

RESÚMENES DE ARTÍCULOS, PROYECTOS Y TESIS

La revista *Matemáticas: Enseñanza Universitaria* aspira a dar una visión de la investigación que se realiza en Colombia o por colombianos residentes en el exterior, en las áreas de las matemáticas, su historia y sus problemas educativos. Con este fin se publicarán en esta sección resúmenes de artículos investigativos en estas áreas, recientemente publicados o próximos a publicarse, al igual que resúmenes de proyectos de investigación en marcha y de tesis de grado escritas en los posgrados existentes en el país, que sean presentados a la Revista. Utilizaremos la clasificación de los abstracts de la American Mathematical Society (AMS). En el número de clasificación de cada resumen, el primer grupo de dígitos indica el año, el segundo el número del tema según la clasificación de la AMS y el último el número de recepción del resumen en la sección correspondiente. Las letras A, P o T al final se refieren a artículo, proyecto o tesis. La expresión *Copias disponibles*, al final de un resumen, indica que usted puede conseguir copias del artículo o proyecto escribiéndole al autor.

13. ANILLOS CONMUTATIVOS Y ALGEBRA

01–13–4 T

Título: Anillo de series formales sobre anillos de conductor finito.

Autor: Omaida Sepúlveda Delgado

Director: J. Oswaldo Lezama

Institución: Universidad Nacional de Colombia–Bogotá

Fecha de aprobación: Noviembre de 2001

Resumen: Se analiza la conservación de propiedades en el anillo de series $\mathbf{R}[[x]]$ a partir de las propiedades de $\mathbf{R}$, tomando como referencia un estudio análogo en el anillo de polinomios $\mathbf{R}[x]$.

De las múltiples propiedades se seleccionaron aquellas que sirven como soporte para investigar el problema abierto: *Análisis de las Propiedades GCD y G-GCD en $\mathbf{R}[[x]]$* . Se presentan resultados concernientes a anillos y dominios de Conductor Finito.

35. ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES

03–35–23 T

Título: Solución del problema de Dirichlet por medio de la integral de Poisson

Autor: Jorge Eliécer Ospino Portillo

Director: Pedro Isaza Jaramillo, Ph.D

Institución: Universidad del Norte-Universidad nacional de Colombia, Medellín

Fecha de aprobación: Agosto de 2003

Resumen: En este trabajo se estudia la solución del problema de Dirichlet por medio de la integral de Poisson. Esto es, se prueba usando herramientas de la teoría clásica del potencial que para un dominio acotado $\Omega \subseteq R^n$ con frontera $S = \partial\Omega$ de clase C^2 , y $g \in C(S)$, la solución $u \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$, del problema

$$\begin{cases} \Delta u &= 0 & \text{en } \Omega \\ u &= g & \text{en } S \end{cases} \quad (6)$$

está dada por

$$u(x) = \int_S \partial_{v_y} G(x, y) g(y) d\sigma(y), \quad x \in \Omega, \quad (7)$$

donde G es la función de Green del operador Δ en Ω y para $x \in \Omega$ y $y \in S$, $\partial_{v_y} G(x, y)$ es la derivada normal interior de $G(x, \cdot)$ en el punto y ; más precisamente

$$\partial_{v_y} G(x, y) = \lim_{t \rightarrow 0^-} \nabla_y G(x, y + tv(y)) \cdot v(y). \quad (8)$$

donde $v(y)$ es el vector normal exterior unitario a la superficie S en el punto y de S . Para resolver (??), se aproxima g por medio de funciones $g_n \in C_0^\infty(R^n)$, tales que $g_n \rightarrow g$ uniformemente en S y se usa una versión generalizada de la segunda identidad de Green aplicada a la función de Green y a las soluciones u_n del problema (??) con g_n en lugar de g . Para ello se demuestra la versión generalizada de la segunda identidad de Green, probando previamente la existencia de una vecindad tubular para S , y además se efectúa el estudio de derivadas normales interiores a partir del problema exterior de Neumann para Ω .

35. ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES

03-35-24 T

Título: Métricas conformes en variedades riemannianas compactas bidimensionales con frontera

Autor: Oscar Andrés Montaña Carreño

Director: Gonzalo García Camacho

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: Enero de 2004

Resumen: Se estudia el problema de la deformación conforme de métricas sobre variedades riemannianas, compactas, bidimensionales y con frontera suave. El problema consiste en demostrar la existencia de una métrica $\tilde{g}$ conforme puntualmente a la métrica g de la variedad riemanniana, de tal manera que la curvatura gaussiana en la superficie y la curvatura geodésica sobre la frontera calculadas con la nueva métrica, coincidan con dos funciones suaves $\tilde{k}$ y $\tilde{h}$ dadas previamente, que están definidas en la superficie y sobre el borde respectivamente y que llamaremos curvaturas prescritas.

Se demuestra que una condición suficiente para que el problema dado tenga solución, en el caso de característica de Euler negativa, es que las curvaturas prescritas sean negativas y al menos una de ellas sea no nula. Si la variedad

tiene característica cero y al menos una de las curvaturas prescritas es cero, daremos condiciones necesarias y suficientes para la existencia de métricas conformes. Se establecen dos teoremas de suficiencia, para el caso de característica de Euler positiva y particularmente para la semiesfera, siempre y cuando una de las curvaturas prescritas satisfaga cierta condición de simetría y la otra sea idénticamente nula.

35. ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES

03-35-25 T

Título: Valores propios de la linealización de una ecuación tipo Boussinesq, vía el teorema generalizado de Rouché

Autor: Gilberto Arenas Díaz

Director: José Raúl Quintero Henao

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: Junio de 2003

Resumen: En este trabajo de investigación se aborda el estudio del problema de valores propios asociado con la linealización alrededor de la onda solitaria $\tilde{\eta}_c(s) = 3\gamma^2 \text{sech}^2(\frac{1}{2}\gamma s)$ ($c^{-2} = 1 - \gamma^2$), de la ecuación tipo Boussinesq siguiente:

$$(I - \partial_s^2)(\partial_r - \partial_s)^2 \tilde{\eta} - \partial_s^2 \left(c^{-2} \tilde{\eta} + \frac{1}{2} \tilde{\eta}^2 \right) = 0 \quad (*)$$

El problema de valores propios aparece al considerar perturbaciones de la onda solitaria del tipo

$$\tilde{\eta}(s, \tau) = \tilde{\eta}_c(s) + e^{\lambda \tau} h(s).$$

La ecuación lineal de valores propios, después de haber eliminado los términos cuadráticos en h , es la siguiente:

$$(I - \partial_s^2)(\lambda - \partial_s)^2 h - \partial_s^2 (c^{-2} + \tilde{\eta}_c) h = 0 \quad (**)$$

Se presenta el siguiente resultado:

Teorema. Si $a = \gamma \tilde{\alpha}$ donde $0 < \tilde{\alpha} < \sqrt{\frac{1}{3}}$ y $\gamma > 0$ es suficientemente pequeño. Entonces existe $b > 0$ tal que si $\lambda \neq 0$ con $\Re \lambda > -b$, entonces el problema (??) no tiene solución no trivial tal que $\|e^{as} h\|_{L^2}$ sea finita. Además, $\lambda = 0$ es un valor propio de la ecuación (??) de multiplicidad algebraica 2.

La estrategia para estudiar la linealización asociada con la ecuación (??) consiste en utilizar la información conocida acerca del problema de valores propios de la ecuación Korteweg de Vries (KdV). Se presentará una nueva demostración del teorema mencionado utilizando que las transformadas de Fourier de las soluciones a la ecuación (??) y la ecuación asociada a la linealización de la KdV se pueden expresar usando operadores tipo multiplicación en L^2 . Además, se hará un análisis del tipo de aproximación de tales operadores vía una elegante generalización del Teorema de Rouché.

35. ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES**03-35-26 T****Título:** Membranas radialmente simétricas deflectadas en presencia de un obstáculo plano y rígido**Autor:** Aida Patricia González Nieva**Director:** Jaime Arango**Institución:** Universidad del Valle**Fecha de aprobación:** Septiembre de 2002

Resumen: En este trabajo de grado se desarrolla un modelo matemático que describe la deformación de una membrana, radialmente simétrica, a causa de una fuerza normal a su superficie media en presencia de un obstáculo rígido. Dicho modelo consta de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineal, condiciones de frontera y una ecuación integral donde uno de los parámetros por determinar es uno de los límites de integración.

El contenido de este trabajo está dividido en: Capítulo I, presentación del problema físico junto con un marco de referencia y las principales hipótesis. Capítulo II, deducción del sistema de ecuaciones diferenciales y de las expresiones matemáticas para la condición de frontera fija y de contacto. Capítulo III, consta de resultados para el sistema de ecuaciones diferenciales los cuales ya han sido publicados. El último capítulo, donde se encuentran los resultados obtenidos por experimentación numérica, está dividido en preliminares correspondientes al método del disparo y los problemas membrana con obstáculo móvil y membrana con obstáculo fijo. En este capítulo se muestra la evidencia numérica de que existe una relación cuadrática local entre la presión y el desplazamiento máximo. En dicha relación debe tenerse en cuenta que los coeficientes del polinomio cuadrático dependen de las características de la membrana, módulo de Young, razón de Poisson y dimensiones de la membrana.

60. ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS**01-60-2 T****Título:** Ecuaciones diferenciales estocásticas y su aplicación a la valoración de derivados financieros**Autor:** Javier Arbeláez López**Director:** Ulises Cárcamo C.**Institución:** Universidad Eafit, Medellín**Fecha de aprobación:** 2001

Resumen: Aunque en los últimos años se ha visto un notable incremento en los estudios de finanzas avanzadas, se ha visto relativamente poco progreso en nuestro país en cuanto aplicaciones efectivas y en cuanto al acceso de un adecuado número de estudiosos a estos campos. Muchos estudiosos de las finanzas carecen de una fuerte fundamentación en matemáticas y muchos de quienes tienen buenas bases de procesos estocásticos y ecuaciones diferenciales estocásticas, carecen de una buena base en finanzas.

Esta es una tesis dirigida no sólo a las aplicaciones, sino también a los futuros lectores de los temas matemáticos expuestos. Además de abordar el tema de aplicaciones básicas de las ecuaciones diferenciales estocásticas a derivados financieros en nuestro medio, está escrita de tal manera que los dos tipos de personas interesadas antes mencionadas puedan adquirir rápidamente las bases necesarias para el estudio de modelos tipo Black-Scholes y modelos más avanzados. Presenta, además de la teoría, segmentos de programa en el lenguaje MATLAB que se pueden utilizar no solamente en la reconstrucción de las valoraciones expuestas en la tesis, sino que se pueden extender a otras aplicaciones. Además de esto presenta varios modelos aplicables a otras ramas del conocimiento.

62. ESTADÍSTICA

01–62–10 T

Título: Análisis estadístico de pérdidas en seguros generales

Autor: César Escalante Coterio

Director: Gerardo Arango Ospina

Institución: Universidad Eafit, Medellín

Fecha de aprobación: 2001

Resumen: En el trabajo se presenta, en primer lugar, un modelo matemático abstracto para el cálculo del costo aleatorio de pérdidas siniestralas en un lapso dado; en segundo lugar, el trabajo contiene una amplia variedad de recursos y criterios matemáticos para concretar el modelo según las especificidades del riesgo en estudio; en tercer lugar, un procedimiento no matemático para la toma de decisión entre alternativas cuyo costo aleatorio haya sido calculado según el modelo.

El trabajo es básicamente de carácter monográfico, busca la adecuación de cuerpos de la Teoría de riesgos al quehacer empresarial en un campo poco conocido por la Administración de Riesgos nacional: Análisis estadístico de pérdidas y estudio de alternativas de tratamiento de riesgos.

El material presentado es tratado normalmente desde la óptica del asegurador y reasegurador, pero en la tesis se presenta desde la óptica del empresario a cargo de una industria expuesta a riesgos asociados o no a una póliza de seguros y que necesita cuantificarlos, plantear alternativas de tratamiento financiero de los mismos y compararlas en forma objetiva sin dejar de tener en cuenta que se trata de un fenómeno de naturaleza estocástica.

65. ANÁLISIS NUMÉRICO

03–65–4 T

Título: Estabilización de un método de elementos finitos para problemas elípticos con restricción

Autor: Alexander Gutiérrez

Director: Jhon Jairo Duque

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: Diciembre de 2003

Resumen: Presentamos un método de elementos finitos para sistemas elípticos con restricción. El método se basa en la técnica introducida por Brezzi-Pitkanta para discretizar la ecuación de Stokes, donde la ecuación de continuidad se modifica agregando un término estabilizador. La convergencia y estabilidad del método se discuten en el caso de un método de elementos finitos lineales. Finalmente, usamos un procedimiento numérico para resolver el problema de la cavidad y aplicamos la técnica de estabilización de Brezzi-Pitkanta en la predicción de un flujo comprensible.

90. INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

01-90-3 T

Título: Modelo de inventario para un periodo simple

Autor: Rodrigo Hoyos Campuzano

Director: José Enrique Valdés Castro

Institución: Universidad Eafit, Medellín

Fecha de aprobación: 2001

Resumen: En el trabajo se analiza un modelo de inventario para un periodo simple y se encuentra la cantidad óptima del pedido cuando la demanda es aleatoria.

Para el problema con un solo almacén se encontró una expresión para la derivada de la varianza, se consideró el caso cuando no hay costo por agotamiento de inventario y se demostró que la varianza crece como función del tamaño del pedido, obteniéndose la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial Q}[VG(Q)] = (1 - F(Q))(2p^2 + 2h_0(h_0 + 2p)) \int_0^Q F(x)dx > 0,$$

donde Q es el pedido, F es la función de distribución de la demanda, p es el precio unitario de venta y h_0 es el costo unitario de mantenimiento.

También se obtuvo una expresión que permite calcular la probabilidad de que la ganancia sea negativa para el pedido óptimo

$$P(U(Q_0) < 0) = F\left(\frac{(c + h_0)Q_0}{p + h_0}\right) + \overline{F}\left(\frac{(p - c + \pi)Q_0}{\pi}\right),$$

donde Q_0 es el pedido óptimo, c es el costo unitario de compra, π es el costo unitario por agotamiento de inventario, $\overline{F} = 1 - F$, es la función complementaria y se comprobó que para ciertas funciones de distribuciones de la demanda, la probabilidad de pérdida es grande.

Finalmente, se construyó un algoritmo para el tamaño del pedido cuando la probabilidad de pérdida sea grande con el pedido óptimo.