

**APORTES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y
EL ANÁLISIS DE CONTENIDO A LA COMPETENCIA DE
PLANIFICACIÓN DOCENTE**

LAURA KAROLA SALAZAR PAZ

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI**

2018

**APORTES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y
EL ANÁLISIS DE CONTENIDO A LA COMPETENCIA DE
PLANIFICACIÓN DOCENTE**

LAURA KAROLA SALAZAR PAZ

Código: 1101062

**Proyecto Para Optar al Título de Magíster en Educación
Énfasis en Educación Matemática**

Director

EVELIO BEDOYA MORENO *Ph.D*

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI**

2018

*A la buena madre María porque he sentido
su presencia en mi vida constantemente.*

*A mi familia por su incondicional apoyo
en esta etapa tan importante de mi vida,
en especial a quien me hizo sentir en casa
a pesar de la distancia, gracias mil gracias
a mi tío Roberto Moreno.*

*A los estudiantes y compañeros de labor
grandes maestros de vida y parte fundamental
en la realización de este proyecto*

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor de tesis Evelio Bedoya Moreno por su paciencia y aportes a mi trabajo.

A la señora Carmen Rosa Ruales Valdez quien me colaboró desde la distancia para lograr culminar mis estudios de maestría.

A los profesores y amigos Nubia Castillo, Edinsson Fernández, María Fernanda Mejía, Luis Eduardo Salas, Cristina Ortega y Danny Botina por su apoyo y motivación para la finalización de este trabajo.

A la Comunidad de Hermanos Maristas de la Enseñanza, los docentes del área de matemáticas del Instituto Champagnat de Pasto por su colaboración al compartir sus experiencias de aula conmigo, en especial al profesor Mario Fernando Almeida Mejía por su disposición y entrega a la labor educativa.

INDICE

RESUMEN.....	10
ABSTRACT	11
INTRODUCCIÓN	12
CAPÍTULO 1.....	17
FUNDAMENTOS CONCEPTUALES PARA LA REFLEXIÓN DE LA PRÁCTICA EN EL AULA	17
1.1 DESCRIPCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA	17
1.2 PROPÓSITOS GENERALES DEL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN	24
1.2.1 Preguntas orientadoras.....	25
CAPÍTULO 2.....	26
MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	26
2.1 FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS	26
2.2 COMPETENCIAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS.....	27
2.3 COMPETENCIA DE PLANIFICACIÓN CURRICULAR DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS.....	30
2.3.1 La negociación como capacidad en la competencia de planificación curricular.....	31
2.4 ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO	33
2.5 CONOCIMIENTO DIDÁCTICO	34
2.6 ANÁLISIS DIDÁCTICO.....	36
2.7 APROXIMACIÓN A UNA UNIDAD DIDÁCTICA SOBRE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	37
2.8 ANÁLISIS DE CONTENIDO	37
2.8.1 Análisis del Contenido Matemático Escolar	39
2.8.2 Contenido matemático escolar. Definición del objeto de estudio	39
2.8.3 Estructura Conceptual.....	43

2.8.4 Análisis Fenomenológico	46
2.9 ANÁLISIS COGNITIVO	51
2.10 ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN	52
2.11 EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA	53
2.12 ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA	56
2.12.1 Alfabetización Estadística	57
2.12.2 Razonamiento Estadístico.....	58
2.12.3 Pensamiento Estadístico	60
2.13 APRENDIZAJE COOPERATIVO.....	61
2.14 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS	62
2.14.1. Categoría 1. La negociaciación en la planificación docente	63
2.14.2. Categoría 2. Conocimiento matemático escolar	64
2.14.3 Categoría 3. Conocimiento curricular	65
CAPÍTULO 3.....	66
MARCO DE REFERENCIA CURRICULAR.....	66
3.1 ANTECEDENTES.....	66
3.1.1. Educación estadística en el aula de clase de matemáticas.....	66
3.1.2 Educación Matemática Crítica en el aula de clase de matemáticas.....	68
3.2 CONCRECIÓN CURRICULAR	70
3.3 ESTADIOS DE CONCRECIÓN	71
3.3.1 Contexto Nacional. Ministerio de Educación Nacional. Estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares de matemáticas	71
3.3.1.1. Estándares Curriculares	73
3.3.1.2. Lineamientos Curriculares	74
3.3.2 Contexto Institucional. Proyecto Educativo Institucional (PEI)	75

3.3.3 Contexto del aula.....	75
3.3.4 Estructura de los planes de clase, asignatura y área entorno al pensamiento aleatorio. Estadística descriptiva	76
3.3.4.1 Plan de área.....	76
3.3.4.2 Plan de asignatura	78
3.3.4.3 Plan de clase.....	78
3.3.5 Modelo Local.....	79
CAPÍTULO 4.....	80
ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	80
4.1 ESTRATEGIA METODOLÓGICA GENERAL Y MARCO METODOLÓGICO	82
4.1.1. Enfoque Metodológico	82
4.1.2. Estructura y fases del Proceso de Sistematización de Experiencias.....	84
4.1.3 Contextualización. Participantes	86
4.1.4 Instrumentos de recolección de información.....	87
4.1.5. Análisis de la información. Triangulación de datos	88
CAPÍTULO 5.....	89
ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	89
5.1 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA 1. LA NEGOCIACIÓN EN LA PLANIFICACIÓN DOCENTE	90
5.2 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA 2. CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR... 96	
5.3 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA 3. CONOCIMIENTO CURRICULAR	108
6. CONCLUSIONES.....	114
6.1 Conclusiones referidas a la primera pregunta orientadora sobre los fundamentos de la Educación Matemática Crítica y del Análisis Didáctico del Contenido en relación con el proceso de planificación curricular.....	115

6.2 Conclusiones referidas a la segunda pregunta orientadora sobre los aportes integrados del Análisis Didáctico de Contenido y de la Educación Matemática Crítica en relación con la competencia profesional de planificación curricular	117
6.3 Conclusiones referidas a la tercera pregunta orientadora sobre los aportes de la Educación Matemática Crítica y el Análisis Didáctico de Contenido al desarrollo de la competencia de planificación curricular	119
6.4 Reflexiones finales	121
GLOSARIO	124
REFERENCIAS	125

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1. Malla Curricular	77
Figura 3.2. Medidas de tendencia central en la malla curricular de pensamiento aleatorio	77
Figura 3.3. Estructura del plan de clase	79
Figura 5.1. Capacidades que contribuyen a la competencia de planificación docente	102
Figura 5.2 Ejemplo de planificación. Plan de clase	103
Figura 5.3 Planeación de clase.....	104
Figura 5.4 Ejemplo de plan de clase, las estrategias metodológicas	105

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Estándares y derechos básicos en pensamiento aleatorio	47
Tabla 2.2. Contextos y fenómenos.....	49
Tabla 2.3. Ambientes de aprendizaje	50
Tabla 5.1 Síntesis y relación de las categorías y subcategorías de análisis	89
Tabla 5.2 Contraste entre plan de asignatura y clase.	106

LISTA DE GRAFICOS

Gráfico 2.1. Estructura conceptual de las medidas de tendencia central	43
Gráfico 4.1. Articulación de las I-A-P y AD	84
Gráfico 4.2 Modelo de experimento didáctico	85

RESUMEN

En el quehacer diario del docente es importante hacer hincapié en aquellos elementos que se hacen presentes en el aula, y que en muchas ocasiones no son contemplados para evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje. La formación del maestro de matemáticas se debe entender como un proceso donde no solo se ha de privilegiar el manejo de contenidos o saberes matemáticos en sí, sino que se deben puntualizar en aquellas competencias que precisamente intervienen en la actividad diaria. En este sentido, este trabajo intenta determinar el aporte de la Educación Matemática Crítica a los procesos de planificación curricular, en particular a la competencia del mismo nombre, además de resaltar el valor que tiene el Análisis de Contenido en la misma como un proceso que es necesario y que debe adelantar el docente para asegurar un aprendizaje perdurable. Para ello se acude a la teoría del Análisis Didáctico, no solo como marco teórico conceptual, sino además como un recurso metodológico, permitiendo organizar sistemáticamente esta experiencia.

Para la Sistematización de esta experiencia, el análisis de resultados se realiza a través de la triangulación de diferentes fuentes de información como observaciones de clase, entrevistas, planeaciones y seguimientos realizados a los maestros por parte de la investigadora quien además cumple con la función de asesora del área de matemáticas en el Instituto Champagnat de Pasto, lugar donde se realiza esta investigación, esto enfocado desde las categorías de análisis establecidas en el marco conceptual.

Palabras Clave: Análisis de contenido, negociación, interacción, diálogo, formación de maestros, competencias profesionales.

ABSTRACT

Throughout the daily work teachers face in classrooms, it is important for them to emphasis on different elements that take place during this action and that are often dismissed for the evaluation of the teaching and learning process. The mathematics teacher training does not only consider the knowledge and contents of the subject itself, but also it must stress on the development of the competences that daily tasks shape. Hence, the aim of this paper is to determine the role of the Critical Mathematics Education in the curricular planning processes, especially in how to be competent on the critical component of this subject. It is also relevant to estimate the importance of the content analysis as a vital process that leads to permanent learning. In order to obtain this, the author does not only viewed the Didactic Analysis theory as the theoretical framework, but also as methodological resource that permits the systematic organization of this experience.

For the systematic process, the analysis of the results was carried out through the triangulation of different sources of information such as class observation, interviews, planning documents, and the follow up formats applied to teachers by the researcher at Instituto Champagnat de Pasto school. It is worth to mention that the curricular innovation is the main attribute of this practice, since it involves teachers in action work, research and the trainer, who also takes part as researcher.

Key words: content analysis, negotiation, interaction, dialogue, teachers' training, professional competences.

INTRODUCCIÓN

Los maestros cada día deben enfrentarse a nuevos retos con los estudiantes, por ello es preciso reflexionar sobre las prácticas que se llevan a cabo en el aula, pues ese aprendizaje mutuo supone que el conocimiento y los saberes puestos en acto no son estáticos, no existe dicotomía entre la objetividad y subjetividad, pues ya no basta solamente con los objetos a estudiar, sino de los sujetos que se encargarán de la transformación, pues en ese proceso de aprendizaje la única persona que aprende es aquella que es capaz de reestructurar ese aprendizaje. En este trabajo se intenta documentar la experiencia que permite identificar la importancia de la competencia de planificación curricular del docente y su relación con el análisis didáctico de contenido y la Educación Matemática Crítica en torno a la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central, un concepto de amplia aplicabilidad en el campo de la disciplina específica y en situaciones de contexto real.

De esta manera, el trabajo intenta dar un significado relevante al aprendizaje de la estadística, en particular en el Instituto Champagnat, donde actualmente se ha venido reflexionando sobre el papel que desempeña este tipo de razonamiento al articularlo con el pensamiento crítico, que sin duda favorece la multidisciplinariedad, y la coherencia con los demás pensamientos respecto a la variación, espacialidad y aleatoriedad.

Se ha observado cierta dificultad en los maestros de la básica primaria cuando se trata de planificar sus clases, pues en los documentos es frecuente encontrar términos o conceptos mal formulados, se privilegia bastante el juego y actividades lúdicas, pero éstas no son exploradas y explotadas al máximo, en muchas ocasiones el juego se queda en eso, pero no sobrepasa a una reflexión sobre el concepto que se había considerado al inicio de la tarea propuesta. En cierta medida no es responsabilidad únicamente de los maestros de la básica primaria, pues en la ciudad no hay programas de educación superior formal en matemáticas para ese nivel de escolaridad, tampoco se ha tomado la iniciativa de hacer un proceso interno de formación, además que los formatos requeridos por la institución se consideran una limitante para que el docente exprese lo que pretende gestionar en el aula. Si bien se respeta la autonomía de cada docente para planificar

sus clases, si se observa que en el área no hay unidad de criterios frente a la actividad matemática escolar, de aquí surgen inconvenientes cuando los estudiantes son promovidos a cursar el primer año de secundaria, el proceso de adaptación de estos es complejo, y surgen dificultades, como una mayor tasa de reprobación de la materia, desmotivación y desinterés por la matemática.

El panorama en la secundaria no es diferente, pero se observa que los profesores de esta sección al realizar la planificación de actividades se concentran en mayor medida al desarrollo de una lista de contenidos, no se hace énfasis en las estrategias metodológicas que va a emplear y en muy pocas ocasiones se observa la inclusión de tecnologías o actividades diferentes al paradigma del ejercicio.

La intención de este trabajo es que las reflexiones sobre estas prácticas se consoliden en la Sistematización de experiencias, como un ejercicio de formación de los maestros del área de matemáticas del Instituto Champagnat de Pasto, de modo que se hagan aportes importantes desde la teoría del Análisis Didáctico y la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, logrando una aproximación al modelo de unidad didáctica, en este caso en el campo de la estadística. Con esto no se quiere que el maestro sea un experto en realizar análisis didácticos, lo importante es que considere estos aspectos y su labor se enriquezca favoreciendo no solo sus intereses profesionales, sino que el impacto sea positivo en el aprendizaje de los estudiantes.

Para iniciar con la reflexión es necesario destacar aspectos centrales de la Educación Matemática Crítica, Análisis Didáctico y educación estadística como los enfoques teóricos que además de sustentar la experiencia la direccionará. En primera instancia, el razonamiento estadístico y la enseñanza de esta forma de hacer matemáticas, ha sido el centro de bastantes reflexiones que indican que la estadística es una “materia cultural” pues es clave en la formación del ciudadano, tal como lo señala el informe Cocroft:

La estadística es una materia práctica (cultural) y se aconseja que su estudio debe basarse en la recogida de datos por los propios alumnos, considerando el tipo de datos, las razones para recogerlos, los problemas que se plantean al hacerlo, las formas en que pueden ser tratados válidamente y las conclusiones que cabe extraer de ellos (Cockcroft, 1985, p. 286)

De la misma manera, en este reporte se habla de la competencia estadística como una competencia que integra el sentido de los números, esto es el reconocimiento de los diferentes niveles de precisión y la estimación, así como el sentido común en la utilización de los datos, de modo que soporten una conclusión o decisión frente a una situación en donde se pueden generar variedad de interpretaciones provenientes de los resultados obtenidos al manejar la información recolectada, que posteriormente es estudiada a la luz de conceptos como los promedios o porcentajes, todo lo anterior forma parte de la vida cotidiana de los estudiantes, lo que implica que ellos puedan pensar críticamente sobre cada uno de estos aspectos.

Con esto se busca generar la llamada “*cultura estadística*” en el aula de clase, una tendencia en la educación estadística que ha tomado fuerza en los últimos años, no solo en el campo educativo, sino en la intervención en la sociedad, altamente influenciada por los medios masivos de comunicación y la tecnología. Las conferencias y asociaciones comprometidas con el estudio de ésta, a través de sus reflexiones en eventos académicos convienen abordar estas temáticas desde la educación primaria, pues el objetivo es el desarrollo del *razonamiento estadístico*, y a futuro lograr la alfabetización estadística, también identificada como *statistics literacy* en la literatura internacional que resalta la importancia del conocimiento estadístico; en este sentido hablar de alfabetización permite remitirse a la definición acuñada por (Dewey, 2008), donde habla de la “*ilustración popular*” que le permite al ciudadano poner en juego sus conocimientos y hacer juicios basados en la evidencia, lo anterior en el campo de la estadística tiene total validez, por tanto hablar de una alfabetización estadística no es algo desbordado, pues si bien es cierto dada la proximidad con la información que se maneja en el día a día, la formación en este aspecto pretende por la interpretación y clasificación de datos, en muchas ocasiones malinterpretados e innecesarios. Así mismo, la determinación de una muestra aleatoria o tomada por conveniencia en un estudio, son factores a tener en cuenta a la hora de tomar decisiones y comunicar conclusiones, pues la tendencia a generalizar es bastante grande, y el error en ello aún más.

En este punto de la reflexión, surgen diversos interrogantes acerca del qué y cómo enseñar conceptos estadísticos fundamentales, que se encuentran presente en los currículos, y es precisamente esa clasificación y metodología a implementar que se cuestiona, pues si bien es cierto este tipo de discusiones son muy frecuentes entre los maestros, no se ha logrado concretar al

respecto. Por esto, en el Instituto Champagnat y específicamente en el área de matemáticas, se ha estudiado la propuesta del desarrollo de razonamiento estadístico, desde las diferentes disciplinas, como las ciencias naturales, sociales, humanas y las matemáticas mismas, con el fin de aportar a la formación de un ciudadano estadísticamente alfabetizado. Como el punto de partida de un proceso de formación de maestros se propone este trabajo de Sistematización que se encuentra estructurado en seis capítulos que se describen a continuación.

En el capítulo primero, los antecedentes y sustentos teóricos que serán la materia prima para la reconstrucción de la práctica reflexiva en el aula, la atención se centra en el planteamiento del problema, a través de los objetivos y la justificación de la misma desde la teoría estudiada.

El capítulo dos, marco teórico conceptual, define las teorías que soportan el trabajo de sistematización, como lo es lo relacionado con las competencias profesionales del profesor de matemáticas, la Educación Matemática Crítica, en particular la competencia democrática y los escenarios de investigación, pensamiento estadístico y Análisis Didáctico, haciendo énfasis en el Análisis Didáctico de Contenido sobre las medidas de tendencia central, objeto de estudio en este trabajo. En este mismo apartado, se logra una aproximación a una unidad didáctica sobre las medidas de tendencia central, producto del estudio de este contenido matemático escolar, desde las cuatro dimensiones del Análisis Didáctico.

El tercer capítulo: Marco de referencia curricular, plantea los antecedentes respecto a la teoría de la Educación Matemática Crítica, la educación estadística y sus aspectos relevantes para finalizar con la concreción curricular donde se establecen los parámetros nacionales e institucionales que guiaran el análisis de la experiencia, además de la definición de los organizadores del currículo.

El cuarto capítulo establece la metodología que se empleará para el desarrollo de este trabajo, iniciando con la presentación de las características de la metodología de Sistematización, la I-A-P y el Análisis Didáctico, tomado como metodología de investigación por el carácter organizativo que brinda al trabajo.

En el capítulo cinco: Análisis de resultados, se realiza el estudio de la información recolectada, a la luz de las categorías de análisis que darán cuenta de los aportes del Análisis de Contenido y la Educación Matemática Crítica a la competencia de planificación curricular del docente.

Por último en el capítulo seis: Conclusiones generales, reúne las ideas más importantes desarrolladas en el trabajo, en relación al problema, el resultado alcanzado de cada categoría de análisis, las conclusiones metodológicas, y algunas preguntas que quedan abiertas para futuras intervenciones en el aula.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS CONCEPTUALES PARA LA REFLEXIÓN DE LA PRÁCTICA EN EL AULA

1.1 DESCRIPCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA

La Educación Matemática vista desde la perspectiva de la educación crítica y filosófica permite ampliar la visión de la enseñanza de las matemáticas en la escuela, dejando de lado concepciones que sostienen que las matemáticas son una materia rígida y formal, con una resistencia bastante grande hacia la interdisciplinariedad y la cooperación.

En este sentido la concepción de la educación toma un matiz diferente, por ejemplo Paulo Freire afirma lo siguiente:

La educación debe servir para que los educadores y educandos aprendan a leer la realidad para escribir su historia. Esto es, comprender críticamente su mundo y actuar para transformarlo, en función de inéditos viables; en relación a dicha acción y reflexión, y a través del diálogo, los educandos y educadores se constituyen en sujetos” (Freire, 2011, p. 3)

Con respecto a lo anterior, Freire plantea 4 dimensiones de la educación, que responden a los lineamientos de una educación crítica, pues se trata de conocer la realidad no como proceso individual sino colectivo, un conocer desde la práctica transformada, que involucra valores, voluntades e intenciones. Asimismo, éstas también se pueden catalogar como políticas, en razón de la legitimación o transformación de las relaciones de poder que aún prevalecen en la sociedad y que permean el aula de clase.

Por lo tanto, resulta imposible negar que en nuestra sociedad existan conflictos y crisis de tipo económico y social, por ejemplo desigualdad de oportunidades laborales, racismo, diferencias de género, pobreza, clasismo, entre otros, y esto como consecuencia de la desfavorable distribución de bienes, así como de la concentración del poder en un sector privilegiado de la sociedad, porque no se manejan equitativamente las estructuras de poder. Es decir las crisis y conflictos hacen parte

de cualquier sociedad, son los ciudadanos quienes se ven obligados a acomodarse a estas situaciones y de alguna manera quienes deben buscar posibles soluciones a estos problemas.

Frente a esto, se habla de una educación filosófica, pues pone el acento en la formación. Como lo diría Estanislao Zuleta “la enseñanza de todo lo que llamamos “materias” debe tender a darse en forma filosófica, es decir, como pensamiento y no como información” (Valencia, 2010, p. 9)

Esto quiere decir, que se trata de dar sentido a lo que se enseña, pues ese conocimiento que se convierte en un instrumento propio, permite identificar la realidad, y cuestionarse sobre la práctica misma. Al respecto conviene decir que en la medida que la concepción de la educación sea diferente o signifique algo más que “el entrenamiento de un experto” y se tenga presente la formación de ciudadanos, en este punto es donde se debe acentuar la educación filosófica.

Ahora bien, en lo que respecta al campo de la Educación Matemática, una filosofía de esta se refiere a los objetivos o razón de ser de la práctica de la enseñanza de las matemáticas. ¿Cuál es el propósito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? Un interrogante bastante complejo de responder, pues existen diferentes perspectivas desde donde se puede abordar, pues depende del contexto y las necesidades de cada sociedad. Así, Skovsmose (1999) afirma que “La razón de ser de una filosofía de la Educación Matemática no es ofrecer guías, sino crear nuevas posibilidades de interpretación; crear una comprensión mejorada de lo que sucede en la Educación Matemática.(p. 9)

De esta manera la Educación Matemática Crítica, teoría desarrollada por Ole Skovsmose, tiene como objetivo aclarar e interpretar las prácticas educativas con el fin de expandirse a nuevas visiones sobre lo que pueden ser las matemáticas escolares y el desarrollo de una ciudadanía crítica, esto debe facilitar el desarrollo de competencias que le permitan al estudiante tomar una posición crítica frente a su conocimiento matemático y aplicar éste en su vida cotidiana. Por lo tanto la Educación Matemática Crítica persigue 3 grandes objetivos: El desarrollo de una *alfabetización matemática* que desarrolle no solo competencias matemáticas específicas, sino también la destreza para interpretar y actuar en la sociedad; el desarrollo de una Educación Matemática que privilegie la *democracia* en el salón de clases de matemáticas; resaltar la importancia del papel de las matemáticas para el desarrollo de la sociedad, como parte fundamental de nuestra cultura.

Lo anterior se condensa en el desarrollo de *competencias democráticas*, en particular se busca identificar y crear espacios que permitan el tratamiento de ésta, encaminada a adquirir criterios, de modo que la ciudadanía pueda realizar actos de juzgamiento de sus gobernantes; esto en el contexto escolar puede interpretarse como la acción crítica reflexiva que realizan los estudiantes en torno a la gestión de los directivos y docentes de su institución, así como la consideración de las estructuras de poder que se manejan en el aula con los demás compañeros y el maestro. Lo anterior potencia el conocimiento reflexivo de los estudiantes, como herramienta para tomar posición frente a los diferentes avances tecnológicos y su influencia en la vida social de grupo. De esta manera no es pertinente tratar la competencia democrática como habilidades que se dan de manera individual; esto requiere de la colexión, colectividad, reflexión y transformación del grupo en situaciones del contexto próximo de él.

A partir del anterior planteamiento, y específicamente con el trabajo en el aula es necesario resaltar que este proyecto tiene especial interés por abordar lo relacionado con el desarrollo del pensamiento estocástico, un eje fundamental en la consolidación de pensamiento matemático. En los últimos años, se ha manifestado la importancia de la estadística en los currículos escolares, en todos los niveles, tal como lo afirman los estándares y lineamientos curriculares:

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. [...] Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 64)

En este punto, el desarrollo de pensamiento estadístico se puede abordar en los primeros años de escolaridad, a través de situaciones problemáticas, una perspectiva que al igual que la modelación y el razonamiento favorecen significativamente el pensamiento matemático en la escuela. Ahora bien, el aprendizaje de la estadística tiene objetivos que se conectan con los principios de la investigación en el aula, de aquí la importancia de la propuesta de una unidad

didáctica que incluya actividades en las cuales no solamente se favorezca el proceso de concreción de conocimiento procedimental, sino también el conocimiento conceptual, en el cual se articulan *el saber qué y el saber por qué*, catalogado éste como un conocimiento de tipo reflexivo; con esto, no se deja de lado la relevancia del primero. Por tanto, los referentes curriculares nacionales plantean para la educación estadística lo siguiente:

Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias son logros importantes en el aprendizaje de la estadística. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 48)

Lo anterior se puede llevar a cabo a partir de la reflexión de las prácticas que se desarrollan en el aula, a través de las acciones del maestro de matemáticas. La formación de este es fundamental para el desarrollo de su trabajo de aula, de aquí que varios estudios especifiquen las competencias o capacidades que debe poseer el maestro para su desempeño. Para esto (Rico & Sierra, 2000) realizan una caracterización del docente como profesional de la Educación Matemática en contraposición al término convencional de profesor de matemáticas:

Entendemos por educador matemático a toda persona que pretende formar o instruir a otra, u otras, mediante las matemáticas, es decir, considera las matemáticas, en todo o en parte, como objeto de educación para las personas a cuya formación y desarrollo está contribuyendo. (Rico & Sierra, 2000, p. 5)

En este punto de la reflexión el papel del maestro se extiende, de modo que su actividad en el aula está guiada a dar respuesta a diferentes interrogantes de la dimensión curricular, como por ejemplo ¿Qué conocimiento producir? ¿Cómo organizar esa construcción? ¿Con que secuencia? ¿Con que actividades? ¿Con que recursos? ¿Qué obstáculos se presentan? ¿Cómo superarlos? ¿Cómo evaluar el conocimiento matemático? Cabe resaltar que estas no serán las únicas cuestiones a responder, se citan para ejemplificar la labor del docente que debe responderlas a partir de sus diferentes competencias y funciones.

De este modo, en la práctica del docente en un contexto de aula se identifican diferentes problemáticas, la situación particular que se ha determinado gira en torno a los procesos de planificación curricular, de hecho existen “guías” o documentos que pueden orientar esta actividad en la institución, sin embargo se evidencian incoherencias en el área de matemáticas, por cuanto no hay unidad de criterios cuando se habla de evaluación, metodologías o un enfoque bajo el cual trabaje el área, en varios casos aquello que se ha planeado no se ejecuta en el salón. Existe también la preocupación por la formación de los maestros de matemáticas; en el caso de los maestros de la sección primaria la fundamentación teórica del área, es decir el dominio de los conceptos, presenta inconvenientes mientras que en el caso de los maestros de secundaria la situación problemática gira en torno a los procesos didácticos que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas. Estas situaciones se hacen evidentes en la planeación de clases, que no solo trata de una serie de actividades que se han de realizar para cubrir un contenido, sino que además involucra los aspectos metodológicos y de evaluación de los aprendizajes.

En el área de matemáticas se ha propuesto implementar como estrategia metodológica el aprendizaje cooperativo, como una herramienta que permita la interacción de los estudiantes con el maestro y sus pares, resaltando la importancia del sistema de relaciones que se presentan en el aula, además que favorece la apropiación de los conceptos matemáticos trabajados a partir de problemáticas que involucran su contexto.

Por la condición de maestros en ejercicio que buscan mejorar cada día sus prácticas, ha suscitado un especial interés en hacer reflexión de aquellas prácticas que se llevan a cabo en el aula, empleando para ello la Sistematización de Experiencias como una estrategia metodológica, de carácter cualitativo, descriptivo e interpretativo que se basa en la observación de las acciones que se desarrollan en la clase, una investigación participativa que considera el estudio de casos, sin dejar de lado el componente teórico como la revisión y análisis crítico de documentación pertinente para el trabajo que se pretende desarrollar, este tipo de análisis de la práctica tiene como producto una experiencia que se documenta para generar conocimiento que aporte a la formación de los maestros del área de matemáticas, en este caso para dicho análisis se toman los enfoques de la Educación Matemática Crítica y el Análisis de Contenido dada la situación problemática que se describió anteriormente.

A cerca de estos enfoques, uno de los argumentos centrales dentro de la Educación Matemática Crítica y su epistemología es la de considerar la alfabetización matemática como un factor clave para el cambio social libertador, en una sociedad influida en gran medida por las tecnologías y comunicaciones. De esta manera Frankenstein (2010) plantea lo siguiente:

El conocimiento de las matemáticas básicas y las estadísticas, es importante para ganar el verdadero control social democrático de las estructuras económicas, políticas y sociales. Para tal cambio social libertador se requiere una comprensión de los conocimientos técnicos que se utilizan con demasiada frecuencia para ocultar la realidad económica y social. (Frankenstein, 2010, p. 1)

La anterior afirmación le da a la estadística un valor importante en la formación de ciudadanos críticos, pues investigadores en educación estadística han identificado 3 tipos de competencias: alfabetización estadística, pensamiento estadístico y razonamiento estadístico; aunque parezcan habilidades macro, son aspectos claves a desarrollar, pues al conjugarlas con los indicadores de pensamiento crítico como interpretación, análisis y explicación, la intervención del docente en el aula, permitirá establecer una relación más estrecha entre la realidad de los estudiantes, su postura en la clase de matemáticas y la problemática social, logros que hacen parte de la transformación y formación de ciudadanos críticos. Si bien es cierto, los estudiantes también se hacen conscientes de la importancia de esta disciplina en diferentes campos, como se demuestra en un sondeo realizado en el aula cuando se cuestiona la presencia de la estadística en la sociedad:

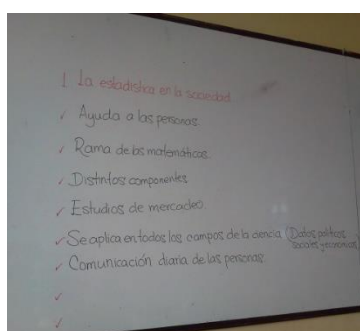


Figura. 1.1 Sondeo 1

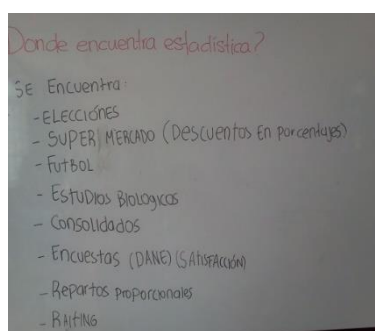


Figura. 1.2 Sondeo 2

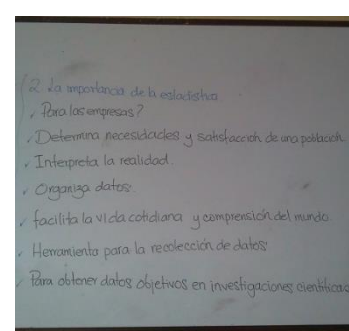


Figura. 1.3 Sondeo 3

Sin embargo, no se ha tomado conciencia que la realidad de la que ellos mismos hablan está más cerca de lo que se pueden imaginar, además de incidir y tomar decisiones mucho más acertadas y razonables. Esto es lo que se pretende con la educación estadística, intención que se

afirma por diferentes investigadores en el campo, como (Batanero, 2000, p. 5) en su reflexión sobre el *“Presente y Futuro de la Educación Estadística”* donde plantea dos objetivos de la enseñanza de la estadística:

- Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de la estadística en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la estadística ha contribuido a su desarrollo.
- Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones.

Estos objetivos son claros pues permiten reconocer que la formación matemática y estadística de un estudiante es clave para su inserción en la sociedad y la vida democrática, esto brinda otros espacios de acción de la Educación Matemática, considerando el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas desde puntos de vista diferentes. De este modo estos propósitos contribuyen a la definición y desarrollo de una cultura estadística, pues el objetivo está lejos de convertir a los estudiantes en estadísticos profesionales, con grandes habilidades para el cálculo numérico y de representación.

Esta formación es posible cuando la actividad en el aula está planeada para ello, de aquí la importancia de las competencias y capacidades que posee el docente, de las disposiciones e intenciones de los estudiantes y del diálogo y negociación de los actores del proceso educativo, en torno a un objeto de estudio determinado. Respecto a la negociación (Valero, 2002) habla de una fuerte relación con el tipo de contexto proporcionado a los estudiantes:

En el aprendizaje de las matemáticas no sólo es necesario proveer a los estudiantes con actividades que permitan desarrollar procesos individuales de pensamiento, sino también es necesario abrir un espacio de interacción y negociación del significado matemático entre los mismos estudiantes, y entre ellos y el profesor (p. 51).

En esta misma vía, se puede dilucidar la importancia de la interacción y el diálogo del profesor con sus estudiantes, para permitir la creación de significados frente a un concepto matemático involucrado en su proceso de enseñanza y aprendizaje. Al respecto Planas & Gorgorio (1999)

afirman: “Conviene que se invite a los alumnos, explícitamente y con cierta regularidad, a opinar e interpretar en voz alta el sentido personal que dan a algunos de los temas matemáticos que se trabajan” (p. 3)

Cuando este tipo de actividades se llevan a cabo en el aula los estudiantes se sentirán que participan en la construcción de significados y que estos de alguna manera tienen que ver con ellos y con lo que hacen a diario, trascendiendo el plano meramente escolar.

En este proceso de enseñanza y aprendizaje se entiende que la actividad del docente es fundamental para lograr los propósitos trazados, por ello es necesario puntualizar sobre las competencias del profesor de matemáticas que han sido objeto de investigación en diferentes grupos académicos. En el informe Tuning se habla de ellas a partir de dos categorías: genéricas que son las comunes a los docentes de todas las áreas del saber y específicas a la disciplina en cuestión. Al respecto existen varias posturas que indican subcategorías de estas competencias, por ejemplo el Espacio Europeo de Educación Superior (E.E.E.S) establece dos: conocimiento general básico que son los referentes teóricos del profesor y el conocimiento básico de la profesión que es el que capacita para ejercer la práctica de la profesión docente del área de matemáticas.

Por otra parte Llinares (Lupiáñez, 2014, p. 1091) plantea 3 sistemas de actividad: a) Organización del contenido matemático para enseñarlo. b) Análisis e interpretación de las producciones matemáticas de los alumnos. c) Gestión del contenido matemático en el aula.

Una tercera perspectiva es la planteada por Rico (Lupiáñez & Rico, 2008, p. 40) quien establece las competencias generales para la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria, también diferenciadas por el tipo de actividad que debe realizar el maestro.

Estas reflexiones indican que los roles de todos los actores del proceso de enseñanza y aprendizaje son de suma importancia, por consiguiente amerita estudiar sobre la formación del docente como eje fundamental de dicho proceso.

1.2 PROPÓSITOS GENERALES DEL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN

Este proceso de Sistematización tiene como propósito reflexionar sobre las prácticas que se desarrollan en el aula, con una intencionalidad formativa por parte de la autora, como docente,

como formadora de docentes, como investigadora en un proceso de investigación e innovación curricular, en torno a un contenido matemático escolar del pensamiento estadístico, en particular las medidas de tendencia central, bajo la perspectiva del Análisis Didáctico de Contenido y la Educación Matemática Crítica, evidenciando qué y cómo aportan estos referentes teóricos a la formación de los profesores de matemáticas, desarrollando la competencia de planificación curricular y las capacidades asociadas a ésta. Se espera que este sea el primer paso para la consolidación de una comunidad de aprendizaje del área de matemáticas del Instituto Champagnat de Pasto.

Para empezar se plantean preguntas orientadoras para la Sistematización de la Experiencia, que permitirá un acercamiento al propósito planteado.

1.2.1 Preguntas orientadoras

P1. ¿Cuáles son las características fundamentales del Análisis de Contenido y de la Educación Matemática Crítica en la perspectiva de la competencia de planificación curricular del docente?

P2. ¿Cuáles son los aportes del Análisis Didáctico de Contenido y la Educación Matemática Crítica a la competencia de planificación curricular del docente para el diseño de una unidad didáctica de medidas de tendencia central en grado quinto de básica primaria?

P3. ¿Cuál es el conocimiento base de una formadora de maestros en relación con el Análisis Didáctico de Contenido desde una perspectiva de la Educación Matemática Crítica en relación con la competencia profesional de planificación curricular?

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

Este proyecto de Sistematización se encuentra sustentado en 3 enfoques temáticos, los cuales se encuentran interrelacionados, a fin de lograr reconstruir la experiencia y dar significado a las prácticas que en muchas ocasiones, no son reflexivas o apoyadas en la teoría.

En primer lugar, se trabaja el enfoque del Análisis Didáctico, pues permite tener una visión más clara de las dificultades y estrategias a implementar en el aula, luego se contempla la teoría de la Educación Matemática Crítica, pues brinda un marco tanto teórico como práctico, finalmente es necesario considerar algunas concepciones sobre la educación estadística, para documentar coherentemente esta experiencia.

2.1 FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

El desempeño de los profesores de matemáticas requiere una organización conceptual, didáctica y cognitiva, de modo que exista dominio de la disciplina, se estudien las capacidades cognitivas de los estudiantes y se analicen situaciones desde el punto de vista fenomenológico que permiten desarrollar las competencias de resolución de problemas tan relevantes en las matemáticas escolares. Además se deben tener en cuenta los recursos y medios que serán herramienta importante en el aprendizaje de las matemáticas.

Dicho lo anterior, la formación del profesor debe ser contemplada de modo especial, como lo afirman (Font, Rubio, & Planas, 2009) quienes aseguran que la formación disciplinar y didáctica del futuro educador matemático ha sido el centro de diversas investigaciones en las últimas décadas, esto en virtud que el pensamiento y las competencias matemáticas de los alumnos depende de manera esencial de la formación de sus profesores.

Así pues, en el foco de la formación inicial del profesor de matemáticas se presenta el análisis de la relación entre el desempeño profesional y la calidad educativa, de modo que esta debe ser el espacio para que el docente desarrolle competencias que le permitan trazar ciertas líneas de

aprendizaje para diseñar y llevar a la práctica actividades significativas para los estudiantes. Así la concepción del futuro profesor de matemáticas será:

Un profesional formado y reflexivo, con dominio de las matemáticas escolares, y con los conocimientos necesarios sobre la teoría curricular, nociones generales de didáctica de la matemática y principios organizadores para considerar y mostrar la pluralidad de significados del conocimiento matemático, a los efectos de ser enseñado y aprendido. (Rico, 1997, p. 40)

Esta definición del docente de matemáticas lleva consigo implícita la necesidad de establecer ciertas competencias profesionales para la labor del maestro, pues es la misma sociedad la encargada de proponer nuevos retos a los educadores, que demandan una continua actualización y formación centrada en dar respuesta a las necesidades de tipo cognitivo, afectivo y práctico del estudiante, aceptando así que el conocimiento matemático es una actividad social que resulta de las experiencias de las personas que interactúan en determinados contextos, tiempos históricos y culturas, dando así sentido y orden a diferentes actividades de tipo individual y colectivo.

En consecuencia, la competencia que se hace relevante respecto al planteamiento anterior será la de planificación curricular, pues requiere que el profesional identifique, priorice, organice y seleccione los significados de los conceptos a enseñar, mediante el Análisis de Contenido que establece las expectativas de aprendizaje, pues se hace énfasis en el sentido que tiene ese concepto, previo al diseño de tareas y elección de secuencias de actividades.

2.2 COMPETENCIAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

La noción de competencia ha sido debatida en diferentes espacios académicos y por las instituciones gubernamentales competentes, que señalan que la enseñanza deberá basarse en el desarrollo de estas. En el caso de los programas de formación de maestros, también se estudian éstas para mayor claridad en la intervención. En primera instancia el concepto de competencia es desarrollado por (Lupiáñez & Rico, 2008) que a partir del estudio de diferentes documentos caracterizan ésta a través de tres ideas recurrentes:

- La competencia *sirve para y se manifiesta mediante la acción*, lo cual se expresa de diversos modos, genéricos o específicos como actuar, interpretar y resolver problemas, enfrentar demandas complejas o aplicar conocimientos a la práctica.
- La competencia *se muestra mediante el desarrollo personal y social* del sujeto competente, lo cual también se expresa de diversas maneras como vivir, desarrollar capacidades, tomar decisiones, continuar aprendiendo, trabajar, o mejorar la calidad de vida.
- La competencia siempre hace referencia a un contexto de aplicación. Hay un claro énfasis en que la acción y el desarrollo, que se derivan de las componentes cognitivas y actitudinales tienen lugar en un marco concreto, de manera contextualizada. Las menciones son amplias y, a veces, imprecisas pero no dejan lugar a dudas. En el análisis anterior se mencionan situaciones determinadas o definidas, y las referencias a contextos tienen mayor diversidad y transmiten más precisión: contextos académicos, profesionales o sociales.

Con estas ideas la competencia es entendida desde el plano de la acción que realiza la persona, de lo que es capaz y de las herramientas que emplea para ello. Particularmente la caracterización de las competencias del profesor de matemáticas ha sido centro de investigaciones realizadas por diversos grupos académicos, que se concentran en la formación de docentes de matemáticas, algunos de estos grupos pertenecientes a la Universidad de Granada y Universidad de los Andes. Luis Rico en el seminario Itermat celebrado en el año 2004 plantea unas competencias generales y específicas del profesor de matemáticas de secundaria para su formación inicial. Las competencias generales son:

- Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza aprendizaje,
- Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza,
- Capacidad para el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas, y
- Capacidad de gestión del contenido matemático en el aula.

De la misma manera plantea los siguientes ejemplos de competencias específicas:

- Conectar los contenidos matemáticos de la Educación Secundaria con los fenómenos que los originan, reconociendo los aspectos formales implicados junto con su presencia en situaciones cotidianas y aquellas otras que procedan de ámbitos multidisciplinares (física, biología, economía, etc.);
- Reconocer los tipos de razonamiento de los estudiantes, proponer tareas que los orienten, diagnosticar sus errores, y proponer los correspondientes procesos de intervención;
- Seleccionar y secuenciar actividades para el aprendizaje escolar; analizar los diversos problemas que surgen en situaciones de aprendizaje; y
- Disponer de criterios, técnicas e instrumentos específicos para la evaluación del conocimiento matemático.

La actividad docente en el área de matemáticas se puede conceptualizar a través del Análisis Didáctico, como marco conceptual que concreta éstas en un conjunto de procedimientos, en consonancia con el Análisis de Contenido, Cognitivo, de Instrucción y de Actuación. En este grupo el conocimiento del profesor se define a partir de las actividades que realiza el maestro para la planificación, gestión y evaluación de la enseñanza.

Reconociendo además de lo anterior el contexto de la clase y los participantes en ella, es importante resaltar un aspecto que quizás no es tenido en consideración cuando se habla de las competencias del profesor, es la asociada a su desarrollo personal y relación con otros. Esta competencia que es llamada social por algunos autores incluye requerimientos interpersonales, haciendo hincapié en un aspecto fundamental que es la comunicación. Dado que la comunicación se convierte también en una competencia docente, se resalta la importancia del diálogo y la negociación en la actividad de aula, como medio para la interacción del docente con los estudiantes. Este proceso es relevante porque permite conocer el punto de vista del estudiante, sus intereses, sus necesidades, sus inquietudes. Contemplar estos aspectos es necesario en la planificación de la actividad que se pretende realizar en la clase, se asegura que al no darle un sentido y significado a ésta el aprendizaje no será efectivo.

2.3 COMPETENCIA DE PLANIFICACIÓN CURRICULAR DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS

Para la actividad de planificación y actuación del profesor en el aula, la noción de competencia se relaciona con las cuatro dimensiones del currículo: contenido, aprendizaje, enseñanza y evaluación, de aquí que la propuesta sea que se aborde esta competencia desde la teoría del Análisis Didáctico. (Gómez, 2006) plantea que la organización, gestión y evaluación de una clase se puede basar en los cuatro análisis:

1. el *análisis de contenido*, como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto;
2. el *análisis cognitivo*, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje;
3. el *análisis de instrucción*, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción; y
4. el *análisis de actuación*, en el que el profesor determina las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento.

Como se mencionó en el apartado anterior en relación a la noción de competencia, se puntualizaba en el hecho que la competencia requiere de la acción y de un contexto en el cual se desarrolle, de hecho implica la realización de una tarea donde necesariamente intervienen capacidades, habilidades, conocimientos y actitudes del maestro para llevar a cabo lo planeado. De aquí la importancia del Análisis Didáctico para la identificación de las capacidades que permitirán perfilar la competencia de planificación del maestro en el área de matemáticas. En este trabajo se ha planteado determinar los aportes del Análisis de Contenido y la Educación Matemática Crítica a la competencia de planificación curricular, por ello se hará énfasis en el Análisis de Contenido, de todas maneras las investigaciones al respecto trabajan desde las cuatro fases.

Los procedimientos de este análisis permiten identificar las capacidades del profesor para desarrollar su competencia de planificación, algunas son: priorización de conceptos en el nivel de enseñanza en que se encuentre, síntesis de una estructura conceptual a partir de mapas, correspondencia entre diferentes sistemas de representación, la coordinación entre estos que permiten relacionar los conceptos y sus propiedades, establecer la conexión de las matemáticas con las ciencias experimentales, artes y otras disciplinas, tipificar su uso en diferentes situaciones (fenomenología), contemplar los diversos usos de un concepto y definir sus funciones.

De las anteriores se destaca la importancia que se le asigna al significado de un concepto, así que si se trata de la identificación y organización de este significado, se espera que el docente sea capaz de (Gomez, 2007, pp. 132–134):

1. Identificar sus elementos (objetos, conceptos y estructuras matemáticas),
2. Determinar las diferentes representaciones de esos elementos y
3. Establecer las relaciones entre los elementos y entre sus representaciones.

Cuando se despliega de una de las capacidades mencionadas se puede diferenciar otra subcategoría de capacidades que contribuyen al desarrollo de la competencia de planificación curricular. Por ejemplo, al hablar de la segunda capacidad se pueden puntualizar otras en términos de tareas o actividades del maestro, con lo cual, además de establecer el concepto debe diferenciar sus elementos, como se pueden representar y como se relacionan estas representaciones, si existe coordinación entre ellas y están expresando lo deseado. A modo de conclusión en este aspecto, en lo que le concierne al análisis de contenido las capacidades que contribuyen son las que se refieren a la identificación y organización de significados del concepto en consonancia con los sistemas de representación y la estructura conceptual.

2.3.1 La negociación como capacidad en la competencia de planificación curricular

El montaje de un escenario de aprendizaje brinda los espacios para la interacción de los estudiantes con el maestro y con sus pares, de este modo, ellos pueden determinar los propósitos de sus actividades. Aquí no solamente se estudia la relevancia de las matemáticas en el contexto del alumno, sino que se extiende al campo de reflexión de la actividad de enseñanza y aprendizaje en

el aula. De aquí la importancia del rol del estudiante, que deja de ser pasivo para convertirse en partícipe activo-crítico de su proceso, tal como lo establecen los principios de la Educación Matemática Crítica.

El trabajo de matemáticas en cualquier nivel educativo requiere integrar los procesos de interacción, diálogo, y negociación en torno a los contenidos matemáticos y su gestión. Una cultura escolar que sea capaz de reconocer la diversidad de significados de las ideas matemáticas y democratizar el acceso a la participación de todos los alumnos es un reto fundamental para una educación matemática de calidad. (Planas & Gorgorio, 1999, p. 22)

Por lo tanto, la negociación como tal se realizará en torno a las intenciones que tienen los estudiantes sobre el proceso, teniendo así la triada: disposición-intención-acción.

En este aspecto se pretende determinar si el docente considera la intención o hace la negociación de ellas en caso de no estar predeterminadas, para llevar a cabo la planificación de las actividades que llevará al aula, sabiendo de antemano que debe existir la disposición para realizar el trabajo y que la acción de aprendizaje es consecuencia de las dos anteriores, entendiendo que la persona actuante debe tener una idea de lo que hará (objetivos o razones) y porqué lo hará. Así la acción involucra cierto grado de consciencia, que de no ser así no se podría hablar de una acción como tal, sino de actividad a ciegas sin un objetivo trazado, al respecto Skovsmose (1999b) concluye que “Si no hay una intención que preceda una actividad, no podríamos llamarla acción; entonces es tan solo una actividad realizada con base en un hábito o como parte de un reflejo”. (p. 197)

Es posible que ésta sea la situación que se vive en el aula de clase de matemáticas, que las acciones no estén direccionadas por ninguna intención, de aquí la importancia de la negociación de éstas y de su inclusión en la planificación curricular del docente, logrando un espacio para la discusión, resaltando el rol de estudiante y del maestro como mediador, es ese sentido “negociar significa problematizar los significados surgidos del diálogo y consensuar nuevos significados desde la pluralidad”. (Planas & Gorgorio, 1999, p. 24)

2.4 ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO

Entender el concepto de organizadores del currículo implica entender que el proceso de enseñanza y aprendizaje ha de modificarse en ambos sentidos, pues realizar la planificación curricular del área o de una unidad didáctica, incluso de una actividad didáctica no se refiere únicamente a la elección de un concepto y su posterior secuenciación como conjunto de procedimientos y definiciones formales del objeto matemático en cuestión, sino que implica otro tipo de modificaciones que de alguna manera aportan diferentes sentidos al conocimiento matemático. En este sentido Coll (citado en Rico, 1998) realiza una propuesta de cuatro organizadores fundamentales de contenido: hechos, conceptos, procedimientos y principios, además de cinco categorías relacionales en torno a los requisitos de aprendizaje, procedimientos, organización y coordinación, principios y atributos.

Dicho lo anterior, se puede considerar que el concepto de organizador del currículo se convierte en una estrategia para la formación del profesor de matemáticas, quien estará en capacidad de resolver aquellas problemáticas que se susciten en su labor, tanto en el ámbito teórico como práctico. Se consideran entonces aquellos conocimientos fundamentales para el diseño, desarrollo y evaluación del currículo, teniendo como exigencia su carácter objetivo y con diversidad de opciones generadoras de la reflexión de la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

De manera semejante (Rico, 1997) da una visión global de las características de los organizadores del currículo de la siguiente manera:

Vamos a llamar organizadores a aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación del currículo. Hablamos así de organizadores del currículo. Una condición exigida para aceptar un tipo de conocimientos como organizador del currículo de matemáticas debe ser su carácter objetivo y la diversidad de opciones que genere. Un organizador debe ofrecer un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas, un espacio de reflexión que muestre la complejidad de los procesos de *transmisión y comprensión* del conocimiento matemático y unos criterios para abordar y controlar esa complejidad. Los organizadores deben mostrar su potencialidad para establecer distintos marcos de estructuración de las unidades didácticas, con una base objetiva de interpretación y discusión, para producir nuevos significados. Los

organizadores han de ubicar las distintas opciones de los profesores para la planificación, gestión y evaluación de unidades didácticas y han de situar estas opciones en unas referencias comunes que permitan precisar las coincidencias y las discrepancias. El conocimiento didáctico sobre cada uno de los contenidos del currículo de matemáticas ha de quedar estructurado mediante la aportación que hacen cada uno de los organizadores a dicho contenido (Rico, 1997, p. 45)

De aquí la importancia de considerar estos organizadores en la planificación curricular, pues el campo de acción no se limita únicamente al contenido matemático en sí mismo, como la estructura formal expresada en el lenguaje propio de las matemáticas, como suele ser el común denominador en la enseñanza tradicional, sino que se puede abordar desde diferentes perspectivas como la fenomenología, representación y modelización, errores, dificultades y obstáculos, recursos y materiales, evolución histórica, dando respuesta a las necesidades y expectativas de los estudiantes, permitiéndole que sea participe activo de su proceso de aprendizaje de las matemáticas.

2.5 CONOCIMIENTO DIDÁCTICO

El conocimiento didáctico (CD) del contenido permite analizar específicamente el conocimiento que el docente posee respecto al contenido que enseña, además de la forma como el profesional traslada ese conocimiento a un tipo de enseñanza que conlleve a la comprensión del alumno. En el marco del grupo PNA, éste se concibe como una herramienta tanto de formación como de acción en el aula de clases: “El CD se constituye en la principal fuente de información y formación didáctica del profesional, así como el instrumento que permite al profesor de matemáticas diseñar y desarrollar las distintas actividades de planificación curricular y unidades didácticas” (Rico, 1997)

El conocimiento didáctico se relaciona principalmente con los siguientes tipos de contenidos y actividades referidas:

Concepto de Currículo: noción general bien definida, además de sus dimensiones y niveles de análisis y concreción. **(Análisis de currículo)**

Nociones bien fundamentadas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como sus principios y criterios para la evaluación de los aprendizajes. **(Análisis de Instrucción)**

Reflexión particular sobre los contenidos del currículo y su estructura conceptual, no a profundidad ni técnica. **(Análisis de Contenido)**

Un estudio de los errores, dificultades, obstáculos de aprendizaje de los diferentes contenidos. **(Análisis Cognitivo)**

Consideración de los aspectos semióticos (representación y modelización) de los contenidos y sus implicaciones curriculares.

Análisis fenomenológico de los contenidos y sus implicaciones didácticas.

Análisis epistemológico e histórico de los contenidos y sus implicaciones a nivel didáctico, cognitivo y curricular.

Análisis y valoración de los contextos en que se presenta cada concepto, sus significados y usos.

Consideración de los recursos y materiales con los cuales es posible trabajar los diferentes contenidos.

De este modo y teniendo presente que el objeto de estudio serán las medidas de tendencia central, nos encontramos además con implicaciones en la formación del futuro docente de matemáticas pues se resalta el valor de este concepto en los currículos obligatorios de primaria y secundaria, donde se hace énfasis en la enseñanza práctica de la estadística que ha de desarrollar una competencia coherente con el sentido de número, niveles de precisión apropiados, estimaciones, sentido común en el uso de datos, conciencia de la variedad de interpretaciones, comprensión de conceptos relacionados y un uso amplio de los porcentajes y promedios por tratarse de términos que hacen parte de la vida diaria.

Por lo anterior, este estudio se fundamenta en el análisis de la Estructura Conceptual (EC) de un contenido matemático curricular, en particular las Medidas de Tendencia Central MTC: El Conocimiento Didáctico (CD) y el Análisis Didáctico (AD), en torno a este contenido. Estas diferentes cuestiones las enfocamos desde la perspectiva general de la propuesta de los organizadores del currículo (Rico, 1997). El Análisis Didáctico, como procedimiento local, permite al profesor abordar el diseño, puesta en práctica y evaluación de actividades de enseñanza del aprendizaje (Gomez, 2007).

Para llevar a la práctica los criterios de tipo didáctico curricular dados por el Análisis y Conocimiento Didáctico es necesario contemplar una serie de actividades para el aula, organizadas de tal manera que conformen una unidad didáctica. Es importante ubicar la unidad a diseñar en un contexto y población determinada, resaltando el contenido matemático objeto de estudio, pues el maestro demanda conocer estos criterios para una buena organización de la unidad en torno a los procesos curriculares asociados con la enseñanza y evaluación.

De manera concreta la selección y organización de los contenidos a trabajar en el aula, el seguimiento y control de los procesos de enseñanza y aprendizaje, la intervención formativa con miras a la mejora del esquema planteado para la comprensión del objeto matemático puesto en acto, la evaluación y análisis de los resultados y dificultades presentadas son los pasos para configurar una unidad didáctica. De esta manera es como el profesor reflexiona sobre las matemáticas escolares, es decir, sobre las matemáticas a los efectos de ser enseñadas y aprendidas. En síntesis, una Unidad Didáctica es una unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos (Segovia & Rico, 2001, p. 87)

2.6 ANÁLISIS DIDÁCTICO

El Análisis Didáctico (AD) se caracteriza por ser proceso y resultado de la articulación y puesta en práctica de los conocimientos didácticos, de este modo dicha reflexión posee un conocimiento disciplinar como referencia, además de una utilidad práctica en el aula, en este caso nos referimos a las unidades didácticas como diseños parciales con distintas dimensiones y no la común secuenciación de contenidos. Sobre éstas Bedoya (2002) precisa que “Se centra en un contenido y un contexto determinados, con miras tanto al diseño de actividades o de unidades de enseñanza-aprendizaje como al desarrollo de proyectos curriculares, micro curriculares o de investigación” (p. 68)

Por lo anterior, en este proyecto de Sistematización el Análisis Didáctico se realiza en tres fases: análisis de contenido (AC), análisis cognitivo (ACg) y análisis de instrucción (AI).

Dado que el interés de este Trabajo está puesto en las medidas de centralización, es necesario profundizar en ellas desde la estructura conceptual del objeto matemático, los aspectos

relacionados con la enseñanza y aprendizaje del mismo que le permitan al maestro visionar cómo planear una unidad didáctica y hacer la posterior reflexión y evaluación de la misma.

2.7 APROXIMACIÓN A UNA UNIDAD DIDÁCTICA SOBRE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Uno de los propósitos del Análisis Didáctico es el estudio de los contenidos matemáticos escolares contemplados en los currículos, desde cuatro dimensiones, que se identifican como tipos de análisis: análisis de contenido, cognitivo, instrucción y actuación. Para este trabajo en particular, se han tomado las medidas de tendencia central, de las cuales se ha investigado y estudiando desde las dimensiones del Análisis Didáctico. Este ejercicio se considera una herramienta fundamental en el acercamiento al diseño de una unidad didáctica sobre este contenido matemático escolar. A continuación se presenta cada uno de los análisis realizados, como un primer producto de esta Sistematización de Experiencias.

2.8 ANÁLISIS DE CONTENIDO

La descomposición de un contenido en sus unidades más simples de modo sistemático identifica los temas y categorías propios de un análisis de contenido. Al respecto Ferrater afirma lo siguiente:

Casi siempre la descomposición es entendida en un sentido lógico o mental. Se habla en este caso de análisis de un concepto en tanto que investigación de los subconceptos con los cuales el concepto en cuestión ha sido construido o de análisis de una proposición en tanto que la investigación de los elementos que la componen. (Ferrater, 1981, pp. 135–138)

Se considera como un método para establecer y estudiar la especificidad de los significados de los conceptos y procedimientos de las matemáticas escolares, vistos en un texto escrito o en el discurso del maestro. Como método, el Análisis de Contenido propone cuatro categorías de análisis, las cuales se derivan de la noción de organizador de currículo y de significado para los conceptos matemáticos. Las categorías son:

Conceptual: Considera el marco histórico y el marco poblacional, es decir se hace la delimitación del contexto y de los actores del proceso (quien comunica, a quien y en qué situación)

Formal y estructural: Abarca los conceptos, definiciones y procedimientos junto con la estructura formal que proporciona referencia a los contenidos.

Representacional: Comprende las notaciones, graficas simbólicas y sistemas de signos involucrados.

Fenomenológica: Aborda los fenómenos que dan origen a los conceptos, los contextos en que se emplean y aquellas situaciones en las que se presentan y en las cuales se aplican, además que dotan de sentido a los contenidos en estudio.

Este tipo de análisis pretende aportar al maestro conocimientos y capacidades para diseñar y evaluar textos de matemáticas. De este modo en cualquier tema de las matemáticas escolares el Análisis de Contenido contribuye a precisar la pluralidad y diversidad de sus significados y a establecer su alcance en cada caso.

De la mano del análisis de contenido está el análisis conceptual, entendido también en el campo de los contenidos y conceptos matemáticos, el cual se considera como una herramienta metodológica para controlar la precisión teórica de los conceptos. Al hacer este tipo de análisis se examina al detalle la diversidad de significados, la conexión entre los términos y los niveles subjetivos, intersubjetivos y objetivos de cada campo.

En el ámbito educativo la dimensión transformativa e interpretativa del análisis cumple un rol especial en la dinámica de la enseñanza y aprendizaje, pues es imprescindible para el análisis la interpretación y traducción a un lenguaje más específico, especializado, lógico y científico para finalmente identificar los principios mediante los cuales es posible explicar dicho concepto, de aquí la importancia de la dialéctica entre análisis/síntesis.

Para nuestro caso el Análisis de Contenido se ejemplifica a través del estudio de las medidas de tendencia central, contenido que se aborda en diferentes grados, de la primaria y secundaria, el cual según el avance se va relacionando con otros conceptos, pero manteniendo la coherencia vertical descrita en los estándares de competencias.

2.8.1 Análisis del Contenido Matemático Escolar

En la tarea del ser maestro, es bastante conocida la importancia de la reflexión del significado del contenido, de modo que más allá de la experiencia y la fundamentación formal de tipo axiomática, el docente requiere distinguir dichos conceptos desde diferentes perspectivas, con miras a un aprendizaje perdurable y significativo del objeto que se está facilitando, determinando la estructura a la cual pertenece. Para el caso de las medidas de tendencia central, éstas se puntualizan en el marco de las matemáticas escolares, y en este sentido dentro del Análisis Didáctico se consideran cuatro niveles del contenido matemático, como lo menciona (Rico, Lupiáñez, Marín, & Gómez, 2007)

2.8.2 Contenido matemático escolar. Definición del objeto de estudio

La estadística en una primera aproximación se puede definir como una ciencia que permite obtener información a partir de datos numéricos. De manera general la estadística es la ciencia que permite recoger, organizar, resumir y analizar datos para poder sacar de ellos conclusiones válidas y tomar decisiones informadas. A grandes rasgos se pueden considerar tres aspectos distintos de ella:

Análisis de datos: comprende la organización y descripción de datos recuperados para obtener información útil en un estudio, situación o investigación. En este aspecto también están incluidas las representaciones gráficas y numéricas para las cuales existen diversas herramientas tecnológicas que permiten hacer el tratamiento de los datos. Estas tareas son comunes dentro de lo que se llama la *estadística descriptiva*, y que es el tipo de estadística que se contempla en los planes de estudio de la educación básica primaria y media, esto también evidenciado en los documentos de referencia como los lineamientos curriculares de matemáticas, estándares básicos de competencia en matemáticas y derechos básicos de aprendizaje en los diferentes grados de escolarización.

Obtención de datos: aquí son considerados los diferentes procedimientos para la recolección de información que son necesarios para la resolución de problemas del contexto real, donde la fenomenología didáctica cobra un sentido especial por tareas como la selección de muestras, el diseño de experimentos adecuados para el objetivo propuesto.

Estadística inferencial: se refiere a los procedimientos de obtención de conclusiones válidas para universos más amplios que los analizados, es decir la obtención de conclusiones más allá de los datos y al análisis de sus conclusiones de verosimilitud. En esta parte interviene también el concepto de *probabilidad*.

Históricamente la estadística se relaciona con la recolección y organización de los datos susceptibles de ser analizados por los gobernantes, de este modo el interés y necesidad de esta ciencia va en aumento, por lo que en la época del renacimiento se inician los censos poblacionales sistemáticos, diferentes a los de la antigüedad, pues en estos se incluye información de tipo económico y social. Hasta el siglo XIX la estadística es concebida solo en el campo de lo *descriptivo* empleando técnicas de compilaciones numéricas y representaciones gráficas para dar a conocer lo explorado, sin embargo a partir de esto se va organizando la teoría que permitirá al avance en términos de conclusiones para poblaciones más extensas y su posterior inferencia para la toma de decisiones en situación de incertidumbre.

En la planificación curricular de los niveles de primaria y básica secundaria se puede entrever que los contenidos abordados se encuentran dentro de la estadística descriptiva, haciendo referencia al análisis exploratorio de datos y obtención de los mismos. Es importante resaltar que esta parte del pensamiento aleatorio y sistemas de datos como lo refiere los lineamientos curriculares de matemáticas y estándares básicos de competencias en matemáticas es evaluada en pruebas censales y externas, por ser un componente que requiere de procesos compuestos (numéricos, de medidas y variacional) esenciales en la actividad estadística.

Cuando del sentido y significado se trata, (Schoenfeld, 1992) trabaja la idea de lo que implica pensar matemáticamente, que se relaciona con la idea de concebir las matemáticas desde un punto de vista por fuera de lo tradicional o matemáticas per sé:

Desarrollar una perspectiva matemática, evaluando los procesos de matematización y abstracción, y tener la capacidad de aplicarlos.

Desarrollar competencias con las herramientas matemáticas y usarlas para favorecer un campo de comprensión de la estructura creando un sentido matemático.

Lo anterior implica hacer énfasis en actividades que permitan el desarrollo de competencias para buscar soluciones sin memorizar procedimientos, explorar patrones, no repetir formulas, formular conjeturas, no hacer ejercicios; esto solo es posible cuando se hacen cambios a nivel curricular y de estilo de enseñanza. En este sentido el aprendizaje de las matemáticas es empoderante, hace estudiantes cuantitativamente alfabetizados, capaces de interpretar grandes cantidades de datos que enfrentan a diario, de hacer balances y juicios producto de dichas reflexiones. Los estudiantes usan las matemáticas de forma práctica desde aplicaciones sencillas tales como el uso de razonamiento proporcional para procesos o modelos a escala para proyecciones complejas, análisis estadísticos y modelación computacional; son pensadores reflexivos con un amplio repertorio de técnicas y perspectivas para tratar problemas nuevos y situaciones.

Respecto al poder de las matemáticas Valero y Skovsmose plantean la idea de las matemáticas poderosas desde cuatro perspectivas:

Lógico: en este punto las ideas matemáticas poderosas (concepción de las matemáticas escolares) legitiman a las matemáticas mismas, en cierto modo tomar esta postura pone en riesgo el currículo pues se cerraría a un listado de temas a trabajar, impidiendo la participación en una experiencia significativa de Educación Matemática. Este enfoque puede construir un currículo pertinente para los estudiantes, pero esa pertinencia puede limitar a quienes desean ir más allá en su adquisición de conocimiento.

Psicológico: se puede asociar el poder con la experiencia del individuo en el aprendizaje de ideas matemáticas, es decir el poder en términos de las potencialidades de aprendizaje. Así lo que es significativo es aquello que los estudiantes pueden captar y darle sentido en el proceso de desarrollar el pensamiento matemático. Este enfoque no destaca el contenido matemático, sino que se centra en las operaciones mentales que van junto con la adquisición de las nociones matemáticas y es aquí donde juega un papel importante la comprensión, esencial para definir el potencial que pueden tener las ideas matemáticas en el dominio del aprendizaje humano. Además se contemplan las motivaciones, creencias y actitudes frente a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Cultural: se relacionan con las oportunidades que tienen los estudiantes de participar en las prácticas de su comunidad, de esa forma las ideas matemáticas pueden llegar a ser poderosas para los estudiantes, permiten visualizar un abanico de posibilidades futuras, dado el entorno social,

cultural, económico y político en el que viven. Es importante no dejar de lado la situación del aprendiz en una situación sociocultural dada porque es allí donde pueden definirse las ideas matemáticas poderosas.

Sociológico: se definen en relación con el alcance de su utilización como recurso para la acción en su entorno. Como ciudadano se vuelve crítico en su sociedad y aporta elementos significativos para su transformación, en consideración de la manera como operan las matemáticas como un recurso para la acción en un ambiente tecnológico.

Con relación a los anteriores argumentos, en este trabajo se propone el Análisis Didáctico fenomenológico para lograr un acercamiento al concepto de medidas de tendencia central, como un elemento central en la planificación curricular, resaltando la importancia de situaciones donde el contexto sea propio de los estudiantes y no uno ajeno a su realidad, precisamente para favorecer un aprendizaje perdurable a través del desarrollo de pensamiento crítico en la Educación Matemática.

El Análisis de Contenido se cierra teniendo más claridad del contenido matemático centro de la unidad didáctica, esto a través de los análisis de las medidas de tendencia central como objeto de estudio a través de tres organizadores del currículo: la fenomenología, los sistemas de representación y los contextos, esto por la misma esencia del análisis de contenido que busca analizar los significados inherentes de las nociones del conocimiento matemático escolar que se pone en acto en su planificación. Mediante este análisis se desarrollan las capacidades del profesor de matemáticas para establecer diversos significados sobre los temas involucrados, que son conocimientos necesarios para marcar expectativas en su enseñanza a los estudiantes y además delimitar y diseñar tareas basadas en la concreción de unas demandas cognitivas. Es decir, contribuye al profesor a mejorar la enseñanza desde la competencia de planificación (Lupiáñez & Rico, 2008).

Entonces el análisis de contenido del conocimiento matemático escolar se estructura a partir de los siguientes organizadores del currículo que se describen a continuación.

2.8.3 Estructura Conceptual

La estructura conceptual contempla los conceptos y procedimientos que se organizan entorno a un conocimiento matemático escolar. En el trabajo de (Gomez & Cañadas, 2013) se plantea como organizador del currículo, definiéndola como la relación entre los procedimientos y conceptos que intervienen en el estudio del tema escogido. Se sugiere empezar por identificar elementos del campo conceptual tanto del propio concepto como del que se encuentra inserto. Dado esto es posible determinar los procedimientos propios para ejecutar los elementos del campo conceptual, finalmente se pueden establecer las relaciones entre conceptos y procedimientos.

Para el caso de las medidas de tendencia central se han identificado los conceptos básicos de la estadística descriptiva como muestra, tipos de datos y los procesos de interpretación, organización, análisis, presentación y recopilación que se describen y relacionan en el mapa conceptual siguiente:

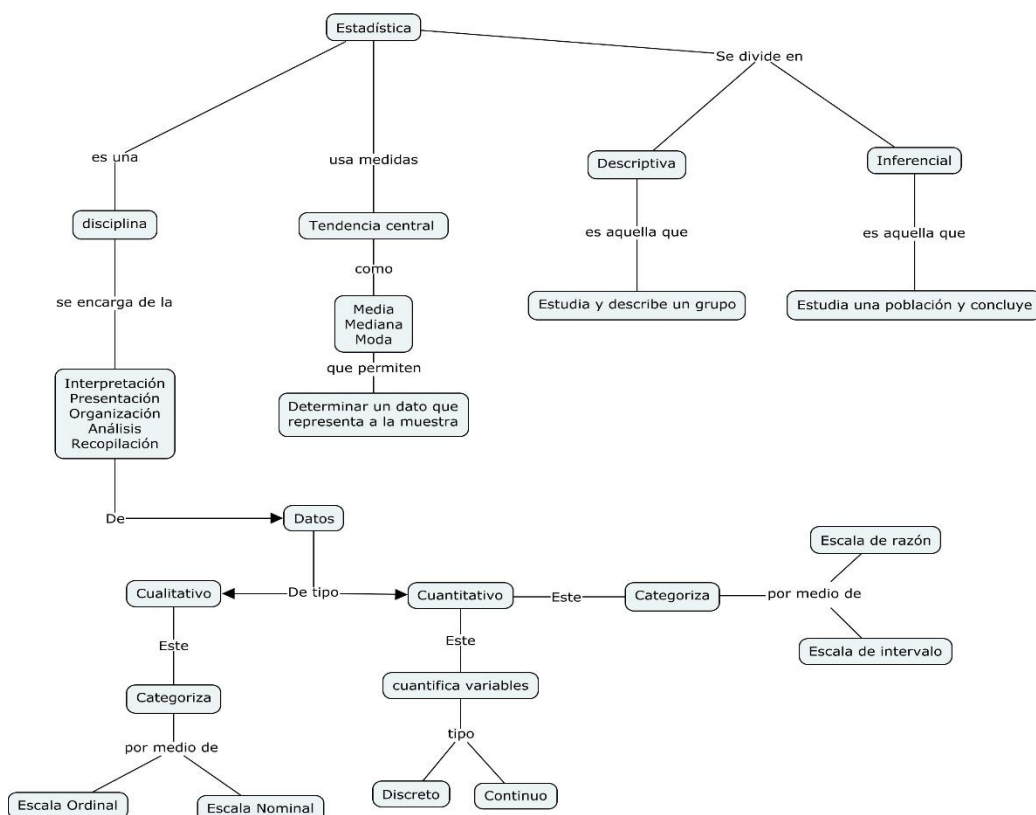


Gráfico 2.1. Estructura conceptual de las medidas de tendencia central

Teniendo en cuenta los estándares básicos de competencia, los lineamientos curriculares y los derechos básicos de aprendizaje se elaboró la estructura resaltando los procesos y conceptos que se relacionan con el conocimiento matemático escolar de las medidas de centralización.

Sistemas de Representación: Los sistemas de representación como organizadores del currículo tienen como objetivo determinar de qué manera es posible representar un contenido matemático y establecer relaciones entre ellos, de modo que se logre una comprensión efectiva del concepto, que se convertirá en una herramienta fundamental para la resolución de situaciones problema.

Es importante destacar que el trabajo con un conocimiento matemático escolar no se hace directamente sobre el objeto, sino a partir de sus representaciones simbólicas y gráficas, que permitan acercarse al concepto internamente, para luego comunicar estas ideas externamente. El National Council Teacher of Mathematics (1989) hace una referencia al modo como se trabajan los sistemas de representación:

Sabemos que los conceptos matemáticos son construcciones mentales, por lo que se requiere del uso de sistemas de representación para reconocerlos, aprenderlos y comunicarlos. Además, el uso de diferentes sistemas de representación de un mismo concepto pone en evidencia sus propiedades, cualidades y relaciones con otros conceptos, por lo que las representaciones se convierten en factor determinante a la hora de hablar de la funcionalidad del conocimiento (NCTM, 1989, p. 25)

La importancia del manejo de los sistemas de representación también se ve reflejada en las políticas nacionales, que en el caso de los estándares curriculares, lo clasifican como una de las competencias que debe desarrollar el estudiante:

Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 51)

En este campo es conveniente aclarar que no se habla únicamente de representación, pues se caería en la identificación de una serie de símbolos o gráficos de una noción, el carácter sistémico implica que estas representaciones expresan los conceptos y procedimientos matemáticos, generando así las conexiones entre ellas que destacan las facetas y propiedades de un mismo concepto.

Para el caso del contenido que se ha seleccionado para la sistematización de esta experiencia, se seleccionan los siguientes sistemas de representación que se consideran coherentes dado el tipo de concepto.

Sistema de representación verbal: En este sistema están presentes las expresiones en forma oral o escrita sobre un concepto, mediante palabras, oraciones cortas o expresiones más extensas como las definiciones.

Sistema de representación numérico: Este sistema considera los conjuntos numéricos y las operaciones sobre los mismos conceptos matemáticos. Muy cercano a este se encuentra el sistema tabular que en la estadística permite la organización de datos bajo unas reglas específicas. La importancia de los números naturales para este conocimiento es fundamental pues permite el conteo, la medición, la organización y la ejecución de algoritmos sencillos de operaciones básicas.

Sistema de representación gráfico: Se define como un sistema fundamental en la estadística descriptiva, pues permite presentar información de manera ordenada, para una posterior comparación y análisis de los datos recolectados. Como ejemplo están los gráficos de barras, circular, poligonal, de líneas y puntos, entre los registros más empleados para el tratamiento de la información. Se destaca el papel de estas representaciones pues permite evidenciar la coordinación con otros tipos de sistemas.

Sistema de representación pictórico: Este tipo resulta conveniente para la representación de conceptos, empleando símbolos, grafos o dibujos para expresar la información obtenida, ejemplo de ellos son los pictogramas que aparecen con frecuencia en la prensa, televisión y medios masivos con el fin de hacer llegar la información a diversos sectores de la población.

2.8.4 Análisis Fenomenológico

El análisis fenomenológico se entiende como el proceso que involucra fenómenos, contextos y situaciones de aprendizaje que otorgan sentido al contenido de aprendizaje, de este modo la fenomenología en su sentido más estricto desde la filosofía, definido por (Puig, 1997, p. 63):

El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuales son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos. La descripción de los fenómenos para los que es un medio de organización ha de considerar la totalidad de los fenómenos para los que actualmente es así, esto es, ha de tomar las matemáticas en su desarrollo actual y en su uso actual, pero también es conveniente que se indique cuáles son los fenómenos para cuya organización fue creado y a qué fenómenos se extendió posteriormente. En el sentido didáctico intervienen los fenómenos presentes en el contexto de los estudiantes y las relaciones que se establecen con el conocimiento matemático escolar, proyectando el diseño y aplicación de la unidad didáctica producto de la reflexión y estudio de los maestros.

Respecto a la estadística, (Puig, 1997) hace énfasis en la estadística descriptiva desde el enfoque del tratamiento de información y el contexto que rodean las situaciones donde se hace la recolección de los datos:

Los conceptos de la estadística descriptiva se han desarrollado con el fin de organizar la información que proporcionan datos numéricos. Esos datos provienen de una gran diversidad de fenómenos de la vida social, política y económica, cuya enumeración sería interminable. Ahora bien, todos esos fenómenos no son más que los contextos en los que se usan los conceptos de la estadística, y tiene interés didáctico tomarlos en consideración como contextos de uso, ya que constituyen un campo de experimentación de los sujetos en la constitución de los objetos mentales de la estadística. Los fenómenos de los que éstos realmente tratan tienen que ver con la información cuantitativa que hay en los datos y lo que los conceptos organizan es esa información cuantitativa resumiéndola, caracterizándola, tipificándola, disponiéndola de forma que pueda ser comparada con otras informaciones provenientes de datos masivos. (Puig, 1997, p. 91)

Es claro que el medio le ofrece al alumno diversas fuentes de información y experiencias, en consecuencia el análisis fenomenológico en primera instancia determina los contextos en los que

el concepto tiene sentido, esto es los fenómenos donde los conceptos matemáticos se constituyen en un organizador o una situación o aplicación válida de desarrollo de dicho conocimiento.

Contextos: Un contexto matemático es un marco en el cual conceptos y estructuras atienden unas funciones, responden a unas necesidades como instrumentos de conocimiento (Rico y Lupiáñez, 2008a), según esto el contexto hace referencia al campo donde las nociones matemáticas tienen sentido, al modo en que son empleadas en diversas situaciones. En el caso de la estadística descriptiva y en particular de las medidas de tendencia central la identificación de dichos contextos es posible cuando se reflexiona entorno a cuestionamientos de tipo ¿Para qué sirve? ¿Dónde se aplica?

En el caso de la estadística descriptiva los contextos y usos son variados, pues van desde la forma en que se recolecta información y de la organización de la misma, trascendiendo después al campo del análisis bajo unas condiciones dadas. Tomando como referencia los estándares curriculares y los derechos básicos de aprendizaje es posible determinar los contextos en los cuales están enmarcadas las medidas de tendencia central, así como los conceptos fundamentales de la estadística descriptiva:

Tabla 2.1. Estándares y derechos básicos en pensamiento aleatorio

Grados	Estándar	Derecho Básico de Aprendizaje
1° a 3°	Identifico tendencias y regularidades en un conjunto de datos.	Reconoce características en objetos (color, forma, tamaño, longitud, edad, peso, deporte) Determina que objeto tiene mayor cantidad de unidades (Moda)
4° y 5°	Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.	Lectura e interpretación de tablas de frecuencias donde se obtienen datos para el cálculo de la media y la moda.
6° y 7°	Uso medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.	Comprende como la distribución de los datos afecta la media, mediana y moda.
8° y 9°	Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explícito	Calcula la media de datos agrupados e identifica la mediana y moda.

	sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.	Reconoce las relaciones entre la media, mediana y moda en relación con la distribución en casos sencillos.
10° y 11°	Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad)	Calcula y utiliza los percentiles para describir la posición de un dato con respecto a otros. Relación de las medidas de tendencia central con la dispersión de los datos.

Lo anterior permite tener una visión más clara de los contextos en los cuales se enmarca el estudio de las medidas de tendencia central, los cuales se pueden concretar en: (1) Organización de la información, (2) Identificación de regularidades, (3) Dato representativo o central, (4) Dispersión de los datos, (5) Interpretación de las medidas de tendencia central; respecto a esta última se asegura que un correcto análisis es posible cuando se considera el contexto de los datos de procedencia, en palabras de (Vallecillos, 1999, p. 576): el significado de estas medidas depende del significado de los datos.

Fenómenos: Es un aspecto relevante en el análisis fenomenológico, y se puede asegurar que es el primer paso para abordarlo. Los fenómenos tienen relación con el sentido que el tema o conocimiento matemático escolar tiene en determinado contexto. Una estrategia útil como lo afirma (Gómez & Cañadas, 2013) es realizar un listado de acciones (fenómenos) y relacionarlos con los contextos definidos anteriormente. Sin embargo los autores mencionados hacen hincapié en que no es suficiente enlistar estos fenómenos sino existe una relación con la estructura del contenido, citando a Gomez & Cañadas (2013):

Un listado de fenómenos no es suficiente, dado que el propósito del análisis fenomenológico es establecer de qué manera el tema organiza esos fenómenos. Los contextos proporcionan una forma de organizar los fenómenos, cuando exploramos las características estructurales que comparten entre ellos. (p. 35)

A partir de esto en la tabla 2.2 se especifican los fenómenos, tomando como referencia los contextos anteriores.

Tabla 2.2. Contextos y fenómenos.

CONTEXTO	FENOMENO
1. Organización de la información	Realizar tablas de frecuencias y representarlos en gráficos estadísticos a partir del razonamiento y tabulación.
2. Identificación de regularidades	Determinar en tablas o gráficos regularidades como el dato con mayor frecuencia (moda), el de menor frecuencia.
3. Dato representativo o central	Determinar la media aritmética como estimación, aproximación, localización y cálculo en un conjunto de datos.
4. Dispersión de los datos	Representar gráficamente el dato central y visualizar la concentración de los otros datos alrededor de la medida de posición calculada.
5. Interpretación de las medidas de tendencia central	Comprender el papel y la necesidad de un dato central, como parte del resumen numérico de los datos tratados.

Los fenómenos se estructuran teniendo en cuenta lo planteado en los planes de clases de los maestros que lo indican como indicadores de logro, así mismo en los libros de texto que emplean para su experiencia en el aula.

Situaciones: Las situaciones destacan el medio en el cual una determinada estructura matemática tiene uso regular. Cualquier tarea matemática a la que se enfrenta un individuo viene asociada a una situación, considerando ésta como aquella parte del mundo real en la cual se sitúa la tarea, para el propio individuo (Lupiáñez, 2009) En esta dirección la Educación Matemática Crítica hace alusión a la importancia que tiene la generación de un ambiente de aprendizaje adecuado que permita proveer de significado a los conceptos matemáticos y en si a las tareas que se proponen en el aula, esto según (Skovsmose, 2000) a partir de tres tipos de referencias del conocimiento matemático escolar que se organizan a partir de dos paradigmas: El paradigma del ejercicio el cual admite una única respuesta correcta y está ligada estrechamente con el desarrollo de un algoritmo, y los escenarios de investigación que hacen referencia a la posibilidad de indagar, explicar y reflexionar en torno a una situación.

Tabla 2.3. Ambientes de aprendizaje

		Formas de organización	
		Paradigma del ejercicio	Escenario de investigación
Tipos de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

El tipo (1) hace referencia a las “matemáticas puras” en el paradigma del ejercicio, en este caso un ejemplo podría ser:

Calcule la media aritmética de los datos: 11, 17, 13, 16 y 18.

$$\bar{x} = \frac{11 + 17 + 13 + 16 + 18}{5} = 15$$

Un ejemplo del tipo (2) se puede referir a un ejercicio en el cual dado un conjunto de datos no exista la moda dado que varios de ellos comparten la misma frecuencia relativa.

Para el tipo (3) se tienen situaciones ubicadas en una semirrealidad bajo el paradigma del ejercicio, como por ejemplo: Daniel ha obtenido en las calificaciones de la asignatura de matemáticas las siguientes notas: 4.5, 3.3, 2.5, 3.8 y 4.1 ¿Cuál es su promedio final? ¿Daniel aprueba la materia sabiendo que la nota mínima para ello es 3.5?

En el caso del tipo (4) donde la semirrealidad está inmersa dentro de un escenario de investigación es posible trabajar con situaciones del tipo: *En un salón de clases se pidió a los estudiantes que anotaran en un papel la cantidad de dinero (euros) que traían consigo, los datos fueron los siguientes: 5, 2.5, 100, 0, 90, 0, 100, 71.5, 150, 5, 200, 17, 52, 400, 20, 30, 224. La media de las cantidades dadas es 91,4 euros. ¿Es la media aritmética una medida representativa de la cantidad de dinero de los estudiantes? ¿Qué medida representaría mejor los datos? ¿Qué pasa si se excluyen el valor más alto y más bajo de la distribución?* (Vallecillos, 1999, p. 577)

En la categoría (5) ya se incluyen situaciones de la vida real, en la cual es posible trabajar con datos provenientes de la recolección hecha por los mismos estudiantes en su colegio, comunidad próxima, familia; también se contemplan situaciones que se pueden tratar con información extraída de la prensa, de las facturas de los servicios públicos, como por ejemplo:

Lee la factura de agua de tu residencia y determina el consumo del mes actual, el consumo promedio medido en m^3 , el cargo fijo por m^3 , el cargo mensual y responde: ¿Qué relación existe entre el cargo mensual y el consumo? ¿El consumo de agua aumentó en los últimos tres meses? ¿En tu ciudad hay una política ambiental que regula el consumo de agua?

Finalmente en el tipo (6) se contemplan actividades encaminadas al trabajo por proyectos, que implican una planeación asertiva respecto a las expectativas de los estudiantes, quienes aceptan o no el reto de hacer una actividad de este tipo, en este caso el docente debe hacer una motivación tal que la invitación hecha sea aceptada por los sujetos de aprendizaje. (Skovsmose, 1999b) en su libro *Hacia la filosofía de una Educación Matemática Crítica* presenta ejemplos de proyectos que se pueden realizar en la escuela.

2.9 ANÁLISIS COGNITIVO

En esta parte del Análisis Didáctico se enuncian los objetivos de aprendizaje de los estudiantes en torno a un conocimiento matemático escolar, que en este caso son las medidas de tendencia central, un concepto de la estadística descriptiva. En este sentido es necesario contemplar algunas consideraciones didácticas referentes a este tipo de estadígrafo de centralización, pues se pueden generar varios obstáculos para la comprensión del concepto.

Para la descripción de una variable en una distribución es necesario determinar su forma, y algún número “representativo” o “central” que permita identificar la dispersión de los datos analizados. Realizar el cálculo de estas medidas sugiere desarrollar un algoritmo dado, que para los estudiantes no resulta complejo, además porque existen diferentes herramientas tecnológicas para ello, lo que realmente cuenta es la interpretación correcta de éstas, dado que solo puede hacerse en el contexto donde surge la información, en palabras de (Vallecillos, 1999, p. 576): “el significado de estas medidas depende del significado de los datos”

A continuación se presentan algunas consideraciones sobre cada medida definida anteriormente: media, mediana y moda. (Vallecillos, 1999).

Media: Esta medida considerada de manera aislada puede brindar información sesgada de la distribución, esto debido a características como las siguientes:

La media es un valor sensible a los valores extremos de la distribución.

Dado un conjunto de datos es necesario comprender la función y necesidad de un dato central.

La media no necesariamente pertenece al conjunto de datos, aunque si debe ser de la misma naturaleza de los datos empleados para su cálculo.

La media es un representante del conjunto y además es única en el mismo.

Mediana: La mediana es precisamente el dato *central* del conjunto, pues visualmente divide al conjunto en dos partes iguales. A diferencia de la anterior es una medida independiente de los datos, además es posible determinarla gráficamente a partir de las frecuencias acumuladas de la distribución. Cabe resaltar que este carácter objetivo de su definición no es del todo favorable, pues se presentan casos en los que al cambiar un dato, esta queda inmutable. En el caso de tener una distribución simétrica aproximada la media y la mediana serán valores próximos, en ese caso un mejor descriptor será la segunda medida.

Moda. Es una medida bastante común y sencilla de determinar por definirse como el dato más frecuente de la distribución. No necesariamente existirá este valor, es decir puede darse el caso de dos o más datos que tengan la misma frecuencia. Se constituye en una medida de interés en situaciones donde se pretende determinar la ocurrencia de un fenómeno.

2.10 ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

Esta parte del Análisis Didáctico reflexiona sobre el procedimiento mediante el cual el profesor estructura su actuación en el aula, esto es el diseño, selección y secuenciación de actividades que componen la unidad didáctica a implementar. En este sentido también se consideran los materiales y recursos propios de la gestión en el aula.

El análisis de instrucción tiene por finalidad responder a la cuestión: ¿cómo y cuándo se lleva a cabo la formación? La concepción del análisis de instrucción es transformadora e interpretativa ya que cualquier consideración que se haga sobre instrucción supone una adaptación de un programa concreto al marco de un aula, un centro o un proyecto. (Rico, 2013, p. 13)

2.11 EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

Es importante hacer crítica a la educación si se quiere que ésta no degenera en una manera de socializar efectivamente a los estudiantes en una sociedad tecnológica y, al mismo tiempo, aniquilar la posibilidad de que desarrollen una actitud crítica hacia, justamente, esa misma sociedad. (Skovsmose, 1999b)

...la contribución de la educación matemática a la democracia no se centra sólo en lograr mejores capacidades de pensamiento matemático en los estudiantes. También incluye la oportunidad de que profesores y estudiantes se perciban como seres sociales y políticos, cuyas posibilidades de posicionarse en sitios de mayor o menor influencia en varias actividades en el aula y fuera de ella depende de la manera como distintos conocimientos, habilidades y competencias se despliegan en distintas situaciones. Igualmente incluye la posibilidad de ser consciente de las consecuencias de adoptar una posición determinada y de actuar desde ella con unas herramientas particulares como pueden ser las competencias asociadas con las matemáticas escolares (Valero, 2002, p. 57)

Bajo los anteriores planteamientos, en el campo de la Educación Matemática, la teoría crítica se manifiesta por medio de la llamada Educación Matemática Crítica. Ésta pone en cuestión el tradicionalismo del proceso de enseñanza y aprendizaje, en el sentido que la enseñanza no puede verse como un tipo de entrega, ni el aprendizaje como un tipo de recepción. Es decir, la enseñanza debe ir encaminada a satisfacer las necesidades y expectativas de los estudiantes, el profesor no debe imponer arbitrariamente el conocimiento matemático, éste debe estar de acuerdo a las necesidades del estudiante. Asimismo, el aprendizaje no debe concebirse como una actividad forzada en donde los espacios para la participación del estudiante en el proceso formativo son nulos.

Teniendo en cuenta lo anterior, ¿Por qué pensar en una Educación Matemática Crítica?, como Skovsmose, uno de los representantes más importantes de esta teoría lo indica, el objetivo es

proveer fundamentos para interpretar y aclarar prácticas educativas. En otras palabras, es abrir la posibilidad para crear un lenguaje que haga surgir nuevas visiones sobre lo que pueden ser las matemáticas escolares, si se tiene como preocupación educativa el desarrollo de una ciudadanía crítica. El tema se aborda teniendo en cuenta aspectos importantes en la consolidación de esta teoría, como son la crítica, alfabetización matemática, la competencia democrática y el conocimiento reflexivo.

***Crítica** puede definirse como una actividad de pensamiento y de reacción ante una situación de crisis. Esta actividad pone en relación un sujeto crítico y un objeto de crítica. (Skovsmose, 1999, p.14).* Entiéndase por sujeto(s) críticos a estudiantes y profesores actores en el proceso formativo de las matemáticas, y como objeto de crítica el poder formativo de las matemáticas, es decir el papel que juegan las matemáticas en nuestras sociedades influenciadas por los adelantos tecnológicos y cuya base se sustenta en las matemáticas, pues aunque no son el único “agente” transformador, si es uno de los más influyentes.

Siguiendo con esto, también en esta teoría se aborda lo relacionado con **la alfabetización**, que intenta desarrollar la competencia ciudadana que le permita al estudiante descubrir la naturaleza crítica de su sociedad de manera que sea posible contribuir a la transformación y comprensión de su realidad en torno a los aspectos sociales y económicos. En esta dirección Skovsmose se plantea el interrogante ¿Es posible pensar en una alfabetización matemática? La respuesta es positiva en el sentido que “esta alfabetización matemática no sólo se refiere a unas destrezas matemáticas, sino también a la competencia para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas”. De esta manera el alfabetismo matemático se puede relacionar con conceptos como la autonomía y el aprendizaje para la democracia, así es posible distinguir entre un alfabetismo funcional y crítico, el segundo más poderoso en cuanto permite “leer una situación que está abierta al cambio”, en el caso de la matemática como herramienta implica la comprensión de la dinámica social en donde también los números tienen lugar, al respecto (Gutstein, 2007, p. 4) afirma que:

Comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales, así como entender la discriminación explícita basada en raza, clase social, género, lengua y otras diferencias. Además, significa preservar y reconstruir los medios y otras formas de representación y usar las matemáticas para examinar estos fenómenos en la vida inmediata y en el mundo social más amplio e identificar las relaciones y hacer conexiones entre ellas.

Ahora bien, esta alfabetización dependiendo del contexto que rodea al aprendiz podrá significar que la práctica que llevamos a cabo en aula haga parte de un aprendizaje crítico o funcional. En aras de una delimitación necesaria para la sistematización de experiencias, se ha escogido el pensamiento estadístico como un elemento potente en la formación de pensamiento crítico y ciudadanos con una conciencia social y determinación que permita la participación activa en la sociedad en la toma de decisiones.

En cuanto a la **competencia democrática** esta se refiere a la capacidad de los ciudadanos para ejercer un control sobre las acciones de sus gobernantes. Ella hace posible que la gente participe en las discusiones y evaluación de las acciones del gobierno. En el contexto escolar, en la micro sociedad del aula de clase de matemáticas, es importante desarrollar una conciencia democrática en torno a las situaciones que se presentan en ella, entre los estudiantes y los maestros, reflexionando sobre el impacto de las matemáticas en nuestra sociedad. De esta manera, es claro que cuando se habla de esta competencia tanto en el contexto político como educativo se refiere a las habilidades que como grupo o sociedad es posible desarrollar. Por esta razón, Skovsmose & Valero (2001) (citado en Guerrero, 2008) establecen que los actos de juzgamiento propios de la Competencia Democrática son posibles en el marco de la Colectividad, Transformación, Deliberación y Coflexión. A continuación se definen estos conceptos, tomando como referencia el trabajo de (Skovsmose & Valero, 2012b).

La **Colectividad** se refiere a la *“conciencia de la necesidad de cooperar para tomar decisiones y generar condiciones de vida apropiadas para todos”* (Skovsmose & Valero, 2012, p. 14), en este sentido la democracia requiere de acciones colectivas, no es posible sino se hace en comunidad, que comparta un sentido crítico y de igualdad, esto por la misma condición del ser humano, como un ser “relacional” que desde el principio de los tiempos ha hecho parte de las formaciones sociales, en cuyo caso los participantes se comprometen por la existencia y co-existencia de los

demás. De la misma manera, esa acción colectiva, no se queda en la acción misma, sino que tiene un propósito, de allí la idea de hablar de **Transformación**, como *“la capacidad de las acciones colectivas democráticas, para modificar y mejorar las condiciones de vida de quienes están involucrados y de la sociedad en general”* (Skovsmose & Valero, 2012, p. 14), en efecto la acción debe propender por el cambio en las estructuras sociales, entendiendo que la sociedad y la vida misma del individuo está en constante cambio. Ahora, el proceso transformador debe conciliarse y debatirse con todos los miembros de la comunidad, de tal manera que se consideren las razones, los pros y contras, y los beneficios y pérdidas que pueden traer consigo la toma de esas decisiones. Es en este momento donde interviene la **Deliberación** como *“una clase particular de diálogo social que fortalece a la gente para comprometerse en la formulación de problemas, en la toma de decisiones y en los procesos de resolución de problemas”* (Skovsmose & Valero, 2012, p. 15). Por último, toda acción es conveniente evaluarla y reflexionar en torno a ella, sin embargo en este ambiente democrático se hace pertinente que este ejercicio se haga colectivamente, por ello recibe el nombre de **Coflexión**, de modo que esta se convierta en un proceso orientado a cuestionar de manera consciente los pensamientos e ideas de la colectividad, adoptando una postura crítica frente al papel que desempeña en el grupo.

Finalmente uno de los puntos tal vez de más relevancia de la Educación Matemática Crítica es el **conocimiento reflexivo** que tiene que ver con la evaluación y la discusión general de lo que se puede identificar como un fin tecnológico y con las consecuencias éticas y sociales de lograr tal fin con las herramientas seleccionadas. De este modo el conocer reflexivo permite identificar el impacto del poder formativo de las matemáticas en la sociedad, no solo referido al proceso mental, sino también a la acción y reacción de este. De aquí que el conocer reflexivo se considere como uno de los aspectos más importantes en el desarrollo de la competencia democrática en el aula de clase de matemáticas.

2.12 ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

Para referirse a la Educación Estadística es necesario antes contemplar algunos conceptos básicos como: alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico.

2.12.1 Alfabetización Estadística

Dentro de la literatura dedicada al estudio de la Educación Estadística, se vinculan con frecuencia términos como Cultura Estadística y Alfabetización Estadística, para contextualizar el campo del desarrollo de pensamiento estadístico y su articulación a las habilidades de pensamiento crítico. Uno de los referentes para tener claridad sobre estos conceptos es (Frankenstein, 2010), que indica que el conocimiento de la matemática y la estadística es una herramienta fundamental en la sociedad, para tener control de las estructuras económicas que mueven los intereses de algunos pocos, ocultando información importante a la ciudadanía, que tal vez no tiene una formación eficiente en estos temas. De esta manera, la presencia de la estadística en los currículos se justifica entre otros aspectos por el desarrollo de un razonamiento crítico basado en la evidencia objetiva de los datos, así la idea no es “capacitar” a los ciudadanos del futuro en manejo de cálculos y representaciones de datos en gráficas, ya existen paquetes estadísticos potentes que hacen este trabajo, el propósito ha de ser el fomento de una cultura o alfabetización estadística:

[...] que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante (Gal, 2002 pp. 2-3, citado en Batanero, 2002)

La anterior afirmación le da a la estadística un valor importante en la formación de ciudadanos críticos, pues investigadores en Educación Estadística han identificado 3 tipos de competencias: alfabetización estadística, pensar y razonar; aunque parezcan habilidades macro, son aspectos claves a desarrollar, pues al conjugarlas con los indicadores de pensamiento crítico como interpretación, análisis y explicación, la intervención del docente en el aula, permitirá establecer una relación más estrecha entre la realidad de los estudiantes, su postura en la clase de matemáticas y la problemática social, logros que hacen parte de la transformación y formación de ciudadanos críticos.

Con respecto a lo anterior Rumsey (citado en Batanero, 2002) afirma que en cuanto a la alfabetización estadística es posible identificar ciertos objetivos de aprendizaje de la Estadística:

[...] ser capaz de actuar como miembro educado de una sociedad en la era de la información y tener un buen conocimiento básico de los términos, ideas y técnicas estadísticas. Estos dos objetivos se pueden colocar en dos frases diferentes. En relación al conocimiento básico que subyace al razonamiento estadístico y el pensamiento, se identifica como la competencia estadística. En relación con el desarrollo de habilidades para actuar como una persona educada en la era de la información, se identifica como la ciudadanía estadística.

En este aspecto Rumsey hace la claridad en torno al segundo objetivo, considerando que para lograr este es necesario en primera instancia brindar a los estudiantes ejemplos donde sea posible evidenciar la importancia de los conceptos estadísticos, además de la sensibilización de la recolección de datos; en muchas ocasiones este se convierte en factor determinante para la toma de decisiones en el trabajo investigativo, caso contrario cuando los datos son suministrados por el profesor y los estudiantes se limitan a emplear fórmulas de las cuales se desconoce su utilidad. Aquí juega un papel importante la actividad que se pretenda llevar a cabo con los estudiantes, de modo que los datos sean manipulados por ellos mismos, además de desarrollar habilidades básicas de interpretación y comunicación, donde sea posible obtener resultados y describirlos en el contexto del problema, finalmente explicar los hallazgos a otros. En esta última instancia los estudiantes demuestran comprender las ideas estadísticas básicas que se reflejan en las conclusiones finales. Este estilo de trabajo enfocado en aspectos de la vida diaria del educando permitirá sentar las bases para actividades de tipo argumentativo, además de aumentar el valor e importancia atribuido a esta disciplina.

2.12.2 Razonamiento Estadístico

En cuanto al razonamiento estadístico la definición refiere a la capacidad de una persona para *razonar* con ideas estadísticas, en donde la información estadística cobra sentido en el contexto del estudio realizado. Esto implica realizar interpretaciones de datos, graficas estadísticas, construcción de tablas etc. Lo anterior es complementado por Garfield & Gal (1999, pp. 12-13 citado en Batanero, 2002) dada la naturaleza de la estadística en relación a las matemáticas mismas, ideas que direccionan el razonamiento estadístico según las siguientes ideas:

En la estadística, los datos cobran especial importancia por relacionarse directamente con el contexto y ser la base de interpretación de resultados.

Los procesos y conceptos matemáticos son empleados por la estadística para la resolución de problemas. En este sentido es importante anotar que muchos de ellos no poseen una única solución, pues juega un papel fundamental las opiniones y cuestionamientos de los actores del proceso investigativo si es el caso.

En este punto, el razonamiento estadístico posee ciertas características, que comúnmente se definen como tipologías de dicha destreza. Wild y Pfannkuch (1999 citado en Batanero, 2002) plantean cinco “componentes” fundamentales:

Necesidad de datos: Para realizar una investigación es fundamental los datos y su naturaleza en sí, igualmente la forma que estos se representan gráficamente son factor importante para la interpretación de los mismos en el contexto del problema.

Transnumeración: Este componente se refiere a la comprensión que adquiere el estudiante cuando se cambia el registro de representación de los datos empleados, de modo que se puedan comunicarse a los demás.

Percepción de variación: En la recolección de datos y posterior tratamiento de la información por lo general no se tienen en cuenta los factores que pueden alterar estos, por lo tanto es necesario realizar un estudio de la variación de estos y escoger las medidas más apropiadas que proyecten los resultados esperados.

Razonamiento con modelos estadísticos: En este punto es necesario diferenciar los datos y los modelos empleados, pues constituyen maneras de representar la realidad a través de ejemplos gráficos, o algorítmicos sin desligarlos por completo de la información recolectada.

Integración de la estadística y el contexto: Este componente se puede calificar como uno de los más importantes, pues existe una relación estrecha entre diferentes fenómenos de la realidad y el tratamiento estadístico que pueda surgir. Incluso cuando se trabaja en la resolución de un problema, en la actividad intervienen factores como el lenguaje, conceptos, propiedades que son necesarios para la solución del mismo.

De este modo, los componentes mencionados del razonamiento estadístico se convierten en puntos coyunturales para la articulación del razonamiento crítico.

2.12.3 Pensamiento Estadístico

Antes de hablar del pensamiento estadístico es necesario clarificar que este concepto no es intercambiable con los anteriores, esto significa que aunque son términos que se relacionan estrechamente no son necesariamente sinónimos de los demás, por tanto es fundamental determinar las implicaciones que éste tiene con el pensamiento crítico. Al respecto, Chance (2002) se cuestiona no solo sobre este tipo de pensamiento, sino ir más allá y reflexionar acerca de la manera de enseñar pensamiento estadístico e identificar en que momento un estudiante está pensando estadísticamente.

Complementando lo anterior Mallows (1998 citado en Campos, 2007) afirma que una de las características del pensamiento estadístico es la capacidad de relacionar datos cuantitativos con una situación particular, de este modo surge la caracterización de la problemática que se pretende analizar, es por esto que se habla de un pensamiento integrador, que permita ver el contexto general del problema, establecer relaciones de variación y significados de conceptos concretos. Estas acciones posibilitan delinear el perfil del pensador estadístico como una persona capaz de sobrepasar sus propias limitaciones, que en el caso escolar está referido a investigar y no conformarse con los datos suministrados por el maestro.

Surge entonces el interrogante sobre cómo enseñar a pensar estadísticamente, para lo cual se establece que este proceso no es posible directamente, sino proveer unos hábitos mentales para la resolución de problemas que contemplan las estrategias que mejor se ajustan según el contexto para obtener los datos, reflexión continua de las variables involucradas en el estudio, relación entre los datos y las conclusiones obtenidas sin perder de vista el objetivo global de la pesquisa establecida. Lo anterior está sujeto al tipo de actividad que se desarrolle en la clase, un ejemplo es el trabajo por proyectos donde el estudiante está directamente relacionado con la situación objeto de la investigación, contrario a tareas impuestas que limitan la reflexión crítica por parte del grupo involucrado. Chance (2002 citado Campos, 2010)

2.13 APRENDIZAJE COOPERATIVO

Esta corriente se deriva de corrientes anteriores como el de escuela nueva de John Dewey (Ríos y Sáenz, 2012), y plantea al trabajo en equipo como mecanismo de aprendizaje significativo. El aprendizaje cooperativo también conocido como aprendizaje entre iguales o aprendizaje entre colegas a partir del principio educativo de que “el mejor maestro de un niño es otro niño”. Esta teoría en si no es nueva, estas ideas han estado presentes casi a lo largo de toda la historia de la educación, ahora esta se re conceptualiza a través de la ciencia contemporánea y la investigación acción. En esta estrategia metodológica se pueden determinar tres principios que (Ferreiros, 2005) los nombra como el *abc del aprendizaje cooperativo*.

A. Una condición necesaria en este tipo de aprendizaje es la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, donde se pone el énfasis en la unidad. Si bien es cierto es necesaria la confrontación del sujeto con el objeto de aprendizaje, para que este sea significativo y perdurable es importante el momento de interacción con otros. Toda la actividad del alumno debe ser guiada por el maestro que propone diversas tareas para intensificar la participación del alumno, como por ejemplo: ejercicios de escucha, debates, juegos didácticos, lectura, reflexión, observación, procesamiento de información, experimentos en clase, trabajo en equipo, resolución de problemas, prácticas de campo, planteamiento de proyectos, toma de decisiones.

B. La mediación como tipo de relación del maestro-alumno. En este papel el maestro al relacionarse favorece el aprendizaje, estimula el desarrollo de potencialidades y corrige funciones cognitivas; esto basado en los principios de: reciprocidad, intencionalidad, significado, trascendencia, autoestima y regulación.

C. La cooperación entre las personas que aprenden. Hay muchas formas de relación entre los alumnos, en este campo se resalta una que beneficia el aprendizaje de todos “*La cooperación*” Esta significa compartir una experiencia vital que sea relevante, implica resultados en conjunto mediante la interdependencia positiva que involucra a todos los miembros del grupo, incrementando la participación de los alumnos y para crear un ambiente de ayuda mutua de aprendizaje entre todos.

2.14 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

La educación crítica tiene como fundamento la participación activa de los estudiantes en el aula, entendiendo esta como un espacio democrático para la discusión de situaciones sociales y políticas en relación con su contexto. (Campos, 2016, p. 2) hace una articulación de la educación crítica y la educación estadística:

En este contexto, entiendo que los educadores pueden construir adaptaciones para abarcar temas que faciliten la discusión de problemas socio-políticos que son pertinentes a la realidad de los estudiantes. Así, uno puede entender que, en general, cualquier disciplina de la escuela, en cualquier nivel, puede materializar los objetivos de la Educación Crítica. Siendo la Estadística pródiga en abordar situaciones que incluyen datos reales, ella puede (y debe) ser trabajada dentro de la perspectiva crítica de la educación.

En el mismo sentido, sabiendo que la estadística se compone de tres competencias alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico (definidas en este capítulo), las acciones en el aula se deben considerar diferentes a las propias de la instrucción directa, de modo que favorezcan el desarrollo de las competencias mencionadas. Aquí toma un papel importante el enfoque de la educación crítica pues brinda otras posibilidades de interacción en el salón de clases. Campos (2016) sugiere algunas actividades o acciones que se enmarcan en tres principios: contextualizar los datos de un problema o usar datos reales; motivar la interpretación y análisis de datos; socializar el tema y promover el debate, que se pueden realizar en el aula y que se pueden convertir en la referencia para el trabajo del maestro y su propia formación. Ejemplo de estas son:

- Problematizar la enseñanza, utilizar ejemplos y datos reales, coherentes con la realidad del estudiante.
- Incentivar el trabajo en grupo, permitiendo el debate y el diálogo entre los alumnos y el maestro.
- Promover un aula de clases democrática, que permita a los actores del proceso romper con la jerarquía existente entre profesor y estudiantes, garantizando la buena convivencia y cambiando la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje, reconociendo que no existe un

único dueño del saber, sino que este proceso se puede interpretar como un compartir de experiencias.

- Las actividades irán más allá del paradigma del ejercicio para convertirse en procesos que motiven al estudiante a analizar e interpretar los resultados que obtiene.

Estos son solo algunos ejemplos de acciones que se pueden implementar en el aula, sin embargo es necesario reconocer el papel que cumple el maestro, lo cual implica la formación y conocimiento del docente que orientará la clase y llevará al aula estas acciones. Aquí se hace importante el Análisis Didáctico, en particular el de contenido como herramienta que se empleará para la intervención en la clase.

Las categorías de análisis que se plantean en consonancia con los enfoques estudiados anteriormente son las siguientes:

2.14.1. Categoría 1. La negociaciación en la planificación docente

Cuando se habla de competencias es necesario hablar de la acción, pues si bien es cierto la competencia está referida a la capacidad de saber hacer en un contexto. Si se concreta en el campo de la formación docente es importante considerar aquellas competencias del saber, ser y hacer que permiten su actuación en el aula. Una de ellas y de vital importancia es la comunicación asertiva, esta es generadora del espacio de interacción entre docente y estudiante. Un ambiente apropiado hace que el estudiante se sienta más partícipe de su proceso de enseñanza por ello se reconoce la importancia de la negociación ligada al diálogo de las necesidades y expectativas de los alumnos. En esta categoría se pretende determinar si existe algún tipo de negociación de los contenidos, temas relevantes o intenciones para planear la clase y la manera como ésta es posible llevarla a cabo a través del diálogo y la disposición de todos los participantes. De acuerdo a lo anterior las subcategorías que se establecen para validar la gestión del docente en el aula corresponden a:

Subcategoría 1. Intención. Cuando se habla de intención se refiere a aquellas referidas a las acciones de aprendizaje, las cuales emergen de la disposición del estudiante para aprender, se trata de establecer si los estudiantes poseen estas, y si el docente a través del estudio del micro contexto del aula las conoce e incluye en la planificación de la actividad de aula. Como es posible que estas no existan es necesario negociarlas y allí entra a operar un elemento importante que es el diálogo.

Subcategoría 2. Disposición. Se trata de determinar si existe disposición para el aprendizaje, esto se puede evidenciar a través de las intenciones que comunican los estudiantes. En este aspecto el maestro se encarga de generar las estrategias y el espacio propicio para el trabajo, permitiendo la interacción entre los estudiantes.

Subcategoría 3. Diálogo. Este se suscita de la interacción positiva entre los sujetos de aprendizaje, caso contrario la conversación, en el sentido que el diálogo implica la actuación de todos los participantes en él, mientras que en la conversación algunos interlocutores son limitados a escuchar. En este caso se pretende determinar si existe el diálogo entre estudiantes y entre estudiantes y profesor y cómo el maestro genera ambientes propios para el diálogo.

2.14.2. Categoría 2. Conocimiento matemático escolar

El conocimiento matemático escolar que poseen los maestros es fundamental para la planificación curricular que realizan para el día a día en el aula. En esta categoría se pretende determinar el dominio que tienen los profesores de matemáticas referente a las medidas de tendencia central, para esto se contempla lo establecido en el análisis de contenido desde la estructura conceptual y su relación con otros conceptos, los sistemas de representación que permiten reconocer como un objeto se puede representar de varias formas, además de la fenomenología didáctica que alude a las situaciones o tipos de escenarios donde ese conocimiento tiene aplicación, de esta manera se trabajan las relaciones desde lo conceptual y lo procedimental que son fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático. Para determinar el nivel de apropiación del concepto de medidas de tendencia central se han establecido las siguientes subcategorías, en virtud de la competencia de planificación curricular y de cómo estos elementos aportan significativamente al tratamiento del concepto en el aula:

Subcategoría 1. Conocimiento Conceptual. En esta se pretende determinar el dominio que tiene el maestro del concepto del contenido analizado en esta experiencia, pero también de conceptos subsidiarios que intervienen en la comprensión del mismo. Esto es importante para el proceso de planificación en la medida que no existan incoherencias posteriores en el estudio de contenidos de la estadística descriptiva e inferencial.

Subcategoría 2. Conocimiento procedimental. En este aspecto se pretende determinar si el maestro domina los procesos para la obtención de las medidas de tendencia central y como éstos se articulan con la comprensión del concepto de medida de centralización.

Subcategoría 3. Sistemas de representación. Se refiere a las maneras como el maestro representa un concepto para enseñarlo en el aula, entendiendo estos como una estrategia para motivar el aprendizaje del contenido que se pretende enseñar.

2.14.3 Categoría 3. Conocimiento curricular

En esta categoría se hace hincapié en la forma cómo los maestros realizan la planeación de las actividades, a través de los diferentes instrumentos que emplean para ella (plan de área, asignatura y clase) además de la definición de objetivos claros, contenidos, orientaciones curriculares, materiales empleados y la concreción desde los estándares básicos de competencias, lineamientos curriculares y derechos básicos de aprendizaje. En esta categoría es importante también conocer la metodología llevada a cabo (aprendizaje cooperativo) y su influencia en las formas de evaluación de los aprendizajes. Entendiendo que el currículo no es únicamente lo referido a los contenidos, sino que se tienen en cuenta otros factores. Se definen como subcategorías las siguientes:

Subcategoría 1. Estándares y DBA. Los lineamientos nacionales son necesarios para la planificación de la actividad en el aula, por lo cual se determina si el maestro contempla estos criterios para la organización del trabajo en el salón de clase.

Subcategoría 2. Metodología. La metodología es un componente de gran importancia en la planificación curricular del docente, pues se convierte en la ruta para lograr el objetivo que se ha propuesto el maestro. Conocer la metodología también servirá para determinar la coherencia respecto a la anterior categoría de negociación.

Subcategoría 3. Evaluación. En la misma vía de la metodología, también la evaluación del proceso del estudiante es importante, pues de alguna manera las actividades que planea el docente se hacen para valorar el proceso del estudiante, determinando su avance o posibles dificultades.

CAPÍTULO 3

MARCO DE REFERENCIA CURRICULAR

3.1 ANTECEDENTES

Las investigaciones en educación estadística han cobrado importancia en los últimos años, esto como producto de la inclusión del pensamiento aleatorio y de datos en los currículos escolares, pues se ha sustentado la idea, que este tipo de pensamiento es un eje fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático en los diferentes niveles de escolaridad. Así, es posible encontrar trabajos, aunque aislados que promueven la educación estadística en preescolar y primaria, también mostrando algunas dificultades que se pueden presentar al abordar este tipo de saberes.

Esta revisión bibliográfica responde a una intencionalidad formativa del ejercicio docente dentro del aula de clase de matemáticas, pues el objetivo de esta experiencia es consolidar una propuesta de intervención en la matemática escolar, que incluya herramientas de tipo metodológico y teórico que permitan que la enseñanza y aprendizaje de la estadística sea más significativa para los estudiantes.

En esta búsqueda, se encontraron diversos trabajos, que se enfocan en el estudio de la estadística en el aula a través de proyectos y de la Educación Matemática Crítica en el aula, sin embargo, son muy escasas aun las investigaciones que involucren directamente el desarrollo de una educación estadística en el marco del pensamiento crítico. Por tanto, se realizó una caracterización de las investigaciones en educación estadística y Educación Matemática Crítica en el aula, que se presenta a continuación. Esta caracterización obedece a los estudios sobre la problemática desde diferentes perspectivas.

3.1.1. Educación estadística en el aula de clase de matemáticas

Se refiere a investigaciones o propuestas de intervención en el aula, cuando se tiene como eje fundamental la estadística o pensamiento aleatorio en general, además de sus implicaciones didácticas en cuanto a herramientas teóricas y metodológicas. Un ejemplo de ello es el trabajo de

Zapata (2010), donde la autora hace reflexión sobre los desafíos que enfrenta la comunidad en general, a través de los diferentes medios de difusión al leer e interpretar datos estadísticos, sin embargo los ciudadanos cuentan con una *alfabetización estadística* insuficiente para enfrentar con éxito estos retos que la cultura le demanda. En esta investigación y otras, como las de Batanero & Godino (2001) se introduce este término, también denotado como *Cultura Estadística*, que se constituye en uno de los constructos de los estudios en Didáctica de la Estadística, pues hablar de ésta implica cuestionarse sobre unos conocimientos por lo menos “estándar” que los ciudadanos deberían adquirir para interpretar la información presentada en lenguaje matemático, de allí la discusión sobre qué tipo de conocimiento o competencias se deben favorecer en el aula de clase.

Otro aspecto que se aborda en estas pesquisas es el lenguaje empleado, el razonamiento estadístico y la terminología, pues a pesar que la estadística forma parte de las matemáticas, no siempre es posible transferir los principios y métodos de ellas, pues el desarrollo didáctico pedagógico presenta discordancias y puntos críticos respecto a la otra disciplina, esto por la naturaleza de la estadística, que trabaja con conceptos como la incertidumbre, el azar, que no necesariamente son permeados por la lógica matemática, además de situaciones donde la subjetividad aparece inevitablemente, por la toma de decisiones, la organización de datos, en muchas ocasiones sin criterio alguno, la interpretación, reflexión y análisis de datos cuantitativos y cualitativos, en donde las matemáticas son herramientas auxiliares. Así la estadística se puede vislumbrar como una ciencia en constante evolución, tanto en sus contenidos, como en la necesidad de su formación (Campos, 2007).

En esta dirección también se presentan propuestas como las de (Gil & Rocha, 2010) y (Batanero & Godino, 2001) basadas en la metodología del trabajo por proyectos en estadística, donde se da especial importancia a esta disciplina, como motor para el desarrollo y avance de la ciencia y la tecnología, pues proporciona herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar de forma óptima experimentos, mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Bajo esta consigna, para el desarrollo de los proyectos se establece el enfoque de la resolución de problemas en contexto para abordar la enseñanza y aprendizaje de la estadística, pues en lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en

la vida real, se trata de presentar las diferentes fases de una investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado. En estos escenarios se pretende la modificación de roles de los sujetos del acto educativo, lo cual parece ser muy significativo, pues dentro del contexto social y cultural, es importante tener en cuenta los intereses y conocimientos previos de los alumnos, además que permite la interacción directa con el maestro.

3.1.2 Educación Matemática Crítica en el aula de clase de matemáticas

La Educación Matemática Crítica, dentro de las teorías socioculturales de la Educación Matemática, se destaca por la discusión filosófica sobre la alfabetización, la democracia y el poder y su relación con la educación, además de brindar una perspectiva socio-política de la misma, con esto se puede afirmar que la Educación Matemática Crítica, pretende formar ciudadanos con una conciencia crítica en una sociedad altamente influenciada por la tecnología, empleando herramientas matemática para la resolución de problemas y toma de decisiones. En síntesis el desarrollo de competencias reflexivas, matemáticas y tecnológicas es el objetivo de dicha teoría. Llama la atención, como maestros en formación inicial, se notan interesados en este tipo de problemáticas, pues la conciencia crítica se hace evidente en las reflexiones que se hacen sobre la enseñanza de las matemáticas, investigaciones como la de (Blanco-Álvarez, 2012) sugieren que estos estudiantes desde los inicios de su formación hacen una reflexión sobre la corriente conductista de ejercitación de algoritmos que se encuentra con bastante insistencia en los currículos escolares de la básica primaria y secundaria. En este sentido se habla de un cambio en los métodos de enseñanza, “y lejos de verlas como una serie de reglas a memorizar, ver las matemáticas como una forma de crear significado y dar sentido a las experiencias humanas y sociales” (Blanco-Álvarez, 2012, p. 18)

Con respecto a lo anterior, se referencian algunos estudios que promueven la actividad matemática desde una postura crítica, haciendo evidente la importancia de esta, en la formación de ciudadanos, de escolares con la capacidad de reflexionar sobre su situación dentro y fuera del aula. En el país, investigaciones que conciernen al desarrollo de pensamiento crítico en el aula, se ha visto aislado pero con resultados satisfactorios, de modo que entidades gubernamentales como Colciencias han aportado para que estos proyectos se lleven a cabo, por ejemplo el trabajo de

(García,2008) que presenta un avance en la construcción de escenarios educativos para el aprendizaje de las matemáticas desde el cual se ofrece posibilidades a los estudiantes para encontrar las razones del por qué y para qué del propósito del proceso educativo. Los escenarios de aprendizaje contruidos son las relaciones entre espacialidad, identidad y territorialidad, la cual integra como eje temático contenidos de áreas curriculares como ciencias naturales, educación física, matemáticas, ciencias sociales y lenguaje. Esta relación permite identificar problemas que tienen contenidos importantes desde una perspectiva del aprendizaje, de la importancia sociológica de aprender en la escuela y de la posición misma de los niños.

En este sentido, la propuesta lo que busca es integrar diferentes áreas del conocimiento, con el fin de brindar a los estudiantes un espacio más amplio para la interacción y la discusión de sus producciones. De esta manera, esta investigación, también pone el acento en la práctica del aula, donde se da un valor importante a las estructuras u objetos matemáticos que son contemplados en el currículo, vistos con el lente de las situaciones que rodean al estudiante, de su realidad tanto dentro como fuera del aula.

Por otro lado en cuanto a los ambientes de aprendizaje, en la teoría de la Educación Matemática Crítica aparecen las perspectivas sociopolíticas, en cuanto a las relaciones que se establecen en el aula entre estudiantes y maestros; un ejemplo de ello el planteamiento de (Sánchez & Torres, 2010) donde se inicia con la reflexión sobre el surgimiento de este enfoque educativo, donde se afirma que visualizan la práctica pedagógica con matices distintos, pero desde una perspectiva sociopolítica. Su propuesta en particular se centra en la visión de todos los seres humanos como sujetos políticos, en especial, los estudiantes pueden adquirir poder desde la clase de matemáticas, aunque históricamente así no haya sido. Esta investigación hace un barrido desde los orígenes de la Educación Matemática Crítica, pasando por sus generalidades y consideraciones de diversos aspectos que influyen en las dinámicas de las clases de matemáticas, hasta llegar a los Ambientes de Aprendizaje que constituyen la identificación explícita de los diversos escenarios que se pueden generar en el aula.

La lectura de cada uno de estos trabajos aporta elementos importantes para la consolidación de la metodología y una puesta en común de los elementos teóricos que confluyen en la perspectiva

de la Educación Matemática Crítica y la Educación Estadística, como ejes fundamentales para esta propuesta de Sistematización de experiencias.

3.2 CONCRECIÓN CURRICULAR

En cuanto a la concreción curricular un primer parámetro importante para ella es la determinación del conocimiento matemático disciplinar que se aborda, en este caso consiste en las medidas de tendencia central en el grado quinto, esto como consecuencia directa de la labor docente llevada a cabo, donde ha sido visible la dificultad de los estudiantes para comprender estos estadígrafos de representación de información.

Las medidas de estadística descriptiva son valores numéricos calculados a partir de los datos de la muestra y que resumen la información proporcionada en ella, de esta manera encontramos medidas de posición, de centralización, de dispersión y de forma.

Las medidas de centralización indican los valores a los cuales se acercan los datos, o el valor alrededor del cual se concentran. A continuación se expone la malla conceptual de estadística que se encuentra en uno de los libros de matemáticas de la Comunidad de Hermanos Maristas.

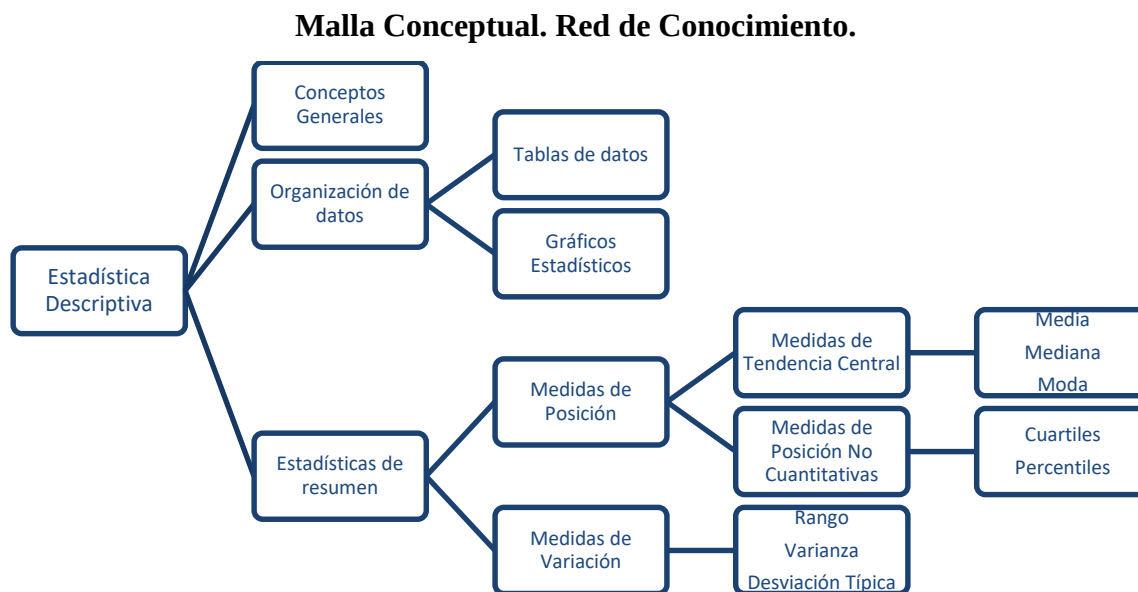


Gráfico 3.1. Fuente: Proyecto Juega y Construye las Matemáticas. Comunidad de Hermanos Maristas de la Enseñanza.

El trabajo estadístico se inicia con la recolección de datos, organización o tabulación de los mismos, producción de gráficos representativos de los hallazgos y finalmente el resumen de la información tratada, por lo cual es necesario emplear algunos valores estadísticos, en particular las medidas de tendencia central (MTC) para determinar cómo están distribuidas las observaciones. Las MTC se identifican como los valores que describen un valor repetitivo en la distribución, donde se busca que estos se encuentren representados por un solo valor numérico, por tal razón dichas medidas se aplican especialmente a datos numéricos, no conveniente a datos cualitativos no contables. En este estudio se contemplaran especialmente como medidas de centralidad: media, mediana y moda.

A continuación se presenta la reflexión en torno a los cuatro aspectos contemplados para la organización curricular en los modelos locales, curriculares y de Análisis Didáctico. En esta dirección se consideran tres contextos para la concreción curricular para el conocimiento matemático escolar: Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos curriculares, estándares de competencias en matemáticas), Proyecto Educativo Institucional y Aula de clase.

3.3 ESTADIOS DE CONCRECIÓN

A partir de las directrices planteadas por las autoridades nacionales y locales en educación, en particular en matemáticas, se plantean ciertos objetivos, metodologías, incluso se presentan modelos que los maestros deben llevar a la práctica en sus aulas de clase para de alguna manera responder a ese ideal de educación, sin embargo se hace necesario tener claridad en esta propuesta, de este modo se tienen tres estamentos para llevar a cabo esta labor, estos son conocidos como estadios de concreción curricular que se describen a continuación.

3.3.1 Contexto Nacional. Ministerio de Educación Nacional. Estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares de matemáticas

Este primer estadio de concreción se convierte en el más general por constituir la política trazada por el Ministerio de Educación Nacional en el país, en donde se establece el fin de la educación colombiana, así como el planteamiento de objetivos, metodologías, orientaciones generales y una reflexión del conocimiento escolar en torno a los contenidos para cada nivel. Entre estas

reglamentaciones encontramos los estándares curriculares, parámetros que plantean metas a corto y largo plazo en cuanto al saber y saber hacer del estudiante en contexto para el ejercicio de una ciudadanía crítica. En este sentido la competencia tiene un papel importante en los estándares en cuanto permiten evidenciar la manera en que se logra la meta propuesta además de los niveles de la misma.

Por su parte, los lineamientos curriculares se consolidan como guía para orientar el currículo y los enfoques que deberían tener la enseñanza de las matemáticas, estudiando la fundamentación pedagógica del área. Este sentido pedagógico permite obtener una identidad de la educación en matemáticas, permeando los diferentes entes atendiendo a la diversidad de la nación, en esta misma dirección se otorga autonomía en los procesos donde interviene directamente la creatividad, la investigación e innovación.

En estos documentos se realiza la reflexión en torno al conocimiento matemático escolar que permite plantear una estructura curricular, de aquí que la naturaleza de la actividad matemática este fundamentada en la relación sociocultural de todo el ente educativo, valorando la importancia de estas interacciones en la enseñanza y aprendizaje de la disciplina, concebida como una actividad humana inserta y condicionada por la cultura, de evolución histórica, con esto se deja de lado la concepción de la matemática como producto acabado, limitándola al campo formal expresado por el lenguaje matemático, entendiendo esto como una sola faceta del conocimiento matemático escolar, de esta manera se distinguen dos tipos de conocimiento: conocimiento conceptual y procedimental, cada uno igual de importantes, pero que deben interrelacionarse y complementarse.

A partir de este tipo de reflexiones, es posible dar respuesta desde la Educación Matemática y en particular desde el trabajo en el aula de clase a un concepto de competencia ampliamente definido para facilitar un desempeño eficaz, flexible y con un sentido crítico en los diversos contextos del estudiante a partir de cierto sistema de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones de índole cognitivo y socio afectivo. Dada la importancia de estos planteamientos para la concreción curricular se da una breve descripción de los lineamientos y estándares curriculares.

3.3.1.1. Estándares Curriculares

Los estándares curriculares se asumen desde una nueva postura frente a la naturaleza de las matemáticas asumiendo que no son producto acabado, por esta razón se estructuran de tal manera que se logren niveles de competencia asociados con los cinco procesos generales propuestos en los lineamientos curriculares, además de los cinco tipos de pensamiento y sistemas de las matemáticas: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

I. Estándares curriculares y actividad matemática en el aula de clase.

Entendiendo la actividad matemática del aula como una continua interacción del estudiante, del docente y recursos es necesario abrir los espacios para que estas situaciones se lleven a cabo propiciando un aprendizaje significativo, dinamizando las interrelaciones para validar individual y conjuntamente el saber matemático aprendido. A continuación se describen algunos aspectos planteados por esta reglamentación para dinamizar este proceso de enseñanza y aprendizaje:

Situaciones de aprendizaje significativo: son situaciones o actividades que trabajan desde el contexto cercano del estudiante, privilegiando sus intereses y necesidades, esto permite que el estudiante busque e indague sobre el problema y plantee estrategias de solución.

Trabajo desde escenarios culturales y sociales: Estos espacios de interacción son fundamentales porque permiten al estudiante tomar decisiones, argumentar sus puntos de vista, discutir los planteamientos de sus pares, generando de este modo trabajo cooperativo y formando un sentido crítico en las matemáticas.

Trabajo desde la seguridad y confianza de las matemáticas: Brindar al estudiante la seguridad para desempeñar la actividad matemática en el aula se hace más que necesario para que exista un verdadero aprendizaje significativo de aquí la importancia de validar y tener en cuenta sus concepciones previas frente a un nuevo objeto de conocimiento.

Trabajo desde las competencias: En primera instancia ha de entenderse que el trabajo por competencias supone una estructuración del proceso en aula en currículos dinámicos y flexibles,

así las situaciones problemas se vuelven muy valiosas porque permiten tener una visión integral del conocimiento matemático escolar, trabajando desde los contextos del estudiante formando y consolidando las competencias orientadas a las dimensiones sociales, culturales y políticas de la Educación Matemática.

Aprovechamiento de los recursos didácticos: En toda situación los recursos se convertirán en mediadores que permitan la apropiación del conocimiento matemático movilizado, de aquí la importancia de estos, que pueden ir desde lo físico a lo virtual, despertando además el interés en el trabajo matemático del aula.

Evaluación formativa: Una evaluación formativa hace énfasis en las actuaciones de los estudiantes cuando se realiza argumentación, justificación, interpretación, planteamiento y resolución de problemas.

La estructura de los estándares tiene en cuenta los procesos generales, conceptos y procedimientos y los contextos como se reflejan en los aspectos antes mencionados, es decir los estándares para cada pensamiento se fundamentan en el conocimiento matemático conceptual y procedimental relacionando algunos niveles de avance en el desarrollo de las competencias. Este proceso se da de manera gradual y sistemática, aquí cobra especial relevancia la coherencia vertical y horizontal, es decir los estándares exigen una correspondencia del estándar con los otros tipos de pensamiento en el mismo grado, y una interrelación del mismo pensamiento en diferentes grados, esto garantiza el avance gradual en las competencias matemáticas de un grado a otro.

3.3.1.2. Lineamientos Curriculares

En esta reglamentación presentada en el año 1998 por el Ministerio de Educación Nacional se presentan algunos criterios para orientar el currículo y los enfoques que debería tener la enseñanza de las matemáticas, con un estudio exhaustivo de la fundamentación del área. Los lineamientos organizan el currículo en tres grandes aspectos: procesos generales, conocimientos básicos y contexto. En lo que respecta a los procesos se plantean cinco importantes entes en el pensamiento matemático: razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, comunicación, modelación, comparación y ejercitación de procedimientos. Por otra parte los conocimientos básicos refieren

los conceptos específicos de la disciplina, además de los sistemas formales propios de las matemáticas. Finalmente un tópico fundamental son los contextos que se entienden como los ambientes que rodean al estudiante, dando significado y sentido a las matemáticas que aprende.

3.3.2 Contexto Institucional. Proyecto Educativo Institucional (PEI)

El proyecto educativo institucional compendia la actualización curricular y la ley que reglamenta la política nacional aterrizada a las necesidades, visión y misión de cada institución educativa. El desarrollo de este nivel corresponde a los equipos docentes, que deben adecuar los planteamientos del diseño curricular a las características idiosincrásicas de cada centro, contextualizando y detallando cada norma prescriptiva según el entorno en que se van a desarrollar de forma efectiva los procesos de enseñanza. De este modo, se da a los centros una cierta autonomía para elaborar sus propias normas de organización y funcionamiento, que quedan para ser resultado del trabajo en equipo de los profesores, en coherencia con el contexto y sus necesidades específicas, identidad propia. En este caso, se concretan dentro de los indicadores del logro, del grado quinto del Instituto Champagnat de Pasto.

3.3.3 Contexto del aula

En este estadio y en consonancia con la normativa del Ministerio de Educación Nacional se contempla dentro del Proyecto Educativo Institucional el diseño y ejecución del plan operativo anual, atendiendo a lo dispuesto por las políticas de calidad, de esta manera cada área como está organizada la institución genera un plan anual tomando como referencia lo establecido en el anterior. Posterior a esto, cada área realiza la revisión y ajustes del plan de asignatura donde se establecen los objetivos, logros, indicadores, contenidos, metodología y evaluación en cada grado. Finalmente los planes de clase, en los que se detallan las actividades organizadas dentro de un proceso de construcción del aprendizaje, en un tiempo determinado, con los recursos que se utilizarán, las actividades de evaluación que se realizarán para verificar el desarrollo de los aprendizajes y el logro de las destrezas al finalizar la clase.

3.3.4 Estructura de los planes de clase, asignatura y área entorno al pensamiento aleatorio.

Estadística descriptiva

En el Instituto Champagnat por las políticas de gestión de la calidad, el plan de estudios de cada área se organiza teniendo en cuenta en primera instancia el plan operativo anual del colegio, donde se plantean las metas a alcanzar. Estas metas son aterrizadas en los planes de área, donde el colectivo de profesores hace su reflexión y estructura el plan de trabajo del año con criterios claros y comunes en torno a los objetivos de aprendizaje, evaluación y competencias. Producto de este trabajo y como orientación para los docentes de cada nivel se realiza el plan de asignatura donde se hace énfasis en las temáticas a trabajar en un determinado grado, definiendo la metodología y formas de evaluación. Finalmente el profesor del área de matemáticas realiza el plan de clase, una estructura que le permite organizar su trabajo para dos semanas, allí se describen las actividades, estrategias metodológicas y los criterios de evaluación.

3.3.4.1 Plan de área

En el plan de área de matemáticas del Instituto Champagnat se plantean dos objetivos que han de dirigir el trabajo de la misma:

1. Fortalecer y potenciar en los estudiantes habilidades y conocimientos matemáticos, propiciando espacios significativos de aprendizaje, que permitan la formación de sujetos críticos, analíticos y reflexivos en su contexto.
2. Valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, mediante el empleo de herramientas tecnológicas, de comunicación y trabajo cooperativo.

Respecto a estos objetivos de aprendizaje se puede evidenciar que el área de matemáticas busca formar estudiantes con sentido crítico, valorando la importancia de las matemáticas en su entorno social a partir del trabajo en equipo.

En este plan se muestran las mallas curriculares de cada tipo de pensamiento, que en el caso del pensamiento aleatorio y sistemas de datos se organiza como se muestra en la figura 3.1:

MALLA CURRICULAR PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

PRIMERO		SEGUNDO		TERCERO		CUARTO		QUINTO	
Recolección e interpretación de datos	Recolectar datos según sus características	Recolección e interpretación de datos	Recolección de información a través de la encuesta.	Recolección y tabulación de datos	Recolecta datos mediante encuestas y observaciones de experimentos aleatorios	Nociones básicas para el desarrollo de la estadística	¿Qué es la estadística?	Elaboración de tablas estadísticas	Nociones fundamentales
	Describir situaciones a partir de datos obtenidos		Interpretación de datos estadísticos		¿Cómo surgió la estadística en la historia?		Tabla de frecuencia con variable discreta: Frecuencias absoluta, relativa y relativa porcentual		
	Interpretar datos		Representación a través de tablas de frecuencia absoluta		Interpretación de datos mediante formulación y proposición de problemas		¿Qué es la población, la muestra y la variable?		Fuentes de información

Figura 3.1. Malla Curricular

Figura 3.1. Malla Curricular

Esta estructura se organiza por grados y como se señala se definen algunos ejes articuladores junto con indicadores que permiten determinar las actividades a realizar. En el caso de las medidas de tendencia central se considera lo siguiente:

PRIMERO		SEGUNDO		TERCERO		CUARTO		QUINTO	
Probabilidad de ocurrencia de eventos	Eventos posibles	Probabilidad de ocurrencia de eventos	Determinación de eventos posibles.	Medidas de tendencia central o promedios	Mediana muestra no agrupada	Medidas de tendencia central o promedios	Aplicación de medidas de tendencia central tales como media aritmética, mediana y moda a problemas de contexto	Medidas de tendencia central o promedios	Media aritmética muestra no agrupada
	Eventos imposibles		Determinación de eventos imposibles						Mediana muestra no agrupada
	Eventos poco probables		Determinación de eventos poco probables		Moda muestra no agrupada				
	Eventos muy probables		Determinación de eventos muy probables						Moda muestra no agrupada

Figura 3.2. Medidas de tendencia central en la malla curricular de pensamiento aleatorio

Estas medidas se definen como tal desde grado tercero, donde se trabaja la moda y la mediana, en grado cuarto y quinto se incluye la media, además de aplicaciones de las tres medidas en problemas de contexto.

3.3.4.2 Plan de asignatura

El plan de asignatura como reflejo del plan de área, tiene en cuenta los objetivos que se plantearon, de modo que en este se consideran los logros por periodo en las dimensiones del saber, saber hacer y saber ser, los contenidos y las unidades de aprendizaje. Finalmente se definen las estrategias metodológicas y la forma de evaluación que contempla el docente del grado a cargo.

En el plan de asignatura de grado quinto las medidas de tendencia central se localizan en todos los periodos académicos, el maestro distribuye la temática de esta manera porque se busca la coherencia horizontal en su plan de trabajo, de este modo en los primeros periodos se realiza el trabajo de ejercitación del algoritmo del cálculo de estas medidas, pasando luego al trabajo práctico con situaciones del contexto real del estudiante. Como metodología en este plan se resalta el aprendizaje cooperativo que ha brindado diversas alternativas de trabajo en clase.

3.3.4.3 Plan de clase

El plan de clase se estructura teniendo en cuenta los logros e indicadores de las dimensiones saber, saber hacer y saber ser respecto a los contenidos previstos para el periodo académico que tiene una duración de diez semanas. Esta planificación se realiza para dos semanas (10 días) donde se deben especificar las unidades de aprendizaje, las estrategias metodológicas y los criterios de evaluación, cabe anotar que por requerimiento institucional que sigue los parámetros del sistema de gestión de calidad se deben anotar las fechas en las cuales se desarrolla cada unidad como se muestra en la figura 3.3.

	COMUNIDAD DE HERMANOS MARISTAS DE LA ENSEÑANZA		
	PROVINCIA NORANDINA - COLOMBIA		
	INSTITUTO CHAMPAGNAT - PASTO		
	PLAN DE CLASE		
Código: FOPA001	Versión: 02	Fecha: 25/Junio/2010	Página 5 de 10

FECHA CURSO				UNIDADES DE APRENDIZAJE (Saber, Saber Hacer y Saber Ser)	ACTIVIDADES DE MEDIACIÓN Y EVALUACIÓN	
1	2	3	4		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	CRITERIOS DE EVALUACION
15 - Feb	16 Feb	16 Feb		Problemas aditivos y multiplicativos simples y compuestos.	Se explica nuevamente al trabajo de evaluaciones diagnóstica sobre situaciones problema simples y compuestos. Se presenta en diapositivas las situaciones problemas para que de forma individual las resuelvan. Se hace la retroalimentación del trabajo presentado para identificar aciertos y dificultades.	Comprensión e interpretación de situaciones problema.
16 - Feb	17 Feb	17 Feb		Términos de las operaciones básicas.	Se recuerda el manejo del minicomputador con las variantes. Se trabaja las cuatro operaciones básicas. Se alterna el cálculo mental con la escritura de las operaciones básicas recordando los términos de cada una de ellas.	Habilidad en el cálculo mental con las operaciones básicas.
17 - Feb	18 Feb	18 Feb		Problemas aditivos y multiplicativos simples.	Formación de equipos de trabajo partiendo de las habilidades o dificultades. Se entrega situaciones problema por niveles de dificultad para motivar al trabajo grupal. Se exponen resultados y procedimientos para fortalecer la lectura comprensiva.	Trabajo adecuado en los equipos. Lectura comprensiva de situaciones problema.
18 - Feb	19 Feb	19 Feb		Diagrama de barras situaciones aditivas y multiplicativas simples.	Se presentan alimentos que son los más consumidos en la cafetería. Se realiza una tabla de frecuencias. Se elabora un diagrama de barras con alimentos, ventas y precios. Se plantean preguntas para ser solucionada por los estudiantes.	Interpretación de gráficas de barras con preguntas textuales e inferenciales.
22 - Feb 23 - Feb	23 - Feb 24 Feb	22 Feb 24 Feb		Recta, semirecta y segmento de recta.	Se forman parejas para ir a la sala de sistemas. Los estudiantes exploran el software matemático "Geogebra". Se les pide que trabajemos formando figuras con las funciones. Luego se hacen actividades dirigidas.	Utilización adecuada de los dispositivos electrónicos. Comportamiento correcto en la sala de sistemas.

Figura 3.3. Estructura del plan de clase

3.3.5 Modelo Local

Lo anterior hace parte del llamado modelo local, que según Bedoya (2002) hace referencia a tres puntos fundamentales: i) Un diseño curricular local: Ubicados en el Plan de FI de Profesores de Matemáticas de Educación Secundaria del Departamento de DM de la Universidad de Granada; ii) Una estructura conceptual referida a un contenido matemático específico: las medidas de tendencia central, consideradas desde un punto de vista escolar y ubicados en el marco curricular de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), en concreto en su segundo ciclo; iii) Los CD provistos por la asignatura de DM en el bachillerato.

CAPÍTULO 4

ASPECTOS METODOLÓGICOS

La Sistematización en la última década ha tomado importancia en Latinoamérica y surge como una propuesta investigativa, que permite documentar y dar sustento a procesos prácticos, que en el caso particular se trata de la experiencia en el aula de clase de matemáticas. En este sentido la Sistematización parte de la idea de la posible “producción de saber y conocimiento desde las prácticas, teniendo en cuenta el saber de los actores de ella, que buscan la transformación de actores, procesos y sociedad mayor” (Mejia, 2009, p. 1).

Con esto, la Sistematización atiende al proceso del cual a partir de las prácticas se genera conocimiento, incluso los cimientos de una nueva teoría, pues ésta no antecede a la práctica, sino que se encuentra inmersa en ella. Por esta razón la Sistematización se ha constituido en un campo propio de producción de saber, independientemente del tipo de conocimiento que se genere, que puede ir desde dar cuenta de la experiencia y transformar ésta, hasta teorías incluso por fuera de ella.

En ese sentido no es evaluación, no es investigación en el sentido clásico del término y abre un espacio específico en donde intenta colocarse al lado de otros enfoques de investigación cualitativa dotando con capacidad de saber a esa práctica, y a los actores de ella. (Mejia, 2009, p. 3)

Por lo tanto, la Sistematización de experiencias docentes se puede concebir como un proceso mediante el cual uno o más profesores desarrollan una propuesta curricular o didáctica, a la vez que se forman y desarrollan competencias profesionales a través de la reflexión sistemática y fundamentada, conceptual y metodológicamente en el marco de este ejercicio o práctica (Bedoya, 2013).

De acuerdo con esto, la realización de un proyecto de sistematización de experiencias consiste en un proceso de indagación a partir del cual el docente se apropia y desarrolla saberes y competencias profesionales, las cuales se concretan en la elaboración de propuestas curriculares o

instruccionales en contextos institucionales y/o del aula de clases. Bedoya (2013), basándose en varios autores (Barnechea & Morgan, 2010; Jara, 1994; Londoño & Atehortúa, 2011); entre otros propone organizar el proceso metódico de sistematización en cuatro fases o momentos, no necesariamente sucesivas:

- I. Preparación y planificación metodológica del proceso de sistematización.
- II. Recuperación/reconstrucción de la experiencia: documentación y fundamentación conceptual.
- III. Análisis e interpretación de la información y del proceso realizado (de tal forma que se movilicen y desarrollen conocimientos fundamentados sobre la práctica o la experiencia).
- IV. Potenciación y socialización o comunicación de los resultados asociados con la experiencia, su sistematización (incluyendo propuestas de posibles mejoras) y fundamentación conceptual y procedimental.

El diseño y desarrollo metódico de este trabajo consiste en la concreción de estas cuatro fases; para su ejecución, en tanto proceso de indagación cualitativa, Bedoya (2013) propone complementariamente apoyarse en un diseño basado en las metodologías de Investigación-Acción-Participativa (IAP) (Elliot, 1990); Kemmis y McTaggart, 1988); de estudio de casos (Rojas, 2010) y de investigación evaluativa (Bedoya, 2002).

La metodología general de análisis, consiste en una adaptación de la propuesta general de Análisis Didáctico, mencionada en el capítulo segundo, bajo la concepción de estrategia de formación y de desarrollo de competencias profesionales docentes, así como de desarrollo curricular (Rico, 1997; Gómez, 2007; Bedoya, 2013). Teniendo en cuenta esto y el hecho que este proyecto de Sistematización se propone en el campo de la Formación de Profesores de Matemáticas y el desarrollo curricular, el modelo metodológico de análisis ejecutará en torno a las cuatro categorías (o dimensiones) de Análisis Didáctico siguientes (Bedoya, 2013):

1. Contextualización curricular.
2. Análisis Didáctico de Contenido (ADC): disciplinar, histórico, epistemológico, fenomenológico, semiótico: estructura didáctica conceptual.
3. Análisis Didáctico Cognitivo (ADCog.): obstáculos, dificultades, errores, comprensión, aprendizaje.

4. Análisis Didáctico de Instrucción-Construcción (ADIC): de los conocimientos asociados al Contenido Matemático Escolar (CME).

La propuesta o modelo de Análisis Didáctico es concebido y adaptado no sólo como estrategia metodológica de formación y desarrollo curricular, sino también de investigación o sistematización de experiencias en el campo de la didáctica de la matemática y la formación de maestros. Esta es la opción y reto metodológico adoptado en éste y otros proyectos de tesis (Trabajos de Grado de Maestría en Educación) que se vienen desarrollando de manera relacionada y complementaria en el marco del Grupo de Investigación y Formación de Profesores de Matemáticas en torno al Pensamiento Matemático Educativo: -GIFPME- (Código Gruplac COL0036156), bajo la dirección del Doctor Evelio Bedoya M.

4.1 ESTRATEGIA METODOLÓGICA GENERAL Y MARCO METODOLÓGICO

4.1.1. Enfoque Metodológico

Revisando las concepciones o definiciones tanto de la Sistematización de Experiencias (Jara, 1994; Hleap, 1998; Ghiso, 1999; Mejía, 2010; entre otros), como de la Investigación-Acción-Participativa (I-A-P) (Kemmis y McTaggart, 1988; Elliot, 1993; Lomax, 1990; McNiff, 1992; entre otros), resulta natural relacionar o articular en el diseño metodológico del proceso metódico de la Sistematización con diferentes aspectos metodológicos de la I-A-P, tal como lo propone Bedoya (2013). Así, por ejemplo, Kemmis y McTaggart (1988) destacan como puntos clave de la I-A-P, el propósito de la mejora de la calidad de la educación a partir del aprendizaje que generan las acciones de planificación y reflexión; que permiten dar una justificación razonada de nuestra labor educativa, mostrando pruebas obtenidas y la reflexión crítica llevada a cabo.

Por otro lado, Elliot (1993) plantea que la I-A-P tiene como propósito mejorar la calidad de la acción social dentro de la misma, y agrega que la investigación-acción interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo profesores y alumnos. Por otra parte, en el marco de la Sistematización de Experiencias, Jara (1994) dice que esta consiste en la interpretación crítica de las experiencias que, a partir de su reconstrucción ordenada, descubre y explica la lógica del proceso vivido y los factores que han

intervenido en dicho proceso. Igualmente Ruiz (2002) afirma que la Sistematización de experiencias surge por la necesidad de conocernos, darnos a conocer y cualificar las prácticas, además ve la Sistematización como un proceso de producción de conocimiento que a partir de la práctica tiene utilidad porque:

1. Cualifica el conocimiento que se tiene de la práctica, es decir que se genera conocimiento a partir del proceso de sistematización.
2. Cualifica la propia práctica, ya que permite la retroalimentación que ayuda a vivenciar mejor la práctica y mejorar sus resultados.
3. Empodera a los sujetos que realizan la sistematización, al ser de ellos los propios actores de la práctica y quienes desarrollan el proceso de sistematización.

El diseño y desarrollo de la Unidad Didáctica desde este modelo posibilitará el que pueda darse una verdadera adaptación del Diseño Curricular con base en las características y necesidades de los estudiantes del Instituto Champagnat de Pasto, además de la reestructuración de las situaciones que se plantean en el aula de modo que sean actividades con sentido y significado, posibilitando un aprendizaje significativo individual y colectivo.

Paralelamente al desarrollo de las 4 fases anteriores, la documentación de este trabajo también se organiza siguiendo la secuencia de las cuatro fases de la I-A-P: *Fase de Planificación*, donde se detalla el proceso seguido desde la propuesta didáctica inicial hasta la propuesta definitiva. En la *Fase de Acción*, se da cuenta del control entre lo planificado y lo ejecutado, se detallan las observaciones realizadas en el aula acerca de la interacción entre los estudiantes con sus pares y maestro, resaltando la importancia del dialogo entre los participantes. En la *Fase de Observación*, se analizan las producciones de los estudiantes sobre la comprensión de los conocimientos matemáticos sobre lo que se ha instruido, la forma de trabajo de clase que ha propuesto el maestro y como favorece el aprendizaje a través de la colectividad. La *Fase de Reflexión*, permite hacer un reconocimiento de la comprensión de los estudiantes sobre los diferentes temas que se abordan en la propuesta didáctica, además de la acción del docente, donde se hace énfasis en la planificación curricular y cómo se lleva a cabo este proceso.

Como se evidencia este modelo articula las etapas de la Sistematización de experiencias y de la IAP, y dado que se trata de un enfoque crítico, reflexivo y sistemático, Bedoya (2013) propone considerar los aportes que se hacen desde el estudio de casos, para obtener elementos valiosos para la reflexión. Además, este proceso de Sistematización de experiencias se da en el campo de formación de maestros y desarrollo curricular, por lo cual se contempla el Análisis Didáctico como metodología, transversal a las etapas de la IAP desde las cuatro dimensiones: Análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación, como se explica en el grafico 4.1, expuesto a continuación.

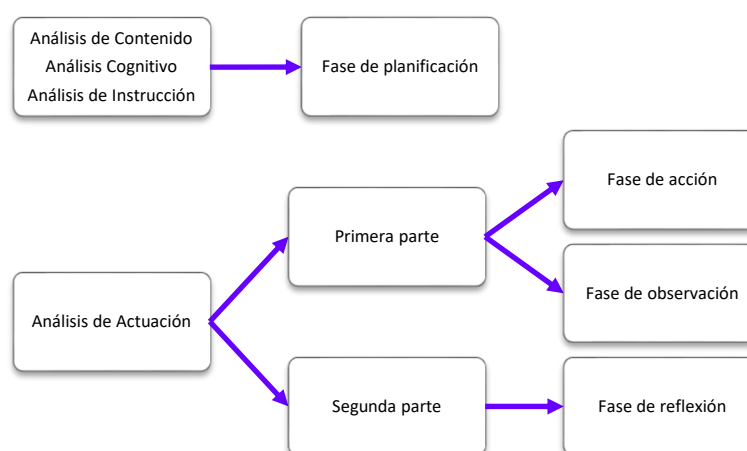


Gráfico 4.1. Articulación de las I-A-P y AD

4.1.2. Estructura y fases del Proceso de Sistematización de Experiencias

Teniendo en cuenta las características sistémicas y estructurales de los procesos metodológicos de Sistematización de Experiencias y de la I-A-P, se propone organizar y temporalizar el desarrollo de este trabajo en cuatro fases. En el grafico 4.2 se ilustra de manera esquemática la estructura en fases y subfases del diseño metodológico de este trabajo de sistematización de experiencia docente.



Gráfico 4.2 Modelo de experimento didáctico

La primera fase llamada **Planificación del proceso**, realiza una reflexión del qué, cómo y para qué sistematizar, realizando en primera instancia un diagnóstico de la situación inicial, indagando las concepciones de los maestros, el conocimiento didáctico de contenido de los conceptos estadísticos, la experiencia del aprendizaje cooperativo y la inclusión de la negociación en la planificación docente.

La fase número 2 de **Recuperación de la experiencia**, establece las condiciones sociales y culturales de la institución donde se llevará a cabo la experiencia, pues se hace relevante tener en cuenta el ambiente de aprendizaje y enseñanza, de modo que sea favorable para este proceso, abordando la viabilidad y favorabilidad del proyecto. Para desarrollar esta etapa se consideran las siguiente subfases:

(i) Diagnóstico y reconocimiento de la situación problemática. Se realiza una revisión de las mallas curriculares respecto al pensamiento aleatorio y su coherencia vertical y horizontal en consonancia con lo establecido en los lineamientos y estándares curriculares, finalmente se revisa la planificación y organización de los contenidos en los planes de asignatura y clase. Teniendo en cuenta esta planeación se indaga y observa en las clases cómo involucra el docente la negociación de los temas, el diálogo abierto y los escenarios que son más frecuentes en la actividad del aula. Con la información obtenida se elabora la propuesta, que se realizan en torno a: (ii) Revisión

global: Áreas prioritarias. Revisión específica: Problemas, necesidades. (iii) Planificación definitiva; Elaboración plan de actuación. Aplicar mejoras: Material referencial. Evidencias.

En la tercera fase, se realiza el **Análisis Didáctico**; donde se estructuran las actividades desde una perspectiva teórica, con el fin de constituir el diseño de la Unidad Didáctica. A partir de lo anterior en la cuarta fase, **Implementación de la Unidad didáctica**, se finaliza el ciclo de Análisis Didáctico para generar la propuesta y puesta en práctica de las actividades de enseñanza y aprendizaje para permitan determinar las fortalezas y debilidades de la planificación curricular.

4.1.3 Contextualización. Participantes

El Instituto Champagnat de Pasto, es una institución educativa de carácter privado, que ha brindado formación en los niveles de preescolar, primaria y secundaria desde hace cien años, cuyo objetivo es brindar una educación fundamentada en la vivencia de los valores evangélicos, la convivencia fraterna y el liderazgo de una propuesta educativa a nivel regional y nacional que promueva la investigación, el emprendimiento y que permita la internacionalización, generando compromiso con la sociedad y el medio ambiente.

Misión

El Instituto Champagnat de Pasto es una institución educativa de los Hermanos Maristas de la Enseñanza, que a través de la pedagogía Marista caracterizada por el amor a María, el espíritu de familia, el amor al trabajo, la sencillez de vida y la presencia, pretende que los niños y jóvenes conozcan y amen a Jesucristo, para ayudarles a ser buenos cristianos y buenos ciudadanos, haciendo así realidad, el sueño de San Marcelino Champagnat.

Visión

En el año 2017 el Instituto Champagnat de Pasto, será reconocido a nivel regional y nacional, por la vivencia del evangelio al estilo Marista, el liderazgo en su propuesta educativa, el compromiso con la defensa de los derechos de la niñez y la juventud, el cuidado del medio ambiente y el desarrollo cultural y humano desde la formación deportiva y artística.

La institución cuenta con aproximadamente 1900 estudiantes de estratos 2, 3 y 4, cuyas condiciones socioeconómicas son favorables. Los espacios físicos son amplios para el desarrollo de diferentes actividades, además de los recursos didácticos y tecnológicos con los que se posee. El colegio es reconocido por su excelencia académica siendo un referente en la ciudad, además por la formación artística y deportiva, exaltada en varias oportunidades.

Para la muestra se ha escogido a un docente del área de matemáticas de la sección primaria. La formación del docente de primaria es en licenciatura en educación básica con énfasis en ciencias naturales y maestría en didáctica desde la diversidad.

4.1.4 Instrumentos de recolección de información

Los instrumentos que se emplearon para recoger las evidencias en este proceso de Sistematización son: observación de clase, entrevista semi estructurada y los formatos institucionales que se emplean para el acompañamiento docente como son los planes de clase, asignatura, seguimiento a la labor docente y planeación y seguimiento del diseño y desarrollo curricular. A continuación se describe cada una de ellas.

Observación de clase

Las observaciones se realizaron de manera pasiva, el observador no interviene en la clase, permitiendo el desarrollo normal de ella, el maestro y los estudiantes fueron espontáneos dentro del aula, sin que se causara algún tipo de distracción por parte del docente acompañante. En algunas ocasiones con el consentimiento del docente y los estudiantes estos registros fueron grabados en video y otros se escribieron siguiendo el formato de observación que se encuentra en los anexos.

Entrevista semi estructurada

La entrevista se caracteriza por ser una herramienta que complementa la información obtenida de las observaciones, ésta es de tipo semi estructurada, donde se tuvo en cuenta interrogantes determinados previamente que guiaron la entrevista, permitiendo el diálogo entre el entrevistador y el entrevistado, al cual se permite expresar libremente, sin limitación alguna, y así sea posible obtener los resultados esperados para este estudio.

El objetivo de estas sesiones es profundizar en los criterios que se evidenciaron en la observación de clase y el análisis de los planes de clase y asignatura que diseña cada docente, de esta manera los interrogantes están enfocados en las categorías establecidas en el capítulo 2.

Para llevar a cabo las entrevistas, se recurrió a la grabación en audio, previo consentimiento del entrevistado.

Formatos de seguimiento a la labor docente, diseño curricular y planeadores

Estos formatos se diseñan por el equipo de calidad de la Comunidad de Hermanos Maristas en el marco del sistema de gestión de calidad, que en el caso de la institución es acreditada por la norma ISO 9001:2008. Estos formatos son empleados por los asesores de cada una de las áreas académicas, quienes realizan el acompañamiento a los docentes realizando el registro en los mismos, además de verificar la trazabilidad de los contenidos que se planean para cada uno de los grados de la primaria, básica y media.

4.1.5. Análisis de la información. Triangulación de datos

La triangulación de datos conocida como una de las formas de triangulación además de la teórica y metodológica permite validar la hipótesis inicial a partir de la confrontación de los datos obtenidos con los instrumentos que se definieron anteriormente, de modo que se encuentren coincidencias o discrepancias en la información. Dado que la metodología es de tipo cualitativa, uno de los métodos que garantizan fiabilidad es la triangulación. En particular en este trabajo se realizará un análisis preliminar de la información obtenida en las entrevistas, observaciones, y revisión de la documentación institucional, esto con el lente de las categorías conceptualizadas en los capítulos anteriores. Este análisis preliminar sistemático será el insumo para realizar la triangulación de los datos dando validez a los datos recogidos. Como es todo ejercicio investigativo es posible que existan elementos que coincidan y otros que no.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se aborda la manera como se llevó a cabo el análisis de resultados recolectada para la Sistematización de la experiencia. Como se mencionó en el capítulo anterior el Análisis Didáctico además de proporcionar las bases teóricas con lo relacionado a los conceptos de currículo y a la reflexión de la dinámica del aula referida a las competencias profesionales del profesor de matemáticas, también se convierte en una herramienta metodológica de investigación, pues permite organizar y secuenciar las fases de recuperación de la experiencia.

Estas categorías se plantean para dar respuesta a las preguntas orientadoras, es pertinente fundamentar que estas categorías son las que según a criterio del investigador se ajustan al propósito, teniendo en cuenta los trabajos que se han realizado en esta misma línea y las teorías que sustentan dichos estudios. Cabe resaltar que el pensamiento que se ha escogido corresponde al aleatorio, esto en virtud de la naturaleza misma de los conceptos que se involucran en este, pues es reconocido que la Estadística favorece en cierta manera la visualización de conceptos en situaciones reales contextualizadas. A continuación se describe una matriz que sintetiza las categorías y subcategorías de análisis que se definieron ampliamente en el capítulo 3 y que se emplearán para el estudio de los datos y presentación de los resultados obtenidos:

Tabla 5.1 Síntesis y relación de las categorías y subcategorías de análisis

Categoría	Subcategoría asociada
Categoría 1. La negociación en la planificación docente.	Subcategoría 1. Intención
	Subcategoría 2. Disposición
	Subcategoría 3. Diálogo
Categoría 2. Conocimiento matemático escolar.	Subcategoría 1. Conocimiento Conceptual
	Subcategoría 2. Conocimiento procedimental
	Subcategoría 3. Sistemas de representación
Categoría 3. Conocimiento curricular.	Subcategoría 1. Estándares y DBA
	Subcategoría 1. Metodología
	Subcategoría 1. Evaluación

5.1 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA 1. LA NEGOCIACIÓN EN LA PLANIFICACIÓN DOCENTE

En este aparte se presenta el análisis referido a la categoría 1 y sus correspondientes subcategorías, ejercicio que se sustenta en la información recolectada en entrevistas, observaciones y revisión de la documentación institucional.

Cuando se habla de negociación, en este trabajo se hizo énfasis en lo relacionado con las intenciones y temas de interés para trabajar en el aula, esto en dos direcciones entre estudiantes y entre maestro y alumno. Esta negociación es posible siempre y cuando el ambiente de aprendizaje sea el idóneo para generar las acciones necesarias para lograr esta; por ello se consideran las intenciones, disposiciones y diálogo indispensables en este proceso. Puesto que el objeto de estudio está referido a la competencia de planificación se consideró importante el proceso de negociación como un elemento que le permite evidenciar al maestro las necesidades de sus estudiantes. Se evidenció que el profesor da mayor importancia a la disposición del niño en relación con el desarrollo de intereses, sin embargo cuando se trata la intencionalidad se refiere a la propia y no a la del estudiante, un aspecto que no se había considerado en este proyecto. Este resultado se puede evidenciar en el cuadro 5.1.

E: ¿Para usted son importantes las intenciones y disposiciones de los estudiantes? ¿Por qué?
P: ¿La intención del niño?
E: Si, la intención y la disposición.
P: *A mí me parece clave la disposición del niño en el aula, el desarrollo de intereses, pues mis estrategias didácticas se basan en identificar cuáles son los intereses del chico y desde allí partir, luego inicio relacionando con las temáticas, con habilidades que puedan favorecer, por eso para mí es vital la disposición del chico, tomándolo como el interés que pueda tener él en la clase. La intencionalidad del niño no la había mirado desde esa perspectiva, yo siempre había pensado en la intencionalidad del profe, mi intencionalidad para esta clase, para estos 45 minutos, pero que el niño tenga intencionalidad para la matemática no lo había pensado, no lo tenía en cuenta. Si desde la disposición, pero no de la intención.*

Cuadro 5.1 Reflexión sobre la intención y disposición

Entendiendo la intención en el plano de la acción, la cual emerge de la disposición del estudiante para aprender se encuentra una relación estrecha entre estos dos conceptos, que al mismo tiempo pueden llegar a confundirse y ser ambiguos, sin embargo un aspecto que sale a luz y que es muy importante es lo relacionado con la influencia de la familia y otros factores y sujetos sobre la creencia o concepción de las matemáticas, pues es imposible negar el contexto social que rodea al estudiante, de este modo se asegura que quizás las intenciones puedan estar permeadas por ideas de la familia y en general de un contexto social propio.

P: *Hay muchos niños que hablan de la intención pero por la influencia de la familia, a ellos les gusta o trabajan la matemática muy influenciados por ellos, porque los padres hablan de la importancia que tiene la matemática, yo siento que aquí en el colegio en grado quinto los niños tienen claro la importancia que tiene el área es porque los padres le insisten en que es una área importante. Las carreras (formación de los padres) obviamente, hay padres matemáticos, entonces ellos (estudiantes) dicen mi papá es matemático, mi abuelo es matemático o ingeniero.*

Cuadro 5.2 Influencias sobre la intención y disposición

En este punto se hace visible la construcción de una idea matemática poderosa, desde un punto de vista cultural, pues es la familia en un entorno social determinado quien influye en los estudiantes de esta forma, claramente en otro contexto quizás la idea generada sea diferente, pero de todas maneras esto se traduce en la posibilidad de participar en las acciones de su sociedad, en palabras de Skovsmose & Valero (2012a, p. 42) esto es:

Estas posibilidades tienen que ver con el porvenir de los estudiantes, que se refiere a la manera en que ellos interpretan y conceptualizan —explícita o implícitamente, consciente o inconscientemente— sus condiciones de vida futuras dado el entorno social, cultural, económico y político en el que viven

Como lo sustenta (Skovsmose & Valero, 2012a) este *porvenir* que es muy personal de cada estudiante, proporciona las razones y recursos para que los alumnos se involucren en su proceso de aprendizaje, de aquí que la intención se pueda enfocar a partir del porvenir en las actividades relacionadas con el aprendizaje.

Visualizamos las intenciones como primariamente construidas a partir del porvenir de una persona. De modo que las ideas matemáticas pueden llegar a ser poderosas para los estudiantes, en cuanto proporcionan oportunidades para visualizar un abanico deseable de posibilidades futuras. (Skovsmose & Valero, 2012a, p. 42)

A modo de conclusión se puede afirmar que las intenciones se hacen necesarias e importantes para el proceso de planificación como un primer paso para entender y reflexionar sobre su incidencia en la gestión del aula.

Cuando se trata la gestión de aula, un aspecto relevante es la metodología que emplea el docente y que aparece además en la planificación de actividades, puesto que del tipo de ambiente que se genere es posible determinar que intenciones y disposiciones poseen los estudiantes para su acción de aprendizaje en el campo de las matemáticas, para ello es necesario reconocer las relaciones sociales que se presentan en el aula, además de la naturaleza humana de los actores del proceso educativos como seres relacionales. Respecto a esto (Valero, 2012 citando a Lave 1996) resalta que: “Ser humano es un asunto relacional, generado en la vida social, históricamente, en formaciones sociales cuyos participantes se comprometen unos con otros como condición y precondition para su existencia” (p. 149).

Dada esta condición, el tipo de actividad que ha de proponer el maestro, permitirá la interacción y el diálogo como elementos fundamentales para la identificación de los intereses de los alumnos. En el siguiente cuadro se puede ver un tipo de actividad que el maestro cita dentro de su gestión de aula.

E: ¿Conoce las intenciones y disposiciones de los estudiantes? ¿Qué hace para conocerlas?

P: *Una de las estrategias que yo trabajo es la parte de las situaciones problema, o sea el planteamiento de las situaciones problema pero desde la didáctica problematizadora como tal, entonces tiene un planteamiento, un problema donde se los involucra a ellos (estudiantes) por ejemplo en la parte de medición se trabaja con un problema que tiene que ver con la puntualidad, la distancia del barrio de ellos al colegio, por ejemplo ahorita en lo que estamos viendo de hacer cuadros de frecuencia, diagramas de barra, entonces se trabajan temas de interés de ellos, entonces allí se habla más desde la pregunta, o sea el tipo de pregunta que se le hace al chico para generar, identificar el interés de ellos y estar muy actualizado en que programas, en qué tipo de situaciones ellos están involucrados, por ejemplo haciendo las encuestas ellos quieren hacer en dos temas fundamentales que yo veo que es lo que más les interesa, el fútbol y jugadores de fútbol y otra los youtuber, todo lo que tenga que ver con libros de youtuber, programas de youtuber, el nombre del youtuber favorito, entonces es algo que si uno no les está preguntando, uno llega y les coloca un cuadro de frecuencias o diagrama de barras distinto o que no tenga nada que ver con su contexto, entonces ellos son los que dan ese tipo de temas, a partir de la pregunta.*

Cuadro 5.3. Ejemplo de actividad de aula

El ejemplo de actividad que plantea el maestro da un indicio de una tarea donde a partir de una pregunta problematizadora se introduce un tema, aunque no de manera directa, de modo que se hace posible la interacción y diálogo entre los estudiantes, incluyendo también al maestro, pues éste resalta la importancia del contexto en el interés que se pueda generar en los estudiantes al llevar a cabo la tarea propuesta. Sin embargo el tipo de *pregunta problematizadora* que plantea el docente puede abrir un abanico de posibilidades entorno a la discusión o controversias que se originen en el aula, de modo que sea posible el desarrollo de una competencia democrática desde la colexión, deliberación, colectividad y transformación, habilidades asociadas a este tipo de competencia. A continuación se pueden evidenciar algunas situaciones que permiten identificar estas habilidades.

Profesor: ¿Quién es hijo único? ¿Cuántos hermanos tienen?

Estudiante 1: Yo profe

Estudiante 2: Yo tengo dos hermanos mayores.

Estudiante 3: Yo tengo una hermana.

Estudiante 4: Yo soy hijo único por parte de papá.

Profesor: Si tiene hermanos no es hijo único.

Estudiante 1: Yo tengo hermanastras ¿Entonces que pongo?

Estudiante 5: Tienes que contarlos.

Profesor: Hagamos algo, cuente los hermanos que viven en casa. Vuelvo a preguntar ¿Quién es hijo único?

Observador: 5 estudiantes levantan la mano.

Profesor: Ahora cuantos en familia son dos hijos, es decir usted y otro hermano levanten la mano.

Estudiante 3: Yo profe.

Estudiante 6: ¡Yo por parte de mama!

Observador: Tres alumnos levantan la mano.

Profesor: ¿Quién de ustedes tiene dos hermanos y con usted son tres?

Observador: 5 estudiantes levantan la mano. Se puede evidenciar en la clase que se presentan varias tensiones cuando se pregunta por la cantidad de hermanos, pues los estudiantes tienen varias dudas al responder a los interrogantes del profesor, dado que muchas familias no son nucleares (tradicional) sino que varios estudiantes viven en una familia monoparental (madre o padre soltero), ensamblada o mixta (con hijos de uniones anteriores) o familia de padres separados.

Cuadro 5.4. Ejemplo de actividad generadora de tensiones

En esta actividad el maestro involucraba a los estudiantes, cuando hace un sondeo del número de hermanos, en el marco de una actividad tipo en la que se trabaja la distribución de frecuencias y la representación en diagramas de barras, sin embargo por tratarse de una incidencia en el contexto próximo del niño, al tratarse de la situación familiar, se suscitan tensiones y ciertas controversias entre los estudiantes, al presentarse confusiones por la conformación de las familias, que como se observa en su mayoría ya no son nucleares. En este sentido la deliberación entre los participantes de la clase se vuelve importante, pues se trata de resolver una pregunta que quizás para el maestro no tenía mayor dificultad, pero que despierta el interés de los alumnos por ser una situación muy cotidiana. Respecto a la deliberación Valero (2012) precisa que: “La deliberación es una clase particular de diálogo social que fortalece a la gente para comprometerse en la

formulación de problemas, en la toma de decisiones y en los procesos de resolución de problemas” (2012b, p. 15)

El diálogo se puede considerar una herramienta para el desarrollo de las habilidades asociadas a la competencia democrática, entendiendo que no se trata de una conversación simple entre un emisor y receptor, al contrario es la comunicación entre sujetos que aportan a la resolución de conflictos, reflexionan y llegan a concluir y decidir colectivamente. Estos aspectos son claves para la planificación de actividades en el aula, pues se está realizando la contextualización. A continuación se presenta un ejemplo citado por el profesor:

E: ¿Tiene en cuenta las intenciones y disposiciones de los estudiantes para la planificación del trabajo en el aula?

P: *En el plan de asignatura por ejemplo esta cuando hablo de aprendizaje cooperativo, está inmerso allí porque ellos trabajan a partir del grupo sus intereses. En el plan de clases se trabaja en situaciones problema, siempre basada la actividad en ese tipo de situaciones problema, no del tipo que se resuelve a partir de una operación, sino a partir de contextualizar al niño en lo que queremos que el mire, por ejemplo cuando se habla de puntualidad en el sistema de medidas, jamás se dice lo del cambio de medidas o conversiones, eso se va a dar, pero la situación problema como tal habla de que un chico llegó tarde y el afirma que es por la distancia a la que queda su casa del colegio, entonces por ejemplo tengo tres niños que hablan de esa situación y como ellos se involucran en ese sentido, uno porque algunos conocen el barrio, otros viven en el mismo barrio y al vivir en el mismo barrio dicen “profe pero yo llego temprano y vivo en ese barrio” entonces ya se involucra en el problema, otros comentan: “profe tal compañero vive acá cerca y llega tarde”*

Cuadro 5.5 Ejemplo de actividad de aula

En este caso se puede observar que el problema central era la puntualidad, no como un problema tomado literalmente de un libro de texto, sino empleando términos y locaciones que conocían y habitaban los estudiantes, en este caso las matemáticas entran a operar cuando se trata de calcular la distancia, pero como el maestro lo afirma, no se indica al niño el problema específico de la distancia entre su casa y el colegio como se suelen encontrar en diferentes textos, sino que se plantea una situación que suscita el conocimiento de un contenido matemático escolar. (Skovsmose & Valero, 2012a, p. 50) al respecto indican la importancia de la contextualización:

La contextualización no es simplemente un aparato motivacional —aunque podría ser motivante—. Es una condición para establecer una discusión sobre cómo las matemáticas pueden operar como fuente de poder en un sentido sociológico, porque invita a un examen crítico sobre cómo las matemáticas, en efecto, entran a operar.

Entendiendo el aula de clase como una micro sociedad en la cual conviven estudiantes y profesores, estas situaciones como la citada anteriormente permite la colexión, la cual ya no se enfoca únicamente en la reflexión personal, sino que además resalta la necesidad de una reflexión conjunta con todos los miembros de la comunidad (estudiantes, maestros) implicados en la situación de aprendizaje, así se considera el pensamiento, acciones y experiencias de todos como un esfuerzo colectivo por dar respuesta a una situación problemática.

Las relaciones democráticas que permiten la colaboración, la transformación, la deliberación y la colexión son centrales para abrir posibilidades de una crítica acerca de los contenidos matemáticos en la clase y de su importancia en las acciones sociales basadas en ellos. La comunicación en el aula puede seguir muchos patrones, pero para establecer un espíritu de democracia son componentes indispensables el diálogo y la crítica. Así que, un aula de matemáticas gobernada por un absolutismo burocrático o por una comunicación que no incorpora posibilidades para politizar la experiencia en educación matemática no representa democracia. (Skovsmose & Valero, 2012a, p. 49)

De cierto modo, estas acciones que se han descrito contribuyen de manera significativa a la planificación y gestión del maestro en el aula de clase, considerando a esta con un carácter democrático, pues se permite el acceso de los estudiantes no solo a ese conocimiento estático a través de un “*compartir*” de saberes del maestro en un solo sentido (maestro-alumno) sino a través de actividades conjuntas que involucran a todos los actores del proceso de enseñanza y aprendizaje.

5.2 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA 2. CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR

En un ambiente de cooperación en el área de matemáticas, se ha identificado la necesidad de fortalecer la formación de los maestros de la sección primaria entorno a diferentes conceptos de las matemáticas, por esto se han abierto espacios para realizar observaciones de clase y entrevistas con los maestros para indagar sobre los temas que están abordando en las clases, los cuales están contemplados en los planes de asignatura y clase de modo que estos conocimientos conceptuales

y procedimentales sean los pertinentes para una efectiva intervención en el aula, enriqueciendo así la actividad matemática. Para determinar el nivel de apropiación del concepto de medidas de tendencia central se han establecido las subcategorías de conocimiento conceptual, procedimental y lo relacionado con los sistemas de representación empleados, en virtud de la competencia de planificación y de cómo estos elementos aportan significativamente al tratamiento del concepto en el aula. A continuación se presenta el análisis de los resultados obtenidos de las observaciones y entrevistas.

Para tratar lo concerniente al dominio de los contenidos por parte del profesor, es necesario en primera instancia resaltar que la formación de los maestros de la básica primaria en la institución no es en licenciatura en matemáticas como área específica, los profesores son licenciados en educación básica y el énfasis varía entre las ciencias naturales o educación preescolar, pero en ningún caso el énfasis es en matemáticas. De cierto modo los conocimientos en matemáticas que posee el docente están referidos a la práctica y experiencia que ha tenido que asumir. Respecto a la formación del profesor de matemáticas como se definió en el capítulo 3, ésta se encuentra referida a la organización conceptual, didáctica y cognitiva, además de los recursos y el tratamiento de situaciones desde un punto de vista fenomenológico. Aunque de manera implícita lo anterior involucra el desarrollo de competencias docentes que consideren además del conocimiento matemático y de la didáctica de las matemáticas, las capacidades para hacer y ser en la práctica, como un modo de auto reflexión del ejercicio docente.

En cuanto al conocimiento conceptual del contenido en relación con las medidas de tendencia central se pudo evidenciar que el maestro presenta dificultades en el reconocimiento de estos, además de confusiones con los procedimientos (algoritmos) para la obtención de estas medidas.

E: En este proceso de sistematización me enfoco en un contenido que son las medidas de tendencia central, usted tiene claro ¿Qué son las medidas de tendencia central?

P: *No lo sé, se cuáles son, sé que una es la media aritmética, como sacar la mediana, como sacar la moda. Sé que se utilizan mucho para precisamente el análisis de información se pueden sacar conclusiones, obtener promedio de los datos que se tienen.*

E: Con respecto a esto ¿qué conceptos cree usted que se relacionan con las medidas de tendencia central?

P: *No sé si sean conceptos, por ejemplo diagramas de barras, diagramas circulares, por ejemplo el tipo de interpretación que se hace, los niveles de interpretación que se hace en un diagrama de barras, una tabla de frecuencias.*

E: ¿Conoce los diferentes tipos de estadística?

P: *Mmmm, no, si me nombra alguno quizás lo recuerde.*

Cuadro 5.6 Dominio del concepto de medidas de tendencia central

Es claro que en términos de la definición del concepto de medidas de tendencia central y de la estadística los conocimientos no se encuentran bien fundamentados. Según Lupiáñez (2009) el manejo de los principales conocimientos y procedimientos de las matemáticas constituyen parte fundamental en las capacidades y habilidades del maestro de matemáticas en cualquier nivel.

Todos estos conocimientos y capacidades muestran la necesidad de un considerable dominio de los contenidos del programa escolar de matemáticas, centrado en las estructuras conceptuales, en el uso experto de los correspondientes sistemas de representación y en el manejo de los diversos contextos y situaciones en los que tales contenidos tienen un uso social convenido, así como en la aplicación de diversas estrategias para la resolución de problemas. (Lupiáñez, 2014, p. 1104)

Al considerar estos criterios se hace evidente la relación con los elementos del análisis de contenido que se definieron en el capítulo 2 entorno al concepto de las medidas de tendencia central, en donde se trabajó sobre su estructura conceptual, los sistemas de representación empleados y el aspecto fenomenológico que considera los contextos de aplicación del conocimiento.

Frente a los procedimientos se evidencia que el maestro maneja los algoritmos de cálculo de estas medidas, pero los procedimientos no se deberían limitar únicamente al desarrollo o aplicación de una expresión, pues en el marco de los procesos generales de las matemáticas establecidos en los lineamientos curriculares se encuentran: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

E: *¿Qué procedimientos se emplean para calcular las medidas de tendencia central?*

P: Los procedimientos si, para media aritmética que es sumar los datos y dividirlos entre tantos datos hayan, para sacar la mediana si son números pares o impares depende de los datos, se ordenan de menor a mayor y se obtienen los datos del centro.

E: *¿Qué relación establece entre los conceptos y procedimientos de las medidas de tendencia central?*

P: Desde el nombre hay una relación, hablar de medidas de tendencia central y cuáles son los procedimientos me llevan a una medida que esta entre, entre la mayor y la menor, siento que desde el nombre hay una relación. En la resolución de problemas me parece que depende de la situación que se plantee entonces ellos tienen claro al solucionar un problema que la relación que tiene el desarrollo de esa situación con el mismo nombre de lo que se desea obtener, la mediana, la media....

Cuadro 5.7 Relación entre el concepto y los procedimientos asociados a las medidas de tendencia central

Como se observa, cuando se refiere a procedimientos se destaca la ejercitación de un algoritmo, aunque también se menciona la resolución de problemas pero en relación con el cálculo de las medidas de tendencia central. Si bien los diagramas son una herramienta importante para la descripción de un conjunto de datos, de modo que sea posible determinar el comportamiento de una variable, en el caso de la variable cuantitativa es necesario determinar una medida numérica para asegurar la precisión de una interpretación que trascienda lo visual y en algunos casos lo subjetivo que puede traer consigo el privilegiar un único sistema de representación para el tratamiento de la información, como es el caso de los diagramas.

Proponer en el aula actividades en las cuales se trabajen algunos sistemas de representación y la coordinación entre ellos permitirá el desarrollo de procesos alternos al de la ejercitación de algoritmos, permitiendo el desarrollo de pensamiento matemático. En este sentido es claro que el

maestro debe tener un conocimiento apropiado del contenido matemático escolar que pretende enseñar, para el diseño de estas actividades.

E: *¿Para las medidas de tendencia central que sistema o sistemas de representación emplea con más frecuencia?*

P: El cuadro de frecuencias, porque considero que los otros lo representan como tal al cuadro de frecuencias, y es como tal el cuadro quien tiene los datos y es más fácil identificar los datos.

E: *¿Qué relación encuentra entre la representación y el tipo de actividad que plantea?*

P: Claro, hay una relación porque identifico en primer lugar que es lo que más les gusta a ellos. Por ejemplo un pictograma es mucho más llamativo, iniciar con un pictograma para llegar a un cuadro de frecuencias, entonces se inicia desde el gusto, el niño tiene a esta edad tiene el interés por la imagen, entonces me parece que el pictograma inicialmente es algo que les llama la atención, o sea desde allí es la relación, luego viene para trabajar promedio, para manejar media, entonces siempre empieza desde el pictograma, luego el cuadro de frecuencias para llegar a desarrollar o explicarles las medidas.

E: *¿El pictograma lo emplea para hacer la motivación?*

P: Si, es para motivar, para generar interés, pero el pictograma a medida que van mirando distintos va cambiando, por ejemplo un pictograma simplemente cuando ellos representan que por cada persona es un palito o un círculo, así lo van conociendo. Pero luego cuando se le dice que cada palito representa cinco personas, cincuenta o cien o que una maleta representa tanto entonces la situación ya cambia porque lo lleva no solo a estar motivado por el trabajo sino la parte de la relación de una imagen con la cantidad y empieza hacer las cuentas.

Cuadro 5.8 Sistemas de representación

Es importante destacar el papel de los sistemas de representación en torno a un contenido, como se observa en la clase se emplean diferentes tipos de representación para los datos recolectados, incluso en algunas ocasiones se hace la negociación del *significado* de algunos caracteres cuando se emplean tabulaciones o gráficos. El tratamiento de un concepto a través de diversos sistemas de representación hace evidentes sus propiedades y la relación con otros conceptos. Como lo menciona Gómez (2007) existen ciertas capacidades del profesor de matemáticas referidas a los diferentes procesos del Análisis Didáctico, que en el caso del análisis de contenido son las siguientes:

- recabar la información necesaria que le permita identificar los significados del concepto;
- organizar esta información de manera estructurada;

- seleccionar, a partir de esta información, aquellos significados que él considera relevantes para la instrucción, al tener en cuenta las condiciones de los contextos sociales, educativos e institucionales;
- seleccionar los significados de referencia al tener en cuenta las condiciones del contexto del aula (que surgen de la información que se obtiene del análisis cognitivo); e
- identificar los focos de interés que se han de tratar.

En las capacidades enunciadas se puede identificar que están relacionadas con los organizadores del currículo que se mencionaron en el capítulo 3, que para el caso del análisis de contenido se refiere a los sistemas de representación y la estructura conceptual, de modo que el maestro debería conocer el concepto, sus elementos, características, representaciones y relaciones entre estos aspectos. Por ejemplo, si se centra la atención en la tercera capacidad, ésta se relaciona con el aspecto fenomenológico de un concepto, de modo que el docente permita a los estudiantes reconocer esos contextos de aplicación del concepto.

A modo de conclusión se puede inferir que las capacidades que se citaron en el marco del análisis de contenido contribuyen a la competencia de planificación de una unidad didáctica o una clase. Gómez (2007) presenta la siguiente estructura de capacidades de contribuyen a la competencia de planificación del profesor de matemáticas desde el análisis de contenido:

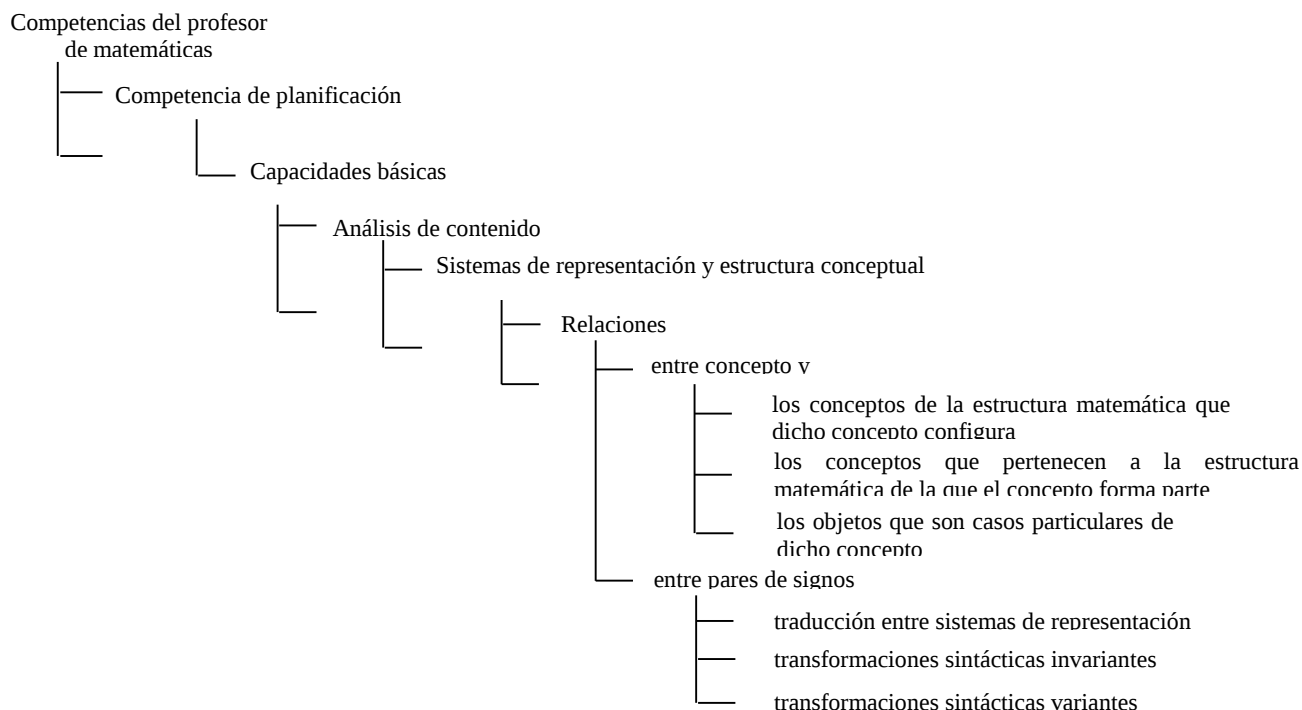


Figura 5.1. Capacidades que contribuyen a la competencia de planificación docente

A partir de la información recolectada y analizada se puede determinar que existen falencias en el maestro respecto al reconocimiento del concepto de medidas de tendencia central teniendo en cuenta los aspectos del conocimiento conceptual, procedimental, y organizadores del currículo como los sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología, en consecuencia se pueden presentar dificultades en el proceso de planificación e instrucción.

La planificación de actividades se consigna en dos formatos institucionales que son plan de asignatura y plan de clase, esto según políticas de la institución, que ha adoptado el sistema de gestión de calidad ISO 9001:2008 deben tener coherencia, o en otros términos trazabilidad.

Plan de asignatura. Este plan contiene información general, además de los logros propuestos para cada periodo académico (10 semanas), las unidades de aprendizaje categorizadas por los cinco tipos de pensamiento, la distribución temática, estrategias metodológicas, evaluación y recursos o materiales que empleará el maestro en su clase. En cada corte se puede observar que se desarrolla una unidad de estadística, una de geometría y de aritmética.

Plan de clase. Este plan que se desprende del anterior, contiene los indicadores de logros para cada dimensión, las unidades de aprendizaje (Contenidos o temas) estrategias metodológicas y los criterios de evaluación que se emplearan para valorar el desempeño de los estudiantes. A continuación se presentan algunos ejemplos de la planificación que realiza el maestro en grado quinto, donde se resalta lo correspondiente a las medidas de tendencia central

 Código: FOPA001	COMUNIDAD DE HERMANOS MARISTAS DE LA ENSEÑANZA PROVINCIA NORANDINA - COLOMBIA		 Página 1 de 10
	INSTITUTO CHAMPAGNAT - PASTO		
	PLAN DE CLASE		
Versión: 02	Fecha: 25/Junio/2010		
ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS	GRADO: QUINTO	PERÍODO: 1
DOCENTE MARIO FERNANDO ALMEIDA MEJIA			
DIMENSIONES	LOGROS	INDICADORES DE LOGRO	
SABER	Reconocer los números naturales, su utilidad y función con los cuales realiza las operaciones matemáticas básicas para utilizarlas en el desarrollo de situaciones.	1. Desarrolla operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). 2. Maneja de cálculo mental. 3. Compone y descomponer cantidades. 4. Reconoce algunas figuras planas con sus respectivas características. 5. Representa gráficamente datos estadísticos utilizando tablas y gráficas. 6. Identifica las medidas de longitud como múltiplos y submúltiplos. 7. Desarrolla los procedimientos para encontrar el promedio.	
SABER HACER	Elaborar procedimientos coherentes y lógicos para la solución de situaciones problema matemáticas justificando las respuestas que propone a través de la aplicación a su contexto.	1. Interpreta problemas utilizando las operaciones básicas y juegos matemáticos. 2. Argumenta las posibles soluciones a las situaciones propuestas en el calendario matemático. 3. Analiza la información presente en cuadros de frecuencias y diagramas de barra. 4. Elabora encuestas sencillas para expresarlas a través de diagramas estadísticos. 5. Contesta interrogantes a preguntas referentes a medidas de longitud. 6. Interpreta situaciones donde se obtiene el promedio como propósito.	
SABER SER	Formular situaciones problema a través de diferentes estrategias, descubriendo las posibles soluciones para posteriormente expresarlas en grupo.	1. Crea situaciones problema a partir de operaciones básicas y juegos matemáticos. 2. Propone diferentes caminos para solución a situaciones problema teniendo en cuenta datos estadísticos. 3. Es responsable en la elaboración y entrega de actividades escolares. 4. Participa en los equipos de trabajo a través de sus habilidades y conocimientos.	

Figura 5.2 Ejemplo de planificación. Plan de clase

En el plan de clase se inicia con el establecimiento de los logros en tres dimensiones saber, hacer y ser y sus correspondientes indicadores de logro entre los cuales se pueden observar algunos referidos al componente del pensamiento aleatorio y de datos.

		COMUNIDAD DE HERMANOS MARISTAS DE LA ENSEÑANZA PROVINCIA NORANDINA - COLOMBIA			
		INSTITUTO CHAMPAGNAT - PASTO			
		PLAN DE CLASE			
Código: FOPA001		Versión: 02		Fecha: 25/Junio/2010	
				Página de	

FECHA CURSO				UNIDADES DE APRENDIZAJE (Saber, Saber Hacer y Saber Ser)	ACTIVIDADES DE MEDIACIÓN Y EVALUACIÓN	
1	2	3	4		ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	CRITERIOS DE EVALUACION
13 de Marzo	13 de Marzo	13 de Marzo		Recolección de datos encuestas	Se forman grupos de 3 estudiantes. Se explica la forma de hacer encuestas teniendo en cuenta temas de interés de los estudiantes. Se elabora la encuesta y las preguntas que se deben hacer. Se desplazan a diferentes grupos donde hagan preguntas a los estudiantes y obtenan la información.	Valorar el trabajo en grupo. Manejo adecuado de la información recolectada.
15 de Marzo	14 de Marzo	14 de Marzo		Recolección de datos Cuadro de frecuencias	Elaboración de cuadros de frecuencia con la información que se recolectan con las encuestas. Se hace interpretación de la información presentada a partir de la participación de todos.	Coherencia entre la información y las interpretaciones presentadas.
16 - 17 de Marzo	15 - 16 Marzo	15 - 17 Marzo		Recolección de datos Diagrama de barras	Se retroalimenta el trabajo anterior sobre las encuestas y cuadro de frecuencias. Se elabora los diagramas de barras y la comparación con otros grupos. Presentación de actividad individual.	Participación adecuada y coherente. Presentación de actividades a tiempo.
20 - 22 Marzo	20 - 21 Marzo	20 - 21 Marzo		Pruebas saber quinto	Se hacen grupos de trabajo. Se entrega el cuadernillo de pruebas saber quinto. La actividad consiste en dar la respuesta argumentando cada respuesta. Comparación de argumentos propuestos en clase. Desarrollo de la coevaluación.	Trabajo correcto en equipos de trabajo. Argumentaciones coherentes con las repuestas presentadas.
23 - 24 Marzo	22 - 23 Marzo	22 - 24 Marzo		Figuras planas	Presentación del juego llamada "Geoplano" Elaboración de figuras libres.	Utilización adecuada del material presentado.

Figura 5.3 Planeación de clase

Dentro de esta planeación se contemplan las unidades de aprendizaje, las estrategias metodológicas y los criterios de evaluación. En el ejemplo se observa que una de las estrategias metodológicas preponderantes es el trabajo en equipo, esto además porque el área de matemáticas en la institución ha tomado el enfoque del trabajo cooperativo como estrategia metodológica de aprendizaje.

En el siguiente grafico se observa otro ejemplo de planificación de clase, donde se observa que otra de las estrategias metodológicas es el juego, a través de este también se trabaja con la recolección de información y organización en tablas de frecuencias.

		COMUNIDAD DE HERMANOS MARISTAS DE LA ENSEÑANZA PROVINCIA NORANDINA - COLOMBIA INSTITUTO CHAMPAGNAT - PASTO PLAN DE CLASE					
Código: FOPA001		Versión: 02		Fecha: 25/Junio/2010		Página 4 de 10	

10-Feb	10-Feb	11-Feb		Operaciones básicas suma, resta, multiplicación y división.	Se presenta un diagnóstico en este casos del manejo de operaciones básicas. Se explica el propósito del diagnóstico y las recomendaciones sobre esta forma de evaluar. Se retroalimentan los resultados obtenidos y como se va a trabajar en este periodo.	Reconocimiento de aciertos y dificultades en el manejo de actividades matemáticas.
11-Feb	11-Feb	11-Feb		Operaciones básicas y diagrama de barras. Promedio	Se retoma el juego "cucunuba" en equipos y se registran los resultados obtenidos. Se hace comparación de datos para llenar una tabla de frecuencia. Se dibuja un diagrama de barras en el cual se grafica los resultados obtenidos. Se hacen preguntas y se obtiene al final el promedio.	Manejo del cálculo mental. Actitudes adecuadas en el trabajo por equipos.
11-Feb	12-Feb	12-Feb		Operaciones básicas y diagrama de barras.	Actividad individual se presenta un diagrama de barras con datos imaginarios del juego del cucunuba. Las respuestas se registran en una guía de trabajo y responden con coherencia. Entregan su actividad para ser valorada.	Habilidad en el manejo de las cuatro operaciones básicas.
OBSERVACIONES:						
ELABORÓ: MARIO FERNANDO ALMEIDA MEJIA				REVISÓ: <i>Laura Karla Salazar Paz</i>		FECHA: 12-02-16.

Figura 5.4 Ejemplo de plan de clase, las estrategias metodológicas

Se evidencia en los ejemplos que los formatos requeridos para la planificación de actividades pueden ser limitantes, en cuanto el proceso de planificación que realiza el maestro va más allá de pensar únicamente en las estrategias y la evaluación, en si en el ejercicio docente la planeación de actividades requiere de un conocimiento apropiado sobre el contenido, además ciertas acciones que el maestro realiza para organizar su clase no se encuentran documentados, siendo así estos formatos un requerimiento más de la institución, que de cierta manera no exponen la realidad de la clase.

Aquí se hace visible el problema de la planeación local y global, dado que están muy alejadas la una con la otra, pues los objetivos que se plantean en el plan de asignatura anual no se visualizan claramente en la planificación local de una clase. Por un lado el plan de asignatura se encuentra estructurado a partir de objetivos, contenidos, metodología, estrategias de evaluación, sin embargo no se puntualiza en aspectos clave de una clase o unidad. Para el maestro esta planeación global de una asignatura no se considera una herramienta a considerar para su acción del día a día, el profesor requiere de instrumentos que le aporten más desde la perspectiva didáctica y pedagógica,

por ello se propone al Análisis Didáctico como una propuesta de investigación e intervención en el aula. En el caso particular de la institución se analizaron los dos tipos de planeaciones: plan de asignatura y plan de clase como se muestra a continuación.

Tabla 5.2 Contraste entre plan de asignatura y clase.

Contenidos	Indicador	Estrategias Metodológicas	Criterios de Evaluación
Recolección y organización de datos: tablas de frecuencia, gráficas de barras, circulares y de puntos.	Representa gráficamente datos estadísticos utilizando tablas y gráficas. Analiza la información presente en cuadros de frecuencia y diagramas de barra. Elabora encuestas sencillas para expresarlas a través de diagramas estadísticos.	Predominan las actividades grupales, donde los estudiantes realizan encuestas al interior del salón o del colegio sobre temas de su interés. Presentación de información en tablas o diagramas para ser analizadas por los estudiantes. Trabajo de conversión entre diferentes sistemas de representación. (Tabla al grafico o viceversa)	Se propone evaluar la forma como el estudiante interpreta la información contenida en diferentes medios o representada en sistemas gráficos, tabulares, escritos o pictóricos. Tratamiento de la información recolectada, la forma como el estudiante clasifica y ordena esta información.
Medidas de tendencia central: moda, mediana y promedio.	Interpreta situaciones donde se obtiene el promedio como propósito. Desarrolla los procedimientos para encontrar el promedio	Se llevan al aula juegos como el cucunubá y a partir de allí se plantean preguntas para la obtención de las medidas de tendencia central, en particular el promedio. Comparación de los resultados obtenidos en los grupos de trabajo para determinar la tendencia o “repetición” el dato más frecuente.	Valoración del procedimiento para calcular la media aritmética, no se menciona la mediana ni la moda. Se tiene en cuenta la habilidad del estudiante para el cálculo mental. La participación activa y asertiva, así como el adecuado trabajo en grupo se plantea como un criterio de evaluación del maestro.

Solución de problemas	Propone diferentes caminos para solución a situaciones problema teniendo en cuenta datos estadísticos. Interpreta problemas utilizando las operaciones básicas y juegos matemáticos. Participa en los equipos de trabajo a través de sus habilidades y conocimientos.	Las situaciones problema son una constante en el trabajo del aula del profesor, al igual que los juegos matemáticos que se proponen. La retroalimentación de las actividades tanto grupales como individuales es otra herramienta empleada por el maestro donde promueve la participación de todos los estudiantes. En las actividades participativas es relevante la determinación de aciertos y dificultades del estudiante en torno al contenido trabajado.	Lectura comprensiva de situaciones problema como una herramienta para identificar si el estudiante comprende la situación que se ha planteado. Manejo adecuado de las operaciones básicas para la resolución de problemas. Comunicación de respuestas lógicas y la presentación de ellas para explicar cómo se resuelve el problema.
-----------------------	--	---	---

En la comparación entre los dos tipos de planeaciones que se gestionan en la institución no se observan elementos relacionados con la estructura conceptual, si se hacen evidentes los diferentes sistemas de representación y se menciona la resolución de problemas en contexto ligado al aspecto fenomenológico, sin embargo en la planificación (formatos) que realiza el maestro en la institución no se evidencia la reflexión en torno los diferentes aspectos que en realidad se vivencian en una clase, si bien se observa la intención de proponer actividades diferentes que incluyan juegos y situaciones de contexto real, estas no tendrán mayor impacto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas si no se hace estudio del concepto y de todas las implicaciones didácticas que éste puede llegar a tener, por ello se plantea la necesidad de incluir el Análisis Didáctico en los procesos de planeación y posterior instrucción, de modo que en el caso de los maestros que carecen de la formación en matemáticas puedan emplear algunas características de este enfoque, no necesariamente que realicen el análisis en su totalidad. Se espera que a partir de esta propuesta de intervención sea posible conformar una comunidad de aprendizaje del área de matemáticas en la institución, como pionera en la innovación y constante reflexión de las prácticas que se llevan al aula.

5.3 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA 3. CONOCIMIENTO CURRICULAR

El conocimiento curricular está referido a los criterios que considera el maestro para realizar la planificación de las actividades que llevará al aula, esto en el marco de los estándares, lineamientos y derechos básicos, así como la metodología y evaluación que realiza en la clase.

La Comunidad de Hermanos Maristas de la Enseñanza ha venido trabajando desde hace 125 años en Colombia y ha adelantado proyectos de formación en diferentes ciudades dirigido a estudiantes de diversos sectores de la sociedad. En los colegios que pertenecen a la comunidad mencionada se desarrolla el proyecto Juega y Construye la Matemática, proyecto que se forma por la iniciativa de un grupo de profesores de matemáticas comprometidos con la innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. El enfoque de este proyecto es socio constructivista que busca el desarrollo de las matemáticas a través de la lúdica y la implementación de herramientas tecnológicas, por lo que en las instituciones Maristas se cuenta con material para ello. Al tratarse de un proyecto a nivel nacional se cuenta con criterios comunes como las mallas curriculares para todos los grados, esto es la organización de los contenidos por pensamiento para cada grado de 1° a 11°, en concordancia con lo establecido en los lineamientos de matemáticas y estándares básicos de competencia en matemáticas. Este documento se emplea para la planeación de la asignatura, de donde se desprende además la planeación de clases, sin embargo los contenidos que se contemplan en esta malla aún no se encuentran ajustados a lo establecido en los derechos básicos de aprendizaje para matemáticas, por ello se viene adelantando un trabajo conjunto con todos los docentes del área de revisión de los planes de asignatura de modo que exista coherencia con lo establecido en estos nuevos parámetros.

E: *¿Considera los estándares de competencia y derechos básicos de aprendizaje para su planificación curricular?*

P: Claro, el plan de asignatura que se desprende del plan de área se estructura en unas mallas curriculares que corresponden a los contenidos que se sugieren en los estándares. Estas mallas como pertenecen al proyecto nacional se toman para el diseño de los planes en la institución. Sobre los derechos básicos al interior del área se han revisado y hay algunos contenidos que no se han contemplado en las planeaciones.

Cuadro 5.9 Articulación de la planeación local con los lineamientos nacionales

En este aspecto se hace evidente que estos se emplean para la secuenciación de contenidos, pero no se contemplan como un referente para la reflexión de la actividad matemática del aula, la formación en competencias desde los pensamientos y procesos de la matemática. En estos documentos existen discusiones importantes en torno al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas que pueden aportar elementos interesantes para la planificación, entre ellos lo que tiene que ver con metodologías y evaluación.

En lo que tiene que ver con la metodología, el área de matemáticas del Instituto Champagnat de Pasto ha venido adelantando el estudio del enfoque del trabajo cooperativo e incluyéndolo progresivamente en algunas actividades del aula, lo cual favorece escenarios alternos al de ejercitación de algoritmos, se pueden evidenciar actividades centradas en situaciones del contexto del estudiante, además de una intervención y participación directa en su proceso de formación.

E: *¿Cuál es el escenario de aprendizaje más empleado para trabajar el tema?*

P: Usualmente cuando hay votaciones me parece que es algo que se puede trabajar con ellos porque se ve en las noticias, habla mucho de porcentajes y muestran muchos diagramas de barras, en todos los noticieros muestran diagramas de barras o diagramas de pastel referente a como esta tal candidato en preferencia o quien ganó o número total de votos, entonces frente a eso se ha hecho trabajos. Por ejemplo en la revista Semana traen muchos diagramas de barras, de pastel, entonces se toman algunos de ellos y se hace ese trabajo. En la parte ambiental también se ha trabajado mucho eso, porque por ejemplo se hablaba de cuáles son los medios de transporte que más se utilizaba en Pasto y veíamos que ha cambiado mucho que el más empleado es el mototaxismo, entonces ellos ven una realidad allí y como eso lo pueden percibir.

E: *¿Cómo se hizo ese trabajo?*

P: Simplemente encontré en internet las cifras de aquí de Pasto y se las pasé a ellos en tablas de frecuencia y construimos diagramas de barras o diagramas de pastel y llegamos a conclusiones. No es un proyecto aunque sería muy interesante. Este año se empezó a trabajar con las encuestas como le había comentado anteriormente.

E: *¿Los estudiantes encuestan a sus compañeros de clase?*

P: Si, a sus compañeros, entonces por ejemplo cual es el tema de moda y que muchos quieren preguntar sobre los youtuber, cual es el youtuber de tu preferencia, una pregunta que me llamaba la atención era que tomaban un youtuber y el presenta varias cosas, el presenta videos, charlas, juegos, entonces preguntaban entre las cuatro cosas que hace el youtuber cual prefieres. Y como es algo que ellos manejan entonces siempre hay el interés por el trabajo. Son datos muy pequeños eso es lo que yo veo como una dificultad en grado quinto, por eso yo quisiera llevarlo más a nivel del colegio, pero ya en el siguiente periodo. Ya sería para trabajarlo como proyecto y sacar muchas más cosas a nivel de institución.

E: *¿Sigue trabajando ejercicios de aplicación de algoritmos?*

Cuadro 5.10. Ejemplos de actividades de aula

En los ejemplos que menciona el maestro se pueden evidenciar actividades que se encuentran dentro de los ambientes de aprendizaje que introduce Skovsmose (2000), donde no se privilegia por completo el paradigma del ejercicio que ha predominado por bastante tiempo las clases tradicionales de matemáticas, sino que se intenta trabajar con situaciones de la vida real que permiten tratar el significado de un contenido matemático escolar, más que como una referencia, base para la construcción del concepto. Respecto a las referencias Skovsmose (2000) precisa lo siguiente:

Es posible encontrar distintos tipos de referencias. Primero, las preguntas y actividades matemáticas pueden referirse exclusivamente a las matemáticas. Segundo, es posible referirse a una semirrealidad — no una realidad que de hecho podemos observar sino una realidad construida, por ejemplo, por el autor de un libro de texto. Finalmente, los estudiantes y el profesor pueden trabajar con tareas que se refieren a situaciones de la vida real” (Skovsmose, 2000, p. 9)

Estas referencias permiten clasificar el tipo de actividades que se llevan a cabo en el aula, aunque no de manera consciente el maestro hace la introducción a un ambiente de semirrealidad, permitiendo la interacción entre estudiantes, esto por el paradigma que el maestro pretende llevar a cabo. Existe la intención por parte del maestro de enmarcar su labor en un escenario de investigación, aunque ya no es exclusivo el uso del paradigma del ejercicio, aun se sigue trabajando. Los estándares de competencia en matemáticas también hacen la reflexión sobre las situaciones de aprendizaje, afirmando lo siguiente:

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 27)

Esto también se ve permeado por el trabajo cooperativo, un enfoque que se encuentra en estudio por parte de los docentes del área de matemáticas y que en algunas situaciones se ha implementado, obteniendo resultados positivos, en particular en la motivación y disposición de los estudiantes con la materia. Cambiar la manera de hacer las cosas, en este caso la planeación y ejecución de la clase de matemáticas bajo esta perspectiva, también involucra una manera de evaluar diferente, pues no tendría un impacto positivo evaluar de forma tradicional un proceso que se encuentra en transición o cambio.

E: *¿Cómo evalúa el proceso?*

P: La manera de evaluar es observación con ellos, el tipo de evaluación considero que es interactiva como modalidad de evaluación, me parece que el diálogo estudiante maestro es clave en este proceso porque constantemente me están comentando, los pueden ver en los grupos un poco desordenados pero siempre voy a estar allí y ellos hablando de la situación, entonces uno va tomando datos de que niño va mucho más allá del dato como tal, sino que sus interpretaciones son mucho más hábiles. La retroalimentación es importante, siempre al siguiente día o al final de la clase se cierra con una retroalimentación para ver como asimilaron este proceso, para que me cuenten hasta donde llegaron, como van, que hicieron en el trabajo.

Cuadro 5.11 Tipo de evaluación empleada

Según lo descrito por el profesor, la evaluación se puede considerar de tipo formativa, haciendo una valoración permanente del proceso de los estudiantes, esto a través de la observación directa en las situaciones propuestas para la clase, un elemento que también se resalta en el marco teórico de los estándares de competencias de matemáticas:

La evaluación formativa ha de poner énfasis en la valoración permanente de las distintas actuaciones de los estudiantes cuando interpretan y tratan situaciones matemáticas y a partir de ellas formulan y solucionan problemas. Estas actuaciones se potencian cuando el docente mantiene siempre la exigencia de que los estudiantes propongan interpretaciones y conjeturas; proporcionen explicaciones y ampliaciones; argumenten, justifiquen y expliquen los procedimientos seguidos o las soluciones propuestas. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 30)

E: *Dado el enfoque del aprendizaje cooperativo que trabaja, ¿usted valora el logro individual o grupal?*

P: Si la clave de esto siempre va a hacer la actividad individual, porque el trabajo en equipo va a ser el pretexto para que el estudiante aprenda, yo tengo que saber individualmente cuanto aprendió, por eso la evaluación usualmente se hace individual pero el trabajo en equipo o cooperativo es el medio para que el estudiante aprenda, para que fortalezca sus habilidades.

E: *¿Qué herramientas emplea para evaluar? ¿Aun contempla la evaluación escrita?*

P: Si claro, la idea es utilizar varias herramientas, entre ellas la escrita. También empleo la participación en clase, para mi es supremamente importante que sabe el estudiante. Lo bueno de la participación en clase es que no se hace a todo el grupo sino en los grupos pequeños de tres. Entonces me paso por un grupo y estoy pendiente de que es lo que dice cada uno, como participa, como se desenvuelve en el trabajo. Estoy trabajando con los niños la co-evaluación, les paso un formato de como trabajaron en equipo o de cuanto saben, de cómo fue su comportamiento, evalúan el proceso de su compañero.

Cuadro 5.12 Evaluación y aprendizaje cooperativo

La evaluación se constituye en una herramienta fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permitiendo establecer los avances y las dificultades presentadas, esto como una acción de responsabilidad conjunta entre estudiantes y profesor, de modo que se tomen decisiones y se ejecuten acciones que permitan el desarrollo del pensamiento matemático.

La evaluación formativa como valoración permanente integra la observación atenta y paciente como herramienta necesaria para obtener información sobre la interacción entre estudiantes, entre éstos y los materiales y recursos didácticos y sobre los procesos generales de la actividad matemática tanto individual como grupal. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 30)

6. CONCLUSIONES

El propósito planteado al inicio del trabajo consistió en determinar e intentar articular en un modelo local de análisis de las prácticas y competencias del docente sobre la planificación curricular, algunos aportes de la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999; Valero, 2002; Gutstein, 2007; Frankenstein, 2010; entre otros) y de las propuestas de Análisis Didáctico del Contenido (Rico, 2007; Lupiáñez, 2008; Gómez, 2013; entre otros), y de los modelos locales (Bedoya, 2002; 2015) concebidos como referentes conceptuales y metodológicos de la formación y el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas de educación básica primaria.

A partir de estos referentes, los cuales se presentan en los primeros capítulos, se formularon preguntas orientadoras que fueron luego operativizadas mediante un diseño metodológico (ver capítulo 4), dando muestra de la pertinencia objetiva del modelo local de análisis didáctico crítico y la estrategia metodológica adoptados. Los referentes conceptuales considerados de la Educación Matemática Crítica, en particular los referidos a las competencias democrática, indagadora y crítica, se integraron de manera complementaria con los organizadores curriculares del modelo, correspondientes a los diferentes sistemas de representación y a los aspectos fenomenológico-didácticos relativos al contenido o al conjunto de objetos y procesos matemáticos que lo organizan o estructuran, y, que en el caso concreto de este trabajo, se refieren a las medidas de tendencia central.

Estas concepciones, actitudes, habilidades y capacidades (competencias) democrática, de indagación y de análisis didáctico crítico, movilizados en escenarios de investigación, constituyeron los elementos fundamentales de la Educación Matemática Crítica y del modelo local de Análisis Didáctico del Contenido para determinar su incidencia en la competencia de planificación curricular por parte del docente.

A continuación se presentan de forma detallada las conclusiones del trabajo, referidas a cada uno de los propósitos derivados de las preguntas orientadoras, las cuales están referidas a:

- i. Aspectos y características conceptuales y fundamentales de la Educación Matemática Crítica y del Análisis Didáctico del Contenido, en relación con el proceso de planificación curricular.
- ii. Aportes integrados del Análisis Didáctico del Contenido (modelo local) y de la Educación Matemática Crítica en relación con la competencia profesional de planificación curricular de los profesores de matemáticas.
- iii. Los aportes de la Educación Matemática Crítica y del Análisis Didáctico del Contenido al desarrollo de la competencia de planificación curricular del docente.

6.1 Conclusiones referidas a la primera pregunta orientadora sobre los fundamentos de la Educación Matemática Crítica y del Análisis Didáctico del Contenido en relación con el proceso de planificación curricular

El modelo local de Análisis Didáctico del Contenido se centró en dos organizadores del currículo: los distintos sistemas de representación y sus articulaciones, y la fenomenología didáctica del contenido matemático escolar en cuestión, esto es, las medidas de tendencia central en el grado quinto de la educación básica primaria. A través del análisis de la información recolectada en las observaciones, entrevistas y producciones de los maestros (planeaciones requeridas), se obtuvieron resultados y elementos relevantes relacionados con la formación de los maestros, algunos de los cuales incluso no estaban previstos al inicio del Proyecto.

Por una parte se hace evidente la falta de formación de los maestros de básica primaria en conceptos propios de las matemáticas, en particular las medidas de tendencia central, dado es el caso que se confunde en varias ocasiones el concepto con el procedimiento. Esta falencia se hace evidente en el trabajo del aula cuando el tipo de actividades que se proponen al estudiante no sobrepasan del paradigma del ejercicio, del desarrollo de un algoritmo para obtener una medida representativa sin hacer el análisis de la misma en el contexto del problema que se haya planteado, y, de acuerdo con Lupiañez (2014, p.1104):

Todos estos conocimientos y capacidades muestran la necesidad de un considerable dominio de los contenidos del programa escolar de matemáticas, centrado en las estructuras conceptuales, en el uso

experto de los correspondientes sistemas de representación y en el manejo de los diversos contextos y situaciones en los que tales contenidos tienen un uso social convenido, así como en la aplicación de diversas estrategias para la resolución de problemas

Lo anterior se observa en el análisis de resultados, en el cuadro 5.6 sobre el dominio del concepto de medidas de tendencia central; éste se considera fundamental en el desarrollo de las capacidades y habilidades profesionales del maestro.

E: En este proceso de sistematización me enfoco en un contenido que son las medidas de tendencia central, usted tiene claro ¿Qué son las medidas de tendencia central?

P: *No lo sé, se cuáles son, sé que una es la media aritmética, como sacar la mediana, como sacar la moda. Sé que se utilizan mucho para precisamente el análisis de información se pueden sacar conclusiones, obtener promedio de los datos que se tienen.*

E: Con respecto a esto ¿qué conceptos cree usted que se relacionan con las medidas de tendencia central?

P: *No sé si sean conceptos, por ejemplo diagramas de barras, diagramas circulares, por ejemplo el tipo de interpretación que se hace, los niveles de interpretación que se hace en un diagrama de barras, una tabla de frecuencias.*

E: ¿Conoce los diferentes tipos de estadística?

P: *Mmmm, no, si me nombra alguno quizás lo recuerde.*

En esta misma línea, Lupiáñez (2014) refuerza esta idea planteando que estos procedimientos que emanan del Análisis Didáctico de Contenido se sustentan en el estudio detallado de los sistemas de representación y la estructura conceptual.

En las clases se observa que el maestro trabaja con diferentes sistemas de representación, sin embargo se confunden con procedimientos para la obtención de las medidas. Es común el trabajo con representaciones tabulares y graficas donde con mayor facilidad se encuentra la moda como el dato con mayor frecuencia absoluta, sin embargo no hay evidencia de un trabajo donde se relacionen estas medidas para concluir sobre un grupo de datos, tampoco se hace hincapié en el sentido y significado del concepto.

En el campo de la fenomenología didáctica se puede destacar el trabajo que realiza el maestro tomando situaciones de la semirealidad del estudiante (en el sentido de Skovsmose, 1999) para

involucrarlo en el trabajo, con la intención de otorgar sentido al contenido que se pretende desarrollar, sin embargo esto en ocasiones no es claro, pues hace parte en mayor medida de la motivación de la actividad y no del aprendizaje de un concepto, es decir al final no hay una reflexión sobre el concepto, sino sobre la situación que se toma quizás como pretexto. Esto se presenta con frecuencia, pues si bien la estadística es prodiga en el análisis de problemas de la realidad, en el aula de clases o se consideran situaciones que nada tienen que ver con el contexto del estudiante, situaciones de la semirealidad que no inciden directamente en alguna problemática de los alumnos o se considera el tratamiento de datos reales recolectados por ellos mismos a través de encuestas o cuestionarios que al final del ejercicio resulta en el cálculo de alguna medida, por lo general la media aritmética, sin concluir sobre la situación a través del dato obtenido como representativo, sin relacionar las medidas para tener otra perspectiva del ejercicio, limitando el desarrollo del razonamiento y alfabetización estadística que va más allá del cálculo numérico, sino que se concentra en la capacidad de comprender e interpretar informaciones estadísticas, que implica un conocimiento matemático y del contexto del problema.

Al respecto se puede concluir que en general el Análisis Didáctico de Contenido y en particular el modelo de análisis didáctico crítico adoptado, referido a los sistemas de representación y los fenómenos asociados al concepto son una herramienta didáctica fundamental en la planificación de la clase de matemáticas, permitiendo tener más claridad del contenido, sin perder de vista el sentido que tiene éste en la situación que se plantea.

6.2 Conclusiones referidas a la segunda pregunta orientadora sobre los aportes integrados del Análisis Didáctico de Contenido y de la Educación Matemática Crítica en relación con la competencia profesional de planificación curricular

Considerando que la sociedad actual está en constante cambio y que el ámbito educativo es uno de los aspectos más relevantes en el desarrollo de éstas, el perfil del maestro no puede quedar estancado, ajeno al cambio, pues son las mismas culturas las encargadas de proponer nuevos retos a los educadores, resaltando la importancia de la constante formación de los maestros, quienes además están llamados a suplir las necesidades de las nuevas generaciones de estudiantes en un contexto y tiempo histórico diferente. Se pretende que el docente sea un sujeto crítico y reflexivo,

capaz de ajustarse a los requerimientos de las nuevas sociedades cuyos niños y adolescentes tienen además de necesidades cognitivas, otras de tipo práctico relativo a su actividad de aula y la incidencia en la sociedad, además, en el ámbito afectivo, en especial con las relaciones que establece con diferentes sujetos de su entorno escolar. Referente a ello se plantean las competencias del profesor desde el plano de la acción y de las herramientas que emplea para llevar a cabo determinada tarea, que en este trabajo se ha enfatizado en la de planificación. Esta competencia trabajada desde el Análisis Didáctico en sus cuatro fases de desarrollo curricular (análisis de contenido, cognitivo, actuación e instrucción), hace un trabajo especial en lo relacionado con el Análisis Didáctico de Contenido donde el docente resalta la importancia del sentido y significado del concepto a enseñar, identificando su estructura, representaciones y contextos de aplicación. (Ver cuadro 5.10, p. 113)

El docente teniendo claridad sobre estos aspectos, tendrá a su disposición más herramientas para la planeación de actividades para el aula, donde la situación no valga sólo como pretexto para un escenario de investigación diferente al del paradigma del ejercicio, sino para la reflexión y comprensión del concepto, sus implicaciones y relaciones con otros contenidos de la estadística. De esta manera se puede considerar que el desarrollo de los procedimientos propios del Análisis Didáctico del Contenido aportan de manera significativa a los procesos de planificación curricular y por ende al desarrollo de la competencia de planificación por parte del docente.

La metodología didáctica que emplea el docente es un aspecto fundamental en la gestión del aula, de hecho se considera en la planificación curricular, esto en relación con el tipo de ambiente que se disponga para los estudiantes, en consecuencia será posible identificar qué intenciones y disposiciones poseen los estudiantes para su acción de aprendizaje, esto en un entorno o contexto social en el que necesariamente el sujeto debe relacionarse con los otros.

Ser humano es un asunto relacional, generado en la vida social, históricamente, en formaciones sociales cuyos participantes se comprometen unos con otros como condición y precondition para su existencia (Valero, 2012 citando a Lave 1996, p. 149)

En este mismo sentido, considerar las intenciones y disposiciones de los estudiantes para la planeación de actividades es fundamental, dado que el desconocimiento de la intención puede

generar que la acción quede invalidada o simplemente no se lleve a cabo. Es común encontrar que no exista de antemano una intención frente a una clase de matemáticas, pero es el maestro el llamado a brindar los espacios y tiempos para negociar éstas como un constructo entre pares y con la intervención y motivación de quien lidera la actividad, permitiendo la participación de todos los integrantes. De este modo el diálogo, negociación e intención es parte fundamental de la planificación, si se tiene como objetivo una clase participativa y democrática. (Ver cuadro 5.5, p. 98)

6.3 Conclusiones referidas a la tercera pregunta orientadora sobre los aportes de la Educación Matemática Crítica y el Análisis Didáctico de Contenido al desarrollo de la competencia de planificación curricular

Un principio fundamental propuesto en la Educación Matemática Crítica se refiere al cambio en los roles que desempeña el maestro y los estudiantes, cambiando la postura dominante del maestro como único dueño del conocimiento y reconociendo el papel del estudiante como sujeto que enseña y es enseñado, respectivamente; esto a partir de la relación dialéctica entre los protagonistas del proceso educativo. La importancia de esta relación radica en la democratización del proceso educacional donde el diálogo se convierte en herramienta para comunicar ideas, favoreciendo la interacción positiva y la negociación de intenciones, resaltando la participación del estudiante en la organización del proceso de enseñanza y aprendizaje. La motivación e invitación a participar de este proceso se hace a partir de situaciones que se acerquen a la realidad de los educandos, exaltando la necesidad de tomar parte de una situación, entenderla y proponer posibles soluciones a los conflictos que se presentan.

Precisamente, este Trabajo se centró en el diálogo y la negociación de intenciones y disposiciones como elementos para el desarrollo de la competencia democrática de estudiantes y profesor. Fue posible observar en las clases que sí existe la posibilidad de negociación de intenciones y disposiciones, referidas a los temas que son de interés para los estudiantes y que se quieren considerar para el ejercicio de recolección de información y posterior tratamiento. Esto se logra por el diálogo fluido que existe entre el docente y los estudiantes, además entre pares, aspecto que no se había considerado como relevante. Cabe resaltar que esto es posible sólo a través de un

trabajo de aula que permita estas interacciones, muy lejos de la instrucción directa o modelo de clase tradicional.

La metodología empleada por el maestro es la orientada por el aprendizaje cooperativo, donde en equipos de trabajo que previamente ha organizado el maestro a conveniencia de los estudiantes, se proponen actividades que van desde la ejercitación de algoritmos hasta la resolución de situaciones problema donde se solicita a los alumnos que propongan estrategias de solución, para ello es fundamental el diálogo y la negociación entre pares. Además esta actividad se ve enriquecida por la co evaluación que se desarrolla al interior del grupo donde es posible determinar las falencias y habilidades que tienen todos los integrantes del equipo. Aquí se encuentra una clara relación con el tipo de actividad que se plantea, que desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, según Skovsmose (2000) se puede categorizar como escenarios de investigación, claramente si se trata de darle sentido al contenido de aprendizaje que se está movilizando es mucho más conveniente una actividad que se encuentre enmarcada en el contexto del estudiante (semirealidad, proyecto de investigación), a diferencia del paradigma del ejercicio donde la metodología propuesta no tendría mayor impacto. (Ver cuadro 5.3, p. 87)

Además, en lo referente al Análisis Didáctico del Contenido se pueden resaltar aspectos en relación con la competencia de planificación curricular en términos de competencias, en particular con los procesos que involucran el estudio de algunos organizadores del currículo (modelo local) para que además de favorecer el aprendizaje de procedimientos se estructure un conocimiento conceptual en relación con el significado del contenido matemático escolar.

A modo de conclusión, es posible determinar que en el proceso de planificación es necesario contemplar aspectos como las intenciones y disposiciones de los estudiantes, si estas no se conocen generar los espacios para el diálogo y negociación de ellas, entendiendo que maestro y estudiantes son corresponsables en el proceso de enseñanza – aprendizaje, el cual se puede potenciar a través de metodologías de intervención en el aula diferentes a la tradicional, cambiando además la perspectiva de evaluación de las actividades que se plantean; sin embargo, esto se ve enriquecido por la propuesta de Análisis Didáctico de Contenido (en el marco de un modelo local), que le permitirán al maestro trabajar con herramientas concretas y contextualizadas para su formación y desarrollo profesional.

6.4 Reflexiones finales

La formación profesional del maestro de matemáticas no debe limitarse únicamente a desarrollar capacidades para la gestión en el aula, que además no es frecuente en los programas de formación en las instituciones de educación superior, pues se ha encontrado la experiencia de maestros cuya formación está limitada al conocimiento disciplinar del área. La práctica profesional está conectada con la formación y desarrollo profesional del mismo. Se relaciona por una parte con su formación y práctica sobre su planificación, pero también para la ejecución, implementación y desarrollo de propuestas y actividades. De esta manera se concibe al maestro como un profesional, que además de enseñar reflexiona e indaga sobre su práctica, convirtiéndose en un sujeto crítico que se proyecta para hacer trascender su práctica de aula, a través de la reflexión de la misma, incursionando en la actividad académica de la comunidad de educadores matemáticos y generando en las instituciones comunidades de aprendizaje que promuevan el desarrollo de un aprendizaje perdurable de las matemáticas.

Particularmente y en este mismo orden de ideas, la experiencia docente de la autora se enriquece con este trabajo, en el sentido que se han obtenido más recursos para el acompañamiento de los docentes, con miras a procesos de formación de maestros en ejercicio, que se muestran receptivos y dispuestos a participar activamente en este proceso, teniendo en cuenta las dificultades que se generan en el día a día del aula. Esto es significativo en el campo de la Educación Matemática por la valoración del trabajo que se adelanta por los docentes en la clase, en directa interacción con estudiantes con condiciones de contexto diversas, que van más allá de planteamientos teóricos que no permean la realidad del aula.

Se espera que para futuros estudios se contemple esta propuesta de intervención de aula en la formación y/o profesionalización de futuros maestros o en ejercicio, que se apoya en la teoría general de Análisis Didáctico y en la Educación Matemática Crítica, que proveen elementos clave para la reflexión de la práctica y experiencia en el aula, logrando un avance significativo en la labor desempeñada por los profesionales de la educación matemática, incidiendo positivamente en el desempeño de los estudiantes.

También se destaca como resultado de este Trabajo la propuesta implementada de un modelo local de análisis didáctico crítico en torno a un contenido específico, que se convierte en una apuesta que integra el Análisis Didáctico del Contenido con la Educación Matemática Crítica, resaltando la importancia de estos dos enfoques en el desarrollo de la competencia de planificación curricular del docente, en tanto que no solo aporta elementos de tipo teórico para la formación del docente, sino que además se consideran algunos de tipo práctico, a través de ejemplos de actividades y reflexiones que se pueden generar en el aula.

Como un aspecto adicional, este Proyecto realiza la articulación de estos dos enfoques desde una perspectiva teórica, constituyendo un modelo local de análisis de contenido crítico, que es resultado de tipo conceptual y metodológico que no se había contemplado como un propósito inicial, esta interrelación se da por la dinámica misma del trabajo. Adicionalmente se ha conseguido formular una propuesta que adopta el Análisis Didáctico de Contenido no solo como un fundamento teórico y conceptual para la formación del profesor, la innovación y desarrollo curricular, sino también como estrategia metodológica de análisis de la investigación didáctica.

La labor docente continúa y esta vocación hace que todos quienes nos sentimos comprometidos con esta tarea de formar, tengamos el propósito de seguir mejorando nuestras prácticas, por ello este trabajo se considera como un paso en el largo camino de educar, donde las experiencias nos enseñan cada día, con todo lo que implica, situaciones, sujetos y contextos diversos y contrarios a lo esperado, así que la consigna es continuar, a pesar de las dificultades, pero también de las oportunidades que seamos capaces de buscar y mantener como nuestra razón de ser.

Para terminar esta experiencia, se propone la siguiente reflexión, que invita a continuar a pesar todo aquello que desconocemos, pero que es necesario enfrentar, como maestros y profesionales con convicción y motivación a cerca de su razón de ser.

“Una historia con sustancia siempre suscitará comentarios, porque, como dice Boris Pasternak, «Lo determinado, lo ordenado, lo fáctico, nunca es suficiente para comprender toda la verdad». Habría que admitir, sin embargo, que el contenido informativo y la complejidad de

*una historia tienen sus límites, y que el origen del comentario que suscita y las preguntas
abiertas que invita a formular existen fuera de la historia.*

*La observación de Pasternak y los límites del contenido informativo y de la complejidad de
una obra nos traen a la memoria el célebre primer teorema de Gödel sobre la incompletitud de
los sistemas matemáticos formales: en cualquier sistema formal lo bastante rico habrá siempre
proposiciones que no serán ni demostrables ni refutables.”*

John Allen Paulos (1999)

Érase una vez un número.

Gracias por esta experiencia.

Laura Karola Salazar Paz

GLOSARIO

Análisis Didáctico: Se refiere a un procedimiento, sobre la base de los organizadores del currículo, el cual le permite al profesor de matemáticas (u otra área) diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas. El Análisis Didáctico, está conformado a su vez por diferentes procedimientos según las diferentes dimensiones de la noción de currículo.

Currículo: De manera general, se entiende como el conjunto de conocimientos y actividades que estructuran y se estructuran en un plan integral de formación, el cual contempla, explícita o implícitamente, los siguientes elementos: a) El conjunto de personas a formar (profesores y estudiantes); b) El tipo de formación que se quiere proporcionar; c) La institución social en la que se lleva a cabo la formación; d) Las necesidades que se quieren cubrir; y e) Los mecanismos de control y valoración.

Organizadores del Currículo: Fundamentos conceptuales y metodológicos de los criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula; para la decisión de prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de los alumnos; y, finalmente, criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores.

Unidad Didáctica: Una unidad didáctica es una estructura pedagógica de trabajo cotidiano en el aula; es la forma de establecer explícitamente las intenciones de enseñanza-aprendizaje que van a desarrollarse en el medio educativo. Es un ejercicio de planificación y concreción curricular y didáctica, realizado explícitamente, con el objeto de conocer el qué, quiénes, dónde, cómo y porqué del proceso educativo, dentro de una planificación estructurada del currículum.

REFERENCIAS

- Barnechea, M., & Morgan, M. (2010). La Sistematización de experiencias: producción de conocimientos desde y para la práctica. *Tendencias & Retos*, 15, 97–107. Recuperado a partir de <http://revistas.lasalle.edu.co/index.php/te/article/view/464>
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 25, 45–58.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas interamericanas de enseñanza de la estadística.*, (1980). Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/2001/1/Skovsmose2012Rompimiento.pdf>
- Batanero, C., & Godino, J. (2001). *Análisis de datos y su didáctica. Grupo de investigación en educación estadística*. Universidad de Granada, Granada.
- Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras*. Universidad de Granada.
- Blanco-Álvarez, H. (2012). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 57–78. <https://doi.org/10.4471/redimat.2012.03>
- Campos, C. P. (2010). Statistics education in the context of the critical education: teaching projects. *ICOTS8*, 8, 2008–2011.
- Campos, C. R. (2016). La educación estadística y la educación crítica. Bogotá. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.21916.08324>
- Campos, C. R. [UNESP]. (2007). *A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação*. Universidade Estadual Paulista. Recuperado a partir de <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/102161>
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid.
- Elliot, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. (3a ed.). Madrid: Morata.
- Ferrater, J. (1981). *Diccionario de filosofía*. Madrid. España: Alianza.
- Ferreiro, R. (2005). Constructivismo social y aprendizaje cooperativo. *Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. El constructivismo social: Una nueva forma de enseñar y aprender*. México. Recuperado a partir de <http://www.cife.edu.mx/index.php/buscar-documento/154-libro-estrategias-de-aprendizaje-cooperativo-ferreiro>

- Font, V., Rubio, N., & Planas, N. (2009). Competencias profesionales en el máster de profesorado de secundaria. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*, 51, 9–18. Recuperado a partir de http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat/nuria_planas/files/GimenezFontPlanas.pdf
- Frankenstein, M. (2010). Critical mathematics education: an application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 165(4), 315–339. Recuperado a partir de <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Freire, P. (2011). *Pedagogía Del Oprimido*. Sort (Vol. 257). <https://doi.org/10.3163/1536-5050.98.2.021>
- Gil, D., & Rocha, P. (2010). Contexto escolar y la Educación Estadística. El proyecto de aula como dispositivo didáctico. En *Memoria 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa 2010* (pp. 630–637). Recuperado a partir de http://funes.uniandes.edu.co/1138/1/630_LA_ESCOLARIZACION_DE_LA_REFORMA_Asocolme2010.pdf
- Gomez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/444/1/Gomez2007Desarrollo.pdf>
- Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En *Simposio de la SEIEM* (pp. 15–35). Zaragoza. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/394/1/GomezP05-2797.PDF>
- Gomez, P., & Cañadas, M. (2013). Módulo 2 Análisis de Contenido. *MAD*. Bogotá: Maestría en Análisis Didáctico. Universidad de los Andes.
- Guerrero, O. (2008). Educación matemática crítica: Influencias teóricas y aportes. *Evaluación e investigación*, 3(1), 63–78. <https://doi.org/10.1080/14794800903569741>
- Gutstein, E. (2007). Possibilities and challenges in teaching mathematics for social justice. *Philosophy of Mathematics Education Newslette*, 22.
- Jara, O. (1994). *Para sistematizar experiencias: Una propuesta teorica y práctica* (3a ed.). San José de Costa Rica: Centro de estudios y publicaciones Alforja.
- Londoño, D., & Atehortúa, G. (2011). Los pasos en el camino de la Sistematización. *Decisio*, (28), 30–36. Recuperado a partir de

- http://www.cepalforja.org/sistem/documentos/decisio28_saber5.pdf
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupiañezPublicada.pdf>
- Lupiáñez, J. L. (2014). Competencias del Profesor de Educación Primaria. *Educação & Realidade*, 39, 1089–1111. Recuperado a partir de http://www.ufrgs.br/edu_realidade
- Lupiáñez, J. L., & Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *Pna*, 3(1), 35–48.
- Mejía, M. R. (2009). Atravesando el espejo de nuestras prácticas. A propósito del saber que se produce y como se produce en la sistematización, 1–19. Recuperado a partir de [http://dialogosaberes.ubv.edu.ve/Descargar/article/122/articulo 9.pdf](http://dialogosaberes.ubv.edu.ve/Descargar/article/122/articulo%209.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Cuidadanas*, 46–95.
- Planas, N., & Gorgorio, N. (1999). Interacción, diálogo y negociación en el aula de matemáticas. *Aula de Innovación Educativa*, 22(132), 22–33. Recuperado a partir de http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat/nuria_planas/files/InteraccionDialogo_AULA_PROTEGIDO.pdf
- Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. En *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (Segunda ed, pp. 61–94). Madrid: Horsori Editorial.
- Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. (Editorial). Madrid.
- Rico, L. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. (Horsori Editorial, Ed.) (Segunda Ed). Barcelona.
- Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1, 22–39.
- Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11–27.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L., Marín, A., & Gómez, P. (2007). Matemáticas escolares y análisis de

- contenido con profesores de secundaria en formación. Barcelona: Universidad de Granada.
- Rico, L., & Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e investigación. *Matemática española en los albores del siglo XXI*, 77–131. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>
- Ríos R. y Sáenz, J. (2012). Los usos pedagógicos contemporáneos del discurso deweyano. *Centro de Estudios Sociales, Universidad Nacional de Colombia Y Facultad de Educación, Universidad de Antioquia*, 293–315.
- Ruiz, L. (2002). La Sistematización de la practica en proyectos de investigación e innovación. *Universidad Peruana Cayetano Heredia*.
- Sánchez, B., & Torres, J. (2010). Educación Matemática Crítica : Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje . En *10° Encuentro Colombiano de Educación Matemática*. (p. 3 a 11). San Juan de Pasto. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/708/1/educacion.pdf>
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334–370). New York. Recuperado a partir de http://gse.berkeley.edu/sites/default/files/users/alan-h.-schoenfeld/Schoenfeld_1992_Learning_to_Think_Mathematically.pdf
- Segovia, I., & Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En *Didáctica de la Matemática en la educación primaria* (Editorial, pp. 83–104). Madrid.
- Skovsmose, O. (1999a). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (Primera Ed). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (1999b). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (Primera ed). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Ema*, 6, 3–26. Recuperado a partir de http://funes.uniandes.edu.co/1122/1/70_Skovsmose2000Escenarios_RevEMA.pdf
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2012a). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Una visión sociopolítica*, 370.
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2012b). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la Educación Matemática con la democracia. *Educación matemática crítica. Una*

visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas., 1994, 1–24.
 Recuperado a partir de
<http://funes.uniandes.edu.co/2001/1/Skovsmose2012Rompimiento.pdf>

Valencia, A. (2010). *Educación y Democracia: Un campo de combate*. (H. Suarez & A. Valencia, Eds.). Omegalfa. Recuperado a partir de
<http://omegalfa.es/downloadfile.php?file=libros%2Feducacion-y-democracia.pdf>

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49–59. Recuperado a partir de
http://centroedumatematica.com/ciaem/articulos/otros/politica/Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia*Valero, Paola*Valero, P. Consideraciones sobre el contexto y la ...2002.pdf

Vallecillos, A. (1999). Análisis exploratorio de datos. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la Matemática en la educación primaria* (pp. 559–589). Madrid. España: Editorial Síntesis.

Zapata, L. (2010). Combinatoria en Acción. En *11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 224–232).