



**El Concepto De Función Como Covariación Y La Educación Matemática Crítica: Una
Propuesta Didáctica Por Proyecto Que Articula Las Intenciones De Aprendizaje Y
Un Ciclo De Modelación Matemática**

Kelly Dayana Melo Viafara

María José España Burbano

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

Licenciatura en Matemáticas y Física

2022



**El Concepto De Función Como Covariación Y La Educación Matemática Crítica: Una
Propuesta Didáctica Por Proyecto Que Articula Las Intenciones De Aprendizaje Y
Un Ciclo De Modelación Matemática**

Kelly Dayana Melo Viafara

María José España Burbano

Trabajo de grado para optar el título de
Licenciada en Matemáticas y Física

Director:

Mg. Fabián Porras Torres

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Escuela de Educación en Ciencias, Tecnologías y Culturas

Licenciatura en Matemáticas y Física

2022

Resumen

Generalmente las clases de matemáticas se caracterizan porque los contenidos se presentan a partir de un libro de texto. Luego el docente dicta la teoría replicando unos cuantos ejemplos y, por último, deja como tarea una gran cantidad de ejercicios o problemas sin tener en cuenta las intenciones de aprendizaje de los estudiantes. En el caso particular del concepto de función, este suele presentarse desde su definición conjuntista lo que deja por fuera su sentido dinámico y variacional. Es por esto que el presente trabajo se configura desde la Educación Matemática Crítica para presentar una propuesta didáctica que favorezca el aprendizaje del concepto de función, y que articule las intenciones de aprendizaje de los estudiantes del grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH (Organización Educativa Tenorio Herrera) y un ciclo de modelación matemática, con el propósito de diseñar un escenario de aprendizaje asociado a las redes sociales y a las tendencias que se generan en ellas, de tal manera que posibilite un aprendizaje significativo en los estudiantes, un pensamiento crítico y reflexivo frente a la problemática y, a las consecuencias de compartir publicaciones cuyo contenido utiliza la imagen de una persona sin su previo consentimiento.

Palabras clave: Educación matemática crítica, ciclo de modelación matemática, escenarios de aprendizaje, intenciones de aprendizaje, tendencias en internet, función como variación.

Tabla de Contenido

	Pág.
Resumen.....	III
Índice de tablas.....	VII
Índice de figuras.....	VIII
Introducción	9
Capítulo 1. Planteamiento del problema	11
1.1 Objetivo general.....	14
1.2 Objetivos específicos	14
1.3 Justificación	15
1.4 Antecedentes.....	19
1.4.1 Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de función	19
1.4.2 Diseño de escenarios de aprendizaje desde un enfoque sociocrítico de la educación matemática	19
1.5 Contexto institucional.....	22
Capítulo 2. Marco teórico y de referencia	24
2.1 Perspectiva didáctica	24
2.1.1 Educación matemática crítica	24
2.1.2 El conocer reflexivo y aprendizaje como acción	25
2.1.3 Intenciones de aprendizaje	29
2.1.4 Montaje de escenarios de aprendizaje y el trabajo por proyecto	30
2.1.5 Ciclo de modelación matemática.....	33
2.2 Perspectiva curricular	35
2.2.1 Lineamientos curriculares de matemáticas	35
2.2.2 Estándares básicos de competencias en matemáticas	37
2.3 Perspectiva matemática	40
2.3.1 El concepto de función desde lo variacional.....	41
2.3.2 Aspectos formales del concepto de función como modelo matemático	45

Capítulo 3. Metodología de investigación	49
3.1 Enfoque metodológico y diseño de investigación cualitativa: investigación acción	49
3.2 Fases de la investigación	50
3.2.1 Fase 1: Fundamentación teórica.....	50
3.2.2 Fase 2: Recolección y análisis de datos.....	51
3.2.3 Fase 3: Diseño y análisis de la propuesta didáctica	53
capítulo 4. análisis de las entrevistas semiestructuradas.....	55
4.1 Descripción y análisis de las entrevistas semiestructuradas	61
4.1.1 Relevancia de las matemáticas y los contextos extraescolares o socioculturales y de las disciplinas.....	61
4.1.2 Conocimiento matemático y los contextos extraescolares o socioculturales y de las disciplinas	65
4.1.3 Dentido de las matemáticas en los contextos extraescolares, socioculturales y de las disciplinas.....	65
4.1.4 Metodología de la profesora en la práctica educativa	66
4.1.5 Elementos que se pueden incorporar en la clase de matemáticas	68
4.1.6 Enseñanza virtual	69
4.2 Caracterización de las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de 8-2.....	70
4.2.1 Intenciones de aprendizaje asociadas con el contenido	70
4.2.2 Intenciones de aprendizaje asociadas a sus antecedentes	71
4.2.3 Intenciones de aprendizaje asociadas a su porvenir	72
4.2.4 Intenciones no compartidas e instrumentales	72
capítulo 5. diseño y análisis de la propuesta didáctica	74
5.1 Proyecto	74
5.1.1 Etapa 1: Construcción	76
5.1.2 Etapa 2: Simplificación y estructuración	80
5.1.3 Etapa 3: Matematización: Hallemos un modelo matemático	83
5.1.4 Etapa 4: Trabajar matemáticamente	89
5.1.5 Etapa 5: Interpretación	94
5.1.6 Etapa 6: Validación y exposición.....	95
5.2 Análisis y justificación del proyecto a la luz del marco teórico y de referencia.....	97
Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones generales.....	102

6.1 Conclusiones.....	102
6.2 Recomendaciones generales	109
Capítulo 7. Referencias.....	111

Índice De Tablas

Tabla 1. <i>Tipos de Ambientes de aprendizaje.....</i>	32
Tabla 2. <i>Coherencia vertical asociada al pensamiento variacional</i>	38
Tabla 3. <i>Coherencia horizontal</i>	39
Tabla 4. <i>Rejilla de análisis de las entrevistas semiestructuradas</i>	55
Tabla 5. <i>Ejemplo de intervenciones que dan cuenta de la relevancia de las matemáticas en la vida diaria</i>	62
Tabla 6. <i>Ejemplo de intervenciones que dan cuenta de la relevancia de las matemáticas en reacción con actividades extraescolares</i>	63
Tabla 7. <i>Ejemplo de intervenciones que dan cuenta de la relevancia de las matemáticas en relación con sus aspiraciones profesionales</i>	64
Tabla 8. <i>Ejemplo de intervenciones que dan cuenta de percepciones sobre la clase de matemáticas</i>	66
Tabla 9. <i>Ejemplo de intervenciones que dan cuenta del gusto hacia una asignatura</i>	68
Tabla 10. <i>Ejemplo de intervenciones que dan cuenta del sentir sobre la enseñanza virtual</i>	69
Tabla 11. <i>Ejemplo de intervenciones sobre la posibilidad de dinamizar la clase de matemáticas</i>	73
Tabla 12. <i>Cronograma tentativo de actividades para la realización del proyecto</i>	75
Tabla 13. <i>Tiempo transcurrido vs número de publicaciones</i>	82
Tabla 14. <i>Días transcurridos vs número de publicaciones.....</i>	84
Tabla 15. <i>Razón de cambio para parejas de puntos crecientes y decrecientes</i>	90

Índice De Figuras

Figura 1. <i>Ciclo de modelación matemática</i>	34
Figura 2. <i>Definición formal de funciones crecientes y decrecientes</i>	46
Figura 3. <i>Representación gráfica de la recta secante o rapidez de cambio promedio de una función.....</i>	47
Figura 4. <i>Hide the Pain Harold (Harold oculta el dolor)</i>	77
Figura 5. <i>Explicación de cómo obtener un gráfico de dispersión con puntos.....</i>	86
Figura 6. <i>Gráfica de tiempo vs Número de publicaciones.....</i>	86
Figura 7. <i>Ventanilla de formato de línea de tendencia.....</i>	87
Figura 8. <i>Gráfica de días vs número de publicaciones.....</i>	88
Figura 9. <i>Gráficas de días vs número de publicaciones</i>	89

Introducción

Este trabajo se desarrolla en la línea de Investigación en Didáctica de las Matemáticas del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, y se configura desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica en particular desde los planteamientos de Ole Skovsmose y Paola Valero.

En busca de favorecer el aprendizaje del concepto de función desde lo variacional, a través de una propuesta didáctica por proyecto que articula las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del colegio Comercial de Palmira OETH y un ciclo de modelación matemática.

En el primer capítulo se presenta el planteamiento del problema, objetivo general y objetivos específicos, justificación, antecedentes y por último el contexto institucional del colegio donde se indagó por las intenciones de aprendizaje de estudiantes de octavo grado.

En el segundo capítulo se presenta el marco teórico y de referencia, el cual se aborda a partir de tres perspectivas: una perspectiva didáctica que abarca todo lo relacionado con la Educación Matemática Crítica y el diseño de ciclos de modelación matemática, una perspectiva curricular donde se consideran los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en matemáticas y por último, una perspectiva matemática en la que se considera el concepto de función desde una perspectiva variacional.

En el tercer capítulo se presenta el enfoque metodológico y una descripción de las tres fases que lo componen, las cuales son: la fundamentación teórica, recolección y análisis de datos y, diseño y análisis de la propuesta didáctica.

El cuarto capítulo contiene los resultados de la fase dos del enfoque metodológico, de esta manera se presenta los análisis de las entrevistas semiestructuradas, una descripción detallada sobre lo que se encontró y la caracterización de las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del colegio Comercial de Palmira OETH.

En el quinto capítulo se presenta el diseño de la propuesta didáctica con las 6 etapas del ciclo de modelación matemática y su respectivo análisis a la luz del marco teórico y referencial, y se especifica un paso a paso para el desarrollo de la actividad.

En el capítulo seis se presentan las conclusiones y consideraciones generales encaminadas al cumplimiento de cada uno de los objetivos propuestos y, para finalizar, en el capítulo siete las referencias.

Capítulo 1. Planteamiento Del Problema

Los procesos de enseñanza de las matemáticas tal como se realizan en los salones de clase se caracterizan por compartir algunos principios de la educación tradicional, en Cotton (como se citó en Valero y Skovsmose, 2012), se comenta que convencionalmente en las clases de matemáticas el profesor presenta unas ideas y una secuencia de pasos que el estudiante luego debe aplicar en los ejercicios seleccionados por él; ejercicios que si bien hacen referencia a situaciones hipotéticas o de la vida real, desde la perspectiva del estudiante son situaciones en las que puede no encontrar motivos para involucrarse intencionalmente en su proceso de aprendizaje, más allá de cumplir por ejemplo, con obligaciones académicas o porque al final hay que presentar y aprobar una evaluación.

Estas prácticas de enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica se denominan *actividades dirigidas*¹ (Skovsmose, 1994/1999), y como consecuencia el estudiante se convierte en un oyente pasivo que no le encuentra un sentido o una utilidad a lo que aprende, porque al final las actividades que se proponen no involucran su realidad o su porvenir y terminan desarrollándose dentro de lo que Skovsmose (2012) llama un *paradigma del ejercicio*, generando en ellos, así como lo comenta Cárdenas y Muñoz (2014), rechazo o indiferencia hacia el saber matemático lo cual al final influye en las maneras de comprender y aprender las matemáticas.

Esta manera de enseñar no es ajena a la forma en la que se introduce el concepto de función en la escuela. Tradicionalmente ésta se presenta por primera vez en los últimos años de la educación básica a través de una definición conjuntista, la cual se caracteriza por resaltar la

¹ Entiéndase por aquellas actividades que se derivan del libro de texto y son repetidas por el docente (Skovsmose, 1994/1999)

parte formal y abstracta de las matemáticas (Grueso y González, 2016; Posada et al., 2006). Al respecto Posada et al. (2006) consideran que “presentarlas así a los estudiantes de la educación básica y media, ha generado un impacto desfavorable para su comprensión, pues es negarles toda su riqueza en cuanto a su uso en la tarea de matematizar la variación” (p. 130). De igual manera, Grueso y González (2016) comentan que esta definición conjuntista presente en diferentes libros de textos, resalta el sentido estático del concepto de función al enseñarla sólo como una regla de correspondencia o asignación. Enfoque que termina desarrollándose como parte del paradigma del ejercicio o de una actividad dirigida, pues se imposibilita estudiar el concepto como un modelo matemático a partir de situaciones de cambio y variación.

Adicionalmente, Skovsmose (1994/1999) plantea que el modelaje matemático desde una dimensión crítica permite como parte del desarrollo del conocer reflexivo, observar el poder formativo que ejercen las matemáticas en la sociedad, a partir de la modelación de una situación. Situación que responda a los *intereses de aprendizaje* de los estudiantes, y que genere motivos para que el aprendizaje sea significativo y promueva desde una educación crítica su participación activa como miembro de una sociedad, según como lo menciona Skovsmose (1994/1999) llena de tensiones y crisis².

En cuanto a la enseñanza del concepto de función como parte de una actividad dirigida, pareciera que tiene como fin la memorización de procedimientos algorítmicos orientados a resolver ejercicios netamente prácticos, y la dinámica que se establece en el salón de clases resulta en una *actividad forzada* en la que según Skovsmose (2012) “se encuentra en la enseñanza corriente que no abre espacio ni da libertad a los estudiantes. Las metas no se explican

² Skovsmose (1994/1999) en: Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica. Esta noción es útil para expresar las raíces semánticas de crítica.

ni se mencionan las razones” (p. 206), y sus intencionalidades de aprendizaje no se negocian; al respecto Skovsmose (1994/1999) comenta que:

El salón de clase se convierte en un molino de ejercicios. El libro de texto puede contener un intento por motivar presentando ejemplos y ejercicios fascinantes, pero no invita a los estudiantes a tomar decisiones sobre la dirección del proceso de aprendizaje. Las intenciones³ de los estudiantes no se toman en cuenta. (p. 206)

En este sentido, el concepto de función es presentado como un objeto matemático aislado dentro de una actividad de enseñanza en la que no se consideran las intenciones de aprendizaje del estudiante y el contexto en el que se desenvuelve, y a pesar de que el docente hace un esfuerzo por involucrar en esas actividades situaciones que si bien son de una realidad, éstas no se conciben por los estudiantes como un motivo para involucrarse intencionalmente en su proceso de aprendizaje, y al final el comportamiento de los estudiantes se caracteriza, así como lo menciona Skovsmose (1994/1999), por tener un valor instrumental. Por lo anterior en este trabajo de investigación se pretende abordar la siguiente pregunta problema:

¿Cómo favorecer un aprendizaje significativo del concepto de función desde lo variacional, a través de la articulación de elementos de la educación matemática crítica y un ciclo de modelación matemática, en estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH?

³ Entiéndase por intenciones, los motivos que una persona reconoce que tiene a nivel mental y los cuales pueden generar una acción (Skovsmose, 1994/1999; Valero y Skovsmose, 2012).

1.1 Objetivo General

Favorecer un aprendizaje significativo del concepto de función desde lo variacional, a través de una propuesta didáctica por proyecto que articule las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH y un ciclo de modelación matemática.

1.2 Objetivos Específicos

- Definir una fundamentación teórica desde la perspectiva matemática, didáctica y curricular sobre el concepto de función como variación.
- Caracterizar las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.
- Articular en una propuesta didáctica por proyecto las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH, la fundamentación teórica sobre el concepto de función desde lo variacional y un ciclo de modelación matemática.

1.3 Justificación

Existen trabajos de investigación desarrollados en la línea de Didáctica de las Matemáticas y desde la perspectiva sociocultural de la Educación Matemática, que tienen como interés el desarrollo de prácticas educativas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque social, político o crítico. Perspectiva que busca resignificar percepciones sobre las matemáticas escolares en general y sobre la enseñanza en particular, al resaltar su dimensión social y su naturaleza crítica.

Así por ejemplo, actitudes del estudiante que se suelen identificar durante una clase de matemáticas y relacionarse con la falta de interés o con un problema de aprendizaje, se consideran consecuencia tanto de factores asociados a su proceso cognitivo como a factores sociales y culturales (García et al., 2009; Skovsmose, 1994/1999; Valero y Skovsmose, 2012); los estudiantes además de considerarse sujetos de aprendizaje, son personas que tienen motivaciones, gustos, creencias, intereses e intenciones, y esta *dimensión subjetiva*⁴ además de la naturaleza abstracta de las matemáticas, influyen en la manera en la que los estudiantes se relacionan y aprenden.

En cuanto a el desinterés o falta de motivación para aprender algún tópico de las matemáticas, García et al. (2009) consideran que éstos “ no son única y exclusivamente problemas del aprendizaje de carácter individual, sino que son grupos de estudiantes que resisten al aprendizaje” (p. 17), y a pesar de que el docente diseña actividades con contextos que si bien son de una realidad, éstas no se conciben por ellos como un motivo para involucrarse

⁴ Entiéndase por dimensión subjetiva las diferentes intenciones de aprendizaje de los estudiantes y las situaciones alrededor de ellos (Skovsmose, 1994/1999).

intencionalmente en su aprendizaje, más allá de cumplir por ejemplo con obligaciones o responsabilidades académicas.

Al respecto Valero y Skovsmose (2012) comentan que los estudiantes deben encontrar motivos -asignar un significado a lo que están haciendo- para involucrarse en su aprendizaje y lograr una participación significativa. Es por esto que la dimensión subjetiva del estudiante por medio de sus intenciones de aprendizaje y disposiciones (antecedentes y porvenir), cumplen un papel importante al momento de proponer actividades de aprendizaje que buscan que los estudiantes asignen un sentido y significado a lo que están haciendo, diferente a las motivaciones de carácter instrumental que por lo general puede motivarlos a realizar determinada actividad matemática. Además, al involucrar la subjetividad del estudiante se favorece el desarrollo de una competencia crítica pues, así como lo menciona Skovsmose (1994/1999):

La crítica es una acción y no puede desarrollarse en la escuela a menos que quien aprende se haga responsable del proceso de aprendizaje. Podemos aprender muchas cosas porque se nos manda, pero la competencia crítica es algo que no se puede imponer a un estudiante. (p. 203).

Por consiguiente, este trabajo pretende integrar las intenciones y disposiciones de los estudiantes junto con su porvenir al abordar sus posibilidades futuras, con el propósito de que ellos sean partícipes de su proceso de aprendizaje y se desarrolle una consciencia crítica. Skovsmose (1994/1999) comenta que “debe existir la oportunidad de acentuar las intenciones de los estudiantes e incorporar algunas de ellas como parte del proceso de aprendizaje” (p. 204), por lo tanto, se propone elaborar una propuesta didáctica por proyecto para la enseñanza del concepto de función, donde el estudiante pueda concebir una intención de aprendizaje que genere y oriente su actuar durante el desarrollo de una actividad matemática.

Por otra parte, en algunos trabajos de investigación que se relacionan también con este enfoque sociocrítico (Barón y Cadena, 2018; Camelo et al., 2016; Da Silva y Kato, 2012; Martínez et al., 2013; Martínez Pérez 2014; Valero et al., 2013), se reconoce la modelación como un camino para construir ambientes de aprendizaje en los que se analicen situaciones socialmente relevantes, los estudiantes puedan participar como ciudadanos críticos y establecer reflexiones y posturas frente a estas situaciones que se relacionan con sus intereses, generen conciencia sobre su papel y el papel de las matemáticas en la sociedad, y encuentren significado a las actividades matemáticas que se proponen. En este sentido, con el presente trabajo se pretende mostrar que desde la enseñanza de las matemáticas en la escuela se puede contribuir de alguna forma a hacer frente a las situaciones o problemáticas que afectan a la sociedad en general o al estudiante en particular.

En cuanto a la manera de introducir el concepto de función desde la teoría de conjuntos, se considera que ésta no favorece su desarrollo y comprensión desde la perspectiva variacional, por lo que una manera de abandonar el sentido estático del concepto es a partir de la incorporación de nociones como el cambio y la variación -elementos que han hecho parte del origen y evolución-, resaltando así el sentido dinámico de la función y permitiendo el desarrollo del pensamiento variacional (Grueso y González, 2016; Porras, 2012; Posada et al., 2006; Posada y Villa, 2006). Al respecto, Porras (como se citó en Grueso y González, 2016) menciona que:

En la secundaria se pueden trabajar numerosas situaciones de otras ciencias que se modelan a través de funciones, como, por ejemplo, escalas de temperatura, fenómenos térmicos, cinemáticos, dinámicos, hidrostáticos, etc. Si se toman como referencias estas situaciones, se puede contribuir enormemente al fortalecimiento interpretativo del significado del concepto de función, a la vez que posibilita la integración del trabajo con

otras ciencias; con ello, el concepto de función se despoja de una concepción abstracta y estática. (p. 21).

Adicionalmente, la enseñanza de este concepto desde esta perspectiva permite que: la comprensión del estudiante sobre el concepto de función no dependa de la comprensión que tenga sobre las nociones relacionadas con conjuntos, se explore el concepto por medio de su dinamismo y la modelación de situaciones de cambio y variación, se reconozca la importancia de los diferentes registros semióticos por medio de los cuales se puede acercar a la comprensión de este concepto, y se establezcan relaciones con otras disciplinas (Posada et al., 2006).

Por otra parte, se observa que algunos trabajos de investigación a nivel nacional e internacional desarrollados desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica (Camelo et al., 2016; García et al., 2009; Martínez Pérez, 2014; Skovsmose et al., 2011) se caracterizan por trabajar principalmente con estudiantes cuyas condiciones de vida y el entorno de la institución educativa, se consideran zonas vulnerables. Este trabajo en particular se interesa por indagar sobre intenciones de aprendizaje que tienen lugar en aulas prototípicas⁵ de una institución educativa perteneciente al sector privado de la ciudad de Palmira, escenario con características opuestas a las que se pueden encontrar en zonas consideradas como vulnerables, pero en las que al final, se siguen observando actitudes de desánimo y desinterés al conocimiento matemático.

⁵ Entiéndase por aulas prototípicas “aquellos espacios bien dotados” (García et al., 2009).

1.4 Antecedentes

En este apartado se mencionan algunos trabajos de investigación de pregrado y maestría que abordan el diseño e implementación de trabajos por proyectos desde un enfoque sociocrítico de la educación matemática, trabajos que hacen énfasis por un lado en aspectos relacionados con la enseñanza del concepto de función desde una perspectiva variacional y en el diseño y montaje de escenarios de modelación matemática.

1.4.1 Diseño De Una Propuesta Didáctica Para La Enseñanza Del Concepto De Función

El trabajo realizado por González (2019) presenta una propuesta didáctica por proyecto desde la perspectiva de la educación matemática crítica para la enseñanza del concepto de función y función lineal en grado noveno, con el propósito de generar en los estudiantes la elaboración de posturas políticas sobre una situación de carácter socioeconómica de la realidad colombiana. Para ello incorpora en la propuesta un ambiente de aprendizaje de la vida real como parte de un escenario de investigación, una situación problema relacionada con los antecedentes de los estudiantes, referentes curriculares y matemáticos sobre el concepto de función.

Entre las conclusiones se destaca que los elementos teóricos de la educación matemática crítica permitieron que los estudiantes se involucraran en su proceso de aprendizaje, al igual que elaboraran posturas sobre la situación que fue objeto de investigación en el ambiente de aprendizaje; también contribuyó en el proceso de enseñanza del concepto de función y formación de ciudadanos críticos, pues González (2019) considera que esta perspectiva brinda referentes didácticos que le permitieron cumplir con los propósitos de enseñanza y formación establecidos en el trabajo.

1.4.2 Diseño De Escenarios De Aprendizaje Desde Un Enfoque Sociocrítico De La Educación Matemática

El trabajo de Martínez (2014) presenta un estudio de caso sobre el aprendizaje de las matemáticas por proyecto, a partir del montaje de un escenario de aprendizaje que involucra las intenciones (antecedentes y porvenir) de estudiantes de sexto grado de una institución educativa, cuyo contexto se caracteriza por presentar situaciones de pobreza, violencia y conflicto. Lo anterior lo realizó con el fin de enseñar las matemáticas de tal manera que éstas puedan dar significado a las actividades que los estudiantes realizaron. Este trabajo tuvo como propósitos específicos caracterizar las disposiciones de los estudiantes, montar un escenario de aprendizaje que relacione sus intenciones, la modelación del vuelo de un cohete propulsado por agua, y analizar las posibilidades y limitaciones de aprendizaje que proporcionaron los ambientes generados por el escenario.

Algunas de las conclusiones en relación con los propósitos específicos son las siguientes: el escenario de aprendizaje permitió involucrar a los estudiantes en las actividades propuestas, y se encontró como posibilidades y limitaciones la naturaleza implícita de las matemáticas y la formación política de los estudiantes. También permitió como parte de la metodología empleada, identificar las motivaciones que los estudiantes tienen al momento de involucrarse en una actividad de aprendizaje.

Un segundo trabajo que se distingue es el de Camelo et al. (2016), trabajo que aborda la creación e implementación de un montaje de un escenario de modelación matemática en grado 10° en un colegio público de Bogotá, ubicado en una zona de bajos recursos económicos. Esta investigación tuvo como objetivo evidenciar posibilidades y desafíos al incluir en el salón de clase problemas socialmente relevantes, participación activa por parte de los estudiantes en la sociedad y en la construcción de un modelo, con el fin de enseñar conocimientos matemáticos a

partir del análisis de aspectos identificados como relevantes en la situación sobre el sistema de telefonía móvil colombiano.

Posterior a la implementación del escenario encontraron que el montaje de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica posibilita el desarrollo de un trabajo grupal, y la participación activa y crítica de los estudiantes, tanto en la construcción de un modelo matemático como en la elaboración de posicionamientos críticos de tipo social más que de tipo matemático. En cuanto a desafíos encontraron como importante reflexionar sobre las implicaciones de carácter social de las posturas asumidas por los estudiantes, y a su vez pensar sobre el alcance que puede tener el trabajo realizado en el montaje.

También se distingue el trabajo de Martínez et al. (2013), en el cual se describen los procedimientos que siguieron para el montaje de un escenario de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica en grado 8°. El trabajo tenía como propósito analizar el papel de las matemáticas en la formación de jóvenes críticos, pues encontraron que la manera en la que se presentaban los contenidos y temas en el currículo de la institución cumple con características de un paradigma del ejercicio. Para lograr lo anterior, utilizaron como situación cercana a los estudiantes la compra y venta de celulares, y se desarrollaron actividades que involucraron la modelación.

Como posibilidades de la implementación del montaje, se encontró que el desarrollo de las actividades que involucran la modelación, permitió que los estudiantes elaborarán posturas críticas respecto a la problemática abordada; en cuanto a dificultades señalaron dos relacionadas con el desarrollo de las actividades, por una parte el profesor contaba con poco conocimiento sobre la modelación matemática y por otro, la no correspondencia entre los temas involucrados en las actividades y los contenidos presentados en el currículo.

Se identifica, además, el trabajo de Pardo y Poveda (2018), en el cual se elabora una propuesta de medios de aprendizaje desde la Educación Matemática Crítica que involucra la modelación matemática bajo la premisa de las redes sociales y su estudio cuantificable. El trabajo tiene como propósito generar en los estudiantes el desarrollo de competencias críticas a partir de una situación cercana a los estudiantes como lo es el uso de las redes sociales y la plataforma de YouTube.

Se encontró que el hecho de introducir en las clases de matemáticas la modelación a través de situaciones cercanas a la realidad de los estudiantes, posibilita una comprensión más significativa de los conceptos matemáticos, además de permitirles reconocer aspectos asociados a las redes sociales que tal vez ellos desconocen y que al final terminan siendo punto de crítica constructiva para su aprendizaje no solo en matemáticas sino también para el uso y regulación que le dan a las redes sociales y plataformas como YouTube.

De los trabajos de investigación anteriormente mencionados, el que interesa de manera similar a los fines del presente trabajo es el de Martínez (2014), quien además de proponer un escenario de modelaje matemático también involucra en el montaje de este escenario de aprendizaje las intenciones de los estudiantes de una institución educativa, y para ello hace una caracterización de las disposiciones. Entre algunas diferencias que se pueden mencionar de manera general se encuentra, por ejemplo, la estrategia de investigación utilizada, contrario a Martínez (2014) se utiliza la investigación acción porque se piensa en el carácter transformador que puede llegar a tener la implementación de la propuesta didáctica diseñada para con los estudiantes. Por otra parte, el contexto de la institución donde se realizó la entrevista no se caracteriza por presentar situaciones de violencia, pobreza o conflicto.

1.5 Contexto Institucional

El lugar donde se llevó a cabo la entrevista semiestructurada fue la sede 2 del Colegio Comercial de Palmira OETH (Organización Educativa Tenorio Herrera), ubicado en la zona urbana del Municipio de Palmira Valle en una clase de matemáticas para el grado 8-2 que está conformado por 20 estudiantes con edades entre 12 a 14 años. La institución pertenece al sector privado y a la fundación Mercedes Herrera Mora de Tenorio, cuya población está conformada por estudiantes pertenecientes a los estratos socioeconómicos 2,3,4 y 5.

El colegio promueve el desarrollo humano y multicultural fundamentándose en el respeto a la dignidad de las personas, buscando una formación integral y una educación de alta calidad en la formación de personas competentes y éticas, buscando fortalecer un aprendizaje significativo que permita al estudiante su participación activa en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Todo esto a través de un modelo pedagógico orientado a articular las dimensiones cognitivas, socioafectiva, motriz, ética-moral y estética en sus niveles educativos que van desde preescolar, primaria, secundaria y media técnica cuyo énfasis son los contenidos pedagógicos, comerciales y empresariales.

Capítulo 2. Marco Teórico Y De Referencia

En este apartado se presentan algunos referentes conceptuales desde las perspectivas didáctica, curricular y matemática, que sustentan y apoyan tanto la problemática planteada como el diseño de la propuesta didáctica por proyecto para la enseñanza del concepto de función, para estudiantes de octavo grado de la institución educativa ya mencionada. En la primera perspectiva se presentan los referentes que se consideraron para el diseño de las actividades como parte del proyecto propuesto; la segunda perspectiva contiene información sobre los referentes curriculares en matemáticas que se proponen a nivel nacional en Colombia, y, por último, la perspectiva matemática que presenta los referentes sobre el concepto de función desde un enfoque dinámico y variacional.

2.1 Perspectiva Didáctica

En esta perspectiva didáctica se presentan algunos referentes desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica como eje principal del trabajo, el cual permite sustentar la problemática planteada, proporciona una fundamentación teórica para la caracterización de las intenciones, y elementos para el diseño de un trabajo por proyectos. Adicional a estos referentes, se presenta uno encaminado a los ciclos de modelación matemática como la propuesta a utilizar para el diseño de las actividades del proyecto.

2.1.1 Educación Matemática Crítica

La Educación Matemática Crítica es un campo de investigación dentro de la Educación Matemática, que proporciona elementos teóricos de intervención en el aula para el desarrollo de una competencia democrática y crítica. Valero y Skovsmose (2012) la definen como “una perspectiva que privilegia la conceptualización del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y la investigación misma sobre éstas como prácticas sociopolíticas” (p. XI).

Mirar a la educación matemática desde esta perspectiva implica reformular la manera de entender diferentes nociones educativas de carácter general, así por ejemplo la *alfabetización matemática* para Skovsmose (1994/1999) se puede entender como una competencia que además de pretender el desarrollo de habilidades matemáticas, busca desarrollar otras competencias encaminadas al reconocimiento del papel de las matemáticas y del individuo como transformadores de la sociedad.

Además de lo anterior, la educación matemática crítica también se preocupa por el desarrollo de una *competencia democrática* que prepare y fomente la participación de los estudiantes en procesos democráticos de la sociedad, similar a uno de los fines que se propone desarrollar con la educación matemática en Colombia, correspondiente a la función política de la formación matemática (MEN, 2006, p. 48). De esta manera Skovsmose (1994/1999) propone entender la democracia como una competencia que no dependa solamente de un *objeto de crítica*⁶ para realizar una crítica, también se debe considerar al *sujeto de la crítica*.

De esta manera, una perspectiva sociocrítica y política de la educación, tiene como fin el desarrollo de una alfabetización matemática que permita interpretar y comprender el poder formativo de éstas, y el desarrollo de una competencia democrática al mirar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como una actividad intencionada por parte del estudiante, en otras palabras, como una acción.

2.1.2 El Conocer Reflexivo Y Aprendizaje Como Acción

⁶ Entiéndase por *objeto de crítica* “algún rasgo particular de una situación” (Skovsmose, 1994/1999, p. 193), y dentro del campo de la educación matemática se concibe como objeto de crítica el poder formativo de las matemáticas.

La noción de conocer reflexivo se considera un elemento fundamental para la educación matemática crítica, porque además de constituir en gran medida el andamiaje de la teoría epistémica y filosófica sobre la cual se construye un sentido de la educación crítica a las matemáticas, presenta una perspectiva particular a partir de la cual se puede abordar la problemática que se propone en este trabajo.

Una aproximación inicial sobre el conocer reflexivo tiene que ver con la manera en la que se define el conocimiento reflexivo, entendiendo éste como aquel conocimiento necesario dentro de una sociedad con un alto desarrollo tecnológico, Skovsmose (1994/1999) lo define como “la competencia necesaria para ser capaces de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos” (p. 111). Una segunda aproximación de esta noción se relaciona con el modelaje matemático, relación que permite evidenciar el poder formativo de las matemáticas, pues para Skovsmose (1994/1999) un modelo matemático como representación de la realidad nunca va a ser exacta, puesto que para establecer un modelo primero hay que elaborar un sistema de la realidad⁷.

Ahora, ¿qué pasa si la implementación de un modelaje matemático en la realidad excluye en vez de abarcar, quita en vez de sumar, y de manera general contribuye a alimentar procesos de desigualdad presentes en la sociedad? Frente a esto Skovsmose (1994/1999) comenta que:

Las estructuras de los intereses, poderes y teorías (o prejuicios) constituyen los antecedentes de un proceso de modelaje. Entonces, *la primera tarea del conocer reflexivo* puede describirse con el siguiente principio: hay que tratar de explicitar las

⁷ Se ampliará sobre este tema en la sección sobre Modelación matemática.

precondiciones del proceso de modelaje que se esconden cuando el lenguaje matemático les aplica un maquillaje de neutralidad. (p. 118).

Skovsmose (1994/1999) no pretende mostrar solo el lado negativo de la modelación matemática, él también reconoce que el lenguaje formal de un modelo matemático permite estudiar situaciones hipotéticas que no serían posibles de realizar ni evidenciar por medio del lenguaje natural.

Otra aproximación se relaciona con la alfabetización matemática, la cual para Skovsmose (1994/1999) se define como una competencia integrada por tres conoceres: matemático, tecnológico y reflexivo; estas competencias en un escenario donde se lleva a cabo una actividad de aprendizaje de las matemáticas pueden interactuar entre sí, independientemente de que en la práctica se manifieste en el estudiante primero la competencia matemática o la tecnológica. Al respecto Skovsmose (1994/1999) realiza el siguiente comentario:

Empero, la red se puede destruir fácilmente y esto es lo que sucede con frecuencia en las matemáticas escolares. Los elementos reflexivos se han dejado al otro lado de la puerta de entrada del salón de clase de matemáticas, en el olvido y, en cambio, la educación matemática se ha concentrado en el desarrollo de una habilidad matemática. (pág. 137).

Skovsmose (1994/1999) considera que una educación con un enfoque crítico y que busque promover el desarrollo de una alfabetización matemática, amerita que se amplíe el panorama desde el cual se ve el conocer reflexivo, pues no es suficiente promover espacios de aprendizaje en los cuales solo se presenten las características de una situación que se considere objeto de crítica, también es necesario incluir la mirada, las motivaciones e intereses de los

estudiantes para que ellos se involucren en un proceso de crítica; de esta manera se introduce la dimensión subjetiva del conocer reflexivo (Skovsmose, 1994/1999).

Concebir el conocer reflexivo como dos caras de una moneda, desde un *objeto de crítica* y un *sujeto de la crítica*, establece un marco conceptual a partir del cual se puede promover el desarrollo de una competencia crítica y de prácticas de enseñanza que procuren un aprendizaje con sentido y significativo para el estudiante, pues sus intereses y motivaciones se reconocen como aspectos importantes para involucrarse en su aprendizaje.

De esta manera el aprendizaje adquiere una connotación similar a una acción, la cual Valero y Skovsmose (2012) denominan *Aprendizaje como acción*, y la definen como aquella actividad causada por una intención de aprendizaje y sobre la cual existe cierta consciencia por parte del estudiante al involucrarse en su proceso de aprendizaje; a manera de ejemplo Skovsmose (1994/1999) menciona lo siguiente:

Un niño está jugando con centicubos; esto no es un aprendizaje como acción si el niño no le presta atención a la actividad, sino que la lleva a cabo de una manera desprevenida. El niño tiene que involucrarse en el aprendizaje si se quiere que la actividad de aprendizaje sea un aprendizaje como acción. (p. 203).

En cuanto a las intenciones Valero y Skovsmose (2012) consideran que éstas “expresan expectativas, aspiraciones y esperanzas. Son parte constitutiva de cualquier acción, pues las acciones sin intención degeneran en simples movimientos físicos” (p. 140), y la manera en la que los autores propone indagar por estas intenciones, es a partir de las disposiciones de los estudiantes, elementos que para Skovsmose (1994/1999) también permiten explicar intenciones de aprendizaje que tienen lugar en el aula de clase. En este sentido, las disposiciones para Valero

y Skovsmose (2012) están conformadas por los antecedentes del estudiante, y sus percepciones sobre las posibilidades y oportunidades que el entorno social le ofrece, en otras palabras, por su porvenir.

Valero y Skovsmose (2012) consideran que una manera en la que el estudiante puede asignarle un significado a las actividades matemáticas propuestas requiere que él o ella se involucren en esa producción de significado; es por esto que, el aprendizaje como acción, las intenciones de aprendizaje y las disposiciones se convierten en elementos importantes para lograr tal fin.

2.1.3 Intenciones De Aprendizaje

Las intenciones de aprendizaje para Skovsmose (1994/1999) se consideran como una fuente de motivación para un *aprendizaje como acción*, pues además de ser la causa de una posible acción éstas se satisfacen por medio de una actividad de aprendizaje. Estas intenciones para Valero y Skovsmose (2012) pueden surgir de las disposiciones, por lo que dependiendo de éstas se pueden encontrar variedad de intenciones.

Así mismo Skovsmose (1994/1999) considera que, además del antecedente y el porvenir, se pueden encontrar otros elementos que también generan intenciones en el estudiante para que se involucre en su proceso de aprendizaje, y aunque son intenciones que al final promueven una acción, éstas no necesariamente responden a la esencia misma de una intención de aprendizaje, sino que resulta como parte de una actividad forzada. A continuación, se mencionan algunos tipos de intenciones de aprendizaje que distingue Skovsmose (1994/1999):

Algunas pueden tener que ver con el contenido de lo que se aprende, pero esta no es la única posibilidad. Además de las que tienen que ver con el currículo, podría haber

intenciones relacionadas con el profesor: el estudiante siente que tiene que hacer algo en la escuela porque el profesor así lo pidió. La decisión del aprendizaje puede tener que ver con la estructura del sistema educativo, como exámenes o puntajes. O podría asociarse con la posición del estudiante en la clase, por ejemplo, con la competencia entre estudiantes. También podría relacionarse con las concepciones del estudiante sobre su futuro en la vida vocacional, la visión del estudiante sobre la posibilidad de conseguir un trabajo, etc. (p. 201).

Otro tipo de intenciones que se pueden encontrar dentro de las dinámicas del salón de clase son catalogas como *no compartidas e instrumentales*. Al respecto Skovsmose (1994/1999), menciona que este tipo de intenciones se adaptan a las demandas que exige el docente y la escuela en sí misma, por ejemplo, los estudiantes realizan un esfuerzo por estudiar solo por la necesidad de obtener buenos resultados en sus calificaciones, independientemente de si la asignatura les parece interesante o no.

2.1.4 Montaje De Escenarios De Aprendizaje Y El Trabajo Por Proyecto

La educación matemática crítica proporciona elementos teóricos y prácticos para organizar las actividades de aprendizaje contrarias a las actividades que se desarrollan dentro de un *paradigma del ejercicio*, así por ejemplo Valero y Skovsmose (2012) consideran que el trabajo por proyectos permite organizar actividades que promueve procesos de exploración y explicación.

Para Skovsmose (1994/1999) concebir el aprendizaje como acción requiere pensarse situaciones o actividades de aprendizaje en las cuales los estudiantes puedan reconocer intenciones de aprendizaje, pues no está bien asumir de manera anticipada la existencia de intenciones a las cuales el docente solo tiene que acceder para promover una acción. Es por esto

que, para realizar un trabajo por proyectos se debe planificar un escenario de aprendizaje, escenario que para Skovmose (1994/1999) ofrece un contenido semántico que le permite al estudiante dotar de sentido y significado las actividades de aprendizaje, además de promover la elaboración de posibles reflexiones y posturas críticas sobre la situación.

A continuación se mencionan algunas características que debe cumplir una situación necesaria para el montaje de un escenario de aprendizaje, éstas las identifica Skovsmose (1994/1999) en ejemplos de trabajos por proyectos en matemáticas que menciona en su libro *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*: la ejemplaridad, la situación debe permitir comprender un problema general o la totalidad de éste a partir de un ejemplo específico; la situación debe posibilitar al estudiante establecer significado a las actividades que realicen; las intenciones de aprendizaje deben ser compartidas; debe posibilitar identificar y comprender los propósitos de cada actividad; la situación debe poder expresarse en un lenguaje natural y no solo matemático, y debe posibilitar hacer visibles las matemáticas o el papel de ellas en la sociedad.

Valero y Skovsmose (2012) también comentan que lo ideal no es solo optar por situaciones que hagan referencia a la realidad, también se pueden integrar situaciones de las matemáticas puras y de la semirrealidad, para ofrecer a los estudiantes posibilidades que les permitan darle un significado y sentido a las actividades que realizan, pues la producción de significado no es un aspecto que depende solo de las acciones, también depende de las referencias que se utilicen.

Una idea importante que presentan Valero y Skovsmose (2012) tiene que ver con los *Ambientes de aprendizaje*, los cuales resultan de combinar los tres tipos de referencias anteriormente mencionados y las dos maneras de organizar las actividades de aprendizaje, ya sea

desde un paradigma del ejercicio o desde un enfoque investigativo. En la siguiente imagen se presentan los seis tipos de ambientes de aprendizaje:

Tabla 1

Tipos de Ambientes de aprendizaje

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situación de la vida real	(5)	(6)

Fuente. Valero y Skovsmose (2012).

El ambiente de aprendizaje tipo (1) y tipo (2), se ubican en la referencia de las matemáticas puras. En el tipo (1) se encuentra en un paradigma del ejercicio y es común realizar ejercicios como el siguiente: $(x^2 - 2x) \cdot (7x + 1)$. El tipo (2), se encuentra en un escenario de investigación, en el cual se puede brindar la posibilidad de utilizar un software dinámico para estudiar la traslación de figuras, e incluso las diferentes maneras de representar el teorema de Pitágoras.

Los ambientes de aprendizaje tipo (3) y (4), se sitúan en la referencia de la semirrealidad. El ambiente tipo (3) se encuentra ubicado en el paradigma del ejercicio y en él se pueden proponer problemas artificiales como el siguiente que presenta Valero y Skovsmose (2012):

La tienda A vende uchuvas a 850 pesos por kilo y la tienda B las vende a 1000 pesos por 1.2 kg. (a) ¿Cuál tienda es más barata? (b) ¿Cuál es la diferencia de precio entre las dos tiendas por 15 kg de uchuvas? (p. 116).

El ambiente tipo (4), se ubica en un escenario de investigación, en el cual los problemas y ejercicios no tienen un fin netamente algorítmico, sino que, al contrario, los estudiantes tienen la

oportunidad de dar explicaciones y explorar diferentes maneras para la resolución de un ejercicio.

Los ambientes tipo (5) y (6), hacen referencia a situaciones de la vida real. El tipo (5), se ubica dentro de un paradigma del ejercicio, en el cual se pueden presentar problemas reales ya sea de economía, datos estadísticos del DANE, etc, y en ese sentido los estudiantes pueden realizar ejercicios sobre esos datos, no obstante, la situación dentro del salón de clase sigue desarrollándose en un paradigma del ejercicio. En el ambiente tipo (6), ocurre todo lo contrario al tipo (5), puesto que, en este escenario los estudiantes pueden trabajar con datos que ellos mismos obtienen a partir de la exploración o experimentación de situaciones de la vida real como, por ejemplo, la cantidad de agua que se puede desperdiciar en un grifo dañado en el baño del colegio a medida que transcurre el tiempo, e incluso la medida en la que aumentan las visitas de un video de YouTube, etc.

Desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, la manera de organizar y presentar las actividades de aprendizaje por medio de la movilización entre los diferentes ambientes de aprendizaje, resulta ser un recurso favorable porque permite, así como lo comenta Skovsmose (2012), “abandonar las autoridades del aula tradicional de matemáticas y hacer que los estudiantes adquieran el papel de sujeto activo en su proceso de aprendizaje” (p. 129).

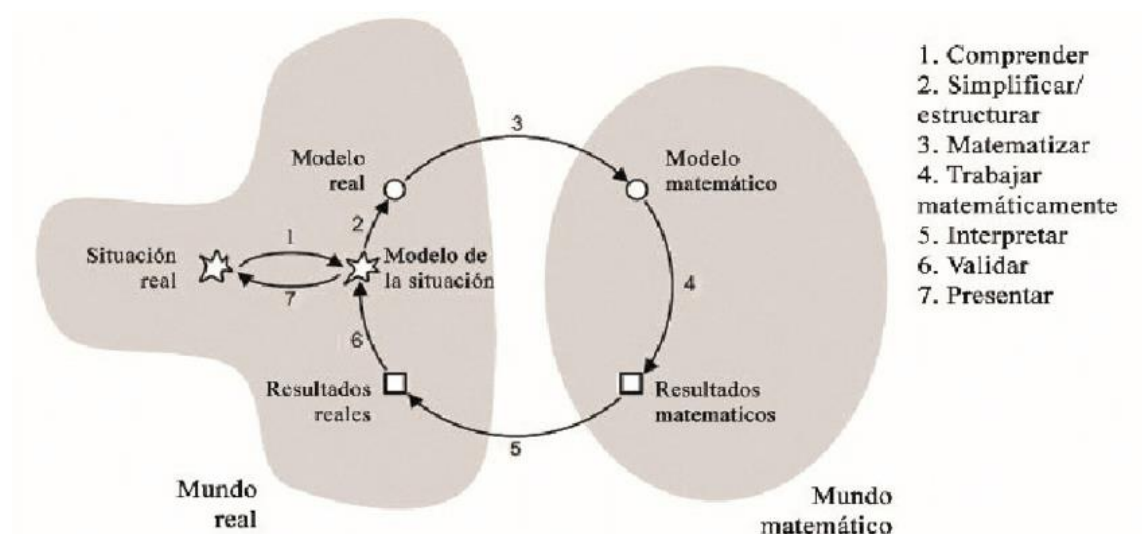
2.1.5 Ciclo De Modelación Matemática

Para el diseño de las actividades de aprendizaje se consideró un *Ciclo de modelación matemática* definida por Blum y Ferri (como se citó en Belalcázar y Orozco, 2020) como un proceso cíclico constituido por seis etapas y no necesariamente secuencial, que permite relacionar las matemáticas (el mundo matemático) con situaciones de la realidad (el mundo real)

por medio de un modelo matemático. En la figura 1 se puede observar el ciclo propuesto para la realización de un ciclo de modelación matemática.

Figura 1

Ciclo de modelación matemática.



Fuente. Blum (2007, citado por Gutiérrez et al. 2017).

A continuación, se presentan las etapas de un ciclo de modelación, etapas que configurarán cada una de las actividades de aprendizaje en el trabajo por proyecto:

1. **Construcción.** En esta etapa se presenta a los estudiantes información sobre la situación de la realidad y su problemática, para que identifiquen el contexto sobre el cual se realizan las siguientes etapas.
2. **Simplificación y estructuración.** A partir de la información anterior se identifican y seleccionan los elementos que se consideren importantes para el estudio de la problemática y su posterior formulación matemática.

3. **Matematización.** En esta etapa se elabora un modelo matemático de la situación problema.
4. **Trabajar matemáticamente.** En esta etapa se propone realizar cálculos y producir resultados matemáticos a partir del modelo matemático construido.
5. **Interpretación.** En esta etapa se analizan e interpretan los resultados matemáticos con relación a la realidad.
6. **Validación y exposición.** En esta etapa se realiza un nuevo proceso de análisis a los resultados obtenidos pero esta vez a la luz de la problemática. Además, se propone presentar los resultados que se obtuvieron al considerar ciertos elementos para la elaboración del modelo matemático.

2.2 Perspectiva Curricular

En este apartado se presenta información sobre los referentes curriculares propuestos por el Ministerio de Educación con respecto a la enseñanza del concepto de función y la modelación matemática, para ello se consideran documentos como los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

2.2.1 Lineamientos Curriculares De Matemáticas

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) relacionan e integran elementos relativos a la modelación matemática para la enseñanza del concepto de función, y para el siguiente trabajo se han considerado los siguientes elementos:

En cuanto a conocimientos básicos se considera el *Pensamiento variacional* y los *sistemas algebraicos y analíticos*, enfoque que resalta su carácter dinámico y variacional al estudiar además de la correlación, la dependencia, variación y cambio entre variables. Empero y en concordancia con lo expuesto en los lineamientos, se identifican otros tipos de sistemas que se

relacionan con el pensamiento variacional y con la propuesta del proyecto, por ejemplo, *los sistemas numéricos y de medidas*, esto debido a la incorporación de cantidades y magnitudes inmersas en el estudio del cambio y variación de situaciones o fenómenos de la vida real y de carácter social.

Con respecto a los procesos generales que se relacionan con el aprendizaje del concepto de función como modelo matemático, se identifican como centrales *la Modelación, la Comunicación y la Resolución de problemas*. El proceso de modelación permite capturar la realidad por medio de un esquema o modelo que representa una relación entre elementos de una situación o fenómeno, específicamente entre variables que se seleccionan de acuerdo con intereses particulares, y que permiten simplificar la realidad o de manera equivalente construir una.

Como parte del proceso de modelación se inicia de una situación problema sobre la cual se seleccionan elementos y relaciones que responden a intereses particulares- lo que permitirá crear un sistema de la situación-, posteriormente se matematizan, se realiza un trabajo matemático y los resultados obtenidos se validan, es decir, se analizan a la luz de la situación problema. En cuanto a las actividades que se proponen se encuentran las siguientes: “identificar las matemáticas específicas en un contexto general, esquematizar, formular y visualizar un problema en diferentes formas, descubrir relaciones, descubrir regularidades...” (MEN, 1998, p. 77).

La comunicación según MEN (1998) se reconoce como uno de los procesos más relevantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, porque es el medio a través del cual se expresan, comunican y representan saberes y concepciones matemáticas entre los componentes de la triada didáctica, asimismo facilita la comprensión y aprendizaje de

conocimientos matemáticos a través de la interacción coordinada entre diferentes registros de representación (MEN, 2006).

De manera transversal a los anteriores procesos generales y al conocimiento básico, se encuentra la resolución de problemas, que es otro de los procesos más relevantes para el aprendizaje de las matemáticas, porque son los contextos de las situaciones problema las que posibilitan que las matemáticas adquieran sentido y significado para los estudiantes. Además, las situaciones problema “permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolver, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas” (MEN, 2006, p.52).

La resolución de problemas está estrechamente relacionada con el proceso de modelaje, así por ejemplo se comenta que posterior a validación de un modelo matemático, es posible que éste requiera ser modificado, que se descarte y se cree uno nuevo, o en ocasiones no sea posible determinar un modelo satisfactorio de la situación problema, debido al nivel de conocimientos matemáticos que se utilizan para intentar dar solución. De igual manera, se comenta que un modelo matemático puede utilizarse para hacer predicciones y tomar decisiones sobre la situación problema objeto de estudio.

Como último elemento referente al contexto se distinguen aquellos que hacen referencia a la vida real y en particular al cercano a los estudiantes, los cuales permiten al estudiar la variación entre las magnitudes inmersas en la situación, que ellos le asignen un sentido y una posible utilidad a lo que están aprendiendo.

2.2.2 Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se propone una estructura de organización de los conocimientos básicos (pensamientos numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) y de los procesos generales, acorde con la noción de aprendizaje y desarrollo progresivo y gradual de la competencia matemática. La primera de estas estructuras corresponde a la relación que se puede establecer entre los estándares y los conjuntos de grados para un mismo pensamiento. En este sentido, en la **tabla 2** se presenta la coherencia vertical para el *pensamiento variacional y los sistemas algebraico y analíticos*, y los estándares asociados a concepto de función como modelo matemático:

Tabla 2

Coherencia vertical asociada al pensamiento variacional.

Pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos		
Estándar relacionado		
Coherencia vertical	De 1°- 3°	Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numéricos, geométricos, musical, entre otros). Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.
	De 4°- 5°	Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias mismas.
	De 6°- 7°	Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas). Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).
	De 8°- 9°	Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

De 10°- 11°

Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.

Nota. Elaborado a partir de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006).

De acuerdo con los estándares presentados en la tabla anterior, se puede observar que la competencia que relaciona directamente las nociones sobre el modelaje matemático, perspectiva variacional y función, es el estándar: *Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas*, correspondiente al conjunto de grados de 8° a 9°. En cuanto a la segunda estructura organizacional, se presenta en la **tabla 3** la coherencia horizontal en la que se relaciona el estándar anteriormente seleccionado, con los estándares de los diferentes pensamientos para el mismo conjunto de grados.

Tabla 3

Coherencia horizontal asociada a el estándar matemático “Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas” para el conjunto de grados de 8°- 9°

<i>Coherencia horizontal</i>			
			
Conocimientos básicos			
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

Estándar relacionado	Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.	Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.	Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.	Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

Nota. Elaborado a partir de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006).

De esta manera y considerando que para Posada et al. (2006), Grueso y González (2016), la enseñanza del concepto de función se trabaja con más detalle en noveno grado, se consideró pertinente diseñar la propuesta didáctica por proyecto para grado octavo, con el propósito de introducir este concepto desde un enfoque dinámico y variacional, diferente a la manera tradicional de presentarlo.

2.3 Perspectiva Matemática

Como se mencionó anteriormente, la manera usual de enseñar el concepto de función desde su definición conjuntista ha generado en los estudiantes un impacto desfavorable en cuanto a la comprensión de este concepto (Grueso y González, 2016; Posada et al., 2006), al respecto Grueso y González (2016) consideran que esta definición conjuntista resalta un sentido estático de la función, pues para su enseñanza se hace énfasis en el estudio de la asignación y la correspondencia entre elementos de dos conjuntos y se deja de lado su naturaleza variacional. Así mismo Posada et al. (2006) consideran que, aunque el estudio de este concepto en la escuela requiere de objetos matemáticos abstractos para su formalización, esta manera de enseñar el

concepto de función se puede dejar para los grados más avanzados de la escolaridad, e iniciar su comprensión en los primeros años desde una perspectiva variacional.

Con el propósito de abandonar estas prácticas de enseñanza asociadas a una actividad dirigida, se propone enseñar el concepto de función desde esta perspectiva, de tal manera que privilegie procesos matemáticos como la resolución de problemas y la modelación matemática.

2.3.1 El Concepto De Función Desde Lo Variacional

Grueso y González (2016) comentan que existen variedad de trabajos de investigación sobre el concepto de función que mencionan y describen algunas dificultades en cuanto a su enseñanza y aprendizaje, y cuyas propuestas de enseñanza enfatizan en la comprensión del concepto a partir del estudio y análisis de los cambios en situaciones y fenómenos de variación, así por ejemplo, se menciona la actividad contextualizada en la caída libre de un objeto diseñada por Villa (mencionada por Grueso y González, 2016), la cual se compone de los siguientes momentos:

El primer momento está diseñado para que los estudiantes se hagan una idea mental de la situación. En el segundo momento se plantea la experimentación con un cronómetro y una regla graduada; con ello se espera construir un gráfico cartesiano del comportamiento de las cantidades, permitiendo identificar algunas características de la razón de cambio. En el tercer momento se utiliza la simulación del fenómeno con un software, con ello se espera la construcción de un modelo algebraico (p. 19).

Como resultado de esta experiencia Villa (mencionada por Grueso y González, 2016) concluye que es posible desarrollar el concepto de función desde una aproximación variacional. Asimismo, se resalta la secuencia de tareas diseñadas por Grueso y González (2016) para el

estudio de la función de través de situaciones de covariación, experiencia que permitió que los estudiantes avancen en el proceso de razonamiento y en la comprensión de nociones asociadas al concepto de función.

Esta perspectiva variacional resalta el enfoque y naturaleza dinámica de la función, lo que implica además de trabajar en la correspondencia entre cantidades, estudiar la relación de dependencia, el cambio y la variación entre las magnitudes representadas por medio de gráficas y expresiones algebraicas, el dominio, el rango, el crecimiento, decrecimiento y la razón de cambio (Grueso y González, 2016).

En este orden de ideas, se considera necesario presentar la manera de entender las nociones que se relacionan con las ideas anteriormente expuestas.

Para Grueso y González (2016) una *función* se define como “una abstracción matemática que indica el comportamiento variacional de un fenómeno y, en consecuencia, que cumple ciertas condiciones y se caracteriza a través de ciertos elementos o rasgos” (p. 56). Así mismo los autores conciben la *covariación* como una relación entre magnitudes, donde los cambios producidos en una magnitud dependen de los cambios producidos por la otra magnitud (Grueso y González, 2016).

De igual manera, como parte de los resultados obtenidos al implementar la secuencia de actividades de covariación, en particular aquellas que se relacionan con la identificación de la razón de cambio, Grueso y González (2016) describen unos niveles de razonamiento observados en los estudiantes y que fueron necesarios para estudiar la covariación:

En este orden de ideas, es importante resaltar que los puntos en el plano cartesiano representan relaciones entre magnitudes, a su vez, la comparación de dos puntos da

cuenta del cambio, cambio que, relacionado con otros de la misma gráfica, da cuenta de la variación (p. 245).

En cuanto a algunas dificultades asociadas a la enseñanza y al aprendizaje del concepto de función y que influyen en la manera de comprender este concepto, Grueso y González (2016) identifican las siguientes:

Confundir el objeto matemático con su representación. Grueso y González (2016) consideran que ésta es una de las dificultades que con frecuencia influye en la comprensión de un objeto matemático, en particular de la función, cuando para su estudio desde la definición conjuntista se recurre a un tipo de representación algebraica o gráfica (un diagrama sagital), y los estudiantes tienden a asociar este objeto matemático con una de las expresiones anteriormente mencionadas.

El registro algebraico como predominante. Hitt (como se citó en Grueso y González, 2016) menciona que el uso de un único registro, en este caso el algebraico, limita el estudio de la función pues su comprensión va a depender solamente de los elementos constitutivos y característicos de un sistema simbólico.

Inadecuada articulación entre las representaciones. Al respecto, los autores en mención consideran que para la comprensión del concepto de función como de cualquier otro objeto matemático, es indispensable proporcionar un trabajo articulado entre diferentes representaciones, de tal manera que estas se complementen entre sí.

Comprender el concepto de función se trata de poder significarlo y atribuirle sus condiciones de variabilidad desde diferentes sistemas de representación, teniendo en cuenta que cada uno de los sistemas ofrece distintas perspectivas visuales, pero que en

ultimas, son indispensable para la construcción del concepto (Grueso y González, 2016, p. 56).

Adicional a los sistemas de representación simbólico, tabular, gráfico y el lenguaje natural, Grueso y González (2016) incluyen los softwares dinámicos como sistemas que por sus características dinámicas permite representar, visualizar y avanzar en la comprensión del objeto matemático de interés.

Hitt también (como se citó en Grueso y González, 2016) plantea dos tipos de dificultades en el estudiante que pueden surgir debido a la enseñanza tradicional de las funciones, la cual se caracteriza porque inicialmente se parte de una expresión algebraica, se propone un trabajo matemático a través de la asignación y correspondencia entre valores de las variables independiente X y dependiente Y , y por último se grafican y unen los puntos obtenidos. Estas dificultades son: *una falta de visión global sobre el comportamiento de las funciones y asociar el concepto de función con lo continuo.*

Con respecto a esta última dificultad, Grueso y González (2016) consideran que “pasar del registro gráfico al algebraico, se convierte en fuente de dificultades y errores para los estudiantes, pues esa idea intuitiva hace que sea más fácil pasar de lo discreto a lo continuo que de lo continuo a lo discreto” (p. 61).

Por su parte, Posada et al. (2006) identifican otro problema que se deriva de la dificultad de obtener de una situación expresada en lenguaje natural, su respectiva expresión algebraica que dé cuenta de un sentido variacional. Con relación a eso, Posada et al. (2006) consideran la

*unidad significativa*⁸ como elemento que permite pasar de un sistema en lenguaje natural a un sistema simbólico, y así determinar un modelo matemático que represente la situación.

2.3.2 Aspectos Formales Del Concepto De Función Como Modelo Matemático

Con el propósito de formalizar algunas nociones relacionadas con el concepto de función en la etapa de matematización del ciclo de modelación, se toma como referente el libro *Precálculo. Matemáticas para el Cálculo sexta educación* de Stewart et al. (2012), en el que se propone y explora la función desde la modelación de fenómenos a partir de ejemplos aplicativos, a pesar de que las definiciones presentadas hacen alusión al enfoque conjuntista.

Para Stewart et al. (2012) la función permite describir la dependencia entre variables que se encuentran inmersas en situaciones o fenómenos cuya naturaleza es variacional, así por ejemplo, mencionan que la estatura de una persona corresponde a la función de la edad, la temperatura sería la función de la fecha, el precio del envío de un paquete depende de su peso, el área de un círculo depende de su radio y el número de bacterias en un cultivo dependen del tiempo transcurrido, entre otros ejemplos.

Para cada uno de los anteriores fenómenos es posible establecer un modelo que relacione cada una de las variables inmersas en la situación de variación, y cómo a partir de la función es posible describir esta variación, Stewart et al. (2012) denomina este modelo con el nombre de función, el cual se concibe como una regla de asignación entre elementos de dos conjuntos. “Una función f es una regla que asigna a cada elemento de x de un conjunto A exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto B ” (Stewart et al., 2012, p. 143), donde A y B son conjuntos definidos en los números reales, $f(x)$ es el conjunto formado por todas las imágenes

⁸ Posada et al. (2006) definen *unidad significativa* como “el cociente de diferencias entre cantidades de magnitud” (p. 131).

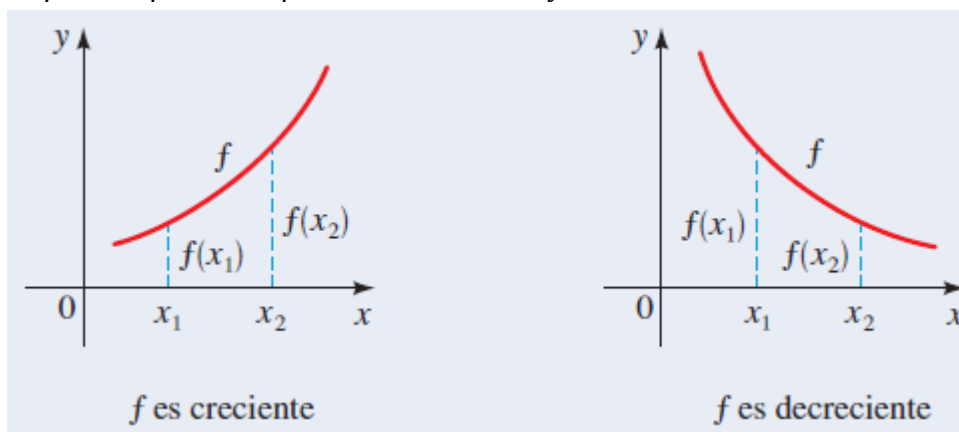
de x y A es el *dominio* de la función formado por los elementos x en los cuales está definida la función f . A su vez, denomina a todo elemento arbitrario del dominio como la *variable independiente* x , y todo elemento del rango como la *variable dependiente* y .

Stewart et al. (2012) también comentan que a partir de la gráfica de una función es posible caracterizar e identificar nociones relacionadas con este concepto, o lo que ellos llaman como propiedades de una función. De esta manera, a partir de la gráfica es posible identificar los valores de la función o las imágenes de x , los cuales corresponden a la altura de la gráfica; cuando la gráfica sube se considera que la función f es *creciente* o en su defecto cuando gráfica baja se dice que la función f es *decreciente*.

Formalmente se dice que una función f es creciente o decreciente en un intervalo, cuando dos parejas ordenadas de una gráfica cumplen las siguientes condiciones: f es creciente si $f(x_1) < f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$, f es decreciente si $f(x_1) > f(x_2)$ siempre que $x_1 > x_2$, así como se observa en la figura 2.

Figura 2

Definición formal de funciones crecientes y decrecientes.

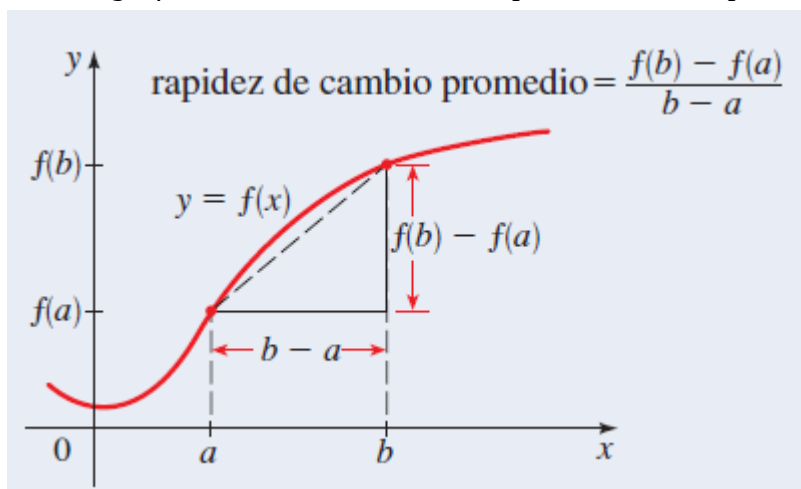


Fuente. Stewart et al. (2012).

Como la función para Stewart et al. (2012) se puede concebir como un modelo que describe el comportamiento entre variables inmersas en situaciones o fenómenos de variación, es posible cuantificar este cambio por medio de la *rapidez de cambio promedio*⁹, elemento importante para describir y caracterizar fenómenos con diferentes contextos, por ejemplo, podría ser pertinente conocer la rapidez con la que cambia la temperatura cuando una tormenta se aproxima, o conocer la rapidez del aumento de los ingresos al vender un determinado producto. De esta manera, definen la *rapidez de cambio promedio* como “la pendiente de la recta secante entre dos puntos a y b de la gráfica de la función f , esto es, la recta que pasa por los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ ” (Stewart et al., 2012, p. 173), la cual se puede determinar a partir de la siguiente relación: $\text{rapidez de cambio promedio} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$, así como se observa en la figura 3.

Figura 3

Representación gráfica de la recta secante o rapidez de cambio promedio.



Fuente. Stewart et al. (2012).

⁹ La rapidez de cambio promedio también se conoce como la *razón de cambio*.

La rapidez de cambio se puede relacionar con las funciones crecientes y decrecientes, pues Stewart et al. (2012) mencionan que dependiendo del comportamiento de la gráfica la razón de cambio puede ser positiva o negativa, es decir, si la gráfica es creciente, entonces la rapidez de cambio entre dos puntos cualesquiera será positiva, si por el contrario la función decreciente, entonces la razón de cambio será negativa entre dos puntos cualesquiera de la función.

Para Stewart et al. (2012) la función como modelo matemático permite hacer estimaciones y predicciones sobre el comportamiento y las propiedades de una situación o fenómeno que hacen parte del estudio de disciplinas como la ciencias físicas y sociales, ciencias que tienen como propósito el estudio y análisis de la variación entre variables que dependen entre sí. De esta manera, por medio de las estimaciones se puede invitar al estudiante a estudiar situaciones hipotéticas que, por medio del lenguaje natural, no sería posible evidenciar (Skovsmose, 1994/1999).

Capítulo 3. Metodología De Investigación

3.1 Enfoque Metodológico Y Diseño De Investigación Cualitativa: Investigación Acción

El enfoque metodológico que se emplea en el presente trabajo es la investigación cualitativa, la cual autores como Hernández et al. (2014) plantean que es un conjunto de prácticas que pueden ser *naturalistas* porque se enfocan en estudiar al fenómeno en su contexto o su cotidianidad, e *interpretativas* ya que se tiene en cuenta la importancia de los significados que los actores participantes les otorgan.

En vista de que el trabajo de investigación busca favorecer un aprendizaje significativo sobre el concepto de función en estudiantes de grado octavo, es considerable mencionar que para dicho fin se utiliza como diseño de investigación cualitativa la *investigación acción*. Sandí (como se citó en Hernández et. al, 2014) señala que la investigación-acción “pretende, esencialmente, propiciar el cambio social, transformar la realidad (social, educativa, económica, administrativa, etc.) y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación” (p. 496).

Teniendo en cuenta que este trabajo aborda el objetivo de realizar una propuesta didáctica por proyecto, que integre elementos relativos a la modelación y a la educación matemática crítica para favorecer el aprendizaje del concepto de función, el diseño de investigación acción juega un papel importante si se consideran las fases que Hernández et al. (2014) mencionan, las cuales son: *observar* construyendo un esbozo del problema y recolectando datos, *pensar* analizando e interpretando los datos recogidos, y *actuar* ejecutando planes de acción o mejoras para resolver la problemática en cuestión.

Es necesario mencionar que el diseño de investigación acción es cíclico y flexible, de modo que para efectos de este trabajo se van a utilizar dos de los ciclos que exponen Hernández et al., los cuáles son:

1. Identificar la problemática: en este ciclo se diagnostica el planteamiento del problema y se recolectan datos que permitan a partir de los agentes implicados, conocer sus puntos de vista, emociones y necesidades.
2. Elaborar el plan: durante este ciclo se emprenden acciones a partir de los datos recolectados y se desarrolla una estrategia que permita mejorar o resolver la problemática.

3.2 Fases De La Investigación

3.2.1 Fase 1: Fundamentación Teórica

En esta fase se realizó una lectura previa de los documentos e investigaciones que permitieron identificar la problemática en cuestión, y para tal fin se elabora una fundamentación teórica desde tres perspectivas que permiten dar claridad y enfoque a la pregunta de investigación, objetivos, justificación y metodología. Estas perspectivas son:

Perspectiva curricular. Corresponde al análisis de los documentos nacionales del Ministerio de Educación Nacional, los cuales fundamentan los procesos de modelación para el estudio del concepto de función. Los documentos que se consideraron son: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, a partir de los cuales se establecen los procesos generales y conocimientos básicos, se realiza una coherencia vertical y horizontal, y se seleccionan los estándares correspondientes al grado para el diseño de la propuesta.

Perspectiva didáctica. Se definen elementos relativos de la Educación Matemática Crítica teniendo en cuenta los escenarios de investigación, el conocer reflexivo y el aprendizaje como acción, las intenciones de aprendizaje y el montaje de escenario de aprendizaje para el diseño de la propuesta didáctica. Estos elementos se definen con base a los planteamientos de Valero y Skovsmose (2012).

Por último, se presenta el ciclo de modelación matemática cuyas etapas se van a presentar para el diseño de las actividades de aprendizaje.

Perspectiva matemática. Se presenta el concepto de función desde una perspectiva variacional y se definen algunas nociones relacionadas con la función desde esta perspectiva según los planteamientos expuestos por Grueso y González (2016). También se presentan algunas características y propiedades de la función como modelo matemático, para la formalización de saberes matemáticos, para ello se utilizó como base el libro “precálculo, matemáticas para el cálculo 6e” de James Stewart, Lothar Redlin y Saleem Watson (2012).

3.2.2 Fase 2: Recolección Y Análisis De Datos

Para dar cumplimiento al segundo objetivo específico el cual pretende caracterizar las intenciones de aprendizaje de los estudiantes grado 8-2, se realizó una *entrevista semiestructurada*. Hernández et al. (2014) mencionan que este tipo de entrevista se caracteriza por la elaboración de una guía o cuestionario de entrevista que contiene preguntas y el entrevistador tiene la libertad de añadir, si es necesario, preguntas que le permitan obtener información amplia según sea de su interés.

Para llevar a cabo las entrevistas se consideró como antecedente lo que expone Skovsmose et al. (2011) en el artículo *Aprender matemáticas en una posición de frontera: los*

porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera, en el cual el diálogo toma un papel importante cuando se busca indagar por las intenciones de aprendizaje de los estudiantes las cuales están relacionadas con sus porvenires. Así mismo, se cita lo mencionado por Martínez (2014) en su tesis de maestría *Estudio del aprendizaje de las matemáticas basada en proyectos. Tensiones educativas de su implementación en una escuela de estudiantes en posición de frontera*, cuya entrevista semiestructurada le permitió caracterizar las disposiciones de los estudiantes de grado 6-5.

Con respecto a los tópicos de la entrevista semiestructurada, estos tienen relación con los planteamientos de Skovsmose (1994/1999), en el cual se menciona que en las intenciones de aprendizaje de los estudiantes existen motivos por los cuales ellos pueden encontrar razones para involucrarse en su proceso de aprendizaje, por ejemplo, se menciona que hay intenciones que el estudiante puede establecer ya sea por las exigencias y las dinámicas de la clase, o simplemente porque debe hacer las cosas siendo esto un requisito para aprobar la asignatura, o porque el docente espera que se comporte de una manera predeterminada en su clase, o por las aspiraciones que tiene para su futuro, etc.

Los tópicos que se establecieron para la entrevista fueron:

Sobre la clase de matemáticas: se preguntaron cuestiones relacionadas con las matemáticas que aprenden en la escuela, por ejemplo, cómo es por lo general una clase de matemáticas, las situaciones o experiencias que para los estudiantes han sido relevantes en su aprendizaje de las matemáticas, así como también, por qué consideran importante lo que están estudiando actualmente en matemáticas.

Sobre su vida (antecedentes y actualidad): estas preguntas se relacionaron con aquellas actividades que les gusta hacer en su tiempo libre, y de ese mismo modo si las matemáticas están presentes en sus quehaceres o actividades diarias y de qué manera.

Sobre su futuro (motivaciones, aspiraciones, para su vida profesional y personal): esta serie de preguntas se elaboraron con el propósito de saber cuáles son sus aspiraciones profesionales y personales, pero, además, si eso que aspiran tiene relación con las matemáticas y la manera en la que estas pueden ser aplicadas en su ámbito profesional y laboral en un futuro.

Hay que mencionar además que, durante esta fase se realizaron los análisis correspondientes de lo que se obtuvo en la entrevista semiestructurada, y para tal fin, primero fue necesario realizar una codificación abierta y axial, en donde se establecieron categorías de análisis que permitieron organizar toda la información recolectada. Luego, se presenta una rejilla de análisis que resume lo encontrado en las entrevistas y se describen y se caracterizan las intenciones de aprendizaje de los estudiantes.

Por último, para caracterizar las intenciones de los estudiantes de grado 8-2 se tuvo en cuenta como fundamento teórico los tipos de intenciones de aprendizaje que distingue Skovsmose (1994/1999) (ver capítulo 2, intenciones de aprendizaje).

3.2.3 Fase 3: Diseño Y Análisis De La Propuesta Didáctica

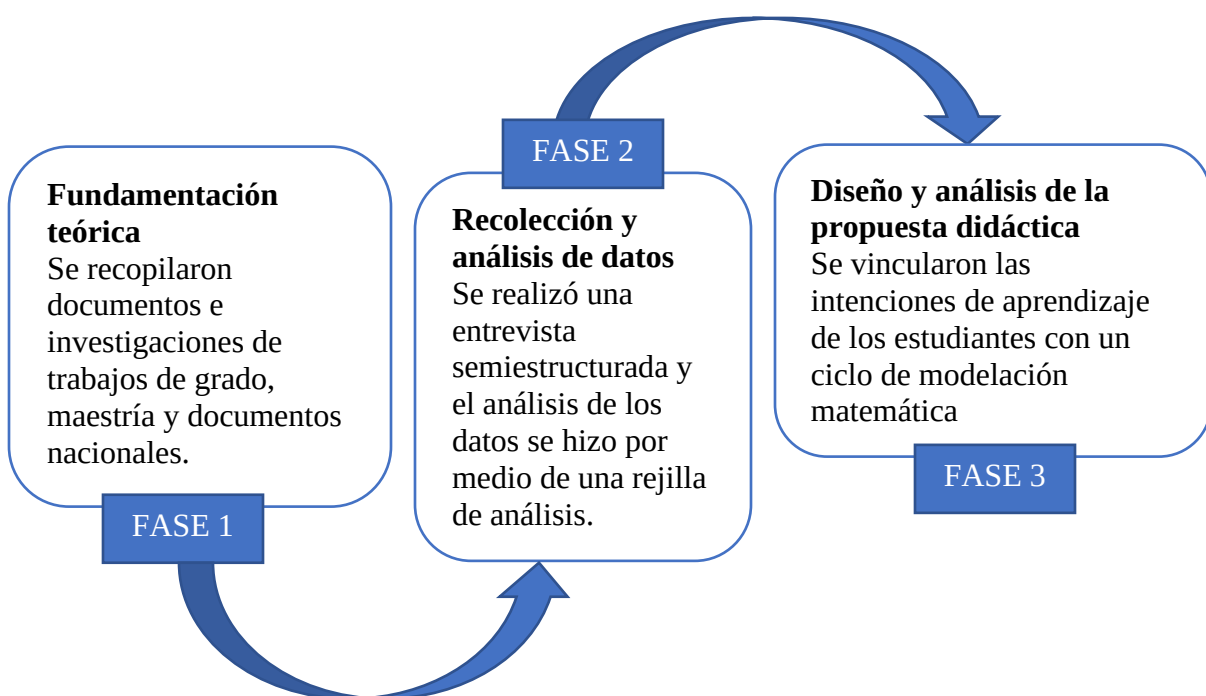
Esta última fase permitió darle cumplimiento al tercer objetivo, en el cual se elabora una propuesta didáctica por proyecto que vincula las intenciones de aprendizaje de los estudiantes, la fundamentación teórica sobre el concepto de función como covariación y un ciclo de modelación matemática; lo anterior como parte de la estrategia emprendida para dar solución a la problemática identificada. Durante esta fase se utilizaron los resultados de los análisis de las

entrevistas donde se identificaron las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2. También se propone el montaje de un escenario de aprendizaje asociado a las redes sociales y las tendencias.

A continuación, se presenta un diagrama que contiene las fases mencionadas:

Esquema 1.

Fases de la investigación



Capítulo 4. Análisis De Las Entrevistas Semiestructuradas

En la tabla 4 se presentan las categorías de análisis que resultaron del ejercicio de codificación abierta y axial de las entrevistas semiestructuras realizadas a los 20 estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH. En la rejilla de la tabla 4 se presentan unas conclusiones generales derivadas del análisis realizado a cada categoría resultante, en relación con los ejes temáticos que se propusieron en la guía de la entrevista: *sobre la clase de matemáticas, antecedentes y porvenir* y, de manera adicional, como resultado del ejercicio de análisis surgió el eje temático denominado *colegio*. Más adelante se presenta una descripción y análisis para caracterizar las categorías obtenidas.

Tabla 4

Rejilla de análisis de las entrevistas semiestructuradas de los estudiantes de 8-2 de la Institución educativa Colegio Comercial de Palmira

Ejes temáticos				
Categoría	Subcategoría	Colegio	Sobre la clase de matemáticas	Sobre sus vidas (disposiciones)
				Antecedentes Porvenir
Contexto extraescolar o sociocultural y de las disciplinas	Relevancia de las Matemáticas		Se reconoce el papel funcional que tiene la enseñanza de las matemáticas en el campo laboral, académico y en situaciones de la vida diaria.	Los ambientes que rodean al estudiante y que les dan sentido a las matemáticas se relacionan con las actividades asociadas a una experiencia. También se identifica los ambientes con referencia a las carreras profesionales que desean estudiar a futuro.
	Sentido de las matemáticas		Las matemáticas son importantes para estar en sociedad.	Las matemáticas tienen un carácter instrumental (utilitario).
	Conocimiento matemático			La mayoría identifican matemáticas "elementales" en los contextos asociados al antecedente y a las actividades extraescolares. Por otro lado, se Se identifican matemáticas "elementales" en contextos asociados a la carrera profesional que quieren estudiar, ya sea porque van

		identifican matemáticas "avanzadas" relativas al contenido específico de las matemáticas que ven en clase, en contextos con referencia a las profesiones-disciplinas (un físico o un químico).	a requerir esos contenidos para estudiar la profesión o para posteriormente ejercerla, y a su vez, dependiendo de la naturaleza de éstas se determina el nivel de matemáticas a ver ("lo básico o avanzado").
Metodología	En la práctica educativa	Se resalta como buena la manera de explicar de la profesora y el retomar el tema las veces que sean necesarias hasta que los estudiantes consideran que entienden el tema. La clase se desarrolla dentro de un paradigma del ejercicio.	

		Con respecto a las participaciones en clase, se resalta que la profesora tiene en cuenta a los estudiantes en las salidas al tablero.	
Elementos que se pueden añadir en la clase de matemáticas	Se resalta el gusto por la clase de sociales, pareciese que se debe a la metodología o la manera de enseñar del profesor, puesto que en sus discursos los estudiantes mencionaban que la clase es dinámica y además "los tiene en cuenta", es como si ellos sintieran que sus participaciones y opiniones si son relevantes para el profesor	Incorporar elementos (recursos o juegos) y espacios que dinamicen la clase y promuevan el trabajo grupal y colaborativo, con el propósito de abandonar la rigidez de la clase asociada a un paradigma del ejercicio.	También se distingue cierta relación entre el gusto o no de una asignatura con respecto a sus aspiraciones profesionales, como es en el caso no solo de sociales, sino también de inglés o robótica.

	y cobran sentido en la clase.		
Enseñanza virtual	Se percibe que la virtualidad tuvo repercusiones en el ritmo de trabajo que los estudiantes realizaban de manera presencial y, para ellos ha sido satisfactorio regresar al colegio, dado que están más concentrados y no hay tantas distracciones como en casa.	La virtualidad para los estudiantes ha sido un cambio que influyó mucho en la comprensión hacia las matemáticas, pues mencionan que durante las clases les daba pereza atender a ellas, realizaban otras actividades diferentes y esto generaba en ellos aburrimiento. Algo notorio es que durante la virtualidad los estudiantes mencionan que no entendían, pero esto se debe en parte a	La virtualidad fue una experiencia significativa, pues quienes mencionaron el tema manifiestan cierto entusiasmo al regresar a la presencialidad, y a su vez de desamino y desinterés cuando el trabajo se realizó de manera virtual.

que ellos se distraían en

otras actividades.

Nota. Resumen de intenciones semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

4.1 Descripción Y Análisis De Las Entrevistas Semiestructuradas

Como se ha mencionado en capítulos anteriores, la entrevista semiestructurada permite obtener información amplia acerca de un tema de interés a partir de un cuestionario o guía de preguntas, lo cual en el presente trabajo ha sido clave para determinar las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 con respecto a sus experiencias con las matemáticas que aprenden en el colegio. Hay que mencionar, además, que las entrevistas se realizaron de manera presencial en un lapso de dos horas durante una clase de matemáticas del Colegio Comercial de Palmira OETH.

Por otra parte, las categorías que surgieron del análisis realizado a las entrevistas semiestructuradas de los estudiantes de 8-2 están relacionadas con las matemáticas y sus contextos extraescolares y/o socioculturales y de las disciplinas, la metodología en la práctica educativa y elementos que se pueden incorporar y la enseñanza virtual. Cada una de estas categorías se relacionan con sus antecedentes, porvenir, el colegio y la clase en sí misma.

4.1.1 Relevancia De Las Matemáticas Y Los Contextos Extraescolares O Socioculturales Y De Las Disciplinas

En este apartado se han considerado aquellas intervenciones de los estudiantes que evidencian una relación entre las matemáticas y su vida diaria. En primer momento los estudiantes reconocen la influencia de las matemáticas en diferentes sectores de la vida en sociedad, pues mencionan que estas serán útiles porque “para algo servirán”, en especial si se trata sobre su futuro académico y profesional, sin embargo, no es tan inmediato o sencillo para ellos reconocer la relevancia de éstas, en el sentido de precisar el cómo de esta relación. La anterior contradicción se puede denominar la *paradoja de la relevancia*, la cual define Skovsmose (1994/1999) como: “de un lado, las matemáticas tienen una influencia social

penetrante y omnipresente y, por el otro, los estudiantes y los niños son incapaces de reconocer esta relevancia” (p. 92).

Tabla 5

Ejemplo de intervenciones que dan cuenta de la relevancia de las matemáticas en la vida diaria

Entrevista 1	- E1: Mi nombre es E1, soy del grado 8-2 (.), pues::: no es que me gusten mucho las matemáticas (.) pero pa algo va a servir. - E1: todas son importantes, pero no es que me gusten mucho, normal
Entrevista 6	- E11: ... porque al fin de cuenta, en la vida se necesita matemática. - E12: En la vida se necesita cien por ciento las matemáticas, pero es que a veces es muy difícil de comprender, pero igual se entiende (.) pero ::: si.

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

Por otra parte, al indagar sobre las actividades extraescolares y su relación con las matemáticas, los estudiantes relacionan algunas nociones o conocimientos básicos -en el sentido de considerarse necesarios para estar en sociedad- con la vida diaria, por un lado mencionan la actividad de la compra y venta, situación que experimentan y realizan de manera frecuente cuando se compra o trabaja en una tienda, pues algunos de los estudiantes mencionan que, como parte de sus actividades de apoyo en el hogar o de un microemprendimiento en el colegio, se encargan de atender al cliente. También se distingue esta relación de los conocimientos matemáticos básicos con los deportes que practicaron o que actualmente realizan, como natación, patinaje, música, entre otros, así por ejemplo mencionan que en el patinaje o en la banda (para

quienes practican música) las matemáticas son útiles para medir tiempos, o en el caso de la natación se requiere para medir la cantidad de piscinas que hay que hacer según la cantidad de metros que solicite el entrenador (25, 50 o 75 metros); también identifican matemáticas básicas en actividades cotidianas como cocinar o con el conteo de objetos, por ejemplo “tantas tazas de agua por tantas de arroz”, así como se observa en la tabla 6.

Tabla 6

Ejemplo de intervenciones que dan cuenta de la relevancia de las matemáticas en relación con sus actividades extraescolares

Entrevista 1	- <i>E2: Um::: yo ayudo en el negocio de mi mamá y cuando llegan a comprar algo pues::: me toca dar la de vuelta</i>
Entrevista 8	- <i>E16: En los metros de la piscina.</i> - <i>E15: Digamos que 50 metros de piscina, los 25 metros. 40 metros.</i> - <i>E16: O sea, te dice 1000 metros y tienes que saber cuántas piscinas son.</i>

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

Con respecto a las aspiraciones profesionales la mayoría de los estudiantes consideran que las matemáticas se encuentran relacionadas con lo que quieren estudiar a futuro, así por ejemplo mencionan el deseo de ser médico, abogado, músico, entre otras profesiones, y para poder serlo necesitan estudiar matemáticas así como en el colegio, y aunque no son específico en el cómo, mencionan que el uso o no de las matemáticas depende de la naturaleza misma de la profesión, por ejemplo, el contenido o nivel de las matemáticas a ver puede variar de un médico, abogado o música, así como se observa en la tabla 7.

Tabla 7

Ejemplo de intervenciones de los estudiantes que dan cuenta de la relevancia de las matemáticas en relación con sus aspiraciones profesionales

Entrevista 1	- E1: {a mí no me parece (se ríe)} - E2: {a mí no me parece, el tema casi no tiene nada, pero si usted fuera un químico o un físico ahí si tendría relevancia}
Entrevista 3	- E5: también opino lo mismo, depende de la carrera, por ejemplo, yo que quiero ser::: estar en el mundo de la medicina pues me va a servir lo básico, pero (.), tan a profundo matemáticas no. - E6: eh::: eso a ver eso depende de la carrera que uno vaya a estudiar, pero::: en la cotidianidad no se utiliza mucho lo que uno aprende, por ejemplo suma, resta, multiplicaciones y divisiones o sea lo básico lo utilizas, por ejemplo que tú vas a comprar algo en el supermercado eso si se utiliza, pero el tema de expresiones algebraicas no mucho, por ejemplo cuando empezaron a ver disque letras con números yo ahí me confundí pero horrible, o sea porque / cómo las letras se van a combinar con los números y para qué sirve combinar letras con números.

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

4.1.2 Conocimiento Matemático Y Los Contextos Extraescolares O Socioculturales Y De Las Disciplinas

Se identifican dos tipos de conocimientos matemáticos dependiendo del contexto al cual se haga referencia, los básicos y avanzados, siendo los primeros aquellos conocimientos matemáticos considerados necesarios para desenvolverse en sociedad y en la vida diaria o por enseñarse en los primeros niveles de la educación formal; se distinguen entonces las siguientes nociones y conocimientos mencionados por los estudiantes: operaciones elementales como la suma, resta, multiplicación y división, el conteo, la numeración, nociones sobre ángulo y medidas. En cuanto a los conocimientos avanzados se ubican aquellos contenidos o temas específicos vistos en la clase de matemáticas, como el algebra, las fracciones o expresiones algebraicas.

Para los estudiantes parece sencillo distinguir conocimientos básicos en contextos de la vida diaria, quizás porque lo han experimentado, como es el caso de situaciones como la compra y venta, en momentos específicos de los deportes practicados, y para estudiar sus carreras profesionales y desempeñarlas, así como se observa en las intervenciones de las tablas 6 y 7.

En cuanto a las matemáticas avanzadas los estudiantes no tienen -o por lo menos no es claro para ellos- la relación que pueda tener ese conocimiento en su entorno y en su día a día, sin embargo, si tiene sentido para ellos pensar que un profesional los utilice como parte de su trabajo, esto a pesar de no especificar con claridad el cómo, así como se observa en la tabla 7.

4.1.3 Sentido De Las Matemáticas En Los Contextos Extraescolares, Socioculturales Y De Las Disciplinas

De manera general se puede observar que las matemáticas para los estudiantes tienen un sentido instrumental, ya sea porque las utilizan para realizar actividades cotidianas como extraescolares, o para poder estudiar la carrera profesional que desean y a su vez ejercerla.

4.1.4 Metodología De La Profesora En La Práctica Educativa

Las clases de la profesora parecen gustarles a los estudiantes pues ellos destacan que explica muy bien y, además, explica las veces que sean necesarias para el entendimiento de ellos y es algo que valoran de su parte. Véase la tabla 8.

Tabla 8

Ejemplo de intervenciones de los estudiantes que dan cuenta de sus percepciones sobre la clase de matemáticas

Entrevista 1	- E1: <i>pues a mí:::, me gusta, o sea la profesora explica muy bien (.)</i>
Entrevista 3	- E6: <i>bueno pues a mi parecer, yo creo que la profesora P, digamos que::: es que no sé cómo expresarlo (.), a veces hace las clases muy cotidianas , o sea como, como todos los días es lo mismo no pone otro tema distinto ni otra dinámica, eh::: y pues pone a veces mucho mucho texto, ¿no? y pues en cierta parte de llenarnos tanta información como es como malo ¿ya?, porque yo prefiero que a mí me expliquen me pongan un ejemplo y yo ya entiendo, bueno lo capto de una, pero que nos pongan a escribir demasiado y a ponernos muchas cosas pues lo llena a uno ya de mucha información.</i>

Entrevista 4	- E7: <i>pues::: ella::: primero copiamos la teoría (.), luego unos ejemplos, y luego ella explica y después de pronto en las siguientes clases ella pone ejercicios</i>
---------------------	--

Entrevista 9	- E19: <i>Pues a mí, el concepto que trabaja la profe pues me parece muy bien, pues ella nos explica cómo se hacen las, pues los ejercicios, que aprendamos las matemáticas para el futuro de nuestras vidas.</i>
---------------------	---

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

Con respecto a las participaciones en clase, cabe resaltar que la profesora tiene en cuenta a los estudiantes en las salidas al tablero y a veces coloca “trampas” en los ejercicios para que ellos caigan en cuenta del error y esto también es del agrado de los estudiantes, sin embargo, no faltaron algunos comentarios orientados a la metodología con la que se desarrolla la clase, pues para ellos las clases suelen ser "repetitivas, cotidianas" dado que coloca mucho texto o teoría y luego siguen ejercicios. Se puede decir que la profesora recae en lo que Skovsmose (2012) asigna con el nombre de *actividad dirigida* y sus clases se desarrollan dentro de un *paradigma del ejercicio*, generando en algunos estudiantes desánimo hacia la clase. Ver tabla 8.

Por otra parte, la profesora les ha mencionado que es importante aprender matemáticas para el futuro, pero, al parecer no es específica en evidenciar de qué manera les va a ayudar o el cómo las pueden aplicar, o en qué situaciones a largo plazo les pueden ser útiles; se puede decir que los estudiantes a pesar de que les gusta su manera de explicar no le encuentran mucho sentido a lo que aprenden porque la dinámica de la clase es únicamente teoría y ejercicios. Ver tabla 8.

4.1.5 Elementos Que Se Pueden Incorporar En La Clase De Matemáticas

En este apartado se ha considerado en particular los elementos que se pueden incorporar en la clase de matemáticas por considerarse del gusto y agrado de los estudiantes. Con respecto a sus asignaturas favoritas, se ha encontrado que a los estudiantes les gusta mucho la clase de sociales y aunque mencionan otras asignaturas, ésta se mencionó en la mayoría de las entrevistas, pareciese que se debe a la metodología o la manera de enseñar del profesor, puesto que en sus discursos mencionaban que la clase es dinámica y además "los tiene en cuenta", es como si ellos sintieran que sus participaciones y opiniones tienen sentido en la clase y son relevantes para el profesor.

También se distingue cierta relación entre el gusto de una asignatura con respecto a sus aspiraciones profesionales, como es en el caso no solo de sociales, sino también de inglés o robótica, así como se observa en la tabla 9. En este sentido se puede retomar las ideas expuestas por Skovsmose (1994/1999) sobre el papel de porvenir en la producción de significado, pues a partir de éste los estudiantes pueden encontrar motivos a partir de los cuales establecen intenciones para involucrarse en su aprendizaje y en la clase en general, de ahí su gusto por la asignatura.

Tabla 9

Ejemplo de intervenciones de los estudiantes que dan cuenta del gusto hacia una asignatura

Entrevista 6	-	<i>E11: La mía solo es sociales, ya que pues::: digamos que es como la materia que se acerca más a lo que yo quiero ser cuando sea grande, sobre lo que quiero estudiar,</i>
---------------------	---	--

sobre (...) el profesor explica muy bien, es muy divertido...

Entrevista 7 - *E13: Mmm inglés, también. Porque quiero aprender otros idiomas así, aprender a hablar muy bien el inglés y avanzadamente también, para poder::: si en un futuro poder viajar y hablar bien el idioma.*

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

4.1.6 Enseñanza Virtual

Con respecto a la enseñanza virtual se puede decir que la virtualidad se considera para los estudiantes una experiencia significativa y digna de mencionarse cuando de las clases en el colegio se trata. Esta experiencia tuvo repercusiones en el ritmo de trabajo que los estudiantes desempeñaban de manera presencial y a su vez manifiestan cierto sentimiento de satisfacción por regresar al colegio, dado que, están más concentrados y no hay tantas distracciones como en casa.

Tabla 10

Ejemplo de intervenciones de los estudiantes que dan cuenta de su sentir sobre la enseñanza virtual

Entrevista 3 - *E6: ...pues yo por ejemplo:::, a mí en la clase virtual si me aburría demasiado, yo le cogí pereza al estudio, aunque::: no es justifica pero, el::: la clase virtual hay muchas*

distracciones, pero::: yo prefiero mil veces presencial que virtual

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

4.2 Caracterización De Las Intenciones De Aprendizaje De Los Estudiantes de 8-2

En este apartado se van a caracterizar las intenciones de aprendizaje que se identificaron a partir del análisis de las entrevistas semiestructuradas y las categorías resultantes, intenciones que para Skovsmose (1994/1999) pueden identificarse, surgir y explicarse al indagar por el antecedente y el porvenir del estudiante, y a partir de estas el estudiante puede encontrar motivos para involucrarse en su proceso de aprendizaje. Se identificaron por lo tanto intenciones de aprendizaje asociadas al contenido de la clase, al porvenir y al antecedente de los estudiantes, intenciones no compartidas e instrumentales, correspondientes a los tipos de intenciones identificadas por Skovsmose (1994/1999).

4.2.1 Intenciones De Aprendizaje Asociadas Con El Contenido

Las intenciones de aprendizaje asociadas con el contenido se relacionan con la utilidad de las matemáticas, pues se considera que éstas servirán -como lo dicen los estudiantes- “para algo”. En relación con el conocimiento matemático se distinguen aquellos conocimientos elementales o básicos porque se utilizan con más frecuencia durante el día a día, como sumar, restar, multiplicar y dividir, medir, enumerar y contar; por otro lado, se distingue los conocimientos específicos de la clase -o en contraste, denominados avanzados- los cuales tienen sentido cuando se ejerce o desarrolla ciertas actividades laborales como en el caso de un físico o químico.

Por consiguiente, se puede considerar que para los estudiantes los contenidos matemáticos desarrollados durante la clase tienen sentido cuando se asocia a un campo laboral o

disciplinar -el cual perfectamente puede no corresponder a su aspiración profesional-. Con respecto a la anterior afirmación Skovsmose (1994/1999) comenta que la falta de identificación del uso de las matemáticas en escenarios que tengan lugar por fuera del salón de clase tiene implicaciones en la motivación que el estudiante puede presentar durante su proceso de aprendizaje. El hecho de no asociar este tipo de contenidos matemáticos avanzados o temas específicos con algún elemento relativo a su porvenir, como es el caso de una carrera profesional que desee estudiar en el futuro, afecta la manera de ver e implicarse en su propio proceso de aprendizaje, es decir que las expresiones algebraicas o los productos notables no les serán de utilidad y por ende la motivación manifiesta en el salón de clase se relaciona con el deseo de aprobar la asignatura.

4.2.2 Intenciones De Aprendizaje Asociadas A Sus Antecedentes

Existen intenciones de aprendizaje relacionadas con los antecedentes de los estudiantes, en ese sentido se destacan actividades asociadas a una experiencia, como practicar un deporte (natación, patinaje), estudiar música, dibujar o colaborar en el hogar con la atención de una tienda, entre otras. En relación con estas experiencias los estudiantes reconocen una utilidad a las matemáticas relativas a las operaciones básicas en situaciones de compra y venta, de la contabilidad en el hogar o de una empresa; en el conteo de objetos u animales, en la toma de medida de tiempos, la cantidad de tazas por cierta cantidad de arroz, entre otras.

De esta manera se puede concluir, así como lo comenta Skovsmose (1994/1999), que el antecedente se convierte en una fuente de motivación para la implicación del estudiante en su proceso de aprendizaje y para la producción de significado, pues es en estas situaciones asociadas a sus experiencias en las que es posible distinguir un sentido al saber matemático diferente al asignado durante la clase de matemáticas.

4.2.3 Intenciones De Aprendizaje Asociadas A Su Porvenir

Se identifican intenciones de aprendizaje asociadas a la carrera profesional que desean estudiar a futuro, por ejemplo, ser un arquitecto, músico, economista o futbolista, ingeniero, veterinario, médico cirujano, abogado/a, entre otros, pues son en esos casos específicos a partir de los cuales se identifican y en algunos casos se establecen relaciones entre nociones y conocimientos matemáticos elementales y su porvenir. De esta manera las operaciones básicas, la medición de distancias y ángulos y el conteo, son los conocimientos matemáticos más mencionados; los estudiantes consideran además que dependiendo de la naturaleza de la profesión se determina la profundidad de las matemáticas a estudiar -las matemáticas que vea un químico no serán las mismas para el caso de un abogado.

Al respecto Skovsmose (1994/1999) y Valero y Skovsmose (2012) comentan que para explicar las intenciones de una persona no es suficiente considerar solo su antecedente, también hay que considerar como fuente de motivaciones su porvenir, pues las posibilidades futuras que visualiza e interpreta una persona pueden motivar acciones y participaciones significativas. “Si quieres entender las actividades de aprendizaje de los estudiantes y la manera como ellos se comprometen en sus procesos, es importante entender qué consideran en su porvenir y sus posibilidades en la vida” (Valero y Skovsmose, 2012).

4.2.4 Intenciones No Compartidas E Instrumentales

Se identifican intenciones de aprendizaje que pueden ser catalogadas como no compartidas entre el docente y los estudiantes, pues en su mayoría mencionaban algunos elementos que les gustaría fueran incorporados en la clase de matemáticas, por ejemplo, juegos y recursos, e incluso espacios que dinamicen la clase y promuevan un trabajo grupal y colaborativo, pero en la práctica se realiza lo contrario. Ver tabla 11.

Tabla 11

Ejemplo de intervenciones de los estudiantes sobre la posibilidad de dinamizar la clase de matemáticas

Entrevista 4	<i>E8: más dinamismo (responden al mismo tiempo)</i>
Entrevista 5	<i>E9: Mmm, que la clase fuera un poco::: más::: (.)</i>

dinámica

Nota. Intervenciones tomadas de las entrevistas semiestructuradas realizadas el 23 de febrero de 2022 a estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH.

En relación con el docente y la estructura de la clase se distinguen intenciones de aprendizaje instrumentales, pues el actuar de los estudiantes se ajusta tanto a las dinámicas que se acuerdan durante la clase y a las expectativas del docente. Por ejemplo, los estudiantes mencionaban que por lo general en una clase de matemáticas se trabaja inicialmente la parte teórica y luego la práctica, correspondiente a la aplicación de los procedimientos aprendidos, de esta manera los estudiantes saben que posterior a la teoría ellos deben participar y realizar los ejercicios y actividades propuestos por la profesora, independientemente del gusto o no que tengan por la materia.

Capítulo 5. Diseño Y Análisis De La Propuesta Didáctica

5.1 Proyecto

El diseño de la propuesta didáctica que se presenta a continuación está pensado en una problemática que se considera es socialmente relevante en jóvenes que tienen acceso a las redes sociales y que alguna vez en sus vidas han sido partícipes de la viralización de contenidos e información de personajes que no conocen. Para la propuesta, es indispensable que el docente encargado de dirigir la actividad tenga conocimientos sobre las redes sociales en particular Twitter.

Es una actividad que busca articular elementos relativos a la educación matemática crítica y las seis etapas que hacen parte de un ciclo de modelación matemática que definen Blum y Ferri (como se citó en Belalcázar y Orozco, 2020), para el aprendizaje del concepto de función como variación en grado octavo.

Hay que mencionar además que, el propósito fundamental del diseño no es el estudio del concepto de función exponencial, al contrario, lo que se busca es estudiar el concepto de función desde lo variacional, resaltando así las magnitudes inmersas, la razón de cambio, el crecimiento y decrecimiento y el modelaje matemático, pero dada la naturaleza de la situación de las redes sociales, esta da apertura a dicha función en particular.

Se estima que la aplicación del proyecto tiene una duración de aproximadamente dos semanas para un total de 9 horas, debido a que en el Colegio Comercial de Palmira se tiene una intensidad horaria semanal de matemáticas de 5 horas. En la tabla 12 se presenta en detalle la distribución de las actividades por sesión de clase de 45 minutos, para un total de 9 clases. Cabe mencionar, que dependiendo de la intensidad horaria de la institución educativa donde se quiera aplicar el proyecto, la cantidad de sesiones de clase puede aumentar.

Con el propósito de disminuir la cantidad de sesiones de clase y de resaltar el carácter interdisciplinar que propone un trabajo por proyecto, se deja a criterio del lector interesado en aplicarlo, realizar las siguientes actividades en conjunto con otras áreas, así, por ejemplo, se propone realizar las actividades #1 y #2 de la etapa 3 y 4, respectivamente en dos sesiones de una clase de sistemas. También se propone realizar la actividad #1 de las etapas 1 y 6 en dos sesiones de una asignatura con enfoque de formación ciudadana.

Tabla 12

Cronograma tentativo para la realización del proyecto.

ACTIVIDAD	HORAS
Etapla 1: Construcción	Tiempo total, etapa 1: 45 minutos
Actividad #1 y #2	- 45 minutos para presentar la situación de los memes y la situación de Ana. (1 sesión de clase).
Etapla 2: Simplificación y estructuración	Tiempo total, etapa 2: 1 hora y 30 minutos
Actividad #1: Experiencia en redes sociales.	- 1 hora y 30 minutos para la experimentación y elaboración de las tablas. (2 sesiones de clase).
Etapla 3: Hallemos un modelo matemático	Tiempo total, etapa 3: 45 minutos.
Actividad #1: Representemos la información en una gráfica	

	- 45 minutos para realizar las gráficas y encontrar los 2 modelos matemáticos. (1 sesión de clase).
Etapa 4: Trabajar matemáticamente	Tiempo total, etapa 4: 1 hora y 30 minutos.
Actividad #1: Estudiando el cambio y la variación	- 45 minutos para responder las preguntas (1 sesión de clase).
Actividad #2: Realicemos cálculos a partir de un modelo matemático	- 45 minutos para realizar los cálculos matemáticos (1 sesión de clase).
Etapa 5: Interpretación	Tiempo total, etapa 5: 45 minutos
Actividad #1: Análisis en contexto de los resultados matemáticos	- 45 minutos para responder las preguntas Total: 1 sesión de clase.
Etapa 6: Validación y exposición	Tiempo total, etapa 6: 1 hora y 30 minutos
Actividad #1: Análisis y reflexión	- 45 minutos para la actividad #1
Actividad #2: Trabajando en Twitter.	- 45 minutos para la actividad #2

Nota. Cronograma tentativo por sesión de clase de 45 minutos.

5.1.1 Etapa 1: Construcción

Con el propósito de introducir y familiarizar a los estudiantes con la situación sobre las redes sociales y en particular la problemática sobre los contenidos de publicaciones que se vuelven virales, se muestra una secuencia de “memes” que se considera han sido compartidos y modificados a nivel mundial por diferentes usuarios en las redes sociales, los cuales además utilizan la imagen de una persona del común que por factores ajenos a él o ella terminó siendo tendencia.

Para esta primera etapa el docente encargado tiene dos opciones para iniciar la contextualización de la problemática, por una parte, puede presentar las dos actividades que se proponen, la #1 sobre las publicaciones virales y la #2 sobre la vida de Ana. Otra opción por parte del docente es utilizar solo la actividad #2.

5.1.1.1 Actividad 1: Publicaciones virales.

Objetivo de la actividad: introducir y familiarizar a los estudiantes con la situación sobre las redes sociales y en particular la problemática de los contenidos de publicaciones que se vuelven virales.

Figura 4

Hide the Pain Harold (Harold oculta el dolor).



Nota. Tomado de BinBang! New. Andrés Arató, el hombre detrás del meme Harold hide the pain.

Luego de observar las imágenes del meme de Harold, responde las siguientes preguntas:

- ¿Alguna vez has visto estas imágenes en tus redes sociales?
- En caso de haber visto las imágenes, ¿las has compartido?
- ¿Qué conoces sobre la vida de la persona que está más allá del personaje de la imagen o meme?

A continuación, se presenta el video en el cual Andrés Arato -el personaje del meme *Hide the Pain Harold*- cuenta su historia sobre cómo se convirtió en meme:

<https://www.youtube.com/watch?v=eXAMR7Gx3r8>

Después se propone realizar un debate en clase en torno a las siguientes preguntas:

- ¿Qué impresión les genera la historia de vida de Andrés Arato?
- ¿Alguna vez han compartido una publicación, foto o video de alguien que no conocen y cuyo contenido les generó gracia?
- ¿Qué piensan sobre el hecho de publicar información en redes sociales de personas que no conocemos sin previa autorización?
- ¿Cuáles ventajas o desventajas pueden tener compartir de manera masiva este tipo de imágenes?

5.1.1.2 Actividad 2: La vida de Ana

Objetivos de la actividad:

- Presentar algunas consecuencias que se generan cuando se comparte de manera indiscriminada contenidos en redes sociales.
- Reflexionar sobre nuestra participación como usuarios de las redes sociales cuando compartimos contenidos.

Ana es una joven de 15 años que le gusta utilizar mucho las redes sociales y el WhatsApp. Con la intención de hacer un video gracioso y enviarlo al grupo de sus amigas de WhatsApp, Ana realiza muecas y movimientos de baile un poco vergonzosos, sin embargo, lo envía al grupo equivocado en el cual hay 50 participantes, no todos son conocidos para ella, y no se fija sino hasta después de 10 minutos. Ana al tratar de eliminar el video del grupo, se da cuenta que ya es demasiado tarde para hacerlo porque ha pasado bastante tiempo. Uno de los participantes de manera intencional comparte el video a una página de “memes” de tiktok y Twitter y este se viraliza rápidamente.

Horas después, Ana se da cuenta de que su video está por las redes sociales y ya muchas personas lo han compartido, además, se percata de que se están burlando de ella, están etiquetando sus cuentas de Instagram y Twitter y le están llegando mensajes malintencionados, con palabras ofensivas. También, la situación ha sido tal que hay grupos de personas que han creado cuentas falsas con su nombre en la que difunden sus fotos personales. Esta situación para Ana se ha vuelto insostenible, pues le da vergüenza salir a la calle debido a que las personas le dicen palabras feas, sus fotos están en diferentes redes sociales y por eso no quiere regresar al colegio. Debido a esto, Ana ha entrado en depresión, sus padres ya no saben cómo ayudarla e incluso ha pensado en suicidarse.

Con base a la historia de Ana, responde:

1. ¿Qué tipo de contenido sueles compartir en la red social que más utilizas?
2. ¿Cuál crees que es el tipo de contenido que más se viraliza?
3. Cuando observas videos graciosos de personas que tratan de ridiculizar a una persona, ¿los compartes?

4. Suponiendo que eres Ana, ¿cómo te afectaría esta situación?, ¿qué medidas o acciones tomarías?
5. ¿Te preocupa que un video o foto tuya se comparta sin tu consentimiento?
6. ¿Te has preguntado sobre el daño emocional que le pueden causar a una persona si compartes información sobre la cual no tienes autorización para compartir?
7. ¿Por qué crees que un contenido o información en la red social se vuelve viral?
8. ¿Cuántas personas crees que pueden ver el contenido que se comparte en internet?

5.1.2 Etapa 2: Simplificación Y Estructuración

5.1.2.1 Actividad 1: Vamos a las redes sociales/ Hashtag.

Objetivo de la actividad: Experimentar y registrar datos cuantitativos de una tendencia en la red social Twitter.

Objetivo de aprendizaje: identificar las variables inmersas en la problemática sobre las publicaciones que se comparten en redes sociales, en particular Twitter, y la relación que se establece entre estas variables.

Esta actividad pretende que los estudiantes estudien e identifiquen las variables que se pueden relacionar con respecto a las publicaciones que se vuelven virales en las redes sociales e identifiquen la relación de dependencia de estas variables a partir de los datos que ellos mismos van a extraer de Twitter.

Por otra parte, la actividad busca que los estudiantes reconozcan cómo una situación “como la de Ana”, puede ser modelada a partir de los hashtags que se utilizan en las diferentes redes sociales y que terminan siendo tendencias.

Para iniciar la actividad los estudiantes van a trabajar en grupos de máximo 5 integrantes y, para ello, es importante el uso de las herramientas tecnológicas, estas pueden ser celulares, tablets e incluso computadoras si es el caso.

Antes de empezar es importante aclarar que, para aquellos estudiantes que no cuentan con redes sociales, es necesario una autorización firmada por sus padres o acudientes para la creación de una nueva cuenta que será utilizada únicamente para fines académicos, en particular para el desarrollo de esta actividad. Al finalizar, pueden eliminar la cuenta.

A continuación, se presentan las instrucciones que los estudiantes deben de tener en cuenta para la toma de los datos.

1. Deben ingresar a la aplicación de Twitter ¹⁰, en caso de no tenerla pueden descargarla ingresando a play store para el caso de Android, o a la app store para aquellos que utilizan iOS.
2. Si alguno de los integrantes del grupo ya tiene una cuenta registrada, iniciar sesión, de lo contrario crearla con su correo personal o institucional.
3. Después de crear la cuenta deben ubicarse en la sesión de tendencias que se encuentra en el icono de buscar y luego escoger una de las que se muestran, en especial se espera que la escogencia de esta sea la de mayor número de tweets o publicaciones; luego de seleccionar la tendencia o el hashtag con el que van a trabajar, se ubican en la sesión de más recientes.

¹⁰ Para esta actividad es fundamental que el docente tenga conocimiento sobre la red social de Twitter y la dinámica que se pretende trabajar con respecto a los hashtags y las tendencias.

4. Con el propósito de saber la manera en la que dicha tendencia es cada vez más viralizada, se van a tomar los datos de tiempo transcurrido y el número de publicaciones de la siguiente manera:

Experiencia # 1: Tiempo transcurrido vs número de publicaciones

Para la toma de datos los estudiantes deben de seleccionar un hashtag que esté en tendencia, puede ser el de mayor número de publicaciones; luego, para tomar el tiempo puede utilizar un cronómetro y van a contar por minutos cuántas nuevas publicaciones se registran, como se indica en el siguiente ejemplo:

Para los fines del siguiente ejemplo se utilizó el hashtag de la #MetGala que estuvo en tendencia, para ello los estudiantes deben de elaborar una tabla como la siguiente donde se registre el tiempo transcurrido por minuto, es decir, que los primeros datos se harán en un intervalo de un minuto, luego se toma un nuevo dato, pero para un intervalo de dos minutos, luego para un intervalo de tres minutos y así sucesivamente hasta obtener un mínimo de 10 datos, máximo 20.

Tabla 13

Tiempo transcurrido vs número de publicaciones

Tiempo transcurrido (por minuto)	Número de publicaciones
1 minuto	15
2 minutos	24
3 minutos	44

Nota. Datos reales experimentales del hashtag #MetGala (2022)

Luego de registrar los datos, responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál fue el hashtag que utilizaron para tomar los datos?
2. A partir de la experiencia realizada ¿Cuáles son las variables que se relacionan en la situación?
3. ¿Cuántas publicaciones se compartieron transcurrido 1 minuto?
4. ¿Cuántas publicaciones se compartieron transcurridos 2 minutos? ¿Y transcurridos 3 minutos?
5. ¿Qué puedes decir sobre la cantidad de publicaciones compartidas al transcurrir el tiempo?
6. ¿Qué otras interacciones en Twitter consideras tienen un comportamiento similar a los hashtags?¹¹

5.1.3 Etapa 3: Matematización: Hallemos Un Modelo Matemático

Recapitulando el caso de Ana, se ha encontrado que las vistas de su video se incrementan cada vez más en Twitter, esto debido a que muchas personas lo han compartido por medio de hashtags, sin embargo, también se ha observado que, al cabo de unos cuantos días, el video ha perdido audiencia de modo que las vistas han disminuido.

¿Te has preguntado alguna vez, cómo es posible que por medio de las redes sociales una publicación puede volverse viral al cabo de horas e incluso días, pero que luego esta misma deje de ser tendencia y el tema ya no sea tan viral como al principio?

¹¹ Se espera que los estudiantes puedan identificar que además de los hashtags también existen otras variables que influyen en la manera en la que se comporta una publicación viral, como es el caso de los me gusta, los comentarios e incluso los Retweets.

Para dar respuesta a lo anterior, es necesario encontrar un modelo matemático, que para efectos de esta actividad será la determinación de una expresión algebraica, sin embargo, para esta actividad se va a obtener tres tipos de gráfica que mostrarán lo siguiente:

- La gráfica #1, permitirá que los estudiantes observen la razón de cambio entre los datos, y crecimiento y decrecimiento.
- La gráfica #2 permitirá obtener un modelo matemático para los datos cuya tendencia es creciente.
- La gráfica #3 permitirá obtener un modelo matemático para los datos cuya tendencia es decreciente.

5.1.3.1 Actividad #1: Representemos la información en una gráfica.

Objetivo de la actividad: Registrar datos cuantitativos de la situación hipotética de Ana.

Objetivo de aprendizaje: Determinar un modelo matemático por medio de la línea de tendencia de Excel.

A continuación, se presenta en la tabla 13 los datos¹² que se encontraron sobre la manera en la que se viraliza la información del video compartido por Ana.

Tabla 14

Días transcurridos vs Número de publicaciones

Fecha	Día	Número de publicaciones
5/18/2021	1	23

¹² Los datos que se brindan en la tabla son hipotéticos, es decir, que se va a trabajar con datos de una semi realidad para que los estudiantes encuentren un modelo matemático.

5/19/2021	2	25
5/20/2021	3	25
5/21/2021	4	34
5/22/2021	5	39
5/23/2021	6	48
5/24/2021	7	52
5/25/2021	8	67
5/26/2021	9	75
5/27/2021	10	83
5/28/2021	11	75
5/29/2021	12	69
5/30/2021	13	58
5/31/2021	14	42
6/1/2021	15	31
6/2/2021	16	24
6/3/2021	17	23
6/4/2021	18	23
6/5/2021	19	17
6/6/2021	20	15

Nota. Datos hipotéticos sobre la situación de Ana. Autoría propia.

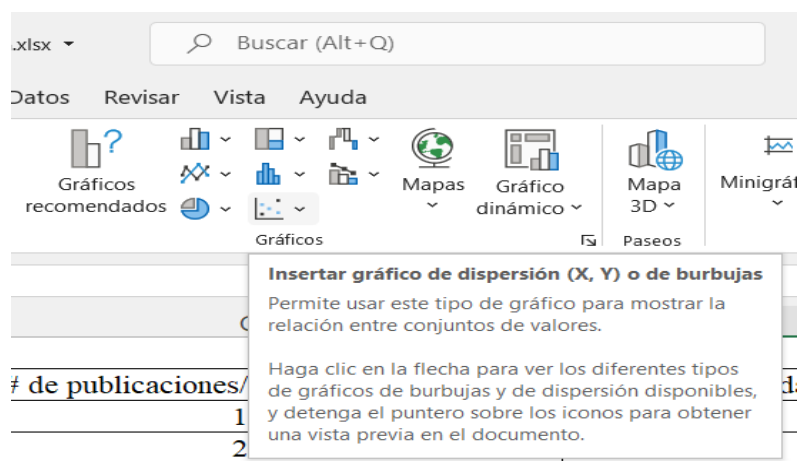
Con los datos que se encuentran en la tabla 14 determinar un modelo matemático a través de la herramienta de Excel. Sigue el paso a paso que se muestra a continuación:

- Ingresar los datos de la tabla 13 en Excel.

- Seleccionar los datos de días y número de publicaciones.
- Dar click en insertar, luego dirigirse a gráficos y seleccionar insertar gráfico de dispersión con puntos, observa la figura 5.

Figura 5

Explicación de cómo obtener un gráfico de dispersión con puntos

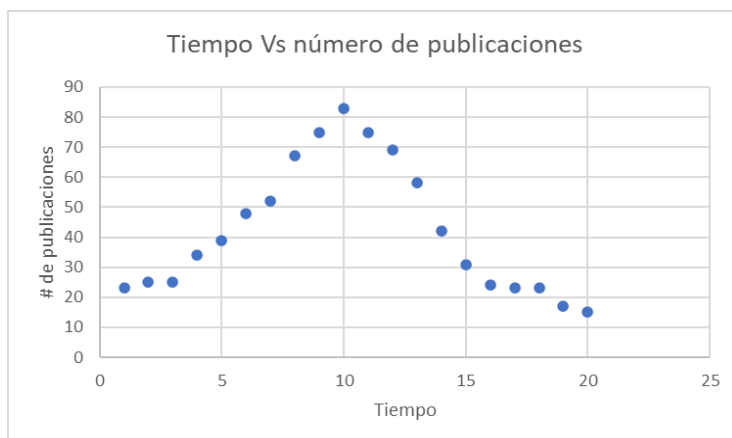


Nota. La figura muestra las indicaciones que se deben de seguir para realizar un gráfico de dispersión.

Cuando los estudiantes realicen la gráfica para todos los datos, van a obtener una gráfica como la siguiente:

Figura 6

Gráfica de tiempo vs Número de publicaciones



Nota. La gráfica de la figura muestra el comportamiento de las publicaciones del video de Ana a medida que el tiempo transcurre.

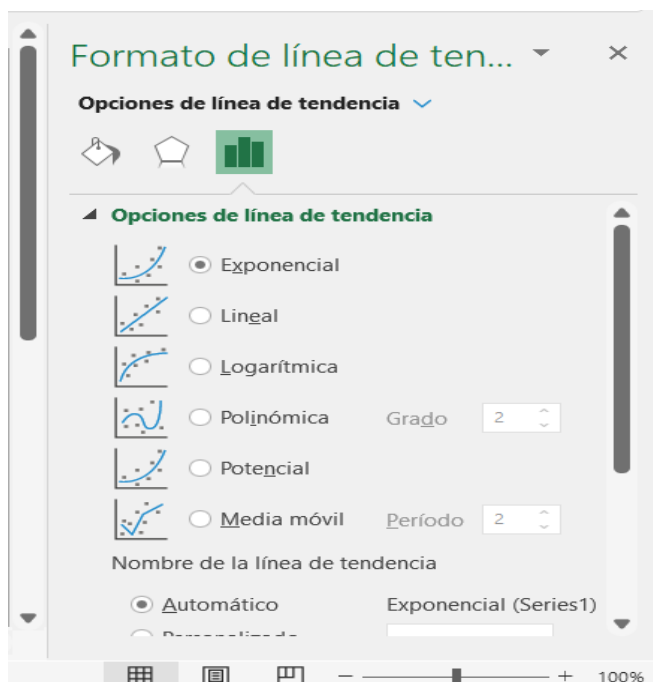
Gráfica #2

Para la segunda gráfica únicamente van a graficar los datos que van desde la fecha 5/18/2021 hasta 5/27/2021, luego, obtener un modelo matemático. Sigue los siguientes pasos:

1. Seleccionar las columnas de días y número de publicaciones desde la fecha 5/18/2021 hasta 5/27/2021
2. Insertar un gráfico de dispersión
3. Dar click encima de los puntos en la gráfica, luego, click derecho y seleccionar en agregar línea de tendencia.
4. Al lado derecho se abrirá una ventana como la que se muestra en la figura 5.
5. En opciones de línea de tendencia seleccionar la opción de exponencial.
6. En la misma ventana, bajar y buscar la opción de presentar ecuación en el gráfico.

Figura 7

Ventanilla de formato de línea de tendencia

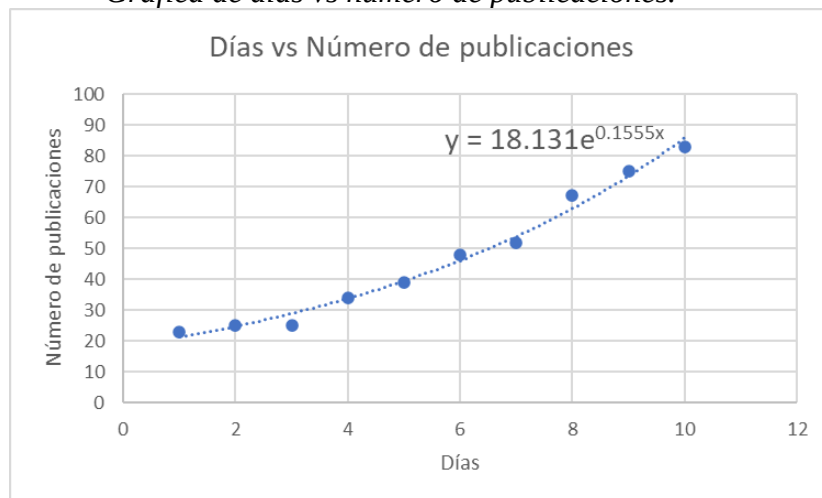


Nota. La figura muestra un ejemplo de la ventanilla que debe de aparecer en Excel para dar formato de línea de tendencia a los datos de la gráfica obtenida.

Después de seguir los pasos anteriores, los estudiantes obtendrán una gráfica como la siguiente:

Figura 8

Gráfica de días vs número de publicaciones.



Nota. La gráfica de la figura muestra el comportamiento de las publicaciones del video de Ana a medida que el tiempo transcurre.

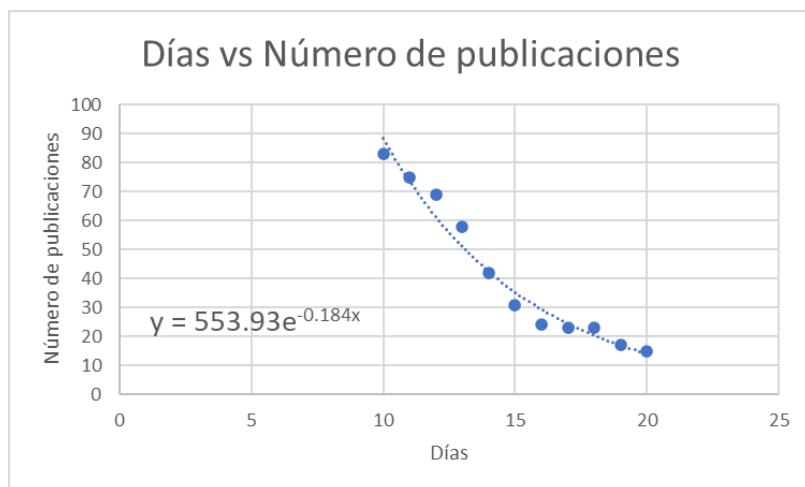
Gráfica #3

Para la tercera gráfica únicamente van a graficar los datos que van desde la fecha 5/27/2021 hasta 6/6/2021, luego, vamos a obtener un modelo matemático, siguiendo los pasos anteriores de la gráfica 2.

Los estudiantes obtendrán la siguiente gráfica:

Figura 9

Gráficas de días vs número de publicaciones.



Nota. La gráfica de la figura muestra el comportamiento de las publicaciones del video de Ana a medida que el tiempo transcurre.

5.1.4 Etapa 4: Trabajar Matemáticamente

5.1.4.1 Actividad #1: Estudiando el cambio y la variación.

Objetivo de la actividad: Formalizar conocimientos matemáticos sobre la función, específicamente la exponencial¹³.

Objetivo de aprendizaje: Estudiar el cambio y la variación de una función creciente y decreciente.

A partir de tabla 14 y de las gráficas obtenidas responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué pueden decir sobre el número de publicaciones durante los primeros 10 días?
2. Después de 10 días transcurridos, ¿Qué sucede con el número de publicaciones?
3. ¿Qué significa el pico más alto en la primera gráfica?
4. A partir de las parejas de puntos que se presentan a continuación, completa la tabla 15:

Tabla 15

Razón de cambio para parejas de puntos crecientes y decrecientes

Pareja de puntos	Diferencia entre las abscisas Δx	Diferencia entre las ordenadas Δy	Cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
(1, 23)			
(2, 25)			
(5, 39)			
(6, 48)			
(9, 75)			
(10, 83)			
(10, 83)			

¹³ Se habla de función exponencial porque fue el modelo matemático obtenido de las actividades, sin embargo, para este diseño, es de más relevancia trabajar con las magnitudes, con el cambio, la variación, el dominio, etc.

(11, 75)

(16, 24)

(17, 23)

(19, 17)

(20, 15)

Nota. Datos tomados de la tabla 14 para definir las parejas de puntos crecientes y decrecientes. Autoría propia.

5. ¿Cuál es la diferencia (no numérica) entre la razón de cambio para las tres primeras parejas de puntos en comparación a las tres últimas parejas de puntos en la tabla?
6. ¿Cómo es el comportamiento de los puntos de una gráfica cuya razón de cambio es negativa?
7. ¿Qué se puede decir del comportamiento de los puntos para una gráfica cuya razón de cambio es positiva?

Después de socializar las anteriores preguntas, el docente se encarga de presentar la formalización del concepto:

¿Te has preguntado por qué las expresiones algebraicas obtenidas en la etapa anterior son de esa forma...? Aquí te daremos respuesta.

La expresión algebraica que obtuvieron es de la forma $f(t) = ae^{kt}$, lo cual es el comportamiento de una función exponencial donde:

- a es una constante es decir un valor fijo

- e es el número de Euler cuyo valor es 2.7182..., como es un número irracional es un decimal infinito no periódico.
- k es la tasa de razón de crecimiento exponencial de modo que si k es positiva entonces hay crecimiento exponencial, pero si k es negativa hay decrecimiento exponencial
- t es el tiempo

Esta expresión algebraica nos ayuda a modelar situaciones en las cuales hay que determinar crecimiento o decrecimiento.

5.1.4.2 Actividad #2: Realicemos cálculos a partir de un modelo matemático.

Objetivo de la actividad: Calcular y estimar resultados matemáticos a partir de los modelos matemáticos exponenciales creciente y decreciente.

Objetivo de aprendizaje: Caracterizar el concepto de función a partir del modelo matemático exponencial obtenido de la etapa 4.

Para esta actividad se van a utilizar los modelos matemáticos obtenidos en las gráficas #2 y #3, esto con el propósito de calcular lo que pasaría si el video sigue una tendencia creciente o decreciente y para ello, se utilizará la herramienta de Excel¹⁴.

En la herramienta de Excel se debe ser muy cuidadoso con el uso de los paréntesis, de modo que, para realizar los cálculos deben escribir las siguientes expresiones tal cual, en Excel, realizando el paso a paso:

- Ingresar a Excel

¹⁴ Excel permitirá que los resultados obtenidos sean más precisos y seguros.

- Para los datos cuya tendencia es creciente escribir la siguiente expresión en Excel:

$$=(18.131)*(EXP((0.1555)*(aquí\ va\ el\ dato\ que\ se\ les\ pida\ para\ hacer\ el\ cálculo)))$$
- Para los datos cuya tendencia es decreciente escribir la siguiente expresión en Excel:

$$=(553.93)*(EXP((-0.184)*(aquí\ va\ el\ dato\ que\ se\ les\ pida\ para\ hacer\ el\ cálculo)))$$

Con base al ejemplo anterior, realizar los siguientes cálculos:

1. Suponiendo que la publicación de Ana continúa con un comportamiento creciente ¿Cuál es el valor de $f(t)$ si $t=15$?, ¿Qué significa este valor?

- a. 145
- b. 185
- c. 220
- d. 102

Si suponemos que la tendencia es creciente, ¿qué pueden decir del valor encontrado en $t=15$ con respecto al valor dado de $t=15$ en la tabla 14?, ¿Cuál es su diferencia?

2. Suponiendo que la publicación de Ana continúa con un comportamiento creciente ¿Cuál es el valor de $f(t)$ si $t=23$?

- a. 641
- b. 802
- c. 524
- d. 780

3. Suponiendo que la publicación de Ana continúa con un comportamiento decreciente ¿Cuál es el valor aproximado de $f(t)$ si $t=25$?

- a. 7

- b. 9
 - c. 8
 - d. 6
4. Suponiendo que la publicación de Ana continúa con un comportamiento decreciente
¿Cuál es el valor aproximado de $f(t)$ si $t=32$?
- a. 3
 - b. 5
 - c. 2
 - d. 1

5.1.5 Etapa 5: Interpretación

5.1.5.1 Actividad #1: Análisis en contexto de los resultados matemáticos.

Objetivo de la actividad: Analizar los resultados matemáticos obtenidos a la luz de la problemática sobre las publicaciones que se vuelven virales en las redes sociales, en particular Twitter.

Objetivo de aprendizaje: Caracterizar el comportamiento de la cantidad de publicaciones en las redes sociales que se generan en función del tiempo.

En esta actividad se va a presentar una serie de preguntas orientadoras para identificar a la luz de la problemática los resultados del trabajo matemático realizado. Se espera, además, que estas preguntas les permitan a los estudiantes comprender que el concepto de función se puede estudiar a partir de situaciones que están al alcance de ellos, y de esa manera identificar que para una mejor comprensión del concepto es importante analizar el cambio, la variación, la dependencia entre las magnitudes, es decir, aquellas características que permiten estudiar la función no solo de manera algorítmica sino también desde lo variacional.

Preguntas:

1. ¿Cuáles son las magnitudes inmersas en la actividad de experimentación en Twitter y en la situación de Ana?
2. ¿Cuál es la relación de dependencia que existe entre las magnitudes que se establecieron de la experimentación y en la situación de Ana?
3. ¿Cuáles fueron los modelos matemáticos obtenidos de la situación de Ana?, ¿Qué pueden decir de estos modelos matemáticos con base a la problemática abordada sobre las redes sociales?
4. ¿Cuál fue el comportamiento de la cantidad de publicaciones a medida que el tiempo aumentaba tanto en la actividad de experimentación como en la situación de Ana?

5.1.6 Etapa 6: Validación Y Exposición

5.1.6.1 Actividad #1: Análisis y reflexión.

Objetivo de la actividad: Reflexionar en torno al papel que ejercemos cuando compartimos publicaciones en redes sociales.

Las preguntas que se van a realizar en esta actividad están enfocadas a que los estudiantes tomen conciencia del papel que ejercen en sociedad, y de la responsabilidad de compartir contenidos en redes sociales sin pensar en las consecuencias y en el daño que se puede causar cuando dicha publicación se comparte sin el debido consentimiento de la persona cuya imagen se utiliza en la publicación.

Preguntas:

1. ¿Qué acciones se pueden implementar para evitar que una foto o contenido que no ha sido autorizado compartir, termine siendo tendencia?

2. ¿Cómo se debería actuar si una foto o video nuestro se comparte y es manipulado sin nuestra autorización?
3. Realizar un dibujo (este puede ser meme) que invite a la comunidad a tomar conciencia sobre el papel que ejercemos cuando se comparte publicaciones en redes sociales, sin mediar las consecuencias que se pueden desencadenar de una acción que parece ser “inofensiva”.

En esta etapa se corrobora si los resultados matemáticos obtenidos corresponden a los requeridos en el problema real o si es necesario realizar alguna variación. Además de exponer los resultados de acuerdo con los factores que se consideraron para el proceso de modelación con la finalidad de recoger aportes significativos.

5.1.6.2 Actividad #2: Trabajando en Twitter.

Objetivo de la actividad: Proponer posibles soluciones a raíz de la problemática expuesta en relación con lo matemático, simulando el papel de una profesión como ingeniero de sistemas o programador.

Con el propósito de concretar y direccionar las reflexiones elaboradas por los estudiantes, se elabora la siguiente actividad de carácter propositivo.

A partir del siguiente contexto, se propone a cada equipo de estudiantes asumir el siguiente papel:

Situación:

Imaginen que ustedes son ingenieros en sistemas y programadores¹⁵ de la red social Twitter,

¹⁵ Al involucrar a los estudiantes en el papel de programadores o ingenieros, se resalta la importancia del papel de una profesión al involucrar el uso de las matemáticas, teniendo en cuenta que, los estudiantes en su porvenir mencionan que el uso de las matemáticas depende según de lo que uno quiere para su futuro.

quienes se encargan de diseñar la estructura, los iconos, las ventanas, los botones de interacción y en general toda la interfaz de esta red social. En relación con la situación explorada sobre las publicaciones que fueron manipuladas y compartidas de manera masiva y sin la autorización de Ana, desde su papel como diseñadores de esta red social, ¿qué pueden proponer (en relación con lo matemático)¹⁶ para brindar una solución a esta problemática?

5.2 Análisis Y Justificación Del Proyecto A La Luz Del Marco Teórico Y De Referencia

Las tendencias que se generan en las redes sociales con las interacciones sobre algún contenido en general y con los hashtags en particular, son las situaciones que configuran el escenario de aprendizaje del proyecto. La elección de estas situaciones que se encuentran estrechamente relacionadas responden a los intereses de los estudiantes de 8-2 del Colegio Comercial de Palmira, en el sentido de considerarse una experiencia que hace parte de sus disposiciones (antecedente y presente), y aunque no se relacionan directamente con su porvenir, la situación proporciona un escenario ideal en el cual los estudiantes pueden encontrar y asignar un sentido y significado a las actividades que se proponen en el proyecto, pues el sentido semántico además de ser compartido por los estudiantes, posibilita desarrollar reflexiones en torno a la problematización de la situación.

Estas situaciones también permiten comprender algunas consecuencias que se generan cuando los usuarios de las redes sociales participan de manera masiva en la propagación de contenidos que utilizan como personaje, la imagen de una persona del común, pero que por la misma configuración de las redes sociales se termina compartiendo e interactuando con ese

¹⁶ Para esta producción se esperaba que los estudiantes mencionen algunas soluciones que podrían involucrar el uso de otras magnitudes diferente a las vistas, por ejemplo, crear un código que permita más seguridad para que las personas se cercioren de que sus fotos una vez publicadas sin el debido consentimiento, puedan ser desmontadas de la red social, etc.

contenido sin pensar en las consecuencias e implicaciones que se pueden generar sobre la persona al compartirlo. De esta manera, se proponen la historia de Andrés Arato y la situación hipotética sobre la vida de Ana, para atender al constructo de *ejemplaridad* propuesto por Skovsmose (1994/1999), pues a partir de la exploración de estos casos específicos se puede conocer y comprender una problemática que afecta a varios usuarios a nivel mundial.

En concordancia con lo anterior, a partir de estas situaciones de vida es posible observar el poder formativo de las matemáticas en dos sentidos, por un lado y según lo expuesto por Skovsmose (1994/1999), las matemáticas se configuran como un conocimiento tecnológico que por su naturaleza y los fines asignados a ésta por la sociedad, es una ciencia aplicada en las tecnologías de la información y la comunicación, las cuales dan forma y estructura a las redes sociales y a las interacciones que tienen lugar en estos espacios virtuales, interacciones que pueden generar situaciones como las expuestas en el caso hipotético de Ana o en el caso de Andrés Arato.

El otro sentido por medio del cual se puede hacer visible el poder formativo de las matemáticas es a partir del *modelaje matemático*, así lo propone Skovsmose (1994/1999) al concebirlo como una representación o sistema de la realidad que responde a determinados intereses y propósitos, y que permite a su vez estudiar situaciones hipotéticas que no serían viables en el lenguaje natural. Lo anterior se puede evidenciar con la Actividad #1 de la etapa 3 del ciclo de modelación matemática, cuyo propósito es determinar un modelo matemático que dé cuenta de la relación de dependencia entre la cantidad de publicaciones compartidas al pasar el tiempo, sin considerar para este modelo la influencia que pueden tener otras variables como: dependiendo de la hora, la jornada, el día, la temporada, el evento y el tipo de publicación, las interacciones en las redes sociales pueden incrementar o disminuir -no es lo mismo registrar

datos durante la mañana a registrarlo en la noche, cuando las jornadas laborales y académicas de la mayoría de las personas han terminado-.

En ambos casos se establece una aproximación al *conocer reflexivo*, el cual tiene como primera tarea, así como lo comenta Skovsmose (1994/1999), “explicitar las precondiciones del proceso de modelaje que se esconden cuando el lenguaje matemático les aplica un maquillaje de neutralidad” (p. 118).

Atendiendo al desarrollo de la competencia democrática que prepare y fomente la participación de los estudiantes en procesos democráticos de la sociedad, se configura el escenario sobre las tendencias en las redes sociales porque permite evidenciar otra aproximación al *conocer reflexivo* desde el objeto y el sujeto de la crítica. En cuanto al objeto de crítica las mismas redes sociales han sido ampliamente cuestionadas por el uso que se les da, por su impacto y los efectos negativos que generan en diferentes ámbitos de la sociedad; en cuanto al sujeto de la crítica, las redes sociales movilizan emociones, motivaciones e intereses en los estudiantes a partir de la cual ellos pueden identificar intenciones para involucrarse en su aprendizaje.

De esta manera, se menciona a continuación los elementos relativos a las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de 8-2 que se vincularon en el proyecto:

- Con el propósito de permitir que los estudiantes identifiquen nociones o tópicos matemáticos y les asignen un sentido diferente al que tiene lugar durante la clase, en la actividad #2 de la etapa 6 del ciclo de modelación se vincula como parte de un campo laboral de la empresa Twitter, las carreras profesionales en ingeniería en sistemas y la programación, pues para los estudiantes los conocimientos

matemáticos propios del área adquieren sentido y relevancia cuando se vinculan a una actividad laboral. De esta manera se relacionan en el diseño del proyecto las *intenciones de aprendizaje asociadas al contenido y al provenir*.

- Como se puede ver en las caracterizaciones de las *intenciones de aprendizaje asociadas con el contenido, a sus antecedentes y al porvenir*, el conocimiento matemático para los estudiantes de 8-2 se clasifica entre “elemental” y “avanzado”, y dependiendo de esta distinción las matemáticas se relacionan con sus actividades extraescolares (antecedentes) o con contextos que tengan como referencia una carrera profesional (su porvenir), respectivamente. Como el objeto matemático que se aborda en el diseño se clasifica como conocimiento matemático avanzado o propio del área, se opta por trabajar en el diseño situaciones con referencia a una carrera profesional o laboral.
- Con el propósito de vincular espacios que dinamicen y promuevan un trabajo grupal y colaborativo, el proyecto se propone realizar en grupos de máximo 5 estudiantes, pues la actividad #1 de la etapa 2 requiere de un trabajo conjunto para la toma y registro de los datos cuantitativos de la tendencia elegida, al igual que las preguntas reflexivas y el debate que se proponen en las actividades #1 y #2 de la etapa 1 requiere de un espacio de discusión y de socialización entre los estudiantes; de esta manera se relacionan las *intenciones de aprendizaje compartidas*.
- De acuerdo con la caracterización de las *intenciones de aprendizaje instrumentales* y con el propósito de abandonar la rigidez de la clase de matemáticas asociada al paradigma del ejercicio, se propone una movilización

entre las actividades que conforman el ciclo de modelación matemática del proyecto, las cuales tienen como referencia una situación de la vida real, de la semirrealidad y de las matemáticas puras desde un enfoque investigativo; referencias que para Valero y Skovsmose (2012) posibilitan que los estudiantes le den un sentido y significado a las actividades que realizan, pues la producción de significado depende tanto de las acciones como de las referencias.

De esta manera, la movilización entre las actividades inicia con la actividad #1 de la etapa 2, la cual corresponde a un ambiente de aprendizaje de tipo (6), pues los datos que se van a tomar para la identificación de variables y la relación entre ellas se toman directamente de la vida real; la actividad #1 de la etapa 3 corresponde a un ambiente de aprendizaje de tipo (4), pues el modelo matemático se va a obtener a partir de unos datos hipotéticos, y las actividades #1 y #2 de la etapa 4 corresponden a un ambiente de aprendizaje de tipo (2), porque a partir de un proceso de exploración y explicación del cambio y variación de las variables objeto de estudio, se formalizan conocimientos matemáticos sobre el concepto de función, dependencia, crecimiento y decrecimiento, entre otras características.

Capítulo 6. Conclusiones Y Recomendaciones Generales

6.1 Conclusiones

Las siguientes conclusiones se realizan con base a los tres objetivos específicos planteados:

En relación con el primer objetivo específico, en el cual se definió una fundamentación teórica desde una perspectiva matemática, didáctica y curricular se puede decir lo siguiente:

- Se logró recopilar la fundamentación teórica en el diseño de la propuesta. Desde la perspectiva didáctica fue posible en un primer momento sustentar la problemática expuesta, en tanto se identificó que las clases de matemáticas en la escuela se caracterizan porque los ejercicios que se sugieren trabajar, presentan contextos o situaciones ajenas a los intereses y motivaciones de los estudiantes, generan una falta de producción y asignación de significado a las actividades matemáticas, y en su proceso de aprendizaje su actuar se limita a cumplir con los requerimientos u obligaciones académicas esperadas por las instituciones educativas y los familiares, y de esta manera se contribuye a generar actitudes de rechazo y desanimo al saber matemático, lo cual para Cárdenas y Muñoz (2014) influye en las maneras de comprender y aprender las matemáticas. Desde la Educación matemática Crítica, a este tipo de situaciones se le conoce con el nombre de actividades dirigidas y las clases se desarrollan como parte de un paradigma del ejercicio.

Con respecto a la Educación Matemática Crítica, este es una perspectiva que brinda una fundamentación teórica de implementación en el aula para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la cual busca desarrollar una alfabetización matemática y una competencia democrática, que reconozca según como lo comenta Skovsmose

(1994/1999) el papel de las matemáticas y el individuo como transformadores de la sociedad. También, durante la recopilación de la teoría, se establecieron las intenciones de aprendizaje y el montaje de escenarios de aprendizaje, siendo fundamentales para el diseño de la propuesta didáctica.

Así mismo, el diseño de ciclos de modelación matemática propuesto por Blum y Ferri, está compuesto por actividades que permiten modelar matemáticamente una situación de la vida real. Lo anterior, es un aspecto que se logra vincular en la propuesta didáctica del diseño y se trabajan las 6 etapas que proponen: construcción, simplificación y estructuración, matematización, trabajar matemáticamente, interpretación y, validación y exposición, pero solo se realiza un ciclo.

- Desde la perspectiva curricular, se integraron los lineamientos curriculares de matemáticas y los estándares básicos de competencias en matemáticas. En los lineamientos curriculares, se identificaron aspectos relativos a la modelación para el aprendizaje del concepto de función desde lo variacional y se propone como conocimiento básico el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, resaltando su carácter dinámico. A su vez se relacionan los sistemas numéricos y de medidas, teniendo en cuenta las cantidades y magnitudes inmersas que permiten un estudio más significativo en situaciones de cambio y variación. Con respecto a los procesos generales, se tuvieron en cuenta la modelación, la comunicación y la resolución de problemas, siendo procesos estrechamente relacionados en el diseño de la propuesta y que, además, permiten un aprendizaje más significativo del concepto de función. Por último, se consideró como contexto aquellos de la vida real que proporcionan una mejor

comprensión del concepto, al explorar situaciones cercanas al estudiante que le van a permitir encontrar sentido a lo que aprende.

En cuanto a los Estándares básicos de Competencias en Matemáticas, para la propuesta del diseño se realizó coherencia vertical y coherencia horizontal, centrando la atención en que cada estándar y proceso general, esté relacionado con el conjunto de grados correspondiente y el conocimiento básico seleccionado.

- Se identificó que el concepto de función que se enseña en la escuela a partir de una definición conjuntista deja de lado la posibilidad de estudiar el concepto a partir de situaciones de cambio y variación, resaltando así su naturaleza dinámica. Este enfoque ha sido propuesto desde los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998) por medio del pensamiento variacional y desarrollado por autores como Posada et al. (2006), Posada y Villa (2006), Grueso y González (2016).

Por otro lado, fue posible establecer y vincular en el diseño de la propuesta lo que propone Stewart et al. (2012), en su libro de *Precálculo. Matemáticas para el Cálculo sexta educación*, cuyas actividades en la etapa de trabajar matemáticamente permiten el estudio de la razón de cambio, identificar decrecimiento y crecimiento a partir de las gráficas obtenidas, y, a partir del modelaje matemático fue posible realizar estimaciones y predicciones del comportamiento de la función en estudio.

En relación con el segundo objetivo específico, en el cual se caracterizaron las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH, se obtuvo lo siguiente:

- Hay intenciones de aprendizaje que están asociadas al contenido que aprenden, es decir, que para los estudiantes la mayoría de los contenidos que ven en matemáticas no tienen

sentido o una utilidad sino se asocia a una carrera profesional o un campo laboral, sin embargo, para ellos son pocos los conceptos que consideran les sirven en su diario vivir, como por ejemplo, la suma, resta, multiplicación, división, el conteo, la numeración, el estudio de las áreas, entre otros más generales y menos abstractos.

- Se identificaron intenciones que están asociadas a sus antecedentes, es decir, que los estudiantes reconocen que algunos conocimientos que son básicos en matemáticas se encuentran en sus actividades diarias o experiencias por fuera del aula, por ejemplo, algunos mencionaban la contabilidad del hogar como una actividad que viven diariamente y en la cual utilizan las operaciones básicas, o en la compra y venta. También, mencionaban sus actividades extraescolares como natación donde tenían que saber los metros de la piscina, la música en el conteo del tiempo, etc.
- Hay intenciones que hacen parte de su porvenir. Varios estudiantes mencionaban las carreras que les gustaría estudiar en un futuro, por ejemplo, algunos mencionaron arquitectura, música, física, medicina, entre otras. En cuanto a las matemáticas y la relación de esta con las carreras, ellos manifestaban que un ingeniero o un físico no ve lo mismo en cuánto a teoría que una persona que estudia música, sin embargo, si reconocían su importancia en las carreras por más básico que fuera el concepto matemático.
- Por último, se encontraron intenciones no compartidas e instrumentales. En varias intervenciones, los estudiantes expresaban el deseo de que la profesora introdujera en clase de matemáticas, dinámicas, juegos, actividades grupales, entre otras, sin embargo, en sus discursos mencionaban que en la practica el docente realizaba las clases siempre de la misma manera donde primero explicaba la teoría, luego seguían unos ejemplos y por último muchos ejercicios.

Con respecto al tercer objetivo en el cual se articuló en una propuesta didáctica por proyecto las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH, la fundamentación teórica sobre el concepto de función desde lo variacional y un ciclo de modelación matemática, se obtuvo lo siguiente:

- Se logró articular en la propuesta didáctica las intenciones de aprendizaje instrumentales y compartidas y las asociadas al contenido y al porvenir de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH, lo cual se logra evidenciar con las actividades #1 y #2 de las etapas 1 y 4, la actividad #1 de las etapas 2 y 3, y la actividad #2 de la etapa 6. Por ejemplo, en la actividad #2 de la etapa 6 se integran unos ejemplos de carreras profesionales con su respectivo campo laboral en la empresa Twitter, lo que permite, según la caracterización de estas intenciones asociadas al contenido y al porvenir, identificar y asignar un sentido a los contenidos matemáticos propios del área vinculados con una actividad laboral. De manera análoga la actividad #1 de las etapas 2 y 3, y las actividades #1 y #2 de las etapas 1 y 4 atienden a la caracterización de las intenciones de aprendizaje compartidas e instrumentales.

En cuanto al escenario de aprendizaje, en el proyecto se establece la situación sobre las tendencias de la red social Twitter, lo que permitió establecer un contexto en el cual es posible asignar un significado y sentido a las actividades matemáticas propuestas, y de esta manera, atender a las características que para Skovsmose (1994/1999) son necesarias para el montaje de un escenario de aprendizaje en un trabajo por proyecto. Esta acción permitió identificar una problemática acorde a sus edades y pasatiempos, y aunque en sus discursos no mencionaron estudiar las publicaciones virales, se considera es una situación

cercana a sus experiencias, teniendo en cuenta que utilizan redes sociales y de alguna manera comparten información de personajes que no conocen.

- Con respecto a la fundamentación teórica sobre el concepto de función desde lo variacional, teniendo en cuenta la perspectiva didáctica, curricular y matemática, se puede decir que el diseño de las actividades es acorde a lo que se menciona en la teoría, particularmente el contexto, ya que la situación hace parte de la vida real y además, se presta para la toma de datos reales que permiten estudiar el cambio y la variación, describir el comportamiento de las magnitudes inmersas, proponer posturas críticas y permite que se produzca un aprendizaje significativo del concepto.
- Articular un ciclo de modelación matemática en la propuesta, teniendo en cuenta las intenciones de aprendizaje y la perspectiva teórica, fue de gran aporte, ya que las actividades propuestas en cada etapa se realizan con base a una problemática que es cercana a los estudiantes y de esta manera se puede desarrollar modelaje matemático. Estas etapas y actividades, además, permiten la participación activa del estudiante y un trabajo colaborativo, lo cual fomenta el trabajo en equipo, y esto hace parte de las intenciones de los estudiantes, ya que, como se mencionó anteriormente, para ellos es importante introducir en las clases de matemáticas situaciones de la vida real y en especial el trabajo en grupo para que el espacio en la clase sea más dinámico.

Dicho lo anterior, se puede decir que los objetivos específicos permitieron el alcance del objetivo general, puesto que fue posible diseñar la propuesta didáctica por proyecto, vinculando las intenciones de aprendizaje de los estudiantes de grado 8-2 del Colegio Comercial de Palmira OETH y un ciclo de modelación matemática, sin embargo, para saber si en efecto se favorece un aprendizaje significativo del concepto de función, es importante someter el diseño a

implementación y de esta manera se analice a partir de los resultados obtenidos su alcance. Para ello hay que tener en cuenta que hay varios factores que pueden influir en su implementación, por ejemplo, la flexibilidad curricular y el tiempo de disponibilidad con el que cuente el docente para su implementación, los conocimientos previos relacionados con identificación y descripción del cambio y la variación de situaciones representadas por medio de gráficas, la relación de dependencia entre variables y el manejo de la herramienta Excel, el conocimiento del docente sobre la red social Twitter, la metodología del docente, los recursos de la institución en cuanto a salas de cómputo, entre otros.

También hay que mencionar que aunque la propuesta didáctica por proyecto articula las intenciones de aprendizaje de un grupo particular de una institución educativa específica de la ciudad de Palmira, se considera que esta condición no es excluyente, pues el escenario de aprendizaje del proyecto asociado a las redes sociales y las tendencias, es su contexto que hace referencia a la vida real y que se relaciona con experiencias de vida de la mayoría de estudiantes que interactúe regularmente con las redes sociales.

Con respecto a la problemática de este trabajo, sobre cómo favorecer un aprendizaje significativo del concepto de función desde lo variacional, se invita a los docentes a reflexionar sobre la manera tradicional de enseñar matemáticas y en especial, a salir del paradigma del ejercicio y explorar otros caminos para enseñar, particularmente el concepto de función, dado que es un concepto que ofrece múltiples alternativas para estudiarlo a partir de situaciones reales que son de gran importancia para estudiar el cambio y la variación. También, es importante teniendo en cuenta a la Educación Matemática Crítica, brindar al estudiante la posibilidad de expresar aquello que le gusta, sus puntos de vista en clase y, además, verlo como un actor

transformador de la sociedad que puede dar aportes muy significativos y a partir de ello se pueda concebir un aprendizaje con sentido.

6.2 Recomendaciones Generales

Con respecto a la implementación del proyecto, se establecen las siguientes recomendaciones:

- El docente debe tener unos conocimientos básicos sobre el significado de los memes, las tendencias en internet, el manejo de la red social Twitter y conocer las dinámicas de los hashtags de Twitter.
- Se sugiere que el docente permita que los estudiantes hagan sus propios grupos de trabajo, y que, en las etapas de construcción, interpretación, validación y exposición, se proponga un espacio de debate, donde cada grupo socialice los resultados matemáticos y reflexiones obtenidas en cada actividad, así mismo dialoguen sobre lo que conocen de las redes sociales, cuáles utilizan, lo que más comparten, para que el espacio se dinamice.
- Es importante que el docente sea un guía antes y durante el desarrollo de las actividades propuestas, brinde un acompañamiento completo para que pueda ayudarles a despejar dudas e inquietudes con respecto a la red social o a las diferentes herramientas utilizadas durante la actividad.
- Se propone que el docente pueda vincular y articular otras asignaturas como parte de la implementación del proyecto, teniendo en cuenta que la problemática de las redes sociales y las tendencias puede ser transversal con otras áreas del conocimiento, por ejemplo, la etapa de construcción se puede presentar tanto en matemáticas como en ética, teniendo en cuenta que es una problemática que se presta para hablar del respeto a la intimidad de las personas, pensar en el daño emocional que puede causar el compartir

publicaciones sin previo consentimiento, o también en castellano o lectura crítica, utilizando la historia de Ana y sobre ella se pueda estudiar las partes de un texto, o dar una postura frente a la problemática, etc. A su vez, la actividad que hace parte de la etapa de matematización o trabajar matemáticamente se puede articular con la asignatura de sistemas, pues para realizar cálculos y gráficas se requiere el uso de la herramienta Excel.

- Es importante que el docente en las etapas de matematización y trabajar matemáticamente, sea muy explícito al mostrarle a los estudiantes que la función obtenida es solo una de las tantas funciones que van a tener la oportunidad de estudiar a futuro. Ser muy claro con ello es fundamental para que no existan confusiones por parte de los estudiantes al pensar solo existe la función exponencial, pero que dada la naturaleza de la situación de las redes sociales se da pie para estudiar dicha función en particular, pero que lo importante en todas las actividades es que ellos identifiquen las magnitudes inmersas, la razón de cambio, el crecimiento y el decrecimiento, el dominio, el rango y demás elementos que componen la función.
- Se invita al docente que, en la etapa de interpretación y validación y exposición, reconozca todos los puntos de vista de cada uno de los grupos, para la producción de reflexiones y posturas críticas. También se propone que terminada la actividad les pregunte a los estudiantes qué tan significativa fue para ellos, qué podrían sugerir para una mejor implementación, esto con el fin de evaluar y mejorar la propuesta.

Capítulo 7. Referencias

- Barón, S. y Cadena, J. (2018). *Escenarios de aprendizaje en la educación matemática crítica, una revisión documental* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas] Repositorio Institucional Universidad Distrital.
<https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/8892/Bar%C3%B3nVargasSoniaEdelmira2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Belalcázar, J. y Orozco, M. (2020). *Diseño de un recurso pedagógico digital para el desarrollo de un ciclo de modelación matemática*. [Tesis de pregrado, Universidad del Valle] Biblioteca digital Univalle.
- Camelo, F., Perilla, W. y Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.
<https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/226>
- Cárdenas, Y. y Muñoz, D. (2014). *Educación matemática crítica y análisis didáctico: Una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la institución educativa nuevo horizonte de la ciudad de Medellín*. [Tesis de maestría, Universidad de los Andes].
<http://funes.uniandes.edu.co/11522/1/Cardenas2014Educaci%C3%B3n.pdf>
- Da Silva, C. y Kato, L. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Boletim de Educação Matemática*, 26(43), pp. 817-838. <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291226275004.pdf>

- García, G., Valero, P., Camelo, F., Mancera, G., Romero, J., Peñaloza, G., Samacá, S. y Universidad Pedagógica Nacional. (2009). *Escenarios de aprendizaje de las Matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Impreso en Javegraf. Bogotá, Colombia.
- González, P. (2019). *La articulación entre matemática crítica y el concepto de función matemática. Una propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de función lineal a estudiantes de grado noveno*. [Tesis de pregrado, Universidad del Valle] Biblioteca digital Univalle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/21241>
- Grueso, R. y González, G. (2016). *El concepto de función como covariación en la escuela* [tesis de maestría, Universidad del Valle]. Biblioteca Digital Universidad del Valle – Colombia. <http://hdl.handle.net/10893/9921>
- Gutiérrez, R., Prieto, J., y Ortiz, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Educación matemática*, 29(2), 37-68. <https://www.redalyc.org/pdf/405/40552013003.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. (6.^a ed.). Interamericana editoriales, S.A. de C.V. <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Martínez, D., Páez, O. y García, G. (2013). Modelación desde la perspectiva de la educación matemática crítica. Cuestiones relacionadas con la obsolescencia. *Revista científica*, ISSN 0124 2253. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7054>
- Martínez, E. (2014). *Estudio del aprendizaje de las matemáticas basada en proyectos. Tensiones educativas de su implementación en una escuela de estudiantes en posición de frontera*.

- [Tesis de maestría, Universidad del Valle] Funes.
<http://funes.uniandes.edu.co/11581/1/Mart%C3%ADnez2014Estudio.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Pardo, L. y Poveda, C. (2018). Propuesta de medios de aprendizaje desde la Educación Matemática Crítica: Modelación matemática bajo la premisa de redes sociales y su estudio cuantificable. [Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Recuperado de <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/15232?show=full>
- Posada, F. y otros autores, Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia (2006). *Módulo 2. Pensamiento Variacional y Razonamiento*. Editorial Artes y letras Ltda.
https://issuu.com/emmo1978/docs/modulo_no_2_variacional
- Posada, F. y Villa Jhony (2006). Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia] Repositorio Institucional Universidad de Antioquia.
https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/7093/1/FabianPosada_2006_didacticafuncionlineal.pdf
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica (P. Valero, trad., 1.^a ed.). Una empresa docente. (1994). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/673/1/Skovsmose1999Hacia.pdf>

Skovsmose, O., Scanduzzi, P., Valero, P. y Alro, H. (2011). Aprender matemáticas en una posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera. *Revista Educación y Pedagogía*, vol. 23, núm. 59.

<https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/8708>

Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (Ed.). (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo. Sexta Edición*. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.

Valero, P., García, G., Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F. y Romero, J. (2013). Reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas sociocríticas de la modelación matemática. En: *Procesos de inclusión y exclusión. Subjetividades en Educación Matemática Elemental*. Universidad Pedagógica Nacional Fondo Editorial.

<http://editorial.pedagogica.edu.co/docs/files/PDF%20Procesos%20de%20inclusio%CC%81n%2C%20exclusio%CC%81n.pdf>

Valero, P. y Skovsmose, O. (2012). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (P. Perry, trad., 1.a ed.). Una empresa docente. (Trabajo original publicado en 2012) Recuperado de

https://www.researchgate.net/publication/281438280_Educacion_matematica_critica_Una_vision_sociopolitica_del_aprendizaje_y_la_ensenanza_de_las_matematicas