CÁLCULO ANALÍTICO MEDIANTE HERRAMIENTA COMPUTACIONAL DE LAS PÉRDIDAS ADICIONALES EN EL TANQUE DE UN TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCIÓN



JULIO CESAR RAMÍREZ DELGADILLO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
SANTIAGO DE CALI
2012

CÁLCULO ANALÍTICO MEDIANTE HERRAMIENTA COMPUTACIONAL DE LAS PÉRDIDAS ADICIONALES EN EL TANQUE DE UN TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCIÓN

JULIO CESAR RAMÍREZ DELGADILLO

Trabajo de grado presentado para optar al título de:
INGENIERO ELECTRICISTA



DIRECTORES:

HÉCTOR CADAVID RAMÍREZ.
Ingeniero Electricista Ph.D.

JUAN ALFONSO VERGARA VALENZUELA
Ingeniero Electricista M.Sc

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
SANTIAGO DE CALI
2012

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

PROGRAMA ACADÉMICO DE

INGENIERÍA ELÉCTRICA

AUTOR:

JULIO CESAR RAMÍREZ DELGADILLO

TÍTULO:

CÁLCULO ANALÍTICO MEDIANTE HERRAMIENTA COMPUTACIONAL DE LAS PÉRDIDAS ADICIONALES EN EL TANQUE DE UN TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCIÓN

PALABRAS CLAVES:

Transformador de distribución, pérdidas adicionales, Flujo de dispersión, Corrientes Eddy, Cálculo de pérdidas.

Nota de aceptación:

_____

_____

_____

_____

_____
Jurado 1

_____
Jurado 2

Dedicatoria

A mis padres Jairo y Doralba, y A mi hermana Daniela, que han sido los seres fundamentales en mi vida y con su gran amor y paciencia estuvieron siempre a mi lado, apoyándome, animándome y proporcionándome las ganas para alcanzar este gran logro.

Agradecimientos

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento:

Al profesor Héctor Cadavid Ramírez, por su apoyo y colaboración en la dirección de este trabajo de grado.

Al Ingeniero Juan Alfonso Vergara. Codirector del proyecto. Por su tiempo y dedicación para llevar a feliz término este trabajo.

A los evaluadores, por su interés en la revisión y evaluación de este proyecto.

Al grupo de investigación de Alta Tensión GRALTA, a la Universidad del Valle y a los profesores por su formación académica y personal.

A todos los compañeros por su valioso apoyo y colaboración desinteresada durante la carrera.

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

RESUMEN **15**

INTRODUCCIÓN **16**

1. MARCO TEÓRICO **17**

1.1 GENERALIDADES 17

1.1.1 Principio de funcionamiento. 18

1.2 PÉRDIDAS EN TRANSFORMADORES 19

1.2.1 Pérdidas en vacío (Po). 20

1.2.2 Pérdidas bajo carga (Pc). 21

1.3 PÉRDIDAS ADICIONALES 21

1.3.1 Pérdidas en los devanados debido al flujo de dispersión. 22

1.3.2 Pérdidas por flujos de dispersión en componentes estructurales. 23

2. MÉTODOS PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES **38**

2.1 FORMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA 38

2.2 MÉTODOS PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN EL TANQUE DEBIDO A FLUJOS DE DISPERSIÓN DE LAS CABEZAS DE BOBINA 40

2.2.1 Método bidimensional con tres capas. 40

2.2.2 Método de Impedancia superficial. 46

2.2.3 Método de Vogel – Adolphson. 48

2.3 MÉTODO PARA CÁLCULO DE LA INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO INCIDENTE EN EL TANQUE 49

2.4 MÉTODOS PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN EL TANQUE OCASIONADAS POR CONDUCTORES DE SALIDA CON ALTAS CORRIENTES 56

2.4.1 Método de Turowski. 56

2.4.2 Método de Del Vecchio. 59

2.4.3 Método de Karsai. 63

2.5 MÉTODO PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES EN LOS DEVANADOS 65

2.5.1 Cálculo densidad de flujo en el canal de dispersión. 65

2.5.2 Cálculo longitud devanados circulares. 66

2.5.3 Cálculo longitud devanados ovalados. 68

2.5.4 Cálculo de pérdidas adicionales en los devanados. 69

3. CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS ADICIONALES EN UN TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCION DE 75 KVA 71

3.1 CÁLCULO DE LA INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO H INCIDENTE EN EL TANQUE DEL TRANSFORMADOR DE 75 kVA 72

3.2 CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN EL TANQUE DEBIDO A FLUJOS DE DISPERSIÓN DE LAS CABEZAS DE BOBINA 75

3.2.1 Cálculo de pérdidas con fórmula bidimensional. 75

3.2.2 Cálculo de pérdidas con método de impedancia superficial. 79

3.3 CÁLCULO DE PÉRDIDAS OCASIONADAS POR CONDUCTORES DE SALIDA CON ALTAS CORRIENTES 81

3.3.1 Cálculo de pérdidas con fórmula de Turowski. 81

3.3.2 Cálculo de pérdidas con fórmula de Del Vecchio. 82

3.4 PÉRDIDAS ADICIONALES EN EL TANQUE 83

3.5 CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES EN LOS DEVANADOS 86

3.5.1 Cálculo de la longitud de los devanados. 87

3.5.2 Cálculo densidad de flujo en el canal de dispersión. 88

3.5.3 Pérdidas adicionales en los devanados. 88

3.6 PÉRDIDAS ADICIONALES TOTALES 90

4. IMPLEMENTACIÓN DEL CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES EN LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL 91

4.1 METODOLOGÍA PARA DEFINIR EL ALCANCE DEL CÁLCULO EN LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL 91

4.1.1 Selección de un método de cálculo de pérdidas adicionales en el tanque. 91

4.1.2 Selección de un rango de transformadores de distribución con las mismas características de construcción. 93

4.2 DESARROLLO DEL CÁLCULO EN LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL..... 94

5. VALIDACIÓN DE LOS CÁLCULOS DE PÉRDIDAS ADICIONALES 98

5.1 DESCRIPCIÓN GENERAL 98

5.2 CONDICIONES DE PRUEBA 99

5.3 RESULTADOS DE PRUEBA 101

5.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS..... 104

6. CONCLUSIONES 107

7. RECOMENDACIONES 109

8. BIBLIOGRAFÍA 110

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura 1. Tipos principales de construcción de transformadores (a) tipo núcleo (b) tipo acorazado; 1 – devanado alta tensión, 2 – devanado baja tensión, 3 – núcleo. 17

Figura 2. Esquema principal de un transformador: 1 – núcleo laminado de acero al silicio, 2 – devanado primario, 3 – devanado secundario, 4 – flujo principal, 5 – flujos de dispersión. 18

Figura 3. Clasificación de las pérdidas en el transformador. 19

Figura 4. Concentración de flujo de dispersión producido por las cabezas de bobina. 1- Tanque, 2- Placa retenedora del yugo, 3- Núcleo. [3] 22

Figura 5. Corte transversal del transformador con los elementos afectados por los flujos de dispersión.[4] 24

Figura 6. Incidencia tangencial del campo de dispersión.[4] 25

Figura 7. Explicación de los tres diferentes casos de incidencia de campo tangencial en placas metálicas.[4]..... 25

Figura 8. Incidencia radial del campo de dispersión.[4]..... 26

Figura 9. Curva de pérdidas para diferentes materiales con excitación radial.[4]..... 27

Figura 10. Ubicación de placa retenedora de pierna en el transformador.[5][6]. 29

Figura 11. Tipos de placas retenedoras. (a) Sin ranuras. (b) Semiranurada. (c) Ranurado total. (d) Laminada.[4]..... 30

Figura 12. Pérdidas adicionales en el tanque de un transformador de distribución. 33

Figura 13. Patrón del flujo de dispersión en el tanque.[6]..... 34

Figura 14. Distribución espacial del campo magnético incidente en el tanque.[11] 35

Figura 15. Distribución de flujo de dispersión. (a) devanados balanceados. (b) devanados desbalanceados.[12]..... 36

Figura 16. Montaje de bujes de baja tensión en transformadores de distribución. 37

Figura 17. Placa sometida a un campo magnético.[11] 40

Figura 18. Modelo de tres capas utilizado para el cálculo.[11] 41

Figura 19. Factor $\boldsymbol{kv}$ para determinar el espesor equivalente de la placa.[11]. 46

Figura 20. Corte transversal de los devanados.[16] 49

Figura 21. Representación del problema básico.[16] 50

Figura 22. Representación planteada para el cálculo del flujo magnético ϕ producido por dos devanados con distribución uniforme.[16]..... 52

Figura 23. Modelo utilizado para el cálculo de pérdidas.[17] 56

Figura 24. Coeficientes de apantallamiento para potencia activa $\boldsymbol{\zeta}$ y reactiva $\boldsymbol{\psi}$.[17]..... 57

Figura 25. Geometría usada por Del Vecchio, para el cálculo de pérdidas en el tanque debido a bujes de baja tensión.[5] 60

Figura 26. Geometría usada por Karsai, para el cálculo de pérdidas en el tanque debido a bujes de baja tensión.[11] 64

Figura 27. Distribución real del flujo de dispersión para devanados con un arrollamiento primario y uno secundario (BT-AT ó AT-BT).[11]..... 65

Figura 28. Diámetros del devanado circular.[19] 67

Figura 29. Devanado ovalado BT-AT [20] 68

Figura 30. Ilustración de las dimensiones utilizadas para cálculo de la espira media en devanados ovalados.[2] 69

Figura 31. Disposición de la densidad de campo magnético, creado por un devanado, en dirección al tanque. 74

Figura 32. Ondas correspondientes a un sistema trifásico. 75

Figura 33. Disposición de las fases en la parte activa del transformador y representación de las placas impactadas por el campo de dispersión producido en cada devanado. 77

Figura 34. Área de la pared del tanque donde se van a calcular las pérdidas. 79

Figura 35. Dimensiones de la geometría del tanque, vista frontal (mm)..... 81

Figura 36. Pérdidas adicionales calculadas en el tanque a 25°C 84

Figura 37. Pérdidas adicionales en el tanque a 85°C, calculadas con los métodos estudiados. 85

Figura 38. Pérdidas adicionales totales a 85 °C, calculadas con los métodos estudiados. 90

Figura 39. Comparación entre las pérdidas adicionales en el tanque a 85 °C, calculadas con los métodos estudiados. 91

Figura 40. Vista formulario de entrada de la hoja de cálculo desarrollada. 95

Figura 41. Vista formulario de resultados de la hoja de cálculo desarrollada. .. 96

Figura 42. Transformador utilizado en la validación. 98

Figura 43. Montaje de prueba con tanque. 100

Figura 44. Montaje de prueba sin tanque 101

Figura 45. Pérdidas adicionales validación y cálculo. 104

Figura 46. Comparación porcentual entre resultados calculados y validación. 105

Figura 47. Permeabilidad relativa **μr** vs pérdidas en el tanque. 106

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 1. Valores típicos de permeabilidad, conductividad y profundidad de penetración a **60 Hz**. 29

Tabla 2. Valores definidos para el coeficiente de linealidad $\boldsymbol{al}$, de acuerdo a la intensidad de campo y permeabilidad relativa. [7]..... 32

Tabla 3. Variables utilizadas en el cálculo de **H**. 50

Tabla 4. Características nominales transformador RYMEL 75KVA..... 71

Tabla 5. Valores para cálculo de **H** en el tanque del transformador de distribución de 75 kVA. 72

Tabla 6. Valores para cálculo con fórmula bidimensional. 76

Tabla 7. Valores para cálculo con método de Turowski. 82

Tabla 8. Valores para cálculo con método de Del Vecchio. 82

Tabla 9. Resultados del cálculo de pérdidas en el tanque a 25°C. 83

Tabla 10. Pérdidas adicionales en el tanque con los diferentes métodos estudiados. 85

Tabla 11. Valores para el cálculo de las pérdidas adicionales de los devanados del transformador de 75 kVA. 86

Tabla 12. Comparación de los métodos para el cálculo de pérdidas adicionales en el tanque. 92

Tabla 13. Características constructivas del rango de transformadores seleccionados para el cálculo de pérdidas adicionales. 93

Tabla 14. Datos nominales del transformador. 99

Tabla 15. Resultados experimentales de resistencia de devanados. 101

Tabla 16. Resultados de una prueba de pérdidas bajo carga, para el montaje con tanque. 102

Tabla 17. Resultados de pruebas para montaje con tanque. 102

Tabla 18. Resultados de una prueba de pérdidas bajo carga, para el montaje sin tanque. 103

Tabla 19. Resultados de pruebas para montaje sin tanque 103

Tabla 20. Resultados de pérdidas adicionales experimentales y calculadas. 104

RESUMEN

Este trabajo, muestra el estudio de algunos métodos para cálculo analítico de pérdidas adicionales en el tanque de un transformador trifásico de distribución. La potencia disipada en este componente estructural, se debe a las corrientes Eddy originadas; por el campo magnético de dispersión de las cabezas de bobina y el campo generado por altas corrientes en los conductores que atraviesan la pared del tanque.

Antes del cálculo de pérdidas, se determinó la intensidad de campo magnético incidente en el tanque, ya que el valor obtenido para esta variable establece la buena aproximación del cálculo al valor real. Luego de estudiar y caracterizar cada método de cálculo de pérdidas adicionales en el tanque, se implementaron los metodos de *Turowski* y *Bidimensional*, en una aplicación computacional. En esta aplicación, tambien se determinaron las pérdidas adicionales en los devanados con el fin de obtener las pérdidas adicionales totales. Los resultados obtenidos, se validaron en un transformador real.

La hoja de cálculo realizada en Microsoft Excel, provee a fabricantes y reparadores de transformadores, una opción rápida y económica para estimar las pérdidas adicionales en el tanque, debido a que el enfoque 2D usado para el cálculo, arroja resultados aproximados según la validación realizada. Por lo tanto, es posible evitar recursos computacionales muy exigentes, y personal requerido para el modelado 3D, reduciendo costos.

INTRODUCCIÓN

El cálculo de pérdidas siempre ha sido de gran importancia en dimensionamiento de transformadores y en la parte operativa, debido a la búsqueda de máxima eficiencia en condiciones de funcionamiento. Por su parte el fabricante no tiene inconveniente para el cálculo de pérdidas totales, en vacío y bajo carga. En el caso de las pérdidas adicionales, que hacen parte de las pérdidas bajo carga, se calculan indirectamente y en ocasiones se desprecian debido a la complejidad del cálculo analítico. Es posible utilizar cálculos computacionales como MEF (Método de elementos finitos) y RNM (Método de redes de reluctancias), los cuales no entregan resultados rápidamente y son muy costosos porque se debe adquirir un software y contratar personal especializado para su manejo.

Por las razones expuestas anteriormente, la mayoría de los fabricantes de transformadores de distribución no estiman las pérdidas adicionales en el tanque y no tienen valores acertados de la potencia que se disipa en este componente estructural. El desconocimiento de la dimensión de este fenómeno impide la búsqueda de soluciones y nuevos diseños, que logren mitigarlo.

El interés del cálculo de perdidas adicionales en el tanque de transformadores de distribución presenta gran importancia, por la actual motivación del uso racional de energía, ya que la estimación de la potencia disipada en la cuba de un transformador, ayuda a dimensionar el aporte considerable de estas pérdidas en el sistema de distribución de energía debido al gran número de unidades instaladas.

Con la implementación de métodos de cálculo analíticos, en una herramienta computacional como Microsoft Excel, se obtiene una aproximación efectiva y económica del valor de pérdidas en las paredes del tanque.

Capítulo Uno

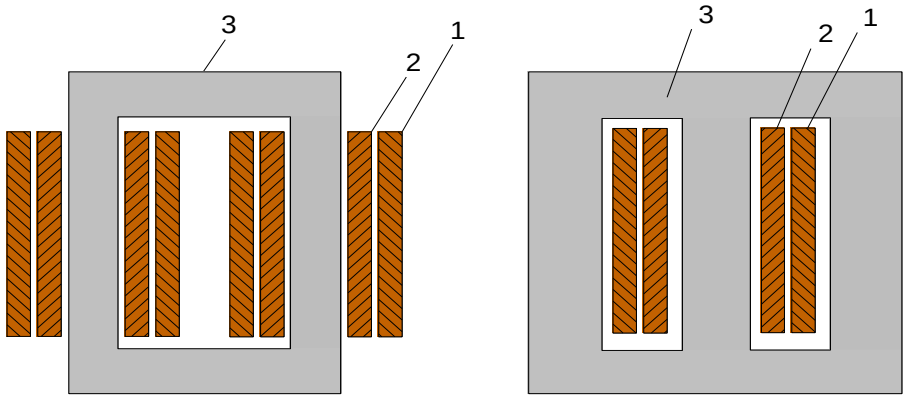
1. MARCO TEÓRICO

1.1 GENERALIDADES

El transformador es una maquina eléctrica estática, compuesto primordialmente de dos o más devanados que se encuentran arrollados en un núcleo de material ferromagnético. Por lo general este núcleo se construye con chapas de acero al silicio. Este material se caracteriza por bajo costo, bajas pérdidas y alta permeabilidad en densidades de flujo de 1.0 a 1.5 Teslas.[1]

La construcción del circuito magnético principalmente se realiza en dos tipos como se muestra en la Figura 1. En el transformador tipo núcleo, (Figura 1a) los devanados son concéntricos y consisten en dos secciones, enrolladas en cada pierna del núcleo magnético rectangular. En el tipo acorazado, (Figura 1b) también se tienen devanados concéntricos enrollados alrededor de la pierna central del núcleo.

Figura 1. *Tipos principales de construcción de transformadores (a) tipo núcleo (b) tipo acorazado; 1 – devanado alta tensión, 2 – devanado baja tensión, 3 – núcleo.*



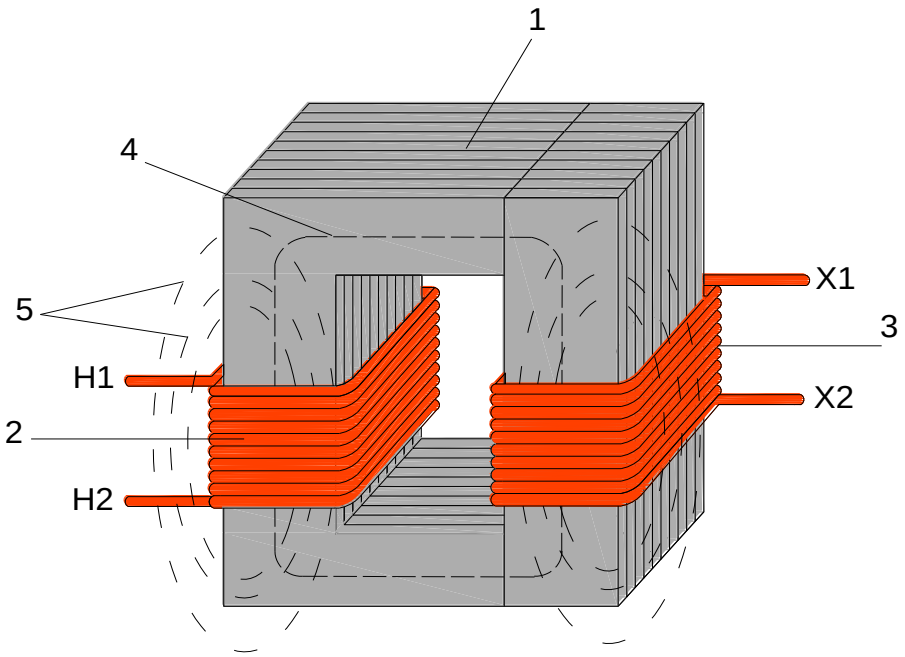
a) b)

1.1.1 Principio de funcionamiento.

Si el devanado primario, se conecta a una fuente de voltaje alterno se produce un flujo alterno en el circuito magnético, que dependerá de la corriente primaria y del número de vueltas. Este flujo inducirá voltaje en el devanado secundario, cuyo valor dependerá del número de vueltas de ese devanado. [1]

El flujo total que enlaza los devanados se puede dividir en dos componentes: el flujo principal, que circula por el núcleo de hierro, y el flujo de dispersión que no se cierra a través del núcleo magnético y se desvía por otros caminos (Figura 2). Este último se genera en las cabezas de bobina e incide en el tanque del transformador produciendo pérdidas adicionales.

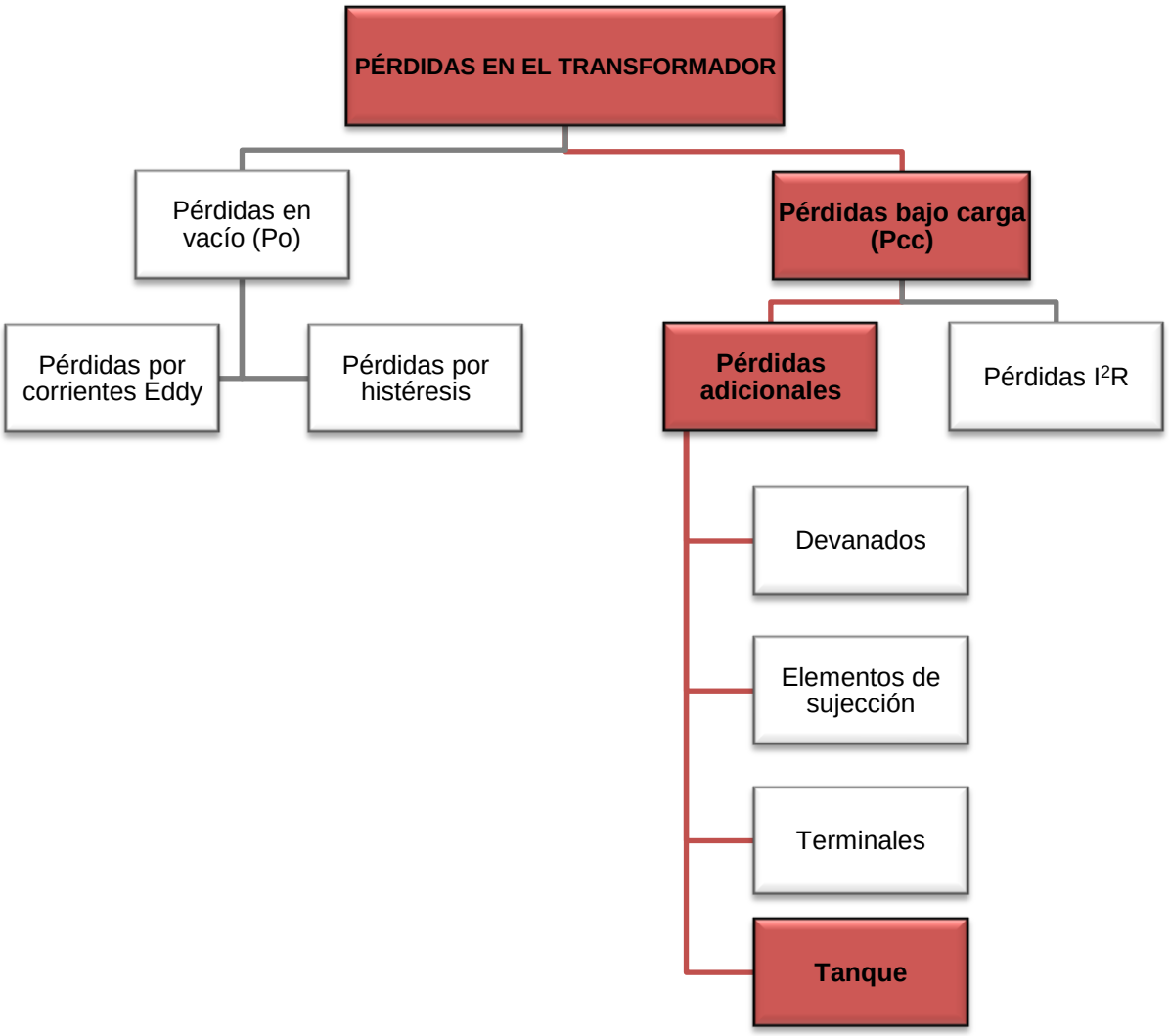
Figura 2. *Esquema principal de un transformador: 1 – núcleo laminado de acero al silicio, 2 – devanado primario, 3 – devanado secundario, 4 – flujo principal, 5 – flujos de dispersión.*



1.2 PÉRDIDAS EN TRANSFORMADORES

Las pérdidas del transformador representan gran parte de la energía disipada en los sistemas eléctricos de potencia, por lo tanto tienen un costo económico asociado para el consumidor final y operadores del sistema. Estas pérdidas se componen por: *pérdidas en vacío,* ocasionadas por la potencia necesaria para mantener el núcleo energizado, y *pérdidas bajo carga*, que son resultado de las corrientes de carga que fluyen a través de los devanados del transformador. Los dos componentes de las pérdidas bajo carga son las pérdidas en el cobre y adicionales. Las *pérdidas adicionales* son causadas por corrientes Eddy debido a los flujos de dispersión que penetran a los devanados y estructuras metálicas.

Figura 3. *Clasificación de las pérdidas en el transformador.*



1.2.1 Pérdidas en vacío (Po).

Se producen al energizar el núcleo, están compuestas de pérdidas por histéresis y por corrientes Eddy.

$$P_o = P_h + P_{Eddy} \quad [\text{W}] \tag{1.1}$$

Donde:

$\boldsymbol{P_h}$: Pérdidas por histéresis magnética [W].
$\boldsymbol{P_{Eddy}}$: Pérdidas por corrientes Eddy en el núcleo [W].

- **Pérdidas por histéresis magnética.**

Al someter el núcleo magnético a un flujo variable se produce una imantación que se mantiene al cesar el flujo, lo que provoca disipación de energía en forma de calor. Estas pérdidas pueden considerarse con la siguiente fórmula [2]:

$$P_h = v B_{máx}^{1,6} f G_h \quad [\text{W}] \tag{1.2}$$

- **Pérdidas por corrientes Eddy en el núcleo.**

En el núcleo magnético se genera fuerza electromotriz inducida que origina corrientes Eddy en el mismo, lo que da lugar a pérdidas de energía por efecto Joule. La siguiente formulación muestra que estas pérdidas crecen rápidamente con la inducción y son proporcionales al peso del núcleo.[2]

$$P_{Eddy} = \gamma B_{ef}^2 f^2 \tau_h G_h \quad [\text{W}] \tag{1.3}$$

Donde:

$\boldsymbol{B_{máx}}$ y $\boldsymbol{B_{ef}}$: Las inducciones máxima y eficaz [Gauss].
$\boldsymbol{f}$: frecuencia [Hz].
$\boldsymbol{G_h}$: Peso total del núcleo [kg].
$\boldsymbol{\tau_h}$: Espesor de cada lámina [cm].
$\boldsymbol{v}$: Coeficiente de histéresis proporcional a la superficie del ciclo y dependiente de la clase de material.
$\boldsymbol{\gamma}$: Coeficiente de Foucault, inversamente proporcional a la resistividad eléctrica del hierro, la cual debe tomarse a la temperatura de trabajo.

1.2.2 Pérdidas bajo carga (Pc).

Se conforman por las pérdidas **I^2R** y las pérdidas adicionales.

$$P_c = P_{I^2r} + P_{Ad} \quad [\text{W}] \tag{1.4}$$

Donde:

$\boldsymbol{P_{I^2r}}$: Pérdidas en el cobre de los devanados [W].
$\boldsymbol{P_{Ad}}$: Pérdidas adicionales [W].

- **Pérdidas en el cobre de los devanados.**

Estas pérdidas se deben a la potencia que disipa la resistencia de los devanados primario y secundario, cuando por ellos circula la corriente de operación.

$$P_{I^2r} = P_{cob\,1} + P_{cob\,2} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 \ [\text{W}] \tag{1.5}$$

Donde:

$\boldsymbol{I_1}$: Corriente nominal del devanado primario [A].
$\boldsymbol{I_2}$: Corriente nominal del devanado secundario [A].
$\boldsymbol{r_1}$: Resistencia del devanado primario [Ω].
$\boldsymbol{r_2}$: Resistencia del devanado secundario [Ω].
$\boldsymbol{P_{cob1}}$: Pérdidas en el cobre del devanado primario [W].
$\boldsymbol{P_{cob2}}$: Pérdidas en el cobre del devanado secundario [W].

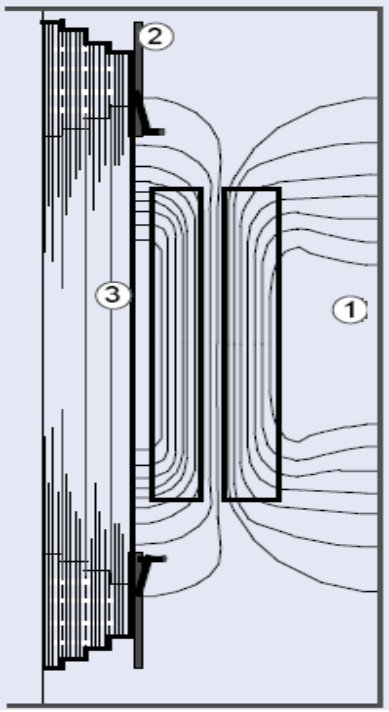
1.3 PÉRDIDAS ADICIONALES

Las pérdidas adicionales se presentan en los devanados y componentes estructurales metálicos, debido a las corrientes parásitas inducidas por los flujos de dispersión. En transformadores de distribución los niveles de pérdidas adicionales son bajos, ya que los campos de dispersión son de menor magnitud y tienen pocos elementos constructivos de sujeción en los cuales puedan incidir. Aunque estas pérdidas se encuentran en el orden de Vatios, comprenden una cantidad considerable de consumo de energía en cualquier sistema eléctrico de potencia, debido al gran número de transformadores de distribución instalados.

La Figura 4 muestra un corte transversal de la parte activa del transformador donde se encuentran los principales componentes como el núcleo, devanados, tanque y la interacción del flujo de dispersión producido por las cabezas de bobina, sobre estos elementos.

Para el cálculo de pérdidas adicionales producidas por los flujos de dispersión de las cabezas de bobina, se debe tener en cuenta la geometría de los devanados y del tanque, así como las propiedades de los materiales. Además de los flujos de dispersión de las cabezas de bobina; los conductores de salida por el lado de baja tensión del transformador, transportan altas corrientes que producen pérdidas en esa zona del tanque.

Figura 4. *Concentración de flujo de dispersión producido por las cabezas de bobina. 1- Tanque, 2- Placa retenedora del yugo, 3- Núcleo. [3]*



1.3.1 Pérdidas en los devanados debido al flujo de dispersión.

Las pérdidas adicionales en los devanados se clasifican como pérdidas por corrientes Eddy y pérdidas por corrientes circulantes. Estas pueden ser sustancialmente más altas en grandes transformadores, si las dimensiones del conductor y los métodos de transposición no se eligen correctamente.

- **Pérdidas por corrientes Eddy.**

Al circular la corriente alterna por el devanado de los transformadores se producen pérdidas por la resistencia efectiva del conductor que se denotan como $\mathbf{I^2R}$, adicionalmente se debe considerar de que esta corriente de carga produce flujo que no se confina con el núcleo del transformador, llamado flujo de dispersión, el cual incide de forma radial y axial en el mismo devanado produciendo corrientes Eddy o corrientes parásitas, en esta superficie.

En el cálculo de estas pérdidas se consideran dos casos fundamentales; el primero es cuando el devanado está construido con conductores (barras de cobre), donde su espesor es mayor que la profundidad de penetración[1] ***δ*** por lo tanto la distribución de corriente resultante es limitada e influenciada en gran medida por el efecto de su propio campo entonces las corrientes se confinan en las capas superficiales debido a la inductancia. El otro caso se presenta cuando el espesor de los conductores es menor que la profundidad de penetración ***δ***, por lo que las corrientes Eddy se restringen por falta de espacio o la alta resistencia.[4]

- **Pérdidas por corrientes circulantes.**

En devanados con grandes niveles de corriente, el conductor tiene que ser sub-dividido en un número de conductores en paralelo para reducir las pérdidas por corrientes Eddy a un nivel aceptable. Por lo anterior, debe realizarse una transposición adecuada para que los conductores queden vinculados a la misma cantidad de flujo de dispersión. Sin una adecuada transposición, el flujo incidente en estos conductores paralelos es diferente, y dado que están conectados en los extremos, aparecerán voltajes inducidos en estos bucles dando resultado a corrientes circulantes. Estas corrientes producen pérdidas pero, no fluyen fuera de los devanados. [4]

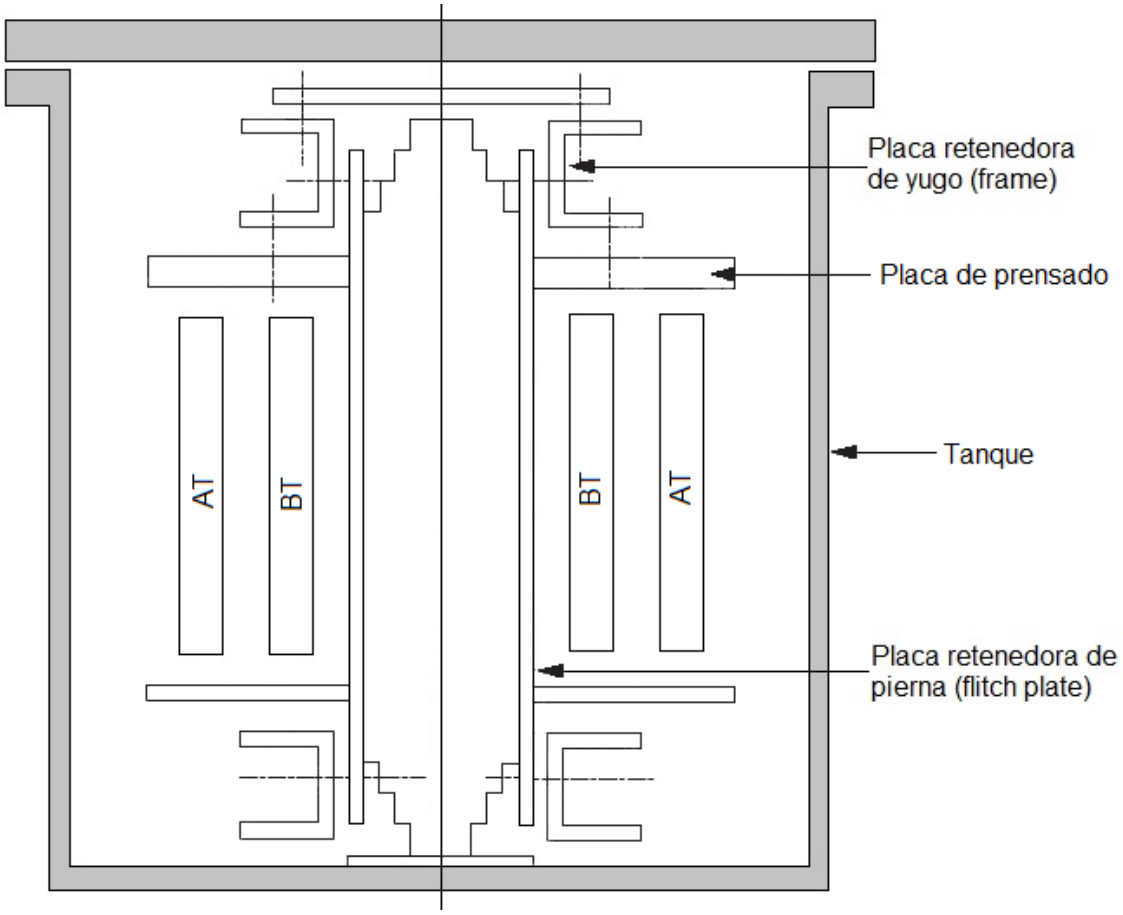
1.3.2 Pérdidas por flujos de dispersión en componentes estructurales.

Existen diversas partes metálicas que se ven afectadas por el flujo de dispersión de los devanados y el flujo debido a las altas corrientes que transportan los conductores de salida del transformador. En partes de gran área como las paredes del tanque, se generan pérdidas considerables a causa de corrientes Eddy que en consecuencia reducen la eficiencia del transformador. En partes metálicas pequeñas las pérdidas adicionales son despreciables y ni siquiera pueden ser medidas. Sin embargo en estas partes la densidad de pérdidas puede llegar a un nivel excesivo causando puntos con temperaturas elevadas. Estas altas temperaturas pueden causar deterioro en el aislamiento comprometiendo el servicio del transformador.

El campo electromagnético de los conductores y de las conexiones internas del transformador (Conexiones de bujes con devanados, conexiones estrella o delta y conexiones de devanados con el cambiador de derivaciones) causan pérdidas por corrientes Eddy principalmente en las paredes del tanque y elementos de sujeción (Ver Figura 5).

[1] *La profundidad de penetración define la distancia de propagación de las corrientes Eddy, hacia adentro del conductor. Este parámetro depende de la frecuencia, permeabilidad y conductividad del material. Por esta razón, el incremento de la frecuencia hará que las corrientes Eddy establecidas en la superficie del conductor, decrezcan rápidamente y de forma exponencial, al avanzar hacia el centro del conductor.*

Figura 5. *Corte transversal del transformador con los elementos afectados por los flujos de dispersión.[4]*



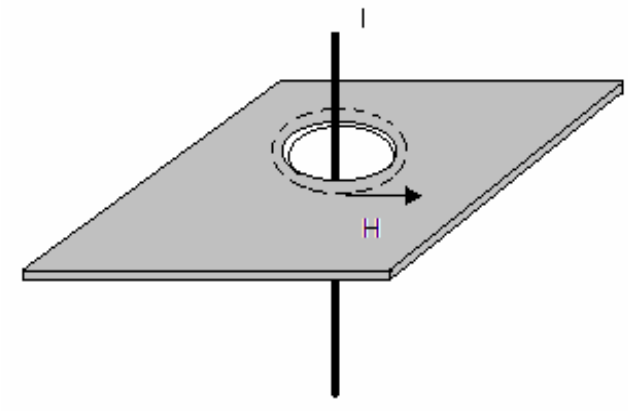
- **Tipos de incidencia de la intensidad de campo de dispersión H en los componentes estructurales.**

El campo de dispersión que ocasiona las pérdidas adicionales en los componentes estructurales, puede tener incidencia ***tangencial*** *ó* ***radial***. Estos dos tipos de incidencia se explicaran a continuación.

- ***Incidencia tangencial***.

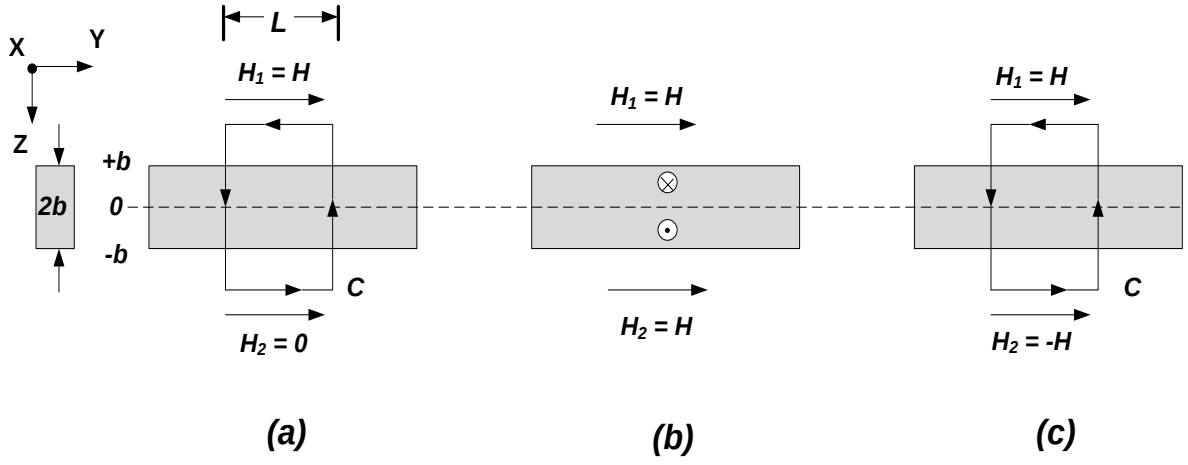
Ocurre cuando existen barras o conductores atravesando el tanque, o cuando el conductor está ubicado paralelamente a la pared del tanque. Este tipo de incidencia se muestra en la Figura 6, y se debe tener en cuenta que la intensidad de campo incidente en la placa, es directamente proporcional a la fuente de corriente.

Figura 6. *Incidencia tangencial del campo de dispersión.[4]*



Generalmente, se analizan tres casos del comportamiento y distribución de la incidencia del campo tangencial en las placas del transformador, para lo cual se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones: donde el campo magnético ***H*** está en la dirección ***y*** con amplitudes H_1 y H_2 en las dos superficies de la placa, la estructura se puede asumir como infinita a lo largo de la dirección ***x***; también se asume que la densidad de corriente J_x y la intensidad del campo magnético H_y están en dirección de ***z***; y por ultimo ***2b*** es el grosor de la placa (ver Figura 7).

Figura 7. *Explicación de los tres diferentes casos de incidencia de campo tangencial en placas metálicas.[4]*



Caso1 (H_1=H y H_2=0), las pérdidas Eddy para este caso decrecen con el incremento del grosor de la placa hasta cuando el grosor sea 1 o 2 veces la profundidad de penetración, esta situación se presenta cuando un conductor que lleva corriente es puesto en paralelo sobre una placa. En la Figura 7(a), se

muestra un contorno ***C*** para la aplicación de la ley circuital de Amper, teniendo en cuenta que ***H*** solo varía en la dirección ***y*** con $H_1=H$ y $H_2=0$.

Como el espesor ***2b*** decrece, la misma cantidad de corriente pasa a través de una sección más pequeña de la placa, cruzando así una resistencia mayor, dando como resultado un aumento en las pérdidas.

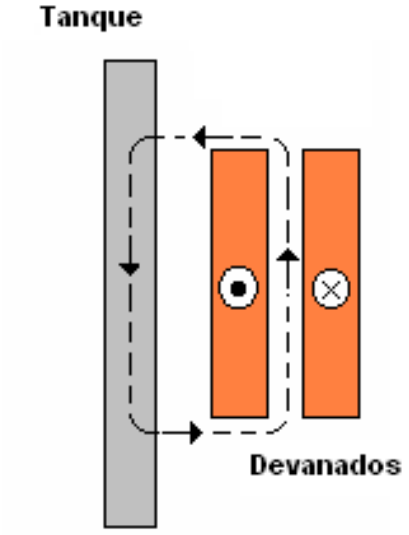
Caso 2 $(H_1=H_2=H)$, en este caso las pérdidas Eddy se incrementan con el incremento del espesor de la placa; este problema se encuentra cuando se tiene conductores o barrajes montados sobre placas, donde la corriente pasa a través de huecos en placas metálicas, en la Figura 7(b), se muestra que la corriente está dividida en dos partes de la placa y se encuentran en dirección opuestas, para un espesor de la placa suficientemente pequeños el efecto de estas dos corrientes tenderán a cancelarse entre ellas y las pérdidas tienden a cero.

Caso 3 $(H_1= -H_2=H)$, aquí las pérdidas Eddy decrecen con el incremento del espesor de la placa, para este caso representado en la Figura 7(c), la explicación es similar al caso 1, donde se aplica la ley circuital de Amper, teniendo en cuenta que el valor de corriente es el doble que en el caso anterior ***(2HL=I)***.

- ***Incidencia radial.***

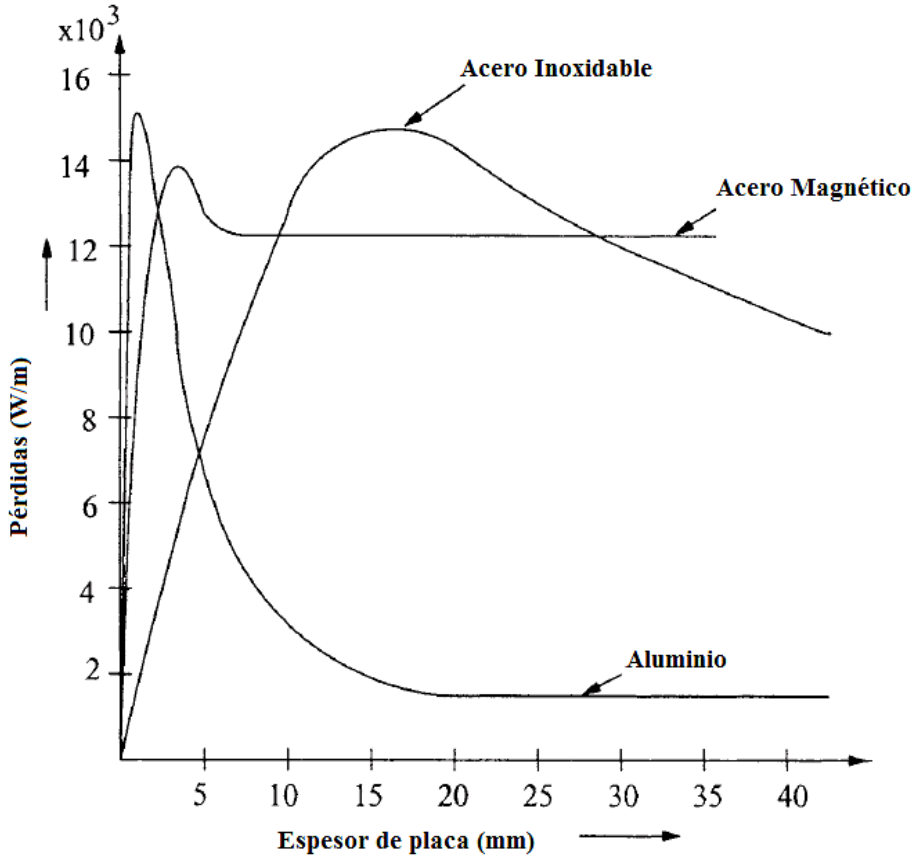
Ocurre cuando los campos de dispersión que provienen de los devanados del transformador inciden en una placa metálica, como las paredes del tanque o las placas retenedoras del núcleo. Este tipo de incidencia se ilustra en la Figura 8.

Figura 8. *Incidencia radial del campo de dispersión.[4]*



Para el campo de incidencia radial, el análisis se hace basado en un número de simulaciones con ayuda de elementos finitos MEF (2-D) [4], que involucra una configuración donde el flujo de dispersión que sale de los devanados incide de forma radial en componentes estructurales como el tanque o las placas retenedoras del núcleo ***(flitch plate)***; este análisis se hace variando el espesor de la placa para tres tipos de materiales; acero magnético, aluminio y acero inoxidable no-magnético. De lo cual se obtiene el resultado de la Figura 9.

Figura 9. *Curva de pérdidas para diferentes materiales con excitación radial.[4]*



Acero magnético, en este material se asume que las placas están saturadas debido a la pequeña profundidad de penetración. El valor de permeabilidad relativa reportado en [4] para este material, es $\boldsymbol{\mu_r = 100\ H/m}$, con conductividad $\boldsymbol{\sigma = 7*10^6\ S/m}$. A partir de estos valores y utilizando una frecuencia ***f = 60 Hz***, se obtiene la profundidad de penetración con la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \mu_r \sigma}} \qquad 1.6$$

Donde:

f : frecuencia [Hz].
μ_r: Permeabilidad del material [H/m].
μ_0: Permeabilidad del vacío ***$4\pi*10^{-7}$*** [H/m].
σ: Conductividad [S/m].

Con los valores dados en [4] para el acero magnético, se calcula la profundidad de penetración:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi * 60 * 4 * \pi * 10^{-7} * 100 * 7 * 10^{6}}} = 2.45\ [\mathrm{mm}] \qquad 1.7$$

Se obtiene como valor de profundidad de penetración ***δ = 2.45 mm***. En la Figura 9 se muestra, que las pérdidas alcanzan su valor máximo en dos veces la profundidad de penetración y luego son constantes por que las corrientes y pérdidas Eddy solo se concentran en la superficie de la placa.[4]

Aluminio, en el caso del aluminio los valores reportados en [4] son, ***μr = 1 H/m***, ***σ = $29*10^6$ S/m***, donde la profundidad de penetración es de ***δ = 12.06 mm*** a una frecuencia de ***60 Hz***. El comportamiento de este material se puede explicar con un circuito resistivo-inductivo. Para espesores muy pequeños de la placa, el efecto de la resistencia es muy grande (limitado por la resistencia) comparado con el de la inductancia haciéndolo predominantemente resistivo y teniendo pérdidas altas; al aumentar el espesor de la placa la resistencia decrece haciendo el circuito más inductivo que resistivo (limitado por la inductancia), esto hace que las pérdidas disminuyan. Cuando el circuito es predominantemente inductivo, con el aumento del espesor de la placa el campo no penetra haciendo las pérdidas indiferentes al crecimiento del espesor de la placa.[4]

Acero inoxidable no-magnético, para este material el comportamiento es similar al de aluminio, ambos son materiales no-magnéticos, una de las diferencias es que la curva es mas plana que la del aluminio, esto es debido a que la profundidad de penetración es mayor, los valores típicos de permeabilidad y conductividad dados en [4] son, ***μr = 1 H/m***, ***σ = $1.136*10^6$ S/m***, donde la profundidad de penetración es de ***δ = 60.96 mm*** a una frecuencia de ***60 Hz***. Otra diferencia es que al aumentar el grosor de la placa las pérdidas son mayores que las del aluminio pero pueden llegar a ser más bajas que las del acero magnético.[4]

En la Tabla 1 se muestran los valores típicos de permeabilidad y conductividad, reportados en [4], para los materiales más usados en la fabricación de componentes estructurales de transformadores. También se muestra la profundidad de penetración calculada a partir de estos valores, y a una frecuencia de ***60 Hz***.

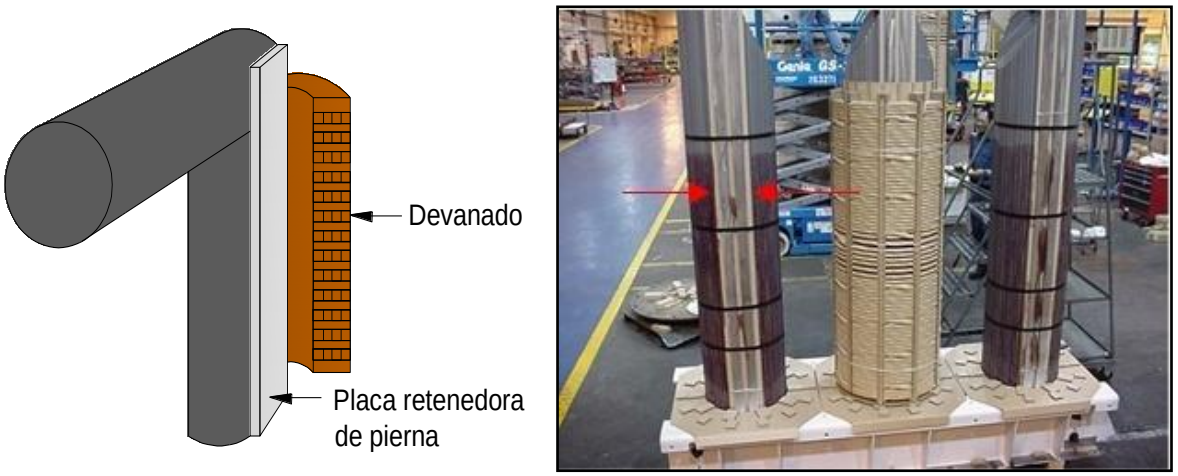
Tabla 1. *Valores típicos de permeabilidad, conductividad y profundidad de penetración a* ***60 Hz****.*

Material	***Permeabilidad relativa μ_r [H/m]***	***Conductividad σ [S/m]***	***Profundidad de penetración δ [mm]***
Acero magnético	***100***	***$7*10^6$***	***2.45***
Aluminio	***1***	***$29*10^6$***	***12.06***
Acero inoxidable no-magnético	***1***	***$1.136*10^6$***	***60.96***

- **Pérdidas en placa retenedora de pierna (*Flitch Plate o Tieplate).***

Esta placa se encuentra a las afueras del núcleo en el espacio entre el núcleo y la parte interna de los devanados. Es una placa estructural que conecta las abrazaderas superiores e inferiores. La tensión en esta placa ofrece la fuerza de sujeción necesaria para mantener el transformador en conjunto hasta en caso de producirse un cortocircuito. Por lo general, se construyen de acero magnético. La Figura 10 muestra un esquema de la placa retenedora asociada con una pierna.[5]

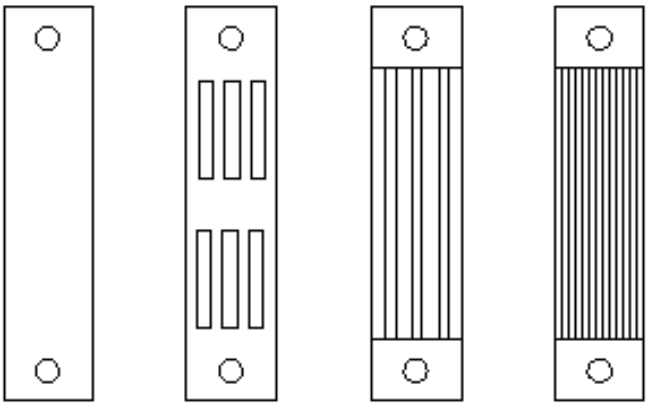
Figura 10. *Ubicación de placa retenedora de pierna en el transformador.[5][6].*



El flujo de dispersión sale radialmente a través de la superficie interna de las bobinas e incide en las placas de sujeción montadas en el núcleo. En la superficie de la placa, la densidad de flujo de dispersión puede ser mucho mayor que en el tanque. Aunque se producen pérdidas, no constituyen una parte significativa de las pérdidas con carga totales del transformador, mientras que el aumento local de temperatura es considerable debido al valor de la densidad del flujo incidente y las malas condiciones de refrigeración. Las altas temperaturas pueden causar deterioro del aislamiento en las proximidades de la placa retenedora de piernas o columnas del transformador, afectando seriamente la vida útil del transformador.[5]

En la Figura 11 se muestran varios diseños de placas retenedoras, que se utilizan dependiendo del tamaño del transformador. Para transformadores pequeños se utiliza el tipo de placa retenedora sin ranura por que la incidencia de flujo de dispersión es pequeña. A medida que la potencia del transformador aumente se utilizan las ranuradas, para disminuir el área de incidencia del flujo magnético e interrumpir el recorrido de las corrientes Eddy.

Figura 11. *Tipos de placas retenedoras. (a) Sin ranuras. (b) Semiranurada. (c) Ranurado total. (d) Laminada.[4]*



- **Pérdidas en placa retenedora del yugo (*Frames).***

Esta placa sirve para sujetar los yugos y soportes de los devanados, se encuentra expuesta al flujo de dispersión de las bobinas. Debido a su gran superficie y un enfriamiento eficaz, rara vez se presentan puntos calientes en esta. Se ha demostrado que las pérdidas en este tipo de placa y el tanque tienen un efecto mutuo el uno del otro. Un cálculo aproximado de estas pérdidas se puede realizar con el método de redes de reluctancia *(RNM)*, además se usa generalmente el método de elementos finitos *(FEM)*.[4]

- **Pérdidas en el tanque.**

Las pérdidas adicionales del tanque forman una parte importante de las pérdidas adicionales totales. Aunque la densidad de flujo en la pared del tanque es baja, las pérdidas son altas debido al área. Para plantear la reducción de estas pérdidas es necesario realizar el cálculo adecuado, ya que de esta forma se puede implementar un método de disminución efectivo.

En transformadores de potencia, las pérdidas adicionales en el tanque son tan importantes como las pérdidas en las partes activas del transformador, por esta razón los fabricantes abordan este tema en transformadores de potencia con gran importancia, además es una fuente significativa de ahorro de energía y dinero.[7]

En los últimos años ha surgido un creciente interés por estudiar este fenómeno en transformadores de distribución [8][9], por el potencial de ahorro de energía eléctrica para las redes debido al gran número de unidades instaladas.

En ***transformadores de distribución*** existen dos **(2)** fuentes de campo de dispersión que contribuye a las pérdidas en el tanque:[10]

- *Flujo de dispersión por cabezas de bobina.*
- *Flujos de dispersión ocasionada por la corriente que circula en el conductor que atraviesa los bujes de baja tensión.*

En transformadores de potencia aparte de los dos anteriormente nombrados, se deben tener en cuenta los flujos de dispersión creados por los conductores que salen de las bobinas y se dirigen a los bujes de baja tensión, en especial cuando las corrientes de baja tensión tienen un valor considerable.[11]

Independientemente, que el transformador sea de distribución o potencia, estas pérdidas dependen de parámetros tales como, la magnitud de flujo de dispersión, frecuencia, conductividad, permeabilidad, tipo de excitación del flujo incidente ***(tangencial o radial)***, tipo de material ***(magnético ó no magnético)***, entre otros.

Para el análisis de pérdidas adicionales en el tanque, es primordial la consideración de las características no-lineales del tipo de material ***(coeficiente de linealidad)***; por esta razón, en [7] se realizó un estudio amplio a partir de curvas de magnetización, con el fin de observar el comportamiento no lineal de la permeabilidad para diferentes tipos de aceros. Con esta investigación se establecieron los valores mostrados en la Tabla 2 para el coeficiente de linealidad $\boldsymbol{a_l}$**.** El valor requerido para el coeficiente de linealidad se selecciona de acuerdo a

la intensidad de campo y a la permeabilidad relativa que se tengan en el fenómeno analizado.

Tabla 2. *Valores definidos para el coeficiente de linealidad a_l, de acuerdo a la intensidad de campo y permeabilidad relativa. [7]*

Coeficiente de linealidad a_l	***Intensidad de campo magnético H [A/m]***	***Permeabilidad relativa μ_r [H/m]***
1.3 – 1.5	***> 500***	***Varía de forma no lineal***
1	***≤ 500***	***Constante***

Según los estudios anteriormente realizados, este coeficiente ha resultado ser muy útil y satisfactorio para la mayoría de las aplicaciones, aunque con este se simplifican las condiciones del fenómeno. Por ejemplo, para obtener la profundidad de penetración considerando la variación no lineal de la permeabilidad, solo basta con hacer la siguiente operación:

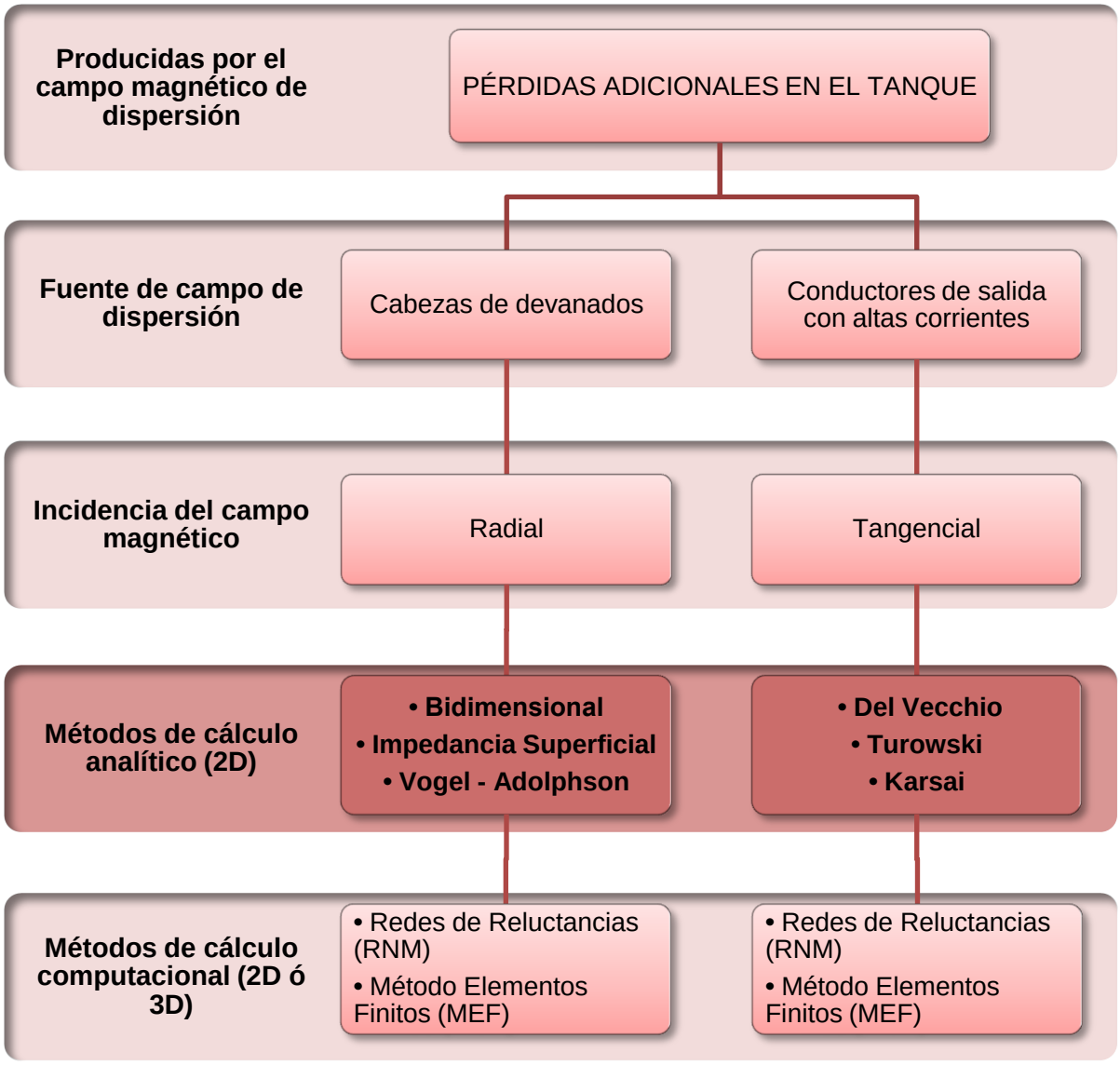
$$\delta_{\mu(H)} = \frac{1}{a_l}\delta_{\mu=constante} \qquad 1.8$$

Por otra parte en la Figura 12 se muestra, que para el cálculo de pérdidas en el tanque existen diversos métodos analíticos y computacionales. La elección del método más conveniente, depende de su versatilidad para satisfacer criterios como: recurso computacional necesario, representación gráfica, proporción entre costos mínimos en tiempo y capacitación personal, complejidad de la geometría, efectos de la frecuencia, permeabilidad no lineal, etc.

La mayoría de los métodos computacionales se basan en ecuaciones diferenciales que modelan el fenómeno físico en 3D, estas ecuaciones se resuelven mediante métodos numéricos hasta encontrar resultados convergentes al fenómeno modelado. Por otra parte los métodos analíticos utilizan geometrías bidimensionales que reducen la complejidad del fenómeno, brindando ahorro de tiempo y dinero a los fabricantes y reparadores de transformadores; pero se disminuye la exactitud de los resultados.

Aunque los métodos analíticos tengan menos exactitud, su uso puede justificarse debido a que en muchas ocasiones la comparación con los resultados 3D, no muestran diferencias considerables o apreciables [9].

Figura 12. *Pérdidas adicionales en el tanque de un transformador de distribución.*

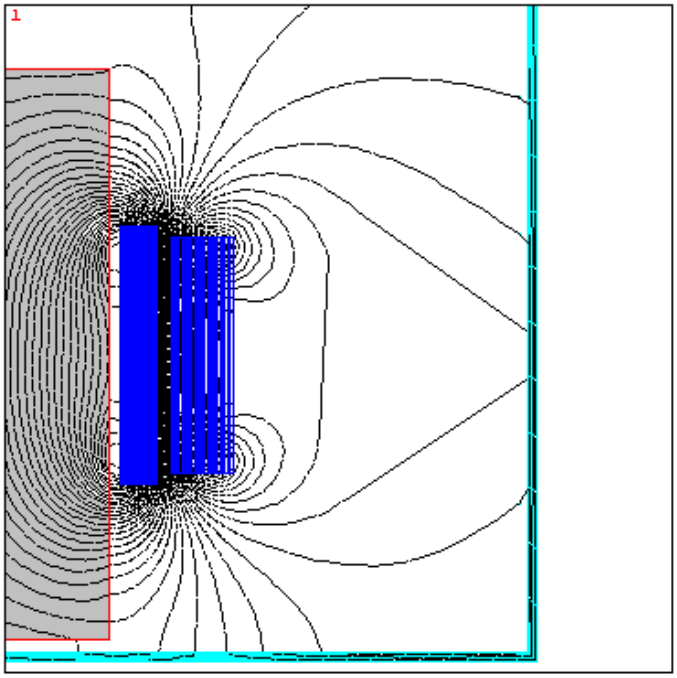


A continuación se explicaran las dos fuentes que ocasionan pérdidas adicionales en el tanque, solo para *transformadores de distribución*.

- ***Pérdidas debido al flujo de dispersión en las cabezas de bobina***.

Estas pérdidas se producen por los flujos de dispersión que salen de los principios y finales de las cabezas de los devanados de alta y baja tensión y no se alcanzan a canalizar totalmente por el núcleo del transformador.

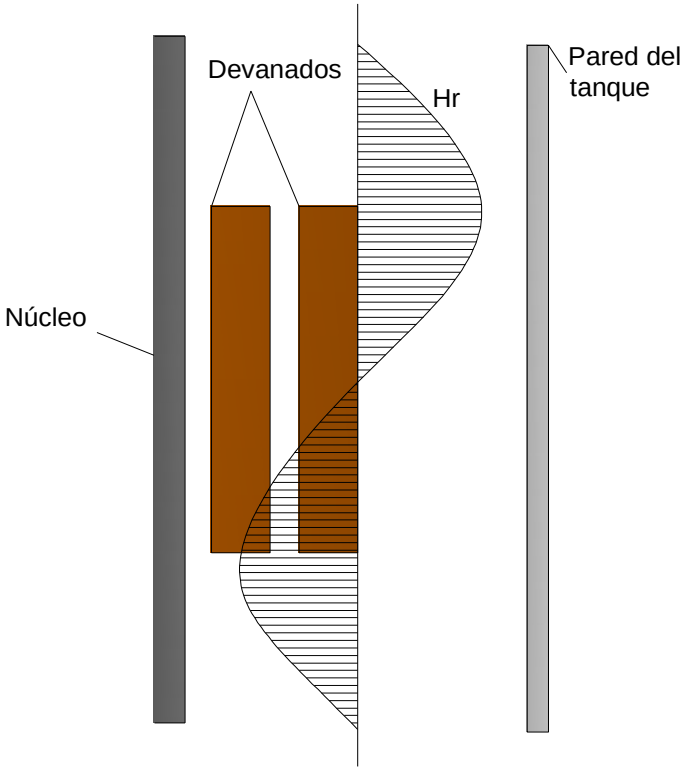
Figura 13. *Patrón del flujo de dispersión en el tanque.[6]*



En la Figura 13 se muestra el patrón del flujo de salida generado por la corriente de los devanados de un transformador monofásico de ***15 kVA***, con voltajes nominales de ***13200/240 V***, simulado con un modelo en dos dimensiones (2D) en un software de elementos finitos [6]. Este modelo corresponde a un transformador de distribución donde se tiene en cuenta los componentes principales, las bobinas (alta y baja tensión), el núcleo, el tanque y el aceite. El patrón del flujo de dispersión depende en gran proporción de la geometría del transformador, tamaño y espaciamiento de las bobinas, tamaño y espesor del tanque, y el posicionamiento de los elementos constructivos de sujeción. De igual manera se debe tener en cuenta los materiales de estos elementos.[10]

La mayor cantidad de flujo de dispersión generado por la bobinas se presenta en los principios y finales de los devanados. En [11], se desarrolla un ejemplo donde muestra la distribución espacial del campo magnético de dispersión en un transformador, como se observa en la Figura 14 la distribución es de incidencia radial y sinusoidal.

Figura 14. *Distribución espacial del campo magnético incidente en el tanque.[11]*

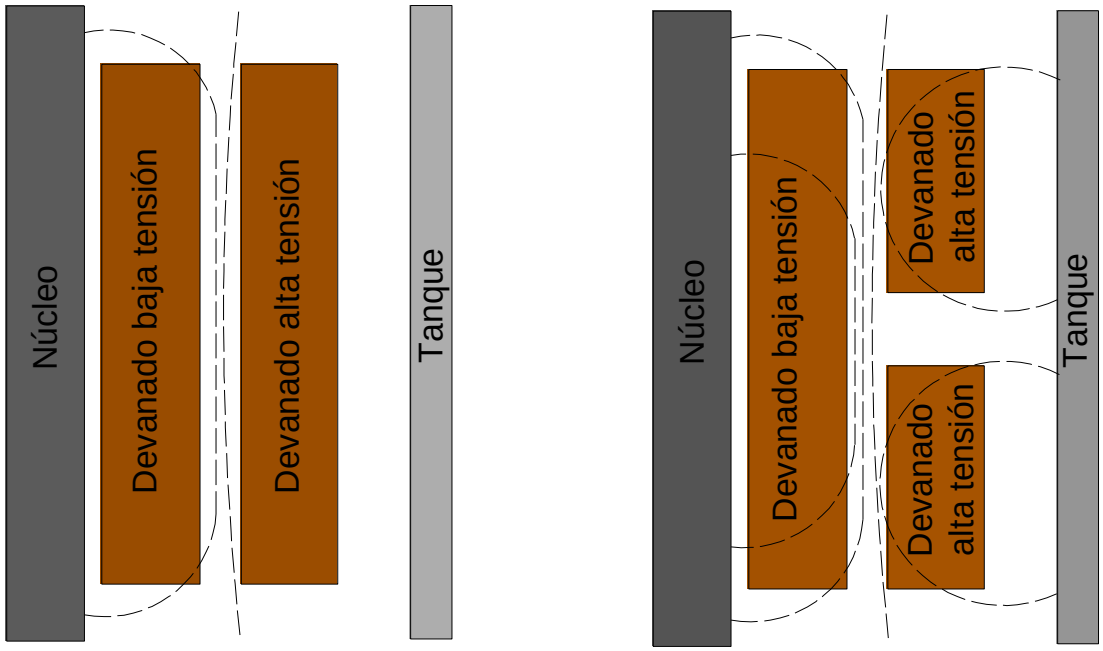


Para el cálculo analítico de estas pérdidas se puede realizar un modelo simplificado como el de la Figura 14, donde se observa que la intensidad de campo magnético H_r es la más influyente en los resultados obtenidos, lo que obliga a buscar la mejor caracterización de esta variable y una fácil aproximación al valor real.

En este modelo se supone que la fuerza magnetomotriz de los devanados se concentra longitudinalmente en estos, y el campo en cualquier punto del tanque se calcula por la superposición de los campos debido a todos los devanados, a partir de este valor del campo radial en cada punto se determina el nivel de pérdidas.

En la Figura 15 se muestra la distribución del flujo de dispersión de acuerdo a la forma constructiva del devanado. Si los devanados de baja y alta tensión son de la misma longitud y están uniformemente ordenados a lo largo del núcleo, se obtiene una mejor distribución del flujo como se indica en la Figura 15a. Sin embargo, si hay alguna irregularidad en la distribución de los devanados, se establece un patrón de flujo con mayor dispersión (Figura 15b).

Figura 15. *Distribución de flujo de dispersión. (a) devanados balanceados. (b) devanados desbalanceados.[12]*



a) b)

- ***Pérdidas ocasionadas por conductores de salida con altas corrientes.***

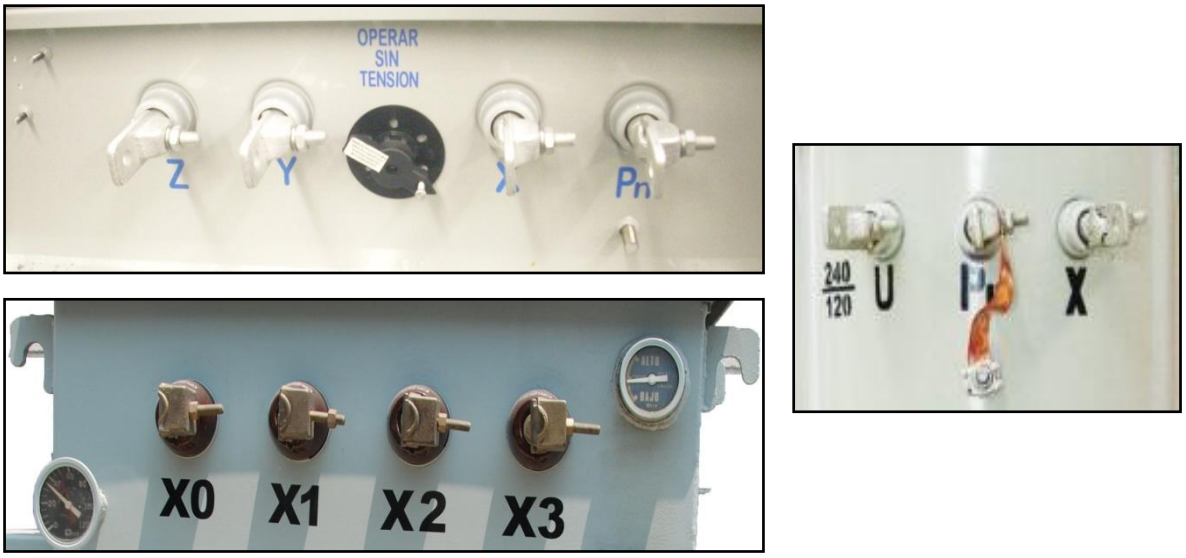
Los conductores de salida con altas corrientes, atraviesan la pared del tanque del transformador en el lado de baja tensión por medio de los bujes. La corriente que lleva este conductor, crea campos magnéticos que generan pérdidas por corrientes Eddy en la pared del tanque alrededor del conductor. Las pérdidas generadas dependen de parámetros, como la magnitud de corriente que fluye por el conductor, diámetro de orificios para los bujes y las propiedades del material del tanque (permeabilidad y conductividad). [13]

A medida que aumenta la capacidad del transformador, la corriente en el lado de baja tensión aumenta, esto lleva al incremento de las corrientes Eddy en las estructuras que rodean los bujes, de igual forma se incrementa el efecto de calentamiento. En transformadores de distribución, los bujes son montados en placas o tanques que generalmente están hechos de acero magnético, en el cual se presentan pérdidas y puntos calientes.Los puntos calientes afectan el aceite del transformador, las juntas, y conducen a daños que ponen en peligro al personal de

mantenimiento, los equipos periféricos y hasta sacar de servicio al transformador.[13]
La corriente que pasa por los conductores que atraviesan los bujes, produce un campo de incidencia tangencial, esto hace que el análisis de las pérdidas sea diferente a las producidas por los flujos de las cabezas de bobinas.

En la Figura 16, se muestra el montaje de los bujes de baja tensión en transformadores de distribución.

Figura 16. *Montaje de bujes de baja tensión en transformadores de distribución.*



Capítulo Dos

2. MÉTODOS PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES

En esta sección se muestran tres métodos para cálculo analítico de pérdidas en el tanque debido a: flujos de dispersión de las cabezas de bobina y conductores de salida con altas corrientes. Adicionalmente se presenta la formulación para calcular la intensidad de campo incidente en el tanque y pérdidas adicionales en devanados. Antes de presentar los métodos, se hace una breve formulación electromagnética con el fin de facilitar la comprensión de estos.

2.1 FORMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Para realizar el cálculo de las pérdidas adicionales, es fundamental el conocimiento de las ecuaciones de Maxwell que rigen en su totalidad los fenómenos electromagnéticos:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{2.2}$$

$$\nabla . B = 0 \tag{2.3}$$

$$\nabla . D = \rho \tag{2.4}$$

Donde:

H: Intensidad de campo magnético [A/m].
J: Densidad de corriente [A/m^2].
B: Densidad de campo magnético [Wb/m^2].
E: Intensidad de campo eléctrico [V/m].

D: Densidad de campo eléctrico [C/m^2].
ρ: Densidad volumétrica de carga [C/m^3].

Las siguientes ecuaciones son las relaciones constitutivas que ayudan a incorporar las propiedades de los materiales:

$$B = \mu_0 \mu_r H \tag{2.5}$$

$$J = \sigma E \tag{2.6}$$

$$D = \varepsilon E \tag{2.7}$$

Donde:

μ_r: Permeabilidad del material [H/m].
μ_0: Permeabilidad del vacío ***$4\pi * 10^{-7}$*** [H/m].
ε: Permitividad del material [F/m].
σ: Conductividad [S/m].

La relación entre la densidad de corriente de conducción ***J*** y la densidad de corriente de desplazamiento ***∂D/∂t*** está dada por la relación ***σ/jωε***, la cual es muy grande incluso para un mal conductor metálico a frecuencias muy altas (donde ***ω*** es la frecuencia en ***rad/seg***). Para el análisis a frecuencias de ***50-60 Hz***, se desprecia la densidad de corriente de desplazamiento y la ecuación 2.2 queda:

$$\nabla \times H = J \tag{2.8}$$

En el estudio de las pérdidas adicionales se debe considerar el efecto piel ***(Skin effect)*** ya que cuando circula corriente alterna por un conductor las cargas tienden a acercarse a la superficie de este, por lo que se reduce la densidad de flujo cerca del centro. Además se rompe la distribución homogénea de las cargas y la concentración de corriente hacia el borde reduce el área de conducción provocando aumento de la resistencia efectiva del conductor. El efecto piel se presenta de forma crítica al aumentar la frecuencia de la corriente que circula por el conductor. Para este fenómeno se considera un parámetro llamado *profundidad de penetración* que se expresa como:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \tag{2.9}$$

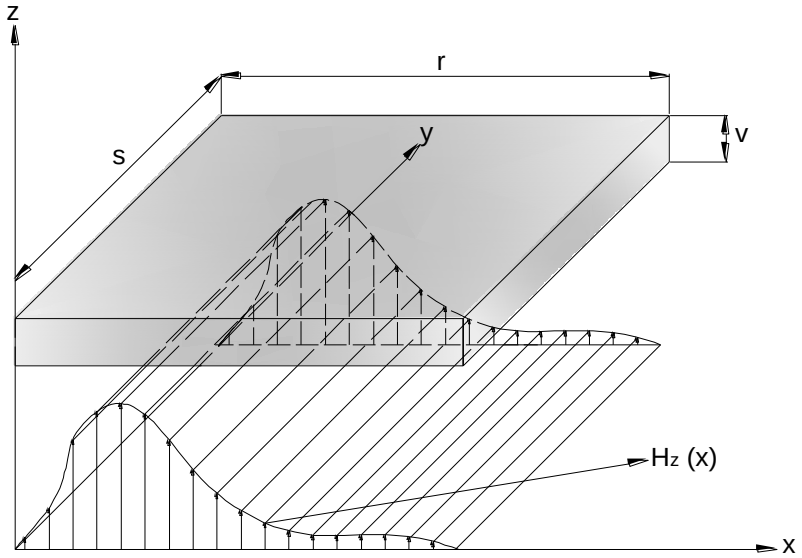
2.2 MÉTODOS PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN EL TANQUE DEBIDO A FLUJOS DE DISPERSIÓN DE LAS CABEZAS DE BOBINA

Estas pérdidas pueden calcularse con métodos computacionales como lo son el *método de elementos finitos (MEF)* y *redes de reluctancias (RNM)*, pero en esta ocasión se hará énfasis en los métodos analíticos. Debido a que estos facilitan el cálculo, por su simplicidad y ahorro de tiempo, conservando confiabilidad en los resultados.

2.2.1 Método bidimensional con tres capas.

El campo de dispersión producido por un devanado afecta un área determinada en la pared del tanque del transformador, esta sección puede representarse por una placa sometida a campo magnético como lo ilustra la Figura 17. En este caso se plantea una placa con dimensiones $\boldsymbol{r} * \boldsymbol{s} * \boldsymbol{v}$. El cálculo de las pérdidas Eddy para la placa mostrada en la Figura 17 es reducido a un modelo de dos dimensiones con tres capas, como se ilustra en la Figura 18.[11]

Figura 17. *Placa sometida a un campo magnético.[11]*

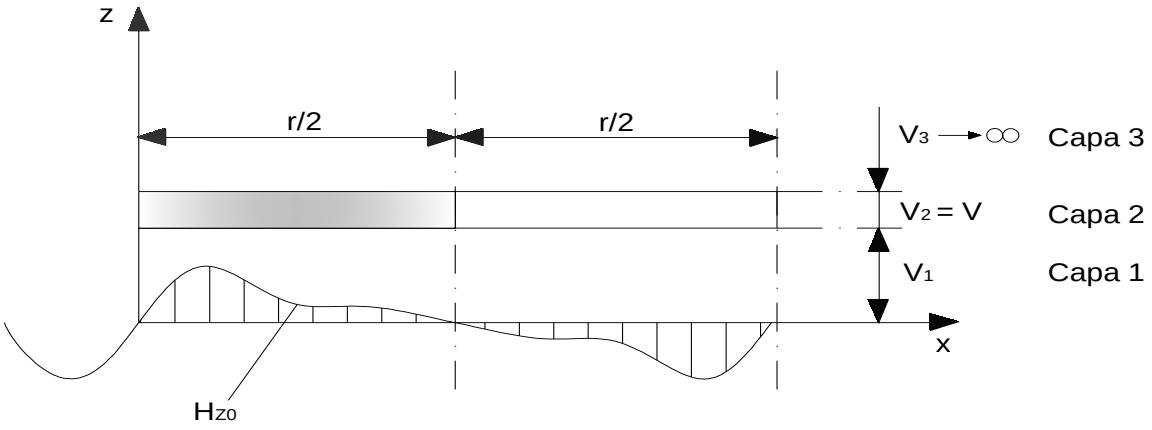


La intensidad de campo en el borde de la primera capa se asume que varía periódicamente con $\boldsymbol{x}$, a lo largo de la recta $\boldsymbol{z} = \mathbf{0}$ de acuerdo a la relación:

$$H_{z0} = H_m \sum_{k=1}^{n} b_k \, sen\,(k\alpha x) e^{j\omega t} \qquad 2.10$$

Donde $\boldsymbol{\alpha = \pi/r}$ es la frecuencia angular del armónico espacial fundamental y $\boldsymbol{\omega = 2\pi f}$ es la frecuencia angular de la variación sinusoidal con el tiempo, $\boldsymbol{r}$ es el tamaño de la placa o lámina en la dirección $\boldsymbol{x}$ en metros, y $\boldsymbol{f}$ es la frecuencia alternante como función del tiempo en segundos. El coeficiente de Fourier $\boldsymbol{b_k}$ se incluye para tener la distribución requerida sobre la longitud $\boldsymbol{r}$. La primera y segunda capa tienen espesores finitos, $\boldsymbol{v_1}$ y $\boldsymbol{v_2}$ en metros, en cambio para la tercera capa se asume un espesor muy grande $\boldsymbol{(v_3 \to \infty)}$. Esta última capa tiende a infinito en la dirección $\boldsymbol{x}$ y en la dirección $\boldsymbol{y}$ perpendicular al plano de la Figura 18, la intensidad de campo no varía en la dirección $\boldsymbol{y}$.

Figura 18. *Modelo de tres capas utilizado para el cálculo.[11]*



En primer lugar, las pérdidas por corrientes Eddy se determinan para la sección, de longitud $\boldsymbol{r/2}$ en dirección $\boldsymbol{x}$ y de longitud unitaria en dirección $\boldsymbol{y}$, de las capas de tamaño infinito *(debido a la simetría puede calcularse para medio ciclo de la curva de intensidad de campo)*. A partir de lo anterior se calculan las pérdidas de la lámina de longitud $\boldsymbol{s}$ en dirección $\boldsymbol{y}$, multiplicando por el factor $\boldsymbol{k_s}$. Las pérdidas producidas en la sección $\boldsymbol{r * s}$ de la segunda capa son consideradas como las pérdidas de la placa mostrada en la Figura 18. Básicamente se deben hacer las siguientes aproximaciones:[11]

I. La intensidad de campo desarrollada en la superficie de la primera capa en el plano $\boldsymbol{z = 0}$ y caracterizada por la ecuación 2.10 no se afecta por las corrientes Eddy que se producen en la lámina.

II. Para simplificar el cálculo, se supone que solo cambia la amplitud de las componentes armónicas de intensidad de campo en la dirección $\boldsymbol{z}$, mientras que la longitud de onda y fase no varían. Esta aproximación es válida si el espesor de la primera capa es $\boldsymbol{v_1 < 0{,}25r}$.

III. La permeabilidad de la lámina de acero se considera constante (independiente de la intensidad de campo).

IV. No se consideran pérdidas por histéresis en la lámina de acero.

Para el caso en análisis se tienen las siguientes ecuaciones de Maxwell validas para campos casi estacionarios:

$$\Delta H = \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} \tag{2.11}$$

$$\nabla . H = 0 \tag{2.12}$$

Según el modelo planteado en la Figura 18, $\boldsymbol{H}$ tiene componentes en la dirección $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{z}$ por esta razón $\boldsymbol{H_y = 0}$. De esto se deduce que los componentes de densidad de corriente son $\boldsymbol{j_x = j_z = 0}$. Además se supone que las tres capas tienen conductividad finita.

Con las aproximaciones realizadas anteriormente se puede comprobar que las ecuaciones diferenciales 2.11 y 2.12 se satisfacen para todas las capas por la solución:[11]

$$H_{zl} = H_m \sum_{k=1}^{n} f_k(x) g_{lk}(z) e^{j\omega t} \tag{2.13}$$

Y para la dirección $\boldsymbol{x}$

$$H_{xl} = H_m \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k\alpha)^2} f_k^{'}(x) g_{lk}^{'}(z) e^{j\omega t} \tag{2.14}$$

Donde:

$$f_k(x) = b_k \, sen \, k\alpha x \tag{2.15}$$

$$g_{lk}(z) = c_{lk1} e^{P_{lk} . z} + c_{lk2} e^{-P_{lk} . z} \tag{2.16}$$

$$P_{lk} = \sqrt{(k\alpha)^2 + j\omega\mu_l\sigma_l} \tag{2.17}$$

El subíndice $\boldsymbol{l}$ se refiere a las capas o sea $\boldsymbol{l} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}$. La densidad de corriente se obtiene a partir de la ecuación 2.8:

$$J_{yl} = \nabla \times H = \frac{\partial H_{xl}}{\partial z} - \frac{\partial H_{zl}}{\partial x} \qquad 2.18$$

Realizando las derivadas parciales de las funciones $\boldsymbol{H_{zl}}$ y $\boldsymbol{H_{xl}}$ (Ecuaciones 2.13 y 2.14 respectivamente), se obtiene la densidad de corriente en dirección $\boldsymbol{y}$:

$$J_{yl} = j\omega\mu_l\sigma_l H_m \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k\alpha)^2} f_k^{'}(x) g_{lk}(z) e^{j\omega t} \qquad 2.19$$

Las pérdidas en la placa con coordenadas $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})$ y con longitud unitaria en la dirección $\boldsymbol{y}$, se calculan de la siguiente ecuación:

$$dP_l(x,z) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_l}\left|J_{yl}(x,z)\right|^2 dxdz \qquad 2.20$$

El factor ½ se debe a que $\boldsymbol{J_{yl}(x,z)}$ es el valor pico de corriente. Las pérdidas de la placa de dimensión $\boldsymbol{r}$ en dirección $\boldsymbol{x}$ y de longitud unitaria en dirección $\boldsymbol{y}$ se obtienen por integración de la ecuación 2.20:[11]

$$P_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_1}\int_0^{v_1}\int_0^{r}\left|J_{y1}(x,z)\right|^2 dxdz \qquad 2.21$$

$$P_2 = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_2}\int_{v_1}^{v_1+v_2}\int_0^{r}\left|J_{y2}(x,z)\right|^2 dxdz \qquad 2.22$$

$$P_3 = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_3}\int_{v_1+v_2}^{\infty}\int_0^{r}\left|J_{y3}(x,z)\right|^2 dxdz \qquad 2.23$$

El valor aproximado de pérdidas para la placa de longitud $\boldsymbol{s}$ en la dirección $\boldsymbol{y}$ se obtiene multiplicando las pérdidas anteriormente calculadas, por el factor:

$$k_s = s\frac{1}{\left(\frac{r}{s}\right)^2 + 1} \tag{2.24}$$

Por lo tanto:

$$P_{sl} = P_l k_s \tag{2.25}$$

Las constantes de integración $\boldsymbol{c_{lk1}}$ y $\boldsymbol{c_{lk2}}$ se determinan a partir de las siguientes condiciones de frontera:

(a) Si $\boldsymbol{z = 0}$, entonces $\boldsymbol{H_{z1} = H_{z0}}$, es decir que el valor de la primera y segunda constante de la capa 1 es:

$$c_{1k1} + c_{1k2} = 1 \tag{2.26}$$

(b) Si $\boldsymbol{z \to \infty}$, entonces $\boldsymbol{H_{z3} \to 0}$, por lo tanto la tercera constante de la capa 1 es:

$$c_{3k1} = 0 \tag{2.27}$$

(c) En la frontera de la capa no cambia la densidad de flujo en dirección $\boldsymbol{z}$, ni la intensidad de campo en dirección $\boldsymbol{x}$. En consecuencia cuando $\boldsymbol{z = v_1}$ las condiciones de frontera entre la capa 1 y 2, serán:

$$\mu_1 H_{z1} = \mu_2 H_{z2}$$

$$H_{x1} = H_{x2}$$

Reemplazando las ecuaciones 2.13, 2.14 y 2.16:

$$\mu_1(c_{1k1}e^{P_{1k}.v_1} + c_{1k2}e^{-P_{1k}.v_1}) = \mu_2(c_{2k1}e^{P_{2k}.v_1} + c_{2k2}e^{-P_{2k}.v_1}) \tag{2.28}$$

$$P_1(c_{1k1}e^{P_{1k}.v_1} - c_{1k2}e^{-P_{1k}.v_1}) = P_2(c_{2k1}e^{P_{2k}.v_1} - c_{2k2}e^{-P_{2k}.v_1}) \tag{2.29}$$

Entre las capas 2 y 3, las condiciones de frontera con $\boldsymbol{z = v_1 + v_2}$:

$$\mu_2 H_{z2} = \mu_3 H_{z3}$$

$$H_{x2} = H_{x3}$$

Al reemplazar las funciones de intensidad de campo, en la ecuación anterior:

$$\mu_2(c_{2k1}e^{P_{2k}.(v_1+v_2)} + c_{2k2}e^{-P_{2k}.(v_1+v_2)}) = \mu_3 c_{3k2}e^{-P_{3k}.(v_1+v_2)} \quad 2.30$$

$$P_2(c_{2k1}e^{P_{2k}.(v_1+v_2)} - c_{2k2}e^{-P_{2k}.(v_1+v_2)}) = -P_3 c_{3k2}e^{-P_{3k}.(v_1+v_2)} \quad 2.31$$

Resolviendo las ecuaciones diferenciales definidas por las condiciones de frontera, se encuentran las constantes $\boldsymbol{C_{1k1}}$, $\boldsymbol{C_{1k2}}$, $\boldsymbol{C_{2k1}}$, $\boldsymbol{C_{2k2}}$, y $\boldsymbol{C_{3k2}}$.

Las ecuaciones deducidas anteriormente se refieren a un caso general de tres capas, donde alguna de estas tiene conductividad finita. En el caso del transformador se tiene la siguiente composición de capas:

- *Capa 1: aceite dieléctrico (material aislante).*
- *Capa 2: pared del tanque (material metálico).*
- *Capa 3: aire (material aislante).*

Las capas 1 y 3 están compuestas de materiales no conductores, por lo tanto no se tienen en cuenta para el cálculo de las pérdidas en el tanque. En consecuencia con lo afirmado anteriormente, para el cálculo de las pérdidas en el tanque, solo se considera la capa 2 y se utiliza la siguiente ecuación:

$$P_{s2} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_2}s\frac{1}{\left(\frac{r}{s}\right)^2 + 1}\int_0^{v_2}\int_0^{r}\left|J_{y2}(x,z)\right|^2 dxdz \quad 2.32$$

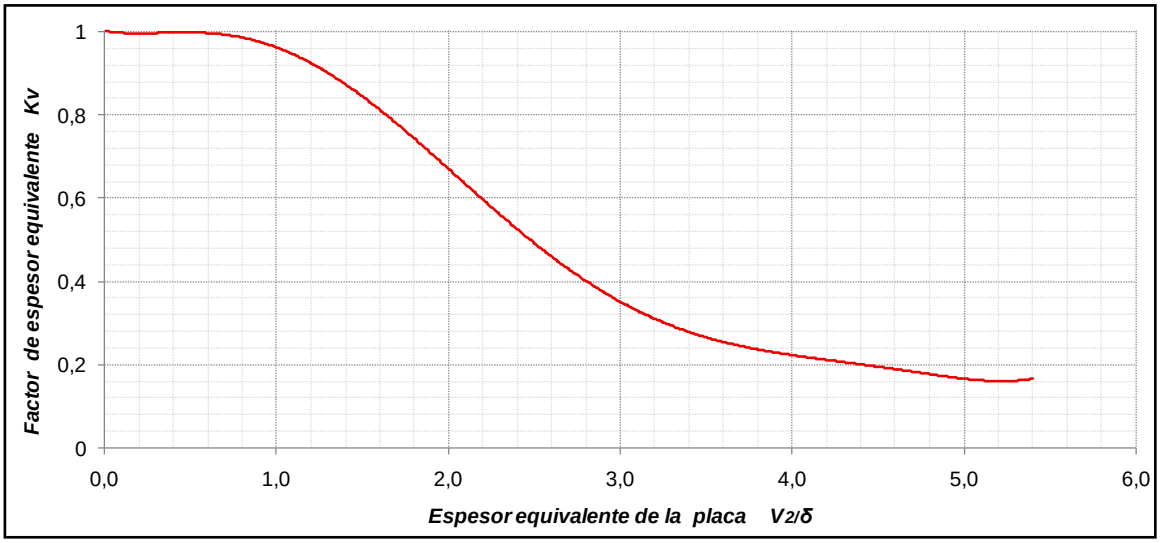
Si la intensidad de campo varía espacialmente y de forma sinusoidal sobre la superficie de la placa, entonces se representa con la ecuación 2.33.Con esta función de campo magnético se determina la densidad de corriente $\boldsymbol{J_{y2}}$, de acuerdo a lo explicado anteriormente.

$$H_{z0} = H_m sen\,(\alpha x)e^{j\omega t} \quad 2.33$$

Luego de realizar la integración en la ecuación 2.32, las pérdidas en la capa 2 (*pared del tanque*) serán:

$$P_{s2} = \sigma_2 f^2(\mu_2 H_m)^2 r^3 s\frac{1}{1+\left(\frac{r}{s}\right)^2}k_v v_2 \ \text{[W]} \quad 2.34$$

Figura 19. *Factor k_v para determinar el espesor equivalente de la placa.[11]*



Donde el valor del factor k_v es representado en la Figura 19 como una función de la relación entre el espesor v_2 y la profundidad de penetración ($\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$). El producto $k_v v_2$ puede considerarse como el espesor equivalente de la placa. La ecuación 2.34 siempre se puede llevar a la ecuación 2.35, cualquiera que sea la distribución espacial de la intensidad del campo H_m, se debe multiplicar por un factor k_H dependiendo de la distribución de intensidad de campo. De esta manera:

$$P_{s2} = \sigma_2 f^2 (\mu_2 k_H H_m)^2 r^3 s \frac{1}{1+\left(\frac{r}{s}\right)^2} k_v v_2 \ \text{[W]} \qquad 2.35$$

2.2.2 Método de Impedancia superficial.

La formulación de este método se realiza a partir del *teorema de Poynting* el cual expresa la ley de conservación de la energía aplicada a los campos electromagnéticos. Establece que la disminución de energía electromagnética en una región se debe a la disipación de potencia en forma de calor (por efecto Joule) y al flujo hacia el exterior del vector de Poynting.[4]

El vector de Poynting puede definirse como el producto vectorial del campo eléctrico y el campo magnético, donde su módulo representa la intensidad instantánea de energía electromagnética que fluye a través de una unidad de área superficial perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Este vector tiene la misma dirección de propagación de la onda electromagnética.

$$\vec{P} = \vec{E} \, X \, \vec{H} \tag{2.36}$$

En la superficie de buenos conductores la componente tangencial del campo eléctrico $\boldsymbol{E_T}$ es aproximadamente proporcional a la componente tangencial del campo magnético $\boldsymbol{H_T}$ y por lo tanto la impedancia superficial de la placa metálica queda definida como:[15]

$$\eta = \frac{E_T}{H_T} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} \tag{2.37}$$

La impedancia superficial $\boldsymbol{\eta}$, se compone de una parte real $\boldsymbol{R}$ e imaginaria $\boldsymbol{X}$ como se muestra a continuación,

$$\eta = R + jX = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = 1\angle 45° \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \tag{2.38}$$

La parte real de la impedancia, denominada resistencia de superficie, está dada por:

$$R = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \tag{2.39}$$

Después del cálculo del valor **rms** de la componente tangencial de la intensidad de campo magnético $\mathbf{H_{rms}}$ en la superficie del tanque o de algún otro componente estructural; las pérdidas específicas por unidad de área pueden ser calculadas por la expresión[4]:

$$P = RH_{rms}^2 = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} H_{rms}^2 \tag{2.40}$$

Donde las pérdidas en la pared del tanque del transformador se encuentran mediante la integración de las pérdidas especificas sobre la superficie del tanque [4]. La ecuación 2.38 no considera el fenómeno de histéresis y la no-linealidad de los materiales magnéticos. Para tener en cuenta un resultado más aproximado a la realidad y simplificar la formulación analítica, se asume el coeficiente de linealidad $\boldsymbol{a_l}$, con el cual se consideran las características no-lineales. En la Tabla 2 se muestran los valores para el coeficiente $\boldsymbol{a_l}$.

Para el cálculo total de las pérdidas ocasionadas por el flujo de dispersión en la pared del tanque del transformador teniendo en cuenta las características no-lineales, con el coeficiente de linealidad, la expresión está dada por:

$$P = a_l \iint_S \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} H_{rms}^2 \ ds \ \text{[W]} \qquad 2.41$$

2.2.3 Método de Vogel – Adolphson.

Este método se basa en los estudios realizados por Rosenberg [12] para calcular la profundidad de penetración y las pérdidas producidas en el tanque del transformador debido a las corrientes Eddy generadas por los flujos de dispersión.

Como la densidad de flujo disperso incidente en el tanque, no se puede determinar fácilmente debido al comportamiento del flujo magnético en un material solido de alta permeabilidad, se deben realizar los siguientes supuestos:[12]

- La densidad de flujo es uniforme desde la superficie hasta una cierta profundidad, luego disminuye rápidamente a cero.

- La magnitud de la fuerza de magnetización es lo suficientemente considerable como para saturar el material magnético en la superficie.

La profundidad de penetración obtenida por Rosenberg:[12]

$$\delta = 5.650 \sqrt{\frac{\rho N}{f B}} \qquad 2.42$$

Donde:
$\boldsymbol{\delta}$: Profundidad de penetración [cm].
$\boldsymbol{\rho}$: Resistividad específica [Ω.cm].
$\boldsymbol{N}$: Amperios – vuelta por cm a lo largo de la superficie del material.
$\boldsymbol{f}$: Frecuencia [Hz].
$\boldsymbol{B}$: Densidad de flujo [Gauss].

La formulación de este método se realiza mediante estudios experimentales, por esta razón el cálculo de pérdidas, es posible si se conoce la profundidad de penetración, amperios – vuelta y frecuencia. Teniendo estos valores se puede determinar la densidad de flujo, a partir de la ecuación 2.42 y la potencia disipada en el material magnético, mediante la siguiente ecuación:

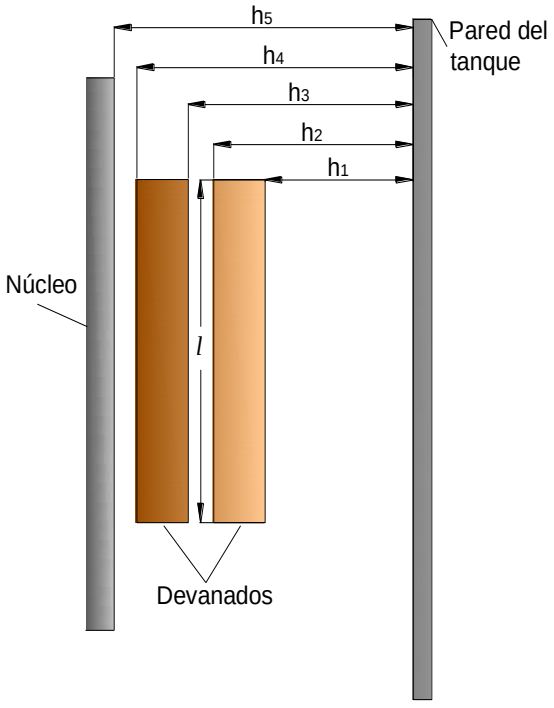
$$P = 1.19 * 10^{-4}\sqrt{\rho f N^3 B} \ \ [\mathrm{W/cm^2}] \qquad 2.43$$

Esta ecuación de pérdidas no considera el espesor de la pared del tanque.

2.3 MÉTODO PARA CÁLCULO DE LA INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO INCIDENTE EN EL TANQUE

El problema para determinar las pérdidas por flujos de dispersión de las cabezas de bobina, radica en el cálculo del campo magnético en la pared del tanque del transformador. La mayoría del flujo de dispersión producido por las cabezas de bobina, ingresa al tanque con un ángulo de 90 grados aproximadamente por esta razón en este cálculo se desprecia la componente axial del flujo que afecta principalmente al núcleo.

Figura 20. *Corte transversal de los devanados.[16]*



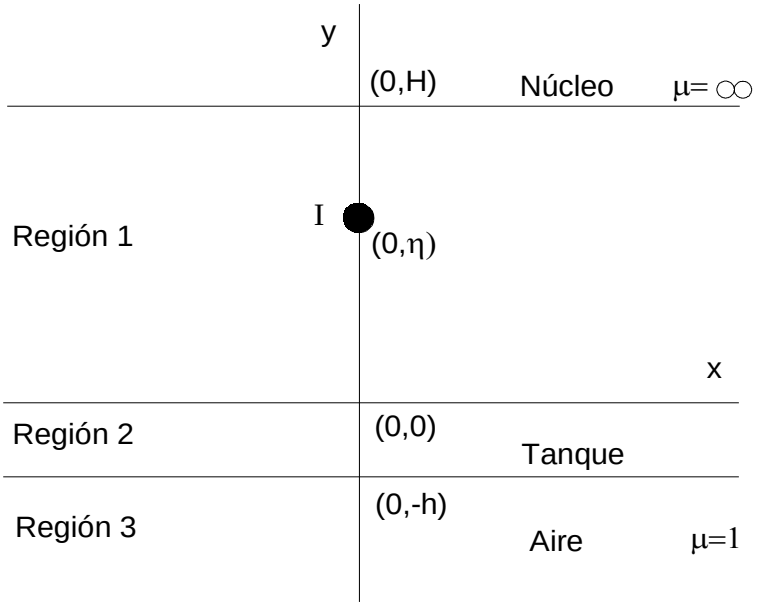
En la Figura 20 se muestra el modelo en dos dimensiones utilizado para el cálculo de ***H***, en el cual se asume una distribución longitudinal y uniforme de la fuerza magnetomotriz de los devanados. Antes de realizar el planteamiento teórico, se muestran los siguientes símbolos de las variables utilizadas:

Tabla 3. *Variables utilizadas en el cálculo de* ***H****.*

Símbolo	*Variable*	*Unidad*
μ_r	***Permeabilidad del tanque***	***H/m***
μ_0	***Permeabilidad del vacio***	***H/m***
l	***Altura devanado***	***m***
NI	***Amperios-vuelta***	***A-v***
h_1, h_2, h_3, h_4	***Distancias entre devanados y tanque***	***m***
h_5	***Distancias entre núcleo y tanque***	
ω	***Frecuencia angular***	***rad/s***
ρ	***Resistividad del tanque***	***Ω.m***
L	***Altura del tanque***	***m***
r	***L/2***	***m***
s	***Ancho devanado***	***m***

A continuación se realiza el cálculo de ***H*** para devanados de distribución uniforme, donde se trabaja la solución del problema en dos dimensiones con una aproximación razonable ignorando la curvatura. Con el fin de calcular el flujo en el tanque, se plantea el problema básico de una corriente sinusoidal que fluye paralelo al núcleo y al tanque en un conductor de área transversal pequeña, como se muestra en la Figura 21.[16]

Figura 21. *Representación del problema básico.[16]*



Debido a la frecuencia del fenómeno se puede despreciar las corrientes de desplazamiento y se trabaja con las siguientes ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \; ; \; \nabla \times H = J \; ; \; B = \mu_r \mu_o H \tag{2.44}$$

De modo que:

$$\nabla^2 E = \mu_r \mu_o \frac{\partial J}{\partial t} \tag{2.45}$$

Por lo tanto, para corrientes sinusoidales, en la región $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{H}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_1}{\partial y^2} &= j\omega\mu_0 I\delta(x)\delta(y-\eta) \\ &= \beta^2 I\delta(x)\delta(y-\eta) \end{aligned} \tag{2.46}$$

Donde $\boldsymbol{\beta^2 = j\omega\mu_0}$ y $\boldsymbol{\delta}$ es la función delta de Dirac; y en la región $-\boldsymbol{h} \leq \boldsymbol{y} \leq \mathbf{0}$, se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_2}{\partial y^2} = \frac{j\omega\mu\mu_0 E_2}{\rho} \tag{2.47}$$

$$\text{ó} \qquad \frac{\partial^2 E_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_2}{\partial y'^2} = \alpha^2 E_2 \; ; \; 0 \leq y' \leq h \tag{2.48}$$

En el cual $\boldsymbol{\alpha^2 = \frac{j\omega\mu_r\mu_o}{\rho}}$; $\boldsymbol{y' = -y}$

Como:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu_r \mu_o \frac{\partial H}{\partial t} \tag{2.49}$$

Debido a la suposición de que la permeabilidad del núcleo es infinita y $\boldsymbol{H_x = 0}$ en el tanque, entonces las condiciones de frontera en $\boldsymbol{y = H}$, $\boldsymbol{y' = h}$ son:

$$y = H \, , \qquad \frac{\partial E}{\partial y} = 0 \tag{2.50}$$

$$y = -h\,, (y^{'} = h), \frac{\partial E}{\partial y} = 0 = -\frac{\partial E}{\partial y'} \qquad 2.51$$

La intensidad de campo eléctrico ***E*** es continua en $\boldsymbol{y = 0}$, o sea $\boldsymbol{E_1 = E_2}$. Además, la fuerza de magnetización ***H*** tangencial es continua en $\boldsymbol{y = 0}$, consecuentemente

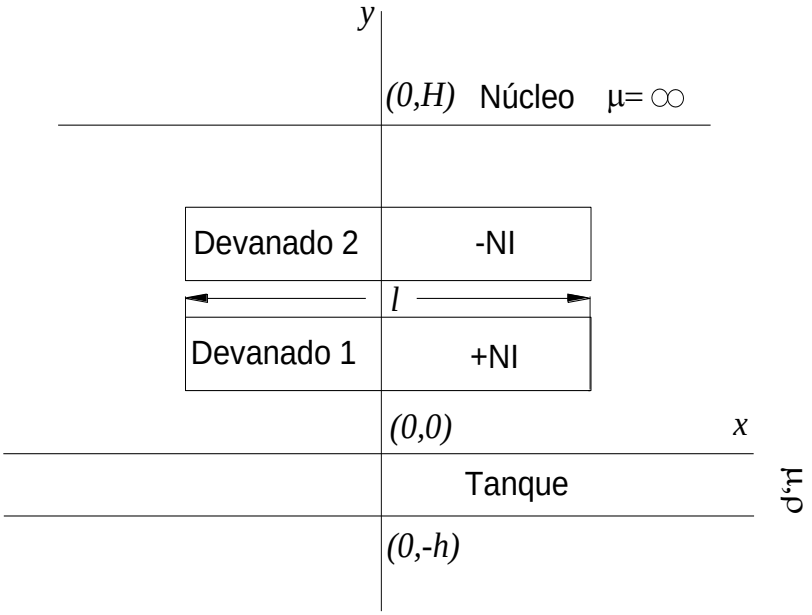
$$\frac{\partial E_1}{\partial y} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial E_2}{\partial y} = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial E_2}{\partial y'}\ (y^{'} = -y) \qquad 2.52$$

Y como la densidad de flujo normal es continua, se tiene que, en $\boldsymbol{y = 0}$,

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = \frac{\partial E_2}{\partial x} \qquad 2.53$$

Para resolver las ecuaciones 2.46 a 2.48 se utiliza la transformada de Fourier con la que se obtiene una solución integral al problema. Como el problema básico de la Figura 21, solo considera un conductor, entonces se plantea el modelo de la Figura 22 para devanados **BT-AT** ó **AT-BT** con distribución uniforme, que incluye a todo el devanado y el efecto completo de los *amperios – vuelta* de cada bobina.

Figura 22. *Representación planteada para el cálculo del flujo magnético ϕ producido por dos devanados con distribución uniforme.[16]*



Según lo mostrado en la Figura 22, en lugar de la ecuación 2.46 se tiene:

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_1}{\partial y^2}=\beta^2 I\delta(y-\eta)\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\delta(x-kl) \qquad 2.54$$

Mientras que la ecuación 2.47 se mantiene sin cambios. Estas dos ecuaciones se pueden resolver de la misma manera que 2.46 y 2.47 , salvo que se toma la transformada de coseno definida con respecto a $\boldsymbol{x}$ en el rango $(\boldsymbol{0},\boldsymbol{l})$. Esto produce

$$E_2=-\frac{2\mu_r\beta^2 I}{l}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{cosh\, a_s(h_5-\eta)\, cosh\{(h+y)\sqrt{{a_s}^2+\alpha^2}\}\, cos(a_s x)}{\Delta_s}\right) \qquad 2.55$$

Donde:

$$a_s=(2s+1)\pi/l \qquad 2.56$$

Y la función $\boldsymbol{\Delta_s}$ se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\Delta_s=\sqrt{({a_s}^2+\alpha^2)}\, senh\left(h\sqrt{({a_s}^2+\alpha^2)}\right)cosh(a_s h_5)\\ +\mu_r a_s senh(a_s h_5)cosh\left(h\sqrt{({a_s}^2+\alpha^2)}\right)\end{aligned} \qquad 2.57$$

Ya que se tiene la configuración con dos devanados de la Figura 22, entonces la densidad de corriente se define en los siguientes intervalos para las coordenadas $(\xi,\eta)=(x,y)$;

$$J(\xi,\eta)=\begin{cases}\dfrac{NI}{2l(h_2-h_1)}\ ; -l/2\le\xi\le l/2, h_1\le\eta\le h_2\\ \dfrac{-NI}{2l(h_4-h_3)}\ ;\ -l/2\le\xi\le l/2, h_3\le\eta\le h_4\end{cases} \qquad 2.58$$

La intensidad de campo eléctrico $\boldsymbol{E_2}$, será:

$$E_2=-\frac{\mu_r\beta^2 NI}{l^2(h_4-h_3)}\sum_{s=0}^{\infty}cosh\{(h+y)\sqrt{{a_s}^2+\alpha^2}\} \qquad 2.59$$

$$\int_{-l/2}^{l/2}\int_{h_3}^{h_4} cosh\, a_s(h_5-\eta)\, cos\, a_s(x-\xi)d\xi d\eta$$

$$-\frac{\mu_r\beta^2 NI}{l^2(h_2-h_1)}\sum_{s=0}^{\infty} cosh\{(h+y)\sqrt{{a_s}^2+\alpha^2}\}$$

$$\int_{-l/2}^{l/2}\int_{h_1}^{h_2} cosh\, a_s(h_1-\eta)\, cos\, a_s(x-\xi)d\xi d\eta$$

$$=\frac{2\mu_r\beta^2 NI}{l^2}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{{a_s}^2\Delta_s} cosh\{(h+y)\sqrt{{a_s}^2+\alpha^2}\}\, cosh(a_s x)$$

$$\left(\frac{senh\, a_s(h_5-h_3)-senh\, a_s(h_5-h_4)}{h_4-h_3}\right.$$

$$\left.-\frac{senh\, a_s(h_5-h_1)-senh\, a_s(h_5-h_2)}{h_2-h_1}\right)$$

Con el fin de calcular la intensidad de campo ***H***, se puede determinar el flujo partiendo de lo siguiente *(los valores de corriente **I** e intensidad de campo **E** son **rms**)*:

$$\nabla\, X\, E=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad 2.60$$

La densidad de flujo normal al tanque será:

$$B_y\Big|_{\,y=-h}=\frac{1}{j\omega}\frac{\partial E_2}{\partial x}\Big|_{\,y=-h} \qquad 2.61$$

El flujo $\boldsymbol{\phi}$ en el tanque *(por metro en dirección **Z**)*, para devanados no uniformes es,

$$\phi_l=\int_{\infty}^{x}(B_y\Big|_{\,y=-h})\,dx=\frac{1}{j\omega}E_2\Big|_{\,y=-h} \qquad 2.62$$

Y para devanados uniformes,

$$\phi_l = \int_{l/2}^{x} (B_y \Big|_{y=-h}) \, dx = \frac{1}{j\omega} E_2 \Big|_{y=-h} \qquad 2.63$$

Por lo tanto, para un transformador de dos devanados con distribución uniforme, el flujo por unidad de longitud ***Wb/m*** será:

$$\phi_l = \frac{2\mu_r \mu_o NI}{l^2} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{{a_s}^2} \frac{cos\, a_s x}{\Delta_s} \left(\frac{senh\, a_s(h_5 - h_3) - senh\, a_s(h_5 - h_4)}{h_4 - h_3} - \frac{senh\, a_s(h_5 - h_1) - senh\, a_s(h_5 - h_2)}{h_2 - h_1} \right) [\mathrm{Wb/m}] \qquad 2.64$$

Esta serie es rápidamente convergente, y se encontró que por lo general es suficiente con los primeros *cinco términos*.

A partir del flujo por unidad de longitud, se calcula el flujo en ***Weber*** multiplicando a $\boldsymbol{\phi_l}$ por la altura del tanque ***L***:

$$\phi = \ \phi_l * L \, [Wb] \qquad 2.65$$

Para tener la densidad de flujo se divide $\boldsymbol{\phi}$ entre el área ***A = l * s***, equivalente al área frontal del devanado, ya que en esta zona se presenta la mayor incidencia del flujo disperso produciendo la disipación de energía.

$$B = \frac{\phi}{A} \ [T] \qquad 2.66$$

La intensidad de campo magnético hacia el tanque en valor pico,

$$H_{pico} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \ [A/m] \qquad 2.67$$

2.4 MÉTODOS PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN EL TANQUE OCASIONADAS POR CONDUCTORES DE SALIDA CON ALTAS CORRIENTES

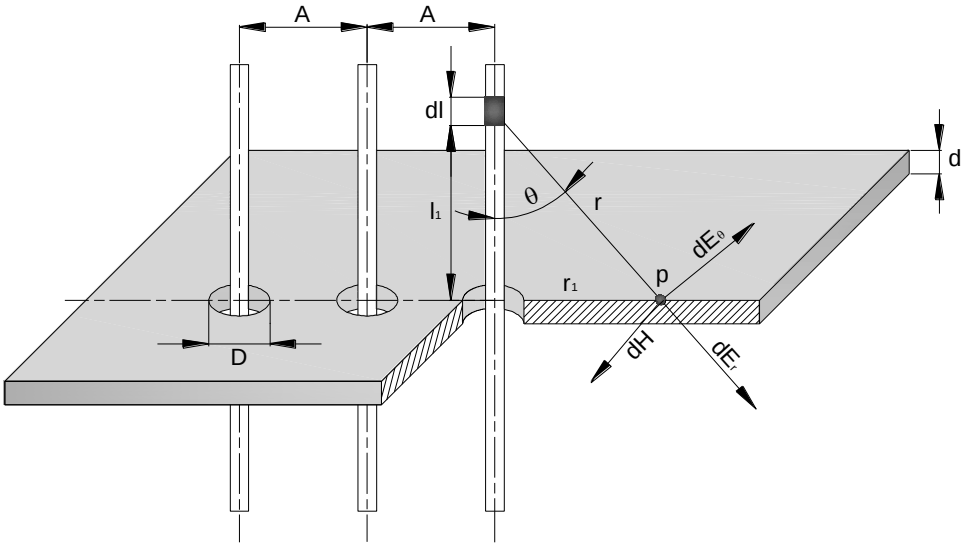
Esta sección presenta tres fórmulas para determinar las pérdidas en el tanque debido a las altas corrientes de los conductores de salida. Cada fórmula tiene características particulares. Por ejemplo, hay dos fórmulas que tienen deducción matemática e incluyen la profundidad de penetración, mientras que la otra no considera ese parámetro y es empírica. Estas fórmulas son conocidas como *Turowski*, *Del Vecchio* y *Karsai*.

2.4.1 Método de Turowski.

Este método de cálculo de pérdidas provocadas por altas corrientes que circulan en conductores de salida por el lado de baja tensión, se enfoca en el *teorema de Poynting* y la *ley de Biot – Savart*. En la Figura 23 se plantea el modelo de una placa atravesada por tres conductores portadores de corriente, donde ***D*** es el diámetro del agujero del buje; ***A*** es la distancia entre los ejes de los agujeros del buje, L_1 es la longitud del conductor desde la placa al elemento conductor ***dl***; ***r*** es la distancia desde ***dl*** a ***P***; ***dE*** y ***dH*** son las componentes del campo eléctrico y magnético, respectivamente, de las contribuciones del elemento ***dl*** al punto ***P***.[17]

En esta formulación, la intensidad de campo instantáneo en cualquier punto de la superficie de la placa se calcula como una suma vectorial de la intensidad del campo debido a todas las corrientes que fluyen a través de los tres conductores.

Figura 23. *Modelo utilizado para el cálculo de pérdidas.[17]*



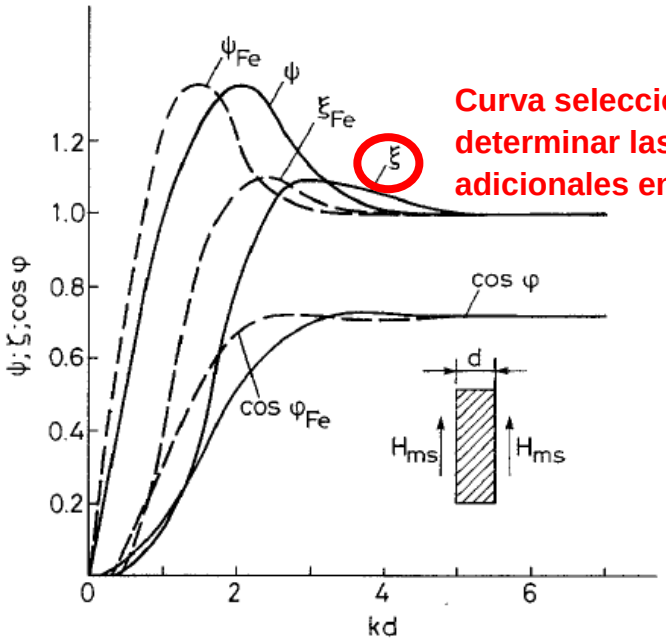
La potencia activa disipada en una placa metálica de superficie ***S***, en términos de las componentes del campo magnético está dada por:

$$P = \zeta \frac{a_l}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \iint_S \sqrt{\mu_r(x,y)}\ |H(x,y)|^{2x_p}\ dxdy \quad [\text{W}] \qquad 2.68$$

Donde:

ζ: Es el coeficiente de apantallamiento del campo incidente en la pared del tanque, determinado de la Figura 24.
a_l: Coeficiente de linealidad definido en la Tabla 2.
ω: Es la frecuencia angular [rad/seg].
μ_0: Permeabilidad del vacío $4\pi * 10^{-7}$ [H/m].
μ_r: Permeabilidad del material [H/m].
σ: Conductividad [S/m].
H: Intensidad de campo magnético [A/m].

Figura 24. *Coeficientes de apantallamiento para potencia activa* ***ζ*** *y reactiva* ***ψ****.[17]*



La ecuación 2.68 es para una placa cuyo espesor es considerablemente mayor que la profundidad de penetración, por lo que se considera que esta es penetrada por el campo en ambas superficies. Consecuentemente, para una placa muy gruesa, las pérdidas dadas en 2.68 deberán ser multiplicadas por un factor de dos para obtener el total de pérdidas en la placa.[17]

Puesto que la intensidad de campo magnético ***H***, es la responsable de las pérdidas y el calentamiento de la superficie metálica, su cálculo es el elemento principal de este análisis. Actualmente, hay métodos computacionales para el cálculo del campo ***H***, como elementos finitos (FEM), diferencias finitas (FDM), elementos de frontera (BEM) y el de redes de reluctancias (RNM). Estos métodos son los más populares. Cada método tiene sus ventajas y desventajas específicas.[17]

Turowski utilizó el método de redes de reluctancias para calcular la intensidad de campo ***H***, y posteriormente recurrió a un método de análisis numérico llamado la *regla de Simpson*, para desarrollar la integral de la ecuación 2.68 [17].

La *regla* o *método de Simpson* (nombrada así en honor de *Thomas Simpson*), es un método de integración numérica que se utiliza para obtener la aproximación de una integral definida en un intervalo ***[a,b]***, por medio de un polinomio de segundo grado [18]. Este método de integración numérica, demostró resultados apropiados con las condiciones físicas de la *ley de Biot-Savart*, además es fácil de usar en medianas computadoras y posee flexibilidad por sus costos mínimos en tiempo y esfuerzo.

Luego de la integración numérica de la ecuación 2.68 con la ayuda del *método de Simpson*, algunas simplificaciones y aproximaciones, se obtiene una formula útil y técnicamente satisfactoria para calcular las pérdidas adicionales en el tanque de acero de un transformador, esta fórmula es:

$$P \approx m * 5.5 * 10^{-3} IA \left(1 + 0.0112 \frac{I}{D}\right) \text{ [W]} \qquad 2.69$$

Donde:

$\boldsymbol{I}$: Corriente que fluye por los conductores que atraviesan el tanque [A].
$\boldsymbol{A}$: Distancia entre los ejes de los agujeros del buje [m].
$\boldsymbol{D}$: Diámetro del agujero del buje [m].

En [8] se definen los valores de ***m***, como: ***m = 1*** para transformadores monofásicos y ***m =*** $\sqrt{3}$ para trifásicos. Además, se establece que la fórmula 2.69 es válida cuando la relación entre la corriente $\boldsymbol{I}$ y la distancia entre los ejes de los agujeros del buje ***A***, es $\boldsymbol{I/A > 15\ A/cm}$ para transformadores monofásicos e $\boldsymbol{I/A > 28\ A/cm}$ para trifásicos.

La ecuación 2.69 se utilizó en [9] para un tipo de transformador en especial con permeabilidad y conductividad propias. En caso de calcular las pérdidas para una permeabilidad y conductividad diferente, se utilizan las formulas 2.70 y 2.71 aunque no involucran el espesor de la placa, pero si tienen en cuenta la profundidad de penetración del material. Por lo anterior las pérdidas en ***W*** para transformadores serán:

Trifásicos:

$$P \approx 3.15 * 10^{-2} * I^2 \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{\sigma}} \left(0.74 + 6ln\frac{2A}{D}\right) \text{ [W]} \qquad 2.70$$

Monofásicos:

$$P \approx 3.5 * 10^{-2} * I^2 \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{\sigma}} ln\frac{2A}{D} \text{ [W]} \qquad 2.71$$

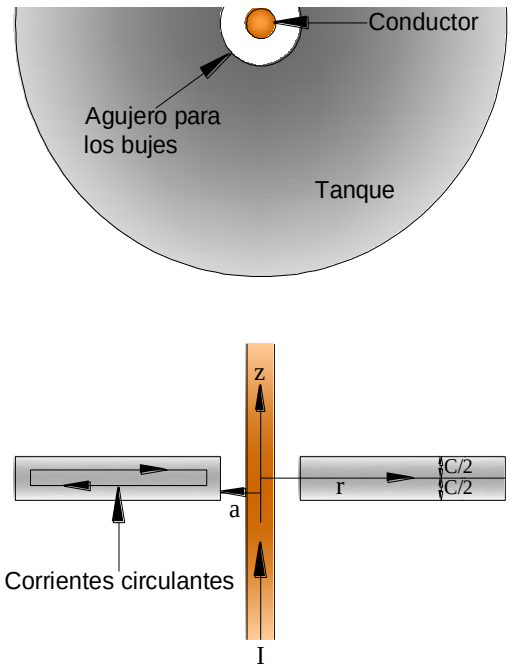
Donde:

$\boldsymbol{\omega}$: Es la frecuencia angular [rad/seg].
$\boldsymbol{I}$: Corriente que fluye por los conductores que atraviesan el tanque [A].
$\boldsymbol{\mu_0}$: Permeabilidad del vacío $\boldsymbol{4\pi * 10^{-7}}$ [H/m].
$\boldsymbol{\mu_r}$: Permeabilidad del material [H/m].
$\boldsymbol{\sigma}$: Conductividad [S/m].
$\boldsymbol{A}$: Distancia entre los ejes de los agujeros del buje [m].
$\boldsymbol{D}$: Diámetro del agujero del buje [m].

2.4.2 Método de Del Vecchio.

En este método se propone la geometría mostrada en la Figura 25, donde se supone que un conductor de longitud infinita con sección circular pasa perpendicularmente por el centro de un orificio circular de la pared del tanque. Además se puede asumir que la pared del tanque es un círculo de gran radio centrado en el orificio. Ya que la concentración de pérdidas se presenta cerca del agujero, la extensión radial real del tanque no es importante. Adicionalmente, la mayoría del campo magnético que genera corrientes Eddy en el tanque proviene de la parte del conductor cercana a este por lo tanto la extensión infinita del cable no afecta considerablemente el cálculo.[5]

Figura 25. *Geometría usada por Del Vecchio, para el cálculo de pérdidas en el tanque debido a bujes de baja tensión.[5]*



La geometría de la Figura 25 tiene simetría axial. Por lo tanto, se trabaja con las ecuaciones de Maxwell en un sistema de coordenadas cilíndricas *(r, Φ, z), donde se definen tres vectores unitarios* $\boldsymbol{a_r}$, $\boldsymbol{a_\varphi}$, $\boldsymbol{a_z}$. Se supone que la pared del tanque tiene permeabilidad $\boldsymbol{\mu}$ y conductividad $\boldsymbol{\sigma}$. Ahora si se combinan las ecuaciones de Maxwell con la ley de Ohm y suponiendo que $\mathbf{H}$ varía en el tiempo dentro del tanque, se tiene que:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{j\omega t} \qquad 2.72$$

$$\nabla^2\mathbf{H} = j\omega\mu\sigma\mathbf{H} \qquad 2.73$$

Donde **H** en la ecuación 2.73 es sólo una función de posición y **r** es un vector de posición en la ecuación 2.72, y **NO se debe confundir** con la coordenada *r* de las coordenadas cilíndricas.

Para llegar al modelo de la Figura 25, se debe tener en cuenta que el problema tiene simetría axial, entonces **H** no depende del ángulo acimutal $\boldsymbol{\varphi}$. También se considera que **H** sólo tiene componente en $\boldsymbol{\varphi}$. Y las corrientes Eddy que recorren cortas distancias en dirección $\boldsymbol{z}$ no contribuyen cuantiosamente a las pérdidas totales. Por lo tanto:

$$\mathbf{H}(r) = H_{\varphi}(r,z)\mathbf{a_{\varphi}} \tag{2.74}$$

En la cual $\boldsymbol{a_{\varphi}}$ es el vector unitario en la dirección acimutal. Reemplazando la ecuación 2.74 en 2.73, se desarrolla el *Laplaciano* ($\boldsymbol{\nabla^2}$) de la función de intensidad de campo $\boldsymbol{H_{\varphi}}$ en coordenadas cilíndricas, por tal razón se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial r}\right) - \frac{H_{\varphi}}{r^2} + \frac{\partial^2 H_{\varphi}}{\partial z^2} = j\omega\mu\sigma H_{\varphi} \tag{2.75}$$

Esta ecuación se resuelve sujeta a las siguientes condiciones de frontera:

$$H_{\varphi} = \frac{I}{2\pi a} \;\; en \quad r = a$$

$$H_{\varphi} = 0 \;\; en \quad r = \infty \tag{2.76}$$

$$H_{\varphi} = \frac{I}{2\pi r} \;\; en \quad z = \pm\frac{c}{2}$$

Donde:

$\boldsymbol{a}$: Es el radio del orificio del tanque [m].
$\boldsymbol{c}$: Es el espesor del tanque [m].
$\boldsymbol{I}$: Es la corriente por el conductor.
r: es el radio desde el eje del conductor portador de corriente.(Ver Figura 25)

Al encontrar la solución de la ecuación 2.76 , la densidad de corriente $\mathbf{J}$ queda definida como:

$$\mathbf{J} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{H} = -\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z}\mathbf{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rH_{\varphi}\right)\mathbf{k} \tag{2.77}$$

En la que $\mathbf{r}$ y $\mathbf{k}$ son los vectores unitarios en las direcciones $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{z}$ respectivamente. Para resolver la ecuación 2.75, se utiliza la técnica de separación de variables y se escribe:

$$H_{\varphi}(r,z) = R(r)Z(z) \tag{2.78}$$

Sustituyendo en 2.75 y dividiendo por ***RZ***, se obtiene

$$\frac{1}{R}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial R}{\partial r}\right)-\frac{R}{r^2}\right]+\frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}=j\omega\mu\sigma \qquad 2.79$$

Por lo tanto, se tienen dos términos por separado en función de ***r*** y ***z***, y cuya suma es una constante. Entonces, cada término puede ser separado e igualado a una constante siempre y cuando la suma de ambos sea ***jωμσ***:

$$\frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}=j\omega\mu\sigma \quad ,\frac{1}{R}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial R}{\partial r}\right)-\frac{R}{r^2}\right]=0 \qquad 2.80$$

Entonces $\boldsymbol{k^2}=\boldsymbol{j\omega\mu\sigma}$ de modo que:

$$k=\ (1+j)q\ \ ,q=\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \qquad 2.81$$

Se puede resolver la primera ecuación de la ecuación 2.80 como:

$$Z(z)=Z_0\,cosh(kz)=\ Z_0[cosh(qz)\,cos(qz)+jsenh(qz)\,sen(qz)] \qquad 2.82$$

Esta ecuación tiene en cuenta la simetría con respecto al plano ***z = 0***. La solución para la segunda ecuación en la ecuación 2.80 será:

$$R(r)=R_0\frac{1}{\mathrm{r}} \qquad 2.83$$

Por lo tanto, con las condiciones de frontera (ecuación 2.76), la solución completa a la ecuación 2.75 es

$$H_\varphi=\frac{I}{2\pi r}\left[\frac{cosh(qz)\,cos(qz)+jsenh(qz)\,sen(qz)}{cosh(qc/2)\,cos(qc/2)+jsenh(qc/2)\,sen(qc/2)}\right] \qquad 2.84$$

Esta no satisface exactamente la primera condición de frontera en la ecuación 2.76, excepto en el límite cuando la relación ***qc/2*** es pequeña.

Para la solución de las corrientes de Foucault (Ecuación 2.77), se tiene que las corrientes dirigidas hacia ***z*** son iguales a cero cuando se sustituye la ecuación 2.82. Se asume que las pérdidas en estos caminos cortos son despreciables. Al calcular el valor de las corrientes de Foucault en dirección de ***r***, se obtiene

$$J_r = \frac{Iq}{2\pi r}\left[\frac{senh(qz)\,cos(qz) - cosh(qz)\,sen(qz) + j[cosh(qz)\,sen(qz) + senh(qz)\,cos(qz)]}{cosh(qc/2)\,cos(qc/2) + jsenh(qc/2)\,sen(qc/2)}\right] \quad 2.85$$

y la densidad de pérdidas en función de la posición, asumiendo el valor ***rms*** para la corriente ***I*** que pasa por el conductor, es

$$\frac{|J_r|^2}{\sigma} = \frac{2}{\sigma}\left(\frac{Iq}{2\pi r}\right)^2\left[\frac{cosh(2qz) - cos(2qz)}{cos\,h(qc) + cos(qc)}\right] \quad 2.86$$

Este valor disminuye a razón de $\boldsymbol{1/r^2}$, por lo tanto aumenta cerca de la abertura. El total de pérdidas está dado por:

$$P = 2\pi \int_a^b \int_{-c/2}^{c/2} \frac{|J_r|^2}{\sigma} r\,dr\,dz \quad 2.87$$

Para realizar la integración se puede tomar la distancia entre agujeros de los bujes, como el valor del límite superior ***b***, porque con este radio se cubre el área de interés para el cálculo de pérdidas. De acuerdo a las anteriores recomendaciones e integrando la ecuación 2.87 en coordenadas cilíndricas, *Del Vecchio* obtuvo una fórmula sencilla para cálculo de pérdidas en ***W***:

$$P = \frac{I^2 q}{\pi\sigma}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\left[\frac{\text{senh}(qc) - \text{sen}(qc)}{\cosh(qc) + \cos(qc)}\right] \text{ [W]} \quad 2.88$$

2.4.3 Método de Karsai.

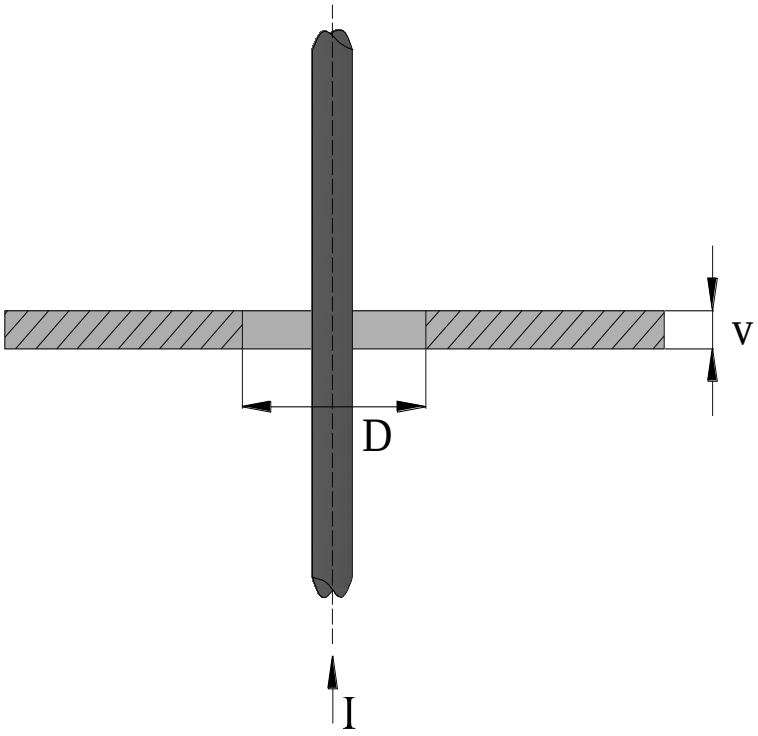
La fórmula de Karsai sirve para el cálculo de pérdidas del modelo simplificado mostrado en la Figura 26. Esta fórmula tiene en cuenta: diámetro del agujero de los bujes, densidad de corriente en el conductor y sólo es válida para acero magnético de conductividad $\boldsymbol{\sigma = 7x10^6\ S/m}$ y densidad de flujo magnético de saturación $\boldsymbol{B_{SAT} = 1.4\ T}$. Estos valores fijos eliminan la posibilidad de utilizar esta fórmula para evaluar otros materiales y también tiene el inconveniente de no considerar el grosor de la placa metálica. La ecuación dada en [11] para el cálculo de las pérdidas en ***W***:[11]

$$P = 405\left(0.7 - \sqrt{\frac{D}{2}}\right) I^{1.5} \text{ [W]} \qquad 2.89$$

Donde:

$\boldsymbol{D}$: Diámetro del agujero del buje [m].
$\boldsymbol{I}$: Corriente que fluye por el conductor que atraviesa el tanque [A].

Figura 26. *Geometría usada por Karsai, para el cálculo de pérdidas en el tanque debido a bujes de baja tensión.[11]*



2.5 MÉTODO PARA CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES EN LOS DEVANADOS

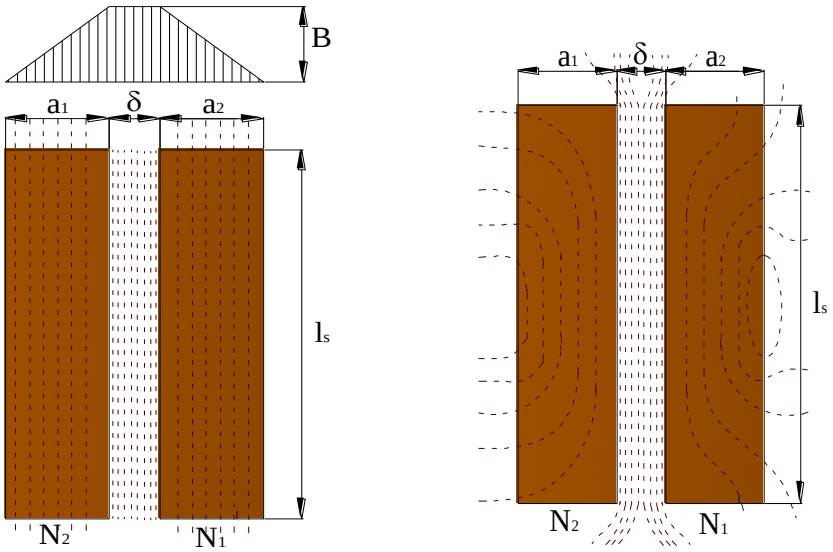
El valor de las pérdidas en los devanados debido a las corrientes Eddy, depende fundamentalmente de la magnitud de densidad de flujo magnético y de las dimensiones de los conductores del devanado.

A continuación se presenta una forma práctica para determinar las pérdidas adicionales en los devanados. Esta componente de pérdidas adicionales es difícil de calcular y no se puede medir directamente. En este caso se realiza un enfoque 2D, con el que se calcula rápidamente el campo magnético en el canal de dispersión y las respectivas pérdidas en los devanados.

2.5.1 Cálculo densidad de flujo en el canal de dispersión.

Para el cálculo de las pérdidas adicionales en los devanados, se plantea el modelo de la Figura 27(a), donde las lineas de flujo son totalmente paralelas al canal de dispersión; mientras que en condición real, las lineas del flujo en el canal tienen componente perpendicular a la direccion de $\boldsymbol{l_s}$, como se muestra en la Figura 27(b).[11]

Figura 27. *Distribución real del flujo de dispersión para devanados con un arrollamiento primario y uno secundario (BT-AT ó AT-BT).[11]*



a) b)

La Figura 27 muestra la densidad de flujo $\boldsymbol{B_0}$ en el canal de dispersión cuando el transformador está en régimen bajo carga. Este campo de dispersión es inducido por las corrientes que fluyen en los devanados primario y secundario. El valor pico de $\boldsymbol{B}_0$ en el canal es:

$$B_0 = \mu_0 \frac{I_1 N_1 \sqrt{2}}{l_s} R = \mu_0 \frac{I_2 N_2 \sqrt{2}}{l_s} R \qquad 2.90$$

$\boldsymbol{\mu_0}$: Permeabilidad del vacío [H/m].
$\boldsymbol{l_s}$: Longitud del canal [m].
$\boldsymbol{I_1}$: Corriente devanado primario [A].
$\boldsymbol{I_2}$: Corriente devanado secundario [A].
$\boldsymbol{N_1}$: Numero vueltas devanado AT.
$\boldsymbol{N_2}$: Numero vueltas devanado BT.
$\boldsymbol{R}$: Es el *coeficiente de Rogowski*, para la configuración de un devanado como el de la Figura 27 [11]:

$$R = 1 - \frac{a_1 + a_2 + \delta}{\pi l_s}\left(1 - e^{-\frac{l_s}{a_1 + a_2 + \delta}}\right) \qquad 2.91$$

$\boldsymbol{a_1}$: Ancho devanado BT [m].
$\boldsymbol{a_2}$: Ancho devanado AT [m].
$\boldsymbol{\delta}$: Ancho canal de dispersión [m].

Y la intensidad de campo en el canal de dispersión será:

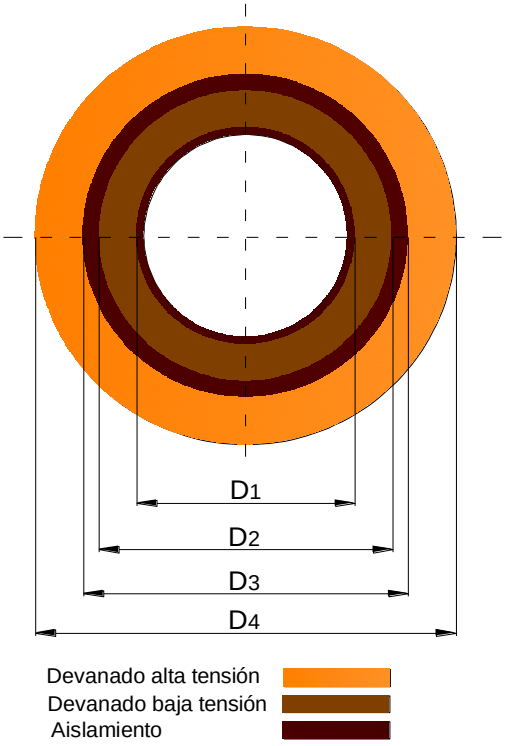
$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_o \mu_r} \ [A/m] \qquad 2.92$$

$\boldsymbol{\mu_r}$: Permeabilidad relativa material del devanado [H/m]

2.5.2 Cálculo longitud devanados circulares.

Para obtener la longitud de devanados circulares, se necesitan los diámetros indicados en la Figura 28. Con estos valores se determina la longitud media a partir de la ecuación 2.93.[19]

Figura 28. *Diámetros del devanado circular.[19]*



Longitud media por vuelta para el devanado de baja tensión:

$$LM_{BT} = \left[\frac{D_1 + D_2}{2}\right] * \pi \ [\mathrm{m}] \qquad 2.93$$

Donde:
$\boldsymbol{D_1}$: Diámetro interno devanado BT [m]
$\boldsymbol{D_2}$: Diámetro externo devanado BT [m]

Longitud media por vuelta para el devanado de alta tensión:

$$LM_{AT} = \left[\frac{D_3 + D_4}{2}\right] * \pi \ [\mathrm{m}] \qquad 2.94$$

Donde:
$\boldsymbol{D_3}$: Diámetro interno devanado AT [m]
$\boldsymbol{D_4}$: Diámetro externo devanado AT [m]

La longitud por fase del devanado de baja tensión:

$$L_{BT} = LM_{BT} * N_2 \ [\mathrm{m}] \qquad 2.95$$

La longitud por fase del devanado de alta tensión:

$$L_{AT} = LM_{AT} * N_1 \text{ [m]} \quad 2.96$$

2.5.3 Cálculo longitud devanados ovalados.

En caso de transformadores con devanados ovalados (ver Figura 29), se debe calcular la longitud media como se muestra en las ecuaciones 2.97 y 2.98.

Figura 29. *Devanado ovalado BT-AT [20]*



La longitud media se deduce de la Figura 30. En [2], se plantean las ecuaciones 2.97 y 2.98 para el cálculo de las longitudes medias de devanados ovalados. Entonces, para el devanado secundario (bobinado interior), se tiene:

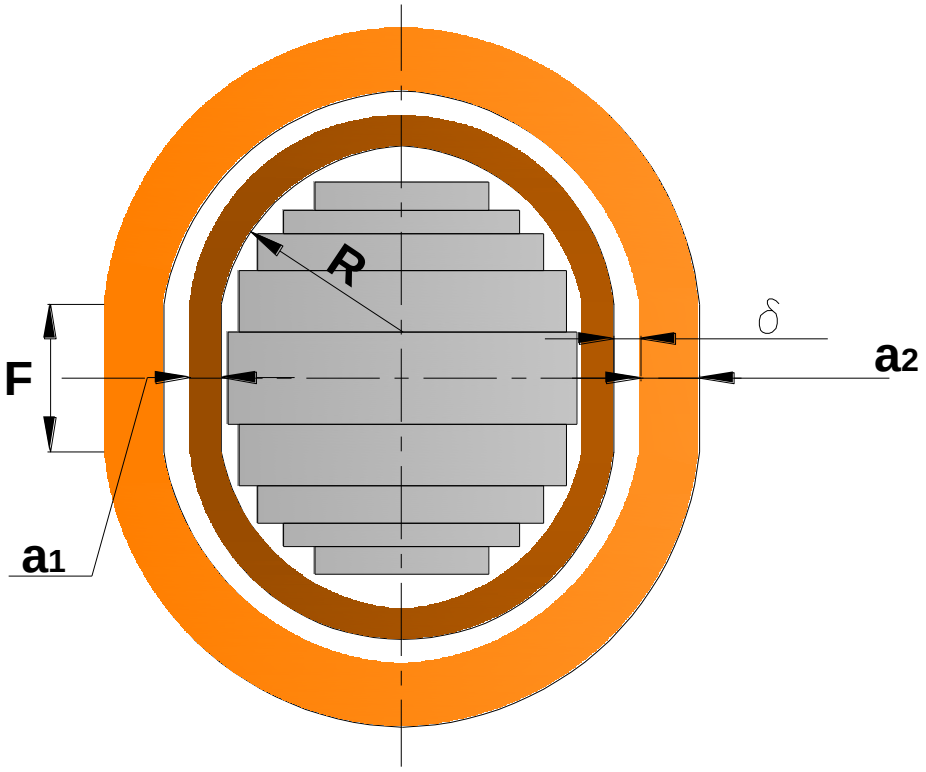
$$LM_{BT} = 2 * F + \pi(2R + a_1) \text{ [m]} \quad 2.97$$

Y el primario (bobinado exterior):

$$LM_{AT} = 2 * F + \pi(2R + 2(a_1 + \delta) + a_2) \text{ [m]} \quad 2.98$$

$\boldsymbol{F}$: Longitud parte recta del devanado [m]
$\boldsymbol{R}$: Radio de la curva del devanado [m]
$\boldsymbol{a_1}$: Ancho devanado BT [m]
$\boldsymbol{a_2}$: Ancho devanado AT [m]
$\boldsymbol{\delta}$: Ancho canal de dispersión [m]

Figura 30. *Ilustración de las dimensiones utilizadas para cálculo de la espira media en devanados ovalados.[2]*



La longitud por fase del devanado de baja tensión:

$$L_{BT} = LM_{BT} * N_2 \ [\mathrm{m}] \qquad 2.99$$

La longitud por fase del devanado de alta tensión:

$$L_{AT} = LM_{AT} * N_1 \ [\mathrm{m}] \qquad 2.100$$

2.5.4 Cálculo de pérdidas adicionales en los devanados.

Las pérdidas por unidad de volumen en los devanados debido al flujo de dispersión se pueden expresar como:[5]

$$P_{EC} = \frac{H_0^2 q}{\sigma b}\left[\frac{senh(qb) - sen(qb)}{\cosh(qb) + \cos(qb)}\right] \quad [W/m^3] \qquad 2.101$$

El factor q es:

$$q = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r \sigma}{2}} \qquad 2.102$$

$\boldsymbol{\sigma}$: Conductividad del cobre [S/m].
$\boldsymbol{\omega}$: Frecuencia angular [rad/s].
$\boldsymbol{b}$: Ancho conductor del devanado [m].
$\boldsymbol{\mu_0}$: Permeabilidad del vacío $\boldsymbol{4\pi * 10^{-7}}$ [H/m].
$\boldsymbol{\mu_r}$: Permeabilidad del material [H/m].
$\boldsymbol{H_0}$: Intensidad de campo magnetico en el canal de dispersión [A/m].

Las pérdidas del devanado de alta tensión en ***W***, se obtienen multiplicando por el volumen del devanado de alta tensión $\boldsymbol{K_1}$:

$$P_{EC_{AT}} = \frac{H_0^2 q}{\sigma b}\left[\frac{senh(qb) - sen(qb)}{\cosh(qb) + \cos(qb)}\right] * K_1 \quad [W] \qquad 2.103$$

Las pérdidas del devanado de baja tensión en ***W***, se obtienen multiplicando por el volumen del devanado de baja tensión $\boldsymbol{K_2}$:

$$P_{EC_{BT}} = \frac{H_0^2 q}{\sigma b}\left[\frac{senh(qb) - sen(qb)}{\cosh(qb) + \cos(qb)}\right] * K_2 \quad [W] \qquad 2.104$$

Los volúmenes $\boldsymbol{K_1}$ y $\boldsymbol{K_2}$ para los devanados de alta y baja tensión respectivamente, se calculan dependiendo de la forma geométrica de los conductores que los componen; por ejemplo, si se tienen conductores rectangulares entonces el volumen se calcula como el de un ortoedro[2], y en caso de tener conductores circulares se calcularía como el volumen de un cilindro.

Las pérdidas adicionales en el devanado debido al flujo de dispersión son iguales a:

$$P_{EC} = P_{EC_{AT}} + P_{EC_{BT}} \quad [W] \qquad 2.105$$

[2] Un ortoedro o cuboide es un paralelepípedo ortogonal, es decir, cuyas caras forman entre sí ángulos diedros rectos. Los ortoedros son prismas rectangulares rectos, y también son llamados paralelepípedos rectangulares. Vulgarmente se les suele llamar cubo.

Capítulo Tres

3. CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS ADICIONALES EN UN TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCION DE 75 kVA

Para realizar el cálculo analítico de estas pérdidas se utilizaron las características electromagnéticas y geométricas de un transformador de distribución. Las características nominales del transformador seleccionado, se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. *Características nominales transformador RYMEL 75KVA.*

DATOS NOMINALES	
Tipo	***Distribución***
Marca	***RYMEL***
Numero de fases	***3***
Potencia (KVA)	***75***
Voltaje primario (V)	***13200***
Voltaje secundario (V)	***214***
Corriente primaria (A)	***3.28***
Corriente secundaria (A)	***202.34***
Material de los devanados	***Cu***

En la siguiente sección se determinará la intensidad de campo magnético que incide en el tanque, debido a que esta variable es de gran importancia y es la más influyente en los métodos de cálculo de pérdidas por flujo de dispersion estudiados en el capitulo 2.

3.1 CÁLCULO DE LA INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO H INCIDENTE EN EL TANQUE DEL TRANSFORMADOR DE 75 kVA

En la sección 2.3 se realizó la explicación teórica para el cálculo del ***H*** incidente en el tanque, este método se implementó en una aplicación computacional realizada en *Microsoft Excel*, la cual se trata en el capítulo 4.

Este método desarrollado para el cálculo de ***H***, se puede aplicar para el transformador seleccionado, debido a que tiene devanados concéntricos y distribuidos uniformemente. En este transformador el devanado de alta tensión *(AT)*, está aislado con papel y separadores, este devanado cubre al de baja tensión *(BT)* que se encuentra en la parte interna más cercana al núcleo. Los valores para el cálculo de intensidad de campo en el tanque del transformador bajo estudio se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. *Valores para cálculo de **H** en el tanque del transformador de distribución de 75 kVA.*

Símbolo	*Descripción*	*Unidad*	*Valor*
μ_r*	Permeabilidad del tanque	H/m	500
μ_0	Permeabilidad del vacio	H/m	$4*\pi*10^{-7}$
l	Altura devanado	m	0.1305
NI	Amperios-vuelta	A-v	6622.32
h_1 ,h_2 ,h_3 ,h_4[3]	Distancias entre devanados y tanque	m	h_1=0.025 h_2=0.046 h_3=0.054 h_4=0.0675
h_5	Distancias entre núcleo y tanque		0.07
ω	Frecuencia angular	rad/s	$2*\pi*f$
*ρ**	Resistividad del tanque	Ω.m	$0.2*10^{-6}$
L	Altura del tanque	m	0.555
r/2	Mitad de la altura del tanque (L/2)	m	0.2775
s	Ancho devanado	m	0.206

[3] *Las distancias se pueden observar en la Figura 20.*
** Estos valores fueron suministrados por el fabricante.*

Los datos de permeabilidad y resistividad del tanque, mostrados en la Tabla 5 fueron suministrados por el fabricante del transformador, mientras que los parámetros geométricos de los devanados y tanque se midieron sobre el transformador prototipo, en el laboratorio de alta tensión de la universidad del valle.

A continuación se muestra brevemente el cálculo de la intensidad de campo magnético, ya que se realizó en la aplicación computacional donde se implementaron las ecuaciones estudiadas en la sección 2.3. Inicialmente se calculó el factor $\boldsymbol{\alpha^2 = \frac{j\omega\mu_r\mu_o}{\rho}}$,

$$\alpha^2 = \frac{2 * \pi * 60 * 500 * 4 * \pi * 10^{-7}}{0.2 * 10^{-6}} = 1184352.53 \quad (3.1)$$

El factor $\boldsymbol{a_s}$ depende del valor que tome la variable $\boldsymbol{s}$ de la sumatoria de $\boldsymbol{\phi_l}$

$$a_s = (2s + 1)\pi/0.1305 \quad (3.2)$$

Mientras que el factor $\Delta_{\boldsymbol{s}}$ depende de $\boldsymbol{a_s}$

$$\Delta_s = 500 * a_s senh(a_s * 0.07) \quad (3.3)$$

A partir de la ecuación 2.64 se determina el flujo magnético por unidad de longitud realizando la sumatoria hasta los primeros 20 términos, lo cual es suficiente para obtener un resultado convergente:

$$\phi_l = \frac{2 * 500 * 4 * \pi * 10^{-7} * 3.28 * 2019}{0.1305^2}$$

$$\sum_{s=0}^{20} \frac{(-1)^s}{{a_s}^2} \frac{cos(a_s * 0.1305)}{\Delta_s} \left(\frac{senh\, a_s(0.07 - 0.054) - senh\, a_s(0.07 - 0.0675)}{0.0675 - 0.054} - \frac{senh\, a_s(0.07 - 0.025) - senh\, a_s(0.07 - 0.046)}{0.046 - 0.025} \right) \quad (3.4)$$

$$\phi_l = 0.2150579 * 10^{-3} \quad [Wb/m]$$

Se calcula el flujo en Weber multiplicando a $\boldsymbol{\phi_l}$ entre la altura del tanque

$$\phi = \phi_l * L = 0.2150579 * 10^{-3} * 0.555 = 0.1193571 * 10^{-3}\ [Wb] \quad 3.5$$

Para tener la densidad de flujo se divide $\boldsymbol{\phi}$ entre el área $\boldsymbol{A = l * s = 0.026883\ m^2}$, equivalente al área frontal del devanado, ya que en esta zona se presenta la mayor incidencia del flujo disperso produciendo la disipación de energía (ver Figura 31).

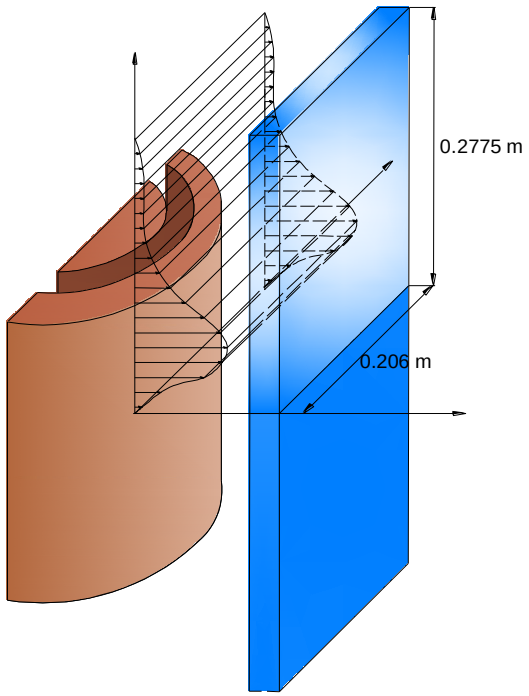
$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0.1193571 * 10^{-3}}{0.026883} = 4.439873 * 10^{-3}\ [T] \quad 3.6$$

La intensidad de campo magnético hacia el tanque en valor pico es,

$$H_{pico} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{4.439873 * 10^{-3}}{4 * \pi * 10^{-7} * 1} = \mathbf{4996.61}\ [\boldsymbol{A/m}] \quad 3.7$$

En la ecuación anterior se utiliza la permeabilidad relativa del aceite para transformador $\boldsymbol{\mu_r = 1}$ debido a que este es el medio de propagación de $\boldsymbol{H}$ cuando se dirige al tanque.

Figura 31. *Disposición de la densidad de campo magnético, creado por un devanado, en dirección al tanque.*



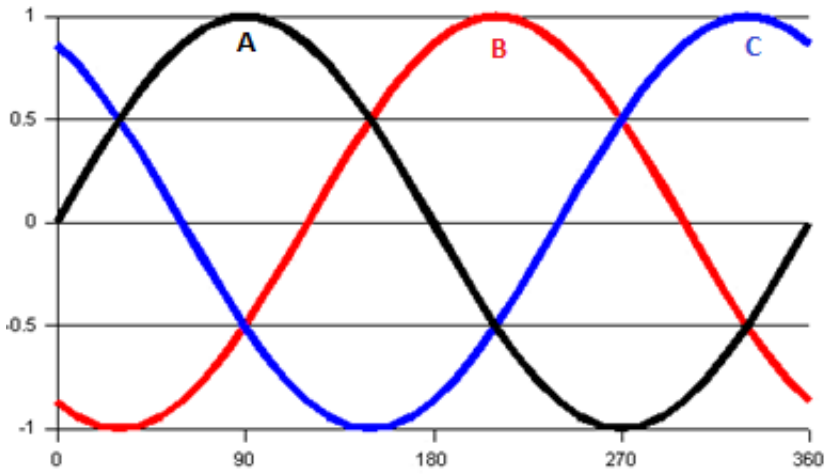
3.2 CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN EL TANQUE DEBIDO A FLUJOS DE DISPERSIÓN DE LAS CABEZAS DE BOBINA

A continuación se calculan las pérdidas adicionales en el tanque, asociadas a los flujos de dispersión producidos por las cabezas de bobinas, empleando el *método bidimensional* y el *método de Impedancia superficial* presentados en el capítulo 2.

3.2.1 Cálculo de pérdidas con fórmula bidimensional.

Debido a que se está analizando un transformador trifásico por supuesto se tiene un sistema trifásico compuesto por tres corrientes alternas, del mismo valor eficaz, igual frecuencia y con un desfase entre ellas de 120° (Figura 32), estas corrientes producirán un campo magnético con las mismas características.

Figura 32. *Ondas correspondientes a un sistema trifásico.*



Como se dijo anteriormente el cálculo de estas pérdidas depende principalmente de ***H***, por lo tanto si se desea calcular esta potencia es necesario tomar un instante de tiempo para realizarlo y determinar que magnitud tiene ***H*** en ese momento. Para facilitar lo anterior, se toma la fase A en el máximo y en consecuencia la magnitud de B y C será 0,5 veces la de A. los valores de intensidad de campo para cada fase del transformador bajo estudio, son:

$$H_{pico} = H_A = 4996.61\ [A/m] \quad 3.8$$

$$H_B = H_C = 2498.30\ [A/m] \quad 3.9$$

La Figura 33 muestra la parte activa del transformador de *75 kVA*, en donde los rectángulos rojos representan el área impactada por el campo de dispersión de la respectiva fase. Las pérdidas según el método bidimensional se calculan con la ecuación 2.34 empleando los valores mostrados en la Tabla 6. El factor K_v que varía dependiendo del espesor y la profundidad de penetración de la pared del tanque, se determina a partir de la Figura 19.

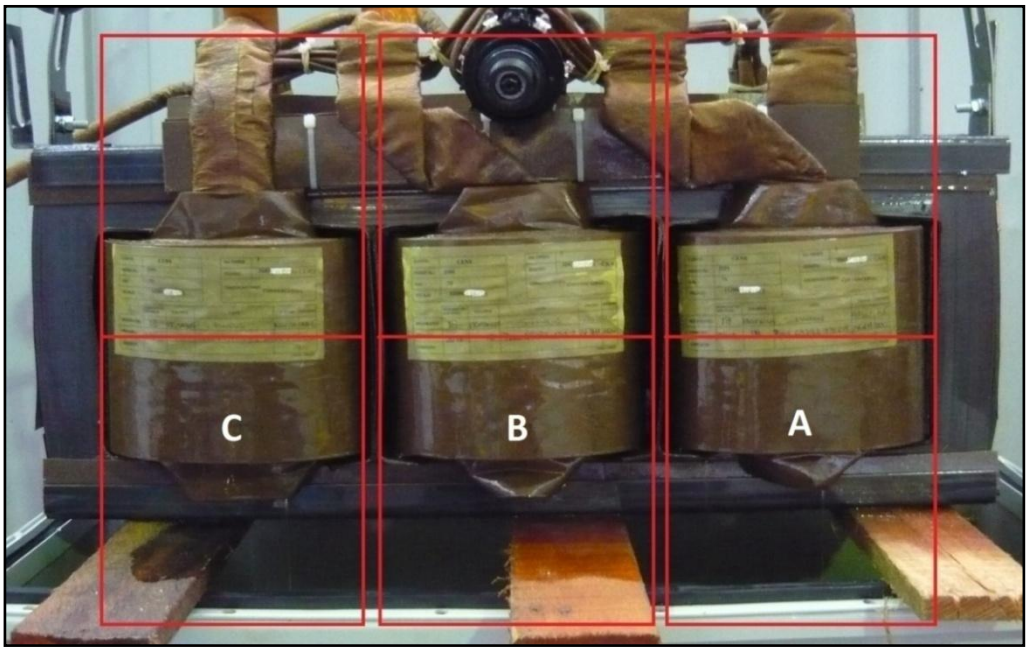
Tabla 6. *Valores para cálculo con fórmula bidimensional.*

Símbolo	Descripción	Unidad	Valor
σ	Conductividad	[S/m]	$5*10^6$
f	Frecuencia	[Hz]	60
μ_0	Permeabilidad del vacío	[H/m]	$4*\pi*10^{-7}$
$H_{m(pico)}$ [4]	Intensidad de campo incidente en el tanque	[A/m]	4996.61
$r/2$	Mitad de la altura del tanque	[m]	0.2775
s	Ancho del devanado	[m]	0.206
δ	Profundidad de penetración	[m]	0.0013
V_2/δ	Espesor equivalente de la pared del tanque	-	1.92
K_v	Coeficiente determinado a partir del espesor equivalente de la placa	-	0.68
V_2	Espesor de la pared del tanque	[m]	0.0025
L	Altura del tanque	[m]	0.555

Los datos para las propiedades de los materiales, mostrados en la Tabla 6 fueron suministrados por el fabricante del transformador, mientras que los parámetros geométricos de los devanados y tanque se midieron sobre el transformador prototipo, en el laboratorio de alta tensión de la universidad del valle.

[4] *El valor de intensidad de campo magnético incidente en el tanque se calculó en la sección 3.1.*

Figura 33. *Disposición de las fases en la parte activa del transformador y representación de las placas impactadas por el campo de dispersión producido en cada devanado.*



En 3.10 se calcula la potencia disipada en media placa de la fase A.

$$P = 5 * 10^6 * 60^2 (4 * \pi * 10^{-7} * 4996.61)^2 * 0.2775^3 * 0.206 * \frac{1}{1 + \left(\frac{0.2775}{0.206}\right)^2} * 0.68 * 0.0025 \quad 3.10$$

$$P = 1.886\ [W]$$

El campo producido por la fase A, incide en las dos paredes frontales por lo tanto el valor de potencia determinado en 3.10 se multiplica por 2 debido a que se calculó para media placa y por 2 que son las paredes frontales. La potencia disipada en las caras frontales debido a la fase A es:

$$P = 1.886 * 2 * 2 = 7.544[W] \quad 3.11$$

La potencia disipada en las caras frontales debido a la fase B y C se calculan con la intensidad ***H*** de la ecuación 3.9,

$$P = 5 * 10^6 * 60^2 (4 * \pi * 10^{-7} * 2498.30)^2 * 0.2775^3 * 0.206 * \frac{1}{1 + \left(\frac{0.2775}{0.206}\right)^2} * 0.68 * 0.0025 \quad 3.12$$

$$P = 0.471\ [W]$$

El valor de pérdidas en las caras frontales debido al campo de las fases B y C:

$$P = 0.471 * 2 * 2 * 2 = 3.768\ [W] \quad 3.13$$

Las caras laterales se ven afectadas por las fases A y C, en este caso el valor de ***r*** es igual que para las caras frontales pero el ancho cambia a ***s = 0.37 m*** entonces el cálculo de la potencia para la cara lateral de A,

$$P = 5 * 10^6 * 60^2 (4 * \pi * 10^{-7} * 4996.61)^2 * 0.2775^3 * 0.37 * \frac{1}{1 + \left(\frac{0.2775}{0.37}\right)^2} * 0.68 * 0.0025 \quad 3.14$$

$$P = 6.104 * 2 = 12.208\ [W]$$

Y para la cara lateral de la fase C

$$P = 5 * 10^6 * 60^2 (4 * \pi * 10^{-7} * 2498.30)^2 * 0.2775^3 * 0.37 * \frac{1}{1 + \left(\frac{0.2775}{0.37}\right)^2} * 0.68 * 0.0025 \quad 3.15$$

$$P = 1.526 * 2 = 3.052\ [W]$$

$$P = 7.544 + 3.768 + 12.208 + 3.052 = 26.572[W] \quad 3.16$$

Las pérdidas en el tanque debido al flujo de dispersión de las cabezas de bobina, calculadas con el *método bidimensional*, son *26.58 W*.

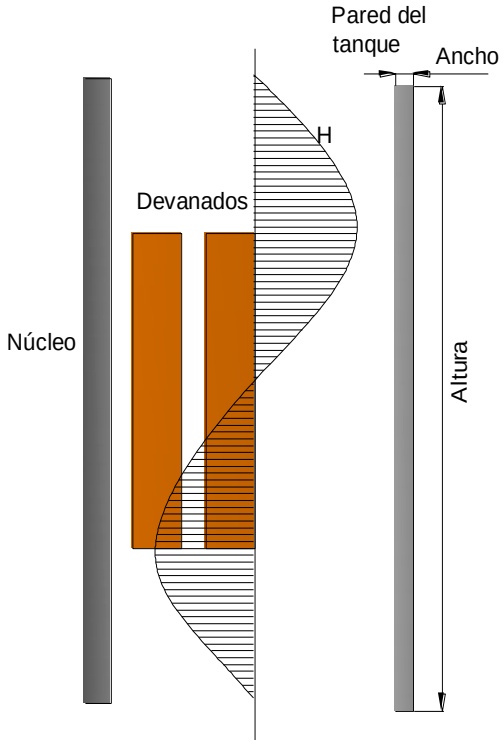
3.2.2 Cálculo de pérdidas con método de impedancia superficial.

Con el resultado obtenido de la intensidad de campo magnético ***H***, se procede a integrar la superficie transversal del tanque mostrada en la Figura 34. Las pérdidas se calculan con la ecuación 2.41 empleando los valores mostrados en la Tabla 6.

Si se tiene la intensidad de campo ***H*** en valor pico, la ecuación 2.41 queda:

$$P = a_l \iint_S \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}\, \frac{H_{pico}^2}{2}\, ds \qquad 3.17$$

Figura 34. *Área de la pared del tanque donde se van a calcular las pérdidas.*



La integral de superficie es muy sencilla de calcular con las dimensiones de la altura del transformador ***0.555 m*** y el espesor del tanque ***0.0025 m***. Como en el método anterior se calcula la potencia para la fase A con ***H=4996.61 A/m*** y para las fases B y C con ***H=2498.30 A/m***.

$$P = 1.3 \iint_S \sqrt{\frac{2\pi 60 * 500 * 4\pi 10^{-7}}{2 * 5 * 10^6}}\, \frac{4996.61^2}{2}\, ds \qquad 3.18$$

Realizando la integral, se obtiene:

$$P = s * 1.3 * \sqrt{\frac{2\pi 60 * 500 * 4\pi 10^{-7}}{2 * 5 * 10^{6}}} \frac{4996.61^{2}}{2} \quad 3.19$$

El área ***s*** corresponde al espesor del tanque por la altura:

$$s = v_2 * L = 0.0025 * 0.555 = 0.0013875 \quad 3.20$$

Las pérdidas producidas por la fase A en una cara del tanque, son:

$$P = 0.0013875 * 1.3 * \sqrt{\frac{2\pi 60 * 500 * 4\pi 10^{-7}}{2 * 5 * 10^{6}}} \frac{4996.61^{2}}{2} = 3.465\ [W] \quad 3.21$$

El valor de potencia determinado en 3.21 se multiplica por 3 que son, las 2 paredes frontales y 1 lateral. La potencia disipada en el tanque debido a la fase A:

$$P = 3.465 * 3 = \ 10.395\ [W] \quad 3.22$$

La potencia debido a la fase B se multiplica por 2 que son las paredes frontales

$$P = 0.0013875 * 1.3 * \sqrt{\frac{2\pi 60 * 500 * 4\pi 10^{-7}}{2 * 5 * 10^{6}}} \frac{2498.30^{2}}{2} = 0.866\ [W] \quad 3.23$$

$$P = 0.866 * 2 = 1.732\ [W] \quad 3.24$$

La potencia debido a la fase C se multiplica por 3 que son, las 2 paredes frontales y 1 lateral

$$P = 0.0013875 * 1.3 * \sqrt{\frac{2\pi 60 * 500 * 4\pi 10^{-7}}{2 * 5 * 10^{6}}} \frac{2498.30^{2}}{2} = 0.866\ [W] \quad 3.25$$

$$P = 0.866 * 3 = 2.598\ [W] \quad 3.26$$

$$P = 10.395 + 1.732 + 2.598 = 14.725\ [W] \quad 3.27$$

Las pérdidas en el tanque debido al flujo de dispersión de las cabezas de bobina, calculadas con el *método de impedancia superficial*, son *14.73 W*.

3.3 CÁLCULO DE PÉRDIDAS OCASIONADAS POR CONDUCTORES DE SALIDA CON ALTAS CORRIENTES

A continuación se calculan las pérdidas adicionales en el tanque asociadas a los conductores de salida con altas corrientes, empleando el método de *Turowski* y *Del Vecchio*.

3.3.1 Cálculo de pérdidas con fórmula de Turowski.

Se calculan las pérdidas adicionales en el tanque empleando los valores mostrados en la Tabla 7. Dado que la posición de los huecos de los bujes en el tanque no es simétrica, tal como se puede observar en la Figura 35 donde la distancia entre a-b (110mm) es diferente a la distancia entre b-c (200m). Para este cálculo se toma el caso más crítico donde A=200mm, ya que las pérdidas adicionales aumentan cuando aumenta la distancia entre los bujes [9].

Figura 35. *Dimensiones de la geometría del tanque, vista frontal (mm).*

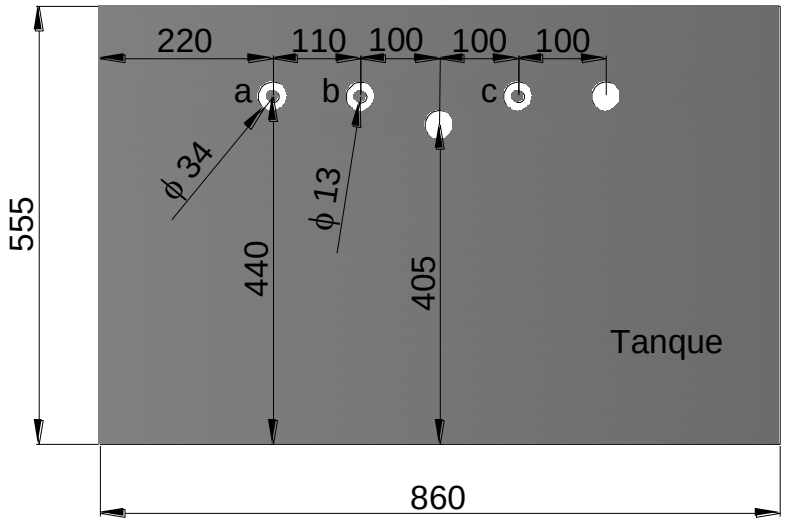


Tabla 7. *Valores para cálculo con método de Turowski.*

Variable	Descripción	Unidad	Valor
μ_0	Permeabilidad del vacío	[H/m]	$4*\pi*10^{-7}$
μ_r	Permeabilidad del tanque	[H/m]	500
σ	Conductividad del tanque	[S/m]	$5*10^6$
ω	Frecuencia angular	[rad/s]	$2*\pi*60$
A	Distancia entre ejes de los agujeros del buje	[m]	0.2
D	Diámetro del agujero del buje	[m]	0.034
I	Corriente nominal secundaria	[A]	202.34

Reemplazando en la ecuación 2.70 se obtiene:

$$P = 3.15 * 10^{-2} * \left(202.34 * \sqrt{2}\right)^2 \sqrt{\frac{(2 * \pi * 60)(4 * \pi * 10^{-7} * 500)}{5 * 10^6}} \left(0.74 + 6ln\frac{2 * 0.2}{0.034}\right) \quad 3.28$$
$$= 8.718\ [W]$$

El valor de pérdidas en el tanque obtenido con el método de *Turowski* es *8.72 W*.

3.3.2 Cálculo de pérdidas con fórmula de Del Vecchio.

Se calculan las pérdidas adicionales en el tanque empleando los valores mostrados en la Tabla 8. Para este caso se tomó el valor de b=103mm, que es la distancia media entre bujes mostrados en la Figura 35.

Tabla 8. *Valores para cálculo con método de Del Vecchio.*

Variable	Descripción	Unidad	Valor
μ_0	Permeabilidad del vacío	[H/m]	$4*\pi*10^{-7}$
μ_r	Permeabilidad del tanque	[H/m]	500
σ	Conductividad del tanque	[S/m]	$5*10^6$
ω	Frecuencia angular	[rad/s]	$2*\pi*60$
q	Inverso de la profundidad de penetración	-	769.53
a	Radio del orificio del tanque	[m]	0.017
b	Distancia entre ejes de los	[m]	0.103

	agujeros del buje		
c	***Espesor del tanque***	***[m]***	***0.0025***
q*c	***Espesor equivalente de la pared del tanque***	***-***	***1.92***
I	***Corriente nominal secundaria***	***[A]***	***202.34***

El valor de q se obtiene con la ecuación 2.81. Con la ecuación 2.88 se obtiene:

$$P = \frac{202.34^2 769.53}{\pi * 5 * 10^6} ln\left(\frac{0.103}{0.017}\right)\left[\frac{senh(1.92) - sen(1.92)}{cosh(1.92) + cos(1.92)}\right] = 2.766 * 3 = 8.298\ [W] \quad 3.29$$

El valor de pérdidas en el tanque obtenido con el método de *Del Vecchio* es de *8.30 W*.

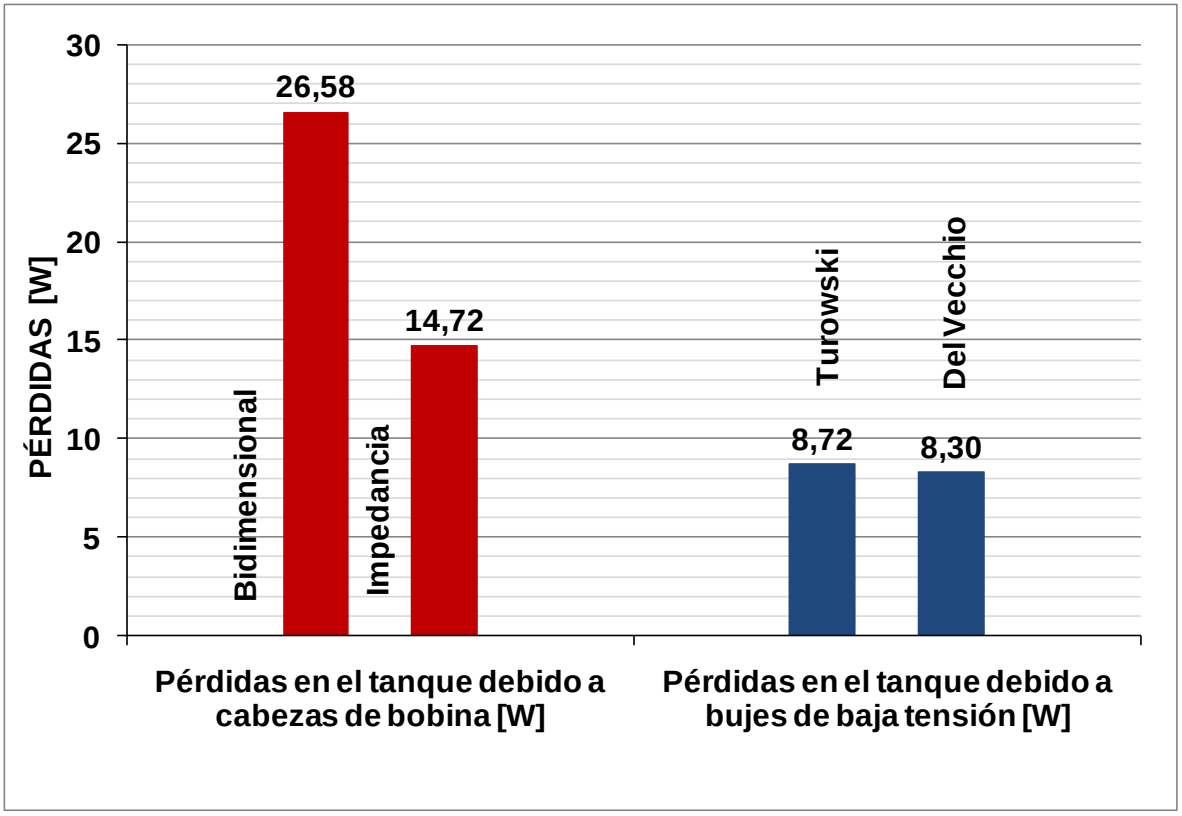
3.4 PÉRDIDAS ADICIONALES EN EL TANQUE

Antes de reportar las pérdidas adicionales totales del tanque, en la Tabla 9 se muestran los valores de pérdidas adicionales en el tanque, asociadas a las cabezas de los devanados y a los conductores de salida por el lado de baja tensión.

Tabla 9. *Resultados del cálculo de pérdidas en el tanque a 25°C.*

Tipo de pérdidas	***Método de cálculo***	***Pérdidas a 25°C [W]***	***Diferencia en [W]***	**Diferencia en [%]**
Conductores de salida con altas corrientes	***Turowski***	***8.72***	***0.42***	**4.82**
	Del Vecchio	***8.30***		
Flujos de dispersión de cabezas de bobina	***Bidimensional***	***26.58***	***11.86***	***44.62***
	Impedancia superficial	***14.72***		

Figura 36. *Pérdidas adicionales calculadas en el tanque a 25°C*



Para realizar comparaciones correctas y unificar los resultados de pérdidas, se refieren los valores a la temperatura de norma de 85°C. Cuando se desea convertir las pérdidas adicionales desde la temperatura $\boldsymbol{T_m}$, a la cual son medidas, hasta otra temperatura $\boldsymbol{T}$ (en este caso 85°C), se expresa la ecuación 3.30 de la cual se puede observar que estas pérdidas disminuyen con la temperatura [21]:

$$P_S(T) = P_S(T_m)\left(\frac{T_k + T_m}{T_k + T}\right) \qquad 3.30$$

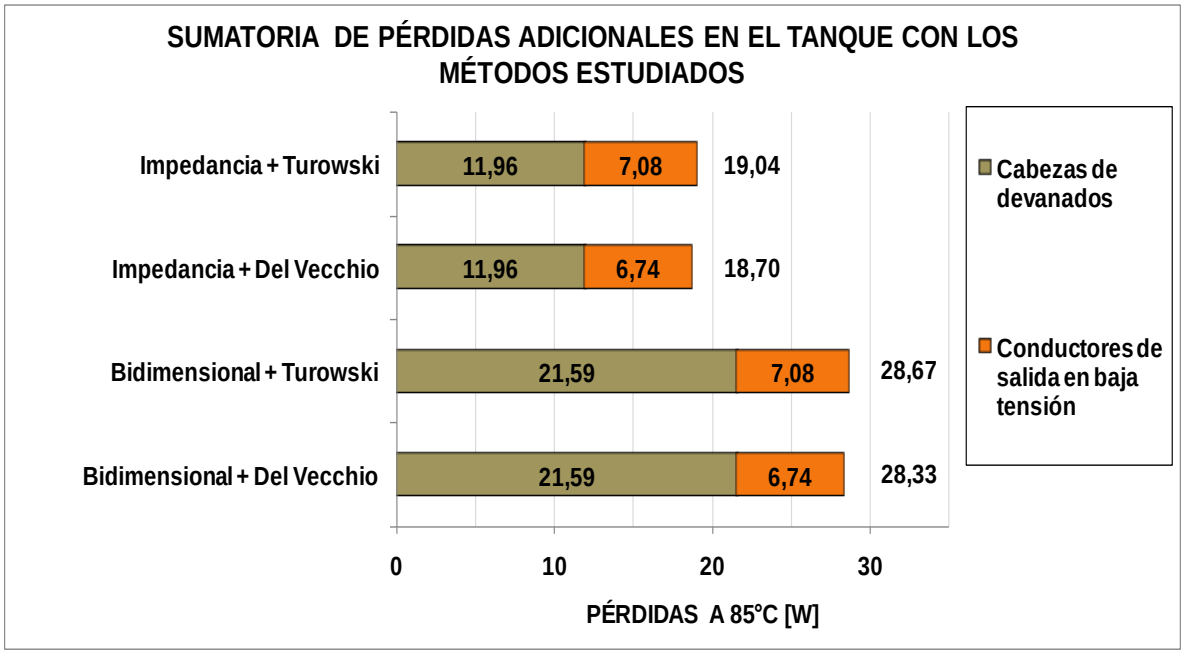
Donde,
$\boldsymbol{P_S(T)}$: Pérdidas adicionales [W] a la temperatura $\boldsymbol{T}$ [°C].
$\boldsymbol{P_S(T_m)}$: Pérdidas adicionales [W] a la temperatura $\boldsymbol{T_m}$ [°C].
$\boldsymbol{T_k}$: 234.5 °C para devanados de cobre y 225 °C para aluminio.

Las pérdidas adicionales totales en el tanque, pueden tomar los resultados mostrados en la Tabla 10, según las combinaciones posibles entre los métodos utilizados anteriormente para el cálculo de las pérdidas debido a los conductores de salida y las asociadas a las cabezas de bobina.

Tabla 10. *Pérdidas adicionales en el tanque con los diferentes métodos estudiados.*

Métodos de cálculo	*Pérdidas a 25°C [W]*	*Pérdidas a 85°C [W]*
Bidimensional + Del Vecchio	***34.88***	***28.33***
Bidimensional + Turowski	***35.30***	***28.67***
Impedancia + Del Vecchio	***23.02***	***18.70***
Impedancia + Turowski	***23.44***	***19.04***

Figura 37. *Pérdidas adicionales en el tanque a 85°C, calculadas con los métodos estudiados.*



Como se observa en la Figura 37, según los cálculos analíticos realizados se pueden tener cuatro resultados para el valor de pérdidas adicionales en el tanque. Para seleccionar el valor más cercano a la realidad, en los capítulos siguientes, se efectuará la comparación de estos resultados con los obtenidos experimentalmente y además se tendrán en cuenta los métodos con mejores consideraciones teóricas.

3.5 CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES EN LOS DEVANADOS

Se utiliza el método explicado en la sección 2.5, para el cálculo de pérdidas adicionales en los devanados. En la Tabla 11 se muestran los valores para el cálculo de las respectivas pérdidas en el transformador de distribución de 75 kVA.

El cálculo de estas pérdidas se realizó, para obtener un estimado de las pérdidas adicionales totales del transformador bajo estudio, y así poder confrontar este resultado con los valores de la validación. Se debe aclarar que este método de cálculo no fue seleccionado con las metodologías utilizadas para los métodos analíticos de pérdidas en el tanque, ya que el estudio de pérdidas adicionales en los devanados, no estaba dentro de los objetivos del presente trabajo.

Tabla 11. *Valores para el cálculo de las pérdidas adicionales de los devanados del transformador de 75 kVA.*

Variable	Símbolo y unidad	Valor
Permeabilidad relativa cobre	μ_r [H/m]	1
Conductividad del cobre	σ [S/m]	$5.8*10^7$
Frecuencia angular	ω [rad/s]	$2*\pi*60$
Factor q	q	117.2113
Longitud parte recta devanado	F [m]	0.03
Radio curva de devanado	R [m]	0.04
Diámetro interno devanado BT	D_1 [m]	0.12
Diámetro externo devanado BT	D_2 [m]	0.14
Diámetro interno devanado AT	D_3 [m]	0.146
Diámetro externo devanado AT	D_4 [m]	0.206
Numero vueltas devanado AT	N_1	2019
Numero vueltas devanado BT	N_2	18
Corriente en AT	I_1 [A]	3.28
Ancho devanado BT	a_1 [m]	0.0135
Ancho devanado AT	a_2 [m]	0.021
Ancho canal de dispersión	δ [m]	0.008
Altura devanado	l [m]	0.1305
Ancho conductor devanado AT	b_1	0.001024
Ancho conductor devanado BT	b_2	0.1305
Volumen devanado AT (por fase)	K_1	0.000919366
Volumen devanado BT (por fase)	K_2	0.000431707

Los datos para las propiedades de los materiales, mostrados en la Tabla 11 fueron suministrados por el fabricante del transformador, mientras que los parámetros geométricos de los devanados se midieron sobre el transformador prototipo, en el laboratorio de alta tensión de la universidad del valle.

3.5.1 Cálculo de la longitud de los devanados.

El transformador de ***75 kVA*** tiene devanados ovalados, por lo tanto la longitud media de los arrollamientos de baja y alta tensión se determinan a partir de las ecuaciones 3.31 y 3.32.

En la Tabla 11, se reportan todos los valores necesarios para reemplazar en las siguientes ecuaciones.

Longitud media por vuelta para el devanado de baja tensión:

$$LM_{BT} = 2 * F + \pi(2R + a_1)$$
$$LM_{BT} = 0.3538\ [m] \qquad 3.31$$

Longitud media por vuelta para el devanado de alta tensión:

$$LM_{AT} = 2 * F + \pi(2R + 2(a_1 + \delta) + a_2)$$
$$LM_{AT} = 0.5124\ \ [m] \qquad 3.32$$

La longitud por fase del devanado de baja tensión:

$$L_{BT} = LM_{BT} * N_2$$
$$L_{BT} = 6.37\ [m] \qquad 3.33$$

La longitud por fase del devanado de alta tensión:

$$L_{AT} = LM_{AT} * N_1$$
$$L_{AT} = 1034.51\ [m] \qquad 3.34$$

3.5.2 Cálculo densidad de flujo en el canal de dispersión.

La densidad de flujo ***B*** en canal de dispersión está definida como:

$$B = \mu_0 \frac{I_1 N_1 \sqrt{2}}{l} R \qquad 3.35$$

El *coeficiente de Rogowski*, para el devanado concéntrico *BT – AT* del transformador de 75 kVA, es:

$$R = 1 - \frac{a_1 + a_2 + \delta}{\pi l_s}\left(1 - e^{-\frac{l_s}{a_1 + a_2 + \delta}}\right) \qquad 3.36$$

Según los valores de la Tabla 11, la densidad de flujo en el canal de dispersión

$$B = 0.08127784 \ [T] \qquad 3.37$$

Y la intensidad de campo en el canal

$$H = 64.67885 * 10^3 \ [A/m] \qquad 3.38$$

3.5.3 Pérdidas adicionales en los devanados.

Las pérdidas por unidad de volumen en los devanados debido al flujo de dispersión se pueden expresar [5]

$$P = \frac{H_0^2 q}{\sigma b}\left[\frac{senh(qb) - sen(qb)}{\cosh(qb) + \cos(qb)}\right] \quad [W/m^3] \qquad 3.39$$

Si se desea calcular esta potencia es necesario tomar un instante de tiempo para realizarlo y determinar que magnitud tiene ***H*** en ese momento. Para facilitar lo anterior, se toma la fase A en el máximo y en consecuencia la magnitud de B y C será 0,5 veces la de A. los valores de intensidad de campo para cada fase son:

$$H_A = 64.67885 * 10^3 \ [A/m] \qquad 3.40$$

$$H_B = H_C = 32.33942 * 10^3 \ [A/m] \qquad 3.41$$

Las pérdidas en *W* para cada fase del devanado de alta tensión, se determinan multiplicando la ecuación 3.39 por el volumen del devanado[5] $\boldsymbol{K_1}$:

$$P_{A1} = \frac{(64.67885 * 10^3)^2 117.2113}{5.8 * 10^7 * 0.001024}\left[\frac{senh(0.12) - sen(0.12)}{\cosh(0.12) + \cos(0.12)}\right] * K_1 \quad [W] \tag{3.42}$$

$$P_{A1} = 2.027 \quad [W]$$

$$P_{B1} = P_{C1} = \frac{(32.33942 * 10^3)^2 117.2113}{5.8 * 10^7 * 0.001024}\left[\frac{senh(0.12) - sen(0.12)}{\cosh(0.12) + \cos(0.12)}\right] * K_1 \quad [W] \tag{3.43}$$

$$P_{B1} = P_{C1} = 0.506 \quad [W]$$

Y las pérdidas adicionales en el devanado de alta tensión:

$$P_{AT} = 0.506 + \ \ 0.506 + 2.027 = 3.039 \ [W] \tag{3.44}$$

Las pérdidas en *W* para cada fase del devanado de baja tensión, se determinan multiplicando la ecuación 3.39 por el volumen del devanado[6] $\boldsymbol{K_2}$:

$$P_{A2} = \frac{(64.67885 * 10^3)^2 117.2113}{5.8 * 10^7 * 0.1305}\left[\frac{senh(15.3) - sen(15.3)}{\cosh(15.3) + \cos(15.3)}\right] * K_2 \quad [W] \tag{3.45}$$

$$P_{A2} = 24.223 \quad [W]$$

$$P_{B2} = P_{C2} = \frac{(32.33942 * 10^3)^2 117.2113}{5.8 * 10^7 * 0.1305}\left[\frac{senh(15.3) - sen(15.3)}{\cosh(15.3) + \cos(15.3)}\right] * K_2 \quad [W] \tag{3.46}$$

$$P_{B2} = P_{C2} = 6.056 \quad [W]$$

Y las pérdidas adicionales en el devanado de baja tensión

$$P_{BT} = 24.223 + \ \ 6.056 + 6.056 = 36.335 \ [W] \tag{3.47}$$

Las pérdidas en los devanados debido al flujo de dispersión son *39.37 W*.

[5] *El devanado de alta tensión está compuesto de conductores circulares, por lo tanto el volumen* $\boldsymbol{K_1}$ *se calcula como el de un cilindro y su valor se muestra en la Tabla 11.*

[6] *El devanado de baja tensión está compuesto de flejes, por lo tanto el volumen* $\boldsymbol{K_2}$ *se calcula como el de un ortoedro y su valor se muestra en la Tabla 11.*

3.6 PÉRDIDAS ADICIONALES TOTALES

Las pérdidas adicionales totales en el transformador se expresan como:

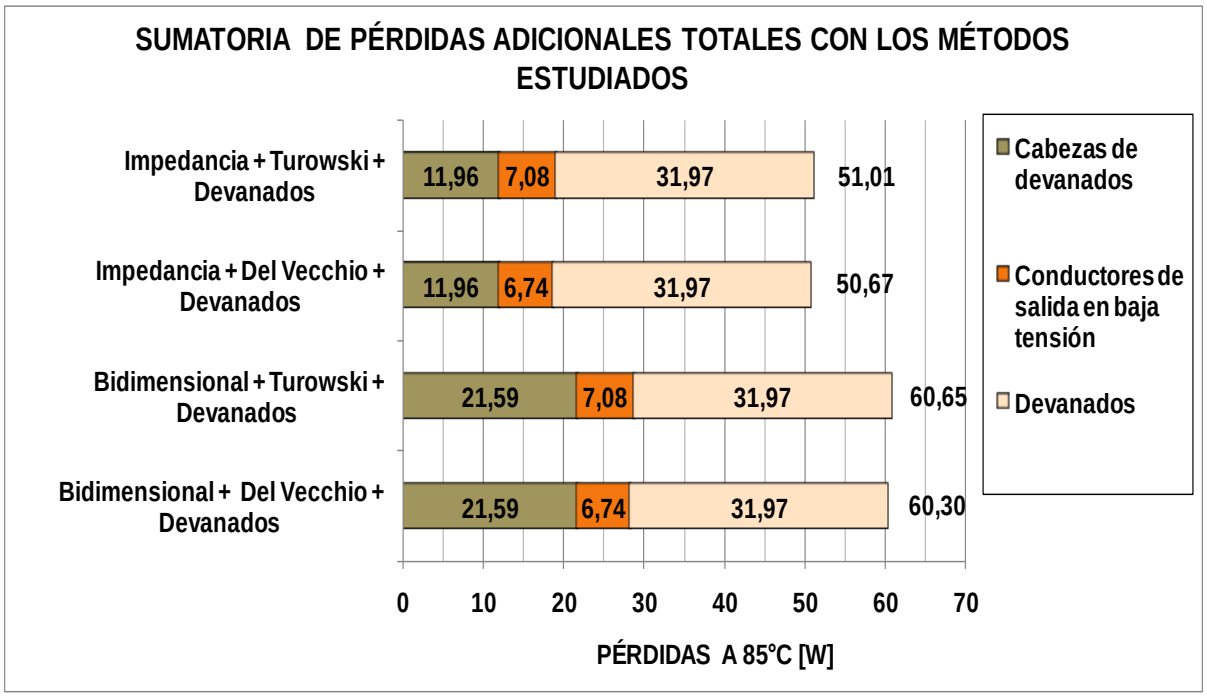
$$P_S = P_{EC} + P_{BB} + P_{CB} \ [W] \qquad 3.48$$

Donde,

P_S: Pérdidas adicionales totales.
P_{EC}: Pérdidas adicionales en los devanados debido al flujo de dispersión.
P_{BB}: Pérdidas adicionales en el tanque debido a los conductores de salida con altas corrientes.
P_{CB}: Pérdidas adicionales en el tanque debido a flujos de dispersión de las cabezas de bobina.

Según los cálculos realizados, se pueden tener diferentes resultados de pérdidas adicionales totales de acuerdo a las combinaciones posibles como se muestra en la Figura 38.

Figura 38. *Pérdidas adicionales totales a 85 °C, calculadas con los métodos estudiados.*



Capítulo Cuatro

4. IMPLEMENTACIÓN DEL CÁLCULO DE PÉRDIDAS ADICIONALES EN LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL

4.1 METODOLOGÍA PARA DEFINIR EL ALCANCE DEL CÁLCULO EN LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL

Antes de realizar la implementación del método de cálculo de las pérdidas adicionales en transformadores de distribución, se cumplió con la siguiente metodología:

4.1.1 Selección de un método de cálculo de pérdidas adicionales en el tanque.

Según las consideraciones teóricas de los métodos estudiados y los resultados obtenidos de pérdidas adicionales en el tanque, se presentan la Figura 39 y Tabla 12 que comparan los métodos de cálculo.

Figura 39. *Comparación entre las pérdidas adicionales en el tanque a 85 °C, calculadas con los métodos estudiados.*

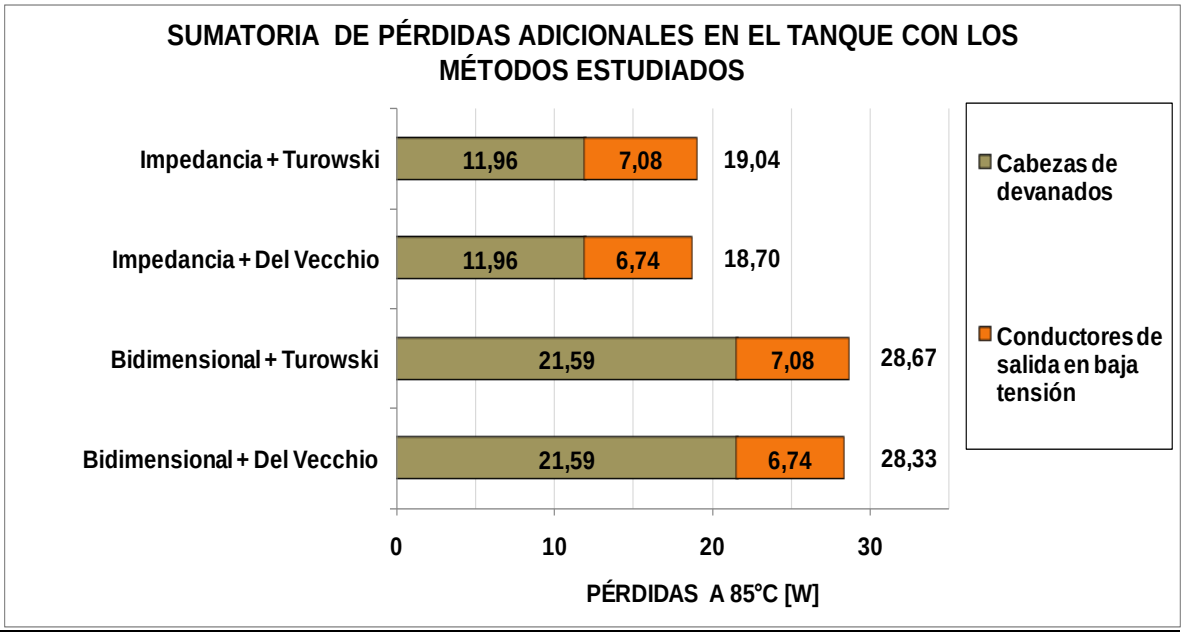


Tabla 12. *Comparación de los métodos para el cálculo de pérdidas adicionales en el tanque.*

Fuente de pérdidas	*Métodos estudiados*	*Descripción*	*Método implementado*
Bujes de baja tensión	*Del Vecchio*	• *Se basa en la teoría de un conductor de longitud infinita.* • *Cálculo de pérdidas, alrededor de una región circular del tanque, debido a un solo conductor.* • *No hay criterio para seleccionar el valor del radio de la región afectada por el campo, además el cálculo de pérdidas es demasiado sensible a la variación de ese radio.* • *Si se utiliza para transformadores trifásicos no considera los efectos mutuos de las corrientes de línea sobre la placa (ley de Biot-savart).* • *No se incluye el efecto no lineal de los materiales magnéticos.*	*NO*
	Turowski	• *Desarrollado con el teorema de poynting y la ley Biot-savart.* • *Calculo de pérdidas en una placa debido a tres conductores que la atraviesan y están a igual distancia entre ellos.* • *Considera el efecto sobre la placa, del campo producido por las corrientes de cada fase.* • *Incluye la no linealidad de los materiales magnéticos.*	*SI*
Cabeza de bobina	*Bidimensional*	• *Considera las pérdidas en una placa debido al campo de dispersión H incidente en esta.* • *Distribución espacial del campo de dispersión a lo largo de la placa.* • *Se tiene en cuenta la profundidad de penetración y el espesor equivalente de la placa.* • *La densidad de flujo B se concentra en la zona del tanque frente a los extremos verticales del devanado.*	*SI*
	Impedancia superficial	• *Utiliza el área transversal del tanque.* • *No considera el ancho de la placa de incidencia del campo.* • *Considera la distribución de la densidad de flujo B a lo largo de la altura total del tanque, por lo tanto el valor de pérdidas es menor respecto al método bidimensional.* • *El valor de pérdidas es muy sensible a la variación del área incidente.*	*NO*

De acuerdo a las comparaciones cuantitativas y cualitativas de los métodos de cálculo, se implementaron en la aplicación computacional el método de *Turowski* para pérdidas asociadas a los conductores de salida con altas corrientes, y el *bidimensional* para las ocasionadas por flujo de dispersión de las cabezas de bobina. Debido a que estos métodos consideran la mayor cantidad de condiciones en cada fenómeno, y tienen la probabilidad de arrojar resultados convergentes de acuerdo al rango de transformadores seleccionados.

4.1.2 Selección de un rango de transformadores de distribución con las mismas características de construcción.

La selección del rango de transformadores de distribución, depende de la tecnología y proceso de fabricación de estos dispositivos. De acuerdo a la información ofrecida por algunos fabricantes en [20][22][23], se identificaron las características electromagnéticas y geométricas, que aplican a los métodos de cálculo de pérdidas adicionales seleccionados. Las características de estos transformadores se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13. *Características constructivas del rango de transformadores seleccionados para el cálculo de pérdidas adicionales.*

Numero de fases	*3 (trifásico)*
Potencia (kVA)	*15, 30, 45, 75, 112.5, 150, 225, 300, 400, 500*
Voltaje	*Lado alta tensión: 13200 – 34500 V* *Lado baja tensión: 210 – 480 V*
Núcleo	*Tipo acorazado*
Devanado	• *Bobinas de forma concéntrica de sección rectangular con flejes de cobre o aluminio y alambres de sección rectangular o circular tanto para el circuito de baja tensión como para el de alta tensión.* • *Devanados con dos arrollamientos en configuración baja – alta ó alta – baja.*
Tanque	*Forma rectangular*
Grupo de conexión	*Delta en alta tensión* *Estrella en baja tensión*

4.2 DESARROLLO DEL CÁLCULO EN LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL

Para implementar los métodos analíticos de cálculo de pérdidas adicionales, se buscó la herramienta computacional que cumpliera a cabalidad las siguientes características proyectadas con este trabajo:

- Practicidad y rapidez del cálculo.
- Facilidad económica para adquisición del software en el que se implemente el cálculo.
- Selección de un software que no necesite de personal especializado para la realización del cálculo.
- Portabilidad y universalidad del software seleccionado.
- Disponibilidad de la hoja de cálculo para cualquier fabricante y reparador de transformadores.

De acuerdo a las razones expuestas, el cálculo de las pérdidas adicionales en el tanque se desarrolló en *Microsoft Excel* debido a que es un software que permite crear tablas, calcular y analizar datos. Este tipo de software se denomina software de hoja de cálculo. Excel permite crear tablas que calculan de forma automática los totales de los valores numéricos que especifica. En la hoja de Excel se implementaron los siguientes cálculos:

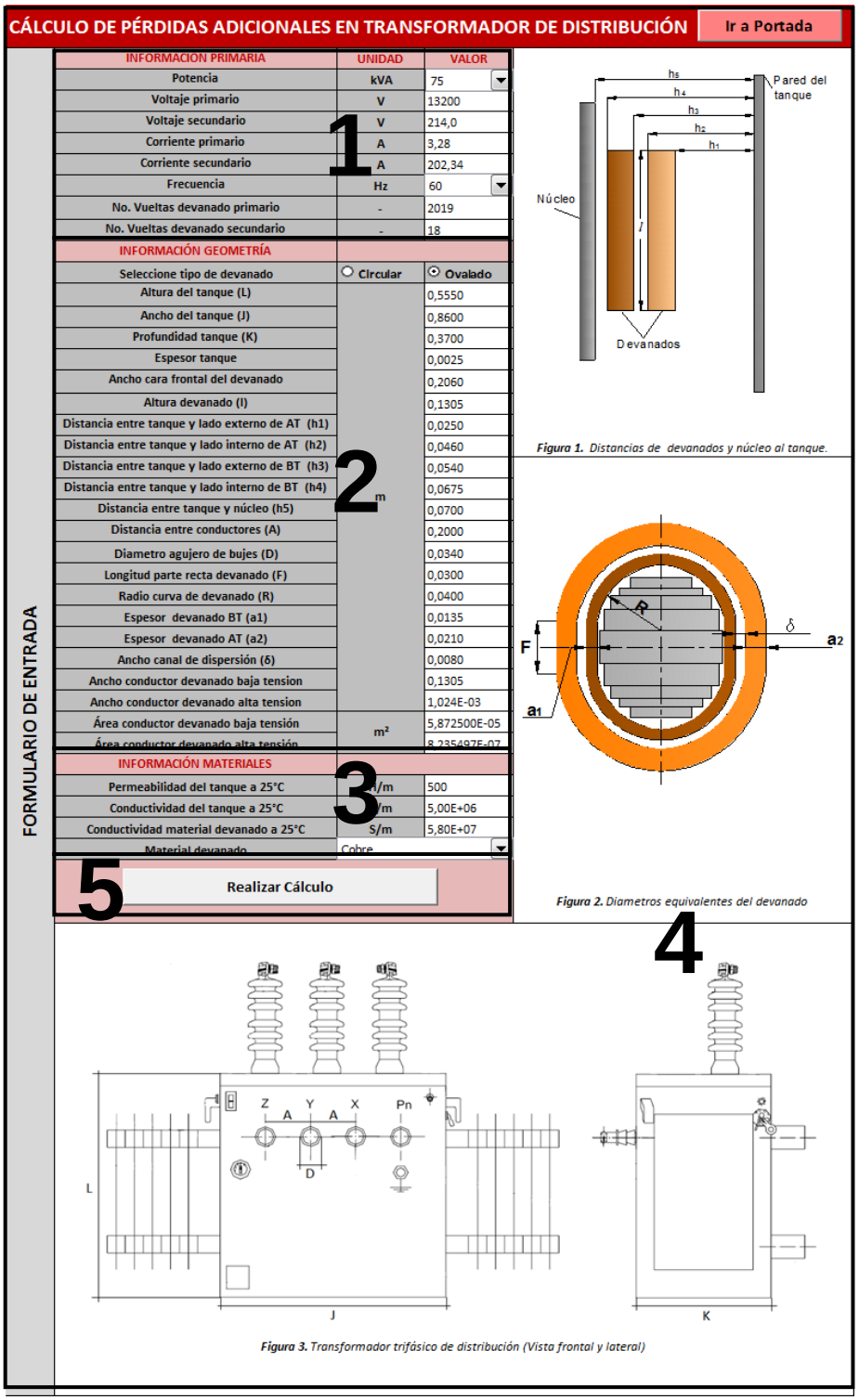
- *Cálculo de la intensidad de campo magnético **H** incidente en el tanque.*

- *Cálculo de pérdidas adicionales en el tanque:*
  - *Debido a bujes de baja tensión (Método de Turowski).*
  - *Debido a flujos de dispersión de cabezas de bobina (Método Bidimensional).*

- *Cálculo de pérdidas adicionales en los devanados debido a los flujos de dispersión.*

Conforme a lo desarrollado en el capítulo 3, donde se realizaron los cálculos con cada método y se reportaron las variables necesarias para el cálculo, en la Figura 40 se muestra el formulario de ingreso de valores para el cálculo de la intensidad de campo ***H*** en el tanque y las pérdidas adicionales del transformador de distribución. La Figura 40 muestra el formulario de entrada de la aplicación desarrollada para el cálculo de pérdidas adicionales en el tanque y los devanados.

Figura 40. *Vista formulario de entrada de la hoja de cálculo desarrollada.*



La aplicación para el cálculo de pérdidas adicionales en el tanque ofrece un entorno de trabajo práctico para el ingreso de datos, donde se especifican e ilustran los parámetros necesarios para determinar las pérdidas adicionales (Figura 40). Además se muestra en una forma muy sencilla los resultados obtenidos (Figura 41). Los elementos de la aplicación se pueden dividir básicamente en un formulario de entrada, y uno para los resultados.

El formulario de entrada consta de 5 partes (Figura 40), que se describen a continuación:

1. *Información primaria*. Se ingresan los datos generales del transformador que son: la potencia, tensión nominal, corriente nominal, frecuencia y número de espiras de los devanados.

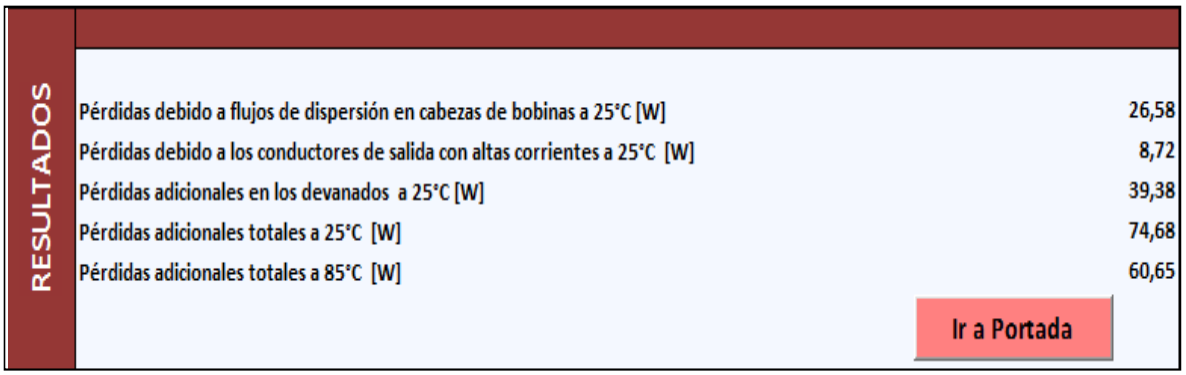
2. *Información geometría.* Los parámetros a ingresar en esta parte son básicamente: las dimensiones del tanque, distancias de los devanados y núcleo al tanque, además las medidas de los conductores que conforman los devanados.

3. *Información materiales.* Esta permite ingresar las propiedades de los materiales que constituyen el tanque y los devanados, del transformador bajo estudio.

4. *Esquemas del transformador.* Se muestran figuras correspondientes a los devanados y el tanque, que permiten visualizar parámetros necesarios en el cálculo de pérdidas del transformador bajo estudio.

5. Botón para efectuar el cálculo.

Figura 41. *Vista formulario de resultados de la hoja de cálculo desarrollada.*



En la Figura 41 se muestran los resultados obtenidos en la hoja de cálculo para el transformador de 75 kVA marca RYMEL.

Para el uso de la hoja de cálculo se deben tener en cuenta las siguientes etapas:

a) Ingreso de datos generales del transformador bajo estudio (datos de placa), parámetros geométricos, y las propiedades de los materiales del tanque y devanados (referidos a 25°C).

b) Después de que son ingresados los datos, la herramienta realiza una serie de cálculos matemáticos de acuerdo a los métodos implementados con los cuales se obtiene las pérdidas adicionales en el tanque del transformador.

c) Los resultados obtenidos de pérdidas adicionales en el tanque, se muestran referidos a la temperatura de norma NTC 1005-2005 [21].

Capítulo Cinco

5. VALIDACIÓN DE LOS CÁLCULOS DE PÉRDIDAS ADICIONALES

5.1 DESCRIPCIÓN GENERAL

La validación del cálculo de pérdidas adicionales consistió en:

- Realizar las pruebas para determinar las pérdidas adicionales en un transformador de 75 kVA, con iguales características al empleado en el cálculo.

- Comparar y analizar los resultados analíticos con los obtenidos bajo prueba.

La validación de los resultados del cálculo de pérdidas adicionales se realizó en el *laboratorio de Alta Tensión de la Universidad del Valle*, Cali, Colombia, se utilizó un transformador de distribución de 75 kVA, del fabricante RYMEL (ver Figura 42),

Figura 42. *Transformador utilizado en la validación.*



Tabla 14. *Datos nominales del transformador.*

DATOS NOMINALES	
Tipo	***Distribución***
Marca	***Rymel***
Numero de fases	***3***
Potencia (kVA)	***75***
Voltaje primario (V)	***13200***
Voltaje secundario (V)	***214***
Corriente primaria (A)	***3.28***
Corriente secundaria (A)	***202.34***
Material de los devanados	***Cu***

5.2 CONDICIONES DE PRUEBA

Las pruebas que se realizaron fueron:

- Determinación de la resistencia de aislamiento.
- Determinación de la relación de transformación.
- Determinación de la resistencia de los devanados.
- Pérdidas con carga e impedancia de corto circuito.
- Pérdidas en vacio y corriente de excitación.

Se enfatizó en los resultados de las pruebas necesarias para determinar las pérdidas adicionales en el transformador, estas son, resistencia de los devanados, determinación de la tensión de cortocircuito y pérdidas con carga. Estas se ejecutaron bajo las normas técnicas colombianas NTC [21][24][25][26], siguiendo el protocolo del *Laboratorio de Alta Tensión de la Universidad del Valle*.

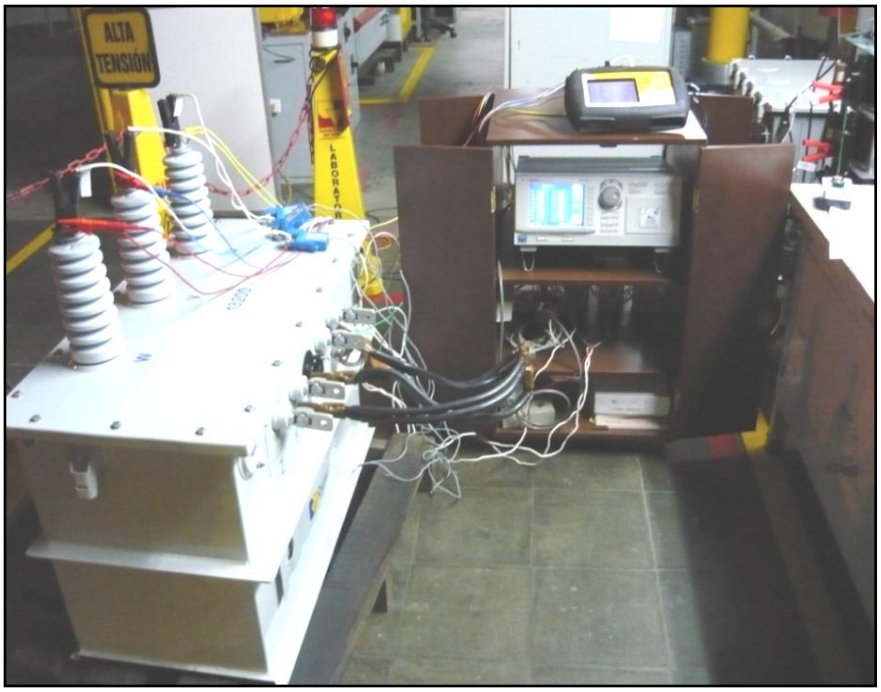
Las pruebas de determinación de la resistencia de aislamiento y determinación de la relación de transformación se realizaron solo para la verificación del estado del transformador.

El montaje de prueba con tanque, mostrado en la Figura 43 se utilizó para medir las pérdidas bajo carga del transformador. Dentro de este tipo de pérdidas, se incluyen las *pérdidas* I^2R, y *pérdidas adicionales*. Las pérdidas con carga fueron medidas al realizar un cortocircuito a través de los terminales del devanado de

baja tensión, aplicando el voltaje suficiente de tal forma que por el devanado de alta tensión circulara la corriente nominal.

Luego de ajustar la corriente a valor nominal, se tomaron los datos de corriente, voltaje, potencia, frecuencia y temperatura para realizar las correcciones adecuadas según la norma correspondiente.

Figura 43. *Montaje de prueba con tanque.*



Debido a que en los *transformadores de distribución* solo se tienen dos fuentes de pérdidas adicionales, que son los *devanados* y *tanque*, se realizó el montaje de la Figura 44. Donde se muestra la parte activa del transformador fuera del tanque y con los terminales de baja tensión cortocircuitados para realizar la prueba de pérdidas bajo carga. En consecuencia si se quita este componente estructural y se realiza la medición de pérdidas bajo carga, el flujo de dispersión producido no enlaza las paredes del tanque por lo tanto el resultado obtenido de pérdidas adicionales solo corresponde al componente de potencia disipada en los devanados debido a corrientes Eddy.

Por lo anterior, el valor de pérdidas adicionales en el tanque corresponde a la diferencia entre las pérdidas adicionales obtenidas con los montajes de la Figura 43 y Figura 44.

Figura 44. *Montaje de prueba sin tanque*



5.3 RESULTADOS DE PRUEBA

En la Tabla 15 se presentan los resultados obtenidos en la medición de resistencia de devanados. Esta medida es igual para los dos montajes usados en la validación.

Tabla 15. *Resultados experimentales de resistencia de devanados.*

Resistencia de los devanados			
Variables		***Valores***	
Posición del Tap		***3***	
Temperatura [°C]		***24.0***	
Fase	***U-V***	***V-W***	***W-U***
Resistencia de alta tensión [Ω]	***22.30***	***22.40***	***22.40***
Resistencia promedio [Ω]		***22.37***	
Resistencia referida a 85 °C [Ω]		***27.64***	
Fase	***x-y***	***y-z***	***z-x***
Resistencia de baja tensión [Ω]	***6.98***	***6.95***	***7.05***
Resistencia promedio [Ω]		***6.99***	
Resistencia referida a 85 °C [Ω]		***8.64***	
Pérdidas I^2R a 85 °C [W]		***977.06***	

Los valores de la prueba con tanque mostrados en la Tabla 16 se midieron por el lado de alta tensión (conexión en delta). Con esta configuración se hicieron cinco pruebas de pérdidas bajo carga con el fin de corroborar la repetibilidad de los resultados experimentales (ver Tabla 17).

Tabla 16. *Resultados de una prueba de pérdidas bajo carga, para el montaje con tanque.*

Determinación de pérdidas con carga y voltaje de cortocircuito			
Variables		***Valores***	
Posición del Tap		***3***	
Temperatura [°C]		***24.0***	
Fase	***U-V***	***V-W***	***W-U***
Voltaje fase-fase rms [V]	***342.8***	***343.0***	***340.3***
Voltaje promedio fase-fase [V]		***342.1***	
Pérdidas [W]		***863.6***	
Fase	***U***	***V***	***W***
Corriente [A]	***3.245***	***3.320***	***3.275***
Corriente promedio [A]		***3.280***	
Pérdidas con carga a 85 °C [W]		***1036.4***	

Tabla 17. *Resultados de pruebas para montaje con tanque.*

	Pérdidas bajo carga [W] a 85º C	***Pérdidas Adicionales Totales [W] a 85 ºC***
Prueba 1	***1037.74***	***60.67***
Prueba 2	***1037.90***	***60.84***
Prueba 3	***1036.85***	***59.78***
Prueba 4	***1035.31***	***58.25***
Prueba 5	***1036.36***	***59.30***
Promedio	***1036.83***	***59.77***

Para el montaje sin tanque, se obtuvieron los valores de la Tabla 18. Con esta configuración también se realizaron cinco pruebas de pérdidas bajo carga con el fin de corroborar la repetición de los resultados experimentales. En la Tabla 19, se muestran estos resultados.

Tabla 18. *Resultados de una prueba de pérdidas bajo carga, para el montaje sin tanque.*

Determinación de pérdidas con carga y voltaje de cortocircuito			
Variables		***Valores***	
Posición del tap		***3***	
Temperatura [°C]		***27.0***	
Fase	***U-V***	***V-W***	***W-U***
Voltaje fase-fase rms [V]	***335.1***	***335.0***	***334.2***
Voltaje promedio fase-fase [V]		***334.8***	
Pérdidas [W]		***831.6***	
Fase	***U***	***V***	***W***
Corriente [A]	***3.245***	***3.323***	***3.275***
Corriente promedio [A]		***3.280***	
Pérdidas con carga a 85 °C [W]		***1003.3***	

Tabla 19. *Resultados de pruebas para montaje sin tanque*

	Pérdidas bajo carga [W] a 85 ºC	***Pérdidas Adicionales Totales [W] a 85 ºC***
Prueba 1	***1003.34***	***26.28***
Prueba 2	***1002.88***	***25.82***
Prueba 3	***1003.16***	***26.10***
Prueba 4	***1003.21***	***26.15***
Prueba 5	***1002.95***	***25.89***
Promedio	***1003.11***	***26.05***

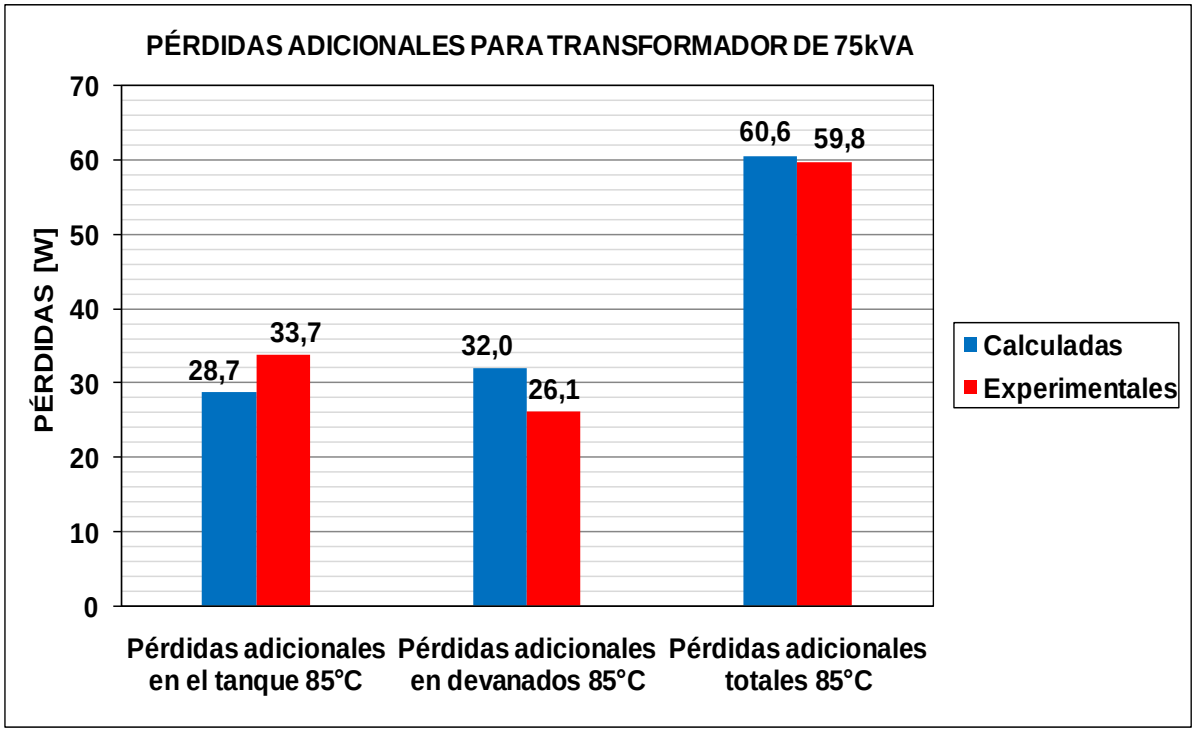
En la Tabla 20 se reportan los resultados experimentales y analíticos. El valor experimental de pérdidas adicionales totales corresponde al promedio de las cinco pruebas realizadas (ver Tabla 17). Mientras que las pérdidas en los devanados corresponden al valor promedio de la Tabla 19.

Conforme a lo explicado anteriormente sobre la configuración sin tanque, se obtuvo de forma experimental las pérdidas adicionales en el tanque de *33.72 W*, que resulta de la diferencia entre las pérdidas adicionales totales del montaje con tanque (valor promedio Tabla 17) y el montaje sin tanque (valor promedio Tabla 19).

Tabla 20. *Resultados de pérdidas adicionales experimentales y calculadas.*

Pérdidas adicionales totales	*Pérdidas Adicionales Totales [W] a 85 ºC*	*Pérdidas Adicionales Tanque [W] a 85 ºC*	*Pérdidas Adicionales Devanados [W] a 85 ºC*
cálculo	***60.65***	***28.67***	***31.97***
validación	***59.77***	***33.72***	***26.05***

Figura 45. *Pérdidas adicionales validación y cálculo.*

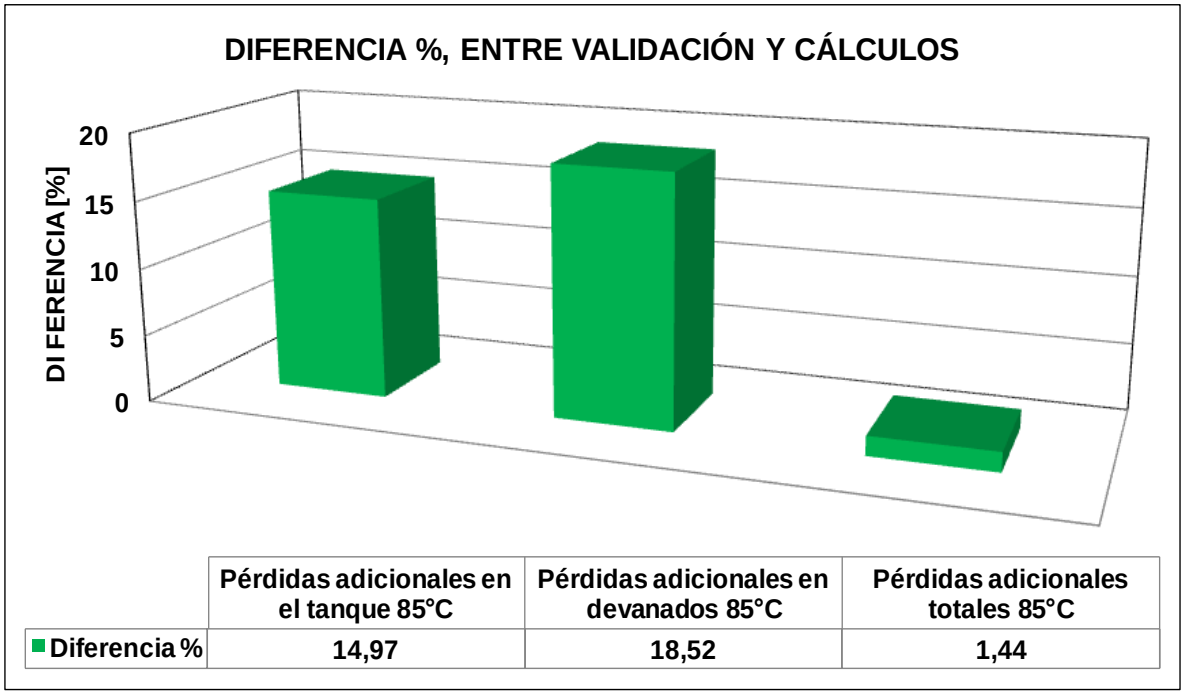


5.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la Figura 46 se muestra la variación porcentual entre los resultados experimentales y analíticos. Se presentó una diferencia del **15%** entre los cálculos y la validación de pérdidas adicionales en el tanque, la mayor variación fue del **18%** en los resultados de perdidas adicionales de los devanados, mientras que los valores de pérdidas adicionales totales solo tuvieron una diferencia de **1.4%**. Dado que prácticamente es imposible medir con precisión las pérdidas adicionales en el tanque del transformador debido a que estas pérdidas son sólo una pequeña parte de las pérdidas totales bajo carga, los métodos analíticos utilizados no pueden

verificarse totalmente. Sin embargo, sobre la base de las pérdidas medidas del transformador con y sin tanque, se puede afirmar que estos métodos son lo suficientemente precisos. Las pérdidas en el tanque medidas de esta forma no difieren de las calculadas en más de **15%**. Esta precisión es muy buena si se tiene en cuenta la geometría compleja del transformador, y la influencia de una serie de factores en las pérdidas del tanque que no se podrían tener en cuenta en el cálculo.

Figura 46. *Comparación porcentual entre resultados calculados y validación.*



	Pérdidas adicionales en el tanque 85°C	Pérdidas adicionales en devanados 85°C	Pérdidas adicionales totales 85°C
Diferencia %	14,97	18,52	1,44

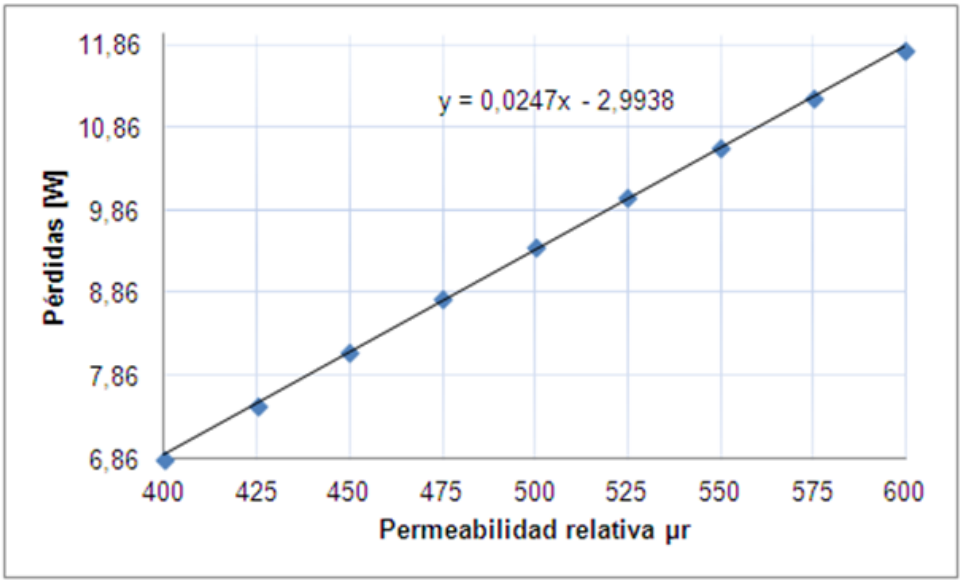
Además, se debe tener en cuenta que los valores para las propiedades magnéticas, también pueden alterar los resultados de pérdidas debido a que las ecuaciones utilizadas presentan gran sensibilidad con respecto a la variación de estos parámetros. Otra fuente de error es que, las respectivas intensidades de campo ***H*** utilizadas para calcular las pérdidas en el tanque no consideran la componente tangencial.

El valor de permeabilidad relativa μ_r incide de forma directa en las pérdidas adicionales del tanque. En la bibliografía consultada, para calcular las pérdidas en el tanque y elementos de sujeción del transformador (yugo, abrazaderas del núcleo) los autores toman rangos de permeabilidad entre ***300*** y ***700 H/m*** [27] ó entre ***100*** y ***1000 H/m*** [28], pero el valor más utilizado para el acero al carbón (***mild steel***) es de μ_r ***= 500 H/m***,[13][29] .

Con el método de *Turowski* se evaluaron varios casos con diferentes permeabilidades relativas para observar la variación de las pérdidas en el tanque; en la Figura 47, se muestra que la variación de las pérdidas frente a la permeabilidad es casi lineal, mientras que se incrementa 25 unidades de $\boldsymbol{\mu_r}$ las pérdidas se incrementan en promedio un ***0.612 W***. Si tomamos $\boldsymbol{\mu_r = 600\ H/m}$ como valor máximo, las perdidas aumentan un ***5.1%*** por cada incremento.

La razón de cambio de las pérdidas frente a la permeabilidad para este modelo es de ***0.0247*** (la pendiente de la recta).

Figura 47. *Permeabilidad relativa* ***μr*** *vs pérdidas en el tanque.*



En [30] se obtiene un método de cálculo de pérdidas adicionales para transformadores trifásicos de distribución que presenta errores de ± **20 %**. Este método considera la forma del tanque, la excitación trifásica, la histéresis y la no linealidad. Contrastando el porcentaje de variación obtenido en [30], con los resultados logrados en este trabajo se confirma el planteamiento teórico de los métodos analíticos utilizados, comprobando que funcionan de forma correcta en transformadores de distribución.

6. CONCLUSIONES

La naturaleza no lineal de los materiales hace que el valor de intensidad de campo magnético de dispersión sea altamente sensible a los parámetros y a las condiciones iníciales en las que se encuentre el transformador. Por lo tanto, se debe tener en cuenta, la frecuencia, resistividad, tipo de excitación, tipo de material, temperatura y la magnitud de la fuente de excitación para realizar una cuantificación adecuada de estas, optimizando los resultados.

El resultado optimo de pérdidas debido al campo de dispersión generado en las cabezas de los devanados, depende principalmente de la apropiada caracterización de la intensidad de campo magnético incidente en el tanque. Adicionalmente la consideración cuidadosa de los parámetros geométricos (tanque - devanados) y obtención correcta de valores para las propiedades de los materiales son cruciales en la precisión de los resultados calculados.

Debido a que el flujo de dispersión sale de los extremos verticales de los devanados, la componente radial del campo magnético tiene los valores picos en esta ubicación espacial, por lo tanto la mayor densidad de pérdidas en la pared del tanque se presenta en un área equivalente a la cara frontal del devanado.

La mayor componente de pérdidas en el tanque, se debe a los flujos de dispersión de las cabezas de bobina que inciden en la gran superficie de este elemento. Según el cálculo analítico y la validación de las pérdidas adicionales en el tanque del transformador bajo estudio, estas aportan el *75%* de las pérdidas en el tanque y entre el *50-60%* de las pérdidas adicionales totales.

Las pérdidas adicionales debido a los bujes de baja tensión, incrementan al aumentar la distancia de separación de los bujes o al disminuir el diámetro de los huecos de los bujes.

La validación realizada en el laboratorio manifiesta la efectividad del cálculo analítico de las pérdidas adicionales en el tanque, ya que se obtuvo una diferencia del 15% la cual es razonable para un análisis en dos dimensiones. Con lo anterior se puede afirmar que la aplicación computacional es una buena opción para el fabricante al momento de ejecutar un cálculo rápido, práctico y a bajo costo.

Se implementaron en la aplicación computacional el método de *Turowski* para pérdidas asociadas a los conductores de salida con altas corrientes, y el *bidimensional* para las ocasionadas por flujo de dispersión de las cabezas de bobina. Debido a que estos métodos mostraron versatilidad para satisfacer criterios como: recurso computacional necesario, representación gráfica, proporción entre costos mínimos en tiempo y capacitación personal, complejidad de la geometría, consideran la mayor cantidad de condiciones en cada fenómeno, y tienen la probabilidad de arrojar resultados convergentes de acuerdo al rango de transformadores seleccionados.

El método utilizado para el cálculo de intensidad de campo y los métodos de cálculo de pérdidas adicionales en el tanque, son sencillos de implementar en comparación a los tridimensionales.

La hoja de cálculo es de gran utilidad para las empresas fabricantes y reparadores de transformadores de distribución, ya que permite obtener un valor aproximado de pérdidas adicionales en el tanque, de una manera rápida y económica. Adicionalmente, admite cambiar de forma sencilla los valores nominales, geométricos y de los materiales del transformador, facilitando la realización del cálculo para otros transformadores.

Una metodología adecuada para la selección de los métodos analíticos teniendo en cuenta las características constructivas del transformador de distribución permite obtener resultados de pérdidas adicionales en el tanque de forma más detallada, precisa, económica y en menos tiempo que los métodos computacionales.

7. RECOMENDACIONES

La herramienta de cálculo desarrollada en este trabajo se recomienda a fabricantes en etapa de diseño y construcción del transformador. Además puede emplearse en la industria reparadora de transformadores, debido a que es una opción rápida y económica para estimar las pérdidas adicionales en el tanque.

Para el cálculo de la densidad de flujo incidente en el tanque se recomienda considerar el área equivalente al ancho y alto del devanado. Pero en el cálculo de las pérdidas se debe utilizar la altura del tanque y el ancho de los devanados para las caras frontales, mientras que en las caras laterales se cambia el ancho por la profundidad del tanque.

En los aceros utilizados para tanques de transformadores donde la intensidad de campo sea $H \leq 500\ A/m$ o que tengan permeabilidad relativa μ_r constante, se puede asumir que el material tiene comportamiento lineal [7]. Adicionalmente para tanques de transformadores se recomienda usar valores de permeabilidad entre *100* y *700 H/m.*[27]

Teniendo en cuenta el modelo utilizado para la representación del fenómeno, y los resultados obtenidos, se recomiendan los métodos de *Turowski* y *Bidimensional de tres capas*, para el cálculo de pérdidas adicionales en el tanque.

A pesar de los resultados aproximados que se obtuvieron, se recomienda realizar una validación amplia de la herramienta, con transformadores de distribución de diferente potencia pero con las características constructivas y rango definidos previamente.

8. BIBLIOGRAFÍA

[1] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, *Electric machinery*, Fifth Edition, McGraw Hill, 1990.

[2] J. C. Martín, Teoría, Cálculo y construcción de transformadores, Cuarta Edición, Labor, 1960.

[3] Koncar Power Transformers Ltd., "Stray losses: How to reduce them and why?" 2000.

[4] S. V. Kulkarni and S. A. Khaparde, *Transformer engineering: design and practice*: Marcel Dekker, Inc., 2004.

[5] R. M. D. Vecchio, B. Poulin, P. T. Feghali, D. M. Shah, and R. Ahuja, *Transformer Design Principles: With Applications to Core-Form Power Transformers*: Taylor and Francis, 2010.

[6] J.A. Vergara, *Reducción de Pérdidas por Flujos de Dispersión en Transformadores de Distribución*. Proyecto de grado. *Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad del Valle*, Cali, Colombia, 2008.

[7] X.M. Lopez Fernandez, *Transformers in Practice*, 2007.

[8] J. C. Olivares, P. S. Georgilakis, and R. Ocon Valdez, "A Review of Transformer Losses", *Electric Power Components and Systems*, vol. 37, pp. 1046-1062, 2009.

[9] S. Kulkarni, J. C. Olivares, R. E. Perez, V. K. Lakhiani, and J. Turowski, "Evaluation of eddy current losses in the cover plates of distribution transformers", *IEEE Proceedings-Science Measurement and Technology,* vol. 151, pp. 313-318, Sep 2004.

[10] J.A. Vergara, *Implementación de una Metodología para la Reducción de Pérdidas por Flujos de Dispersión en Transformadores de Distribución*. Proyecto de grado. *Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad del Valle*, Cali, Colombia, 2012.

[11] Y. Junyou, T. Renyuan, L. Yan and C. Yongbin, "Eddy current Fields and overheating problems due to heavy current carrying conductors", *IEEE Transactions on Magnetics.* Vol. 30, No. 5, September 1994, pp. 3064-3067.

[12] F. J. Vogel and E. J. Adolphson, "A stray loss problem in transformer tanks", *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs.,* 73, Pt IIIA p. 760, 1954.

[13] J. C. Olivares, S. Magdaleno, E. Campero, P. S. Georgilakis and R. E. Perez, "Impact of low voltage bushings diameter on single-phase distribution transformers losses", in *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference*, pp. 1-6, 2010.

[14] K. Karsai, D. Kerényi, and L. Kiss, *Large power transformers*: Elsevier, 1987.

[15] S. Holland, G O'Connell and L. Haydock, "Calculating stray losses in power transformers using surface impedance with finite elements", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol 28, pp. 1355-1358, March 1992.

[16] N. Mullineux and J. R. Reed, "Eddy-current shielding of transformer tanks", *IEEE Proceedings*, Vol. 113, No. 5, pp. 815-818, MAY 1966.

[17] J. Turowski and A. Pelikant, "Eddy current losses and hot-spot evaluation in cover plates of power transformers", *Electric Power Applications, IEEE Proceedings -,* vol. 144, pp. 435-440, 1997.

[18] R. Sankara, "Numerical Methods for Scientists and Engineers", (3ª edición). New Delhi (India): Prentice-Hall, pp. 151-159, 2007.

[19] P. S. Georgilakis, *Spotlight on Modern Transformer Design*: Springer, UK, 2009.

[20] Catálogo de transformadores de distribución ABB.

[21] NTC 1005. NORMA TÉCNICA COLOMBIANA, TRANSFORMADORES, DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE CORTO CIRCUITO Y PÉRDIDAS BAJO CARGA. 2005.

[22] Catálogo de transformadores de distribución MAGNETRON.

[23] Catálogo de transformadores de distribución RYMEL.

[24] NTC 3757. NORMA TÉCNICA COLOMBIANA, TRANSFORMADORES, MEDIDA DE LA RESISTENCIA DE LOS DEVANADOS. 2000.

[25] NTC 1031. NORMA TÉCNICA COLOMBIANA, TRANSFORMADORES, ENSAYO PARA LA DETERMINACIÓN DE PÉRDIDAS Y CORRIENTE SIN CARGA. 1998.

[26] NTC 471. NORMA TÉCNICA COLOMBIANA, RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN. VERIFICACIÓN DE LA POLARIDAD Y RELACIÓN DE FASE. 1999.

[27] J. Turowski, M. Turowski, and M. Kopec, "Method of three-dimensional network solution of leakage field of three-phase transformers", *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 26, pp. 2911-2919, 1990.

[28] L. Susnjic, Z. Haznadar, and Z. Valkovic, "3D finite-element determination of stray losses in power transformer," *Electric Power Systems Research*, vol. 78, pp. 1814-1818, Oct 2008.

[29] J. C. Olivares, S. Magdaleno, E. Campero, R. E. Perez, and P. S. Georgilakis, "Techno-economic Evaluation of Reduction of Low-voltage Bushings Diameter in Single-phase Distribution Transformers", *Electric power components and systems,* vol. 39, pp. 1388-1402, 2011.

[30] Z. Valkovic, "Calculation of the losses in three-phase transformer tanks", *IEEE Proceedings*, Vol. 127, Pt. C, No. 1, January 1980.

[31] F. Kelemen, L. Štrac, and S. Berberović, "Estimation of Stray Losses Outside of Windings in Power Transformers Using Three Dimensional Static Magnetic Field Solution and Statistics", *Proceedings International Conference on Electrical Machines*, pp. 1-3, 2008.

[32] J. C. Olivares, R. E. Perez, S. V. Kulkarni, F. de Leon, and M. A. Venegas, "2D finite-element determination of tank wall losses in pad-mounted transformers", *Electric Power Systems Research,* vol. 71, pp. 179-185, Oct 2004.

[33] S. V. Kulkarni and S. A. Khaparde, "Stray loss evaluation in power transformers-a review", in *Power Engineering Society Winter Meeting, 2000. IEEE*, 2000, pp. 2269-2274 vol.3.

[34] S. Zhanhai, W. Yifang, M. Shuai, W. Zhe, Z. Yinhui, X. Bingfu, and Z. Ce, "Tank losses and magnetic shunts in a three phase power transformer", in *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, 2011, pp. 1-4.

[35] Y.I. Furman, V.L. Bereza, V.F. Ivankov and L.P. Nizhnik, "Losses in tanks of large power transformers caused by magnetic field, and methods of their reduction", *CIGRE 1998*, Papers No. 12-07.

[36] L. Kralj, D. Miljavec, "Stray losses in power transformer tank walls and construction parts", *XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM* 2010, Rome.

[37] M. Motalleb, M. Vakilian and A. Abbaspour, "Tank shielding contribution on reduction of eddy current losses in power transformers", *IEEE Proceedings*, pp. 641-645, 2009.

[38] H. Cadavid Ramírez*, Dimensionamiento de Transformador*es, *Universidad Del Valle*, 1994.

[39] R. M. Del Vecchio, "Eddy-current losses in a conducting plate due to a collection of bus bars carrying currents of different magnitudes and phases", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, pp. 549-552, Jan 2003.

[40] H. Cadavid, J.A. Vergara, P.C. González, “Reducción de pérdidas ocasionadas por flujos de dispersión en el tanque de transformadores de distribución”. *Revista Ingeniería y Competitividad* 13(1), 77-86, Facultad de Ingeniería Universidad del Valle, 2011.

[41] J. C. Olivares, J. Canedo, P. Moreno, J. Driesen, R. Escarela, and S. Palanivasagam, "Experimental study to reduce the distribution-transformers stray losses using electromagnetic shields," *Electric Power Systems Research*, vol. 63, pp. 1-7, Aug 2002.

[42] J. C. Olivares, Y. L. Liu, J. M. Canedo, R. Escarela-Perez, J. Driesen, and P. Moreno, "Reducing losses in distribution transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, pp. 821-826, Jul 2003.

[43] M. Rizzo, A. Savini, and J. Turowski, "Influence of flux collectors on stray losses in transformers," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, pp. 1915-1918, 2000.

[44] L. Yan, Eerhemubayaer, S. Xin, J. Yongteng, and L. Jian, "Calculation and analysis of 3-D nonlinear eddy current field and structure losses in transformer," *in Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2011 International Conference on, 2011, pp. 1-4.

[45] Z. Yanli, Y. Bing, C. Fan, X. Dexin, and Z. Linsuo, "Analysis of eddy current loss and local overheating in oil tank of a large transformer using 3-D FEM," *in Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2011 International Conference on, 2011, pp. 1-4.

[46] S. L. Ho, Y. Li, R. Y. Tang, K. W. E. Cheng, and S. Y. Yang, "Calculation of eddy current field in the ascending flange for the bushings and tank wall of a large power transformer," 2008, pp. 1522-1525.

[47] S. Yang, Z. Cheng, Q. Yang, X. Zhu, "The Stray Loss on Magnetic Shielding in Power Transformers," *Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Applied Computer Science*, Hangzhou, China, April 15-17, 2007.

[48] S. Yang, Z. Cheng, W. Yan, Q. Yang and Y. Du, "Stray Loss Analysis for Magnetic Shielding with Lamination," *International Conference on Electrical Machines and Systems ICEMS*, 2008, pp. 3907-3911.

[49] S. L. Ho, Y. Li, R. Y. Tang, K. W. E. Cheng, and S. Y. Yang, "Calculation of Eddy Current Field in the Ascending Flange for the Bushings and Tank Wall of a Large Power Transformer, " *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, June 2008, pp 1522-1525.

[50] M.Motalleb , M.Vakilian , A.Abbaspour, "Calculation of eddy current losses caused by leads and other current sources in high current power transformers, " *Australasian Universities Power Engineering Conference*, *AUPEC* '08, 2008, pp. 1-6.

[51] L. Susnjic, Z. Haznadar, Z. Valković, "Electromagnetic Analysis Applied to the Prediction of Stray Losses in Power Transformer", *ICEM 2004, International Conference on Electrical Machines*, Krakow, Poland, September 5-8, 2004.