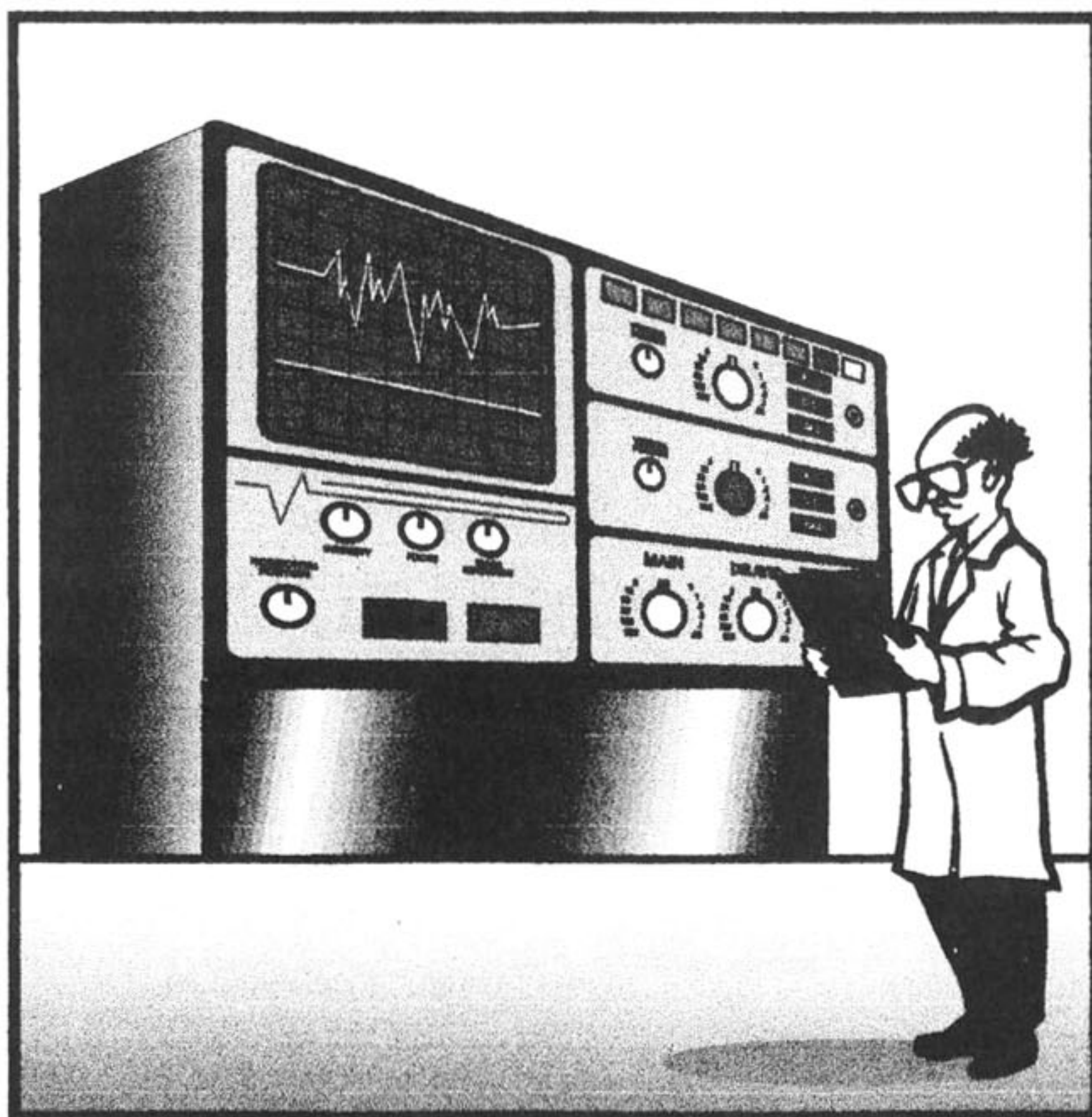


Diseño y simulación de un control adaptivo utilizando el método de Liapunov



□ **Oscar Andrés Vivas Albán**
Ingeniero Electrónico
Profesor Asistente
Universidad del Cauca
Popayán, Colombia

RESUMEN

Se presenta una aplicación de un controlador adaptivo, por modelo de referencia (MRAS), en la que se busca que un proceso se comporte de igual manera que un modelo dado. Se diseña, entonces, un controlador PI adaptivo, utilizando para ello el método de Liapunov.

ABSTRACT

An application of a Model-Reference Adaptive Systems (MRAS) is presented, when it's necessary the process output be equal to the model output. Design of PI controller using the Liapunov's method is shown.

PALABRAS CLAVES

Control adaptivo, MRAS, método de Liapunov.

KEYWORDS

Adaptive control, MRAS, Liapunov's method.

1. INTRODUCCIÓN

El presente proyecto pretende implementar un control adaptivo por modelo de referencia (MRAS) dadas las funciones de transferencia del modelo y del proceso, utilizando para ello el método de Liapunov.

La función que define el proceso es:

$$G(s) = \frac{k}{s + a}$$

donde los parámetros k y a pueden variar en el rango:

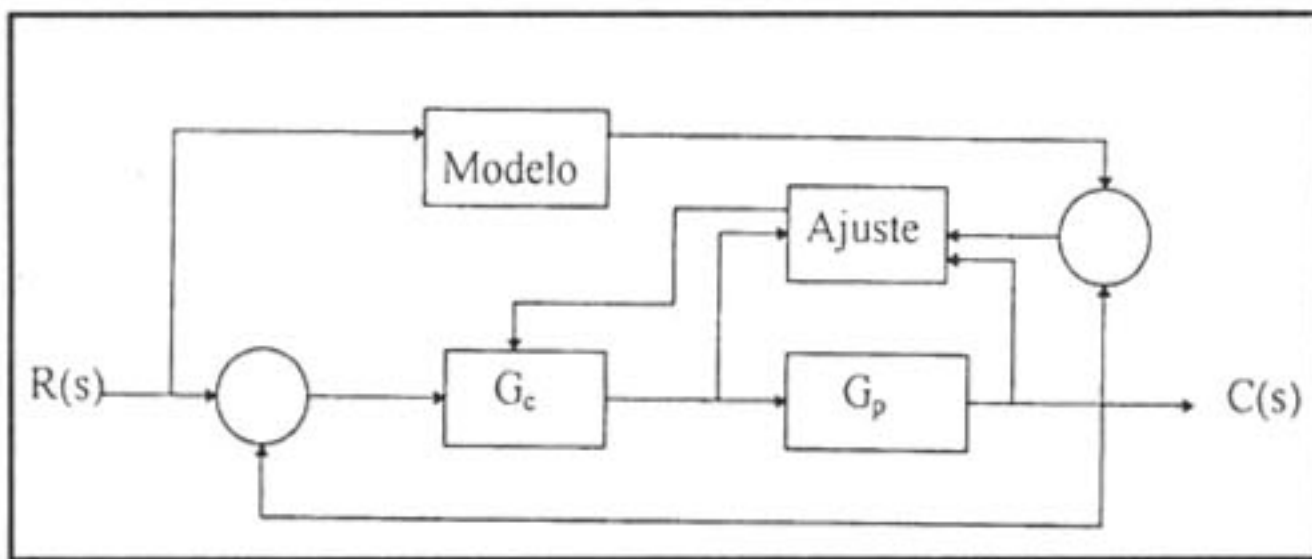
$$(0.5 \leq k \leq 30) \text{ y } (-1.0 \leq a \leq 3.0)$$

deseándose que la respuesta en lazo cerrado del sistema sea:

$$Y_m(s) = \frac{1}{s+1}$$

Es decir, dado el proceso $G(s)$ el cual presenta variaciones en sus parámetros, se desea que el sistema funcione como si el proceso fuera siempre igual al modelo $Y_m(s)$. Se podría implementar, en este caso, un control PI convencional (ya que el proceso es de primer orden) para un determinado valor de k y de a ; pero si dichos valores cambian, por alguna razón, se debería volver a reajustar el controlador; además que el PI no podrá trabajar con valores negativos del parámetro a .

Se hace, entonces, necesario el diseño de otro tipo de controlador. El control adaptivo proporciona, precisamente, soluciones de control cuando los parámetros de la planta cambian con el tiempo. Por su parte, el control adaptivo por modelo de referencia (MRAS) pretende que el proceso real reaccione de igual forma a como lo haría un modelo presente en el sistema. De esta manera, el sistema responderá igual que el modelo, aún si cambian los parámetros del proceso. Gráficamente:



En este caso se tiene un lazo de realimentación convencional que es el lazo inferior, por otro lado se tiene el bloque del modelo, donde se colocará la función de transferencia del modelo deseado de la planta. Los parámetros del controlador se ajustan entonces de tal forma que la diferencia entre la salida del proceso y la salida del modelo sea lo más pequeña posible, e idealmente igual a cero.

2. DISEÑO DEL CONTROL ADAPTIVO

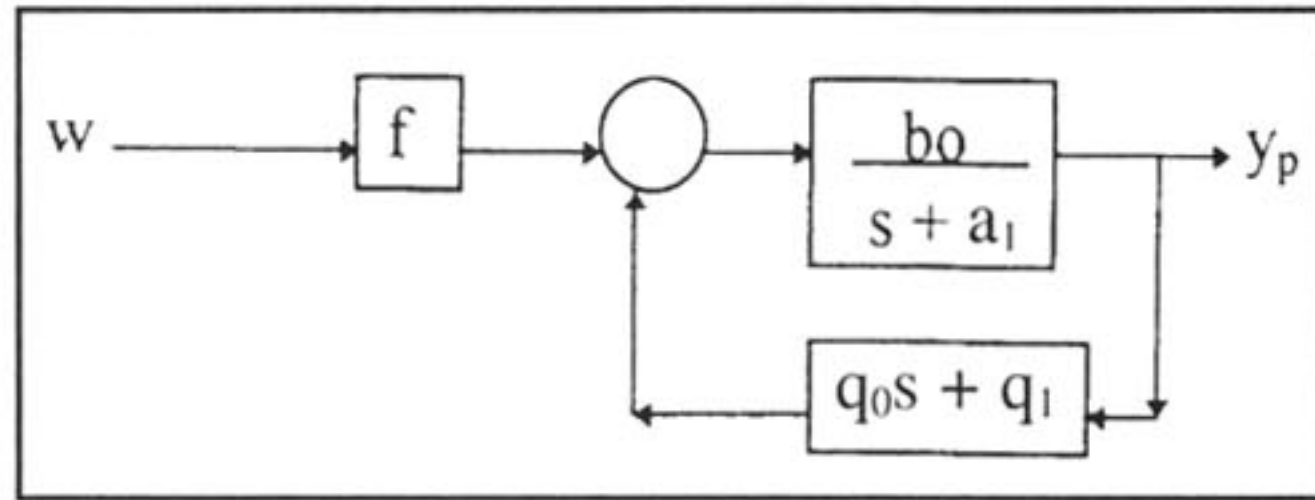
El control por modelo de referencia (MRAS) busca que la salida del proceso sea igual a la salida de un modelo de planta deseado, sensando, para ello, el error entre estas dos salidas y ajustando directamente el controlador para minimizar los cambios en los parámetros de la planta.

Definamos la ley de control para este controlador como:

$$u = fw - q_0 y_p' - q_1 y_p$$

donde y_p y y_p' son la salida y la derivada de la salida de la planta respectivamente.

Gráficamente:



siendo el proceso: $G_p(s) = \frac{Y_p(s)}{u(s)} = \frac{bo}{s + a_1}$

y el modelo: $G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{w(s)} = \frac{bo}{s + a_1}$

La función de transferencia en lazo cerrado del proceso más controlador es:

$$G_w(s) = bof / [(1 + boq_0)s + (a_1 + boq_1)]$$

Ahora, organizando las ecuaciones del modelo y del sistema en lazo cerrado se obtiene:

$$\begin{aligned} y_p'(1 + boq_0) + y_p(a_1 + boq_1) &= bofw \\ y_m' + a_1 y_m &= bow \end{aligned}$$

Restando ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned} y_p' + boq_0 y_p' + a_1 y_p + boq_1 y_p - y_m' - a_1 y_m &= bofw - bow \\ (y_p' - y_m') + a_1(y_p - y_m) &= (bof - bo)w - boq_0 y_p' - boq_1 y_p \end{aligned}$$

Definimos el error del sistema adaptivo como:

$$\epsilon(t) = y_p(t) - y_m(t)$$

entonces reemplazando:

$$\begin{aligned} \epsilon' + a_1 \epsilon &= (bof - bo)w - boq_0 y_p' - boq_1 y_p \\ \epsilon' + a_1 \epsilon &= \underline{bo}w - \underline{a1}y_p' - \underline{a2}y_p \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} \underline{bo} &= bof - bo \\ \underline{a1} &= boq_0 \\ \underline{a2} &= boq_1 \end{aligned}$$

de lo cual se obtiene:

$$\epsilon' = -a_1 \epsilon + \underline{bo}w - \underline{a1}y_p' - \underline{a2}y_p$$

Es necesario diseñar ahora el controlador. Para eso se escoge un control PI, teniendo en cuenta el error ya

definido y se utiliza ahora el método de Liapunov, aplicando una función de Liapunov dada:

$$V = a_2 \varepsilon^2 + 1/\gamma_0 [\underline{b}o + \gamma_0' \varepsilon' w]^2 + 1/\gamma_1 [-\underline{a}1 + \gamma_1' \varepsilon' y_p']^2 + 1/\gamma_2 [-\underline{a}2 + \gamma_2' \varepsilon' y_p]^2$$

con γ_i y γ_i' constantes. Aplicando Liapunov, el sistema será estable si a_2 es positivo y si V es una función definida positiva de ε , $\underline{b}o$, $\underline{a}1$ y $\underline{a}2$.

Derivando:

$$V' = 2a_2 \varepsilon \varepsilon' + 2/\gamma_0 [\underline{b}o + \gamma_0' \varepsilon' w][\underline{b}o' + \gamma_0' d(\varepsilon' w)] + 2/\gamma_1 [-\underline{a}1 + \gamma_1' \varepsilon' y_p'][-\underline{a}1' + \gamma_1' d(\varepsilon' y_p')] + 2/\gamma_2 [-\underline{a}2 + \gamma_2' \varepsilon' y_p][-\underline{a}2' + \gamma_2' d(\varepsilon' y_p)]$$

con el término $d(xy)$ correspondiente a la derivada respecto al tiempo de (xy) .

Sumando y restando a esta ecuación los factores $2\gamma_0'(\varepsilon'w)^2$, $2\gamma_1'(\varepsilon'y_p')^2$ y $2\gamma_2'(\varepsilon'y_p)^2$:

$$V' = -2\gamma_0'(\varepsilon'w)^2 - 2\gamma_1'(\varepsilon'y_p')^2 - 2\gamma_2'(\varepsilon'y_p)^2 + 2(\underline{b}o + \gamma_0' \varepsilon' w) \{\varepsilon' w + 1/\gamma_0 [\underline{b}o' + \gamma_0' d(\varepsilon' w)]\} + 2(-\underline{a}1 + \gamma_1' \varepsilon' y_p') \{\varepsilon' y_p' + 1/\gamma_1 [-\underline{a}1' + \gamma_1' d(\varepsilon' y_p')]\} + 2(-\underline{a}2 + \gamma_2' \varepsilon' y_p) \{\varepsilon' y_p + 1/\gamma_2 [-\underline{a}2' + \gamma_2' d(\varepsilon' y_p)]\}$$

V' será entonces negativo si los términos entre paréntesis se hacen iguales a cero, cumpliéndose así la ecuación de Liapunov. Luego:

a. Para hallar el valor de f :

$$\begin{aligned} \varepsilon' w + 1/\gamma_0 [\underline{b}o' + \gamma_0' d(\varepsilon' w)] &= 0 \\ \underline{b}o' + \gamma_0' d(\varepsilon' w) &= -\gamma_0' \varepsilon' w \\ \underline{b}o' &= -\gamma_0' \varepsilon' w - \gamma_0' d(\varepsilon' w) \\ \underline{b}o f &= -\gamma_0' \varepsilon' w - \gamma_0 \int \varepsilon' w dt + f(0) \\ f &= -(\gamma_0'/\underline{b}o) \varepsilon' w - (\gamma_0/\underline{b}o) \int \varepsilon' w dt + f(0) \end{aligned}$$

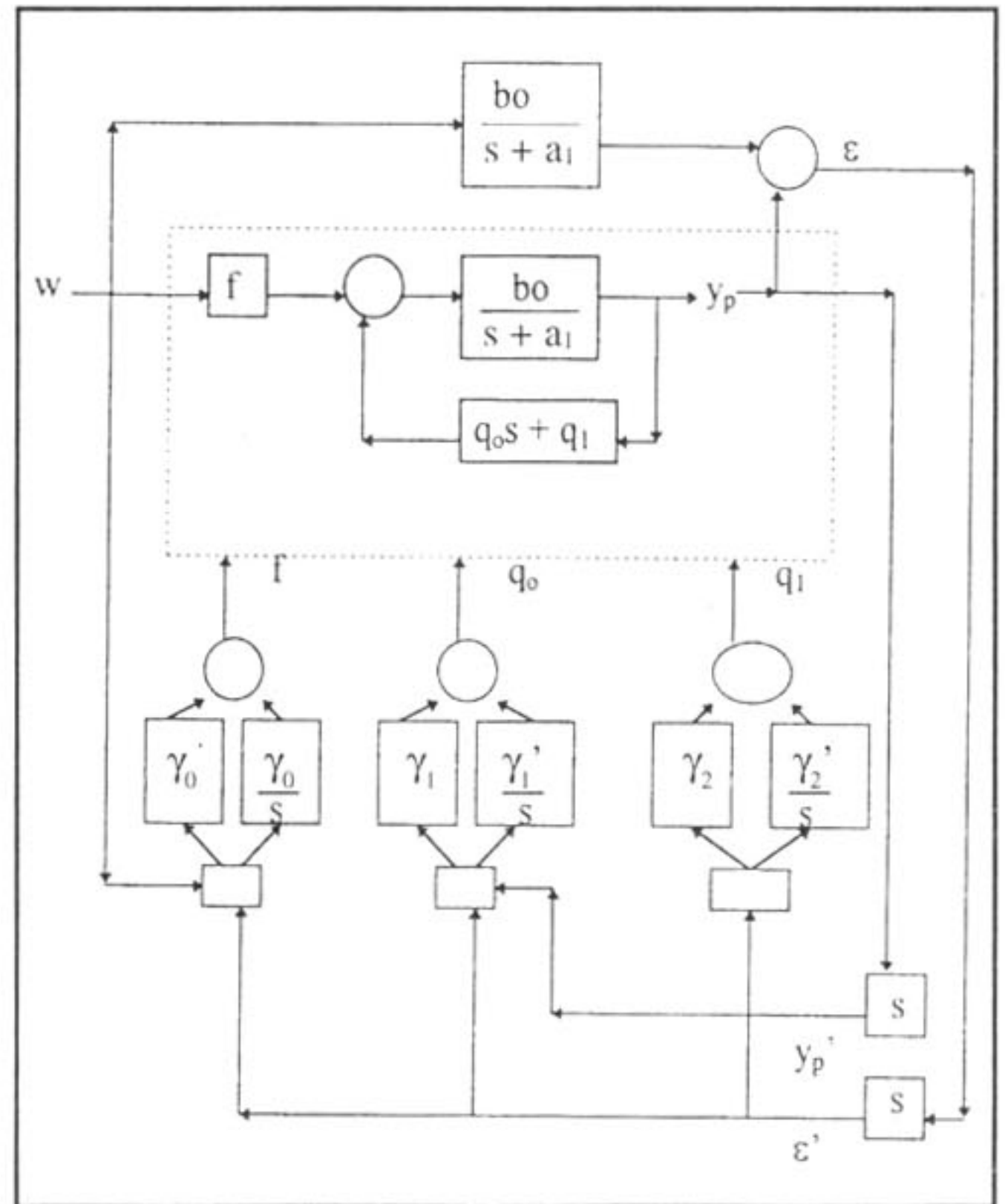
b. Para hallar el valor de q_0 :

$$\begin{aligned} \varepsilon' y_p' + 1/\gamma_1 [-\underline{a}1' + \gamma_1' d(\varepsilon' y_p')] &= 0 \\ -\underline{a}1' + \gamma_1' d(\varepsilon' y_p') &= -\gamma_1' \varepsilon' y_p' \\ \underline{a}1' &= \gamma_1' \varepsilon' y_p' + \gamma_1' d(\varepsilon' y_p') \\ \underline{b}o q_0 &= \gamma_1' \varepsilon' y_p' + \gamma_1 \int \varepsilon' y_p' dt + q_0(0) \\ q_0 &= (\gamma_1'/\underline{b}o) \varepsilon' y_p' + (\gamma_1/\underline{b}o) \int \varepsilon' y_p' dt + q_0(0) \end{aligned}$$

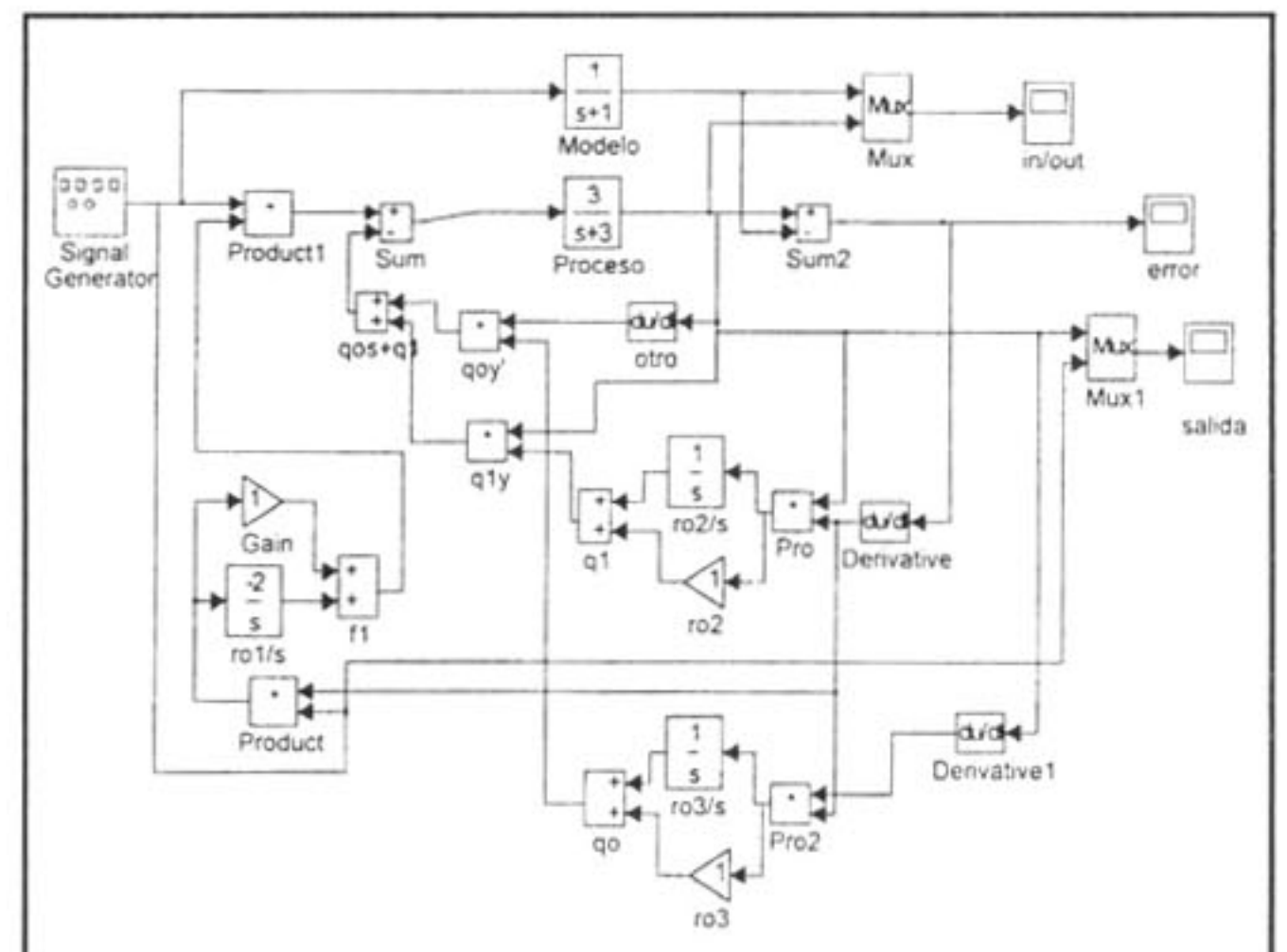
c. Por último, para el valor q_1 :

$$\begin{aligned} \varepsilon' y_p + 1/\gamma_2 [-\underline{a}2' + \gamma_2' d(\varepsilon' y_p)] &= 0 \\ -\underline{a}2' + \gamma_2' d(\varepsilon' y_p) &= -\gamma_2' \varepsilon' y_p \\ \underline{a}2' &= \gamma_2' \varepsilon' y_p + \gamma_2' d(\varepsilon' y_p) \\ \underline{b}o q_1 &= \gamma_2' \varepsilon' y_p + \gamma_2 \int \varepsilon' y_p dt + q_1(0) \\ q_1 &= (\gamma_2'/\underline{b}o) \varepsilon' y_p + (\gamma_2/\underline{b}o) \int \varepsilon' y_p dt + q_1(0) \end{aligned}$$

La implementación final del sistema quedará de la siguiente manera:

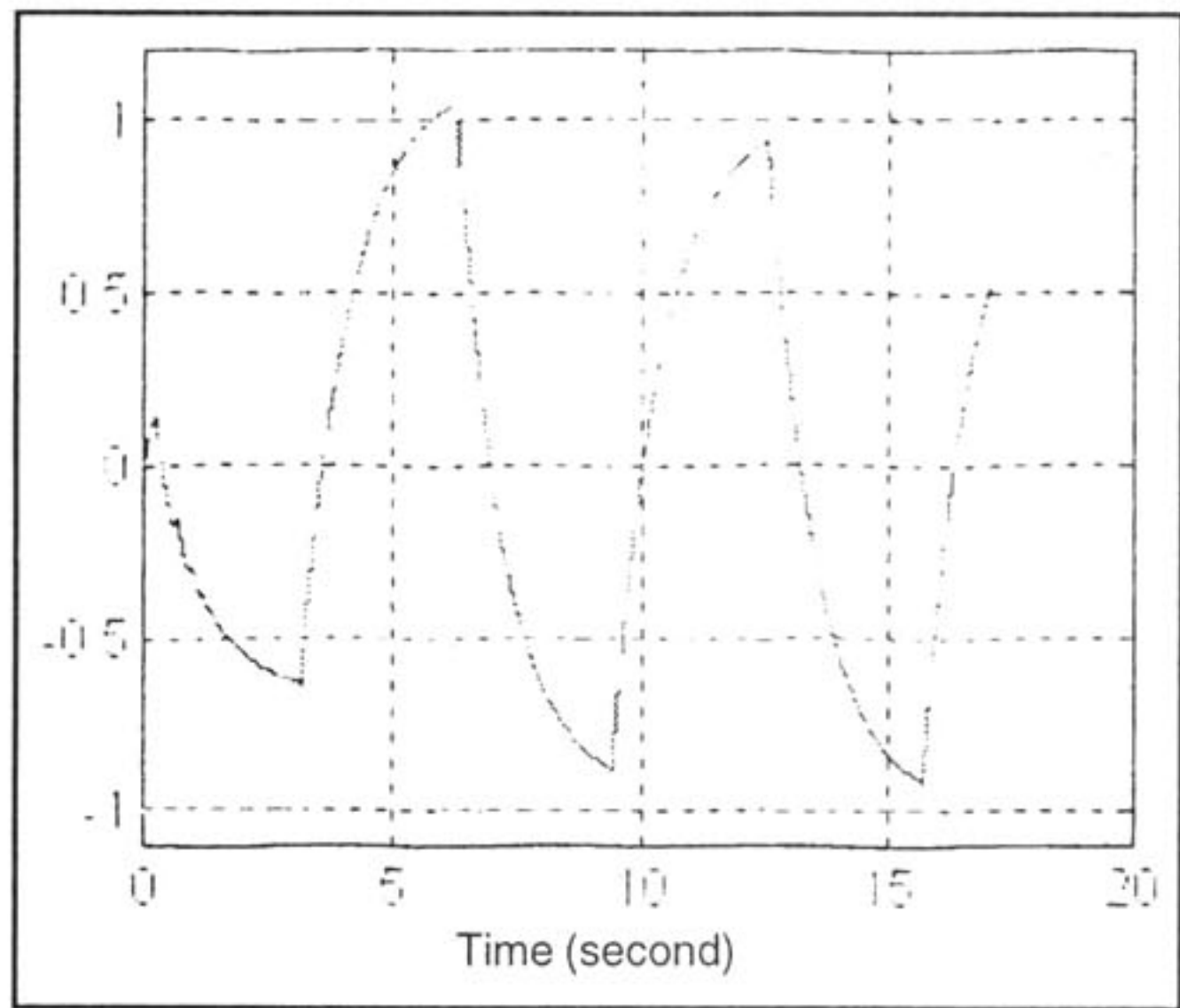


Con la ayuda de la herramienta SIMULINK de MATLAB®, se implementa completamente el sistema, el cual se muestra en el siguiente gráfico. Aquí pueden verse claramente las señales f , q_0 y q_1 , las cuales se realimentan al proceso para producir la adaptación del sistema con base en el modelo.

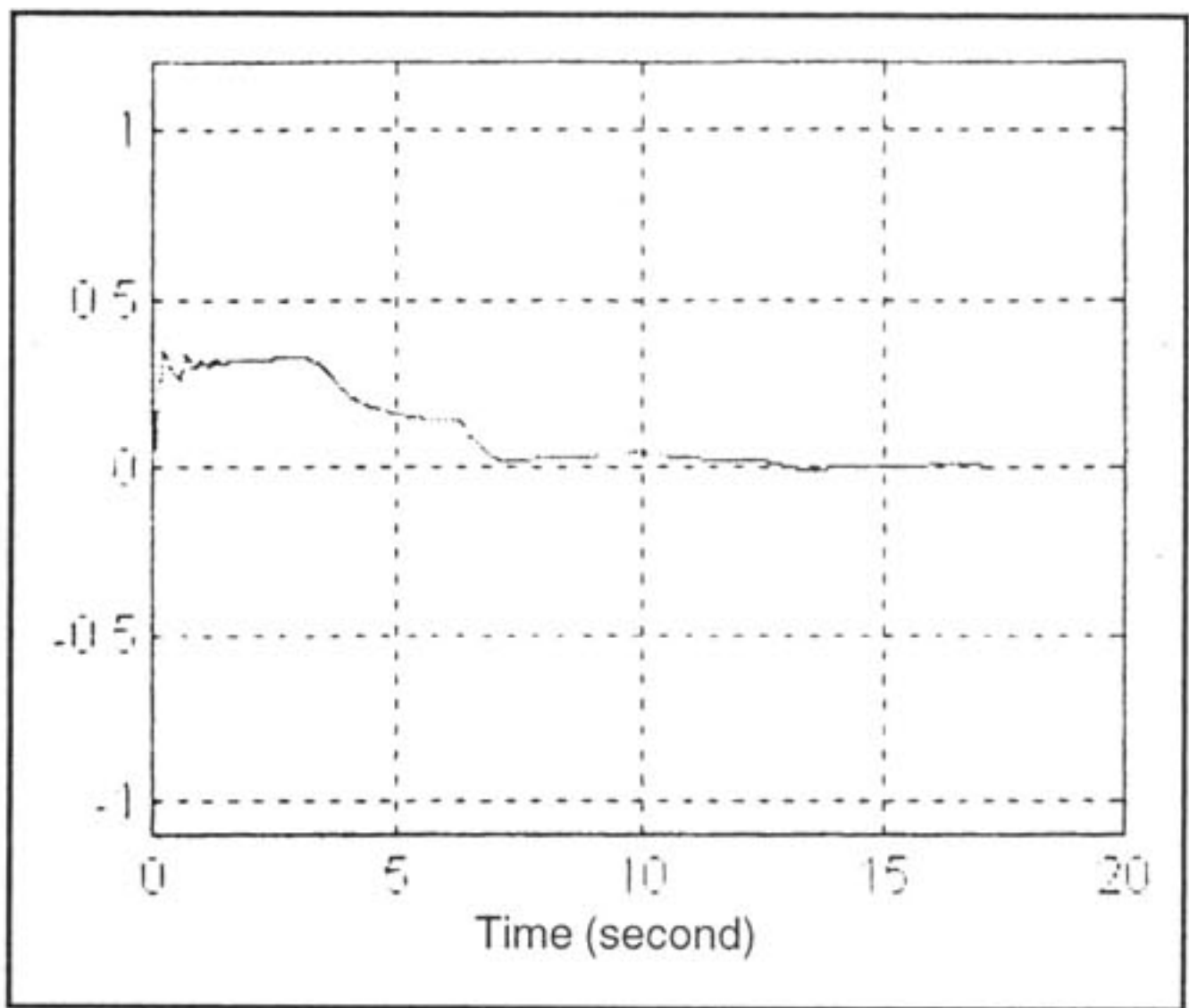


El proceso inicialmente tenía una función de transferencia igual al modelo, es decir, $G(s) = 1/s + 1$. Cambios posteriores en el proceso harán probablemente que la salida no sea la deseada o se inestabilice. Para ello, el control adaptivo trabajará con el fin de mantener la salida del proceso igual a como la tendría si no hubiese cambiado su función de transferencia, esto es, igual al modelo. Por ejemplo, si el proceso ha cambiado y su

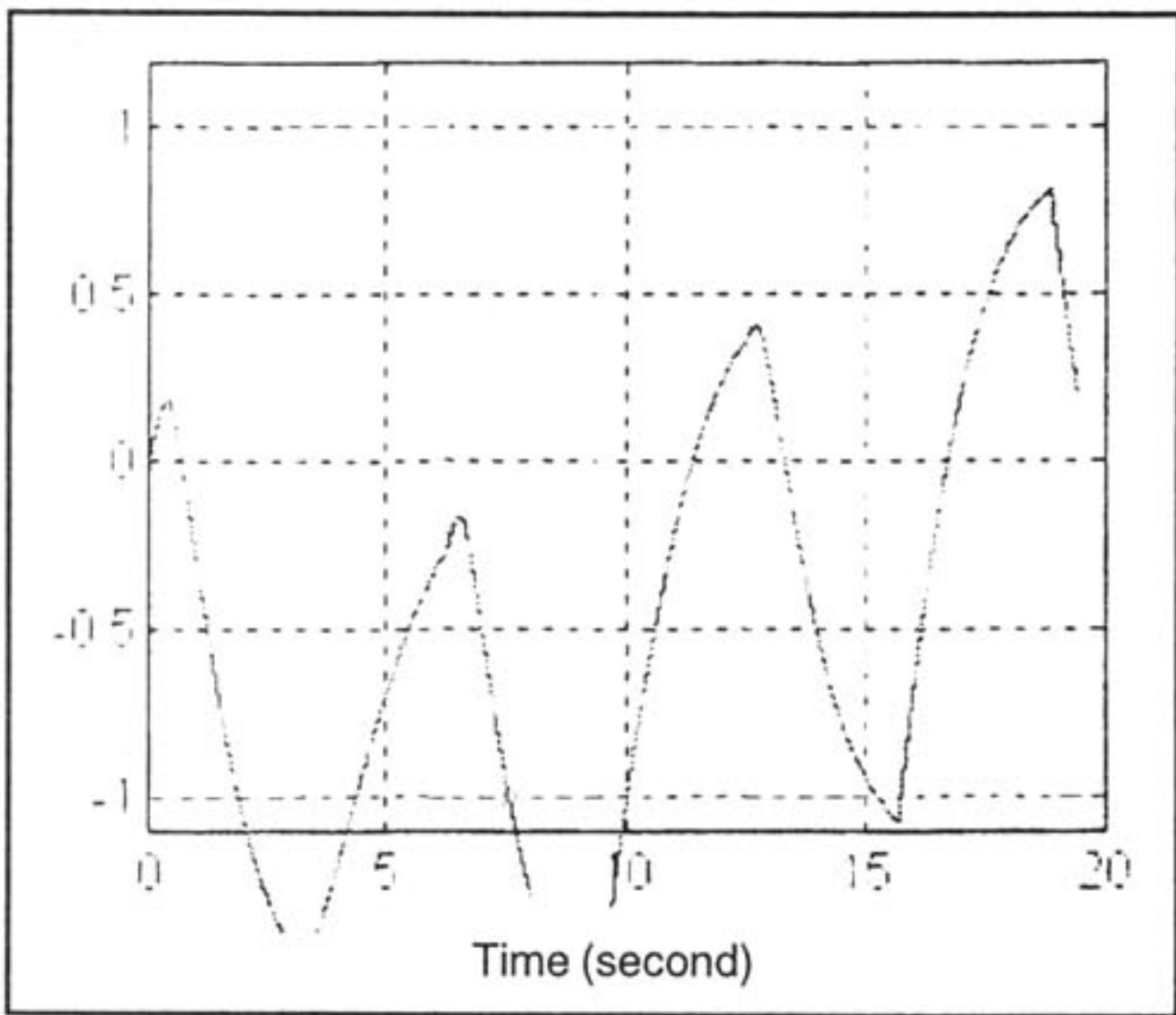
nueva función de transferencia es $G(s) = 3/(s + 3)$, la salida del sistema es:



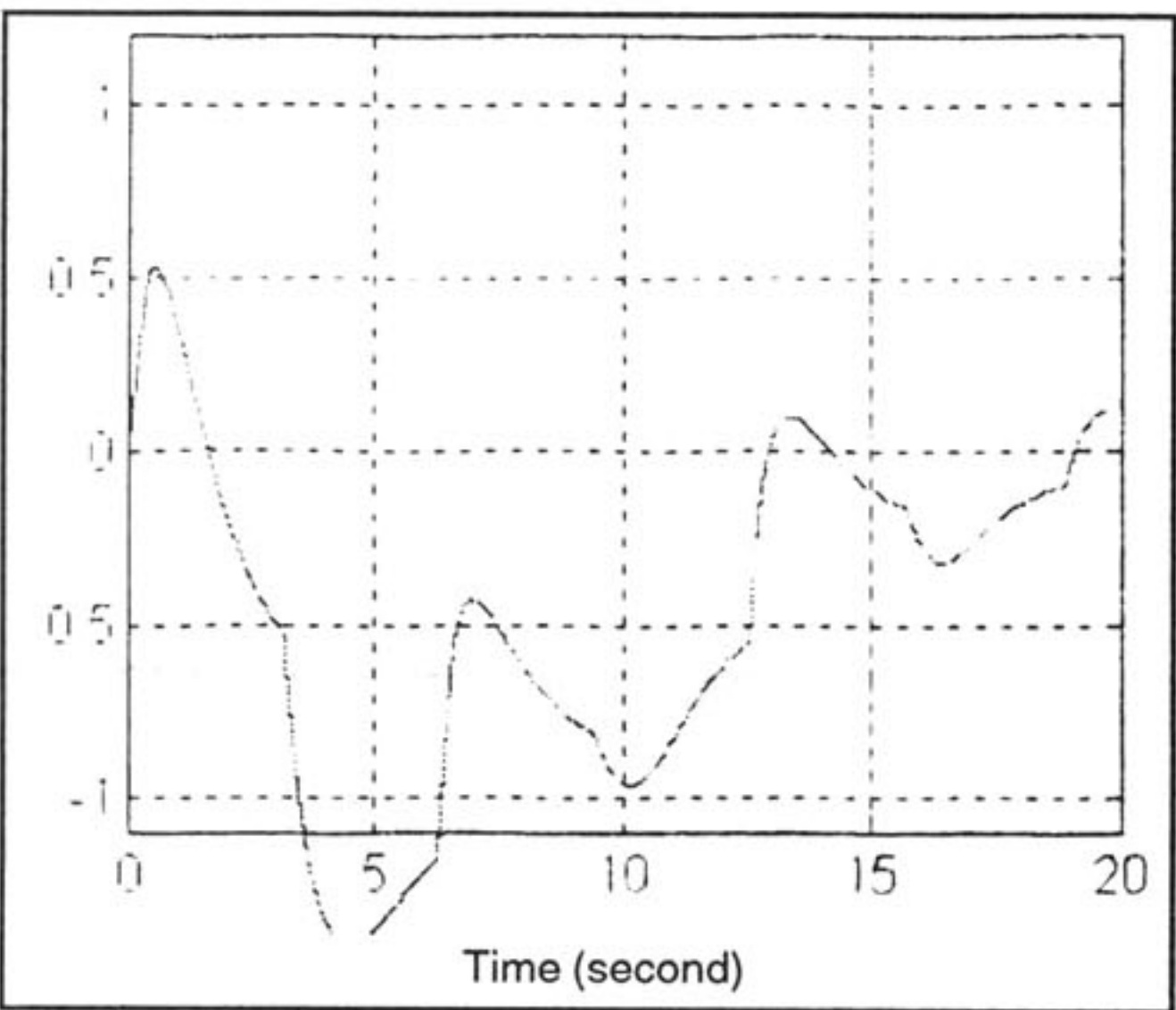
El error, es decir, la comparación entre la salida deseada y la salida real del sistema se muestra en la siguiente gráfica. Es interesante observar aquí que el error que inicialmente es considerable, se acerca poco a poco a cero por acción del controlador adaptivo que obliga a que la salida del sistema se comporte como la salida del modelo.



Se aplica a continuación el controlador adaptivo para una función de transferencia inestable en lazo abierto, como es $G(s) = 1/(s - 2)$. A pesar de la inestabilidad presente en él y de que el parámetro a está por fuera del rango de diseño, el control adaptivo es capaz de manejar estos valores y producir una salida similar a como la produciría el modelo. En la siguiente gráfica de salida, se puede ver como la salida del proceso trata de asemejarse a la salida del modelo. Finalmente después de un tiempo lo logra.



Por su parte, se observa que el error entre las dos salidas es muy grande en un principio, pero va tendiendo a cero, a medida que el controlador adaptivo ajusta los parámetros del control PI.



4. CONCLUSIONES

El control adaptivo por modelo de referencia es una herramienta muy útil en ciertos procesos donde el modelo matemático inicial puede cambiar con el tiempo. Aunque la formulación matemática es grande, vale la pena aplicarla dados los buenos resultados obtenidos. En este caso, en particular, se utilizó la ecuación de Liapunov para hallar los parámetros del controlador adaptivo y el sistema obtenido supera incluso las condiciones de diseño.

5. BIBLIOGRAFÍA

AUTOR

- [1.] ASTROM, K. J, WITTENMARK, B, Adaptive Control, Addison Wesley, 1989.
- [2.] ISERMANN, Rolf, Adaptive Control Systems, Prentice Hall, 1996.
- [3.] IOANNOU, P, Robust Adaptive Control, Prentice Hall, 1996.
- [4.] MOSCA, E, Optimal, Predictive and Adaptive Control, Prentice-Hall, 1995.
- [5.] MARINO, R, Non-linear Control Design: Geometric, Adaptive and Robust, Prentice-Hall 1995 

Oscar Andrés Vivas Albán

Ingeniero Electrónico de la Universidad del Cauca. Profesor Asistente del Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control de la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca. Integrante de la Cátedra de Sistemas de Control. Actualmente cursa materias de la Maestría en Automática de la Universidad del Valle. Su área de interés es el control inteligente.

CE: avivas@atenea.ucauca.edu.co



*Nunca debemos avergonzarnos de haber estado en error,
porque ello significa afirmar que ahora somos más sabios
de lo que éramos ayer.*

Plauto
