

**IMPLEMENTACIÓN DE CIRCUITOS CUÁNTICOS Y PROPUESTA
EXPERIMENTAL PARA COMPUERTAS CUÁNTICAS**

CARLOS EDUARDO COY CALERO

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
SANTIAGO DE CALI
2020**

**IMPLEMENTACIÓN DE CIRCUITOS CUÁNTICOS Y PROPUESTA
EXPERIMENTAL PARA COMPUERTAS CUÁNTICAS**

Carlos Eduardo Coy Calero

Proyecto de grado presentado para optar por
el título de Ingeniero Electrónico

Director
Jaime Velasco Medina PhD
Director
John Henry Reina Estupiñán PhD

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
SANTIAGO DE CALI
2020**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primera instancia a mi familia que me apoyó durante todo el proceso de mi formación, en especial a mi madre y a mi padre que siempre estuvieron pendientes de mis necesidades económicas y emocionales. También quiero agradecer especialmente a Alejandra Valencia que me acompañó y fue mi soporte durante el cumplimiento y elaboración de este trabajo de grado. Finalmente quiero agradecerles a mis directores por su tiempo y dedicación ya que sin ellos este proyecto no hubiese sido posible.

Por ultimo debo mencionar que este proyecto fue financiado por el Fondo Colombiano de Ciencia, Tecnología e Innovación - Sistema General de Regalías (Fondo CTel-Sistema General de Regalías) bajo contrato BPIN 2013000100007.

Nota de Aceptación

Firma del director del trabajo

Firma del director del trabajo

Firma del evaluador

Firma del evaluador

Santiago de Cali, 27 de noviembre de 2020

CONTENIDO

	pág.
RESUMEN	1
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCIÓN	3
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. ANTECEDENTES	4
2.2. QUBITS O BITS CUANTICOS	7
2.2.1. Modelo matemático del estado de un qubit	8
2.2.2. Modelo matemático del estado de múltiples qubits	9
2.2.3. Distancia entre estados cuánticos	10
2.3. COMPUERTAS CUÁNTICAS	11
2.3.1. Compuertas de un qubit	11
2.3.2. Compuertas de dos o más qubits	12
2.3.3. Conjunto universal de compuertas lógicas cuánticas	13
2.4. ALGORITMOS DE CORRECCIÓN DE ERROR CUÁNTICO	13
3. PROTOCOLO EXPERIMENTAL A PARTIR DE ESTADOS DE POLARIZACIÓN DE FOTONES	15
3.1. MEDIDAS DE SEGURIDAD	16
3.2. INICIALIZACIÓN DE EQUIPOS	16
3.3. MONTAJE PRELIMINAR	17
3.4. ÓPTICA DE POLARIZACIÓN	20
3.5. PROTOCOLO DE TOMOGRAFÍA CUÁNTICA	21
4. DISEÑO COMPUTACIONAL DE CIRCUITOS CUÁNTICOS EN IBMQ	23
4.1. COMPUTADORES CUÁNTICOS DE ACCESO PÚBLICO EN IBMQ .	24
4.2. CIRCUITOS CUÁNTICOS IMPLEMENTADOS EN IBMQ	29
4.2.1. Compuertas cuánticas implementadas	29

4.2.2. Estados de Bell	33
4.2.3. Protocolo de teletransportación cuántica	35
4.2.4. El protocolo de codificación superdensa	37
4.2.5. Transformada de Fourier cuántica (QFT)	38
4.2.6. Protocolo de estimación de fase cuántica	41
4.3. CRITERIOS DE DISEÑO PARA AUMENTAR LA FIDELIDAD EN IBMQ	44
5. PRUEBAS Y RESULTADOS	47
5.1. MONTAJES PRELIMINARES IMPLEMENTADOS EN EL LABORATO- RIO	47
5.2. RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN DE COMPUERTAS CUÁNTI- CAS EN LOS COMPUTADORES CUÁNTICOS DE IBM	51
5.3. RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN DE COMPUERTAS CUÁNTI- CAS EQUIVALENTES EN LOS COMPUTADORES CUÁNTICOS DE IBM	58
5.3.1. Resultados para compuertas con “phase kickback”.	59
5.3.2. Resultados para compuertas controladas de un qubit.	61
5.3.3. Resultados para compuertas cuánticas equivalentes.	63
5.4. ESTADOS DE BELL	64
5.5. TELETRANSPORTACIÓN CUÁNTICA	66
5.6. TRANSFORMADA DE FOURIER CUÁNTICA (QFT)	68
5.6.1. Implementación de QFT con medición por fidelidad	68
5.6.2. Implementación de QFT con medición por inversa	72
5.7. PROTOCOLO DE ESTIMACIÓN DE FASE CUÁNTICA	74
6. CONCLUSIONES Y FUTUROS POSIBLES TRABAJOS	77
6.1. CONCLUSIONES	77
6.2. FUTUROS POSIBLES TRABAJOS	78
BIBLIOGRAFÍA	79

LISTA DE TABLAS

1.	Compuertas de 1 qubit utilizadas en el trabajo de grado.	12
2.	Compuertas de dos o mas qubits utilizadas en el trabajo de grado. . .	13
3.	Conjunto universal de compuertas cuánticas utilizado en LOIC.	15
4.	Generación de compuertas de un qubit a partir de placas retardadoras de media y cuarto de onda.	20
5.	Generación de medidas proyectivas a partir de placas de media y cuarto de onda.	22
6.	Conjunto universal de compuertas cuánticas utilizado por los computadores cuánticos de IBM.	24
7.	Volumen cuántico de los computadores London, Burlington, Ourense, Essex, Vigo y Valencia.	28
8.	Decodificación de teletransportación.	36
9.	Información de codificación para codificación superdensa.	38
10.	Resultados de implementación para compuerta X.	52
11.	Resultados de implementación para compuerta Z.	52
12.	Resultados de implementación para compuerta H.	53
13.	Resultados de implementación para compuerta Y.	53
14.	Resultados de implementación para compuerta Rx.	54
15.	Resultados de implementación para compuerta Ry.	54
16.	Resultados de implementación para compuerta Rz.	55
17.	Resultados de implementación para compuerta U1.	55
18.	Resultados de implementación para compuerta U2.	56
19.	Resultados de implementación para compuerta U3.	56
20.	Resultados de implementación para compuerta CX (CNOT).	57
21.	Resultados de implementación para compuerta Swap.	57
22.	Resultados de implementación para compuerta U1 controlada.	58
23.	Resultados de implementación para compuerta Toffoli.	58
24.	Resultados de implementación para “phase kickback” con la compuerta X controlada.	59
25.	Resultados de implementación para “phase kickback” con la compuerta U1 controlada.	60

26.	Resultados de implementación para la compuerta H controlada. . . .	61
27.	Resultados de implementación para la compuerta Z controlada. . . .	62
28.	Resultados de implementación para la compuerta Y controlada. . . .	62
29.	Resultados de implementación para la compuerta swap a partir de X controlada.	63
30.	Resultados de implementación para la compuerta Toffoli.	64
31.	Resultados de implementación para el estado de Bell 00.	65
32.	Resultados de implementación para el estado de Bell 01.	65
33.	Resultados de implementación para el estado de Bell 10.	66
34.	Resultados de implementación para el estado de Bell 11.	66
35.	Resultados de implementación para la subrutina de teletransportación.	67
36.	Resultados de implementación directa de QFT con entrada $ 101\rangle$	68
37.	Resultados de implementación directa de QFT con entrada $ 0101\rangle$. . .	69
38.	Resultados de implementación directa de QFT con entrada $ 00101\rangle$. .	69
39.	Resultados de implementación de QFT con medición a través de inversa y entrada $ 101\rangle$	73
40.	Resultados de implementación de QFT con medición a través de inversa y entrada $ 0101\rangle$	74
41.	Resultados de implementación de QFT con medición utilizando inversa y entrada $ 00101\rangle$	74
42.	Resultados de implementación de estimación de fase para $\frac{\pi}{4}$ con 3 qubits de precisión.	75
43.	Resultados de implementación de estimación de fase para $\frac{\pi}{4}$ con 4 qubits de precisión.	75
44.	Resultados de implementación de estimación de fase para $\frac{\pi}{4}$ con 5 qubits de precisión.	76

LISTA DE FIGURAS

1.	Representación del estado de un qubit utilizando la esfera de Bloch [56].	8
2.	Circuito para la generación de un par entrelazado de qubits.	17
3.	Montaje para generación de SPDC por medio de una fuente de luz láser pulsada en el espectro infrarrojo, la generación del segundo armónico en el espectro ultravioleta, la remoción de infrarrojo con un filtro pasabanda y la generación del patrón usando un cristal BBO. Se aplica una etapa de filtrado de luz UV residual antes del elemento de sensado.	18
4.	Montaje para generación de SPDC por medio de una fuente de luz láser pulsada en el espectro infrarrojo, la generación del segundo armónico en el espectro ultravioleta, la remoción de infrarrojo con un prisma y filtro pasabanda, además se usa una etapa de filtrado de polarización y la generación del patrón utilizando un cristal BBO. Se aplica una etapa de filtrado de luz UV residual antes del elemento de sensado.	19
5.	Niveles de programación cuántica según la asociación mundial de compañías cuánticas [62].	23
6.	(a) Secuencia de pulsos para el experimento de eco de Hahn. (b) Representación de la esfera de Bloch de la secuencia de pulsos. El primer pulso hace girar el qubit al estado de superposición $ 0\rangle - i 1\rangle$, después del cual el qubit se difunde a lo largo del plano xy durante un tiempo establecido por el tiempo de retardo tau. El pulso pi invierte efectivamente esta difusión, y luego el pulso $\pi / 2$ final devuelve el qubit a la base computacional [65].	26
7.	Configuración de enlaces del computador cuántico IBMQ Yorktown.	27
8.	Configuración de enlaces para el computador cuántico IBMQ Santiago.	27
9.	Configuración de enlaces para los computadores cuánticos London, Burlington, Ourense, Essex, Vigo y Valencia.	28
10.	Configuración de enlaces para el computador cuántico de 15 qubits IBMQ Melbourne.	29
11.	“phase kickback” de la CNOT utilizando compuertas Hadamard.	30
12.	Circuito equivalente de la compuerta swap utilizando compuertas CNOT.	30
13.	Circuito equivalente de la compuerta Toffoli utilizando compuertas CNOT y compuertas Hadamard, T y T inversa.	31

14.	Compuertas controladas. (a) H controlada utilizando una compuerta CNOT y dos compuertas Ry con ángulos $\frac{\pi}{4}$ y $-\frac{\pi}{4}$. (b) Z controlada utilizando una compuerta CNOT y dos compuertas H. (c) Y controlada utilizando una compuerta CNOT, una compuerta S y S inversa.	32
15.	Cuatro circuitos generadores de los estados de Bell. a) Circuito generador de par entrelazado $ 00\rangle$. b) Circuito generador de par entrelazado $ 10\rangle$. c) Circuito generador de par entrelazado $ 01\rangle$. d) Circuito generador de par entrelazado $ 11\rangle$	34
16.	Circuito para protocolo de teletransportación cuántica a partir de un par entrelazado de qubits.	35
17.	Circuito generador del protocolo de codificación superdensa utilizando dos qubits entrelazados e induciendo un estado cuántico.	37
18.	QFT para $ 101\rangle$. a) Estado de entrada $ 101\rangle$ con 3 qubits. b) Estado de salida con 3 qubits.	38
19.	Circuito cuántico implementado para la QFT de tres qubits con estado de entrada $ 101\rangle$ generado utilizando compuertas x.	39
20.	Secuencia de operadores U_1 de $\frac{\pi}{2}$ controladas para estimación de fase con $\frac{\pi}{4}$	42
21.	Circuito cuántico de la QFT de cuatro qubits.	45
22.	Diagrama de qubits y enlaces necesario para implementar la QFT de 4 qubits.	45
23.	Resultado de aplicar los criterios de diseño para la implementación de la QFT de 4 qubits. a) Configuración de enlaces para IBMQ Yorktown. b) Configuración de enlaces modificada para aumentar la fidelidad de la QFT, se resaltan enlaces directos con azul y enlaces indirectos con rojo (es decir aquellos que requieren un qubit de intermediario).	46
24.	Referencia del patrón de conos esperado [67].	48
25.	Montaje físico en LOIC.	48
26.	Resultados experimentales obtenidos en la lectura de fotones en el laboratorio y posterior filtrado digital. (a) Sin láser y sin cristal para determinar el ruido de fondo. (b) Con láser y sin cristal para evaluar el desempeño del filtro UV. (c) Con láser y con cristal para identificar el patrón SPDC en IR.	50
27.	Gráfico comparativo entre implementación directa de la compuerta X controlada y utilizando “phase kickback”.	60
28.	Gráfico comparativo entre implementación directa de la compuerta U1 controlada y utilizando “phase kickback”.	61

29.	Gráfico síntesis de columnas 1, 3 y 4 de tabla 35 correspondiente a Ttletransportación cuántica.	67
30.	Gráfico de resultados para la implementación de la QFT de 3 qubits con y sin criterios de diseño de la tabla 36.	70
31.	Gráfico de resultados para la implementación de la QFT de 4 qubits con y sin criterios de diseño de la tabla 37.	70
32.	Gráfico de resultados para la implementación de la QFT de 5 qubits con y sin criterios de diseño de la tabla 38.	71
33.	Gráfico comparativo de la fidelidad de los resultados obtenidos en las implementaciones con criterios de diseño de las tablas 36, 37 y 38. .	72
34.	Circuito utilizado para verificar la implementación de la QFT de n qubits.	73

RESUMEN

En este documento se presentan los resultados obtenidos de la implementación de un generador de qubits entrelazados utilizando estados de polarización de fotones y la implementación de circuitos cuánticos en los computadores IBMQ de acceso público a través de internet.

En el primer caso, se propone un procedimiento para implementar experimentalmente un conjunto universal de compuertas cuánticas usando un generador de qubits entrelazados para estados de polarización de fotones. Desde los resultados obtenidos en los experimentos podemos mencionar que el procedimiento es confiable para realizar implementaciones de compuertas cuánticas usando fotones.

En el segundo caso, un conjunto de circuitos cuánticos basados en compuertas de uno y dos qubits fueron implementados teniendo en cuenta criterios de diseño con la finalidad de incrementar la fidelidad cuántica de cada implementación, además se utilizó la regla de Born para la reconstrucción de estados cuánticos a partir del histograma de conteos y la fidelidad cuántica como métrica de distancia entre el estado obtenido y el estado esperado. Las fidelidades de las implementaciones fueron validadas comparando el estado cuántico resultante con el estado cuántico ideal (estos vectores de estado fueron generados desde el simulador cuántico Qiskit); sin embargo, es importante considerar que al seguir un protocolo basado en los criterios de diseño, es posible alcanzar resultados de mayor fidelidad en computación cuántica.

Palabras clave

Computación Cuántica, Qubits, transformada cuántica de Fourier, estados de polarización, Circuitos cuánticos, compuertas cuánticas, conjunto universal.

ABSTRACT

This document presents the results obtained from the implementation of an entangled qubit generator using photon polarization states and the implementation of quantum circuits in IBMQ computers that are publicly accessible through the internet.

In the first case, a procedure is proposed to experimentally implement a universal set of quantum gates using a generator of entangled qubits for photon polarization states. From the results obtained in the experiments, we can mention that the procedure is reliable to carry out implementations of quantum gates using photons.

In the second case, a set of quantum circuits based on gates of one and two qubits were implemented taking into account design criteria to increase the quantum fidelity of each implementation. Also, Born's rule was used for the reconstruction of states. Quantum values from the histogram count and quantum fidelity as a metric of distance between the obtained state and the expected state. The fidelities of the implementations were validated by comparing the resulting quantum state with the ideal quantum state (these state vectors were generated from the Qiskit quantum simulator); however, it is important to consider that by following a protocol based on design criteria, it is possible to achieve higher fidelity results in quantum computing.

Keywords

Quantum Computing, Qubits, quantum Fourier transform, polarization states, quantum circuits, quantum gates, universal set.

1. INTRODUCCIÓN

La computación cuántica utiliza las propiedades de la mecánica cuántica con el propósito de resolver una clase de problemas que tienen una complejidad computacional del tipo NP, los cuales son muy difíciles de resolver (o sin solución hoy en día) y/o requieren demasiado tiempo de procesamiento cuando son resueltos usando computación clásica, es decir, la solución de estos problemas no es obtenida en un tiempo práctico [1].

La computación cuántica se vislumbra como una solución para el problema del límite de la miniaturización que puede alcanzar la nanoelectrónica debido a las restricciones de los materiales semiconductores [2],[3], debido a que el incremento de la cantidad de transistores en los dispositivos limitará el avance de la tecnología informática, porque si se disminuye el tamaño de estos por debajo del nanómetro, la materia presenta efectos cuánticos [4]. En 2016 IBM lanza el primer servicio de nube cuántica o “Quantum Cloud Service” (QCS) poniendo a disposición del público dos computadores de 5 qubits o bits cuánticos y uno de 16 [5], llevando la computación cuántica al alcance del público en general.

A pesar del emergente campo de la computación cuántica y su accesibilidad, en la Universidad del Valle solo se han realizado trabajos enfocados en la simulación de algoritmos cuánticos usando hardware clásico, específicamente FPGA [6],[7],[8], [9], y enfocados en la verificación del funcionamiento de compuertas cuánticas de un qubit como único elemento de procesamiento [10],[11], por lo tanto este trabajo de grado presenta una iniciativa académica enfocada a la utilización de la tecnología cuántica de dominio público de IBM para la implementación real de compuertas cuánticas y circuitos cuánticos; además se planteó una propuesta experimental de un conjunto de compuertas universales usando estados de polarización de fotones, con la finalidad de servir de base a los próximos experimentos con estados de polarización de fotones dentro de la Universidad del Valle.

Este documento se compone de 5 capítulos ordenados de la siguiente manera: El capítulo 2 contiene el marco teórico y la revisión de antecedentes que soportan el desarrollo conceptual del trabajo de grado. El capítulo 3 propone un diseño experimental para la generación y validación de un conjunto universal de compuertas cuánticas utilizando estados de polarización de fotones. El capítulo 4 describe el protocolo empleado en los computadores cuánticos de dominio público de IBM para la implementación de circuitos cuánticos y sus consideraciones de diseño. El capítulo 5 presenta los resultados del trabajo de grado, tanto los generados con IBM como las validaciones en laboratorio, por último, el capítulo 6 contiene la discusión de los resultados, las conclusiones generales y posibles trabajos futuros.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se revisa el avance hasta la fecha en la línea de investigación y los conceptos claves asociados a la temática de estudio, por tanto, se describen los elementos que componen un computador cuántico, desde su unidad básica de información, pasando por los fenómenos que este involucra, hasta las compuertas claves en el desarrollo del documento.

2.1. ANTECEDENTES

A pesar de que la mecánica cuántica se modeló a principios del siglo XX, fue solo hasta 1981 cuando Richard Feynman propuso el uso de fenómenos cuánticos para realizar procesos computacionales, afirmando que algunos cálculos de gran complejidad se realizarían más rápidamente en un ordenador de naturaleza cuántica [12].

Posteriormente en 1985, David Deutsch describió el primer computador cuántico universal, capaz de simular cualquier otro computador cuántico (principio de Church-Turing ampliado) [13], abriendo el camino para la formulación de algoritmos cuánticos basados en este modelo de máquina cuántica, como es el caso de David Deutsch y Richard Jozsa en 1992 [14], el algoritmo de Simon's en 1994 [15], el algoritmo de Bernstein–Vazirani de 1997 [16], cerrando con dos de los más famosos, el algoritmo de búsqueda de Grover [17] y el algoritmo de factorización de enteros de Shor [18].

Es así como en 1998 Isaac Chuang del Laboratorio Nacional de los Alamos, Neil Gershenfeld del Instituto de tecnología de Massachusetts (MIT), y Mark Kubinec de la Universidad de California desarrollan el primer computador cuántico funcional de 2 qubits utilizando técnicas de resonancia magnética nuclear, este tenía la capacidad de ser cargado con datos de entrada y producir una solución en su salida [19]. Consecuentemente, en marzo del 2000, Emanuel Knill, Raymond Laflamme y Rudy Martinez de Los Alamos y Ching-Hua Tseng del MIT lograron desarrollar un computador cuántico de 7 qubits utilizando la misma tecnología.

A partir de aquí diversas empresas se han dedicado al desarrollo de tecnologías cuánticas, con la meta de alcanzar la supremacía cuántica propuesta por John Preskill en 2012 [20], llegando a prototipos funcionales abiertos al público por medio del servicio de nube cuántica o Quantum Cloud Service (QCS), siendo IBM el primero en abrir un computador cuántico de 5 qubits al público en 2016 [5]; En ese mismo año lanzó también otro computador de 5 qubits y otro de 16 qubits. Además, en noviembre de 2017 esta misma compañía anunció que se agregarían dos máquinas de 20 qubits a su nube cuántica [21]. También anunció la construcción de un procesador cuántico de 50 qubit [22] que sigue siendo su hardware cuántico más potente hasta la fecha.

A partir de la publicación de IBM, otros pioneros del QCS también publicaron sus servicios. Alibaba y la Academia China de Ciencias, quienes en marzo de 2018 anuncian su “nube de computación cuántica superconductora” para brindar acceso a una computadora cuántica de 11 qubit [23]. También, en octubre de 2018, D-wave Systems lanzó un entorno de aplicaciones cuánticas basado en la nube llamado Leap [24]. A este se sumaron Rigetti [25] e Ion-Q, brindando acceso a sistemas basados en compuertas, contruidos con qubits superconductores y trampas de iones [26].

En esta carrera por la supremacía cuántica, varias empresas han desarrollado procesadores cuánticos entre los que se destacan: Intel con la entrega de un procesador cuántico de prueba de 49 qubit llamado “Tangle Lake” [27], D-wave Systems y Google con “Bristlecone”, un procesador de 72 qubits basado en Quantum Annealing [28] y un procesador de 54 qubits llamado “Sycamore”. Es con este último que Google afirmó haber alcanzado la supremacía cuántica, muestreando la salida de un circuito cuántico pseudoaleatorio [29]. Sycamore tardó unos 200 segundos en muestrear una instancia del circuito un millón de veces. En comparación, el equipo de Google estimó que una supercomputadora clásica tardaría unos 10.000 años en realizar los mismos cálculos.

El anuncio de Google fue una gran noticia, pero pronto controversial, pues IBM realizó una publicación en su blog en la que afirmaban que los cálculos del experimento de Google podrían realizarse en una computadora clásica en dos días y medio, en lugar de 10.000 años. Y como IBM continuó afirmando: “Debido a que el significado original del término supremacía cuántica, según lo propuesto por John Preskill en 2012, era describir el punto en el que las computadoras cuánticas pueden hacer cosas que las computadoras clásicas no pueden, este umbral no se ha cumplido” [30].

Este proyecto tiene dos enfoques principales. Inicialmente, se busca proponer un diseño experimental para la implementación de un conjunto universal de compuertas cuánticas en la Universidad del Valle, para esto se utilizan estados de polarización de fotones. En el área de fotónica cuántica se destaca Fumihiro Kaneda y su equipo, quienes implementaron una fuente multiplexada de fotón único en 2015 [31], siendo mejorada su eficiencia en 2019 [32]. También, se destaca el trabajo de K. Meier y su equipo, especializados en el desarrollo de fuentes de fotones entrelazados por medio de una fuente de guía de ondas de conversión descendente paramétrica espontánea (SPDC) [33].

El otro enfoque del proyecto es el uso de los computadores cuánticos de IBM, sobre estos se han desarrollado y ejecutado algoritmos cuánticos desde su año de lanzamiento, entre ellos se destacan Norbert Linke y su equipo, quienes compararon la arquitectura de qubits superconductores de los computadores cuánticos de IBM, y un sistema físico basado en trampa ionica, llegando a la conclusión que este último muestra mayor fidelidad absoluta y tiempos de coherencia, sin embargo, el computador basado en qubits superconductores logra mayor velocidad de reloj

[34]. Sisodia Mitali y su equipo, usando la arquitectura de 5 qubits disponible de IBM, diseñaron e implementaron un esquema optimizado para la teletransportación de múltiples qubits en 2017 [35], además, ese mismo año implementaron experimentalmente la discriminación no destructiva de los estados de Bell [36]. En 2018, Gerhard Dueck y su equipo realizaron una propuesta de optimización de mapeo de circuitos para los computadores cuánticos de IBM disponibles a la fecha, definiendo el sentido de los enlaces y rediseñando los circuitos con la finalidad de mejorar el desempeño de los experimentos [37]. Xin Zhang y su equipo, en 2018, compararon circuitos cuánticos optimizados con los disponibles en Qiskit [38].

Con enfoque educativo se destaca el trabajo de Anirban Pathak, quien en mayo del 2018 publica material para su clase de mecánica cuántica, soportando sus resultados en el computador cuántico IBMQ-Yorktown utilizando 2 qubits. En este documento, él explica brevemente como crear una cuenta IBM, la manera de abrir el programa, la implementación de compuertas lógicas cuánticas básicas y la visualización de resultados [39]. Finalmente, en el año 2020 se destacan: la demostración del efecto Zeno cuántico [40], la mitigación de ruido con pulsos de retardo en IBMQ Armonk (computador de un qubit) [41], la implementación de la teletransportación cuántica utilizando caminatas cuánticas en una computadora cuántica de cinco qubit [42], y finalmente, la proposición de un algoritmo de síntesis, este puede generar automáticamente las 8 tablas de verdad y los circuitos cuánticos del algoritmo Deutsch-Jozsa de 2 bits [43].

Los desarrollos descritos, junto con toda la comunidad que se creó alrededor de la tecnología cuántica, hizo posible que el día de hoy se hable de conceptos aplicados avanzados como internet cuántico, este consiste en un conjunto de sistemas, protocolos y dispositivos teóricos que permiten conexiones extremadamente seguras entre ordenadores [44], volviéndose realidad en 2018, pues se estableció comunicación satelital entre bases en tierra utilizando llaves cuánticas para transmisión de imágenes y vídeos entre Pekin y Viena [45].

También se habla de criptografía cuántica desde el 2002 [46], logrando, en 2004, la primera transferencia bancaria utilizando llaves de distribución cuánticas (QKD) [47]. Mas tarde, en agosto de 2015, se logró la distancia de QKD más larga para fibra óptica (307 km), con una tasa de intercambio de clave secreta de 12,7 kbit/s [48], convirtiéndola en la mayor tasa de bits para sistemas trabajando a distancias mayores de 100 km. Finalmente, en 2017, se destacaron los físicos dirigidos por Thomas Jennewein en el Instituto de Computación Cuántica y la Universidad de Waterloo, quienes lograron la primera demostración de la distribución de claves cuánticas desde un transmisor terrestre a un avión en movimiento [49]. Ese mismo año, físicos chinos dirigidos por Pan Jianwei de la Universidad de Ciencia y Tecnología de China, midieron fotones entrelazados a una distancia de 1203 km entre dos estaciones terrestres [50]. El año siguiente, se proporcionó el protocolo BB84 para la transmisión de imágenes y vídeos descrita anteriormente [45].

Otro concepto interesante es el aprendizaje de máquina por medio de procesamien-

to cuántico (Quantum machine learning), siendo Aram W. Harrow, Avinatan Hassidim y Seth Lloyd, en 2009, quienes desarrollan un algoritmo para la solución de sistemas de ecuaciones lineales [51], llegando a hablar de aprendizaje no supervisado cuántico [52],[53] y máquinas de soporte vectorial cuánticas para el manejo de grandes grupos de datos en 2014 [54].

A nivel local, se cuenta con sistemas cuánticos reales que utilizan estados de polarización de fotones (qubits) para el procesamiento cuántico, estos se encuentran disponibles en el Laboratorio de Óptica e Información Cuántica (LOIC) del Centro de Investigación e Innovación en Bioinformática y Fotónica en la Universidad del Valle. Utilizando las herramientas disponibles en este, entre 2018 y 2020, Christian Torres, Carlos Melo y John Reina, realizaron la implementación experimental de compuertas lógicas cuánticas de un qubit, verificando su eficiencia por medio de tomografías de estado cuántico [11]. También, en ese mismo periodo, Francisco Luna, Carlos Melo y John Reina realizaron la implementación de un método alternativo para la detección y correlación temporal de fotones utilizando un contador de fotones únicos [10].

En la escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Valle, se realizaron trabajos enfocados en la emulación de compuertas y algoritmos cuánticos utilizando hardware clásico, entre ellos se destacan los trabajos de José F. Rivera Miranda, Álvaro J. Caicedo Beltrán, Juan D. Valencia Payán, John M. Espinosa Duran y Jaime Velasco Medina, quienes en 2011, diseñaron un emulador hardware para calcular la transformada de Fourier cuántica (QFT por sus siglas en inglés) utilizando FPGA [6]. Jorge E. Duarte Sánchez y Jaime Velasco Medina, quienes en 2014, Emularon el algoritmo cuántico de Shor para la factorización rápida de enteros [9] y el diseño de una arquitectura hardware para emular circuitos cuánticos basados en compuertas Toffoli [7]. También, en 2017, Jose L. Sabogal y Michael J. Rivera, realizaron una comparación de desempeño entre el algoritmo de Shor implementado en computación cuántica clásica, y un algoritmo de factorización de enteros implementado en computación Quantum Annealing [8].

2.2. QUBITS O BITS CUANTICOS

Un qubit corresponde a la unidad básica de información en la informática cuántica y se caracteriza por tener la capacidad de estar en una combinación de sus estados de la base ($|0\rangle$ y $|1\rangle$). Para la implementación física de los qubits existen múltiples tecnologías que producen los fenómenos cuánticos de diferentes maneras. En este trabajo de grado se utilizaron dos de ellas, qubits a partir de estados de polarización de fotones [11] y qubits superconductores [55].

El estado de un qubit puede representarse geométricamente utilizando la esfera de Bloch [56], este se dibuja como un vector $|\Psi\rangle$ sobre una esfera unitaria donde los

extremos del eje Z representan los estados de la base como se muestra en la figura 1.

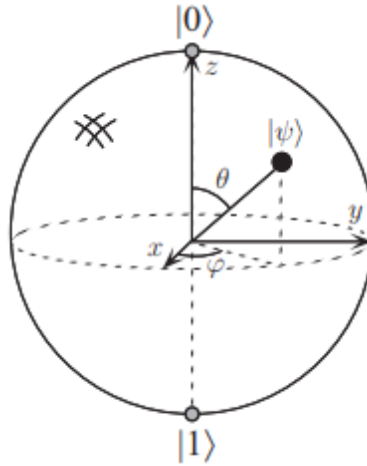


Figura 1. Representación del estado de un qubit utilizando la esfera de Bloch [56].

A partir de la figura 1 se construye el vector de estado que describe la ubicación de este sobre la esfera de Bloch utilizando la notación de Dirac:

$$|\Psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle. \quad (1)$$

A continuación, se describe el modelo matemático del qubit y las compuertas involucradas en el desarrollo del proyecto.

2.2.1. Modelo matemático del estado de un qubit

El estado de un solo qubit tiene dos estados básicos que se representan como vectores en los extremos del eje Z de la figura 1, estos se representan matemáticamente utilizando la base vectorial del espacio R^2

$$|\Psi\rangle = |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$|\Psi\rangle = |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Estos estados se pueden medir directamente, es decir que al medir el estado cuántico del qubit, se puede conocer su estado representado por un bit clásico.

A partir de la combinación lineal de los estados de la base 2 y 3 se construye el estado de superposición, este se refiere a cualquier vector que sea diferente a los básicos y que involucre una combinación lineal de estos.

$$|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Este tipo de estados no se pueden medir directamente, es decir que al medir el estado cuántico del qubit, este colapsará en alguno de los dos estados básicos, donde $(\alpha_0)^2$ corresponde a la probabilidad de obtener el estado $|0\rangle$ y $(\alpha_1)^2$ a la probabilidad de obtener $|1\rangle$, esto se conoce como regla de Born

$$|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1, \quad (5)$$

donde α_0 y α_1 pertenecen al conjunto de los números complejos.

2.2.2. Modelo matemático del estado de múltiples qubits

Al extender la notación de Dirac a n qubits, los estados básicos se denotan como combinaciones de unos y ceros dentro del ket de la forma $|0\dots 0\rangle, |0\dots 1\rangle, \dots |1\dots 1\rangle$ lo cual corresponde a 2^n estados y se representa en forma vectorial de la siguiente manera

$$|\Psi\rangle = \alpha_0|0\dots 0\rangle + \alpha_1|0\dots 1\rangle + \dots + \alpha_n|1\dots 1\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde se cumple la regla de Born con los coeficientes complejos.

A partir de esta descripción se dividen los estados múltiples en dos tipos [56].

- Los estados separables

Son estados que pueden producirse a partir de estados de menores qubits, es decir, se generan al aplicar el producto tensorial a dos estados de menor número de qubits como es el ejemplo para el estado $|00\rangle$:

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

- Los estados entrelazados

Un grupo de qubits está en un estado de entrelazamiento si este no se puede representar como el producto de estados de menores qubits, como ejemplo se utiliza el estado:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \quad (8)$$

pues es imposible generarlo a partir del producto tensorial de dos estados individuales

$$|\Psi\rangle = (\alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle) \otimes (\beta_0|0\rangle + \beta_1|1\rangle), \quad (9)$$

pues el estado resultante de 9 sería:

$$|\Psi\rangle = \alpha_0\beta_0|00\rangle + \alpha_0\beta_1|01\rangle + \alpha_1\beta_0|10\rangle + \alpha_1\beta_1|11\rangle. \quad (10)$$

Y para producir el estado 8 a partir de 10 debe cumplirse que $\alpha_0\beta_1 = 0$ y $\alpha_1\beta_0 = 0$ y que $\alpha_0\beta_0 \neq 0$ y $\alpha_1\beta_1 \neq 0$, por tanto, para que se cumpla el estado producto debe darse que todos los coeficientes sean diferentes de cero y a la vez al menos dos ser cero, lo cual hace imposible la producción del estado 8 a partir de un estado producto.

2.2.3. Distancia entre estados cuánticos

Existen diferentes maneras de abordar el problema de definir medidas de distancia entre dos estados, una de ellas utiliza distribuciones de probabilidad representadas en Mecánica Cuántica por dos matrices densidad ρ y σ [56], estas se usan como parámetros en medidas de distinguibilidad entre distribuciones de probabilidad clásicas obteniendo una medida de distancia entre estados cuánticos.

A partir de las distribuciones de probabilidad se definen las distancias entre estados cuánticos siendo la fidelidad una de las medidas de distinguibilidad entre dos estados cuánticos más ampliamente utilizada. Esta similitud está definida como:

$$F(\rho, \sigma) = \text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}}. \quad (11)$$

Sin embargo, si $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ y $\sigma = |\phi\rangle\langle\phi|$ representan estados cuánticos puros [57], la fidelidad se reduce a [58]:

$$F(\rho, \sigma) = |\langle\psi|\phi\rangle|^2. \quad (12)$$

2.3. COMPUERTAS CUÁNTICAS

Las compuertas cuánticas se utilizan para manipular el estado de uno o más qubits dentro de un sistema cuántico. Se representan por medio de matrices unitarias y se multiplican por el vector de estado de izquierda a derecha.

$$U|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} U_{00} & U_{01} \\ U_{10} & U_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{00}\alpha_0 + U_{01}\alpha_1 \\ U_{10}\alpha_0 + U_{11}\alpha_1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

El conjunto de matrices unitarias es infinito, por tanto, el conjunto de compuertas cuánticas también cuenta con esta propiedad. Además, pues al ser matrices unitarias son reversibles, es decir, que a partir de la salida y configuración de un circuito se puede obtener información de su entrada, cosa imposible para las compuertas clásicas.

2.3.1. Compuertas de un qubit

Las compuertas cuánticas de un qubit se representan matemáticamente utilizando matrices unitarias 2x2, y gráficamente como elementos cuadrados rotulados con un nombre o símbolo que indica la función de la compuerta. Generalmente, las compuertas se ubican en un circuito cuántico que se recorre de forma ordenada de izquierda a derecha, terminando siempre con la compuerta de medición (esta convierte el estado cuántico en bits digitales legibles). En la tabla 1 se muestra el símbolo, la matriz y el efecto sobre el estado arbitrario $|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ del subconjunto de compuertas cuánticas utilizadas en el trabajo de grado.

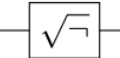
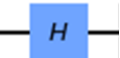
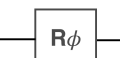
Compuerta	Símbolo	Matriz	Efecto sobre $ \Psi\rangle$
I		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\alpha_0 0\rangle + \alpha_1 1\rangle$
X/NOT		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\alpha_1 0\rangle + \alpha_0 1\rangle$
$\frac{\sqrt{X}}{\sqrt{NOT}}$		$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}(\alpha_0(1+i) + \alpha_1(1-i)) 0\rangle + (\alpha_0(1-i) + \alpha_1(1+i)) 1\rangle$
Z		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\alpha_0 0\rangle - \alpha_1 1\rangle$
H		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}((\alpha_0 + \alpha_1) 0\rangle + (\alpha_0 - \alpha_1) 1\rangle)$
Y		$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$	$-i\alpha_1 0\rangle + i\alpha_0 1\rangle$
Phase shift (ϕ)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}$	$\alpha_0 0\rangle + \alpha_1 e^{i\phi} 1\rangle$
$R_x(\theta)$		$\begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$	$(\alpha_0 \cos \frac{\theta}{2} - i\alpha_1 \sin \frac{\theta}{2}) 0\rangle + (-i\alpha_0 \sin \frac{\theta}{2} + \alpha_1 \cos \frac{\theta}{2}) 1\rangle$
$R_y(\theta)$		$\begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$	$(\alpha_0 \cos \frac{\theta}{2} - \alpha_1 \sin \frac{\theta}{2}) 0\rangle + (\alpha_0 \sin \frac{\theta}{2} + \alpha_1 \cos \frac{\theta}{2}) 1\rangle$
$R_z(\lambda)$		$\begin{bmatrix} e^{-i\frac{\lambda}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\lambda}{2}} \end{bmatrix}$	$\alpha_0 e^{-i\frac{\lambda}{2}} 0\rangle + \alpha_1 e^{i\frac{\lambda}{2}} 1\rangle$
$U3(\theta, \phi, \lambda)$		$\begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -e^{i\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} & e^{i(\lambda+\phi)} \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$	$(\alpha_0 \cos \frac{\theta}{2} - \alpha_1 e^{i\lambda} \sin \frac{\theta}{2}) 0\rangle + (\alpha_0 e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} + \alpha_1 e^{i(\lambda+\phi)} \cos \frac{\theta}{2}) 1\rangle$

Tabla 1. Compuertas de 1 qubit utilizadas en el trabajo de grado.

Durante el desarrollo de este proyecto se utiliza la totalidad de las compuertas de la tabla 1.

2.3.2. Compuertas de dos o más qubits

Las compuertas de dos o mas qubits son representadas por matrices cuadradas de tamaño $2^n \times 2^n$ donde n es el numero de qubits involucrados. Para el desarrollo de este trabajo de grado se utilizó el conjunto de compuertas de dos o más qubits descrito en la tabla 2.

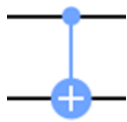
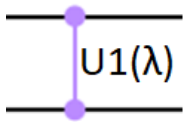
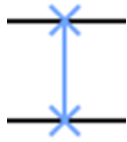
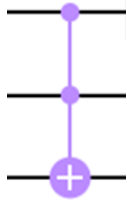
Compuerta	Símbolo	Matriz	Efecto
$CX/CNOT$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Aplica el efecto de la compuerta NOT al segundo qubit cuando el primero vale $ 1\rangle$.
$CU1(\lambda)$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\lambda} \end{bmatrix}$	Aplica el efecto de la compuerta U1 al segundo qubit cuando el primero vale $ 1\rangle$.
$Swap$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Intercambia los estados cuánticos del primer y segundo qubit.
$CCX/Tofoli$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Aplica el efecto de la compuerta NOT al tercer qubit cuando el primero y el segundo valen $ 1\rangle$.

Tabla 2. Compuertas de dos o mas qubits utilizadas en el trabajo de grado.

2.3.3. Conjunto universal de compuertas lógicas cuánticas

Un conjunto universal de compuertas cuánticas es cualquier grupo de compuertas al cual puede ser reducida una operación unitaria posible en un ordenador cuántico, es decir, cualquier otra operación unitaria puede aproximarse a una precisión arbitraria como una secuencia finita de puertas del conjunto [56].

2.4. ALGORITMOS DE CORRECCIÓN DE ERROR CUÁNTICO

Los algoritmos de corrección de errores cuánticos se utilizan para corregir la información cuántica debido a los errores generados por las fuentes de ruido cuántico,

permitiendo obtener la máxima fidelidad posible. El análisis de la corrección de errores cuánticos supone que la codificación y decodificación de los estados cuánticos se pueden realizar de manera confiable, sin embargo, esta suposición no puede hacerse si las compuertas cuánticas que se utilizan para codificar y decodificar también generan ruido, y por tanto, errores. Para solucionar esto, existe la difusión de estados cuánticos utilizando un qubit en un estado altamente entrelazado con varios qubits, de esta manera es posible realizar la medición de varios qubits sin perturbar la información cuántica en el estado codificado, recuperando información sobre el error [56].

Esto se conoce como medición de síndrome e indica qué qubit se vio afectado y los posibles errores (cambio de bits o un cambio de signo de la fase). La medición del síndrome tiene un efecto proyectivo, por tanto obliga al qubit a generar el error de Pauli específico, y es este mismo operador quien actúa en el qubit con error para revertirlo.

Un ejemplo es “The three qubit bit flip code” que supone el envío de un estado cuántico $|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ a través de un canal ruidoso implementando un código de repetición simple de tres qubit a través de dos compuertas CNOT en dos qubits auxiliares, codificando el estado $|\Psi'\rangle = \alpha_0|000\rangle + \alpha_1|111\rangle$. Luego, se puede detectar si un qubit se invirtió sondeando si alguno difiere de los demás. Esto equivale a realizar una medición con las cuatro medidas proyectivas de la ecuación 14.

$$\begin{aligned} P_0 &= |000\rangle\langle 000| + |111\rangle\langle 111|. \\ P_1 &= |100\rangle\langle 100| + |011\rangle\langle 011|. \\ P_2 &= |010\rangle\langle 010| + |101\rangle\langle 101|. \\ P_3 &= |001\rangle\langle 001| + |110\rangle\langle 110|. \end{aligned} \tag{14}$$

Se aplica $\langle\Psi|P_i|\Psi\rangle$, si se obtiene 1 al aplicar P_0 indica que no hay error, si se obtiene 1 al aplicar P_1 , P_2 o P_3 indica que hay inversión en el qubit 1, 2 o 3 respectivamente y que es necesario corregir aplicando una compuerta x.

IBM implementa algoritmos de corrección de error avanzados sobre sus computadores y procesadores, esto les ha permitido alcanzar fidelidades mayores al 99 % en la implementación de compuertas cuánticas [59].

3. PROTOCOLO EXPERIMENTAL A PARTIR DE ESTADOS DE POLARIZACIÓN DE FOTONES

En este capítulo se describe el diseño de un procedimiento experimental para la implementación de un conjunto universal de compuertas cuánticas en el laboratorio de óptica e información cuántica (LOIC). Primero se describen los procedimientos necesarios para obtener acceso al laboratorio y garantizar la seguridad del experimentador y los equipos. Luego, se describe detalladamente la óptica necesaria para la implementación de compuertas. Finalmente se define un protocolo de medición.

Se utiliza como conjunto universal de compuertas cuánticas el grupo de compuertas conformado por: X (NOT o Bit flip), Hadamard, phase shift, raíz cuadrada de X y CNOT [11] como se muestra en la tabla 3.

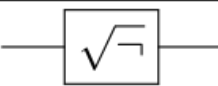
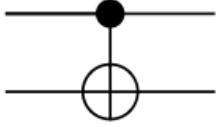
Compuerta	Símbolo	Matriz
X/NOT		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
H		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
Phase shift (ϕ)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}$
$\sqrt{X} / \sqrt{NOT}$		$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix}$
$CX/CNOT$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Tabla 3. Conjunto universal de compuertas cuánticas utilizado en LOIC.

A continuación, se plantea un protocolo experimental para implementar las compuertas de la tabla 3 utilizando las instalaciones del LOIC. En esta sección se utiliza óptica de polarización, por tanto, los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ se denotan como $|H\rangle$ y $|V\rangle$ respectivamente, para hacer referencia a la polarización horizontal y vertical.

3.1. MEDIDAS DE SEGURIDAD

El LOIC tiene como fuente de radiación electro-magnética coherente un láser pulsado de Titanio-Zafiro, en longitud de onda infrarrojo de 780 nm y una potencia máxima de 8 W, por tanto es necesario tomar precauciones al diseñar, montar y ejecutar experimentos en sus instalaciones.

Debido a que se trata de luz de alta potencia en espectro no visible, es necesario usar bata reglamentaria permanente mientras el láser se encuentra encendido pues las refracciones de luz pueden expulsarse en múltiples direcciones y causar quemaduras de segundo y tercer grado sobre la piel expuesta. Por esta misma razón, es obligatorio utilizar protección visual adecuada (filtro de longitud de onda) mientras se realicen cambios o calibraciones en el montaje.

3.2. INICIALIZACIÓN DE EQUIPOS

Es necesario registrar la fecha del encendido en la bitácora y verificar las condiciones de temperatura y humedad del laboratorio antes de pensar en algún montaje experimental, esto debido a que las composiciones de los cristales utilizados para filtrar el haz de luz son sensibles a las condiciones del ambiente donde se utilicen, por tanto, al conservar las condiciones de temperatura en 21°C y humedad relativa menor a 10% se previene el deterioro permanente de los equipos y se garantiza su correcto funcionamiento. Para garantizar las condiciones ambientales del laboratorio, se acciona el panel eléctrico para que el enfriador de agua y el sistema de ventilación controlen el nivel de humedad y temperatura del cuarto.

Al garantizar las condiciones ambientales se enciende el láser. Para esto se acciona la fuente de poder por medio del interruptor en esta y se utiliza la llave de seguridad (Sujeta a la fuente de poder) para habilitar la salida del láser de alta potencia. Utilizando el potenciómetro integrado en la fuente de luz, se regula la potencia de salida del Láser y se monitorea en tiempo real utilizando el multímetro fotosensible y el programa "Optical power meter utility" en el computador auxiliar. El láser no enciende directamente con su potencia nominal, este requiere un proceso de calentamiento no mayor a 15 minutos donde la potencia se incrementa gradualmente, por tanto, se debe supervisar el historial de potencia de salida utilizando el programa "lighthouse photonics", hasta que alcance la potencia nominal deseada en la salida. Debe registrarse en la bitácora del laboratorio la potencia final medida del láser.

Utilizando el multímetro fotosensible y el programa "Ocean vice" del computador auxiliar, es posible determinar la longitud de onda del láser en cualquier etapa del experimento. Desde el computador auxiliar se realiza la gestión del sistema de adquisición de imágenes con la cámara PCO-Pixelfly, sin embargo, la luz producida por la pantalla de este, puede producir fuentes de luz que alteren las mediciones del

experimento. Por tanto se recomienda realizar la adquisición de imágenes de forma remota.

Por último, es necesario realizar la limpieza y montaje de los cristales que serán utilizados en los experimentos, para esto, se extraen de la bolsa y se limpian por ambos lados. Se utiliza papel de arroz humedecido con una solución a base de alcohol, luego este se desliza por cada cara del cristal una sola vez, se dobla y se pasa una segunda vez, es clave no poner en contacto el mismo trozo de papel mas de una vez con el cristal, para evitar ensuciar o incluso rayar la superficie. Después de limpiar correctamente los cristales se selecciona la base de montaje adecuada, para el caso de la óptica utilizada en este trabajo de grado, soportes circulares con inclinación graduable, base de sujeción para prisma, y postes de altura graduable.

3.3. MONTAJE PRELIMINAR

Para implementar un conjunto universal de compuertas cuánticas, es necesario previamente generar un par entrelazado de fotones a través de conversión descendente paramétrica espontánea (SPDC) que es un proceso óptico instantáneo no lineal que convierte un fotón de mayor energía en un par de fotones entrelazados de menor energía. Este efecto de entrelazamiento óptico es equivalente a utilizar una compuerta Hadamard acompañada por una compuerta CNOT como se muestra en la figura 2.

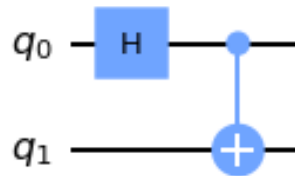


Figura 2. Circuito para la generación de un par entrelazado de qubits.

Para esto, es necesario generar previamente fotones de mayor energía a partir de la salida de 780 nm del láser, por tanto se realiza el proceso inverso a la generación SPDC, utilizando un cristal de filtrado que coincida con la ventana de ancho de pulso del láser pulsado, obteniendo en la salida el segundo armónico de la señal en 390 nm, posterior a esto se realiza un proceso de filtrado de infrarrojo, un direccionamiento mediante espejos, y se pasa a través de un cristal de tipo BBO para generar el patrón de SPDC a partir de un fotón de ultravioleta, con la finalidad de obtener dos entrelazados de infrarrojo.

Este es un procedimiento que tiene una muy baja probabilidad de éxito, ya que solo uno en un millón de fotones ultravioleta se convierte en infrarrojo entrelazado, por

tanto, la mayoría del haz de luz después del cristal BBO es ultravioleta residual que debe ser filtrado antes de realizar la captura de las imágenes.

Para la validación del montaje previo en el laboratorio se generó un haz de luz pulsado en la banda del infrarrojo (780 nm), se agregó la etapa de la generación del segundo armónico (SHG) para obtener una conversión en un haz de ultravioleta (390 nm), se filtró el haz de luz para eliminar el infrarrojo residual y se utilizó un lente con distancia focal 20 cm para dirigir el haz al centro del cristal BBO, por último, se agregó una etapa de filtrado de UV y se instaló como elemento de medición óptico la cámara pco-pixelfly, se muestra el diagrama del montaje en la figura 3.

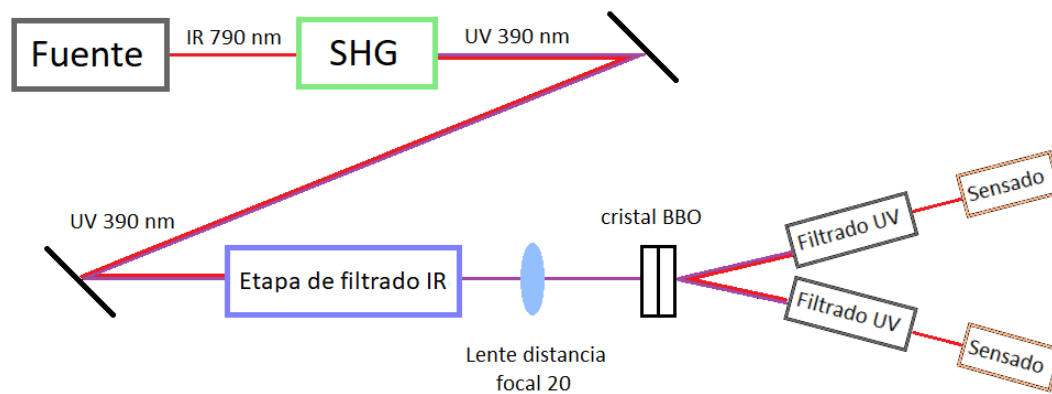


Figura 3. Montaje para generación de SPDC por medio de una fuente de luz láser pulsada en el espectro infrarrojo, la generación del segundo armónico en el espectro ultravioleta, la remoción de infrarrojo con un filtro pasabanda y la generación del patrón usando un cristal BBO. Se aplica una etapa de filtrado de luz UV residual antes del elemento de sensado.

Como segunda opción se planteó el mismo montaje base del experimento, sin embargo, se agrega un prisma como elemento de filtrado de infrarrojo después de la generación del segundo armónico, esto para dividir el haz de luz en sus componentes y solo redirigir la luz ultravioleta; también se agregó un filtro de polarización después de los espejos y se conservó el sistema de generación y medición de SPDC, se muestra el diagrama implementado en la figura 4.

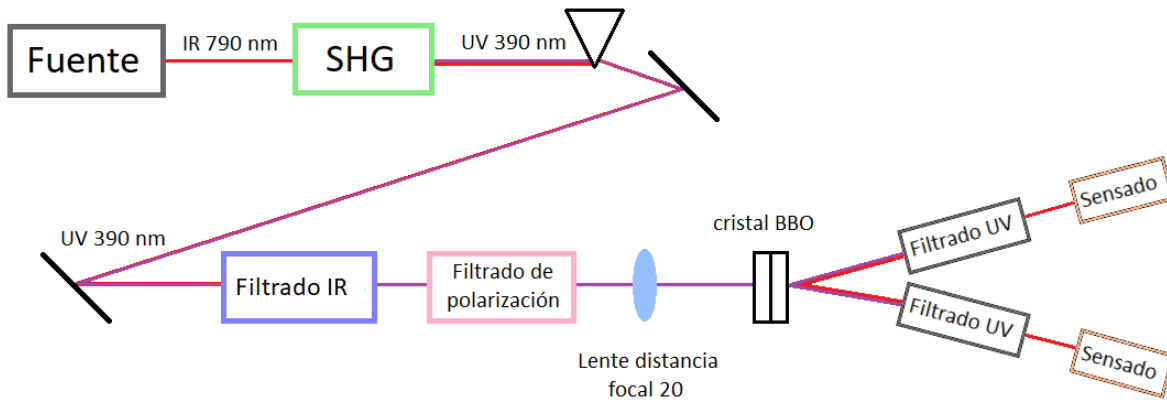


Figura 4. Montaje para generación de SPDC por medio de una fuente de luz láser pulsada en el espectro infrarrojo, la generación del segundo armónico en el espectro ultravioleta, la remoción de infrarrojo con un prisma y filtro pasabanda, además se usa una etapa de filtrado de polarización y la generación del patrón utilizando un cristal BBO. Se aplica una etapa de filtrado de luz UV residual antes del elemento de sensado.

Se utilizó del efecto de Zeno cuántico [60] con pinholes después de la etapa de espejos de las figuras 3 y 4, esto se realizó sin elementos ópticos posteriores, es decir, sin el cristal BBO, ni el lente de distancia focal 20, esto para centrar el láser y mantenerlo recto después de los espejos.

Para la medición se utilizó la cámara pco-pixelfly con exposición máxima de un minuto y se planteó un protocolo de captura de imágenes para su posterior filtrado digital, se toman 15 capturas con el láser apagado y el cristal BBO instalado para utilizar como referencia para el fondo en el filtrado digital, 15 capturas con el láser encendido sin el cristal para validar la etapa de filtrado UV posterior al cristal BBO y por último 15 capturas con el láser y con el cristal donde se espera eliminar el fondo y aplicar un algoritmo de detección de círculos para por último segmentar las zonas de posible generación del patrón SPDC.

Al generar el patrón SPDC se obtiene un par de fotones entrelazados, es decir que se tiene el montaje experimental básico para la aplicación de compuertas que involucren dos qubits como la CNOT [56], específicamente se obtiene la aplicación de una compuerta CNOT más una compuerta Hadamard para generar el par entrelazado; para producir una fuente de fotón único se agrega una etapa de multiplexación en el tiempo a través de una FPGA y un sensor óptico de alta sensibilidad que interrumpa el paso de fotones, aumentando la posibilidad de obtener un fotón de salida final en el sistema.

3.4. ÓPTICA DE POLARIZACIÓN

Existen elementos ópticos que tienen la capacidad de alterar el estado de polarización del qubit por medio de la aplicación de su matriz de Jones[61], por tanto para la generación de las compuertas descritas en la tabla 3 se utiliza el fenómeno descrito en la sección 3.3. Para la compuerta CNOT y las compuertas de un qubit son necesarios los elementos ópticos descritos por Cristian Torres en la implementación de compuertas de un qubit y validación a través del protocolo de tomografía cuántica [11].

- Placas retardadoras

Son elementos de tipo birrefringente, es decir que su índice de refracción depende de la polarización del fotón incidente alterando directamente la velocidad de propagación dentro de la placa, logrando de esa manera modificar las relaciones de fase entre las componentes de polarización manipulando el estado del qubit.

Para producir las compuertas cuánticas de un qubit propuestas en la tabla 3 se utilizan dos placas retardadoras, una de media onda con parámetro h y otra de cuarto de onda con parámetro q , siendo estos valores angulares entre 0° y 180° medidos respecto a la referencia vertical en el laboratorio, se muestra la relación entre estos ángulos y las compuertas universales en la tabla 4.

q	h	Compuerta Generada
45°	X	$\sqrt{X}/\sqrt{NOT}$
X	$22,5^\circ$	Hadamard
X	45°	X/NOT
0°	X	Phase shift ($\frac{\pi}{2}$)

Tabla 4. Generación de compuertas de un qubit a partir de placas retardadoras de media y cuarto de onda.

- Polarizador lineal

Este es un elemento óptico absorbivo, es decir, su funcionamiento se basa en la absorción de fotones cuya polarización sea paralela al eje de absorción y transmite todo fotón cuya polarización sea ortogonal al eje de absorción, es decir que actúa como filtro de polarización tomando como referencia el eje vertical, por tanto se tiene un filtro que solo deja pasar la polarización Horizontal $|H\rangle$.

- Divisor de haz por longitud de onda

Este elemento permite separar espacialmente el haz de luz en sus componentes con diferentes longitudes de onda, para el caso del experimento de la figura 4 se utiliza un prisma para dividir el haz de luz resultante del generador de segundo armónico (SHG) en su componente infrarrojo de 780 nm y su componente ultravioleta de 390 nm, permitiendo dirigir solo los fotones de interés hacia los espejos.

- Divisor de haz polarizador

Este elemento selecciona los estados de polarización $|H\rangle$ y $|V\rangle$ y los desvía en direcciones espaciales mutuamente ortogonales, específicamente, transmite los fotones con polarización horizontal y refleja en un ángulo de 90 grados los fotones con polarización vertical manteniendo la altura del haz de luz incidente.

- Filtros de densidad neutra

Son elementos ópticos que cumplen la función de filtro de intensidad, es decir que reducen la potencia del haz de luz incidente reduciendo la cantidad de fotones que este contiene sin discriminar su polarización inicial y sin afectar el estado del qubit.

- Filtros pasa banda de longitud de onda

Durante la implementación experimental en el laboratorio se requieren etapas de filtrado según la longitud de onda, esto se logra por medio de los cristales especializados, en este caso para $780 \pm 5\text{nm}$ y $390 \pm 5\text{nm}$ con la finalidad de satisfacer las necesidades de filtrado de los montajes de las figuras 3 y 4.

- Lentes convergentes

Se utilizan lentes de distancia focal 10 y 20 centímetros, estos permiten concentrar los fotones en un punto específico, concentrando el haz de luz incidente en el elemento óptico o de medida posterior.

3.5. PROTOCOLO DE TOMOGRAFÍA CUÁNTICA

Para el protocolo de tomografía cuántica se ejecuta un conjunto de tres medidas proyectivas a la mitad de la intensidad total n_0 sobre el ensamble de fotones cuya

función de distribución de estados de polarización se desea conocer, estas medidas proyectivas se generan experimentalmente a través de las placas de media y cuarto de onda, variando los parámetros h y q como se describe en la tabla 5.

q	h	medida Generada	Eje de proyección
0°	0°	$ H\rangle\langle H $	Eje z
45°	22,5°	$ A\rangle\langle A $	Eje x
90°	45°	$ R\rangle\langle R $	Eje y

Tabla 5. Generación de medidas proyectivas a partir de placas de media y cuarto de onda.

Donde las medidas proyectivas de los Ejes x e y corresponden a:

$$|A\rangle\langle A| = \frac{(|H\rangle\langle H| + |V\rangle\langle V|) - (|H\rangle\langle V| + |V\rangle\langle H|)}{2}, \quad (15)$$

$$|R\rangle\langle R| = \frac{(|H\rangle\langle H| + |V\rangle\langle V|) - (i|H\rangle\langle V| + i|V\rangle\langle H|)}{2}. \quad (16)$$

Los valores medidos a partir de la implementación experimental por separado de estos proyectores se utilizan para reconstruir el estado de polarización a través del cálculo de los parámetros de Stokes [61].

Para realizar la medición y reconstrucción es necesario un proceso de conteo de fotones, este se plantea a través de lo desarrollado por Cristian Torres en [11], ya que implementó un módulo de conteo de un solo fotón (SCPM) con sensibilidad de conteo máxima de $36,5 * 10^6$ cuentas por segundo.

4. DISEÑO COMPUTACIONAL DE CIRCUITOS CUÁNTICOS EN IBMQ

En este capítulo se presentan los computadores cuánticos utilizados en el documento, los circuitos cuánticos implementados en IBMQ y los criterios de diseño que se utilizaron para aumentar la fidelidad de cada implementación. Para implementar cualquier circuito cuántico en los computadores IBMQ es necesario usar la herramienta Qiskit, la cual permite programar circuitos cuánticos en Python al nivel de lenguaje de instrucciones de la máquina mostrado en la figura 5 [62]. Utilizando la librería de Qiskit es posible programar cualquier circuito cuántico, el cual se puede implementar en los computadores cuánticos de IBM; Qiskit también permite la programación de compuertas a partir de pulsos de microondas y la simulación de circuitos cuánticos.

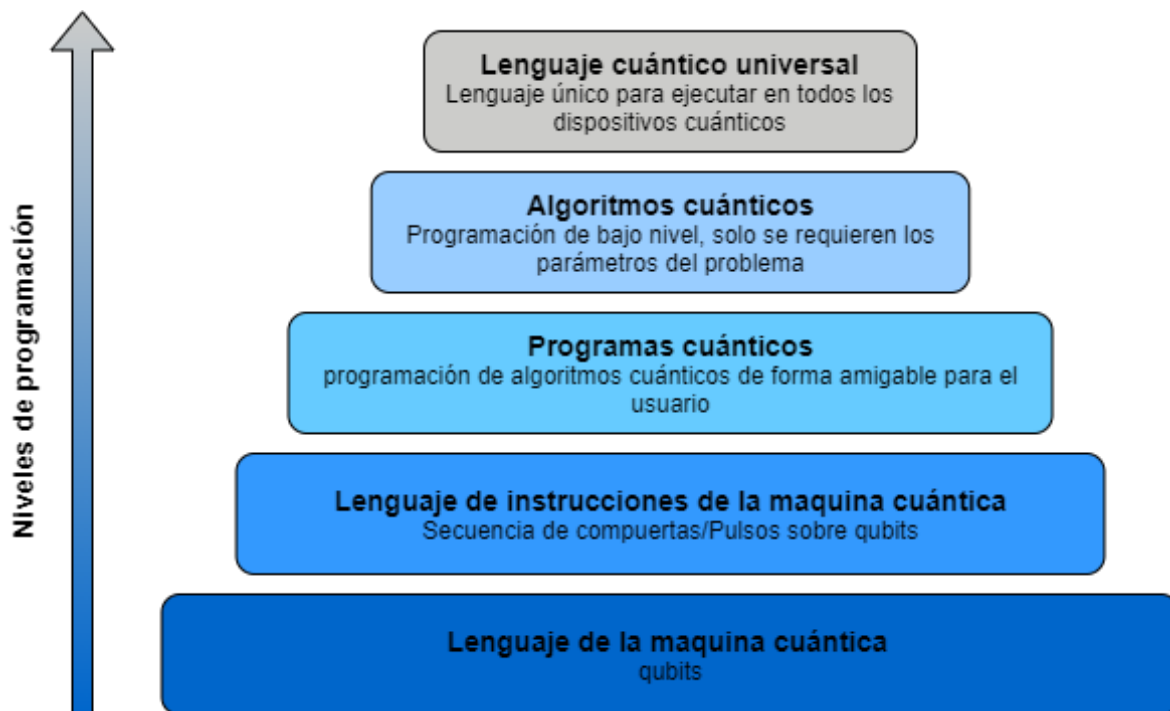


Figura 5. Niveles de programación cuántica según la asociación mundial de compañías cuánticas [62].

Para utilizar las herramientas de simulación disponibles y el hardware del computador IBMQ es necesario crear inicialmente una cuenta de usuario, posteriormente utilizar la herramienta “quantum labs” que permite iniciar, importar y editar cuadernos de python, y finalmente programar los circuitos cuánticos en Qiskit usando las credenciales de usuario de IBMQ.

Es importante mencionar que el compilador del computador IBMQ compila los circuitos del usuario en un conjunto universal de compuertas cuánticas, es decir, al conjunto de compuertas generales U usando como compuerta de enlace la $CNOT$ tal como se describe en la tabla 6.

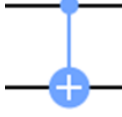
Compuerta	Símbolo	Matriz
$U3(\theta, \phi, \lambda)$		$\begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -e^{i\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} & e^{i(\lambda+\phi)} \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$
$U2 = U3(\frac{\pi}{2}, \phi, \lambda)$		$\begin{bmatrix} 1 & -e^{i\lambda} \\ e^{i\phi} & e^{i(\lambda+\phi)} \end{bmatrix}$
$U1 = U3(0, 0, \lambda)$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda} \end{bmatrix}$
$CX/CNOT$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Tabla 6. Conjunto universal de compuertas cuánticas utilizado por los computadores cuánticos de IBM.

4.1. COMPUTADORES CUÁNTICOS DE ACCESO PÚBLICO EN IBMQ

Actualmente, IBMQ tiene 10 computadores cuánticos y 1 simulador que incorpora modelos reales de ruido cuántico; los computadores cuánticos permiten simular circuitos desde 1 qubit hasta 15 qubits, y cada uno cuenta con su propia configuración de enlaces entre qubits, es decir, los computadores son completamente diferentes.

Las especificaciones de cada computador se pueden consultar en la página Web de IBM, “quantum experience” [63]; estos se presentan como un diagrama de círculos y enlaces (topología del sistema cuántico), donde el color del contorno del círculo se refiere a la tasa de error de compuerta $U2$ en qubit único y el color de los enlaces representa la tasa de error (bilateral) de compuerta $CNOT$. Es importante decir que los parámetros de error son calibrados y actualizados frecuentemente, por tanto, si se quiere obtener una fidelidad máxima en la ejecución de circuitos en los computadores cuánticos de IBM se debe programar de forma específica para cada tipo de configuración de enlaces y patrón de calibración. También, existen parámetros fijos, entre ellos se encuentra el volumen cuántico que es un número único diseñado para mostrar el rendimiento general de un sistema cuántico. Se calcula teniendo en cuenta varias características de un computador cuántico, entre ellos, su número de

qubits, los errores de compuerta, los errores de medición, la diafonía y la conectividad [64].

A continuación, se presenta una breve descripción de la configuración de enlaces del simulador y los diez computadores cuánticos disponibles actualmente:

- Simulador cuántico QASM

El simulador cuántico QASM permite simular circuitos cuánticos considerando los modelos de ruido cuántico reales, sin embargo, no significa que la implementación se ejecute físicamente sobre el computador. QASM permite simular circuitos de hasta 32 qubits y tiene disponible un conjunto amplio de compuertas básicas; este simulador tiene la capacidad de recibir en cola un máximo de 300 tareas por parte de los usuarios de IBMQ. No cuenta con una interfaz que muestre el error de compuerta ni los enlaces directos bajo los cuales simula, sin embargo, garantiza un bajo porcentaje de error y una fidelidad mayor al 99 % para la implementación de compuerta única

- IBMQ Armonk

Este computador cuántico tiene una topología que soporta la implementación de compuertas de un qubit, una capacidad de 75 tareas en cola y un total de 8192 repeticiones para generar la distribución de probabilidad del resultado.

Este computador es el único que cuenta con una funcionalidad cuántica experimental llamada “OpenPulse” la cual permite al usuario programar compuertas descomponiendo los operadores cuánticos en pulsos de microondas que tienen como objetivo realizar las operaciones cuánticas requeridas con la mayor precisión posible, permitiendo al usuario caracterizar y validar el circuito especificando la dinámica de tiempo exacta de una tarea programando formas de onda arbitrarias en los recursos de la unidad de control como si estuviese en frente del sistema cuántico.

Un ejemplo de esto es el experimento para medir el tiempo de coherencia del qubit, que es el momento en el que las relaciones de fase de estado cuántico comienzan a aleatorizarse. En este experimento, el programa de pulsos implementa una secuencia de eco de Hahn: se prepara un estado de superposición $|0\rangle - i|1\rangle$ usando un pulso $\frac{\pi}{2}$, seguido de un pulso π después de un tiempo de retardo $\frac{\tau}{2}$. En el tiempo τ , se aplica un pulso $\frac{\pi}{2}$ una vez más para medir sobre la base z [65]. En la figura 6 se muestra la secuencia de pulsos y el movimiento del estado sobre la esfera de Bloch.

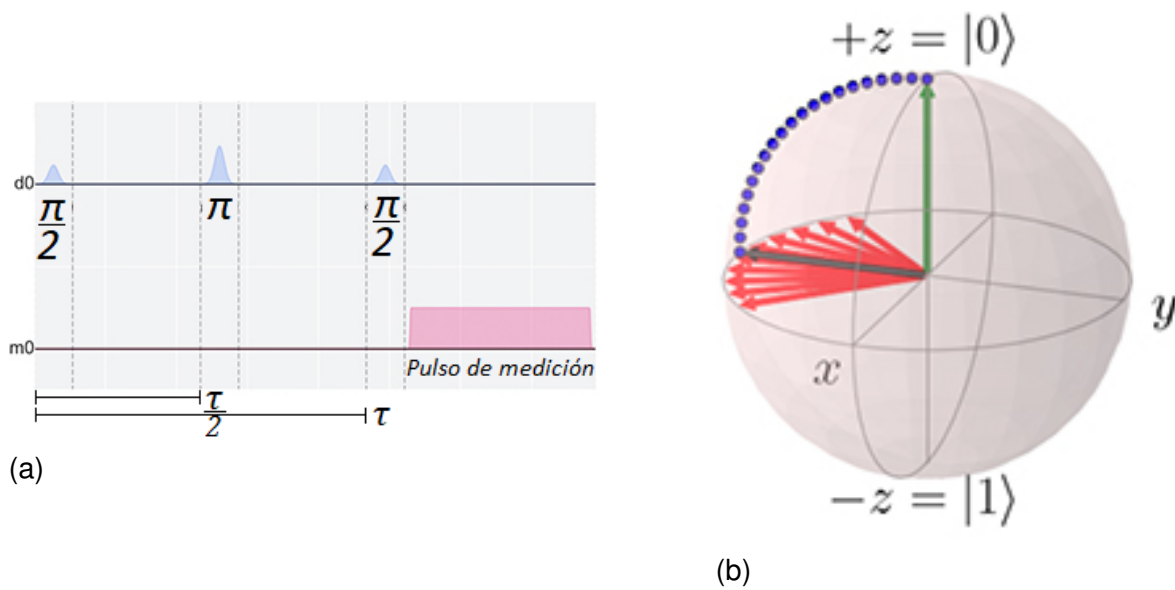


Figura 6. (a) Secuencia de pulsos para el experimento de eco de Hahn. (b) Representación de la esfera de Bloch de la secuencia de pulsos. El primer pulso hace girar el qubit al estado de superposición $|0\rangle - i|1\rangle$, después del cual el qubit se difunde a lo largo del plano xy durante un tiempo establecido por el tiempo de retardo τ . El pulso π invierte efectivamente esta difusión, y luego el pulso $\pi/2$ final devuelve el qubit a la base computacional [65].

- IBMQ Yorktown

IBMQ Yorktown tiene una topología que soporta hasta 5 qubits y tiene una capacidad de 75 experimentos en cola y una repetibilidad máxima de 8192 para la distribución de probabilidad del resultado. Este computador cuenta con la configuración de enlaces o topología mostrada en la figura 7.

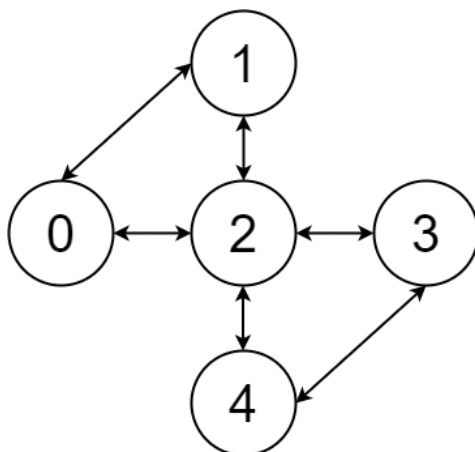


Figura 7. Configuración de enlaces del computador cuántico IBMQ Yorktown.

Actualmente es la configuración de enlaces para 5 qubits que tiene mayor numero de enlaces directos entre los qubits y cuenta con un volumen cuántico de 8.

- IBMQ Santiago

IBMQ Santiago tiene una topología que soporta hasta 5 qubits, tiene una capacidad de 75 tareas en cola y una repetibilidad máxima de 8192 para la distribución de probabilidad del resultado. Este computador tiene la configuración de enlaces o topología mostrada en la figura 8.

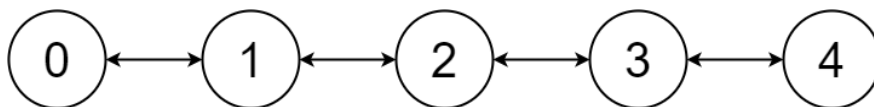


Figura 8. Configuración de enlaces para el computador cuántico IBMQ Santiago.

Este computador cuenta con un volumen cuántico de 32, el mayor de todos los computadores cuánticos de IBMQ.

- London, Burlington, Ourense, essex, Vigo y Valencia

London, Burlington, Ourense, Essex, Vigo y Valencia tienen las mismas características de los computadores anteriores con una topología que soporta hasta 5 qubits, tienen una capacidad de 75 tareas en cola y una repetibilidad máxima de 8192; sin embargo, varían en cuanto al error de implementación. Estos computadores tienen la configuración de enlaces mostrados en la figura 9.

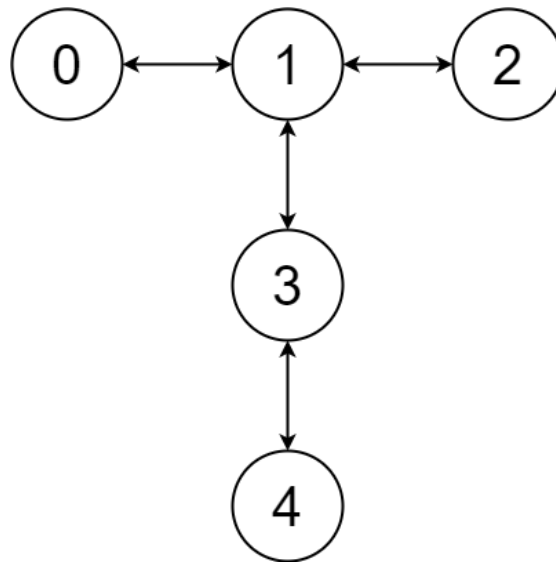


Figura 9. Configuración de enlaces para los computadores cuánticos London, Burlington, Ourense, Essex, Vigo y Valencia.

Estos tienen la distribución de volumen cuántico mostrada en la tabla 7.

Computador	Volumen cuántico
ibmq_london	16
ibmq_vigo	16
ibmq_valencia	16
ibmq_burlington	8
ibmq_ourense	8
ibmq_essex	8

Tabla 7. Volumen cuántico de los computadores London, Burlington, Ourense, Essex, Vigo y Valencia.

- IBMQ Melbourne

Este computador cuántico tiene una topología que soporta hasta 15 qubits, tiene una capacidad máxima de 75 tareas en cola y repetibilidad máxima de 8192. Su configuración de enlaces es mostrada en la figura 10.

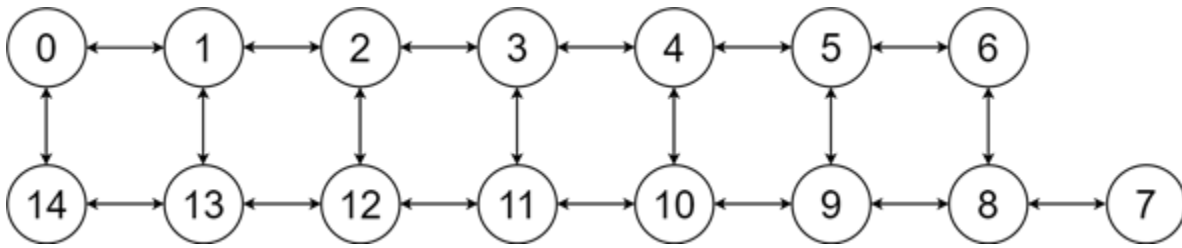


Figura 10. Configuración de enlaces para el computador cuántico de 15 qubits IBMQ Melbourne.

Actualmente es el computador de IBM que tiene la topología con el mayor número de qubits, sin embargo, este presenta el mayor error en la ejecución de compuerta U2 en un qubit y compuerta de enlace CNOT, además tiene un valor de 8 para el volumen cuántico.

4.2. CIRCUITOS CUÁNTICOS IMPLEMENTADOS EN IBMQ

A continuación, se describen brevemente los circuitos implementados en los computadores cuánticos de IBM. Se describe el efecto de phase kickback, las compuertas equivalentes y las compuertas controladas.

4.2.1. Compuertas cuánticas implementadas

Inicialmente se implementan todas las compuertas de un qubit descritas en el marco teórico utilizando los 10 computadores cuánticos de IBM con el objetivo de obtener la mayor fidelidad de cada uno de los circuitos y validar el error de cada compuerta única (U2 de un qubit). Se implementó cada compuerta en los 10 computadores cuánticos de IBM utilizando los qubits con menor error de compuerta única para maximizar la fidelidad.

Luego se implementaron las compuertas de dos qubits CNOT, swap, Toffoli y U1 controlada con la finalidad de registrar la fidelidad promedio para cada uno de los computadores cuánticos de IBM. Se utilizó el menor error en cada configuración de enlace para maximizar la fidelidad cuántica.

Finalmente se implementan las compuertas cuánticas equivalentes, estas no se presentan en la librería de IBMQ, sin embargo es posible programarlas utilizando arreglos de compuertas conocidas. A continuación se describe el fenómeno “phase kickback” para la CNOT, las compuertas swap y Toffoli a partir de las compuertas universales descritas en la tabla 6 y las compuertas H controlada, Y controlada y Z controlada.

- Phase kickback

El “phase kickback” permite revertir el sentido de cualquier compuerta controlada de 2 qubits utilizando un arreglo de compuertas H. Este efecto se utiliza cuando el sistema cuántico solo admite relaciones unidireccionales entre qubits.

Se utiliza este fenómeno para invertir el sentido de la CNOT como se muestra en la figura .

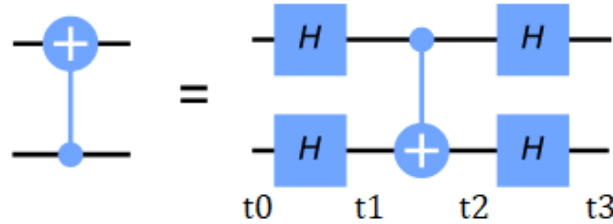


Figura 11. “phase kickback” de la CNOT utilizando compuertas Hadamard.

El efecto de aplicar el circuito de la figura 11 con entrada $|10\rangle$ se presenta desde la ecuación 17 hasta la ecuación 20.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |10\rangle, \quad (17)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle - \frac{1}{2}|10\rangle - \frac{1}{2}|11\rangle, \quad (18)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{2}|00\rangle - \frac{1}{2}|01\rangle - \frac{1}{2}|10\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle, \quad (19)$$

$$|\Psi\rangle_{t3} = |11\rangle. \quad (20)$$

- Compuerta swap a partir de CNOT

La compuerta swap tiene un circuito equivalente utilizando tres compuertas CNOT intercambiando los qubits de control y objetivo como se muestra en la figura 12.

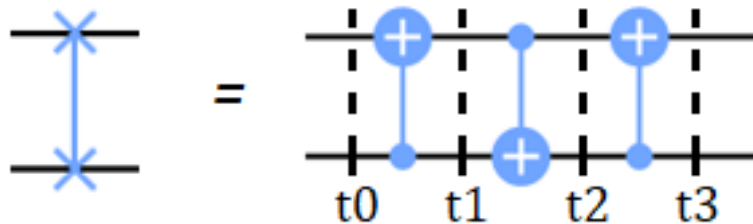


Figura 12. Circuito equivalente de la compuerta swap utilizando compuertas CNOT.

El efecto de aplicar el circuito de la figura 12 con entrada $|10\rangle$ se presenta desde la ecuación 21 hasta la ecuación 24.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |10\rangle, \quad (21)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = |11\rangle, \quad (22)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = |01\rangle, \quad (23)$$

$$|\Psi\rangle_{t3} = |01\rangle. \quad (24)$$

- Compuerta Toffoli a partir de CNOT y compuertas U1 controladas

La librería de compuertas de IBMQ contiene la compuerta toffoli, sin embargo esta tiene un circuito equivalente que utiliza compuertas CNOT, compuertas Hadamard, compuertas T o $U1(\frac{\pi}{4})$ y la inversa de T o $U1(\frac{-\pi}{4})$ como se muestra en la figura 13.

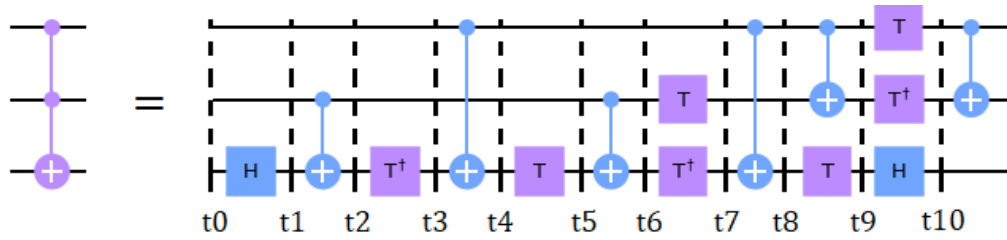


Figura 13. Circuito equivalente de la compuerta Toffoli utilizando compuertas CNOT y compuertas Hadamard, T y T inversa.

El efecto de aplicar el circuito de la figura 13 con entrada $|111\rangle$ se presenta desde la ecuación 25 hasta la ecuación 36.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |111\rangle, \quad (25)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|111\rangle, \quad (26)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|111\rangle, \quad (27)$$

$$|\Psi\rangle_{t3} = -\frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)|111\rangle, \quad (28)$$

$$|\Psi\rangle_{t4} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)|011\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|111\rangle, \quad (29)$$

$$|\Psi\rangle_{t5} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)|011\rangle + \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)|111\rangle, \quad (30)$$

$$|\Psi\rangle_{t6} = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) |011\rangle + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) |111\rangle, \quad (31)$$

$$|\Psi\rangle_{t7} = -\frac{1}{\sqrt{2}}i|011\rangle + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) |111\rangle, \quad (32)$$

$$|\Psi\rangle_{t8} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) |011\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}i|111\rangle, \quad (33)$$

$$|\Psi\rangle_{t9} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) |001\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}i|101\rangle, \quad (34)$$

$$|\Psi\rangle_{t10} = |001\rangle, \quad (35)$$

$$|\Psi\rangle_{final} = |011\rangle. \quad (36)$$

Compuertas cuánticas equivalentes implementadas

En la figura 14 se muestra la compuerta H controlada utilizando una compuerta CNOT y dos compuertas Ry con ángulos $\frac{\pi}{4}$ y $-\frac{\pi}{4}$, la compuerta Z controlada utilizando una compuerta CNOT y dos compuertas H y la compuerta Y controlada utilizando una compuerta CNOT, una compuerta S y S inversa.

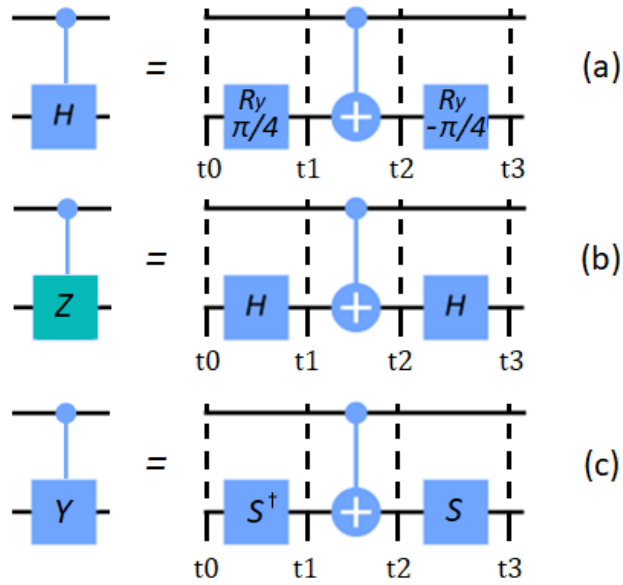


Figura 14. Compuertas controladas. (a) H controlada utilizando una compuerta CNOT y dos compuertas Ry con ángulos $\frac{\pi}{4}$ y $-\frac{\pi}{4}$. (b) Z controlada utilizando una compuerta CNOT y dos compuertas H. (c) Y controlada utilizando una compuerta CNOT, una compuerta S y S inversa.

El efecto de aplicar el circuito de la figura 14a con entrada $|01\rangle$ se presenta desde la

ecuación 37 hasta la ecuación 40.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |01\rangle, \quad (37)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = 0.923|01\rangle + 0.383|11\rangle, \quad (38)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = 0.383|01\rangle + 0.923|11\rangle, \quad (39)$$

$$|\Psi\rangle_{t3} = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle. \quad (40)$$

El efecto de aplicar el circuito de la figura 14b con entrada $|11\rangle$ se presenta desde la ecuación 41 hasta la ecuación 44.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |11\rangle, \quad (41)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \quad (42)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \quad (43)$$

$$|\Psi\rangle_{t3} = -|11\rangle. \quad (44)$$

El efecto de aplicar el circuito de la figura 14c con entrada $|01\rangle$ se presenta desde la ecuación 45 hasta la ecuación 48.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |01\rangle, \quad (45)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = |01\rangle, \quad (46)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = |11\rangle, \quad (47)$$

$$|\Psi\rangle_{t3} = i|11\rangle. \quad (48)$$

4.2.2. Estados de Bell

Los estados de Bell son un conjunto de estados cuánticos de dos qubits que representan el ejemplo más simple del entrelazamiento cuántico. La implementación se divide en dos etapas, la primera es la etapa de entrada que genera los estados de entrada $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ y $|11\rangle$ utilizando arreglos de compuertas X; la segunda etapa induce el entrelazamiento cuántico usando una compuerta Hadamard y una CNOT. La figura 15 muestra los cuatro circuitos implementados.

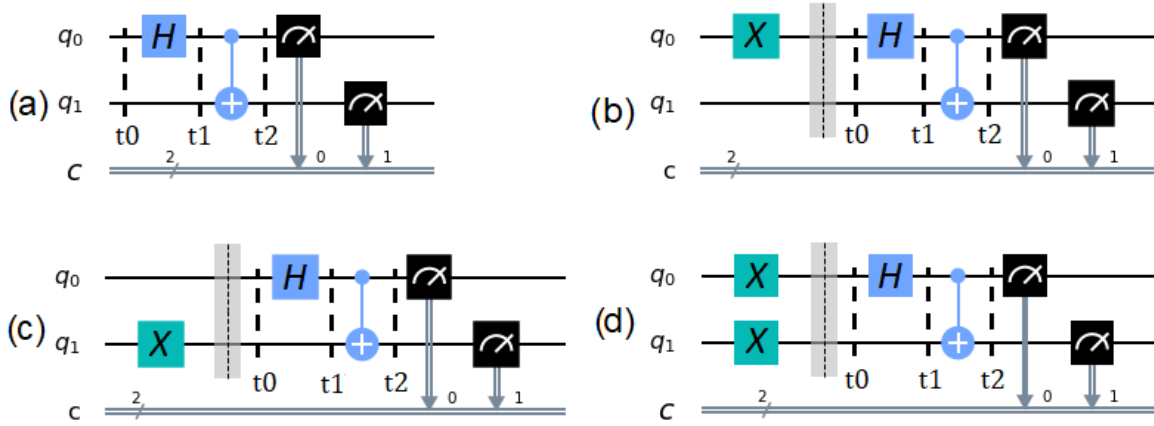


Figura 15. Cuatro circuitos generadores de los estados de Bell. a) Circuito generador de par entrelazado $|00\rangle$. b) Circuito generador de par entrelazado $|10\rangle$. c) Circuito generador de par entrelazado $|01\rangle$. d) Circuito generador de par entrelazado $|11\rangle$.

El efecto de aplicar el circuito de la figura 15a cuyo estado de entrada es $|00\rangle$ se presenta desde la ecuación 49 hasta la ecuación 51.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |00\rangle, \quad (49)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle, \quad (50)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle. \quad (51)$$

El efecto de aplicar el circuito de la figura 15b cuyo estado de entrada $|01\rangle$ se genera usando una compuerta x, se presenta desde la ecuación 52 hasta la ecuación 54.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |01\rangle, \quad (52)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle, \quad (53)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle. \quad (54)$$

El efecto de aplicar el circuito de la figura 15c cuyo estado de entrada $|10\rangle$ se genera usando una compuerta x, se presenta desde la ecuación 55 hasta la ecuación 57.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |10\rangle, \quad (55)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \quad (56)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle. \quad (57)$$

El efecto de aplicar el circuito de la figura 15d cuyo estado de entrada $|11\rangle$ se genera usando un par de compuertas x, se presenta desde la ecuación 58 hasta la ecuación 60.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |11\rangle, \quad (58)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \quad (59)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle. \quad (60)$$

4.2.3. Protocolo de teletransportación cuántica

Este protocolo permite transmitir el estado de un qubit utilizando dos bits mediante un canal de comunicación convencional. Se utilizan tres qubits en total como se muestra en la figura 16, inicialmente entrelazan y separan espacialmente los qubits q_1 y q_2 , luego se induce el estado del qubit q_0 sobre q_1 , y por el entrelazamiento previo se generan efectos sobre q_2 , por último se miden los qubits q_0 y q_1 .

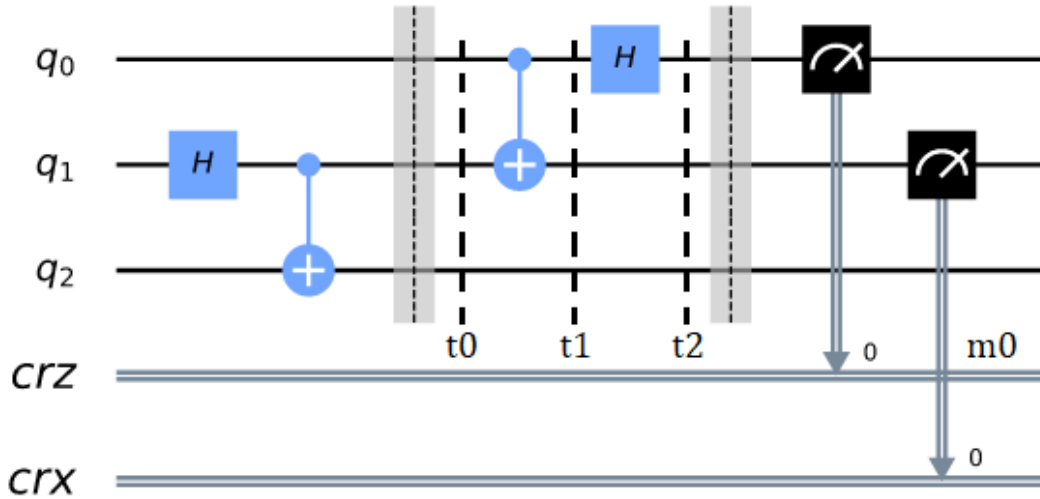


Figura 16. Circuito para protocolo de teletransportación cuántica a partir de un par entrelazado de qubits.

El circuito de la figura 16 tiene como objetivo transmitir el estado de q_0 usando q_2 , por tanto se define como $|q_0\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ y se describe la evolución del estado iniciando en el tiempo t_0 , donde se tiene $|q_0\rangle$ y el par entrelazado.

$$|\Psi\rangle_{t0} = |q_0\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle), \quad (61)$$

$$|\Psi\rangle_{t1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_0|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \alpha_1|1\rangle(|10\rangle + |01\rangle)), \quad (62)$$

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha_0 \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) (|00\rangle + |11\rangle) + \alpha_1 \left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) (|10\rangle + |01\rangle) \right]. \quad (63)$$

En la ecuación 63 se tiene el estado de salida en el tiempo t_2 , sin embargo no se muestra claramente el resultado de medir q_0 y q_1 , por tanto se reescribe en la ecuación 64.

$$|\Psi\rangle_{t2} = \frac{1}{2} (|q_{00}\rangle + |q_{01}\rangle + |q_{10}\rangle + |q_{11}\rangle). \quad (64)$$

Donde los estados q_{00} , q_{01} , q_{10} y q_{11} son de la forma $|q_1 q_0\rangle \otimes |q_2\rangle$.

$$|q_{00}\rangle = |00\rangle(\alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle), \quad (65)$$

$$|q_{01}\rangle = |01\rangle(\alpha_1|0\rangle + \alpha_0|1\rangle), \quad (66)$$

$$|q_{10}\rangle = |10\rangle(\alpha_0|0\rangle - \alpha_1|1\rangle), \quad (67)$$

$$|q_{11}\rangle = |11\rangle(-\alpha_1|0\rangle + \alpha_0|1\rangle). \quad (68)$$

Al medir los qubits q_0 y q_1 , el resultado se envía por medio de un canal de comunicación convencional al usuario de q_2 y este aplica una serie de compuertas sobre q_2 para decodificar el estado transmitido según la tabla 8.

Tabla 8. Decodificación de teletransportación.

Resultado de medición	Circuito decodificador
00	I
10	Z
01	X
11	ZX

Como ejemplo se toma la medición el estado $|q_{01}\rangle$, y según la tabla 8 debe aplicarse una compuerta X sobre q_2 ya que esta invierte las amplitudes de los estados de la

base obteniendo como resultado el estado $|q_2\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ que coincide con el estado inicial de q_0 .

Para implementar este circuito se siguió la guía del Qiskit textbook, inicialmente se induce un estado aleatorio sobre q_0 , luego se crea el par entrelazado con los qubits q_1 y q_2 y por último se implementa la subrutina de teletransportación cuántica. Para minimizar el error de implementación (29.639 %) reportado en el libro guía de Qiskit [66] se utilizan los qubits de menor error de compuerta única y de enlace, dando prioridad a los menores errores de enlace y la cantidad de enlaces directos requeridos.

4.2.4. El protocolo de codificación superdensa

Este protocolo permite transmitir la información de dos bits clásicos utilizando un qubit. Para esto se usa un par de qubits entrelazados q_0 y q_1 , se codifica el estado de los bits en el qubit q_0 , luego se aplica el circuito inverso del entrelazamiento y por último se miden los dos qubits. El circuito implementado se muestra en la figura 17, este se divide en tres etapas: La primera etapa corresponde a la generación del par entrelazado $|\Psi\rangle_{t0} = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$, la segunda es el circuito cuántico de codificación que induce el estado clásico sobre el qubit q_0 y la ultima etapa revierte el par entrelazado y realiza la medición de los qubits.

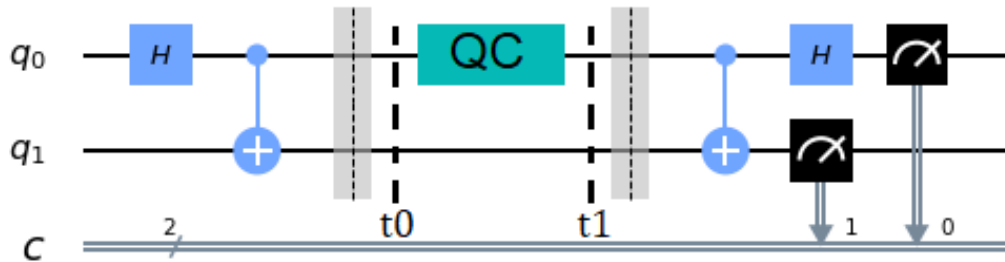


Figura 17. Circuito generador del protocolo de codificación superdensa utilizando dos qubits entrelazados e induciendo un estado cuántico.

El circuito cuántico de codificación QC es diferente para cada estado posible a codificar, en la tabla 9 se muestran las compuertas que se deben implementar según el mensaje que se desea transmitir y el estado de salida en el tiempo t_1 .

Tabla 9. Información de codificación para codificación superdensa.

Mensaje	Oracle QC	Estado resultante en t1
00	$I \Psi\rangle_{t0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(00\rangle + 11\rangle)$
01	$Z \Psi\rangle_{t0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(00\rangle - 11\rangle)$
10	$X \Psi\rangle_{t0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(01\rangle + 10\rangle)$
11	$ZX \Psi\rangle_{t0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(10\rangle - 01\rangle)$

Al aplicar el circuito inverso del entrelazamiento sobre los estados de la tabla 9, se obtienen los estados de salida $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ y $|11\rangle$ respectivamente, que al ser medidos colapsan en los estados clásicos que se desean transmitir.

4.2.5. Transformada de Fourier cuántica (QFT)

La QFT es la transformada discreta de Fourier aplicada al dominio cuántico, es decir que el estado cuántico de la salida estará representado como variaciones de fase en los qubits que componen al sistema cuántico, por ejemplo, la transformación del estado $|101\rangle$ que se muestra en la figura 18.

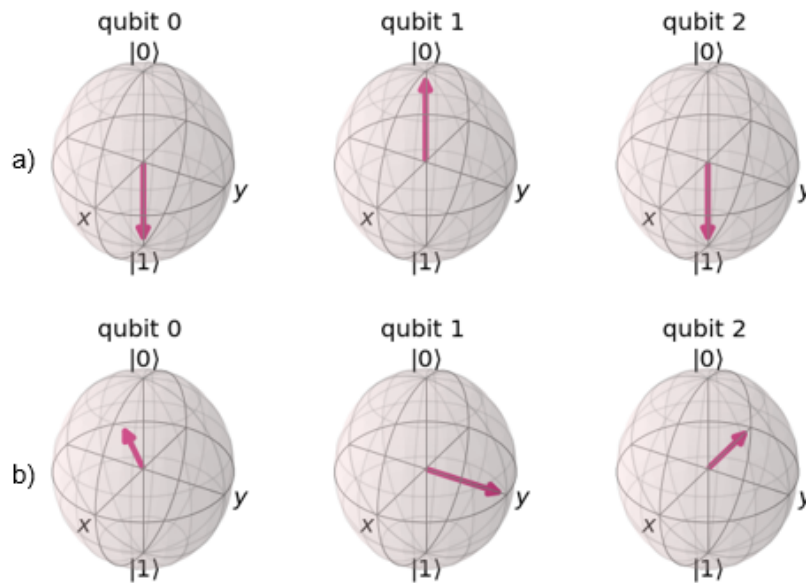


Figura 18. QFT para $|101\rangle$. a) Estado de entrada $|101\rangle$ con 3 qubits. b) Estado de salida con 3 qubits.

La QFT se implementa con n qubits y el circuito se compone de dos etapas: La primera etapa genera el estado de entrada utilizando compuertas X y la segunda desplaza la fase de los qubits utilizando compuertas H, compuertas U1 controladas,

compuertas CNOT y compuertas swap tal como se muestra en la figura 19 para generar el estado de salida de la QFT.

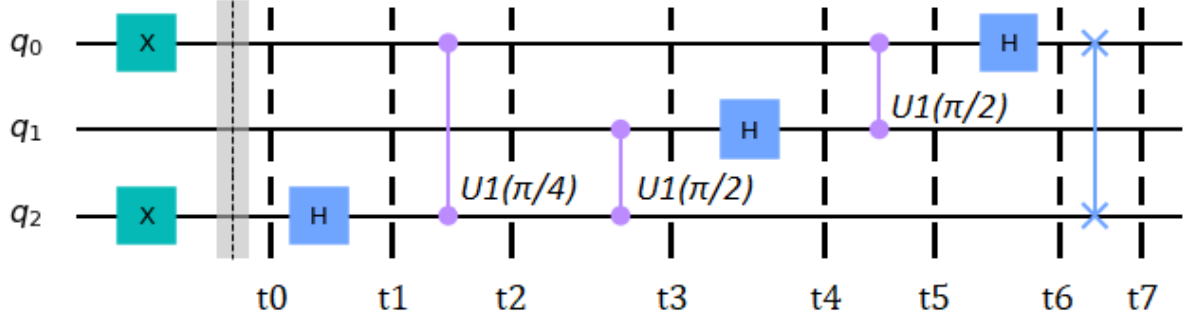


Figura 19. Circuito cuántico implementado para la QFT de tres qubits con estado de entrada $|101\rangle$ generado utilizando compuertas x.

A continuación se muestra el efecto de aplicar el circuito de la figura 19 sobre el estado de cada qubit por separado, esto para ilustrar el estado de salida de la figura 18.

$$\begin{aligned} |q_0\rangle_{t0} &= |1\rangle, \\ |q_1\rangle_{t0} &= |0\rangle, \\ |q_2\rangle_{t0} &= |1\rangle. \end{aligned} \tag{69}$$

$$\begin{aligned} |q_0\rangle_{t1} &= |1\rangle, \\ |q_1\rangle_{t1} &= |0\rangle, \\ |q_2\rangle_{t1} &= \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \tag{70}$$

$$\begin{aligned} |q_0\rangle_{t2} &= |1\rangle, \\ |q_1\rangle_{t2} &= |0\rangle, \\ |q_2\rangle_{t2} &= \frac{|0\rangle - e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \tag{71}$$

$$\begin{aligned}
|q_0\rangle_{t3} &= |1\rangle, \\
|q_1\rangle_{t3} &= |0\rangle, \\
|q_2\rangle_{t3} &= \frac{|0\rangle - e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle}{\sqrt{2}}.
\end{aligned} \tag{72}$$

$$\begin{aligned}
|q_0\rangle_{t4} &= |1\rangle, \\
|q_1\rangle_{t4} &= \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|q_2\rangle_{t4} &= \frac{|0\rangle - e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle}{\sqrt{2}}.
\end{aligned} \tag{73}$$

$$\begin{aligned}
|q_0\rangle_{t5} &= |1\rangle, \\
|q_1\rangle_{t5} &= \frac{|0\rangle + e^{i\frac{\pi}{2}}|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|q_2\rangle_{t5} &= \frac{|0\rangle - e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle}{\sqrt{2}}.
\end{aligned} \tag{74}$$

$$\begin{aligned}
|q_0\rangle_{t6} &= \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|q_1\rangle_{t6} &= \frac{|0\rangle + e^{i\frac{\pi}{2}}|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|q_2\rangle_{t6} &= \frac{|0\rangle - e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle}{\sqrt{2}}.
\end{aligned} \tag{75}$$

$$\begin{aligned}
|q_0\rangle_{t7} &= \frac{|0\rangle - e^{i\frac{\pi}{4}}|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|q_1\rangle_{t7} &= \frac{|0\rangle + e^{i\frac{\pi}{2}}|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|q_2\rangle_{t7} &= \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}.
\end{aligned} \tag{76}$$

Para medir la efectividad de este circuito se utilizan dos tipos de implementación: La primera es implementar la QFT y comparar el estado de salida con el estado esperado utilizando la fidelidad cuántica; la segunda consiste en implementar la

QFT y su inversa con la finalidad de comparar el estado medido con el generado en la etapa de entrada.

Este circuito se implementa con 3 qubits y se incrementa de forma ascendente con el objetivo de determinar el limite de qubits en que la QFT es efectiva.

4.2.6. Protocolo de estimación de fase cuántica

Este protocolo obtiene la fase de un operador cuántico utilizando el efecto “phase kickback”, es decir que a partir del resultado busca medir el ángulo θ del estado descrito en la ecuación 77.

$$|\Psi\rangle = e^{2i\pi\theta}|x\rangle. \quad (77)$$

Un ejemplo es la compuerta S, donde se espera obtener el valor de $\theta = \frac{\pi}{4}$ ya que se genera el estado descrito en la ecuación 78.

$$S|1\rangle = e^{i\frac{\pi}{2}}|1\rangle. \quad (78)$$

El circuito para implementar el protocolo de estimación de fase utiliza un qubit objetivo y varios qubits denominados de conteo, en los cuales se induce la fase valiéndose del efecto “phase kickback”.

Inicialmente se aplican compuertas H en los qubits de conteo, luego se aplica una compuerta X en el qubit objetivo, después se aplica una secuencia de compuertas U1 con ángulo 2θ sobre el qubit objetivo y finalmente se aplica la QFT inversa a los qubits de conteo. Se aplica una compuerta U1 controlada por el qubit de conteo más significativo, seguido de dos compuertas U1 controladas por el qubit siguiente y así sucesivamente incrementándose en potencias de 2, en la figura 20 se muestra un ejemplo con q_3 como qubit objetivo y tres qubits de conteo.

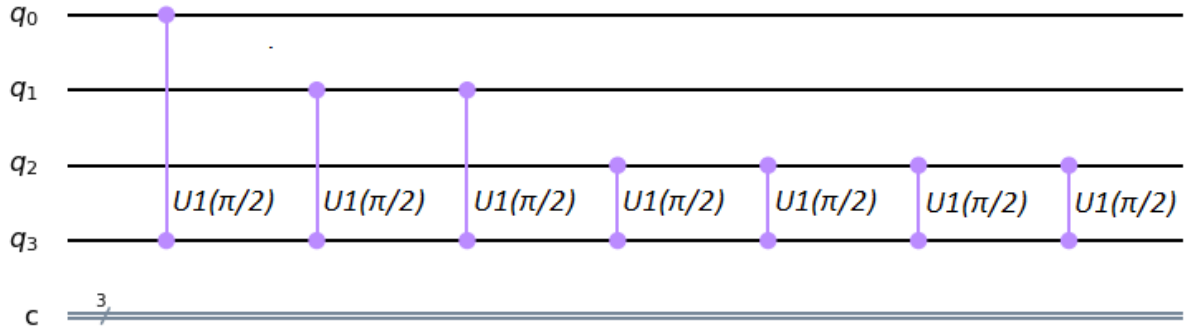


Figura 20. Secuencia de operadores U_1 de $\frac{\pi}{2}$ controladas para estimación de fase con $\frac{\pi}{4}$.

Se aplica la secuencia de operadores de la figura 20 sobre el estado de entrada de la ecuación 79.

$$|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \end{bmatrix}. \quad (79)$$

Se muestra el efecto de aplicar la primera compuerta controlada U_1 entre el qubit q_0 y el qubit q_3 en la ecuación 80.

$$|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}i \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}i \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}i \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}i \end{bmatrix}. \quad (80)$$

Luego se muestra el efecto de aplicar las dos compuertas controladas U1, entre el qubit q_1 y el qubit q_3 en la ecuación 81.

$$|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}i \\ -\frac{1}{\sqrt{8}} \\ -\frac{1}{\sqrt{8}}i \\ \frac{1}{\sqrt{8}} \\ \frac{1}{\sqrt{8}}i \\ -\frac{1}{\sqrt{8}} \\ -\frac{1}{\sqrt{8}}i \end{bmatrix}. \quad (81)$$

Las últimas cuatro compuertas U1 controladas no generan un estado distinto al de la ecuación 81, por tanto este es el estado de salida de esta etapa del protocolo.

Para terminar el protocolo se debe aplicar la QFT inversa a los qubits de conteo (q_0 ,

q_1 , y q_2) para trasladar las variaciones de fase a variaciones de amplitud y poder medir la fase estimada. Al aplicar la QFT inversa se obtiene que la estimación es el vector de estado $|1010\rangle$.

Entre mayor sea la cantidad de qubits de conteo se tendrá mayor precisión en el resultado final de la estimación de fase, ya que θ se reconstruye utilizando el resultado de medir los qubits de conteo representados con el parámetro x y el número de qubits utilizado representado con el parámetro n , estos valores se ingresan en la siguiente ecuación 82.

$$\theta = \frac{x}{2^n}. \quad (82)$$

4.3. CRITERIOS DE DISEÑO PARA AUMENTAR LA FIDELIDAD EN IBMQ

Los criterios de diseño tienen como objetivo ajustar cualquier circuito cuántico a la configuración de enlaces con la finalidad de aumentar la fidelidad del resultado de cada implementación. Se utiliza el error de enlace para la asignación de qubits por medio de python, además, se utilizan barreras para separar las etapas del circuito.

Inicialmente se toma el circuito a implementar y se identifica el número de qubits para seleccionar el computador adecuado, si el número de qubits es mayor a uno, se descarta IBMQ Armonk, y si es mayor a cinco solo se toma en cuenta IBMQ Melbourne. Luego se identifica la cantidad de enlaces entre qubits necesarios para el circuito a implementar, con el objetivo de seleccionar la configuración de enlaces que permita la mayor cantidad de enlaces directos. Después, se identifica el qubit con mayor número de enlaces requeridos y se asigna al que tenga mayor número de enlaces directos. Finalmente se identifica el qubit con mayores fuentes de error, es decir, con mayor cantidad de compuertas implementadas y se asigna al qubit que tenga menor error reportado en la configuración de enlaces, este proceso se repite de manera jerárquica con todos los qubits.

Como ejemplo se aplican los criterios de diseño en la QFT para cuatro qubits mostrada en la figura 21.

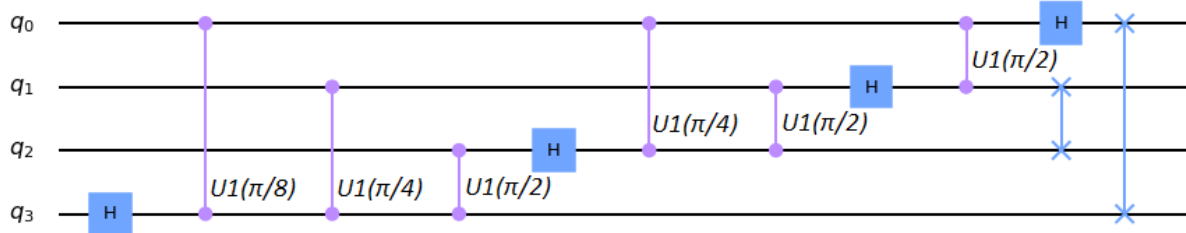


Figura 21. Circuito cuántico de la QFT de cuatro qubits.

La QFT de cuatro qubits puede ser implementada en cualquier computador con excepción de IBMQ Armonk, luego se identifica la cantidad de enlaces y los qubits relacionados directamente como se muestra en la figura 22.

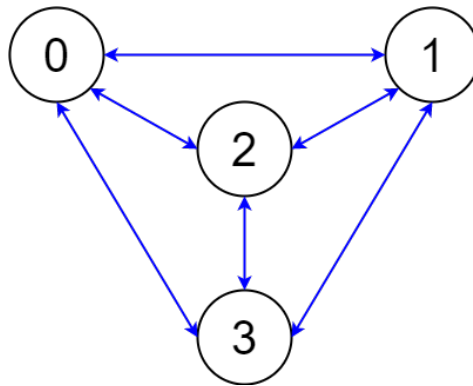
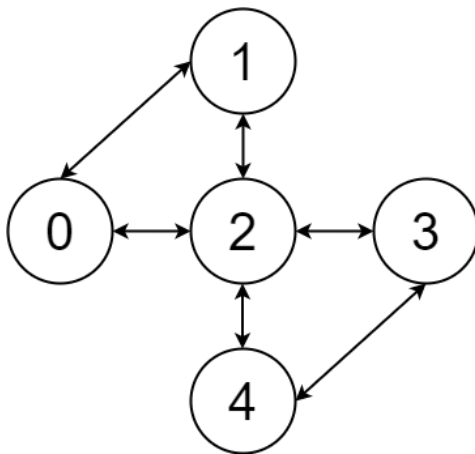


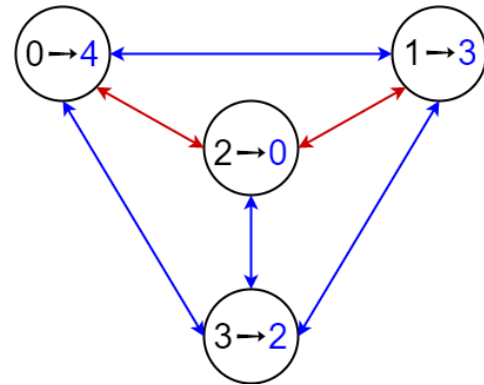
Figura 22. Diagrama de qubits y enlaces necesario para implementar la QFT de 4 qubits.

La configuración de enlaces que mayor numero de enlaces directos permite es IBMQ Yorktown porque permite 4 de 6 enlaces directos. Luego de identificar la configuración de enlaces mas apropiada, se identifica el qubit con mayor numero de enlaces, para este caso, todos los qubits tienen 3 enlaces, por tanto, se identifica el qubit con mayores fuentes de error, en este caso se considera el qubit más significativo (q_3 de la figura 22) como la mayor fuente de error y se asigna al qubit 2 de IBMQ Yorktown debido a que este cuenta con la mayor cantidad de enlaces directos con otros qubits. Se reconstruye el diagrama de enlaces para ilustrar la cantidad de enlaces directos e indirectos y la asignación de los qubits a partir de la configuración de enlaces de IBMQ Yorktown.

En la figura 23 Se denotan con negro los qubits del diagrama y con azul los qubits asignados, en azul los enlaces directos y en rojo los enlaces indirectos (estos requieren qubits intermediarios).



(a)



(b)

Figura 23. Resultado de aplicar los criterios de diseño para la implementación de la QFT de 4 qubits. a) Configuración de enlaces para IBMQ Yorktown. b) Configuración de enlaces modificada para aumentar la fidelidad de la QFT, se resaltan enlaces directos con azul y enlaces indirectos con rojo (es decir aquellos que requieren un qubit de intermediario).

Al describir las configuraciones de enlaces, la frecuencia de las calibraciones, los circuitos a implementar y los criterios de diseño, se concluye que cada experimento realizado durante el desarrollo de este trabajo de grado es único y requiere análisis por separado.

5. PRUEBAS Y RESULTADOS

Usando las instalaciones del laboratorio de óptica e información cuántica (LOIC) se realizó la implementación experimental de los circuitos preliminares descritos en la sección 3.3 para obtener el patrón SPDC.

Después, utilizando los computadores cuánticos de IBM, se implementó cada circuito del capítulo anterior tomando en cuenta los criterios de diseño y repitiendo el experimento para diferentes calibraciones. Se usó la mayor cantidad posible de conteos para cada experimento (8192), luego se registró cada resultado y se comparó utilizando la fidelidad como métrica.

Cada circuito implementado en los computadores cuánticos de IBM se repitió para diferentes calibraciones, tomando siempre el diseño con menor error. Se reportó la fidelidad promedio, comparada con el estado cuántico ideal del experimento junto con el número de calibraciones utilizadas.

5.1. MONTAJES PRELIMINARES IMPLEMENTADOS EN EL LABORATORIO

Se espera un patrón de conos correspondiente al de la figura 24, la cual fue adquirida por Kwiat y su equipo con papel fotográfico y una exposición de 6 horas [67]. Este patrón determina la ubicación espacial de los fotones entrelazados (intersecciones de los conos), por tanto, es necesario identificarlo para separar y procesar los fotones entrelazados.

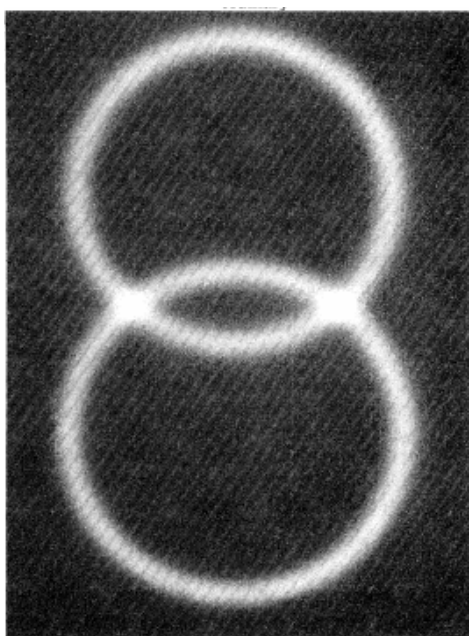


Figura 24. Referencia del patrón de conos esperado [67].

Se realizó la implementación experimental del montaje descrito en la figura 3, este se muestra en la figura 25.

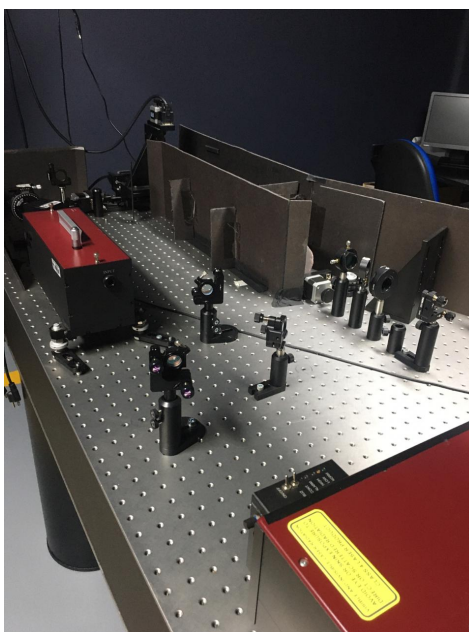
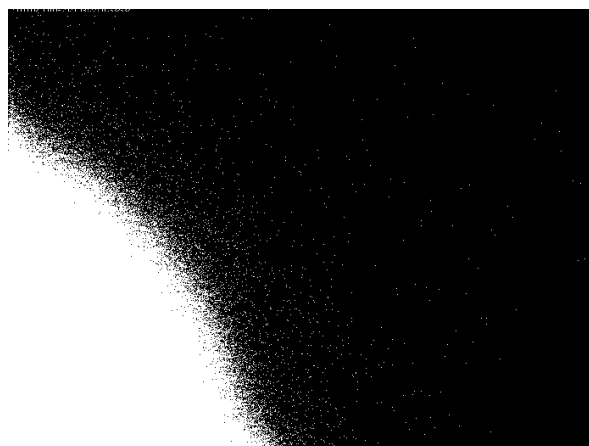


Figura 25. Montaje físico en LOIC.

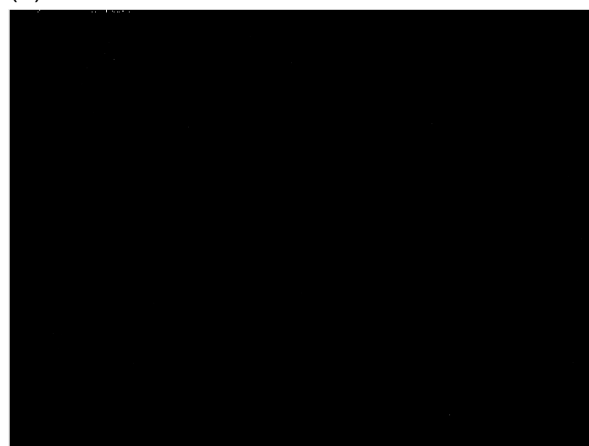
sin embargo, al realizar el procesamiento digital de las imágenes obtenidas no se

obtiene un resultado positivo de generación del patrón SPDC, ya que en la imagen resultante se observan puntos dispersos sin ningún indicio de un grupo de fotones ordenados.

Por otro lado, al aplicar el filtrado extra en el montaje experimental sugerido en la figura 4, el resultado fue diferente.



(a)



(b)



(c)

Figura 26. Resultados experimentales obtenidos en la lectura de fotones en el laboratorio y posterior filtrado digital. (a) Sin láser y sin cristal para determinar el ruido de fondo. (b) Con láser y sin cristal para evaluar el desempeño del filtro UV. (c) Con láser y con cristal para identificar el patrón SPDC en IR.

Al aplicar el procedimiento de filtro digital descrito en la sección 3.3 y contrastar las imágenes generadas sin el láser y sin cristal (correspondientes al ruido de fondo), con el láser sin cristal BBO, se puede decir que el filtro UV después de la etapa del cristal BBO es muy efectivo debido a que los puntos resultantes de restar las imágenes tomadas es prácticamente negro como se muestra en la figura 26b, sin embargo, al contrastar con las imágenes con presencia de ambos elementos se obtiene generación de infrarrojo disperso observado en la figura 26c, a pesar de obtener el fenómeno, no se logró observar completamente los dos anillos intersectados, cómo aparece la figura 24.

Las pruebas iniciales que se realizaron en el laboratorio corresponden a resultados preliminares, pues se no se tuvo acceso al laboratorio por la situación de emergencia nacional decretada por el gobierno. Debido a esto el foco del trabajo debió redefinirse, por tanto no se continuó con las observaciones y mediciones en el montaje óptico del LOIC.

5.2. RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN DE COMPUERTAS CUÁNTICAS EN LOS COMPUTADORES CUÁNTICOS DE IBM

Se reunió el resultado de implementación de cada compuerta implementada en los computadores cuánticos de IBM.

Las compuertas de un qubit sin variación de ángulo se implementaron usando el qubit de menor error de compuerta en diferentes calibraciones (parámetros de error, ver sección 4.1) para cada configuración de enlaces, se recuperó el resultado de los conteos y se evaluó la fidelidad para cada caso, luego se calculó un promedio con los valores medidos y se reportó incluyendo el número de calibraciones diferentes utilizadas. Las repeticiones para cada calibración variaban respecto al tiempo en que la calibración estaba vigente.

Para las compuertas que requieren ángulos dentro de sus parámetros se implementaron barridos dentro de un rango definido para cada compuerta. Se realizó la totalidad del barrido para considerar una calibración dentro del resultado reportado, es decir, que si no se completaba el barrido antes de la actualización de la calibración, se descartaba el resultado.

La compuerta X tiene una fidelidad mayor al 92 %, y el computador ibmq_santiago presenta la mayor fidelidad tal como se muestra en la tabla 10, este resultado es acorde con el valor de volumen cuántico.

Compuerta X			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_armonk	1	92,628	12
ibmq_5_yorktown	5	95,504	17
ibmq_valencia	5	94,438	9
ibmq_vigo	5	95,410	11
ibmq_ourense	5	96,954	14
ibmq_essex	5	95,087	17
ibmq_burlington	5	93,567	8
ibmq_london	5	93,719	9
ibmq_santiago	5	98,315	7
ibmq_16_melbourne	15	92,062	9

Tabla 10. Resultados de implementación para compuerta X.

La compuerta Z tiene una fidelidad mayor al 95 %, y los computadores ibmq_london e ibmq_santiago presentan la mayor fidelidad, Santiago es el computador cuántico con mayor volumen cuántico con 32, seguido por London con 16. Esto se muestra en la tabla 11.

Compuerta Z			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	95,235	12
ibmq_5_yorktown	5	97,766	17
ibmq_valencia	5	97,705	8
ibmq_vigo	5	96,985	11
ibmq_ourense	5	99,158	14
ibmq_essex	5	95,911	17
ibmq_burlington	5	95,313	7
ibmq_london	5	99,426	9
ibmq_santiago	5	99,272	7
ibmq_16_melbourne	15	96,338	8

Tabla 11. Resultados de implementación para compuerta Z.

La compuerta H tiene una fidelidad mayor al 99 %, y el computador ibmq_armonk presenta la mayor fidelidad tal como se muestra en la tabla 12.

Compuerta H			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	99,991	12
ibmq_5_yorktown	5	99,869	17
ibmq_valencia	5	99,876	8
ibmq_vigo	5	99,870	11
ibmq_ourense	5	99,972	14
ibmq_essex	5	99,923	17
ibmq_burlington	5	99,974	7
ibmq_london	5	99,631	9
ibmq_santiago	5	99,606	7
ibmq_16_melbourne	15	99,963	8

Tabla 12. Resultados de implementación para compuerta H.

La compuerta Y tiene una fidelidad mayor al 89 %, y el computador ibmq_santiago presenta la mayor fidelidad tal como se observa en la tabla 13. Este resultado es acorde con el valor de volumen cuántico.

Compuerta Y			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	92,546	12
ibmq_5_yorktown	5	93,933	17
ibmq_valencia	5	90,979	9
ibmq_vigo	5	89,233	11
ibmq_ourense	5	97,046	14
ibmq_essex	5	95,264	17
ibmq_burlington	5	95,935	8
ibmq_london	5	93,335	9
ibmq_santiago	5	97,961	7
ibmq_16_melbourne	15	92,859	9

Tabla 13. Resultados de implementación para compuerta Y.

Para las compuertas de 1 qubit que requieren un ángulo de rotación, se realizaron más repeticiones en cada calibración variando el ángulo en factores de $\frac{\pi}{4}$ entre 0 y π .

La compuerta Rx tiene una fidelidad mayor al 99 %, acorde con el error reportado en las configuraciones de enlaces de cada computador cuántico de IBM. Este resultado se observa en la tabla 14.

Compuerta Rx			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	99,834	8
ibmq_5_yorktown	5	99,927	19
ibmq_valencia	5	99,813	10
ibmq_vigo	5	99,749	11
ibmq_ourense	5	99,964	11
ibmq_essex	5	99,999	12
ibmq_burlington	5	99,978	12
ibmq_london	5	99,953	11
ibmq_santiago	5	99,819	11
ibmq_16_melbourne	15	99,914	9

Tabla 14. Resultados de implementación para compuerta Rx.

La compuerta Ry tiene una fidelidad mayor al 99 %, acorde con el error reportado en las configuraciones de enlaces de cada computador cuántico de IBM. Este resultado se observa en la tabla 15.

Compuerta Ry			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	99,993	8
ibmq_5_yorktown	5	99,971	19
ibmq_valencia	5	99,980	10
ibmq_vigo	5	99,856	11
ibmq_ourense	5	99,921	11
ibmq_essex	5	99,905	12
ibmq_burlington	5	99,910	12
ibmq_london	5	99,964	11
ibmq_santiago	5	99,696	11
ibmq_16_melbourne	15	99,948	9

Tabla 15. Resultados de implementación para compuerta Ry.

La compuerta Rz tiene una fidelidad mayor al 95 %, y el computador ibmq_london presenta la mayor fidelidad ta como se observa en la tabla 16. Aunque no es el computador con mayor volumen cuántico, si es uno de los mayores.

Compuerta Rz			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	95,551	8
ibmq_5_yorktown	5	96,586	19
ibmq_valencia	5	97,449	10
ibmq_vigo	5	97,559	11
ibmq_ourense	5	99,255	11
ibmq_essex	5	95,581	12
ibmq_burlington	5	97,815	12
ibmq_london	5	99,304	11
ibmq_santiago	5	98,926	11
ibmq_16_melbourne	15	95,532	9

Tabla 16. Resultados de implementación para compuerta Rz.

La compuerta U1 tiene una fidelidad mayor al 94 % y el computador ibmq_london presenta la mayor fidelidad tal como se observa en la tabla 17. Aunque no es el computador con mayor volumen cuántico, si es uno de los mayores.

Compuerta U1			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	95,337	8
ibmq_5_yorktown	5	96,354	19
ibmq_valencia	5	97,742	10
ibmq_vigo	5	97,473	11
ibmq_ourense	5	98,999	11
ibmq_essex	5	94,031	12
ibmq_burlington	5	97,949	12
ibmq_london	5	99,280	11
ibmq_santiago	5	99,072	11
ibmq_16_melbourne	15	96,021	9

Tabla 17. Resultados de implementación para compuerta U1.

Para la compuerta U2 que requiere dos ángulos de rotación, se realizó el mismo barrido de ángulos de la compuerta U1, es decir, se mantuvo estático el primer ángulo hasta realizar el barrido completo en el segundo ángulo, luego se incrementa el primero y así sucesivamente hasta terminar el barrido en el ángulo inicial, lo que incrementó las repeticiones necesarias por cada calibración en mínimo 25. Se muestra el resultado en la tabla 18.

Compuerta U2			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	99,997	9
ibmq_5_yorktown	5	99,993	14
ibmq_valencia	5	99,773	15
ibmq_vigo	5	99,842	15
ibmq_ourense	5	99,946	14
ibmq_essex	5	99,953	14
ibmq_burlington	5	99,993	10
ibmq_london	5	99,927	10
ibmq_santiago	5	99,861	10
ibmq_16_melbourne	15	99,977	10

Tabla 18. Resultados de implementación para compuerta U2.

Se realiza el mismo procedimiento en la U3, sin embargo, se hace el barrido utilizando 3 ángulos, siendo $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi$, lo que incrementó el número de repeticiones mínimo por calibración hasta mínimo 27. El resultado de la tabla 19 es acorde al error de compuerta de la configuración de enlaces de cada computador cuántico de IBM.

Compuerta U3			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
IBMQ_Armonk	1	99,998	5
ibmq_5_yorktown	5	99,928	9
ibmq_valencia	5	99,692	8
ibmq_vigo	5	99,896	8
ibmq_ourense	5	99,996	8
ibmq_essex	5	99,935	8
ibmq_burlington	5	99,998	6
ibmq_london	5	99,997	6
ibmq_santiago	5	99,785	6
ibmq_16_melbourne	15	99,985	5

Tabla 19. Resultados de implementación para compuerta U3.

Para las compuertas de 2 qubits planteadas en el diseño computacional se tomó el menor error de enlace de cada configuración de enlaces y se implementó intercambiando el qubit de control y objetivo.

La compuerta CX o CNOT tiene una fidelidad mayor al 86%, y el computador ibmq_valencia presenta la mayor fidelidad tal como se observa en la tabla 20.

Compuerta CX (CNOT)			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	91,113	15
ibmq_valencia	5	98,120	11
ibmq_vigo	5	93,613	11
ibmq_ourense	5	96,851	14
ibmq_essex	5	89,933	11
ibmq_burlington	5	86,691	14
ibmq_london	5	97,359	9
ibmq_santiago	5	97,559	7
ibmq_16_melbourne	15	96,790	10

Tabla 20. Resultados de implementación para compuerta CX (CNOT).

La compuerta swap tiene una fidelidad mayor al 79 %, y el computador ibmq_santiago presenta la mayor fidelidad tal como se muestra en la tabla 21. Este resultado es acorde al volumen cuántico.

Compuerta Swap			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	93,298	15
ibmq_valencia	5	98,730	11
ibmq_vigo	5	98,706	11
ibmq_ourense	5	97,351	14
ibmq_essex	5	88,155	11
ibmq_burlington	5	79,907	14
ibmq_london	5	89,478	9
ibmq_santiago	5	98,511	7
ibmq_16_melbourne	15	92,656	10

Tabla 21. Resultados de implementación para compuerta Swap.

Para la ejecución de la compuerta U1 controlada se utilizó el mismo barrido de ángulo que para la U1 intercambiando qubit de control y objetivo en cada barrido, por tanto, cada calibración necesitó 10 repeticiones diferentes. Se muestra el resultado en la tabla 22.

Compuerta CU1			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	92,798	14
ibmq_valencia	5	94,419	10
ibmq_vigo	5	94,547	10
ibmq_ourense	5	96,049	10
ibmq_essex	5	90,163	10
ibmq_burlington	5	90,495	11
ibmq_london	5	96,375	9
ibmq_santiago	5	96,371	9
ibmq_16_melbourne	15	94,498	9

Tabla 22. Resultados de implementación para compuerta U1 controlada.

Para finalizar la implementación de compuertas, se ejecutó la compuerta Toffoli utilizando los dos menores errores de enlace directo, manteniendo el qubit de objetivo estático e intercambiando los qubits de control para cada calibración utilizada. Se muestra la fidelidad resultado en la tabla 23.

Compuerta Toffoli			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	76,733	15
ibmq_valencia	5	81,812	11
ibmq_vigo	5	67,297	11
ibmq_ourense	5	71,523	14
ibmq_essex	5	77,771	11
ibmq_burlington	5	57,408	14
ibmq_london	5	81,427	9
ibmq_santiago	5	91,748	7
ibmq_16_melbourne	15	68,186	10

Tabla 23. Resultados de implementación para compuerta Toffoli.

5.3. RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN DE COMPUERTAS CUÁNTICAS EQUIVALENTES EN LOS COMPUTADORES CUÁNTICOS DE IBM

Se presentan los resultados de las compuertas cuánticas implementadas utilizando arreglos de compuertas. Inicialmente se implementaron las compuertas de dos qubits utilizando el fenómeno de “phase kickback” como se muestra en el ejemplo de la

figura 11. Posteriormente, se implementaron las compuertas controladas mostradas en la figura 14. Por último, se implementaron las compuertas cuánticas equivalentes Swap y Toffoli descritas en las figuras 12 y 13.

5.3.1. Resultados para compuertas con “phase kickback”.

Se implementó el “phase kickback” de la figura 11 con la compuerta X controlada y U1 controlada teniendo en cuenta el menor error de enlace en cada calibración utilizada.

La compuerta CNOT con “phase kickback” tiene una fidelidad mayor al 86 %, se destaca ibmq_london e ibmq_valencia como los computadores que mayor fidelidad presentan. Este resultado se observa en la tabla 24.

Compuerta X controlada (“phase kickback”)			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	87,683	7
ibmq_valencia	5	98,132	7
ibmq_vigo	5	90,752	7
ibmq_ourense	5	96,998	7
ibmq_essex	5	86,886	7
ibmq_burlington	5	87,963	7
ibmq_london	5	98,005	7
ibmq_santiago	5	97,964	6
ibmq_16_melbourne	15	97,172	6

Tabla 24. Resultados de implementación para “phase kickback” con la compuerta X controlada.

La compuerta CNOT con “phase kickback” tiene una fidelidad mayor al 87 %, y los computadores ibmq_santiago e ibmq_valencia presentan las mayores fidelidades tal como se observa en la tabla 25.

Compuerta U1 controlada ("phase kickback")			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	89,949	7
ibmq_valencia	5	96,296	7
ibmq_vigo	5	91,986	7
ibmq_ourense	5	96,100	7
ibmq_essex	5	87,306	7
ibmq_burlington	5	93,598	7
ibmq_london	5	97,148	7
ibmq_santiago	5	96,777	6
ibmq_16_melbourne	15	94,891	6

Tabla 25. Resultados de implementación para "phase kickback" con la compuerta U1 controlada.

Puede notarse que los resultados de utilizar el "phase kickback" vs la implementación directa de las compuertas presentan una variación máxima de 3,5 %, e incluso para algunos computadores la variación es menor al 1 %. A partir de las tablas 17, 20, 24 y 25 se contruyen gráficos comparativos entre la fidelidades de la implementaciones directas y por "phase kickback" de las compuertas CX en la figura 27 y U1 en la figura 28.

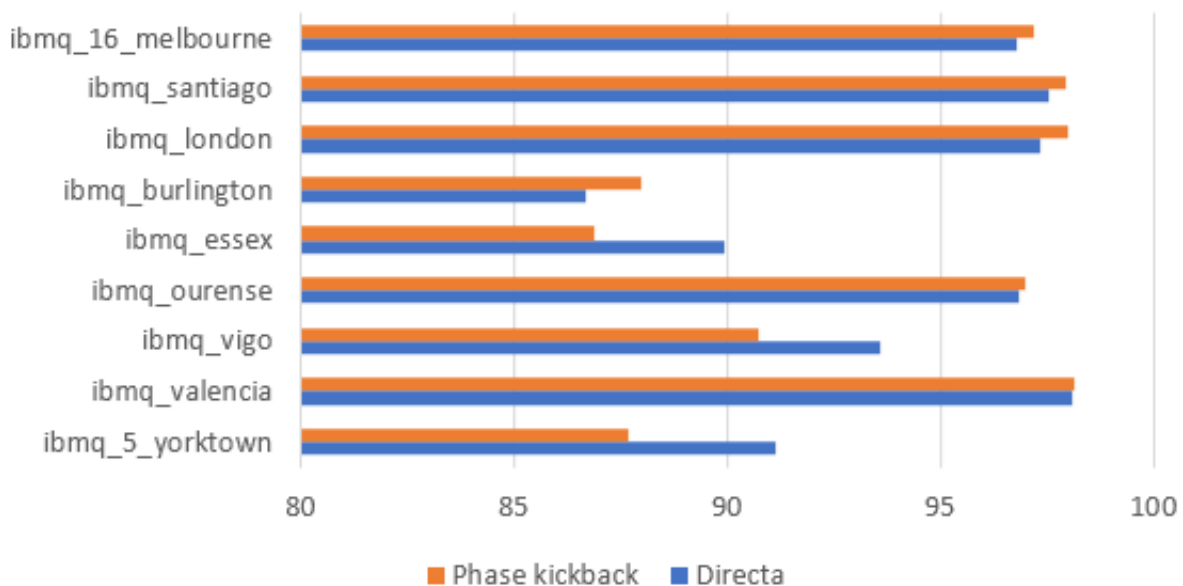


Figura 27. Gráfico comparativo entre implementación directa de la compuerta X controlada y utilizando "phase kickback".

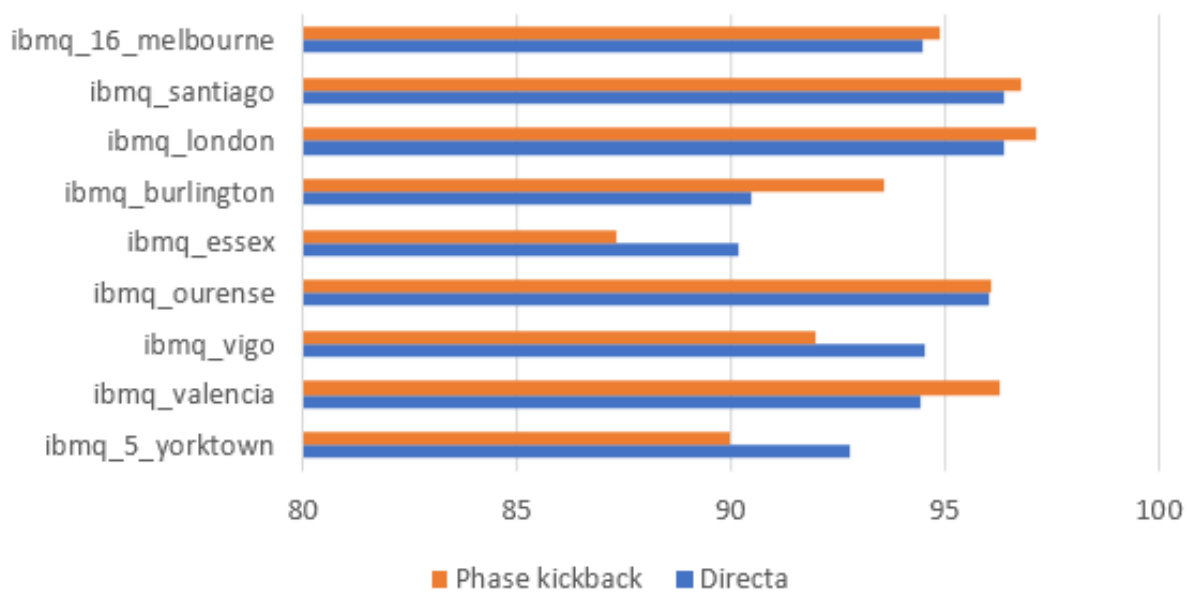


Figura 28. Gráfico comparativo entre implementación directa de la compuerta U1 controlada y utilizando “phase kickback”.

5.3.2. Resultados para compuertas controladas de un qubit.

Se ejecutaron los circuitos de la figura 14, para la implementación de estas compuertas controladas se siguió el mismo criterio ya mencionado para cada calibración con la finalidad de maximizar la fidelidad de cada experimento.

La compuerta H controlada tiene una fidelidad mayor al 88 % y los computadores ibmq_valencia e ibmq_santiago presentan las mayores fidelidades tal como se observa en la tabla 26.

Compuerta H controlada			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	95,889	8
ibmq_valencia	5	99,027	8
ibmq_vigo	5	97,938	7
ibmq_ourense	5	98,574	8
ibmq_essex	5	94,172	8
ibmq_burlington	5	88,989	8
ibmq_london	5	97,029	7
ibmq_santiago	5	98,675	8
ibmq_16_melbourne	15	94,839	7

Tabla 26. Resultados de implementación para la compuerta H controlada.

La compuerta Z controlada tiene una fidelidad mayor al 88 % y el computador ibmq_santiago presenta la mayor fidelidad tal como se observa en la tabla 27. Este resultado es acorde con el valor de volumen cuántico.

Compuerta Z controlada			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	88,947	8
ibmq_valencia	5	95,645	8
ibmq_vigo	5	94,145	7
ibmq_ourense	5	95,222	8
ibmq_essex	5	92,950	8
ibmq_burlington	5	91,854	8
ibmq_london	5	95,427	7
ibmq_santiago	5	97,449	8
ibmq_16_melbourne	15	95,150	7

Tabla 27. Resultados de implementación para la compuerta Z controlada.

La compuerta Y controlada tiene una fidelidad mayor al 90 % y el computador ibmq_santiago presenta la mayor fidelidad tal como se observa en la tabla 28. Este resultado es acorde con el valor de volumen cuántico.

Compuerta Y controlada			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	90,973	8
ibmq_valencia	5	93,734	8
ibmq_vigo	5	94,427	7
ibmq_ourense	5	94,293	8
ibmq_essex	5	95,056	8
ibmq_burlington	5	92,572	8
ibmq_london	5	94,531	7
ibmq_santiago	5	97,522	8
ibmq_16_melbourne	15	90,202	7

Tabla 28. Resultados de implementación para la compuerta Y controlada.

Generalmente las compuertas controladas presentan un comportamiento similar entre sí, puesto que en algunos de los computadores cuánticos la fidelidad no superó el 90 %, indicando que no son la mejor opción para ser implementadas en IBM, ya que su comportamiento como compuerta individual, no se asemeja a los comportamientos observados en las compuertas cuánticas de un qubit. Esto quiere decir,

que al realizar un circuito compuesto de varias compuertas controladas, la fidelidad resultado se verá afectada por el error de cada compuerta individual.

5.3.3. Resultados para compuertas cuánticas equivalentes.

Se realizó la ejecución de la compuerta swap por medio del arreglo de compuertas X controladas de la figura 12 y se registró el resultado en la tabla 29.

Compuerta swap (equivalente)			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	93,482	9
ibmq_valencia	5	97,068	7
ibmq_vigo	5	97,171	6
ibmq_ourense	5	96,380	7
ibmq_essex	5	90,305	7
ibmq_burlington	5	84,987	7
ibmq_london	5	91,196	5
ibmq_santiago	5	97,601	6
ibmq_16_melbourne	15	97,079	5

Tabla 29. Resultados de implementación para la compuerta swap a partir de X controlada.

Se puede observar que al implementar el swap por medio de compuertas equivalentes mejoró la fidelidad del experimento hasta en un 5 %, por tanto se recomienda el uso de esta propiedad para la implementación de la compuerta swap en circuitos de mayor tamaño y complejidad.

Para finalizar se realizó la implementación de la compuerta Toffoli a partir de la equivalencia descrita en la figura 13, esto se realizó bajo las mismas condiciones que la implementación directa de la compuerta Toffoli y se presenta el resultado en la tabla 30.

Compuerta Toffoli (equivalente)			
Computador	Qubits	Fidelidad Promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	77,272	11
ibmq_valencia	5	81,428	10
ibmq_vigo	5	67,274	11
ibmq_ourense	5	71,991	11
ibmq_essex	5	79,876	11
ibmq_burlington	5	59,622	10
ibmq_london	5	82,344	10
ibmq_santiago	5	92,975	10
ibmq_16_melbourne	15	69,777	9

Tabla 30. Resultados de implementación para la compuerta Toffoli.

Puede notarse una leve mejoría en la ejecución de la compuerta toffoli por medio de la equivalencia, sin embargo su porcentaje de fidelidad es el más bajo de todos los experimentos.

5.4. ESTADOS DE BELL

Se realizó la implementación de los circuitos descritos en la figura 15, para este circuito se priorizó el mapeo sobre los qubits con menor error de enlace, es decir que se utilizó el enlace de menor error en cada calibración utilizada, además de esto, se utilizó una barrera para separar la etapa de entrada del circuito generador del par entrelazado.

Para evaluar la eficiencia de los criterios de diseño propuestos en la sección 4.3 de este documento, se realizó la implementación sin tomar en cuenta ninguna consideración de diseño, es decir, tomando en cuenta la asignación por defecto de Qiskit, y también implementaciones teniendo en cuenta los criterios de diseño (barrera y error de enlace). Los resultados de los cuatro estados de Bell se registran en las tablas 31, 32, 33 y 34 respectivamente.

Estado de Bell 00				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	93,231	96,359	17
ibmq_valencia	5	90,755	95,958	15
ibmq_vigo	5	94,893	96,431	15
ibmq_ourense	5	95,962	96,655	15
ibmq_essex	5	94,131	95,346	15
ibmq_burlington	5	93,977	94,693	15
ibmq_london	5	95,115	95,605	16
ibmq_santiago	5	92,714	94,191	15
ibmq_16_melbourne	15	89,355	96,154	17

Tabla 31. Resultados de implementación para el estado de Bell 00.

Estado de Bell 01				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	91,540	92,660	16
ibmq_valencia	5	94,042	96,163	14
ibmq_vigo	5	91,969	93,910	15
ibmq_ourense	5	93,408	95,529	15
ibmq_essex	5	90,175	92,070	15
ibmq_burlington	5	89,329	90,449	14
ibmq_london	5	94,663	95,783	17
ibmq_santiago	5	94,762	95,883	15
ibmq_16_melbourne	15	90,358	95,498	17

Tabla 32. Resultados de implementación para el estado de Bell 01.

Estado de Bell 10				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	91,212	92,514	15
ibmq_valencia	5	94,461	95,808	15
ibmq_vigo	5	92,649	93,950	15
ibmq_ourense	5	94,052	95,354	14
ibmq_essex	5	90,261	93,562	15
ibmq_burlington	5	89,557	91,859	14
ibmq_london	5	93,607	94,909	15
ibmq_santiago	5	93,724	95,026	15
ibmq_16_melbourne	15	91,782	96,302	16

Tabla 33. Resultados de implementación para el estado de Bell 10.

Estado de Bell 11				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	90,588	92,590	15
ibmq_valencia	5	91,841	93,852	15
ibmq_vigo	5	88,185	90,197	15
ibmq_ourense	5	90,220	91,236	15
ibmq_essex	5	91,135	92,877	15
ibmq_burlington	5	89,895	91,783	16
ibmq_london	5	91,793	93,795	15
ibmq_santiago	5	95,204	96,283	15
ibmq_16_melbourne	15	88,352	90,353	14

Tabla 34. Resultados de implementación para el estado de Bell 11.

Se puede notar a partir de las tablas anteriores que la aplicación de criterios de diseño aumenta la fidelidad del experimento, logrando establecer el promedio siempre por encima del 90 %.

5.5. TELETRANSPORTACIÓN CUÁNTICA

Para esta implementación se utiliza la fidelidad como métrica a comparar, además en el libro guía de uso de Qiskit [66] se realiza la medición del porcentaje de error como la cantidad de conteos en 1 que arroja el resultado, estos surgen debido a errores en las puertas y los qubits, puesto que al decodificar el resultado, el qubit involucrado debe volver a su estado base $|0\rangle$. Se observa el resultado en la tabla 35.

Teletransportación				
Computador	Qubits	Fidelidad promedio	Error promedio	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	67,339	35,416	4
ibmq_valencia	5	99,763	7,190	4
ibmq_vigo	5	99,665	9,283	4
ibmq_ourense	5	98,119	11,108	4
ibmq_essex	5	98,756	13,143	4
ibmq_burlington	5	97,996	12,486	4
ibmq_london	5	99,714	11,206	5
ibmq_santiago	5	99,701	12,195	5
ibmq_16_melbourne	15	89,222	25,680	4

Tabla 35. Resultados de implementación para la subrutina de teletransportación.

A partir de las columnas 1, 3 y 4 de la tabla 35 se construye el gráfico comparativo de error y fidelidad vs Computador utilizado de la figura 29.

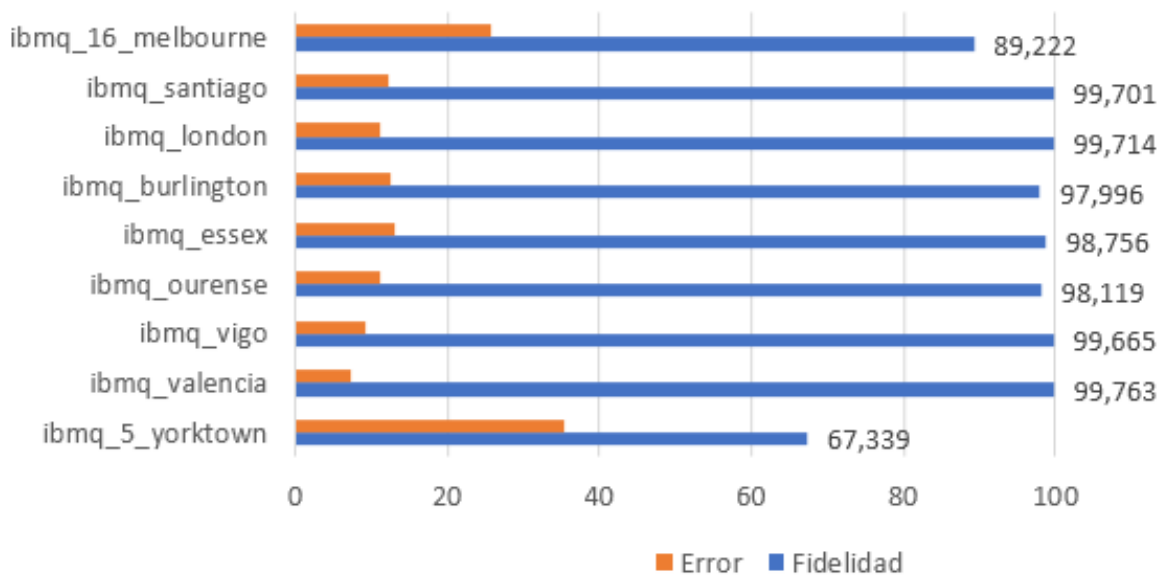


Figura 29. Gráfico síntesis de columnas 1, 3 y 4 de tabla 35 correspondiente a Tteletransportación cuántica.

Es así como a partir de los criterios de diseño empleados en el capítulo 4.3 se logra reducir el error de implementación en la mayoría de los Computadores cuánticos utilizados siendo Melbourne y Yorktown los menos indicados para implementar operaciones posteriores a la medición.

5.6. TRANSFORMADA DE FOURIER CUÁNTICA (QFT)

La implementación de la QFT se mide de dos formas, la primera se refiere a la implementación del circuito cuántico realizando la medición en el final de la compuerta swap, es decir, solo la QFT, este se evalúa utilizando la fidelidad para medir la eficiencia del estado obtenido; la segunda forma de medición utilizada se refiere a la implementación del circuito de la QFT y posteriormente su inversa buscando obtener el estado inicial cuando se mide.

5.6.1. Implementación de QFT con medición por fidelidad

Para la implementación directa se utilizó el diagrama de la figura 19 y se midió justo después de la compuerta swap, registrando el resultado de conteos del experimento. Para esta implementación se realizó un comparativo de la fidelidad del experimento al ser compilado directamente y utilizando los criterios de diseño (C.D.) descritos en el capítulo 4.3.

Se implementó utilizando 3, 4 y 5 qubits con una entrada de $|101\rangle$ escalada, es decir que al incrementar solo se agregan ceros a la izquierda. El resultado se observa en las tablas 36, 37 y 38 respectivamente.

QFT de 3 qubits con entrada $ 101\rangle$				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	98,497	99,449	7
ibmq_valencia	5	98,086	99,086	7
ibmq_vigo	5	96,561	97,476	7
ibmq_ourense	5	98,061	98,943	6
ibmq_essex	5	96,567	97,429	7
ibmq_burlington	5	97,375	98,202	7
ibmq_london	5	96,305	97,268	5
ibmq_santiago	5	95,553	98,508	7
ibmq_16_melbourne	15	94,639	96,584	5

Tabla 36. Resultados de implementación directa de QFT con entrada $|101\rangle$.

QFT de 4 qubits con entrada $ 0101\rangle$				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	93,568	94,670	7
ibmq_valencia	5	92,372	94,746	7
ibmq_vigo	5	89,736	93,207	7
ibmq_ourense	5	93,641	93,665	6
ibmq_essex	5	91,755	92,413	7
ibmq_burlington	5	89,960	96,508	7
ibmq_london	5	93,485	95,670	5
ibmq_santiago	5	89,495	97,782	7
ibmq_16_melbourne	15	72,931	81,763	5

Tabla 37. Resultados de implementación directa de QFT con entrada $|0101\rangle$.

QFT de 5 qubits con entrada $ 00101\rangle$				
Backend	Qubits	Fidelidad	Fidelidad + C.D.	Calibraciones
ibmq_5_yorktown	5	68,864	71,026	7
ibmq_valencia	5	70,933	70,963	7
ibmq_vigo	5	69,714	70,571	7
ibmq_ourense	5	68,118	69,516	6
ibmq_essex	5	65,991	69,514	7
ibmq_burlington	5	66,983	68,925	7
ibmq_london	5	68,462	68,696	5
ibmq_santiago	5	66,695	69,395	7
ibmq_16_melbourne	15	65,125	65,421	5

Tabla 38. Resultados de implementación directa de QFT con entrada $|00101\rangle$.

Se nota en las tablas 36, 37 y 38 que al aplicar criterios de diseño se logra mejorar la fidelidad del experimento hasta en 9 puntos porcentuales. En las figuras 30, 31 y 32 se observan gráficos comparativos de fidelidad.

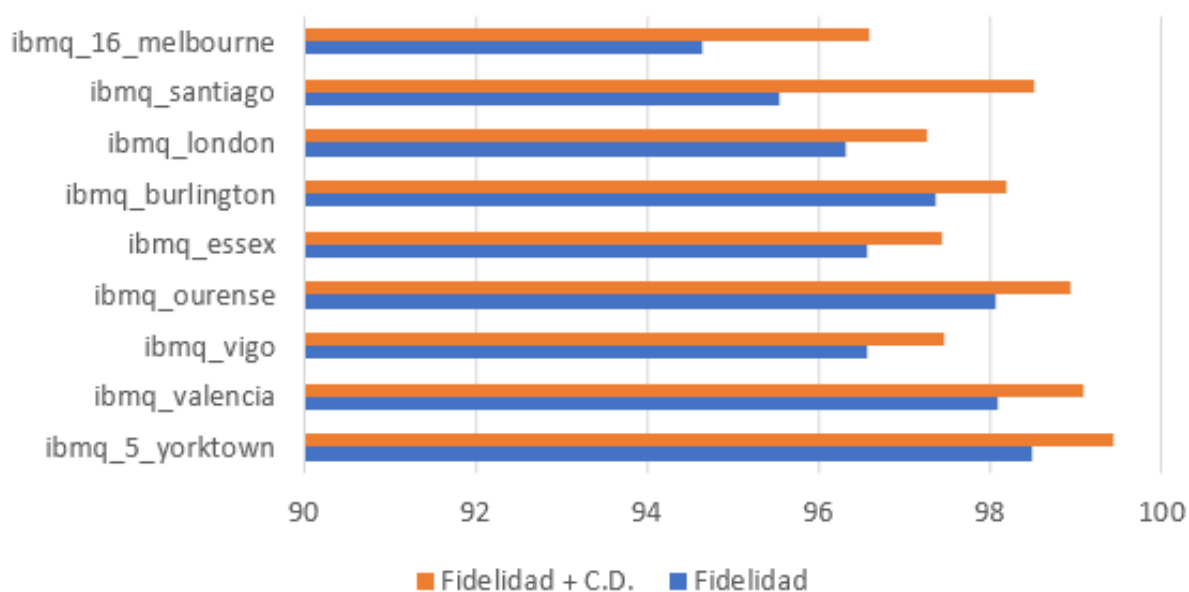


Figura 30. Gráfico de resultados para la implementación de la QFT de 3 qubits con y sin criterios de diseño de la tabla 36.

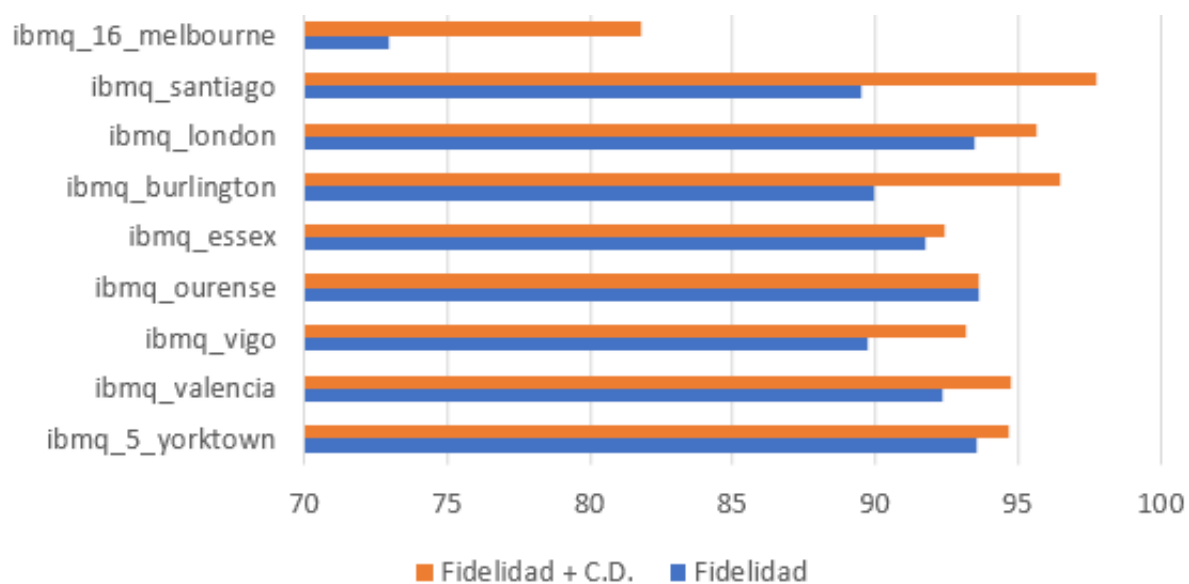


Figura 31. Gráfico de resultados para la implementación de la QFT de 4 qubits con y sin criterios de diseño de la tabla 37.

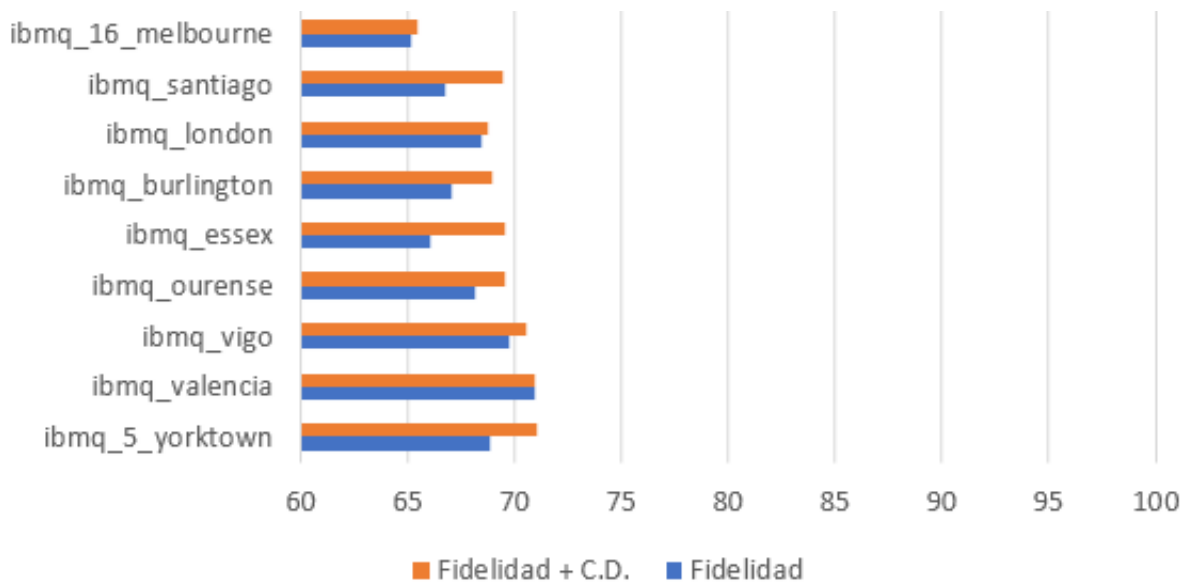


Figura 32. Gráfico de resultados para la implementación de la QFT de 5 qubits con y sin criterios de diseño de la tabla 38.

En los resultados anteriores se muestra la pérdida de coherencia en los estados cuando se involucra un mayor número de qubits pues si se utilizan la totalidad de los qubits disponibles en el computador la fidelidad del experimento cae por debajo del 60 %. En la figura 33 se presenta la comparación de la fidelidad vs numero de qubits.

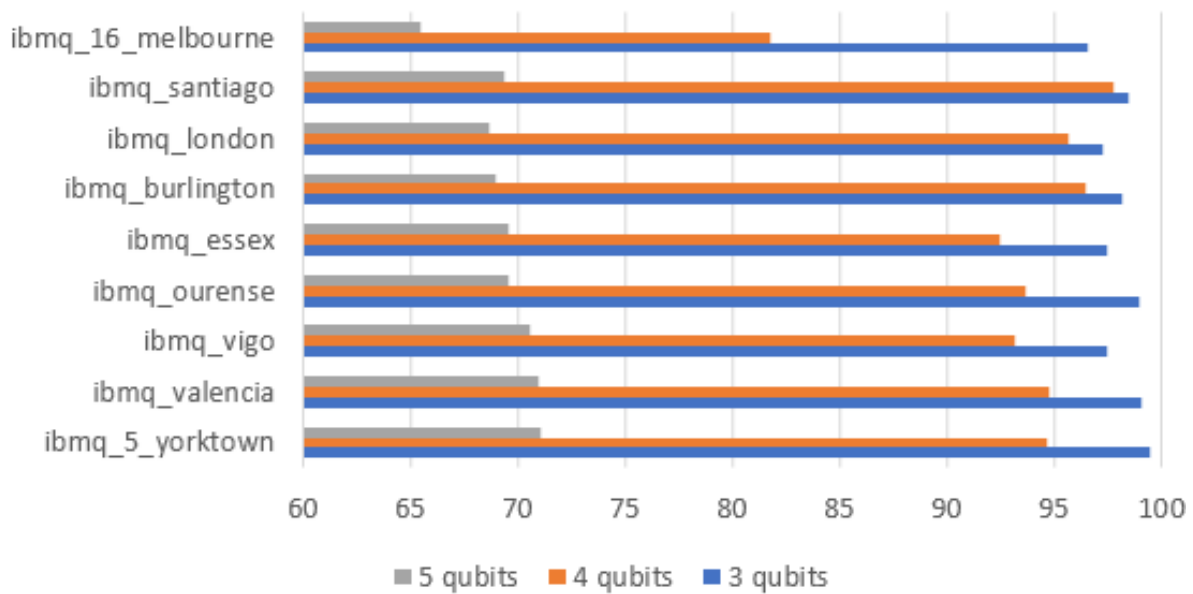


Figura 33. Gráfico comparativo de la fidelidad de los resultados obtenidos en las implementaciones con criterios de diseño de las tablas 36, 37 y 38.

En la figura 33 se observa la caída en la fidelidad del experimento al incrementar el número de qubits, siendo de 4 a 5 la mayor pérdida de coherencia en el estado resultado.

5.6.2. Implementación de QFT con medición por inversa

Para la implementación de la QFT y su inversa se utiliza el mismo principio de la sección anterior, es decir la entrada $|101\rangle$ escalada, sin embargo, en la salida ya no se espera medir un estado cuántico sino la reconstrucción del estado clásico de entrada, es decir el vector 101. se observa el circuito utilizado en a figura 34.

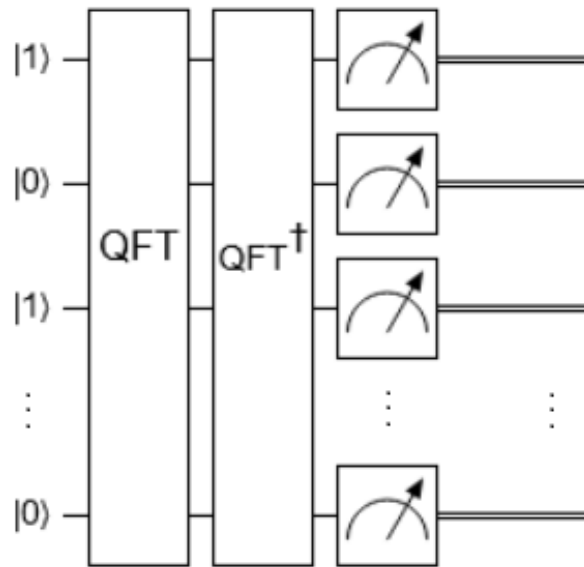


Figura 34. Circuito utilizado para verificar la implementación de la QFT de n qubits.

Se ejecutó el experimento de la figura 34 con 8192 repeticiones, se registró en la columna resultado 101 el porcentaje de veces que el estado resultado fue coherente con el vector de entrada. En la columna de mejor resultado, se registró el mayor porcentaje obtenido en el experimento, esto para mostrar si el resultado esperado coincide con el resultado más frecuente en cada implementación. Por último, se registro en la columna mejor vector, el estado de la salida que corresponde al más frecuente en cada implementación. En las tablas 39, 40 y 41 se presentan los resultados de implementación para 3, 4 y 5 qubits respectivamente.

QFT de 3 qubits con inversa y entrada $ 101\rangle$				
Computador	Qubits	Resultado 101	Mejor Resultado	Mejor vector
ibmq_5_yorktown	5	58,980	58,980	101
ibmq_valencia	5	79,236	79,236	101
ibmq_vigo	5	76,598	76,598	101
ibmq_ourense	5	62,843	62,843	101
ibmq_essex	5	61,996	61,996	101
ibmq_burlington	5	66,085	66,085	101
ibmq_london	5	76,707	76,707	101
ibmq_santiago	5	89,152	89,152	101
ibmq_16_melbourne	15	54,434	54,434	101

Tabla 39. Resultados de implementación de QFT con medicion a través de inversa y entrada $|101\rangle$.

QFT de 4 qubits con inversa y entrada $ 0101\rangle$				
Computador	Qubits	Resultado 0101	Mejor Resultado	Mejor vector
ibmq_5_yorktown	5	47,315	47,315	0101
ibmq_valencia	5	56,863	56,863	0101
ibmq_vigo	5	55,937	55,937	0101
ibmq_ourense	5	49,449	49,449	0101
ibmq_essex	5	49,376	49,376	0101
ibmq_burlington	5	53,997	53,997	0101
ibmq_london	5	59,277	59,277	0101
ibmq_santiago	5	65,274	65,274	0101
ibmq_16_melbourne	15	40,923	40,923	0101

Tabla 40. Resultados de implementación de QFT con medición a través de inversa y entrada $|0101\rangle$.

QFT de 5 qubits con inversa y entrada $ 00101\rangle$				
Computador	Qubits	Resultado 00101	Mejor Resultado	Mejor vector
ibmq_5_yorktown	5	4,996	8,270	01101
ibmq_valencia	5	9,508	9,508	00101
ibmq_vigo	5	7,500	8,800	11101
ibmq_ourense	5	5,548	7,900	00001
ibmq_essex	5	5,176	5,665	10100
ibmq_burlington	5	6,008	7,284	01110
ibmq_london	5	5,127	7,017	01111
ibmq_santiago	5	25,776	25,776	00101
ibmq_16_melbourne	15	3,088	3,156	01101

Tabla 41. Resultados de implementación de QFT con medición utilizando inversa y entrada $|00101\rangle$.

Se observa que el resultado de ejecutar la QFT y su inversa en los computadores cuánticos de IBM es viable hasta 4 qubits, debido a que a partir de 5 qubits los vectores resultado esperados no coinciden con los mejores obtenidos, por tanto no se utiliza ibmq_16_melbourne con un numero de qubits mayor a 6.

5.7. PROTOCOLO DE ESTIMACIÓN DE FASE CUÁNTICA

Se implementó el circuito descrito en la sección 4.2.6 donde se espera obtener como resultado el ángulo $\frac{\pi}{4}$, por tanto, para los valores de $n=3, 4$ y 5 según la ecuación

82 se espera un valor de $x = 2\pi, 4\pi$ y 8π . Después de cada ejecución, se tomó el estado de salida con mayor porcentaje en el resultado. También, se incluyó el resultado inmediatamente superior y el resultado inmediatamente inferior.

Se ejecutó el circuito con 3 qubits, y se obtuvo el mayor porcentaje en el estado 101, además, se tomó el porcentaje de 101 y 111 para determinar la tendencia del resultado final. Se muestra el resultado de la tabla 42.

Resultado para 3 qubits	
Vector de salida	Porcentaje
101	1,799
110	57,181
111	17,765

Tabla 42. Resultados de implementación de estimación de fase para $\frac{\pi}{4}$ con 3 qubits de precisión.

A partir de la tabla 42 se establece que el valor real de la fase se encuentra entre $x = 6$ y $x = 7$, por tanto θ se encuentra entre 0,75 y 0,875 siendo 0,75 el resultado con mayor probabilidad.

Se realiza la misma implementación utilizando 4 qubits, y se registra 1100 como mejor vector de salida del experimento. Se muestra el resultado principal y los adyacentes en la tabla 43.

Resultado para 4 qubits	
Vector de salida	Porcentaje
1011	1,267
1100	16,625
1101	4,076

Tabla 43. Resultados de implementación de estimación de fase para $\frac{\pi}{4}$ con 4 qubits de precisión.

A partir de la tabla 43 se define que el valor real se encuentra entre $x = 12$ y $x = 13$, por tanto el valor de θ se encuentra entre 0,75 y 0,812 siendo 0,75 el valor mas cercano a la fase inducida.

Por último y teniendo en cuenta las limitaciones del computador cuántico utilizado, se realiza la implementación utilizando 5 qubits. Se registraron valores porcentuales entre 1,863 y 5,326, siendo este último el correspondiente al vector de salida 11001. Se muestra el resultado en la tabla 44.

Resultado para 5 qubits	
Vector de salida	Porcentaje
11000	1,987
11001	5,326
11010	2,865

Tabla 44. Resultados de implementación de estimación de fase para $\frac{\pi}{4}$ con 5 qubits de precisión.

A partir de la tabla 44 se recupera el valor de $x = 25$ y $x = 26$ como distribuciones mas discriminantes, por tanto el valor de θ se encuentra entre 0,7812 y 0,8125 siendo 0,781 el resultado más discriminante.

Al realizar este experimento se observa que al incrementar el valor de qubits crece la precisión del resultado y el rango de valores se reduce alrededor del resultado esperado ($\frac{\pi}{4} \approx 0,7853$), sin embargo, se sacrifica el porcentaje de los resultados pasando de 57,181 % en la tabla 42 a 5,326 % en la tabla 44.

6. CONCLUSIONES Y FUTUROS POSIBLES TRABAJOS

A continuación se describen las conclusiones generales del proyecto y el futuro posible trabajo.

6.1. CONCLUSIONES

A partir de los resultados preliminares del montaje experimental para la generación del patrón SPDC se puede concluir que la implementación de un conjunto universal de compuertas lógicas cuánticas es factible de ser llevada a cabo en LOIC.

Por otro lado, los resultados obtenidos para las implementaciones de las compuertas cuánticas en los computadores IBMQ, se obtuvo que las compuertas H, Rx, Ry, U2 y U3 se procesan con fidelidades mayores al 99 %, de estas compuertas, las compuertas de un qubit pertenecientes al conjunto universal (U1, U2) se procesan con fidelidades mayores al 95 %; sin embargo, la compuerta CNOT presenta el menor porcentaje de fidelidad con 86,691 %. Por lo tanto, para implementar circuitos cuánticos en los computadores IBMQ se debe minimizar el error de enlace de la configuración de enlaces del computador. Lo anterior se verificó en la implementación de la QFT, sin embargo, a pesar de que los computadores con mayor volumen cuántico son Santiago, Vigo y Valencia, se alcanzaron mejores resultados para Yorktown (Ver tablas 36 a 38), esto se debe a la mayor cantidad de enlaces cuánticos disponibles. En todas las implementaciones, la aplicación de los criterios de diseño aumenta la fidelidad promedio de los experimentos, lo cual permite validar los criterios de diseño propuestos.

En la implementación de circuitos más complejos como la QFT y su inversa, puede evidenciarse el efecto del volumen cuántico, puesto que, los computadores con mayor volumen cuántico presentan mayores porcentajes de fidelidad en el estado cuántico de salida. En este caso, Santiago presenta el mayor volumen cuántico con 32, mientras que computadores como Melbourne y Essex solo cuentan con 8.

Finalmente, en la implementación de la QFT, se observa que la fidelidad promedio disminuye al aumentar el número de qubits. También, en la implementación del protocolo de estimación de fase cuántica, se observa disminución en los porcentajes de salida al aumentar el número de qubits. En general, al involucrar un mayor número de qubits en los experimentos, la fidelidad promedio disminuye, llegando a resultados indistinguibles de los esperados. Por tanto, se establece como 4 qubits el límite de qubits para obtener un resultado identificable.

6.2. FUTUROS POSIBLES TRABAJOS

Los trabajos futuros se pueden orientar en dos direcciones:

La primera consiste en implementar y medir utilizando el protocolo de tomografía un conjunto universal de compuertas cuánticas en el laboratorio de óptica e información cuántica.

La segunda consiste en la implementación de algoritmos cuánticos en los computadores IBMQ, lo cual es posible debido a que durante el desarrollo de este proyecto se evidencia la disminución progresiva del error de compuerta y enlace en la calibración de los computadores, lo cual hace viable la implementación de algoritmos con un bajo número de qubits.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] W. Dean, "Computational Complexity Theory," in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, winter 2016 ed., E. N. Zalta, Ed. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016. 1
- [2] R. W. Keyes, "Fundamental Limits of Silicon Technology," *Proc. IEEE*, vol. 89, no. 3, pp. 227–239, 2001. 1
- [3] "Limitation of silicon based computation and future prospects," *2nd International Conference on Communication Software and Networks, ICCSN 2010*, pp. 559–561, 2010. 1
- [4] J. Pastor, "Gordon moore: "mi ley dejará de cumplirse dentro de 10 o 15 años"," *Silicon*, 2007. 1
- [5] I. R. E. Staff", "Ibm makes quantum computing available on ibm cloud to accelerate innovation," 2016. [Online]. Available: <https://www-03.ibm.com/press/us/en/pressrelease/49661.wss#:~:text=The%20cloud%2Denabled%20quantum%20computing,be%20possible%20with%20quantum%20computing.> 1, 2.1
- [6] J. F. Rivera-Miranda, Á. J. Caicedo-Beltrán *et al.*, "Hardware emulation of quantum r transform," *2011 IEEE 2nd Latin American Symposium on Circuits and Systems, LASCAS 2011 - Conference Proceedings*, pp. 1–4, 2011. 1, 2.1
- [7] J. E. Duarte-Sánchez and J. Velasco-Medina, "Emulación en hardware de circuitos cuánticos basados en compuertas toffoli," *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, pp. 25 – 36, 06 2014. [Online]. Available: http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-62302014000200004&nrm=iso 1, 2.1
- [8] J. L. Sabogal and M. J. Rivera, "Comparación del desempeño entre la computación cuántica clásica y el método "Quantum annealing" usando un algoritmo de factorización de enteros," *Trabajo de grado*, 2017. 1, 2.1
- [9] J. E. Duarte Sánchez, "Emulación del algoritmo cuántico de shor para la factorización rápida de enteros," *Trabajo de grado*, 2010. 1, 2.1
- [10] F. S. Luna, C. A. Melo, and J. H. Reina, "Implementation of an alternative method for the detection and temporal correlation of spontaneous parametric down converted photons with single photon counters," in *Frontiers in Optics / Laser Science*. Optical Society of America, 2018, p. JTu3A.43. [Online]. Available: <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=FiO-2018-JTu3A.43> 1, 2.1

- [11] C. Torres, “Implementación experimental de compuertas lógicas para sistemas de 1 qubit en polarización, y verificación mediante el protocolo de tomografía cuántica de estados de polarización,” *Trabajo de grado*, p. 76, 2020. 1, 2.1, 2.2, 3, 3.4, 3.5
- [12] R. P. Feynman, “Simulating physics with computers,” *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 21, pp. 1572–9575, Jun 1982. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/BF02650179> 2.1
- [13] D. Deutsch, “Quantum theory, the church–turing principle and the universal quantum computer,” *R. Soc. Lond*, Jul 1985. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1098/rspa.1985.0070> 2.1
- [14] D. Deutsch and R. Jozsa, “Rapid solution of problems by quantum computation,” *R. Soc. Lond*, vol. 439, p. 553–558, 1992. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1098/rspa.1992.0167> 2.1
- [15] D. Simon, “On the power of quantum computation,” *Foundations of Computer Science, Annual Symposium*, vol. 35, p. 116–123, 1994. 2.1
- [16] E. Bernstein and U. Vazirani, “Quantum complexity theory,” *SIAM Journal on Computing*, vol. 26, no. 5, pp. 1411–1473, 1997. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1137/S0097539796300921> 2.1
- [17] L. K. Grover, “A fast quantum mechanical algorithm for database search,” in *Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, ser. STOC '96. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1996, p. 212–219. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/237814.237866> 2.1
- [18] P. W. Shor, “Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer,” *SIAM Journal on Computing*, vol. 26, no. 5, p. 1484–1509, Oct 1997. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1137/S0097539795293172> 2.1
- [19] I. L. Chuang, N. Gershenfeld, and M. Kubinec, “Experimental implementation of fast quantum searching,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 80, pp. 3408–3411, Apr 1998. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.80.3408> 2.1
- [20] J. Preskill, “Quantum computing and the entanglement frontier,” *Cornell University*, 2012. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1203.5813> 2.1
- [21] I. R. E. Staff, “The future is quantum,” *IBM Research Blog*, 2017. [Online]. Available: <https://www.ibm.com/blogs/research/2017/11/the-future-is-quantum/> 2.1

- [22] C. Vu, “Ibm announces advances to ibm quantum systems ecosystem,” *IBM News Room*, 2017. [Online]. Available: <https://newsroom.ibm.com/2017-11-10-IBM-Announces-Advances-to-IBM-Quantum-Systems-Ecosystem> 2.1
- [23] Synced, “Alibaba launches 11-qubit quantum computing cloud service,” *Medium*, 2018. [Online]. Available: <https://medium.com/syncedreview/alibaba-launches-11-qubit-quantum-computing-cloud-service-ad7f8e02cc8> 2.1
- [24] D-Wave, “D-wave launches leap, the first real-time quantum application environment,” *D-wave press releases*, 2018. [Online]. Available: <https://www.dwavesys.com/press-releases/d-wave-launches-leap-first-real-time-quantum-application-environment> 2.1
- [25] Rigetti, “Quantum computing is now available on aws through amazon braket,” *Amazon Web Service*, 2020. [Online]. Available: <https://aws.amazon.com/es/about-aws/whats-new/2020/08/quantum-computing-available-aws-through-amazon-braket/> 2.1
- [26] J. Barr, “Amazon braket – get started with quantum computing,” *AWS News Blog*, 2019. [Online]. Available: <https://aws.amazon.com/es/blogs/aws/amazon-braket-get-started-with-quantum-computing/#:~:text=This%20new%20service%20is%20designed,baked%20in%20at%20each%20level.> 2.1
- [27] Intel, “2018 ces: Intel advances quantum and neuromorphic computing research,” 2018. [Online]. Available: <https://newsroom.intel.com/news/intel-advances-quantum-neuromorphic-computing-research/#gs.sjahec> 2.1
- [28] J. Kelly, “A preview of bristlecone, google’s new quantum processor,” *Google AI Blog*, 2019. [Online]. Available: <https://ai.googleblog.com/2018/03/a-preview-of-bristlecone-googles-new.html> 2.1
- [29] F. Arute, K. Arya *et al.*, “Quantum supremacy using a programmable superconducting processor,” *Nature*, vol. 574, pp. 1476–4687, 2019. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5> 2.1
- [30] E. Pednault, J. Gunnels, D. Maslov, and J. Gambetta, “On “quantum supremacy”,” *IBM Research Blog*, 2019. [Online]. Available: <https://www.ibm.com/blogs/research/2019/10/on-quantum-supremacy/> 2.1
- [31] F. Kaneda, B. G. Christensen *et al.*, “Time-multiplexed heralded single-photon source,” *Optica*, vol. 2, no. 12, pp. 1010–1013, Dec 2015. [Online]. Available: <http://www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?URI=optica-2-12-1010> 2.1

- [32] F. Kaneda and P. G. Kwiat, “High-efficiency single-photon generation via large-scale active time multiplexing,” *Science Advances*, vol. 5, no. 10, 2019. [Online]. Available: <https://advances.sciencemag.org/content/5/10/eaaw8586> 2.1
- [33] K. A. Meier, F. Kaneda, and P. G. Kwiat, “Towards nondegenerate polarization entanglement from a waveguide down-conversion source,” in *Advanced Photon Counting Techniques XII*, M. A. Itzler and J. C. Campbell, Eds., vol. 10659, International Society for Optics and Photonics. SPIE, 2018, pp. 85 – 91. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1117/12.2306532> 2.1
- [34] N. M. Linke, D. Maslov *et al.*, “Experimental comparison of two quantum computing architectures,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 114, no. 13, pp. 3305–3310, 2017. 2.1
- [35] M. Sisodia, A. Shukla *et al.*, “Design and experimental realization of an optimal scheme for teleportation of an n-qubit quantum state,” *Quantum Information Processing*, vol. 16, no. 12, pp. 1–11, 2017. 2.1
- [36] M. Sisodia, A. Shukla, and A. Pathak, “Experimental realization of nondestructive discrimination of Bell states using a five-qubit quantum computer,” *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, vol. 381, no. 46, pp. 3860–3874, 2017. 2.1
- [37] G. W. Dueck, A. Pathak *et al.*, “Optimization of circuits for IBM’s five-qubit quantum computers,” *Proceedings - 21st Euromicro Conference on Digital System Design, DSD 2018*, pp. 680–684, 2018. 2.1
- [38] X. Zhang, H. Xiang *et al.*, “An efficient quantum circuits optimizing scheme compared with QISKit,” pp. 1–18, 2018. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1807.01703> 2.1
- [39] A. Pathak, “Experimental quantum mechanics in the class room: Testing basic ideas of quantum mechanics and quantum computing using ibm quantum computer,” *Cornell University*, 2018. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1805.06275> 2.1
- [40] S. Barik, D. K. Kalita *et al.*, “Demonstrating quantum zeno effect on ibm quantum experience,” *Cornell University*, 2020. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2008.01070> 2.1
- [41] S. Tomkins and R. de Sousa, “Noise mitigation with delay pulses in the ibm quantum experience,” *Cornell University*, 2020. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2005.12520> 2.1
- [42] Y. Chatterjee, V. Devrari *et al.*, “Experimental realization of quantum teleportation using coined quantum walks,” *Quantum Information Processing*,

- vol. 19, 2020. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s11128-019-2527-8> 2.1
- [43] Z. Li, J. Dai *et al.*, “Synthesis of deutsch-jozsa circuits and verification by ibm q,” *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 59, 2020. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s10773-020-04434-z> 2.1
 - [44] D. Castelvecchi, “The quantum internet has arrived (and it hasn’t),” *Nature, News feature*, 2018. 2.1
 - [45] S.-K. Liao, W.-Q. Cai *et al.*, “Satellite-relayed intercontinental quantum network,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 120, p. 030501, Jan 2018. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.030501> 2.1
 - [46] N. Gisin, G. Ribordy *et al.*, “Quantum cryptography,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, pp. 145–195, Mar 2002. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.145> 2.1
 - [47] W. Knight, “Entangled photons secure money transfer,” *New Scientist*, 2004. 2.1
 - [48] B. Korzh, C. C. W. Lim *et al.*, “Provably secure and practical quantum key distribution over 307km of optical fibre,” *Nature Photonics*, vol. 9, pp. 1749–4893, Mar 2015. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.327> 2.1
 - [49] C. J. Pugh, S. Kaiser *et al.*, “Airborne demonstration of a quantum key distribution receiver payload,” in *2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)*, 2017, pp. 1–1. 2.1
 - [50] G. Popkin, “China’s quantum satellite achieves ‘spooky action’ at record distance,” *Science*, 2017. 2.1
 - [51] A. W. Harrow, A. Hassidim, and S. Lloyd, “Quantum algorithm for linear systems of equations,” *Physical Review Letters*, vol. 103, no. 15, Oct 2009. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.150502> 2.1
 - [52] E. Aïmeur, G. Brassard, and S. Gambs, “Quantum speed-up for unsupervised learning,” *Machine Learning*, vol. 90, 2013. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s10994-012-5316-5> 2.1
 - [53] S. Lloyd, M. Mohseni, and P. Rebentrost, “Quantum algorithms for supervised and unsupervised machine learning,” *Cornell University*, 2013. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1307.0411> 2.1
 - [54] P. Rebentrost, M. Mohseni, and S. Lloyd, “Quantum support vector machine for big data classification,” *Physical Review Letters*, vol. 113, no. 13, Sep 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.130503> 2.1

- [55] Y. Wang, Y. Li *et al.*, “16-qubit ibm universal quantum computer can be fully entangled,” *npj Quantum Information*, vol. 46, pp. 2056–6387, Sep 2018. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1038/s41534-018-0095-x> 2.2
- [56] I. L. Chuang and A. M. Nielsen, *Quantum Computation and Quantum Information*, by M.A. Nielsen and I.L. Chuang, 2011, vol. 52, no. 6. 2.2, 2.2.2, 2.2.3, 2.3.3, 2.4, 3.3
- [57] U. Fano, “Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 29, pp. 74–93, 1957. 2.2.3
- [58] D. G. Bussandri and T. M. Osán, “Construcción de distancias entre estados cuánticos a partir de divergencias de tipo Csiszár,” *Trabajo de grado*, 2015. 2.2.3
- [59] G. Zhu and A. Cross, “Hardware-aware approach for fault-tolerant quantum computation,” 2020. [Online]. Available: <https://www.ibm.com/blogs/research/2020/09/hardware-aware-quantum/> 2.4
- [60] P. G. Kwiat, A. G. White *et al.*, “High-efficiency quantum interrogation measurements via the quantum zeno effect,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 83, pp. 4725–4728, Dec 1999. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.4725> 3.3
- [61] E. Hecht, *Optics*, ser. Pearson education. Addison-Wesley, 2002. [Online]. Available: <https://books.google.com.co/books?id=7aG6QgAACAAJ> 3.4, 3.5
- [62] A. Cervera-Lierta, “Quantum computing languages landscape,” 2018. 4
- [63] IBM, “Ibm quantum experience docs,” 2020. [Online]. Available: <https://quantum-computing.ibm.com/docs/> 4.1
- [64] P. Smith-Goodson, “Quantum volume: A yardstick to measure the performance of quantum computers,” *Forbes.*, Nov 2019. [Online]. Available: <https://www.forbes.com/sites/moorinsights/2019/11/23/quantum-volume-a-yardstick-to-measure-the-power-of-quantum-computers/?sh=4c67b7c05bf4> 4.1
- [65] A. Asfaw, T. Alexander *et al.*, “Get to the heart of real quantum hardware,” 2019. [Online]. Available: <https://www.ibm.com/blogs/research/2019/12/qiskit-openpulse/> 4.1
- [66] A. Asfaw, L. Bello *et al.*, “Learn quantum computation using qiskit,” 2020. [Online]. Available: <http://community.qiskit.org/textbook> 4.2.3, 5.5
- [67] P. G. Kwiat, K. Mattle *et al.*, “New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, pp. 4337–4341, Dec 1995. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.4337> 5.1