

**ANÁLISIS MULTINIVEL DEL RENDIMIENTO ESCOLAR EN
MATEMÁTICAS PARA GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA EN COLOMBIA.**

JUAN CARLOS ZAMBRANO JURADO

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
MAESTRÍA EN ECONOMÍA APLICADA
ENERO 2012**

**ANÁLISIS MULTINIVEL DEL RENDIMIENTO ESCOLAR EN
MATEMÁTICAS PARA GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA EN COLOMBIA.**

JUAN CARLOS ZAMBRANO JURADO

**Tesis de grado presentado como requisito parcial para optar por el título
de Magister en Economía Aplicada.**

**Director
Dr. Harvy Vivas Pacheco**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
MAESTRÍA EN ECONOMÍA APLICADA
CALI
2012**

ANÁLISIS MULTINIVEL DEL RENDIMIENTO ESCOLAR EN MATEMÁTICAS PARA GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA EN COLOMBIA ¹

JUAN CARLOS ZAMBRANO JURADO

Descriptores:

- Calidad de la educación.
- Análisis Multinivel
- Entorno familiar
- Efecto escuela

Clasificación JEL: C51, I20, I21, I23

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
MAESTRÍA EN ECONOMÍA APLICADA
CALI
2012**

¹ Esta tesis hace parte del Proyecto COLCIENCIAS, "*La incidencia del entorno familiar y la calidad de los entornos escolares en los logros educativos de los estudiantes: un estudio aplicado con las pruebas saber y TIMSS*" Código: 1106-518-2818, seleccionado en la convocatoria 518-2010. Grupo de Economía Regional y Ambiental (GERA). Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Del Valle.

Nota de aceptación .

Firma de Evaluador

Firma de Evaluador

Firma del Director

Santiago de Cali, enero de 2012

**A mis padres, mis hermanos, mi esposa y Marianita
por su incondicional apoyo y esfuerzo.**

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Harvy Vivas Pacheco, por su acompañamiento como tutor de este trabajo.

A los profesores Juan Carlos Miranda y Juan Byron Correa, por sus valiosos comentarios y sugerencias.

A María Isabel Cardona, por su asesoría y comentarios.

A los compañeros de estudio la octava cohorte de de la maestría en economía aplicada y mis compañeros de trabajo del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Valle.

CONTENIDO

RESUMEN.....	4
1. INTRODUCCIÓN	5
2. OBJETIVO GENERAL	7
2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	7
3. ANTECEDENTES.....	8
4. EL MODELO CONCEPTUAL	14
4.1 FUNDAMENTOS DE LOS MODELOS MULTINIVEL	15
4.1.1 DEFINICIÓN FORMAL DEL MODELO MULTINIVEL DE DOS ETAPAS	16
5. ESTRUCTURA DE LOS DATOS	19
a. CARACTERÍSTICAS DE TIMSS 2007.....	19
6. METODOLOGÍA	24
6.1 DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES SELECCIONADAS PARA EL	24
ANÁLISIS.....	24
6.2 CONSTRUCCIÓN DE INDICADORES	25
6.3 MODELO MULTINIVEL.....	25
7. RESULTADOS.....	28
7.1 ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS	28
7.1.1 CARACTERÍSTICAS DE LA EDUCACIÓN EN COLOMBIA.....	29
7.1.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS PLANTELES EDUCATIVOS	29
7.1.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS DOCENTES	30
7.1.4 CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES	31
7.2 MODELO MULTINIVEL.....	33
7.2.1 CONSTRUCCIÓN DE INDICADORES	34
7.2.2 ESTIMACIÓN DEL MODELO.....	36
8. SUPUESTOS DEL MODELO	43
9. DISCUSIÓN.....	48
10. CONCLUSIONES	49
11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
ANEXOS.....	57

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 CARACTERÍSTICAS DE DISTRIBUCIÓN DE LOS INDICADORES	36
Tabla 2 DEFINICIONES Y CONSTRUCCIÓN DE VARIABLES	57
Tabla 3 PRUEBAS PARA LOS PARÁMETROS DEL MODELO EN DOS NIVELES.....	58
TABLA 4 RESULTADOS TIMSS TODOS LOS PAISES	59
TABLA 5 CARACTERÍSTICAS DE LOS PLANTELES	60
TABLA 6 EDAD DE LOS PROFESORES DE CUARTO GRADO	60
TABLA 7 NIVEL EDUCATIVO DE LOS DOCENTES	60

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Modelo Curricular de TIMSS.....	21
Gráfico 2 Resultados TIMSS todos los países.....	29
Gráfico 3 Características de los planteles.....	30
Gráfico 4 Edad de los profesores de cuarto grado.....	30
Gráfico 5 Nivel educativo de los docentes.....	31
Gráfico 6 Varianza Constante.....	43
Gráfico 7 Ortogonalidad Nivel estudiantes.....	44
Gráfico 8 Ortogonalidad Nivel escuela.....	45
Gráfico 9 Probabilidad normal estudiantes.....	45
Gráfico 10 Probabilidad normal escuelas.....	46
Gráfico 11 prueba jarque-bera para nivel estudiantes.....	46
Gráfico 12 prueba jarque-bera para nivel escuela.....	47
Gráfico 13 Componentes del modelo nulo.....	61
Gráfico 14 Aporte de la variable sexo.....	61
Gráfico 15 Aporte de tener computador en el hogar.....	61
Gráfico 16 Aporte del indicador de informática y estudio.....	62
Gráfico 17 Aporte del indicador de materiales de instrucción en matemáticas.....	62
Gráfico 18 Aporte del indicador de características del aula.....	62
Gráfico 19 Aporte del indicador de características del docente.....	63
Gráfico 20 Aporte del tipo de escuela.....	63
Gráfico 21 Aporte de la zona de ubicación de la escuela.....	63
Gráfico 22 Aporte del gusto por la escuela.....	64
Gráfico 23 Aporte del gusto por las matemáticas.....	64

LISTA DE MODELOS

Modelo 1 Componentes del modelo nulo	37
Modelo 2 Aporte de la variable sexo	38
Modelo 3 Aporte de tener computador en el hogar.....	38
Modelo 4 Aporte del indicador de Deficiencia en informática y estudio	39
Modelo 5 Aporte del indicador de materiales de instrucción en matemáticas.....	39
Modelo 6 Aporte del indicador de características del aula	39
Modelo 7 Aporte del indicador de características del docente	40
Modelo 8 Aporte del tipo de escuela.....	40
Modelo 9 Aporte de la zona de ubicación de la escuela	41
Modelo 10 Aporte del gusto por la escuela.....	41
Modelo 11 Aporte del gusto por las matemáticas	42
Modelo 12 Quinto valor plausible.....	59

RESUMEN

En este trabajo se analiza el rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de educación básica primaria en Colombia usando los datos de las pruebas TIMSS 2007. Se realizó un análisis multinivel con datos de 3069 estudiantes pertenecientes a 142 escuelas, para determinar los factores familiares, escolares, las condiciones socioeconómicas de los estudiantes, las prácticas y métodos pedagógicos utilizados que inciden en el alcance de los logros educativos en el área de matemáticas. Entre los resultados se identificó un mayor rendimiento en el alcance de logros en matemáticas para los niños en comparación al rendimiento logrado por las niñas. De las variables incluidas en el estudio las de mayor impacto sobre el alcance de logros en matemáticas son en su orden: El tipo de escuela, Gusto por la matemática, Zona y Gusto por la escuela, que son explicadas por las características personales y por las características de la institución a la que pertenecen los estudiantes.

Palabras Claves: Calidad de la Educación, Entorno Familiar, Efecto escuela, Análisis Multinivel.

JEL: C51, I20, I21, I23.

1. INTRODUCCIÓN

La educación se considera un proceso permanente que facilita el aprendizaje, el desarrollo de competencias, la experiencia y la incorporación plena de los valores, afectos y de sus potencialidades, tanto individuales como sociales. Así, tiene un valor en sí misma y no únicamente como herramienta para el crecimiento económico o el desarrollo social. La misión de la educación es el desarrollo integral de ciudadanos que también sean capaces de transformar la sociedad actual, haciéndola más justa, inclusiva y democrática.

En la actualidad, la importancia de la calidad en la educación básica es uno de los derroteros internacionales de mayor relevancia para el desarrollo de la educación y una de las áreas de mayor trabajo durante los últimos quince años. En el primer Congreso Mundial sobre la Educación para Todos, celebrado en 1990, la comunidad mundial declaró que no es suficiente para los sistemas educativos el establecimiento de metas que tengan como único fin el logro de inscripciones y de participación. Los sistemas educativos deben también mejorar los procesos en los cuales los estudiantes pueden conseguir otros logros educativos (UNESCO, 1990). Un paso importante en el mejoramiento de los resultados educativos es el entendimiento de variables relacionadas con el éxito académico. Algunas organizaciones internacionales y regionales, ministerios de educación e investigadores educativos han comenzado a examinar detenidamente estas relaciones.

Los países de América Latina, del Caribe y del Norte, en febrero del 2000, evaluaron los progresos realizados y acordaron nuevas metas en un "Marco de Acción". Reconociendo que "los sistemas de información y evaluación son esenciales para la toma de decisiones de política educativa", los países se comprometieron en el ámbito de la "Gestión de la Educación" a: (i) "Definir estructuras administrativas que tengan a la escuela como unidad básica y tiendan a la autonomía de gestión, generando mecanismos de progresiva participación ciudadana"; (ii) "Desarrollar sistemas de información, recolección y análisis de datos, investigaciones e innovaciones"; y (iii) "Mejorar los sistemas de medición de resultados, evaluación y rendición de cuentas, ajustados a indicadores y estándares comparables". Menjivar, M. (2003).

Organizaciones internacionales tales como la Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo, la Asociación Internacional para la Evaluación de Logros Educativos, la UNESCO y la UNICEF han patrocinando una serie de exámenes internacionales y de aprendizaje a gran escala para establecer medidas de entendimiento sobre la calidad de la educación. Al mismo tiempo, una variedad de actividades regionales surgió para examinar la calidad educativa internacional. A pesar de que las poblaciones estudiantiles y los temas académicos varían según los estudios, el primer objetivo de estos sistemas de evaluación es el de comparar los conocimientos y las habilidades de los estudiantes entre los diferentes países. La ventaja de estos sistemas de evaluación internacionales es que los países pueden comparar los logros de los estudiantes en términos de normas reconocidas internacionalmente. Las evaluaciones internacionales también son un buen recurso de información para examinar internacionalmente y por países los factores asociados con los

logros de los estudiantes. De esta forma la calidad de la educación se puede expresar de diversas maneras y puede estar asociada a un conjunto amplio de factores, dentro de los cuales se destacan los recursos humanos y físicos disponibles en escuelas y colegios, las condiciones socioeconómicas de los estudiantes y las prácticas y métodos pedagógicos utilizados. En la mayoría de los casos, la preocupación por la calidad ha estado centrada en la medición de los logros académicos que alcanzan los estudiantes en determinado momento de su ciclo educativo formal. En este proceso se ha privilegiado la recopilación de información sobre las diferencias en la calidad de la educación con el fin de identificar y enfrentar las desigualdades existentes al interior del sector educativo de cada país. En América Latina se ha observado un cambio de énfasis en las políticas públicas en educación gracias a la expansión lograda en la cobertura de educación primaria.

En el caso de Colombia se destaca la aplicación de las “Pruebas Saber”, que evalúan en los grados 3, 5, 7 y 9 las áreas de lenguaje, matemáticas y ciencias, así como las pruebas de Evaluación de la Calidad de Educación Superior (ECAES).

Si bien la mayoría de países de América Latina han desarrollado sistemas nacionales de evaluación de la calidad, aún no se realizan pruebas periódicas que permitan comparar los resultados a nivel internacional. No obstante, existen algunas experiencias aisladas que buscan medir la calidad de los sistemas educativos de diferentes países. La primera experiencia comparable, en la cual se incluyó a Colombia, como único país latinoamericano, fue realizada durante 1994-1995 por The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) y es conocida como The Third International Mathematics and Sciences Study (TIMSS). Esta prueba fue aplicada en 41 países y estuvo orientada a evaluar los niveles de desempeño en matemáticas y ciencias en distintos grados. Posteriormente se aplicó la misma prueba en 1998-1999 y en 2003, donde el único país latinoamericano participante fue Chile. De acuerdo con los resultados de estas pruebas, los países latinoamericanos (Colombia y Chile) registran desempeños sustancialmente por debajo del promedio internacional y se ubican entre los últimos lugares, reflejando las disparidades existentes entre los mundos desarrollado y en desarrollo. Para el caso particular de los países de América Latina, el “Laboratorio de Evaluación de la Calidad de la Educación” (LLECE), constituido en 1994 y coordinado por la oficina regional de la UNESCO, adelantó en 1997, el primer Estudio Internacional comparativo en las áreas de Lenguaje y matemáticas, para niños en tercero y cuarto grado de educación primaria.

De esta forma usando los datos de las pruebas TIMSS 2007, el propósito de este estudio es analizar los factores familiares, escolares, de las condiciones socioeconómicas de los estudiantes, de las prácticas y métodos pedagógicos utilizados que inciden en el alcance de los logros educativos en el área de matemáticas. Esto permitirá comparar la influencia de los principales variables que intervienen en el rendimiento académico de los estudiantes y posiblemente se podrán derivar algunas sugerencias que permitan identificar aspectos a mejorar del sistema educativo, en el área específica de Matemáticas.

2. OBJETIVO GENERAL

El objetivo de la investigación se orienta al estudio del nivel de rendimiento en matemáticas de los alumnos de cuarto grado. Para el logro de este objetivo, se utilizan los resultados de las pruebas TIMSS (2007) para Colombia y mediante algunos ejercicios econométricos con estructuras multinivel, se intentará explicar las diferencias observadas en el alcance de los logros en Matemáticas, incluyendo variables asociadas a las características propias del entorno del alumno y del ambiente escolar.

2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los factores demográficos, socioeconómicos propios del alumno individual y de su familia que afectan el nivel y la distribución del logro escolar.
- Determinar el efecto de las características de la escuela y del aula sobre el nivel y la distribución de los rendimientos promedios en los estudiantes.
- Explorar la influencia de las características del docente sobre el rendimiento de los alumnos en matemáticas.

3. ANTECEDENTES

Numerosos trabajos se han realizado en el mundo en esta línea dedicados a estudiar los factores que intervienen en la calidad de la educación y en los logros académicos. Entre ellos se destacan a nivel internacional.

El trabajo de Barro (2001) quien realiza una estimación que expresa el rol de la educación como determinante del capital humano. En el análisis distingue el papel que juega la cantidad de educación, como medida del capital humano, a través de los años medios de escolaridad culminados o logrados, incluyendo además, la calidad de la misma, medida por los puntajes obtenidos en los exámenes de distintas áreas básicas, ciencias, matemáticas y lectura comparables internacionalmente.

Para analizar los efectos del crecimiento de la educación, Barro, utilizó como fuente de datos, un panel de alrededor de 100 países observados desde 1965 a 1995, en cortes transversales de 10 años y en especial las pruebas TIMSS 1995,1999. Encuentra que tanto la cantidad de escolaridad, según las mediciones del logro escolar de los hombres a niveles secundarios y más altos, y la calidad de la educación, según mediciones de las puntuaciones de pruebas internacionales comparables, tienen una relación positiva y estadísticamente significativa con el crecimiento económico.

Entre los resultados se destaca que un aumento de la desviación estándar del logro escolar incrementa la tasa de crecimiento en un 0,2% por año; un aumento de la desviación estándar de las puntuaciones de pruebas está asociado con una tasa de crecimiento del 1% por año.

Entre los trabajos que se ocupan de los recursos, el rendimiento y la responsabilidad escolar se encuentran los estudios de Hanushek, (2004a), quien encuentra que la investigación existente sobre la relación entre los recursos de la escuela y un mejor rendimiento escolar no es concluyente. Los resultados, sugieren que más bien dependen de las interacciones entre los recursos, la calidad de los profesores y otros insumos, dificultando así la identificación de las mejores prácticas.

De manera similar usando la Evaluación Nacional de Progreso de la Educación (NAEP), el mismo Hanushek, (2004b) encuentra que los sistemas de responsabilización aumentan los niveles del logro de los estudiantes. La repercusión es mínima cuando a las escuelas sólo se les exige que informen sobre las puntuaciones y que la vinculación de los incentivos o las consecuencias disciplinarias al desempeño escolar demuestren tener una mayor repercusión. Posteriormente Hanushek y Luque, (2003) usan las pruebas TIMSS 1995 en 40 países para mostrar que los niños de las familias más favorecidas por los diversos recursos educativos en el hogar, sistemáticamente rinden mejor, además que la fuerza de los recursos del sistema para obtener un mejor desempeño de los estudiantes parece limitada, aunque es más positiva que los hallados en los análisis aplicados en Estados Unidos. Los resultados relacionados con las diferencias de recursos escolares no parecen

ser más positivos en los países más pobres o en los países que comienzan con niveles de recursos inferiores.

Otra línea importante de trabajos apunta hacia los antecedentes familiares, educación de los padres, gobernanza escolar y comportamiento como factores que intervienen en el alcance de logros, tal como es el caso del trabajo pionero de Coleman (1966). De acuerdo con su análisis sobre calidad de la educación basada en la muestra nacional de escuelas en estados Unidos, Coleman encuentra que las diferencias en la calidad escolar tienen pequeños efectos sobre el nivel del logro educativo, entre los estudiantes con antecedentes sociales comparables a través de las escuelas. A su vez, encuentra que las diferencias en los antecedentes familiares de los estudiantes tienen una relación significativa con el logro. El desempeño de un estudiante no sólo está relacionado con sus antecedentes familiares, sino que también es influenciado con los antecedentes de sus compañeros de escuela.

Bowles y Levin (1968), contradicen las conclusiones del Informe Coleman demostrando que, en ese estudio, las técnicas de “incorporación progresiva de variables” habían sido aplicadas sin advertir la existencia de una alta correlación entre las variables representativas del hogar y de la escuela que invalidaba los resultados obtenidos (si se hubiera invertido el orden de incorporación se habría obtenido la conclusión inversa: solo la escuela cuenta y el hogar de pertenencia no afecta a los resultados). En el mismo estudio los autores especifican una función de producción de tipo lineal multivariada para re-estimar, con los mismos datos que utilizó Coleman, el efecto escuela, el efecto hogar y el efecto conjunto, mostrando que al corregir la metodología se obtiene que la escuela posee, en Estados Unidos, un efecto positivo y significativo sobre el aprendizaje, si éste es medido por el puntaje obtenido en las pruebas de rendimiento escolar.

De manera similar Lee y Barro, (2001), usando TIMSS para un número amplio de países encuentran que las características familiares tienen un efecto significativo sobre el desempeño de los estudiantes, las tasas de repetición y las tasas de deserción, así mismo, los recursos escolares están estrechamente relacionados con los resultados escolares, según mediciones de las puntuaciones de pruebas internacionalmente comparables. Estos resultados sugieren que más recursos escolares y especialmente el tamaño de clases más pequeñas, pueden mejorar los resultados educativos.

Abdul-Hamid (2003), usando las pruebas TIMSS (1999) estudian los factores del aprendizaje en Jordania, encontrando que la educación de los padres, especialmente de aquellos que han terminado estudios universitarios, desempeña una función significativa en el éxito de Jordania. El hecho de que los padres pongan a disposición de sus hijos materiales educativos en el hogar, se correlaciona con el logro. Así la gobernanza escolar juega un papel importante en determinar el logro, factor que también tiene importancia para la exposición a ciertos métodos didácticos, como la solución de problemas y el pensamiento crítico, para el provecho de escuelas privadas y urbanas. Usando la Evaluación Nacional de Progreso de la Educación (NAEP), en Estados Unidos, Greenberg (2004) determina que existen fuertes conexiones entre la participación paterna y el logro en matemáticas, además que los estudiantes de escuelas que tienen los valores más altos de comportamiento tienen,

en promedio, puntuaciones mayores en matemáticas que los estudiantes de las escuelas en el medio o al final de la distribución de comportamiento de estudiantes. El comportamiento de la edad en el desempeño educativo es analizado por Bedard y Dhuey (2005), quienes usando TIMSS (1995), (1999), el Estudio Longitudinal de la Primera Infancia (ECLS), el Estudio Longitudinal de Educación Nacional (NELS) y los archivos de natalidad en Estados Unidos, encuentran que las diferencias iniciales de madurez/edad tienen efectos que duran mucho tiempo en el desempeño de los estudiantes: los miembros más jóvenes de cada cohorte obtienen 4-12 percentiles más bajos que los miembros mayores en grado 4°, y 1-9 percentiles más bajos en grado 8°. El efecto de la edad tiende a persistir hasta la edad adulta: es más probable que participen los estudiantes mayores en los programas académicos preuniversitarios durante los últimos años de escuela secundaria, y es más probable que entren en una institución postsecundaria de punta en Estados Unidos.

El análisis del entorno escolar, el perfil de los docentes y del estudiante en el alcance de logros es otro punto fuerte de estudio. Woessmann. (2003), utiliza los resultados de las pruebas TIMSS para 39 países estableciendo que las diferencias de las instituciones de enseñanza explican las grandes diferencias internacionales del desempeño de los estudiantes en las pruebas de logro cognoscitivo. Dentro de los factores que impactan positivamente el aprendizaje de matemáticas y ciencias se encuentran: la influencia de los profesores sobre los métodos didácticos; la autonomía escolar en la contratación de personal y las decisiones sobre los sueldos; la influencia limitada de los sindicatos en el alcance del programa de estudios; el control centralizado de los asuntos de los programas de estudio y el presupuesto; exámenes centrales; escrutinio del desempeño de los estudiantes a través de exámenes; las tareas y las reuniones entre padres y profesores; el nivel intermedio de la administración; la competencia de las instituciones de enseñanza privadas; y el estímulo de los padres en mostrar interés en los asuntos relativos a la enseñanza.

Utilizando datos del meta-análisis de varios años para las evaluaciones múltiples; que incluyen las pruebas internacionales como TIMSS, PISA y PIRLS (2000), Hanushek y Woessmann (2007), establecen que las diferencias observadas entre los profesores, en cuanto a los resultados de los estudiantes, no están estrechamente relacionadas con las características comunes de los profesores, como lo es su educación. Políticas sencillas de recursos, como la reducción del tamaño de las clases, el aumento de los sueldos de los profesores, el aumento del gasto en las escuelas, etc., tienen un pequeño impacto vinculado al desempeño de los estudiantes, cuando la estructura general institucional permanece inalterada. Incluyen el gasto educativo por estudiante en sus medidas de recursos y encuentran que el nivel de recursos se relaciona con mejor desempeño en matemáticas y ciencias. Sin embargo, el efecto es pequeño y desaparece en matemáticas cuando se excluyen de la muestra los países de menores gastos, sugiriendo que el efecto del gasto lo impulsan principalmente unos pocos países en la parte inferior de la distribución. Las diferencias internacionales en el desempeño de los estudiantes no son causadas por las diferencias en los recursos escolares, sino que se deben principalmente a las diferencias de las instituciones educativas.

De manera similar Suryadarma et al. (2006), usando una muestra nacional representativa de estudiantes Indonesios de escuelas primarias, logran demostrar que una gran ausencia de profesores tiene una relación significativa con las bajas puntuaciones de los estudiantes en matemáticas. La calidad de los establecimientos escolares se relaciona directamente con un mejor desempeño de los estudiantes. Existe una relación significativa cóncava, no monótona, entre la tasa alumno-profesor y el desempeño en matemáticas del estudiante: muy pocos estudiantes en una clase puede ser tan perjudicial como pueden ser demasiados estudiantes.

Vegas y Petrow. (2007), hacen un análisis para América Latina y el Caribe, centrado en tres partes, el papel del aprendizaje estudiantil en la educación, factores y políticas que afectan el aprendizaje estudiantil y el aseguramiento de la calidad en la educación, dentro de los resultados. El logro de los estudiantes depende de las interacciones entre los factores de estudiantes y las escuelas, influenciados por factores institucionales y la política educativa, así como el contexto económico, político y social. La evidencia de los países industrializados indica que un retraso pequeño en la matrícula (no más de un año) mejora los resultados de los estudiantes, y que tales efectos se mantienen a través del tiempo. La investigación sobre género indica que las niñas en las evaluaciones de idioma tienden a rendir mejor, mientras que los niños tienden a rendir mejor en las de matemáticas y ciencias.

Trabajos como el de López y Moreno. (1997) y Mullis. et al. (2002) desarrollan una breve panorámica histórica de las evaluaciones internacionales en Matemáticas y en Ciencias hasta la concepción y puesta en marcha del TIMSS, los marcos teóricos y especificaciones de evaluación de TIMSS, articulan los contenidos importantes de matemáticas y de ciencias que deben haber aprendido los estudiantes, además de describir los contextos familiares y escolares que influyen sobre el rendimiento en estas materias. Resaltan la importancia que estos marcos teóricos hagan eco de cuestiones relevantes en la educación matemática y científica de hoy, al tiempo que proporcionen la visión necesaria para llevar el ciclo de estudios TIMSS más allá de la evaluación de 2003, diseñados para dar forma a futuras evaluaciones de matemáticas y ciencias de la IEA, fundamentados en el axioma de *“si quieres medir el cambio, no cambies la medida”*.

Dentro de los estudios realizados sobre factores de aprendizaje y calidad de educación en Colombia se encuentran los trabajos de:

Piñeros y Rodríguez. (1999), quien usando una muestra de los Exámenes de Estado de 1997, destacan aspectos como el impacto positivo que presentan, el nivel socioeconómico y el nivel sociocultural para el idioma, y menos para matemáticas y ciencias. Observaron que la calidad de la escuela tiene mayor impacto sobre el desempeño en matemáticas y ciencias, además encuentran que permanecer en la misma escuela durante toda la secundaria tiene una repercusión positiva sobre el desempeño de los estudiantes. Las escuelas tienen un efecto pequeño pero considerable sobre el logro, explicando de esta forma el 15-18% de la varianza entre estudiantes en escuelas privadas y el 12-16% en escuelas públicas. Hay mayores diferencias en los niveles socioeconómicos entre

estudiantes y las escuelas privadas que en las públicas. Además, la relación entre el nivel socioeconómico y el desempeño académico es mayor en las escuelas privadas.

Sarmiento et al. (2000), en su estudio usan las Pruebas SABER de 1993, 1994, 1999 y el Examen de Estado de 1997, llegando a concluir que los Servicios Educativos Suplementarios (SES) de los estudiantes juega un papel importante para el logro, pero este efecto es transmitido por la escuela. El peso de la escuela en el logro en matemáticas, sistemáticamente demuestra ser aproximadamente del 30% a lo largo de muestras disímiles. Si se tiene en cuenta la situación socioeconómica, no está claro que las escuelas privadas superen en rendimiento a las escuelas públicas.

Las relaciones de factores como la educación del padre, la calidad de los establecimientos y el tipo de escuela son analizadas en los trabajos de Gaviria y Barrientos. (2001) y Barrera y Gaviria. (2003) Quienes toman como fuente principal el Examen de Estado y los resultados del DANE para cerca de 3.363 escuelas y aproximadamente 230.000 estudiantes de 1999 a nivel nacional y en Bogotá específicamente y destacan los siguientes aspectos: La educación de los padres afecta significativamente el logro, pero el efecto se transmite mediante la calidad de la escuela en Bogotá. La asociación entre la educación de los padres y el logro disminuye sustancialmente cuando se controla el efecto de la escuela a la que asiste. El acceso a escuelas de alta calidad está seriamente restringido entre las familias desfavorecidas. Las diferencias entre las escuelas explican una porción sustancial de las diferencias en el logro individual. Tanto las escuelas privadas, como la educación promedio de los profesores y el número de profesores por estudiante están asociados positivamente con el logro de los estudiantes, pero para las escuelas públicas no hay ninguna asociación entre estas características y el logro. Los efectos de las características escolares sobre el logro están mediados por la estructura de los incentivos que rigen las relaciones entre los estudiantes, los profesores, los personajes públicos y los padres. Cuando se consideran los datos nacionales, la diferencia en la calidad entre las escuelas públicas y las privadas sigue siendo constante, a pesar de los aumentos sustanciales en el gasto público para educación. Las escuelas públicas son relativamente ineficientes al producir puntuaciones de pruebas, pero relativamente eficaces al producir puntuaciones de prueba y matrícula. Dados los precios de los insumos, las escuelas públicas son relativamente ineficientes en comparación con las escuelas privadas. Hay amplias posibilidades de que las escuelas públicas mejoren con respecto a la calidad y el costo de los insumos.

Los exámenes de estado de 1999 se usan en el trabajo de Núñez et al. (2002) para mostrar que después de controlar las características de los estudiantes y del hogar, la infraestructura escolar y el nivel de educación de los profesores, tanto a nivel nacional como en sectores urbanos y rurales, los estudiantes de escuelas privadas superan en rendimiento a los estudiantes de las escuelas públicas. Sin embargo, en el nivel de ingresos más bajo, los estudiantes de las escuelas públicas rinden mejor que los de las escuelas privadas. La diferencia entre las escuelas públicas y privadas se puede atribuir a las variables no observables, como el sistema de gestión del profesor (promociones, incentivos y sueldos). Los estudiantes de las escuelas que ejecutan el modelo de la reforma, Escuela Nueva,

rindieron mejor que los de las escuelas públicas tradicionales. La Escuela Nueva tiene éxito en crear incentivos y espacios apropiados para el mejoramiento de la educación de calidad.

A nivel regional específicamente en los municipios se puede destacar el trabajo de Mina. (2004) que usa los Exámenes de Estado de 1996 a 1999 y encuentra que la pobreza y la desigualdad tienen un efecto negativo sobre el desempeño académico. El número de escuelas privadas en un municipio repercute positivamente en el desempeño del examen en el municipio; el gasto por estudiante tiene una repercusión positiva y significativa sobre las puntuaciones de prueba de los estudiantes; el gasto en educación puede mejorar su calidad. Los hallazgos sugieren así que el gasto debe ser centrado en esos municipios con más niños y no debe financiar exclusivamente los sueldos de los profesores. Las variables geográficas son también significativas: una distancia más larga entre el municipio y la capital del departamento tiene un efecto negativo, mientras la variable ficticia para las capitales tiene un efecto positivo. El efecto del gasto público sobre el desempeño de los estudiantes es más fuerte en las zonas rurales. El efecto de la violencia y el conflicto es negativo y significativo solo en algunas regiones.

Otro punto importante, que se observó en la revisión de literatura es la relación entre la escolaridad, el nivel de ingreso y los beneficios que se generan. Marcelo y Ariza. (2005) usaron la encuesta de calidad de vida, 1997 y 2003 para evaluar los resultados de la educación en Colombia, encontrando que los beneficios de la educación aumentaron entre 1997 y 2003. En 1997 un año de escolaridad adicional dio lugar a un aumento del 12,4% en el nivel de ingresos; en el 2003 el aumento correspondiente alcanzó el 14%. Este resultado se aplica básicamente a las zonas urbanas, mientras que los beneficios en las zonas rurales disminuyeron levemente durante este período. Si bien existe una disparidad considerable de ingresos entre ambos géneros, los beneficios de la educación son mayores para las mujeres (15,1% por año) que para los hombres (13,1% por año). Los beneficios para ambos sexos aumentaron durante el período considerado. Conforme a lo previsto, los beneficios de la educación son mayores en las zonas urbanas que en las zonas rurales, de tal modo que estas diferencias son más fuertes en el caso de los hombres. Los autores encontraron que entre 1997 y 2003, los beneficios de la educación para ambos sexos aumentaron en las zonas urbanas y disminuyeron en las zonas rurales.

Vivas (2008), establece que uno de los principales determinantes que influyen en el ingreso al sistema de educativo y en el alcance de logros son los entornos familiares y locales, teniendo en cuenta a la educación como un mecanismo para alcanzar ciertas habilidades y no vista solamente como una inversión en capital humano. El autor identifica una serie de variables, que toma como base para el desarrollo de sus modelos empíricos, entre las que se cuenta, las características del entorno familiar denominado background familiar, atributos de localización, mediante los cuales se modela la escogencia de un lugar geográfico para la ubicación de la familia y la cantidad de recursos destinados a la educación de un individuo del grupo familiar. También considera la oferta educativa, las capacidades individuales innatas del individuo y la esfera gubernamental.

4. EL MODELO CONCEPTUAL

El punto de partida para estudiar la relación de efectividad existente entre el resultado del aprendizaje en las escuelas y el conjunto de recursos disponibles con que éstas cuentan para resolver el proceso de enseñanza y aprendizaje es la noción de función de producción educativa, (Levin, 1983, Cooms y Hallak, 1987). Sin embargo la investigación sobre Eficiencia Escolar está dirigida al análisis de los factores que hacen que los alumnos de una escuela tengan mejores resultados educativos en comparación con los de otras, todo este proceso desencadena así una evolución en los modelos y las técnicas de análisis utilizadas, las variables y factores estudiados, los instrumentos de recogida de datos, etc., encontrando siempre como principal dificultad metodológica la imposibilidad de utilizar metodologías de carácter experimental con manipulación del tratamiento (Goldstein, 1997), en este caso la asistencia a un centro u otro, para comprobar los efectos de un centro y sus variables.

Frente a ello, se han utilizado tanto estudios de carácter extensivo, con muestras formadas por una importante cantidad de alumnos y de centros, como intensivos, especialmente los trabajos sobre centros eficaces e ineficaces (Purkey y Smith, 1983).

Aitkin y Longford (1986), dos matemáticos ingleses, realizaron un importante trabajo en el mundo de la investigación educativa. En su trabajo demostraban que los modelos de regresión lineal, técnica usualmente utilizada para estudiar cómo un conjunto de variables explicaban una variable producto, sólo podía ser empleada en un caso muy especial: cuando las observaciones eran independientes (Gelman & Hill, 2006; Goldstein 2003; Heck & Thomas, 2000; Hox, 1998). Sin embargo, la realidad de nuestros sistemas educativos, donde los estudiantes están agrupados en aulas o cursos, distintas aulas están agrupadas en escuelas y las escuelas en distritos o provincias o regiones o países, hace que esto no sea cierto. Efectivamente, los estudiantes de un mismo grupo comparten una serie de experiencias diferentes a los de otras aulas, al igual que las aulas de una escuela tienen la misma dirección o el mismo clima escolar, instalaciones generales, etc., y análogos comentarios pueden ser dichos de las escuelas de un país que se ven afectadas por determinadas políticas educativas. Esto afecta el supuesto de independencia de las observaciones, el de independencia entre las variables y el error de estimación del modelo, como compartir el mismo contexto causa su dependencia, los errores estándar estimados de las pruebas estadísticas tradicionales aparecerán claramente subestimados y ello conducirá irremediablemente a que la mayoría de los resultados no sean significativos (Hox, 1995). Por otro lado las funciones de producción educativa uniecuacionales no toman en cuenta el carácter esencialmente jerárquico de las relaciones que se pretenden estudiar y por esto han recibido fuertes críticas en los últimos años (Rowe, Hill y Holmes-Smith, 1995, Wenglinsky, 1998, Brik y Raudenbush, 1992, Monette et al, 2001).

Los llamados Modelos Multinivel, aparecen como una alternativa para solucionar dichas dependencias. Ellos permiten trabajar unidades de análisis de forma simultánea. Efectivamente, proponen una estructura de análisis dentro de la cual se pueden reconocer los distintos niveles en que se articulan los datos, pues cada subnivel está representado por su propio modelo. Así, los Modelos Multinivel respetan la organización jerárquica que

presentan los datos educativos de forma natural, los alumnos están agrupados en aulas, las aulas en centros docentes y los centros en contextos (distritos escolares, comunidades autónomas, países, etc.), elaborando un submodelo diferente para cada nivel. Cada uno de estos submodelos expresa la relación entre las variables dentro de un determinado nivel y especifica cómo las variables de ese nivel influyen en las relaciones que se establecen en otros niveles, mejorando así la estimación de los efectos atribuibles a cada nivel de asociación de variables, permitiendo la descomposición de la variabilidad de la variable dependiente.

En este trabajo se pretende desarrollar un modelo específico que identifica dos niveles de análisis: un primer nivel, en el cuál se considera el conjunto de variables personales y del hogar de pertenencia que afectan el rendimiento de cada alumno. Un segundo nivel, contempla las variables cuyo efecto se expresa grupalmente sobre el conjunto de alumnos en el aula, referentes a las características escolares y propias del profesor.

4.1 FUNDAMENTOS DE LOS MODELOS MULTINIVEL.

Antes de profundizar en el desarrollo formal de los modelos multinivel es importante resaltar tres conceptos fundamentales y las implicaciones que ellos derivan: correlación intraclase, coeficiente fijo y aleatorio, e interacción internivel. Se entiende por *correlación intraclase o autocorrelación* la medida del grado de dependencia de los individuos. Una correlación baja o cercana a cero significará que los sujetos dentro del mismo grupo son tan diferentes entre sí como los que pertenecen a otros grupos. En ese caso, la agrupación no tiene consecuencias, los grupos no son homogéneos internamente y las observaciones son independientes (requisito necesario dentro de los modelos lineales tradicionales).

Otro concepto fundamental, es el de *coeficiente fijo y coeficiente aleatorio*. En una estructura multinivel los coeficientes del primer nivel (alumnos) son tratados como aleatorios en el segundo nivel (centros o aulas). En los modelos multinivel se permite a los grupos desviarse de la solución central o global, tanto en el intercepto como en la pendiente. O, lo que es lo mismo, los modelos multinivel están compuestos por dos partes, una general, común a todos los contextos, que es la llamada parte fija, y otra que representa lo específico de cada contexto, que varía y que se estima a través de la varianza en los distintos niveles.

Finalmente se tiene la *interacción internivel* o la interacción entre variables que están medidas en diferentes niveles de una estructura jerárquica de datos. Ello hace referencia a la interacción que puede haber entre variables de diferentes niveles. La comprobación de este tipo de hipótesis necesita un modelo de análisis que no sólo dé cuenta de la estructura jerárquica de los datos, sino que también permita estimar las interacciones interniveles.

4.1.1 DEFINICIÓN FORMAL DEL MODELO MULTINIVEL DE DOS ETAPAS

Los modelos multinivel son ampliaciones de los modelos de regresión lineal clásicos, de tal forma que en realidad son varios modelos lineales para cada nivel. Así, los modelos del primer nivel están relacionados con uno de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del nivel 1 se regresan en un segundo nivel de variables explicativas y así sucesivamente para los diferentes niveles.

Para el estudio de los modelos multinivel, se tomó como referencia principal el libro Modelos Jerárquicos Lineales de Gaviria y Castro (2005) y el trabajo de Delprato (1999) Por este motivo, la presentación siguiente, en gran medida, sigue su notación y línea argumental.

Modelo general de 2 niveles.

Como su nombre lo indica el modelo está compuesto por dos submodelos, uno en el nivel 1 y el otro en el nivel 2. Por ejemplo, en nuestro caso el problema de investigación es sobre datos de estudiantes anidados dentro escuelas, el modelo del nivel 1 representaría las relaciones de las variables a nivel del estudiante y el modelo del nivel 2 capturaría la influencia de los factores escolares. Formalmente, hay $i = 1, \dots, nj$ unidades del nivel 1 (estudiantes) dentro $j = 1, \dots, J$ unidades del nivel 2 (escuelas).

Modelo del nivel 1

En el modelo del nivel 1 se representa la variable dependiente para el caso (alumno) i dentro de la unidad j como,

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \dots + \beta_{Qj}X_{Qij} + e_{ij}$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qj}X_{qij} + e_{ij}$$

Donde

$\beta_{qj} (q = 0, 1, \dots, Q)$ son los coeficientes del nivel 1;

X_{qij} es el predictor del nivel 1 para el caso i en la unidad j ;

e_{ij} es el efecto aleatorio del nivel 1; y

σ^2 es la varianza de e_{ij} , la varianza del nivel 1.

Se supone que el término aleatorio se distribuye en forma normal, esto es, $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

Modelo del nivel 2:

Cada uno de los coeficientes $\beta_{qj}(q = 0, 1, \dots, Q)$ definidos en el modelo del nivel 1, se convierten en variables dependientes del modelo del nivel 2,

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \gamma_{q1}W_{1j} + \gamma_{q2}W_{2j} + \dots + \gamma_{qs_q}W_{s_qj} + \mu_{qj}$$

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{s_q} \gamma_{qs}W_{sj} + \mu_{qj}$$

Donde

$\gamma_{qs}(q = 0, 1, \dots, s_q)$ son los coeficientes del nivel 2;

W_{sj} es el predictor del nivel 2 ; y

μ_{qj} es el efecto aleatorio del nivel 2.

Se supone que, para cada unidad j del nivel 2, el vector $(\mu_{0j}, \mu_{1j}, \dots, \mu_{Qj})$ se distribuye normal multivariante, y cada elemento μ_{qj} tiene media cero y varianza expresada de la siguiente manera: $Var(\mu_{qj}) = \tau_{qq}$

Para cada par de efectos aleatorios q y q' se tiene: $Cov(\mu_{qj}, \mu_{q'j}) = \tau_{qq'}$

Los componentes de la varianza y covarianza se agrupan en una matriz de dispersión, T , cuya dimensión es $(Q + 1) \times (Q + 1)$.

Los coeficientes del nivel 1 se pueden modelar en el nivel 2 de tres formas distintas,

1. Coeficiente del nivel 1 fijo,

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0}$$

2. Coeficiente del nivel 1 con variación no aleatoria en las unidades del nivel 2,

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{s_q} \gamma_{qs}W_{sj}$$

3. Coeficiente del nivel 1 con variación aleatoria en las unidades del nivel 2,

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \mu_{qj} \text{ o con variables del nivel 2,}$$

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{s_q} \gamma_{qs}W_{sj} + \mu_{qj}$$

La dimensión de T depende del número de coeficientes del nivel 1 especificados como aleatorios.

Siguiendo a Bryk (1996), tres clases de parámetros se estiman en un modelo jerárquico lineal, a saber: estimadores empíricos de Bayes (EB) de los coeficientes aleatorios del nivel 1; estimadores de mínimos cuadrados generalizados de los coeficientes del nivel 2; y estimadores de máxima verosimilitud de los componentes de la varianza y de la covarianza. Los estimadores de los coeficientes del nivel 1 (EB) para cada unidad j se componen de un estimador obtenido a partir de los datos para cada unidad y de un estimador de otras unidades similares del nivel 2. Intuitivamente, las estimaciones de los coeficientes del nivel 1 mejoran haciendo uso de toda la información disponible (Kreft; 1996). Las ponderaciones están dadas por la precisión en la estimación de cada uno de estos dos elementos.

La estimación de los coeficientes del nivel 2 por GLS incorpora la diferente precisión de la información proporcionada por las J unidades. Esta precisión es computada como la inversa de la varianza de cada unidad, la que a su vez se compone de la varianza del error (varianza del nivel 1) y de la varianza del nivel 2.

Finalmente, dado que en la mayoría de las aplicaciones los datos no son balanceados, esto es, las unidades del nivel 2 no tienen el mismo tamaño muestral, por medio de los métodos tradicionales para la estimación de la varianza y covarianza no se consiguen estimadores eficientes.

El modelo nulo

Es un caso particular del modelo anterior. Aquí no existe ninguna variable explicativa, por lo que constituye una herramienta metodológica. Si la varianza de este modelo no es estadísticamente distinta de cero, no tendría sentido incluir variables explicativas en el modelo jerárquico en ninguno de sus dos niveles.

El nivel 1 estaría representado por

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij}$$

Y el nivel 2 por

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{0j}$$

El modelo completo sería:

$$Y_{ij} = \beta_0 + (\mu_{0j} + e_{ij})$$

Donde

$$e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2) \quad \text{y} \quad \mu_{0j} \sim N(0, \sigma_{\mu_0}^2)$$

σ_e^2 es la varianza entre estudiantes y $\sigma_{\mu_0}^2$ es la varianza entre las escuelas. Por lo tanto, si estas dos varianzas no fuesen estadísticamente significativas no tendría sentido introducir variables explicativas debido a que este hecho significaría que no habría nada que explicar (Gaviria y Castro 2005). No obstante, la varianza de cada nivel generalmente es significativa por lo que el paso a seguir sería introducir variables independientes que disminuyan la varianza no explicada.

5. ESTRUCTURA DE LOS DATOS

El presente estudio es de tipo “correlacional” porque los factores que intervienen en el alcance del logro escolar del alumno se basan en el grado de asociación entre ambos tipos de variables, las cuales están restringidas a la asociación (correlación) estadística entre ellas o a la capacidad predictiva de algunas variables respecto de los resultados escolares.

a. CARACTERÍSTICAS DE TIMSS 2007.

El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) es un proyecto de la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA). La IEA es una institución independiente de cooperación internacional que agrupa a instituciones de investigación nacionales y organismos gubernamentales y que ha realizado estudios transnacionales de rendimiento desde 1959. Es la encargada de dirigir y administrar el proyecto, coordinar la participación de los países y manejar las bases de datos; el Centro Internacional de Estudios, ubicado en el Boston College, que se ocupa del diseño e implementación del estudio y la verificación de la traducción de los instrumentos; el Statistics Canada, que realiza las actividades de muestreo y el ETS (Educational Testing Service), responsable del manejo psicométrico de los datos. En cada país participante existe una organización responsable del desarrollo de TIMSS. En Colombia, el organismo encargado es el ICFES.

TIMSS 2007 es el más reciente en la serie de estudios de la IEA destinados a medir tendencias en el rendimiento de los estudiantes en matemáticas y ciencias. Apareció por primera vez en 1995, 1999 y después en el 2003, el ciclo regular de cuatro años de estudios TIMSS ofrece a los países una oportunidad para medir el progreso en el rendimiento escolar en matemáticas y ciencias. Además, para proporcionar a cada país participante amplios elementos de interpretación de los resultados de rendimiento y para hacer un seguimiento de los cambios en las prácticas didácticas, TIMSS pide a los estudiantes, a sus profesores y a los directores de los centros docentes que rellenen cuestionarios sobre el contexto de aprendizaje de las matemáticas y las ciencias. Los datos de tendencia de estos cuestionarios tienen como objetivo la puesta en práctica de nuevas políticas y prácticas educativas y ayudan a plantear nuevas cuestiones que son relevantes para mejorar en diferentes aspectos.

Las áreas temáticas se concretan en objetivos específicos para el grado cuarto de primaria. El documento de marcos teóricos TIMSS describe también los factores contextuales asociados con el aprendizaje de las matemáticas y de las ciencias. Por último, da una visión general del diseño de la evaluación y de las directrices para el desarrollo de ítems. En TIMSS 2007 participaron aproximadamente 425.000 estudiantes de 59 países de todos los continentes y ocho entidades subnacionales; Colombia y El Salvador fueron los únicos países latinoamericanos. En la evaluación de cuarto grado se vincularon 37 países y ocho entidades subnacionales.

Colombia ha participado en TIMSS en dos oportunidades: en 1995 y en 2007. En 1995 se evaluaron los aprendizajes de los estudiantes de séptimo y octavo grados y los resultados se utilizaron para orientar la definición de políticas de mejoramiento de la calidad, con énfasis en los resultados de aprendizaje. En 2007 fueron evaluados los grados cuarto y octavo. La valoración en ambos ciclos de la educación básica proporciona información específica sobre las fortalezas y debilidades en cada etapa (primaria y secundaria), lo que facilita el diseño de estrategias más pertinentes para el fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias. Además permite analizar las prácticas pedagógicas reportadas por los docentes y estudiantes, y establecer relaciones entre éstas y los aprendizajes. Logrando orientar el diseño y ejecución de políticas de formación y desarrollo profesional de los educadores como también comparar la estructura curricular colombiana (lineamientos y estándares básicos de competencias) con las de otros países y regiones.

En Colombia se evaluó a una muestra representativa conformada por 4.801 estudiantes de cuarto grado de 142 establecimientos educativos pertenecientes a 148 planteles. La muestra nacional fue diseñada de tal manera que permite comparar información por sector (oficial – privado) y zona (urbana – rural), mas no por departamentos, municipios o regiones. Adicionalmente, los cuestionarios de los estudiantes recogieron la información sobre género, lo que también hace posible la realización de análisis basados en esa variable.

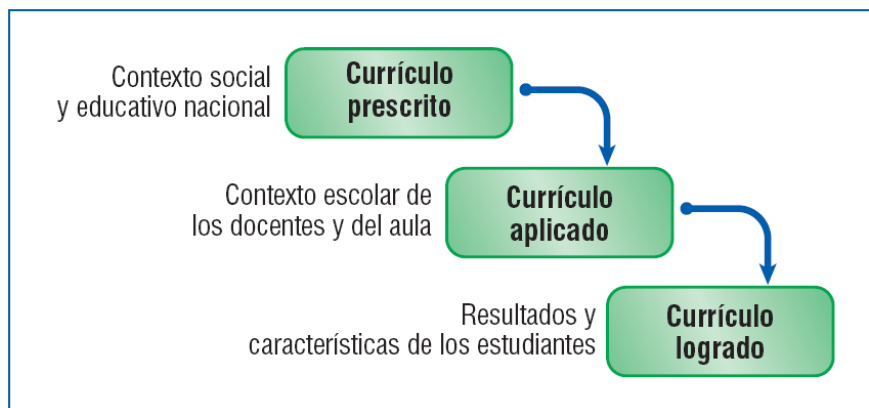
Cuadro 1. Distribución porcentual de la muestra de los estudiantes colombianos evaluados en TIMSS 2007 por sector, zona y género

Categoría		Grados	
		Cuarto	Octavo
Sector	Oficial	83,4%	82,0%
	Privado	16,6%	18,0%
Zona	Urbana	75,1%	88,0%
	Rural	24,9%	12,0%
Género	Hombres	50,4%	49,0%
	Mujeres	49,6%	51,0%

Fuente: Base de datos TIMSS 2007. Cálculos realizados por la Dirección de Evaluación del ICFES.

El modelo curricular de TIMSS se propone medir tres aspectos: (a) el *currículo prescrito*, que se refiere a las matemáticas y las ciencias que la sociedad espera que los estudiantes aprendan y cómo el sistema educativo debería organizarse para facilitar estos aprendizajes; (b) el *currículo aplicado*, que tiene que ver con lo que realmente se enseña en las aulas, quiénes lo enseñan y cómo se enseña; y (c) el *currículo logrado*, que representa lo que los estudiantes han aprendido. Para TIMSS, el currículo logrado se establece a partir de los resultados de los estudiantes en las pruebas de matemáticas y ciencias.

GRÁFICO 1 MODELO CURRICULAR DE TIMSS



Tomado de: Mullis, I. V. S., et. al. (2005). *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*. International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, p. 5.

Trabajando a partir de este modelo, TIMSS utiliza pruebas de rendimiento en matemáticas y ciencias para describir el aprendizaje de los estudiantes en los países participantes, junto con cuestionarios que proporcionan una gran cantidad de información. Los cuestionarios preguntan sobre la estructura y el contenido del currículo pretendido en matemáticas y ciencias, la preparación, experiencia y actitudes de los profesores, el contenido de matemáticas y ciencias que realmente se imparte, los enfoques didácticos empleados, la organización y los recursos de los centros y las aulas y, por último, las experiencias y actitudes de los estudiantes en los centros docentes.

La evaluación de los conocimientos y competencias de los estudiantes en el área de Matemáticas contribuye a la identificación de sus fortalezas y debilidades tanto en lo relativo al manejo de los contenidos como en cuanto a las estrategias que emplean para plantear y resolver problemas, razonar, justificar y argumentar. De esa forma, se obtiene información relevante para apoyar la formulación y puesta en marcha de planes concretos de mejoramiento, centrados en los aspectos que requieren ser fortalecidos en las diferentes etapas de la educación básica.

En cuarto grado se evaluaron tres dominios de contenido: números, formas geométricas y medidas, y presentación de datos, en tanto que en octavo se puso mayor relieve en números y álgebra.

Se consideraron los dominios cognitivos que corresponden a procesos cognitivos que se ponen en juego al trabajar matemáticamente y resolver problemas: conocer, aplicar y razonar. Cada dominio de contenido consta de varios tópicos. Por ejemplo, en formas geométricas y medidas para cuarto grado se consideraron tres tópicos, a saber: líneas y ángulos, formas bi y tridimensionales, y ubicación y movimiento. A su vez, cada tópico se organizó alrededor de un listado de objetivos cubiertos en ese grado en la mayoría de los

países participantes en TIMSS 2007, los cuales describen los conocimientos y habilidades esperadas de los estudiantes.

Las pruebas para ambos grados abarcaron tres dominios cognitivos, a saber:

- *Conocer* hechos, procedimientos y conceptos que los estudiantes debían saber. Se partió de la base que cuanto más relevantes son los conocimientos de un estudiante, mayor será su potencial para enfrentarse a una amplia gama de situaciones planteadas como problemas. El conocimiento de conceptos los habilita para establecer conexiones entre elementos, hacer proyecciones, juzgar la validez de planteamientos y métodos matemáticos y crear representaciones matemáticas.
- *Aplicar*, que se refiere a la habilidad de los estudiantes para poner en práctica conocimientos y conceptos para resolver problemas, contestar preguntas o crear representaciones.
- *Razonar*, que va más allá de la solución de problemas rutinarios. Abarca la capacidad de pensamiento lógico y sistemático, así como situaciones nuevas, contextos complejos y problemas que requieren el desarrollo de varios pasos para su resolución. También incluye el razonamiento intuitivo e inductivo basado en patrones y regularidades que puede ser utilizado para solucionar problemas no rutinarios.

Los dominios cognitivos descritos anteriormente tuvieron una participación porcentual variable en las pruebas, como consecuencia de las diferencias de edades y de experiencia de los estudiantes de cuarto grado.

Cuadro 2. Porcentajes de los dominios de contenido y cognitivo presentes en las pruebas de ciencias de cuarto grado en TIMSS 2007

Grado	Dominios de contenido	Dominios cognitivos
Cuarto	Números	Conocer
	Formas geométricas y medidas	Aplicar
	Presentación de datos	Razonar

Fuente: Mullis, I. V. S., et. al. (2005). *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*. International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, p. 42.

Es fundamental comprender los contextos personales, sociales y escolares de los estudiantes y cómo éstos se relacionan con sus logros puesto que sus resultados están influenciados por una diversidad de factores tales como sus actitudes hacia el estudio, las condiciones de sus hogares, los recursos disponibles en los establecimientos educativos para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje, la formación y experiencia de los docentes, entre otros. TIMSS 2007 recolectó información sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias, mediante la aplicación de cuestionarios a estudiantes, docentes, directivos y profesionales encargados de los currículos de ambas áreas en todos los países participantes. Los instrumentos utilizados, así como los principales aspectos indagados fueron los siguientes:

- *Cuestionarios sobre los currículos de matemáticas y ciencias:* Este cuestionario fue aplicado a los profesionales de los ministerios, secretarías de educación y las entidades responsables de la implementación de TIMSS 2007 encargados de los temas curriculares de las dos áreas. La información recolectada permitió establecer si los tópicos incluidos en ambas pruebas hacían parte de los currículos, lineamientos o estándares prescritos de cada país en los dos grados.
- *Cuestionario del establecimiento educativo:* Instrumento aplicado los rectores de las instituciones educativas seleccionadas en las muestras, se recogió información sobre los siguientes aspectos: número de estudiantes, área de ubicación del plantel, sector, contexto económico de los alumnos, roles del rector y distribución de su tiempo para la realización de sus principales actividades, tiempo destinado a la enseñanza, clima escolar, compromiso de los padres de familia, recursos disponibles para apoyar los procesos de enseñanza de las matemáticas y las ciencias incluyendo el uso de nuevas tecnologías, calculadoras para el área de matemáticas y laboratorios para ciencias, características de los docentes y políticas para su desarrollo profesional, y conductas de los estudiantes.
- *Cuestionario de los docentes:* Captura información suministrada por los profesores de matemáticas y ciencias, a quienes se les indagó sobre: formación y desarrollo profesional, experiencia, carga de trabajo, actividades desarrolladas en el aula, tamaño de los grupos de estudiantes, tiempo dedicado a la enseñanza, actividades pedagógicas, manejo de las tareas y evaluaciones, y uso de textos escolares, computadores, Internet, calculadoras y laboratorios.
- *Cuestionario de los estudiantes:* Instrumento diligenciado por cada uno de los alumnos de cuarto grado seleccionados en la muestra. Incluye preguntas sobre sus hogares (nivel educativo de los padres y disponibilidad de recursos – libros, computadores y acceso a Internet), sus actitudes y valoraciones sobre las matemáticas y las ciencias, sus experiencias de aprendizaje en ambas áreas, actividades extraescolares y percepciones acerca del clima escolar.

6. METODOLOGÍA

El análisis de la información de la prueba Timss 2007 Colombia se realizó siguiendo las siguientes fases metodológicas. Inicialmente se identificaron aquellas variables que fueran usadas reiteradamente en distintos estudios similares con pruebas Timss. Estas variables fueron tomadas como características básicas a incluir en el análisis. Considerando que se tenía a disposición un gran número de variables, se recurrió a la técnica de Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM) para reducir la dimensionalidad y obtener indicadores que sintetizan la información del conjunto de variables.

Una vez contruidos, los indicadores se incorporaron como variables independientes al modelo de dos niveles propuesto, posteriormente se hace la estimación de distintos modelos empezando con el modelo nulo e incluyendo una a una las variables hasta obtener un modelo completo que incluye todas las variables consideradas. Finalmente se muestran los resultados principales y conclusiones.

6.1 DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES SELECCIONADAS PARA EL ANÁLISIS

Aunque las pruebas Timss cuentan con una gran batería de preguntas sobre los centros educativos, profesores y estudiantes, en este estudio sólo se incluyeron aquellas variables que aparecen como relevantes en los diversos artículos realizados con pruebas Timss para países de Latinoamérica. Dichas variables son: Sexo del estudiante, tenencia de computador en el hogar, gusto por la matemática, gusto por la escuela, Tipo de escuela, Zona de la escuela, uso del computador, tiempo dedicado al estudio de las matemáticas, escasez de computadores en matemáticas, escasez de materiales de librería en matemáticas, escasez de edificios escolares, escasez de iluminación, ventilación y calefacción, Sexo del docente, mayor nivel educativo alcanzado por el docente como variables independientes, y como variable dependiente se trabajó el primero de los cinco valores plausibles que ofrece la base de datos Timss. Es preciso anotar que no se trabajará con todos los valores plausibles, ya que esto implicaría estructuras complejas multivariantes y la aplicación de técnicas de remuestreo que no son el objetivo de este estudio.

La descripción detallada de las variables a utilizar en el modelo se presenta en la tabla 2 de anexos.

Una vez identificadas aquellas variables se procedió a realizar un análisis descriptivo univariado que permitió conocer las características generales de los estudiantes y las escuelas.

Después de conocer las características básicas de la población estudiada, se procedió a preparar los datos para la estimación del modelo de dos niveles. Con respecto al número de datos se debe mencionar que el número de encuestas realizadas por Timss en Colombia en

el año 2007 fue de 4.801; sin embargo, debido a la existencia de valores omitidos en variables relevantes para el estudio fue necesario un proceso de depuración de los datos que finalmente arrojó una base de datos de 3.069 registros con los cuales se inició el procesamiento de información. Este número de registros corresponden al mismo número de estudiantes distribuidos en 145 escuelas encuestadas.

Las variables predictoras del primer nivel o nivel estudiantes son sexo, posee computador en el hogar, minutos diarios dedicados al estudio de las matemáticas en el hogar, uso dado al computador, gusto por la escuela y gusto por las matemáticas. Y las variables del segundo nivel son todas las asociadas al centro educativo y sus profesores. En el diagrama 1 se ilustra el modelo de dos niveles estimado.

6.2 CONSTRUCCIÓN DE INDICADORES

Considerando la necesidad de proteger la parsimonia del modelo se procedió a construir indicadores con algunos grupos de variables, de tal manera que se pudiera conservar la mayor cantidad de información disponible, pero sin incluir muchas variables en el modelo. La aplicación del Análisis de Correspondencias Múltiple (ACM) se desarrolló con una finalidad exclusivamente exploratoria, tendiente a analizar la posibilidad de reducir la dimensión del problema inicial, agrupando individuos que presentaran posesión conjunta simultánea de distintas características, así como la no posesión simultánea de determinadas características.

Los indicadores fueron contruidos con variables cuya escala original es de naturaleza categórica, razón por la cual la técnica de reducción de datos más apropiada fue el Análisis de Correspondencias Múltiple (ACM).

Una vez obtenidas las coordenadas factoriales para ser usadas como indicadores, se procedió a desplazarlas sobre su eje para eliminar posibles valores negativos, y posteriormente llevarlas a una escala de 0 a 100 dividiendo sobre el nuevo máximo.

$$I = \left(\frac{x_i - x_{Min}}{x_{Máx}} \right) * 100$$

6.3 MODELO MULTINIVEL

Una vez contruidos los indicadores, se incluyeron uno a uno como variables en el modelo multinivel. El primer modelo es el nulo, que se establece como línea de base para la evaluación comparada de modelos posteriores. Además es importante porque permite evaluar la adecuación de un modelo jerárquico a los datos del estudio.

En un modelo multinivel hay dos tipos de parámetros: los parámetros fijos y los parámetros aleatorios. Los parámetros fijos corresponden a los efectos medios en la población. Se trata

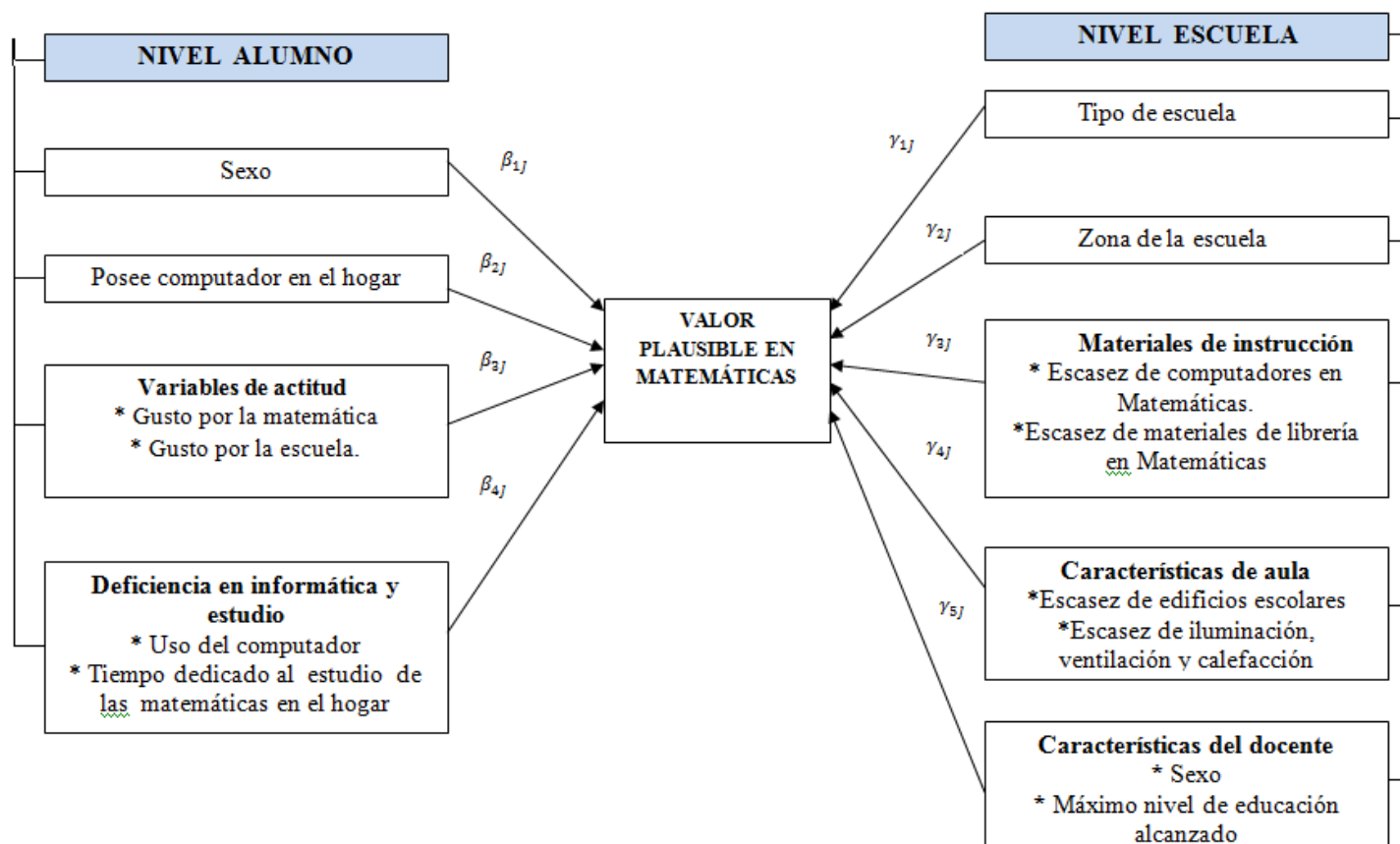
del intercepto y de las dependientes. Los parámetros aleatorios corresponden a las varianzas y covarianzas de todos los niveles.

Frente a los modelos clásicos, los modelos multinivel ofrecen a la investigación la posibilidad de poder recoger la estructura anidada de los datos en sus niveles, en este caso estudiante y escuela, así como poder distinguir con mayor precisión los efectos debidos a cada uno de esos niveles. De la misma forma, y esto es conceptualmente muy destacable, el modelo incluye la posibilidad de reconocer las similitudes entre las escuelas, característica fundamental para hablar correctamente de los términos “eficacia escolar” y “calidad de la educación”.

Los modelos multinivel proponen una estructura de análisis dentro de la cual se pueden reconocer los distintos niveles que permiten diferenciar características propias de cada nivel, estando cada subnivel representado por su propio modelo. Esta propiedad permite contribuir a solucionar el problema caer en la llamada falacia ecológica por la cual se otorgan incorrectamente las características del contexto a los sujetos.

En este caso el procedimiento consistió en la inclusión progresiva de variables para detectar el cambio inducido por cada inserción sobre las varianzas de cada nivel. El diagrama 1 muestra las principales variables que se usan en el modelo tanto para el nivel de alumno como para el nivel de escuela, teniendo en cuenta que los coeficientes β_{ij} y γ_{ij} representa el aporte que cada una de ellas al rendimiento del estudiante visto en términos de su valor plausible.

Se debe aclarar que las variables consideradas en el modelo provienen de las que TIMSS consideró como relevantes, sin embargo, no puede descartarse la posible existencia de algún tipo de sesgo como la omisión de variables, falta de representatividad y selección.



Fuente: Elaboración propia del autor

7. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos después de llevar a cabo la metodología planeada, inicialmente se presentan las estadísticas descriptivas que proporcionan las características generales de los estudiantes de cuarto grado y sus escuelas. Posteriormente se presentan los resultados de la creación de indicadores y su inclusión en el modelo de dos niveles planteado, junto con las demás variables seleccionadas.

7.1 ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS.

La prueba Timss del año 2007 se aplicó a un total de 59 países, sólo en 36 se realizó la evaluación a estudiantes de cuarto grado. Los puntajes Timss más sobresalientes en matemáticas corresponden a los países asiáticos Hong Kong, Singapur, Taipéi y Corea y los menores a algunos países del continente americano y África. Los países europeos y Australia sobresalen por ser muy homogéneos en cuanto a los puntajes obtenidos. Esto no sucede en Asia que a pesar de que cuenta con los mayores puntajes a nivel mundial en los países ya mencionados, también tiene países como Irán y Turquía que tienen puntuaciones extremadamente bajas.

Los países del continente americano que participaron en las pruebas Timms (2007) fueron El Salvador, Colombia y Estados Unidos; Las puntuaciones de Estados Unidos se encuentran al nivel de los países europeos, pero en contraste El Salvador y Colombia se encuentran al nivel de Argelia.

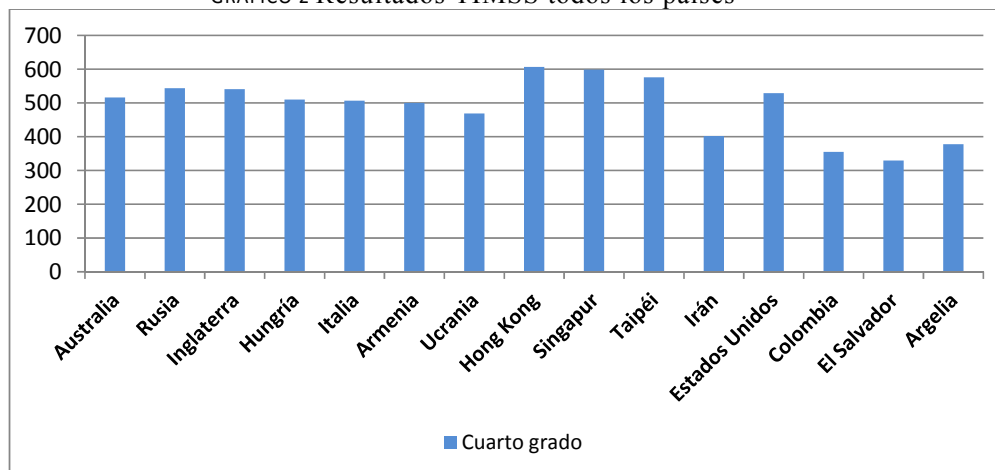
El promedio general de las pruebas TIMSS fue de 500 puntos. El puntaje de los estudiantes del grado cuarto en Colombia obtuvo un valor medio de 355 puntos mientras que Hong Kong con el mayor puntaje presentó un valor de 607.

Con la intención de clasificar los puntajes en rangos que den cuenta cualitativamente del nivel en el que se encuentra cada país, se tomaron los siguientes rangos del Informe Técnico de TIMSS:

- Bajo: entre 400 y 474 puntos
- Medio: entre 475 y 549 puntos
- Alto: entre 550 y 624 puntos
- Avanzado: 625 puntos o más

De acuerdo con este rango Colombia se encuentra por debajo del nivel bajo. De los países seleccionados los únicos que se encuentran junto a Colombia por debajo del nivel mínimo de clasificación son El Salvador y Argelia. El nivel de los resultados obtenidos evidencia que son los países menos desarrollados aquellos que presentan puntajes más bajos.

GRÁFICO 2 Resultados TIMSS todos los países



Fuente: Elaboración propia del autor

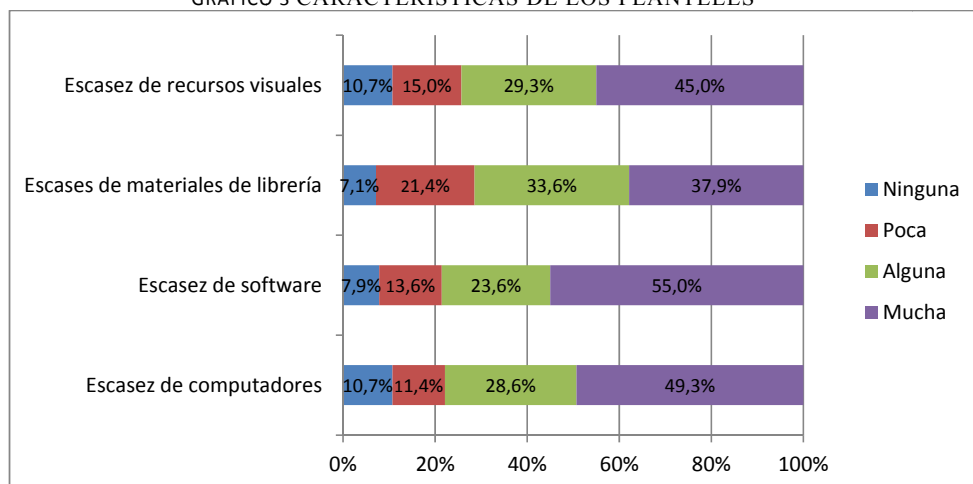
7.1.1 CARACTERÍSTICAS DE LA EDUCACIÓN EN COLOMBIA

Considerando que el proceso de formación de una persona para asumir su papel en la sociedad es complejo y no solo atañe a los aprendizajes impartidos en la escuela, también importan los aprendizajes tomados del hogar, del medio y de las etapas escolares anteriores. El efecto unitario que produce sobre el aprendizaje cada uno de los factores que intervienen en la escuela, el hogar y el medio está, a su vez, influenciado por las características personales de los alumnos, que se expresan en diferencias de habilidad, motivación y predisposición hacia el aprendizaje. (Coleman, et.al. 1966 citado por Gertel, et.al. 2006, p.4), en este documento se estudian las características de la educación en Colombia a partir de dos niveles de análisis, inicialmente se muestran las características de los planteles educativos en cuanto a su tipo, ubicación, dotación y características de sus docentes; y finalmente se analizan las características socioeconómicas de los estudiantes que pueden afectar su proceso de aprendizaje y por tanto sus resultados académicos.

7.1.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS PLANTELES EDUCATIVOS

Las principales características de los planteles están relacionadas con la dotación básica de materiales didácticos. Con relación a esto el software es el recurso más escaso en los planteles educativos, seguido de los computadores y los recursos visuales, mientras que los materiales de librería son los que menos escasez presentan en los planteles.

GRÁFICO 3 CARACTERÍSTICAS DE LOS PLANTELES

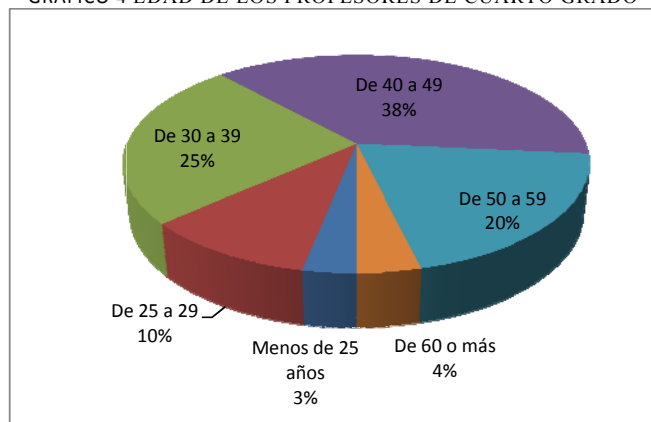


Fuente: Elaboración propia del autor

7.1.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS DOCENTES

La distribución de edades entre los docentes para grado cuarto son las siguientes: el rango de edad de los profesores que aparece con mayor frecuencia es entre 40 y 49 años (38%). Con respecto al sexo si se encuentra una diferencia bastante amplia en términos porcentuales. El 84% de los profesores de grado cuarto son mujeres.

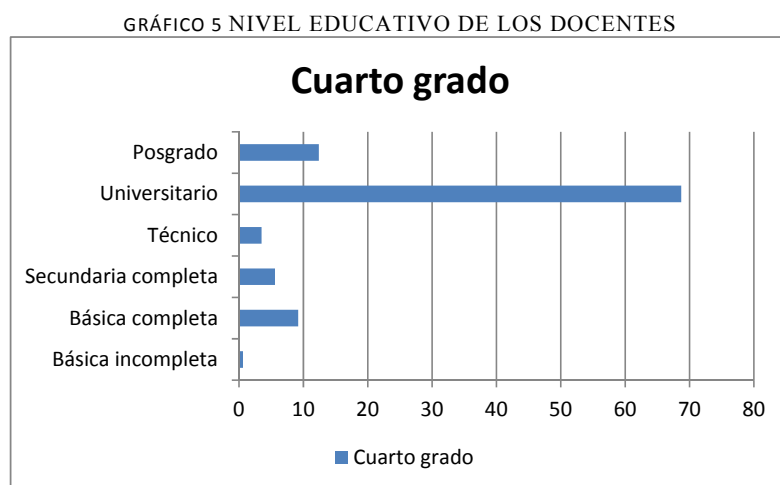
GRÁFICO 4 EDAD DE LOS PROFESORES DE CUARTO GRADO



Fuente: Elaboración propia del autor

Con respecto al máximo nivel educativo alcanzado por los docentes se encontró que la mayoría de profesores tienen como máximo nivel educativo el universitario. Sorprende la aparición de docentes cuyo máximo nivel educativo es básica

incompleta, aunque este porcentaje es bastante bajo, refleja la existencias de docentes sin calificación idónea.



Fuente: Elaboración propia del autor

7.1.4 CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES

El informe realizado por el ICFES de los resultados Timss Colombia 2007 indica que se presentaron diferencias significativas entre los promedios de niños y niñas, a favor de los primeros. En cuarto grado los varones superaron a las niñas en 17 puntos. Las niñas colombianas están en desventaja con respecto a los niños: el 72% de ellas se ubicó en el nivel inferior, mientras que la proporción de varones fue del 66%.

Los promedios de los estudiantes colombianos que asisten a establecimientos educativos privados son significativamente más altos que los de instituciones oficiales; en cuarto la diferencia a favor de los primeros es de 65 puntos. Las desviaciones estándar son un poco mayores en los colegios privados, aunque en ambos sectores ésta es inferior a la definida internacionalmente.

Es más alta la proporción de estudiantes de establecimientos educativos oficiales ubicados en el nivel inferior: 73%, en tanto que en los colegios privados esta proporción fue del 48%. En estos últimos se detecta, además, un pequeño porcentaje de estudiantes en el nivel avanzado (2%), situación que no ocurre en los planteles oficiales.

La diferencia a favor de los estudiantes de las ciudades es de 38 puntos. Hay proporciones más altas de estudiantes de zonas rurales ubicados en el nivel inferior (81%) con respecto a las de quienes lo están en la zona urbana (65%). Además, en

esta última hay un porcentaje mayor en los niveles medio (9%) y alto (2%,). Ningún estudiante de zona rural se ubicó en el nivel avanzado.

Tanto en estudios nacionales como internacionales, la cantidad de libros en el hogar se ha tomado como una aproximación al nivel socioeconómico de los estudiantes y sus familias, así como al acceso a bienes culturales que contribuyen tanto al fortalecimiento de los procesos de aprendizaje como a la generación de hábitos de lectura en el ámbito familiar. TIMSS 2007 indagó a los alumnos de cuarto por el número de libros que tenían en sus hogares; sin embargo, no solicitó información sobre el tipo de libros ni la frecuencia con que los utilizan.

Los estudiantes colombianos tienen pocos libros en sus casas: el 44% reportó tener entre 0 y 10 libros, en tanto que las proporciones de los que tienen entre 11 y 25 libros es del 26%. Los estudiantes de establecimientos educativos oficiales y de áreas rurales son quienes reportaron tener las menores cantidades de libros en sus casas: el 62% afirmó tener menos de 10 libros. No se observan diferencias entre hombres y mujeres en cuanto a la tenencia de este bien.

TIMSS 2007 preguntó a los estudiantes si tenían computadores en sus casas. El 39% afirmó contar con este recurso. Por sectores, este porcentaje es del 34% en los planteles oficiales, en tanto que en los privados la proporción es de 62%. En las zonas urbanas el 45% de los matriculados tienen computador, mientras que en las áreas rurales solamente el 19% dispone de ellos.

TIMSS 2007 también preguntó a los estudiantes de ambos grados si contaban con conexión a Internet en sus casas. El 16% respondieron afirmativamente esta pregunta. Por sectores, en los establecimientos oficiales el 13% de los alumnos informaron que disponían de este recurso, en tanto que en los planteles privados este porcentaje es del 31%, lo que evidencia una situación ventajosa de los últimos con respecto a la conectividad. Por zonas, la situación es la siguiente: en las urbanas el 19%, y en las rurales el 7% posee este servicio, lo que también revela una diferencia importante entre éstas. Las diferencias de promedios entre quienes tienen y los que no poseen este recurso son más altas, especialmente, en los colegios privados y las zonas rurales, aunque en estas últimas los errores estándar son muy altos, lo que no permite hacer generalizaciones con alto nivel de precisión.

Si bien tener conexión a Internet en casa puede contribuir al logro de mejores puntajes en matemáticas, permanecen las brechas, especialmente entre los estudiantes de establecimientos educativos oficiales y privados: en cuarto grado, los alumnos de colegios privados que afirmaron tener Internet lograron 446 puntos en matemáticas, en tanto que los resultados de los que estudian en planteles oficiales fueron 350.

Además de indagar acerca de la tenencia de ciertos bienes, TIMSS 2007 preguntó si los estudiantes usan el computador y, en caso afirmativo, en qué lugar(es) hacen uso de este recurso. El 72% de los alumnos colombianos de cuarto afirmaron utilizarlos. En cuanto al lugar de uso, entre los de cuarto grado el 30% lo hace únicamente en el establecimiento educativo, el 18% sólo en el hogar, el 15% los usa tanto en la escuela

como en la casa y el 9% en lugares distintos a la escuela o la casa. La escuela es el lugar donde la mayoría de estudiantes de colegios oficiales y zonas rurales lo utilizan, mientras que quienes asisten a planteles privados lo hacen tanto en sus casas como en el colegio.

TIMSS 2007 estableció, a partir de información suministrada por los rectores, el 82% de los estudiantes de cuarto grado asiste a colegios donde más de la mitad de los matriculados proceden de hogares con alta desventaja económica. Para los planteles oficiales esta condición se presenta en un 86% y en los privados en un 58%, observando claramente cierta desventaja. (Adaptado de ICFES. 2010. Resultados de Colombia en TIMSS 2007)

7.2 MODELO MULTINIVEL

Los resultados que se muestran a continuación corresponden al modelo de dos niveles para estimar la calificación en matemáticas de las pruebas Timss, donde el primer nivel corresponde a estudiantes y el segundo nivel a escuelas.

Los modelos multinivel consideran una estructura de variabilidad donde la existencia de varianza dentro de las escuelas indica que las calificaciones Timss de los alumnos se diferencian entre ellos dentro de las escuelas, y la existencia de varianza en el segundo nivel indica que las escuelas también difieren en la calificación Timss promedio de cada una de ellas.

Debido a que se cuenta con una gran cantidad de variables de naturaleza categórica, se usó el análisis de correspondencias múltiples como técnica de reducción de dimensionalidad, dicha técnica se utilizó para la creación de indicadores que sintetizan grupos de variables que miden aspectos comunes. La construcción detallada de los índices y su interpretación se explica en la siguiente sección.

Una vez contruidos los indicadores se procede a incorporarlo uno a uno en el modelo, evaluar su significancia y verificar si los signos de los coeficientes obtenidos coinciden con los esperados.

El comportamiento esperado del indicador que mide deficiencias en informática y estudio es que tenga un efecto negativo sobre la puntuación total del estudiante, ya que se presume que un menor acceso a los recursos informáticos y deficientes hábitos de estudio reducen el rendimiento del estudiante en matemáticas.

Por otra parte, el indicador de materiales de instrucción en matemáticas se espera que afecte positivamente al rendimiento del estudiante, debido a que a mayor disponibilidad de libros en matemáticas y computadores el alcance de logros se espera que sea más significativo.

El indicador de características del aula se espera que presente un signo positivo, ya que a mejores condiciones físicas de las instalaciones escolares se espera mayor

comodidad por parte de los estudiantes que aporte significativamente al rendimiento de los estudiantes.

El indicador de características del docente mide las condiciones ideales de los profesores, para este grado de escolaridad, en cuanto a su nivel de formación y sexo, esperando un aporte positivo y significativo sobre el rendimiento de los estudiantes.

La variable zona se espera que tenga un efecto positivo sobre el rendimiento de los estudiantes cuando toma el valor de zona urbana en contraposición con las escuelas rurales. De manera similar se espera un comportamiento de la variable tipo de escuela, inclinándose por puntuaciones superiores en las escuelas privadas.

La tenencia de computador en el hogar se espera que afecte positivamente al rendimiento de los estudiantes. Finalmente, se espera que las variables de actitud del estudiante relacionadas con el gusto por asistir a la escuela y gusto por las matemáticas aporten positivamente al alcance de logros en matemáticas.

7.2.1 CONSTRUCCIÓN DE INDICADORES

A continuación se describe cada uno de los indicadores contruidos. Primero se presenta el indicador de deficiencias en informática y estudio que agrega dos variables que dan cuenta de los hábitos de estudio y las posibilidades de acceso a computadores.

El segundo indicador da cuenta de las condiciones de los materiales que los profesores tienen a su disposición para realizar su instrucción.

El tercer indicador evalúa el estado de las aulas en cuanto a iluminación, ventilación y disponibilidad de edificios. Finalmente se presenta el cuarto indicador que incluye las variables sexo y nivel educativo de los docentes.

INDICADOR DE DEFICIENCIAS EN INFORMÁTICA Y ESTUDIO

El primer indicador construido fue el denominado “Indicador de deficiencias en Informática y Estudio”, el cual recoge información de las variables: uso del computador, acceso a internet y tiempo dedicado al estudio de las matemáticas en el hogar. El proceso de cálculo consistió en realizar un ACM con las tres variables, para obtener un factor que explicó el 91,1% de la inercia total.

Este indicador tiene como característica que es una variable centrada, con media cero. Para facilitar la interpretación del indicador se realizó un desplazamiento sobre el eje y se convirtió a una escala de cero a cien.

El desplazamiento de las coordenadas se realizó con el fin de lograr que todas las coordenadas fueran positivas, pero conservando la proporción de que guardaban entre sí las coordenadas originales. La transformación de las coordenadas desplazadas a una nueva variable con escala de cero a cien también conserva las mismas distancias entre puntos de manera proporcional, pero facilita la interpretación del indicador, el cual se distribuye con media 0 y varianza igual a 1. En esta nueva variable un valor cercano a cien denotará una combinación de características relacionadas con las deficiencias en informática y estudio. Es conveniente aclarar que las variables incluidas en el indicador originalmente en la base de Timss aparecen como variables que analizan escasez y deficiencia en esta área, por tanto si el valor del indicador es muy cercano a 100 las condiciones son muy difíciles y entre más cerca este a cero la situación mejora.

INDICADOR DE MATERIALES DE INSTRUCCIÓN

El indicador de materiales de instrucción también se construyó realizando un ACM con las variables que miden la disponibilidad de computadores y libros de matemáticas en la escuela. El indicador obtenido explica en su primer factor el 96,12% de la inercia total. La escala de cero a cien, fue calculada de tal manera que en un porcentaje mayor implica mayor acceso a los materiales de instrucción.

INDICADOR DE CARACTERÍSTICAS DEL AULA

El indicador de características del aula recoge la información de las variables que dan cuenta de las condiciones propias del aula como la iluminación, la ventilación y el estado de la estructura del salón de clase. Este indicador fue creado con el primer factor del ACM que explica un 89,03% de la inercia total. En la escala de cero a cien, puntajes más altos indican mejores características del aula.

INDICADOR DE CARACTERÍSTICAS DEL DOCENTE

Finalmente se construyó el indicador de características docentes que incluye las variables sexo y nivel educativo del docente. En este caso también se trabajó con un factor procedente del ACM que explica el 100% de la inercia ajustada.

CARÁCTERÍSTICAS DE DISTRIBUCIÓN DE LOS INDICADORES

A continuación se presenta en la tabla 1 las principales características de distribución de cada uno de los indicadores construidos que se trabajan con los datos desplazados en el eje de coordenadas.

TABLA 1 CARACTERÍSTICAS DE DISTRIBUCIÓN DE LOS INDICADORES

Estadística	INFORMATICA Y ESTUDIO	MATERIALES DE INSTRUCCIÓN	CARACTERÍSTICAS DEL AULA	CARACTERÍSTICAS DOCENTE
No. de observaciones	3069	3069	3069	3069
Mínimo	0.000	0.000	0.000	0.000
Máximo	100.001	99.997	99.993	99.982
Frec. del mínimo	42	1	1	1
Frec. del máximo	1	61	527	20
1° Cuartil	27.361	9.767	17.971	32.282
Mediana	44.042	34.090	44.724	42.339
3° Cuartil	68.306	68.846	76.133	42.339
Media	47.663	38.893	47.354	39.082
Varianza	647.495	1119.480	1136.853	356.096
Desviación típica	25.446	33.459	33.717	18.871
Coef. de variación	0.534	0.860	0.712	0.483
Asimetría	0.164	0.432	0.186	0.263
Curtosis	-0.607	-1.213	-1.158	0.884
Error est. media	0.459	0.604	0.609	0.341
Límite inferior de la media (95%)	46.762	37.708	46.160	38.414
Límite superior de la media (95%)	48.564	40.077	48.547	39.750

Fuente: Cálculos propios del autor.

7.2.2 ESTIMACIÓN DEL MODELO

La aplicación práctica y la interpretación de los distintos modelos multinivel se realizan con el software MLWin, el cual es editado por el Centro de modelamiento Multinivel del Instituto de Educación de Londres (GOLDSTEIN et al, 2000) y se constituye actualmente como una de las herramientas más importantes para trabajar modelos con estructura jerárquica. En primer lugar, la representación del modelo nulo realizado muestra que el modelo asume una variable respuesta con distribución normal. El coeficiente beta se encuentra multiplicado por un vector constante que se introduce con la intención de dar el mismo tratamiento al punto de corte que a las pendientes del modelo. El software MLWin muestra también cómo la variación se encuentra estructurada en dos niveles, donde una parte le corresponde al nivel alumnos e_{0ij} y al nivel escuela μ_{0j} . El modelo 1A muestra el modelo considerando solamente la variación del nivel alumnos; en el modelo 1B se incluyó solamente la variación del nivel escuelas. La existencia de varianza dentro de las escuelas indica que los sujetos se diferencian entre ellos dentro de las escuelas. La existencia de varianza en el segundo nivel indica que las escuelas también difieren en el rendimiento medio de cada una de ellas.

En el modelo 1A se tiene un $\beta_0 = 389,279$ que significa que la calificación promedio que obtuvieron los estudiantes es de 389,28 puntos. Por su parte el β_0 en el modelo 1B indica que la calificación promedio de las escuelas es de 377,74 puntos.

En la tabla 3 del anexo se encuentran las pruebas de significancia para todos los modelos.

MODELO 1 COMPONENTES DEL MODELO NULO

Modelo	Parte fija			Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0i}	β_{0j}	β_{0ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
A. Considerando únicamente la variación del nivel alumno	389,279 (1,506)	No aplica	No aplica	6962,891 (177,691)	No aplica	35864,030
B. Considerando únicamente la variación del nivel escuela	No aplica	377,739 (7,565)	No aplica	No aplica	7153,697 (899,876)	
C. Modelo nulo	No aplica	No aplica	373,745 (5,371)	4357,420 (113,547)	3234,879 (452,774)	34757,672

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

En el modelo 1C (modelo nulo) β_0 es el rendimiento medio de todas las escuelas. μ_{0j} es lo que la media de la escuela j se aparta de la media general y e_{ij} es lo que el rendimiento del alumno i de la escuela j se aparta de la media de su escuela. La varianza $\sigma_{\mu_0}^2$ es la varianza entre las medias de las escuelas, y σ_e^2 es la varianza entre los alumnos dentro de cada escuela.

El valor 373.745 es el punto de corte del modelo nulo, es decir, la calificación promedio en matemáticas obtenida en las pruebas TIMSS, con un error típico de 5.371. Si $\sigma_{\mu_0}^2$ no fuese estadísticamente significativa, querría decir que las escuelas no difieren entre sí. Sin embargo, en este caso se encontró varianza significativa tanto en el primer nivel como en el segundo. Por lo tanto, todos los esfuerzos se orientan en empezar a introducir variables en el modelo que disminuyan la varianza no explicada.

Los modelos 2 a 11 resultan de incluir variables al modelo inicial (modelo nulo) y verificar la significancia de cada nueva variable comparando los valores del estadístico -2*loglikelihood del modelo nulo y los modelos siguientes, lo que permite evaluar el aporte de cada variable, de igual manera la varianza de cada nivel permite analizar cómo la inclusión de cada variable afecta la variabilidad debida a las escuelas y a los estudiantes. Por otro lado la correlación intraclase del modelo nulo muestra que el 42.6% de la variación total es explicado por el nivel escuela y el 57.4% lo explica el nivel alumno (ver tabla 3).

El siguiente paso consiste en ir incorporando predictores tanto del primer como de segundo nivel a la parte fija y aleatoria del modelo. En primer lugar se incluyó la variable sexo como predictora del primer nivel, esta variable ha sido definida como 0 para niñas y 1 para niños, obteniendo así el modelo 2. En el modelo 2 el parámetro fijo asociado a la constante (350,371) es significativo, y se nota un descenso en su magnitud con respecto al modelo nulo. Esto es debido a que el grupo al que se refiere este punto de corte ya no es el mismo que en el modelo nulo. Ahora 350,371 es el rendimiento promedio en matemáticas de las niñas. El parámetro asociado a la

variable sexo es positivo y significativo (15,618) estos 15,6 puntos representan la diferencia en el rendimiento medio en matemáticas entre niños y niñas. En este caso, los niños obtienen en promedio 15,6 puntos más que las niñas.

MODELO 2 APOORTE DE LA VARIABLE SEXO

Variable	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{1ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	350,371 (6,492)	15,618 (2,455)	4300,066 (112,077)	3216,042 (449,779)	34717,458

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

La diferencia entre el estadístico $-2*\loglikelihood$ del segundo modelo en comparación con el modelo nulo resulta estadísticamente significativa (ver tabla 3 en anexos), lo que indica que esta variable aporta a la explicación del puntaje obtenido en la prueba Timss.

En la tabla 3 también se encuentran los valores de las variaciones residuales entre estudiantes (σ_e^2) y entre escuelas (σ_μ^2) donde se puede observar que la variación residual entre estudiantes es mayor que la variación residual entre escuelas, las cuales permiten calcular la correlación intraclass (42.8%) que indica la proporción de variación residual que es explicada por el nivel escuela y 57,2% para el nivel de estudiante. En la tabla 3 para el modelo 2 se tiene un valor de varianza total explicada del 0,992%.

Se prosigue con el modelo adicionando las otras variables del primer nivel, al agregar la variable “posee computador en el hogar” se obtuvo el modelo 3. En este modelo se observa una disminución en el punto de corte, ya que ahora se refiere al rendimiento medio de las niñas que no poseen computador en el hogar.

El coeficiente obtenido para esta variable indica que poseer computador en el hogar incrementa el rendimiento promedio en 9,1 puntos.

MODELO 3 APOORTE DE TENER COMPUTADOR EN EL HOGAR

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{1ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	348,207 (6,434)	14,708 (2,464)	4291,125 (111,822)	3079,611 (431,827)	34704,830
Posee computador		9,100 (2,555)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

El modelo 4 resulta de incluir la variable que mide las deficiencias en informática y estudio. Tal como se esperaba el signo que acompaña al coeficiente de esta variable es negativo, esto indica que por cada incremento en la deficiencia en informática y estudio se disminuye la calificación obtenida en la prueba Timss en 9,175 puntos en promedio.

MODELO 4 APOORTE DEL INDICADOR DE DEFICIENCIA EN INFORMÁTICA Y ESTUDIO

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		2*loglikelihood	
	β_{0ij}	β_{1ij}	e_{0ij}	μ_{0j}		
Sexo del estudiante		14,475 (2,456)			34678,200	
Posee computador	362,648 (6,896)	7,837 (2,559)	4263,585 (111,108)	2902,969 (408,358)		
Deficiencia en Informática y estudio		-9,175 (1,772)				

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

En los modelos 5 a 11 se muestra el efecto de la adición de cada una de las variables del nivel escuela, se puede ver que todas tienen efecto positivo sobre la calificación Timss. En la tabla 3 se encuentran los cálculos de significancia para cada variable.

Inicialmente se incorpora el indicador de materiales de instrucción en matemáticas para obtener el modelo 5. En este caso como se introduce una variable del nivel escuela se produce una disminución de la correlación intraclase de este nivel (ver tabla 3).

MODELO 5 APOORTE DEL INDICADOR DE MATERIALES DE INSTRUCCIÓN EN MATEMÁTICAS

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	342,073 (8,299)	14,347 (2,455)	4263,658 (111,102)	2508,885 (357,684)	34661,142
Posee computador		7,572 (2,560)			
Deficiencia en Informática y estudio		-8,944 (1,773)			
Materiales de instrucción		23,917 (5,645)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

El signo del coeficiente que acompaña a esta variable es positivo, lo que indica que un incremento en el indicador de materiales de instrucción aumenta la calificación promedio en 23,92 puntos. En otras palabras, tal y como se esperaba una mejor dotación de materiales de instrucción de las escuelas ayuda a que los rendimientos de sus estudiantes sean mayores.

MODELO 6 APOORTE DEL INDICADOR DE CARACTERÍSTICAS DEL AULA

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	326,848 (9,532)	14,345 (2,455)	4264,066 (111,108)	2317,483 (332,887)	34651,772
Posee computador		7,615 (2,559)			
Deficiencia en Informática y estudio		-8,933 (1,772)			
Materiales de instrucción		18,416 (5,726)			
Características del aula		17,945 (5,817)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

Al incluir la variable de características del aula, la variación en el nivel de escuela también presenta una reducción. El coeficiente de 17.945 implica que a medida que mejoran las características del aula el rendimiento del estudiante aumenta en ese valor.

En el modelo 7 se muestra que las características del docente presentaron un signo como el esperado, el parámetro asociado a esta variable fue de 12,705 lo que indica que a medida que se mejoran las características de los docentes se identifica un aumento en el rendimiento en matemática de los estudiantes.

MODELO 7 APOORTE DEL INDICADOR DE CARACTERÍSTICAS DEL DOCENTE

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	308,011 (13,112)	14,373 (2,455)	4265,747 (111,158)	2222,667 (319,767)	34647,426
Posee computador		7,608 (2,559)			
Deficiencia en Informática y estudio		-8,926 (1,772)			
Materiales de instrucción		18,862 (5,625)			
Características del aula		17,614 (5,711)			
Características del docente		12,705 (6,118)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

Al incluir la variable tipo de escuelas también se obtuvo el resultado esperado, las escuelas privadas presentan mayores calificaciones en la prueba de matemáticas que las escuelas públicas. Aproximadamente 37,287 puntos más.

MODELO 8 APOORTE DEL TIPO DE ESCUELA

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	311,174 (12,905)	14,370 (2,454)		2105,763 (304,933)	4265,470 (111,143)
Posee computador		7,439 (2,560)			
Deficiencia en Informática y estudio		-8,818 (1,773)			
Materiales de instrucción		12,603 (5,978)			
Características del aula		14,225 (5,721)			
Características del docente		12,911 (5,975)			
Tipo de Escuela (Escuela Privada)		37,287 (14,146)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

Al igual que sucedió con el tipo de escuela, la zona donde se encuentra ubicada la escuela también produce diferencias estadísticamente significativas en los resultados, siendo superiores las puntuaciones obtenidas por los estudiantes que pertenecen a escuelas de zona urbana. Los resultados de los estudiantes de estas escuelas presentan

aproximadamente 22,515 puntos más que los estudiantes de zona rural. En los modelos 10 y 11, se muestra el efecto de la inclusión de dos variables que tienen como característica principal medir la actitud del estudiante frente a la escuela y frente a las matemáticas.

MODELO 9 APOORTE DE LA ZONA DE UBICACIÓN DE LA ESCUELA

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	296,035 (14,759)	14,444 (2,454)	4265,661 (111,149)	2039,727 (295,993)	34636,146
Posee computador		7,196 (2,563)			
Deficiencia en Informática y estudio		-8,692 (1,774)			
Materiales de instrucción		10,384 (5,992)			
Características del aula		15,389 (5,670)			
Características del docente		12,124 (5,906)			
Tipo de Escuela (Escuela Privada)		32,894 (14,102)			
Zona de la Escuela (Escuela Urbana)		22,515 (11,023)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

La variable gusto por la escuela, como era de esperarse, presentó un parámetro positivo que indica que los estudiantes a los que les gusta ir a la escuela obtienen rendimientos más altos que aquellos a los que no les gusta. El gusto por la escuela produce aproximadamente 30,949 puntos adicionales en la calificación de matemáticas.

MODELO 10 APOORTE DEL GUSTO POR LA ESCUELA

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	259,426 (15,824)	14,622 (2,441)	4217,504 (109,894)	2046,517 (296,589)	34601,871
Posee computador		6,751 (2,550)			
Deficiencia en Informática y estudio		-0,247 (0,050)			
Materiales de instrucción		0,271 (0,154)			
Características del aula		0,398 (0,145)			
Características del docente		0,473 (0,233)			
Escuela Privada		33,107 (14,118)			
Escuela Urbana		23,045 (11,024)			
Gusto por la escuela		30,949 (5,274)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

De igual manera la variable gusto por las matemáticas presentó un parámetro positivo que como en el caso del gusto por la escuela, está indicando que cuando a los estudiantes les gusta las matemáticas, obtienen calificaciones más altas en la prueba Timss. Aproximadamente 33,421 puntos más que aquellos estudiantes a los que no les gustan las matemáticas.

MODELO 11 APORTE DEL GUSTO POR LAS MATEMÁTICAS

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	242,849 (15,742)	14,013 (2,405)	4092,287 (106,628)	2010,796 (291,379)	34509,709
Posee computador		5,521 (2,515)			
Deficiencia en Informática y estudio		-0,234 (0,049)			
Materiales de instrucción		0,262 (0,153)			
Características del aula		0,403 (0,144)			
Características del docente		0,478 (0,231)			
Tipo de Escuela (Escuela Privada)		34,435 (13,988)			
Zona (Escuela Urbana)		24,232 (10,914)			
Gusto por la escuela		18,973 (5,341)			
Gusto por la matemática		33,421 (3,460)			

Fuente: Cálculos propios del autor. Entre paréntesis el error estándar

El comportamiento de estas dos últimas variables pone de manifiesto que el aspecto motivacional de los estudiantes es uno de los que generan mayor impacto sobre su rendimiento académico.

8. SUPUESTOS DEL MODELO

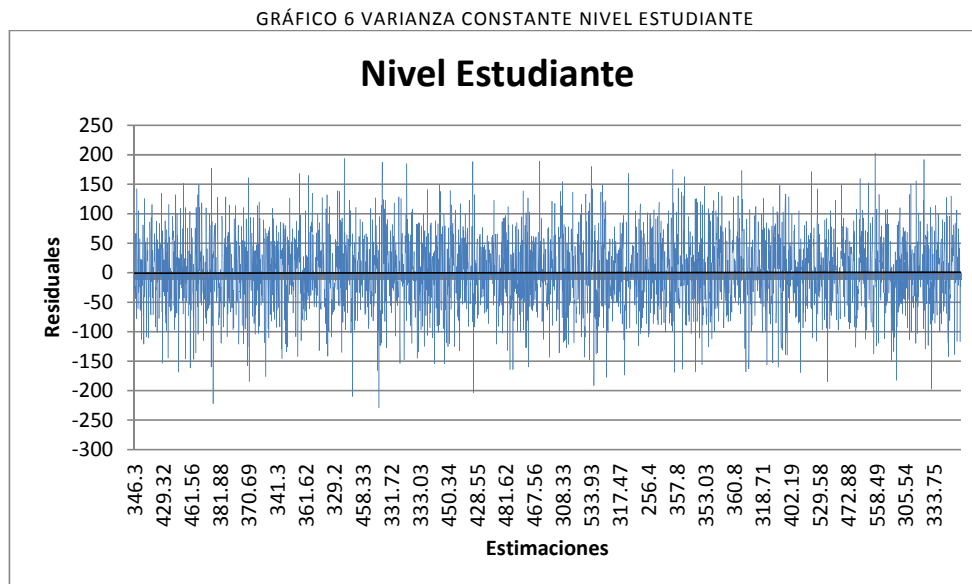
Los Modelos Multinivel, como cualquier modelo de regresión, tienen algunos supuestos de partida, sin cuyo cumplimiento las estimaciones obtenidas no son correctas. Los principales supuestos recaen sobre el error del modelo, ε , y su certificación se realiza a través del análisis de los residuos $\hat{\varepsilon}$. Estos supuestos son los siguientes:

1. El error tiene media nula y varianza constante, es decir, el error es homocedástico.
2. Los componentes aleatorios y el valor previsto son ortogonales
3. El error debe tener una distribución Normal para que se puedan inferir los resultados de la muestra a la población.

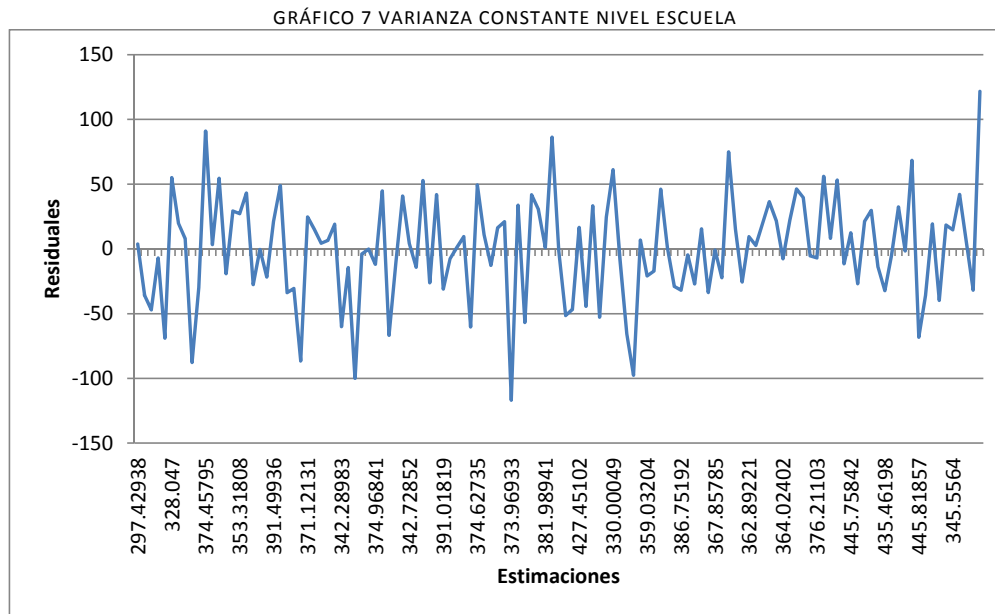
Primero: Media nula y varianza constante

Esta hipótesis es importante, esto, debido a que al graficar los residuos frente a valores estimados se puede ver la variabilidad cuando tiende a crecer o a decrecer con las variables predictoras del modelo. También se verifica fácilmente calculando los estadísticos descriptivos de los residuales. Así, la media para los residuales del nivel 1 es $1.9940e-005$ y de los residuales segundo nivel 0.00024024 , con lo que, efectivamente se cumple.

A continuación se presenta un gráfico de residuos que muestra la variabilidad de los residuos con los valores de los predictores. Se observa que la varianza permanece constante para todas las puntuaciones de los estudiantes en Matemática, con lo cual se cumple la homocedasticidad.



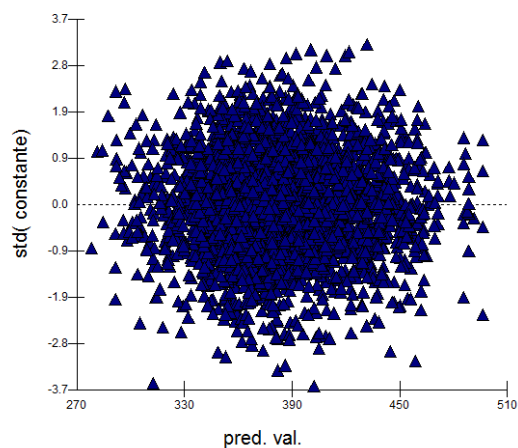
Fuente: Elaboración propia del autor.



Segundo: Los componentes aleatorios y el valor previsto son ortogonales

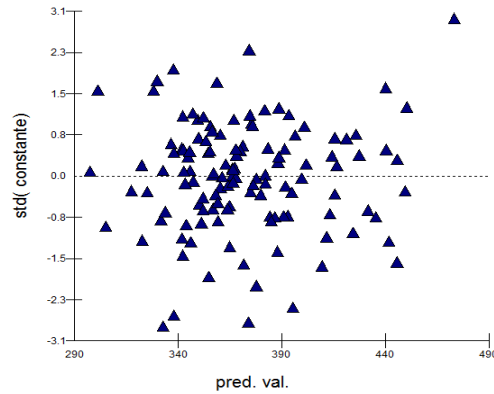
Una estrategia comúnmente utilizada para verificar este supuesto es mediante el estudio del gráfico de los valores predichos frente a los residuos estandarizados para cada nivel (gráficos 7 y 8). Debido a que en ambos gráficos se observa una nube de puntos sin tendencia, se puede afirmar que el supuesto se cumple.

GRÁFICO 8 ORTOGONALIDAD NIVEL ESTUDIANTES



Fuente: Elaboración propia del autor.

GRÁFICO 9 ORTOGONALIDAD NIVEL ESCUELA



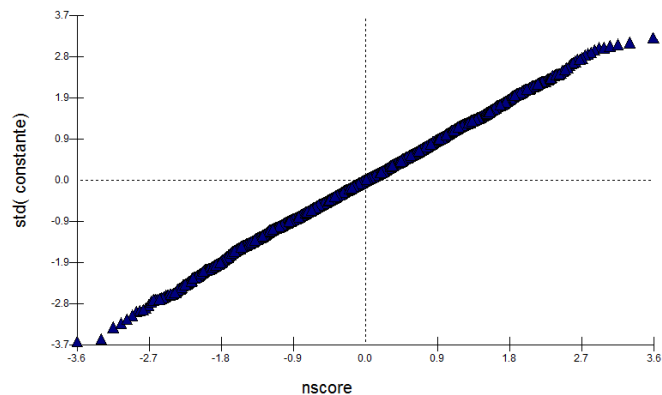
Fuente: Elaboración propia del autor.

Visualmente se puede apreciar la independencia. Sin embargo, también se calculó la correlación entre esos valores. El índice de correlación entre el valor previsto y el componente aleatorio del intercepto para el nivel escuela es de 0.045 y entre el valor previsto y el componente aleatorio para el nivel estudiante es 0,0000173. Es decir, se puede afirmar que se cumple el segundo supuesto.

Tercero: Normalidad del error

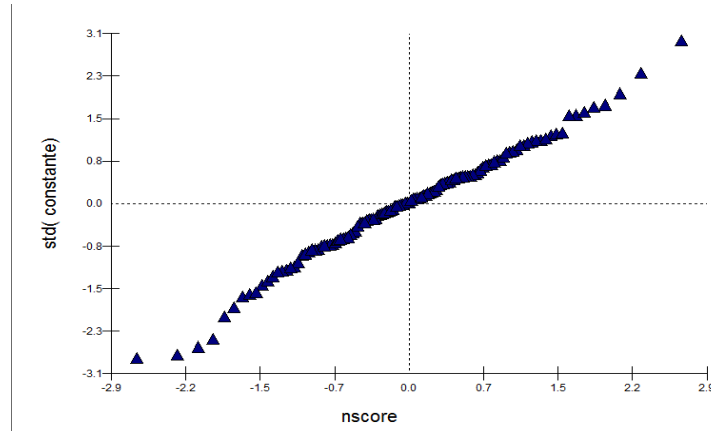
La hipótesis de normalidad es importante para justificar el método de estimación y las distribuciones de los estimadores. La normalidad de los residuos puede contrastarse a partir del gráfico normal de los residuos, y, si la distribución de los residuos es normal, el gráfico tiene que mostrar aproximadamente una línea recta. Como se puede apreciar en los gráficos 9 y 10 se cumple el supuesto tanto para estudiantes como para escuelas.

GRÁFICO 10 PROBABILIDAD NORMAL ESTUDIANTES



Fuente: Elaboración propia del autor.

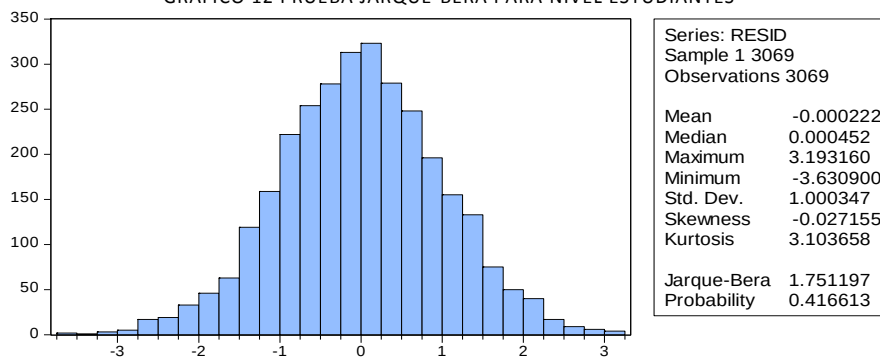
GRÁFICO 11 PROBABILIDAD NORMAL ESCUELAS



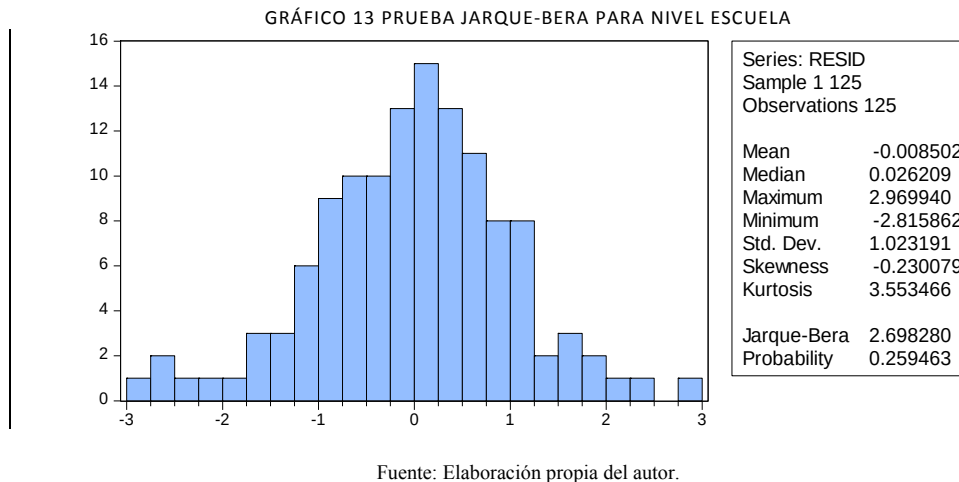
Fuente: Elaboración propia del autor.

Adicional a la prueba gráfica, este supuesto se puede verificar por medio de una prueba Jarque-Bera. Ésta prueba contrasta la asimetría y el exceso de curtosis de la distribución. Analiza por consiguiente si la distribución falla en alguna de las características básicas de la normal, si es simétrica o si tienen diferente peso los valores centrales respecto a los extremos de la normal. Una distribución normal se caracteriza por tener un coeficiente de asimetría cero y uno de curtosis de tres.

GRÁFICO 12 PRUEBA JARQUE-BERA PARA NIVEL ESTUDIANTES



Fuente: Elaboración propia del autor.



El coeficiente de curtosis para ambos casos es cercano a tres y el de asimetría cercano a cero, que muestra que la distribución de los residuales es aproximadamente normal.

Más formalmente en los gráficos 12 y 13 se puede observar que el estadístico Jarque-Bera permite aceptar la hipótesis nula de normalidad, ya que el p-valor en ambos casos es mayor que el nivel alfa de 0,05.

Ajuste del modelo

El último paso es evaluar la calidad del modelo final. Básicamente lo que importa es conocer cuánta varianza de la escuela y del alumno es explicada por el modelo. Sería un valor de su capacidad explicativa. Se estima a través del llamado Coeficiente de determinación R^2 (Longford, 1993). Si el intercepto apenas tiene varianza aleatoria la varianza total será la suma de las varianzas de los niveles 1 y 2 (estudiante y escuela). De esta forma, podremos estimar el coeficiente de determinación total R^2 (Pseudo R^2), así como el coeficiente de determinación para el nivel 1 (estudiante), R^2_1 , para el 2 (escuela), R^2_2 , con la siguiente fórmula:

$$R^2 = 1 - \frac{\text{var}(\text{final})}{\text{var}(\text{nulo})}$$

Con la ayuda de la tabla 3 (ver anexo) se puede verificar que el valor del R^2 del modelo para el nivel escuela es del 37,8% y el del nivel estudiante es del 6.1%.

Finalmente, se realizó una estimación del modelo obtenido usando el quinto valor plausible de la variable respuesta. Si bien este no es un requerimiento para probar la adecuación del modelo, sí se constituye en un ejercicio que permite evaluar la coherencia de los resultados obtenidos con el valor plausible seleccionado inicialmente, ya que el comportamiento de las variables independientes resultó ser exactamente igual en signo sin importar qué valor plausible se use para la estimación. La estimación completa de éste modelo se encuentra en anexos.

9. DISCUSIÓN

De los resultados obtenidos se debe resaltar que aspectos relacionados con la escuela como son: el tipo de escuela, características del aula y materiales de instrucción, se pueden comparar con los resultados de los trabajos sobre calidad de educación realizados por Piñeros y Rodríguez (1999), Nuñez(2002) y Vivas(2008) relacionados con un impacto positivo sobre el logro de los estudiantes en escuelas con buena infraestructura. Además, se encuentra un efecto mayor sobre escuelas privadas en comparación con las públicas.

El indicador que recoge las características del docente presenta un comportamiento similar con respecto a la educación de los profesores encontrado en los trabajos de Barrera y Gaviria(2003), y Nuñez(2002) donde un mayor nivel educativo del profesor se refleja positivamente en el alcance de logros en los estudiantes.

Por otro lado, el desempeño en matemáticas de los estudiantes hombres es mejor que el de las mujeres. Resultado similar obtiene Valens(2007) y de manera opuesta al resultado de Vivas(2008).

En este estudio se incluyó variables de motivación del estudiante, una mide el gusto por la escuela y la otra el gusto por las matemáticas. En ambos casos se observó un aporte significativo sobre el alcance de logros, por esta razón es importante que en futuras investigaciones se incluya y se exploren aspectos adicionales relacionados con la motivación de los estudiantes.

10. CONCLUSIONES

Se Identificó un impacto fuerte de la variable sexo del estudiante sobre los resultados obtenidos en las pruebas TIMSS (2007), este efecto produce un mayor rendimiento en el alcance de logros en matemáticas para los niños en comparación al rendimiento logrado por las niñas.

El hecho de poseer computador en los hogares de los estudiantes representa un efecto positivo en el alcance de logros en matemáticas.

Se pudo verificar que unas mejores características de la escuela y del aula tienen un efecto positivo y significativo sobre los rendimientos en matemáticas de los estudiantes. De igual forma, una escuela que se encuentre ubicada en zona urbana y que sea de tipo privado tiene mayores posibilidades de tener mejores calificaciones promedio de sus estudiantes en las pruebas Timss.

De todas las variables incluidas en el estudio las de mayor impacto sobre el alcance de logros en matemáticas son en su orden: El tipo de escuela, Gusto por la matemática, Zona y Gusto por la escuela. Lo anterior invita al sector educativo a generar mayor innovación en estrategias pedagógicas que busquen aumentar la motivación y el gusto por las matemáticas y la escuela en los estudiantes y así lograr mejores resultados en matemáticas, como por ejemplo los semilleros de matemáticas a nivel de escuela primaria y olimpiadas de matemáticas por zonas, entre otros.

Se pudo verificar la fortaleza del uso de los modelos multinivel para el análisis de datos con estructura jerárquica ya que ofrecen distintas ventajas respecto a los modelos de regresión lineal tradicionales, como por ejemplo brindan resultados más realistas ya que modelan cada nivel de jerarquía, no requieren la hipótesis de independencia entre las medidas de la variable resultado y también dan estimaciones más precisas. De igual forma se pudo verificar la gran utilidad del análisis de correspondencias múltiples como una herramienta para la reducción de variables.

Los resultados de los modelos muestran la importancia del nivel de escuela al encontrar que los logros alcanzados por los estudiantes en gran medida se explican por las características propias de la institución como también por las características de los docentes.

Por su parte, los resultados señalan que los mejores rendimientos corresponden a instituciones privadas en comparación con las instituciones públicas. De igual manera la zona donde se encuentra la escuela influye de manera positiva sobre el alcance de logros en las escuelas urbanas, estableciendo cierta desventaja frente a las escuelas de zona rural.

Para mejorar el rendimiento en matemáticas se deberían diseñar políticas que contribuyan a mejorar las condiciones de las escuelas como por ejemplo garantizar los

materiales de librería, acceso a computadores e internet tanto en escuelas como en los hogares, buenas condiciones de infraestructura y docentes calificados.

Para lograr la calidad en la educación se requieren grandes esfuerzos de manera colectiva de toda la comunidad educativa, definiendo metas institucionales, contando con un papel activo de los directivos y con sistemas de evaluación periódica de alumnos y maestros tal como lo muestran la mayoría de las investigaciones internacionales en esta área. Es fundamental realizar estudios de investigación educativa para todos los grados para así poder realizar investigaciones futuras que proporcionen recomendaciones más precisas.

Fortalecer el capital humano del país, promover el crecimiento económico y extender las oportunidades educativas a la mayoría de la población son objetivos que se pueden lograr utilizando las recomendaciones presentadas anteriormente y que permiten mejorar la calidad de la educación en matemáticas y disminuir la inequidad en la distribución del rendimiento académico entre los estudiantes colombianos.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

ABDUL-HAMID, H. (2003). "What Jordan needs to do to prepare for the knowledge economy: lessons learned from TIMSS-R". Universidad de Maryland (procesado).

AITKIN, M. y LONGFORD, N. (1986). "Statistical Modelling Issues in School Effectiveness Studies", *Journal of the Royal Statistical Society, Ser A*, 149, 1-43.

ÁLVAREZ, J., V. GARCÍA MORENO Y H. PATRINOS. (2007). "Institutional effects as determinants of learning outcomes: exploring state variations in Mexico". Documento de antecedentes del Banco Mundial.

ANDERSON, J. B. (2002). "The effectiveness of special interventions in Latin American public primary schools". Serie de documentos de trabajo de The Dante B. Fascell North-South Center, No. 5. Universidad de Miami.

BANCO MUNDIAL. (2006). "Colombia contracting education services". Informe No. 31841-CO. Washington, D.C.

BARRERA, F. Y A. GAVIRIA. (2003). "Eficiencia de las escuelas colombianas". Fedesarrollo.

BARRERA, F. Y A. IBÁÑEZ. (2004). "Does violence reduce investment in education?: a theoretical and empirical approach". Documento CEDE 2004-27.

BARRO, R. J. (2001). "Human capital and growth". *American Economic Review, Papers and Proceedings*. 91(2): 12-17.

BEDARD, K. Y E. DHUEY. (2006). "The persistence of early childhood maturity: international evidence of long-run age effects". *The Quarterly Journal of Economics*. 121(4).

BETTINGER, E., M. KREMER y J. E. SAAVEDRA. (2008). "Are vouchers redistributive?" Mimeo, Harvard. Marzo de 2008.

BOWELS, S., LEVIN, H. (1968). The Determinants of Scholastic Achievement. An Appraisal of some recent Evidence. *Journal of Human Resources* V. 3, Pp. 3-24.

BRYK, A. S. & RAUDENBUSH, S. W. (1992). *Hierarchical linear models. Applications and data analysis methods*. Newbury Park, CA: SAGE.

BRYK, A.S., RAUDENBUSH, S.W. y CONGDON, R. (1996). *HLM: Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling with the HLM/2L and HLM/3L*, Chicago, Scientific Software International, Inc.

CARO, B. L. (2000). "Factores asociados al logro académico de los alumnos de 3° y 5° de primaria de Bogotá". *Coyuntura Social*. No. 22, mayo, pp. 65-80. Fedesarrollo.

COLEMAN, J. (1966). *Equality of educational opportunity*. U.S. Department of Education. Washington, D.C.

COOMBS PH, HALLAK, J. (1987). *Cost Analysis in Education: A Tool for Policy and Planning*. The John Hopkins University Press, Baltimore y Londres.

DELPRATO, M. (1999). "Determinantes del rendimiento educativo del nivel primario aplicando la Técnica de Análisis Multinivel" Documento de Trabajo N°27 Instituto de Estudios sobre la Realidad Argentina y Latinoamericana (IERAL).

FUCHS, T. Y L. WOESSMANN. (2004). "What accounts for the international differences in student performance? A re-examination using PISA data". Documento de trabajo de CESifo No. 1235. Center for Economic Studies e Ifo Institute of Economic Research. Munich.

GAVIRIA, A. Y J. BARRIENTOS. (2001). "Determinantes de la calidad de la educación en Colombia". *Archivos de Economía*. No. 159, noviembre. Departamento Nacional de Planeación.

GAVIRIA, J. y CASTRO, M. (2005). "Modelos Jerárquicos lineales", *Cuadernos de Estadística* 29. Madrid, Editorial La Muralla S.A.

GELMAN, A. & HILL, J. (2006). *Data Analysis Using Regression and Multilevel /Hierarchical Models*. Cambridge: Cambridge University Press.

GERTEL, H., GIULIODORI, R., HERRERO, V., FRESOLI, D., VERA, M. Y MORRA, M. (2006). "Análisis multinivel del rendimiento escolar al término de la educación básica en Argentina" *Documento de Trabajo N° 5*, Instituto de Economía y Finanzas Facultad de Ciencias, Económicas Universidad Nacional de Córdoba.

GOLDSTEIN, H. (1997). Methods in school effectiveness research. *School Effectiveness and School Improvement*, 8(4), 69-395.

GOLDSTEIN, H., RABASH, J., LEWIS, I., DRAPER, D., BROWNE, W., YAN, M., WOODHOLSE, G. y HEALY, M. (2000). *A user's guide to Mlwin*. Centre for Multilevel Modelling Institute of Education University of London, London.

GOLDSTEIN, H. (2003). *Multilevel Statistical Models*. New York: Arnold.

GREENBERG, E. (2004). "Climates for learning". Presentación ante la reunión anual de la American Educational Research Association, abril 12-16 de 2004, San Diego, CA.

HANUSHEK, E. A. (2004a). "What if there are no best practices?" *Scottish Journal of Political Economy*. 51(2): 156-172.

_____. (2004b). "United States lessons about school accountability". *Journal for Institutional Comparisons*. Center for Economic Studies and Ifo Institute of Economic Research. Munich.

_____. (2007). "The role of school improvement in economic development".

HANUSHEK, E. A. Y J. A. LUQUE. (2003). "Efficiency and equity in schools around the world". *Economics of Education Review*. 22(5): 481-502.

HANUSHEK, E. A. Y D. D. KIMKO. (2000). "Schooling, labor force quality and the growth of nations". *American Economic Review*. 90(5): 1184-1208.

HANUSHEK E. A. Y L. WOESSMANN. (2007). "Education quality and economic growth". Banco Mundial, Washington D.C.

_____. (2007). "The role of school improvement in economic development". Documento de trabajo de CESifo No. 1911. Center for Economic Studies and Ifo Institute of Economic Research. Munich.

HECK, R. H. & THOMAS, S. L. (2000). *An Introduction to Multilevel Modeling Techniques*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

HOX, J.J (1995). *Applied multilevel analysis*, TT- Publikaties. Ámsterdam.

HOX, J. J. (1998). Multilevel modeling: when and why. En I. Balderjahn & M. Schader (Eds.), *Classification, data analysis and data highways* (pp. 147-154). New York: Springer Verlag.

ICFES. (2010). Resultados de Colombia en TIMSS 2007

IREGUI, A., L. MELO Y J. RAMOS. (2006). *Evaluación y análisis de eficiencia de la educación en Colombia*. Banco de la República de Colombia.

KREFT, ITA (1996). "Are Multilevel Techniques Necessary? An Overview, including Simulation Studies.", California State University, Los Angeles.
<http://www.ioe.ac.uk/multilevel/workpap.htm/>

LEE, J. W. Y R. J. BARRO. (2001). "Schooling quality in a cross-section of countries". *Económica*. 68(272): 465-488.

LEVIN, H. (1983). *Cost-Effectiveness*. Sage Publications, Nueva York.

LONGFORD, N. T. (1993). *Random Coefficient Models*. Oxford: Oxford University Press.

LÓPEZ J. Y MORENO M. (1997). “Resultados de Matemáticas Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)” Instituto Nacional de Calidad y Evaluación. España.

MARCELO, D. Y ARIZA, N. (2005). “Evolución de los resultados de la educación en Colombia (1997-2003)”. Archivos de Economía, No. 286. Departamento Nacional de Planeación.

MENJIVAR, M. (2003). “Estándares e Indicadores de los Procesos de Calidad, Programa Escuela Diez, Ministerio de Educación, República de El Salvador.

MELO, L. (2005). “Impacto de la descentralización fiscal sobre la educación pública colombiana.” Borradores de economía, No. 350. Banco de la República.

MINA, A. (2004). “Factores asociados al logro educativo a nivel municipal.” Documento CEDE 2004-15. Universidad de los Andes.

MONETTE G, SHAO, QING AND KWAN, ERNEST. (2001). A First Look at Multilevel Models, pp. 96. Institute for Social Research.

MULLIS, I. V. S., et. Al, (2005). *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*. International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. Documento disponible en el siguiente sitio WEB: <http://hydra.icfes.gov.co/timss/Frameset.htm>.

MULLIS I., MARTIN M., SMITH T., GARDEN R., GREGORY K., GONZALEZ E., CHRÓSTOWSKI S., O’CONNOR K. (2002). “Marcos teóricos y especificaciones de evaluación de TIMSS”. Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE) Madrid.

Con formato: Inglés (Estados Unidos)

MURILLO, F. J. (2008). “Los modelos multinivel como herramienta para investigación educativa” *Magis*, V. 1. No 1, julio, pp.45-62 Universidad Javeriana.

NÚÑEZ, J., R. STEINER, X. CADENA Y R. PARDO. (2002). “¿Cuáles colegios ofrecen mejor educación en Colombia?” Archivos de Economía, No. 193, junio. Departamento Nacional de Planeación.

PIÑEROS, L. J. Y A. RODRÍGUEZ. (1999). “School inputs in secondary education and their effects on academic achievement: a study in Colombia”. LCSHD Paper Series No. 36. World Bank Human Development Department.

PURKEY, S.C. Y SMITH, M.S. (1983). Effective schools: a review. *Elementary School Journal*, 4, 427-452.

RAMÍREZ, M. Y J. TÉLLEZ. (2006). *La educación primaria y secundaria en Colombia en el siglo XX*. Banco de la República.

ROWE KJ, HILL, PETER W., HOLMES-SMITH, PHILIP. (1995). Methodological Issues in educational Performance and School Effectiveness Research: A Discussion with Worked Examples. *Australian Journal of Education* V. 39 N° 3, pp. 217-248.

SÁNCHEZ, F. Y A. DÍAZ. (2005). “Los efectos del conflicto armado en el desarrollo social colombiano, 1990- 2002”. Documento CEDE 2005-58. Universidad de los Andes.

SARMIENTO, A., C. ALONSO, G. DUNCAN Y C. GARZÓN. (2005). “Evaluación de la gestión de los colegios en concesión Bogotá 2000-2003”. Archivos de Economía, No. 291. Departamento Nacional de Planeación.

SARMIENTO, A., L. BECERRA Y J. GONZÁLEZ. (2000). “La incidencia del plantel en el logro educativo del alumno y su relación con el nivel socioeconómico”. *Coyuntura Social*. No. 22, mayo, pp. 53-64. Fedesarrollo.

SURYADARMA, D., A. SURYAHADI, S. SUMARTO Y H. ROGERS. (2006). “Improving student performance in public primary schools in developing countries: evidence from Indonesia”. *Education Economics*. 14(4): 401-429.

UMAÑA, C. (2004). “Esquemas de incentivos para la carrera docente”. Archivos de Economía, No. 270. Departamento Nacional de Planeación.

UNESCO. (1990). *World declaration on education for all and framework for action to meet basic learning needs*. New York, NY, USA: UNESCO.

URIBE, C., R. MURNANE, J. WILLET Y M. SOMERS. (2005). “Expanding school enrollment by subsidizing private schools: lessons from Bogota”. National Bureau of Economic Research, Working Paper 11670.

VALENS, M. (2007) “Calidad de la educación superior en Colombia: Un análisis Multinivel con Base en el ECAES de Economía 2004”, *Documento de Trabajo N° 99*, CIDSE, Universidad del Valle.

VEGAS, E. Y J. PETROW. (2007). *Raising student achievement in Latin America: the challenge for the 21st century*. Latin American Development Forum. Banco Mundial. Washington, D.C.

VIVAS, H. (2008), *Educación, Background familiar y calidad de los entornos locales en Colombia*”, Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona, capítulo 3, pp. 71-90.

WENGLINSKY, H. (1998). *School District Expenditures, School Resources and Student Achievement: Modeling the Production Function*. Education Testing Service, Washington.

WOESSMANN, L. (2003). “Schooling resources, educational institutions and student performance: the international evidence”. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. 65(2): 117-170.

_____. (2004). "The effect heterogeneity of central exams: evidence from TIMSS, TIMSS-repeat and PISA". CESifo Working Paper No. 1330. Center for Economic Studies and Ifo Institute of Economic Research. Munich.

WOESSMANN, L. Y T. FUCHS. (2005). "Families, schools and primary-school learning: evidence for Argentina and Colombia in an international perspective". World Bank Policy Research Working Paper 3537. Washington, D.C.

ANEXOS

Tabla 2 DEFINICIONES Y CONSTRUCCIÓN DE VARIABLES

VARIABLES	SIGNO ESPERADO	TIPO	CONSTRUCCIÓN (A partir del cuestionario de alumno y docente de la base de TIMSS 2007)	REGRESIÓN
NIVEL ALUMNO				
Sexo	(+)	Dummy	Se asignó el valor 0 para las mujeres y 1 para los hombres.	
Posee computador en el hogar	(+)	Dummy	Se asignó el valor 0 para los estudiantes que no poseen computador y 1 para los que si poseen.	
Gusto por la matemática	(+)	Dummy	0 para ningún gusto por la matemática y 1 para gusto por la matemática	
Gusto por la escuela	(+)	Dummy	0 para ningún gusto por la escuela y 1 para gusto por la escuela	
Indicador de deficiencia en informática y estudio	(-)	0-100 (continua)	Se tuvo en cuenta dos variables “Uso del computador” y “Tiempo dedicado al estudio de las matemáticas” Se llevó al rango de 0 a 100.	Variable centrada respecto a su media
NIVEL ESCUELA				
Tipo de escuela	(+)	Dummy	Se asigno el valor 0 a escuela pública y 1 para escuela privada.	
Zona de la escuela	(+)	Dummy	Se asigno el valor 0 para escuelas en zona rural y 1 para escuelas en zona urbana	
Indicador de capacidad de materiales de instrucción	(+)	Escala 0-100	Se creó usando las variables “Escasez de computadores en matemáticas” y “Escasez de materiales de librería en matemáticas” Se llevó el rango de 0 a 100.	Variable centrada respecto a su media
Indicador de características del aula	(+)	Escala 0-100	Para crearlo se uso las variables de “Escasez de edificios escolares” y la opinión relativa sobre “Escasez de iluminación ,ventilación y calefacción” Se llevó al rango de 0 a 100.	Variable centrada respecto a su media
Indicador de características del docente	(+)	Escala 0-100	Se tuvo en cuenta las variables “Sexo del docente” , “Mayor nivel educativo alcanzado por el docente” Se llevó el rango de 0 a 100	Variable centrada respecto a su media
INTERACCIONES				
Tipo de escuela * Características del docente	(+)		Se construye con el producto de las variables “Tipo de escuela” y “Características Docentes”	

| Fuente: Elaboración propia del autor.

TABLA 3 PRUEBAS PARA LOS PARÁMETROS DEL MODELO EN DOS NIVELES

Modelo	variable	2loglikelihood	Diferencia 2loglikelihood	Signif. Chi- cuadrado	g.l	Variación residual Escuela	Variación residual Estudiante	Correlacion intraclase (ρ) escuela	Correlacion intraclase (ρ) Estudiante	% de varianza Total Explicada	% de varianza explicada por escuela	% varianza explicada por alumnos
1	beta cero	34757.672				3234.879	4357.420	0.426	0.574			
2	beta cero, sexo	34717.458	40.214	0.000	1	3216.042	4300.966	0.428	0.572	0.992%	0.582%	1.296%
3	beta cero, sexo, posee computador en el hogar	34704.830	12.628	0.000	1	3079.611	4291.125	0.418	0.582	2.918%	4.800%	1.521%
4	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio	34678.200	26.630	0.000	1	2902.969	4263.585	0.405	0.595	5.608%	10.260%	2.153%
5	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas	34661.142	17.058	0.000	1	2508.885	4263.658	0.370	0.630	10.797%	22.443%	2.152%
6	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas, características del aula	34651.772	9.370	0.002	1	2317.483	4264.066	0.352	0.648	13.313%	28.360%	2.142%
7	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas, características del aula, características del docente	34647.426	4.346	0.037	1	2222.667	4265.747	0.343	0.657	14.540%	31.291%	2.104%
8	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas, características del aula, características del docente, tipo de escuela	34640.415	7.011	0.008	1	2105.763	4265.470	0.331	0.669	16.083%	34.904%	2.110%
9	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas, características del aula, características del docente, tipo de escuela, zona de la escuela	34636.146	4.269	0.039	1	2039.727	4265.661	0.323	0.677	16.950%	36.946%	2.106%
10	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas, características del aula, características del docente, tipo de escuela, zona de la escuela, gusto por la escuela	34601.871	34.275	0.000	1	2046.517	4217.504	0.327	0.673	17.495%	36.736%	3.211%
11	beta cero, sexo, posee computador en el hogar, informatica y estudio, materiales de instrucción en matematicas, características del aula, características del docente, tipo de escuela, zona de la escuela, gusto por la escuela, gusto por la matematica	34509.709	92.162	0.000	1	2010.795	4092.287	0.329	0.671	19.615%	37.840%	6.085%

Fuente: Cálculos propios del autor.

MODELO 12 QUINTO VALOR PLAUSIBLE

Variables	Parte fija		Parte aleatoria		- 2*loglikelihood
	β_{0ij}	β_{1ij}	e_{0ij}	μ_{0j}	
Sexo del estudiante	240,849	16,549 (2,414)	4119,047	2409,511	35548,600
Posee computador		5,819 (2,524)			
Deficiencia en Informática y estudio		-0,220 (0,050)			
Materiales de instrucción		0,150 (0,166)			
Características del aula		0,434 (0,156)			
Características del docente		0,43 (0,251)			
Escuela Privada		36,353 (15,221)			
Escuela Urbana		33,188 (11,742)			
Gusto por la escuela		12,487 (5,361)			
Gusto por la matemática		32,188 (3,473)			

Fuente: Cálculos propios del autor.

TABLA 4 RESULTADOS TIMSS TODOS LOS PAISES

Continente	País	Cuarto grado
Oceanía	Australia	516
Europa	Rusia	544
Europa	Inglaterra	541
Europa	Hungría	510
Europa	Italia	507
Europa	Armenia	500
Europa	Ucrania	469
Asia	Hong Kong	607
Asia	Singapur	599
Asia	Taipéi	576
Asia	Irán	402
América	Estados Unidos	529
América	Colombia	355
América	El Salvador	330
África	Argelia	378

Fuente: Cálculos propios del autor.

TABLA 5 CARACTERÍSTICAS DE LOS PLANTELES

	Escasez de computadores	Escasez de software	Escases de materiales de librería	Escasez de recursos visuales
Ninguna	10.7	7.9	7.1	10.7
Poca	11.4	13.6	21.4	15.0
Alguna	28.6	23.6	33.6	29.3
Mucha	49.3	55.0	37.9	45.0

Fuente: Cálculos propios del autor.

TABLA 6 EDAD DE LOS PROFESORES DE CUARTO GRADO

Rango de Edad	Porcentaje
Menos de 25 años	3.10
De 25 a 29	10.20
De 30 a 39	24.97
De 40 a 49	38.27
De 50 a 59	19.71
De 60 o más	3.75
Total	100.00

Fuente: Cálculos propios del autor.

TABLA 7 NIVEL EDUCATIVO DE LOS DOCENTES

Nivel educativo	Porcentaje
Básica incompleta	0.6
Básica completa	9.2
Secundaria completa	5.6
Técnico	3.5
Universitario	68.7
Posgrado	12.4

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 14 COMPONENTES DEL MODELO NULO

A. Considerando únicamente la variación del nivel alumno

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} ~ N(χB , Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} = β_{0y} constante
 $\beta_{0y} = 389.279(1.506) + e_{0y}$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [6962.891(177.691)]$$

-2*loglikelihood(IGLS Deviance) = 35864.030(3069 of 3069 cases in use)

B. Considerando únicamente la variación del nivel escuela

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} ~ N(χB , Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} = β_{0y} constante
 $\beta_{0y} = 377.739(7.565) + u_{0y}$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [7153.697(899.876)]$$

-2*loglikelihood(IGLS Deviance) : numerical error calculating likelihood

C. Modelo nulo

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} ~ N(χB , Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} = β_{0y} constante
 $\beta_{0y} = 373.745(5.371) + u_{0y} + e_{0y}$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [3234.879(452.774)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4357.420(113.547)]$$

-2*loglikelihood(IGLS Deviance) = 34757.672(3069 of 3069 cases in use)

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 15 APOORTE DE LA VARIABLE SEXO

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} ~ N(χB , Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} = β_{0y} constante + 15.618(2.455)SEX OF STUDENT_{*y*}
 $\beta_{0y} = 350.371(6.492) + u_{0y} + e_{0y}$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [3216.042(449.779)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4300.966(112.077)]$$

-2*loglikelihood(IGLS Deviance) = 34717.458(3069 of 3069 cases in use)

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 16 APOORTE DE TENER COMPUTADOR EN EL HOGAR

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} ~ N(χB , Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{*y*} = β_{0y} constante + 14.780(2.464)SEX OF STUDENT_{*y*} + 9.100(2.555)POSEE COMP_{*y*}
 $\beta_{0y} = 348.207(6.434) + u_{0y} + e_{0y}$

$$[u_{0y}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [3079.611(431.827)]$$

$$[e_{0y}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4291.125(111.822)]$$

-2*loglikelihood(IGLS Deviance) = 34704.830(3069 of 3069 cases in use)

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 17 APOORTE DEL INDICADOR DE INFORMÁTICA Y ESTUDIO

$$\begin{aligned}
 &1ST\ PLAU\ SIBLE\ VALUE\ MATHEMATICS_{ij} \sim N(XB, \Omega) \\
 &1ST\ PLAU\ SIBLE\ VALUE\ MATHEMATICS_{ij} = \beta_{0ij} \text{constante} + 14.475(2.456)SEX\ OF\ STUDENT_{ij} + 7.837(2.559)POSEE\ COMP_{ij} + \\
 &\quad -9.175(1.772)INFORMATICA\ Y\ ESTUDIO2_{ij} \\
 &\beta_{0ij} = 362.648(6.896) + u_{0ij} + e_{0ij} \\
 &\begin{bmatrix} u_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 2902.969(408.358) \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4263.585(111.108) \end{bmatrix} \\
 &-2*loglikelihood(IGLS\ Deviance) = 34678.200(3069\ of\ 3069\ cases\ in\ use)
 \end{aligned}$$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 18 APOORTE DEL INDICADOR DE MATERIALES DE INSTRUCCIÓN EN MATEMÁTICAS

$$\begin{aligned}
 &1ST\ PLAU\ SIBLE\ VALUE\ MATHEMATICS_{ij} \sim N(XB, \Omega) \\
 &1ST\ PLAU\ SIBLE\ VALUE\ MATHEMATICS_{ij} = \beta_{0ij} \text{constante} + 14.347(2.455)SEX\ OF\ STUDENT_{ij} + 7.572(2.560)POSEE\ COMP_{ij} + \\
 &\quad -8.944(1.773)INFORMATICA\ Y\ ESTUDIO2_{ij} + \\
 &\quad 23.917(5.645)MATERIALES\ DE\ INSTRUCCIÓN2_{ij} \\
 &\beta_{0ij} = 342.073(8.299) + u_{0ij} + e_{0ij} \\
 &\begin{bmatrix} u_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 2508.885(357.684) \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4263.658(111.102) \end{bmatrix} \\
 &-2*loglikelihood(IGLS\ Deviance) = 34661.142(3069\ of\ 3069\ cases\ in\ use)
 \end{aligned}$$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 19 APOORTE DEL INDICADOR DE CARACTERÍSTICAS DEL AULA

$$\begin{aligned}
 &1ST\ PLAU\ SIBLE\ VALUE\ MATHEMATICS_{ij} \sim N(XB, \Omega) \\
 &1ST\ PLAU\ SIBLE\ VALUE\ MATHEMATICS_{ij} = \beta_{0ij} \text{constante} + 14.345(2.455)SEX\ OF\ STUDENT_{ij} + 7.615(2.559)POSEE\ COMP_{ij} + \\
 &\quad -8.933(1.772)INFORMATICA\ Y\ ESTUDIO2_{ij} + \\
 &\quad 18.416(5.726)MATERIALES\ DE\ INSTRUCCIÓN2_{ij} + \\
 &\quad 17.945(5.817)CARACTERISTICAS\ DEL\ AULA2_{ij} \\
 &\beta_{0ij} = 326.848(9.532) + u_{0ij} + e_{0ij} \\
 &\begin{bmatrix} u_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 2317.483(332.887) \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4264.066(111.108) \end{bmatrix} \\
 &-2*loglikelihood(IGLS\ Deviance) = 34651.772(3069\ of\ 3069\ cases\ in\ use)
 \end{aligned}$$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 20 APOORTE DEL INDICADOR DE CARACTERÍSTICAS DEL DOCENTE

$$\begin{aligned}
& \text{1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS}_{ij} \sim N(XB, \Omega) \\
& \text{1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS}_{ij} = \beta_{0ij} \text{constante} + 14.373(2.455) \text{SEX OF STUDENT}_{ij} + 7.608(2.559) \text{POSEE COMP}_{ij} + \\
& \quad -8.926(1.772) \text{INFORMATICA Y ESTUDIO2}_{ij} + \\
& \quad 18.862(5.625) \text{MATERIALES DE INSTRUCCIÓN2}_{ij} + \\
& \quad 17.614(5.711) \text{CARACTERISTICAS DEL AULA2}_{ij} + \\
& \quad 12.705(6.118) \text{CARACTERISTICAS DOCENTE2}_{ij} \\
& \beta_{0ij} = 308.011(13.112) + u_{ij} + e_{0ij} \\
& \begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 2222.667(319.767) \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4265.747(111.158) \end{bmatrix} \\
& -2 * \log \text{likelihood}(\text{IGLS Deviance}) = 34647.426(3069 \text{ of } 3069 \text{ cases in use})
\end{aligned}$$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 21 APOORTE DEL TIPO DE ESCUELA

$$\begin{aligned}
& \text{1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS}_{ij} \sim N(XB, \Omega) \\
& \text{1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS}_{ij} = \beta_{0ij} \text{constante} + 14.370(2.454) \text{SEX OF STUDENT}_{ij} + 7.439(2.560) \text{POSEE COMP}_{ij} + \\
& \quad -8.818(1.773) \text{INFORMATICA Y ESTUDIO2}_{ij} + \\
& \quad 12.603(5.978) \text{MATERIALES DE INSTRUCCIÓN2}_{ij} + \\
& \quad 14.225(5.721) \text{CARACTERISTICAS DEL AULA2}_{ij} + \\
& \quad 12.911(5.975) \text{CARACTERISTICAS DOCENTE2}_{ij} + 37.287(14.146) \text{ESCPRIV}_{ij} \\
& \beta_{0ij} = 311.174(12.905) + u_{ij} + e_{0ij} \\
& \begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 2105.763(304.933) \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4265.470(111.143) \end{bmatrix} \\
& -2 * \log \text{likelihood}(\text{IGLS Deviance}) = 34640.415(3069 \text{ of } 3069 \text{ cases in use})
\end{aligned}$$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 22 APOORTE DE LA ZONA DE UBICACIÓN DE LA ESCUELA

$$\begin{aligned}
& \text{1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS}_{ij} \sim N(XB, \Omega) \\
& \text{1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS}_{ij} = \beta_{0ij} \text{constante} + 14.444(2.454) \text{SEX OF STUDENT}_{ij} + 7.196(2.563) \text{POSEE COMP}_{ij} + \\
& \quad -8.692(1.774) \text{INFORMATICA Y ESTUDIO2}_{ij} + \\
& \quad 10.384(5.992) \text{MATERIALES DE INSTRUCCIÓN2}_{ij} + \\
& \quad 15.389(5.670) \text{CARACTERISTICAS DEL AULA2}_{ij} + \\
& \quad 12.124(5.906) \text{CARACTERISTICAS DOCENTE2}_{ij} + 32.849(14.102) \text{ESCPRIV}_{ij} + \\
& \quad 22.515(11.023) \text{ESCURBANA}_{ij} \\
& \beta_{0ij} = 296.035(14.759) + u_{ij} + e_{0ij} \\
& \begin{bmatrix} u_{ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = \begin{bmatrix} 2039.727(295.993) \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} e_{0ij} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = \begin{bmatrix} 4265.661(111.149) \end{bmatrix} \\
& -2 * \log \text{likelihood}(\text{IGLS Deviance}) = 34636.146(3069 \text{ of } 3069 \text{ cases in use})
\end{aligned}$$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 23 APOORTE DEL GUSTO POR LA ESCUELA

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{ij} ~ N($\lambda\beta$, Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{ij} = β_{0ij} constante + 14.622(2.441)SEX OF STUDENT_{ij} + -0.247(0.050)INFORMATICA Y ESTUDIO_{ij} +
 0.271(0.154)MATERIALES DE INSTRUCCIÓN_{ij} + 0.398(0.145)CARACTERISTICAS DEL AULA_{ij} +
 0.473(0.233)CARACTERISTICAS DOCENTE_{ij} + 33.107(14.118)ESCPRIV_{ij} +
 23.045(11.024)ESCURBANA_{ij} + 6.751(2.550)POSEE COMPUTADOR EN EL HOGAR_{ij} +
 30.949(5.274)GUSTOESCUELA_{ij}

$\beta_{0ij} = 259.426(15.824) + u_{ij} + e_{0ij}$

$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [2046.517(296.589)]$

$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4217.504(109.894)]$

$-2*\loglikelihood/GLS\ Deviance = 34601.871(3069\text{ of }3069\text{ cases in use})$

Fuente: Cálculos propios del autor.

GRÁFICO 24 APOORTE DEL GUSTO POR LAS MATEMÁTICAS

1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{ij} ~ N($\lambda\beta$, Ω)
 1ST PLAUSIBLE VALUE MATHEMATICS_{ij} = β_{0ij} constante + 14.013(2.405)SEX OF STUDENT_{ij} + -0.234(0.049)INFORMATICA Y ESTUDIO_{ij} +
 0.262(0.153)MATERIALES DE INSTRUCCIÓN_{ij} + 0.403(0.144)CARACTERISTICAS DEL AULA_{ij} +
 0.478(0.231)CARACTERISTICAS DOCENTE_{ij} + 34.435(13.988)ESCPRIV_{ij} +
 24.232(10.914)ESCURBANA_{ij} + 5.521(2.515)POSEE COMPUTADOR EN EL HOGAR_{ij} +
 18.973(5.341)GUSTOESCUELA_{ij} + 33.421(3.460)GUSTOMATEMATICA_{ij}

$\beta_{0ij} = 242.849(15.742) + u_{ij} + e_{0ij}$

$[u_{ij}] \sim N(0, \Omega_u) : \Omega_u = [2010.796(291.379)]$

$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [4092.287(106.628)]$

$-2*\loglikelihood/GLS\ Deviance = 34509.709(3069\text{ of }3069\text{ cases in use})$

Fuente: Cálculos propios del autor.