

Universidad del Valle

Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Departamento de Física



Respuesta óptica en cristales fotónicos 1D con componentes semiconductores, superconductores y grafeno.

Proyecto para la obtención del Título de Pregrado en Física

Sustentante:

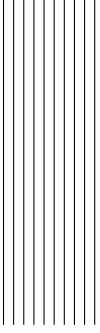
Juan Manuel Giraldo Millán

Directores:

Jesús Maria Calero
Nelsón Porras Montenegro

Santiago de Cali, Colombia

Febrero 13 del 2023

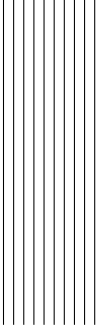


Agradecimientos

En primera instancia quiero agradecer a mis padres y hermanos por todo el apoyo brindado durante todo mi proceso académico en la universidad. Igualmente, agradezco a mis tíos, tías, abuelos, abuelas, compañeros de estudio y personas allegadas que me han motivado durante todo este proceso.

A los profesores Jesús María Calero y Nelson Porras Montenegro, por haberme brindado la oportunidad de trabajar en el grupo de Física Teórica del Estado Sólido y ser directores de mi tesis, al igual que compartir sus conocimientos en muchas áreas de la física para mi formación como físico. También al profesor Brayan Fernando Díaz Valencia por su colaboración durante el desarrollo de este trabajo.

Al proyecto “análisis nanoscópico y mesoscópico de sistemas superconductores bajo efectos externos asociados con temperatura, geometría, campos, acoplamientos e interacciones” identificado con el código 71304 de la Universidad del Valle, que me permitió ser monitor investigador durante este proceso ampliando mi conocimiento en los procesos de investigación.



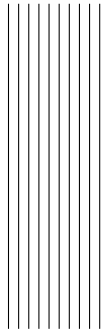
Resumen

A partir del método de la matriz de transferencia se realizó el estudio teórico de la respuesta óptica en cristales fotónicos unidimensionales compuestos por materiales superconductores ($\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$), semiconductores (Arseniuro de Galio GaAs) y grafeno. Específicamente se analiza la influencia sobre los espectros de transmitancia, de variables termodinámicas como la presión y temperatura, además de la geometría de las estructuras. En el desarrollo del trabajo se consideraron dos tipos de cristales fotónicos, uno compuesto por la sucesión de placas superconductoras y semiconductoras alternadas, mientras que el otro consiste en la superposición de placas superconductoras y un bloque de capas de semiconductor con una lámina de grafeno inmersa entre ellas, cuya caracterización se realizó a partir de modelar teóricamente como un medio efectivo esta estructura.

El método de la matriz de transferencia se utiliza para calcular la transmitancia de las diferentes estructuras, considerando la propagación de ondas electromagnéticas con polarización TE. La permitividad eléctrica del superconductor se obtuvo a partir del modelo de los dos fluidos. De otro lado, se emplearon fórmulas empíricas tomadas de reportes experimentales, para caracterizar la variación de la temperatura crítica del superconductor con la presión aplicada y la dependencia con la temperatura de la longitud de penetración, al igual que para la dependencia de la permitividad del semiconductor con la temperatura y presión, y la variación de la conductividad del grafeno como función de la temperatura. Al comparar los espectros de transmitancia de los dos tipos de cristales fotónicos considerados, se logró identificar el efecto de la inclusión de las láminas de grafeno sobre las propiedades ópticas de esos cristales fotónicos.

Los principales cambios notados tienen que ver con el desplazamiento, aumento y disminución en el tamaño de las brechas fotónicas de los espectros de transmitancia obtenidos sobre la estructura compuesta por el superconductor y el bloque semiconductor-grafeno-semiconductor, con respecto a los espectros obtenidos sobre el cristal constituido por el superconductor y el semiconductor. En particular, se analizaron los efectos producidos por la temperatura, la presión y la geometría sobre ambos tipos de estructuras, los cuales se reflejan en el corrimiento y alteración de las brechas a medida que cualquiera de estos parámetros varíe.

Palabras clave: Cristal fotónico, matriz de transferencia, transmitancia, superconductor, semiconductor, grafeno.



Índice

Agradecimientos	i
Resumen	iv
1 Introducción	1
2 Marco Teórico	5
2.1 Ecuación maestra	5
2.2 Matriz de transferencia	7
2.3 Modelo de dos fluidos	11
2.4 Medio efectivo Semiconductor-Grafeno	14
3 Resultados y Análisis	17
4 Conclusiones y Perspectivas	27
4.1 Conclusiones	27
4.2 Perspectivas	28
A Apéndice	29

Los cristales fotónicos (CF) son un arreglo periódico de medios macroscópicos con diferentes permitividades eléctricas, cuya sucesión da lugar a una estructura con una función de la permitividad eléctrica periódica. De este modo, la periodicidad de la red proporcionada por la estructura del CF, ocasiona que existan brechas (gaps) de frecuencia (brechas fotónicas) en los que la radiación electromagnética que incide sobre el cristal en una dirección dada no se propaga a través de este. En consecuencia, esta característica de los CF posibilita el control tanto de la dirección como la cantidad de energía que se propaga a través del cristal, tal que, la radiación electromagnética que incide sobre este, puede manifestar respuestas ópticas (transmitancia, reflectancia y absorción) no triviales.

Como resultado de la estructura periódica delimitada por los medios que conforman el CF y los fotones de la radiación electromagnética incidente que interactúan con este, se produce alteración en el movimiento de los fotones que se propagan a lo largo de la estructura del CF, manifestando respuestas ópticas interesantes. Por tal razón, en las últimas décadas ha aumentado considerablemente el interés por el estudio de estas estructuras, con el ánimo de ampliar el conocimiento tanto teórico como experimental de sus propiedades ópticas. Particularmente, algunos trabajos teóricos destacan la implementación del modelo de Kronig-Penney para el cálculo de bandas fotónicas en CF 1D compuestos de múltiples capas dieléctricas con grafeno inmerso entre dichas capas [1]. También se ha implementado el método de la matriz de transferencia [2] para calcular espectros de transmitancias en CF 1D compuestos por capas alternas de semiconductores y superconductores sometidos a variaciones de cantidades termodinámicas como presión y temperatura, al igual que en estructuras constituidas de semiconductores, superconductores y dieléctricos [3, 4, 5], además se han investigado las propiedades de la banda fotónica prohibida en CF constituidos por grafeno y dieléctricos [6, 7]. Adicionalmente, se ha estudiado los estados topológicos de CF empleando métodos de expansión en ondas planas y elementos finitos [8]. En el campo experimental, se han obtenido resultados como la formación de solitones al explorar resonadores de cristales fotónicos [9] y la conversión de microondas a ondas ópticas mediante CF de fosforo de galio que podrían posibilitar la interconexión entre computadores cuánticos que operan en dichas frecuencias[10].

Por otro lado, a partir del estudio y comprensión de materiales superconductores y semiconductores se han obtenido resultados relevantes y útiles para la fabricación de CF. Entre este tipo de avances es posible encontrar materiales superconductores integrados en el desarrollo de CF que han permitido reducir el amortiguamiento de la radiación electromagnética que se propaga a través de la estructura [11]. En algunos trabajos teóricos también se ha implementado el método de la matriz de transferencia en CF ternarios, tanto con geometría plana como cilíndrica, compuestos de materiales superconductores y dieléctricos, ampliando el entendimiento de las propiedades ópticas de estas estructuras en un rango de operación cercana a la permitividad nula del superconductor [12]. También se ha empleado el método de la matriz de transferencia en un nuevo diseño de CF con superconductores como capa de defecto, para detectar radiación de cuerpo negro [13]. Los métodos teóricos previamente mencionados, en conjunto con el modelo de dos fluidos para superconductores, han sido de gran utilidad para estudiar propiedades de transmisión en CF cuasi-periódicos 1D, compuestos por capas superconductoras y semiconductoras en secuencias como la Rudin-Shapiro, teniendo en cuenta la influencia de variables termodinámicas como presión y temperatura [14, 15]. En lo que tiene que ver con aplicaciones tecnológicas, se ha propuesto la utilización de CF compuestos por superconductores y semiconductores, tanto con geometría plana como anular, para la fabricación de resonadores y láseres de alto brillo, así como el diseño de otros dispositivos ópticos [16, 17]. Otro tipo de aplicaciones de los CF tiene que ver con el mejoramiento de procesos en la fotocatálisis plasmónica, con el propósito de aumentar la absorción de luz en dispositivos como celdas solares [18].

Un material que ha despertado gran interés en la comunidad científica, en los últimos tiempos, es el grafeno. Esto debido a su carácter 2D, así como a las novedosas propiedades físicas que exhibe. Recientemente, se ha considerado la inclusión de láminas de grafeno dopado con impurezas de Germanio en CF 1D, que pueden ser utilizados en el diseño de dispositivos optoelectrónicos o se ha propuesto la fabricación de antenas que operen en el rango de los THz [19, 20]. De otro lado, mediante el método de la matriz de transferencia, se han predicho características novedosas en cuanto a la relación de dispersión en estructuras periódicas que contienen grafeno, abriendo grandes posibilidades para el desarrollo de investigación básica, así como en la implementación de aplicaciones tecnológicas futuras [21, 22]. Por otra parte, continuamente se sigue estudiando distintas propiedades físicas del grafeno en CF, como la polarización y reflectancia, al igual que su respuesta a cambios en la temperatura y presión. Estos estudios han sido realizados con el fin de mejorar la capacidad de propagación de la luz en estas estructuras, además de perfeccionar y facilitar la medición de la conductividad del grafeno [23, 24, 25, 26].

Con base en lo anteriormente mencionado, se puede notar que la permitividad eléctrica de los cristales fotónicos constituidos de materiales superconductores, semiconductores y grafeno, es bastante susceptible a variaciones de parámetros externos tales como temperatura, presión y campo electromagnético aplicado, ofreciendo una respuesta óptica controlable. De esta manera, la presencia de esta variedad de materiales permite manipular ampliamente las brechas fotónicas prohibidas (gaps), abriendo la posibilidad de tener control sobre la transmisión de información mediante fotones. Estas características han ocasionado un fuerte

interés en el estudio de nuevos materiales para la fabricación de circuitos fotónicos y componentes lógicos.

Dado el interés que se ha despertado respecto a este campo, el presente trabajo de grado busca contribuir a la comprensión de este tipo de cristales y ampliar el conocimiento de ellos con el fin de aportar bases teóricas para desarrollos tecnológicos futuros, de modo que mediante un modelo netamente teórico se pretende realizar un estudio de la respuesta óptica (transmitancia, reflectancia) en cristales fotónicos uni-dimensionales con configuración plana (simetría cartesiana) en un arreglo periódico de materiales semiconductores (Arseniuro de Galio GaAs), superconductores ($\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$) [27] y láminas de grafeno inmersas entre las capas semiconductoras. El punto de partida para el desarrollo de los cálculos teóricos es la ecuación maestra deducida de las ecuaciones de Maxwell, una ecuación de valores propios cuya solución está asociada a las frecuencias propias del CF, es decir, valores de frecuencia permitidos para que la radiación electromagnética se propague a través de este. De acuerdo al tipo de polarización de la radiación electromagnética que incide sobre el cristal, es posible establecer un sistema de ecuaciones que se podrá resolver numéricamente con el método de la matriz de transferencia, proporcionando información sobre la estructura de bandas fotónicas del cristal al calcular los coeficientes de transmisión en cada una de las estructuras y obtener sus respectivos espectros de transmitancia, caracterizando de esta manera la respuesta óptica del sistema a la radiación electromagnética incidente.

Por ende, se calcula y se obtienen espectros de transmitancia de dos tipos de cristales fotónicos, uno conformado por la sucesión de capas del superconductor y el semiconductor (replicados del artículo ubicado en la ref [3]), mientras que el otro se constituye por la superposición del superconductor y un bloque de capas del semiconductor con láminas de grafeno inmersa entre dichas capas. El desarrollo para obtener los respectivos espectros se hace a partir del método de la matriz de transferencia, la permitividad del superconductor se deriva del modelo de los dos fluidos, la del semiconductor proviene de resultados experimentales y la conductividad del grafeno se modela a partir del comportamiento de los portadores de carga en las bandas de conducción y de valencia. La dependencia con la temperatura y la presión, así como también con la geometría de las estructuras, es evaluada al obtener diferentes espectros de transmitancia. Dado que se calcularon los espectros de transmitancia de dos clases de cristales fotónicos, se contrastan ambos tipos de espectros, identificando respectivamente las diferencias que existen al apreciar alteraciones en la estructura de bandas fotónicas de una clase de cristal con respecto al otro. Finalmente, se analizan y discuten los resultados obtenidos para presentar las respectivas conclusiones en este trabajo.

2.1 Ecuación maestra

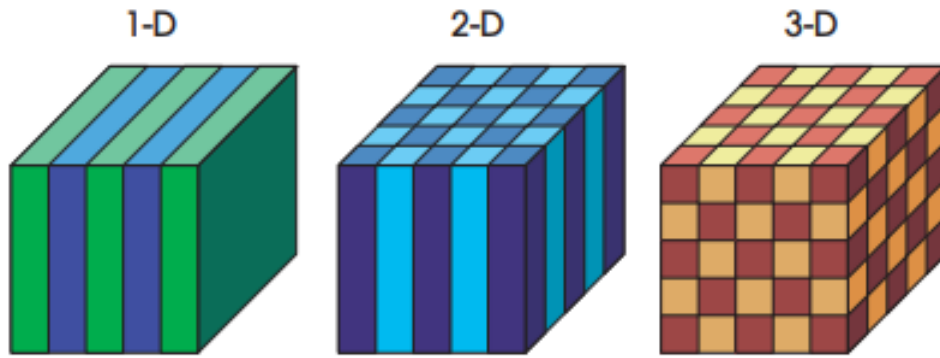


Figure 2.1: Tipos de cristales fotónicos. Figura tomada del libro *“Photonic Crystals Molding the Flow of Light”*

Los CF son estructuras periódicas de medios macroscópicos con diferente permitividad eléctrica, donde la dirección en la que incide la radiación electromagnética sobre el cristal y como están estructurados los medios eléctricos que lo componen determinan respuestas electromagnéticas diferentes. Según la disposición periódica de sus componentes, existen 3 tipos de CF: unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales, los cuales son ilustrados en la figura 2.1, donde la permitividad eléctrica del cristal varía en 1, 2 o 3 direcciones respectivamente. El desarrollo de este trabajo se limita al estudio de cristales unidimensionales (1-D) con geometría plana, estructuras formadas por la superposición alternada de capas con diferentes materiales y permitividades eléctricas, formando un sistema multicapas.

El tratamiento de este tipo de sistemas físicos se realiza a partir de las ecuaciones de Maxwell para los campos eléctrico y magnético. En ausencia de fuentes se tiene

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) &= 0 \quad , & \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} &= 0, \\
\nabla \cdot \left(\varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t) \right) &= 0 \quad , & \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r}) \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} &= 0.
\end{aligned}$$

Dado que las ecuaciones de Maxwell son lineales, se implementa el método de separación de variables en función de la posición y el tiempo como solución, donde la dependencia temporal varía armónicamente. Así

$$\begin{aligned}
\vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{H}(\vec{r}) e^{-i\omega t}, \\
\vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}.
\end{aligned}$$

Al ser remplazadas estas expresiones en las ecuaciones de Maxwell se obtiene

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}) &= 0 \quad , & \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) - i\omega\mu_0 \vec{H}(\vec{r}) &= 0, \\
\nabla \cdot \left(\varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \right) &= 0 \quad , & \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) + i\omega\varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) &= 0,
\end{aligned}$$

y al manipular las expresiones se llega a la denominada ecuación maestra para el campo magnético $\vec{H}$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}), \quad (2.1)$$

con

$$\hat{\Theta} = \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \right), \quad (2.2)$$

un operador lineal diferencial hermítico. La expresión 2.1 es una ecuación de valores propios cuyas funciones propias son los modos del campo magnético y valores propios ω^2/c^2 reales, ya que el operador $\hat{\Theta}$ es hermítico. De esta manera, la expresión 2.1 evidencia que hay valores de frecuencias que son compatibles con la estructura del CF al posibilitar la propagación a través de este.

De forma análoga es posible obtener la ecuación maestra para el vector desplazamiento eléctrico $\vec{D}$, así

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \vec{D}(\vec{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \vec{D}(\vec{r}), \quad (2.3)$$

con

$$\hat{\Theta}' = \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \right), \quad (2.4)$$

también es un operador diferencial hermítico. Como el CF es un arreglo periódico, manifiesta simetría de traslación acorde al tamaño de la celda primitiva de la red, ya que toda traslación en números enteros del parámetro de red mantiene invariante la ecuación 2.1. Además, por analogía con la teoría de Bloch para medios cristalinos, la solución del campo $\vec{H}(\vec{r})$ y $\vec{E}(\vec{r})$ satisface las siguientes relaciones

$$\vec{H}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \vec{H}_{\vec{k}}(\vec{r}), \quad (2.5)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \vec{E}_{\vec{k}}(\vec{r}). \quad (2.6)$$

Este resultado corresponde a una solución de ondas planas, donde las amplitudes $\vec{H}_{\vec{k}}(\vec{r})$ y $\vec{E}_{\vec{k}}(\vec{r})$ son funciones periódicas asociadas al degeneramiento producido por la periodicidad del cristal.[28]

2.2 Matriz de transferencia

Al ser los CF estructuras periódicas que constan de un gran número de múltiples capas, es necesario recurrir a técnicas matemáticas que permitan describir y caracterizar la respuesta óptica del material ante la radiación electromagnética que incide sobre él. De lo contrario, solucionar este tipo de sistemas es complicado dada la cantidad de ecuaciones a resolver. Al implementar el método de la matriz de transferencia se expresa la amplitud de un campo en un medio en función de la respectiva amplitud en otro, donde la matriz que acompaña la transformación describe la respuesta óptica del cristal.

Para desarrollar este método se considera polarización del campo electromagnético tipo TE donde $\vec{E} = (0, E, 0)$, $\vec{H} = (H_x, 0, H_z)$, como también la propiedad de ortogonalidad de los respectivos campos con el vector de onda

$$\vec{k} \times \vec{E} = \mu\omega\vec{H}. \quad (2.7)$$

Dicha expresión hace posible analizar el comportamiento de los campos cuando incide radiación electromagnética sobre la interfaz entre dos medios. En primera instancia se parte del esquema de la figura 2.2 al considerar una placa de grosor l con permitividad ε_2 y permeabilidad μ_2 ubicada entre dos medios con permitividades $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ y permeabilidades μ_1, μ_3 respectivamente.

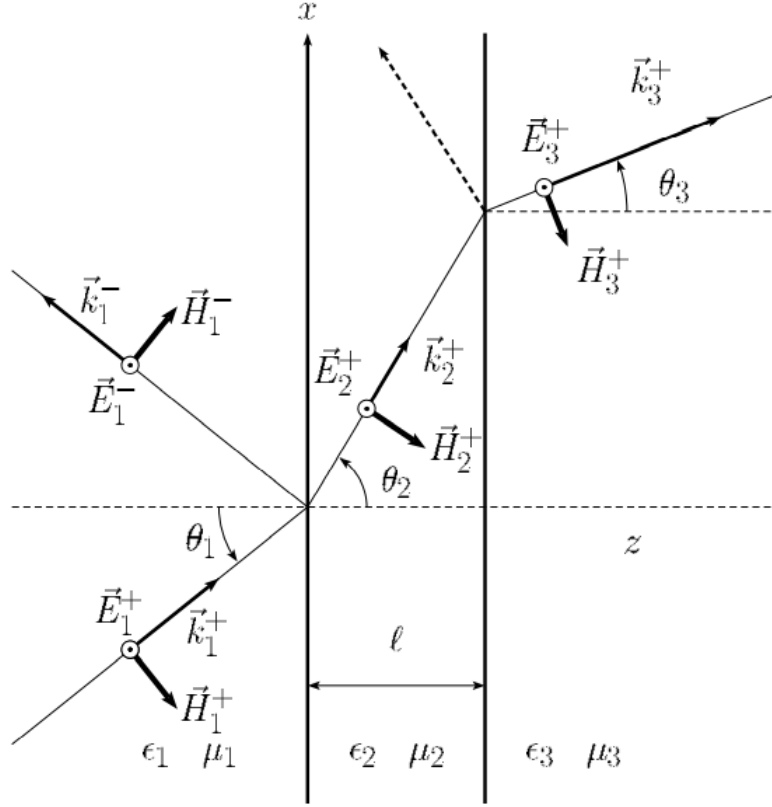


Figure 2.2: Esquema de propagación de la radiación electromagnética a través de una placa de espesor l ubicada entre dos medios arbitrarios. Figura tomada del libro “*Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals.*”

Se considera que los medios no son magnetizables ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$) para el análisis de la interacción de los campos que inciden sobre la interfaz de separación entre los medios 1-2 y los medios 2-3. A partir de lo anterior y las condiciones de frontera que satisfacen los campos electromagnéticos

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0, \quad (2.8)$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_3 - \vec{E}_2) = 0, \quad (2.9)$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0, \quad (2.10)$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_3 - \vec{H}_2) = 0, \quad (2.11)$$

donde $\vec{n}$ es el vector unitario normal a la superficie de la estructura del cristal, se obtiene un sistema de ecuaciones

$$E_1^+ + E_1^- = E_2^+ + E_2^-, \quad (2.12)$$

$$-k_{1z}E_1^+ + k_{1z}E_1^- = -k_{2z}E_2^+ + k_{2z}E_2^-, \quad (2.13)$$

$$E_2^+ + E_2^- = E_3^+ + E_3^-, \quad (2.14)$$

$$-k_{2z}E_2^+ + k_{2z}E_2^- = -k_{3z}E_3^+ + k_{3z}E_3^-, \quad (2.15)$$

cuya forma matricial es la siguiente

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -k_{1z} & k_{1z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -k_{2z} & k_{2z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix}, \quad |_{z=0} \quad (2.16)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -k_{2z} & k_{2z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -k_{3z} & k_{3z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3^+ \\ E_3^- \end{pmatrix}, \quad |_{z=l} \quad (2.17)$$

El signo + indica que los campos se propagan en dirección positiva de z y el - en dirección opuesta. Para la propagación a través del medio 2 se obtiene la siguiente relación matricial

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} |_{z=l} = \begin{pmatrix} e^{i*k_{2z}l} & 0 \\ 0 & e^{-i*k_{2z}l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} |_{z=0}, \quad (2.18)$$

donde la matriz diagonal que aparece en la expresión 2.18 se denomina matriz de propagación (P_i), siendo i el índice que indica el medio sobre el cual se propaga el campo electromagnético. Note que, mediante las relaciones anteriores, es posible expresar las amplitudes de los campos de un medio en función de las amplitudes del otro medio, como lo es el caso de la expresión 2.16

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = M_{12}^{(s)} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}, \quad |_{z=0} \quad (2.19)$$

donde se define la matriz de transferencia $M_{12}^{(s)}$

$$M_{12}^{(s)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{k_{1z}}{k_{2z}} & 1 - \frac{k_{1z}}{k_{2z}} \\ 1 - \frac{k_{1z}}{k_{2z}} & 1 + \frac{k_{1z}}{k_{2z}} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Análogamente, se obtiene la matriz de transferencia $M_{23}^{(s)}$

$$M_{23}^{(s)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{k_{2z}}{k_{3z}} & 1 - \frac{k_{2z}}{k_{3z}} \\ 1 - \frac{k_{2z}}{k_{3z}} & 1 + \frac{k_{2z}}{k_{3z}} \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

De este modo, se expresa la amplitud del campo en el medio 3 como función de la amplitud del campo en el medio 1 mediante una transformación matricial, así

$$\begin{pmatrix} E_3^+ \\ E_3^- \end{pmatrix} = M_{23}^{(s)} * P_2 * M_{12}^{(s)} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

donde dicha matriz de transformación se denomina matriz de transferencia $MT^{(s)}$, tal que

$$MT^{(s)} = M_{23}^{(s)} * P_2 * M_{12}^{(s)}. \quad (2.23)$$

Con base en lo anteriormente expuesto, es posible extender el planteamiento ahora sobre un CF inmerso en 2 medios semi infinitos (en este caso aire). La celda unitaria, al ser la estructura fundamental que constituye el cristal, está dado por la sucesión de dos placas A y B, como se expone a continuación

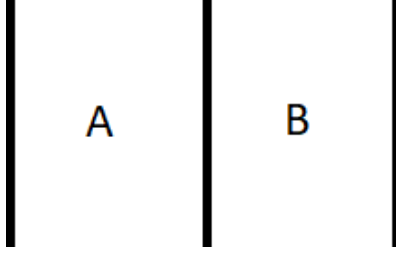


Figure 2.3: Celda unidad del CF.

siendo A una placa de cierto material, con permitividad ε_1 y espesor d_1 , mientras que B es una placa de material distinto a A, con permitividad ε_2 y espesor d_2 . Si se considera una superposición de N celdas unitarias, se conforma una secuencia de placas ABABAB...AB donde la radiación electromagnética proveniente del aire incide sobre el cristal y se propaga a lo largo de este. La siguiente figura ilustra la estructura del CF delimitada por la secuencia de placas que se conforma:

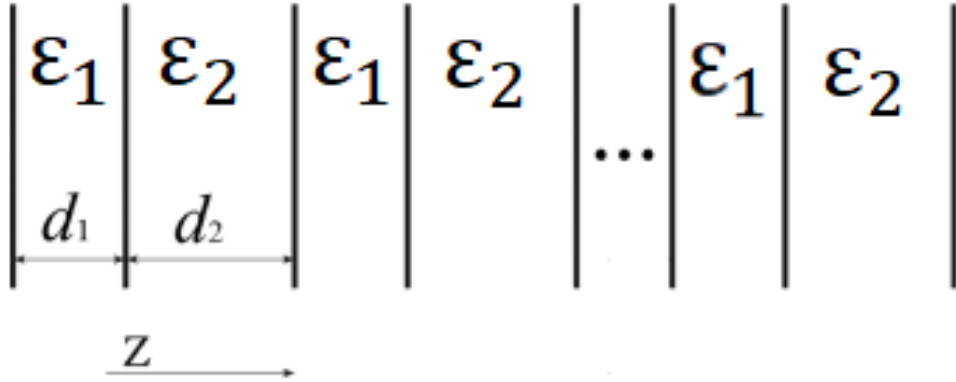


Figure 2.4: Estructura del CF que se desarrollara.

Cuando se extiende el desarrollo que condujo a la expresión 2.22, sobre la estructura del CF expuesto en la figura 2.4, se obtiene la matriz de transferencia total asociada al cristal, así

$$MT^{(s)} = M_{20}^{(s)} * P_2 * M_{12}^{(s)} * P_1 * (M_{21}^{(s)} * P_2 * M_{12}^{(s)} * P_1)^{N-1} * M_{01}^{(s)}, \quad (2.24)$$

tal que, los coeficientes de transmisión y reflexión son [29]

$$T^{(s)} = \left| \frac{\det MT^{(s)}}{MT_{22}^{(s)}} \right|^2, \\ R^{(s)} = \left| \frac{MT_{21}^{(s)}}{MT_{22}^{(s)}} \right|^2.$$

La figura 2.4 expone la geometría del sistema que constituye un CF binario ubicado a lo largo del eje Z, compuesto por dos placas de distinto material. Dado el interés en analizar la influencia de grafeno sobre las estructuras de cristales fotónicos, se requiere obtener los espectros de transmitancia en un cristal fotónico superconductor-semiconductor y en un cristal superconductor-bloque. De modo que la componente A está dado siempre por el superconductor ($\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$) el cual tiene permitividad ε_1 y espesor d_1 , mientras que la componente B con permitividad ε_2 y espesor d_2 en una estructura es el material semiconductor (GaAs) y en la otra es el bloque compuesto por la sucesión de placas semiconductoras con láminas de grafeno inmersa entre estas (GaAs-Grafeno-GaAs).

2.3 Modelo de dos fluidos

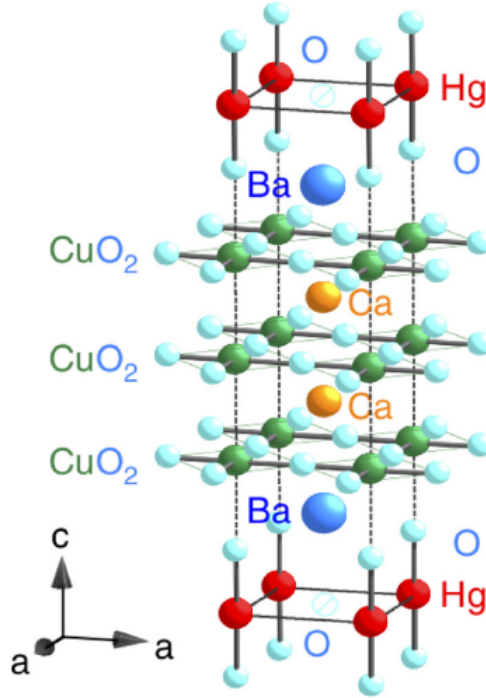


Figure 2.5: Estructura cristalina del superconductor. Figura tomada del artículo “*High pressure effects revisited for the cuprate superconductor family with highest critical temperature*” [27].

Dada la alta anisotropía del material superconductor [27, 30], se considerará la dirección de propagación perpendicular al eje c (figura 2.5) del superconductor, de modo que para polarización TE el campo eléctrico es paralelo al eje c , mientras que el campo magnético es paralelo al plano ab del superconductor.

Para obtener la permitividad ε_1 se emplea el modelo de dos fluidos [31, 32, 33], el cual explica el comportamiento del material superconductor con base en la presencia de portadores de carga en estado normal y estado superconductor. Para ello, el comportamiento de los portadores en estado normal se describe a partir de la ecuación de movimiento planteada por el modelo de Drude, donde los portadores son amortiguados por una fuerza proporcional a la velocidad media, mientras que para los portadores en el estado superconductor dicha fuerza está ausente

$$\frac{d\langle \vec{v}_n \rangle}{dt} = \frac{q}{m} \vec{E} - \gamma \langle \vec{v}_n \rangle, \quad (2.25)$$

$$\frac{d\langle \vec{v}_s \rangle}{dt} = \frac{q}{m} \vec{E}, \quad (2.26)$$

siendo m la masa de los portadores, q su carga, γ la frecuencia de colisión de los portadores, $\langle \vec{v}_n \rangle$ la velocidad media de los portadores en estado normal y $\langle \vec{v}_s \rangle$ en estado superconductor. Considerando que se han planteado soluciones ondulatorias dependientes del tiempo para el campo eléctrico y pretendiendo preservar la linealidad del vector densidad de corriente $\vec{J}_n$ en el estado normal y en el estado superconductor $\vec{J}_s$, se parte de las siguientes expresiones en función del campo eléctrico y la velocidad media

$$\vec{J}_n = n_n q \langle \vec{v}_n \rangle = \sigma_n \vec{E}, \quad (2.27)$$

$$\vec{J}_s = n_s q \langle \vec{v}_s \rangle = \sigma_s \vec{E}, \quad (2.28)$$

con n_s y n_n la densidad de portadores en el estado superconductor y normal, respectivamente. Estas expresiones empleadas en las ecuaciones de movimiento permite obtener $\vec{J}_s$ y $\vec{J}_n$

$$\vec{J}_s = -\frac{n_s q^2}{im\omega} \vec{E}, \quad (2.29)$$

$$\vec{J}_n = -\frac{n_n q^2}{im(\omega + i\gamma)} \vec{E}, \quad (2.30)$$

donde ω es la frecuencia angular del campo electromagnético y el vector densidad de corriente estará dado por la suma de las densidades de corriente en el estado superconductor y en el estado normal. Note que al aplicar la derivada temporal parcial en la expresión 2.29, se obtiene una de las ecuaciones de London y si se aplica el rotacional sobre esta ecuación se obtiene la segunda ecuación de London:

$$\frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \frac{n_s q^2}{m} \vec{E}, \quad (2.31)$$

$$\nabla \times \vec{J}_s = -\frac{n_s q^2}{m} \vec{H}, \quad (2.32)$$

ecuaciones que son la base fundamental del modelo fenomenológico de London. Teniendo en cuenta las anteriores relaciones, a partir de las ecuaciones de Maxwell, se obtiene la ecuación de onda para polarización TE

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_y(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y(x, z)}{\partial z^2} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x, z) E_y(x, z) \\ &+ i \omega \mu_0 \left(\frac{n_s q^2}{i m \omega} + \frac{n_n q^2}{i m (\omega + i \gamma)} \right) E_y(x, z), \end{aligned} \quad (2.33)$$

con lo cual se obtiene la permitividad relativa ε_1 del superconductor

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_\infty \left(1 - \frac{c^2}{\omega^2 \lambda_L^2} - \frac{n_n q^2}{\varepsilon_0 m \omega (\omega + i \gamma)} \right), \quad (2.34)$$

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s q^2}} \quad (2.35)$$

donde λ_L es la longitud de penetración de London, ε_∞ la permitividad a altas frecuencias y c la velocidad de la luz. Es posible despreciar el tercer término de la expresión 2.34, cuando se trabaja en zonas de temperatura por debajo de la temperatura crítica (T_c) del superconductor ($T=0$ a 150K) [34]. Esto se debe a que la contribución de portadores de carga en el estado normal es muy pequeño, pues la resistividad del material tiende a ser nula [27]. De este modo la expresión queda

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_\infty \left(1 - \frac{c^2}{\omega^2 \lambda_L^2} \right). \quad (2.36)$$

De los resultados experimentales publicados en la ref. [30], la longitud de penetración del material superconductor, cuando el campo magnético es paralelo al plano ab ($\vec{H} \parallel ab$), varía como función de la temperatura (T) mediante la siguiente relación:

$$\lambda_L = \frac{\lambda_L(0)}{(1 - (T/T_c)^3)^{1/3}}, \quad (2.37)$$

donde $\lambda_L(0) = 6.1 \cdot 10^{-6} m$ es la longitud de penetración de London a $T=0$ [30]. La dependencia de la temperatura crítica del superconductor con la presión aplicada P , se introduce a través de una expresión fenomenológica [27, 34]

$$T_c = q_1 + q_2 P + q_3 P^2, \quad (2.38)$$

siendo $q_1=134$ K, $q_2=2.009$ K/Pa y $q_3=-4.194 \cdot 10^{-2}$ K/Pa², parámetros de ajuste suministrados en la ref.[34]. Al tomar en consideración las expresiones expuestas anteriormente, se obtiene la permitividad del superconductor como función de la temperatura y la presión

$$\varepsilon_1(T, P) = 1 - \frac{c^2 \left(1 - \left(\frac{T}{q_1 + q_2 P + q_3 P^2} \right)^3 \right)^{2/3}}{\omega^2 \lambda_L^2(0)}. \quad (2.39)$$

Por su parte, también se considera la variación del espesor de la capa superconductora como función de la presión [35], a través de la fórmula fenomenológica

$$d_1(P) = d_0' (1 - 2.57 \cdot 10^{-3} P), \quad (2.40)$$

con d_0' el espesor de la placa superconductora a presión atmosférica.

2.4 Medio efectivo Semiconductor-Grafeno

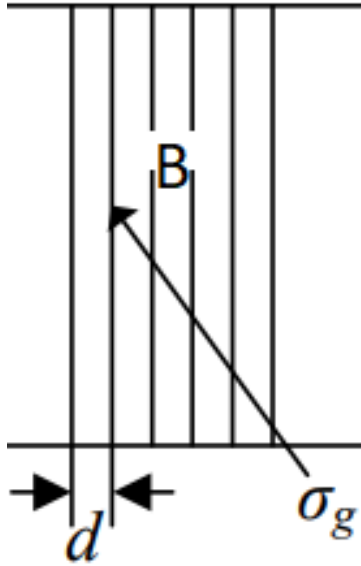


Figure 2.6: Estructura del material B en el CF superconductor-bloque. Figura tomada del artículo “*Photonic Bandgap Properties of One- Dimensional Graphene-Based Photonic Crystals with a Single Dielectric*” [6].

Entendiendo que el componente B en el cristal fotónico superconductor-bloque, consiste en un bloque de capas de semiconductor con láminas de grafeno entre ellas, la figura 2.6 esquematiza dicha estructura. Cada capa de material semiconductor tiene espesor d , permitividad ε_s y el grafeno es una estructura bidimensional de conductividad superficial σ_g y permitividad ε_g . Al ser el grafeno una estructura bidimensional delimitada por átomos ubicados en una red hexagonal, se asume que este no tiene grosor alguno, por lo que el tamaño del bloque está delimitado por el número de capas semiconductoras de grosor d .

Empleando las ecuaciones de Maxwell, la relación de dispersión de la teoría de Bloch y el modelo de Kronig-Penney se puede determinar la permitividad ε_2 del bloque al caracterizar la estructura como un medio efectivo [1, 24, 25], que satisfacen la relación

$$\cos(k_z d) = \cos(k_s d) - \frac{i\sigma_g k_s}{\varepsilon_g} \sin(k_s d), \quad (2.41)$$

con $k_s = \sqrt{\varepsilon_s \omega^2 / c^2 - k_x^2}$. Asumiendo que $k_x, k_s \ll 1/d$, se obtiene la permitividad del bloque

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_s + \frac{i\sigma_g}{\varepsilon_0 \omega d}. \quad (2.42)$$

Dado que el grafeno es una estructura bidimensional, esta se mantiene gracias a los enlaces que se forman entre los átomos de la red. Estos enlaces están caracterizados por dos tipos, los enlaces σ cuyos electrones primordialmente mantienen ligados a los átomos en el plano delimitado por la red de grafeno y los enlaces π que juegan un papel importante en la conductividad eléctrica de este material. A partir de la estructura de bandas del grafeno es posible determinar la conductividad superficial de este material, caracterizada por las transiciones de los portadores al interior de la banda de conducción (intrabanda), como también las transiciones verticales de la banda de valencia a la de conducción (interbanda). Para ello se expresa la conductividad del grafeno en la forma

$$\sigma_g = \frac{iq^2 \omega}{i\pi \hbar} \left[\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} - \int_0^{\infty} d\varepsilon \frac{f(-\varepsilon) - f(\varepsilon)}{(\omega + i\delta)^2 - 4\varepsilon^2} \right], \quad (2.43)$$

siendo $f(\varepsilon)$ la función de fermi. El primer término de la expresión 2.43 corresponde a la contribución intrabanda, mientras que el segundo a la interbanda. Al calcular estas integrales, la conductividad está dada por la suma de ambas transiciones establecida por la fórmula de Kubo [1, 36, 24, 25, 37]

$$\sigma_g = \sigma_g^{intra} + \sigma_g^{inter},$$

$$\sigma_g^{intra} = \frac{iq^2}{8\pi\hbar} \left(\frac{16K_B T}{\hbar\omega} \ln \left(2 \cosh \left(\frac{\mu_c}{2K_B T} \right) \right) \right), \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \sigma_g^{inter} &= \frac{q^2}{4\hbar} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\hbar\omega - 2\mu_c}{2K_B T} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{i}{2\pi} \ln \left(\frac{(\hbar\omega + 2\mu_c)^2}{(\hbar\omega - 2\mu_c)^2 + (2K_B T)^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde K_B es la constante de Boltzman, μ_c el potencial químico del grafeno y $\hbar$ la constante de Planck reducida. En las expresiones 2.44 y 2.45 se ha considerado que $\mu_c > K_B T$, al fijar $\mu_c = 4.8065 * 10^{-20} J$.

Por otro lado, la descripción y caracterización de las placas semiconductoras se realiza a partir de los trabajos experimentales hechos por Samara y Elabsy [38, 39] sobre la permitividad (ε_s) del GaAs. Esta expresión viene dada mediante la siguiente función de ajuste respecto a la temperatura T y la presión P [40, 41]

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{0'} + A * e^{T/T_0}) e^{-\alpha * P}, \quad (2.46)$$

donde $\varepsilon_{0'} = 12.446$, $A = 0.21125$, $T_0 = 240.7 K$ y $\alpha = 0.0173 \text{ GPa}^{-1}$. A partir de lo anterior se puede expresar como función de la temperatura, presión y espesor de la placa semiconductor la permitividad del bloque caracterizado como un medio efectivo

$$\varepsilon_2(T, P, d) = (\varepsilon_{0'} + A * e^{T/T_0}) e^{-\alpha * P} + \frac{i\sigma_g(T)}{\varepsilon_0 \omega d}. \quad (2.47)$$

Adicionalmente, el grosor de la placa semiconductor varía con la presión, mediante la siguiente relación [40]

$$d(P) = d_0 (1 - (S_{11} + 2S_{12})P), \quad (2.48)$$

siendo d_0 el espesor del semiconductor a presión atmosférica, $S_{11} = 1.16 * 10^{-2} \text{ GPa}^{-1}$ y $S_{12} = -3.7 * 10^{-3} \text{ GPa}^{-1}$.

Partiendo del modelamiento teórico planteado anteriormente, se lograron replicar los espectros de transmitancia de un cristal fotónico binario compuesto por celdas unitarias superconductor-semiconductor (ref[3]) y se obtuvieron los espectros de transmitancia de un cristal fotónico compuesto del superconductor-bloque (semiconductor-grafeno-semiconductor). En ambos casos se estudió la influencia, sobre esos espectros, de parámetros como la temperatura, el espesor de los materiales y la presión ejercida sobre estos, manteniendo fijo en cada caso aquellos parámetros diferentes al que se variaba. Se analizó también como se alteran los espectros de transmitancia al añadir grafeno en la estructura del cristal fotónico, en relación con el caso del cristal fotónico binario superconductor-semiconductor. Durante este desarrollo se varió el ángulo de incidencia en ambas clases de cristales fotónicos; sin embargo, no se observó variación notable en los resultados, de manera que solo se reportan los resultados para incidencia normal. Adicionalmente, se tuvo en cuenta que los espectros de transmitancia obtenidos no superasen el gap superconductor (≈ 24 THz) [42].

La caracterización de los espectros de transmitancia emplea la extensión de la teoría de perturbaciones de la mecánica cuántica al electromagnetismo. Con esto se busca interpretar el comportamiento de las brechas fotónicas de ambos cristales dado por el contraste que hay entre los materiales. El contraste indica que tanto varía o que tan diferentes son la permitividad de un material a otro en el cristal fotónico, pues las brechas aparecerán siempre que exista ese contraste entre los materiales. Es así que, usando la aproximación a primer orden de esta extensión de la teoría de perturbaciones, se tiene

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \frac{\int d\vec{r} \Delta\varepsilon(\vec{r}) |E(\vec{r})|^2}{\int d\vec{r} \varepsilon(\vec{r}) |E(\vec{r})|^2}, \quad (3.1)$$

expresión que relaciona el tamaño de la brecha ($\Delta\omega$) con la diferencia entre las permitividades de los materiales ($\Delta\varepsilon$). Las brechas más anchas surgen a raíz del alto contraste, mientras que las menos anchas al bajo contraste. Esto resulta en que para medios de bajo contraste se tiene

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{4}{\pi} \frac{|n_i - n_j|}{n_i + n_j} \quad |n_i - n_j| \ll 1, \quad (3.2)$$

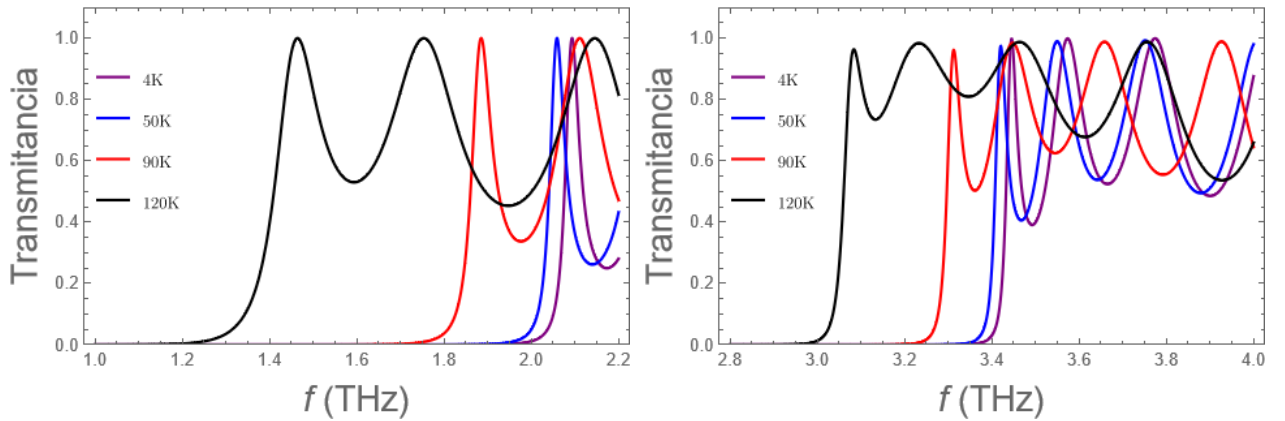
y para medios de alto contraste

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{n_i}{n_j}} \quad n_i \ll n_j, \quad (3.3)$$

siendo ω_0 la frecuencia en la mitad de la brecha, $n_i = \sqrt{\varepsilon_i}$ y $n_j = \sqrt{\varepsilon_j}$ los índices de refracción de los materiales. Cantidades imaginarias en las funciones de permitividad, como es el caso del bloque modelado por un medio efectivo, están asociadas a pequeñas pérdidas por absorción. Sin embargo, esto no limita el desarrollo vinculado a la teoría de perturbación, además de que durante este trabajo no ha sido considerado esta clase de fenómeno [28, 43].

En la figura 3.1 aparecen los espectros de transmitancia de ambos cristales fotónicos a medida que se varió la temperatura de 4K a 120K. Para el cristal fotónico sin grafeno (figura 3.1(a)), se fijó el mismo espesor del superconductor y del semiconductor $d_1 = d = 5\mu m$, mientras que para el cristal fotónico compuesto por el superconductor-bloque se fijó el mismo valor de espesor del superconductor y el bloque (figura 3.1(b)) $d_1 = d_2 = 5\mu m$. El espesor de las placas semiconductoras es de $d = 1\mu m$, donde 5 placas semiconductoras con grafeno inmerso entre ellas componen el bloque. Por otra parte, el número de celdas unidad en ambos cristales fue $N = 10$ y la presión era la atmosférica.

Al incrementar la temperatura se puede apreciar que la brecha fotónica tiende a ser más pequeña en ambas clases de cristales. Esto amplió el intervalo de frecuencias en los que la radiación electromagnética podría propagarse, indicando que se aumenta la capacidad de transmisión a través del cristal. En contraposición, sucede que al disminuir la temperatura se amplía la brecha, comportándose el cristal como un buen reflector.



((a)) Cristal fotónico compuesto del superconductor-semiconductor. ((b)) Cristal fotónico compuesto del superconductor-bloque.

Figure 3.1: Espectros de transmitancia de dos cristales fotónicos al variar la temperatura.

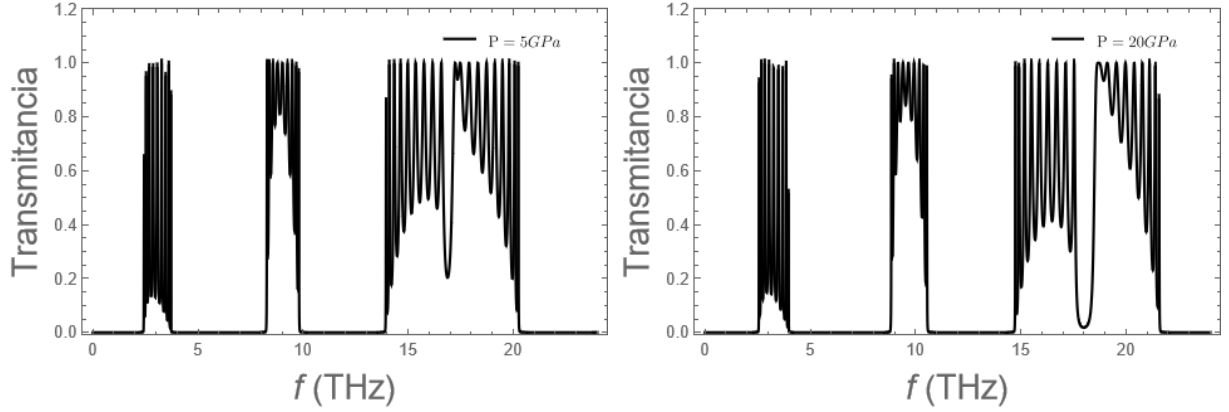
Continuando el análisis de los espectros de transmitancia al variar la temperatura, se observa que se presentan cambios similares de los espectros en ambas estructuras. Estas

alteraciones se encuentran asociadas a como se modifica el contraste entre las permitividades que componen las dos clases de cristales fotónicos. En virtud del planteamiento teórico previamente discutido en esta sección, además de que se conoce que las permitividades de los distintos materiales que componen a las dos clases de cristales varían como función de la temperatura, esto implica que el contraste se altere modificando así el tamaño de las brechas. De este modo, el incremento de la temperatura reduce el contraste del sistema superconductor-semiconductor y del sistema superconductor-bloque, disminuyendo así el tamaño de la brecha; el efecto contrario sucede cuando disminuye la temperatura, ampliando el contraste y el tamaño de la brecha. Por lo tanto, los resultados confirman la relación que hay entre el tamaño de la brecha y la diferencia que existe entre las permitividades de cada material que compone el cristal. Es posible también caracterizar con más exactitud el tamaño de la brecha al emplear las expresiones anteriormente expuestas, pues en la medida que el contraste entre los medios sea pequeño ($|n_i - n_j| \ll 1$) se recurre a la expresión 3.2 y si el contraste es grande ($n_i \ll n_j$) se recurre a la expresión 3.3.

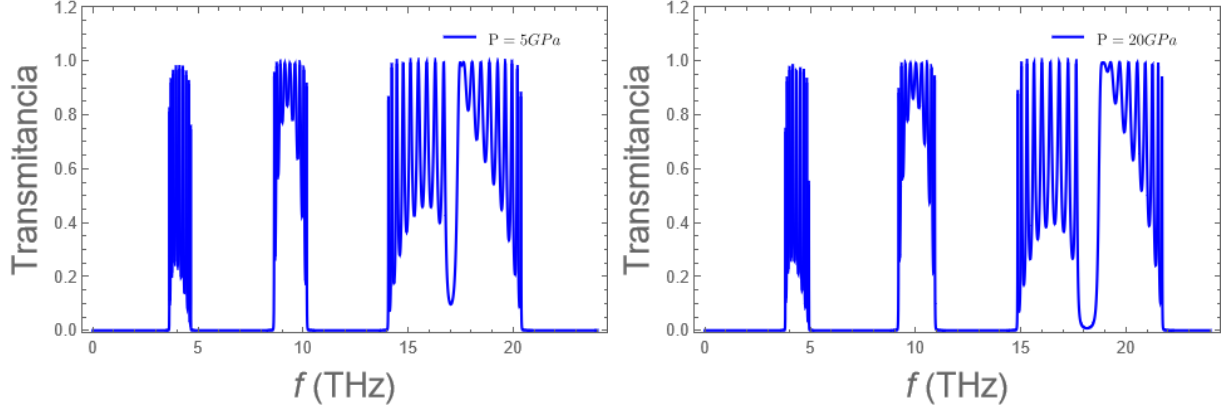
Cuando se comparan las dos gráficas obtenidas para las respectivas clases de cristales fotónicos que se han considerado, se puede apreciar que los espectros de transmisión no coinciden y son notorias sus diferencias. Dichos resultados se producen debido a los distintos medios que componen la estructura de cada cristal, pues a pesar de que el primer medio en ambos cristales es el superconductor, el segundo medio en un cristal es el semiconductor y en el otro es un bloque de capas semiconductoras con láminas de grafeno inmersas entre dichas capas. El grafeno, como nuevo material introducido en la estructura del segundo cristal fotónico, juega un papel importante producto del corrimiento y ampliamiento observado en las brechas fotónicas del cristal compuesto por superconductor-bloque, donde las brechas se desplazan hacia valores de frecuencias más altos en comparación con las del primero. Esto a su vez ocasiona el corrimiento de las frecuencias de corte asociadas a cada uno de los espectros de transmisión obtenidos para los distintos valores de temperatura considerados. Sabiendo que, el añadir grafeno en medio de las placas semiconductoras para conformar el bloque caracteriza una estructura diferente a la del cristal superconductor-semiconductor, el tratamiento teórico de este sistema también requiere ser distinto. Por lo que, esto conduce a modelar el bloque como un medio efectivo, que tiene asociada una nueva función de permitividad previamente desarrollada en el marco teórico. De este modo, al variar como función de la temperatura la conductividad del grafeno y como este término hace parte de dicha función de permitividad que describe al bloque, se establece que el contraste del cristal superconductor-bloque es distinto al del cristal superconductor-semiconductor. Adicionalmente, si se tiene en cuenta que el alto contraste entre los medios que componen el cristal amplía el tamaño de la brecha, se observa que el contraste se incrementa en la estructura superconductor-bloque con relación a la estructura superconductor-semiconductor. Este hecho se debe a que la temperatura es un factor que afecta tanto al grafeno, como al superconductor y también al semiconductor, por ende su influencia en las permitividades de la estructura superconductor-bloque es mayor.

Considerando variaciones de presión sobre las dos clases de cristales fotónicos se obtuvo los espectros de transmitancia expuestos en la figura 3.2, en donde se fijaron en 5GPa y 20GPa los valores de presión empleados para obtener los respectivos espectros. En primera

instancia se obtuvo los espectros de transmisión en la figura 3.2(a), donde se replicó los resultados del cristal fotónico superconductor-semiconductor al asignar el espesor inicial de la capa superconductora en $d_{0'} = 10\mu m$ y de la capa semiconductor en $d_0 = 5\mu m$. Mientras que en la estructura superconductor-bloque de la figura 3.2(b) fueron asignados el espesor inicial del superconductor en $d_{0'} = 10\mu m$ y de la placa semiconductor $d_0 = 1\mu m$, la cual constituye un bloque de 5 placas semiconductoras con grafeno inmerso en medio de estas. El número de celdas unidad considerada fue $N = 10$ y la temperatura empleada fue de $T = 90K$.



((a)) Cristal fotónico compuesto del superconductor y el semiconductor.



((b)) Cristal fotónico compuesto del superconductor y el bloque.

Figure 3.2: Espectros de transmitancia de dos cristales fotónicos al variar la presión ejercida sobre ellos.

Al observar los espectros obtenidos y entendiendo que el contraste entre los medios que componen el cristal fotónico modifica el tamaño de las brechas fotónicas, se puede observar que al variar la presión en las 2 clases de cristales fotónicos de la figura 3.2, los espectros de transmitancia se alteran. Esto se debe a que la presión es un factor que influye sobre las permitividades de los diferentes materiales que constituyen a cada cristal fotónico, de acuerdo con las expresiones desarrolladas previamente en la sección del marco teórico. De este modo, cuando se introduce un valor de presión en 5 GPa aparecen brechas con diferentes tamaños en

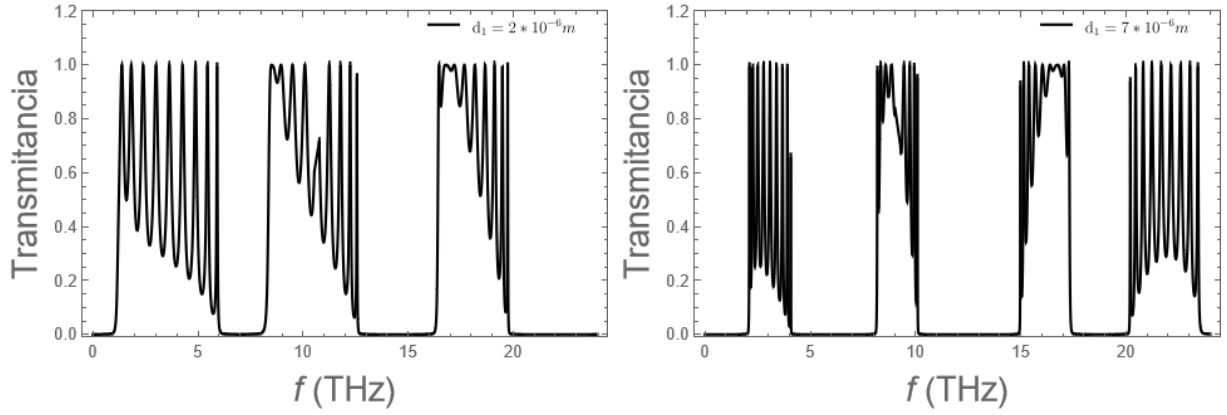
distintas zonas de frecuencia en las cuales la radiación electromagnética que interactúa sobre las 2 clases de cristales fotónicos no se propaga y al variar la presión a 20GPa dichas brechas se modifican producto de la alteración del contraste entre las permitividades de los materiales que componen esos cristales. El ejemplo más notorio ocurre en ambas clases de cristales en la región de frecuencia ubicada entre los 17 y 19 THz, donde aparece una nueva brecha fotónica cuando se incrementa la presión. Como existe un contraste entre los diferentes materiales que componen las estructuras de los cristales y que las permitividades varían como función de la presión, se pueden apreciar brechas cuyo tamaño evidencian un alto contraste entre los materiales constitutivos de los dos tipos de cristales, así como también brechas de bajo contraste. De esta manera, las brechas podrían describirse por las expresiones 3.2 y 3.3 respectivamente, permitiendo cuantificar el tamaño de las brechas de acuerdo al contraste entre los índices de refracción.

Por otra parte, al comparar la variación de los espectros de transmitancia en ambos tipos de estructuras, se puede observar que se presentan variaciones no triviales en los espectros correspondientes a los valores de presión considerados. Esto se nota cuando se observan zonas donde en el cristal superconductor-bloque se evidencia un contraste mayor que en el cristal superconductor-semiconductor, al igual que zonas donde ocurre el efecto contrario. De esta manera se aprecia la formación de una nueva brecha en ambas clases de cristales entre la región de los 17 y 19 THz cuando se varía la presión de 5GPa a 20GPa, así como también variaciones en el tamaño de las brechas y desplazamientos de estas en ambas estructuras. Además, se observan brechas como las que están ubicadas entre los 4 a 10 THz que se reducen en el cristal superconductor-bloque en comparación con el cristal superconductor-semiconductor.

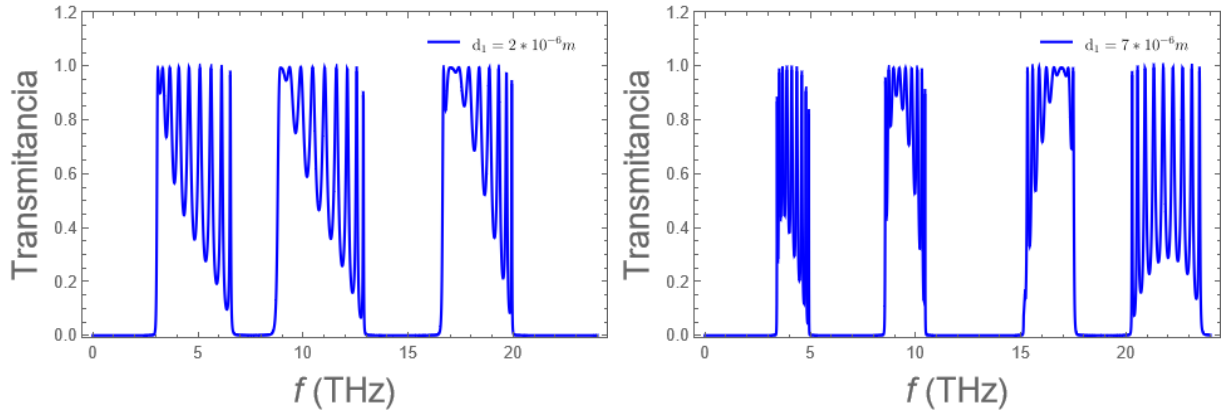
Ahora bien, en la sección anterior, se obtuvieron las permitividades del superconductor ($\varepsilon_1(T, P)$) y el bloque ($\varepsilon_2(T, P)$); tal como aparecen expresadas en las ecuaciones 2.39 y 2.47. Nótese que la permitividad del bloque en el segundo cristal, puede escribirse en la forma más compacta

$$\varepsilon_2(T, P, d) = \varepsilon_s(T, P) + \frac{i\sigma_g(T)}{\varepsilon_0\omega d}. \quad (3.4)$$

Comparando las permitividades involucradas en los dos tipos de cristales, puede observarse que: en primera instancia se tiene la permitividad del superconductor que en ambas clases de cristales está descrita por la misma función, debido a que parámetros como la temperatura y presión coinciden. De otro lado, las permitividades del semiconductor en el primer cristal y el bloque en el segundo, difieren por el segundo término en la expresión 3.4, en el que aparece la conductividad del grafeno, que depende de la temperatura y espesor de las capas semiconductoras. A su vez, el espesor de las capas se ve afectado por la presión aplicada, de manera que la permitividad del bloque difiere de la del semiconductor para diferentes valores de presión.



((a)) Cristal fotónico compuesto del superconductor y el semiconductor.



((b)) Cristal fotónico compuesto del superconductor y el medio efectivo.

Figure 3.3: Espectros de transmitancia de dos cristales fotónicos al variar el grosor del superconductor respectivamente.

También resulta interesante analizar el comportamiento de los espectros de transmitancia cuando se altera la geometría de los cristales fotónicos al variar el espesor de los diferentes materiales que componen a ambas clases de cristales. Para este fin, se varió inicialmente el espesor de la placa superconductora y se obtiene los espectros de transmitancia expuestos en la figura 3.3 donde se empleó valores del espesor en $d_1 = 2\mu m$ y $d_1 = 7\mu m$ para ambas clases de cristales. Se fijó el espesor de la placa semiconductor en $d = 5\mu m$ para el cristal superconductor-semiconductor (figura 3.3(a)) y el espesor del bloque en $d_2 = 5\mu m$ para el cristal superconductor-bloque (figura 3.3(b)). El bloque está compuesto por 5 placas semiconductoras cuyo espesor es $d = 1\mu m$, el número de celdas unidad se fijó en $N = 10$, la temperatura $T = 90K$ y la presión P la atmosférica.

Dado que la temperatura y la presión son parámetros que se han fijado, además de que las respectivas permitividades de los medios que componen a cada clase de cristal fotónico dependen de estos, conlleva a que la permitividad del superconductor, semiconductor y el bloque permanezcan fijos. En consecuencia, se mantiene fijo el contraste en el cristal superconductor-semiconductor y en el cristal superconductor-bloque. Sin embargo, al variar el espesor de la

placa superconductora se puede observar que los espectros de transmitancia se modifican en cada clase de cristal fotónico, que aunque no está asociado al contraste en los medios que componen a las clases de cristales, se explica en el desarrollo del método de la matriz de transferencia. Recuértese la expresión de la matriz de transferencia del sistema en un cristal fotónico binario

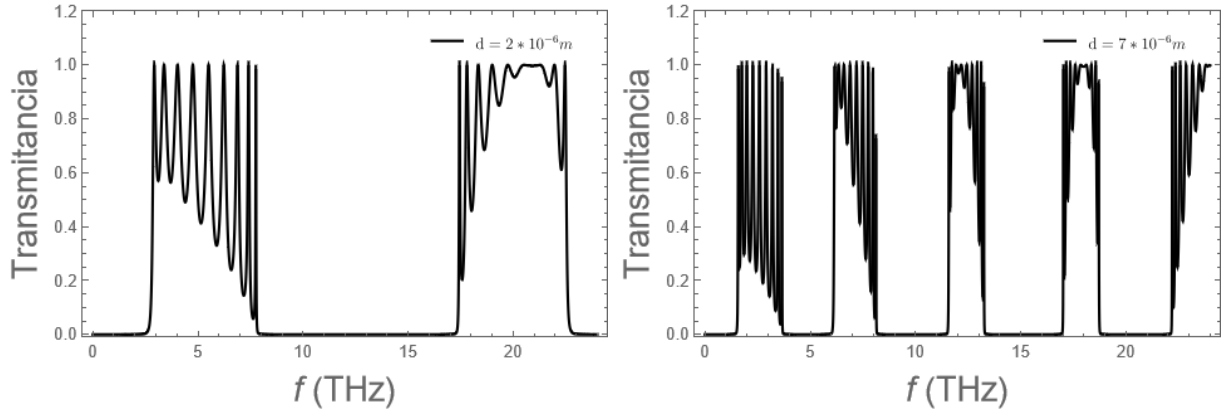
$$MT^{(s)} = M_{20}^{(s)} * P_2 * M_{12}^{(s)} * P_1 * (M_{21}^{(s)} * P_2 * M_{12}^{(s)} * P_1)^{N-1} * M_{01}^{(s)}, \quad (3.5)$$

donde aparece la matriz de propagación P_1

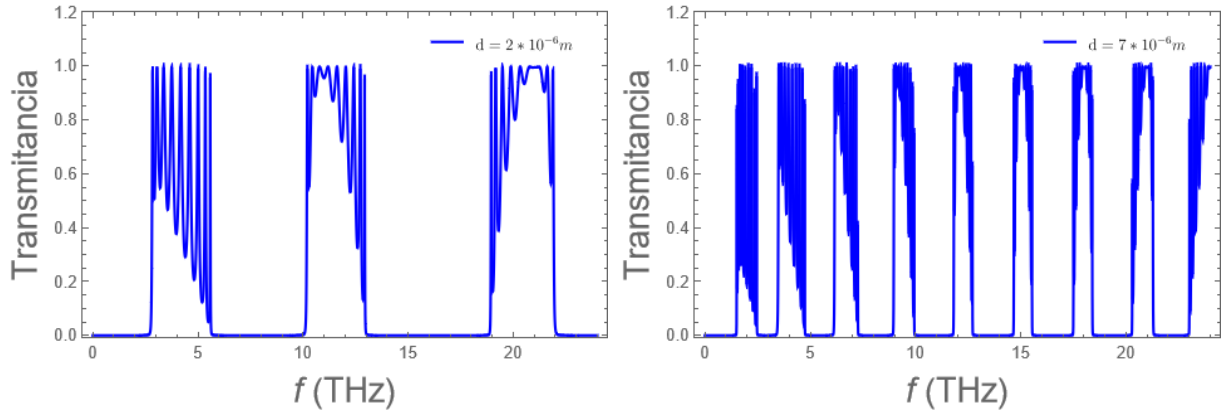
$$\begin{pmatrix} e^{i*k_{1z}d_1} & 0 \\ 0 & e^{-i*k_{1z}d_1} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

asociada al superconductor. Los elementos de entrada en la matriz dependen del espesor del superconductor, tal que se modifican al variar el espesor de este. Por lo tanto, entendiendo que la matriz de transferencia almacena la información que caracteriza el comportamiento de la radiación electromagnética sobre el cristal fotónico; al alterar el espesor del superconductor en ambas clases de cristales y consecuentemente la modificación en las entradas de la matriz de propagación P_1 conlleva a que las respectivas matrices de transferencia asociadas a cada clase de cristal se modifiquen. Es así que al realizar los respectivos cálculos, estas modificaciones resultan en la obtención de espectros de transmitancia diferentes observados en la figura 3.3, donde el tamaño de las brechas fotónicas al pasar de un espesor del superconductor en $d_1 = 2\mu m$ a $d_1 = 7\mu m$ evidencian alteraciones al incrementarse o disminuirse su tamaño en ciertas regiones de los espectros.

Por otro lado, cuando se compara los espectros de transmitancia en el cristal superconductor-bloque respecto al cristal superconductor-semiconductor que están expuestos en la figura 3.3, se puede observar que los espectros son distintos. Esta diferencia es el resultado de que hay un término adicional en la permitividad del bloque relacionada con la conductividad del grafeno, distinta a la permitividad del semiconductor en la estructura del cristal superconductor-semiconductor, marcando la discrepancia tanto en la composición de las estructuras en los tipos de cristales como el desarrollo teórico que involucra a estas.



((a)) Cristal fotónico compuesto por el superconductor y el semiconductor.



((b)) Cristal fotónico compuesto del superconductor y el medio efectivo.

Figure 3.4: Espectros de transmitancia de dos cristales fotónicos al variar el grosor del semiconductor respectivamente.

Finalmente, se calcularon los espectros de transmitancia al variar el espesor de la placa semiconductor expuestos en la figura 3.4, donde se varió dicho espesor de $d = 2\mu m$ a $d = 7\mu m$. El espesor de la placa superconductora se mantuvo fija en $d_1 = 5\mu m$, el número de celdas unidad $N = 10$, la temperatura T en 90K y la presión P a la atmosférica. Los espectros de transmitancia expuestos en la figura 3.4(a) corresponden al cristal fotónico superconductor-semiconductor, mientras que los que aparecen en la figura 3.4(b) corresponden al cristal superconductor-bloque, donde el bloque está constituido por 2 placas semiconductoras con grafeno inmerso entre ellas.

Al analizar los espectros en la figura 3.4(a) se observa que al variar el espesor de la placa semiconductor de $2\mu m$ a $7\mu m$, se produce una alteración en los espectros con la aparición de nuevas brechas fotónicas de menor tamaño con respecto a las brechas que se forman para $d = 2\mu m$. Como la permitividad de la placa superconductora y la semiconductor no varía como función del espesor de la placa semiconductor, además de que estas permitividades están fijas debido a que parámetros como la temperatura y la presión son constantes, esto implica que el contraste se mantiene fijo en el cristal. A pesar de ello, la matriz de transferencia

asociada al sistema si se ve afectada dado que las entradas de la matriz de propagación P_2

$$\begin{pmatrix} e^{i*k_{2z}d} & 0 \\ 0 & e^{-i*k_{2z}d} \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

se alteran por la variación del espesor d de la placa semiconductor. Dado que el método de la matriz de transferencia caracteriza la respuesta óptica del cristal, cualquier modificación de la matriz como resultado de variar el espesor de la placa semiconductor implica que dicha respuesta varíe. De este modo, al realizar los respectivos cálculos se obtienen espectros de transmitancia distintos.

Por otra parte, al observar los espectros de transmitancia expuestos en la figura 3.4(b) es más notorio el efecto producido por la variación en el espesor de la placa semiconductor, ya que al pasar de un espesor a otro en el semiconductor, la aparición de brechas fotónicas se incrementa de forma notable. Teniendo en cuenta que la permitividad del bloque varía como función del espesor de la placa semiconductor, significa que el contraste en el cristal superconductor-bloque cambia y considerando que la variación del espesor en la placa semiconductor altera la matriz de transferencia que caracteriza la respuesta del cristal, se tienen 2 aspectos que contribuyen a la modificación de los espectros.

Cuando se comparan los espectros de transmitancia obtenidos por el cristal superconductor-bloque (figura 3.4(b)) con respecto al cristal superconductor-semiconductor (figura 3.4(a)) se puede apreciar que ambos espectros no coinciden, lo cual es consecuencia de que el contraste que se produce en el cristal superconductor-bloque es distinto al generado en el cristal superconductor-semiconductor. Esto lo ocasiona la contribución del término asociado al grafeno en la permitividad del bloque, que se evidencia en la aparición de nuevas brechas en el cristal superconductor-bloque con respecto al cristal superconductor-semiconductor. Partiendo de lo planteado al inicio de esta sección, se puede entender que dado el tamaño de las brechas que surgen en el cristal superconductor-bloque, el contraste entre los medios que lo componen es pequeño y en el caso del cristal superconductor-semiconductor el contraste es mayor.

En este capítulo presentamos las principales conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este trabajo de grado, de igual manera se sugieren algunas perspectivas que podrían considerarse a futuro en la ampliación de los resultados aquí obtenidos. Para finalizar, se presenta las referencias bibliográficas, fuentes que sirvieron de base para la recopilación de las informaciones requeridas en este trabajo.

4.1 Conclusiones

Se logró replicar los espectros de transmitancia de un Cristal Fotónico compuesto del medio superconductor y el medio semiconductor previamente calculados en el artículo de la referencia [3]. También se obtuvieron los espectros de transmitancia de un cristal fotónico compuesto del superconductor y de un bloque conformado por la superposición de placas semiconductoras con láminas de grafeno inmersas entre las placas semiconductoras. Los espectros de transmitancia obtenidos para el cristal compuesto del superconductor y el bloque fueron distintos a los obtenidos por el cristal conformado por el superconductor y el semiconductor, como resultado de que las estructuras son diferentes dados los materiales que las constituyen respectivamente. Por lo tanto, como la respuesta óptica manifestada por el cristal compuesto del superconductor y el bloque es distinta a la del cristal constituido por el superconductor y el semiconductor, se interpretó esta diferencia a partir de la caracterización de las estructuras mediante el método de la matriz de transferencia. Para ello se derivó las permitividades que componen al superconductor, el bloque y el semiconductor. A pesar de que la permitividad del superconductor en ambos cristales es la misma, la permitividad del bloque es distinta a la del semiconductor, ya que la conductividad del grafeno hace parte de la descripción de la permitividad del bloque. Esta diferencia condujo a la modificación del contraste al pasar del cristal compuesto por el superconductor y el semiconductor al cristal del superconductor y el bloque. La alteración en el contraste se pudo apreciar en cada uno de los espectros obtenidos del cristal compuesto por el superconductor y el bloque, al observar la aparición de nuevas brechas fotónicas, así como el incremento o disminución en el tamaño de las brechas.

La influencia de factores termodinámicos como la temperatura y la presión, así como también la alteración de la geometría en las estructuras al modificar los espesores de los

materiales que componen a los cristales fotónicos, resultó en la obtención de espectros de transmitancia distintos. De esta manera se logra corroborar que los espectros de transmitancia obtenidos se alteran por factores termodinámicos como la temperatura y la presión, debido a que las permitividades de los diferentes medios que componen a las estructuras varían como función de ambos parámetros. Dicha variación ocasiona que se altere el contraste entre las estructuras de los cristales, apreciables en las figuras 3.1 y 3.2. En cuanto a la variación del espesor de la placa superconductora o de la placa semiconductor, se observa alteración en los espectros de transmitancia producto de la modificación en las entradas de las matrices de propagación asociadas a cada material, cambiando las matrices de transferencia en las estructuras de los cristales, lo cual se refleja en las modificaciones de los espectros en las figuras 3.3 y 3.4. Es importante mencionar que los espectros de transmitancia en el cristal fotónico superconductor-bloque expuestos en la figura 3.4(b) también sufren alteración producto de la variación en el contraste, dado que la permitividad del bloque varía como función del espesor del semiconductor.

De esta forma se pudo observar que mediante los resultados obtenidos durante el desarrollo teórico para caracterizar el comportamiento de la radiación electromagnética en los cristales fotónicos, la inclusión de láminas de grafeno como componentes de la estructura conlleva a notorias modificaciones en las propiedades ópticas del cristal. Algunos de los cambios más importantes en los espectros de transmitancia, asociados con la inclusión del grafeno, están relacionados con la aparición de nuevas brechas fotónicas, así como el desplazamiento de algunas de ellas a otras regiones de frecuencia. Al igual que, el efecto más notorio se produjo al variar el espesor de la placa semiconductor en el cristal superconductor-bloque, pues la alteración de estos espectros está influenciada tanto por el desarrollo de la matriz de transferencia como por la modificación del contraste entre las permitividades, siendo así este resultado bastante notorio.

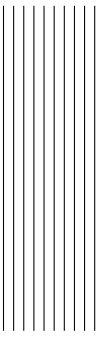
4.2 Perspectivas

Finalmente, podría considerarse a futuro profundizar con más detalle en el estudio y caracterización teórica de la estructura de bandas fotónicas en cristales que contienen grafeno, para lograr predecir con mayor exactitud la posición y ancho de las brechas fotónicas. Además, podrían considerarse otros tipos de materiales diferentes a los ya implementados, como lo son el uso de otros materiales superconductores (se recomienda el YBCO, dada su facilidad de sintetizar experimentalmente, como también su ya implementación en la Universidad del Valle) y semiconductores para evaluar sus respuestas, comparándolas con las ya obtenidas en este trabajo. Así mismo, también se puede evaluar la posible implementación de estas estructuras en desarrollos experimentales que permitan la aplicación en futuras tecnologías.



Apéndice

Para el cálculo de los espectros de transmitancia, se utilizó el programa Wolfram Mathematica, en el cual se realizó el algoritmo con el que se obtuvo los respectivos espectros. En ese sentido, la secuencia para obtener los espectros parte del desarrollo planteado por el marco teórico donde se propone las constantes numéricas, se escriben las permitividades y grosor de los materiales como función de la temperatura y presión, se define el número de celdas unitarias del cristal y el ángulo de incidencia. Posteriormente, se derivan los índices de refracción de cada material a partir de las permitividades planteadas y la variación del ángulo de refracción sobre cada placa del cristal a partir del ángulo de incidencia. Seguidamente, se construye la matriz de transferencia asociada a la celda unitaria del cristal y dada la configuración plana se obtiene la matriz de transferencia total del cristal al elevar la matriz de celda unidad a la potencia dada por el número de celdas unitarias. Finalmente, se calcula los coeficientes de transmisión y se obtiene la gráfica del espectro en función de la frecuencia como resultado al cristal que se desee modelar.



Bibliografía

- [1] V. Pourmahmoud and B. Rezaei. “Manipulation of Bragg and graphene photonic band gaps in one-dimensional photonic crystal containing graphene”. In: *Optik* **185** (2019), pp. 875–880. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402619305005>.
- [2] Luis L. Sánchez-Soto et al. “The transfer matrix: A geometrical perspective”. In: *Physics Reports* **513** (2012), pp. 191–227. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157311002560>.
- [3] Alan Y. Herrera et al. “Pressure, temperature, and thickness dependence of transmittance in a 1D superconductor-semiconductor photonic crystal”. In: *Journal of Applied Physics* **123** (2018), p. 033101. URL: <https://doi.org/10.1063/1.5009708>.
- [4] Osswa Soltani et al. “Tunable polychromatic filters based on semiconductor-superconductor-dielectric periodic and quasi-periodic hybrid photonic crystal”. In: *Optical Materials* **111** (2021), p. 110690. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925346720310302>.
- [5] Nirmala Maria D’souza et al. “Analysis of cutoff frequency in one dimensional ternary superconducting photonic crystal”. In: *Physica C: Superconductivity and its Applications* **540** (2017), pp. 44–47. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453417301375>.
- [6] Huimin Fang et al. “Photonic Bandgap Properties of One-Dimensional Graphene-Based Photonic Crystals with a Single Dielectric”. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **230** (2017), p. 012019. URL: <https://doi.org/10.1088/1757-899x/230/1/012019>.
- [7] Oleg L Berman and Roman Ya Kezerashvili. “Graphene-based one-dimensional photonic crystal”. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* **24** (2011), p. 015305. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0953-8984/24/1/015305>.
- [8] Huyen Thanh Phan, Feng Liu, and Katsunori Wakabayashi. “Valley-dependent corner states in honeycomb photonic crystals without inversion symmetry”. In: *Optics Express* **29** (2021), pp. 18277–18290. URL: <http://dx.doi.org/10.1364/OE.427222>.

- [9] Su Peng Yu et al. “*Spontaneous pulse formation in edgeless photonic crystal resonators*”. In: *Nature Photonics* **15** (2021), pp. 461–467. URL: <https://doi.org/10.1038/s41566-021-00800-3>.
- [10] Simon Hönl et al. “*Microwave-to-optical conversion with a gallium phosphide photonic crystal cavity*”. 2021. arXiv: 2105.13242 [physics.optics].
- [11] Luz E. González et al. “*Experimental realization of tunable ferroelectric/superconductor 1D photonic crystals in the whole visible spectrum*”. In: *Scientific Reports* **10** (2020), p. 13083. URL: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-69811-4>.
- [12] K. P. Sreejith and Vincent Mathew. “*Optical Properties of Planar and Annular Ternary Superconducting Photonic Crystals in Near-Zero-Permittivity Operation Range*”. In: *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* **32** (2019), 2397–2407. URL: <https://doi.org/10.1007/s10948-019-5041-4>.
- [13] Arafa H. Aly et al. “*Photonic crystal defective superconductor and black body radiations*”. In: *Springer Nature B.V.* **50** (2018), pp. 1–12. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s11082-018-1632-8>.
- [14] Francis Segovia-Chaves et al. “*Transmittance in a dispersive quasiperiodic photonic crystal*”. In: *World Scientific Publishing Co. Pte., Ltd.* **35** (2021), p. 2150061. URL: <http://dx.doi.org/10.1142/S0217979221500612>.
- [15] Francis Segovia-Chaves et al. “*Transmittance spectrum in a Rudin Shapiro quasiperiodic one-dimensional photonic crystal with superconducting layers*”. In: *Physica C: Superconductivity and its Applications* **587** (2021), p. 1353898. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453421000812>.
- [16] Masahiro Yoshida et al. “*Double-lattice photonic-crystal resonators enabling high-brightness semiconductor lasers with symmetric narrow-divergence beams*.” In: *Nature Materials* **18** (2019), 121–128. URL: <https://doi.org/10.1038/s41563-018-0242-y>.
- [17] Alireza Aghajamali and Tannaz Alamfard. “*Defective annular semiconductor-superconductor photonic crystal*”. 2020. arXiv: 2004.08149 [physics.optics].
- [18] Gillian Collins et al. “*Semiconducting Metal Oxide Photonic Crystal Plasmonic Photocatalysts*”. In: *Advanced Materials Interfaces* **7** (2020), p. 1901805. URL: <http://dx.doi.org/10.1002/admi.201901805>.
- [19] A. A. Zakharov. “*Ambipolar Behavior of Ge-Intercalated Graphene: Interfacial Dynamics and Possible Applications*”. In: *Frontiers in Physics* **9** (2021), p. 101. URL: <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fphy.2021.641168>.
- [20] Md. Abdul Kaium Khan, Md. Ibrahim Ullah, and Mohammad Abdul Alim. “*High-gain and ultrawide-band graphene patch antenna with photonic crystal covering 96.48% of the terahertz band*”. In: *Optik* **227** (2021), p. 166056. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402620318660>.
- [21] A. Sánchez-Arellano et al. “*Spikes formation in the dispersion relation for dielectric-graphene photonic crystal*”. In: *Physica B: Condensed Matter* **625** (2022), p. 413460. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921452621006207>.

- [22] Ziba Saleki et al. “Spectral statistics of light in one-dimensional graphene-based photonic crystals”. In: *Phys. Rev. E* **104** (2021), p. 014116. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.104.014116>.
- [23] Yu. O. Averkov et al. “Terahertz transverse-electric- and transverse-magnetic-polarized waves localized on graphene in photonic crystals”. In: *Phys. Rev. B* **90** (2014), p. 045415. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.90.045415>.
- [24] L. A. Falkovsky and S. S. Pershoguba. “Optical far-infrared properties of a graphene monolayer and multilayer”. In: *Phys. Rev. B* **76** (2007), p. 153410. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.76.153410>.
- [25] L A Falkovsky. “Optical properties of graphene and IV-VI semiconductors”. In: *Physics Uspekhi* **51** (2008), pp. 887–897.
- [26] L. Xiong et al. “Photonic crystal for graphene plasmons”. In: *Nature Communications* **10** (2019), p. 4780. URL: <https://doi.org/10.1038/s41467-019-12778-2>.
- [27] Yamamoto Ayako et al. “High pressure effects revisited for the cuprate superconductor family with highest critical temperature”. In: *Nature Communications* **6** (2015), p. 8990. URL: <https://doi.org/10.1038/ncomms9990>.
- [28] John D. Joannopoulos et al. *Photonic Crystals Molding the Flow of Light*. (2008).
- [29] P. Markos and C. M. Soukoulis. *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials* (Princeton University Press, 2008). (2008).
- [30] C. Panagopoulos et al. “Anisotropic magnetic penetration depth of grain aligned $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$ ”. In: *Phys. Rev. B* **53** (1996), R2999–R3002. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.53.R2999>.
- [31] Takeda Hiroyuki et al. “Tunable photonic band schemes in two-dimensional photonic crystals composed of copper oxide high-temperature superconductors”. In: *Phys. Rev. B* **67** (2003), p. 245109. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.67.245109>.
- [32] Hiroyuki Takeda, Katsumi Yoshino, and Anvar A. Zakhidov. “Properties of Abrikosov lattices as photonic crystals”. In: *Phys. Rev. B* **70** (2004), p. 085109. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.70.085109>.
- [33] C.H.Raymond Ooi and T.C.Au Yeung. “Polariton gap in a superconductor–dielectric superlattice”. In: *Physics Letters A* **259** (1999), pp. 413–419. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960199004429>.
- [34] Nao Takeshita et al. “Zero Resistivity above 150 K in $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+}$ at High Pressure”. In: *Journal of the Physical Society of Japan* **82** (2013), p. 023711. URL: <https://doi.org/10.7566/JPSJ.82.023711>.
- [35] B.A. Hunter et al. “Pressure-induced structural changes in superconducting $\text{HgBa}_2\text{Can}_1\text{Cu}_{n+2}\text{O}_{2n+2+}$ ($n = 1, 2, 3$) compounds”. In: *Physica C: Superconductivity* **221** (1994), pp. 1–10. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0921453494906599>.

- [36] L. A. Falkovsky and A. A. Varlamov. “*Space-time dispersion of graphene conductivity*”. In: *The European Physical Journal B* **56** (2007), pp. 281–284. URL: <https://doi.org/10.1140%2Fepjb%2Fe2007-00142-3>.
- [37] Lin Wang and Li-Gang Wang. “*Photonic band structures in one-dimensional photonic crystals containing Dirac materials*”. In: *Physics Letters A* **379** (2015), pp. 1847–1851. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960115004314>.
- [38] G. A. Samara. “*Temperature and pressure dependences of the dielectric constants of semiconductors*”. In: *Phys. Rev. B* **27** (1983), pp. 3494–3505. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.27.3494>.
- [39] A M Elabsy. “*Hydrostatic pressure dependence of binding energies for donors in quantum well heterostructures*”. In: *Physica Scripta* **48** (1993), pp. 376–378. URL: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/48/3/019>.
- [40] Luz E. González and N. Porras-Montenegro. “*Pressure, temperature and plasma frequency effects on the band structure of a 1D semiconductor photonic crystal*”. In: *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **44** (2012), pp. 773–777. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1386947711004152>.
- [41] N. Porras-Montenegro and C.A. Duque. “*Temperature and hydrostatic pressure effects on the photonic band structure of a 2D honeycomb lattice*”. In: *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **42** (2010), pp. 1865–1869. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1386947710001128>.
- [42] G. T. Jeong et al. “*Energy gap of the high- T_c superconductor $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$ determined by point-contact spectroscopy*”. In: *Phys. Rev. B* **49** (1994), pp. 15416–15419. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.49.15416>.
- [43] M. Skorobogatiy and J. Yang. *Fundamentals of photonic crystal guiding* (Cambridge University Press, 2009). 2009.