

**La Música Como Estrategia Didáctica Para la Identificación y Análisis de Patrones
Numéricos en Grado Séptimo**



Yessika Korina Realpe Rodriguez

Código: 201833738

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

Licenciatura en Matemáticas

2026

**La Música Como Estrategia Didáctica Para la Identificación y Análisis de Patrones
Numéricos en Grado Séptimo**

Yessika Korina Realpe Rodriguez

Código: 201833738

Trabajo de grado para optar al título de

Licenciada en Matemáticas

Director de la tesis:

Mag. Jhonatan Elías Posso Torres

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

Licenciatura en Matemáticas

2026

Tabla de Contenido

Introducción	7
Capítulo I. Aspectos Generales de la Investigación.....	10
Planteamiento del Problema.....	10
Objetivos	15
Objetivo General.....	15
Objetivos Específicos	15
Justificación.....	15
Antecedentes	20
Capítulo II: Marco Teórico y Conceptual	24
La enseñanza del álgebra escolar	25
El paso de la aritmética al álgebra	26
El estudio de los patrones aritméticos y algebraicos	28
La generalización en el estudio de patrones aritméticos y algebraicos	31
Enfoque curricular	32
Estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas escolares	32
Tipos de estrategias en la enseñanza de las matemáticas	34
La música como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas.....	37

Relaciones entre las matemáticas y la música.....	38
Fundamentos musicales.....	41
Sonido musical	41
Frecuencia.....	41
Longitud de la cuerda (L)	42
Altura del sonido	42
Duración	42
Tiempo.....	43
Patrón rítmico	43
Figuras musicales básicas.....	44
Ritmo	44
Cuerda vibrante.....	45
Pentagrama	45
Capítulo III: Marco Metodológico	48
Método de investigación	48
Tipo de investigación	48
Diseño de propuesta	50
Hacia una integración de las matemáticas y la música.....	¡Error! Marcador no definido.
Estructura de la secuencia	53
Tareas del estudio de patrones a partir de la música	54

Etapa de validación de la propuesta didáctica.....	653
Secuencia para el estudio de los patrones a través de la música	66
Capítulo IV: Análisis y conclusiones	68
Análisis preliminar	68
Conclusiones	76
Recomendaciones finales	79
Anexos. Secuencia didáctica.	82
Referencia Bibliográfica	102

Índice de Figuras

Figura 1. Pentagrama	46
Figura 2. Posición de notas	46
Figura 3. Esquema relacional	53

Índice de Tablas

Tabla 1. Figuras musicales.....	44
Tabla 2. Tabla explicativa de la secuencia didáctica.....	63

Resumen

La presente investigación se enmarca en el campo del pensamiento algebraico temprano y aborda una problemática asociada con las dificultades que enfrentan los estudiantes en la transición del pensamiento aritmético hacia formas más estructuradas y abstractas propias del álgebra escolar. De manera particular, se analiza la manera cómo la integración de la música como estrategia didáctica puede favorecer la identificación, el análisis y la generalización de patrones numéricos en estudiantes de grado séptimo, entendiendo estos patrones como un eje fundamental para el desarrollo del pensamiento variacional. Para ello, se revisaron referentes teóricos sobre el estudio de patrones, las relaciones entre música y matemáticas, considerando la Educación Matemática Realista (EMR).

El principal aporte producto de esta investigación consiste en el diseño de una secuencia didáctica fundamentada en la cual se consolida el potencial de la música como estrategia interdisciplinar a partir de la cual, cuando se estudia, se suscitan procesos de generalización, se fortalece la comprensión de patrones y es posible orientar prácticas de enseñanza innovadoras en el marco del álgebra escolar.

Palabras claves: Pensamiento algebraico, secuencia didáctica, Educación Matemática Realista, patrones numéricos, música.

Introducción

Desde hace varias décadas, la investigación en Educación Matemática ha destacado la necesidad de fortalecer los procesos de enseñanza, aprendizaje y comunicación del álgebra escolar desde los primeros niveles de formación. En este marco, la literatura internacional reconoce el papel del pensamiento variacional y del estudio de patrones como fundamentos esenciales para el desarrollo del álgebra temprana (John Mason et al., 2005; Radford, 2010; Rojas & Vergel, 2014). Estas perspectivas coinciden en que la transición entre lo aritmético y lo algebraico no debe concentrarse únicamente en el uso de símbolos o reglas formales, sino en la comprensión de regularidades, relaciones y estructuras que permitan generalizar situaciones y establecer conexiones entre diferentes representaciones matemáticas.

En consonancia con esta tendencia, surgieron propuestas curriculares que abogan por introducir formas de pensamiento algebraico desde los primeros grados, articulando la aritmética y el álgebra como disciplinas complementarias (Kaput et al., 2008). La Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) respalda esta idea al promover contextos significativos y cercanos al estudiante que permitan reinventar conceptos matemáticos mediante actividades que partan de situaciones reales o culturalmente relevantes. En esta línea, la música aparece como un recurso valioso, pues su estructura basada en ritmos, secuencias y patrones repetitivos permite establecer vínculos naturales con los procesos de variación y generalización (Chaves & Rojas, 2019).

Además, diversos estudios de cognición musical señalan que las experiencias rítmicas favorecen habilidades de secuenciación, memoria estructural y reconocimiento de patrones, elementos esenciales en la formación algebraica temprana. Con base en estos referentes, el presente trabajo busca diseñar una secuencia didáctica que articule música y patrones numéricos para fortalecer el Pensamiento Variacional en estudiantes de grado séptimo. Para ello, se

plantean los siguientes objetivos: 1) Identificar avances clave de investigaciones en el campo de la educación matemática en relación con las estrategias utilizadas para abordar la identificación y análisis de patrones aritméticos en el aula, 2) Articular los aportes sobre el estudio de los patrones aritméticos desde una perspectiva interdisciplinar, integrando elementos de la música en la educación matemática escolar y 3) Diseñar una propuesta educativa basada en una secuencia didáctica estructurada en la heurística de los Modelos Emergentes de la Educación Matemática Realista (EMR), que permita potenciar habilidades cognitivas y pragmáticas a través de la música en el estudio de patrones numéricos en matemáticas.

El desarrollo del trabajo se organiza en cuatro capítulos. En el primer capítulo se presentan los elementos generales del estudio: problemática, pregunta de investigación, objetivos, justificación y antecedentes. El segundo capítulo expone los referentes teóricos que fundamentan la propuesta, incluyendo pensamiento variacional, generalización y patrones, Educación Matemática Realista (EMR), cognición musical y vínculos entre música y matemáticas. El tercer capítulo presenta el marco metodológico de la investigación, en el cual se describe el enfoque adoptado y el tipo de estudio. Asimismo, se expone la fundamentación y el proceso de diseño de la secuencia didáctica, así como la estructura y las tareas que la componen.

Para finalizar, en el cuarto capítulo, se expone el diseño y desarrollo de la secuencia didáctica, detallando las actividades propuestas, los recursos utilizados y la forma en que se articulan los elementos matemáticos y musicales para favorecer la comprensión de los patrones y los procesos de generalización. También, se presentan un análisis preliminar, reflexiones y conclusiones derivadas del proceso investigativo, así como algunas recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva interdisciplinaria.

De este modo, la propuesta elaborada busca mostrar cómo la música puede constituirse en un recurso interdisciplinar potente para favorecer la comprensión de patrones, promover la generalización y enriquecer la enseñanza del álgebra escolar mediante experiencias significativas y motivadoras.

Capítulo I. Aspectos Generales de la Investigación

Planteamiento del Problema

El problema de investigación que se desea abordar en relación con la educación escolar en el presente trabajo de grado está relacionado con los procesos de enseñanza, particularmente con la falta de estrategias efectivas para abordar la introducción al álgebra escolar y profundizar en el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes. Esta problemática ha sido identificada en diferentes investigaciones, como las de Rosa et al. (2012) y Muñoz et al. (2016), donde se señala que los estudiantes enfrentan dificultades en la comprensión y aplicación de conceptos algebraicos, en este sentido, la comprensión y apropiación del álgebra constituye un elemento fundamental en la formación matemática, ya que permite fortalecer la capacidad de abstracción y generalización de conceptos matemáticos (Dieguez et al., 2017).

De acuerdo con lo anterior, Betelu (2019) plantea que el álgebra contribuye al desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y se constituye en una herramienta importante para la resolución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana. Asimismo, el álgebra es fundamental para el desarrollo de otras ramas de las matemáticas, como el cálculo, y sirve de base para diversas ciencias (Neira, 2000). Del mismo modo, se reconoce como una forma estándar de comunicar ideas matemáticas de manera más precisa (Sobrado et al., 2018). Debido a su importancia, la comprensión del álgebra ha sido objeto de diversas investigaciones, entre ellas la de Hidalgo (2018), quien identifica dificultades en los estudiantes para formular conjeturas sobre patrones, comprender procesos algebraicos y trabajar con el simbolismo algebraico, particularmente en relación con el concepto de función.

Entre las principales dificultades se destacan aquellas asociadas al paso de un sistema de representación concreto a otro más abstracto, en el que se incrementa el uso del lenguaje

simbólico, por ejemplo, cuando los números pasan a ser representados por letras que funcionan como incógnitas o variables (Pérez, 2005); en este proceso, los estudiantes suelen interpretar las letras de diferentes maneras, ya que estas pueden representar un número particular desconocido o un número generalizado.

De esta manera, se evidencia una de las principales dificultades en la transición de la aritmética al álgebra, de tal manera que, mientras en la aritmética los estudiantes trabajan principalmente con números específicos y procedimientos operativos, el álgebra exige reconocer relaciones, identificar regularidades y expresar dichas relaciones mediante símbolos. Este cambio implica un proceso de abstracción progresivo, en el que los estudiantes deben pasar de un pensamiento centrado en el cálculo a un pensamiento centrado en la identificación de estructuras y generalizaciones matemáticas.

En este sentido, el estudio de patrones es considerada una actividad relevante para facilitar la transición de la aritmética al álgebra (Castrillón, 2021). El análisis de patrones favorece el desarrollo del pensamiento lógico, así como los procesos de abstracción y generalización, los cuales son fundamentales en el razonamiento matemático (Marín & Lupiáñez, 2004).

No obstante, diversas investigaciones evidencian que los estudiantes presentan dificultades para identificar, describir y generalizar patrones. En muchos casos logran reconocer la regularidad en los primeros términos de una secuencia, pero encuentran obstáculos cuando se les solicita determinar términos lejanos o expresar la regla general que describe el patrón. Estas dificultades reflejan la complejidad que implica pasar de la observación de regularidades a la formulación de expresiones algebraicas que representen dichas relaciones.

A pesar de la importancia de estos procesos, muchos estudiantes perciben el álgebra como un tema difícil de comprender debido a su naturaleza abstracta y compleja (Bakker & Hoffmann, 2005). A esta situación se suma el hecho de que, en muchos contextos educativos, la enseñanza de las matemáticas se ha centrado tradicionalmente en enfoques procedimentales, algorítmicos y memorísticos, lo que limita la comprensión profunda de los conceptos y afecta la apropiación de los procesos algebraicos; en este sentido, Grueso y González (2016) señalan que las estrategias didácticas utilizadas con frecuencia en el aula no logran promover una verdadera significación de los procesos que se desarrollan en el álgebra.

En relación con ciertas estrategias utilizadas en la enseñanza de las matemáticas, diversos estudios han evidenciado que durante muchos años estas no han sido lo suficientemente variadas para favorecer la comprensión de conceptos como los patrones. Rodríguez (2017), al analizar estrategias didácticas empleadas en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel de bachillerato, resalta la importancia de diversificar los recursos y metodologías de enseñanza para mejorar los procesos de aprendizaje y pone en consideración la necesidad de explorar enfoques didácticos que permitan vincular las matemáticas con otras áreas del conocimiento y con experiencias cercanas a los estudiantes; la integración de contextos interdisciplinarios puede favorecer la comprensión de conceptos abstractos, al permitir que los estudiantes identifiquen regularidades y relaciones matemáticas en situaciones significativas.

La música, entendida como una manifestación cultural que involucra procesos cognitivos complejos, puede constituirse en un recurso didáctico potencial para el aprendizaje de las matemáticas. Desde la perspectiva de la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner (1983), la música activa diferentes procesos cognitivos y puede contribuir a fortalecer la comprensión y la memoria de ciertos conceptos.

Además, la música se estructura a partir de patrones, repeticiones y secuencias rítmicas que guardan una estrecha relación con las regularidades presentes en las matemáticas. Elementos como el ritmo, el compás y las progresiones musicales pueden interpretarse como formas de organización basadas en patrones, lo que ofrece una oportunidad para que los estudiantes reconozcan regularidades antes de formalizarlas en términos numéricos o algebraicos.

A pesar de su potencial pedagógico, son aún limitados los estudios empíricos que analizan el uso de la música como recurso transversal en el ámbito escolar (Nieto et al., 2022). Asimismo, uno de los retos al integrar la música en el aula es que los estudiantes pueden no contar con conocimientos previos suficientes sobre teoría musical. Por esta razón, es fundamental seleccionar cuidadosamente los elementos musicales que se trabajarán, evitando que la complejidad del lenguaje musical se convierta en un obstáculo para el aprendizaje (Moya et al., 2009).

De igual manera, la integración de la música como estrategia didáctica requiere una planificación cuidadosa. Si no se diseña de manera adecuada, podría convertirse en un elemento distractor en lugar de favorecer la comprensión del objeto matemático que se pretende abordar (Beltrán, 2021).

No obstante, cuando se articula de manera intencional dentro de una propuesta didáctica, la música puede convertirse en un medio para favorecer la identificación de regularidades, la construcción de secuencias y el análisis de patrones, aspectos fundamentales para el desarrollo del pensamiento variacional y algebraico.

En este sentido, surge la necesidad de indagar cómo puede integrarse la música como estrategia para la comprensión y análisis de patrones numéricos en matemáticas. La presente investigación parte de la necesidad de identificar estrategias didácticas alternativas que

promuevan un aprendizaje más dinámico y significativo de las matemáticas, especialmente en temas que presentan un alto nivel de abstracción, como el estudio de patrones y su relación con el pensamiento algebraico.

De acuerdo con lo anterior, la transición de la aritmética al álgebra continúa representando un desafío en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las estrategias utilizadas con frecuencia no siempre responden a las necesidades de los estudiantes, lo que hace necesario explorar nuevas alternativas didácticas para abordar el estudio de los patrones, considerados como una base importante en la introducción al álgebra. En este contexto, la presente investigación propone el diseño de una propuesta didáctica que integre elementos de la música como recurso pedagógico para favorecer la comprensión y análisis de patrones numéricos, con el propósito de contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes. Como consecuencia de lo anterior, surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo integrar la música en una secuencia didáctica que implica el estudio de patrones aritméticos para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes de grado séptimo de la educación básica en Colombia?

Objetivos

Objetivo General

Establecer una propuesta didáctica que, mediante la integración de la música y el estudio de patrones aritméticos, promueva el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de séptimo grado de la educación escolar.

Objetivos Específicos

- Identificar avances clave de investigaciones en el campo de la educación matemática en relación con las estrategias utilizadas para la identificación y análisis de patrones aritméticos en el aula.
- Articular los aportes sobre el estudio de los patrones aritméticos desde una perspectiva interdisciplinar, integrando elementos de la música como una estrategia de enseñanza en la educación matemática escolar.
- Diseñar una secuencia didáctica estructurada en la heurística de los Modelos Emergentes de la Educación Matemática Realista (EMR), para el estudio de patrones numéricos en matemáticas.

Justificación

La generalización es uno de los procesos cognitivos más importantes en las actividades matemáticas y tiene un papel crucial en el estudio de las regularidades, patrones y el paso al álgebra. Según García & Vargas (2008), la generalización en matemáticas que involucra la capacidad de los estudiantes para identificar regularidades, establecer conexiones entre diferentes

conceptos y aplicar patrones observados a nuevas situaciones. Estos procesos promueven una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, como también favorece el pensamiento crítico en el estudiante. Generalizar, es de suma importancia en los pasos de la aritmética al álgebra, pues se involucra el análisis de patrones y la aplicación de reglas generales (Pérez & Roa, 2009), lo cual ayuda a los estudiantes a abordar problemas de forma más eficaz y a crear estrategias de resolución más avanzadas, como también les permite ir más allá de memorizar procedimientos, promoviendo una comprensión más profunda y así mismo la aplicación en diversas situaciones.

Ahora bien, generalizar hace referencia a universalizar una característica observada en una secuencia, lo que requiere que el estudiante busque comportamientos generales, reglas que puedan aplicar a otras situaciones matemáticas (Radford, 2008). El estudio de patrones numéricos, favorece el desarrollo de los procesos de generalización, al fomenta la capacidad de construir conexiones entre diferentes conceptos matemáticos, lo que promueve el encontrar relaciones y similitudes entre distintas situaciones (Vázquez & Sánchez, 2022), como también crea bases en los estudiantes para el desarrollo del pensamiento algebraico al implicar la identificación de reglas y la expresiones de patrones de forma general favoreciendo las capacidades de abstracción y generalización (Butto et al., 2010), por ende, es primordial el estudio, análisis e identificación de patrones numéricos que propicien la generalización y sirvan como introducción al estudio de la variación y de los procesos algebraicos (Torres, 2013).

La interpretación y significación de los símbolos que hacen parte del lenguaje algebraico son importantes para que el estudiante pueda generalizar conceptos abstractos con situaciones específicas que puedan ser aplicadas en contextos diferentes, desarrollando

también el pensamiento lógico y fortaleciendo la comprensión de las matemáticas como un sistema que permite modelar, describir y resolver problemas de la realidad.

Además, según los estándares básicos de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (2006), es importante el desarrollo de habilidades que permitan el reconocimiento, análisis y generalización de patrones que son fundamentales en la comprensión y desarrollo del pensamiento algebraico en la formación del nivel de básica secundaria (Ministerio de Educación Nacional, 2006). En este sentido, es en grado séptimo donde se hace énfasis en la introducción al álgebra a través de la exploración de secuencias, regularidades, que, encamine los procesos de cambio del pensamiento aritmético al algebraico, lo que posteriormente favorece también la formación y desarrollo del razonamiento proporcional (MEN). Por lo tanto, se considera que los estudiantes que están cursando séptimo grado de escolaridad, se encuentran en una etapa crucial para promover su desarrollo algebraico, donde se tiene en cuenta, el estudio de secuencias y patrones como introducción importante al álgebra.

Ante esto, es necesario reconocer también, que en la actualidad la educación está atravesando por cambios en los cuales se involucra la inclusión, la tecnología, la gamificación, la personalización, entre otros, que exigen la integración de nuevas metodologías de enseñanza y estrategias didácticas que favorezcan una educación de calidad (Caguana, 2023). De manera que, es indispensable que el modelo educativo se adapte a un entorno en constante evolución, caracterizado por avances en los sistemas de información y nuevas teorías que dirijan los procesos educativos (Quintanilla, 2020).

También, los lineamientos curriculares y estándares de competencias en matemáticas colombianos hacen hincapié en la necesidad de promover un aprendizaje contextualizado

para el trabajo matemático (Estándares Básicos de Competencias [EBC], 2006). El desarrollo de competencias matemáticas obliga al diseño de procesos, situaciones y actividades contextualizadas para el desarrollo de las competencias matemáticas, orientadas a alcanzar las dimensiones políticas, culturales y sociales de la educación matemática (EBC, 2006). De aquí, que la carencia en la utilización de estrategias que los docentes reconocen para la enseñanza de las matemáticas sea limitada (Quintanilla, 2020), donde se pueden poner en consideración nuevas dinámicas prácticas que ayuden a estructurar los procesos curriculares y a planear actividades en el aula (EBC, 2006)

Tal y como se ha señalado anteriormente, y en la búsqueda de alternativas que fortalezcan el aprendizaje de las matemáticas, se propone hacer uso de la música como estrategia didáctica, pues, aunque numerosos músicos y científicos han investigado sobre la estrecha relación existente entre la música y las matemáticas, poco se ha estudiado los efectos de su relación al rendimiento académico de los estudiantes (Bustos 2020). En este contexto, es importante que las estrategias didácticas utilizadas se adapten a un entorno en evolución constante, para que estas logren ser efectivas, eficientes y de calidad, alineadas con las transformaciones, innovaciones y comunicaciones esenciales para el desarrollo socioeconómico y político del país (Quintanilla, 2020).

Cortes (2018) plantea que la relación entre las matemáticas y la música no es muy popular, debido a que estas dos ciencias se entienden y disfrutan de distintas formas. Sin embargo, desde una perspectiva histórica, la relación entre música y matemáticas ha sido un tema de interés en la educación desde la antigüedad, pues grandes matemáticos y músicos como Pitágoras, Johannes Kepler, entre otros, han explorado esta conexión, entendiendo que es pertinente analizar la evolución de estas ideas, por lo que el presente trabajo plantea la

exploración sobre la integración de la música en la enseñanza de las matemáticas y en específico en el estudio de patrones numéricos en grado séptimo.

De este modo, puede afirmarse que la música al acompañar diversas actividades de la vida diaria como el trabajo, el ejercicio, el estudio, en el transporte público, reuniones familiares y sociales, en festivales, ceremonias entre otros, hace que sea algo presente en la cotidianidad de las personas. Por ende, la música se piensa como un vínculo que puede contribuir en el aprendizaje de las matemáticas no solo por las relaciones que se encuentran inmersas entre estas, sino que es algo que hace parte de la vida de las personas, esto sin mencionar los beneficios que tiene la música en el desarrollo a nivel cognitivo, por lo anterior es que puede considerarse como estrategia didáctica para el aprendizaje de las matemáticas como también de otras disciplinas (Mato et al., 2019).

En lo que refiere a la motivación, y en lo que respecta a las matemáticas se encuentra que estas generan rechazo en el estudiantado ya sea por la percepción de dificultad como también por el desconocimiento de su aplicabilidad que tienen los contenidos (Valle et al., 2016). Dentro de este marco, el diseño de secuencias didácticas permite la organización de actividades de forma coherente, lo que permite que a partir de experiencias previas se fortalezca la construcción de conocimiento que posibilite un acercamiento gradual a los conceptos matemáticos como lo afirma (Fabiola et al., 2020), lo que favorece a que los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático específico, partiendo de la exploración de situaciones contextualizadas.

Bajo esta perspectiva, los modelos emergentes de la Educación Matemática realista que buscan la matematización progresiva partiendo de situaciones contextuales en la que los

estudiantes, pueden acceder o aplicar las matemáticas partiendo de situaciones reales y cotidianas, se considera es el enfoque apropiado para el presente trabajo.

En este sentido, la presente propuesta adquiere un carácter novedoso al integrar elementos de la música en el estudio de los patrones numéricos como estrategia para favorecer el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación básica. Aunque existen investigaciones que abordan el estudio de patrones como una vía para la introducción al álgebra, son aún limitados los trabajos que articulan estos procesos con recursos provenientes del ámbito musical dentro de una secuencia didáctica estructurada desde los principios de la Educación Matemática Realista y los modelos emergentes. De esta manera, la propuesta no solo busca fortalecer la comprensión de los patrones y los procesos de generalización, sino también aportar una perspectiva interdisciplinar que amplíe las posibilidades didácticas para la enseñanza del álgebra escolar.

Antecedentes

En este apartado se presentan antecedentes internacionales, nacionales y locales que sirven de sustento para la investigación, los cuales se tienen en cuenta aquellos que involucra la generalización en educación matemática, la introducción al álgebra escolar, la música como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas. Se consultaron diversas investigaciones, en el marco de la educación matemática, enfocando la búsqueda en trabajos que involucran procesos de generalización, centrado en el estudio de patrones.

En el ámbito internacional tenemos la investigación realizada por Ramos (2023), como trabajo de grado de maestría titulado, “Análisis del pensamiento algebraico de estudiantes de Bachillerato a través de la generalización de patrones”. La investigación tuvo

como propósito, evaluar el pensamiento algebraico de estudiantes de Bachillerato a través de la implementación de una secuencia didáctica orientada a la generalización de patrones. Para ello, se apoyó en una serie de conceptos teóricos dentro de los cuales se encuentran el nivel de demanda cognitiva, las estrategias para generalizar patrones y los niveles de algebrización con el fin de comprender el proceso que implica para los estudiantes el desarrollo del pensamiento algebraico.

La secuencia didáctica involucró cuatro tareas que contenía patrones de tipo figural, lineal y dos de crecimiento cuadrático. Se lograron identificar ocho estrategias que fueron las que utilizaron los estudiantes para generalizar patrones, así mismo se identificaron cuatro categorías pensamiento algebraico. Se encontró que el más común fue el B2, que mostró un nivel intermedio de algebrización en las tareas lineales y algunas de las tareas cuadráticas. Entre las conclusiones, se destaca la influencia del tipo de patrón y de las instrucciones en la elección de estrategias, así como la importancia de utilizar letras, lo que puede promover una mejor integración entre la aritmética y el álgebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Otra investigación realizada por Gómez (2022) denominado “la música como recurso didáctico para favorecer el aprendizaje de las matemáticas en educación infantil” como trabajo de grado, tuvo como objetivo demostrar que la música y las matemáticas están estrechamente relacionadas y, principalmente, que la música supone un buen recurso didáctico lúdico para el aprendizaje de las matemáticas en la etapa de educación infantil. Para ello, se realizó previamente una indagación sobre diferentes acepciones del concepto de música a lo largo de los años. Posteriormente, se trató la importancia que tiene la música en las primeras edades y, por último, se abordó la visión negativa existente sobre las matemáticas a pesar de su presencia en la vida diaria. Finalmente se describieron una serie de

actividades musicales que trabajan de manera interdisciplinar la música y las matemáticas a través de una metodología lúdica, las cuales han sido creadas para el alumnado del segundo ciclo de educación infantil.

A nivel nacional Chaves & Rojas (2019), en su trabajo “Propuesta didáctica para el análisis de patrones en la educación básica y media haciendo uso de la música como recurso didáctico en la enseñanza de la matemática”, donde el objetivo fue explorar cómo la música puede ser utilizada como herramienta didáctica para mejorar el desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica y media. Para lograrlo, se llevó a cabo un estudio cualitativo con un enfoque en el análisis documental. Este análisis incluyó una revisión de documentos clasificados en las siguientes categorías: matemáticas, música, documentos legales y documentos que relacionan ambas disciplinas. Además, el diseño de la propuesta de actividades fue validado por dos expertos, lo que permitió realizar los ajustes necesarios para entregar una propuesta adecuada para el desarrollo del pensamiento variacional. Como resultado de esta construcción, se descubrió que la apuesta educativa planteada en esta monografía ofrece múltiples enfoques para trabajar la relación entre matemáticas y música en el aula, como las transformaciones en el plano, la probabilidad, el conteo, los fractales, entre otros.

Por su parte, Diaz (2020) desarrolló su trabajo titulado “mediación didáctica fundamentada en la música para el fortalecimiento del razonamiento matemático”, cuyo objetivo fue configurar una propuesta de mediación didáctica fundamentada en la música, para el fortalecimiento del razonamiento matemático en los estudiantes de ingeniería de la universidad de la Costa en Barranquilla Colombia en el año de 2020. Para lo cual se usó un análisis inferencial en cada una de las dimensiones asociadas a cada variable, logrando

evidenciar que realmente si existe una correlación entre la música y el fortalecimiento del razonamiento matemático en los estudiantes de ingeniería que interpretan un instrumento musical, ante estos resultados, finalmente se concluyó como aporte a la ciencia y a la educación, que se puede y debe utilizarse la música en la educación superior, como una herramienta eficaz para potenciar esta competencia, importante en la formación de futuros ingenieros.

En Popayán, Soto et al. (2007), en su trabajo de grado “ La enseñanza como didáctica para la enseñanza de las matemáticas a los niños y niñas de FUNDASER Popayán-Cauca”, plantearon como objetivo principal promover el desarrollo armónico del Ser cuyos derechos han sido vulnerados o amenazados, generando espacios de sensibilización y reflexión por medio de estrategias espirituales, pedagógicas y psicoterapéuticas acorde a la realidad personal y social, involucrando la utilización de las políticas públicas en la prevención, la protección integral y la rehabilitación. Usando como metodología el estudio de caso para tipificar un grupo de niños donde se analizó la problemática de las matemáticas a través de la música; finalmente concluye la importancia de trabajar un área de las ciencias exactas como las matemáticas en colaboración con un área de las artes como la música, permitió un aprendizaje con mejores resultados, más ameno, más agradable.

En general, el estudio de patrones numéricos constituye un eje para el desarrollo del pensamiento variacional, ya que permite a los estudiantes identificar regularidades, establecer reglas y formular generalizaciones que fortalecen su capacidad de abstracción y de razonamiento algebraico. La integración de la música en este proceso se presenta como una alternativa didáctica que puede enriquecer el análisis de los patrones aritméticos, al ofrecer a los estudiantes experiencias significativas que vinculen lo abstracto con lo sensible, y lo

matemático con lo artístico. De esta manera, la literatura de investigación proporciona los fundamentos necesarios para el diseño de una secuencia didáctica que articule el estudio de patrones aritméticos con experiencias musicales, orientada a potenciar la construcción de conexiones, la creatividad y el desarrollo del pensamiento lógico y variacional en el aula.

Capítulo II: Marco Teórico y Conceptual

En este capítulo se ha dispuesto abordar los aspectos teórico-conceptuales que se relacionan con los ejes centrales de la propuesta investigativa, entre ellos se destaca, la enseñanza del álgebra escolar, el paso de aritmética al álgebra, el estudio de patrones aritméticos y algebraicos, la generalización de estudio de los patrones, las características de las estrategias de enseñanza de las matemáticas y finalmente la relación de la música con las matemáticas. Cada una de las temáticas abordadas es indispensable para concretar una propuesta significativa, ya que se fundamenta en teorías que refuerzan y sustentan el contenido planteado.

La enseñanza del álgebra escolar

En el contexto educativo, el álgebra es una parte crucial del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de conflictos, ya que no solo se trata de un conjunto de técnicas para manipular símbolos, sino de un lenguaje que permite expresar relaciones, modelar situaciones y generalizar propiedades; en este sentido, para el desarrollo de la presente investigación es preciso abordar algunos elementos teóricos que permiten precisar el enfoque adoptado.

Por un lado, el presente trabajo se centra en la transición del pensamiento aritmético elemental al cálculo basado en conceptos (Filloy et al., 2008), donde la identificación y análisis de patrones se convierten en una herramienta para pasar de lo numérico a lo algebraico. La interpretación de patrones aritméticos y algebraicos favorece la generalización, entendida como la capacidad de reconocer regularidades y expresar reglas de manera simbólica, lo cual fortalece los procesos de abstracción y variación.

Asimismo, la enseñanza del álgebra escolar debe analizarse desde tres dimensiones complementarias: la didáctica, que estudia las estrategias y recursos para favorecer la comprensión de los estudiantes; la curricular, que establece el lugar y la progresión del álgebra

en los diferentes niveles de la educación básica y media; y la disciplinar, que permite comprender la naturaleza del álgebra como campo del conocimiento matemático y su papel en la construcción de significados.

De esta manera, la enseñanza del álgebra escolar se entiende como un proceso que trasciende la mera manipulación de expresiones, y que busca promover en los estudiantes la capacidad de pensar y razonar algebraicamente, establecer conexiones entre conceptos y aplicar el lenguaje algebraico en contextos diversos de su vida diaria.

El paso de la aritmética al álgebra

En primer lugar, es preciso mencionar que desde la perspectiva disciplinar, el estudio del álgebra inicial o escolar es fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático avanzado. Según Kaput et al. (2008), el álgebra proporciona un lenguaje y una estructura para describir y analizar relaciones matemáticas y patrones, además, es esencial para la comprensión de otras especialidades de las matemáticas, como la geometría y el cálculo.

De acuerdo con lo anterior, se puede comprender desde un enfoque educativo que la comprensión profunda del álgebra requiere no solo habilidades técnicas para manipular símbolos y resolver ecuaciones, sino también una comprensión conceptual de los principios y propiedades subyacentes. De acuerdo con Schoenfeld (1992), es importante que los estudiantes desarrollen una comprensión rica y conectada del álgebra, que incluya tanto la manipulación simbólica como la interpretación y el uso de expresiones algebraicas en diferentes contextos.

Además, la transición de la aritmética al álgebra es un proceso complejo que implica un cambio en la forma de pensar y de abordar situaciones matemáticas. Filloy & Rojano (1989) afirman que la transición hacia el pensamiento algebraico no es simplemente un cambio de símbolos, sino que implica una transformación profunda en el pensamiento matemático. En este

sentido, mientras que en la aritmética, los estudiantes trabajan principalmente con números y operaciones concretas, en el estudio del álgebra deben aprender a manejar variables y expresiones abstractas. Aunque este cambio resulta complejo, es fundamental para facilitar el manejo de los conceptos teóricos y prácticos de la matemática.

Autores como Radford (2018), han profundizado en la idea de que el pensamiento algebraico temprano debe iniciarse incluso antes de la introducción formal del álgebra, a través de la identificación de patrones, la generalización de regularidades y la representación de relaciones entre cantidades. Por ejemplo, actividades en las que los estudiantes reconocen que una secuencia como 2, 4, 5, 6... puede representarse como " $2n$ " permiten conectar lo numérico con lo algebraico. De igual manera, Sfard (1995) distingue entre una visión operacional del álgebra (resolver problemas paso a paso) y una visión estructural (comprender las expresiones como objetos matemáticos en sí mismos), lo cual resulta central en esta transición.

Para Mason et al. (2005), es esencial utilizar estrategias que ayuden a los estudiantes a ver las conexiones entre los conceptos aritméticos y algebraicos, en este sentido, se entiende que existen desafíos didácticos que implican lograr que los estudiantes comprendan la naturaleza abstracta del álgebra y su utilidad para representar y resolver situaciones. Por ejemplo, el uso de recursos manipulativos y representaciones visuales puede facilitar esta transición al permitir a los estudiantes visualizar y manipular expresiones algebraicas de manera concreta.

Ahora bien, desde el punto de vista curricular, es importante que se diseñen programas de estudio que tengan en cuenta una progresión gradual y coherente desde la aritmética al álgebra. Algunos países como Singapur o Finlandia han incorporado la introducción temprana de patrones y relaciones algebraicas en los primeros grados de la educación básica, lo que ha mostrado resultados positivos en evaluaciones internacionales. También, se considera importante

la utilización de situaciones contextualizadas y aplicaciones del álgebra en situaciones de la vida real, esto puede hacer que el álgebra sea más relevante y accesible para los estudiantes. Según National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), un currículo eficaz debe incluir oportunidades para que los estudiantes exploren y descubran patrones, desarrollen habilidades de razonamiento y argumentación, y apliquen el álgebra en contextos significativos.

En este sentido, lo central de este paso puede identificarse en la capacidad del estudiante para generalizar a partir de casos particulares, reconocer estructuras comunes en diferentes problemas y utilizar el lenguaje algebraico como medio de comunicación matemática. Por ejemplo, al resolver un problema contextualizado como calcular el costo total de entradas a un cine (n entradas a 10 dólares cada una), el estudiante pasa de una solución aritmética repetitiva a una representación algebraica general como " $10n$ ", mostrando así la esencia de la transición al pensamiento algebraico.

El estudio de los patrones aritméticos y algebraicos

En el aprendizaje de las matemáticas, el estudio de patrones es parte fundamental de esta disciplina y del pensamiento algebraico. Kaput et al. (2008), sostienen que el álgebra se puede considerar como el estudio de las estructuras y los patrones en las matemáticas, también, investigaciones enmarcadas en el tema han constatado que los estudiantes tienen la capacidad de pensar algebraicamente cuando desarrollan tareas de análisis de patrones que involucran posteriores procesos de generalización (Afonso & Mc Auliffe, 2019)

De esta manera, la capacidad para reconocer y generalizar patrones es esencial para el desarrollo del pensamiento algebraico y para el estudio de otras ramas de las matemáticas. Así mismo, se considera fundamental que el estudio de patrones tenga aplicaciones en muchas otras

disciplinas, como la ciencia, la ingeniería y la economía, etc. Según Tigreros (2009), el análisis de patrones es una habilidad clave para resolver problemas en una variedad de contextos, y el álgebra proporciona las herramientas y el lenguaje necesarios para describir y analizar estos patrones. Entonces, resulta indispensable su estudio desde el sector educativo, iniciando en edades tempranas para asimilar mejor sus conceptos y procedimientos.

Consecuentemente, el estudio de patrones constituye una forma eficiente para introducir a los estudiantes en el pensamiento algebraico. Rojas & Vergel (2014), conciben que, el reconocimiento y la generalización de patrones aritméticos y algebraicos son habilidades clave para su desarrollo. A partir de esto, se infiere que los patrones permiten enseñar a los estudiantes a identificar regularidades y a formular conjeturas, lo cual, a su vez, contribuye al desarrollo habilidades de razonamiento y argumentación.

En este sentido, es importante diferenciar algunos tipos de patrones. Por ejemplo, los patrones aritméticos se relacionan con la repetición o la progresión numérica, como las secuencias 2, 4, 6, 8... (patrón creciente por suma constante) o 100, 90, 80,... (patrón decreciente por resta constante) (Van de Walle et al., 2019). Los patrones algebraicos, en cambio, implican la generalización de una regla a través de expresiones simbólicas, como cuando se establece que en la secuencia 2, 4, 6, 8...el término n ésimo puede representarse como

$a_n = 2n$. Además, existen patrones geométricos o figurativos, que surgen del análisis de configuraciones visuales, como el crecimiento de mosaicos o triángulos formados por puntos, los cuales permiten a los estudiantes relacionar representaciones visuales con expresiones algebraicas (Rivera, 2013). Estos ejemplos concretos muestran cómo los diferentes tipos de patrones pueden integrarse de manera progresiva en la enseñanza del álgebra.

Otra estrategia didáctica para la el estudio y comprensión de patrones incluye el uso de secuencias numéricas, figuras geométricas y problemas contextualizados. La utilización de diversas representaciones, como tablas gráficos y esquemas, puede asistir a los estudiantes a percibir las relaciones entre distintas maneras de representar y examinar patrones (Friel et al., 2001), cada uno de ellos pueden aplicarse desde las aulas de clase para potenciar las habilidades matemáticas de los estudiantes.

Ahora bien, desde una perspectiva curricular, es indispensable que las mallas curriculares incluyan oportunidades para que los estudiantes exploren y descubran patrones desde los primeros grados de educación. Teniendo como referencia el currículo de matemáticas de la NCTM (2000), el estudio de patrones debe ser una parte integral del currículo de matemáticas, ya que proporciona una base para el desarrollo del pensamiento algebraico y la comprensión de conceptos más avanzados. Esta concepción se debe analizar y en lo posible adaptar a cualquier contexto educativo, pues los beneficios a largo plazo resultan significativos para la formación de los estudiantes.

Finalmente, Blanton & Kaput (2003) mencionan que, es importante que los estudiantes tengan oportunidades para trabajar con una variedad de patrones y que desarrollen habilidades para representar y analizar patrones de diferentes maneras. Entendiendo entonces que, el currículo debe incluir actividades y problemáticas que busque desafiar a los estudiantes a realizar proceso de identificación y generalización de patrones, así como a utilizar el álgebra para describir y analizar estos patrones.

La generalización en el estudio de patrones aritméticos y algebraicos

La generalización es una parte fundamental del pensamiento matemático y del estudio del álgebra. Para Kaput et al. (2008), el álgebra se puede considerar como el estudio de las estructuras y las relaciones en las matemáticas, y la capacidad para generalizar es esencial para el desarrollo de estas estructuras y relaciones, además, la generalización tiene implicaciones en otras ciencias, ya que, según Tigreros (2009), la capacidad para generalizar es una habilidad clave para establecer conexiones en variados contextos, en este sentido, el álgebra proporciona las herramientas y el lenguaje necesarios para describir y analizar dichas generalizaciones.

Desde el enfoque educativo, la generalización es una habilidad fundamental en el álgebra, pues permite a los estudiantes mejorar su comprensión de conceptos y relaciones matemáticas a situaciones más generales y abstractas. Según Mason et al. (2005), la capacidad para generalizar es una de las habilidades más importantes en el desarrollo del pensamiento algebraico, para ello, es importante que los estudiantes tengan oportunidades para explorar y experimentar con diferentes situaciones y que desarrollen habilidades para reconocer y describir patrones y relaciones generales (Kaput et al. 2008).

En la práctica, un proceso de generalización aritmética puede darse cuando los estudiantes observan secuencias como: 2, 4, 6, 8... y formulan la regla “el siguiente número se obtiene sumando 2 al anterior” o la expresión algebraica $a_n = 2n$. En un contexto geométrico, al analizar la construcción de triángulos con palillos (3, 5, 7, ...), los estudiantes pueden inferir la regla $a_n = 2n + 1$, lo que supone un paso hacia la generalización algebraica.

Por su parte, la generalización funcional implica que los estudiantes no solo reconozcan el patrón, sino que puedan expresar la relación entre variables. Por ejemplo, al estudiar el área de un cuadrado en función de su lado n , se generaliza que el área corresponde a $A = n^2$. Según

Radford (2010), este tipo de tareas es clave para articular el pensamiento algebraico temprano, porque permite pasar de lo particular a lo general en situaciones contextualizadas.

Así mismo, el currículo de matemáticas debe propiciar experiencias para que los estudiantes desarrollen habilidades de generalización desde los primeros niveles de educación. El NCTM (2000), señala que la generalización es una competencia transversal que debe ser promovida en toda la educación básica y secundaria. Además, deben incluirse actividades que desafíen a los estudiantes a formular reglas generales a partir de ejemplos específicos y a aplicarlas en diferentes contextos. En este sentido, Blanton & Kaput (2003) destacan la importancia de que los estudiantes “jueguen” con suficientes situaciones que les permitan ensayar, comparar y formalizar generalizaciones, consolidando así una comprensión flexible y transferible del álgebra.

Enfoque curricular

La propuesta didáctica desarrollada en esta investigación se fundamenta principalmente en un enfoque curricular, en el cual se busca articular el diseño de las actividades con los lineamientos establecidos para la enseñanza de las matemáticas en la educación escolar. Desde esta perspectiva, el currículo se entiende como un marco orientador que define los propósitos formativos, los contenidos y las competencias que se espera que los estudiantes desarrollen en cada nivel educativo.

En este sentido, la propuesta se orienta hacia el fortalecimiento del pensamiento variacional, particularmente en lo relacionado con la identificación, descripción y generalización de patrones numéricos. Estos procesos se consideran fundamentales en la transición de la aritmética al álgebra, ya que permiten a los estudiantes reconocer regularidades, establecer relaciones y avanzar progresivamente hacia formas de representación más abstractas.

Desde el enfoque curricular, el estudio de los patrones se reconoce como una oportunidad para promover procesos de generalización, razonamiento y modelación, los cuales hacen parte de las competencias matemáticas que se buscan desarrollar en la educación básica y media. Por esta razón, el diseño de la propuesta didáctica no se centra únicamente en la aplicación de procedimientos o herramientas aisladas, sino en la construcción de situaciones de aprendizaje que favorezcan la comprensión de relaciones matemáticas y el desarrollo del pensamiento variacional.

Asimismo, la propuesta incorpora un componente interdisciplinario al integrar elementos de la música como contexto para la exploración de patrones. Esta integración se plantea desde una perspectiva curricular que reconoce la importancia de establecer conexiones entre diferentes áreas del conocimiento, con el fin de generar experiencias de aprendizaje más significativas para los estudiantes. En este caso, los elementos rítmicos y las estructuras repetitivas presentes en la música se utilizan como un medio para favorecer la identificación de regularidades y el análisis de secuencias.

De esta manera, la música no se concibe como un fin en sí mismo ni como un recurso instrumental aislado, sino como un contexto pedagógico que permite situar el aprendizaje matemático en experiencias cercanas a los estudiantes. A partir de estas situaciones, se busca promover procesos de exploración, argumentación y generalización que contribuyan al desarrollo del pensamiento algebraico.

En consecuencia, el enfoque curricular adoptado en esta investigación orienta el diseño de la secuencia didáctica hacia la construcción de actividades que articulen los objetivos de aprendizaje, los contenidos matemáticos y los contextos de aplicación, favoreciendo así un aprendizaje más significativo de los patrones y su relación con el pensamiento algebraico.

Estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas escolares

La enseñanza de las matemáticas es un proceso complejo que ha evolucionado con el tiempo gracias a la implementación de diversas estrategias desarrolladas por docentes, pedagogos e investigadores para hacerla más significativa. En este sentido, una estrategia didáctica puede entenderse como el conjunto de acciones planificadas y organizadas que el docente emplea para guiar el aprendizaje, considerando los contenidos, el contexto y las necesidades de los estudiantes (Anijovich & Mora, 2010). Su propósito no es solo transmitir información, sino favorecer procesos de comprensión, análisis y aplicación en distintos escenarios. En el marco de este trabajo, las estrategias didácticas se materializan en propuestas que vinculan el estudio de patrones aritméticos con recursos musicales, lo que permite a los estudiantes reconocer regularidades, formular generalizaciones y desarrollar pensamiento variacional en un ambiente dinámico y motivador. De este modo, la estrategia no se reduce a un recurso aislado, sino que se concibe como una mediación pedagógica que articula objetivos, contenidos y experiencias de aprendizaje.

Tipos de estrategias en la enseñanza de las matemáticas

La diversidad de estudiantes que se pueden encontrar en el aula de clase es directamente proporcional a la variedad de estrategias que el docente puede aplicar, es decir, la enseñanza de la matemática debe ser significativa y variada a un punto donde cada clase sea diferente a la anterior sin importar que se trabaje la misma temática. Para lograr esto, es necesario comprender que dentro de esta ciencia existen diversas estrategias para la enseñanza de las matemáticas, cada una con su fundamento teórico y aplicación práctica. Polya (1945) sugiere el uso de estrategias heurísticas, lo que ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades de pensamiento crítico y analítico.

Además de esta postura, existen múltiples estrategias de enseñanza para la matemática, algunas enfocadas en clases magistrales, procedentes de la educación tradicional, otras más lúdicas desde perspectivas como Ausubel o Freire, y no se puede definir a una de ellas como precisa, simplemente son diferentes en métodos y aplicabilidad, pero es papel del docente saber elegir la adecuada según las necesidades, características y contexto de sus estudiantes.

En este orden de ideas, desde la didáctica, las estrategias de enseñanza deben adaptarse a las necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes. Según Godino et al. (2004), las estrategias colaborativas y de participación activa, promueven el intercambio de ideas más efectivas para promover la comprensión más profunda y permite la aplicación de conceptos matemáticos en contextos reales. Desde este punto de vista, se entiende que es necesario basarse y centrarse en situaciones de contexto real para que la enseñanza de las matemáticas tenga mayor comprensión y significación para los estudiantes, pues si se integran elementos que son parte de su vida cotidiana se aprecia cómo puede aplicarse lo que se aprende de las matemáticas, y así el aprendizaje es significativo y su práctica activa brinda una formación integral.

Como se ha mencionado, las estrategias de enseñanza varían según la condición educativa a la que se enfrenten, sin embargo, para tener una idea orientadora, los directivos y grupos de área de instituciones educativas deben considerar trabajar constantemente en la inclusión de las mismas en el currículo educativo, de manera que exista un registro y control constante de cada actividad y metodología acertada que se apliquen para poder evaluar y mejorar constantemente, de esta manera como afirma Rodríguez (2017), el currículo debe proporcionar una variedad de estrategias de enseñanza para abordar diferentes aspectos del aprendizaje matemático. Esto incluye estrategias directas, como la instrucción explícita, y estrategias

indirectas, como el descubrimiento guiado y el aprendizaje cooperativo, para atender a la diversidad en el aula.

Es fundamental reconocer que la selección y aplicación de estrategias en la enseñanza de las matemáticas deben ser procesos reflexivos y adaptativos, centrados en la diversidad y participación activa de los estudiantes. A menudo, los docentes cometen el error de asumir que es la diversidad e involucramiento que los niños deben tener, pues muchas veces se comete el error de asumir que un método es el adecuado sin considerar las perspectivas y aportes de los estudiantes. Por ello, es esencial partir de diagnósticos y perspectivas diversas para diseñar un trabajo articulado entre profesores y estudiantes que conduzca a la definición adecuada de las estrategias a implementar en el aula.

Es en este sentido, en el que se considera la música se erige como una estrategia didáctica alternativa poderosa en la enseñanza, especialmente en disciplinas como las matemáticas, al ser una herramienta accesible y familiar para los estudiantes. Su presencia universal, inherente a todas las culturas, facilita su integración en el aula, promoviendo un aprendizaje significativo y motivador. Es en este sentido, en el que se considera la música se erige como una estrategia didáctica alternativa poderosa en la enseñanza, especialmente en disciplinas como las matemáticas, al ser una herramienta accesible y familiar para los estudiantes. Su presencia universal, inherente a todas las culturas, facilita su integración en el aula, promoviendo un aprendizaje significativo y motivador.

La música, en su carácter de manifestación cultural, se presenta como un fenómeno común en todas las comunidades humanas. Esta universalidad permite que los estudiantes establezcan una conexión emocional con los contenidos, independientemente de su entorno cultural. Al incorporar componentes musicales en el proceso educativo, se promueve un

ambiente inclusivo que valora la diversidad cultural y facilita la asimilación de conceptos abstractos. Por ejemplo, en el ámbito de la educación infantil, se utiliza la música como herramienta para estimular el desarrollo integral de los alumnos, promoviendo la creatividad, la sensibilidad y la integración social (González Fernández, 2024). Trabajos de investigación como “música para enseñar matemáticas”, de Villamil Bustos Miguel Angel (2020), en el que destaca el papel de la música para crear contextos de aprendizaje significativos donde patrones rítmicos, entre otros, permiten abordar conceptos matemáticos.

La música como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas

La enseñanza de las matemáticas puede ser beneficiada si se articula con otras disciplinas del conocimiento, una de ellas es la música, que resulta favorable si se trabaja desde una perspectiva subconsciente de los estudiantes, por tanto, se considera la música como una estrategia didáctica no solo es pertinente, sino que también es beneficioso para el desarrollo integral de los estudiantes. Su capacidad para influir positivamente en el estado emocional y cognitivo de los individuos la convierte en una herramienta valiosa en el proceso educativo. Bajo esta idea, se puede afirmar que, si se tiene un adecuado trabajo de articulación, la música y las matemáticas pueden generar conocimientos significativos en los estudiantes.

Desde este punto de vista, la relación entre música y matemáticas ha sido ampliamente estudiada, destacando que ambas disciplinas comparten estructuras y patrones similares. Según Fernández et al. (2015), la música puede servir como un medio para explorar conceptos matemáticos, como el ritmo y la proporción, facilitando la comprensión de estos conceptos abstractos, de manera que, la incorporación a la educación de la música como recurso de enseñanza no es actual, se han realizado diferentes estudios y como menciona el autor, es posible

aplicarlos al campo de las matemáticas para facilitar el acceso al conocimiento y mejorar diferentes procesos mentales que involucren la resolución de problemas matemáticos.

Además, la música como parte de la vida de las personas, es una actividad importante que se puede usar para la enseñanza de las matemáticas, sus beneficios son múltiples si se logra articularlos adecuadamente, la integración de la música en la enseñanza de las matemáticas puede hacer que el aprendizaje sea más atractivo y significativo. Según Bustos (2022), afirma que el uso de la música como estrategia didáctica puede mejorar la retención de conceptos matemáticos y fomentar un ambiente de aprendizaje más dinámico y creativo. Entonces, dentro de la educación la música puede jugar un papel indispensable, pues los efectos mentales y emocionales que causa en las personas son elementos que pueden jugar a favor de la educación, resultando positivo su incorporación para las matemáticas si el docente cuenta con los métodos apropiados para relacionarlos y aplicarlos en el aula de clase.

Finalmente, incorporar la música en el currículo de matemáticas requiere una planificación cuidadosa para asegurar que los objetivos educativos se alcancen. El currículo debe incluir actividades que integren música y matemáticas de manera coherente, permitiendo a los estudiantes explorar las conexiones entre ambas disciplinas (Vázquez et al., 2019). Su articulación interdisciplinar puede brindar a los docentes resultados más favorables si se tienen en cuenta factores emotivos y subconscientes de los niños, de manera que un avance pedagógico para mejorar la asimilación de las matemáticas es la incorporación de la música como método significativo en el aprendizaje.

Relaciones entre las matemáticas y la música

La música, es una forma de expresión presente en la vida y cotidianidad del ser humano, desde la antigüedad. Además, a lo largo de la historia filósofos y matemáticos como por ejemplo

Pitágoras, quien concibe la relación entre la matemática y la música a partir de la armonía, la cual relaciona directamente con la proporción de las partes de un todo, que experimento específicamente en un monocordio, en el cual logra identificar que al pulsar una cuerda (acción que produce un sonido interpretado como una nota), y que si esta misma cuerda es partida en su mitad, esta mitad al ser pulsada, genera la misma nota pero una octava más arriba haciendo este proceso con otras particiones, como el partir la cuerda en $\frac{3}{4}$ de la inicial se obtenía lo que se conoce con el termino de curta justa, del mismo modo al hacerlo en $\frac{2}{3}$ se obtenía una quinta justa lo que va formando los sonidos armónicos (Valencia Rey & Manrique Reyes, 2021).

La sucesión de quintas justas dio lugar a que se formara la escala diatónica que es una de las más empleadas en la música occidental, estos estudios de la parte matemática específicamente de las proporciones dan las bases para la creación de más escalas y su posterior evolución.

En este sentido, la música desempeña un papel fundamental en el desarrollo de la capacidad de secuenciación en los niños, una habilidad que resulta clave tanto para la comprensión musical como para el pensamiento matemático. Conforme a lo indicado por Litwin (2008) la práctica musical involucra la creación y comprensión de secuencias de sonidos y ritmos, lo que permite a los estudiantes internalizar conceptos como el orden, la sucesión y la organización. De manera complementaria, Radford (2006) argumenta que el pensamiento variacional, la capacidad para reconocer regularidades, cambios y estructuras en secuencias es esencial para interpretar fenómenos musicales desde una perspectiva matemática.

Estas conexiones se enmarcan dentro del enfoque de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) el cual sostiene que los contenidos matemáticos deben surgir de experiencias significativas y relevantes para el entorno del estudiante. La relación existente entre la música y

las proporciones, ya observada por Pitágoras en la antigüedad, representa un ejemplo clásico de cómo las relaciones matemáticas pueden hacerse tangibles a través del arte (Benson, 2007).

Por otro lado, el trabajo con valores rítmicos básicos (redonda, blanca, negra, corchea y semicorchea) representa un recurso efectivo para abordar el concepto de fracción desde una experiencia musical concreta. La duración de cada figura, entendida como parte de una unidad de tiempo, posibilita la exploración del sentido parte-todo y de los significados de fracción como medida u operador (Godino et al., 2007a). Además, el análisis de equivalencias, sumas y descomposición de compases musicales contribuye al desarrollo del pensamiento relacional, alineándose con los planteamientos de Kieren (1993) y Litwin, (2008) al conectar representaciones numéricas, gráficas y contextuales.

El uso de instrumentos musicales como herramientas para representar conceptos numéricos ha sido abordado por diversos autores como Jerez (2024) y Jorquera (2017), quienes destacan su potencial para generar una experiencia de aprendizaje tangible y multisensorial. La asignación de notas o acordes a valores numéricos, así como la construcción de secuencias musicales fundamentadas en reglas matemáticas, permite la exploración integrada de relaciones entre números, operaciones y propiedades sonoras.

Asimismo, estudios como los de Barton (2006) y Van Den Heuvel (2003) subrayan el valor del uso de patrones y estructuras algebraicas en contextos artísticos. La modelización matemática de las secuencias musicales favorece el desarrollo del pensamiento lógico, algebraico y funcional, a la vez que permite experimentar las matemáticas de una manera creativa y significativa.

Fundamentos musicales

La escala natural está formada por ocho notas que son DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI, DO, estas generalmente se encuentran en pentagramas, no con sus nombres si no con símbolos llamados: Blanca, Redonda, Negra, Corchea, Semicorchea, Fusa, Semifusa... símbolos que determinan la durabilidad de cada una de las notas. Es importante reconocer algunos conceptos básicos, para comprender las estructuras musicales basados en trabajos como los de Cordantonopulos (2002), Brimhall (1971), Abella Sánchez (2021), y Guevara (2010) en esta sección encontraremos conceptos musicales que servirán para fundamentar la integración de la música en el presente trabajo.

Sonido musical

Es el producido por instrumentos, los cuales en el caso de los de viento, generados por el aire, en caso de la percusión es producido por un golpe, y en el caso de los instrumentos de cuerdas, estos se producen ya sea por la pulsación de estas en el caso de la guitarra o por frotarlas en el caso de violines. Estos generan vibraciones que por lo general no tienen cambios exagerados en sus ondas.

Frecuencia

Es lo que se puede identificar como sonidos agudos o graves que se producen. Cuando se habla de un sonido alto o bajo, se hace referencia a que el sonido esta desafinado con respecto a otro instrumento u otro sonido, en caso dado de que se diga que esta alto, esto significa que está por encima del otro sonido que se tiene como referencia, así, cuando se dice que está bajo es porque el sonido está por debajo del sonido que puede llamársele como de referencia. Por ejemplo, para tocar con un grupo de instrumentistas, lo ideal es que estén afinados entre sí, es por

ello, que hay un instrumento que suele producir una nota específica y con base en ese sonido los demás instrumentos deben encontrarse o producir su sonido a la misma altura del instrumento que les está dando la nota de referencia para estar afinados. En general, la frecuencia es la cantidad de oscilaciones completas que realiza un objeto vibrante por segundo. En el contexto del sonido, se refiere al número de ondas que llegan al oído cada segundo. Se mide en hertzios (Hz). En la cual, 1Hz es igual una vibración por segundo.

Longitud de la cuerda (L)

La longitud de la cuerda que vibra afecta directamente la frecuencia del sonido producido. Cuanto más corta sea la cuerda, mayor será su frecuencia de vibración, y viceversa. Por ejemplo, si se pulsa una cuerda completa (por ejemplo, de 1 m), y luego se pulsa justo en la mitad (0.5 m), se obtiene un sonido una octava más alto. Esto se debe a que la frecuencia se duplica cuando la longitud se reduce a la mitad.

Altura del sonido

La altura (o tono) es una cualidad del sonido que permite distinguir si un sonido es agudo o grave. Está directamente relacionada con la frecuencia. Sonidos agudos = frecuencia alta = cuerdas cortas o muy tensadas y sonidos graves = frecuencia baja = cuerdas largas o flojas

Duración

La duración del sonido se refiere al tiempo en el que el sonido es perceptible. En el caso de las cuerdas frotadas como violines el sonido puede ser mantenido durante tiempos largos mientras el arco continúe en movimiento. En los instrumentos de viento, su durabilidad del sonido es más limitado con respecto al violín, pues estos dependen de la capacidad del interprete

para sostener el aire, para que su instrumento siga sonando, y en el caso de los instrumentos de percusión su durabilidad en el sonido depende del tipo de material y la forma del instrumento y en el caso de la guitarra y el piano (piano de cola, piano vertical), la duración del sonido depende de lo que dure la cuerda vibrando. Esto también puede estar determinado, por el tipo de figura musical que este interpretando el músico.

Tiempo

El tiempo en música se refiere a la unidad básica que usamos para medir la duración de los sonidos y los silencios. Es como un “tic” constante que permite ordenar lo que se escucha. Es similar al segundero de un reloj: cada “clic” sería un tiempo. En la práctica, cuando marcamos el ritmo con las palmas o con un metrónomo, estamos marcando los tiempos. Cada tiempo puede contener un sonido (golpe) o un silencio.

Patrón rítmico

Un patrón rítmico es una secuencia de sonidos y silencios que se repite en el tiempo. Es lo que hace que un ritmo sea reconocible y tenga sentido. Puede ser tan simple como “golpe – silencio – golpe – silencio” o más complejo. Se representa con símbolos (como “X” para sonido y “_” para silencio), pero también puede expresarse numérica o gráficamente.

Por ejemplo, X _ X _ tiene 4 tiempos, suena en los tiempos 1 y 3, y se repite. Si lo extendemos: X _ X _ X _ X _, notamos que cada 2 tiempos ocurre un golpe. Esta regularidad puede expresarse como una sucesión de números: {1, 3, 5, 7, ...}.

Figuras musicales básicas

Son figuras que determinan la duración del sonido que debe producirse de una nota, figuras que tienen como nombre redonda (que su duración es de 4 tiempos), blanca (su duración es de 2 tiempos), negra (su duración es de 1 tiempo), corchea (su duración es de $\frac{1}{2}$ tiempo), semicorchea (duración de $\frac{1}{4}$ de tiempo), fusa (duración de $\frac{1}{8}$ de tiempo), semifusa (su duración es de $\frac{1}{16}$ de tiempo), estas tienen si respectiva figura de silencio que dura según su nombre, por ejemplo si es un silencio de redonda, este silencio dura 4 tiempos, así mismo con las demás figuras. En ese mismo orden las figuras se representan así:

Tabla 1

Figuras musicales

Nombre	Redonda	Blanca	Negra	Corchea	Semicorchea	Fusa	Semifusa
Figura							
Figura de silencio							

Nota: Elaboración propia

Ritmo

Al escuchar música, es común que de forma natural se marque el ritmo con movimientos, ya sea de los pies o manos. Esto se da a causa de que el ritmo está formado por una secuencia regular de pulsos llamados tiempos, que sirven como base para la estructura musical. El ritmo entonces es la organización de pulsos constantes dentro de una pieza musical, esta estructura permite apreciar y diferenciar entre ritmos lentos como una balada o un vals y rápidos como en el Hip Hop o el rock. En general, el ritmo es la organización de los sonidos en el tiempo. Se construye a partir de la alternancia de sonidos (golpes) y silencios. En música, el ritmo puede ser

regular o irregular, pero siempre se puede analizar como una sucesión de eventos que se repiten o varían con cierta lógica.

Cuerda vibrante

Una cuerda vibrante es un sistema físico que produce sonido al ser puesta en movimiento por una fuerza inicial (por ejemplo, al pulsarla, frotarla o golpearla). Esta vibración genera ondas que se transmiten al medio (aire), produciendo el fenómeno que conocemos como sonido. En la cuerda vibrante solo vibra la porción de la cuerda que está libre entre dos puntos fijos (por ejemplo, entre dos trastes de una guitarra). La forma de vibración más simple se llama “modo fundamental”, y determina la frecuencia principal del sonido. Algunos instrumentos que usan cuerdas vibrantes: guitarra, violín, arpa, piano, entre otros.

Pentagrama

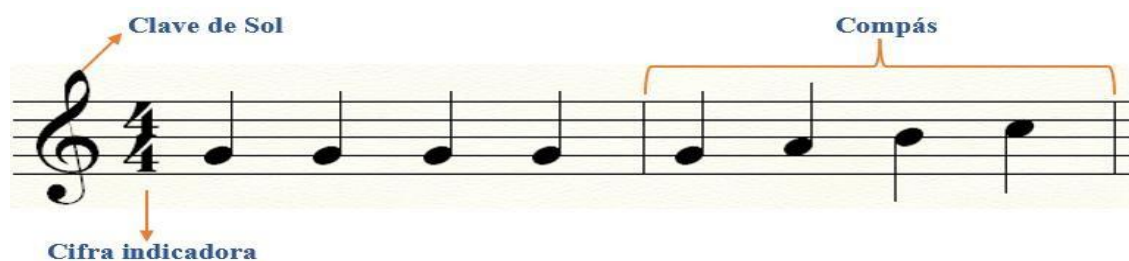
La palabra tiene orígenes griegos que se divide en dos fragmentos, pentha que hace alusión al 5, y grafos que significa que hace alusión a línea, donde en conjunto hace referencia a 5 líneas paralelas, que hacen parte del pentagrama. Es una herramienta para los músicos, la cual, a través de la historia, tuvo adaptaciones, modificaciones donde se integraron más elementos como la clave, que puede ser de Sol, Fa y Do, el uso de estas depende del tipo de instrumento al que este dirigida su escritura. Estas claves, son las que le dan el nombre según la posición, a cada una de las notas que se escriben en las líneas y espacios del pentagrama. A este también se le adiciona una fórmula de compas o cifra indicadora, la cual puede interpretarse como un fraccionario, el cual indica que cantidad y que figura musical podrán inscribirse en un compás.

El pentagrama está dividido por secciones, que están dadas por líneas perpendiculares a las líneas del pentagrama que son las que se conocen como compases. Este sistema, aunque

puede tener muchísimos más elementos que pueden ser usados en la interpretación del músico, sirven para indicar acentuaciones, intensidad del sonido, entre otras, para este trabajo se empleara lo básico.

Figura 1

Pentagrama

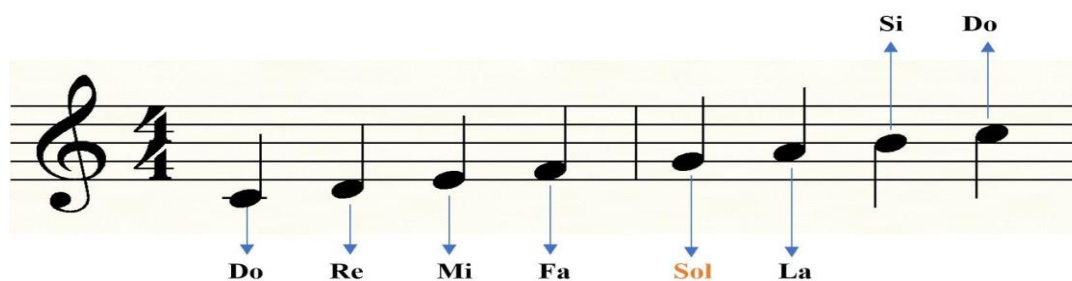


Nota: elaboración propia

En esta representación del pentagrama, la unidad métrica que organiza la música en segmentos de igual duración, marcando una acentuación regular. Se representa en el pentagrama mediante líneas perpendiculares que lo dividen en secciones llamadas compases. que permiten estructurar los ritmos, identificar dónde inicia y termina cada agrupación de tiempos, y dar claridad a la interpretación musical.

Figura 2

Posición de notas



Nota: elaboración propia

Este sistema, aunque puede tener muchos más elementos como cambios de compás, acentuaciones o variaciones de intensidad, en este trabajo se empleará lo básico: la identificación de la clave, la cifra indicadora y la división en compases, como fundamento para relacionar la música con patrones numéricos y fraccionarios

Capítulo III: Marco Metodológico

En este capítulo se describen de manera detallada el enfoque metodológico, las fases de desarrollo de la investigación, la estructura y fundamentación del diseño de la secuencia didáctica y los procesos seguidos para su validación teórica, asegurando coherencia entre los métodos empleados y la naturaleza del problema investigado.

Método de investigación

Para poder dar un buen manejo a la investigación planteada se ha generado algunas estrategias fundamentales en el desarrollo de la misma, por lo tanto, es importante mencionar que dado que se propone un diseño en el que se trabaja una secuencia didáctica, la Investigación Basada en el Diseño (Design-Based Research, DBR) (Vrancken et al., 2018) propone pautas clave para poder dar una estructura coherente en la que a través de procesos sistemáticos y rigurosos de una secuencia didáctica (Mckenney & Reeves, 2012), se cree y mejore continuamente las intervenciones en el aula, con el fin de que se disminuyan las dificultades en el área de matemáticas y permitir que los estudiantes asimilen de manera significativa los conocimientos y procesos involucrados.

Tipo de investigación

El proyecto tiene facetas que se pueden usar para definir su línea de estudio, todas ellas enfocadas al análisis documental de fenómenos desde una perspectiva interpretativa, con enfoque en la construcción de conocimiento a partir de situaciones cotidianas. Como principal fuente de acción, por lo tanto, se considera necesario usar un modelo de trabajo que permita recolectar información cualitativa para ser analizada y determinar las mejores estrategias para la resolución de la problemática encontrada.

Para poder entender adecuadamente los mecanismos durante el desarrollo de la propuesta, es conveniente definir un enfoque cualitativo que permita estudiar adecuadamente las características, tal y como afirman Quecedo et al. (2002):

Los estudios cualitativos intentan describir sistemáticamente las características de las variables y fenómenos (con el fin de generar y perfeccionar categorías conceptuales, descubrir y validar asociaciones entre fenómenos o comparar los constructos y postulados generados a partir de fenómenos observados en distintos contextos).

En un sentido educativo, resulta más importante identificar de aquellas condiciones sociales y contextuales del estudiante para poder explicar las fallas educativas que tengan, pues una nota baja no es solamente un juicio negativo, detrás de ella hay muchos factores que influyen para llegar a ese punto. Para poder combatir el bajo rendimiento académico, es necesario que la investigación se enfoque en el estudio documental del aprendizaje matemático de los estudiantes y así determinar las estrategias pertinentes para intentar darle solución.

Una vez se decide realizar un estudio cualitativo y siendo el sujeto un ser multidimensional que necesita ser estudiado, el investigador debe cumplir un papel multifacético, para poder comprender muchas actitudes que pueden resultar nuevas e inusuales. Para Salgado (2007):

La metodología cualitativa ha abierto un espacio multidisciplinario que convoca a profesionales de las más diversas disciplinas (sociólogos, antropólogos, médicos, enfermeras, psicólogos, trabajadores sociales, relacionistas públicos, entre otros) lo que lejos de ser un inconveniente aporta una gran riqueza en la producción

Puede resultar un motivo de confusión para el investigador involucrarse en una comunidad nueva, entender el pensamiento y comportamiento humano es una tarea muy difícil, sin embargo, más que un atraso a la investigación resulta enriquecedor para el proceso y la consolidación de la propuesta, la posibilidad de identificar los problemas y darle una solución tangible y viable, con lo que se pueda obtener resultados positivos, gracias a la investigación cualitativa.

Partiendo de esta idea, en la institución educativa es acertada este tipo de investigación, determinando las necesidades reales de los estudiantes, en sentido académico y poder implementar estrategias que estén enfocadas en mitigar los problemas encontrados y a la vez adaptarlos a la realidad que actualmente atraviesa. Logrando así mejorar la calidad educativa y brindar una alternativa didáctica, para poder contribuir a su desarrollo integral.

Diseño de propuesta

Después de realizar el diagnóstico y redactar el marco teórico y conceptual, donde se exploran referentes teóricos que fundamentan y guían los momentos de la propuesta, se redacta el diseño metodológico en el cual se planifican las actividades educativas, para ello se definen los objetivos de aprendizaje que se quiere desarrollar en los estudiantes, se seleccionan las actividades basadas en la matemática realista, integrando matemáticas y música. En este apartado se formulan las actividades de enseñanza y evaluación, diseñando materiales didácticos que faciliten la enseñanza de las matemáticas en secundaria, con el propósito de contribuir al estudio de patrones numéricos en los estudiantes, basándose en la teoría de aprendizaje seleccionada.

Hacia una integración de las matemáticas y la música

La presente propuesta didáctica se fundamenta en los aspectos teórico–conceptuales desarrollados en el capítulo anterior, los cuales permiten articular la enseñanza del álgebra escolar con la música como estrategia pedagógica innovadora. En primer lugar, se reconoce el álgebra como un componente esencial del pensamiento matemático, no sólo en términos de manipulación simbólica, sino como un lenguaje para expresar relaciones, modelar situaciones y generalizar propiedades, lo cual fortalece la capacidad de los estudiantes para razonar algebraicamente y aplicar el conocimiento en contextos diversos (Filloy & Rojano, 1989) En este sentido, la transición de la aritmética al álgebra constituye un eje central, pues implica pasar de operaciones numéricas concretas a la comprensión de estructuras abstractas, lo cual se favorece a través de la identificación de patrones y su generalización en expresiones algebraicas (Filloy & Rojano, 1989; Radford, 2010)

El estudio de patrones, tanto aritméticos como algebraicos, se convierte así en un recurso didáctico privilegiado, ya que permite a los estudiantes descubrir regularidades, formular conjeturas y establecer reglas generales, fortaleciendo el pensamiento variacional y las competencias de razonamiento matemático (Kaput et al., 2008; Rojas & Vergel, 2014). La generalización de estos patrones, además, potencia la capacidad de los estudiantes para adaptar sus aprendizajes a distintos contextos, consolidando un pensamiento algebraico temprano y flexible.

Desde el punto de vista pedagógico, la propuesta se apoya en estrategias didácticas que promueven la participación activa, la colaboración y la construcción significativa del conocimiento, lo cual garantiza que los aprendizajes no se limiten a la memorización de fórmulas, sino que se orienten hacia la comprensión y aplicación en contextos reales (Godino et

al., 2004). En este marco, la música se incorpora como una estrategia didáctica que ofrece un contexto motivador, en el cual los estudiantes pueden explorar patrones rítmicos que guardan una relación directa con estructuras matemáticas como las secuencias y las fracciones (Fernández et al., 2015; Bustos, 2020).

La relación entre música y matemáticas, ya destacada desde los estudios de Pitágoras sobre las proporciones armónicas, constituye un soporte histórico y disciplinar para esta integración, evidenciando que ambas áreas comparten estructuras, regularidades y principios de organización (Valencia & Manrique, 2021).

Finalmente, los fundamentos musicales básicos como el pentagrama, el compás, las figuras rítmicas, la duración, la altura y las escalas proporcionan los elementos concretos que hacen posible establecer equivalencias entre el lenguaje musical y el lenguaje algebraico, facilitando la comprensión de patrones y la generalización.

En síntesis, la fundamentación de esta propuesta se orienta a demostrar que la integración entre matemáticas y música ofrece un camino viable y significativo para favorecer la transición de lo aritmético a lo algebraico, desarrollar la capacidad de reconocer y generalizar patrones, y fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes a través de experiencias creativas, motivadoras y contextualizadas.

Figura 3**Esquema relacional**

Nota: elaboración propia

Estructura de la secuencia

La secuencia didáctica ha sido diseñada para estudiantes de séptimo grado, con el propósito de integrar la música en el aprendizaje matemático, promoviendo el desarrollo del pensamiento variacional a través del estudio de patrones numéricos. La secuencia está planificada para ser desarrollada en 5 sesiones de 1 hora cada una. Cada sesión se estructura en dos momentos:

Momento 1, Mate – notas (para el docente): este primer momento tiene como objetivo introducir la temática de la sesión, activar los saberes previos y motivar al estudiante. El docente presenta los objetivos de la clase, plantea preguntas o situaciones problema relacionadas con la música, y brinda una breve explicación del contenido que se abordará. Además, se explican las actividades que se desarrollarán, se aclaran posibles dudas iniciales y se establecen las

expectativas de aprendizaje. La participación del docente es clave para guiar, contextualizar y conectar el contenido matemático con elementos musicales significativos.

Momento 2, Actividad (para los estudiantes): es el momento de la sesión, donde el alumnado realiza actividades prácticas y/o colaborativas que le permiten explorar, construir y aplicar los conceptos matemáticos en relación con la música.

Las tareas propuestas están diseñadas para fomentar el pensamiento variacional, la identificación de patrones, la generalización y el uso de lenguaje matemático. Además, se promueve el uso de materiales manipulativos, instrumentos musicales sencillos o recursos digitales que refuercen la conexión entre ambas disciplinas.

Este momento está destinado a la sistematización y verificación del aprendizaje. Aquí, los estudiantes resuelven una o más actividades que les permiten comprobar qué han aprendido, identificar posibles errores y reflexionar sobre su proceso.

Tareas del Estudio de Patrones a Partir de la Música

Cada sesión de la secuencia incluye una intención didáctica claramente definida, que contempla los siguientes elementos: una descripción de la tarea, una pregunta problematizadora, el objetivo de aprendizaje, la finalidad pedagógica, y la relación entre la música y la matemática. Además, se proponen actividades que fomentan la participación del alumnado, el trabajo colaborativo, así como la reflexión y el análisis sobre los conceptos abordados.

En este marco, a continuación, se presentan de forma general algunos aspectos relevantes del diseño de la secuencia, descritos tarea por tarea.

Tarea 1: ¿Qué son figuras y secuencias musicales?

En esta tarea, los estudiantes crean y comparten secuencias de figuras musicales interactuando con el docente y con sus compañeros. A través de esta actividad introductoria se pretende que los estudiantes se familiaricen con figuras musicales como, redonda, silencio de redonda, blanca, silencio de blanca, negra y silencio de negra, donde deben observar patrones figurales. Al trabajar con estos patrones los estudiantes podrán desarrollar habilidades básicas para reconocer repeticiones, estructuras y relaciones entre las figuras musicales, lo cual construye un acercamiento a la comprensión de patrones.

Finalidad didáctica. La finalidad de esta tarea es promover en los estudiantes la identificación de patrones, mediante la exploración de secuencias, además de fomentar el desarrollo del pensamiento lógico y la capacidad de prever fenómenos. Con esta tarea se busca que el estudiante genere conexiones entre las figuras musicales y las matemáticas, que comprenda cómo la estructura de figuras de sonidos y silencios refleja principios matemáticos de repetición y regularidad. Esta intención se alinea con lo señalado por Radford (2010), quien afirma que el pensamiento algebraico temprano se fundamenta en reconocer regularidades, anticipar continuaciones y establecer relaciones entre distintas representaciones.

Relación entre música y matemáticas. La música se convierte en un medio privilegiado para articular sistemas semióticos que permiten a los estudiantes objetivar patrones y darles significado matemático (Radford, 2006). Así, la tarea no solo propone trabajar con secuencias musicales, sino que las utiliza como un puente para el desarrollo del razonamiento variacional y la comprensión de estructuras matemáticas presentes en el ritmo.

Recursos:

- Material de escritura (lápices, bolígrafos, rotuladores).
- Espacio adecuado para realizar actividades.
- Herramientas visuales (pizarra o proyector para ilustrar el cuadro de notas y los 3 ejercicios iniciales)

Tarea 2: ¡Ritmos que suman!

En esta tarea, los estudiantes interpretan y crean compases musicales combinando sonidos de diferentes duraciones (como redondas, blancas, negras y corcheas). A través de la representación y construcción de ritmos, se enfrentan a situaciones que implican la suma, resta, comparación y equivalencia de fracciones, dado que cada figura musical representa una fracción del compás.

La actividad se desarrolla en dos momentos: primero, los estudiantes analizan compases dados, identificando las fracciones musicales que los componen; luego, crean sus propios compases respetando una métrica establecida (por ejemplo, $4/4$), utilizando combinaciones válidas de figuras musicales que sumen el total del compás.

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes aprendan a operar con fracciones en contextos musicales reales, interpretando y construyendo compases mediante la combinación de figuras musicales de distintas duraciones, con el fin de comprender conceptos de suma, resta, comparación y equivalencia de fracciones.

Finalidad didáctica. La finalidad de esta tarea es comprender y operar con fracciones en un contexto significativo, aplicando conceptos como suma, resta y equivalencias para resolver situaciones relacionadas con la duración de sonidos en música. Al trabajar con compases y

figuras musicales, los estudiantes desarrollan una comprensión más intuitiva de las fracciones como partes de un todo, así como de las relaciones entre diferentes fracciones.

Esta perspectiva está sustentada por autores como (Godino et al., 2007), quienes señalan que el aprendizaje de las fracciones se fortalece cuando los estudiantes enfrentan situaciones de medida reales y contextualizadas que permiten interpretar las fracciones como partes de un todo y establecer relaciones entre ellas. Asimismo, Llinares et al., (2019) sostienen que los valores rítmicos en música representan proporciones claras dentro del compás, lo que facilita la comprensión de equivalencias y operaciones entre fracciones en un contexto funcional y significativo.

Relación entre música y matemáticas. La tarea vincula directamente el lenguaje musical con el pensamiento matemático. Cada figura musical representa una fracción del compás, lo que permite abordar conceptos como equivalencia, comparación y operaciones con fracciones en un contexto concreto y funcional. Al construir y analizar compases, los estudiantes experimentan cómo la matemática se encuentra en la base del ritmo y la estructura musical, favoreciendo el aprendizaje interdisciplinar.

Este planteamiento se sustenta en lo señalado por L. Linares et al., (2019), quienes afirman que los valores rítmicos en música expresan relaciones proporcionales claras, lo que convierte los compases y las figuras musicales en un recurso significativo para comprender fracciones, equivalencias y operaciones en contextos reales.

Recursos:

- Instrumentos de percusión básicos (como palmas, lápices, tambores o instrumentos de percusión digitales).

- Hojas de trabajo para registrar operaciones con fracciones.
- Metrónomo digital (60 BPM).
- Pizarra o proyector para mostrar compases, equivalencias y combinaciones.

Tarea 3. ¡Nos movemos al ritmo de la música!

La actividad se desarrolla en dos sesiones y propone una escucha activa y análisis de patrones rítmicos simples contruidos a partir de golpes y silencios. A través de dinámicas corporales, como palmadas o golpes con lápices, los estudiantes reproducen y exploran secuencias rítmicas que se repiten de forma periódica.

La actividad se desarrolla el siguiente objetivo de aprendizaje: identificar, representar y analizar patrones rítmicos a partir de secuencias de sonidos y silencios, reconociendo regularidades y expresándolas de forma simbólica y numérica, con el fin de desarrollar el pensamiento variacional.

Finalidad didáctica. Una vez familiarizados con los ritmos, se invita a los alumnos a representar simbólicamente los sonidos utilizando signos como “X” para el golpe y “_” para el silencio, en patrones de 4 u 8 tiempos. Posteriormente, estas representaciones se traducen a expresiones numéricas, lo que permite descubrir regularidades y establecer correspondencias entre el ritmo y los patrones matemáticos. Esta intención se sustenta en lo planteado por Radford (2010), quien señala que el pensamiento algebraico temprano se construye a partir del reconocimiento de patrones y regularidades, así como de la capacidad para expresar dichos patrones mediante distintos sistemas de representación, entre ellos gestuales, visuales o simbólicos. La traducción de ritmos a lenguaje numérico responde directamente a esta perspectiva teórica.

Relación con la música y la matemática. La intención didáctica de esta tarea es que los estudiantes identifiquen sucesiones periódicas, desarrollen su capacidad de predicción, y comiencen a expresar patrones numéricos de forma explícita. Esta actividad establece una base intuitiva para el trabajo matemático posterior, conectando el ritmo musical con las sucesiones y regularidades en el lenguaje de las matemáticas. Esta relación está sustentada por Llinares et al., (2019), quienes afirma que los patrones rítmicos representan proporcionalidad y regularidad, y que su análisis permite establecer puentes significativos entre estructuras musicales y estructuras matemáticas. Según estos autores, el trabajo con secuencias rítmicas facilita la comprensión de patrones numéricos y apoya el desarrollo del pensamiento matemático.

Recursos:

- Reproductor de audio (altavoces, ordenador, tablet o móvil).
- Materiales para percusión corporal o instrumental (manos, palillos, objetos sencillos).
- Material de escritura (lápices, bolígrafos, rotuladores).
- Espacio adecuado para realizar actividades.
- Metrónomo digital (60BPM).

Tarea 4: ¡Que suene la cuerda!

En esta tarea, se les presenta a los estudiantes como cuerdas o instrumentos de cuerda, en los cuales, la longitud de la cuerda influye en la frecuencia del sonido que produce. Durante la actividad. Se presenta gráficamente un ejemplo en el que tres cuerdas de diferentes tamaños tienen frecuencias según su longitud. A partir de estos datos, los estudiantes analizan la relación inversa entre la longitud de la cuerda y la frecuencia del sonido.

El objetivo principal de la tarea es explorar las relaciones inversas entre magnitudes, específicamente en el contexto de la vibración de cuerdas y la producción de notas agudas y graves. Los estudiantes investigan cómo el alargamiento de la cuerda produce frecuencias más bajas (notas graves) y cómo su acortamiento produce frecuencias más altas (notas agudas).

Finalidad didáctica. En esta tarea, los estudiantes investigan cómo dos magnitudes están relacionadas de manera inversa. Específicamente, identifican cómo la longitud de la cuerda afecta la frecuencia del sonido que produce, observando que, en general, a mayor longitud de la cuerda, menor es la frecuencia, y viceversa. Este tipo de relación es un ejemplo clásico de proporcionalidad inversa. Esta finalidad se sustenta en lo señalado por Manrique et al., (2021), quienes explican que las relaciones musicales, incluidas las que surgen por la vibración de las cuerdas están basadas en proporciones que pueden modificarse matemáticamente, siendo la relación entre la longitud y frecuencia una de las más representativas.

Relación con la música y la matemática. A través de la vibración de cuerdas de diferentes longitudes, los estudiantes observan que cuando se acorta la cuerda, el sonido producido es de frecuencia más alta, es decir, una nota aguda. En cambio, cuando la cuerda se alarga, el sonido tiene una frecuencia más baja, lo que produce una nota grave. Este fenómeno ilustra cómo las características físicas de un objeto (en este caso, una cuerda) determinan su comportamiento en términos de frecuencia sonora. Los estudiantes modelan los datos obtenidos al medir las longitudes de las cuerdas y sus respectivas frecuencias sonoras. Al registrar estos datos, los alumnos identifican y analizan la proporcionalidad inversa entre ambas magnitudes. Esto les permite construir una relación funcional que describe cómo la frecuencia depende de la longitud de la cuerda, profundizando en el concepto de que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda.

Esta relación está respaldada por Manrique et al., (2021), quienes señalan que la física del sonido y la teoría musical se fundamentan en relaciones proporcionales que pueden representarse matemáticamente. Según estos autores, la vibración de la cuerda es un caso clásico en el que la música y la matemática convergen a través de una función inversa, lo que permite a los estudiantes conectar los fenómenos físicos con modelos matemáticos de variación.

Recursos:

- Material de registro (hojas de trabajo, tablas, gráficos y calculadora).
- Material de escritura (lápices, bolígrafos, rotuladores).

Tarea 5: ¡Compón con números!

En esta tarea, los estudiantes asumen el rol de compositores, creando patrones musicales (melódicos o rítmicos) a partir de secuencias algebraicas. A través de la construcción de una regla numérica o expresión algebraica, generan una secuencia de valores (frecuencias, duraciones, posiciones) que luego traducen en elementos musicales. Una vez creadas, las composiciones son presentadas, analizadas y discutidas en clase, fomentando la argumentación y la creatividad.

El objetivo de esta actividad es diseñar y representar composiciones musicales simples a partir de secuencias algebraicas, aplicando el razonamiento matemático para establecer patrones melódicos o rítmicos y expresar relaciones funcionales mediante fórmulas, tablas y representaciones gráficas.

Finalidad didáctica. Esta tarea busca integrar el pensamiento algebraico con la creatividad musical, desarrollando habilidades para formular, interpretar y representar secuencias y funciones matemáticas en un contexto artístico. Los estudiantes utilizan expresiones numéricas

y algebraicas para construir estructuras musicales, lo que fortalece su comprensión de las reglas de formación, las representaciones gráficas y el uso de variables. Este propósito se sustenta en lo planteado por Radford (2010), quien afirma que el pensamiento algebraico temprano se desarrolla mediante la formulación de reglas, la representación de patrones y la capacidad de generalizar relaciones. Para este autor, el uso de distintos sistemas semióticos favorece que los estudiantes expresen y construyan ideas algebraicas en contextos significativos, tal como ocurre al producir estructuras musicales a partir de expresiones matemáticas.

Relación con la música y la matemática. La tarea establece un puente claro entre ambas disciplinas: mientras que en música los patrones determinan el ritmo y la melodía, en matemáticas estos se expresan como secuencias, funciones o progresiones. Al transformar fórmulas matemáticas en sonidos, los estudiantes perciben cómo la estructura numérica puede dar forma a una creación artística, y cómo la matemática también puede ser una herramienta expresiva. Esta conexión está respaldada por (Radford, 2006), quien sostiene que las regularidades y patrones presentes en diversas formas de expresión permiten a los estudiantes reconocer estructuras que luego pueden representarse algebraicamente. Según el autor, cuando los estudiantes traducen patrones de un lenguaje a otro (por ejemplo, del musical al algebraico), profundizan su comprensión de la variación y de la estructura funcional de las secuencias.

Recursos:

- Calculadoras o programas para graficar.
- Material de registro (hojas de trabajo, cuadrículas, papel pautado o sistemas gráficos).
- Pizarra o proyector para compartir primer cuadro de la tarea 5.

A continuación, la siguiente tabla representa una síntesis a manera de visión general de la estructura de la secuencia:

Tabla 2. Tabla explicativa de la secuencia didáctica

Tarea	Descripción	Finalidad didáctica	Relación con la música	Relación con la matemática
Tarea 1: ¡Conozco figuras musicales!	Introducción a patrones figurales completando, creando e interpretando secuencias con figuras musicales.	Reconocer y experimentar con patrones figurales musicales, para el desarrollo de habilidades de análisis de secuencias	Utiliza figuras musicales para representar ritmos y patrones figurales, a través de la identificación y creación de secuencias	Identifica y reconoce como las secuencias de figuras musicales forman patrones rítmicos y puedan aplicar conceptos matemáticos, como secuencias para completar y crear patrones musicales.
Tarea 2: ¡Ritmos que suman!	Interpretación y creación de compases con diferentes duraciones. Se operan fracciones en un contexto musical real.	Comprender cómo distintas combinaciones pueden formar una misma unidad. Reconocer equivalencias y patrones de duración.	Duración de sonidos. Compases de 4 tiempos. Combinación de notas con valores fraccionarios (blancas, negras, corcheas, etc.).	Reconocimiento de regularidades en duraciones. Equivalencias entre figuras musicales. Patrones fraccionarios que completan un compás.
Tarea 3: ¡Nos movemos al ritmo de la música!	Escucha y análisis de patrones rítmicos con golpes y silencios. Se representan simbólicamente y luego con números.	Descubrir regularidades y expresarlas numéricamente. Los estudiantes reconocen la repetición cíclica de los ritmos y su correspondencia con secuencias crecientes, lo que los introduce al concepto de patrón numérico.	Patrones de 4 u 8 tiempos. Representación con “X” (golpe) y “_” (silencio). Reconocimiento de estructura rítmica en compases musicales.	Identificación de sucesiones periódicas. Traducción del ritmo a secuencias numéricas. Reconocimiento de regularidades y patrones.

Tarea 4: ¡Que suene la cuerda!	Se experimenta con cuerdas o simuladores. Se construye una tabla longitud-frecuencia y se analiza la relación entre ambas.	Explorar relaciones entre magnitudes y reconocer que pueden modelarse con expresiones matemáticas.	Vibración de cuerdas. Notas agudas al acortar la cuerda y graves al alargarla. Observación del cambio físico-sonoro.	Reconocimiento de variación entre magnitudes. Construcción de tablas y detección de patrones de cambio. Inicio de la
--	--	--	--	--

Nota: elaboración propia

Esta tabla permite visualizar de manera clara y organizada la secuencia didáctica diseñada, mostrando la coherencia entre las tareas, sus finalidades y la articulación entre música y matemáticas. Cada actividad avanza progresivamente en complejidad, iniciando con el reconocimiento de patrones figurales y culminando con la creación de estructuras musicales derivadas de expresiones algebraicas. La tabla evidencia cómo los elementos musicales; figuras, ritmos, compases y vibración de cuerdas, se convierten en contextos significativos para el desarrollo del pensamiento matemático, especialmente en lo relacionado con patrones, fracciones, variación y generalización. Asimismo, muestra cómo cada tarea contribuye a la construcción gradual del pensamiento variacional y algebraico, integrando de forma interdisciplinar lo artístico con lo matemático en una propuesta pedagógica coherente y funcional.

Etapas de validación de la propuesta didáctica

Con el propósito de fortalecer el diseño de la propuesta didáctica y analizar la pertinencia de las actividades planteadas, se contempló la realización de un proceso de pilotaje previo con tres estudiantes en etapa escolar. Este proceso tuvo como finalidad observar la interacción con la secuencia para así reflexionar sobre la estructura de las actividades, anticipar otras posibles dificultades, y valorar su coherencia con los objetivos de aprendizaje

relacionados con la identificación y generalización de patrones numéricos.

En esta fase se consideraron tres aspectos fundamentales. En primer lugar, lo pensado en el diseño de las actividades, es decir, las decisiones pedagógicas tomadas durante la elaboración de la secuencia didáctica, tales como la selección de los patrones a trabajar, la integración de elementos musicales como contexto de exploración y la organización progresiva de las tareas para favorecer el tránsito desde la observación de regularidades hasta la formulación de generalizaciones.

En segundo lugar, se consideraron los aportes de la literatura especializada y diversos estudios sobre la enseñanza de patrones y el desarrollo del pensamiento algebraico. Estos referentes permitieron orientar el diseño de las actividades y anticipar posibles dificultades conceptuales que suelen presentarse cuando los estudiantes trabajan con secuencias y procesos de generalización.

Finalmente, en relación con las interacciones de los estudiantes con la secuencia y el apoyo brindado en el proceso, el pilotaje permitió revisar y ajustar algunos elementos de la propuesta, tales como la claridad de las instrucciones, el nivel de complejidad de las tareas y la pertinencia de los ejemplos utilizados para introducir las regularidades presentes en los patrones. Este proceso de revisión contribuyó a mejorar la coherencia interna de la secuencia didáctica y a garantizar que las actividades favorecieran los procesos de exploración, argumentación y generalización que se buscan promover en el estudio de los patrones.

En este sentido, el pilotaje se constituyó en un espacio de reflexión sobre el diseño de la propuesta, permitiendo realizar ajustes antes de su análisis dentro del proceso investigativo. De esta manera, se buscó asegurar que las actividades diseñadas respondieran de manera pertinente a los objetivos de la investigación y a las características del contexto educativo en el

que se desarrolla el estudio.

Secuencia para el estudio de los patrones a través de la música

La secuencia didáctica Matemática: Ritmos, notas y fórmulas ([Anexos. Secuencia didáctica.](#)) se fundamenta en la relación profunda que históricamente ha unido a las matemáticas con la música, vínculo que el documento base resalta desde la problematización inicial hasta el desarrollo de cada tarea. Tal como se expone en el diseño, ambas disciplinas comparten estructuras basadas en el orden, la regularidad, la secuencia y la repetición, elementos que permiten a los estudiantes reconocer patrones sonoros y numéricos de forma integrada

En coherencia con este enfoque, la propuesta invita a los estudiantes a explorar los elementos del ritmo, la duración y la frecuencia del sonido mediante actividades que combinan la experimentación musical con la formalización matemática. A través de tareas progresivas desde la creación de ritmos con palmas hasta el análisis de funciones que modelan fenómenos sonoros se busca que los estudiantes descubran cómo la matemática puede explicar, organizar y producir música, desarrollando competencias en pensamiento variacional, algebraico y proporcional. Esta secuencia no solo promueve aprendizajes conceptuales, sino que también favorece la creatividad, el razonamiento y la comprensión interdisciplinar, permitiendo que los estudiantes “sientan” la matemática a través de la música y comprendan la música a través de la matemática.

Si bien los modelos emergentes, propuestos en el marco de la Educación Matemática Realista, constituyen un referente teórico importante para comprender los procesos de construcción progresiva del conocimiento matemático, en el presente trabajo se enfatiza

especialmente su papel en el diseño de la secuencia didáctica. En este sentido, más allá de presentar los modelos emergentes como un concepto teórico, se busca evidenciar cómo estos orientan la construcción de las actividades y la organización de las situaciones de aprendizaje.

Desde esta perspectiva, el diseño de la secuencia didáctica considera el tránsito progresivo desde situaciones contextualizadas, en este caso asociadas a elementos musicales como ritmos y secuencias sonoras, hacia formas de representación cada vez más estructuradas que permiten a los estudiantes identificar regularidades, describir patrones y avanzar hacia procesos de generalización. De este modo, los modelos emergentes no se entienden únicamente como un marco interpretativo posterior al aprendizaje, sino como una herramienta para orientar el diseño de las tareas, permitiendo que las actividades conduzcan gradualmente desde estrategias informales de los estudiantes hacia formas más formales de razonamiento matemático.

En consecuencia, la secuencia didáctica se estructura de manera que las actividades iniciales favorezcan la exploración de patrones a partir de contextos musicales accesibles para los estudiantes, mientras que las actividades posteriores promuevan la representación numérica, la identificación de regularidades y la formulación de generalizaciones. Esta organización responde a la idea central de los modelos emergentes de propiciar una transición desde modelos de la situación hacia modelos para el razonamiento matemático, contribuyendo así al desarrollo del pensamiento variacional y a la comprensión de los patrones numéricos.

Capítulo V: Análisis y conclusiones

A continuación, se presenta el análisis preliminar de la propuesta didáctica construida para el estudio de los patrones aritméticos a partir de elementos rítmicos y musicales, considerando los aprendizajes que se espera que desarrollen los estudiantes y los aportes pedagógicos que esta secuencia puede ofrecer al docente que la implemente. La propuesta integra el lenguaje musical como un recurso interdisciplinar que favorece la identificación de regularidades, la comparación de estructuras y el reconocimiento de relaciones variacionales, aspectos fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático.

En este sentido, y atendiendo a los lineamientos de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) y la heurística de los Modelos Emergentes, se asume que los significados matemáticos evolucionan desde las experiencias cercanas y significativas hacia niveles progresivamente más formales. Por ello, se toma la música y en particular el ritmo y las figuras musicales como punto de partida para el diseño de las tareas que conforman la secuencia. La música, al involucrar estructuras repetitivas, variaciones temporales y representaciones simbólicas, permite generar situaciones realistas en las que los estudiantes puedan construir modelos personales y, posteriormente, desarrollar razonamientos generales vinculados a los patrones numéricos.

Análisis preliminar

El análisis preliminar que se desarrolla busca identificar, anticipar y reflexionar sobre los alcances de la implementación de la propuesta en un ambiente escolar, reconociendo tanto las potencialidades conceptuales como las posibles dificultades que pueden presentar los estudiantes. Asimismo, se consideran elementos del rol docente que resultan fundamentales para acompañar la transición entre los diferentes registros que se movilizan en el estudio de patrones a

través de la música. Este capítulo, constituyen espacio de sistematización y fundamentación que permite valorar la coherencia interna de la secuencia y proyectar su pertinencia para el desarrollo del pensamiento variacional y algebraico.

La Tarea 1 introduce a los estudiantes en el reconocimiento de las figuras musicales básicas y sus silencios como unidades de duración que permiten estructurar ritmos, lo cual se vincula directamente con el desarrollo del pensamiento matemático inicial. Al explorar combinaciones de redondas, blancas, negras y sus silencios, los estudiantes comienzan a identificar regularidades y a comprender relaciones entre duraciones, apoyándose en un contexto significativo que favorece la construcción de nociones ligadas al conteo, la equivalencia temporal y la organización de secuencias. Tal como señala Kaput et al., (2008), el análisis de patrones en situaciones cercanas a la experiencia estudiantil constituye una puerta de entrada natural al pensamiento algebraico temprano.

Además, la explicación guiada del docente y la observación de secuencias en ejemplos favorecen la articulación entre los registros gráfico y auditivo, coherente con las mediaciones que sugieren Godino et al., (2007) para consolidar significados matemáticos. Las combinaciones presentadas en los ejercicios promueven la identificación de repeticiones, equivalencias y transformaciones dentro de las secuencias, lo cual contribuye a que los estudiantes relacionen duración y posición dentro de un patrón. Se anticipan dificultades en la distinción entre duraciones relativas o en el reconocimiento de la figura que completa una secuencia; por esta razón, la intervención docente resulta esencial para promover preguntas orientadoras que ayuden a los estudiantes a justificar sus elecciones y reconocer las características del patrón observado.

En conjunto, la tarea 1 constituye un primer acercamiento a la estructuración de secuencias rítmicas con valor matemático, dado que permite identificar patrones, organizar

información y establecer equivalencias entre diferentes unidades de duración. Este trabajo inicial aporta fundamentos clave para el desarrollo del pensamiento variacional que se fortalece en las tareas posteriores, en las que los estudiantes transitan hacia la generalización y el análisis más formal de patrones. La música, al ofrecer una estructura rítmica clara y repetitiva, actúa como un recurso didáctico que favorece la comprensión intuitiva de las regularidades, potenciando el aprendizaje significativo y la conexión entre experiencias musicales y construcciones matemáticas.

La tarea 2 propone que los estudiantes construyan, comparen y transformen patrones rítmicos utilizando distintas combinaciones de figuras musicales. Esta actividad favorece procesos de comparación, medición temporal y análisis estructural, permitiendo comprender que diferentes patrones pueden poseer la misma duración total. Filloy & Rojano (1989) destacan que reconocer equivalencias en secuencias constituye un precursor esencial del pensamiento algebraico, lo cual se activa de manera natural cuando el estudiante identifica patrones rítmicos equivalentes.

El componente musical aporta una experiencia directa de variación y transformación, pues escuchar cómo cambia un patrón al sustituir una figura permite comprender de manera concreta principios variacionales (Radford, 2006). Asimismo, la construcción de patrones es coherente con la propuesta de Freudenthal (1991) sobre el uso de contextos realistas para abordar nociones matemáticas abstractas. En el desarrollo de esta tarea, el docente cumple un rol crucial en la articulación entre los registros auditivo, gráfico y simbólico, tal como señalan Godino et al. (2007), facilitando el análisis de patrones y la verbalización de las equivalencias. Se espera que esta tarea fortalezca la observación de estructuras internas, la argumentación y la comprensión de equivalencias.

La tarea 3 ocupa un papel central dentro de la secuencia didáctica, ya que integra los elementos musicales con el análisis de patrones numéricos, favoreciendo el tránsito del pensamiento aritmético hacia formas iniciales de razonamiento algebraico. Al trabajar con el metrónomo y representar los golpes mediante símbolos como “X” y “_”, los estudiantes realizan una conversión entre registros que les permite identificar regularidades y organizar información, en coherencia con la necesidad de estrategias didácticas significativas señalada por Grueso & González (2016) y con el enfoque de actividades contextualizadas propio de la Educación Matemática Realista.

Además, el uso de patrones rítmicos como punto de partida facilita la comprensión de estructuras repetitivas, dado que la música actúa como mediador para la construcción de significados relacionados con secuencias, ciclos y periodicidad, fortaleciendo habilidades de análisis y generalización destacadas por Kaput et al., (2008) y Rojas & Vergel (2014). Esta relación entre ritmo y patrón numérico permite que los estudiantes transiten progresivamente hacia la identificación de reglas generales, reconociendo cómo los golpes dentro del compás se corresponden con posiciones numéricas crecientes, lo cual aporta al desarrollo del pensamiento variacional previsto para grado séptimo en los Estándares del Ministerio de Educación Nacional (2006).

Finalmente, se anticipan dificultades comunes, como la ubicación exacta de los golpes dentro del compás, el paso del registro auditivo al simbólico y la deducción de la regla que organiza la secuencia numérica. Por tal motivo, la tarea requiere un rol docente de acompañamiento que favorezca la interpretación, la argumentación y el análisis de las representaciones producidas. En conjunto, esta actividad permite que la música funcione como una estrategia didáctica motivadora y eficaz para fortalecer la comprensión de patrones,

facilitando procesos de generalización y contribuyendo al desarrollo del pensamiento algebraico temprano en un contexto significativo para los estudiantes.

La tarea 4 pretende que los estudiantes avancen hacia la generalización de las secuencias rítmicas, describiendo patrones no solo mediante casos específicos sino también mediante reglas o expresiones generales. Este proceso activa el pensamiento algebraico, entendido como la capacidad de reconocer regularidades y formular relaciones generalizables (Kaput et al., 2008; Blanton & James Kaput, 2003). La regularidad inherente a los patrones rítmicos constituye un contexto idóneo para que estas generalizaciones emerjan de manera natural. En este sentido, la música facilita la identificación intuitiva de estructuras repetitivas, lo que permite que el estudiante construya conjeturas rítmicas, valide equivalencias y anticipe la continuación de un patrón. De acuerdo con Radford (2010), estas actividades movilizan procesos de objetivación, es decir, de hacer explícitas las relaciones que subyacen en la secuencia. La comparación entre estrategias de los compañeros enriquece la comprensión, dado que permite observar diversas formas de describir una misma estructura.

El rol del docente consiste en promover la argumentación, solicitar explicaciones verbales y estimular el tránsito del caso particular al general. Esta tarea desarrolla la capacidad de abstraer, justificar y comunicar ideas, competencias esenciales tanto en la música como en la matemática escolar.

Finalmente, en **la tarea 5** los estudiantes analizan cómo cambios en el tiempo, la duración o la repetición de los patrones rítmicos generan relaciones de proporcionalidad, lo cual constituye un fundamento del razonamiento multiplicativo. Musicalmente, acelerar o desacelerar un pulso, duplicar una secuencia o disminuir a la mitad permite experimentar concretamente relaciones proporcionales, haciendo del ritmo un contexto significativo para comprender estas

ideas. Freudenthal (1991) subraya que la comprensión surge de situaciones realistas; aquí, la música opera como modelo intuitivo de proporcionalidad.

La tarea activa procesos de comparación de tasas y relaciones entre unidades temporales, coherentes con lo descrito por Van de Walle et al., (2019) sobre el desarrollo del pensamiento proporcional en primaria y secundaria. Asimismo, la manipulación de parámetros musicales permite observar efectos de escalamiento, un proceso central en la comprensión anticipada de la función lineal.

El docente debe acompañar este proceso con ejemplos auditivos y representaciones visuales que permitan identificar qué cambia y qué permanece constante. Esta tarea fortalece la capacidad de establecer relaciones comparativas, argumentar razones de cambio y comprender la proporcionalidad desde una experiencia vivencial y musicalmente significativa.

En conjunto, el análisis realizado evidencia que la propuesta didáctica basada en patrones rítmicos ofrece un entorno significativo para el desarrollo progresivo del pensamiento variacional y algebraico, al articular de manera coherente las experiencias musicales con procesos matemáticos como la identificación de regularidades, la comparación de estructuras, la formulación de equivalencias y la generalización. Cada tarea aporta un nivel creciente de complejidad que permite transitar desde el reconocimiento de figuras musicales y la organización de secuencias hasta la interpretación de patrones numéricos, la construcción de reglas y la comprensión de relaciones proporcionales, mientras el rol docente se mantiene como mediador esencial para favorecer la articulación entre los registros auditivo, gráfico, simbólico y numérico. Esta secuencia se consolida como un espacio de fundamentación conceptual y metodológica que respalda la pertinencia del diseño, anticipa posibles dificultades estudiantiles y confirma la potencialidad de la música como recurso para promover aprendizajes matemáticos significativos.

A partir del análisis preliminar realizado sobre las tareas que conforman la secuencia didáctica, es posible reconocer que la propuesta basada en el estudio de patrones aritméticos a partir de elementos rítmicos y musicales constituye un entorno potencialmente significativo para el desarrollo del pensamiento variacional y algebraico en los estudiantes.

En primer lugar, la integración del lenguaje musical como recurso interdisciplinar permite establecer conexiones entre experiencias cercanas al estudiante y procesos matemáticos relacionados con la identificación de regularidades, la organización de secuencias y el reconocimiento de relaciones entre cantidades. Esta articulación resulta coherente con los planteamientos de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), desde la cual se propone que los conceptos matemáticos emerjan a partir de situaciones significativas que faciliten la construcción progresiva de significados.

Asimismo, el diseño de la secuencia evidencia una progresión en el nivel de complejidad de las tareas, que inicia con el reconocimiento de figuras musicales y sus duraciones, continúa con la construcción y comparación de patrones rítmicos, y avanza posteriormente hacia el análisis de patrones numéricos, la formulación de generalizaciones y la exploración de relaciones proporcionales. Esta organización permite transitar desde experiencias más concretas hacia formas de razonamiento más abstractas, favoreciendo procesos de generalización que son fundamentales en la introducción al pensamiento algebraico.

De igual manera, el análisis permite anticipar que las actividades propuestas promueven procesos de observación, comparación, argumentación y justificación, los cuales son esenciales en el aprendizaje matemático. La música, al presentar estructuras rítmicas repetitivas y variaciones temporales, facilita la identificación intuitiva de patrones, lo que puede favorecer que

los estudiantes construyan conjeturas, reconozcan equivalencias y establezcan relaciones entre diferentes representaciones.

Por otra parte, el análisis también permite prever algunas dificultades que podrían presentarse durante la implementación, particularmente en la transición entre los registros auditivo, gráfico, simbólico y numérico, así como en los procesos de generalización de las secuencias. En este sentido, el rol del docente adquiere especial relevancia como mediador del aprendizaje, promoviendo preguntas orientadoras, espacios de discusión y procesos de argumentación que permitan a los estudiantes explicitar las relaciones presentes en los patrones.

En conjunto, este análisis preliminar permite valorar la coherencia conceptual y didáctica del diseño de la propuesta, evidenciando que la secuencia plantea un recorrido progresivo que articula experiencias musicales con procesos matemáticos relevantes para el desarrollo del pensamiento variacional y algebraico. Asimismo, este ejercicio de análisis permite anticipar posibles ajustes y orientaciones pedagógicas que podrían fortalecer su implementación en contextos escolares futuros.

De esta manera, la propuesta didáctica se configura como una alternativa pedagógica que explora el potencial de la música como contexto para el aprendizaje matemático, ofreciendo un marco de referencia para futuras investigaciones y posibles procesos de implementación en el aula.

Conclusiones

El presente apartado tiene como propósito sintetizar los principales hallazgos derivados del proceso investigativo y del diseño de la propuesta didáctica desarrollada a lo largo de este trabajo. A partir del análisis de referentes teóricos en educación matemática, de la revisión de investigaciones previas sobre patrones aritméticos y de la exploración de vínculos interdisciplinarios entre música y matemáticas, se construyó una secuencia didáctica sustentada en los principios de la Educación Matemática Realista (EMR) y la heurística de los Modelos Emergentes. Dicho proceso permitió no solo fundamentar la pertinencia del estudio de patrones como eje articulador del pensamiento variacional, sino también demostrar el potencial educativo que ofrece la música para enriquecer la comprensión de estructuras matemáticas desde experiencias significativas para los estudiantes.

En este capítulo se presentan de manera organizada las conclusiones correspondientes a cada uno de los objetivos específicos planteados al inicio del estudio. Estas conclusiones sintetizan los avances alcanzados en la identificación de aportes teóricos relevantes, la articulación interdisciplinar entre música y matemáticas, y el diseño de una propuesta educativa orientada al desarrollo de habilidades cognitivas y pragmáticas en torno al estudio de patrones numéricos. Finalmente, se incluyen recomendaciones que buscan orientar futuras investigaciones, perfeccionar la propuesta elaborada y fortalecer las prácticas pedagógicas relacionadas con la enseñanza de las matemáticas desde enfoques innovadores y contextualizados.

De esta manera, el capítulo final no solo recoge los resultados más relevantes obtenidos durante el desarrollo del trabajo, sino que también ofrece una reflexión general sobre el papel de

la interdisciplinariedad, la creatividad y la mediación docente en la construcción de experiencias de aprendizaje más integrales y significativas en la educación matemática.

En relación con el **primer objetivo específico**, orientado a identificar avances clave en investigaciones del campo de la educación matemática sobre la identificación y análisis de patrones aritméticos, se logró establecer que la literatura reciente resaltaba la importancia del estudio de patrones como una vía para introducir el pensamiento algebraico temprano, el razonamiento variacional y la comprensión estructural de relaciones numéricas. A partir del análisis teórico desarrollado, se reconoció que diversos autores habían contribuido a fundamentar la enseñanza de los patrones a través de procesos como la generalización, la comparación de secuencias, la identificación de regularidades y el uso de diferentes registros de representación.

Estos aportes permitieron comprender cómo la investigación en Educación Matemática había ampliado las perspectivas sobre la enseñanza de patrones, no solo desde una lógica de repetición, sino desde la interpretación, la explicación y la construcción de relaciones que favorecían habilidades matemáticas. De esta manera, el trabajo permitió identificar puntos de convergencia entre los desarrollos teóricos y las prácticas de aula, evidenciando la relevancia del estudio de patrones para la formación matemática.

Respecto al **segundo objetivo específico**, centrado en articular los aportes sobre el estudio de patrones aritméticos desde una perspectiva interdisciplinar que integrara elementos de la música, se pudo establecer que la relación entre música y matemáticas constituía un campo fértil para potenciar la comprensión de estructuras, ritmos, equivalencias y variaciones. La revisión conceptual evidenció que la música ofrecía un entorno sensorial y simbólico que facilitaba la identificación de regularidades, la comparación de duraciones y la organización secuencial del tiempo, permitiendo que el estudiante experimente los patrones de forma vivencial. En este

sentido, se logró articular los fundamentos de la educación matemática con la estructura rítmica y métrica propia del lenguaje musical, generando un diálogo interdisciplinar que legitimaba el uso de la música como recurso para fortalecer habilidades matemáticas. Esta integración permitió justificar la pertinencia de utilizar elementos musicales como mediadores para el desarrollo del pensamiento variacional, apoyándose en la noción de que los aprendizajes se fortalecían cuando se construían desde experiencias significativas, multisensoriales y culturalmente relevantes para los estudiantes.

En cuanto al **tercer objetivo específico**, enfocado en diseñar una propuesta educativa fundamentada en la heurística de los Modelos Emergentes de la Educación Matemática Realista (EMR), se logró estructurar una secuencia didáctica compuesta por cinco tareas progresivas que articulaban elementos rítmicos y matemáticos para favorecer el estudio de patrones numéricos. Cada tarea fue diseñada con una intencionalidad clara: partir de experiencias musicales accesibles para los estudiantes, avanzar hacia la identificación de regularidades, promover la representación gráfica y simbólica, y finalmente conducir a procesos de generalización y argumentación matemática. Esta propuesta evidenció el papel central de la heurística de los Modelos Emergentes, pues permitió observar cómo los significados de los estudiantes evolucionaban desde modelos situados (figuras y ritmos musicales) hacia modelos más formales (relaciones numéricas, equivalencias, generalizaciones y proporciones). Además, el diseño reconoció la necesidad de que el docente actuara como mediador que orientara la construcción, la comparación y el análisis de las producciones estudiantiles. Aunque la secuencia constituyó un avance significativo, también se reconoció que podría ser ajustada, ampliada o reorganizada a partir de futuras implementaciones y análisis críticos en contextos reales de aula.

Finalmente, respecto al **objetivo general** del trabajo, se concluyó que la propuesta didáctica desarrollada permitió consolidar una articulación coherente entre la música y la matemática, promoviendo un aprendizaje más significativo del estudio de patrones aritméticos. La secuencia diseñada no solo posibilita que los estudiantes reconozcan patrones y relaciones numéricas a través de experiencias musicales, sino que favorece procesos de modelación, variación, representación y argumentación que fortalecen la comprensión matemática.

Además, el trabajo evidenció que enfoques como la Educación Matemática Realista y la interdisciplinariedad enriquecían el sentido pedagógico de las actividades escolares, posibilitando que los estudiantes experimenten las matemáticas de manera contextualizada, creativa y cercana a sus intereses. Por otro lado, el desarrollo del trabajo permitió reconocer la importancia del rol docente frente a los cambios educativos actuales, la necesidad de adaptarse a nuevos escenarios de aprendizaje y la influencia de factores sociales, culturales y pedagógicos que incidían directamente en la formación de los estudiantes. En conjunto, la propuesta demuestra que es posible integrar la música como una herramienta potente para potenciar habilidades cognitivas y pragmáticas, y constituye una base sólida para futuras investigaciones y prácticas educativas que busquen fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas interdisciplinarias e innovadoras.

Recomendaciones finales

A partir del desarrollo del trabajo y del diseño de la propuesta didáctica basada en la articulación entre música y matemáticas para el estudio de patrones aritméticos, se presentan las siguientes recomendaciones dirigidas tanto a docentes como a futuras investigaciones:

En primer lugar, se recomienda que los docentes continúen explorando enfoques interdisciplinarios que potencien el aprendizaje matemático desde experiencias sensoriales,

expresivas y culturalmente significativas. La integración de la música, como se mostró en esta propuesta, facilita el reconocimiento de regularidades, duraciones y estructuras que favorecen el pensamiento variacional y la generalización. Por ello, se sugiere que el personal docente diseñe actividades que combinen el ritmo, el movimiento y la representación gráfica, con el fin de diversificar las formas de acceso al conocimiento matemático y fortalecer la participación activa del estudiante.

En segundo lugar, es aconsejable que la propuesta se implemente en aula para valorar su impacto real, recoger producciones estudiantiles y realizar ajustes metodológicos derivados de la interacción con los estudiantes. La heurística de los Modelos Emergentes implica que los significados matemáticos evolucionan a partir de las acciones de los estudiantes; por lo tanto, se recomienda documentar cuidadosamente los procesos de representación, argumentación y generalización que emerjan durante la implementación. Esto permitirá identificar oportunidades de mejora, ampliar la secuencia o diseñar nuevas tareas que fortalezcan la articulación entre los registros rítmicos y numéricos.

Asimismo, se sugiere fortalecer los procesos de formación docente vinculados a la Educación Matemática Realista (EMR) y al pensamiento variacional, con el fin de que los maestros se familiaricen con los principios teóricos y metodológicos que respaldan la secuencia. Conocer estos fundamentos permitirá orientar con mayor precisión la mediación, las preguntas de profundización, el análisis de estrategias estudiantiles y la gestión de los distintos registros de representación que se movilizan en el trabajo con patrones. De igual manera, sería pertinente fomentar espacios institucionales donde los docentes puedan compartir experiencias, producir materiales y reflexionar colectivamente sobre la integración de lenguajes artísticos en la enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, se recomienda que futuras investigaciones profundicen en nuevos vínculos disciplinares, incorporando otros elementos musicales como el tempo, la métrica o la armonía, e incluso explorando conexiones con otras áreas como la danza, el lenguaje o las artes visuales. La interdisciplinariedad constituye una vía significativa para enriquecer las prácticas escolares y generar ambientes de aprendizaje más motivadores. De la misma forma, se invita a continuar analizando cómo la música puede funcionar no solo como un recurso didáctico, sino también como un lenguaje estructural que permite construir comprensiones matemáticas más profundas, autónomas y creativas.

Anexos. Secuencia didáctica.

MATEMÁTICA: Ritmos, notas y fórmulas



Desde tiempos antiguos, la música y las matemáticas han estado conectadas. Pitágoras ya observaba que los sonidos más agradables se producían cuando las longitudes de las cuerdas seguían razones simples. Hoy, esas relaciones siguen presentes en lo que escuchamos, cantamos y tocamos.

Imagina que puedes crear una melodía o un ritmo no solo con instrumentos, sino también con números. A través de secuencias, fracciones y fórmulas, esta secuencia didáctica te invita a descubrir cómo la matemática da forma, orden y belleza a la

música que disfrutamos cada día.

Trabajaremos con palmas, cuerdas, melodías y ritmos, y en cada paso exploraremos patrones numéricos, proporciones y relaciones algebraicas, de tal manera que podamos reflexionar sobre:

¿Cómo podemos usar las matemáticas para componer, representar y entender la música que escuchamos o creamos?

Nota: En el desarrollo de las actividades propuestas a continuación encontraremos algunas “Mate -notas” las cuales están dirigidas para orientar al docente en la tarea a desarrollar y “Actividades” para que las desarrollen los estudiantes.

Tarea 1: ¿Qué son figuras y secuencias musicales?

Para comprender: ¿Sabías que las notas musicales se escriben con figuras musicales, y que, al combinar varias de ellas, podemos construir patrones rítmicos? En esta tarea, vamos a explorar combinaciones de las figuras musicales. En esta actividad, aprenderán a identificar y usar figuras para representar ritmos. Identificarán patrones con las figuras musicales, como la redonda, la blanca, la negra y sus figuras de silencio.



Mate – notas para el docente:

El docente explica el nombre figura musical y la correspondencia con las figuras de silencios en la siguiente tabla:

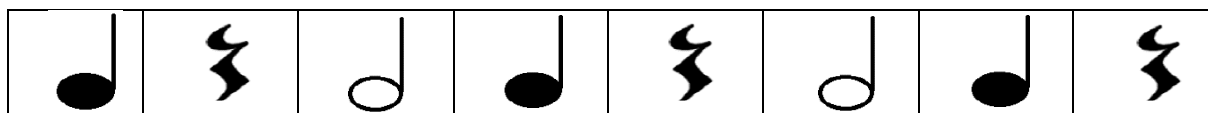
Figuras musicales

Nombre	Redonda	Blanca	Negra
Figura			
Figura de silencio			

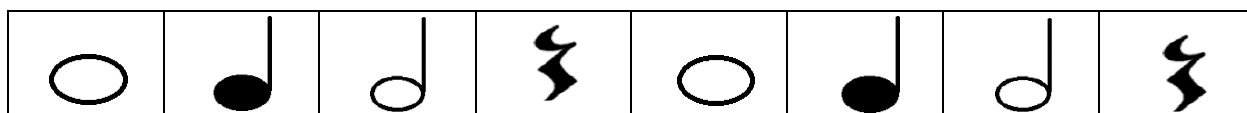
Nota: Creación propia.

El docente presenta y explica varios ejemplos de combinaciones. Luego, junto con los estudiantes, identifican las características de cada ejemplo en relación con la repetición.

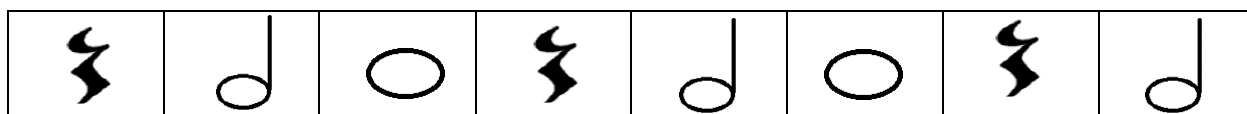
Ejercicio 1:



Ejercicio 2:



Ejercicio 3:



Actividad 1 (para los estudiantes):



Teniendo en cuenta lo anterior realiza los siguientes ejercicios:

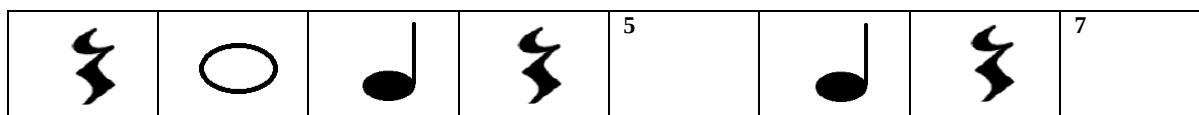
1. Completa las siguientes secuencias de figuras y escribe como identificaste cual figura correspondía a los espacios que llenaste.



- a. ¿Como descubriste las figuras que correspondían a los espacios en blanco? Explica tu respuesta.



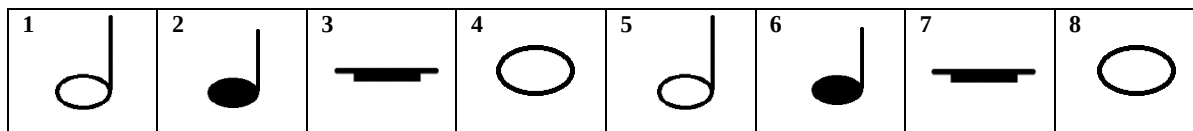
- b. ¿Como descubriste las figuras que correspondían a los espacios en blanco? Explica tu respuesta.



- c. De acuerdo con las figuras, indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F), según corresponda:

- ✓ En la casilla 5, corresponde una blanca.
- ✓ En la casilla 7, corresponde una redonda.
- ✓ En la casilla 5, corresponde un silencio de negra.
- ✓ En la casilla 5 corresponde una redonda.

2. Analiza la siguiente secuencia, determina cual figura musical debería ir en la casilla indicada.



Responde las siguientes preguntas:

- a. Teniendo en cuenta la secuencia de la figura, si este orden siguiera, ¿se podría determinar que figura se encuentra en una casilla nueve? ¿a qué figura corresponde?
 - b. ¿Sería posible afirmar que en la casilla 12 de esta secuencia, la figura que corresponde es una blanca?
 - c. Si alargamos el número de casillas, ¿Qué figura musical estaría en la casilla 15?
3. De acuerdo con los ejercicios anteriores, elabora a continuación dos secuencias, pero sin completarlas del todo, a partir de 3 figuras musicales para cada una. Luego intercambia con un compañero esta hoja para que complete las casillas que dejaste sin llenar.

--	--	--	--	--	--	--	--

a. _

--	--	--	--	--	--	--	--

b. _

¿Tu compañero completó acertadamente las secuencias propuestas?

Tarea 2: ¡Ritmos que suman!

Para comprender: ¿Sabías que cada nota musical tiene una duración distinta y que, al combinar varias de ellas, podemos construir patrones rítmicos con sentido matemático? En esta tarea, vamos a explorar cómo las fracciones representan sonidos musicales y cómo los ritmos se pueden componer como si fueran operaciones con números. En esta actividad, aprenderán a usar fracciones para representar la duración de las notas. Practicarán sumar y restar fracciones al formar ritmos que completen un compás y descubrirán qué notas son equivalentes entre sí.

Mate – notas para el docente:



El docente explica la duración de cada figura musical de la siguiente tabla:

Nombres de las figuras musicales

Nombre	Redonda	Blanca	Negra	Corchea
Figura				

Nota: elaboración propia.

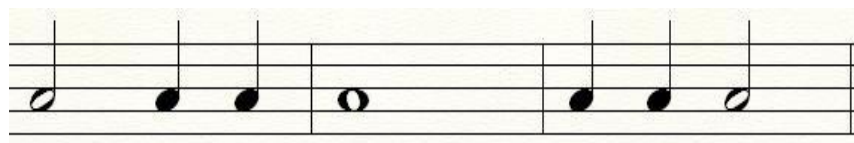
Con la ayuda de metrónomo digital a 60BPM, con este pulso se hará sonar la duración de cada figura musical de la tabla anterior, utilizando la percusión corporal o instrumentos digitales. Posteriormente se recuerda en el tablero lo que es un compás, y los cuatro tiempos que caben en un compás, para luego realizar en conjunto con los estudiantes los siguientes ejercicios con percusión corporal (zapateos, palmas, entre otros):

Ejercicio 1:



Las figuras en cada compás equivalen a 4 tiempos, donde podemos referir a que la redonda del primer compás dura los 4 tiempos es decir 1 unidad (un compás). Ahora en el segundo compás, se encuentran dos blancas lo que implica que implica que las dos duran 4 tiempos y cada una representa $\frac{1}{2}$ del compás. Y en el último compás se observan cuatro negras que completan el compás de cuatro, lo que indica que cada negra del compás equivale a $\frac{1}{4}$ del compás.

Ejercicio 2:



En este pentagrama se encuentra diferentes combinaciones posibles para completar cada uno de los compases donde se puede hacer la equivalencia de cada figura con respecto al compás, como se hizo en el ejercicio 1.

Ejercicio 3:



En este ejercicio nos encontramos también con corcheas. Dos corcheas equivalen al valor en tiempo de 1 negra. Una corchea representa $\frac{1}{8}$ de compas. Se muestran combinaciones por compás que equivalen a 4 tiempos que representan la unidad.

- ✓ Se invita a los estudiantes a identificar cuántas figuras hay y cuánto duran cada una en cada uno de los ejercicios anteriores. Además, se introduce la notación rítmica

estándar, mostrando cómo cada figura equivale a una fracción de un compás completo en con la siguiente tabla, teniendo en cuenta que un compás equivale a cuatro tiempos.

Valor fraccionario de las figuras musicales

Nota	Valor Fraccionario
Redonda	1
Blanca	$\frac{1}{2}$
Negra	$\frac{1}{4}$
Corchea	$\frac{1}{8}$
Semicorchea	$\frac{1}{16}$

Nota: Creación propia



Actividad 2:

A partir de la tabla anterior, los estudiantes responden y justifican en grupos de trabajo cada pregunta:

1. ¿Qué nota representa una unidad completa? ¿Y la mitad? Selecciona la respuesta correcta.
 - a. Redonda – Blanca
 - b. Blanca – Negra
 - c. Negra – Corchea
 - d. Corchea – Semicorchea

2. ¿Cuántas negras caben en una redonda?
 - a. 2
 - b. 3
 - c. 4

9. ¿Cuál es el valor fraccionario correspondiente a la nota en la posición 5 si el patrón e responde a $\frac{1}{2^n}$?

Tarea 3: ¡Nos movemos al ritmo de la música!

Para comprender: En todas las culturas del mundo, la música ha sido una forma de expresión, de encuentro y también de organización. Uno de los elementos más importantes de la música es el ritmo, que nos permite anticipar lo que viene, movernos en sincronía y, en algunos casos, hasta crear patrones matemáticos. En esta tarea, estudiaremos la relación entre los ritmos musicales y los patrones matemáticos. A través de la escucha activa, la representación con símbolos y el análisis de regularidades, comenzaras a identificar secuencias cíclicas que pueden numéricamente graficarse.

Mate – notas para el docente:



- ✓ El siguiente ejercicio debe apoyarse con la ayuda de un metrónomo digital a 60 BPM (El metrónomo es un dispositivo que produce un sonido constante a un ritmo ajustable, sirve para mantener un tiempo más preciso durante la práctica musical).
- ✓ El docente plantea la realización de 3 ejercicios con las palmas de la siguiente manera y explica que “X” será la representación para una palma y “_” para indicar un silencio:

Ejercicio 1: se hacen 5 palmas seguidas dejando un espacio de tiempo intermedio de silencio.

Ejercicio 2: Se hacen 5 palmas seguidas dejando dos espacios de tiempo intermedio de silencio.

Ejercicio 3: Se hacen 2 palmas seguidas, se deja un espacio de silencio, nuevamente se hacen dos palmas, se deja un espacio de tiempo de silencio (Se realiza en total 5 veces la repetición).

- ✓ Luego, en conjunto con el docente se hace la escritura simbólica usando “X” para una palma y “_” para escribir un silencio.
- ✓ Complementa haciendo una explicación en el tablero de lo que es un compás y cuantos tiempos tiene.

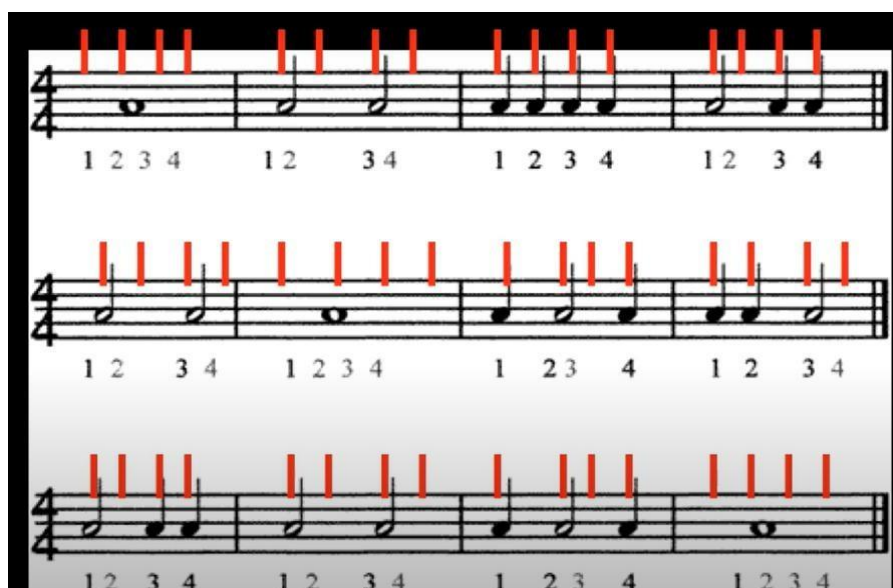
Actividad 3

El docente reproduce un video en YouTube desde el minuto 0:37, hasta el minuto 2:05. Ritmos claros en compás de 4/4, centrado en la sucesión de golpes. Su estructura permite distinguir con precisión en qué momento suenan los golpes dentro de cada uno de los cuatro tiempos de cada compás. Los estudiantes se concentrarán varias veces el audio, con el fin de representar el ritmo en una notación como “X_X_X_” según los golpes escuchados:

Enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=GOMtssOMrbU&t=46s>

Escucha las guías y la guía musical del video e identifica los golpes dentro de cada compás de cuatro tiempos, para convertir el ritmo en una representación simbólica y luego en una secuencia numérica.

Practica rítmica



Captura de pantalla del video Rhythm Practice: 4/4 (Club Academia, 2013) Nota: <https://www.youtube.com/watch?v=GOMtssOMrbU&t=46s>

A continuación, responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos golpes hay en el primer compás?
 - a. 5
 - b. 3
 - c. 4
 - d. 1

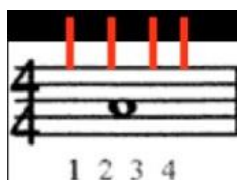
2. Si el ritmo del primer compás se repite durante 4 compases, ¿Cuántos golpes se escuchan en total?
 - a. 8
 - b. 12
 - c. 4
 - d. 3

3. Si en cada compás hubiese 2 golpes, ¿cuántos golpes habrá en 6 compases? ¿Qué hiciste para saberlo?

4. Si el ritmo cambia y ahora tiene 3 golpes por compás como se muestra en el cuarto compás de la imagen anterior. Identifica y escribe en qué tiempos se dan los 3 golpes. Luego, si ese compás se repitiera 20 veces, ¿cuántos golpes habrá?

5. Analiza el ejemplo en la siguiente gráfica:

Compas 1



Captura de pantalla del video Rhythm Practice: 4/4 (Club Academia, 2013) Nota:

<https://www.youtube.com/watch?v=GOMtssOMrbU&t=46s>

Supón que este compás se repite 4 veces. La secuencia numérica es: “1, 5, 9, 13”, que es un patrón creciente. Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, analiza la siguiente figura:

Compás 2



Captura de pantalla del video Rhythm Practice: 4/4 (Club Academia, 2013) Nota:

<https://www.youtube.com/watch?v=GOMtssOMrbU&t=46s>

A continuación, responde las siguientes preguntas:

- a. Escribe cuál sería la secuencia numérica si este compás se repitiera 5 veces, considerando que los golpes ocurren en los tiempos 1 y 3 de cada compás. Subraya la respuesta correcta.
 - 1, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27.
 - 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.
 - 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.
 - 1, 2, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15.
- b. Basándote en la secuencia numérica que elaboraste, ¿podrías explicar la forma en que la secuencia tiene posibles cambios?
- c. ¿Los números de la secuencia que escribiste aumentan, o disminuyen? ¿Siguen alguna otra regla?
- d. Si se llegara al compás 9 y según la regla que definiste, podrías determinar ¿cuál es número que corresponde a los dos golpes del compás 9?

Tarea 4. ¡Que suene la cuerda!

Para comprender: ¿Alguna vez has tocado una guitarra o un violín? Cuando tocas una cuerda más corta, el sonido que produce es más agudo. Esto no ocurre por casualidad: hay una relación matemática detrás. Músicos y científicos han descubierto que, al reducir la longitud de una cuerda, aumenta la frecuencia del sonido. Es decir, una disminuye mientras la otra aumenta:



Mate – notas para el docente:

El docente empieza preguntando si han visto o tocado instrumentos de cuerda como la guitarra o un violín, y qué han notado al tocar la cuerda cerca del clavijero o del centro. Luego, se muestra cómo la longitud de la cuerda afecta el sonido haciendo uso de la siguiente imagen, donde se explica sobre las diferentes longitudes como 1 m, 0.5 m, 0.25 m. y que así mismo funcionan los instrumentos de cuerda.

Cuerda vibrante



Nota: Imagen generada con inteligencia artificial mediante Gemmi (2025)

Actividad 4:



De acuerdo con el ejemplo explicado por tu profesor, responde las preguntas

1 a 6.

1. Completa la siguiente tabla de valores longitud-frecuencia, teniendo en cuenta la información suministrada:

Longitud y frecuencia de una cuerda

Longitud (m)	Frecuencia (Hz)
1.00	100
0.50	200
0.25	400

Nota: elaboración propia.

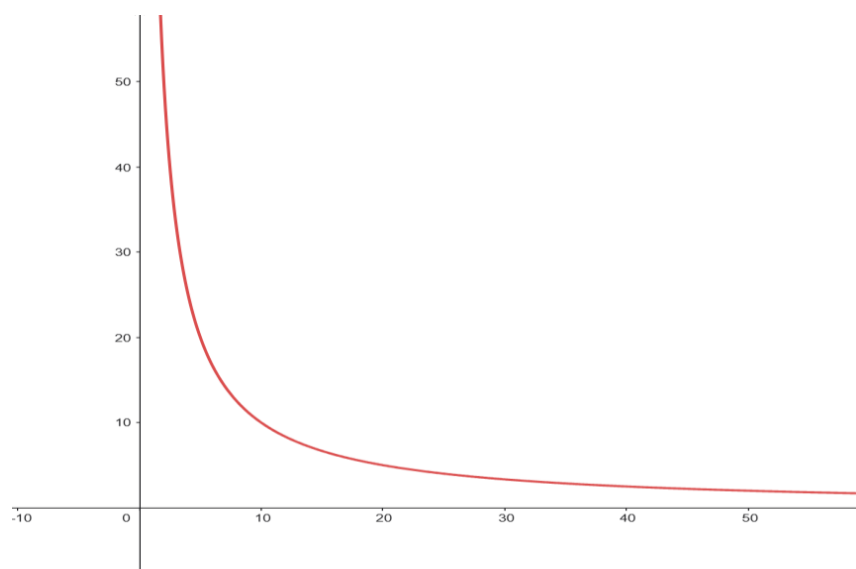
2. ¿Qué se puedes afirmar de los valores de la longitud mirando de arriba hacia abajo en la tabla anterior?
 - a. Se suman 0.5 m en cada paso.
 - b. Se resta 0.25 m en cada paso.
 - c. Cada longitud es la mitad de la anterior.
 - d. Cada longitud se multiplica por 2.

3. Si una cuerda de 1 metro emite una nota grave, ¿qué sonido esperas si solo vibra una longitud de 0.25 metros?
 - a. Un sonido más grave.
 - b. Un sonido igual de grave.
 - c. Un sonido más agudo.
 - d. sonido con menor volumen.

4. Si una persona dice: “Si sigo dividiendo la cuerda a la mitad, nunca llegaré a cero”. ¿Está en lo correcto? Argumenta tu respuesta.

5. Observa la siguiente gráfica asociada al ejemplo inicial:

Gráfica longitud vs frecuencia



Nota: elaboración propia.

Ahora responde las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué forma tiene la gráfica?
 - b. ¿Qué expresa la gráfica sobre cómo cambian las frecuencias cuando cambia la longitud de la cuerda?
 - c. ¿Qué pasa con la frecuencia si aumenta la longitud de la cuerda? ¿o si se reduce?
 - d. ¿Crees que la forma en que cambian las frecuencias sigue alguna regla o patrón?
6. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa correctamente la longitud de la cuerda de 1 metro, si cada vez se reduce a la mitad y se repite el proceso n veces?
- a. $L = 1 + \frac{1}{2}n$
 - b. $L = 1 - \frac{1}{2}n$
 - c. $L = \frac{1}{2^n}$
 - d. $L = 2^n$

Tarea 5: ¡Compón con números!

Para comprender: ¿Sabías que puedes usar una fórmula matemática para hacer música? En esta actividad, los estudiantes crearán ritmos o melodías con secuencias numéricas, como las aritméticas o geométricas. Así verán cómo las matemáticas ayudan a organizar y dar forma a la música.



Mate – notas para el docente:

El docente introduce la idea de componer música usando secuencias matemáticas (aritméticas, geométricas u otras). Se muestran ejemplos breves de cómo aplicar reglas como “suma constante” o “multiplicación por un número fijo” para determinar notas o duraciones. Se entrega una tabla de equivalencias para transformar números en notas o duraciones:

Duración de las notas musicales

Número	Duración	Nota musical (ejemplo)
1	Redonda	Do
2	Blanca	Re
3	Negra	Mi
4	Corchea	Fa
5	Semicorchea	Sol

Nota: elaboración propia.



Actividad 5:

En este espacio tendrás la posibilidad de definir una secuencia matemática propia. A partir de esa secuencia, asignan a cada número una nota musical o una duración

usando la tabla de equivalencias y luego se realizará el ensamble entre el patrón rítmico con las combinaciones generadas. Para finalizar, se representará el patrón en una tabla como la siguiente y se explicará la regla algebraica usada.

Posición, valor numérico, duración de las notas musicales

Posición (n)	Valor numérico	Duración	Nota musical
1	2	Blanca	Re
2	4	Corchea	Fa
3	3	...	...

Nota: elaboración propia.

Con base en la anterior tabla, responde:

- ¿Cuál es el valor numérico en la posición 1? ¿Y qué duración musical le corresponde?
Valor numérico: . Duración: .
- ¿Qué duración se asignaría al número 4 siguiendo las condiciones de la tabla? ¿Qué regla se siguió para hacer esa asignación?
- ¿Qué tipo de patrón parece seguir la secuencia de valores numéricos?
 - Aditivo
 - Multiplicativo
 - No tiene patrón claro
 - Otro: .

Explica tu respuesta:

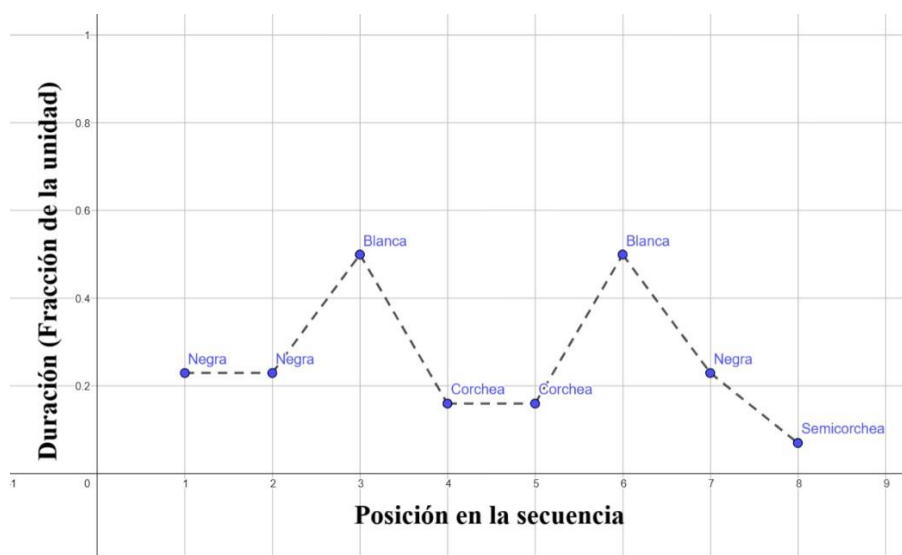
4. Escribe una posible regla algebraica que explique la secuencia para cualquier posición como 2, 3, 4, 5 o cualquiera:
5. A partir de la regla o expresión $an = 2n$, ¿qué valor tendría la posición 5? ¿Qué duración y nota musical le corresponderían?
6. ¿Qué pasaría si usas una secuencia decreciente? ¿Cómo afectaría eso al patrón rítmico?
7. Crea tu secuencia y organiza los datos en la siguiente tabla:

Posición (n)	Valor numérico	Duración	Nota musical
1			
2			
3			
5			
6			
7			
8			

8. Cada estudiante presenta su patrón musical usado para llenar la tabla anterior y explica la regla algebraica usada.

Ejemplo: gráfico sugerido (puede mostrarse como una gráfica de puntos: posición en el eje x , valor de la nota o duración en el eje y): Eje X: número de nota (posición) y eje Y: valor numérico, duración o frecuencia.

Gráfica posición en la secuencia vs duración



Nota: elaboración propia.

9. Teniendo en cuenta la tabla del punto 7 que hiciste, y el patrón seguido, elabora la gráfica con los datos en la siguiente gráfica:



10. ¿Cómo organizaste los datos de la tabla del punto 7? ¿Siguen una regla algebraica?
11. Teniendo en cuenta lo anterior ¿Por qué crees que es importante que la secuencia siga una regla clara bien definida? ¿De qué forma consideras que tener una regla definida sirve para anticipar lo que sigue en la música?

Referencia Bibliográfica

Abella Sánchez, F. J. (2021). Estrategia didáctica, como estímulo para el aprendizaje básico de la teoría musical [Universidad Pedagógica Nacional].

http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/13565/Francisco%20Abella_Especializaci%C3%B3n%20en%20pedagog%C3%ADa%20%282021%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Afonso, D., & Mc Auliffe, S. (2019). Children's Capacity for Algebraic Thinking in the Early Grades. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 23(2), 219–232. <https://doi.org/10.1080/18117295.2019.1661661>

Anijovich, R., & Mora, S. (2010). Estrategias de enseñanza: otra mirada al quehacer en el aula (Aique Grupo editor, Ed.; 1st ed.).

Artigue, M., & Rica, C. (2011). Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (Vol. 8). file:///C:/Users/LENOVO_PC/Downloads/6948-Texto%20del%20art%C3%ADculo-9532-1-10-20130124.pdf

Bakker, A., & Hoffmann, M. H. G. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: A semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 333–358. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5536-8>

Barton, B. (2006). Mathematical literacy and indigenous learners.

Beltrán Hernández Juan Pablo. (2021). Estrategia didáctica para la integración de la música de los videojuegos en el desarrollo de habilidades musicales de los estudiantes de la media vocacional.

Benson, D. J. (2007). *Music: A mathematical offering*. Cambridge University Press.

Brimhall, J. (1971). Cuaderno completo de teoría.

Cárdenas Rodríguez, W. (n.d.). Estrategias didácticas de aprendizaje en matemáticas.

Cárdenas Rodríguez, W. (2017). Estrategias didácticas de aprendizaje en matemáticas.

<https://repository.unimilitar.edu.co/bitstream/handle/10654/16136/C%C3%A1rdenasRodriguezWilliam2017.pdf?sequence=2>

Cetina-Vázquez, M., & Cabañas-Sánchez, G. (2022). Pattern generalization strategies and their different forms of use in fifth grade. *Enseñanza de Las Ciencias*, 40(1), 65–86.

<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3096>

Chaves, & Rojas. (2019). Propuesta didáctica para el análisis de patrones en la educación básica y media haciendo uso de la música como recurso didáctico en la enseñanza de la matemática.

Chumpitaz Malpartida, L. D. (2020). Dificultades en el Aprendizaje de la Función Definida por Tramos: una mirada desde el enfoque instrumental de Pierre Rabardel. *Revista Conciencia Epg*, 4(2), 1–10. <https://doi.org/10.32654/concienciaepg.4-2.1>

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Theme Issue: The Role of Design in Educational Research (Vol. 32, Issue 1). https://www.researchgate.net/publication/244457271_Design_Experiments_in_Educational_Research

Cordantonopulos Vanesa. (2002). Curso completo de teoría musical.

<https://municarmendelalegua.gob.pe/sistema-de-biblioteca/musica/Curso%20de%20teor%C3%ADa%20de%20la%20m%C3%BAsica.pdf>

Diana Fernanda Catrillón Brand. (2021). Una introducción al álgebra a partir de la generalización de patrones [Universidad del Valle].

<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/server/api/core/bitstreams/c0f645a9-c315-4721-918f-d249fcced020/content>

Diana Hidalgo Moncada. (2018). Proceso de generalización de estudiantes de 6° de educación primaria: respuestas inadecuadas, intervenciones y efectos [Universidad de Granada].
https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://fqm193.gr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_Hidalgo.pdf&ved=2ahUKEwjK9MyoqrqFAxXbRzABHT3ZCP8QFnoECDEQAQ&usg=AOvVaw07mEIIxmraKP4-1TkefPRM

Díaz Muñoz, L. C. (2020). mediación didáctica en la música para el fortalecimiento del razonamiento matemático [Universidad de La Costa].

<https://repositorio.cuc.edu.co/server/api/core/bitstreams/198a1619-a16d-4300-9ee7-a5792b244ed4/content>

Dieguez Batista, R., Numa Rodríguez, M., Pérez Sánchez, N., Wongo Gungula, E., Eloy Fardales Macías, V., Puig Jiménez, O., Torrecilla Díaz, R., Martín Perez, A., Anatolievna Dugareva, E., Calixto Fuentes González, H., Montoya Rivera, J., León Robaina, R., Antonio Martín Alfonso, J., Rodríguez Moya, O., Hall Aguilar, L., Medina Martínez, N., William Harriot, P., & Teresa Ruiz García, M. (2017). La apropiación significativa de contenidos matemáticos como proceso básico en la formación del profesional universitario entidad ejecutora PRINCIPAL: (*) Universidad Máximo Gómez Báez de Ciego de Ávila. In Revista Anales de la Academia de Ciencias de Cuba (Vol. 7, Issue 1).
<https://revistaccuba.sld.cu/index.php/revacc/article/download/501/491>

Fabiola, J., Sánchez, A., Luis, J., & Munguía, S. (2020). Propuestas para la enseñanza de las matemáticas una metodología para el diseño de secuencias didácticas para la educación matemática methodology for designing didactic sequences for mathematical education.

<https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/una-metodologia-para-el-diseno-de-secuencias-didacticas-para-la-educacion-matematica/>

- Fernández, R. C., Vázquez, M. D. M., & Chao, A. M. L. (2015). ¿Se trabajan de forma interdisciplinar música y matemáticas en educación infantil? *Educacao e Pesquisa*, 41(4), 1009–1022. <https://doi.org/10.1590/S1517-9702201512139014>
- Fillooy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). Estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de Las Ciencias*, 26(3), 327–342.
- Fillooy, E., & Rojano, T. (1989). Solving Equations: the Transition from Arithmetic to Algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19–26. <https://flm-journal.org/Articles/3DA2C5DE336DFD448BCF339B51168E.pdf>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publishers.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind : the theory of multiple intelligences*. Basic Books.
- https://utecno.wordpress.com/wp-content/uploads/2014/07/howard_gardner_-_estructuras_de_la_mente.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. R. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG16/WG16_Godino.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007a). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007b). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Gómez-Escalonilla, N. B. (2022). la música como recurso didáctico para favorecer el aprendizaje de las matemáticas. <https://idus.us.es/handle/11441/141176?show=full>
- González Fernández, M. (2024). Desarrollo emocional a través de la música. [Universidad de Valladolid]. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/69105/TFG-B.%202242.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Grueso, R. A., & González, G. (2016). El concepto de función como covariación en la escuela.
- Guevara Sanin, J. S. (2010). Teoría de la música. <http://dragodsm.com.ar/pdf/dragodsm-musica-teoria-de-la-musica-08-2012.pdf>
- Ines Gloria Sanabria Neira. (n.d.). El paso del álgebra al calculo: punto fundamental para lograr una comprensión significativa en matemáticas. Retrieved May 15, 2024, from [file:///C:/Users/LENOVO_PC/Downloads/Dialnet-ElPasoDelAlgebraAlCalculo-4797223%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/LENOVO_PC/Downloads/Dialnet-ElPasoDelAlgebraAlCalculo-4797223%20(1).pdf)
- J. Godino, Carmen Batanero, & Vicenç Font. (2004). Didáctica de las Matemáticas para Maestros. <http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm/>
- James J. Kaput, David W. Carraher, & Maria L. Blanton. (2008). ALGEBRA in the Early Grades. <https://doi.org/https://doi.org/10.4324/9781315097435>
- Jerez, A. (2024). La música como herramienta para el desarrollo integral en educación infantil. *Revista de Educación y Desarrollo Infantil*, 12(1), 45–60.
- Jhon Alberth Pérez, & Fabio Andrés Roa Ramírez. (2009). Ambientes virtuales de aprendizaje como herramienta pedagógica y didáctica para la enseñanza y comprensión ambientes

virtuales de aprendizaje como herramienta pedagógica y didáctica para la enseñanza y comprensión de funciones lineales.

<https://repository.ugc.edu.co/bitstream/handle/11396/818/Ambientes%20virtuales%20de%20aprendizaje%20como%20herramienta%20pedag%C3%B3gica%20y%20did%C3%A1ctica%20para%20la%20ense%C3%B1anza%20y%20c.pdf?sequence=1>

John Jairo Pérez Peña. (2005). La generalización como proceso de pensamiento matemático: una propuesta didáctica para mejorar el aprendizaje del algebra elemental.

John Mason, Alan Graham, & Johnston-Wilder. (2005). Developing Thinking in Algebra.

https://www.academia.edu/16037219/Developing_Thinking_in_Algebra

Jorquera, B. (2017). Didáctica de las matemáticas con apoyo musical: Una propuesta interdisciplinar. Ediciones Pedagógicas.

Kieren, T. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), Rational numbers: An integration of research (pp. 49–84).

Leidy, P. C. F. (2018). Música y matemáticas, el mejor ritmo de la educación [Corporación Universitaria Minuto de Dios].

https://repository.uniminuto.edu/bitstream/10656/7625/1/T.EDI_CortesForeroLeidyPaola_2018.pdf

Ligia Amparo Torres R, L. F. S. C. (2013). Generalización de patrones numéricos en el desarrollo del pensamiento variacional en la educación. Primaria.

<https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/generalizacion-de-patrones-numericos-en-el-desarrollo-del-pensamiento-variacional-en-la-educacion-primaria/>

Litwin, E. (2008). El oficio de enseñar. Condiciones y contextos. Paidós.

Llinares, S., Ivars, P., Buform, À., & Groenwald, C. (2019). Mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza: una competencia basada en el conocimiento.

<https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/mirar-profesionalmente-las-situaciones-de-ensenanza-una-competencia-basada-en-el-conocimiento/>

Manrique, J. F., Universidad, R., Francisco, D., De Caldas, J., Ciencias, F., & Educación, Y. (2021). Proporción y música: el monocordio y la escala pitagórica traspuestos a la guitarra autores: afranio alejandro valencia rey.

Maria Blanton, & James Kaput. (2003). Developing Algebra Eyes and Ears. Journal of Mathematics Teacher Education, 70–77.

<https://doi.org/https://doi.org/10.5951/TCM.10.2.0070>

Maria Crisitanne Butto Zarzar, Joaquín Delgado Fernández, & Aldo Bazán Ramírez. (2010).

Procesos de generalización Generalization processes: A gateway to early algebraic thinking in Basic Education. 20.

<https://revistas.iberamericana.edu.co/index.php/rhpedagogicos/article/view/1269>

Marín Del Moral, A., & Luis Lupiáñez Gómez, J. (2004). Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares.

https://core.ac.uk/display/12342118?utm_source=pdf&utm_medium=banner&utm_campaign=pdf-decoration-v1

Marta Oteiza Betelu. (2019). Enseñanza del Álgebra en Secundaria: Estado actual y propuestas didácticas [Universitat de les Illes Balears].

https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/151008/tfm_2018-19_MFPR_mob868_2544.pdf?sequence=1

- Mato -Vázquez, D., Chao -Fernández, R., & Chao -Fernández, A. (2019). Efectos de enseñar matemáticas a través de actividades musicales. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 22(2). <https://doi.org/10.12802/relime.19.2222>
- Mckenney, S., & Reeves, T. C. (2012). Educational Design Research. https://www.academia.edu/21629553/Educational_Design_Research?auto=download
- Ministerio de Educación Nacional. (2006a). Estándares Básicos de Competencias. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006b). Lineamientos curriculares para la enseñanza de las matemáticas. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Miriam Ramos Franco. (2023). Análisis del pensamiento algebraico de estudiantes de Bachillerato a través de la generalización de patrones [Centro Universitario, Santiago de Querétaro, Querétaro]. <https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>
- Moya Martínez, D., del Valle, M., Bravo, H., Rafael, J., & Antonio, J. (2009). El alumnado con dificultades de aprendizaje musical: un estudio sobre sus aptitudes musicales students with learning disabilities in music. a study on their musical aptitudes. In *Rev. Educ. Univ. Gr* (Vol. 22).
- Muñoz, V. U., En, M., Director, E., Vladimir, D., & Gualtero, O. (2016). el sujeto educado en las rutas de la transición aritmética al álgebra: una mirada desde el análisis documental de los textos escolare. <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/1082/TO-19507.pdf?isAllowed=y&sequence=1>

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Executive Summary Principles and Standards for School Mathematics Overview.

https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf

Neila Zulay Quintanilla. (2020). Estrategias lúdicas dirigidas a la enseñanza de la matemática a nivel de Educación Primaria Playful strategies for teaching mathematics at the level of Primary Education Ministerio del Poder Popular para la Educación, Venezuela. 143–157. <https://doi.org/10.33996/merito.v2i6.261>

Nidia Clemencia Caguana Caspi. (2023). La música en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Nieto-Miguel, I., García, F. J. Á., Urchaga, J. D., & Guevara, R. M. (2022). Use and value of music as a didactic tool in Primary School Education. Revista Electronica Complutense de Investigacion En Educacion Musical, 19, 83–91. <https://doi.org/10.5209/reciem.74280>

Polya G. (1945). How To SolveIt.

<https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>

Quecedo, Rosario, Castaño, & Carlos. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17501402>

Quintanilla, N. Z. (2020). Estrategias lúdicas dirigidas a la enseñanza de la matemática a nivel de Educación Primaria.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. . Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. ZDM - International Journal on Mathematics Education, 40(1), 83–96. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>

- Radford, L. (2010a). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1–19. <https://doi.org/10.1080/14794800903569741>
- Radford, L. (2010b). Elementary Forms of Algebraic Thinking in Young Students elementary forms of algebraic thinking in young students 1 (Vol. 4). <https://www.researchgate.net/publication/319089612>
- Radford, L. (2018). The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. Rivera, F. (2013). Teaching and Learning Patterns in School Mathematics Psychological and Pedagogical Considerations.
- Rojas Garzón, P. J., & Vergel Causado, R. (2014). Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Revista Científica*, 688–694. <https://doi.org/10.14483/23448350.7753>
- Rosa, A., Trujillo, P., & Deysi Pérez Hernández, A. (2012). Transición entre la aritmética y el álgebra a través de una secuencia didáctica. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1161367/Perez2012Transicion.pdf>
- Salgado Lévano, A. C. (2007). investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. <http://www.scielo.org.pe/pdf/liber/v13n13/a09v13n13.pdf>
- Sc Estrella Sobrado Cárdenas, M., Sc Delia Sarduy Nápoles, I. M., & Arnaldo Espindola Artola, I. C. (2018). Estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación en matemática Didactic strategy to improve the quality of communication in mathematics. 14(2), 272–285. <http://scielo.sld.cu/pdf/trf/v14n2/trf12218.pdf>
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. D. Grouws (Ed.). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan, 334–370. <https://www.researchgate.net/publication/289963462>

- Sfard, A. (1995). The Development of Algebra: Confronting Historical and Psychological Perspectives. in journal of mathematical behavior (Vol. 14).
- Soraya Isabel García Múnera, & Esneyder Vargas Flores. (2008). El proceso de generalización en la educación matemática de estudiantes adultos. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1313303/Garcia2008El.pdf>
- Soto, G. A., Paloma, ", De, F., Naturales, C., & De Educación, Y. (2007). la música como didáctica para la enseñanza de las matemáticas a los niños y niñas de fundaser popayán-cauca.
- Susan N. Friel, Frances R. Curcio, & George W. Bright. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. In Journal for Research in Mathematics Education (Vol. 32, Issue 2).
- Tigeros Gaisma Maria. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. Innovación Educativa, 9(46), 75–87.
- Valencia Rey, A. A., & Manrique Reyes, J. F. (2021). Proporción y música: el monocordio y la escala pitagórica traspuestos a la guitarra autores: afranio alejandro valencia rey. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1571351/1791641557988872_Manrique2021Proporcion.pdf
- Valle, A., Regueiro, B., Piñeiro, I., Sánchez, B., Freire, C., & Ferradás, M. (2016). Attitudes towards math in primary school students: Differences depending on the grade and gender. European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education, 6(2), 119–132. <https://doi.org/10.1989/ejihpe.v6i2.161>

Van de Walle, J. A. ., Karp, K. S. ., Bay-Williams, J. M. ., Wray, J. A. ., & Brown, E. Todd.

(2019). Elementary and middle school mathematics : teaching developmentally

(TENTH). Pearson.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics

education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. Educational Studies

in Mathematics, 54(1), 9–35. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.00000005212.03219.dc>

Villamil Bustos Miguel Angel. (2020). Música para enseñar matemáticas [Universidad

Pedagógica Nacional].

[http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/12458/La%20musica](http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/12458/La%20musica%20como%20herramienta%20para%20ense%C3%B1ar%20algebra.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

[%20como%20herramienta%20para%20ense%C3%B1ar%20algebra.pdf?sequence=1&isA](http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/12458/La%20musica%20como%20herramienta%20para%20ense%C3%B1ar%20algebra.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

[llow ed=y](http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/12458/La%20musica%20como%20herramienta%20para%20ense%C3%B1ar%20algebra.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Vrancken, S., Engler, A., & Müller, D. (2018). La investigación basada en diseño como sustento

de ambientes de aprendizaje para el aula de matemática.

[https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-](https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1152280/Vrancken2018La.pdf)

[items/32454/1152280/Vrancken2018La.pdf](https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1152280/Vrancken2018La.pdf)