



**El uso del origami para la enseñanza y aprendizaje de la clasificación de los triángulos
según sus lados, para el grado tercero de la educación básica**

Autores:

Julián Candado 201157739

Tamara Vargas 201157747

**Universidad del Valle -Sede Norte del Cauca
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas
Área de Educación Matemática
Santander de Quilichao
2016**



El uso del origami para la enseñanza y aprendizaje de la clasificación de los triángulos según sus lados, para el grado tercero de la educación básica

Autores:

Julián Candado 201157739

Tamara Vargas 201157747

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Directora:

Mg. Mónica Andrea Aponte

**Universidad del Valle -Sede Norte del Cauca
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis En Matemáticas
Área de Educación Matemática
Santander de Quilichao
2016**



INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y
PEDAGOGÍA
Subdirección Académica

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO
DE GRADO

Programa Académico Licenciatura en Educación Básica

Fecha

Código del programa: 3469

Resolución del programa: 046

Día	Mes	Año
9	9	2016

Título del Trabajo o Proyecto de Grado				
El uso del origami para la enseñanza y aprendizaje de la clasificación de los triángulos según sus lados, para el grado tercero de la educación básica.				
Se trata de:				
Proyecto ☐		Informe Final ☒		
Director				
Mónica Andrea Aponle Marín				
Nombre del Primer Evaluador				
Ana Katherine Valencia				
Nombre del Segundo Evaluador				
Angela María Gómez Uela				
Estudiantes				
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
Julian David Candado	1157139	3469	julian.candado@correounivalle.edu.co	314 568 2060
Tomara Vargas Arenas	1157747	349	tomara.vargas@correounivalle.edu.co	313 639 1577
Evaluación				
Aprobado ☒	Meritorio ☐	Laureado ☐		
Aprobado con recomendaciones ☐	No Aprobado ☐	Incompleto ☐		

En el caso de ser **Aprobado con recomendaciones** (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:

Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐

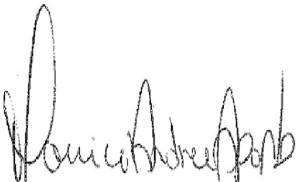
Primer Evaluador ☐

Segundo Evaluador ☐

En el caso de que el Informe Final se considere **Incompleto** (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente)

Firmas		
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Recomendaciones ☐	Observaciones ☐	Razón de desacuerdo - Alternativas ☐
Si se considera necesario, usar hojas adicionales.		
El trabajo presenta una propuesta coherente y organizada. Cumple con los objetivos presentados. El marco teórico se articula bien a la problemática. La metodología es acorde a lo planteado. Los estudiantes realizaron los ajustes en cuanto a las normas APA y demás indicaciones que orientaron los evaluadores. En concordancia con lo expuesto el trabajo se califica como APROBADO.		
Firmas		
		
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Damos gracias primordialmente a Dios por darnos la inteligencia, sabiduría, paciencia, entendimiento y capacidad para ejercer este proyecto de grado, a nuestros padres por todo su apoyo, comprensión y confianza, a nosotros mismos por el compromiso y empeño que le pusimos para poder terminarlo.

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. PRELIMINARES.....	4
1. Descripción de la problemática del trabajo.....	4
1.1. Planteamiento del problema.....	4
1.2. Justificación del problema.....	8
1.2.1. Pertinencia del origami en la geometría escolar.	9
1.3. Objetivos.....	12
1.3.1. Objetivo general.....	12
1.3.2. Objetivos específicos.	12
1.4. Algunos antecedentes de la problemática del trabajo	13
1.4.1. Antecedentes teóricos sobre el origami.	13
1.4.2. Antecedentes teóricos sobre aspectos geométricos.....	15
CAPÍTULO II. REFERENTES TEÓRICOS	18
2. Marco teórico	18
2.1. Referente epistemológico de la geometría.....	18
2.1.1. Breve análisis epistemológico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.....	20
2.2. Referente didáctico: Una aproximación al concepto de origami.....	22
2.2.1. El origami como recurso pedagógico.....	23
2.2.2. Algunos aspectos importantes del origami.....	24
2.3. Referente matemático: Aspectos geométricos relevantes para la clasificación de los triángulos.....	31
2.3.1. Definición de triángulo.	31
2.3.2. Propiedades de los triángulos.	31
2.3.3. Clasificación de los triángulos.	32
2.3.4. Mediatriz del triángulo.....	33
2.3.5. Altura del triángulo.	33
2.3.6. Mediana del triángulo.....	34
2.3.7. Bisectriz del triángulo.....	34
2.3.8. Clasificación de los triángulos según Euclides.	35

2.4.	Referente curricular legal colombiano.....	36
2.4.1.	Desde los Lineamientos Curriculares para Matemáticas.	36
2.4.2.	Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.	38
CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS		40
3.	Metodología.....	40
3.1.	Actividad diseñada	43
CAPITULO IV. ANÁLISIS PRELIMINARES Y ANÁLISIS POSTERIORES		48
4.	Análisis preliminar.....	48
4.1.	Actividad 1.....	48
4.1.1.	Tarea 1.	48
4.1.2.	Tarea 2.	49
4.1.3.	Tarea 3.	49
4.2.	Actividad 2.....	49
4.2.1.	Tarea 1.	50
4.2.2.	Tarea 2.	51
4.2.3.	Tarea 3.	51
4.3.	Actividad 3.....	52
4.3.1.	Tarea 1.	52
4.3.2.	Tarea 2.	52
4.3.3.	Tarea 3.	52
4.4	Análisis posterior.....	52
4.4.	Actividad 1.....	53
4.4.1.	Tarea 1.	54
4.4.2.	Tarea 2.	56
4.4.3.	Tarea 3.	56
4.5.	Actividad 2.....	57
4.5.1.	Tarea 1.	58
4.5.2.	Tarea 2.	58
4.5.3.	Tarea 3.	61
4.6.	Actividad 3.....	61
4.6.1.	Tarea 2.	62
4.6.2.	Tarea 3.	63
4.7	Resultados.....	65

5. Conclusiones y Recomendaciones.....	68
6. Referencias Bibliográficas.....	72
7. Anexos.....	75

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1: Posición de un triángulo</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2: Modelo didáctico de la geometría en relación con el epistemológico de la matemática.....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 3: Seis axiomas de Huzita. Las líneas continuas son las líneas existentes; las líneas de puntos es por donde se dobla.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 4: Base Bomba</i>	<i>26</i>
<i>Figura 5: Base Cometa</i>	<i>27</i>
<i>Figura 6: Base Pájaro</i>	<i>27</i>
<i>Figura 7: Base Puerta</i>	<i>28</i>
<i>Figura 8: Base Diamante.....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 9: Base Molinete</i>	<i>29</i>
<i>Figura 10: Mediatriz del triángulo según sus lados.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 11: Altura del triángulo según sus lados.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 12: Mediana del triángulo según sus vértices</i>	<i>34</i>
<i>Figura 13: Bisectriz del triángulo, en cada uno de sus vértices</i>	<i>35</i>
<i>Figura 14: Imagen en origami que deben hacer los estudiantes</i>	<i>50</i>
<i>Figura 15: Triángulos que se identifican en la figura en origami Perro de papel</i>	<i>51</i>
<i>Figura 16: Realización de los triángulos superponiendo sus lados.....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 17: Triángulos según sus lados con origami</i>	<i>55</i>
<i>Figura 18: Uso de la regla para medir los lados del triángulo</i>	<i>56</i>
<i>Figura 19: Solución de la tarea 3.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 20: identificación de triángulos al desdoblar la figura realizada en origami.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 21: Identificación de triángulos según los dobleces registrados en la hoja.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 22: Identificación de triángulos al desdoblar la figura realizada en origami</i>	<i>60</i>
<i>Figura 23: Solución actividad 3, tarea 1</i>	<i>62</i>
<i>Figura 24: Solución actividad 3, tarea 2. Respuesta incorrecta.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 25: Solución actividad 3, tarea 2. Respuesta correcta.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 26: Solución actividad 3, tarea 3 en letras.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 27: Solución actividad 3, tarea 3 en números</i>	<i>64</i>
<i>Figura 28: Solución actividad 3.....</i>	<i>75</i>
<i>Figura 29: Segunda solución de la actividad 3.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 30: Solución de la actividad 2, tarea 3.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 31: Solución de la actividad 1 y 2.....</i>	<i>78</i>

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Antecedentes teóricos sobre el origami a nivel nacional.....</i>	<i>14</i>
<i>Tabla 2: Antecedentes teóricos sobre el origami a nivel internacional.....</i>	<i>15</i>
<i>Tabla 3: Antecedentes de aspectos geométricos a nivel nacional.....</i>	<i>16</i>
<i>Tabla 4: Antecedentes de aspectos geométricos a nivel internacional.....</i>	<i>17</i>
<i>Tabla 5: Clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 6: Tabla de resultados según las actividades presentadas</i>	<i>65</i>

RESUMEN

Este trabajo de grado da cuenta de la aplicación de una actividad que se implementó por medio del origami o doblado de papel, donde los estudiantes de grado tercero de la educación básica en Colombia clasificaron los triángulos según sus lados. Esta propuesta buscó potencializar el uso del origami como un recurso pedagógico para fomentar la enseñanza y el aprendizaje de un concepto geométrico, intentando potencializar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, pensamiento que en algún momento fue relegado por la Reforma de la Matemática Moderna en la década de los 70-80. La metodología implementada para el diseño de investigación de este trabajo fue de tipo cualitativo, donde se implementó la Investigación-Acción, al tener en cuenta la práctica que realizó el estudiante con el manejo del recurso (origami).

La obtención de la información se hizo por medio de la recolección de datos, es decir que estos datos se obtienen de la actividad que se presentó a los estudiantes de forma escrita, y el tratamiento de los datos se trabajó por medio de la teoría planteada en el marco teórico, sobre los beneficios que brinda el origami y también prácticos, es decir, los resultados que se obtuvieron al realizar los triángulos con el doblado del papel. La actividad se subdividió en tres sub actividades, cada una con sus respectivas consignas, las cuales siguen una secuencia en donde el nivel de complejidad va aumentado, esperando así que el estudiante sea capaz de comprender las nociones que debe alcanzar con el desarrollo de la misma, esta se implementó en la institución educativa Centro Docente los Samanes del municipio de Santander de Quilichao- Norte del Cauca.

Palabras Claves: Origami, Clasificación de Triángulos, Educación Matemática, Geometría.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo de grado el problema se evidenció desde los libros de texto y dentro de las aulas de clase cuando se le enseña al estudiante sobre la representación del objeto matemático en este caso sobre los triángulos, es decir que la base de un triángulo es el lado horizontal porque en él se apoya, entonces se pensaría que si un triángulo no se apoya en la parte horizontal, entonces no tiene base, lo cual es falso, y al presentarles un triángulo en distinta posición puede llegar a generar dificultades en el educando, este problema es importante porque los estudiantes se quedan con una idea pobre de las representaciones de los triángulos y su forma de clasificar, por lo tanto se planea realizar una actividad involucrando el origami como recurso pedagógico, para trabajar en el aula la clasificación de los triángulos según sus lados.

Este problema se vió reflejado desde la adopción de la Reforma de la Matemática Moderna y por lo tanto la geometría fue relegada por esta, es por tal motivo que la geometría se dejó de lado desde las aulas escolares y hasta la fecha todavía se está haciendo énfasis en involucrarla en el aula permitiendo desarrollar la percepción espacial del entorno, identificando la geometría en la realidad, es por este motivo que se apreció la importancia de la geometría para el estudio a nivel de trabajo de grado.

Se pretende así identificar las cualidades y/o beneficios que el origami puede llegar a brindar dentro de la experiencia en el aula de clase llevando acabo cierta actividad desde una mirada hacia el constructivismo, pretendiendo clasificar los triángulos a partir del doblado del papel, desde una metodología teórico-práctico hacia la Investigación-Acción donde los autores de este trabajo de grado son partícipes de la actividad dentro del aula de clase resolviendo inquietudes y dudas del estudiantado. Este trabajo de grado se desarrolla en cuatro capítulos:

Capítulo I donde se presentan los preliminares, que consta de problemática, justificación de la problemática, objetivos y antecedentes de la problemática del trabajo, dando origen y planteamiento a la pregunta problema, para su posterior desarrollo.

Capítulo II donde se encuentran los referentes teóricos, estos se dividen en cuatro, referente epistemológico de la geometría, que da cuenta del proceso e importancia de la geometría, el segundo es el didáctico, el cual profundiza sobre el origami como recurso pedagógico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, el tercer referente es el matemático, este es para caracterizar el objeto matemático, en este caso es sobre el triángulo y por último el referente curricular, desde los Lineamientos Curriculares para Matemáticas (1998) MEN y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) MEN, para establecer las competencias que se desarrollan en torno al objeto de estudio y el pensamiento matemático que se ve involucrado.

Capítulo III hace parte de la metodología usada para llevar a cabo el desarrollo del trabajo de grado, el cual es por la metodología Investigación-Acción, siendo esta cualitativa, participativa y práctica; este capítulo también lo compone la actividad que se diseñó y que fue llevada al aula.

Capítulo IV es el análisis preliminar y posterior, para el análisis preliminar se escribió lo que esperábamos del estudiante al momento de responder la actividad de acuerdo a cada consigna que se había hecho. Y en lo referente a lo del análisis posterior, aquí se presentan las consecuencias de acuerdo a los datos y evidencias que se obtuvieron al presentar la actividad en el aula de clase.

Por último se presentan las conclusiones teniendo en cuenta los objetivos, los resultados obtenidos, cómo aporta a la educación y a los docentes en formación; posteriormente la

referencia bibliográfica, dando cuenta de todos los documentos, tesis y libros usados para el planteamiento y desarrollo de este trabajo.

CAPÍTULO I. PRELIMINARES

1. Descripción de la problemática del trabajo

A continuación se delimita el planteamiento y la justificación de la problemática del trabajo de grado que sustenta este trabajo de investigación.

1.1. Planteamiento del problema

La geometría como recurso para interpretar, entender y apreciar el mundo que nos rodea y que es totalmente geométrico, por medio de la modelación permite constituir una parte importante contribuyendo a desarrollar el pensamiento espacial; sin embargo esta fue abandonada desde los currículos de las instituciones educativas, debido a la adopción de la Reforma de la Matemática Moderna¹. Esta implementación fue contraproducente para los propósitos de la formación matemática de los educandos, como lo menciona el Ministerio de Educación Nacional, en adelante MEN, (1998) así:

El estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la “matemática moderna”. Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría. (p. 37)

Para la década de los años 80 empezaron a salir a flote los problemas que se dieron por involucrar la Reforma de la Matemática Moderna en las instituciones educativas, y se empezaron a tomar correctivos en donde se dio paso a una nueva propuesta llamada Renovación Curricular, que se implementa para la década de los años 90, la cual abarcó la geometría activa, con el

¹ La Matemática Moderna se organiza deductivamente. A partir de unos postulados básicos, que se consideran como verdaderos, los conocimientos dejan de ser productos de la experimentación para convertirse en entes de razón.

propósito de ser implementada dentro del currículo de las instituciones, como se menciona en los Lineamientos Curriculares:

La propuesta de Renovación Curricular avanzó en este proceso enfatizando la geometría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio. (MEN, 1998. P. 37).

Teniendo en cuenta que en esta nueva propuesta se hace énfasis en la geometría activa, se contextualiza al estudiante en su entorno, el cual comprenda la relación que existe entre la matemática abstracta y el espacio físico. Así mismo, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas indican que:

(...)En el pensamiento espacial no son importantes las mediciones ni los resultados numéricos de las medidas, sino las relaciones entre los objetos involucrados en el espacio, la ubicación y relaciones del individuo con respecto a estos objetos y a este espacio (MEN, 2006, p. 61).

En este sentido, se puede considerar la geometría como una herramienta para comprender, describir e interactuar con el espacio en que vivimos, sin embargo la importancia de la geometría difiere con las críticas sobre la pérdida de la geometría escolar con el currículo de la educación básica y secundaria.

Como la geometría activa se puede desarrollar mediante la “manipulación” de las representaciones de los objetos abstractos de la matemática, entonces se hace uso de un recurso pedagógico para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, específicamente, en una actividad; por lo tanto se tiene en cuenta lo que se indica en los Lineamientos Curriculares:

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.) (MEN, 1998, p.37).

De este mismo modo se considera importante la manipulación de recursos pedagógicos para comprender aspectos de la matemática en el espacio, como la geometría es parte de la matemática más intuitiva y sujeta a la realidad, se considera que el uso de recursos pedagógicos es fundamental para el proceso de enseñanza de la geometría.

El interés de este proyecto surgió de la representación de la posición de los triángulos que se presentan en los libros de texto de matemáticas, es decir que casi siempre los presentan con la base de manera horizontal sobre la hoja; si en otro caso se le presenta al estudiante, el triángulo en otra posición, puede llegar a no identificar la base, ni sus lados. García y López (2008) corroboran esta postura de la siguiente manera:

Muchos de los errores que cometen los alumnos se deben a que tienen imágenes conceptuales pobres. Por ejemplo, si los alumnos creen que la base de un triángulo es el lado horizontal porque en él se apoya, entonces pensarán que el primero de los siguientes triángulos (fig.1) tiene base pero el segundo no, lo cual es falso: cualquier lado de un triángulo puede ser tomado como su base (p 34).

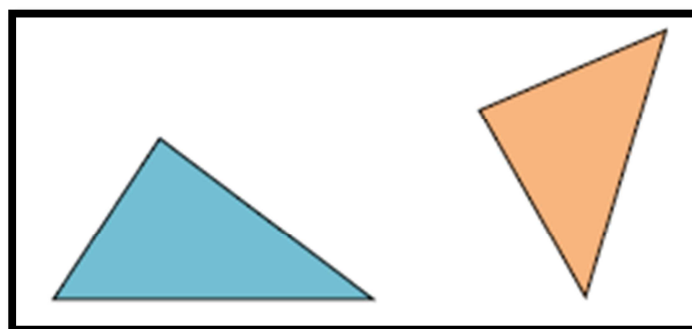


Figura 1: Posición de un triángulo

En la figura 1 se aprecia el ejemplo por el cual surge la idea de hacer uso del origami o doblado de papel para los niños de tercero de educación básica, con el propósito de instruir sobre el reconocimiento de la clasificación de los triángulos. Teniendo en cuenta la importancia de la

geometría y las potencialidades del origami en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, el cual es significativo para evitar los posibles problemas que se pueden presentar en estudiantes a temprana edad en sus procesos de formación o conceptualización de un objeto matemático, por lo tanto se planteó la siguiente pregunta problema:

¿Cómo el uso del origami puede favorecer la enseñanza y aprendizaje de la clasificación de triángulos según sus lados, en estudiantes de grado tercero de la educación básica?

1.2. Justificación del problema

Teniendo en cuenta la importancia que juega el docente al momento de dar a conocer su conocimiento geométrico y la de su rol en el aula de clase, existen algunas razones para la enseñanza de la geometría como lo indican García y López (2008):

“Es importante reflexionar sobre las razones para enseñar Geometría. Si el maestro tiene claro el porqué, estará en condiciones de tomar decisiones más acertadas acerca de su enseñanza. Una primera razón para dar esta asignatura la encontramos en nuestro entorno inmediato, basta con mirarlo y descubrir que en él se encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos: la Geometría modela el espacio que percibimos, es decir, la Geometría es la Matemática del espacio” (p 27).

Por lo tanto, es importante la formación intelectual y pedagógica de un docente, ya que dependiendo de su nivel de formación así mismo va a ser la enseñanza, siendo el docente un instructor en el aula de clase para el estudiante, en donde este potencialice y se instruya de conocimiento sobre la geometría, considerando al educador un generador de dialogo, promoviendo interacción entre docente-estudiante, estudiante-estudiante y estudiante-docente, causando una retroalimentación cognitiva permitiendo una clase amena.

Como son importantes los conocimientos, entonces se hace necesario que el docente conozca sobre la geometría que se ve representada en todo el espacio y se ve aplicada en los siguientes aspectos como menciona García y López (2008):

(...)No obstante que la presencia de la Geometría en el entorno inmediato podría ser una razón suficiente para justificar su enseñanza y su aprendizaje, cabe aclarar que no es la única. La Geometría ofrece, a quien la aprende, una oportunidad para emprender un viaje hacia formas superiores de pensamiento.

La Geometría:

- Se aplica en la realidad (en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería, etcétera).

- Se usa en el lenguaje cotidiano (por ejemplo, se dice: calles paralelas, tinacos cilíndricos, la escalera en espiral, etcétera).
- Sirve en el estudio de otros temas de las Matemáticas (por ejemplo, un modelo geométrico de la multiplicación de números o expresiones algebraicas lo constituye el cálculo del área de rectángulos).
- Permite desarrollar en los alumnos su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para elaborar conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias y su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hace (p. 28 - 30).

De acuerdo a esto, la geometría en las instituciones escolares de Colombia permite desarrollar la percepción del espacio, donde el estudiante puede reconocer e identificar en lo cotidiano la geometría de una manera tangible y real (visualizándola en la casa, en las calles o en el lenguaje que se utiliza a diario), permitiendo llegar a lo que se conoce como la modelación, mediante lo aprendido en clase y aplicándolo en su vida cotidiana. En este sentido, se puede vislumbrar la importancia de la geometría para un estudio a nivel de trabajo de grado, de este modo conociendo algunos de los inconvenientes que se han presentado en la enseñanza del pensamiento espacial, por tal motivo se recurre al uso del origami, como una apuesta a la implementación de material manipulativo como un recurso distinto para la implementación en el aula de clase.

1.2.1. Pertinencia del origami en la geometría escolar.

El origami como recurso pedagógico citado por Valencia (2012), es una técnica que ya se ha estado haciendo en el aula de clase. Se entiende por recurso como un material manipulable, en este caso la manipulación de la hoja de papel, que es de fácil acceso para los estudiantes debido a su bajo costo y está presente en su cotidianidad.

Se tiene en cuenta este recurso para la implementación de la actividad favoreciendo la enseñanza y el aprendizaje de la clasificación de los triángulos de estudiantes de grado tercero de educación básica, el cual Flores (2000) menciona algunos beneficios y cualidades sobre el uso del origami en el aula de clase, como los siguientes:

- Da al profesor de matemática una herramienta pedagógica que le permita desarrollar diferentes contenidos no solo conceptuales, sino también procedimentales, también desarrolla habilidades motoras finas y gruesas que a su vez permitirá al alumno desarrollar otros aspectos, como lateralidad, percepción espacial y la psicomotricidad.

En el estudiante permite:

- Desarrollar la destreza manual y la exactitud en el desarrollo del trabajo, exactitud y precisión manual.
- Desarrolla la interdisciplinariedad de la matemática con otras ciencias como las artes por ejemplo.
- Motiva al estudiante a ser creativo ya que puede desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no sólo plana sino también espacial (p. 5 - 6).

De esta manera, la papiroflexia en el aula de clase brinda beneficios al estudiante, permitiendo un aprendizaje en grupo, mejorando las habilidades de comportamiento, aportando al desarrollo cognitivo de los estudiantes, es por tal motivo que se implementa la actividad con el uso del origami.

Esta actividad se llevó a cabo con estudiantes de grado tercero de la educación básica de la Institución Educativa Centro Docente los Samanes y desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en el grupo de primero a tercero se presentan e identifican algunas competencias básicas que deben cumplir los estudiantes de dichos grados de escolaridad, estos estándares corresponden al Pensamiento Espacial y Sistema Geométrico (MEN, 2006), estos son: “Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales - Dibujo y describo cuerpos o

figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños - Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura” (p. 80).

Los estándares que se han mencionado se intentan desarrollar en la actividad que se implementó en el aula de clase para los estudiantes de grado tercero de la educación básica primaria, haciendo énfasis en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, ya que se da a conocer la geometría de manera dinámica. Así mismo en este grado deben ser capaces de reconocer ciertas características de los triángulos diferenciando los atributos y algunas propiedades de cada uno, teniendo como objetivo reconocer los triángulos en diferentes posiciones y tamaños, para que el estudiante desde principios de su formación tenga claridad en la clasificación de estos, cómo se menciona en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, haciendo referencia al pensamiento espacial de la siguiente manera:

(...) se sugiere el enfoque de geometría activa que parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de ‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna (MEN, 1998, p.37).

Es importante presentar al estudiante la geometría activa en diferentes entornos o contextos, en este caso mediante el recurso del origami en donde el estudiante debe construir lo que se le está pidiendo por medio del doblado del papel y sus movimientos, con el objetivo de que conceptualice y tenga una representación interna de lo que se les pretende enseñar.

Este proyecto en la Educación Matemática aporta en la medida en que otros docentes se motiven a implementar actividades con origami en sus aulas de clase, y vean unos resultados satisfactorios en sus estudiantes con nuevos métodos didácticos, permitiéndole explorar, indagar y cuestionarse.

1.3. Objetivos

Los objetivos que sustentaron y orientaron este trabajo de grado son los siguientes.

1.3.1. Objetivo general.

Caracterizar cómo el uso del origami puede favorecer la enseñanza y aprendizaje de la clasificación de los triángulos según sus lados, en estudiantes de grado tercero de educación básica.

1.3.2. Objetivos específicos.

- Diseñar una actividad con origami sobre la clasificación de los triángulos según sus lados, e implementarla en el aula de clase.
- Identificar las cualidades y beneficios que el origami puede llegar a brindar dentro de la experiencia en el aula de clase.
- Analizar los resultados teóricos y prácticos de la actividad aplicada a los estudiantes de grado tercero de educación básica.

1.4. Algunos antecedentes de la problemática del trabajo

En este apartado se presentan los documentos a nivel nacional e internacional, tesis, artículos que se tuvieron en cuenta para realizar este trabajo; estos antecedentes se dividen en dos partes, el primero es el referente sobre el origami, y el segundo sobre los aspectos geométricos, en cada uno de estos referentes se tiene en cuenta algunos documentos nacionales e internacionales.

1.4.1. Antecedentes teóricos sobre el origami.

En la tabla 1, se especifican los documentos sobre el origami que se han hecho en Colombia y que fueron relevantes para este trabajo.

NIVEL NACIONAL		
Nombre del Documento y/o año	Autor	Resumen y/o Pertinencia
Encuentro colombiano de matemática educativa: El origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría	Heberto De la torre Mejía & Adalberto Prada Vásquez	La propuesta consiste en enseñar a los jóvenes la técnica de la manipulación del papel, a través del origami, permitiendo trabajar el pensamiento geométrico, haciendo uso de algunos postulados, teoremas y axiomas de la geometría. Esta propuesta aportó en la medida en que muestra algunos beneficios y cualidades sobre el uso del origami en el aula de clase.
Informe de investigación para optar el título de magister: Prácticas Discursivas y Recursos Pedagógicos en Clases de Geometría en la Educación Básica: El Caso del Origami 2012	Ana Katherine Valencia Montenegro	Presenta una reflexión sobre la práctica de enseñanza en situación. Vinculando la geometría origámica en sus clases, en el nivel educativo de la educación básica. Esta tesis se tiene en cuenta para referenciar el origami como un recurso pedagógico.

Trabajo de investigación para optar el título de magister: Diseño de una secuencia didáctica que integra el uso de origami para el aprendizaje de la factorización en grado octavo. 2014	Nydia Catalina Sandoval Camargo	Este trabajo hace referencia al diseño, experimentación y evaluación de una secuencia didáctica que integra el uso del origami para el aprendizaje de la factorización en el grado octavo, caracterizado en un esquema experimental a través de la manipulación del papel y en el estudio dentro del aula de clase. Esta tesis fue retomada ya que aporta sobre la historia del origami, presentando algunas bases y símbolos que son importantes tener en cuenta para realizar dobleces perfectos.
Encuentro colombiano de matemática educativa: Pensamiento espacial a través del doblado del papel	Ana Ofelia Villegas Múnica	En este trabajo se plantea que la geometría se ha constituido como una disciplina resultado de la necesidad del hombre de relacionarse con el mundo y de su metrización; desde esta perspectiva, tanto en los Lineamientos Curriculares, como en los Estándares Básicos de Matemáticas brinda información sobre la importancia del pensamiento espacial desde estos documentos curriculares.

Tabla 1: Antecedentes teóricos sobre el origami a nivel nacional

A continuación, en la tabla 2, se esbozan los documentos o revistas que retoman el origami y que se han hecho en otros países.

NIVEL INTERNACIONAL		
Nombre del Documento y/o año	Autor	Resumen y/o Pertinencia
Sctm05 sociedad, ciencia, tecnología y matemáticas 2005: Geometría con papel (papiroflexia matemática). 2005	Covadonga Blanco García y Teresa Otero Suárez	Este apartado trata sobre geometría con papel, el cual describe sobre un poco de historia, educación, los diagramas que se utilizan al doblar el papel, entre otros

		aspectos con respecto al origami y su uso. Aporta para el proyecto algo de historia y algunos aportes que brinda el origami en la educación.
Comunicación 6.07: Geometría con papel.	María Consuelo Cañadas Santiago, Francisco Durán Ceacero, Sandra Gallardo Jiménez, Manuel José Martínez-Santaolalla Martínez, María Peñas Troyano & José Luis Villegas Castellanos	El uso de la papiroflexia como recurso didáctico en el aula de matemáticas, consideramos el valor de la papiroflexia como estímulo de distintas facultades intelectuales y físicas. Este artículo aporta con respecto a los axiomas que presenta Humiaki Huzita.
Comunicado: El origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría	Jesús Victoria Flores Salazar	La presente comunicación muestra la utilización del origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría en los primeros años de educación secundaria. Es un trabajo teórico práctico donde el origami como arte japonés se conecta con la matemática. Brinda apoyo sobre el origen y tipos de origami teniendo en cuenta algunas cualidades y axiomas que presenta German Beitia, respecto al origami.

Tabla 2: Antecedentes teóricos sobre el origami a nivel internacional

1.4.2. Antecedentes teóricos sobre aspectos geométricos.

En la tabla 3, se exponen los documentos que hacen referencia al pensamiento espacial y que han sido diseñados e implementados en Colombia.

NIVEL NACIONAL		
Nombre del Documento y/o año	Autor	Resumen y/o Pertinencia
Documento: Historia de la geometría	Matemáticas en el IES Valle del Oja.	Este documento brinda información sobre la historia de la geometría. Se tiene en cuenta para la historia y epistemología de la geometría.
Proyecto de grado:		Esta investigación

Estrategia didáctica fundamentada en los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje de la teoría de van hiele en la enseñanza de los atributos y clasificación del triángulo según sus lados, usando la técnica del origami 2012	Diana Isabel Ramírez Navarrete Alexandra Rendón Vega	interpretó, estudio, categorizó y analizó, las acciones de aula basadas en la técnica del origami, fundamentada en los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje propuestas en la teoría de van hiele en el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de básica primaria. Brinda información sobre la geometría desde los lineamientos para matemáticas, y también sobre el origami.
Monografía: Situaciones problema para la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones intra e inter figúrales en los triángulos 2008	Jhon Fredy Bedoya Restrepo, Mariluz Bustamante Castrillon, James David Cano Rios, Diana Marcela Castrillon Galvis, Monica Yasmid Lopera Correa, Milton Esteban Sierra Cadavid & Jinela Maria Villa Gallego	En la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas se puede evidenciar la dificultad que presentan los estudiantes en la apropiación y aplicación de los contenidos enseñados, cuando son presentados en situaciones o contextos parecidos ya que no hay un momento de reflexión y comprensión de lo que se está haciendo dentro y fuera del aula. Esta monografía fue relevante por ya que aporta información con respecto a la historia y epistemología de la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Tabla 3: Antecedentes de aspectos geométricos a nivel nacional

En la tabla 4, se exponen los documentos usados que fueron relevantes para el trabajo de grado, y teniendo en cuenta la perspectiva o desarrollo desde otros países de los cuales han sido elaborados.

NIVEL INTERNACIONAL		
Nombre del Documento y/o año	Autor	Resumen y/o Pertinencia
Documento: la geometría del triángulo	Diana Barredo Blanco	En este documento se presenta las definiciones básicas del triángulo, las rectas y puntos, más

		notables en los triángulos. Este documento se tiene en cuenta ya que permite brindar teoría del triángulo y sus propiedades, ya que este es el objeto matemático que se va a enseñar.
Libro: La enseñanza de la Geometría. 2008	Silvia García Peña Olga Leticia López Escudero	Este libro forma parte de la colección de materiales para apoyar la práctica educativa, tiene como propósito introducir a los maestros en servicio de primaria y secundaria en la problemática de la enseñanza de la geometría, particularmente en los contenidos. Aportó con respecto a la geometría, su importancia de ser enseñada, teniendo en cuenta la labor del docente en el aula de clase.

Tabla 4: Antecedentes de aspectos geométricos a nivel internacional

Los anteriores documentos dan cuenta de la importancia del pensamiento espacial y sistemas geométricos, de los inconvenientes que se han dado en el desarrollo de este pensamiento matemático en las instituciones escolares; los documentos que esbozan la información sobre el origami, generan claridad sobre los beneficios que puede llegar a brindar este recurso pedagógico en el aula de clase, tanto en el docente como en el estudiante.

CAPÍTULO II. REFERENTES TEÓRICOS

2. Marco teórico

En este marco de referencia se establecen los elementos teóricos que conciernen a la problemática planteada y que son la base para el presente trabajo, por lo tanto es pertinente hacer una mención de cada uno de ellos. El primer referente es de carácter epistemológico, que da cuenta del proceso e importancia de la geometría; el segundo, es el referente didáctico, en el cual se profundiza sobre el origami como un recurso pedagógico para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, luego se encuentra el referente matemático, para caracterizar el objeto de estudio que en este caso son los triángulos, y por último pero no menos importante está el referente curricular, para establecer las competencias que se desarrollan en torno al objeto de estudio y el pensamiento matemático que se ve involucrado.

2.1. Referente epistemológico de la geometría

La historia hay que tenerla presente ya que permite dar cuenta de los hechos y procesos que han ocurrido en lapsos de tiempo pasados respecto a un suceso, hecho o tema determinado, en este caso la historia de la geometría, que tiene sus inicios desde el origen de la humanidad, las primeras civilizaciones mediterráneas adquieren poco a poco conocimientos geométricos de carácter muy práctico basados en fórmulas, para calcular áreas y longitudes cuya finalidad era calcular la producción de las parcelas de la tierra para determinar los impuestos, o reconstruir las parcelas de tierra después de las inundaciones. El conocimiento geométrico tanto de egipcios como de las culturas mesopotámicas pasa íntegramente a la cultura griega a través de Tales de

Mileto, la *secta* de los pitagóricos, y esencialmente de Euclides (Historia de la geometría. 25/11/15).

La palabra Geometría viene del griego *geo*, “tierra”; *metrein*, “medir”; es una rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio, es decir que se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas, de la superficie y volumen de cuerpos sólidos, otros campos en donde surge la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y geometría no euclidiana (Historia de la geometría. 25/11/15).

La epistemología como rama de la filosofía permite dar cuenta del origen, la estructura, los métodos y la validez del conocimiento de las circunstancias históricas de la geometría (Campos. A. 25/11/15). Es así que, para hablar de epistemología hay que tener en cuenta la historia, para saber cómo se ha ido desencadenando o ha surgido la geometría por medio de conceptos, métodos y teoremas.

Teniendo en cuenta lo que pasó con la geometría antes de los Lineamientos Curriculares que fue relegada por la matemática moderna, y por ende no era desarrollada en las instituciones educativas del país, surgieron algunos inconvenientes de carácter cognitivo, metodológico y conceptual en los estudiantes, debido a lo abstracto y formal de los elementos y contenidos de la geometría. Por lo tanto se debe reconocer la importancia que juegan las figuras geométricas en la enseñanza de la geometría permitiendo la visualización de los enunciados por parte de los estudiantes, aunque presenta algunos inconvenientes como:

- La concepción de las figuras como algo estático y por ende se llega a la negación de la posibilidad de realizarle transformaciones como divisiones, traslaciones, rotaciones, entre otras.
- No encontrar en las figuras las relaciones o propiedades que se relacionan con la hipótesis planteada y que lo pueda llevar a la solución del problema o situación.

- Que los maestros consideren que al presentar las figuras no necesitan hablar más del problema planteado y no elaboren un discurso que acompañe al estudiante en la búsqueda de la solución y del mismo planteamiento.
- En algunos casos se puede presentar la no coherencia entre la figura y el enunciado del problema en el lenguaje natural.
- Al resolver problemas relacionados con la comparación o búsqueda de áreas, el estudiante centra su estrategia sólo en el conteo o tanteo de posibles respuestas, mientras que para lograr que los estudiantes lleguen a la respuesta pero no resuelvan el problema o lleguen a la pérdida de la globalidad de la figura y que manejen la figura como un todo, se debe ir más allá y buscar estrategias para que ellos puedan ver la figura y el planteamiento del problema como un todo y no por partes (Bedoya et al. 2008).

A continuación se va a sintetizar un breve análisis epistemológico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, teniendo en cuenta lo que se ha mencionado anteriormente.

2.1.1. Breve análisis epistemológico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

El conocimiento histórico y epistemológico de la geometría es de importancia para la elaboración y desarrollo del trabajo de grado, con respecto a la clasificación de los triángulos según sus lados. Teniendo en cuenta las dificultades que han surgido en la enseñanza y aprendizaje, conociendo la historia de la geometría y por ende el origen de lo abstracto de la matemática.

Con relación a la historia de la geometría que surge como resultado de la necesidad del hombre para resolver los problemas de su vida cotidiana, se da paso a hablar sobre la didáctica de la geometría teniendo en cuenta lo epistemológico que recoge la historia de la geometría. Como lo ilustran Abaira y Villella (s.f), en la figura 2, sobre el papel de la gestión de la clase de geometría, desde los enfoques didáctico y epistemológico.

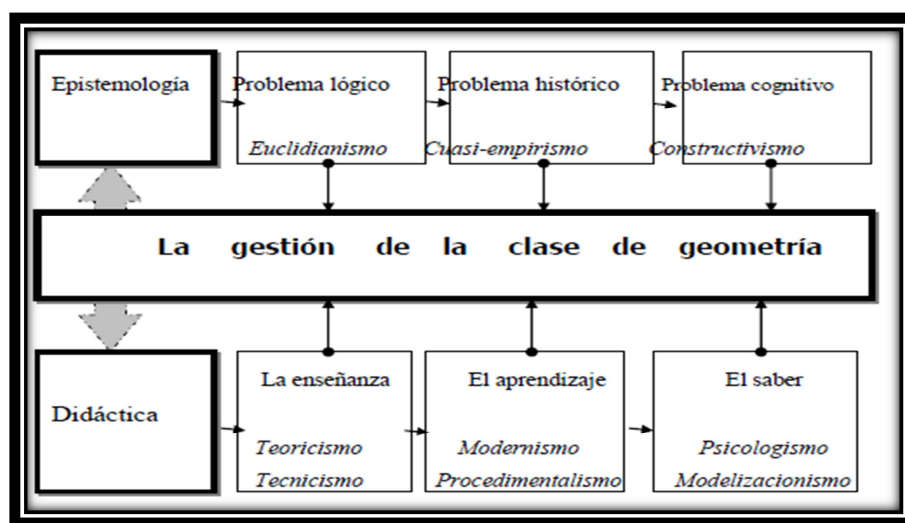


Figura 2: Modelo didáctico de la geometría en relación con el epistemológico de la matemática

De acuerdo a este modelo se observa que la visión epistemológica de la geometría (VEG), y la visión epistemología de la didáctica de la geometría (VEDG), representan la relación entre la epistemología (tiene en cuenta la historia y origen de la geometría) y la didáctica (enseñanza-aprendizaje-saber), en esta relación con base en la epistemología se desprenden unos problemas que son de tres tipos:

- Lógico (VEG: conocimiento formal, VEDG: el profesor es quien controla el proceso de enseñanza y aprendizaje, se basa en el uso eficiente de las técnicas algorítmicas),
- Histórico (VEG: se habla de conjeturas, pruebas y refutaciones de la teoría matemática antes de ser formalizada, VEDG: Considera la actividad geométrica como exploratoria y se basa en el modelo docente del modernismo y procedimentalismo).
- Cognitivo (VEG: los objetos matemáticos se desarrollan en un proceso de crecimiento de los objetos, la relación y transformaciones de estos, VEDG: incorporación lenta del alumno en la resolución de una situación problemática elegida en función del conocimiento que se quiere que éste construya y que debe permitirle discernir si la solución por él diseñada, es la correcta o no) (Abraira y Villella. (s.f)).

Identificando algunos obstáculos que se presentan en la enseñanza de la geometría, se pueden referenciar tres tipos:

- Ontogenético: Está ligado al desarrollo neurofisiológico del niño, es decir a las características del niño.
- Epistemológico: está relacionado al propio concepto, la construcción del conocimiento matemático se enfrenta con ellos y se apoya en ellos.
- Didáctico: Resulta de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza; procedentes de las decisiones que toma el profesor o el propio sistema educativo en relación con algunos conocimientos matemáticos (Bedoya et al. 2008).

Teniendo en cuenta estos obstáculos el docente se le puede hacer más amena la clase, ya que puede crear estrategias para superarlos y de tal manera la clase se hace enriquecedora. Con base en la historia que ha tenido la geometría es importante potencializar el pensamiento espacial para que sea implementado en las aulas de clase, el cual con este trabajo se da paso al desarrollo de este pensamiento.

2.2. Referente didáctico: Una aproximación al concepto de origami

En este referente se hace alusión al origami como recurso pedagógico desde Valencia (2012), el papel como recurso principal de esta técnica ha sido usado en diferentes contextos como es el artístico y el educativo, en este caso el origami es de origen Chino, la palabra origami significa *ori* (doblar), *kami* (papel) que es un refinado arte japonés que en español es papiroflexia.

La papiroflexia puede discurrir en varios aspectos, de acuerdo a:

- Finalidad:
 - o Artístico: construcción de figuras del espacio, para decoración.
 - o Educativo: construcción de figuras para el estudio de sus propiedades (matemáticas).
- Forma del papel utilizado:

- o Papel completo: trozo de papel inicial en forma cuadrangular, rectangular o triangular.
- o Tiras: trozo inicial de papel en forma de tiras largas.
- Cantidad de piezas implicadas:
 - o Tradicional: un solo trozo de papel inicial (u ocasionalmente dos o tres, a lo sumo).
 - o Modular: varios trozos de papel iniciales que se pliegan para formar unidades (módulos), generalmente iguales, los cuales se ensamblan para formar una figura compleja.

2.2.1. El origami como recurso pedagógico.

El origami se puede llevar al aula de clase, como un recurso pedagógico ya que brinda algunas cualidades, beneficios y habilidades tanto en el docente como en el estudiante, el cual permite identificar lo valioso que puede llegar a ser el origami en el aula de clase, desarrollando actividades con respecto a la geometría, como lo menciona Flores (2000):

- Proporciona al profesor de matemáticas una herramienta pedagógica que le permite desarrollar diferentes contenidos, no sólo conceptuales sino de procedimiento. También desarrolla la psicomotricidad y, fundamentalmente, la psicomotricidad fina, así como la percepción espacial.
- Desarrolla la destreza manual, la exactitud en la realización del trabajo y la precisión manual.
- Relaciona la disciplina de las matemáticas con otras ciencias, como las artes, por ejemplo.
- Motiva al estudiante a ser creativo, ya que puede desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no sólo plana, sino también espacial (Blanco & Otero. 2005. P. 1,2).

El origami también desarrolla habilidades de:

- Comportamiento: por medio de la repetición de acciones la persona debe estar atenta a escuchar y hacer al tiempo en que lo están dirigiendo, para hacer un trabajo correcto e impecable.

- Aprendizaje en grupo: el origami se puede trabajar en grandes grupos de personas, en el cual si alguno de los integrantes no entiende, otro de los integrantes le explica y así se hace un trabajo en grupo y colaborativo
- Desarrollo cognitivo: en la medida en que siguen instrucciones las personas deben ir haciendo los respectivos dobleces que tiene una secuencia determinada para lograr un resultado exitoso de la figura hecha (Flores. 2000).

Cabe resaltar que en este trabajo de grado se realiza la actividad con origami con fines educativos, de manera tradicional, es decir que con un solo trozo de papel inicial se hace un figura, en este sentido se empleará el origami en una actividad desde el punto de vista geométrico, realizando figuras básicas, como el triángulo desarrollándose con base en la geometría euclidiana.

2.2.2. Algunos aspectos importantes del origami.

Como la geometría de una manera formal está regida por axiomas, teoremas y postulados, en el ámbito geométrico del origami también se da esta formalidad, a continuación se va a describir algunos axiomas, unos símbolos y bases que son básicos para tener en cuenta en el uso del origami para realizar las diferentes figuras que se quieran efectuar con este recurso pedagógico. En este trabajo no se analizaran los axiomas, pero se presentan para que el lector los tenga en cuenta, siendo estos presentes de forma implícita en el origami al realizar cualquier figura.

El matemático Humiaki Huzita en 1985 presentó un conjunto de seis axiomas de la construcción de origami citado por (O'rourke, J y Demaine, E. 2007). Estos axiomas tienen la intención de capturar lo que puede ser construido a partir de "puntos" y "líneas", a través de un solo pliegue. De este modo, una línea es un pliegue en una pieza (finito) de papel o el límite del papel y un punto es una intersección de dos líneas.

Los axiomas son los siguientes:

A1. Dados dos puntos p_1 y p_2 , se puede realizar un pliegue que los conecte, es decir una recta que pasa por dos puntos.

A2. Dados dos puntos p_1 y p_2 , se puede realizar un pliegue que los conecte, siendo este pliegue la mediatriz del segmento p_1 y p_2 .

A3. Dadas dos rectas l_1 y l_2 , se puede plegar l_1 sobre l_2 , formando la bisectriz del ángulo conformado por estas rectas.

A4. Dado un punto p y una recta l , se puede hacer un pliegue perpendicular a l que pase por p .

A5. Dados dos puntos p_1 y p_2 y una recta l , se puede hacer un pliegue que haga corresponder a p_1 con el punto de l y que pase por p_2 .

A6. Dados dos puntos p_1 y p_2 y dos rectas l_1 y l_2 , se puede hacer un pliegue que haga corresponder a p_1 con un punto de l_1 y p_2 con un punto de l_2 .

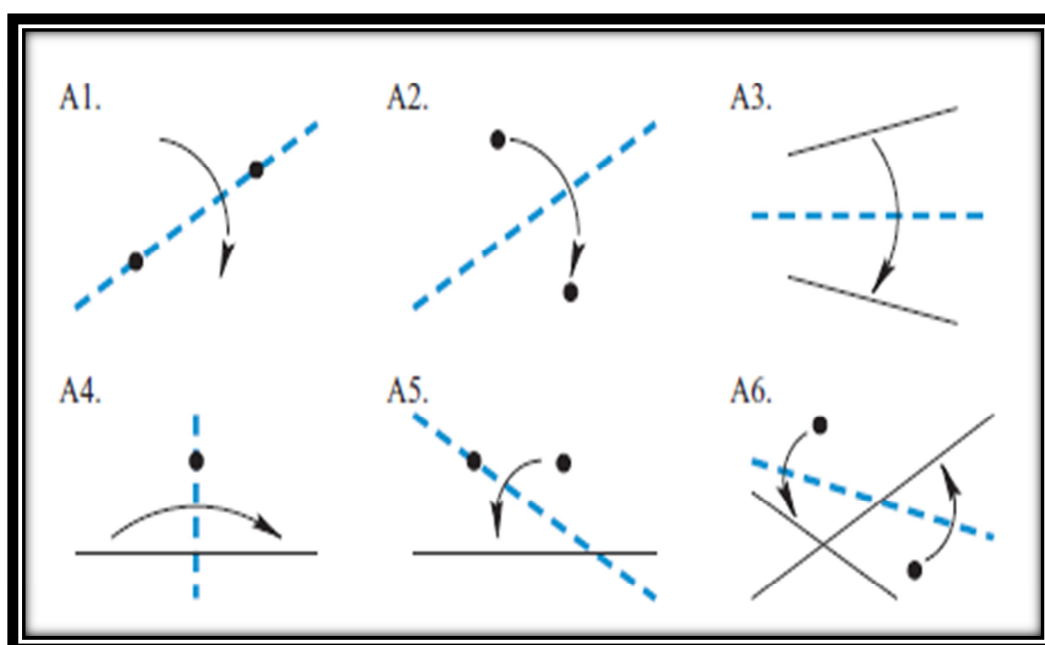


Figura 3: Seis axiomas de Huzita. Las líneas continuas son las líneas existentes; las líneas de puntos es por donde se dobla

A continuación se muestran algunas bases y símbolos sobre el origami citado por Sandoval, (2014), que son importantes tenerlas en cuenta al momento de utilizar este recurso, para que permita un mejor manejo y que el estudiante tenga la satisfacción de que realizó la figura bien en su proceso del doblado del papel

- **Bases y símbolos del origami**

- o **Bases:**

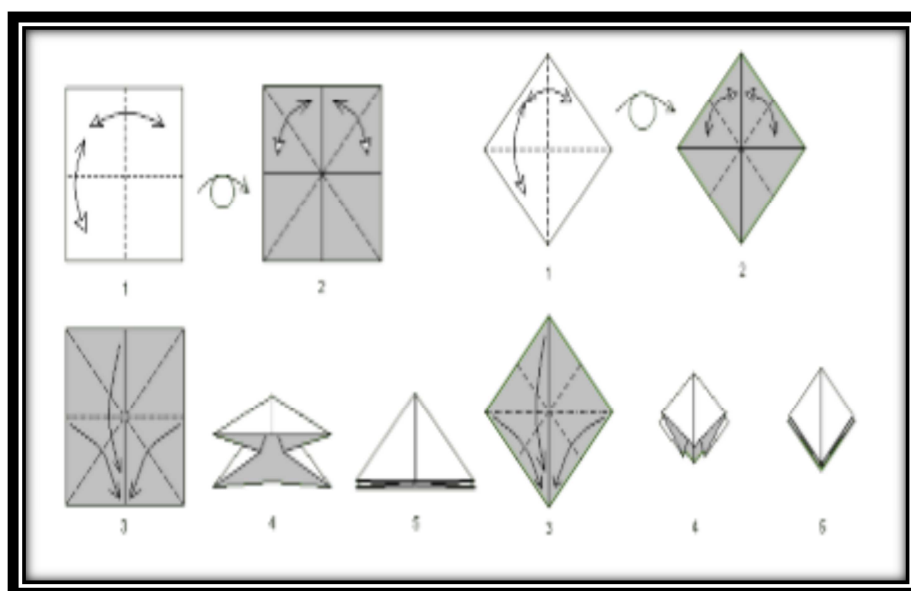


Figura 4: Base Bomba

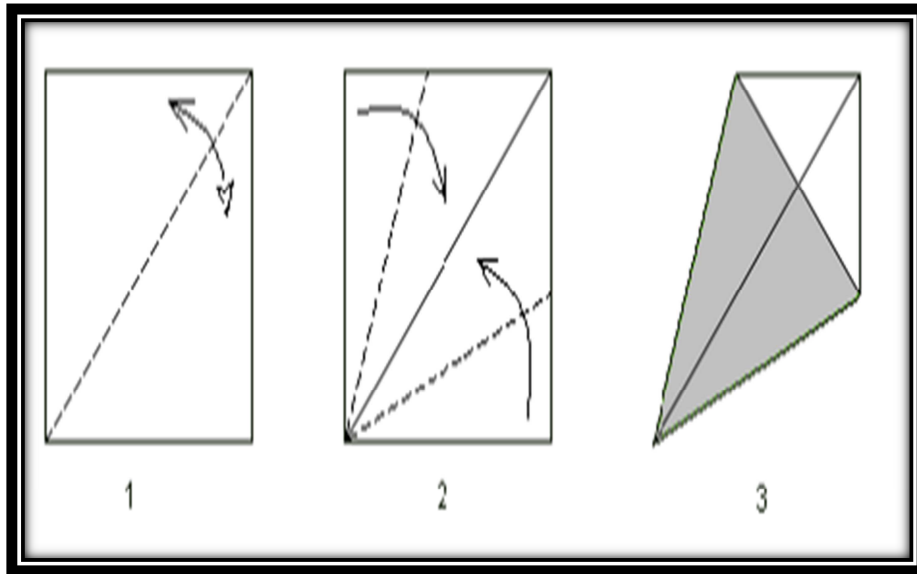


Figura 5: Base Cometa

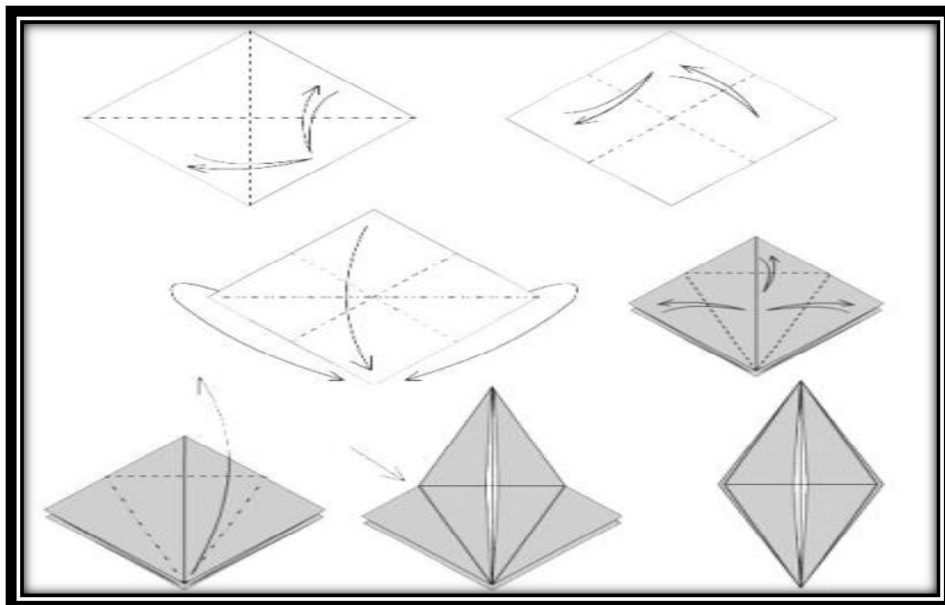


Figura 6: Base Pájaro

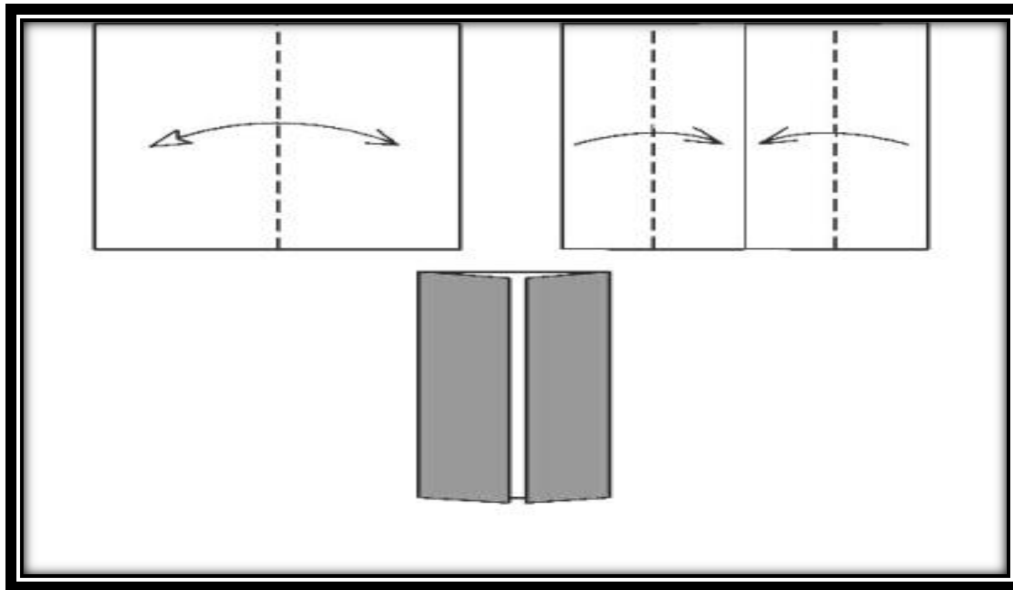


Figura 7: Base Puerta

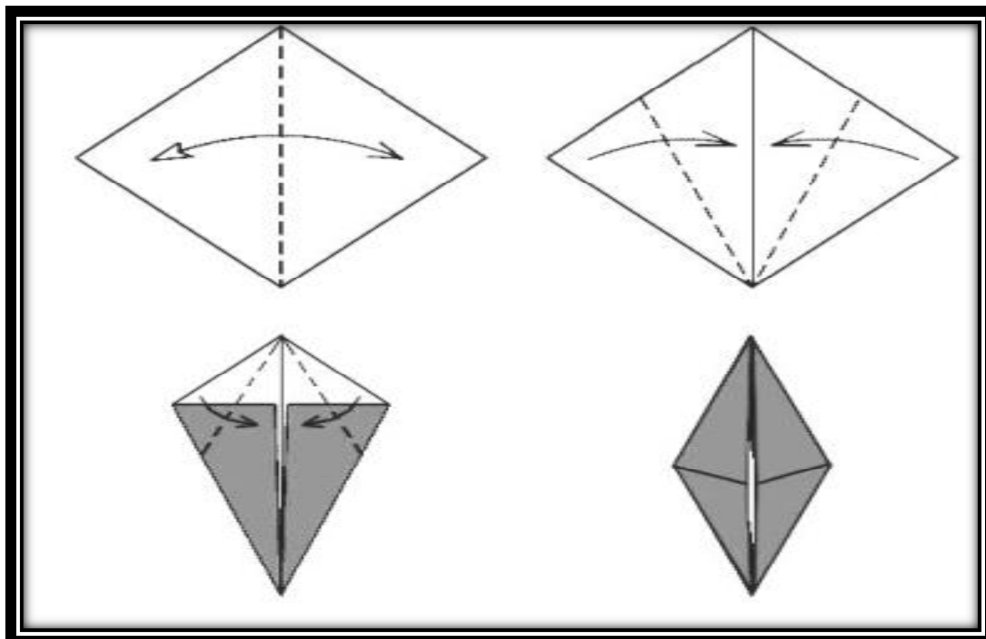


Figura 8: Base Diamante

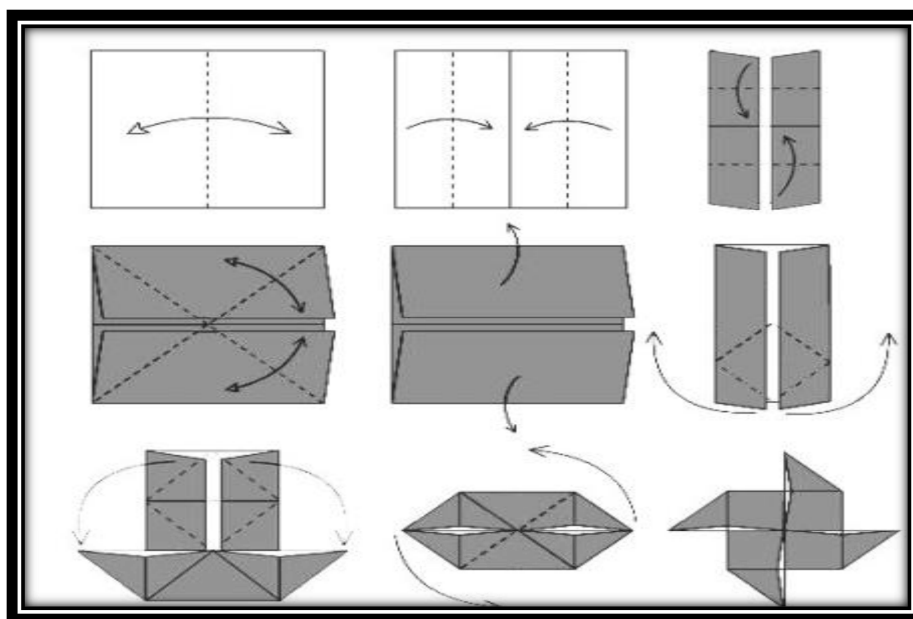


Figura 9: Base Molinete

o Símbolos:

Hay que tener en cuenta los símbolos que permiten interpretar los doblados que se hacen con la hoja de papel:

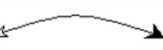
La flecha entera  indica “doblar en este sentido”

Las líneas punteadas ----- indican que hay que hacer “pliegue en valle” (o pliegue “en hueco”).

La flecha hueca  indica “doblar hacia atrás.”

La línea de puntos y rayas ----- indican que hay que hacer “un pliegue en montaña”

La flecha envuelta  indica “volver la hoja.”

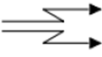
La doble flecha  (vacía y entera) indica “plegar y luego desplegar”.

La flecha que rebota  indica “plegar y volver a plegar”.

La flecha en Z  indica “plegar en abanico”.

La flecha en S  indica que hay que hacer un pliegue invertido interior.

La doble flecha redondeada  indica “que hay que hacer un pliegue externo invertido”.

La flecha de doble Z externa  indica “hacer un doble pliegue invertido externa”.

La flecha de doble pasantes Z  indica “hacer un doble pliegue invertido interior”.

La pica entera  indica “para presionar” (para hacer un pliegue interior invertida).

La flecha corta vacío  indica “abrir el papel” (para hacer un pliegue invertido externo).

La flecha cortada  indica “hacerlo de nuevo en el lugar indicado” lado derecho hacia arriba.

La flecha vacía sin plumas  indica “vista ampliada.”

Las bases y los símbolos no todos se usaron para la actividad que se desarrolló con los estudiantes, solo se usaron la base cometa, el punto 1 (ver figura 5) y base pájaro (ver figura 6), con respecto a los símbolos se usaron el de la flecha entera y la línea punteada. Se expusieron todos estos símbolos y bases con el propósito de ayudar al lector si en algún momento desea referenciar esto símbolos y bases para un posterior trabajo sobre origami.

2.3. Referente matemático: Aspectos geométricos relevantes para la clasificación de los triángulos

Siendo la clasificación de los triángulos el tema a desarrollar en la actividad que se llevó a cabo en el aula de clase, es preciso mostrar lo relacionado con los triángulos en geometría euclidiana, desde Barredo D, (s.f.) en su documento La Geometría del Triángulo, a continuación se darán definiciones, las propiedades y clasificación de los triángulos.

2.3.1. Definición de triángulo.

Triángulo es un polígono de tres lados, que viene determinado por tres puntos no colineales llamados vértices.

Los vértices se denotan por letras mayúsculas: A, B y C; los lados son los segmentos que unen dos vértices del triángulo y se denotan por la misma letra que el vértice opuesto, pero en minúscula. Es decir:

El lado 'a', es el segmento que une los vértices B y C.

El lado 'b', es el segmento que une los vértices A y C.

El lado 'c', es el segmento que une los vértices A y B.

Se llama ángulo de un triángulo, al ángulo que forman las rectas sobre las que se apoyan dos de sus lados incidentes en un vértice. El ángulo, se denota con la misma letra que el vértice correspondiente.

2.3.2. Propiedades de los triángulos.

Propiedad 1: Un triángulo tiene tres ángulos, cumpliéndose siempre que: "la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180 grados".

Propiedad 2: (Propiedad Triangular)

Las longitudes de los lados de un triángulo no pueden ser cualesquiera. Para que pueda construirse el triángulo, la longitud de cada lado tiene que ser menor que la suma de los otros dos lados o, lo que es lo mismo: "cada lado debe ser mayor que la diferencia de los otros dos".

Propiedad 3: "El triángulo equilátero, es también equiángulo" (los tres ángulos son iguales, y por tanto, de 60° cada uno). "En el triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa* y los otros dos, *catetos*". "Un triángulo rectángulo isósceles tiene un ángulo recto y sus catetos iguales, luego los ángulos agudos también son iguales, e iguales a 45°"

Propiedad 4: "La recta que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralela al tercer lado e igual a su mitad, y se llama *paralela media* correspondiente al tercer lado".

Propiedad 5: "Los puntos de la mediatriz de un lado de un triángulo equidistan de los vértices que definen dicho lado"

Propiedad 6: Una altura puede ser interior al triángulo, exterior al mismo, o incluso, coincidir con alguno de sus lados (según el tipo de triángulo): Si el triángulo es rectángulo: "La altura respecto a la hipotenusa es interior, y las otras dos alturas coinciden con los catetos del triángulo". Si el triángulo es acutángulo: "Las tres alturas son interiores al triángulo". Si el triángulo es obtusángulo: "La altura respecto al mayor de sus lados es interior, siendo las otras dos alturas exteriores al triángulo"

Propiedad 7: "En un triángulo isósceles, la altura correspondiente al lado desigual divide el triángulo en dos triángulos iguales"

Propiedad 8: "Las tres medianas de un triángulo son interiores al mismo, independientemente del tipo de triángulo que sea"

Propiedad 9: "Cada mediana de un triángulo divide a éste en dos triángulos de igual área"

Propiedad 10: "Los puntos de la bisectriz equidistan de los lados del ángulo"

2.3.3. Clasificación de los triángulos.

Este es el tema a desarrollar en la actividad con los estudiantes de grado tercero de la educación básica, dando cuenta sobre la clasificación de triángulos según sus lados, empleada mediante la técnica del origami.

En este apartado no solo se muestra la clasificación de los triángulos según sus lados sino desde sus ángulos y algunos conceptos que se trabajan con el triángulo como lo son la mediatriz, bisectriz, la mediana, entre otros, con el propósito de ampliar la información al lector.

La clasificación de los triángulos se hace atendiendo a dos criterios:

Atendiendo a sus lados:

- **Escalenos** (los tres lados distintos)
- **Isósceles** (dos lados iguales y otro desigual)
- **Equilátero** (los tres lados iguales)

Atendiendo a sus ángulos:

- **Rectángulos** (si tiene un ángulo recto)
- **Acutángulos** (si los tres ángulos son agudos)
- **Obtusángulos** (si tiene un ángulo obtuso)

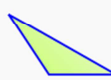
Triángulo	equilátero	isósceles	escaleno
acutángulo			
rectángulo			
obtusángulo			

Tabla 5: Clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos

2.3.4. Mediatriz del triángulo.

La mediatriz de un lado de un triángulo se define como la recta perpendicular a dicho lado que pasa por su punto medio. Todo triángulo ABC, tiene tres mediatrices que denotaremos como sigue:

La mediatriz del lado ' a '= BC , se denota por M_a

La mediatriz del lado ' b '= AC , se denota por M_b

La mediatriz del lado ' c '= AB , se denota por M_c

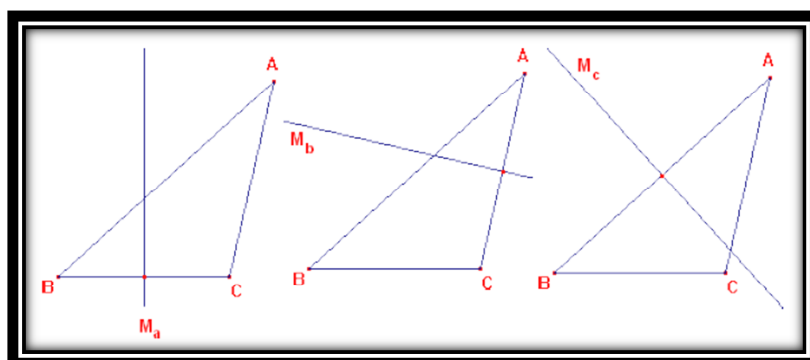


Figura 10: Mediatriz del triángulo según sus lados

2.3.5. Altura del triángulo.

La altura de un triángulo, respecto de uno de sus lados, se define como la recta perpendicular a dicho lado que pasa por el vértice opuesto. Todo triángulo ABC, tiene tres alturas que denotaremos como sigue:

La altura respecto del lado ' a '= BC , se denota por **ha**

La altura respecto del lado ' b '= AC , se denota por **hb**

La altura respecto del lado ' c '= AB , se denota por h_c

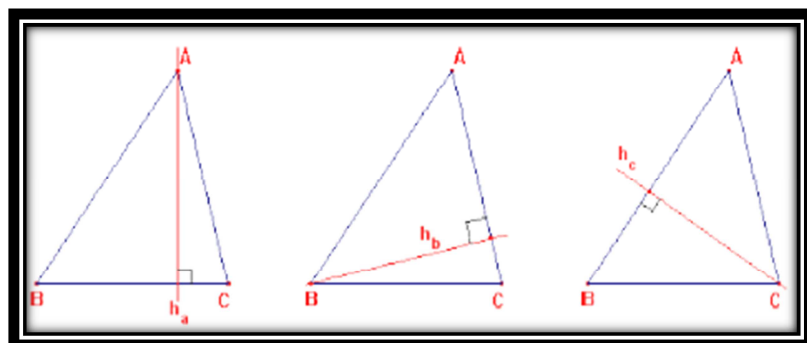


Figura 11: Altura del triángulo según sus lados

2.3.6. Mediana del triángulo.

La mediana de un triángulo, correspondiente a uno de sus vértices, se define como la recta que une dicho vértice del triángulo con el punto medio del lado opuesto. Todo triángulo ABC , tiene tres medianas (una por cada vértice) que denotaremos como sigue:

Mediana correspondiente al vértice A , se denota por m_A

Mediana correspondiente al vértice B , se denota por m_B

Mediana correspondiente al vértice C , se denota por m_C

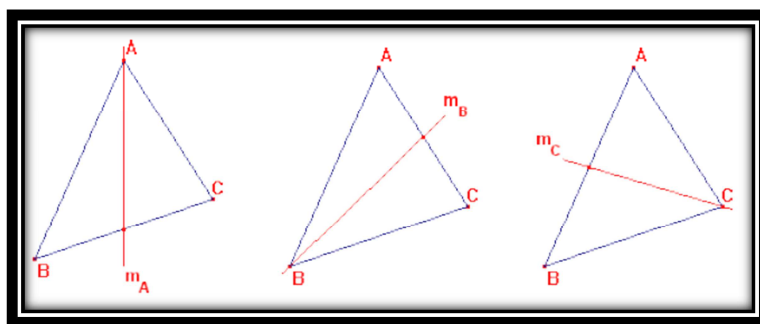


Figura 12: Mediana del triángulo según sus vértices

2.3.7. Bisectriz del triángulo.

La bisectriz de un triángulo, correspondiente a uno de sus vértices, se define como la recta que, pasando por dicho vértice, divide al ángulo correspondiente en dos partes iguales. Todo triángulo ABC , tiene tres bisectrices (una por cada ángulo) que denotaremos como sigue:

- Bisectriz correspondiente al ángulo A , se denota por b_A

- Bisectriz correspondiente al ángulo B, se denota por b_B
- Bisectriz correspondiente al ángulo C, se denota por b_C

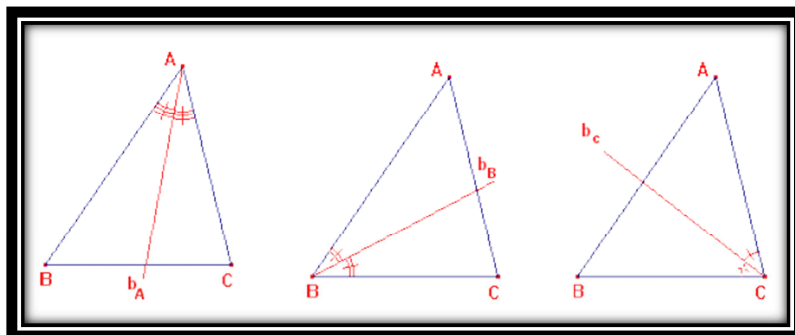


Figura 13: Bisectriz del triángulo, en cada uno de sus vértices

2.3.8. Clasificación de los triángulos según Euclides.

En este apartado se tendrá en cuenta el libro I de los Elementos de Euclides (Traducción de Vega, L. 1991), para presentar de manera formal la definición de triángulo, su clasificación y algunas de sus propiedades, siendo la actividad desarrollada en el marco de la geometría euclidiana.

Definición de triángulo

Definición 19: Figuras rectilíneas son las comprendidas por rectas, triláteras las comprendidas por tres, cuadriláteras las comprendidas por cuatro, multiláteras las comprendidas por más de cuatro rectas.

Definición de triángulo equilátero, isósceles y escaleno

Definición 20: De entre las figuras triláteras, triángulo equilátero es la que tiene los tres lados iguales, isósceles la que tiene sólo dos lados iguales, y escaleno la que tiene los tres lados desiguales.

Clases de triángulo según sus ángulos

Definición 21: Además, de entre las figuras triláteras, triángulo rectángulo es la que tiene un ángulo recto, obtusángulo la que tiene un ángulo obtuso, acutángulo la que tiene los tres ángulos agudos.

Propiedad del triángulo

Proposición 22: Construir un triángulo con tres rectas que son iguales a tres rectas dadas. Pero es necesario que dos (de las) rectas tomadas juntas de cualquier manera sean mayores que la restante.

Triángulo equilátero

Proposición 1: Construir un triángulo equilátero sobre una recta finita dada.

Triángulo isósceles

Proposición 5: en los triángulos isósceles los ángulos de la base son iguales entre sí, y prolongadas las dos rectas iguales, los ángulos situados bajo la base serán iguales entre sí. (p. 195, 201, 208, 227)

2.4. Referente curricular legal colombiano

Los referentes curriculares que soportan la propuesta del trabajo de grado son los estipulados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, los Lineamientos Curriculares para Matemáticas de 1998 y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de 2006.

2.4.1. Desde los Lineamientos Curriculares para Matemáticas.

La geometría fue relegada por la Reforma de la Matemática Moderna, en aquel tiempo en la década de los 80 se abordó la renovación curricular en las instituciones del país, dando paso a retomar la geometría en el aula de clase, teniendo como alternativa la geometría activa (parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo) desde el punto de vista didáctico, científico e histórico. Esta alternativa fue con el propósito de restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramienta de exploración y representación del espacio.

En la geometría activa se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de ‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna (MEN, 1998. Pág. 37).

La geometría por ser parte del mundo que nos rodea siendo este totalmente geométrico permite desarrollar el pensamiento espacial; como se dice en los Lineamientos Curriculares para Matemáticas (1998), sobre la importancia del pensamiento espacial:

Howard Gardner en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. (pág. 37)

Este pensamiento no solo es para las personas que estudian matemáticas sino que ayuda a cualquier persona a resolver los problemas cotidianos de la vida, como la orientación de lugares, la distribución de espacios, reconocer los objetos en dos y tres dimensiones, etc.

Teniendo en cuenta el papel que juega los sistemas geométricos para el desarrollo del pensamiento espacial, se considera este sistema como un conjunto de procesos cognitivos que permite construir y manipular las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, las transformaciones y sus numerosas versiones a representaciones tangibles (MEN, 1998).

En este sentido, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer las interacciones de lo cognitivo como la interacción con el entorno físico, cultural, social e histórico, para que el individuo sea capaz de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje cotidiano, con gestos y movimientos corporales (MEN, 1998).

2.4.2. Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

En los grados iniciales de la educación se enseña al niño a tener en cuenta las relaciones de posición y relación entre cuerpos, donde el niño debe ser capaz de reconocer y ubicarse en el espacio que lo rodea.

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se dan a conocer las competencias mínimas que debe cumplir un estudiante al finalizar el grado de escolaridad, se dice que un estudiante es matemáticamente competente cuando “sabe hacer en contexto”, ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de los procesos generales (formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos), en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencia. Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional (MEN, 2006).

En este caso la propuesta de este trabajo se desarrolló en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, entendido según el MEN (2006) como: “(...) el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (p.61). Esto quiere decir que se deben de estudiar los conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos (MEN 2006).

A continuación se presentan los estándares que cumple un estudiante cuando desarrolla la actividad propuesta, esta se ve implicada en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, se encuentra el grupo de primero a tercero, la actividad es para el grado tercero de primaria y se desarrolla en la geometría euclidiana, mediante el origami tradicional.

Los estándares son los siguientes:

- Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
- Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
- Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.

A partir de la actividad que se llevó al aula, se pretende desarrollar cada uno de los estándares mencionados con la manipulación del papel, donde el estudiante sea capaz de diferenciar atributos y propiedades de los triángulos, es decir que debe tener claro los lados de cada triángulo, reconociendo sus características en diferentes tamaños y posiciones, que sea capaz de reconocer el triángulo así sea más grande o pequeño, que no se confunda por el tamaño o la posición que pueda llegar a tomar al ser girado (un triángulo).

Es pertinente aclarar que los triángulos serán elaborados de manera tradicional, es decir que solo se harán con un solo trozo de papel inicial para formar la figura requerida.

Con respecto al segundo estándar, dibujo y describo cuerpos o figuras, se desarrolla en el momento en que describe las características del triángulo, es decir que sabe e identifica cuantos lados iguales o desiguales puede tener.

El último estándar se emplea cuando el estudiante manipula la representación del objeto matemático realizado con origami y cuando este es girado el estudiante reconoce que sigue siendo un triángulo y que conserva sus características.

CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS

3. Metodología

El desarrollo del trabajo de grado que se realizó es de tipo monográfico, entendiendo este tipo de trabajo de acuerdo a la definición de Carlos Monje, como:

Monografía: trabajo de investigación escrito sobre un tema específico; puede presentar diferentes niveles de profundidad descriptiva y ser requisito para optar el título en estudios de pregrado en modalidades de especialización y maestría (Monje. 2011. p. 3).

Por tanto, la finalidad del trabajo es analizar los beneficios que puede brindar el uso del origami en la clasificación de los triángulos según sus lados al llevar la actividad al aula de clase.

La metodología implementada para el diseño de investigación de este trabajo es cualitativa, en este sentido se propone un tipo de metodología centrada en la Investigación – Acción, como comenta Salgado (2007) los pilares sobre los cuales se fundamentan los diseños de Investigación-Acción son:

- Los participantes que están viviendo un problema son los que están mejor capacitados para abordarlo en un entorno naturalista.
- La conducta de estas personas está influida de manera importante por el entorno natural en que se encuentran.
- La metodología cualitativa es la mejor para el estudio de los entornos naturalistas.

Teniendo en cuenta los pilares antes mencionados, se es participe de la actividad logrando identificar un problema en el aula de clase, siendo un entorno natural de la enseñanza, por lo tanto se llevó al aula lo plateado para hacer los respectivos análisis de lo que se quiere con lo propuesto.

Y Según Stringer (1999) (como se citó en Salgado A, 2007) las tres fases esenciales de los diseños de Investigación-Acción son: Observar (construir un bosquejo del problema y recolectar datos), pensar (analizar e interpretar) y actuar (resolver problemas e implementar mejoras), las cuales se dan de una manera cíclica, una y otra vez, hasta que el problema es resuelto, el cambio se logra o la mejora se introduce satisfactoriamente (Citado por Hernández, Fernández & Baptista, 2006 en Salgado A, 2007). Creswell (2005) (como se citó en Salgado A, 2007) divide a los diseños fundamentales de la investigación-acción en dos clases: Práctico y Participativo.

Teniendo en cuenta las tres fases, la primera de ellas que es observar, se da en el momento en que se identifica el problema y se recolectan los datos y evidencias por medio de la actividad que se llevó al aula; la segunda fase que corresponde a pensar consiste en el análisis preliminar y posterior y por último la fase de actuar, donde se llega a las conclusiones para mejorar y contribuir a la solución del problema expuesto. Esta metodología corresponde a los diseños Práctico y Participativo, permitiendo que los estudiantes sean practicantes activos desarrollando la actividad, permitiéndonos evaluarlos; se dice que es participativa porque se lleva a presentar y se está acompañando a los estudiantes cuando están en el proceso de desarrollo de la actividad.

Por lo tanto la metodología de este proyecto se llevó a cabo en tres fases, de la siguiente manera:

- **FASE 1:** Correspondió a la búsqueda y revisión de bibliografía referente al trabajo de grado desarrollado, el cual brindó la información pertinente para argumentar y soportar lo propuesto.

- **FASE 2:** Se diseñó la actividad que se llevó al aula de clase, presentada a los estudiantes de grado tercero, (no dejando de la lado la búsqueda de referentes bibliográficos para el diseño de la actividad); recogiendo las experiencias que se obtuvieron en la actividad.
- **FASE 3:** Se realizó el contraste entre el análisis preliminar y el posterior al cual se llegó a partir de la actividad realizada en el aula de clase, dando paso a concluir y a la escritura del trabajo de grado y a su posterior entrega.

La actividad se realizó en el municipio de Santander de Quilichao Cauca, en la zona urbana, en la escuela Centro Docente los Samanes sede del Colegio Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra, La misión de la institución es formar un ser integral con valores que le permitan mejorar la calidad de vida individual y construir una cultura ambiental para beneficio colectivo y la visión tiene como propósito en el año 2020 transformarse en una Institución dinamizadora de procesos ambientales a través de la investigación, la gestión, el emprendimiento y desarrollo del pensamiento que lidere la gestión comunitaria.

La institución es del sector público con calendario A, mixto, en esta sede solo se brindan los niveles de preescolar y básica primaria. Los estudiantes provienen de varios barrios y veredas del municipio de estratos 0, 1 y 2. En la institución las aulas de clase cuenta con un gran número de estudiante que están entre los 30 y 40 personas por salón, y teniendo en cuenta el grado en que se va a implementar la actividad, los estudiantes oscilan entre los 8 y 10 años de edad.

El plan de área de matemáticas de la institución fue elaborado para cada año electivo, está dividido en cuatro periodos teniendo en cuenta los contenidos o temas, actividades e indicadores de desempeño donde se evidencia el desarrollo de los cinco pensamientos matemáticos desde los estándares básicos de competencias en matemáticas de acuerdo al MEN.

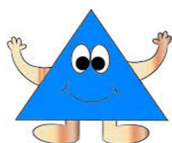
La actividad que se planeó cuenta con tres sub actividades, y cada actividad cuenta con tres tareas, siguiendo una secuencia en donde el nivel de complejidad iba aumentado, siendo el estudiante capaz de comprender las nociones que debe alcanzar con el desarrollo de la actividad. Esta se realizó en un periodo de cuatro horas durante el mismo día, con la participación de 26 estudiantes.

3.1. Actividad diseñada

Historieta

Un día **Triangulín** estaba de paseo en un pueblo llamado Tercer Cielo, y de repente vio un parque con una forma extraña, entonces le preguntó a su amigo Triangulón qué forma era esa, y éste le respondió: *es un triángulo*, Triangulín apenado le volvió a preguntar: *¿Qué es un triángulo?*

Triangulín



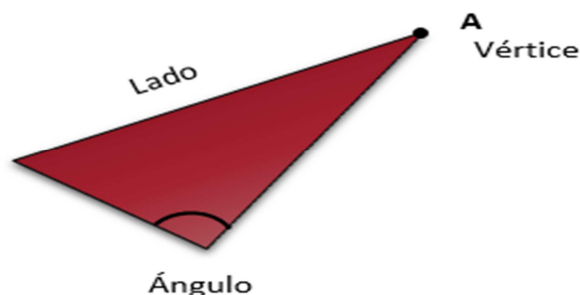
Triangulón



Como **Triangulón** es muy estudioso le respondió:

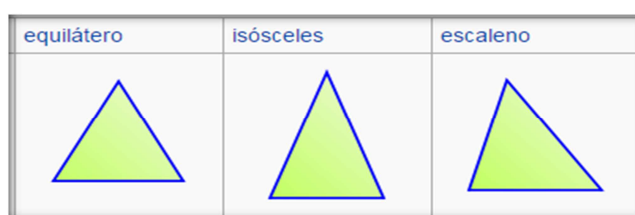
*-es una figura de tres lados, que viene determinado por tres puntos no colineales, es decir que no están en línea recta, y se llaman vértices, pero **Triangulín** no sabía que eran los lados y los vértices, entonces le pregunto a su amigo Triangulón, acerca de éstas palabras; a lo que **Triangulón** respondió:*

-los triángulos tiene unas características que son los lados, es decir las líneas que lo forman, y los vértices son el punto de la unión de dos lados, éstos vértices deben ser nombrados con letras mayúsculas, por ejemplo la letra A, B y C.



Pero **Triangulón** también le contó algo más de los triángulos, le dijo que estos podían tener nombre dependiendo de la medida de sus lados, por lo cual **Triangulín** sorprendido le preguntó *¿Cómo así que depende de la medida de los lados? ¿Podrías explicarme?*

En aquel instante **Triangulón** le explicó, y le dijo lo siguiente: *los triángulos reciben el nombre teniendo en cuenta la medida de sus lados: el triángulo escaleno es aquel que tiene la medida de sus tres lados distintos, el triángulo isósceles, es el que tiene dos lados iguales y otro desigual y el triángulo equilátero es el que tiene los tres lados iguales.*



Después de toda su explicación, Triangulín entendió qué es un triángulo y algunas de sus características, por lo cual se sintió muy feliz en su pueblo.

Actividad 1

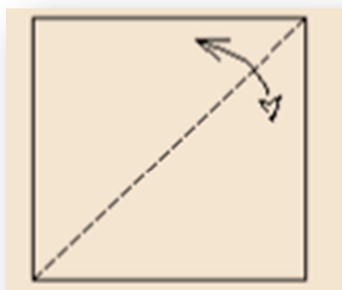
Teniendo en cuenta la información anterior resuelve lo siguiente:

Tarea 1. Con las hojas dadas, a partir de dobleces construye cada uno de los triángulos presentados anteriormente y resalta el borde de cada uno de ellos con color.

Tarea 2. Socializa con tu compañero las diferencias de cada uno de los triángulos que hiciste anteriormente.

Tarea 3. Con la hoja cuadrada seguir los siguientes pasos:

- Doblar la hoja como se muestra en la figura, ¿Cuántos y cuáles triángulos se formaron?



- Dobra el otro lado de la misma manera, ¿Cuántos y cuáles triángulos se formaron?



Actividad 2

Doblando y reconociendo

Observa el siguiente video llamado (*Perro de papel-Origami*) que se encuentra en el siguiente link: <https://www.youtube.com/watch?v=DAIwtxkI-r8> y presta atención a cada uno de los pasos para realizar la figura.

Tarea 1. Con la hoja de papel dada realiza la figura que aparece en el video

Tarea 2. Ya realizada la figura, desdobra el papel y con colores subraya los triángulos que identificas en la hoja.

Tarea 3. Identifica qué triángulos se pueden observar al quedar plasmados en la hoja, y escribe el nombre de los triángulos que reconoces.

Actividad 3

Que tanto aprendí

1. Une con una línea el nombre de cada triángulo con el número de lados correspondientes.

Isósceles

Tres lados iguales

Equilátero

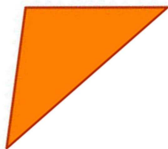
Ningún lado igual

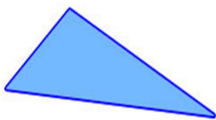
Escaleno

Dos lados iguales

2. Escribe el nombre correspondiente al triángulo según sus lados.







3. Completa las siguientes frases teniendo en cuenta la clasificación de los triángulos según sus lados.

- El triángulo isósceles tiene _____ lados iguales.
- El triángulo escaleno tiene _____ lados desiguales.
- El triángulo equilátero tiene _____ lados iguales.

CAPITULO IV. ANÁLISIS PRELIMINARES Y ANÁLISIS POSTERIORES

4. Análisis preliminar

En este apartado se hace una descripción de la experimentación de la actividad a presentar para estudiantes de grado tercero de la educación básica en el municipio de Santander de Quilichao, Cauca, en la escuela Centro Docente los Samanes, esta actividad se llevó a cabo en parejas, en el año lectivo 2016, durante el mes de abril; además se plantean los resultados que se esperaban de los estudiante.

4.1. Actividad 1

Esta actividad tiene como objetivo generar interés por parte del estudiante involucrando el objeto matemático por medio de una historieta, en principio se espera que el estudiante la lea con detenimiento para lograr extraer la información necesaria sobre algunas características de la clasificación de los triángulos según sus lados, además la información de la historieta les va a ser de utilidad para dar respuesta a las tres tareas siguientes.

4.1.1. Tarea 1.

La tarea 1, con respecto a la información que nos brinda la historieta, tiene como propósito que el estudiante tenga una idea clara de cada uno de los triángulos como lo son: isósceles, equilátero y escaleno; siendo capaz de representar la idea que tiene sobre los triángulos, haciendo uso del origami mediante dobleces representando cada uno de estos, y se le pide al estudiante que resalte con color el borde de cada uno de estos con el fin de que vea la diferencia que se presenta en cada triángulo con respecto a los lados, es decir que sea capaz de decir que el triángulo escaleno tiene todos sus lados de diferentes medidas mientras el triángulo equilátero tiene todos

sus lados iguales o que el triángulo isósceles tiene dos de sus lados iguales y uno desigual. Para determinar estas medidas se pretende que se haga con la superposición de lados, identificando si son iguales o desiguales y así determinar qué clase de triángulo es el que ha realizado.

4.1.2. Tarea 2.

En esta tarea se pretende que los estudiantes compartan ideas sobre cada uno de los triángulos con respecto a los tamaños de estos, lo que se espera es que los estudiante lleguen a la idea de que los triángulos según al que pertenezcan van a ser los mismos, pero lo que va a variar es el tamaño de estos.

4.1.3. Tarea 3.

En esta tarea se pretende que el estudiante siga el paso a paso que se les indica, con el fin de que se vayan familiarizando con el seguimiento de pasos y también reconozca al doblar el papel algunos triángulos que se encuentran plasmados y cuántos de estos hay al desdoblar la hoja, y si se sigue doblando la hoja cuáles y cuántos triángulos se siguen formando.

4.2. Actividad 2

En la actividad 2 se presenta un video llamado Perro de papel (ver figura 14), se encuentra en el buscador de YouTube en el siguiente link: <https://www.youtube.com/watch?v=DAIwtxkI-r8>. Para la selección del video se tuvo en cuenta algunos criterios como el tiempo, la complejidad de la figura y la representación gráfica de los triángulos; en la representación de los triángulos solo aparecen isósceles y escalenos, por lo tanto si un estudiante dice que hay uno equilátero, su respuesta no estará correcta. Para el desarrollo de la figura se hizo uso del block iris, uno de sus lados es de un solo tono de color (naranja) y por el otro lado tiene figuras en teselados,

difuminadas en colores fuertes, con medidas de 15cm x15cm, se eligió esta hoja porque visualmente es llamativa.

Se presenta el video con el fin de que sea una clase diferente y dinámica ya que son niños, proporcionando al docente una herramienta pedagógica y en los estudiantes el trabajo en grupo colaborándose el uno al otro desarrollando la destreza manual, la creatividad y al mismo tiempo aprendiendo sobre la clasificación de los triángulos según sus lados, al desdoblar el recurso pedagógico (papel) reconociendo cada uno de los triángulos que están plasmados en el papel.



Figura 14: Imagen en origami que deben hacer los estudiantes

4.2.1. Tarea 1.

En esta tarea se espera que el estudiante observando el video vaya siguiendo el paso a paso de la figura, con el objetivo de que la realice con el doblado de papel (origami), y si algún estudiante se queda atrasado pida ayuda al docente o a alguno de sus compañeros ya que todos deben de realizar la figura que aparece en el video, este será repetido las veces que sean necesarias para que el estudiante haga la figura que se le pide.

4.2.2. Tarea 2.

En la tarea 2, se espera que el estudiante después de realizarla la figura, la desdoble y subraye los triángulos que ahí quedan plasmados, como se muestra en la figura 15.

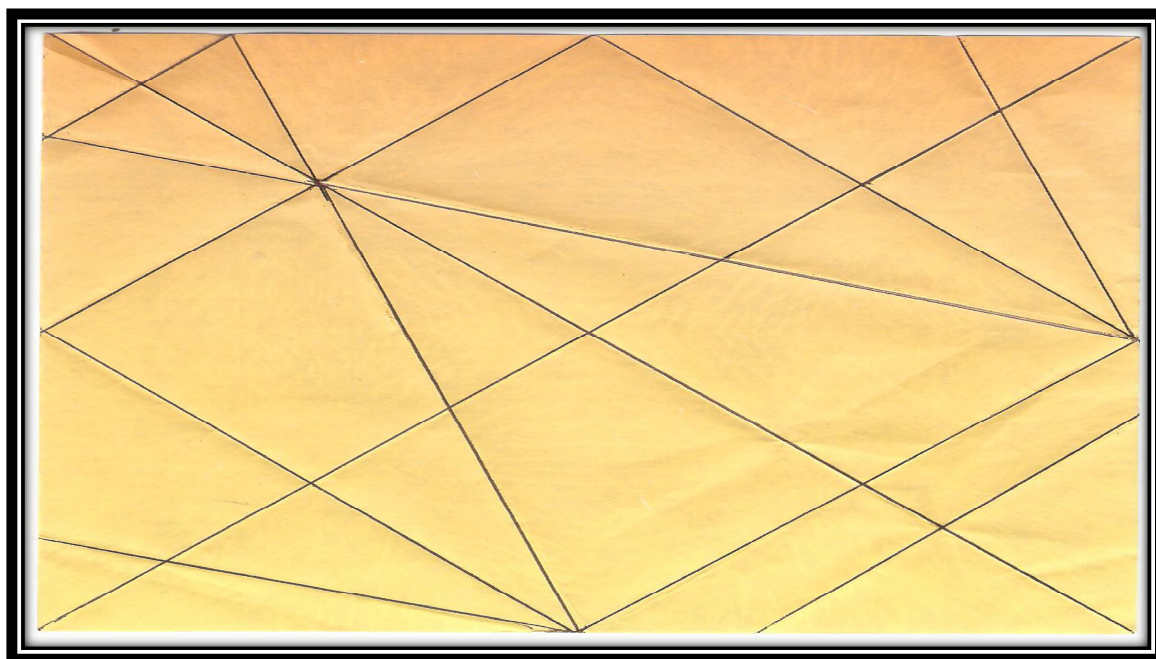


Figura 15: Triángulos que se identifican en la figura en origami Perro de papel

Esta imagen corresponde al desdoblar la figura que se presentó en el video Perro de papel, encontrando las clases de triángulos, en este caso son el isósceles y el escaleno en esta figura no hay triángulos equiláteros. Como se puede apreciar son muchos los triángulos que resultan, el cual debe de subrayar los que el estudiante identifique.

4.2.3. Tarea 3.

En la tarea 3 se espera que los estudiantes al tener subrayada la figura escriban los nombres de los triángulos que identificó, el cual serian triángulos isósceles y escalenos. Si se llega al caso de que algún estudiante nombra algún triangulo como equilátero estaría equivocado, porque en la figura solo hay triángulos isósceles y escalenos.

4.3. Actividad 3

En esta actividad se le hacen unas preguntas al estudiante para que contesten de manera escrita, dando respuesta de lo aprendido en lo realizado en las dos actividades anteriores.

4.3.1. Tarea 1.

En la tarea 1 se pretende que el estudiante por medio de una línea haga corresponder el nombre del triángulo con la característica que este tiene.

4.3.2. Tarea 2.

En la tarea 2 se hacen representaciones de los triángulos según sus lados y de acuerdo al nombre que estos reciben, el estudiante debe de escribir el nombre correspondiente a cada uno de estos.

4.3.3. Tarea 3.

En la tarea 3 aparecen tres proposiciones sobre los lados que debe tener cada triángulo, el cual debe de completar la frase, escribiendo el número de lados que el triángulo tiene siendo estos iguales o desiguales.

4.4 Análisis posterior

A continuación se realiza la descripción de lo vivido dentro del aula de clase en la Institución Educativa Centro Docente los Samanes, con estudiantes de grado tercero de educación básica, en donde se llevó a cabo la actividad propuesta implementando el uso del origami. La actividad tuvo una duración de 4 horas en dos secciones durante un mismo día de 7 a 9 am y de 10 am a 12 pm, el 12 de abril de 2016, con la presencia de 26 estudiantes teniendo en cuenta la asistencia de la docente encargada del curso. La actividad se realizó en parejas, pero hubo dos estudiantes que

trabajaron solos, el cual se formaron 12 grupos en parejas y otros dos individuales, para una totalidad de 14 grupos.

La actividad se llevó a cabo mediante la participación de los autores del trabajo de grado como los instructores, con el fin de observar las actitudes de los estudiantes al resolver la actividad e instruirlos para finalmente llegar a una recolección de datos teniendo en cuenta la Investigación – Acción donde se es participe de la puesta en acto de la actividad en el aula.

4.4. Actividad 1

En esta actividad se pretendía generar interés por parte del estudiantado pero se encontró con una dificultad, ya que leyeron la historieta no interpretando la información, se conoció esta dificultad porque al decirles que empezaran con el primer punto de la actividad 1, no sabían cómo realizar el primer doble, no entendían lo de la clasificación de los triángulos, por lo tanto, se dio paso a leer la historieta detalladamente por uno de los autores del trabajo de grado, recalcando lo que se preguntaban Triángulín y Triángulón con respecto a los triángulos, cuestionándolos en lo que pudieron llegar a entender.

Teniendo en cuenta los estándares que se plantearon para el desarrollo de la actividad, desde el MEN (2006), en esta actividad se puede ver el estándar de diferenciar atributos y propiedades, el cual debían de reconocer algunas propiedades (como los lados) de los triángulos para poderlos realizar en origami. El otro estándar es el de reconocer y aplicar traslaciones, sucede cuando se realizan los triángulos y los giran o los mueven lo cual permite que el estudiante reconozca que sigue siendo un triángulo conservando sus propiedades.

4.4.1. Tarea 1.

En esta tarea los estudiantes intentaron realizar los tres clases de triángulos según sus lados, es decir que para el triángulo escaleno reconocieron que tiene tres lados desiguales, por lo tanto lo hicieron fácilmente, pero para los triángulos equilátero e isósceles los confundían, ya que se les cuestionaba los lados de los triángulos que habían hecho, cuando ellos presentaban el triángulo isósceles y que para ellos era un triángulo equilátero, se les pregunto el porqué, entonces ellos decían que era un triángulo equilátero porque tiene los tres lados iguales, entonces se les preguntaba que porque sabían que tenía tres lados iguales, ellos se quedaban pensando y sacaban la regla y median los lados, el cual los llevaba a la conclusión de que no era un triángulo equilátero porque solo tenía dos lados iguales. Los estudiantes intentaron realizar el triángulo equilátero pero les presento dificultad hacerlo ya que no podían hacer que los tres lados fueran iguales.

El uso de la regla no estaba planeado dentro de la solución de la actividad, el cual fue algo sorpresivo, con esta median los lados del triángulo comparándolos para definir qué tipo de triangulo era. También superpusieron los bordes del triángulo para identificar qué lados eran iguales o desiguales y así mismo definir el tipo de triangulo que habían realizado.

En las figuras 16 y 17 se puede ver que realizaron los triángulos con origami. En la fig. 16, están superponiendo los triángulos para determinar qué triangulo es teniendo en cuenta que el único triangulo que se les dificulto fue el equilátero; en la fig. 17 ya han determinado qué triángulo es, escribiendo el nombre en la hoja correspondiente a cada uno.

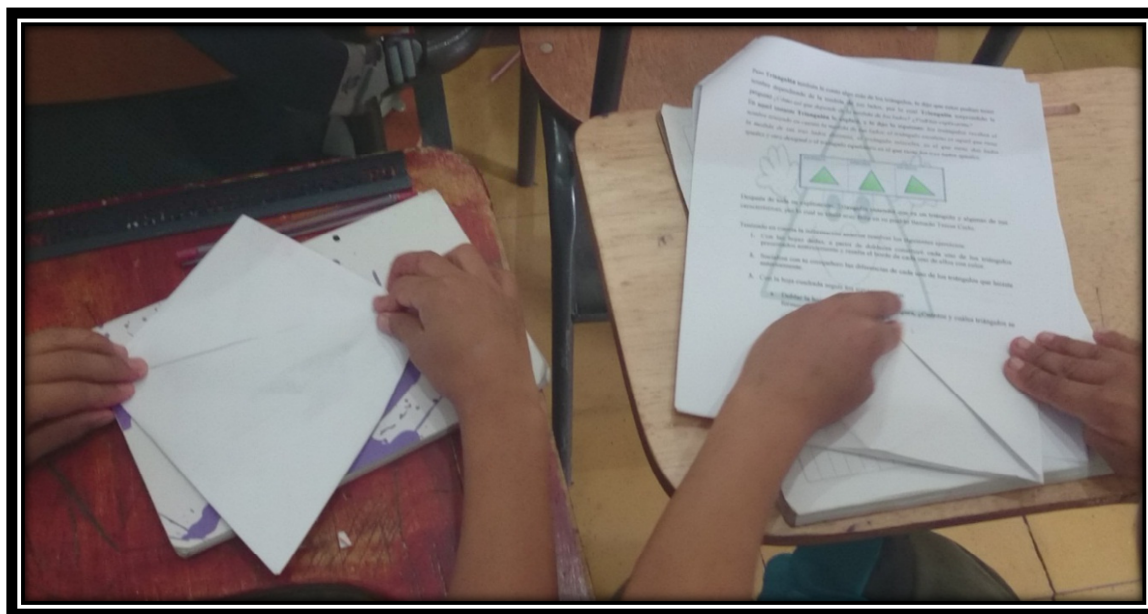


Figura 16: Realización de los triángulos superponiendo sus lados

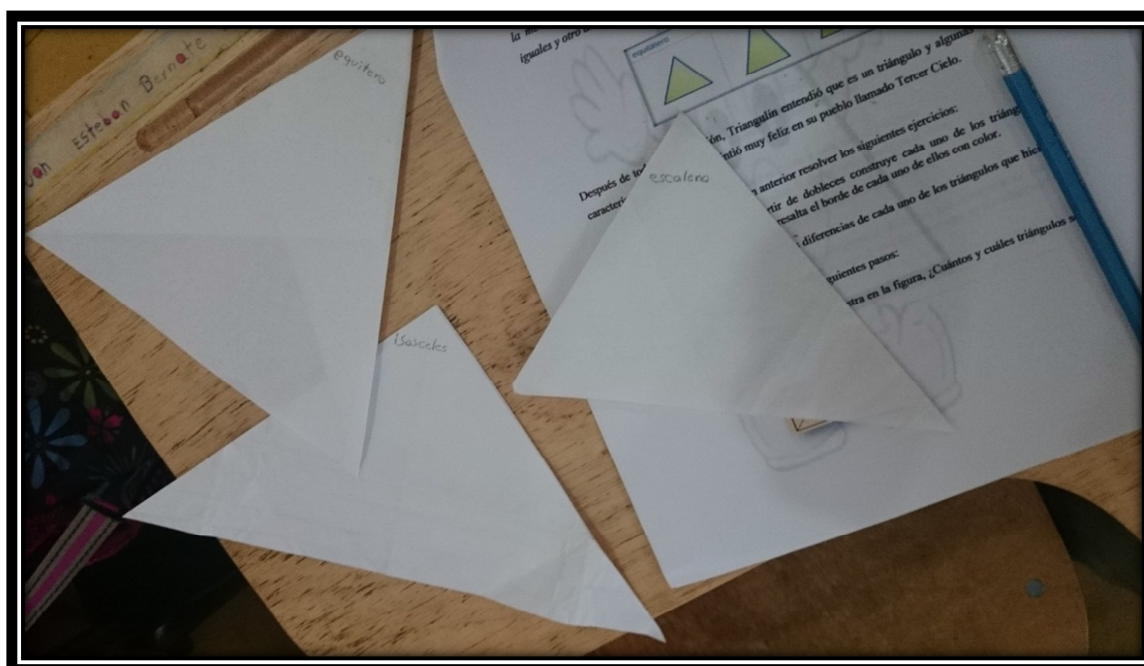


Figura 17: Triángulos según sus lados con origami

En la figura 18, se evidencia el uso de la regla para medir el lado de los triángulos y determinar cuál es, resaltando la recursividad del estudiante para llegar a una solución coherente.



Figura 18: Uso de la regla para medir los lados del triángulo

4.4.2. Tarea 2.

En esta tarea se pretendía que los estudiantes socializaran la realización de los triángulos unas vez hechos con origami, pero como no tenían claras las características de los triángulos equilátero e isósceles, se recurrió a socializar con cada grupo, es decir que los “exponentes” de la actividad cuestionaban sobre cada uno de los triángulos, con el propósito de que corrigieran los triángulos y que conceptualizaran de manera correcta.

4.4.3. Tarea 3.

Esta tarea se realizó en un tiempo corto, los estudiantes hicieron los dobleces que se les pedían y respondieron lo que se les preguntaba de manera apropiada, diciendo que en el primer doble se formaban dos triángulos isósceles y al realizar el otro doble se formaban otros dos triángulos

isósceles, es decir que ya eran cuatro triángulos isósceles (ver figura 19), en esta a figura se puede ver una de las respuestas, el cual decían cuántos triángulos se formaban y cuales eran.

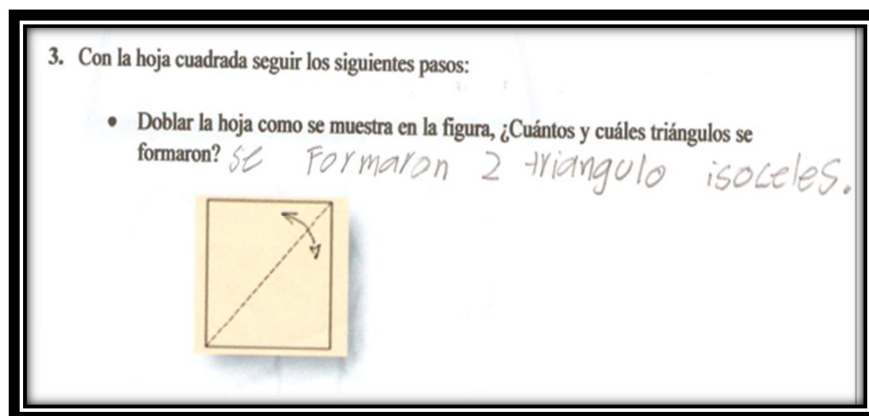


Figura 19: Solución de la tarea 3

4.5. Actividad 2

Esta actividad es la número 2, pero en el aula paso a ser la número 3, puesto que al presentar el video este iba a tomar mucho más tiempo para realizar las tareas de esta actividad, ya que había que pausarlo para que los estudiantes hicieran los dobleces y también tocaba acercarse a explicarles cómo hacer algunos de estos, identificando que no todas las personas tienen la habilidad para doblar papel, por lo tanto se decidió que pasara a ser la actividad 3.

En esta actividad se identificó el estándar dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños mediante el desarrollo de la tarea 2 y 3, al momento de subrayar la representación gráfica de los triángulos, teniendo en cuenta las distintas posiciones y tamaños que fueron resaltados por los estudiantes.

4.5.1. Tarea 1.

Se presentó el video dos veces, haciendo pausas para que realizaran de manera correcta el paso a paso. Siendo un video llamativo, el cual permitió que los estudiantes estuvieron atentos, haciendo silencio, prestando atención para realizar la figura que se esperaba.

El video se presentó dos veces porque al decirle a los estudiantes que debían desdoblar la figura y luego entregarla, se pusieron tristes, porque ellos querían llevar la figura para la casa, entonces se les entregó otra hoja para que realizaran la figura nuevamente y se la llevaran a su casa.

La hoja que se usó para el origami fue llamativa para los estudiantes (llamada hoja iris), siendo por un lado de un solo tono color naranja y por el otro con teselados o figuras con colores fuertes.

4.5.2. Tarea 2.

En esta tarea se desdobló la figura realizada en origami, para que los estudiantes reconocieran los triángulos ya trabajados en las otras dos actividades anteriores, con colores subrayaron los triángulos que ellos podían reconocer en la hoja, identificando los triángulos isósceles y escalenos, en algunos casos decían o escribían cuántos y cuáles triángulos reconocían (ver figura 20 y 21).

Como se muestra en las figuras 20 y 21, el estudiante ha señalado triángulos equiláteros, el cual es una respuesta errada, puesto que en esta figura con origami solo hay triángulos escalenos e isósceles, evidenciando una dificultad, ya que no diferencia entre un triángulo equilátero e isósceles, también se hizo uso de la regla como lo muestra la figura 21 en donde la niña intenta medir los lados para identificar el tipo de triángulo que se encuentra plasmado en la hoja de

papel, mientras en la figura 22 se ve que el estudiante identificó los triángulos existentes (escaleno e isósceles) describiéndolos de manera correcta resaltando la labor de las actividades anteriores comprendiendo de manera satisfactoria para clasificar los triángulos representados en la hoja al momento de desdoblar el perro de papel.



Figura 20: identificación de triángulos al desdoblar la figura realizada en origami

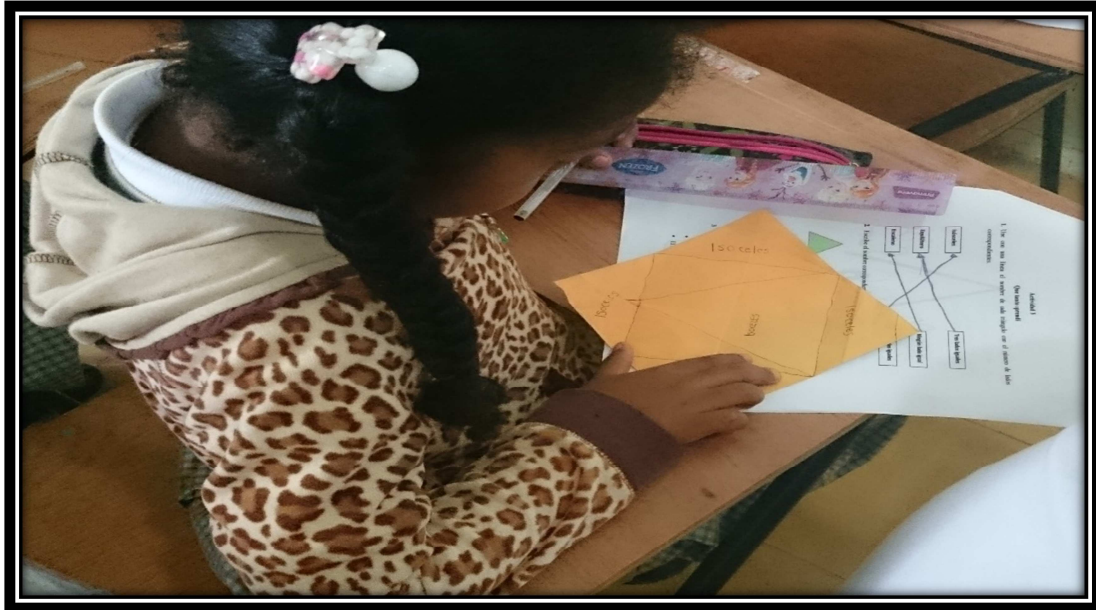


Figura 21: Identificación de triángulos según los dobleces registrados en la hoja

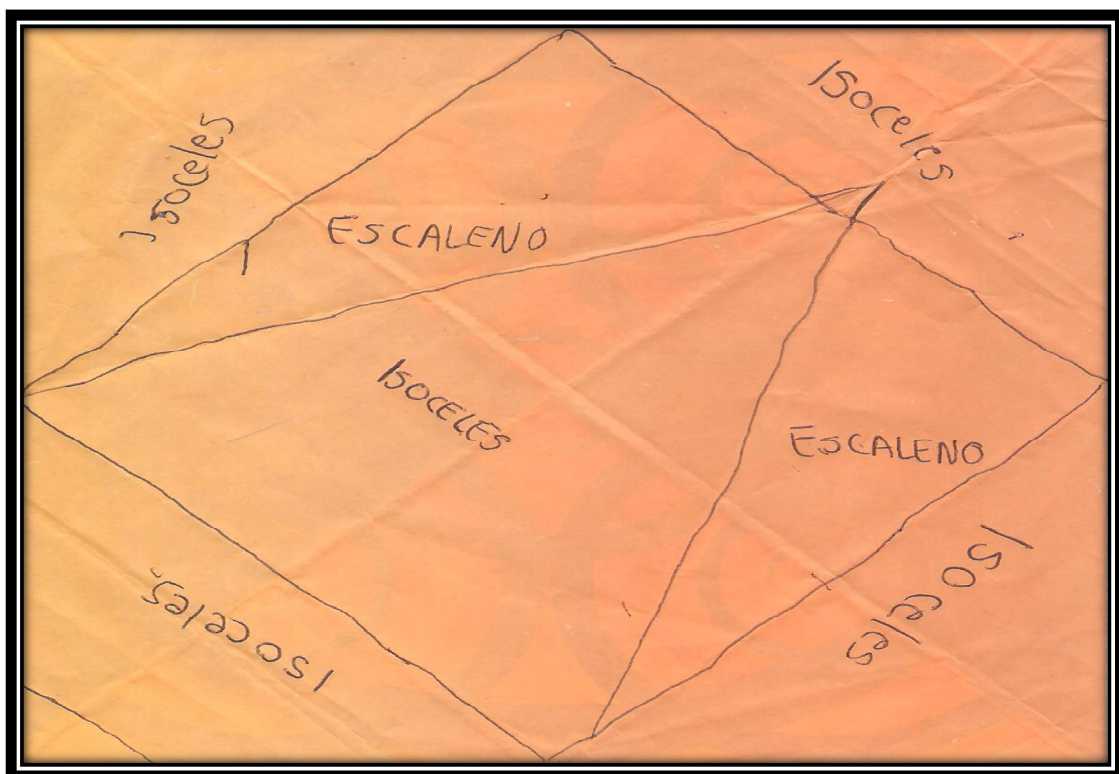


Figura 22: Identificación de triángulos al desdoblar la figura realizada en origami

4.5.3. Tarea 3.

Después de haber subrayado los triángulos identificaron rápidamente qué triángulos eran los que se habían formado o quedado plasmados en la hoja al desdoblar la figura en origami, ellos decían y escribieron en la misma hoja que eran el triángulo isósceles y escaleno, en algunos casos señalaron que habían triángulos equiláteros como se menciona en la tarea 2.

4.6. Actividad 3

Como se aclaró en la actividad 2, la actividad 3 paso a realizarse de segunda. No hubo inconvenientes ya que lo que habían realizado en la actividad 1 era pertinente para desarrollar la actividad 3 satisfactoriamente, y cabe resaltar que esta actividad fue la que en menor tiempo desarrollaron, estando motivados para ver el video y hacer la figura en origami.

En esta actividad se desarrolla el estándar diferencio atributos y propiedades, reconociendo cada una de las características de los triángulos para solucionar las tareas, dándoles nombre a cada uno de los triángulos que identificaban, algunos estudiantes retomaban la historieta para dar respuesta a las tareas mientras que otros se habían apropiado del tema intentando dar una respuesta correcta.

Tarea 1.

En esta tarea debían corresponder la columna derecha con la de la izquierda (ver figura 19). Según lo que los estudiantes respondieron, fue claro ya que todos respondieron correctamente, identificando los lados de cada triángulo como se les había dicho en la historieta y como ya habían realizado los triángulos en origami, reconocían las características de dichos triángulos. En algunos casos para responder, los estudiantes recurrieron a la historieta para recordar el número de lados iguales o desiguales que tienen los triángulos.

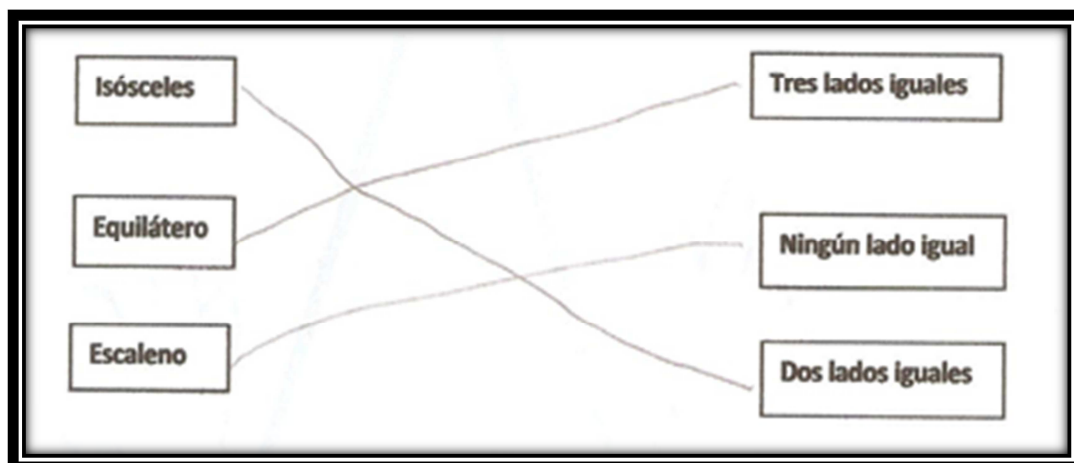


Figura 23: Solución actividad 3, tarea 1

4.6.1. Tarea 2.

En esta tarea se les presentó unas imágenes de cada uno de los triángulos, con el propósito de que los estudiantes escribieran el nombre que les corresponde, teniendo en cuenta lo aprendido. Como resultado se obtuvo que el triángulo escaleno lo identifican con facilidad, pero el triángulo isósceles lo confundían con uno equilátero (ver figura 24), a simple vista les parecía que tenía dos lados iguales y el otro desigual, ellos sabían que el triángulo equilátero es el que tiene todos sus lados iguales, pero al momento de verlo se confundían, lo mismo sucedía al realizarlo en origami, no podían construir el triángulo, entonces se daba paso a recordarles los lados de los triángulos y que compararan las figuras para que respondieran correctamente, como se muestra en la figura 26, fue acertada la respuesta, correspondiente el triángulo con el nombre.



Figura 24: Solución actividad 3, tarea 2. Respuesta incorrecta

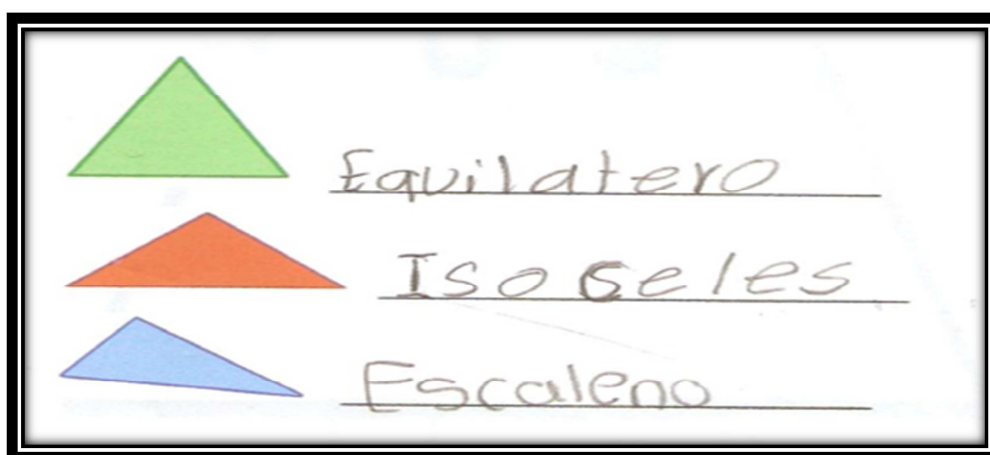


Figura 25: Solución actividad 3, tarea 2. Respuesta correcta

4.6.2. Tarea 3.

En esta tarea escribieron correctamente la respuesta, está la daban de forma numérica y en letras, es decir que escribían (3 lados o tres lados como se muestra en la figura 26 y 27), completando la proposición de cuantos lados iguales o desiguales puede tener el triángulo por el que se le preguntó, en esta parte los estudiantes compartían sus ideas con los otros compañeros para estar seguros de la respuesta.

3. Completa:

- El triángulo isósceles tiene dos iguales.
- El triángulo escaleno tiene tres desiguales.
- El triángulo equilátero tiene tres iguales.

Figura 26: Solución actividad 3, tarea 3 en letras

3. Completa:

- El triángulo isósceles tiene 2 iguales.
- El triángulo escaleno tiene 3 desiguales.
- El triángulo equilátero tiene 3 iguales.

Figura 27: Solución actividad 3, tarea 3 en números

4.7 Resultados

+: Respondió correctamente la tarea

-: Respondió incorrectamente la tarea

+ -: Respondió más o menos correcta la tarea

N° de grupos		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	+	-	+ -
Actividades																		
Actividad 1	Tarea 1	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	+ -	0	0	14
	Tarea 2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	14	0	0
	Tarea 3	+	+	+	+	+	+ -	+	-	-	+ -	+	-	+ -	+	8	3	3
Actividad 2	Tarea 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	14	0	0
	Tarea 2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	14	0	0
	Tarea 3	+ -	+ -	+ -	+	+	-	+ -	+ -	-	+ -	+	-	+ -	+	4	3	7
Actividad 3	Tarea 1	+	+	+	+	+ -	+	+	+	+	+	+	-	+ -	+	11	1	2
	Tarea 2	+	+ -	+ -	+	+	-	+ -	+ -	+ -	+ -	+	+ -	+ -	+ -	4	1	9
	Tarea 3	+	+	+	+	+ -	-	+	+	+	+ -	+	-	+ -	+	9	2	3

Tabla 6: Tabla de resultados según las actividades presentadas

Esta tabla permite presentar de forma organizada los resultados de las respuestas correctas o incorrectas que se obtuvieron de la actividad que se presentó en el aula, para caracterizar las respuestas se hizo mediante unos símbolos como son los siguientes:

+: Respondió correctamente la tarea

-: Respondió incorrectamente la tarea

+ -: Respondió más o menos correcta la tarea

De manera general se puede decir que la actividad con más respuestas buenas fue la actividad 2, ya que la tarea 1 y 2 tuvieron más respuestas correctas, esto se dio porque en la tarea 1, se debía de ver el video para construir la figura, el cual todos los estudiantes la realizaron de manera satisfactoria, en la tarea 2 se debía señalar con colores los triángulos que se identificaban en la hoja desdoblada, en esta tarea todos los estudiantes señalaron los triángulos que podían identificar. Con respecto a las otras dos actividades, no les fue bien, ya que en la actividad 1, debían realizar los triángulos y ninguno de los estudiantes pudo hacer el triángulo equilátero, por eso a todos les quedo el punto como (+-), en la actividad 3, los estudiantes confundían el triángulos isósceles con el equilátero, por tal motivo no respondían correctamente lo que se les había preguntado. Al momento de encontrar esta dificultad de confundir los triángulos se corrigió esta situación mediante la explicación detallada de los triángulos, permitiendo que superpusieran triángulos y midieran sus lados.

De acuerdo a la información que brinda la tabla se puede decir que los recursos manipulativos son de interés para el estudiante, motivándolo, ayudándolo en su aprendizaje, trabajando de forma colaborativa y estimulando la creatividad o el arte con las matemáticas.

Según todas las respuestas que se obtuvieron de forma escrita y realización del origami y según lo que se pudo observar, la actividad fue satisfactoria ya que permitió que los

estudiantes comprendieran la clasificación de los triángulos por medio de la técnica del origami, favoreciendo la enseñanza e incentivando al estudiante al aprendizaje y conocimiento de algo nuevo.

5. Conclusiones y Recomendaciones

Las conclusiones se desarrollaron de acuerdo a cada capítulo, a los objetivos que se plantearon al inicio de este trabajo, a nivel personal y con respecto a la Educación Matemática.

Los tres capítulos iniciales fueron de gran relevancia, recordando desde la justificación el porqué de la importancia del pensamiento espacial y sistemas geométricos y de la problemática planteada sobre el problema del objeto matemático que se enseñó en el aula de clase, en este caso la clasificación de los triángulos, planteando unos objetivos para lograr llevar a cabo la solución o respuesta a la pregunta problema planteada, dando cuenta qué trasfondo y qué ha pasado a lo largo de la historia de la geometría en el marco de la educación, tanto a nivel nacional como internacional, aportando a la geometría activa con esta actividad y el fortalecimiento del pensamiento espacial y sistemas geométricos, considerando esta actividad como algo diferente, innovadora y llamativa para el estudiante.

Teniendo en cuenta el marco teórico, este se dividió en cuatro referentes que fueron claves para sustentar lo que se había dicho en el primer capítulo, tales como el curricular, epistemológico, didáctico y matemático, en donde se permitió la aclaración de ideas, conceptos, la importancia del objeto matemático reconociendo las características que permiten trabajar sobre este y los estándares pertinentes para el desarrollo de la actividad. Con base en lo anterior este trabajo de grado se llevó a cabo mediante la metodología Investigación-Acción donde se fue participes de la actividad con el propósito de recolectar evidencias que permitieran el desarrollo de los objetivos planteados.

En el capítulo IV, se dio a conocer los análisis preliminares y posteriores, para el primer análisis se explicitó lo que se esperaba de los estudiantes en la actividad presentada, para luego

poder realizar el análisis a-posteriori teniendo en cuenta los datos y evidencias recogidos después de realizada la actividad, para llegar a conclusiones, teniendo presentes los objetivos planteados para saber si estos se cumplieron o no.

Desde los objetivos e iniciando por los específicos para llegar al general, se cumplieron de manera satisfactoria, diseñando y aplicando la actividad con origami en el grado tercero en un tiempo estipulado, los estudiantes todavía no habían visto el tema de clasificación de triángulos en la escuela considerado algo positivo al momento de implementar la actividad puesto que era un tema nuevo para ellos permitiendo llamar su atención, promoviendo la comunicación dentro del aula; la aplicación de la actividad permitió identificar algunas cualidades y beneficios que el origami brinda dentro del aula de clase, como la motivación, el trabajo en grupo y la disciplina contrastando lo teórico con los resultados prácticos, que resultaron de la actividad, para así responder al objetivo general por medio del análisis posterior, sobre cómo el uso del origami puede favorecer la enseñanza y aprendizaje de la clasificación de los triángulos según sus lados, en estudiantes de grado tercero de educación básica.

Los objetivos específicos se lograron satisfactoriamente, dado que fue posible caracterizar cómo el uso del origami puede favorecer la enseñanza y aprendizaje de elementos geométricos, esta caracterización se hace teniendo en cuenta lo que sucedió en el aula de clase al momento de presentar la actividad:

- La profesora que está a cargo del grupo le pareció una herramienta llamativa y dinámica para presentar al estudiante, y tenerla en cuenta para una posterior actividad que ella realice.
- Como lo menciona Flórez (2000) los estudiantes desarrollaron la destreza manual haciendo los triángulos con papel, también debieron tener exactitud y precisión en la

realización de la figura (perro) para que les quedara bien hecho y lograr la figura que se les había mostrado en el video vinculando el pensamiento espacial.

- Teniendo en cuenta otras habilidades que se presentaron son el comportamiento, ya que fueron atentos al momento de realizar la figura, trabajando en grupo, y colaborándose el uno al otro para que todos quedaran con la figura terminada, por último se presenta el desarrollo cognitivo siguiendo instrucciones, para hacer los respectivos dobleces que tiene una secuencia determinada logrando un resultado exitoso de la figura propuesta.

A nivel personal este trabajo de grado permitió avanzar en la práctica pedagógica experimentando en el aula de clase el trabajo del estudiante, para saber actuar en el momento de enfrentarse a un grupo de niños de corta edad; este trabajo permitió tener en cuenta la importancia del pensamiento espacial y del sistema geométrico en el contexto cotidiano el cual debe de ser enseñado en el aula de clase no siendo menos importante que los otros conocimientos básicos. La importancia de llevar al aula actividades con nuevos recursos pedagógicos, motiva al estudiante a que preste atención a la clase, haciéndola más amena y práctica, como docentes es muy rigurosa la realización de actividades, ya que hay que tener en cuenta el propósito de la actividad, el objetivo de cada pregunta y que vaya relacionada la una con la otra, también es importante el contexto del estudiante, por estos motivos hay que estar bien preparados para enseñar la parte teórica de manera correcta teniendo en cuenta que se también se están formando personas para la vida.

Se considera que este trabajo aporta a la Educación Matemática y de manera específica en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, contribuyendo al desarrollo de la geometría activa por medio de recursos pedagógicos, en este caso el origami, retomando la geometría que había sido relegada por la Reforma de la Matemática Moderna en las instituciones

educativas. El trabajo aporta en el momento en que motiva a otras personas a realizar actividades con origami, teniendo este trabajo como referencia para elaborar otros.

Una recomendación que se hace, es que se debería seguir trabajando con la clasificación de los triángulos, teniendo en cuenta sus ángulos, y algunos conceptos como lo son: la mediatriz, la altura, la mediana y la bisectriz de un triángulo para realizar con origami, y también sería pertinente trabajar sobre la geometría modular con origami, teniendo en cuenta el grado de escolaridad, y así aportar al pensamiento espacial de una manera dinámica, diferente e innovadora.

6. Referencias Bibliográficas

- Abraira, C. Vilella, J. (s.f). *La gestión de la clase de geometría*. Un encuentro entre saberes. España. Recuperado de: <file:///C:/Users/Didimo/Downloads/la%20gestion%20d%20ela%20clase%20de%20geomteria.pdf>
- Barredo D. (s.f). *La geometría del triángulo*. I.E.S. Luis de Camoens (CEUTA). Recuperado de: <http://ficus.pntic.mec.es/dbab0005/triangulos/Geometria/pdf/Global.pdf>
- Bedoya, J; Bustamante, M; Cano, J; Castrillón, D; Lopera, M; Sierra, M; Villa, J. (2008). *Situaciones problema para la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones intra e inter figúrales en los triángulos*. (Monografía presentada como requisito para obtener el título de licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas). Universidad de Antioquia. Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes. Facultad de Educación. Medellín. Colombia
- Blanco, C., & Otero, T. (2005). *Geometría con papel (papiroflexia matemática)*. sctm05, 1-2. Recuperado de: <https://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3tf/1/cblanco.pdf>
- Campos, A. (s.f). *Acerca de la epistemología de la matemática*. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia. Recuperado de: <http://www.sectormatematica.cl/articulos/epistemologia.pdf>
- Cañadas, M; Ceacero, F; Gallardo, S; Martínez-Santaolalla, M; Peñas, M & Villegas, J. (2003). *Geometría con papel*. Universidad de granada, España: S.E. Recuperado de : <http://funes.uniandes.edu.co/278/1/GRUPOPIPapel.pdf>
- De la torre, H; Prada, A. (2008). *El origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría*. Taller realizado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Valledupar, Colombia. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/992/1/31Taller.pdf>
- Flores, J. (2000). *El Origami Como Recurso Didáctico para la Enseñanza de la Geometría*. Lima, Perú. Recuperado de: https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwjKZrg7NbJAhWIWSYKHZtNDIYQFggaMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.iberomat.uji.es%2Fcarpeta%2Fposters%2Fjesus_flores.doc&usg=AFQjCNHIyoNYpnndGYXm3UF00gmDb0AMAQ&bvm=bv.109910813,d.eWE&cad=rja

García, S & López, O. (2008). *La Enseñanza de la Geometría*. Colección: materiales para apoyar la practica educativa. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. México, D.F. Recuperado de: <http://www.oei.es/pdf2/ensenanza-geometria-mexico.pdf>

Matemáticas en el IES Valle del Oja. (s.f). *Historia de la geometría*. Recuperado el 25 de noviembre de 2015 de: <https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/09/geometria.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Recuperado de : http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Monje, C. (2011). *Como presentar la monografia de grado o el informe de investigación*. Universidad sur colombiana. Facultad de ciencias sociales y humanas. Programa de comunicación social y periodismo. Neiva, Colombia. Recuperado de: <http://datateca.unad.edu.co/contenidos/302581/Entorno de Conocimiento/Unidad 2/Guia para la presentacion de la monografia de grado.pdf>

O'Rourke, J; Demaine, E. (2007). *Geometric Folding: Algorithms. Linkages, Origami, Polyhedra*. Cambridge University. Printed in the United States of America.

PapiroCrazy. (Youtube). (2013). *Perro de papel - Origami*. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=DAIwtxkI-r8>

Pascual, J. (s.f). *Enseñanza de la matemática moderna*. Recuperado de: <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/1970207/1970re207educacionencricijada02.pdf?documentId=0901e72b818356a4>

Ramírez, D; Rendón, A. (2012). *Estrategia didáctica fundamentada en los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje de la teoría de van hiele en la enseñanza de los atributos y clasificación del triángulo según sus lados, usando la técnica del origami proyecto de grado para optar el título de: licenciadas en pedagogía infantil*. Universidad Tecnológica de

Pereira. Colombia. Recuperado de:
<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/3158/1/37276R173.pdf>

Salgado, A. (2007). *Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos*. Universidad de San Martín de Porres. Recuperado de:
<http://www.scielo.org.pe/pdf/liber/v13n13/a09v13n13.pdf>

Sandoval, N. (2014). *Diseño de una secuencia didáctica que integra el uso de origami para el aprendizaje de la factorización en grado octavo*. (Trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de: Magister en Enseñanza de las Ciencias Naturales y Exactas). Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería y Administración – Escuela de Postgrados. Palmira, Colombia. Recuperado de:
<http://www.bdigital.unal.edu.co/47043/1/46455977-Nydia.pdf>

Valencia, A. (2012). *Prácticas Discursivas y Recursos Pedagógicos en Clases de Geometría en la Educación Básica: El Caso del Origami*. (Informe final de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de Magíster en Educación, énfasis en Educación Matemática). Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática. Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática. Santiago de Cali, Colombia. Recuperado de: <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/4649/1/CB-0473261.pdf>

Vega, L. (1991). *Elementos, libros I-IV EUCLIDES*. Ed: Gredos. España.

Villegas, A. (2008). *Pensamiento espacial a través del doblado del papel*. Taller realizado en 9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Valledupar, Colombia. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/958/1/2Taller.pdf>

7. Anexos

Actividad 3

Que tanto aprendí

1. Une con una línea el nombre de cada triángulo con el número de lados correspondientes.

Isósceles

Equilátero

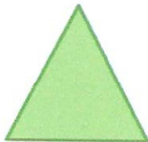
Escaleno

Tres lados iguales

Ningún lado igual

Dos lados iguales

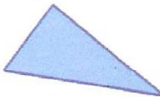
2. Escribe el nombre correspondiente al triángulo según sus lados.



isósceles



Equilátero



escaleno

3. Completa:

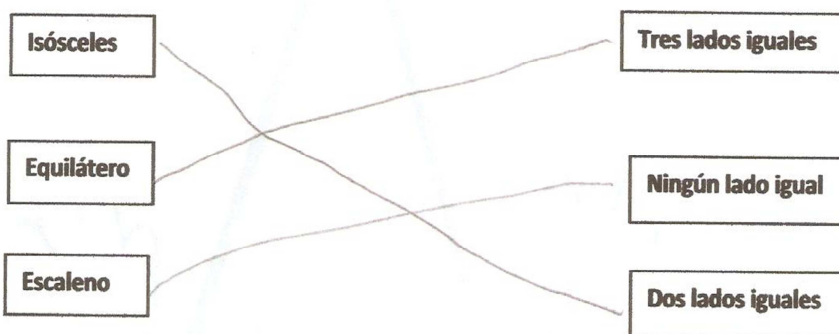
- El triángulo isósceles tiene dos iguales.
- El triángulo escaleno tiene tres desiguales.
- El triángulo equilátero tiene todos iguales.

Figura 28: Solución actividad 3

Actividad 3

Que tanto aprendí

1. Une con una línea el nombre de cada triángulo con el número de lados correspondientes.



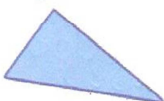
2. Escribe el nombre correspondiente al triángulo según sus lados.



Tiene los lados iguales



dos lados iguales



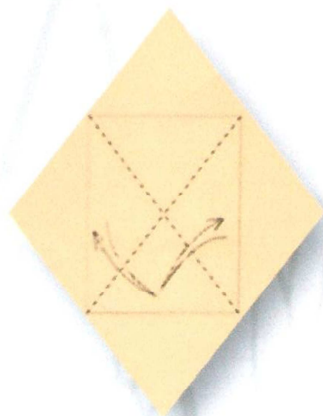
ningun lado igual

3. Completa:

- El triángulo isósceles tiene 2 iguales.
- El triángulo escaleno tiene lados desiguales.
- El triángulo equilátero tiene 3 lados iguales.

Figura 29: Segunda solución de la actividad 3

- Dobra el otro lado de la misma manera, ¿Cuántos y cuáles triángulos se formaron? *se formaron 12*



Actividad 2

Doblando y reconociendo

Observar el siguiente video y presta atención a cada uno de los pasos

1. Con la hoja de papel dada realiza la figura que aparece en el video
2. Con colores subraya los triángulos que identificas en la hoja.
3. Ya realizada la figura desdobra el papel e identifica qué triángulos se pueden observar al quedar plasmados en la hoja, y escribe el nombre de los triángulos que reconociste.

*Yo vi 7 triángulos son 5 isósceles
y 2 Escalenos*

Figura 30: Solución de la actividad 2, tarea 3

- Dobra el otro lado de la misma manera, ¿Cuántos y cuáles triángulos se formaron?

4 triángulos isosceles

Actividad 2

Doblando y reconociendo

Observar el siguiente video y presta atención a cada uno de los pasos

1. Con la hoja de papel dada realiza la figura que aparece en el video
2. Con colores subraya los triángulos que identificas en la hoja.
3. Ya realizada la figura desdobra el papel e identifica qué triángulos se pueden observar al quedar plasmados en la hoja, y escribe el nombre de los triángulos que reconociste.

isosceles escaleno

Figura 31: Solución de la actividad 1 y 2