coherencia horizontal se deberían presentar solamente competencias asociadas al grado de escolaridad que se dirigirá la propuesta didáctica, sin embargo, este panorama amplio permitirá identificar el grado adecuado para aplicar dicha propuesta.

	de las ciencias naturales	
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones	Hasta grado séptimo
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)	
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos	Hasta grado noveno

Nota. Elaborado a partir de los “Estándares básicos de competencias en Matemáticas”, por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006, pp. 82-87.

Se puede notar que en grado séptimo aparecen la mayoría de las competencias asociadas a los conceptos de tablas de frecuencia y gráficos estadísticos, por lo cual se considera pertinente aplicar la propuesta didáctica en dicho grado; por otro lado, algunos podría preferir aplicarla en grados superiores argumentando que en algunas instituciones no se presenta una correspondencia entre el currículo propuesto por el ministerio y el aplicado. En todo caso, esta decisión debe ser tomada por el docente que desee aplicar la propuesta, luego de haber hecho una caracterización de la población a la que estaría dirigida y haberle hecho las adaptaciones pertinentes según el contexto de la institución.

2.3 ASPECTOS HISTÓRICOS

La estadística es una disciplina con amplias aplicaciones en diversas ciencias, las cuales le dan a ésta un carácter interdisciplinar que la enriquece y hace sumamente cambiante. Dicha disciplina tiene raíces en la antigüedad, aunque sus progresos más sistemáticos se empezaron a ver a partir del siglo XVII con los trabajos de John Graunt y William Petty con la llamada *Aritmética Política*; llegando a consolidarse más o menos como la disciplina que actualmente se

conoce, a finales del siglo XIX y principios del siglo XX mediante los trabajos de celebres personajes como Carl Pearson o Ronald Fisher.

Los indicios más antiguos de recolección de datos proceden de Egipto, aproximadamente desde el 3050 a.C., donde los Faraones ordenaban la recolección de datos relativos a la población, riquezas del país y distribución de tierras; posiblemente para planificar la construcción de las pirámides. Casi contemporáneos, los babilonios, aproximadamente en el 3000 a.C., recopilaban en tablillas de arcilla datos sobre la producción agrícola y las mercancías vendidas o intercambiadas. Asimismo, en el libro de los *Números* de la sagrada biblia cristiana, se hace referencia a datos estadísticos obtenidos en dos recuentos de la población hebrea y de un censo realizado por el general Joab, bajo el mandato del Rey David, con el interés de conocer el número de habitantes de Israel (Hernández, 2005).

También, se tienen indicios de que los chinos antes del 2000 a.C. realizaban registros similares a los descritos anteriormente. Un poco más reciente, aproximadamente en el 594 a.C., los griegos realizaban censos periódicos con fines tributarios, sociales y militares; para ser más exacto, se realizaron 69 censos relacionados con el cobro de impuestos, derechos de voto y potencia de guerra (Hernández, 2005). Sin embargo, el mismo Hernández considera que fueron los romanos quienes mejor aprovecharon la estadística en la antigüedad, realizando censos poblacionales cada cinco años, obligando a los funcionarios públicos a anotar los nacimientos, muertes o matrimonios y, haciendo recuentos periódicos del ganado o de las riquezas en las tierras conquistadas.

Posteriormente, en el transcurso de la edad media los métodos estadísticos permanecieron casi olvidados, a excepción del libro *el Gran Catastro*, publicado en 1086 bajo el mandato del Rey Guillermo I de Inglaterra, en el cual se publican los datos arrojados por un censo acerca de la

propiedad, extensión y valor de las tierras en dicho país. Ya en 1632, durante el mandato del rey Enrique VII de Inglaterra, se empezaron a registrar los datos de muertes a causa de la peste, y por las mismas fechas en Francia, la ley empezó a exigir a los clérigos registrar los bautismos, fallecimientos y matrimonios de los que tuvieran conocimiento. Sin embargo hasta ese momento no había mayores avances en el análisis de datos y el establecimiento de inferencias a la luz de la información recolectada. Fue a partir del siglo XVII cuando verdaderamente se empezó a desarrollar lo que actualmente se conoce como inferencia y la teoría estadística, gracias al interés que algunos temas, como el de los estudios demográficos, despertó en los académicos de la época, como en el caso de los hermanos Huygens¹⁹ (Hernández, 2005).

Vendrían a ser John Graunt²⁰ y William Petty²¹ quienes empezarían a hacer un buen uso de las estadísticas de población, realizando los primeros intentos de inferencia. Sin embargo, la pregunta que siempre se hace en estos casos es ¿por qué sólo hasta ese momento histórico se empezó a hacer un estudio más sistemático de los datos? Frente a dicho interrogante Hacking (2006) afirma que posiblemente tiempo atrás alguien ya hubiese analizado datos, sin embargo, autores como Petty se llevan el crédito por haber compartido sus estudios con la comunidad, alrededor del año 1674. Asimismo, Hacking relata que a medida que las sociedades empezaban a industrializarse, los estudios demográficos cobraban más valor en el establecimiento de

¹⁹ Los hermanos Christian y Lodewijk Huygens por medio de varias correspondencias abordaron el problema de *cuanto año debería vivir una persona desde que nace hasta la edad de 86 años*, iniciando de esta forma el cálculo de la *vida media* desde la perspectiva de Lodewijk y la *esperanza de vida* desde la perspectiva de Christian. Respecto a este último, el aporte de la naciente teoría de la probabilidad fue notable dado que éste personaje modeló el problema como un juego de azar, como billetes de lotería para ser más preciso (Díaz, 2009).

²⁰ Comerciante inglés nacido 1620, considerado el primer demógrafo por sus estudios sobre el tema a partir de las tablas de mortalidad de Londres, sintetizados en su notable obra *Natural and Political Observations Mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality*, publicada en 1662.

²¹ Médico y economista inglés, nacido en 1623, reconocido por sus estudios demográficos y su pensamiento de economista, los cuales se vieron reflejados en sus obras sobre Aritmética Política; con dicha corriente se empieza a introducir el pensamiento cuantitativo en torno a cuestiones económicas y sociales lo largo del siglo XVII (Alfaro, Meseguer, Mondéjar y Vargas, 2011).

impuestos, por citar un ejemplo; sin nombrar otros aspectos no económicos que pudieron servir de trampolín para esta naciente disciplina, contemporánea con la probabilidad.

En cuanto a los aportes de Graunt, éste, en sus intentos por explicar el origen de las plagas, logró establecer una independencia epistemológica entre los datos obtenidos en las observaciones y las hipótesis de la investigación –relación no causal-, lo que verdaderamente permitiría surgir la probabilidad y utilizar la estadística en este tipo de estudios. De esta manera llegó a indicar que las variaciones en los índices de contagios por peste dependían más del clima que de los cuerpos de las personas, debido a que el primer factor era más irregular que el segundo (Hacking, 2006). Además, el mismo Hacking afirma que con Graunt se tiene un primer intento de inferencia al estimar la población de Londres como consecuencia de una serie de argumentos, algunos de estos apoyados en los datos proporcionados en las *listas*²² de natalidad.

Pero, como hasta ese momento existían muchas lagunas conceptuales y se hacían planteamientos difícilmente explicables con los conocimientos desarrollados en la época, Petty llamó la atención respecto a la necesidad de crear una oficina central de estadísticas, asegurando que ésta traería múltiples ventajas para la nación, por ejemplo, con establecimiento de un sistema equitativo de anualidades (Hacking, 2006).

La historia continúa con los estudios de Gaspar Neumann en 1691, considerado el primero en usar datos estadísticos para fines no político, al mostrar que no era cierta la afirmación de que en los años terminados en 7 moría más gente de lo normal, basando su estudio en los archivos parroquiales de ciudad Breslau–Alemania-. Seguidamente, Edmund Halley realizó estudios de la vida humana, basado en los cálculos de Neumann; estudios de los que resultaron las populares tablas de mortalidad de Halley, usadas actualmente por las compañías de seguros (Hernández, 2005).

²² La palabra original es *bills*. Traducción libre.

Posteriormente, a partir del siglo XVIII empieza en auge de la Estadística Descriptiva aplicada a fenómenos económicos y sociales, de la mano con el desarrollo de la teoría de la probabilidad con los trabajos de brillantes matemáticos como Lagrange, Laplace, Gauss, Poisson y Moivre (Hernández, 2005). En este mismo siglo, específicamente en 1760, el economista Godofredo Achenwall acuña por primera vez la palabra estadística, proveniente del italiano *statical* y, más remotamente, del latín *status* que significa estado o situación (Hernández, 2005).

Tiempo después, a finales del siglo XIX y principios del XX, gracias a los estudios de Francis Galton sobre el método de correlación y los de Karl Pearson sobre el coeficiente de correlación, se consolida más esta disciplina; sin contar los aportes de notables otras figuras como Pafnuti Chebyshev o Andrèi Kolgómorov (Hernández, 2005). Asimismo, destacan los aportes de Ronald Fisher a la Bioestadística y la Inferencia Estadística²³, entrado el siglo XX.

Para finalizar, en relación a los gráficos estadístico, Quesada y Vergara (s.f.) indican que a William Playfair se le considera el inventor de los gráficos estadísticos lineales, de barras y circulares. Dicho ingeniero y economista escocés sostenía que los gráficos mostraban la información de forma más eficiente que las tablas de frecuencias; además, en 1786 usó por primera vez un gráfico de barras en su obra *Playfair's Statistical Breviary* y, en 1801 usó el primer gráfico de sectores en su obra *The Commercial and Political Atlas*.

²³ En Bioestadística destacan sus estudios con genética y, en Inferencia Estadística, por medio de sus tres libros *-Los métodos estadísticos, El diseño de experimentos y La inferencia estadística-* hizo aportes respecto a la diferencia entre muestra y población, el método de máxima verosimilitud, el diseño de experimentos y el análisis de varianza (Gómez, 2004).

MARCO METODOLÓGICO

3.1 DISEÑO DE INVESTIGACIÓN-ACCIÓN

La presente investigación es de tipo cualitativo y utiliza el diseño²⁴ de investigación acción, el cual se caracteriza por estudiar prácticas locales, involucrar indagación individual o grupal, centrarse en el desarrollo y aprendizaje de los participantes, implementar un plan de acción para generar un cambio, estudiar temas sociales de la comunidad, propiciar la participación de todo un grupo y, pretender mejoras en la vida y desarrollo humano de los participantes (Sampieri, Fernández, y Baptista, 2010). Específicamente, del diseño investigación-acción se utilizarán los dos primeros ciclos mostrados en la figura 3, a saber, la detección del problema y elaboración del plan.

En este sentido, como se indicó en el primer capítulo, el problema de estudio está relacionado con dos preocupaciones cruciales: por un lado, el uso inadecuado que las personas le dan a recursos como el agua y la energía, problemática que se agudiza a causa de los efectos del fenómeno del niño; por otro lado, las prácticas educativas centradas en el estudio de aspectos conceptuales y procedimentales de las matemáticas, mostrándose indiferentes a las dinámicas extraescolares e impidiendo ver las matemáticas como una herramienta útil para abordar las problemáticas de las sociedad.

²⁴ De acuerdo con Sampieri, Fernández y Baptista (2010) el diseño se refiere al “abordaje general que habremos de utilizar en el proceso de investigación”.

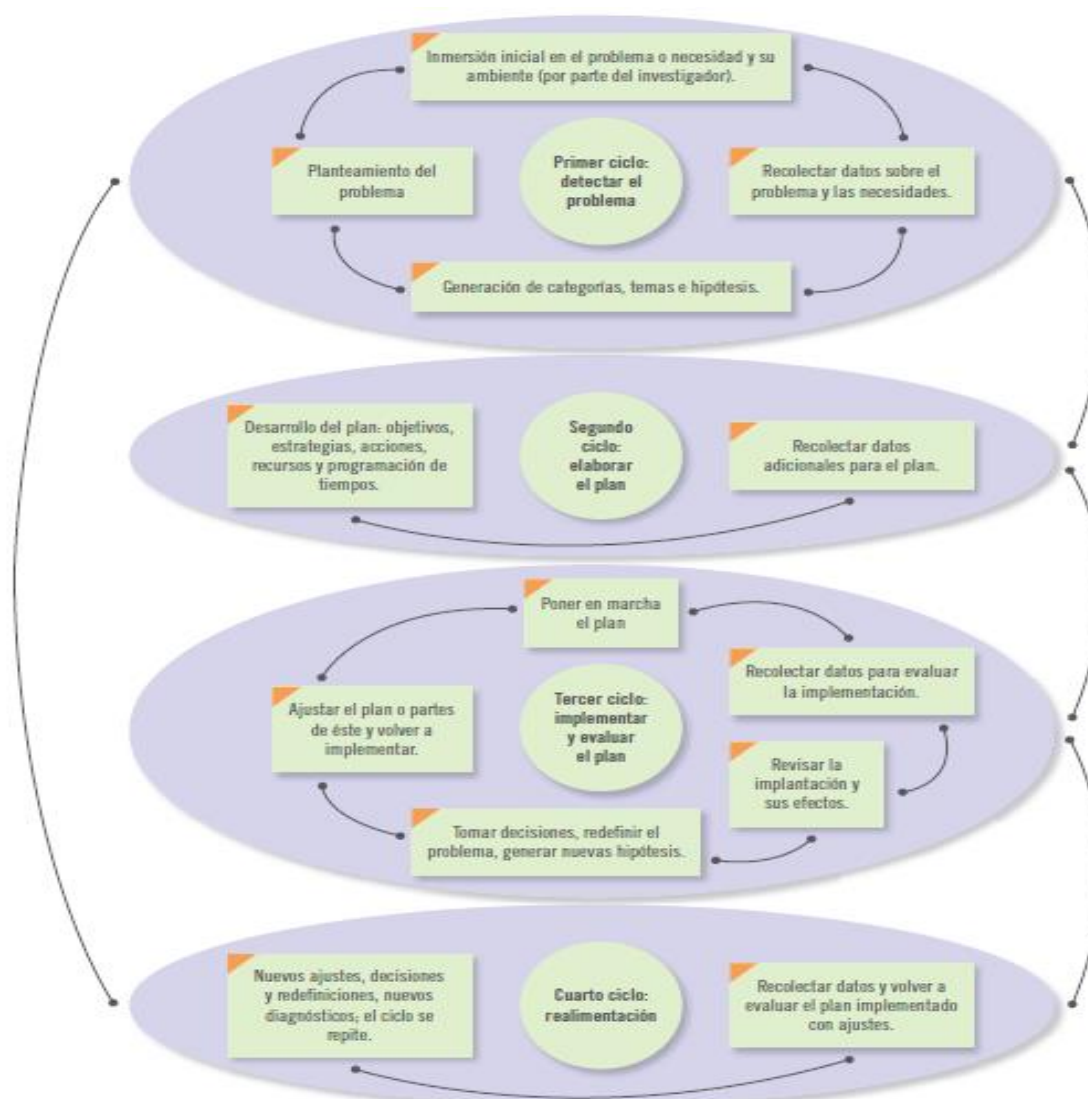


Figura 1. Ciclos para Llevar a Cabo la Investigación-Acción. Tomado de “Metodología de investigación” (5ª ed.), por R. Sampieri, C. Fernández y M. Baptista, 2010, p. 515

En consecuencia, se adoptan los postulados de la EMC al considerar que dicho enfoque aporta elementos conceptuales valiosos para concebir una enseñanza de las matemáticas que propicie la apertura de ambientes democráticos, los cuales a su vez permitan ver las matemáticas como una disciplina “de carne y hueso” como lo indica Valero (2006), es decir, que pueda “contribuir a la equidad social, al establecimiento de conexiones con la vida diaria y a la democratización de las relaciones sociales en nuestro país” (p. 2). Además, de dicho enfoque se adaptó la propuesta de

los *ambientes de aprendizaje* al considerar que permiten la estructuración de actividades referidas no solo a las matemáticas sino a semi-realidades y realidades; esta última referencia combinada con un enfoque investigativo se convierte en un ambiente de aprendizaje valioso porque permiten acercar a los estudiantes a realidades que los afectan y ocurren fuera del salón de clases, dándoles un papel protagónica en su formación académica y ciudadana.

En este sentido, se pudieron estructurar escenarios de investigación que en la medida de lo posible acercaran a los estudiantes a la problemática del uso eficiente del agua y la energía, a partir de la recolección y análisis de datos por medio de las tablas y gráficos construidos en el proceso, además del establecimiento de conjeturas a partir de los resultados y el planteamiento de estrategias encaminadas a optimizar el consumo de agua y energía. Nótese que en ese momento, los estudiantes estarían dando cuenta de alfabetización matemática y mostrando pensamiento crítico al reaccionar ante una crisis que les incumbe, tomar una postura, levantar juicios sustentados en los datos experimentales y proponer alternativas de solución. Es importante enfatizar en la acción de proponer, pues se considera que además de identificar una problemática y documentarse, es necesario que se vaya más allá al intentar aportar estrategias de solución las problemáticas presentadas en la comunidad.

3.2 ESTRUCTURACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

La problemática central del proyecto son los malos hábitos de consumo de agua y energía, ante la cual se espera que los estudiantes reaccionen, realicen los respectivos estudios y emprendan acciones para hacer un uso más eficiente de dichos servicios. En este sentido, la inmersión al tema empieza con una investigación en torno a aspectos como las proporciones de agua dulce y salada en el mundo, el papel del agua en la producción de energía y las consecuencias del aumento en la demanda de energía; luego se hace un acercamiento a la

problemática desde la realidad de la comunidad, a partir del estudio de niveles de contaminación en una fuente hídrica cercana; posteriormente se hace un estudio alrededor de las facturas de servicio público, que se conecta con el estudio de consumos de agua en el hogar a partir de las actividades que cotidianamente se desarrollan en éste; luego, finalizado el estudio de consumos en el hogar y la identificación de malos hábitos de consumo, se procede a diseñar y aplicar alternativas de uso eficiente y ahorro de agua en el hogar; para finalizar con la puesta en común e identificación de las estrategias que resultaron más efectivas, en el marco de un programa de educación ambiental para la divulgación y aprendizaje continuo de buenos hábitos de consumo a nivel de la comunidad.

En cuanto a las actividades propuestas a lo largo del proyecto, en concordancia con los planteamientos de Skovsmose (1999; 2000), éstas se basan principalmente en ambientes de aprendizajes de tipo 6, es decir, actividades organizadas en forma de escenarios de investigación y referidas a realidades que le dan significado a los conceptos estudiados y a las acciones de los estudiantes; claro ejemplo de esto son las unidades 2 y 4 porque requieren el manejo de datos directamente extraídos por los estudiantes de situaciones de la vida real y el análisis crítico de ellos.

Otras actividades como la 1 o la 3 transitan entre los ambientes 5 y 6 porque se trabaja a partir de datos e información encontrada en internet y otras fuentes, referidas a situaciones reales, sobre las cuales se entablan discusiones y se hacen los respectivos análisis en torno al consumo de agua y energía. En cuanto a las actividades 5 y 6, pueden considerarse constituyentes de los ambientes de aprendizaje de tipo 6 que se iniciaron con las otras unidades al enfocarse en la proposición y divulgación de estrategias para hacer un consumo eficiente del agua y la energía, así como en la preservación de las fuentes hídricas.

A continuación se profundiza en las intenciones de cada unidad y las cuestiones que en ellas se plantean.

3.2.1 Unidad 1

Esta unidad inicia con una introducción a la problemática central del estudio con la intención de que los estudiantes se interesen en ella; en términos de Skovsmose (2000) esta sería la invitación, la cual, deberá ser lo suficientemente llamativa y cercana a la realidad de los estudiantes para que estos acepte participar en ella. En este sentido, para despertar en interés de los estudiantes frente al asunto del uso eficiente del agua y la energía, se propone un trabajo alrededor de interrogantes relacionados con la escases de agua dulce en el mundo al comparar con la cantidad de agua salada, la relación entre las fuentes hídricas y la producción de energía, y las consecuencias del aumento en la demanda de energía, sobre todo en tiempos de sequía; entre otros temas que poco a poco irán insinuando la necesidad de optimizar el consumo de agua y energía, dada la importancia del primero para el sostenimiento de los ecosistemas y el bienestar de las comunidades.

Respecto a las dos figuras que se presentan en esta sección, se consideran doblemente interesantes, pues, además de mostrar la pequeña porción de agua dulce que hay al servicio de la humanidad, en comparación con el agua salada, dicha información es mostrada en un gráfico circular y un pictograma que permiten hacerse una mejor idea de esta relación; sin contar que dichas figuras están directamente asociadas a los conceptos estadísticos a los que se refiere esta propuesta didáctica. En cuanto a los puntos de discusión sobre estos gráficos, se hacen las siguientes precisiones:

- Respecto a la relación entre dichos gráficos estadísticos, se espera que los estudiantes noten, entre otras cosas, que el término *agua potable* del pictograma se refiere al agua

dulce superficial; además, que consulten el concepto de agua potable para ver si corresponde a la idea que el gráfico muestra.

- En cuanto a la precisión de pictograma, el hecho que se refiera a un patrón de medida no convencional, puede afectar la precisión de la información que se quiere proporcionar; sin embargo, permite hacer estimaciones de tipo ‘la cantidad de agua salada sobrepasa por mucho a la cantidad de agua dulce en el mundo’.
- Por último, remitirse a las fuentes de información sirve para evaluar la calidad de ésta, al averiguar si los resultados provienen de una investigación seria y la forma con se obtuvieron los datos es confiable.

3.2.2 Unidad 2

En esta unidad se profundiza en el asunto del deterioro de las fuentes hídricas a causa del mal manejo que las personas les dan, para lo cual, se invita a los estudiantes a realizar un estudio de los niveles de contaminación en un arroyo cercano a la comunidad por medio de un instrumento que los estudiantes mismo habrán de estructurar. Nótese que esta actividad acerca más a los estudiantes a la problemática en cuestión al mostrarla que es una realidad presente en su comunidad, sobre la cual deben emprender acciones urgentes al ser agentes directa o indirectamente implicados en el asunto.

Respecto a la contaminación hídrica²⁵, Segura (2007, p. 5) indica que ésta se lleva a cabo por “vertimientos, derrames, desechos y depósitos directos o indirectos de toda clase de materiales y generalmente, todo hecho susceptible de provocar un incremento de la degradación de las aguas, modificando sus característica físicas, químicas o bacteriológicas”. Además, entre los principales

²⁵ Segura (2007, p. 5) define la contaminación hídrica como “cualquier alteración de sus características organolépticas, física, químicas, radiactivas y microbiológicas, como resultado de las actividades humanas o procesos naturales, que producen o pueden producir rechazo, enfermedad o muerte al consumidor”.

contaminantes se encuentran: los agentes patógenos como virus y bacterias provenientes de los desechos orgánicos; los desechos orgánicos, porque las bacterias en ellos se producen consumen considerables cantidades de oxígeno para degradarlos; las sustancias químicas orgánicas como el petróleo, plásticos y plaguicidas; los sedimentos y demás sustancias insolubles que enturbian el agua; sustancias radiactivas y las aguas calientes que disminuyen el oxígeno y vulneran los organismos acuáticos (Segura, 2007).

En cuanto a los criterios para medir los niveles de contaminación del agua, se debe enfatizar que estos se escogen mediante una negociación con los estudiantes y no por imposición, de tal forma que se genere un ambiente más democrático en las decisiones tomadas en el salón de clase. Por tal motivo, un profesor puede mostrarles a los estudiantes una clasificación de los tipos de alteraciones de las fuente hídricas como la expuesta en Segura (2007), pero ellos deben decidir la pertinencia de una u otra de acuerdo a los recursos que se tienen a disposición; de esta manera la discusión respecto a la precisión y pertinencia del instrumento o la información recogida mediante este, resultará más enriquecedora y pondrá a los estudiantes *ad portas* del conocer reflexivo tal como lo concibe Skovsmose (1999; citado por Scaglia, 2012).

Profundizando más en las preguntas que se podrían establecer al final de la fase exploratoria, considerados puntos de entrada al conocer reflexivo de acuerdo a la caracterización hecha por Skovsmose (1999; citado por Scaglia, 2012, p. 215-216), se hacen las siguientes precisiones:

- Las preguntas *¿Las tablas y gráficos fueron bien contruidos?, ¿los cálculos fueron correctamente ejecutas?* y las preguntas *¿El gráfico elegido es adecuado?, ¿Existe algún gráfico que muestre mejor la información?* hacen referencias a las herramientas matemáticas.

- Las preguntas *¿los resultados obtenidos por todos fueron similares?, ¿A qué se deben las diferencias en las observaciones?* se refieren a la confiabilidad de las soluciones en un contexto específico.
- Las preguntas *¿Es suficiente la información obtenida para concluir que la fuente hídrica está o no contaminado?, ¿los resultados obtenidos se podrían extrapolar a otras fuentes hídricas de la zona?* se refieren a la necesidad o no de las matemáticas y sus técnicas para alcanzar un fin tecnológico²⁶, con la intención de que los estudiantes reconozcan que no siempre los procedimientos formales funcionan o resultan apropiados para abordar una situación.
- Las preguntas *¿Es necesaria usar conceptos estadísticos para obtener la información requerida?, ¿Los resultados obtenidos son confiables?, ¿Qué aspectos podría invalidar o generar sesgos en los resultados?*, se refiere a las consecuencias de usar determinadas técnicas para solucionar un problema.
- Y las preguntas *¿Resultados similares podrían haberse obtenido por métodos diferentes? ¿Cómo cuáles?, ¿La metodología escogida para hacer el estudio fue adecuada?, ¿La información obtenida sirve para conocer el estado de las fuentes hídricas de la zona? ¿Puede usarse como punto de partida para mejorar esta situación?* se refieren a la importancia de reflexionar sobre la manera como se usaron las matemáticas para afrontar tal situación.

²⁶ Quizás el aspecto tecnológico esté relacionado con las competencias tecnológicas, las cuales se refieren a aquellas “habilidades para resolver problemas enunciados en lenguaje natural, que surgen y se aplican en el mundo natural, social y cultural en el que viven los sujetos y en su vida cotidiana” (Skovsmose, 1999; citado en Scaglia, 2012, p. 214).

3.2.3 Unidad 3

La primera tarea de ésta unidad es la antesala para adentrarse en el estudio de los consumos de agua en el hogar y busca mostrarle a los estudiantes las matemáticas que se esconden *detrás* de las facturas de servicios públicas. Para lo cual, se recolectan una serie de facturas de servicio, en este caso las facturas de EMCALI, que presentan en la misma factura los servicios de agua, alcantarillado, energía y aseo; facturas a partir de las cuales se hace un estudio de los consumos de agua mes a mes, se analiza el gráfico presentado en ellas, se evalúan los algoritmos empleados para hacer los cobros según el concepto y se interpreta la relación entre servicio de agua y alcantarillado.

Luego de dicho estudio, acompañado de una fase de socialización, se realizan una serie de reflexiones en torno a los hábitos de consumo de los servicios públicos en los hogares y la forma como posiblemente estos se ven reflejados en los costos de las facturas. Dichos esfuerzos se decantan en la necesidad de hacer un estudio más detallado de los consumos promedios en el hogar con el fin de establecer las actividades cotidianas en el hogar en las que más se consume agua y las posibles alternativas para optimizar dicho consumo.

Respecto a las cuestiones propuestas en esta tarea se hacen las siguientes apreciaciones:

- Para la verificación de promedios el estudiante puede usar los valores asociados a las alturas de las barras de dicho gráfico o puede remitirse a cada una de las facturas y hacer el cálculo indicado; en todo caso lo más valioso de este punto es la discusión que se puede iniciar respecto a la responsabilidad social de estas instituciones y la importancia de que el usuario permanezca alerta de esta información proporcionada en las facturas para identificar irregularidades en los cobros.

- En cuanto a la realización de estimaciones a la luz de la información obtenida a partir de los datos y sobre la fiabilidad de las predicciones, el propósito es que los estudiantes establezcan hipótesis e intenten hacer inferencias a partir de la información que tienen a la mano, siendo conscientes de la inestabilidad de dichas apreciaciones.
- En relación con la suposición de que la cantidad de agua consumida es igual a la vertida en el desagüe, la intención es mostrarle a los estudiantes la importancia de la idealización en matemáticas y otras áreas para facilitar la realización de los estudios.
- En cuanto a las preguntas *¿Cómo se obtiene el total a pagar en el concepto valor consumo, en función de la cantidad de agua consumida en ese mes?* y *¿Cuál es la función del concepto ajuste al peso para obtener el total final a pagar?*, con éstas se busca que los estudiantes reconozcan el sencillo modelo matemático que se emplea para obtener el valor total, en función de ciertos valores proporcionados de la tabla presentada en la sección de acueducto, para que los estudiantes vean un ejemplo de la manera como operan las matemáticas en ese contexto específico (Skovsmose y Valero, 2012a).
- Por último, respecto a las preguntas que guiarán el momento de la socialización, en relación con los meses de mayor consumo y las causas de dichas fluctuaciones, se espera que los estudiantes se vean forzados a recolectar datos, organizarlos e identificar el valor con mayor frecuencia de ocurrencias -la moda-; asimismo, se espera que traten de identificar las actividades causantes de dichas fluctuaciones en el consumo y piensen alternativas para hacer mejorar sus consumos.

Cabe agregar que este tipo de cuestiones, complementadas con las de la siguiente unidad, direccionarán a los estudiantes en el diseño de las estrategias para optimizar el consumo en sus hogares.

Por otro lado, la segunda tarea invita a tomar una postura crítica frente al ahorro de energía y las estrategias que el gobierno propuso para hacerle frente a la amenaza de un racionamiento programado de energía, a causa de la fuerte oleada de calor que azotó el país entre los años 2015-2016. La idea es que los estudiantes conozcan diferentes puntos de vista ante esta situación, que tomen su propia postura al respecto y estén en la capacidad de proponer alternativas para conciliar las partes implicadas. Este tipo de actividades le facilitará a los estudiantes percibir la importancia de tomar decisiones razonables, posiblemente, con argumentos apoyados en las matemáticas –o la estadística en este caso-.

3.2.4 Unidad 4

Como se expresó anteriormente, en esta unidad se le propone a los estudiante que realicen un estudio de consumos de agua en sus respectivos hogares, en el transcurso de una semana y discriminando entre varios grupos de actividades. En este punto es crucial la negociación con los estudiantes para categorizar dichas actividades pues esto les da protagonismo y exige que sean capaces de llegar a consensos; asimismo, el hecho de pensar en las estrategias de recolección, organización y análisis de datos, es crucial para que los estudiantes adquieran este tipo hábitos investigativos a la hora afrontar una situación problema, para que sus acciones sean fruto de una planeación previa y no por azar.

En cuanto a los consumos por mes o año, la idea es que lo estudiantes intenten inferir dicha información a partir de los datos recolectados, siendo conscientes del riesgo de error en este tipo de predicciones dado que los datos por si solos no garantizan esta información. Este tipo de

actividades correspondería al nivel de lectura *más allá de los datos*; mientras que los consumos por días o semana, dada que es información directamente soportada por los datos, corresponderían más bien a un nivel de lectura *entre los datos*.

Por último, en la fase de socialización, el trabajo en equipo en el establecimiento de los consumos medios a nivel del curso y la identificación de los malos hábitos de consumo de agua o energía, se considera una trabajo enriquecedor porque favorecer ambientes más democráticos en el aula de clase, permitiendo evidenciar la riqueza de puntos de vista que puede hacer frente a una problemática y emprender acciones que incluyan esta diversidad de apreciaciones; igualmente tales actividades sirven como punto de partida para el establecimiento y valoración de la viabilidad de las propuestas para optimizar los consumos en el hogar.

3.2.5 Unidad 5

En esta unidad, como fruto de los análisis y reflexiones realizadas en las anteriores unidades, se invita a los estudiantes a diseñar una alternativa para optimizar el consumo o ahorrar agua en sus hogares, acompañadas de la aplicación y verificación de la pertinencia de dicha propuesta. Asimismo se les invitará a realizar un análisis de las potencialidades y dificultades de sus estrategias, para que sean conscientes que un intento de solución de una crisis puede dar pasos a nuevas crisis en el futuro (Skovsmose, 1999). Además, se espera que la estadística esté presente en los procesos de recolección, organización e interpretación de los datos realizados por los estudiantes, como facilitadora en la realización de comparaciones y la toma de decisiones frente al problema de estudio.

En cuanto a la detección de fugas y los dispositivos ahorradores de agua, se considera un estudio pertinente porque les muestra a los estudiantes otros aspectos que pueden influir en el ahorro de agua, además de brindarles algunos conocimientos técnicos al respecto. Para finalizar,

se resalta la importancia de esta unidad frente a las otras por el hecho que en ella se trata de ir más allá de la simple detección y análisis de una problemática, sino que busca aportar soluciones razonadas a ese dilema; también se hace énfasis en la importancia escuchar las diversas opiniones que pueden tener los estudiantes respecto al tema, las cuales deberían ser consideradas, en mayor o menor medida, a la hora de tomar las decisiones que los afectan a todos. Este tipo de hábitos son los que deberían adquirir y poner en práctica las personas en todos los ámbitos de sus vidas para propiciar espacios más democráticos con sus semejantes y dar cabida a cambios significativos en la sociedad.

3.2.6 Unidad 6

En la sexta y última unidad se empieza con la socialización de los resultados obtenidos por los estudiantes al aplicar sus estrategias de ahorro, se hacen comparaciones con las estrategias aplicadas por otros y, entre todos, escogen las estrategias que se consideran más pertinentes para divulgarlas a la comunidad. Dichas campañas de divulgación son consideradas por Jiménez y Marín (2007, p. 32) un eje central en un “programa de uso eficiente y ahorro de agua y energía”, el cual, tiene la finalidad de facilitar la adopción de buenos hábitos de consumo por parte de la comunidad y la consolidación lazos de solidaridad, responsabilidad y sentido de pertenencia con los problemas ambientales que los afectan.

PROPUESTA DIDÁCTICA

4.1 PROYECTO CONSUMIDORES RACIONALES VS. DERROCHADORES²⁷

En este capítulo se presenta el proyecto *Consumidores racionales vs. Derrochadores*, a manera de una guía para el docente. Asimismo, en el Anexo 1 podrá encontrar un bosquejo de cómo podrían ser las fichas para el estudiante para una población prototípica con las siguientes características: estudiantes de un estrato socio-económico intermedio de la Ciudad de Cali, que no presenten situaciones que puedan afectar el trabajo en equipo o las salidas de campo (por ejemplo, en el caso de escuelas en posición de frontera²⁸ o en sector con problemas de violencia y conflicto arraigados), y que tengan en sus hogares acceso a los servicios públicos vitales por medio de la empresa de servicios públicos EMCALI.

Dicho proyecto consta de 6 unidades alrededor del tema del consumo de agua y energía en la comunidad; a continuación se caracteriza cada una de ellas.

4.1.1 Unidad 1: Primer acercamiento a la crisis (la invitación)

La incursión en el tema del uso eficiente del agua y energía empieza con algunos interrogantes respecto a algunos puntos críticos, como lo limitado de dicho recurso y su importancia en diversos sectores de la sociedad, con la intención de abrir los primeros espacios

²⁷ En este apartado se hace una descripción muy general de tipo de actividades que se podrían proponer a los estudiantes, sin entrar en detalles pues, siendo coherentes con los postulados de la EMC, las actividades que se propongan en clase deben ser permeadas por el contexto socio-político que rodea a los estudiantes. En este sentido, Skovsmose y Valero (2012a) en uno de los escenarios críticos que proponen para abordar la relación entre educación matemática y democracia, llaman la atención sobre la importancia de “redefinir las matemáticas en conexión con el contexto social en el que operan y con los fenómenos educativos en los que están inmersas” (p. 17); pero dichos contextos no deben ser ajenos a la realidad e intereses de los estudiantes para que la invitación a trabajar en torno a una situación problema sea bien recibida.

²⁸ Martínez (2014) hace un estudio de este tipo en sector vulnerable de la ciudad de Cali y en este se definen las fronteras invisibles como “las delimitaciones de los territorios de las pandillas. Estas fronteras son simplemente las calles que los habitantes del sector no pueden transitar libremente so pena de perder su vida” (Ochoa, 2012; citado en Martínez, 2014, p. 16).

de discusión y generar inquietud en los estudiantes respecto al tema en cuestión, por ejemplo: ¿Qué entienden por *uso eficiente del agua o energía eléctrica*?, ¿El agua es un recurso ilimitado?, ¿existe alguna relación entre el agua y la producción de energía eléctrica?, ¿qué consecuencias puede tener sobre las fuentes hídricas el aumento de la demanda energética en las ciudades?. Cabe aclarar que para dar respuesta a estos interrogantes el estudiante tendrá que documentarse al respecto, de tal manera que sus argumentos tengan un respaldo teórico y no se queden en simples divagaciones o puntos de vista personales que desconozcan el punto de vista de otros.

Asimismo, otros temas de consulta son: el racionamiento de agua en temporadas de sequía (causas y repercusiones en el estilo de vida de las personas), ¿Dónde caen los desechos del alcantarillado de tu barrio?, la situación de sequía y la mortalidad de animales por este motivo en algunas regiones de Colombia, proporciones de agua dulce y salada en el mundo de la cual se derivan preguntas del estilo ¿Luego de estimar la cantidad de agua dulce que se consume en el mundo, te parece suficiente la cantidad de agua potencialmente consumible en el mundo para satisfacer dicha demanda?²⁹ o ¿es importante hacer un uso racional del agua, teniendo en cuenta la disponibilidad actual de este recurso?³⁰.

Por ejemplo, respecto la distribución de aguas en el planeta, “Aguas” (2010) presenta las siguientes figuras que muestran un inquietante panorama al respecto y pueden dar pie a la discusión respecto a la limitada oferta de agua dulce en el planeta³¹:

²⁹ Las ideas es que, estimando el consumo promedio de agua de una persona y conociendo las estadísticas de población mundial, realicen dicho cálculo para que tengan información en la cual apoyar sus argumentos.

³⁰ Estos temas de consulta servirán de insumo para las salidas de campo y las discusiones entabladas sobre el asunto.

³¹ Adicionalmente, Segura (2007, p. 27) hace algunas consignas respecto a los recursos hídricos en Colombia, información que se podría nutrir el debate en torno dicho tema.

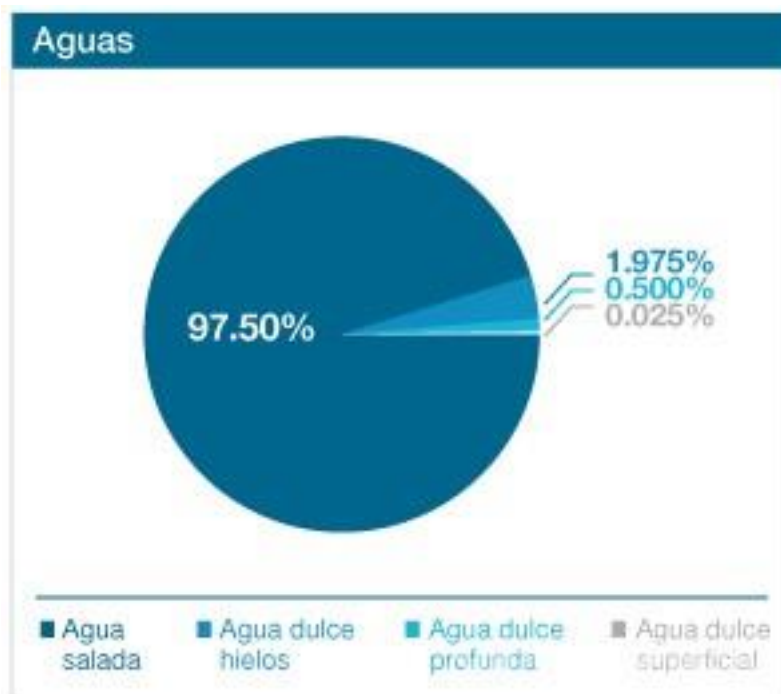


Figura 2. Distribución de aguas en el planeta. Tomado de “Agua”, por Greenpeace Colombia, 2010.



Figura 3. Comparación entre agua dulce y salada en el planeta. Tomado de “Agua”, por Greenpeace Colombia, 2010.

Al respecto se puede entablar una discusión sobre aspectos como: la relación entre los gráficos y revisión del concepto *agua potable*, la precisión del pictograma, la confiabilidad de los gráficos y la fuente de esta información, etc.

Para finalizar, se hace un resumen de los principales puntos de discusión y las reflexiones surgidas al respecto, con la intención de confirmar la aceptación de los estudiantes a estudiar la problemática en torno al uso eficiente del agua y la energía. Cabe aclarar que la invitación a participar en el asunto está presente en transcurso de la unidad, pues, mediante las discusiones se espera ir concientizando a los estudiantes respecto a la importancia de preservar un recurso tanpreciado como lo es el agua, a partir del cuidado de las fuentes hídricas en la comunidad y la adquisición de buenos hábitos de consumo en el hogar.

4.1.2 Unidad 2: Contaminación hídrica

En grupos los estudiantes deberán decidir qué criterio consideran importantes para medir el nivel de contaminación de una fuente hídrica de su comunidad, por ejemplo, basándose en el color del agua o la cantidad de residuos inorgánicos que arrastre. Para lograr este fin, el profesor puede poner a consideración de los estudiantes algunos criterios o técnicas que a nivel ‘profesional’ se utilicen para tal fin.

Por ejemplo, los criterios para medir los niveles de contaminación del agua se pueden establecer a partir de las alteraciones físicas del agua, que junto a las químicas y biológicas componen la clasificación de los tipos de alteraciones de dicho recurso (Segura, 2007, p. 8). En la siguiente tabla se caracteriza dicho tipo de alteraciones por considerarse las fáciles de percibir en el agua sin tener que recurrir a instrumentos especializados como los microscopios; sin

embargo, no se quita la posibilidad de combinar otros tipos de alteraciones a la hora de establecer los criterios para medir los niveles de contaminación, si los estudiantes así lo deciden.

Tabla 5. *Alteraciones físicas del agua*

Alteraciones físicas	Tipo de Contaminación que indica
Color	El agua no contaminada suele tener ligeros colores rojizos, pardos, amarillentos o verdosos debido, principalmente, a los compuestos húmicos, férricos o los pigmentos verdes de las algas que contienen. Las aguas contaminadas pueden tener muy diversos colores pero, en general, no se pueden establecer relaciones claras entre el color y el tipo de contaminación
Olor y sabor	Compuestos químicos presentes en el agua como los fenoles, diversos hidrocarburos, cloro, materias orgánicas en descomposición o esencias liberadas por diferentes algas u hongos pueden dar olores y sabores muy fuertes al agua, aunque estén en muy pequeñas concentraciones. Las sales o los minerales dan sabores salados o metálicos, en ocasiones sin ningún olor.
Temperatura	El aumento de temperatura disminuye la solubilidad de gases (oxígeno) y aumenta, en general, la de las sales. Aumenta la velocidad de las reacciones del metabolismo, acelerando la putrefacción. La temperatura óptima del agua para beber está entre 10 y 14°C. Las centrales nucleares, térmicas y otras industrias contribuyen a la contaminación térmica de las aguas, a veces de forma importante.
Materiales en suspensión	Partículas como arcillas, limo y otras, aunque no lleguen a estar disueltas, son arrastradas por el agua de dos maneras: en suspensión estable (disoluciones coloidales); o en suspensión que sólo dura mientras el movimiento del agua las arrastra. Las suspendidas coloidalmente sólo precipitarán después de haber sufrido coagulación o floculación (reunión de varias partículas)
Radiactividad	Las aguas naturales tienen unos valores de radiactividad, debidos sobre todo a isótopos del K. Algunas actividades humanas pueden contaminar el agua con isótopos radiactivos.
Espumas	Los detergentes producen espumas y añaden fosfato al agua (eutrofización). Disminuyen mucho el poder autodepurador de los ríos al dificultar la actividad bacteriana. También interfieren en los procesos de floculación y sedimentación en las estaciones depuradoras.
Conductividad	El agua pura tiene una conductividad eléctrica muy baja. El agua natural tiene iones en disolución y su conductividad es mayor y proporcional a la cantidad y características de esos electrolitos. Por esto se usan los valores de conductividad como índice aproximado de concentración de solutos. Como la temperatura modifica la conductividad las medidas se deben hacer a 20°C

Nota. Tomado de “Estudio de antecedentes sobre la contaminación hídrica en Colombia”, por L. Segura, 2007, p.

Con base en criterios de este tipo se diseñarán las rejillas de análisis y se procederá a su aplicación, realizando los respectivos análisis y las reflexiones que se consideren pertinentes al respecto. En este punto se espera que los conceptos estadísticos surjan como una herramienta útil para organizar los datos, extraer información a partir de ellos y apoyar el establecimiento de conclusiones; por ejemplo, se podría establecer una escala de 1 a 10 para los niveles de contaminación de las fuentes hídricas, realizar las mediciones pertinentes y construir un gráfico con los resultados obtenidos por cada estudiante, para hacer las comparaciones pertinentes y tratar de establecer el valor que mejor los represente a todos.

Algunas de las preguntas que pueden direccionar la discusión son las siguientes: ¿Las tablas y gráficos fueron bien contruidos?, ¿los cálculos fueron correctamente ejecutados?, ¿El gráfico elegido es adecuado?, ¿Existe algún gráfico que muestre mejor la información?, ¿los resultado obtenidos por todos fueron similares?, ¿A qué se deben las diferencias en las observaciones?, ¿Es suficiente la información obtenida para concluir que la fuente hídrica está o no contaminado?, ¿los resultados obtenidos se podrían extrapolar a otras fuentes hídricas de la zona?, ¿Es necesaria usar conceptos estadísticos para obtener la información requerida?, ¿Los resultados obtenidos son confiables?, ¿Qué aspectos podría invalidar o generar sesgos en los resultados?, ¿Resultados similares podrían haberse obtenido por métodos diferentes? ¿Cómo cuáles?, ¿La metodología escogida para hacer el estudio fue adecuada?, ¿La información obtenida sirve para conocer el estado de las fuentes hídricas de la zona? ¿Dicha información puede usarse como punto de partida para mejorar el estado de las fuentes hídricas?.

Para finalizar, sería importante que se diseñaran estrategias y se emprendieran acciones para tratar de recuperar este tipo de fuentes hídricas, por ejemplo, hacer campaña de concientización en la comunidad, proponer jornadas de recolección de basuras en las orillas de los arroyos o

pegar carteles en los alrededores que inviten a las personas a preservar las fuentes hídricas. Este tipo de iniciativas pueden hacer parte del programa de educación ambiental³² que se pretende instaurar en la unidad 6. Tiempo después de aplicar las estrategias correctivas, sería pertinente realizar otra toma de muestras para medir los niveles de contaminación en el afluente, comparar con los pasados y decidir si las estrategias surtieron algún efecto.

4.1.3 Unidad 3: Los servicios públicos

En esta unidad se harán dos tareas relacionadas con algunos servicios públicos: la primera, enfocada en el estudio de las facturas de servicios públicos respecto a los servicios de agua y alcantarillado; la segunda, dirigida al análisis de las estrategias emitidas a principios del 2016, enfocadas en el ahorro de energía para soportar la crisis energética a causa de la fuerte oleada de calor que azotaba al país por esas fechas. A continuación se describen dichas tareas.

4.1.3.1 Tarea 1: Estudio de las facturas de servicios públicos

Esta tarea inicia con el reconocimiento y familiarización de los estudiantes con la información presentada en las facturas de servicios públicos³³. Para lo cual, se les solicita que consigan seis facturas recientes y de meses seguidos, realizando un trabajo alrededor de los siguientes aspectos o cuestiones:

- ¿Qué servicios se cobran en la factura?
- ¿Qué muestra el gráfico de barras que se presenta en la sección de acueducto?
- Ubícate en la factura más reciente de las seis que recolectaste y verifica si el valor del promedio es correcto.

³² De acuerdo con Jiménez y Marín (2007, p. 32), un programa de Educación Ambiental puede facilitar a la comunidad “aceptar los cambios sobre hábitos y usos del recurso hídrico con el fin de consolidar lazos de solidaridad, responsabilidad ambiental y pertenencia con los problemas ambientales, entre ellos el uso racional del agua”.

³³ Para este estudio se utilizaron las facturas de servicios de las Empresas Municipales de Cali (EMCALI). En el anexo 2 se encuentra un ejemplo de estas facturas.

Posteriormente, en la fase de socialización se podrá iniciar una discusión respecto a la responsabilidad social de estas instituciones y la importancia de que el usuario permanezca alerta de la información proporcionada en las facturas para identificar irregularidades en los cobros.

- ¿Con base en la información proporcionada en la gráfica podrías estimar cuánta agua consumirás el siguiente mes?, ¿Qué tan confiable podría ser esa estimación?, ¿Qué factores podrían afectar dicho resultado?
- Comparando los consumos de agua y con las cantidades vertidas al desagüe cada mes, se observa que estos valores son iguales, en este orden de ideas ¿Por qué cree que en la factura asumen que la cantidad de agua consumida es igual a la cantidad de agua vertida en el desagüe?, ¿Qué pasaría si se diferenciaban esas dos cantidades?, ¿Qué aspectos se deberían tener en cuenta para hacer tal diferenciación?
- En la sección del servicio de acueducto, ¿Cómo se obtiene el total a pagar en el concepto valor consumo, en función de la cantidad de agua consumida en ese mes?, ¿Cuál es la función del concepto ajuste al peso para obtener el total final a pagar?

Esta tarea finaliza con una fase de socialización y comparaciones de los resultados obtenidos por todos los estudiantes. Algunas cuestiones que se pueden someter a consideración en este punto, a nivel del grupo, son las siguientes: ¿cuál fue el mes en que más agua se consumió?, ¿A qué pudo deberse dicho aumento en el consumo?, ¿Qué estrategias se podrían implementar para optimizar dicho consumo?

4.1.3.2 Tarea 2: Racionamiento de energía

Los primeros días del mes de Marzo de 2016 el presidente de la república llamó la atención sobre la necesidad de concientizar a los colombianos respecto a la importancia de ahorrar

energía, para evitar recurrir a la implementación de medidas extremas como el racionamiento programado de energía³⁴. Además, se propuso implementar una metodología de multas e incentivos para quienes consumieran más o menos energía en comparación con cierto valor de referencia. En la siguiente figura se ilustra a grandes rasgos en qué consiste dicha iniciativa:



Figura 4. ABC incentivos y multas para consumo de energía. Tomado de “La difícil tarea de enseñar las multas e incentivos al consumo de energía”, por L. Mariño, 2016.

Nótese que el valor de referencia es el promedio de consumos de los últimos seis meses hasta febrero del 2016. Ante lo cual surgen los siguientes interrogantes: ¿por qué razón se usa el promedio como valor de referencia?, ¿Qué pasará si se escogiera como valor de referencia solamente el consumo del mes de Febrero?, ¿Será el promedio es el estadístico más apropiado

³⁴ En el siguiente enlace se encuentra un artículo en el que se puede encontrar información al respecto: <http://www.eltiempo.com/economia/sectores/santos-descarta-rationamiento-en-colombia/16531639>.

para establecer dicho valor de referencias?, ¿A quién favorecería más el valor arrojado por cada estadístico de tendencia: a la entidad prestadora del servicio o a los usuarios?, ¿Cuál será el estadístico que favorece más a ambas partes?

Por otro lado, algunas personas reaccionaron negativamente ante este tipo de campañas, como en el caso de Mariño (2016) quien presentó los siguientes argumentos al respecto:

“La metodología para el incentivo o multa señala que se les compense en dinero a los usuarios cada kilovatio [por] hora que ahorren por debajo de su promedio a \$450. Por el contrario, para quienes superen ese consumo de febrero la idea es que paguen cada kilovatio adicional al costo unitario (que en promedio es \$400) más los \$450 de multa. Es decir, que por cada kilovatio extra se pague cerca de \$900.

Pero, las cosas no son tan simples, ya que los colombianos que ahorren en sus casas no recibirán inmediatamente el dinero, si en conjunto la región en la que viven no ahorra. Es decir, si por ejemplo Codensa, que tiene como área de influencia Bogotá y Cundinamarca, tuvo una demanda en febrero de 1.315 millones de kilovatios y en marzo no cumplen la meta de ahorro, no se le pagará ni a la empresa ni a los usuarios.

Siendo así, los expertos señalan que estas medidas serán un saludo a la bandera, ya que nadie tendrá incentivos para ahorrar si depende de su vecino”.

Asimismo, en la noticia “Defensoría del Pueblo” (2016) se expresa lo siguiente:

“Martha Alonso, defensora delegada para los derechos colectivos, cuestionó este martes que el Gobierno aplique sanciones al aumento del consumo energético durante la época de Semana Santa, donde normalmente se incrementa el uso de este servicio.

Según la funcionaria, aunque se debe ahorrar energía, es inevitable para muchos usuarios aumentar su consumo si durante la época de descanso no salen de viaje y permanecen más tiempo del habitual en el hogar.

Por otro lado, los usuarios también pueden verse afectados si hoteles o demás empresas dedicadas al turismo requieren de más energía para operar y previendo las sanciones trasladen estos costos a las tarifas que paguen los ciudadanos”.

En relación a lo anteriores, se presentan interrogantes como: ¿Cuál es su postura al respecto?, ¿Qué propondría usted para que ambas partes quedaran satisfechas?, ¿Existen intereses lucrativos ocultos entre quienes promueven este tipo de iniciativas?, ¿Este tipo de propuesta debería hacerse solo en tiempos de sequía o deberían aplicarse todo el tiempo?, entre otras; pues en últimas el tipo de preguntas que se hagan depende del rumbo que tome la discusión, además, el profesor deberá estar constantemente invitando a los estudiantes a explicitar sus posturas al respecto.

4.1.4 Unidad 4: Consumo de agua en el hogar

El propósito de la presente unidad es estudiar el consumo de agua en el hogar durante una semana, para lo cual se pide a los estudiantes que identifiquen las actividades u oficios en los que se realiza un consumo considerable de agua en sus respectivas casas. Un ejemplo de categorías puede ser el siguiente: aseo personal (ducharse, cepillarse, usar el inodoro, etc.), aseo de la casa (trapear, lavar el andén o antejardín, lavar los baños), lavar ropa (prendas, cobijas, toallas, etc.), lavar la vajilla y lavar los vehículos (bicicleta, moto, carro, etc.); sin embargo, esta categorización se negocia con los estudiantes y en últimas ellos escogen la que les parezca más adecuada. Además, para acompañar este trabajo, se plantean interrogantes a los estudiantes en torno a las razones por las que escogieron determinada clasificación, sobre los resultados que

esperan obtener en cada categoría o las estrategias a emplear para recolectar, organizar y analizar los datos.

En cuanto a los datos recolectados en su estudio, a partir de ellos se puede establecer un promedio de consumo de agua por días o se puede tratar de inferir el total que se producirá a final del mes en caso que el consumo permanezca más o menos regular. También se pueden realizar preguntas relacionadas con los oficios en los que se hace mayor o menor consumo por día, semana, mes o incluso en el año, redactando dichas cuestión de tal forma que inviten a los estudiantes a realizar gráficos como apoyo en sus análisis; sin embargo, si emplean otros métodos para hacer los respectivos análisis, se puede hacer un contraste entre sus métodos y el que emplea gráficos, para que ellos mismos decidan cuál facilita más la realización de ese tipo de estudios.

Para finalizar, se hace una socialización de los resultados que obtuvieron los estudiantes en la anterior actividad y, entre todos pueden llegar a establecer un promedio de consumo de agua a nivel del grupo, para compararlo con el obtenidos en la unidad anterior. En este punto se puede entablar una discusión a partir las comparaciones entre los consumos, tratando de establecer las causas de tales diferencias; además, se realiza una reflexión en torno a las actividades cotidianas que requieren más agua y sobre los malos hábitos de consumo.

4.1.5 Unidad 5: Estrategias para optimizar el consumo de agua en el hogar

A partir de los estudios adelantados por los estudiantes en las anteriores unidades y, posiblemente, tras haber despertado su consciencia respecto a la importancia de hacer un uso eficiente del agua y la energía, buscando preservar el medio ambiente o incluso favorecer la economía del hogar, se pide a los estudiantes que elaboren propuestas para ahorrar agua y

energía en sus hogar; por ejemplo, recoger el agua que bota la lavadora luego de enjuagar la ropa y usarla para vaciar los baños o lavar los andenes.

Luego de diseñar sus estrategias, se pide a los estudiantes que las sometan a prueba durante una semana, tiempo durante el cual deberán volver a tabular los datos de consumos por días, para posteriormente evaluar la viabilidad de dichas propuestas a la luz de los resultados obtenidos. En este punto es importante que el estudio se empiece inmediatamente después de que se facture el último mes, para poder hacer una comparación con los consumos medidos en la anterior unidad.

Adicionalmente, se puede realizar un estudio alrededor de la detección de fugas de agua y sobre dispositivos ahorradores de esta, para contar con otras alternativas para optimizar el consumo de agua en los hogares e identificar nuevas posibles causas de las fluctuaciones en los consumos de agua en el hogar. Por ejemplo, respecto a los dispositivos ahorradores de agua, Jiménez y Marín (2007) caracteriza algunos dispositivos ahorradores como los sanitarios de bajo consumo, los reductores de flujo para dichas, dispositivos aireadores para llaves de cocinas y lavaderos, las válvulas con sensores, etc.; además, indican que algunos hábitos de consumo que resultan favorables consisten en llenar la lavadora con cargas de agua adecuadas y la recirculación de sus aguas para lavar pisos o vaciar los sanitarios.

Por otro lado, en lo referido a la detección de fugas, Jiménez y María recomiendan la siguiente manera de proceder: primero se debe suspender el uso de agua durante media hora para garantizar que los tanques de reserva se llenen completamente, luego, se toma la lectura del medidor de consumo o contador y, pasados diez minutos, se vuelve a tomar la lectura para comprobar si ésta difiere de la tomada en un principio; si las lecturas difieren es porque hay una fuga en la casa, la cual puede provenir de un grifo que gotea, un inodoro en mal estado o tuberías

con filtraciones. En el caso específico de fugas en el inodoro, la detección se puede hacer diluyendo un colorante en tanque y comprobando la presencia de éste en la taza.

Por último, la reparación de dichas fugas puede ser tan sencillo como cambiar los empaques de las llaves gastados o limpiar la acumulación de residuos en los grifos, sin embargo, hay otro tipo de fugas que requieren la intervención de personal especializado en dichos asuntos para evitar causar daños mayores (Jiménez y Marín, 2007).

4.1.6 Unidad 6: Educación Ambiental

En esta unidad, en un primer momento, se hace una socialización de los resultados de la aplicación de las estrategias de ahorro con los compañeros de clase y se establece una debate alrededor de los siguientes interrogantes: ¿Vale la pena ahorrar agua?, ¿Cuáles considera que son las estrategias más efectivas para ahorrar agua?, ¿Cuáles son las consecuencias de ahorrar agua a nivel del hogar, de la región y mundial?, ¿Qué pasaría si todo el mundo hiciera un uso eficiente del agua?

Posteriormente, en un segundo momento, se propone hacer la divulgación de los resultados obtenidos por los estudiantes, ante la comunidad, con el deseo de concientizar a las personas respecto a la importancia de realizar un uso eficiente del agua y la energía, y para propiciar la adquisición de buenos hábitos de consumo para sobrellevar las sequías en los meses de verano o preservar el ambiente. La idea es tratar de instaurar un programa de educación ambiental enfocado a al uso eficiente del agua y energía, al interior de la institución educativa o incluso de la comunidad; de tal manera que los hallazgos hechos por los estudiantes trasciendan de las cuatro paredes del salón de clase y sirvan de base para capacitar a la comunidad en estos aspectos.

En este punto se pueden retomar las estrategias para la preservación de las fuentes hídricas diseñadas en la unidad 2, para incluirlas en un programa de educación ambiental que se pretende instaurar con la intención de darle continuidad a este tipo de iniciativas. La idea sería fundar una especie de comunidad de aprendizaje en la que constantemente se estén generando propuestas para optimizar el consumo de agua y energías, y para que perduren los canales de comunicación con la comunidad.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

La propuesta didáctica que se elaboró guarda coherencia con varios planteamientos de la Educación Matemática Crítica, al buscar que los estudiantes asuman una postura crítica ante las problemáticas que se presentan en la sociedad y tratar de establecer espacios más democráticos en el salón de clase, incentivando el respeto por la diversidad de puntos de vista de los estudiantes y la unión de esfuerzos para alcanzar un bien común. Asimismo, la propuesta es coherente con los postulados de la Educación Estadística Crítica, porque en ella se aproxima a los estudiantes contextos sociopolíticos, propicia en estudio de datos cercanos a la realidad que viven los estudiantes, delega responsabilidades y promueve debates en el salón de clase.

Respecto a las hipótesis planteadas en un inicio, referidas a que las matemáticas brindan algunas herramientas para abordar las crisis que se presentan en la sociedad y que la estadística es un medio para desarrollar el pensamiento crítico de los estudiantes, se piensa que los alcances de esta investigación no son suficientes para dar cuenta de ello; sin embargo las actividades se diseñaron confiando en dichos principios, pues en ellas se trata de otorgar a los estudiantes un rol investigativo, presentándoles una problemática latente en su comunidad e invitándolos a emprender acciones correctivas como fruto de los estudios desarrollados al respecto. Queda faltando la puesta en acto para confirmar la viabilidad de la propuesta de acuerdo a tales principios, pues no necesariamente las propuestas didácticas evolucionan como se esperaba al momento de su planeación.

Otro aspecto sobre el que se hizo mucho énfasis en el transcurso de esta investigación tiene que ver con el diseño y divulgación de alternativas para afrontar las crisis que se estén estudiando, para que los estudios adelantados no se queden en la simple investigación y crítica a tales problemáticas sino que aporten elementos para tratar de superarlas. Asimismo, en reiteradas ocasiones se enfatizó en la importancia de prever las consecuencias negativas que puede traer consigo la implementación de algunas estrategias para un cambio, poniendo de esta manera en tela de juicio las bondades intrínsecas de la matemáticas y dejando ver que su relación con la democracia es crítica, es decir, que las matemáticas pueden ser usada para bien o para mal de las personas dependiendo de las intenciones de quien las use.

Para finalizar, se reconoce la ausencia en esta investigación de discusiones profundas en torno a aspectos sumamente importantes sobre el contexto, la evaluación y la transversalidad; los cuales deberán ser sometidos a consideración al momento de pensar en la implementación de esta propuesta, pues a partir de ellos se harán las adaptaciones pertinentes, siendo precavidos en todo momento para evitar que al tratar de incluir a todos los estudiantes las decisiones tomadas en el aula de clase e incentivar en ellos una ciudadanía crítica, no se esté cayendo en alguna de las paradojas de la sociedad informacional.

5.2 RECOMENDACIONES

A continuación se presentan algunas reflexiones en torno a cuatro aspectos que se consideran relevantes a la hora de pensar en la aplicación de esta propuesta, y con el ánimo de motivar futuras investigaciones en torno al tema:

- Contexto: En los enfoques sociales se enfatiza sobre la necesidad de que las situaciones propuestas a los estudiantes no sean ajenas a su realidad, y la EMC no es la excepción; por tal motivo, es necesario que al intentar aplicar una propuesta de este tipo, se

reconozca la realidad social y política que envuelve las prácticas en aula de clases, para hacer las adaptaciones pertinentes, dotando de significado no solo los conceptos matemáticos sino también las actividades de los estudiantes (Skovsmose, 2000).

Por ejemplo, ¿si al momento de abordar la unidad 2, se comprueba que no hay arroyos cercanos a la comunidad ¿sería factible llevarla a cabo?, o ¿Si en general las personas de esa comunidad tiene buenos hábitos de consumo, valdría la pena aplicar la propuesta con las intenciones que inicialmente se pensó? o, en un caso más extremo, ¿si en la comunidad hay acueducto comunitario³⁵, tendría sentido hacer un estudio alrededor de las facturas de servicio público? ¿Qué matiz deberían tomar las discusiones en un contexto como este donde la misma comunidad, sin ayuda del estado, gestiona el aprovisionamiento de agua en sus hogares?

- Transversalidad: Una de las principales inquietudes que genera este tipo de propuestas son los tiempos de aplicación de la misma, quizás porque frecuentemente los profesores sostienen no tener tiempo suficiente para dedicarle a estas propuestas por la gran cantidad de contenidos que deben abarcar en un curso. Por lo cual, se recomienda ejecutar este proyecto de manera transversal a la programación del curso para que no afecte considerablemente el desarrollo de éste; luego, dicha aplicación podría tomar desde un periodo hasta todo un año lectivo dependiendo del tiempo de trabajo que semanalmente se le destine y la profundidad que se le pretenda dar.
- Evaluación: Otro aspecto que genera inquietud en este tipo de propuestas tiene que ver con la evaluación, quizás por la influencia de un modelo competitivo que permea hasta el

³⁵ “Los acueductos comunitarios se constituyen en una estrategia local de gestión participativa del agua, que buscan brindar el aprovisionamiento a las zonas más alejadas y pobres del país, donde el estado no llega o su presencia es incipiente. Es decir, lugares donde las comunidades han tomado la decisión de solucionar por sí mismas el aprovisionamiento del agua” (Cadavid, 2009; citado por Cárdenas, J., 2015, p. 58).

sistema escolar e invita a medir y comparar las capacidades de los estudiantes. Entonces, dicha evaluación no debe ser como aquella heredada de la tradición positivista en la que solo interesa medir las capacidades cognitivas estandarizadas de los estudiantes, sino que, viendo las matemáticas como una práctica social en el salón de clase, se deben valorar tanto las prácticas matemáticas –es decir, lo matemáticamente válido- como a la persona –los asuntos culturales, afectivos o actitudinales- (Planas y Raig, 2003; citados por García, 2014), de tal manera se estará evaluando al ser integralmente.

- Interdisciplinaridad: Por último, un aspecto que se considera necesario es la realización de un estudios interdisciplinar en torno al tema del uso eficiente del agua y la energía, pues evidentemente la situación no es solamente abordable mediante las matemáticas sino que puede integrar aspectos de las ciencias naturales –por ejemplo, al medir los niveles de contaminación en el agua-, ciencias sociales –sobre las políticas ambientales y la forma de interactuar con la comunidad en el marco de una educación ambiental, por citar dos ejemplo- y el lenguaje –en el caso de la lectura crítica de artículos y la organización de los argumentos-. Además, el trabajo interdisciplinar es un poco más fiel a los objetivos de la educación integral y permite ver mejor la forma compleja como operan las matemáticas en la sociedad.

REFERENCIAS

- Alfaro, J., Meseguer, M., Mondéjar, J. y Vargas, M. (2011). Los inicios de la aritmética política en la Inglaterra del siglo XVII. En: Asociación de Historia de la Estadística y la Probabilidad de España (A.H.E.P.E), *Historia de la Probabilidad y la Estadística* (V) (pp. 1-9). Santiago de Compostela: Nino – Centro de Impresión Digital.
- Álvarez, A. y Montoya, D. (2011). *Ambientes de aprendizaje y cultura estadística a través de un experimento de enseñanza para estudiantes de grado noveno*. (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.
- Arteaga, J. (2009). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*. (Tesis de Maestría). Universidad de Granada, Granada.
- Arteaga, J. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. (Disertación Doctoral). Universidad de Granada. Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. (2011, Marzo). Las Tablas y los Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 55-67.
- Ayuste, A., Flecha, R., López, F. y Lleras, J. (2003). *Planteamientos de la pedagogía crítica: comunicar y transformar*. Barcelona: Editorial Graó.
- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?*. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf>.

- Batanero, C. (2002, Octubre/Noviembre). Los retos de la cultura estadística. Conferencia inaugural de las *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, Buenos Aires.
- Batanero, C., Estepa, A. y Godino, D. (1991). Análisis Exploratorio de Datos: Sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.
- Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (Ed.) (1996). *The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F. (Ed.) (2003). *Second international handbook of mathematics teacher education*. Dordrech: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F. (Ed.) (2013). *Third international handbook of mathematics teacher education*. New York: Springer.
- Camelo, F., García, G., Mancera, G., Romero, J., Samacá, S. y Valero, P. (2009). *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
- Camelo, F., García, G., Mancera, G., Romero, J., Salazar, C., Valero, P. (2013). *Procesos de inclusión/exclusión: subjetividades en educación matemática elemental*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional; Universidad de Aalborg; Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Colciencias.
- Cárdenas, J. (2014, Diciembre). Región del Duende (Valle del Cauca): Acueductos comunitarios alternativos para el manejo sostenible del agua y la sequía. *Semillas*, 57/58, 58-61.

- Cárdenas, Y. y Muñoz, D. (2014). *Educación Matemática Crítica y Análisis Didáctico: Una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la Institución Nuevo Horizonte de la ciudad de Medellín*. (Tesis de Maestría). Universidad de Medellín, Medellín.
- Carranza, P. y Fuentealba, J. (2013). Una introducción al Análisis Exploratorio de Datos por medio de Google Anaytics. *Yupana*, 13 (7), 53-66.
- Caviedes, G. (2013, Septiembre). La educación integral: compromiso de la escuela para desarrollar nuevos modos de producción de conocimientos. Ponencia presentada en el VI Congreso Nacional y I Internacional de Paz Redunipaz, Cali.
- Congreso de la República, (8 febrero, 1994). Ley General de Educación. [Ley 115 de 1994]. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Defensoría del Pueblo cuestionó multas por aumento de consumo de energía en Semana Santa. (2016, Marzo 15). *Noticias RCN*. Recuperado de <http://www.noticiasrcn.com/nacional-economia/defensoria-del-pueblo-cuestiono-multas-aumento-consumo-energia-semana-santa>
- Díaz, D. (2013). *Análisis histórico-epistemológico del surgimiento de la esperanza matemática*. (Tesis de Maestría). Universidad del Valle, Cali.
- Font, V. (2002, Julio). Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *EMA*, 7 (2), 127-170.

- García, G. (2014, Agosto). La evaluación en matemáticas: Perspectivas críticas y posibilidades en su estudio. Ponencia presentada en el *primer coloquio nacional sobre problemas y tendencias de investigación en educación matemática*, Universidad Santo Tomás, Bogotá.
- Greenpeace Colombia (2010). Agua [página web]. Recuperado de <http://www.greenpeace.org/colombia/es/campanas/contaminacion/agua/>
- Gómez, M. (2004). Estadísticos significativos. En: Asociación de Historia de la Estadística y la Probabilidad de España (A.H.E.P.E), *Historia de la Probabilidad y la Estadística (II)* (pp. 271-286). Madrid: Delta Publicaciones.
- Hacking, I. (2006). Political arithmetic (1662). *The emergence of probability: a philosophical study of early ideas about probability, induction, and statistical inference* (2 Ed.). New York: Cambridge University Press.
- Hernández, C. (2016). *La Educación Matemática Crítica y el desarrollo de las competencias ciudadanas, como elementos de estudio, para la formación de estudiantes como ciudadanos constructores de paz y convivencia escolar*. (Trabajo de grado para optar el título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas). Universidad del Valle, Cali.
- Hernández, S. (2005). Historia de la Estadística. *La ciencia y el hombre*, 18 (2), Veracruz. Recuperado de <http://www.uv.mx/cienciahombre/revistae/vol18num2/articulos/historia/index.htm>.
- Jiménez, A. y Marín, M. (2007). *Diseño de un programa de uso eficiente y ahorro del agua para el acueducto "ASMUN" de la vereda Mundo Nuevo de la ciudad de Pereira*. (Trabajo de

grado para optar al título de Administrador de Medio Ambiente. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.

Lipman, M. (1998). *Pensamiento complejo y educación* (V. Ferrer, Trad.). Madrid: Ediciones de la Torre.

Mariño, L. (2016, Marzo). La difícil tarea de enseñar las multas e incentivos al consumo de energía. *La república*, economía. Recuperado de http://www.larepublica.co/la-dif%C3%ADcil-tarea-de-ense%C3%B1ar-las-multas-e-incentivos-al-consumo-de-energ%C3%ADa_357101

Martínez, E. (2014). *Estudio del aprendizaje de las matemáticas basada en proyectos. Tensiones educativas de su implementación en una escuela de estudiantes en posición de frontera*. (Tesis de Maestría en Educación). Universidad del Valle, Cali.

Max-Neef, M. (2009, Diciembre). El mundo en rumbo de colisión. Conferencia realizada en la serie *Luzes Diálogos en La Rábida*, Universidad Internacional de Andalucía, Andalucía. Recuperado de: <http://blogs.unia.es/uniatv/archives/345>

Max-Neef, M. (1996, Julio). Desarrollo sin sentido. Conferencia presentada en el encuentro *Disñadores del futuro*, Asociación para el Desarrollo Campesino, Nariño.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: MEN.

- Ministerio de Educación Nacional (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Santa Fe de Bogotá: MEN.
- Montealegre, J. (2007). *Modelo institucional del IDEAM sobre el efecto climático de los fenómenos El Niño y La Niña en Colombia*. Bogotá: Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM), Subdirección de Meteorología.
- Niss, M. (1996). ¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela. En: L. Puig y J. Calderón, *Investigación y didáctica de las matemáticas* (pp. 19-30). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Niss, M. (Ed.) (2004). *ICME-10 Proceedings. Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*. Recuperado de: <http://higecom.math.msu.su/~asmish/Lichnaja-2010/Version2010-11-20/Trudy/Publications/2004/ICME10-Proceedings.pdf>
- Ospina, W. (2010, Septiembre). Preguntas para una nueva educación. Conferencias presentada en el *Congreso Iberoamericano de Educación*, Buenos Aires.
- Quesada, V. y Vergara, J. (s.f.). *Estadística Básica con Aplicaciones en MS EXCEL*. Recuperado de <http://www.eumed.net/libros-gratis/2007a/239/indice.htm>.
- Robinson, K. (2011, Abril). *El sistema educativo es anacrónico* [entrevista]. Recuperado de <http://www.rtve.es/television/20110304/redes-sistema-educativo-nacronico/413516.shtml>.
- Sánchez, B. y Torres, J. (2009, Octubre). Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica de los Ambientes de Aprendizaje. *10° encuentro colombiano de matemática educativa*, San Juan de Pasto.

- Sánchez, M. (2014). Educación matemática crítica en México: una argumentación sobre su relevancia. *Didac* 64, 30 (3), 30-36.
- Scaglia, S. (2012). Educación Matemática Crítica. En: M. Pochulu y M. Rodríguez (Comp.), *Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 201-226). Buenos Aires: Universidad Nacional de General Sarmiento.
- Segura, D. (2010). Educación en los últimos 40 años: La escuela colombiana en deuda con las posibilidades. *Innovación y ciencia*, 7 (3), 214-225.
- Segura, L. (2007). Estudio de antecedentes sobre la contaminación hídrica en Colombia. (Informe de Prácticas Administrativas). Escuela Superior de Administración Pública, Bogotá D.C.
- Skovsmose O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica* [P. Valero, Trad.]. Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6 (1), 3-26.
- Skovsmose, O. (2012a). Alfabetismo matemático y globalización. En: P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación Matemática Crítica: Una Visión Sociopolítica del Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 65-105). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2012b). Escenarios de investigación. En: P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación Matemática Crítica: Una Visión Sociopolítica del Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 109-130). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose O. y Valero P. (2012). *Educación Matemática Crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente.

- Skovsmose, O. y Valero, P. (2012a). Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación. En: P. Valero y O. Skovsmose (Comp.), *Educación Matemática Crítica: Una Visión Sociopolítica del Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 1-23). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose O. y Valero P. (2012b). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. En: P. Valero y O. Skovsmose (Comp.), *Educación Matemática Crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 23-61). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2012c). Acceso Democrático a Ideas Matemáticas Poderosas. En: P. Valero y O. Skovsmose (Comp.), *Educación Matemática Crítica: Una Visión Sociopolítica del Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 25-61). Bogotá: Una empresa docente.
- Sub. Marcos (1997). *7 piezas sueltas del rompecabezas mundial*. México: Ejército Zapatista de Liberación Nacional (EZNL).
- Valero (2006, Octubre). ¿De carne y hueso?: La vida social y política de la competencia matemática. Conferencia presentada en el Foro Educativo Nacional *Año de las competencias matemáticas*, Ministerio de Educación Nacional, Bogotá.
- Valero (2007). *Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas*. Dinamarca: Universidad de Aalborg.
- Valero, P. (2012). Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. En: P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación Matemática Crítica: Una Visión Sociopolítica del*

Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (pp. 195-216). Bogotá: Una empresa docente.

Vallecillos, A. (2001). Análisis exploratorio de datos. En: E. Castro (Comp.), *didáctica de la matemáticas en la Educación Primaria* (pp. 559-589). Madrid: Editorial Síntesis S.A.

Zabala (1999). *Enfoque globalizador y pensamiento complejo: Una propuesta para la comprensión e intervención en la realidad*. Barcelona: Editorial GRAÓ.

ANEXOS

ANEXO 1. FICHAS PARA EL ESTUDIANTE

1.1. Unidad 1

LA INVITACIÓN		
Estudiante:		
Fecha:	Curso:	Duración: 2 horas
Propósito: Recapacitar sobre la importancia de darle un buen uso a las fuentes hídricas por tratarse de un recurso escaso e indispensable para la vida.		
Recursos: Acceso a internet.		
Actividad Consultar, responder y socializar tus apreciaciones en torno a las siguientes cuestiones: 1. ¿Qué entienden por <i>uso eficiente del agua y la energía eléctrica</i>? 2. ¿El agua es un recurso ilimitado? 3. ¿Existe alguna relación entre el agua y la producción de energía eléctrica? 4. ¿Qué consecuencias puede tener sobre las fuentes hídricas el aumento de la demanda energética en las ciudades? 5. El racionamiento de agua en temporadas de sequía y repercusiones en el estilo de vida de las personas. 6. ¿Dónde caen los desechos del alcantarillado de tu barrio? 7. La situación de sequía a casusa del fenómeno <i>El Nino</i> y la mortalidad de animales por este motivo en algunas regiones de Colombia. Ahora, analiza y discute los siguientes gráficos: Aguas 97.50% 1.975% 0.500% 0.025% ■ Agua salada ■ Agua dulce helada ■ Agua dulce profunda ■ Agua dulce superficial Si toda el agua del planeta se colocase en un balde, sólo una pequeña cucharita de té sería la cantidad de agua potable. 100% sólo el 0.025% es potable GREENPEACE Complementario a estos, realizar el siguiente ejercicio: 1. ¿Qué relación puedes establecer entre la información que se presenta en dichos gráficos? 2. ¿Los datos de uno y otro coinciden? 3. ¿Consideras que es precisa la información presentada en el pictograma? 4. ¿Será confiable la información proporcionada por los gráficos? 5. Estima el consumo promedio de agua de una persona y conociendo las estadísticas de		

- población mundial, estima el consumo de agua promedio a nivel mundial.
6. ¿Luego de estimar la cantidad de agua dulce que se consume en el mundo, te parece suficiente la cantidad de agua potencialmente consumible en el mundo para satisfacer dicha demanda?
 7. ¿Es importante hacer un uso racional del agua, teniendo en cuenta la disponibilidad actual de este recurso?

1.2. Unidad 2

CONTAMINACIÓN HÍDRICA		
Estudiantes:		
Fecha:	Curso:	Duración: 4 horas
Propósito: En grupos de 3 estudiantes deberán establecer y aplicar algunos criterios para analizar los niveles de contaminación de una fuente hídrica en la comunidad.		
Recursos: instrumentos que requieran los estudiantes para su estudio, por ejemplo, medidores de pH, recipientes para tomar muestras, cámaras fotográficas, etc.		
Actividad 1. Consultar y escoger 8 criterios que les permitan establecer el nivel de contaminación de una fuente hídrica. 2. Construir una rejilla de análisis con los criterios seleccionados. 3. En compañía del profesor y con previa autorización de los padres de familia, aplicar la rejilla de análisis. 4. Establecer el nivel de contaminación del agua en una escala de 1 a 10. 5. Socializar los resultados con los compañeros. En el momento de la socialización: 1. Tabular la información proporcionada por cada grupo. 2. Construir un gráfico con los resultados obtenidos. 3. ¿Qué relación encuentras entre los resultados obtenidos por cada grupo?, ¿Si lo hay, identifica el valor más común entre los compañeros? 4. ¿Cuál es el valor intermedio? 5. ¿En promedio, cuál es el nivel de contaminación de la fuente hídrica? 6. ¿De los tres anteriores valores, cual consideras que representa mejor a todos los datos? 7. ¿Las tablas y gráficos fueron bien contruidos? 8. ¿Los cálculos fueron correctamente ejecutados? 9. ¿El gráfico elegido es adecuado?, ¿por qué? 10. ¿Existe algún gráfico que muestre mejor la información? ¿Cuáles? 11. ¿Los resultados obtenidos por todos fueron similares? 12. ¿A qué se deben las diferencias en las observaciones? 13. ¿Es suficiente la información obtenida para concluir que la fuente hídrica está o no contaminado? 14. ¿Los resultados obtenidos se podrían extrapolar a otras fuentes hídricas de la zona? 15. ¿Es necesaria usar conceptos estadísticos para obtener la información requerida? 16. ¿Los resultados obtenidos son confiables? 17. ¿Qué aspectos podría invalidar o generar sesgos en los resultados? 18. ¿Resultados similares podrían haberse obtenido por métodos diferentes? ¿Cómo cuáles?		

19. ¿La metodología escogida para hacer el estudio fue adecuada?
20. ¿La información obtenida sirve para conocer el estado de las fuentes hídricas de la zona?
¿Dicha información puede usarse como punto de partida para mejorar el estado de las fuentes hídricas?

En los mismos grupos de trabajo responder:

1. ¿Consideran prudente emprender acciones para tratar de recuperar y preservar las fuentes hídricas de tu región?
2. ¿Qué crees que hace falta para lograr este objetivo? Diseñen una propuesta o estrategia para lograrlo.
3. Socializa y discute tus apreciaciones con la clase.

1.3 Unidad 3

LAS FACTURAS DE SERVICIOS PÚBLICOS		
Estudiante:		
Fecha:	Curso:	Duración: 4 horas
Propósito: Aprender a leer las facturas de servicio público y reflexionar respecto a los consumos de agua en los hogares.		
Recursos: Facturas de servicios públicos.		
Actividad Luego de conseguir 6 facturas de servicios públicos (de EMCALI) recientes y de meses seguidos responder los siguientes interrogantes: 1. ¿Qué servicios se cobran en la factura? 2. ¿Qué muestra el gráfico de barras que se presenta en la sección de acueducto? 3. Ubícate en la factura más reciente de las seis que recolectaste y verifica si el valor del promedio es correcto. 4. ¿Con base en la información proporcionada en la gráfica podrías estimar cuánta agua consumirás el siguiente mes?, ¿Qué tan confiable podría ser esa estimación?, ¿Qué factores podrían afectar dicho resultado? 5. Comparando los consumos de agua y con las cantidades vertidas al desagüe cada mes, se observa que estos valores son iguales, en este orden de ideas ¿Por qué cree que en la factura asumen que la cantidad de agua consumida es igual a la cantidad de agua vertida en el desagüe?, ¿Qué pasaría si se diferenciaban esas dos cantidades?, ¿Qué aspectos se deberían tener en cuenta para hacer tal diferenciación? 6. En la sección del servicio de acueducto, ¿Cómo se obtiene el total a pagar en el concepto valor consumo, en función de la cantidad de agua consumida en ese mes?, ¿Cuál es la función del concepto ajuste al peso para obtener el total final a pagar? Socializar las respuestas con los compañeros de grupos y entre todos entender las siguientes cuestiones: 1. ¿Cuál fue el mes en que más agua se consumió? 2. ¿A qué pudo deberse dicho aumento en el consumo? 3. ¿Qué estrategias se podrían implementar para optimizar dicho consumo?		

RACIONAMIENTO DE ENERGÍA

Estudiante:

Fecha:

Curso:

Duración: 4 horas

Propósito: Tomar una postura crítica ante las propuestas racionalización de energía.

Recursos: indefinido

Actividad

Los primeros días del mes de Marzo de 2016 el presidente de la república llamó la atención sobre la necesidad de concientizar a los colombianos respecto a la importancia de ahorrar energía, para evitar recurrir a la implementación de medidas extremas como el racionamiento programado de energía³⁶. Además, se propuso implementar una metodología de multas e incentivos para quienes consumieran más o menos energía en comparación con cierto valor de referencia. En la siguiente figura se ilustra a grandes rasgos en qué consiste dicha iniciativa:



A partir de la información presentada responde los siguientes interrogantes

1. ¿Por qué razón se usa el promedio como valor de referencia?
2. ¿Qué pasará si se escogiera como valor de referencia solamente el consumo del mes de Febrero?
3. ¿Será el promedio es el estadístico más apropiado para establecer dicho valor de referencias?
4. ¿A quién favorecería más el valor arrojado por cada estadístico de tendencia: a la entidad prestadora del servicio o a los usuarios?

³⁶ En el siguiente enlace se encuentra un artículo en el que se puede encontrar información al respecto: <http://www.eltiempo.com/economia/sectores/santos-descarta-rationamiento-en-colombia/16531639>.

5. ¿Cuál será el estadístico que favorece más a ambas partes?

Como era de esperarse, ante dicha iniciativa las críticas no se hicieron esperar. A continuación se presentan dos de ella:

- Desde la sección de economía en el diario online *La República* de la :

“La metodología para el incentivo o multa señala que se les compense en dinero a los usuarios cada kilovatio [por] hora que ahorren por debajo de su promedio a \$450. Por el contrario, para quienes superen ese consumo de febrero la idea es que paguen cada kilovatio adicional al costo unitario (que en promedio es \$400) más los \$450 de multa. Es decir, que por cada kilovatio extra se pague cerca de \$900.

Pero, las cosas no son tan simples, ya que los colombianos que ahorren en sus casas no recibirán inmediatamente el dinero, si en conjunto la región en la que viven no ahorra. Es decir, si por ejemplo Codensa, que tiene como área de influencia Bogotá y Cundinamarca, tuvo una demanda en febrero de 1.315 millones de kilovatios y en marzo no cumplen la meta de ahorro, no se le pagará ni a la empresa ni a los usuarios.

Siendo así, los expertos señalan que estas medidas serán un saludo a la bandera, ya que nadie tendrá incentivos para ahorrar si depende de su vecino”.

- Desde la página de economía de *Noticias RCN* online:

“Martha Alonso, defensora delegada para los derechos colectivos, cuestionó este martes que el Gobierno aplique sanciones al aumento del consumo energético durante la época de Semana Santa, donde normalmente se incrementa el uso de este servicio.

Según la funcionaria, aunque se debe ahorrar energía, es inevitable para muchos usuarios aumentar su consumo si durante la época de descanso no salen de viaje y permanecen más tiempo del habitual en el hogar.

Por otro lado, los usuarios también pueden verse afectados si hoteles o demás empresas dedicadas al turismo requieren de más energía para operar y previendo las sanciones trasladen estos costos a las tarifas que paguen los ciudadanos”.

A partir de lo leído, responde:

1. ¿Cuál es su postura al respecto?
2. ¿Qué propondría usted para que ambas partes quedaran satisfechas?
3. ¿Existen intereses lucrativos ocultos entre quienes promueven este tipo de iniciativas?
4. ¿Este tipo de propuesta debería hacerse solo en tiempos de sequía o deberían aplicarse todo el tiempo?

1.4 Unidad 4

CONSUMO DE AGUA EN EL HOGAR		
Estudiante:		
Fecha:	Curso:	Duración: 4 horas
Propósito: Hacer un estudio del consumo semanal de agua en el hogar de acuerdo al tipo de oficios que se realicen.		
Recursos: Agenda, cronómetro, cámara fotográfica y los demás implementos que se requieran para realizar las mediciones deseadas (por ejemplo, usar el balde como patrón de medida para conocer la cantidad de agua empleada para lavar un automóvil).		
Actividad 1. Identifique las actividades u oficios en los que se realiza un consumo considerable de agua en su casa. 2. Clasifique los oficios por categoría. Por ejemplo: aseo personal, aseo de la casa y lavado de ropa, lavado de vajillas y lavado de vehículos. 3. ¿Por qué razón escogiste dicha categorización y no otra? 4. ¿Qué características esperas que cumplan los resultados que va a obtener? Por ejemplo ¿En qué categoría se empleará más agua?, ¿en cuál se requerirá menos?, ¿Cuántos m^3 de agua estimas que se emplearán en cada oficio? 5. ¿Qué estrategia emplearás para hacer el estudio?, ¿cómo vas a organizar y analizar la información recolectada? Una vez resueltas las cuestiones anteriores, realiza el estudio de consumos de agua en tu hogar durante una semana, discriminando los datos por día. Luego, con la información recolectada responde las siguientes cuestiones: 1. Establecer un promedio de consumo de agua por días. 2. Trata de inferir el total que se producirá a final del mes en caso que el consumo permanezca más o menos regular. 3. Como será el consumo de agua estimado para éste mes en comparación con el promedio de consumo que presentaban las facturas de servicios estudiadas en la unidad anterior? 4. Cuáles son los oficios en los que se hace mayor o menor consumo por día, semana y por mes. 5. ¿Cuál es el oficio en que se hace un consumo mediano de agua? 6. ¿Qué método empleaste para hacer los anteriores análisis?, ¿las matemáticas te fueron de utilidad para llevarlos a cabo? 7. En cuanto a la estrategia que empleaste para hacer el estudio de los consumos en el hogar, ¿fue eficiente?, ¿te facilitó la obtención de los resultados?, ¿los resultados obtenidos son confiables?, ¿Cuáles podrían ser las principales fuentes de error o sesgos en la información obtenida? Para finalizar, socializa los resultados que obtuviste con tus compañeros y atiendas las siguientes cuestiones: 1. ¿Cuál es el oficio en que más se consume agua a nivel del grupo? 2. ¿Cuál es el consumo promedio mensual de agua a nivel grupal? 3. A partir de estos resultados, podrías estimar el consumo promedio de agua mensual a nivel de tu institución?		

4. Identifiquen el hogar que mayor consumo de agua presenta y establezcan las causas de dicha anomalía.
5. Los estudiantes de tu curso serán *Consumidores racionales o derrochadores* de agua?

1.5 Unidad 5

Estrategias para optimizar el consumo de agua en el hogar		
Estudiante:		
Fecha:	Curso:	Duración: 4 horas
Propósito: Diseñar algunas estrategias para optimizar el consumo de agua en el hogar.		
Recursos: Los que se requieran para hacer una exposición (por ejemplo, si se hace una cartelera, podría requerir cartulina, marcadores, témperas y pinceles).		
Actividad 1. Diseña una(s) estrategia(s) encaminada a optimizar el consumo de agua en tu hogar. 2. Predice la cantidad de agua que se podría ahorrar en un mes. 3. Consulta sobre la detección de fugas de agua y discútelo con tus compañeros. Al cabo de un mes poniendo en acción tu propuesta responde: 1. ¿Cómo fue el consumo en el presente mes comparando con el promedio de consumo de los últimos meses? 2. ¿Tu estrategia de ahorro arrojó los resultados esperados? ¿Qué adaptaciones necesitará? 3. Realiza una presentación en la que le muestres a tus compañeros en qué consiste tu propuesta y los resultados obtenidos.		

1.6. Unidad 6

EDUCACIÓN AMBIENTAL		
Estudiante:		
Fecha:	Curso:	Duración: Indefinido
Propósito: Divulgar a la comunidad las estrategias para el consumo eficiente de agua y la preservación de dicho recurso.		
Recursos: Cartulina, marcadores, témperas y pinceles; Computador, video beam, parlante y micrófono.		
Conocimientos previos:		
Actividad Realizar un debate en torno a los siguientes temas: 1. ¿Vale la pena ahorrar agua? 2. ¿Cuáles considera que son las estrategias más efectivas para ahorrar agua? 3. ¿Cuáles son las consecuencias de ahorrar agua a nivel del hogar, de la región y mundial? 4. ¿Qué pasaría si todo el mundo hiciera un uso eficiente del agua? A continuación, realizar las siguientes acciones: 1. Hacer carteles y pancartas con mensajes que inviten al ahorro de agua y la preservación de las fuentes hídricas. 2. Distribuir los carteles por toda la institución.		

3. Escojan las estrategias más efectivas de ahorro de agua diseñadas que se diseñaron en la unidad anterior y expónganselas a los demás estudiantes de la institución.
4. Estructurar un programa de educación ambiental para seguir divulgando información en torno al uso eficiente de agua y energía, así como para asesorar y monitorear a las personas que decidan adoptar las estrategias de ahorro.
5. Realizar una jornada de recuperación de las fuentes hídricas en la comunidad, aplicando algunas de las estrategias diseñadas para lograr dicho fin.

ANEXO 2. FACTURA DE SERVICIOS PÚBLICOS DE EMCALI

EMPRESAS MUNICIPALES DE CALI E.I.C.E. E.S.P. Nit: 890.399.003-4

EMCALI CALI

Ruta 32006 3760
Ciclo 32
Mes Cuenta Octubre 2016
Periodo Facturación SEP 03 a OCT 04
Días Facturados 32
Estado de Cuenta No. 206294663
Nro. Predial Nal. 760010000540000021122800092176

No. Pago Electrónico
180676238

Esta es tu factura
CONTRATO **947333**
TOTAL A PAGAR \$1,348,521
FECHA DE VENCIMIENTO **Octubre 28 - 2016**
FECHA DE EXPEDICION **Octubre 20 - 2016**

ISO 9001
Certificado No. SC 6880-1
SC 6880-1 SC 6880-2 SC 6880-3
SC 6880-4 NTC-1001 9001 2008

9316 8250 1/2

Llegó EMCALI TV. La tecnología que revolucionará la forma de ver televisión

EMCALI
Celebra contigo el mes de los niños,
participa con tu foto creativa.
Mayor información en www.emcali.com.co

Marca 177
Centro de Atención

ACUEDUCTO 1 CUENTA(S) VENCIDA(S) : Su Servicio Será Suspendido 29 de OCTUBRE

Dir Instalación	Uso	Consumos Anteriores (M3)	CONCEPTOS	Cantidad M3	Valor Unitario	Valor Total	Contribución	Total a Pagar
CR 56 OESTE 7-353	Comercial	ABR 25 MAY 29 JUN 32 JUL 25 AGO 24 SEP 42 PROM 30	Cargo Básico Valor Consumo Interés de Mora (2.40%) Ajuste al Peso	42.00	1,930.28	7,340.04 81,071.76	3,816.82 42,157.50	11,156.86 123,229.26 2,472.71 17
TOTAL								\$136,859.00

Componentes del Costo
Cm Operación \$ 884.07
Cm Inversión Poir \$ 147.67
Cm Inversión Va \$ 896.86
Cm Tasa Ambiental \$ 1.68

ALCANTARILLADO

Dir Instalación	Uso	Componentes del Costo	CONCEPTOS	Cantidad M3	Valor Unitario	Valor Total	Contribución	Total a Pagar
CR 56 OESTE 7-353	Comercial	Cm Operación \$ 619.94 Cm Inversión Va \$ 1,008.37 Cm Inversión Poir \$ 280.00 Cm Tasa Ambiental \$ 33.62	Cargo Básico Valor Consumo Interés de Mora (2.40%) Ajuste al Peso	42.00	1,941.93	3,897.68 81,561.06	2,026.79 42,412.02	5,924.47 123,973.08 2,390.11 34
TOTAL								\$132,288.00

ENERGIA 1 CUENTA(S) VENCIDA(S) : Su Servicio Será Suspendido 29 de OCTUBRE

Dir Instalación	Uso	Consumos Anteriores (kWh)	CONCEPTOS	Cantidad	Valor Unitario	Valor Total	Contribución	Total a Pagar
CR 56 OESTE 7-353	Comercial	ABR 454 MAY 506 JUN 526 JUL 534 AGO 470 SEP 463 PROM 492	Consumo De Energía Activa Valor Consumo Energía Interés de Mora (2.40%) (-)Ajuste al Peso	517.00	477.75	246,996.75	49,399.35	296,396.10 4,989.06 22
TOTAL								\$301,384.94

Propiedad Transformador Propiedad Emcali
Nivel Tensión 1
Operador Red EMCALI EICE ESP - 177
Teléfono Operador Red 515
Círculo 1
Grupo 1
NIU 1489823

Componentes del Costo
Generación 193.99
Transmisión 28.29
Comercialización 39.76
Distribución 161.14
Perdidas 35.57
Restricciones 19.00
Cuv Aplicado (Creg 168-08) 477.75
Cuv Calculado (Creg 119-07) 477.75

INDICADORES TRIMESTRE 4 - 2016

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Trimestre
Duración Interrupciones (Hrs)	1.83	1.83	.00	
CBO-m1 (\$/kWh)	1,191.53			
CMP (kWh)	495.33			
Valor a Compensar (\$)	.00			

ASEO INTEGRAL CIUDAD LIMPIA S.A. E.S.P Nit: 630.048.122-3

Uso	Periodo Facturación	Unidades Residenciales	Unidades de Barrio	Historico de cobros	CONCEPTOS	Total a Pagar
Residencial	SEP 01 a SEP 30	3	2	4	Costo Fijo Costo Variable Valor Aprovechamiento Interés de Mora (0.50%) (-)Ajuste al Peso	28,582.20 24,345.15 .00 219.85 .20
TOTAL						\$53,147.00

Barrio y Limpieza Urbana
Mens 0857 0000 0000 0000 0525 0000
Ssem 1 0857 0000 0000 0000 0525 0000
Ssem 2 0861 0000 0000 0000 0593 0000

ALUMBRADO PUBLICO

Municipio de Santiago De Cali	ALUMB.PUB.NO RESIDENCIAL CALI	Interés de Mora (2.40%)	TOTAL
40,122.00	625.06		\$40,747.06

AVV 145 20161024 09:14 SC2812 LINEA .D
EF 1,348,521.00 CH 0.00
NOMBRE: CONSORCIO EMCALI
CFA:165000795 PIN: 00000000000000000000
REF:000180676238
***1967
PIN TXN: 12405183700524

ULTIMO PAGO

Realizado el	Por valor de	Recibido en	Interés de mora
2016-08-19	\$1,141,991.00	Banco de bogota-bogota atb	2.40 %

TOTAL A PAGAR ESTE MES

Total Servicios Emcali	Total Otros Servicios	+ IVA	+ Cuentas Vencidas	Valor Total	TOTAL A PAGAR
570,531.94	136,647.06	.00	641,342.00	1,348,521.00	\$1,348,521

Cadena S.A. Nit: 900.000.000-0