



Concepciones de Algunos Docentes de Matemáticas de Educación Básica Primaria sobre el
Conjunto de los Números Decimales.

Valentina M. Diaz Valderrama

Kely J. Silva Chacón

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Santiago de Cali, julio de 2021



Concepciones de Algunos Docentes de Matemáticas de Educación Básica Primaria sobre el
Conjunto de los Números Decimales.

Valentina M. Diaz Valderrama

Codigo:1626814

Kely J. Silva Chacón

Codigo:1532592

Trabajo de grado para optar los títulos de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en
Matemáticas

Mg. Fabian Porras Torres

Director de Trabajo de grado

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Santiago de Cali, julio de 2021

Agradecimientos

Este logro se lo dedico primeramente a mi mamá, gracias por tu amor, apoyo y motivación constante. Todo es por ti. Te amo infinitamente.

Agradezco a mi familia y amigos por su compañía en este camino, en especial a mi abuela Mery por sus mimos, a mi prima Joa por ser mi mejor amiga, a mis hermanos Tefa y Jhon por su cariño, a mis tías por su sabiduría y a César por su amistad incondicional.

Finalmente, a el ángel que me cuida desde el cielo, papá.

Valentina

Agradezco primero a Dios por darme la fortaleza para lograr este sueño de ser licenciada, a mis padres por su amor, entrega constante y ejemplo de superación; a mis hermanas por su compañía y motivación; a mi amor Juan David por su cariño, paciencia, consejos y constante apoyo. Gracias por ser mi todo.

Por último, agradezco a mis amigos que estuvieron presentes en esta trayectoria y en especial a Doris, Oliday y Aicardo por creer en mí. Gracias a todos por su apoyo incondicional.

Kely

Agradecemos a nuestro director Fabián Porras por sus pertinentes críticas, motivación, y paciencia en este proceso. A todos los profesores por compartir sus conocimientos y orientarnos como futuras licenciadas. A las niñas por su amistad y amor, en especial a Antonia por ser nuestra editora favorita. Sin ustedes nada de esto hubiera sido posible.

Con amor y esfuerzo,

Valentina Diaz & Kely Silva.

Resumen

Este trabajo de investigación presenta la categorización de las concepciones que tienen algunos docentes de matemáticas en Educación Básica primaria sobre el conjunto de los Números Decimales, objeto matemático elemental a lo largo de la vida escolar, pero cuyo estudio suele limitarse a la notación de números que se escriben con coma, sin abordar su caracterización como sistema numérico o conjunto D^1 . Por ello, se realiza un cuestionario y una entrevista, los cuales permiten un análisis sobre las concepciones ya que al ser la estructura que los docentes les dan a sus conocimientos sobre los Números Decimales estas determinan su actuar en el aula, por lo que algunas de las concepciones predominantes fueron, los Números Decimales como representaciones de los Números Reales y los Números Decimales como expresiones finitas.

Palabras clave: Números Decimales, conjunto numérico D , básica primaria, concepciones y expresión decimal.

¹ Algunos autores llaman Números Decimales a cualquier número real expresado en forma decimal. Nosotros preferimos seguir el criterio de autores como Centeno (1988) o Socas (2001) y llamar Números Decimales únicamente a los Números Racionales que tienen como representante una fracción decimal. De este modo, diferenciamos entre las expresiones decimales de un número (que también existen para los reales) y los Números Decimales D que es un subconjunto de Q (Cid, Godino & Batanero, 2003, p.353)

Contenido

Introducción.....	10
Aspectos Generales Del Problema	11
Antecedentes	11
<i>Concepciones en Educación Matemática</i>	11
<i>Enseñanza y Aprendizaje de los Números Decimales</i>	13
Planteamiento del Problema	16
Objetivos	20
<i>Objetivo general</i>	20
<i>Objetivos específicos</i>	20
Justificación	20
<i>Concepciones de los Docentes</i>	21
<i>Los Números Decimales</i>	21
<i>Número Decimal y su Relación con el Pensamiento Numérico</i>	24
Marco Teórico	25
Historia de los Números Decimales.....	25
El Sistema Numérico de los Números Decimales	28
<i>Construcción del Conjunto D</i>	29
<i>Propiedades y Operaciones del Conjunto D</i>	30
Problemas en la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Decimales	34
Los Números Decimales y el Currículo Escolar Colombiano	39
<i>Coherencia Horizontal</i>	41
<i>Coherencia Vertical</i>	43

Concepciones en Educación Matemática	44
Metodología.....	46
Fase Teórica.....	47
<i>Selección de la Muestra</i>	47
Fase de Instrumentos de Recolección de Datos	48
<i>Cuestionario Piloto</i>	49
<i>Cuestionario Final</i>	50
<i>Entrevista</i>	55
Fase de Análisis	56
Análisis de la Información.....	57
Análisis de los Cuestionarios.....	57
<i>Pregunta 1</i>	57
<i>Pregunta 2</i>	62
<i>Pregunta 3</i>	67
<i>Pregunta 4</i>	70
<i>Pregunta 5</i>	71
<i>Pregunta 6</i>	75
<i>Pregunta 7</i>	88
Pregunta 8.....	103
Análisis de las Entrevistas	109
<i>Pregunta 1</i>	109
<i>Pregunta 5</i>	112
<i>Pregunta 7</i>	117
Concepciones de los Docentes	122

Los Números Decimales son una Representación de los Números Reales	123
Los Números Decimales son una Representación de los Números Racionales	123
Los Números Enteros no son Números Decimales	124
Los Números Decimales son las Expresiones Finitas	124
Consideraciones y Reflexiones Finales	124
Bibliografía.....	130
Anexos	134
Anexo 1: Cuestionario piloto	134
Anexo 2: Cuestionario Final	137
Anexo 3: Entrevistas	139
<i>Transcripción entrevista del Docente 1</i>	139
<i>Transcripción entrevista del Docente 2</i>	143
<i>Transcripción entrevista del Docente 3</i>	147
Anexo 4: Esquema Números Decimales o Conjunto D.....	152

Tabla de Figuras

Figura 1: <i>Ejemplo de la Notación Decimal de Stevin</i>	27
Figura 2: <i>Coherencia Horizontal de Cuarto a Quinto de Primaria.</i>	42
Figura 3: <i>Coherencia Vertical de Educación Primaria sobre el Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.</i>	43
Figura 4: <i>Pregunta 1 del Cuestionario Final.</i>	52
Figura 5: <i>Pregunta 2 del Cuestionario Final.</i>	52
Figura 6: <i>Preguntas de la 3 a la 6 del Cuestionario Final.</i>	53
Figura 7: <i>Pregunta 7 del Cuestionario Final.</i>	54
Figura 8: <i>Pregunta 8 del Cuestionario Final.</i>	55
Figura 9: <i>Gráfica de las Características de la Pregunta 1</i>	58
Figura 10: <i>Gráfica de las Características de la Pregunta 2.</i>	63
Figura 11: <i>Gráfica de las Características de la Pregunta 3.</i>	67
Figura 12: <i>Gráfica de las Características de la Pregunta 4.</i>	70
Figura 13: <i>Gráfica de las Características de la Pregunta 5.</i>	72
Figura 14: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 6A.</i>	77
Figura 15: <i>Procedimiento Correcto de la Suma de Números Decimales del ítem 6A.</i>	78
Figura 16: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 6B.</i>	78
Figura 17: <i>Procedimientos Correctos de Algunos Docentes del Ítem 6B</i>	80
Figura 18: <i>Procedimientos Incorrectos de Algunos Docentes del Ítem 6B.</i>	80
Figura 19: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 6C.</i>	81
Figura 20: <i>Procedimientos Correctos de Algunos Docentes del Ítem 6C.</i>	82
Figura 21: <i>Procedimientos Incorrectos de Algunos Docentes del Ítem 6C.</i>	83
Figura 22: <i>Respuestas Parcialmente Correctas de Algunos Docentes del Ítem 6C.</i>	84

Figura 23: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 6D.</i>	85
Figura 24: <i>Procedimientos Correctos de Algunos Docentes del Ítem 6D.</i>	86
Figura 25: <i>Respuesta Incorrecta al Ítem 6D.</i>	86
Figura 26: <i>Respuestas Parcialmente Correctas de Algunos Docentes del Ítem 6D.</i>	87
Figura 27: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 7A.</i>	89
Figura 28: <i>Respuesta que Representa la Característica A del Ítem 7A.</i>	90
Figura 29: <i>Respuesta que Representa la Característica B del Ítem 7A</i>	91
Figura 30: <i>Respuesta que Representa la Característica C del Ítem 7A.</i>	92
Figura 31: <i>Respuesta que Representa la Característica D del Ítem 7A.</i>	93
Figura 32: <i>Respuesta que Representa la Característica E del Ítem 7A.</i>	94
Figura 33: <i>Respuesta que Representa la Característica F del Ítem 7A.</i>	95
Figura 34: <i>Respuesta que Representa la Característica G del Ítem 7A.</i>	96
Figura 35: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 7B.</i>	97
Figura 36: <i>Respuesta que Representa la Característica A del Ítem 7B.</i>	98
Figura 37: <i>Respuesta que Representa la Característica B del Ítem 7B.</i>	99
Figura 38: <i>Respuesta que Representa la Característica C del Ítem 7B.</i>	100
Figura 39: <i>Respuesta que Representa la Característica D del Ítem 7B.</i>	101
Figura 40: <i>Respuesta que Representa la Característica E del Ítem 7B.</i>	101
Figura 41: <i>Respuesta que Representa la Característica F del Ítem 7B.</i>	102
Figura 42: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 8A.</i>	104
Figura 43: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 8B.</i>	106
Figura 44: <i>Gráfica de las Características de la Ítem 8C.</i>	107

Introducción

El presente trabajo de grado aborda las concepciones que tienen algunos docentes de matemáticas de Educación básica primaria en instituciones educativas de la Ciudad de Cali, sobre el conjunto de los Números Decimales, debido a que estas son estructuras que le otorgan a sus conocimientos y al ser de carácter subjetivo llegan a impactar la enseñanza de este objeto matemático, que presenta complejidades en la etapa escolar extendidas hasta lo universitario (Socas, 2002).

Este documento se ha organizado en seis capítulos; en el primer capítulo se presentan los aspectos generales del estudio, como son los antecedentes que contextualizan la problemática a investigar, la descripción del problema de estudio, los objetivos que direccionan el estudio, y la justificación para abordarlo.

En el segundo capítulo se estructura el marco teórico que sustenta la investigación. Se inicia con un recorrido histórico de los Números Decimales, posteriormente se aborda la construcción del conjunto D , junto con sus propiedades topológicas y algébricas, además de las problemáticas asociadas a este objeto matemático, después se abordan los Números Decimales en el currículo escolar colombiano y por último, los referentes teóricos sobre las concepciones de los docentes en Educación Matemática.

En el tercer capítulo, se esboza la metodología empleada, la cual se basa en el enfoque mixto y está estructurada en tres fases: la fase Teórica, que hace referencia a los aspectos teóricos que sustentan la investigación y la selección de la muestra a estudiar; la fase de instrumentos de recolección de datos, en la que se aborda el diseño de los instrumentos de recolección como son el cuestionario piloto, el cuestionario final y la entrevista, la aplicación y organización de la información recogida, junto con la fase de análisis.

El cuarto capítulo, aborda el análisis de la información, en este se hace una caracterización de las respuestas de los docentes a los cuestionarios y las entrevistas realizadas, a través de un análisis estadístico descriptivo e interpretativo.

En el quinto capítulo se presenta las categorías de las concepciones de los docentes participantes del estudio a la luz del análisis de las respuestas a los instrumentos en relación con los aspectos teóricos sobre el conjunto de los Números Decimales.

En el sexto y último capítulo, se abordan las consideraciones y reflexiones sobre la investigación, adicionalmente se incluye la bibliografía empleada junto con los anexos que se consideran pertinentes.

Aspectos Generales Del Problema

En este capítulo se presenta el problema de investigación que encamina este trabajo, primero desde los antecedentes y a partir de estos, el planteamiento del problema, seguido de los objetivos, por último, la justificación.

Antecedentes

Con la intención de realizar una contextualización de la problemática que se aborda en este trabajo se mencionan los hallazgos bibliográficos relacionados con el objeto de estudio. En relación con esto, la estructura que se usa para presentar los antecedentes se divide en dos partes, primero las investigaciones relacionadas a concepciones en matemáticas y segundo, las investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales.

Concepciones en Educación Matemática

Para realizar este apartado se tuvo en cuenta investigaciones sobre concepciones de los docentes de matemáticas, con el fin de entender la relevancia de estas en la labor docente y cómo estas llegan a determinar las acciones de los docentes en el aula.

Da Ponte (1999), en su artículo “*Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros*”, aborda la importancia de las creencias y concepciones para los maestros de matemáticas y cómo éstas son una estructura que determina sus acciones. Adicionalmente, se discute sobre la pertinencia de realizar una distinción entre creencias y concepciones, desde el punto de vista de varios autores como Thompson (1992), Nespor (1987), Pajares (1992). Para Da Ponte resulta útil destacar las diferencias entre estos conceptos al momento de darles significado, en este sentido, las creencias están comúnmente catalogadas en un nivel inferior de conocimiento y recurrentemente se relacionan a lo religioso o afectivo, puesto que evidencian aspectos afectivos de la personalidad del docente, en cambio las concepciones son difíciles de estudiar y entender, debido a su naturaleza subconsciente, sin embargo, de manera general se puede considerar a ambos conceptos como elementos fundamentales que estructuran el conocimiento y, por consiguiente, hacen parte de él conocimiento.

Este trabajo es importante para la presente investigación debido a su aporte al momento de definir las concepciones y a la importancia de estudiar las concepciones como la estructura de los conocimientos que tienen los docentes de Matemáticas, además refleja que es un tema fundamental dentro del ámbito de la Educación Matemática.

Gómez (2010) en su artículo “*Concepciones de los Números Decimales*” describe las principales concepciones de los Números Decimales, respecto a lo que se ha reflejado en los libros de texto representativos de los últimos 100 años. Gómez se basa en la idea de concepción de Brousseau (1998), ya que son conocimientos que, en algunos casos, se constituyen en obstáculos para el aprendizaje, entorno a los cuales se reagrupan los errores recurrentes.

Los resultados de las principales caracterizaciones derivadas de las prácticas de enseñanza y aprendizaje son: *el contexto de la numeración*, en este se trabaja los decimales como una prolongación del sistema del valor posicional de base 10 contrario a los Números Decimales, además de introducirse la coma o punto como separador de las unidades, con el fin de evitar equívocos, es decir, distinguir las cifras que corresponden a unidades inferiores a la unidad Naturales; *el contexto de la medición*, se construyen los decimales a partir de la expresión numérica de unidades y subunidades del Sistema Métrico Decimal, siendo las primeras los Naturales, las segundas los decimales y la coma decimal aquella marca que me permite diferenciar las unidades de las subunidades; *el contexto de las fracciones*, en este los Números Decimales se presentan como una nueva forma de escritura de las fracciones decimales $\frac{a}{10^n}$, con $n=0$ o n Entero no negativo, consideradas éstas como un caso particular de las fracciones $\frac{a}{b}$. Por último, *contexto de la ampliación de los campos numéricos* que se deriva de los anteriores, con el fin de usar los Números Decimales como idea intuitiva de Número Real, es decir los Números Decimales para los Números Racionales y las expresiones decimales infinitas no periódicas para los Números Irracionales. Lo mencionado por Gómez, aporta elementos para este trabajo respecto a la categorización de las concepciones que los docentes tienen sobre los Números Decimales.

Enseñanza y Aprendizaje de los Números Decimales

Para realizar este apartado se recurre a la bibliografía referente a la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales, con la intención de abordar la dificultad y complejidad que rodea a este objeto matemático, y su relación con la práctica docente. Además, se aportan referentes sobre cómo la problemática al momento de definir Número Decimal afecta el aprendizaje este.

Centeno (1999), en su libro *Números Decimales: ¿Por qué? ¿Para qué?* Hace un estudio de los Números Decimales tanto de la enseñanza como el aprendizaje.

Particularmente se abordaron los capítulos: “*El Número Decimal: conocimiento para enseñar*” en el cual se estudia de manera formal la construcción del conjunto de los Números Racionales y consigo el conjunto de los Número Decimales, el estudio de las propiedades, relaciones de orden, las escrituras equivalentes y la importancia en la enseñanza; y el capítulo de “*dificultades, errores, conflictos y obstáculos,*” alude a los errores que frecuentemente surgen en el conjunto Número Decimal, desde su escritura, operaciones, valor posicional, errores relacionados con el cero, las propiedades de orden entre otros, los cuales son encontrados tanto en la enseñanza como el aprendizaje de este conjunto numérico D. Ambos capítulos son fundamentales para este trabajo, ya que aportan elementos para el marco teórico, el primero en lo que respecta a la construcción formal de este conjunto, y el segundo, en cuanto a los problemas que se generan en el proceso de enseñanza y de aprendizaje sobre el conjunto de los Números Decimales.

Socas (2002), en su artículo “*La organización de los sistemas numéricos desde su escritura decimal. Algunas expresiones ambiguas*” realiza un estudio del estatus matemático en el que se encuentran los Números Decimales (fracciones decimales) en escuela no universitaria. Se abordan las perspectivas epistemológicas e históricas que se tienen sobre los Números Decimales en relación con los sistemas numéricos. Además, se puntualiza la pertinencia de que en la escuela no universitaria se esclarezca la estructura del conjunto D, como sistema propio e independiente, para esto el autor primero realiza un análisis curricular de tratamiento de los Números Decimales en el currículo canario, y con relación a esto, determina que es necesario hacer un cambio, por lo que propone una organización curricular diferente de los sistemas numéricos en la escuela no universitaria.

en la que “se caracteriza conceptualmente como sistema numérico al conjunto D, y se le asigna un papel relevante en el desarrollo de los números en el ámbito educativo. (Escritura decimal = Desarrollo decimal o Expresión decimal)” (p. 33). En otras palabras, se busca consolidar al conjunto de los Números Decimales como un sistema con entidad propia.

Este documento es indispensable para determinar el sentido de la problemática de la investigación, pues es uno de los documentos bases para entender la importancia del tratamiento de los Números Decimales como sistema numérico, en su escrito Socas aborda la importancia del conjunto D, además esclarece la estructura y definición de donde parten, cuestión fundamental para el marco teórico.

Konic (2011), en su Tesis doctoral “*Evaluación de conocimiento de futuros profesores para la enseñanza de los Números Decimales*”, tiene la intención de contribuir a la enseñanza y comprensión de los Números Decimales por parte de los estudiantes para profesor, por lo que hace un estudio y evaluación de los conocimientos didácticos-matemáticos que tienen los futuros profesores de matemáticas, mediante un cuestionario que permite evaluar la idoneidad de los conocimientos que tienen los profesores para la enseñanza de los Números Decimales, hace un análisis de las respuestas de una muestra de 118 estudiantes de magisterio de Educación primaria que desvelan las dificultades de comprensión y uso competente de los Números Decimales, su principal referente teórico es el enfoque Ontosemiótico (EOS), ya que brinda herramientas para la elaboración del análisis didáctico sobre los conocimientos de los Números Decimales por parte de los estudiantes para profesor, además realiza una clasificación en la dimensión epistémica, cognitiva e instruccional, y aborda la relación entre Número Decimal, expresión decimal y aproximación decimal.

Esta tesis doctoral resulta indispensable al momento de construir el marco teórico de referencia para este trabajo de investigación, debido a su aporte de elementos fundamentales para considerar Número Decimal como sistema numérico, además, contribuye a entender la complejidad del objeto matemático Número Decimal.

Ávila & García (2008), en su Libro *“Los decimales: más que una escritura, reflexiones sobre su enseñanza y aprendizaje”* tiene como finalidad contribuir a la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales en Educación básica primaria, al ser un instrumento para uso de los docentes y se constituye como un material que propone alternativas centradas en el tratamiento de temas y contenidos relacionado a los Números Decimales, además de que son un referente e insumo para que los docentes amplíen y mejoren sus conocimientos y prácticas escolares.

Este libro al ser de carácter didáctico y estar dirigido a docentes de matemáticas es de mucha utilidad para la construcción de algunas preguntas del instrumento de análisis de información, relacionadas con la escritura, orden, y operaciones de los Números Decimales, al relacionar los temas que se debaten en la enseñanza de los Números Decimales y los conocimientos que los docentes deben tener al momento de trabajar este objeto matemático. Además, el libro contribuye entender la complejidad que subyace a los Números Decimales, su estructura, escritura y distinción de las expresiones decimales.

Planteamiento del Problema

Las matemáticas poseen un cuerpo teórico estructurado, claro y debidamente formalizado, en virtud de esto, cada objeto matemático tiene un uso, tratamiento, pertinencia y significado que permiten lograr el desarrollo de estas, como es el caso de los Números Decimales objeto matemático indispensable a lo largo de la escolaridad elemental (Konic, 2011). El cual se ha limitado a la escritura con coma, lo que conlleva una serie de

dificultades en la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales, reportadas en numerosas investigaciones en didáctica, tales como; Brousseau (1980), Centeno (1999), Socas (2002), Ávila (2008,) Konic, Godino & Rivas (2010), Piñeiro (2011) entre otros. Incluso en muchos casos tales dificultades son atribuibles la formación de los docentes y su ejercicio en el aula (Konic, 2011).

Ávila (2008), afirma que “los decimales han sido reconocidos como un campo complejo cuyas propiedades no resultan fáciles de comprender y manejar y, por lo tanto, el proceso de su adquisición escolar debe ser estudiado y planeado cuidadosamente” (p.11). De manera que, los docentes enfrentan una gran dificultad entorno a este objeto matemático, pues “se ha revelado que la enseñanza del tema no es una tarea fácil para los docentes quienes con frecuencia carecen de los conocimientos necesarios tanto desde el contenido matemático como de su enseñanza” (Konic, 2011, p. 8).

Los docentes construyen concepciones, creencias, ideas y significados propios de su experiencia escolar, lo cual en algunos casos dista de la naturaleza y el sentido propio de las matemáticas. De allí que sea fundamental que los docentes posean conocimientos sólidos en la disciplina, en pedagogía y en didáctica de las matemáticas. En relación con esto, la formación y conocimientos del docente resultan fundamentales, pues al ser el docente el mediador entre el conocimiento a enseñar y el aprendizaje de los estudiantes, permiten el desarrollo del pensamiento y competencias matemáticas, la cuales dependen de manera esencial de los docentes (Konic, 2011).

Es importante destacar que los conocimientos de los docentes pueden ser influenciados por las concepciones, ya que, al ser de carácter subjetivo, son claves en las decisiones que estos toman respecto al contenido y la forma de presentarlo en el aula. Además, como lo menciona Artigue (1990), las concepciones ponen en evidencias los

distintos puntos de vista posibles que tiene un docente sobre un objeto matemático, puesto que las concepciones son entendidas como “la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes” (García, Azcarate, & Moreno, 2006, p.88). Estas son determinantes al momento de transmitir conocimientos, es decir, el modo en que un docente concibe un objeto matemático es la manera cómo lo va a presentar a sus alumnos, por lo que si un docente tiene ciertas concepciones del objeto matemático Números Decimales esto influye en su enseñanza y posteriormente en su aprendizaje.

Por lo anterior, estudiar las concepciones sobre los Números Decimales posibilita diferenciar las representaciones y modos de tratamiento que los docentes le dan a los Números Decimales en su práctica, ya sea como una representación con coma de los reales o como un Sistema Numérico² con entidad propia.

La perspectiva que adopta este trabajo investigativo son los Números Decimales como sistema numérico, en la cual se aborda a los Números Decimales como el conjunto numérico D , que se puede definir a partir de una restricción de los Números Racionales, al ser un “subconjunto de los números Racionales cuyo denominador es una potencia de 10, es decir de la forma $\frac{a}{10^p}$, con $p = 0$ o p entero no negativo” (Saiz, Gorostegui & Vilotta, 2011, p.140).

Muchas investigaciones didácticas consideran a los Números Decimales como sistema numérico y no como una simple representación con coma de los Números

² Para instancia de este trabajo grado se optó por usar tanto sistema numérico como conjunto D al momento de referirnos a los Números Decimales. Como lo muestran diferentes investigaciones Centeno (1999), Abrogui (2003), Cid, Godino & Batanero (2002), Socas (2002), Konic (2011), además al referirnos a un sistema numérico se hace alusión a un conjunto de números que comparten propiedades de orden, topológicas y analíticas, junto con una estructura algebraica y satisfacen las operaciones aritméticas, por lo que son análogos entre sí.

Reales; Abrogui (2003), Cid, Godino & Batanero (2003), Socas (2002), Ávila & García (2008), Konic (2011), entre otros. Esta consideración resulta fundamental para la enseñanza y construcción de otros sistemas numéricos como Q y R . Al respecto Abrogui (2003), afirma que en su mayoría los docentes conciben a los Números Decimales solo como un número con coma y no hacen la diferenciación entre Número Decimal y Número Racional no decimal, lo que genera dificultades y vacíos en el conocimiento matemático con respecto a la estructura del conjunto D y las propiedades de este.

Con respecto a lo anterior, autores como Brousseau (1980), Centeno (1999), Konic, Godino & Rivas (2010), Piñeiro (2011), resaltan la pertinencia de hacer la distinción entre Número Decimal y las representaciones de este, además de los errores, dificultades y obstáculos que los rodean, por ejemplo, la concepción de que los Números Decimales tienen el mismo significado, uso y propiedades de los Números Naturales (Brousseau, 1980). Adicionalmente, se hace un reconocimiento a los aspectos de los Números Decimales que implican dificultades en el aprendizaje de las propiedades topológicas y algebraicas como son: el concepto de Número Decimal (valor de posición, conflictos con el cero); la escritura y/o representación (distinción entre número y representación, equivalencias y transformaciones); propiedades (orden, densidad de los decimales en Q), y las operaciones con Números Decimales (Konic, Godino, & Rivas, 2010).

De acuerdo con lo mencionado anteriormente se plantea la siguiente pregunta que orienta la presente investigación

¿Cuáles son las concepciones que tienen algunos docentes de Matemáticas de Educación básica primaria, sobre el conjunto de los Números Decimales?

Objetivos

Después de haber hecho claridad sobre el problema que se aborda en este trabajo investigativo, se presentan los objetivos que permiten dar alcance y solución al problema planteado.

Objetivo general

Categorizar las concepciones que tienen algunos docentes de matemáticas de Educación básica primaria sobre el conjunto de los Números Decimales.

Objetivos específicos

- Determinar las principales características del objeto matemático Número Decimal como sistema numérico, desde sus propiedades topológicas y algebraicas.
- Identificar las concepciones que algunos docentes de matemáticas de Educación básica primaria tienen respecto al conjunto de los Números Decimales.
- Analizar y reflexionar sobre las concepciones identificadas y su influencia en la práctica docente.

Justificación

La problemática del presente trabajo de grado se justifica desde diversas perspectivas, en primer lugar, se aborda argumentos con respecto a cómo las concepciones de los docentes de matemáticas influyen en la enseñanza de un objeto matemático, específicamente los Números Decimales; posteriormente se argumenta, la importancia de los Números Decimales en las matemáticas y su caracterización como sistema numérico y por último, se argumenta la importancia de este objeto para el desarrollo del pensamiento numérico.

Concepciones de los Docentes

La diversidad y subjetividad de las concepciones que tienen los docentes respecto a los objetos matemáticos, direccionan la práctica en el aula e influyen en los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje dado que son “la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes” (García, Azcarate, & Moreno, 2006, p.88). Por tanto, la enseñanza de un objeto matemático en el aula de clase va a depender de la concepción que el docente ha construido, afectando así el aprendizaje de este.

Es importante abordar el estudio de las concepciones de los docentes, debido a que pueden producir confusiones y errores, ya sea por omisión de información o por la información que se trasmite a través de estas (Gómez, 2010). Además, indagar sobre las concepciones de los docentes permite identificar las dificultades y errores alrededor de un objeto matemático, particularmente de los Números Decimales, el cual ha sido objeto de estudio en múltiples investigaciones como, Centeno (1999), Ávila (2008), Ávila & García (2008), Konic (2011), Piñero (2011), entre otros.

En relación con lo anterior, las concepciones sobre los Números Decimales representan para esta investigación un recurso para indagar, categorizar y reflexionar sobre los conocimientos de los docentes y la pertinencia de estos en relación con la naturaleza y el sentido propio de los Números Decimales, ya que constituyen un método de análisis sobre el saber y las actuaciones didácticas dentro del aula en relación con un objeto matemático (Mora & Torres, 2004).

Los Números Decimales

Se resalta la importancia de los Números Decimales, puesto que se encuentran inmersos en distintos contextos y “tienen gran cantidad de aplicaciones en las actividades

humanas y permiten solucionar problemas que no pueden resolverse con Números Naturales (Ávila & García, 2008, p.21). Un ejemplo de estas aplicaciones son las operaciones comerciales y las mediciones de superficies en el mundo, las cuales usan números menores a la unidad de medida, el contexto de los porcentajes en las compras, entre otras. A pesar de la importancia de este objeto no implica que sea sencillo abordarlo tanto en la formación docente, como en el proceso de enseñanza y el proceso aprendizaje, pues como lo menciona Centeno (1999), los Números Decimales, son un objeto matemático con grandes dificultades y problemas al momento de ser enseñados y aprendidos.

Una de las principales dificultades radica en que no se sabe a qué denominar “Número Decimal” lo que ocasiona una diversidad de significados formales e informales, que condicionan un significado global complejo a la hora de abordar este objeto matemático por los docentes (Konic, 2011). Esto implica una limitación en su contextualización y comprensión tanto para los docentes como para los estudiantes.

Es común que la enseñanza de los Números Decimales se limite a la escritura de estos, a la ejercitación y mecanización de operaciones con ellos y no a un profundo análisis de su significado, tanto en el contexto educativo, como social y a la relevancia, comprensión e interpretación que estos representan. En este sentido Ávila & García, (2008) afirma que “los Decimales son mucho más que una escritura: son números que tienen ciertas propiedades y funciones que lo hacen distinguirse de otros, y la escritura utilizando el punto es sólo una de las formas que tenemos para representarlos” (p. 27). Es decir, tienen las características y definición de un sistema numérico, pero no es tratado en algunos casos de la Educación Matemática como sistema, si no limitado a una representación de los Números Reales.

En relación con esta problemática se considera fundamental que los docentes conciban a los Números Decimales como un sistema numérico, debido a que esto contribuye a la construcción de número y la distinción de este y sus diferentes representaciones, pues como señala Socas (2002):

La propuesta de los números D como sistema numérico propio en relación con las expresiones decimales como dos formas de representar un determinado Número Decimal, no tienen razones únicamente utilitarias que podrían ser suficientes: calculadoras, ordenadores, ..., si no también que conjunto D aporta elementos topológicos y de otra naturaleza que constituyen una ganancia útil desde el punto de vista conceptual y didáctico. La densidad, la noción de aproximación (intervalos encajados), la medida, reparto, las representaciones semióticas (recta decimal), etc., le confieren un sentido teórico y práctico que permiten construir significativamente los otros sistemas numéricos Q y R (p.34).

En otras palabras, tener claro que los Números Decimales son un sistema numérico, aporta significativamente a la enseñanza y el desarrollo y construcción de otros conjuntos numéricos, además que los objetos matemáticos por su construcción formal tienen nombres que caracterizan su naturaleza, de ahí que, los Números Decimales son conjunto con entidad propia y no una representación o expresión decimal con coma. Al respecto Centeno (1999), no hay que confundir el concepto número con una de sus diversas formas de representarlo, “porque las relaciones entre las distintas representaciones de un número aportan al desarrollo de su significado y apoyan a la caracterización de sus propiedades” (Konic & Reynoso, 2017, p.3).

Otro aspecto fundamental es, no legitimar su condición como sistema numérico propio e independiente y caracterizar erróneamente al objeto Número Decimal, lo cual

afecta la conceptualización de número y sus representaciones y consigo su manejo en el aula (Socas, 2002). Por lo que resulta indispensable conocer las concepciones que tiene los docentes frente a esta problemática y como esto interviene en su práctica docente.

Número Decimal y su Relación con el Pensamiento Numérico

Una de las finalidades en la Educación Matemática es promover el pensamiento matemático y la construcción del número en los estudiantes, esto desde una “apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar, entre otros, el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional que, por supuesto, incluye al funcional” (MEN, 1998, p.16). El concepto de Número Decimal es indispensable para el desarrollo del pensamiento matemático, dada su estrecha relación con el desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, el cual posibilitan la construcción de número que los estudiantes desarrollan a lo largo de su vida escolar.

El desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, desde la propuesta curricular orienta actividades que permiten la comprensión del sentido y uso de los Números Decimales, el significado de las operaciones, las distintas relaciones entre los números y sus representaciones, ya que, la noción de Número Decimal es indispensable para la comprensión de otros objetos matemáticos y contextos, como son; el de la medida, geométricos, variación, entre otros, así como para la comprensión del Número Real. No obstante, el hecho de que el pensamiento numérico requiera de los distintos sistemas numéricos, no quiere decir que éstos lo agoten, sino que es necesario ampliar su desarrollo con otros sistemas como los de medida, los de datos, etcétera (MEN, 1998).

En relación con lo anterior, es clave que el estudiante reconozca al objeto Número Decimal como sistema numérico y no solo como una representación de los Números

Reales, y de esta manera identifique en qué momento debe usarlos y que pensamiento está asociado a este, debido a que el estudiante debe tener un “conocimiento de que los números se pueden representar de diferentes maneras, junto con el reconocimiento de que algunas representaciones son más útiles que otras en ciertas situaciones de resolución de problemas, es valioso y esencial para desarrollar pensamiento numérico” (MEN, 1998, p.27).

De los anteriores apartados se destaca la importancia de realizar esta investigación, debido al reconocimiento del objeto matemático Número Decimal como un campo complejo e importante para la Educación Matemática, particularmente la fundamentación del número y sus representaciones, por lo que resulta necesario indagar las concepciones de los docentes de matemática de Educación básica primaria, dado que en estos grados se inicia el estudio de los decimales finitos y las fracciones, además del acercamiento de este objeto en relación al sistema métrico decimal, en el cual se limita a las conversiones de medida y números con coma sin pasar por una profundidad conceptual, lo que causa dificultades y obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de este objeto (Salazar, 2018).

Marco Teórico

Se presenta a continuación los referentes teóricos que sustentan la investigación, se inicia con un barrido histórico del desarrollo de los Números Decimales, seguido de la presentación del objeto Número Decimal, su estructura, y definición como sistema numérico, luego problemas didácticos entorno a estos, posteriormente, una visualización de cómo se aborda los Números Decimales en el currículo escolar colombiano, y finalmente, aspectos teóricos referentes a las concepciones en Educación Matemática.

Historia de los Números Decimales

Las primeras aproximaciones a la notación decimal surgen a mediados del siglo V con el uso de fracciones decimales, alrededor de este siglo el árabe Al-Kasi se

autoproclamó el creador de los Números Decimales al introducir en “sus obras las fracciones compuestas de las potencias sucesivas de un décimo, a las que llamó décimas, segundos decimales, terceros decimales...” (Ávila & García, 2008, p.31). Este sería un modo parecido a lo que hoy en día se conoce como el valor posicional de las cifras decimales: décimas, centésimas, milésimas, así sucesivamente; indispensables para establecer el orden dentro de los Números Decimales.

El matemático árabe Al-Uglidisi, que vivió en el siglo X, utilizaba en sus escritos las fracciones decimales y una notación parecida a la actual. El uso de las fracciones decimales fue la primera aproximación a los Números Decimales, estas con el objetivo de realizar operaciones de un modo parecido al utilizado con los Números Enteros. En Europa el uso de estas fracciones fue demorado y el primer acercamiento se dio en el tratado de álgebra “Die Coss” muy reconocido en la época de Christoff Ruddolf en 1525, hasta el punto de ser considerado el predecesor de la matemática de toda Alemania (Konic, 2011).

Respecto de la notación o escritura decimal, no es sino hasta siglo XVI cuando el ingeniero y matemático holandés Simón Stevin consolidó un sistema decimal, con el objetivo de enseñar a realizar cuentas en los negocios sin utilizar fracciones o números quebrados. En su libro “La Disme” de 1585 establece un sistema posicional decimal asignando a cada número una posición señalada con un símbolo, se iniciaba con el (0) que separaba la parte entera de la decimal, y de esta manera el número señalado con el (1) sería el primer decimal después de la coma en nuestro sistema actual, el (2) sería la centésima, el (3) la milésima así sucesivamente (Ávila, 2008). Cómo se ilustra a continuación:

Figura 1: *Ejemplo de la Notación Decimal de Stevin*

$$4 \text{ ① } 5 \text{ ① } 3 \text{ ② } 5 \text{ ③ } 9 \text{ ④} = 4.5359$$

$$\begin{array}{cccc} \text{①} & \text{①} & \text{②} & \text{③} \\ 3 & 6 & 7 & 2 \end{array} = 3.672$$

$$2895 \text{ ③} = 2.895$$

Años después el suizo Jobst Bürgi simplificó este sistema eliminando el símbolo de ubicación de los números e introdujo el ° como separador de la parte entera de la decimal. Más adelante Magíni en su obra “De planistriangulis” del año 1592 utilizó un punto (.) para realizar esta separación, el uso de la coma decimal no se generalizó hasta la obra del escocés John Napier en 1617 (Salazar, 2018).

En la actualidad la escritura de los Números Decimales está sujeta al país o zona geográfica, algunos países angloparlantes se utiliza el punto decimal, pero en parte de Sur América y Europa Continental se emplea la coma decimal, el uso de cualquiera de estos está permitido en el Sistema Internacional de Medidas en su Oficina Internacional de pesos y medidas (RAE, 2010).

Los Números Decimales surgieron como respuesta a la necesidad de representar los cálculos o la expresión de cantidades menores a la unidad de medida, este concepto ha pasado por diferentes etapas que constituyen formas distintas de usarlo como herramienta de cálculo y de caracterizarlo como objeto matemático (Centeno, 1999). Algunos autores como Brousseau & Brousseau (1987), Socas (2002), Cid, Godino & Batanero (2003) y Konic (2011), han investigado si los Números Decimales se posicionan como sistema numérico o como una representación de los Reales con una parte entera y otra decimal.

Para determinar el conjunto D como un objeto matemático, se estableció que un Número Decimal era un Número Real y de esta manera era imposible entender el Número Decimal sin comprender el Número Real (Socas, 2002). Por lo que, el reconocimiento como objeto matemático de los Números Decimales no se dio hasta que los Números Reales fueron plenamente aceptados como objetos matemáticos (Moreno, 2013).

El Sistema Numérico de los Números Decimales

Los Números Decimales se encuentran establecidos en un escalafón importante a nivel cultural porque favorecen los cálculos y transacciones comerciales, hasta el punto de desplazar a los fraccionarios (Ávila, 2008). Estos surgen debido a la insuficiencia práctica y teórica que tienen históricamente los Números Naturales, desde la perspectiva práctica se refleja la imposibilidad de usar Naturales para medir magnitudes continuas, como masa, volumen, presión, entre otras, medidas que algunas veces se posicionan entre dos Números Naturales. Desde el punto de vista teórico los objetos matemáticos tienden a generalizar y completar teorías ya sea ampliando esta o eliminando restricciones (Centeno, 1999).

Abordar la naturaleza de los Números Decimales, ya sea su estructura, construcción o definición, resulta de gran complejidad, incluso algunos autores Rey (1952), Takeuchi (1974), Apóstol (1977), Arezzo (2000), consideran que los Números Decimales son solo una representación con coma de los Reales y otros como Brousseau & Brousseau (1987), Centeno (1999), Socas (2002), Abrougui (2003), Cid, Godino & Batanero (2004), Konic (2011), entre otros, los consideran como sistema numérico. Esta última perspectiva es la que se adopta en este trabajo investigativo, los Números Decimales como sistema numérico, puesto que se aborda a estos números como el conjunto numérico D .

Construcción del Conjunto D

Para hablar del Conjunto D es necesario abordar la construcción de este, es importante aclarar que existen varias formas de construir el conjunto D, estas dependen de la proposición que se toma como punto de partida para realizar la construcción. Teniendo en cuenta a Centeno (1999), no importa cual construcción se realice el resultado siempre será el mismo, puesto que los conjuntos que surgen son isomorfos al conjunto de los Números Decimales.

Hay construcciones directas que son las que surgen como extensión de los Naturales, la primera, plantea dar solución a la ecuación $10^n \cdot x = a$, siendo a un Número Entero y n un Número Racional en la que se define una relación de equivalencia $Z \times N$, tenemos $(a, n) \sim (p, b) = a \cdot 10^p = b \cdot 10^n$, es decir que la clase del par (a, n) se escribe $\frac{a}{10^n}$ y es el conjunto de fracciones equivalentes a la fracción $\frac{a}{10^n}$, denominadas Número Decimal. La segunda construcción directa por extensión de N es añadir un solo d tal que $10 \cdot d = 1$, por este procedimiento el conjunto D^+ es originado por todas las potencias de d .

Otra forma de construir al conjunto D, es realizar previamente la construcción de la estructura general de los Números Racionales, y tomar una parte de estos, en otras palabras, los elementos del conjunto D se definen a partir de una restricción de Q, por lo que pasa a ser un “subconjunto de los Números Racionales cuyo denominador es una potencia de 10, es decir de la forma $\frac{a}{10^p}$, con p entero no negativo” (Saiz, Gorostegui & Vilotta, 2011, p.140).

Con relación a lo anterior, los Números Decimales son un sistema numérico o conjunto que hace parte de Q y se definen para este trabajo, como todos los Números Decimales que tienen la forma $\frac{a}{10^p}$, con $p=0$ o p Entero no negativo, es decir las fracciones

decimales con expresión decimal finita a excepción de aquellas fracciones de expresiones decimales infinitas con periodos constituidos de solo ceros o solo de nueves, por ejemplo; 0,49999... y 4,0000... o 0,20000. Estos Números han tenido una construcción formal, y por tanto, es importante conocer los tipos de construcción, pues como menciona Saiz, Gorostegui & Vilotta (2011) “La organización didáctica que se desarrolle para trabajar con los Números Decimales no será la misma si se parte de $\mathbb{N}$, ... que, si se parte de $\mathbb{Q}$, donde los decimales son ciertos Racionales particulares” (p.140).

Propiedades y Operaciones del Conjunto D

Una manera de legitimar al conjunto D como sistema numérico es que cumple con las operaciones de estructura multiplicativa y aditiva, además de las propiedades topológicas y algebraicas, ya que esto le confiere a los Números Decimales una estructura de anillo conmutativo, unitario, de integridad y totalmente ordenado (Moreno, 2013).

Propiedades Topológicas.

Propiedad de Orden. Según Centeno (1999), el conjunto D está ordenado según la relación prolongada del orden del conjunto $\mathbb{N}$, de esta manera está definida por:

$\frac{a}{b} > \frac{a'}{b'}$ si y solo si $\frac{a}{b} - \frac{a'}{b'} > 0$, la relación “>” se define en $\mathbb{Q}$ y por tanto en D.

Propiedad de Densidad. Esta es una propiedad que establece que entre dos Números Decimales desiguales, siempre se puede encontrar otro decimal distinto de ambos y, por tanto, existen una infinidad de tales Números Decimales intermedios (Moreno, 2013, p. 105). Por lo anterior, los Números Decimales no cumplen la propiedad de antecesor y sucesor.

Propiedades Algebraicas.

Propiedad Conmutativa. Establece que sin importar el orden en el que se encuentren los sumandos o los factores, el resultado siempre es el mismo, definidos dos Números Decimales $\frac{a}{10^n}$ y $\frac{b}{10^m}$ se tiene:

$$\frac{a}{10^n} + \frac{b}{10^m} = \frac{b}{10^m} + \frac{a}{10^n}$$

$$\frac{a}{10^n} \times \frac{b}{10^m} = \frac{b}{10^m} \times \frac{a}{10^n}$$

Propiedad Asociativa. Establece que dados tres o más elementos que estén relacionados por la misma operación (adición y multiplicación) no importa el orden en que se establezcan los paréntesis operativos. Por tanto, se tiene que:

$$\frac{a}{10^n} + \left[\frac{b}{10^m} + \frac{c}{10^p} \right] = \left[\frac{a}{10^n} + \frac{b}{10^m} \right] + \frac{c}{10^p}$$

$$\frac{a}{10^n} \times \left[\frac{b}{10^m} \times \frac{c}{10^p} \right] = \left[\frac{a}{10^n} \times \frac{b}{10^m} \right] \times \frac{c}{10^p}$$

Propiedad Distributiva. Esta se cumple estrictamente de la multiplicación respecto a la suma, es aquella que, al multiplicar un Número Decimal por la suma de dos o más Números Decimales, el resultado será igual a la suma de la multiplicación por cada término de la suma, es decir que:

$$\frac{a}{10^n} \times \left[\frac{b}{10^m} + \frac{c}{10^p} \right] = \left[\frac{a}{10^n} \times \frac{b}{10^m} \right] + \left[\frac{a}{10^n} \times \frac{c}{10^p} \right]$$

Elemento Neutro de la Adición y Multiplicación. Es un número que al aplicar una operación aditiva o multiplicativa con otro número da como resultado este último.

$$\frac{a}{10^n} + \frac{0}{10^m} = \frac{0}{10^m} + \frac{a}{10^n} = \frac{a}{10^n}$$

$$\frac{a}{10^n} \times \frac{1}{10^0} = \frac{1}{10^0} \times \frac{a}{10^n} = \frac{a}{10^n}$$

Elemento Simétrico en la Adición. También denominado elemento opuesto, que al sumar el número con su opuesto da como resultado el elemento neutro que es cero.

$$\frac{a}{10^n} + \left(-\frac{a}{10^m}\right) = \left(-\frac{a}{10^m}\right) + \frac{a}{10^n} = \frac{0}{10^n} = 0$$

Un aspecto importante en el conjunto D es que no se cumple la propiedad de inverso multiplicativo, debido a que algunos números tienen como inverso un número que no necesariamente es fracción decimal y, por tanto, no es Número Decimal, aunque se cumpla que, el número por su inverso de igual a la unidad $1 = \frac{1}{10^0}$.

Operaciones Aritméticas en D. Otra parte fundamental que contribuye a consolidar el conjunto D como sistema numérico son las operaciones aritméticas (adición, sustracción, multiplicación y división). Los algoritmos de las operaciones son comúnmente una prolongación de los utilizados en N y Z. Estas operaciones se justifican en fracciones decimales debido a la definición de Número Decimal como fracción decimal.

Adición y Sustracción. En este caso las operaciones de adición y sustracción se relacionan con el algoritmo que se utiliza en los Números Enteros, por lo que el procedimiento a seguir es en transformar o acomodar los Números Decimales de tal forma que tengan la misma cantidad de cifras después de la coma. Centeno (1999), propone una serie de reglas que se deben tener en cuenta al momento de realizar estas operaciones cuando los términos de la suma o resta están escritos en notación decimal.

1. Escribir los Números Decimales de tal forma que sus comas coincidan en columnas.
2. Añadir los ceros necesarios para que las cifras de números coincidan después de la coma.
3. Se realiza la acción de adicionar o sustraer siguiendo las reglas de los números Naturales.

4. La coma del resultado se posiciona, en la columna con la de los términos de la adición o sustracción, de tal manera que el resultado tenga el mismo número de cifras después de la coma que cada uno de los términos de la operación.

Esta operación se justifica utilizando la definición de fracciones decimales (Moreno, 2013). De tal manera que la sustracción y adicción de los Números Decimales está definida por:

$$\frac{a}{10^n} + \frac{b}{10^m} = \frac{a \times 10^m}{10^n} + \frac{b \times 10^n}{10^m} = \frac{a \times 10^m + b \times 10^n}{10^{m+n}}$$

$$\frac{a}{10^n} - \frac{b}{10^m} = \frac{a \times 10^m}{10^n} - \frac{b \times 10^n}{10^m} = \frac{a \times 10^m - b \times 10^n}{10^{m+n}}$$

Multiplicación. Para la multiplicación cuando está escrita en notación decimal se debe prestar atención al valor posicional, hay que tener en cuenta las siguientes reglas mencionadas por Ávila & García (2008):

1. Multiplicar los números como si fueran Enteros.
2. Poner la coma teniendo en cuenta que haya tantas cifras decimales en el resultado como la suma de la cantidad de cifras de los factores.
3. Si el número del producto es menor que la suma de cifras de los factores se completa con ceros a la izquierda.

La definición formal es:

$$\frac{a}{10^n} \times \frac{b}{10^m} = \frac{(a \times b)}{10^{n+m}}$$

División. El cociente de dos Números Decimales no una operación cerrada en D, puesto que no siempre el resultado da un Número Decimal,

$$\frac{a}{10^n} \div \frac{b}{10^m} = \frac{a \times 10^m}{b \times 10^n}, \quad b \neq 0$$

Si se tienen la operación en notación decimal Centeno (1999), menciona que el procedimiento habitual para hacer la división es el siguiente:

1. En el divisor se corre la coma tantos lugares como sea necesario para tener un Número Entero y en el dividendo se corre la coma hacia la derecha tanto lugares como haya sido necesario en el divisor
2. Se realiza la división utilizando el algoritmo de los Números Enteros, teniendo en cuenta que el cociente deberá tener el mismo número de cifras decimales que el nuevo dividendo.

Con lo anterior, es pertinente mencionar que cada una de las propiedades y operaciones definidas para los Números Decimales, son las que permiten su estructura como sistema numérico con entidad propia, de aquí radica la importancia de considerar a estos números como el conjunto D , y no sencillamente continuar con la idea que Número Decimal es análogo y tiene el mismo significado de una expresión decimal, de esta manera los definen como “números con coma” y así se restringe la enseñanza solo en relación a expresiones, por ejemplo, la enseñanza de convertir expresiones decimales a fracciones y viceversa, este proceso matemático deja de lado el verdadero significado de Número Decimal, puesto que todas las fracciones que resultan de la conversión son Racionales, sin embargo, esto no garantiza que sean Números Decimales, porque si bien los Números Decimales son Racionales, no todos los Racionales son Números Decimales (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Problemas en la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Decimales

En este apartado se abordan los problemas que surgen en la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales, los cuales han sido objeto de estudio en múltiples investigaciones didácticas, en Centeno (1999), se hace un estudio de los errores; Konic,

Godino & Rivas (2010), mencionan algunas dificultades; Piñeiro (2011), categoriza obstáculos y errores, entre otras investigaciones. En general muchas de las investigaciones abordan la misma lista de tópicos, sin embargo, para instancias de este trabajo se toman como problemas en general de la enseñanza y el aprendizaje de los Números Decimales.

Uno de los problemas en la enseñanza con los Números Decimales es la propiedad de densidad, la cual establece que entre dos Números Racionales cualesquiera es posible encontrar otro Número Racional diferente de estos, por tanto, existen infinitos números, esta propiedad es comúnmente ignorada en la escuela básica, puesto que los niños relacionan las propiedades aprendidas en los Números Naturales donde no es posible esta propiedad (Itzcovich & Quaranta, 2003). Así, las propiedades adquiridas para los Números Naturales originan significados erróneos en otros campos números, fundamentalmente en la densidad de los Números Decimales (Moreno, 2013). Lo anterior, genera problemas en la enseñanza del conjunto Q y el subconjunto D , pues conlleva a que los estudiantes tengan la concepción que existe un único e inmediato sucesor y antecesor entre Números Decimales. “El desconocimiento por parte de los niños de esta propiedad puede explicar las dificultades que tienen para proponer números comprendidos entre dos decimales” (Cid, Godino & Batanero, p. 361).

Otro problema que surge en el trabajo con el conjunto D está relacionado con el orden, puesto que en este conjunto el número de cifras no es determinante para saber si un número es mayor o menor a otro (Moreno, 2013). Esto constituye serios problemas en el aprendizaje del conjunto D y más aún cuando las cifras decimales incluyen el cero “0”, los estudiantes tienden a creer que la cantidad de cifras puede definir el orden de los Números Decimales como sucede en los Enteros o Naturales, por ejemplo, decir que 3,893000 es mayor que 3,90.

El aprendizaje del conjunto D, los ceros son fundamentales, pues en los Números Decimales los ceros a la izquierda de un número se pueden suprimir ($04=4$), mientras que, si están a la derecha de la coma no se pueden suprimir ($0,04$), ya que estas indican el valor posicional de cada una de las cifras decimales restantes, (décimas, centésimas, milésimas, etc.) (Cid, Godino, & Batanero, 2003). Otro problema que acarrea el trabajo con los ceros es que se tiene la creencia de que el cero se ignora por completo, cuando esta antes y después de la coma, tomándolo como Número Entero, por ejemplo, el número $0,0240 = 240$.

Al problema de orden se le asocia el problema de la lectura y escritura de los Números Decimales en su representación decimal, pues comúnmente se utiliza la lectura solo de la parte entera para hacer comparaciones y establecer el orden entre dos números cuando su parte entera es distinta. Los “Números Decimales son interpretados como pares de Enteros y ordenados por criterios que no en todos los casos da lugar a respuestas correctas” (Centeno, 1999, p.137). Por tanto, este método es insuficiente cuando la parte entera de los números a comparar es igual, en el que se pasa a comparar erróneamente las cifras decimales como si fueran Enteros, por ejemplo $245,391$ y $245,3908$, si se lee y se compara solo su parte decimal como números Enteros $391 < 3908$ se llega a la conclusión errónea que $245,391$ es menor que $245,3908$.

La enseñanza de las operaciones entre Números Decimales comúnmente se explica a través de los algoritmos utilizados en los Naturales y Enteros, pero esto conduce a un problema en el aprendizaje de las operaciones, puesto que no se hace énfasis en que los resultados no tienen la misma estructura, es decir, el producto de Naturales siempre da como resultado un número mayor a los factores, sin embargo, esto no es válido para el producto de Números Decimales, debido a que el resultado puede ser menor. En la división

de Naturales el resultado siempre es menor que el dividendo, aspecto que puede cambiar en una división de Números Decimales en la cual es posible que el resultado sea mayor que el dividendo, además esta operación no es cerrada para los Números Decimales.

Lo anterior se deriva principalmente de que los estudiantes extrapolan los conocimientos que tienen de los Números Naturales al trabajo con los Números Decimales lo que hace que no se tenga un conocimiento sobre la naturaleza y tratamiento de estos, pues como lo mencionó Brousseau (1980), el conocimiento que se tiene de los Naturales constituye un obstáculo para la comprensión de los Números Decimales.

Otro problema con los Números Decimales es el limitar su enseñanza a solo una de sus representaciones, puesto que se utilizan algoritmos donde las reglas se desprenden de la noción de “número con coma” lo que conlleva a obstáculos en los Números Decimales relacionados a que solo son “dos Enteros separados por la coma” (Cid, Godino, & Batanero, p. 362, 2003). Es fundamental tener presente esto al momento de trabajar con los Números Decimales, de lo contrario se fomenta la idea de que solo hay un tipo o modo de representar un Número Decimal y que son aquellos que están expresados en notación decimal, por lo que si se pide realizar una adición con fracciones decimales no lo consideran una operación entre Números Decimales. Además, es pertinente aclarar la distinción entre Número Decimal y las representaciones de este, es importante que en la enseñanza se fundamente la distinción entre los conceptos número y expresión decimal, dado que estos tienen un significado muy distinto, aunque muchas veces se vean como análogos, es decir, se define Número Decimal en términos de la expresión decimal como “un número con punto o coma”. Sin embargo, como lo menciona Centeno (1999),

Debemos distinguir bien cuando hablamos de un número y cuando nos referimos a una de sus diversas formas de representarlo. Hablamos de número cuando nos

ocupamos de su función, de los problemas que permite resolver y de las propiedades que le distinguen de otra clase de números (p.122).

Es importante resaltar que la representación en notación decimal es fundamental para el trabajo con los Números Decimales, pero, su definición no se restringe a esta, al respecto Duval (1999), Citado en García y Campuzano (2014), plantea que no puede haber una comprensión en las matemáticas, sino se distingue el objeto matemático de su representación, pues un mismo objeto puede representarse de diferentes maneras. Si bien los Números Decimales no se pueden definir como una simple representación decimal, esta es necesaria para llegar a la comprensión de este objeto matemático (Gorostegui & Vilotta, 2010). De ahí que, en la enseñanza se debe dar una claridad de estos aspectos, pues los estudiantes deberían “aprender que, si bien una de las formas de representación de los Números Decimales incluye el punto, ni todos los números con punto son Números Decimales, ni todos los que no lo tienen no son decimales” (Saiz, Gorostegui, & Vilotta, p.135, 2011).

Los anteriores problemas evidencian la necesidad de una buena claridad conceptual tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de los Números Decimales, esto resulta importante porque si desde la enseñanza los docentes tienen en cuenta estos problemas, se podría mejorar y generar nuevas alternativas para sus prácticas. Adicionalmente, muchos de estos problemas prevalecen en las concepciones e ideas que los docentes presentan a sus estudiantes al momento de abordar este objeto matemático, lo que desencadena un sin número de dificultades y obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de este.

Los Números Decimales y el Currículo Escolar Colombiano

Con la intención de conocer como los Números Decimales son abordados en el contexto escolar colombiano, se hace un estudio de los documentos nacionales de Educación, Lineamientos Curriculares (1998) y Estándares Básicos de Competencia (2006), debido a que estos documentos fundamentan el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en Colombia, siendo estos un modo de organización, guía y dirección para la Educación Matemática.

Los Lineamientos Curriculares son puntos de apoyo que invita a entender el currículo como "...un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local..." (MEN, 1998, p.2). En este se establecen tres ejes centrales del currículo los cuales son: procesos, conocimientos básicos y contextos. Para el área de matemáticas, se establecen los siguientes procesos (competencias): La formulación, tratamiento y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento y, por último, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. En cuanto a los pensamientos (componentes) se establecen: numérico, espacial, métrico, aleatorio y, por último, el variacional (MEN, 1998).

Es importante el desarrollo de los diferentes pensamientos por parte de los estudiantes en su escolaridad para construir su conocimiento matemático. En lo que respecta al objeto matemático de este trabajo, es fundamental que en los diferentes niveles de escolaridad los estudiantes desarrollen el pensamiento numérico y sistemas numéricos, dado que de esta manera se permite la comprensión de Número Decimal y sus diversas representaciones. En este sentido los Números Decimales hacen parte del pensamiento numérico y sistemas de numéricos, debido a que la comprensión de los Números Decimales

permite desarrollar dicho pensamiento (Salazar, 2018). Cabe resaltar que el desarrollo de este pensamiento es progresivo, como se menciona en los lineamientos curriculares.

Se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático (p.26).

En relación con lo anterior, los Lineamientos curriculares mencionan, explícitamente, a los Números Decimales como representaciones decimales, fundamentales para la construcción del continuo numérico y de gran relevancia para la introducción a contextos geométricos.

Por otra parte, los Estándares Básicos de Competencias son una herramienta que el MEN empezó a trabajar desde el año 2002, siendo estos una guía para el diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula. Además, es un referente que permite evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar, al avanzar a través de los cinco conjuntos de grados: primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a undécimo (MEN, 2006). La construcción del concepto de Número Decimal, y más específicamente la representación decimal, se inicia en el ciclo cuarto-quinto, se continúa hasta el final del bachillerato y se relaciona estrechamente con los pensamientos numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio.

Los estándares están organizados y articulados en dos perspectivas, la coherencia vertical y coherencia horizontal, las cuales deben entenderse como procesos de avances y logros de cada una de las competencias que desarrollan los estudiantes en el transcurso de

su vida escolar. En el caso particular de los estándares relacionados con los Números Decimales, tales coherencias podrían explicarse de la siguiente manera:

Coherencia Horizontal

En esta se abordan los estándares relacionados con el objeto matemático Número Decimal como una representación decimal desde el pensamiento numérico y sistemas numéricos en la Básica primaria; la segunda y última parte, es la coherencia horizontal, en ella se esboza la relación de los estándares del pensamiento numérico y sistemas numéricos con respecto a Número Decimal con los demás pensamientos. En esta parte, se hace mayor énfasis en el conjunto de grados de 4 a 5, ya que en estos se comienza el estudio y reconocimiento de los Números Decimales, tal como se muestra en la siguiente figura.

Figura 2: *Coherencia Horizontal de Cuarto a Quinto de Primaria.*



Elaboración propia, información tomada de (MEN, 2006, p.82-83)

En la figura anterior, se puede mostrar una posible relación del pensamiento numérico con los demás pensamientos en el conjunto de grados de cuarto a quinto, además de que el objeto Número Decimal se articula con los demás pensamientos, en primer lugar, con el pensamiento espacial y sistemas geométricos, los Números Decimales se requieren al trabajar con los componentes de las figuras geométricas: nociones como las de ángulo, vértice, apertura, hacen uso de la notación decimal, lo cual es una forma de representación de los Números Decimales; en segundo lugar, con el pensamiento métrico y sistemas de medida, en este se abordan todas las magnitudes en las que son necesarios los Números Decimales y las operaciones con estos; en tercer lugar, con el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, los Números Decimales son indispensables para la lectura y construcción de gráficos y análisis de datos; por último, con el

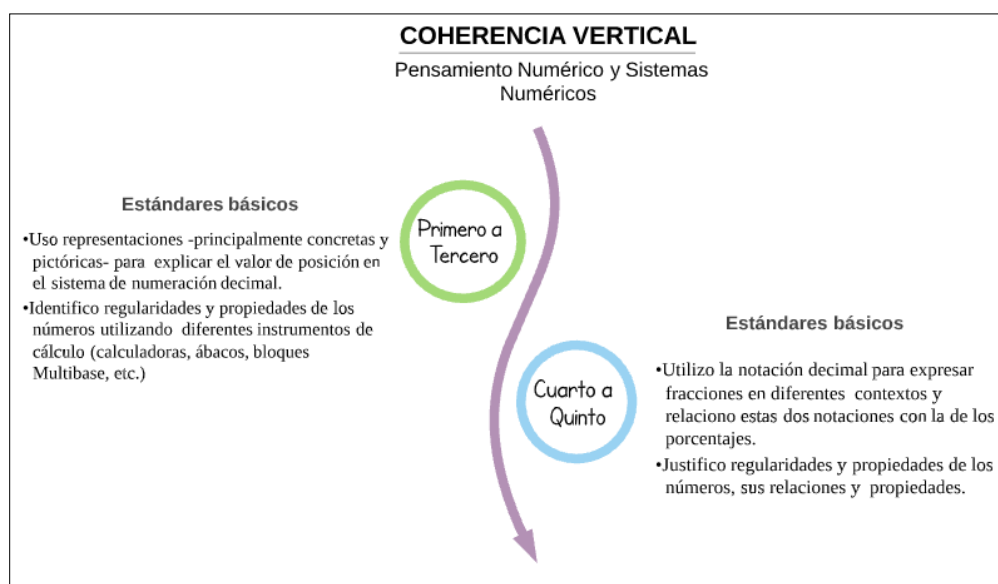
pensamiento aleatorio, las medidas de tendencia central son calculadas con los Números Decimales.

En conclusión, los documentos curriculares orientan y fundamentan la enseñanza de los Números Decimales en la básica primaria desde una de sus formas de representación, como es la notación o expresión decimal, la cual permite acercarse al reconocimiento de este como conjunto numérico estructurado, otorgándole su respectiva importancia como objeto matemático, fundamental en la construcción mental del concepto de número y en el desarrollo del pensamiento numérico, transversal a todos los demás pensamientos.

Coherencia Vertical

En esta se abordan los estándares relacionados con el objeto matemático Número Decimal como una representación decimal desde el pensamiento numérico y sistemas numéricos en la Básica primaria.

Figura 3: *Coherencia Vertical de Educación Primaria sobre el Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.*



Elaboración propia, información tomada de (MEN, 2006, p.80-82)

Lo anterior, permite ver los conocimientos en relación con los Números Decimales que se abordan en la primaria y cómo estos avanzan en cada conjunto de grados, además de la conexión entre cada conocimiento, ya que este va a permitir la comprensión de otros conceptos con un grado de dificultad mayor. Se inicia con las propiedades del número para luego introducir el uso de la notación decimal en diferentes contextos, lo cual es fundamental para sentar bases para el estudio del sistema numérico D.

Concepciones en Educación Matemática

La Educación Matemática es una actividad compuesta de múltiples organismos, acciones, procesos, docentes, estudiantes, investigadores, políticas de estado, etc. Estas partes tienen el propósito de lograr una armonía para conseguir una mejor Educación, en este sentido las investigaciones son indispensables al ser las encargadas de estudiar cada una de estas partes y dar a conocer nuevos enfoques, problemas y soluciones.

Los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje son objeto de estudio fundamental en la Educación Matemática, debido a su directa relación con los docentes y estudiantes. Dada la complejidad que subyace a las Matemáticas son muchos los aspectos que pueden intervenir en estos procesos, como: la formación docente, las concepciones, las creencias, experiencias del estudiante y el profesor, el sistema didáctico, las políticas públicas, las herramientas metodológicas, el ambiente escolar, entre otros.

Un aspecto elemental que interviene en el proceso de enseñanza son las concepciones que tienen los docentes al momento de enseñar algún concepto u objeto matemático, estas concepciones son relevantes en investigaciones de Educación Matemática pues representan los conocimientos de los docentes, y pueden afectar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, autores como: Thompson (1982, 1984 y

1992), Cooney (1985), Contreras (2010), Da Ponte (1999), han realizado estudios sobre la relación de las concepciones con los docentes de matemáticas.

En relación con esto, las investigaciones sobre concepciones son fundamentales debido a que ponen en evidencia la pluralidad de los puntos de vista posibles sobre un mismo objeto matemático, diferenciar las representaciones y modos de tratamiento que están asociados a ellas (Artigue, 1990). Esto es indispensable para entender el modo en que cada docente aborda los diferentes objetos matemáticos, y el porqué de sus decisiones.

Como mencionan García, Azcarate, & Moreno (2006), las concepciones son la estructura que el docente le da a sus conocimientos y al modo de enseñarlos, en otras palabras, las concepciones son lo que permean las decisiones al momento de enseñar. Thompson (1992) define las concepciones como “una estructura mental general, abarcando creencias, los significados, conceptos, las proposiciones, reglas, las imágenes mentales, preferencias, y gustos” (p. 130). Por otro lado, Da Ponte (1999), afirma que concepciones y creencias son parte fundamental de la estructura del conocimiento además de que estas son otra forma de describir el pensamiento humano.

En general se puede establecer que las concepciones son una estructura que hace parte del conocimiento de los docentes, de ahí la importancia de investigar sobre las concepciones del docente en el aula de matemáticas dado que este es “un elemento crítico fundamental, con cierta experiencia” ... “por ende puede tomar decisiones respecto al modelo de enseñanza y aprendizaje en los cuales este inmerso” (García, Azcarate & Moreno, 2006, p. 87).

En este sentido, se considera a las concepciones como uno de los elementos que interviene en la toma de decisiones en el aula y estas son determinantes para estructurar la enseñanza de un objeto matemático, por tanto, resulta importante conocer las concepciones

que tiene algunos docentes de matemáticas en la Educación básica primaria sobre el conjunto de los Números Decimales, puesto que este objeto tiene una esencia conflictiva que trae consigo dificultades en los procesos de aprendizaje y de enseñanza, y este objeto resulta indispensable para entender los diferentes sistemas numéricos que permiten desarrollar el pensamiento matemático. Puesto que las concepciones que los docentes tengan entorno a este determinan la apropiación del objeto por parte de los estudiantes, pues como menciona Socas (2002), concebir a los Números Decimales como sistema numérico aporta elementos topológicos y de otra naturaleza que generan una ganancia útil de los conocimientos conceptuales y didácticos, adicionalmente esta concepción permite una construcción teórica y práctica que da sentido a los demás sistemas numéricos.

Las concepciones que tienen los docentes son un referente para determinar la proximidad que tienen del concepto (Artigue, 1990). En otras palabras, conocer las concepciones que tienen los docentes de los Números Decimales posibilita la formulación de propuestas de mejoramiento, necesarias para la optimización de las prácticas de enseñanza.

Metodología

En este capítulo se presentan todos los aspectos metodológicos utilizados al momento de realizar este estudio, el cual se enmarca en el enfoque mixto de investigación, que representa un conjunto de procesos investigativos que implican la recolección, análisis y discusión conjunta de datos cuantitativos y cualitativos, que permiten generar inferencias de la información recolectada y lograr una perspectiva más amplia y profunda del problema de estudio (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014). Para llevar a cabo este estudio se establecen tres fases que lo direccionan, la primera, es la fase teórica en la que se construyen todos los aspectos teóricos que fundamentan la investigación y se realiza la

selección de la muestra a estudiar; la segunda, es la fase de instrumentos de recolección de datos, por último, la tercera, es la fase de análisis de los datos. Estas fases, permitieron recopilar e interpretar las concepciones que tienen los docentes de Matemáticas de Educación básica primaria frente al objeto matemático Números Decimales.

Fase Teórica

En esta fase se realizó el estudio sobre el objeto matemático, Números Decimales como sistema numérico y la importancia de las concepciones de los docentes de matemáticas sobre estos, para ello se establece los referentes teóricos que sustentan el objeto de estudio desde las diferentes perspectivas histórica, curricular, disciplinar, en lo que respecta a la didáctica, los problemas en la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales y las concepciones en Educación Matemática, establecidas en el segundo capítulo, y la selección de la muestra de estudio.

Selección de la Muestra

La población seleccionada para este estudio está constituida por docentes del área de matemáticas, que están ejerciendo actualmente en Instituciones Educativas en la Ciudad de Cali, Valle del Cauca, ya que se quiere indagar sobre las concepciones de los docentes sobre el conjunto de los Números Decimales, como muestra se ha seleccionado a 23 docentes de las Instituciones Educativas del sector público y privado de la Educación Básica primaria.

La muestra no se limitó en una sola Institución Educativa, debido a la baja población de docentes de matemáticas en cada institución, como se muestra en la Base de Datos oficial de docentes en ejercicio del Ministerio de Educación Nacional Colombiano, de 3.947 docentes en matemáticas de Cali, en promedio en cada Institución Educativa hay de 1 a 3 docentes licenciados en matemáticas, formación que es indispensable para este

trabajo investigativo. También en un estudio realizado por Bonilla, Londoño, Cardona & Trujillo (2018), muestra que en su mayoría los docentes son licenciados en Educación general, normalistas o tecnólogos más no en pregrados especializados en Educación en Matemática.

Por lo anterior, se selecciona como muestra a docentes de Educación Básica primaria, formados en Educación Matemática de distintas Instituciones Educativas en Cali. Se utilizó la técnica de *muestras no-probabilísticas* dado que, “la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o los propósitos del investigador” (Hernández, Fernández & Baptista 2014, p.176). En este caso las principales características de la de investigación, son las que se esbozan en el planteamiento del problema y el objetivo de la investigación. Además, se tuvo en cuenta la delimitación a los niveles escolares de básica primaria, ya que en estos se inicia los estudios sobre los sistemas numéricos, específicamente de los Números Decimales, los cuales se abordan a lo largo de la vida escolar, pues es un objeto matemático que se toma en distintos grados, iniciando en cuarto de primaria con el Sistema Métrico Decimal hasta grado once con las representaciones decimales de los Números Reales (MEN, 1998).

Fase de Instrumentos de Recolección de Datos

Los instrumentos utilizados y diseñados para recoger la información pertinente en este estudio son el cuestionario con preguntas abiertas, en el cual no hay intervención directa con el encuestado, aplicado a toda la muestra y la entrevista semi estructura en la que, si hubo interacción con el entrevistado, aplicada a algunos docentes de la muestra.

Para la aplicación de estos instrumentos, se tuvo en cuenta la crisis sanitaria que vive el mundo desde marzo del 2020 por el virus del covid-19, que restringe los encuentros

presenciales, por ello los cuestionarios fueron diligenciados de manera virtual y remota, a través de recursos como el correo electrónico, mensajería instantánea, formularios de Google y las entrevistas se hicieron mediante los recursos de reuniones de Google Meet y Zoom.

Cuestionario Piloto

La primera técnica de recolección utilizada para esta investigación se denominó “cuestionario piloto” ([ver anexo 1](#)), la principal razón de su aplicación es determinar la utilidad de realizar un cuestionario como instrumento de recolección de las concepciones de los docentes de matemáticas sobre Números Decimales, por lo que a través de formularios de Google se construyó un cuestionario con 22 preguntas abiertas divididas en tres secciones: perfil docente, preguntas de inicio y preguntas de profundización y conocimientos. Cada una de estas secciones tienen como objetivo que los docentes de la muestra puedan expresar sus concepciones sobre los Números Decimales como sistema numérico.

Para la selección y construcción de las preguntas se tuvo en cuenta el libro de Ávila y García (2008), *los decimales más que una escritura*, debido a que, al ser de carácter didáctico, hace una presentación de los conceptos y temas necesarios para entender a los Números Decimales como conjunto D , entre los cuales están las representaciones, propiedades de orden y densidad, diferencias entre expresión y Número Decimal, además del uso en la vida cotidiana, de ahí se realiza una adaptación de algunos ejercicios del libro a preguntas para el cuestionario.

El cuestionario piloto fue aplicado a cinco estudiantes de licenciatura de Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de último semestre de la Universidad del Valle, de

acuerdo con sus respuestas se realizó un análisis tanto de forma como de contenido de las preguntas, en otras palabras, se analizó la viabilidad de las preguntas para conocer las concepciones de los docentes y la pertinencia de la escritura de las preguntas realizadas.

Cuestionario Final

La realización del cuestionario final se dividió en tres momentos, el primero, en relación con el análisis de la información recolectada en la aplicación del cuestionario piloto, en la que se pudo inferir de las respuestas, que las preguntas tenían una redacción muy general, ambigua y extensa, lo que generaba confusión en las respuestas de las mismas, lo cual no permitió recoger información relevante para determinar posibles concepciones de los docentes; el segundo, consistió en la definición de las variables que direccionan de manera puntual la construcción de las preguntas, estas basadas en dos fuentes bibliográficas, Mora & Torres (2004) y Konic (2011).

Por último, el tercer momento consistió en determinar las preguntas finales, de acuerdo con el análisis de las respuestas de la aplicación del cuestionario piloto y las variables de estudio definidas. Algunas de estas preguntas son una adaptación de las planteadas en el cuestionario piloto y otras de los cuestionarios finales de Mora & Torres (2004), Cruz & Torres (2008), Ávila & García (2008), Konic (2011) y Moreno (2013). La ejecución de este cuestionario al ser de carácter virtual y remoto tuvo un plazo de dos semanas para su solución por parte de los docentes.

Variables del Cuestionario. Para este trabajo de investigación se toma a las variables como características o conceptos clave de los elementos de estudio que se quieren investigar en la muestra, son los posibles significados que se le pueden dar a un concepto, en este caso los Números Decimales como sistema numérico. Estas variables tienen como base las propuestas en el trabajo de investigación de Mora & Torres (2004) y la tesis

Doctoral de Konic (2011), se realizó una adaptación de estas en relación con el objetivo de esta investigación, las siguientes son las variables establecidas:

Definición de Número Decimal. Se incluye los enunciados sobre los significados que los docentes asocian al objeto Número Decimal.

Representaciones de Número Decimal. Se incluye aquellos enunciados que permiten expresar los conocimientos de las distintas representaciones del objeto matemático, y la distinción entre Número Decimal y sus representaciones.

Propiedades de los Números Decimales. Se aborda aquellos enunciados que expresan los docentes respecto a las propiedades topológicas y algebraicas que son indispensables para caracterizar a los Números Decimales como sistema numérico, y los aspectos relativos a las operaciones aritméticas.

Aspectos Didácticos. Son enunciados en que los docentes manifiestan cuestiones que privilegian en la enseñanza de los Números Decimales de acuerdo con la práctica que han tenido.

Preguntas Finales. El cuestionario consta de ocho preguntas, siete son de tipo abiertas, en las que, si bien algunas tienen opciones de respuesta, se piden explicaciones de cada elección, con el fin de ahondar más en sus conocimientos en relación con la variable puesta en juego; y una totalmente cerrada. Ambos tipos de preguntas permiten obtener información pertinente para establecer las concepciones que tienen los docentes sobre los Números Decimales. Cada pregunta está asociada por lo menos a una variable de estudio, como se muestra a continuación junto con la descripción de manera breve del objetivo de cada pregunta.

Pregunta 1. Esta pregunta pertenece a las variables definición de Número Decimal y representación de los Números Decimales, puesto que se quiere conocer a fondo las ideas que les permiten a los docentes determinar cuáles son Números Decimales en diferentes representaciones, lo cual alude a los conocimientos explícitos que estos tienen sobre las formas de representar un Número Decimal, además, de la distinción entre número y expresión decimal. Esta pregunta se adaptó del ítem 6 del cuestionario final de Konic (2011).

Figura 4: Pregunta 1 del Cuestionario Final.

1. Marque con una X los números que son Números Decimales	
☐	7,9
☐	5
☐	1,999999... (el 9 se repite infinitamente)
☐	8,1377423418...
☐	12,344444... (el 4 se repite infinitamente)
☐	8
☐	$\frac{30}{8}$
☐	3,0000
☐	$\frac{1}{3}$
Con relación a lo anterior, ¿Qué aspectos tuviste en cuenta para elegir cuáles eran Números Decimales?	

Pregunta 2. Esta pregunta pertenece a la variable definición de Número Decimal, la cual tiene la intención de indagar explícitamente sobre las diferentes definiciones que usan y tienen los docentes para definir Número Decimal, y de esta manera identificar las concepciones que prevalecen sobre el significado y naturaleza de este objeto. Esta pregunta adaptada del ítem 1 de Konic (2011).

Figura 5: Pregunta 2 del Cuestionario Final.

2. De acuerdo con tus conocimientos explica ¿Qué es un Número Decimal?

Pregunta 3, 4, 5 y 6. Teniendo en cuenta que las propiedades son el modo de validar un conjunto numérico, resulta indispensable indagar sobre las propiedades del conjunto D, por ello este grupo de preguntas pertenece a la variable propiedades de los Números Decimales, con el propósito de profundizar en las concepciones que los docentes tienen acerca de las propiedades algebraicas y topológicas. Muchas de estas se ponen en juego al momento de realizar operaciones aritméticas con estos números. Preguntas adaptadas de Ávila & García (2008) y Konic (2011).

Figura 6: Preguntas de la 3 a la 6 del Cuestionario Final.

3. ¿Qué cero suprimirías en el número 470,05 para obtener un número mayor? ¿Y para obtener un número menor? Justifica ambas elecciones
4. ¿Cuál número es mayor 5,18 o 5,6? ¿Por qué?
5. Responde a las siguientes cuestiones, en cada caso explica tu respuesta.
 - A. Escribe el número decimal que sigue inmediatamente a 32,13
 - B. Escribe, de ser posible, los números que hay entre 0,4 y 0,6
6. Realiza las siguientes operaciones y escribe el proceso utilizado
 - A. $8,78 + 1,12034$
 - B. $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12$
 - C. $\frac{23}{10} \times 0,199999\dots$ (9 repetido infinitamente)
 - D. $\frac{4}{2} - 0,003$

Pregunta 7. Esta pregunta se divide en dos ítems y se relaciona con tres variables, definición, representación y propiedades del Número Decimal, con el fin de profundizar en los conocimientos que los docentes ponen en juego para distinguir la naturaleza de cada sistema o conjunto numérico y con ello establecer relaciones de pertenencia e inclusión. Y sí reconocen y distinguen las diferentes representaciones de los números que pertenecen a cada uno de los conjuntos numéricos. Ambos aspectos posibilitan saber si los docentes consideran a los Números Decimales como un conjunto numérico, lo que de alguna manera

justifica las concepciones previas que se tienen sobre los Números Decimales. Esta pregunta fue adaptada de Moreno (2013) y Mora & Torres (2004).

Figura 7: Pregunta 7 del Cuestionario Final.

7. Realiza lo siguiente:

A. Marca con una X el conjunto o conjuntos al que pertenecen los siguientes números

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5						
$\frac{6}{8}$						
$\sqrt{2}$						
8 centésimas						
4,00009						
3,942424849075...						
2,9999.... (9 se repite infinitamente)						
π						
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)						

B. Realiza un diagrama o esquema en el que ubiques las relaciones de pertenencia o inclusión entre los siguientes conceptos

- Decimales finitos
- Números Enteros
- Fraccionarios
- Números Decimales
- Números Naturales
- Fracciones decimales
- Decimales Infinitos no periódicos
- Números Reales
- Números Irracionales
- Decimales Infinitos periódicos
- Números Racionales

Pregunta 8. Esta pregunta pertenece a la variable aspectos didácticos que tiene como objetivo identificar las concepciones que tienen los docentes sobre el proceso de enseñanza de los Números Decimales, desde el grado en el qué se debe iniciar su enseñanza, los contenidos relevantes y qué consideran fundamental que los estudiantes aprendan de este objeto matemático, dado que las concepciones que los docentes tengan

determinan su actuar en el aula por ello la intención de indagar sobre estas. Pregunta adaptada de Cruz & Torres (2008).

Figura 8: Pregunta 8 del Cuestionario Final.

8. De acuerdo con tu práctica profesional en el aula de clase, responde y argumenta lo siguiente	
A) ¿En qué grado de la básica primaria consideras que se debería iniciar el estudio de los Números Decimales?	
B) ¿Cuál de los siguientes temas utilizas al momento de introducir los Números Decimales? Marca con una X y explica tu decisión.	
☐	Fracciones decimales y su expresión decimal
☐	Números con coma, finitos y decimales infinitos periódicos
☐	La fracción como cociente
☐	La recta numérica
☐	Extensión el sistema de numeración decimal (decima, centésima, milésima, etc.)
☐	Sistema métrico decimal
☐	Conjunto D
☐	Otro ¿Cuál?
C) ¿Qué es lo más relevante que los estudiantes deben aprender sobre los Números Decimales?	

Entrevista

Este instrumento de recolección de información tiene como objetivo fundamental profundizar los datos y respuestas del cuestionario final desarrollado por algunos docentes para reafirmar si las concepciones de estos sobre los Números Decimales, plasmadas en sus respuestas se mantienen y las argumentan, por ello la entrevista es principalmente semiestructurada, con la intención de promover una discusión sobre las respuestas. Cabe resaltar que solo tres de los docentes que respondieron al cuestionario, participaron de la entrevista, pues el resto de los docentes se mostraron reacios, manifestando el temor de sentirse evaluados, por lo que la participación estuvo sujeta a la disponibilidad y disposición de tales docentes. A continuación, se presentan algunas preguntas que orientaron la entrevista.

1. ¿Por qué no consideras el número 5 como un Número Decimal?

2. Si para ti los Número Decimales son todos aquellos que tienen una coma, ¿por qué no seleccionas el 3,000?
3. ¿En los Números Decimales se puede determinar el sucesor inmediato?
4. ¿Los Números Decimales son una representación de cualquier Número Racional e Irracional?
5. ¿Has llegado a pensar a los Números Decimales como un conjunto numérico?
6. ¿Cualquier expresión periódica infinita se le puede hallar una fracción decimal equivalente?
7. ¿Todas las fracciones son fracciones decimales o hay una distinción entre ambos conceptos?

Fase de Análisis

El análisis de la información se realizó en dos partes, la primera, es el análisis de los cuestionarios en el que se utilizó estadística descriptiva y consistió en la organización e interpretación de las respuestas de los docentes, de 23 cuestionarios aplicados solo 18 se tuvieron en cuenta en esta etapa, dado que, los otros 5 presentaban respuestas muy superficiales e incompletas, o en su defecto sin respuesta, lo que no aportaba elementos claves para el análisis; la segunda parte, es el análisis interpretativo de las respuestas obtenidas en las tres entrevistas, con el fin de contrastar y confirmar las concepciones que los tres docentes presentaron en las respuestas de los cuestionarios. Estos análisis se realizaron teniendo en cuenta cada una de las variables definidas y las respuestas de cada pregunta en los cuestionarios y las entrevistas, con la intención de categorizar las concepciones de los docentes frente al conjunto de los Números Decimales, es decir, a partir de la variable y del estudio de cada una de las respuestas, se construye una clasificación de características comunes encontradas a lo largo de las respuestas.

Análisis de la Información

Análisis de los Cuestionarios

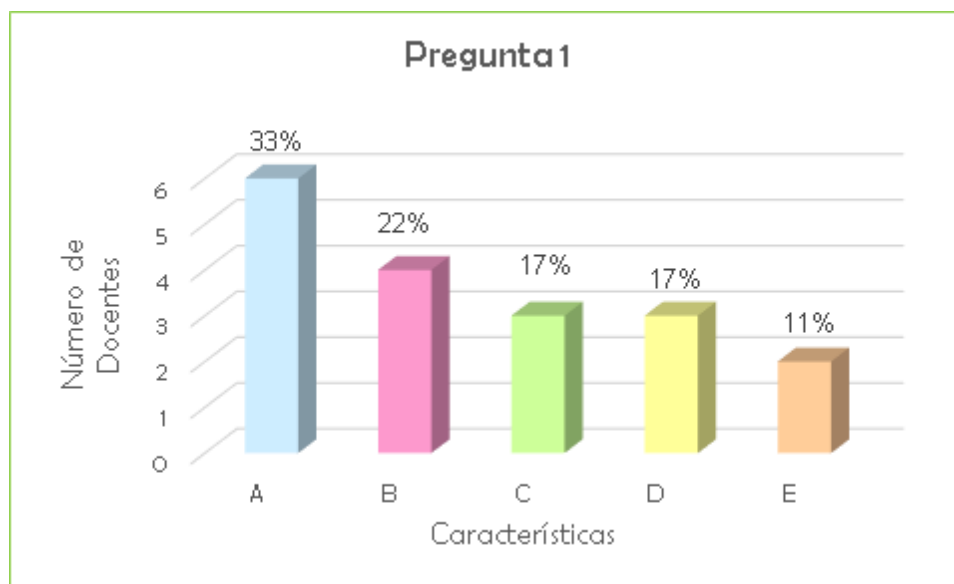
A continuación, se esboza el análisis, el cual está organizado de la siguiente manera: inicialmente se presenta una caracterización de las respuestas, posteriormente una gráfica que permite una comparación entre cada una de las características, para finalmente elaborar el análisis estadístico descriptivo de cada pregunta, en el cual se compara los elementos importantes encontrados en las respuestas con la teoría fundamentada en el marco teórico.

Pregunta 1

La primera pregunta fue pensada con la intención de que los docentes debatieran qué es y qué no es un Número Decimal, esto sin importar la representación en la que estén los números, por ello las variables en las que se enmarca esta pregunta son definición de Número Decimal y representación de Número Decimal. Aunque no se pregunta explícitamente por la definición de estos números, se pide la explicación para elegir y descartar números de la lista. En relación con estas explicaciones se basa el análisis, pues de estas respuestas se pudo extraer que los docentes hacen uso de ciertas características comunes para definir un Número Decimal. Las explicaciones se catalogaron en 5 grupos, de acuerdo con las características que mencionaron los docentes.

- A.** Números con parte entera y parte decimal.
- B.** Números con parte entera y parte decimal y representación en fracciones.
- C.** Números con parte entera y parte decimal diferente de cero.
- D.** Todos los Números Racionales tienen representación decimal.
- E.** No responde/ respuesta incompleta.

Figura 9: Gráfica de las Características de la Pregunta 1



En la caracterización A, un 33% de los docentes utiliza la escritura con parte entera y parte decimal para determinar en la lista cuales son Números Decimales, algunas de las afirmaciones fueron:

- *Se tiene en cuenta los componentes como la parte entera y la parte decimal.*
- *El aspecto que tuve en cuenta fue a partir de la premisa que los números decimales constan de una parte entera y una decimal.*
- *Identifique aquellos que en su escritura tuviesen una coma que separe la parte entera y la parte decimal.*

Es cierto que las afirmaciones “números con coma o parte entera y parte decimal” representan un elemento importante en la enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales, puesto que es una de sus diferentes formas de representación, no obstante, esto

no es suficiente para determinar si un número es o no un Número Decimal, por ejemplo, a pesar de que el número 8,1377423418... tenga en su escritura una coma para separar la parte entera de la decimal, este no es Número Decimal, ya que tiene decimales infinitos no periódicos y por tanto es Irracional, no es lo mismo un Número Decimal que una representación decimal de un Número Real.

En este sentido, los docentes no reconocen que, no todos los números con coma son Números Decimales, ni todos los que no tienen coma no son Números Decimales (Saiz, Gorostegui, & Vilotta, 2011, p.135). Como es el caso del número 5, en el que algunos docentes manifestaron de manera explícita que los Números Enteros no son Números Decimales, como se puede ver a continuación:

- *Tuve en cuenta que no fuera un número $\mathbb{Z}$ y que no fuera un número $\mathbb{Q}$ escrito de forma p/q .*

Un 39% de los docentes en la caracterización B y C tienen en cuenta la escritura decimal, sin embargo, no se limitan a esta, algunos complementan sus argumentos y explicaciones con el reconocimiento de las fracciones como una forma de representar decimales, y otros en los que la parte decimal debe ser diferente de 0. En la caracterización B, el 22% de los docentes reconocen que de las fracciones se puede llegar a expresiones decimales mediante el cociente de estas, llevando a marcar fracciones que dan como resultado expresiones decimales sin importar que sean finitas o infinitas periódicas como Números Decimales. Algunas de las afirmaciones fueron:

- *Tuve en cuenta que un Número Decimal está compuesto por una parte entera y una decimal, también que estos números se pueden representar en fracciones, por tanto, también seleccioné estos.*

- *El aspecto a tener en cuenta fue que tuvieran la coma (,) la cual permite observar que el número tiene una parte entera y una parte decimal, sin importar que esta última se periódica o no. Las fracciones es otra manera de representar números decimales, ya que tampoco alcanzan a componer una unidad de número entero.*

Los docentes en sus argumentos en ningún momento manifiestan la importancia de que las fracciones a elegir deben ser fracciones decimales para determinar si un número es o no Número Decimal, esto es importante resaltarlo, debido a que en la construcción formal de los Números Decimales como sistema numérico o conjunto D, por extensión de N o restricción de Q, la definición concluye en una fracción de la forma $\frac{a}{10^p}$, con $p=0$ o p entero no negativo, es decir, son todas las fracciones decimales que su expresión decimal sea finita (Centeno, 1999).

En la caracterización C, surge una cuestión fundamental en el trabajo de los Números Decimales como sistema numérico y son los problemas con los ceros, pues un 17% de los docentes encuestados manifiestan que los Números Decimales deben tener parte entera y parte decimal, y que esta última debe ser estrictamente diferente de cero, dejando de lado a los números que en su parte decimal tienen el cero, como es el caso de los Enteros y las fracciones exactas. Se percibe una dificultad para reconocer las relaciones entre los conjuntos numéricos, pues el conjunto de los Enteros y el conjunto D son subconjuntos de Q (Cid, Godino, & Batanero, 2003). Esto se puede evidenciar en lo siguiente:

- *El aspecto que tuve en cuenta para determinar cuáles eran decimales fue partir de la premisa que los números decimales constan de una parte entera y otra decimal. Si bien es cierto que el 5 se podría escribir como 5,0 no lo considero decimal*

porque su cifra correspondiente a esa posición en cero. Por tal motivo tampoco tengo en cuenta al 3,0000 como decimal.

- *Que dicho número consta de una parte entera y una parte decimal o menor a la unidad (décima, centésima, milésima, etc.) donde en cada una de esas posiciones los valores de los dígitos fueran distintos de cero.*
- *Aquello que tuvieran números diferentes de cero después de la coma.*

En la caracterización D, se incluye aquellos docentes que tienen en cuenta que los Racionales tienen una representación decimal, es decir que un 17% considera que todos los Números Racionales propuestos en la lista tienen una representación decimal (con coma), como se muestra a continuación en las siguientes afirmaciones:

- *Las diferentes representaciones que puede tener un Número Decimal.*
- *Todo Número Entero o Natural es también un Número Racional y por tanto, tiene una representación decimal.*

Por último, la caracterización E, un 11% de los docentes proporcionaron respuestas ambiguas o incompletas, como es el caso del docente que escogió solo el número 7,9 como decimal y su argumento es *“Definición de Número Decimal”* lo cual genera una contradicción en su respuesta, pues por definición debería escoger los demás Números Decimales presentes en la lista. El otro caso, en el que el docente no escoge ningún número y como argumento afirma que *“no puede eliminar números de la lista, puesto que la pregunta debería estar en el marco de un conjunto numérico y de seleccionar números que se encuentren en su representación decimal”*, esto deja ver claramente la concepción arraigada de que los Números Decimales no son un conjunto numérico, y que, por ende tiene la consideración que representación decimal es análogo a Número Decimal, sin

embargo, a pesar de considerar esta analogía no marca ninguno de los números, como si lo hacen otros docentes.

De estas características es importante resaltar que un 72% de los docentes correspondientes a las caracterizaciones A, B y C, utilizan la escritura de los Números Decimales como método de selección de estos, es decir, los docentes basan sus argumentos en frases como “números con parte entera y parte decimal”, “números con coma”, “números que los separa una coma”. En este sentido se puede ver que la primera acepción a la palabra Número Decimal es “la escritura de número con coma”, y esta es una de las concepciones más comunes en la enseñanza de estos números, limitarlos a su escritura. Esta concepción puede generar confusiones entre un Número Decimal y una expresión decimal que no es Racional (Abrougui, 2003).

Pregunta 2

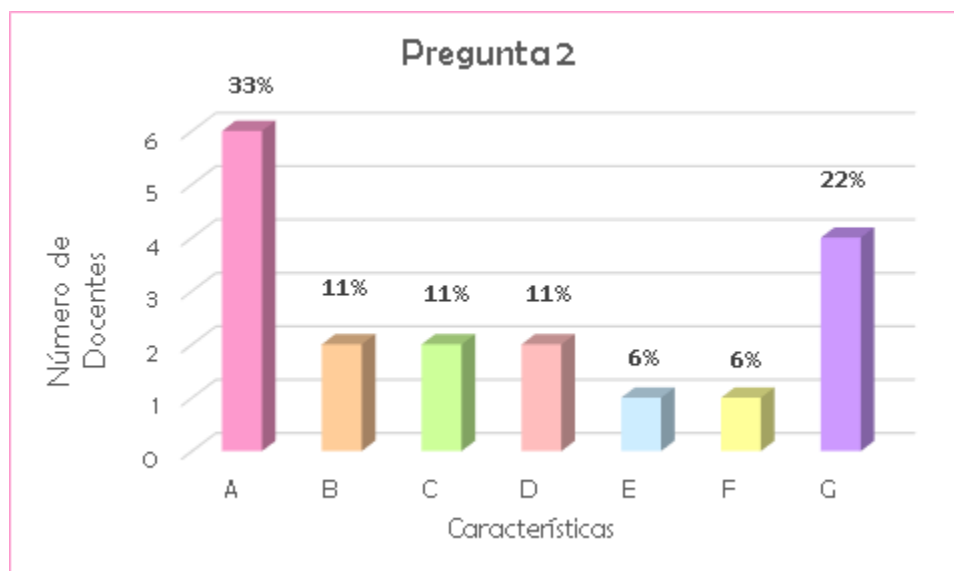
Esta pregunta se enmarca en la variable definición de Número Decimal, en la que se expresa la necesidad de que los docentes pongan explícitamente desde sus conocimientos la definición de Número Decimal que cada uno tiene. Para esta pregunta se conservan algunas características de la anterior pregunta por la relación entre ambas, dado que algunos docentes utilizaron los mismos argumentos tanto para elegir Números Decimales como para definirlos, y se añadieron características adicionales dada las novedades de los argumentos, las características son las siguientes:

- A.** Números con parte entera y parte decimal.
- B.** Números con parte entera y parte decimal y representación en fracciones.
- C.** Representación de Números Racionales.
- D.** Números con parte entera y parte decimal diferente de cero.
- E.** Número menor a la unidad después de la coma.

F. Fracción decimal.

G. Representación de Número Real.

Figura 10: Gráfica de las Características de la Pregunta 2.



La característica A con un 33% sigue siendo la respuesta con mayor recurrencia, se evidencia la concepción marcada en los docentes, que los Números Decimales son solo aquellos números que tienen una parte entera y una parte decimal, sin embargo, esto resalta la dificultad expuesta por Konic, Godino & Rivas (2010) y Socas (2002), de la necesidad de distinguir los términos número y expresión decimal, ya que no es lo mismo la definición de Número Decimal que las diversas formas de representarlo, aunque estas sean una forma de acercarse al objeto matemático. Algunas de las respuestas de los docentes son:

- *Un Número Decimal es aquel que se compone de una parte entera y una parte decimal.*
- *Un Número Decimal es aquel número que contiene una parte entera separada de una parte decimal por medio de una coma.*

Un 22% de los docentes tienen en cuenta que los números con la forma $\frac{p}{q}$ y $q \neq 0$, son una forma de representar expresiones decimales, un 11% de estos pertenecientes a la característica B, se queda necesariamente solo con la noción de fracción, sin importar el cociente de esta, y el otro 11% que se enmarca en la característica C, define a los Números Decimales como una representación de todos los números pertenecientes a los Racionales, en la cual se puede ver el reconocimiento de las relaciones entre los conjuntos numéricos, es decir, que los Números Racionales pueden tener una representación tanto en entera, como en fracciones $\frac{p}{q}$ y $q \neq 0$, en expresión decimal finita o infinita periódica, por tanto reconocen que los Enteros al ser subconjunto de Q , son Números Decimales, con una expresión naturalmente en escritura decimal, como en el caso de $5,0 = 5 = 5/1$. Sin embargo, algunos no reconocen que no todos los Racionales son Números Decimales, y que no toda expresión decimal corresponde a un Número Racional, como es el caso de las expresiones decimales infinitas no periódicas, las cuales representan a los Números Irracionales. Algunas afirmaciones de los docentes son:

- *Un Número Decimal es una forma de expresar un Número Racional. De esta forma, todos los Números Enteros también vendrían siendo decimales puesto que son un subconjunto de los Números Racionales.*
- *Un Número Decimal es una representación de los Números Racionales, que se basa en la relación de una cantidad entera y sus partes.*

En la caracterización D un 11% de los docentes considera que los Números Decimales son aquellos con una parte entera y una parte decimal estrictamente mayor a 0, desconociendo que los Enteros tienen expresión decimal y aquellos que en su expresión decimal tienen alguna cifra cero inmediatamente después de la coma, por ejemplo 3,0025.

Como se había destacado anteriormente, el trabajo con los ceros es fundamental porque indican el valor posicional de las cifras decimales restantes (Cid, Godino, & Batanero, 2003). Algunas afirmaciones de los docentes son:

- *Un Número Decimal está compuesto de una parte entera separado por una coma de una parte menor a la unidad (décima, centésima, milésima, etc.) con las unidades decimales distintas de cero.*
- *Para mí un Número Decimal es aquel consta de una parte entera y una sobrante (decimal) que no alcanza a completar la unidad. A partir de la pregunta 1 concluyo que en mi apreciación personal un Número Decimal es todo aquel que una sus cifras después de la coma son diferentes de cero.*

En la caracterización E, un 6% de los docentes destaca que un Número Decimal es aquel que esta después de la coma y que es menor a la unidad, sin embargo, no lo relacionan con que todas las cifras representan un solo número, esto se refleja en el obstáculo de considerar a los Números Decimales como dos números diferentes separados por una coma (Cid, Godino, & Batanero, 2003). La afirmación del docente es la siguiente:

- *Un Número Decimal es un número más pequeño que la unidad y está después de una coma.*

El 6% de los docentes en la caracterización F, definen a los Números Decimales como aquellas fracciones decimales, y esta es la definición que distingue una expresión decimal de un Número Decimal y lo caracteriza como conjunto de D , y subconjunto de Q (Cid, Godino, & Batanero, 2003). El argumento del docente es el siguiente:

- *Un número d perteneciente a los Racionales que posea una representación fraccionaria irreducible a/b tal que b posea en el denominador una descomposición solo con potencias de 2 y/o 5.*

Por último, la característica G enmarca las respuestas de aquellos docentes que consideran un Número Decimal como una forma de representar cualquiera Número Real, es decir, los Enteros, Racionales e Irracionales. Se puede inferir que inmediatamente reconocen a un Número Decimal como una expresión decimal, lo que dificulta el reconocimiento de Números Decimales como conjunto numérico, pues no todas las expresiones decimales son Números Decimales y estos son solo aquellos que sus expresiones decimales son finitas (Konic, Godino, & Rivas, 2010).

- *Un Número Decimal es una manera de escribir todo Número Natural, Entero o Racional que puede ser periódico o no periódico y estos a su vez finitos o infinitos, estos números constan de una parte entera y otra parte decimal.*
- *Un Número Decimal es la expresión decimal de un Número Real, es decir la expresión de un valor representada por una parte entera y una decimal.*
- *En efecto, asumo el “Número Decimal” como una forma de representación de los elementos de los distintos conjuntos numéricos. Que, en el caso de los Racionales corresponde a su representación como cociente y en el de los Irracionales a una aproximación que permite hacer estimaciones que facilitan cuantificarlos.*

En conclusión, se puede afirmar que un 94% de los docentes consideran a los Números Decimales como una expresión decimal, en sus diversas variaciones, es decir, los que consideran que la parte decimal debe ser estrictamente mayor a cero, o incluyendo el cero, o que sean infinitas, periódicas o no periódicas, mientras que un 6% de los

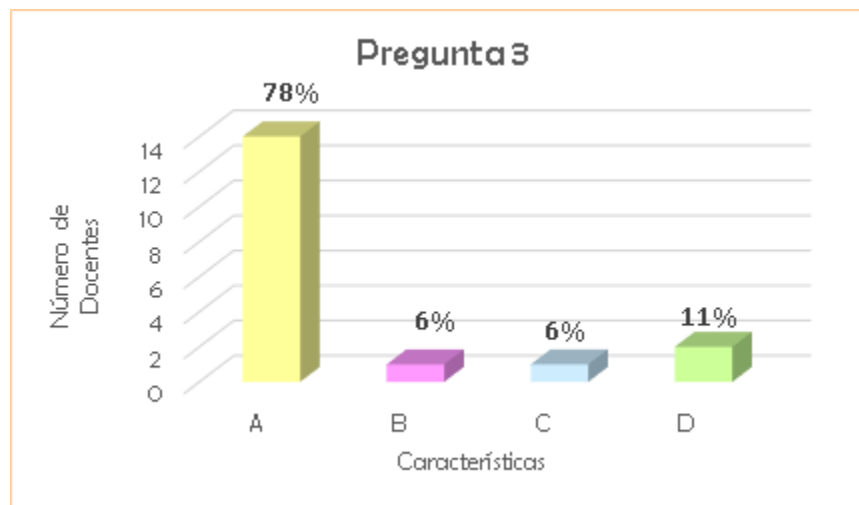
encuestados consideran a los Números Decimales como fracciones decimales. En este sentido es importante no confundir número con su representación escrita, pues como afirma Centeno (1999), es indispensable diferenciar número de sus diversas formas de representarlo, si se habla de Número Decimal se refiere a su identidad, función, problemas y propiedades que lo diferencian de los demás números.

Pregunta 3

Esta pregunta pertenece a la variable propiedades de los Números Decimales y tiene la intención de profundizar en los conocimientos de los docentes sobre la propiedad de orden de los Números Decimales y el trabajo con los ceros, pues se pone en juego el rol que toma el valor de una cifra decimal de un Número Decimal, dada la posición que esta ocupe para compararla con otro número (Konic, 2011). Después del análisis de cada una de las respuestas y teniendo en cuenta que la pregunta es más procedimental, se señalan las siguientes caracterizaciones que permiten el análisis de esta pregunta.

- A. Respuesta correcta.
- B. Respuesta incorrecta.
- C. Parcialmente correcta.
- D. Correcta sin argumentos.

Figura 11: *Gráfica de las Características de la Pregunta 3.*



El 78% de los docentes encuestados se caracterizan por dar una respuesta completamente correcta, es decir, los docentes no tienen dificultad para eliminar un cero y obtener un número menor y un número mayor al número 470,05, los docentes son capaces de argumentar sus respuestas al hacer uso del valor posicional de los ceros en el Número Decimal original, algunos de los procedimientos y argumentos son:

- *Para obtener un número mayor, se suprime el 0 a la izquierda de 5, ya que quedaría el número 470,5, su décima 0,5 es mayor que 0,05. Para obtener un número menor, se suprime el 0 a la derecha del 7, ya que quedaría 47,05, si miramos la parte entera, $47 < 470$.*
- *Para obtener un número mayor suprimiría el segundo cero porque de esta manera obtendríamos la misma parte entera, pero tendríamos ahora 5 décimas. Para obtener un número menor suprimiría el primer cero porque al hacerlo la parte entera disminuye.*
- *Para obtener un número mayor, quitaría el 0 de las cifras decimales, y así obtengo el número 470,5 o 470,50 que es lo mismo. Cabe resaltar que la comparación radica en la parte decimal de los números: 05 y 50. Y para obtener un número*

menor, quitaría el 0 de las cifras enteras, y así obtengo el número 47,05. Cabe resaltar que la comparación radica en la parte entera de los números: 470 y 47.

En la caracterización B un 6% que corresponde a un docente, afirma que “*no podría suprimir ningún cero dado que no están al final del Número Decimal*”, de lo cual se puede percibir que el docente no comprendió la pregunta, lo que generó dificultades para dar una respuesta acertada, al considerar erróneamente que los ceros deben estar al final, para que un número aumente o disminuya, por ejemplo $470,5 < 470,50$.

En la caracterización C, un 6% corresponde a un docente que respondió, “*Eliminaría el 0 de las décimas, 470,5 pasaría a tener 5 décimas, no 5 centésimas. Menor: suprimo el 5. Tendría 470, 0. Lo cual se vería como 470*”, de lo cual se puede ver que responde de alguna manera correctamente, pues encuentran el número que es mayor, sin embargo, para la segunda parte, podemos inferir que tiene una dificultad de interpretación del enunciado, del cual deduce que se puede eliminar un número distinto de cero para dar un número menor al dado.

Por último, la caracterización D un 11% de los docentes hacen el procedimiento correcto, pero no argumentan sus elecciones y esta es indispensable para el análisis de las concepciones de los docentes frente a los problemas con Números Decimales, ya que, es importante comprender los conocimientos en sus argumentos, de tal forma que den a conocer el cómo y por qué operan ciertas propiedades, en este caso el manejo de las cifras ceros y el valor posicional que ocupan para obtener un número mayor y menor.

Finalmente, el análisis a esta pregunta permite percibir que la gran mayoría de los docentes reconocen que la cantidad de cifras del número no es indispensable para determinar si un número es mayor o menor que otro, como sucede con los Número Enteros,

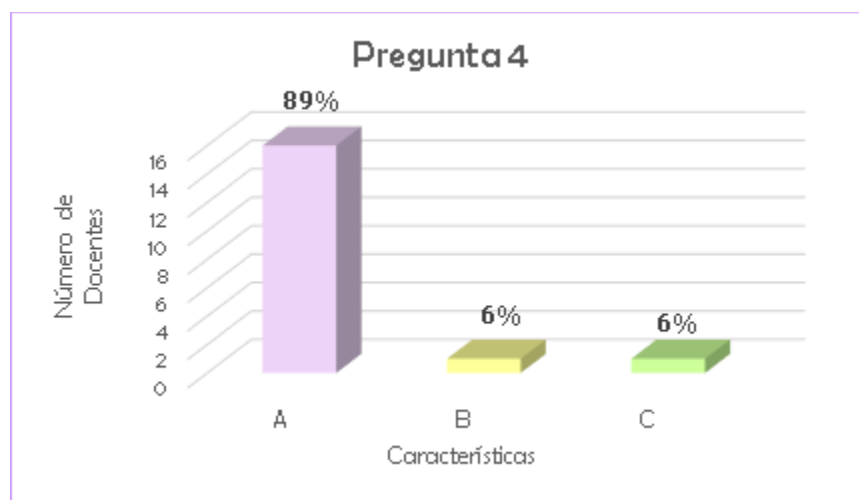
sino que hay que prestar atención al valor posicional de cada cifra para realizar las comparaciones.

Pregunta 4

Esta pregunta pertenece a la variable propiedades de los Números Decimales, la cual tiene el propósito de indagar por el conocimiento que los docentes tienen sobre los criterios para determinar cuándo un Número Decimal es mayor que otro. La noción de orden es fundamental en el trabajo con el conjunto D, dado que permite sentar las bases para la concepción de otra propiedad, la densidad. Las características que describen las respuestas de los docentes a esta pregunta se señalan a continuación:

- A. Respuesta correcta.
- B. Respuesta incorrecta.
- C. Correcta sin argumentos.

Figura 12: Gráfica de las Características de la Pregunta 4.



Un 89% de los docentes determinan correctamente que el número 5,6 es mayor a 5,18, se percibe el conocimiento de la propiedad de orden en los Números Decimales, y el tratamiento que se le da al valor posicional de las cifras decimales. Sus argumentos

evidencian el reconocimiento de que, en los Números Decimales, las cifras decimales a la derecha son de un orden 10 veces inferior a la que antecede, por tanto, las decimas son más grandes que las centésimas (Ávila & García, 2008). Algunos de los argumentos son:

- *Es mayor 5,6 porque 6 décimas es mayor que 18 centésimas.*
- *Es mayor 5,6 porque a pesar de que poseen la misma parte entera, si nos fijamos en las décimas el primer número tiene solo una y el segundo número tiene 6 décimas.*
- *5,6 es mayor, tener un mayor natural en una posición con menor potencia de diez como divisor, corresponde a un número mayor. Es decir, dado que la parte entera es equivalente, 18 centésimas $18/100 = 18/10^2$ es menor que seis décimas $6/10$.*

Un docente que corresponde al 6% responde incorrectamente, al no reconocer el valor posicional de las cifras y comparar erróneamente las cifras decimales como dos Números Enteros, como se muestra a continuación:

- *Entre estos números considero que 5,18 es mayor porque en ambos números tienen la parte antes de la coma igual, entonces me centro en la parte después de la coma, lo que sería que $18 > 6$.*

Otro 6% representa la respuesta del docente que, aunque está correcta no argumenta su respuesta, lo cual impide analizar los conocimientos sobre el orden de los Números Decimales, ya que generalmente se acostumbra a mecanizar procesos lo que no necesariamente implica, un conocimiento sobre su función y propiedades.

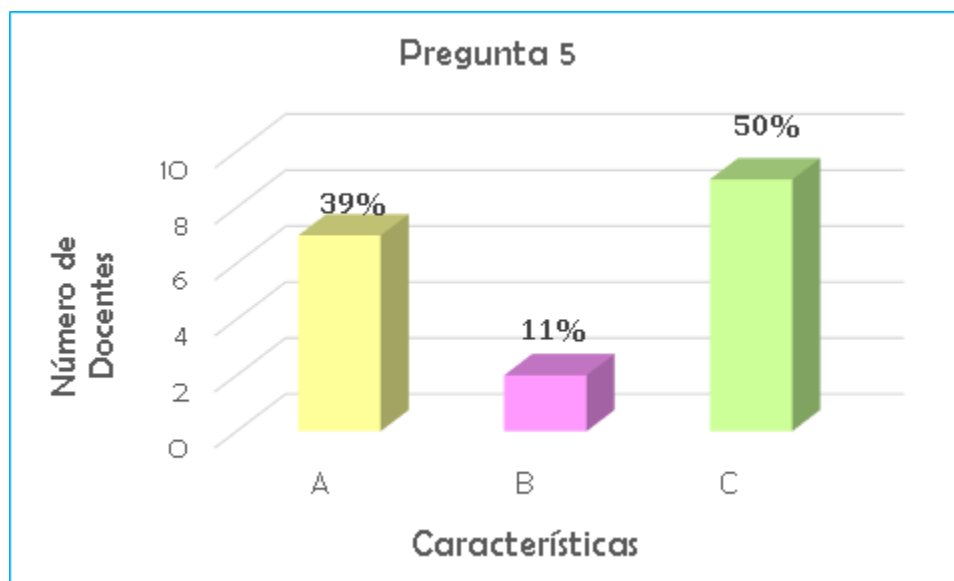
Pregunta 5

Esta pregunta pertenece a la variable propiedades de los Números Decimales, con la intención de indagar el reconocimiento que los docentes tienen respecto a una de las propiedades topológicas fundamentales en el conjunto D, la densidad. Esta propiedad

atribuye a estos números otras características importantes y diferentes respecto de los Números Enteros (Cid, Godino, & Batanero, 2003). Los elementos del conjunto D por ser densos en Q no tienen ni sucesor ni antecesor, por tanto, es importante analizar el conocimiento de esta propiedad, ya que muchos docentes hacen el mismo tratamiento a estos números como si fueran Números Naturales, lo que genera un obstáculo en la comprensión de los Números Decimales (Brousseau, 1980). Esta pregunta se compone de dos ítems, los cuales fueron caracterizados y analizados de manera conjunta, como se muestra a continuación.

- A. Respuesta correcta.
- B. Respuesta incorrecta.
- C. Parcialmente correcta.

Figura 13: *Gráfica de las Características de la Pregunta 5.*



Un 39% de los docentes contestaron correctamente y con argumentos válidos ambos ítems de la pregunta, para el primer ítem afirmaron que no es posible dar un sucesor inmediato decimal al número 32,13 con argumentos que de manera general afirman que

“No es posible, puesto que hay infinitos números”, por lo que reconocen la infinitud de elementos del conjunto D, al ser subconjunto de Q; en el segundo, afirman que no se pueden enlistar de manera explícita o por extensión todos los números que hay entre 0,4 y 0,6, puesto que, estos son infinitos. Algunas respuestas para ambos ítems son:

- *No hay tal, pues los Números Decimales son infinitos, o visto de otra forma, entre un Número Decimal y otro decimal que pareciera ser su consecutivo, hay infinitos Números Decimales. En este caso, no se puede decir que el consecutivo de 32,13 es 32,14, porque en medio está 32,131 – 32,132, etc., y con más cifras decimales, tantas como se quiera.*
- *NO existe, dado que, entre dos Números Racionales existen infinitos Racionales, esta afirmación se puede extender sin problemas a los Reales.*
- *Es imposible escribir todos los números ya que en medio de 0,4 y 0,6 hay infinitos decimales, y esto se puede comprobar sumándolos y luego dividiendo entre dos, de esa forma siempre va a ser posible encontrar otro Número Decimal entre dos Números Decimales.*
- *Los números que se encuentran entre 0,4 y 0,6 son infinitos, en efecto, la manera de escribirlos todos es estableciéndolos como conjunto $\{x \in \mathbb{R}: 0,4 < x < 0,6\}$.*

En ambos ítems la noción de infinito es indispensable, debido a que es la base que sustenta el concepto de densidad en el conjunto Q, la cual establece que dado dos Números Decimales, siempre es posible hallar otro diferente de los dos primeros números, de ahí que no existe otro que le preceda o que le siga (Cid, Godino, & Batanero, 2003). Con relación a esto, se observa que en algunos casos los docentes se fundamentan explícitamente en la propiedad de densidad para no dar el sucesor de 32.13, ni de escribir los números

Decimales que hay entre 0,4 y 0,6. Algunos de estos argumentos se muestran a continuación:

- *No es posible definirlo puesto que existe una propiedad llamada “densidad de los Números Racionales” la cual explica que entre un Número Racional y otro existen infinitos Números Racionales.*
- *No es posible expresar todos los decimales que hay entre 0,4 y 0,6 pues como lo dije anteriormente entre ellos hay infinitos decimales. Como estos decimales pertenecen al conjunto de los Racionales, la propiedad que se interviene ahí es la densidad del conjunto Q .*

En la caracterización B, un 11% de los docentes consideran la posibilidad de escribir un sucesor inmediato al Número Decimal 32,13 y escribir todos los números comprendidos entre 0,4 y 0,6, de lo cual se puede inferir que los docentes solo tienen presentes los conocimientos de las propiedades de los Números Naturales y Enteros, y por esta razón le dan el mismo tratamiento a los Números Decimales. Es importante resaltar que los conocimientos de las propiedades para los Números Naturales originan significados erróneos en otros campos numéricos, fundamentalmente en la densidad de los Números Decimales (Moreno, 2013).

Es importante mencionar que para ambos ítems los docentes responden de manera puntual y sin argumentos, que el número inmediatamente siguiente de 32,13 es 32,14 y para el ítem 5B, el número que hay entre 0,4 y 0,6 es el 0,5, uno de ellos argumenta que se “*puede hallar mediante la recta numérica*”. Con lo anterior, se observan dificultades en el significado y manejo de propiedades como la determinación del ámbito de validez del sucesor de un Número Decimal, lo que lleva a generar problemas en la comprensión de la propiedad de densidad del conjunto numérico D (Konic, 2011).

Por último, en la caracterización C, están los docentes que alguno de los ítems quedó incorrecto, de esta manera un 50% de los docentes dieron una respuesta parcialmente correcta, es decir en el ítem 5B, algunos docentes manifestaron tener en cuenta la propiedad de densidad o que los elementos en el intervalo dado son infinitos, sin embargo, para el ítem 5A no tienen en cuenta este argumento y esto los lleva a responder un número puntual.

En relación con lo anterior, algunas respuestas que se encontraron son las siguientes; para el ítem 5A un docente manifiesta que *“El número que sigue 32, 13 es 32,14”*, y en el ítem 5B *“No es posible porque los números que hay en ese intervalo son infinitos”*. Otro de los docentes para el ítem 5A responde de manera concreta que el número siguiente es 32,130 y para el ítem 5B responde *“Entre 0,4 y 0,6 hay infinitos números, por tanto, no hay forma de escribir “él número que esté entre ellos dos”, se puede escribir algún número de todos los que hay en ese intervalo”*.

Para concluir, se puede afirmar que la mayoría de los docentes tiene un reconocimiento de la propiedad de densidad de los Números Decimales, esta es fundamental en la enseñanza y aprendizaje del conjunto de los Números Decimales e indispensable para avanzar hacia la construcción de otros conjuntos numéricos (Konic, 2011).

Pregunta 6

Esta pregunta pertenece a la variable propiedades de los Números Decimales, con el objetivo de ver la manera en que los docentes operan y conocen los algoritmos de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, puesto que es importante que en la formación docente esté bien fundamentado este aspecto, para que en los procesos de enseñanza y aprendizaje no se generen dificultades en el manejo de las operaciones por parte de los estudiantes, pues no es lo mismo operar con los Enteros que con Números

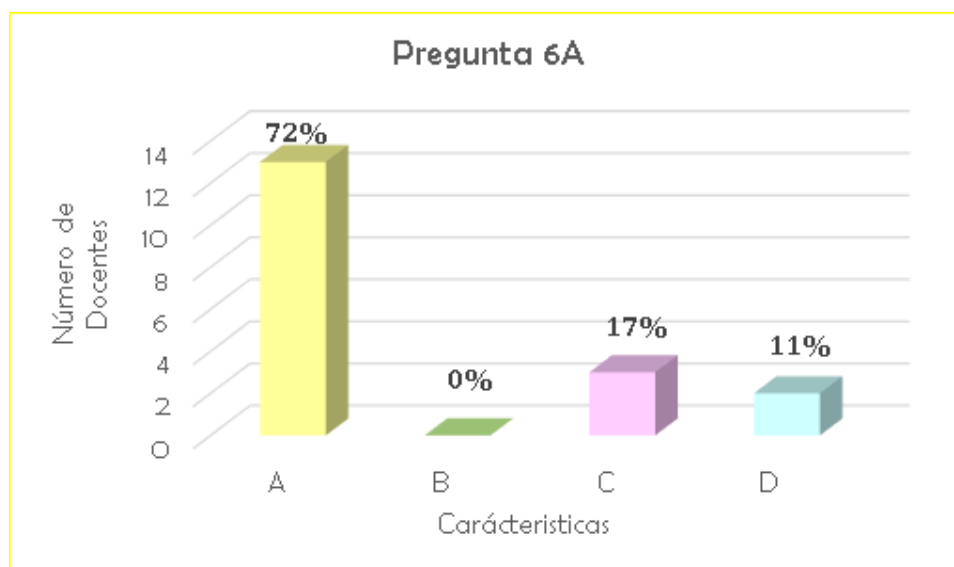
Decimales. Además de los otros aspectos que se tienen en cuenta al momento de realizar las operaciones, como son las equivalencias de fracciones, pasar de una representación a otra y el concepto de aproximación en los Números Decimales en los casos específicos que su parte decimal tiene un periodo constituido solo de ceros o solo de nueves, esto se debe a que, se pueden representar en una fracción decimal equivalente.

Para el análisis de esta pregunta compuesta de 4 ítems con diversas operaciones, se realiza el análisis por cada ítem, dado que cada uno tiene una manera particular de resolver las distintas operaciones, y cada uno de los docentes encontró diversas formas de dar solución, para esto se manejan características de correcto, incorrecto, parcialmente correcto y no responde, con la intención de ver que los procedimientos sean apropiados desde el punto de vista matemático.

Ítem 6A.

- A.** Respuesta correcta.
- B.** Respuesta incorrecta.
- C.** Correcta sin argumentos.
- D.** No responde.

Figura 14: Gráfica de las Características de la Ítem 6A.



Con un 72% en la caracterización A, se encuentran los docentes que aplicaron correctamente el algoritmo de la suma y obtienen el resultado correcto, además, que argumentan el procedimiento utilizado en cada una de las diferentes respuestas. En este ejercicio los docentes aplicaban el algoritmo de la suma convencional, teniendo cuenta el valor posicional de cada una de las cifras y la posición de la coma, es decir, alinear verticalmente cada una de las unidades enteras y decimales de los Números Decimales dados en expresión decimal. Se tienen dos tipos de argumentos, uno expresado en lenguaje natural y otros expresados algorítmicamente, como se muestra a continuación:

- *Lo que realice fue seguir el procedimiento de suma normal, ubicando un número debajo del otro teniendo en cuenta su valor posicional, respetando la coma me dio como resultado 9,90034*
- *El proceso que utilicé es el usual de la suma, es decir, un número debajo del otro (8,78). Como se trata de decimales, lo que hice fue colocar tantos 0 como hagan*

falta después del 78, para mayor seguridad de la posición alineada que debe tener cualquier operación. Finalmente, respetar la posición de la coma”

Figura 15: Procedimiento Correcto de la Suma de Números Decimales del ítem 6A.

- $8,78 + 1,12034 = 9,90034$

Inicialmente se suman los números de cada decimal de acuerdo con su posición, es decir; unidad con unidad, décima con décimas, centésima a centésima, etc.

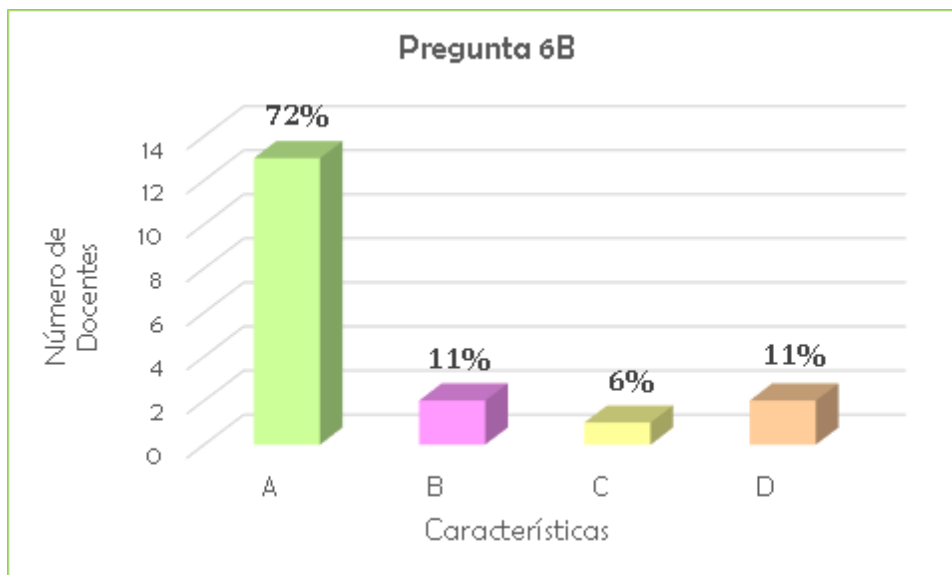
$$\begin{array}{r}
 8,78 \\
 1,12034 \\
 \hline
 9,90034
 \end{array}
 +$$

En la caracterización C, un 17% de los docentes solo escribieron el resultado de la operación, aunque este es correcto, esto no deja ver que procedimiento utilizaron para llegar a dicho resultado, esto no da cuenta del algoritmo que utilizaron para realizar la suma, ni del valor posicional de cada una de las cifras. Para este estudio es fundamental conocer las explicaciones y argumentos de las personas, de esta manera se puede interpretar los conocimientos e ideas. Por último, aunque ningún docente contestó erróneamente o encontró un resultado diferente a la suma, un 11% se abstuvo de realizar la operación.

Ítem 6B.

- A. Respuesta correcta.
- B. Respuesta incorrecta.
- C. Correcta sin argumentos.
- D. No responde.

Figura 16: Gráfica de las Características de la Ítem 6B.



El 72% de los docentes respondieron correctamente este ítem, para el cual los Números Decimales están en la representación de fracciones, poniendo en juego los conocimientos sobre el cambio de representación, ya sea pasar de expresión decimal de Números Decimales a Fracciones o viceversa y del algoritmo de la suma. En el análisis de las diferentes respuestas se puede ver que los docentes utilizaron alguna de las siguientes formas, primero, buscar la fracción o fracción Decimal equivalente al Número Decimal, para dejar todo en representación fraccionaria y proceder a sumar, o la segunda, pasar las dos fracciones a su representación en expresión decimal y proceder a sumar. Además, se reconocen otros procesos utilizados por los docentes como lo son: simplificación de fracciones, el uso de la propiedad asociativa, amplificación de fracciones, denominador común, fracciones homogéneas, entre otros.

Las respuestas correctas de los docentes son presentadas de dos maneras, una es realizar las operaciones y explicar el proceso utilizado, y otros que solo usan el lenguaje simbólico para expresar el algoritmo de la suma y el resultado, a continuación, se muestran algunas respuestas correctas:

Figura 17: *Procedimientos Correctos de Algunos Docentes del Ítem 6B*

- $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12 = 500/800 + 360/800 + 96/800 = 956/800 = 478/400 = 239/200$
 (Convertí el número decimal 0,12 a número fraccionario, hice la suma de las primeras fracciones y luego amplifiqué la fracción restante y obtener fracciones homogéneas, procedí a sumar numerador con numerador y denominador con denominador, por último, reduje el número fraccionario resultante)
- $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12 = 1.1195$ o $239/200$. Como el enunciado no dice cómo debe quedar expresado el resultado y considero que todos son decimales, se puede hacer de 2 formas: convertir el decimal a fracción y sumar las 3 fracciones. O convertir ambas fracciones a decimales y sumar los 3 números decimales. Por comodidad, lo hice de la primera forma: $0,12 = 3/25$ ya simplificado
- $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12$
Forma 1: $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + \frac{12}{100} = \frac{625}{1000} + \frac{45}{100} + \frac{12}{100} = \frac{625}{1000} + \frac{450}{1000} + \frac{120}{1000} = \frac{1195}{1000} = 1,195$
Forma 2: $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12 = 0,625 + 0,45 + 0,12 = 1,195$

Por otra parte, un 11% de los docentes respondieron incorrectamente al ítem, ya sea por dificultad para realizar la operación, el manejo de las cifras decimales y de la coma, o por errores de cálculo, las respuestas se muestran a continuación:

Figura 18: *Procedimientos Incorrectos de Algunos Docentes del Ítem 6B.*

- $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12 =$
 Se realizan las divisiones para dejarlo todo en términos de decimales,
 $\frac{5}{8} = 0,621$ y $\frac{45}{100} = 0,45$
 Aplicando propiedad asociativa la operación inicial queda de la siguiente forma;
 $(0,621 + 0,45) + 0,12$ luego se suman los decimales que están asociados de acuerdo al valor posicional de cada dígito $1,075 + 0,12$
 finalmente se suman los decimales restantes $1,075 + 0,12 = 1,087$
- $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12 = 0,625 + 0,45 + 0,12 = 13,25$

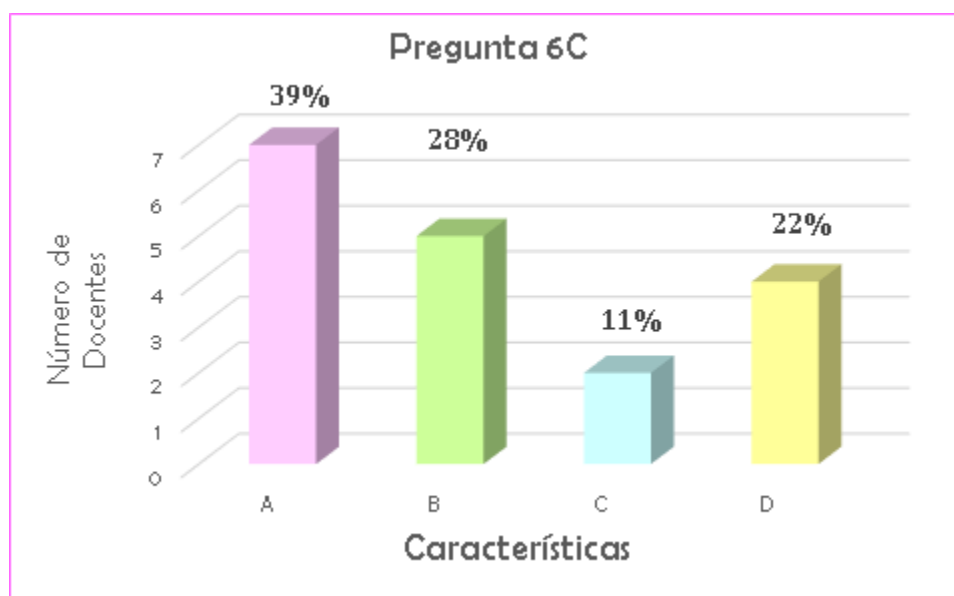
En la caracterización C, un 6% de los docentes se limitan a escribir el resultado 1,195 de la operación, y como se mencionó anteriormente los argumentos son indispensables para determinar e interpretar los conocimientos e ideas que tienen los

docentes frente a las operaciones entre Números Decimales. Por último el 11% restante no respondió el ítem.

Ítem 6C.

- A. Respuesta correcta.
- B. Respuesta incorrecta.
- C. Parcialmente Correcta.
- D. No responde.

Figura 19: Gráfica de las Características de la Ítem 6C.



Un 39% de los docentes en la caracterización A, contestan correctamente a la operación entre dos Números Decimales en distinta representación, uno en fracción decimal y el otro en expresión decimal infinita con un periodo constituido de solo nueves, para realizar la multiplicación se debe hacer una conversión del segundo factor, y buscar una fracción equivalente a este número o una aproximación a 0,2. En los procedimientos y respuestas de los docentes se puede evidenciar que realizan la conversión de la expresión decimal infinita periódica a fracción y algunos que directamente la aproximan, para

posteriormente aplicar el algoritmo de la multiplicación, expresando su respuesta en fracciones o en expresión decimal, como se muestra a continuación:

Figura 20: *Procedimientos Correctos de Algunos Docentes del Ítem 6C.*

- $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)}$

Forma 1: $\frac{23}{10} \times 0,199999... =$

$$\frac{23}{10} \times \frac{19-1}{9} = \frac{23}{10} \times \frac{18}{90} = \frac{23}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{46}{100} = 0,46$$

Forma 2: Una secuencia infinita de nueves en el decimal implica que la cifra que la antecede se redondea a su consecutivo $\rightarrow 0,199999... = 0,2 = 2/10$, entonces

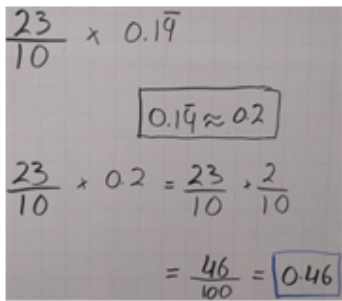
$$\frac{23}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{46}{100} = 0,46.$$
- $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)} =$

Para este caso se debe convertir el número decimal infinito periódico en una fracción

A) $x = 0,1999999...$
 B) $10x = 01,999...$
 C) $100x = 019,999...$

$$B - C = 90x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{90}$$

Tomando lo anterior en cuenta, la operación inicial queda de la siguiente manera:

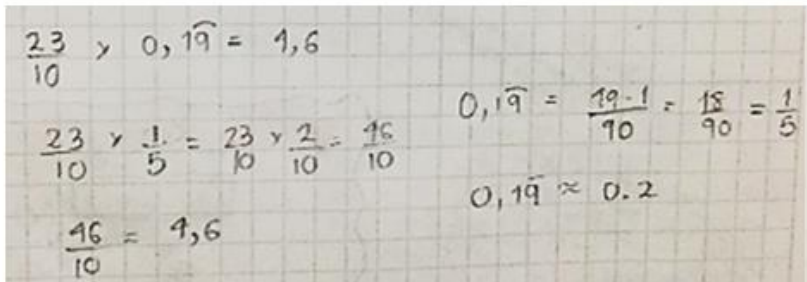
$$\frac{23}{10} \times \frac{18}{90} = \frac{414}{900} = \frac{207}{450} = \frac{23}{50} = 0,46$$
- 

Handwritten work showing the multiplication of $\frac{23}{10}$ by $0,1\bar{9}$. The student incorrectly rounds $0,1\bar{9}$ to $0,2$ and calculates $\frac{23}{10} \times 0,2 = \frac{23}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{46}{100} = 0,46$.

Un 28% de los docentes realiza un procedimiento erróneo al momento de operar estos factores, estos se caracterizan de dos formas; realizar la conversión de manera correcta, pero equivocarse al momento de realizar la operación o tomar la expresión decimal infinita como si fuera finita, omitiendo todas sus cifras y redondeando el número

incorrectamente, es decir, que toman al 0,199999 (con 9 repetido infinitamente) como 0,199 o 0,199999999 y lo operan directamente con la fracción, también hay otras aproximaciones incorrectas como 0,19999 aproximado 2.

Figura 21: *Procedimientos Incorrectos de Algunos Docentes del Ítem 6C.*

- $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)}$
 Se me ocurre aproximar 0,19 (9 periódico) a 2 y multiplicar con él, la fracción y me da 23/5
- $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)} = 0,23 \times 0,199 = 0,04577$
 - $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)}$
 $= 2,3 \approx 0,199999999$ conversión de números fraccionarios a decimal
 $= 0.00459977$ multiplicación de fracciones
- 

Handwritten calculations on grid paper:

 - $\frac{23}{10} \times 0,1\overline{9} = 4,6$
 - $\frac{23}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{23}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{46}{10}$
 - $\frac{46}{10} = 4,6$
 - $0,1\overline{9} = \frac{19-1}{10} = \frac{18}{10} = \frac{1}{5}$
 - $0,1\overline{9} \approx 0.2$

Por otra parte, un 11% corresponde a dos docentes que dan una respuesta parcialmente correcta, un docente en sus argumentos reconoce que el procedimiento para realizar este producto es convertir el número infinito periódico a una fracción, para poder operar entre fracciones o poner todo en términos de expresión decimal, esta última parte es errónea al considerar operar una expresión decimal infinita como si fuera una expresión finita, esto es fundamental tenerlo presente en el trabajo operativo con Números Decimales, dado que no todas las expresiones periódicas infinitas son Números Decimales. El otro caso, el docente expresa correctamente como se debe hacer para operar, sin embargo, no

recuerda como pasar un número infinito periódico a fracción, además en ninguno de los casos los docentes ponen las operaciones pertinentes para visualizar su modo de operar.

Figura 22: *Respuestas Parcialmente Correctas de Algunos Docentes del Ítem 6C.*

- $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)}$

Se puede resolver convirtiendo el número decimal periódico a fracción y luego multiplicar las dos fracciones, o convertir la fracción en número decimal y realizar la multiplicación de los decimales.

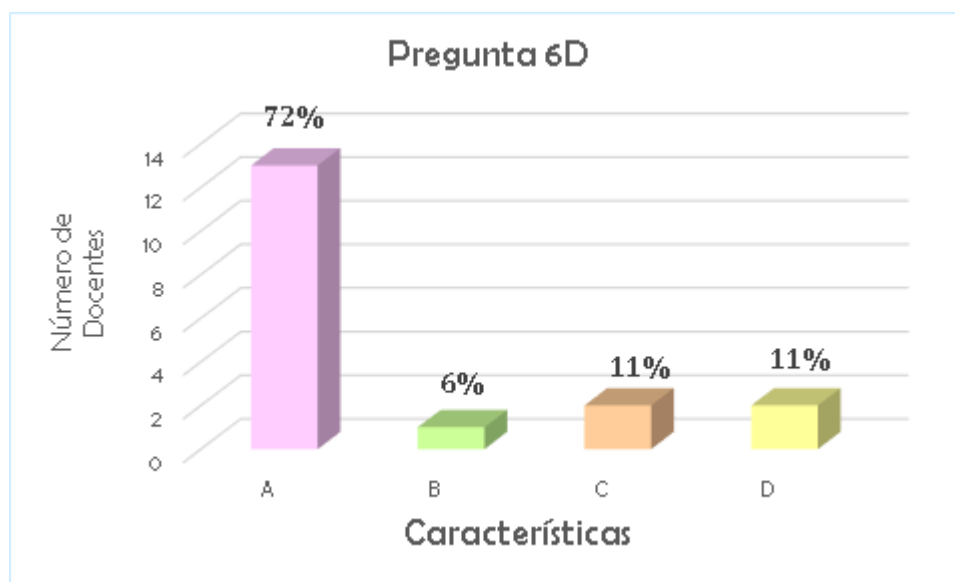
- $\frac{23}{10} \times 0,199999... \text{ (9 repetido infinitamente)} = \text{no doy la respuesta exacta porque sería poco ético de mi parte, pues no recuerdo cómo convertir un decimal infinito mixto a fracción. Pero sí puedo explicar el resto: una vez sepa la fracción de } 0.1999... \text{ la multiplico con } 23/10 \text{ en la forma usual. Es decir, numerador con numerador y denominador con denominador}$

Para finalizar, un 22% de los docentes no contesta este ítem, de manera general, de las respuestas se interpreta que la mayoría de los docentes aplica el algoritmo de la multiplicación a fracciones, lo cual está correcto, sin embargo, es importante destacar que ninguno de los docentes realiza el producto con sus factores en expresión decimal, de tal forma que permita poner en juego las reglas de multiplicar Números Decimales.

Ítem 6D.

- A. Respuesta correcta
- B. Respuesta incorrecta
- C. Parcialmente correcta
- D. No responde

Figura 23: Gráfica de las Características de la Ítem 6D.



Un 72% de los docentes realiza correctamente la resta y explican el proceso utilizado para aplicar el algoritmo. Los docentes coinciden en que para operar los números deben todos estar en la misma representación, por ello algunos docentes pasan todo a fracciones y otros a expresión decimal utilizando la simplificación de fracciones, posteriormente operan y dan el resultado. Las respuestas de los docentes son presentadas de diferentes formas, unos ponen el resultado y explican el proceso, otros presentan solo la operación con el resultado, como se muestra a continuación.

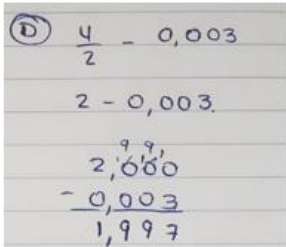
Figura 24: *Procedimientos Correctos de Algunos Docentes del Ítem 6D.*

- $\frac{4}{2} - 0,003 = 1,997$

(Se convierte el número decimal 0,003 a número fraccionario $\frac{3}{1000}$, luego se operan las fracciones llevándolas a un común denominador: $\frac{4}{2} - \frac{3}{1000} = \frac{2}{1} - \frac{3}{1000} = \frac{2000}{1000} - \frac{3}{1000} = \frac{1997}{1000} = 1,997$)

- $\frac{4}{2} - 0,003 = 1,997$

Se simplifica la fracción y se resta con el número 0,003 y se realiza la respectiva resta de unidades con unidades, centésimas con centésimas y milésimas con milésimas.



Un 6% que corresponde a un docente en la caracterización B, encontró un resultado diferente a la operación, esto se debe a que realizó erróneamente la resta, y por tanto encuentra un resultado incorrecto.

Figura 25: *Respuesta Incorrecta al Ítem 6D.*

- $\frac{4}{2} - 0,003 = 1,097$ para esta operación pasé la fracción a entero y le resté el decimal

El otro 11% corresponde a dos docentes que sus respuestas quedaron parcialmente correctas, uno de los docentes a pesar de que el resultado es correcto no argumenta y/o explica como realizó la operación, lo que deja la duda si sabe restar Números Decimales, el otro docente, no pone la operación, pero expone el proceso que se debe realizar para resolver la suma.

Figura 26: *Respuestas Parcialmente Correctas de Algunos Docentes del Ítem 6D.*

- $\frac{4}{2} - 0,003 = 1,997$
- $\frac{4}{2} - 0,003 =$

Para resolver la resta se ubica un número debajo del otro, respetando la coma, se convierte la fracción en decimal y se realiza la resta respetando el valor posicional.

Por último, un 11% de los docentes se abstienen de resolver la operación entre los Números Decimales.

Para concluir el análisis a las respuestas de la pregunta 6, se puede observar que la mayoría de los docentes respondieron de manera correcta a los ítems de múltiples formas, en ellas se pone en juego muchos conocimientos sobre el trabajo con Números Decimales, sus representaciones, operaciones, el trabajo con fracciones, entre otros conceptos que permiten operar y hacer un tratamiento adecuado a estos números. Sin embargo, se notó una abstinencia por parte de otros docentes que si bien han respondido los otros ítems para este caso no dan respuesta, este es un aspecto que para este estudio deja un sinnúmero de incógnitas respecto a por qué no respondieron a esta pregunta o a algunos ítems.

Para todas las preguntas y en especial esta, es fundamental los argumentos de los docentes, pues permiten comprender los conocimientos que cada uno pone en juego al momento de realizar operaciones. El docente en su formación y conocimientos debe comprender cómo funcionan los algoritmos, para que en su posterior enseñanza no se quede solo en la parte procedimental y algorítmica de las operaciones, sino que también los estudiantes puedan aprender a construir significados sobre las operaciones con Números Decimales, ya sea para contexto netamente matemático o de la vida cotidiana, ya que el conocimiento de los Números Decimales con sus operaciones requiere un nivel madurativo

más alto que de los demás sistemas numéricos, dificultades como la colocación de la coma al operar muestran el dominio conceptual del valor de posición de las cifras de los alumnos, entre otros aspectos (Moreno, 2013).

Pregunta 7

Esta pregunta se relaciona con las tres variables, definición, representación y propiedades del Número Decimal, dividida por dos ítems que tienen el objetivo de profundizar en los conocimientos que los docentes tienen de los distintos sistemas Numéricos, sus relaciones de inclusión y pertenencia, para principalmente establecer un análisis sobre las consideraciones que los docentes establecen del conjunto de los Números Decimales y prever posibles concepciones de estos números.

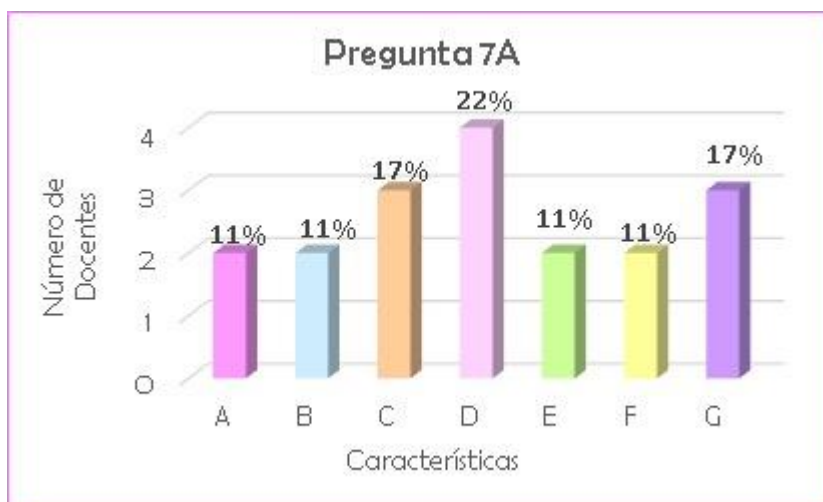
Ítem 7A. Este ítem presenta diez números en diferentes representaciones, expresión decimal, fraccionaria y radical, que deben ser clasificados en los diferentes sistemas numéricos, Naturales, Enteros, Decimales, Racionales, Irracionales y los Reales. En particular el análisis se centra en saber cuáles son los números que los docentes consideran pertenecientes al conjunto de los Números Decimales, los demás sistemas numéricos se toman en consideración por la relación que existe entre los conjuntos numéricos. Las características están determinadas por la consideración de Números Decimales como sistema numérico que opta en este estudio y se muestran a continuación.

- A.** Los Número Enteros y los Número Irracionales no pertenecen al conjunto de los Números Decimales.
- B.** Los Números Irracionales no son Números Decimales.
- C.** Los Números Enteros no son Números Decimales.
- D.** Todos los números son Números Decimales.
- E.** Los Números Decimales son solo aquellos con una expresión decimal finita.

F. Los Números Decimales son solo aquellos con parte entera y parte decimal.

G. Ningún número es Número Decimal.

Figura 27: Gráfica de las Características de la Ítem 7A.



Los docentes al marcar los números que pertenecen al conjunto de los Números Decimales destacan varios aspectos que se abordarán a continuación, si bien el 39% de los docentes toman en consideración que para que el número pertenezca al conjunto de los Números Decimales estos deben ser diferentes de un Número Entero o diferentes de un Número Irracional, o ambos. En primer lugar, solo un 11% de los docentes pertenecientes a la característica A, tienen en cuenta ambos aspectos, que sea diferente de Entero y diferente de Irracional y al analizar la manera en que marcan los números, se puede ver que tienen en cuenta la forma en como están escritos los números, es decir, su expresión decimal que necesariamente debe ser finita o infinita periódica. Esto desde el punto de vista teórico, puede generar confusiones, es incorrecto no seleccionar el número 5 como Número Decimal, puesto que pertenece a los Racionales y al conjunto de los Números Decimales, aunque su parte decimal sea 0. Por otra parte, es correcto el hecho de no seleccionar a

ningún Número Irracional, pues estos a pesar de tener una expresión decimal no periódica infinita, no representan a Números Decimales.

Figura 28: Respuesta que Representa la Característica A del Ítem 7A.

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5				x	x	x
$\frac{6}{8}$		x	x		x	
$\sqrt{2}$	x				x	
8 centésimas		x	x		x	
4,00009		x	x		x	
3,942424849075...	x				x	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)		x	x		x	
π	x				x	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)		x	x		x	

En segundo lugar, un 11% de los docentes que están en la característica B, consideran que, de los diez números propuestos en la tabla, solo pertenecen al conjunto de los Números Decimales aquellos que no tienen una expresión decimal infinita no periódica, es decir, todos excepto los Números Irracionales. De estas respuestas se puede inferir que los docentes no limitan al Número Decimal a su escritura decimal, pues marcan como Números Decimales a los π que son Números Racionales, de esto se desprende la dificultad para distinguir cuáles son Números Racionales y que sean también Números Decimales, ya que como se ha destacado en apartados anteriores, todos los Números Decimales son Racionales, pero no todos los Números Racionales son Números Decimales (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Figura 29: Respuesta que Representa la Característica B del Ítem 7A

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5		x	x	x	x	x
$\frac{6}{8}$		x	x		x	
$\sqrt{2}$	x				x	
8 centésimas		x	x		x	
4,00009		x	x		x	
3,942424849075...	x				x	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)		x	x		x	
π	x				x	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)		x	x		x	

En tercer lugar, un 17% de los docentes en la caracterización C, consideran que los Enteros no son Números Decimales y por tal razón seleccionan todos los números escritos en expresión decimal, raíz y fracción excepto el Número Entero. En este sentido no distinguen las diferentes expresiones en las que están los números de los que en realidad son Números Decimales, asumiendo que los Irracionales son Números Decimales, por estar escritos en expresión decimal, sin tener en cuenta que por ser infinita no periódica no pertenecen al conjunto de los Números Decimales, mientras que el 5, si pertenece porque tiene una expresión decimal finita.

Figura 30: Respuesta que Representa la Característica C del Ítem 7A.

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5			x	x	x	x
$\frac{6}{8}$		x	x		x	
$\sqrt{2}$	x	x			x	
8 centésimas		x	x		x	
4,00009		x	x		x	
3,942424849075...	x	x			x	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)		x	x		x	
π	x	x			x	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)		x	x		x	

Por otra parte, un 22% de los docentes que corresponden a la caracterización D, consideran que todo los números propuestos en la tabla son Números Decimales, de lo cual se infiere que existe una dificultad para distinguir el objeto número de una expresión decimal, pues marcan como Número Decimal tanto los números que explícitamente llevan coma, como la fracción y la raíz que se puedan representar en expresión decimal con coma, sin diferenciar que los Irracionales no son Números Decimales, pues su expresión es decimal es infinita no periódica. En conclusión, estos docentes consideran que todos los números escritos que están en expresión decimal o que se pueden representar de esta manera pertenecen al conjunto de los Números Decimales, sin hacer la distinción si estos números son Racionales o Irracionales, con relación a esto, no tienen en cuenta que no todos los Racionales son Números Decimales y que los Irracionales no pertenecen al conjunto D.

Figura 31: Respuesta que Representa la Característica D del Ítem 7A.

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5		x	x	x	x	x
$\frac{6}{8}$		x	x		x	
$\sqrt{2}$	x	x			X	
8 centésimas		x	x		x	
4,00009		x	x		x	
3,942424849075...	x	x			x	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)		x	x		x	
π	x	x			x	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)		x	x		x	

Otro 11% perteneciente a la característica E, que corresponde a dos docentes, consideran Números Decimales a solo aquellos números que su expresión decimal es finita, esta consideración es fundamental dado que es la más próxima a la definición de los números pertenecientes al conjunto D, próxima porque utilizan uno de los rasgos principales para definir un Número Decimal, y es que las cifras decimales sean finitas, esto lleva a que ambos docentes no seleccionan el 2,9999... (9 repetidamente), la razón de esto es porque visualmente el número tiene cifras decimales infinitas, desconociendo que este número si pertenece al conjunto D, pues tiene una fracción decimal equivalente.

Figura 32: Respuesta que Representa la Característica E del Ítem 7A.

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5		x	x	x	x	x
$\frac{6}{8}$		x	x		x	
$\sqrt{2}$	x				x	
8 centésimas		x	x		x	
4,00009		x	x		x	
3,942424849075...	x				x	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)			x	x	x	x
π	x				x	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)			x		x	

Otro 11% de los docentes de la característica F, no tiene en cuenta la naturaleza de los conjuntos a los que pertenecen los números ya sea Racional, Irracional o Decimal, y las diferentes representaciones que puede tener un número, pues consideran que el aspecto que determina la pertenencia de números al conjunto de los Números Decimales es su escritura decimal explícita, es decir, parte entera y parte decimal separados con coma.

Figura 33: *Respuesta que Representa la Característica F del Ítem 7A.*

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5				X	X	X
$\frac{6}{8}$			X		X	
$\sqrt{2}$	X				X	
8 centésimas			X		X	
4,00009		X	X		X	
3,942424849075...	X	X			X	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)		X	X		X	
π	X				X	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)		X	X		X	

Por último, un 17% de los docentes en la característica G no seleccionan ningún número como perteneciente al conjunto D, pero si marcaron estos números pertenecientes a otros conjuntos numéricos. En este sentido, distinguen correctamente que las expresiones infinitas no periódicas son Irracionales, y la fracción, raíz y las expresiones decimales pertenecen a los Reales, de lo cual se puede afirmar que consideran a los Números Decimales como una representación de los Reales, y no consideran conjunto numérico a los Números Decimales, tal como se puede ver a continuación en lo siguiente:

Figura 34: Respuesta que Representa la Característica G del Ítem 7A.

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5			X	X	X	X
$\frac{6}{8}$			X		X	
$\sqrt{2}$	X				X	
8 centésimas			X		X	
4,00009			X		X	
3,942424849075...	X				X	
2,9999.... (9 se repite infinitamente)			X		X	
π	X				X	
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)			X		X	

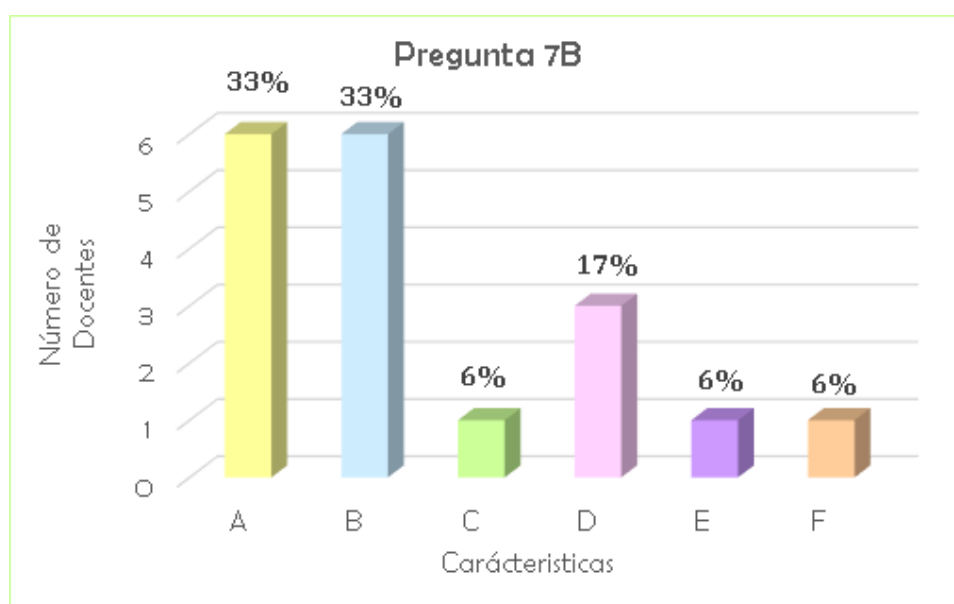
Al hablar de conjuntos numéricos, no es correcto asumir a los decimales como tal, en efecto debería tener una columna adicional en la que lleve por título notación decimal.

Ítem 7B. Este ítem presenta una lista de 11 conceptos, con la que los docentes han de realizar un diagrama o esquema en el que establezcan las relaciones entre cada uno de los conceptos, unos refieren a los diferentes sistemas numéricos Naturales, Enteros, Decimales, Racionales, Irracionales y los Reales, y otros a diversas formas de representación de los números pertenecientes a estos conjuntos, los cuales han de ser incluidos según el conjunto que pertenezcan. Las respuestas al ser de carácter gráfico hacen que sean muy diversas, por tanto, para poder analizarlas se tuvo en cuenta los diagramas o esquemas que comparten ideas en común, respecto a la organización de los conjuntos numéricos y las representaciones propuestas, más que al diseño, y se centra la atención principalmente en las relaciones de los Números Decimales y expresiones decimales.

A. Los Números Decimales como intersección entre Q e I.

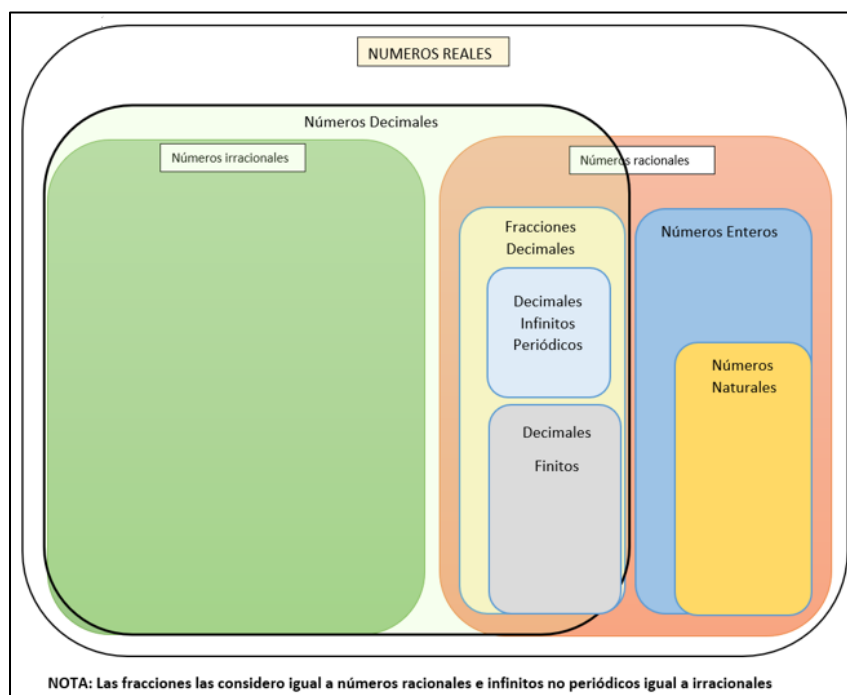
- B.** Los Números Decimales pertenecen a Q y las expresiones decimales no periódicos pertenecen a I .
- C.** Los Números Decimales son solo aquellos que su expresión decimal es finita.
- D.** Los Números Decimales pertenecen a los fraccionarios.
- E.** Los Números Decimales son todas las expresiones decimales y pertenecen a Q .
- F.** No relaciona a los Números Decimales.

Figura 35: Gráfica de las Características de la Ítem 7B.



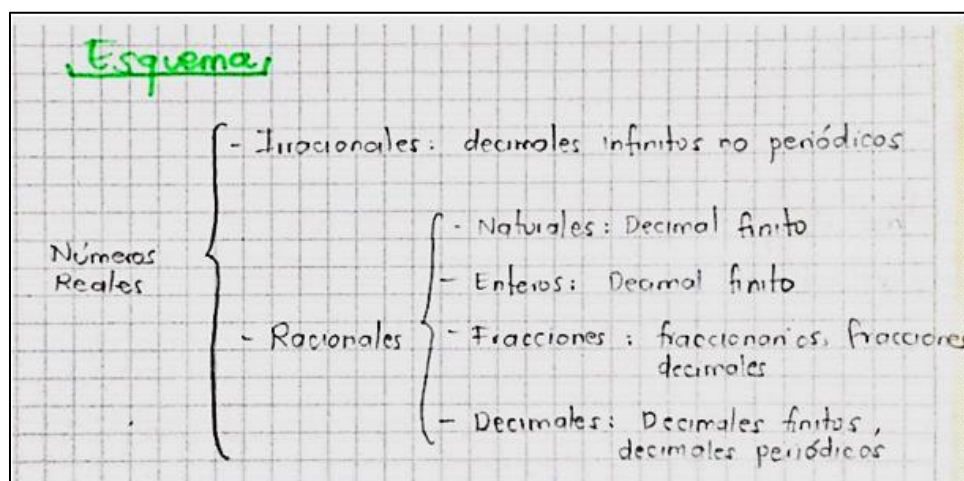
En la caracterización A, un 33% de los docentes presentan diagramas en los cuales establecen las relaciones de pertenencia de acuerdo a la forma escrita de los números, los docentes establecen las expresiones decimales finitas o las infinitas periódicas pertenecientes a Q , y las expresiones decimales infinitas no periódicas pertenecientes a I , al final el termino Número Decimal lo incluyen en ambos conjuntos, de los que se puede deducir que consideran Número Decimal como análogo a su representación decimal y por esta razón ubican a los Números Decimales tanto en Q (excepto los Enteros) como en los Irracionales. A continuación, se muestran el diseño representativo de esta caracterización.

Figura 36: Respuesta que Representa la Característica A del Ítem 7B.



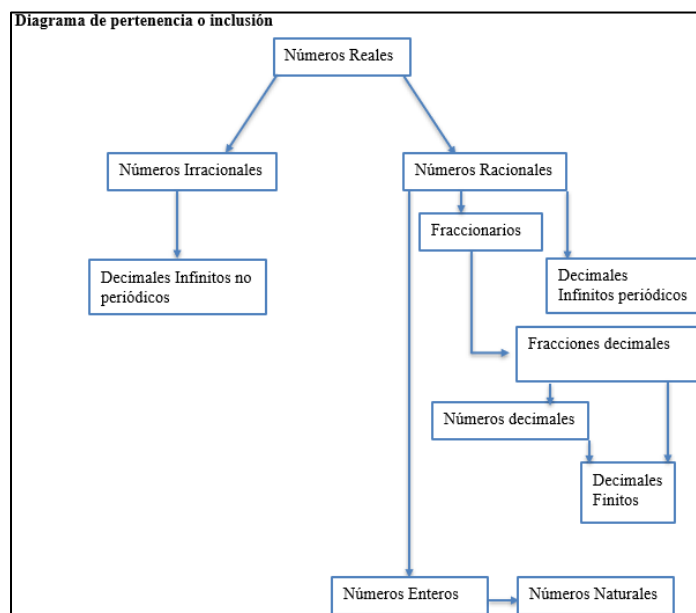
En la caracterización B, un 33% de los docentes consideran que los Números Decimales, las expresiones decimales finitas o infinitas periódicas pertenecen al conjunto de los Números Racionales (Q), y las expresiones decimales infinitas no periódicas pertenecen al conjunto de los Irracionales, lo cual es correcto, pues a pesar de que tengan una parte entera y decimal, no son Números Decimales. Sin embargo, no logran establecer una distinción entre las expresiones finitas e infinitas periódica sí que pertenecen al conjunto D, ya que por definición solo son Números Decimales, todas las fracciones decimales las cuales tienen una expresión decimal finita y los casos de las expresiones decimales infinitas con periodos constituidos de solo ceros o de solo nueves.

Figura 37: Respuesta que Representa la Característica B del Ítem 7B.



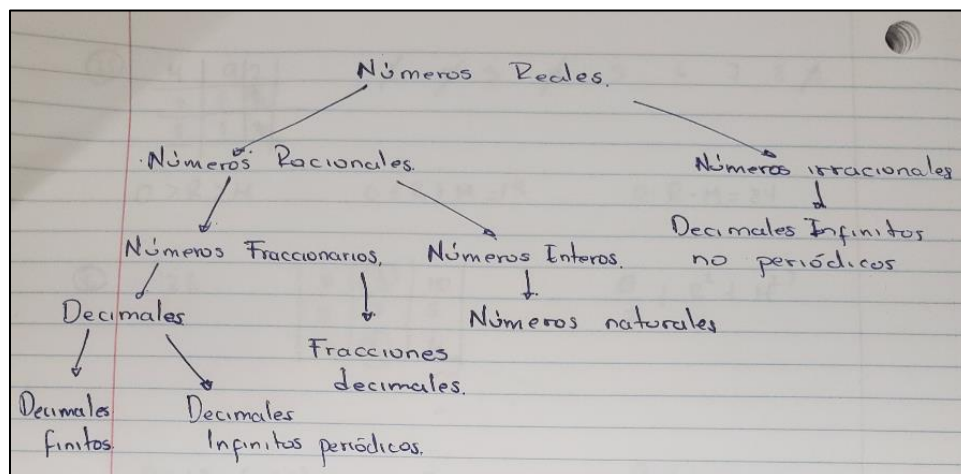
Un 6% en la caracterización C, corresponde a un docente que establece un diagrama que se aproxima a la postura de este trabajo que los Números Decimales son un conjunto numérico, ya que el esquema que presenta permite ver con claridad que este docente considera que los Números Decimales son solo aquellos que tienen una representación decimal finita, además reconoce que no todo los Racionales son Números Decimales por más que tengan una representación decimal, no obstante deja de lado un caso particular de Números Decimales en el que la expresión decimal es infinita con periodos constituidos de solo ceros o solo nueves.

Figura 38: Respuesta que Representa la Característica C del Ítem 7B.



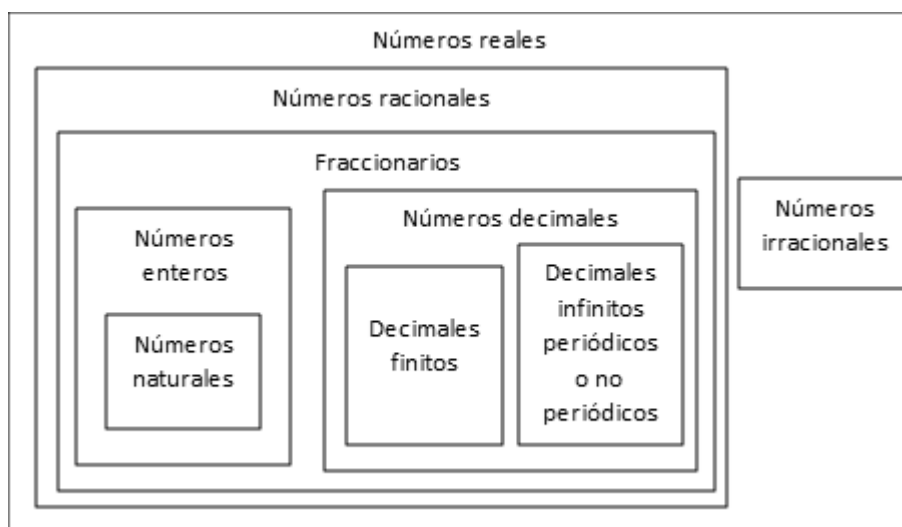
En la caracterización D, un 17% de los docentes presentaron un diagrama en el cual ubican los Números Decimales como pertenecientes a las fracciones, esto se debe a que reconocen que el cociente de una fracción resulta una expresión decimal, de lo que se puede afirmar que no hacen una distinción entre las expresiones que no son Números Decimales, ni que las fracciones decimales se pueden representar por una expresión decimal finita, además de no reconocer que los Números Enteros se pueden representar tanto en fracción como en expresión decimal.

Figura 39: Respuesta que Representa la Característica D del Ítem 7B.



Un 6% en la caracterización E corresponde a un docente que presenta un diagrama, en el cual no tienen en cuenta que las expresiones decimales no periódicas son números Irracionales y no Números Decimales, de lo cual se puede afirmar una dificultad para distinguir la naturaleza del conjunto Números Decimales, Racionales e Irracionales, pues solo relacionan Número Decimal con aquellos números con expresión decimal sin diferenciar la naturaleza de estas.

Figura 40: Respuesta que Representa la Característica E del Ítem 7B.



Por último, la caracterización F con un 6% representa al docente que afirma que no encuentra manera de relacionar a los Números Decimales, decimales finitos, expresiones infinitas periódicas y no periódicas con los demás conjuntos numéricos.

Figura 41: Respuesta que Representa la Característica F del Ítem 7B.

- Decimales finitos
- **Números Enteros**
- **Fraccionarios**
- Números Decimales
- **Números Naturales**
- **Fracciones decimales**
- Decimales Infinitos no periódicos
- **Números Reales**
- **Números Irracionales**
- Decimales Infinitos periódicos
- **Números Racionales**

No sé cómo hacer un esquema en este medio, pero espero darme a entender en palabras:

- Los Naturales están comprendidos o incluidos en los Enteros
- A su vez, los Enteros están comprendidos en los Racionales
- Paralelamente, también existen los Irracionales
- Con los 2 últimos, surgen los Reales
- Aunque no sé cómo conectar el que sigue, sí sé que los Infinitos periódicos y No periódicos, están comprendidos o incluidos en los Decimales

Es decir, lo que no sé es cómo se conectan los Decimales o dónde, los Decimales con alguno de los primeros conceptos que sí resalté (en verde)

En conclusión, en las respuestas de la pregunta 7, se puede observar que más del 90% consideran que “el hecho de expresar a los números Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales o Reales, en la escritura decimal induce a llamar Números Decimales a cualquier número expresado en esa forma” (Socas, 2002, p.25). Por esta razón, muchos en el ítem 7A seleccionan a cualquier número escrito en esa forma como Número decimal, y para el Ítem 7B, si bien los docentes pueden establecer un esquema similar al que usualmente se presenta a la enseñanza tradicional, primero Naturales, segundo los Enteros, tercero los Racionales, y a parte los Irracionales y la unión de estos dos conjuntos serían los Reales, se nota una gran dificultad para incluir a los Números Decimales como conjunto numérico, limitando a este conjunto a una representación de los conjuntos trabajados en la enseñanza escolar.

Otro aspecto que es fundamental resaltar, es que a los docentes, se les dificulta distinguir la naturaleza de expresiones decimales de los diferentes números, lo cual es fundamental para reconocer que un número pertenece a X conjunto numérico, por ejemplo, que las expresiones decimales infinitas no periódicas son una representación de los Irracionales y no son Números Decimales, aunque tengan la forma parte entera, parte decimal separadas por coma, también que de las fracciones se puede pasar a una representación decimal, y que una parte de las fracciones (Fracciones decimales) son Números decimales, que algunas expresiones infinitas con periodo constituido de solo ceros o solo nueves, se pueden llevar a una fracción decimal equivalente que las hace pertenecer al conjunto D, y que los números Enteros también tienen una representación decimal que es finita y por tanto, también son Números Decimales.

Pregunta 8

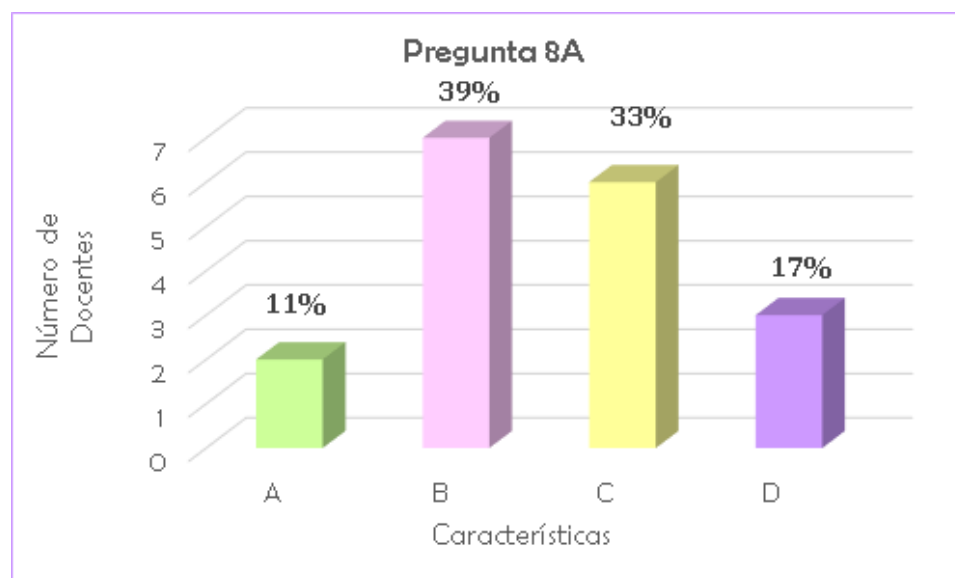
Esta pregunta se divide en 3 ítems que pertenecen a la variable aspectos didácticos, la cual tiene el objetivo de indagar las concepciones que los docentes tienen con respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de los Números Decimales. Teniendo en cuenta que en la Educación básica primaria se comienza el estudio de los Números Decimales, los aspectos más generales sobre los cuales se enfoca estas preguntas son: el grado de escolaridad en el que se debe iniciar el estudio de estos y cuál es el tema que cada uno de los docentes considera fundamental para introducir este objeto matemático, y de qué es lo más importante que los estudiantes deben aprender de estos números.

Ítem 8A.

- A.** Segundo de básica primaria.
- B.** Tercero de básica primaria.
- C.** Cuarto de básica primaria.

D. Quinto de básica primaria.

Figura 42: Gráfica de las Características de la Ítem 8A.



Un 11% corresponde a dos docentes que indican que la enseñanza de los Números Decimales inicia en grado segundo, un docente no presenta argumentos y el otro afirma que *“... Es importante esto desde muy pequeños para evitar que los chicos vean los números como “cosas diferentes”, más bien que desde pequeños entiendan que se trata de representar un mismo número de otra forma, es decir, que no confunda el objeto con su representación”*.

Por otra parte, un 72% de los docentes consideran que el estudio de los Números Decimales debe iniciar en los grados 3º o grado 4º, con un 39% algunos docentes afirman que debe iniciar el estudio de los Números Decimales en grado 3º, si bien la mayoría de estos docentes no presentan una justificación, se puede decir que, de manera general, la razón de esta selección es porque consideran que los estudiantes deben tener claridad de los Números Naturales y sus operaciones, además se debe iniciar con una extensión del sistema de numeración decimal a las décimas, centésimas, milésimas. El otro 33% restante

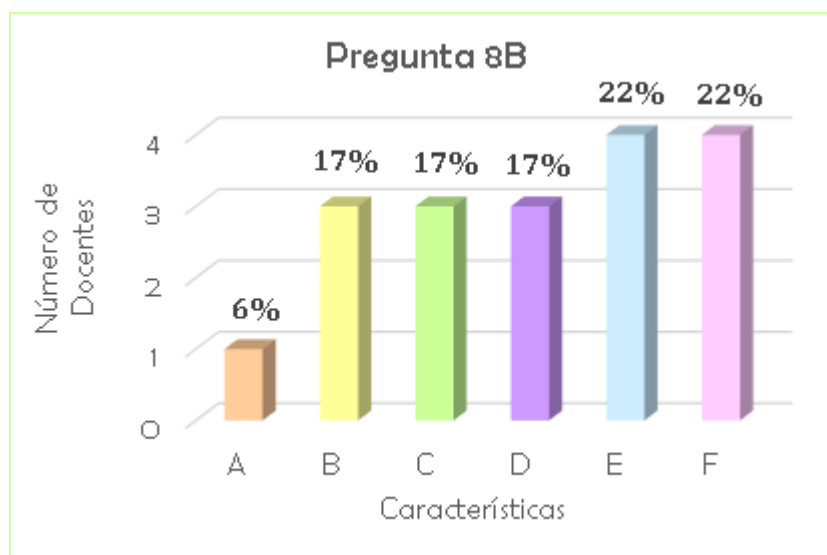
consideran que 4º es el grado en el que se debe iniciar el estudio de estos números, puesto que ya se ha trabajado el concepto de fracción y los estudiantes cuentan con los conocimientos previos que les permiten comprenderlo.

Por último, el 17% restante de los docentes consideran que el grado para iniciar el estudio de los Números decimales es quinto de básica primaria, debido a que en este grado los estudiantes ya tienen conocimientos del conjunto de los Racionales, y tienen claridad de otros conceptos como las relaciones de orden, la recta numérica y potenciación, lo que permite comprender la definición de los Números Decimales junto con la noción de que son una representación de los Números Racionales.

Ítem 8B.

- A.** Fracciones decimales y su expresión decimal.
- B.** Números con coma finitos y decimales infinitos periódicos.
- C.** Fracción como cociente.
- D.** Recta numérica.
- E.** Extensión del sistema de numeración decimal.
- F.** Sistema métrico decimal.

Figura 43: Gráfica de las Características de la Ítem 8B.



Un 6% en la caracterización A representa a un docente que manifiesta que el tema para introducir el objeto de Números Decimales son las fracciones decimales y su expresión decimal, debido a la importancia de estas para la definición de Número Decimal. Otro 17% de los docentes responde que para introducir los Números Decimales se parte de la noción de números con coma finitos o infinitos periódicos, es decir aquellos que son una representación de los Números Racionales. Otro 17% de los docentes considera que para introducir los Números Decimales se parte de la fracción como cociente, esto relacionado particularmente con las fracciones inexactas que dan como resultado números con coma, esta concepción se relación con la idea de que los Números Decimales dependen de su escritura decimal. Otro 17% de los docentes introducen los Números Decimales a través de la recta numérica, pues la consideran necesaria para establecer el orden de los números y ayuda en el proceso de aprendizaje de las operaciones con Números Decimales, porque les permite entender a los estudiantes que existen infinitos números y por tanto la recta no tiene vacíos.

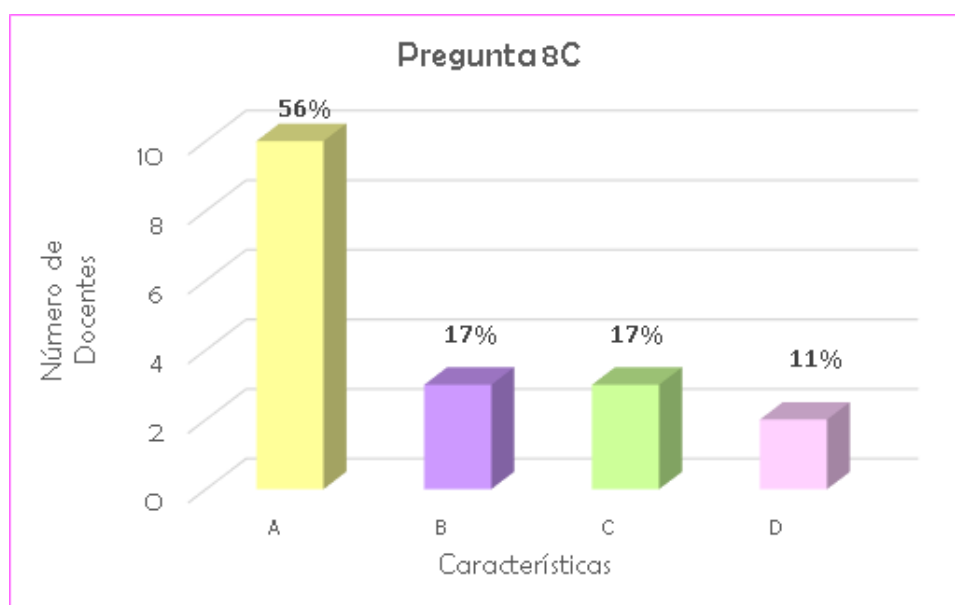
Por otro lado, un 22% de los docentes recurren a la extensión del sistema de numérico decimal, para dar inicio al estudio de los Número Decimales, dado que este permite leer

adecuadamente y comprender el valor posicional de estos números, además de facilitar la asociación del Número Decimal con las fracciones decimales. Otro 22% de los docentes prefieren introducir a los Números Decimales partiendo del sistema métrico decimal, en sus argumentos manifiestan que este contexto es el que tienen sentido para comprender los Números Decimales, y como menciona Gómez (2001) es común que se utilice el sistema métrico decimal para entender los Números Decimales pues las partes se ligan a las unidades medidas y la coma se utiliza como marca para diferenciar la unidad principal (parte entera) de las subunidades (parte decimal).

Ítem 8C.

- A. Diferentes representaciones, valor posicional y relaciones de orden.
- B. Diferentes representaciones, valor posicional y operaciones.
- C. Una parte de la unidad.
- D. Sistema métrico decimal.

Figura 44: Gráfica de las Características de la Ítem 8C.



Un 56% de los docentes consideran tres aspectos importantes que los estudiantes deben aprender sobre Números Decimales, primero, las diferentes representaciones que estos números tienen, en algunas respuestas argumentan que debe reconocer la equivalencia de fracciones a expresiones decimales y viceversa, otros afirman que estos números pueden representar tanto Números Racionales como Números Irracionales en expresión decimal, de lo cual se puede inferir que consideran a los Números Decimales como la representación de cualquier Número Real. Segundo, el valor posicional de las cifras, pues algunos consideran que es fundamental que los estudiantes reconozcan que cada posición tiene un valor específico que contribuye a la organización de estos, además que es fundamental la lectura de los números y permiten establecer comparaciones de estos, es decir relaciones de orden, este último es el tercer aspecto, pues determinar qué número es mayor o menor es fundamental para trabajar con Números Decimales.

Un 17% de los docentes mencionan que por la dificultad de trabajar los algoritmos con Números Decimales, es fundamental que los estudiantes desarrollen significados en el manejo de las operaciones con estos números, con el fin de erradicar la idea de que los Números Decimales se operan como si fueran Números Naturales, lo que en muchas ocasiones lleva a que omitan el valor posicional de cada una de las cifras. El otro 17% representa a los docentes que destacan la relevancia de aprender que estos números son más pequeños que la unidad, sin embargo, no presentan argumentos respecto a la elección. Por último, un 11% en la caracterización D, consideran que es fundamental que los estudiantes aprenden la relación de los Números Decimales con el sistema métrico decimal, pues es uno de los contextos más utilizados para enseñar estos números.

Para finalizar el análisis de esta pregunta, la mayoría de los docentes afirman que el grado en el que se debe iniciar el estudio de los Números Decimales son tercero y cuarto de

Educación básica primaria, ya que los estudiantes han de tener claridad primero del tratamiento y operaciones con los Números Naturales, para empezar con el estudio de los Números Decimales, a partir de la extensión del sistema de numeración decimal. Además, el manejo de las diferentes representaciones, operaciones y valor posicional, entre otros, son temas importantes en el aprendizaje de los Números Decimales.

En la mayoría de los argumentos de los docentes se infiere que toman a los Números Decimales como representación de un Número Racional e Irracional, sin hacer una distinción entre cuales representaciones pertenecen al conjunto Q , llevando a considerar todo lo que tenga parte entera y decimal separada por coma, como un Número Decimal, lo cual está alejado de la concepción de este objeto matemático como Conjunto D . Otro aspecto es que no todos los docentes argumentan sus respuestas, y esto ha limitado un poco el análisis de esta pregunta.

Análisis de las Entrevistas

Con el fin de profundizar en aquellas respuestas que fueron ambiguas o superficiales, se hizo una entrevista en la que se prestó total atención a las preguntas 1, 5, 6 y 7. Para su análisis se consideran las siguientes convenciones:

- **E:** Entrevistadora.
- **D1:** Docente 1.
- **D2:** Docente 2.
- **D3:** Docente 3.

Pregunta 1

Esta pregunta en el cuestionario permitía dar a conocer las primeras ideas que tenían los docentes frente a qué son los Números Decimales, como se menciona en el

análisis de los cuestionarios, un alto porcentaje describió a los Números Decimales como números con parte entera y parte decimal separado por coma, sin embargo, dejaban de lado el número 3,000 y el 5, por esta razón se profundizo este aspecto, para entender por qué no los consideraban Números Decimales. A continuación, se muestran los fragmentos de cada una de las entrevistas.

Fragmento Docente 1.

- *E: Ok ya, ¿entonces el número 3,0000 y el 5 si serían un Número Decimal?*
- *D1: Si... exactamente.*
- *E: Ah ok, ahora si es un Número Decimal ¿Por qué ahora si son Números Decimales?*
- *D1: Porque cuentan con una parte entera y la parte decimal pues a pesar de que son ceros, se consideran decimales, no importa que sean ceros.*

En este fragmento, el docente cambia su perspectiva frente a algunos Números Decimales, pues inicialmente en el cuestionario descarta totalmente a los Números Enteros, por tener parte decimal igual a cero, en la entrevista se puede ver que al final considera los Números Enteros como pertenecientes a los Números Decimales, debido a que estos si presentan una estructura de parte entera y parte decimal, aunque esta última sea igual a cero.

Fragmento Docente 2.

- *E: ¿Entonces para ti un Número Decimal es aquel que tiene números distintos de cero después de la coma?*
- *D2: Si, teniendo en cuenta la definición de cero.*
- *E: Entonces, ¿todas las cifras deben ser distintas de cero o solo la primera después de la coma?*

- **D2:** *Ah no, solo la primera, si las demás son diferentes cero, si lo consideraría decimal.*
- **E:** *Entonces, para ti un Número Decimal es un número con parte entera y parte decimal y consideras que la fracciones también, entonces ¿cualquier número en forma de fracción es un Número Decimal?*
- **D2:** *No diría que no todos, algunas fracciones cuando realizo la división dan como resultado un Número Natural, un Número Entero y en este caso no considero a los Enteros Números Decimales, solo considero Números Decimales a algunas fracciones.*

En este fragmento el docente 2 mantienen la postura de que los Números Enteros no son Números Decimales, y en relación con esto también descarta las fracciones exactas pues estas dan como resultado Números Enteros, para este el cero no representa ninguna cantidad decimal por ello un número con parte decimal cero no es Número Decimal.

Fragmento Docente 3.

- **E:** *Entonces ¿Los Números Enteros no se pueden expresar en forma decimal?*
- **D3:** *En el sentido que se puede escribir con una coma sí, pero en la definición que manejo de lo que realmente es un Decimal, no lo es, entiendo como te digo que el número después de la coma debe ser diferente de cero.*
- **E:** *En conclusión ¿un Número Decimal es aquel con parte entera y decimal estrictamente diferente de cero?*
- **D3:** *Si, exacto.*
- **E:** *¿La parte decimal que debe ser estrictamente diferente de cero, debe ser inmediatamente después de la coma?*
- **D3:** *Si, exactamente después de la coma.*

- *E: Y si, por ejemplo, tengo 1.02, 1.0280, 3.0046 entonces ¿estos números no serían un Números Decimales?*
- *D3: Ah, sí lo son, entonces sería que todo número en cualquier posición decimal sean distintos de ceros, tanto décimas, centésimas, milésimas y así sucesivamente. Entonces desde lo que había planteado sería que un 5,000001 por allá con una cifra distinta de cero, haría que este número fuera decimal.*
- *E: Volviendo a la definición que inicialmente das, ¿le harías un cambio a esa?*
- *D3: Si, serían todos los números que en alguna de sus cifras después de la coma sea diferentes de cero, pero si todos son ceros no lo son.*

En este fragmento el docente 3, retroalimenta su argumento inicial, en el que afirma que los Números Decimales son los que tienen una parte entera y una parte decimal, y esta es estrictamente diferente de cero, pero no se sabía si eran todas las cifras inmediatamente después de la coma, inicialmente él lo consideraba así, pero después de algunos ejemplos se aclaró que si la parte decimal tiene al menos una cifra diferente de cero es suficiente para considerar a este como Número Decimal.

De los anteriores fragmentos, se puede ver como algunos docentes mantienen y otros cambian los argumentos presentados en los cuestionarios, sin embargo, se percibe que los docentes mantienen su concepción de que la forma de la escritura de los números determina si estos son o no son Números Decimales, como se ha destacado en capítulos anteriores esto puede significar una concepción limitada para definir si un número es o no un Número Decimal, ya que, no es análogo número con la representación de este.

Pregunta 5

Esta pregunta en el cuestionario permitía indagar sobre los conocimientos que tenían los docentes frente a la propiedad de densidad en los Números Decimales, en el ítem

5A se preguntaba por el sucesor inmediato, noción que no está presente en los Números Decimales por ser densos y el ítem 5B preguntaba por todos los Números Decimales entre dos Números Decimales, lo cual no se podía determinar, dado que estos son infinitos.

Fragmento Docente 1.

- *E: ¿Cómo determinaste que el número 32,131 si es el que sigue inmediatamente después de 32,13? ¿Por qué si ese número y no otro?*
- *D1: Porque me guie por los números en la parte decimal como solo tiene dos decimales, continúe agregando un tercer decimal, ¿si me entiendes? Como para seguir ahí en ese orden de pasar de dos decimales a tres decimales.*
- *E: Es decir que te centras en la cantidad de cifras, lo relacionas como si fuera un Número Natural que entre más cifras es el número siguiente, con relación a esto si ponemos el número 32,130001 este sería siguiente y sería más pequeño, entonces la cantidad de cifras no sería suficiente para determinar un sucesor.*
- *D1: Viéndolo así, y como los decimales se posicionan en los Racionales entiendo que hay infinitas posibilidades del número siguiente, entonces no se podría determinar el número siguiente.*
- *E: Hablando de los Números Racionales ¿Qué propiedad tiene que ver en eso de no tener sucesor y antecesor y la infinitud?*
- *D1: Sería de la propiedad de la densidad, que dice que siempre se puede hallar otro Racional diferente entre otros ya dados, entonces los Números Decimales también son densos.*

Inicialmente se puede interpretar que el criterio del docente para determinar el sucesor de un Número Decimal está en aumentar la cantidad de cifras decimales, sin embargo, se le presenta un ejemplo en el que se puede hallar otro número que es menor y

con más cifras decimales al que el docente propone, y que sería el sucesor según el argumento de este. A partir de esta intervención el docente comprende que el argumento es insuficiente, y reconoce que no se podría definir un sucesor, porque por ser parte de los Racionales los Números Decimales son densos, de esta forma no hay garantía del sucesor inmediato. De lo mencionado por el docente se puede inferir que conoce la propiedad de densidad de los Números Racionales, pero no tiene en cuenta que esta propiedad le atribuye características importantes a los Números Decimales que los diferencian de los Números Enteros (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Fragmento Docente 2.

- *E: Ok, pasemos a la pregunta 5, en el ítem a, se pide el Número Decimal siguiente inmediato a 32,13 entonces, nos dices que no se puede determinar, porque se pueden encontrar infinitos números y por tanto no sabes que responder, entonces cuando dices que no sabes que responder ¿por qué te genera duda y crees que si puedes encontrar algún sucesor?*
- *D2: Si, porque podemos encontrar un sucesor si decimos que la décima siguiente es 32,14, pero es difícil hablar de cual sigue porque son muchos.*
- *E: ¿Hay alguna propiedad que permita decir con garantía que no se puede determinar el sucesor?*
- *D2: En realidad no recuerdo las propiedades de los Números Decimales entonces no sé si la hay o no, creería que, si hay propiedades como para realizar operaciones, pero no si hay propiedades que hablen lo de sucesor o no.*

Fragmento Docente 3.

- *E: Listo, ahora pasamos a las respuestas de la pregunta 5, en la que se te pide dar el Número Decimal siguiente de 32,13 ¿por qué no lo puedes determinar?*

- **D3:** *Por la cuestión del infinito, ya que, al ser real, los elementos son infinitos y es imposible determinar qué número sigue, yo pude haber dicho que es 32,14 pero también puede ser 32,15 o 32,131, entonces no es posible realmente pues son infinitos.*

En los argumentos del docente 2 y el docente 3 se confirma la concepción de que no es posible determinar un sucesor inmediato, ya que reconocen que son muchos o infinitos, y por tanto es imposible. De lo mencionado por los docentes se percibe desconocimiento sobre la propiedad de densidad del conjunto de los Números Decimales, la cual es indispensable para la enseñanza y aprendizaje de este conjunto numérico.

En conclusión, los docentes tienen presente que entre dos Números Decimales hay infinitos Números Decimales y esto garantiza no encontrar un sucesor inmediato, a pesar de que los docentes tienen argumentos válidos solo uno de los docentes nombra la propiedad de densidad como argumento.

Pregunta 6. La intención de profundizar en esta pregunta es para entender algunos de los procedimientos que los docentes realizan al momento de operar con Números Decimales, por ejemplo, realizar equivalencias entre fracciones y/o expresiones decimales, aproximación o conversión de periódicos infinitos, y aplicación de algoritmos de las diferentes operaciones. En general, se desea profundizar en las explicaciones, y procedimientos de los docentes, ya que algunos casos son muy superficiales.

Se pudo ver en los procedimientos que realizaron estos docentes en los cuestionarios, que utilizan con frecuencia la representación fraccionaria, por ello, se les pregunta si tienen preferencia en la representación fraccionaria o decimal al momento de operar. De manera general se puede ver que el docente 2 no tiene preferencias respecto a la forma en que estén representados los números, sea en fracción o en expresión decimal,

mientras que los docentes 1 y 3, prefieren operar en fracciones, uno de ellos manifiesta que es más fácil pasar de fracciones a decimales, y el otro afirma que el trabajo con los Números Decimales le provocó dificultades y, por tanto, ha sido más factible el trabajo con fracciones, a continuación se muestran los argumentos:

- **D1:** *Me parece más sencillo pasar las fracciones a decimal que decimal a fracción, y por eso opero con fracciones.*
- **D2:** *Creo que ambos casos son sencillos y puedo realizar la operación, pues conociendo como son los procedimientos de suma y multiplicación fracciones y de suma y multiplicación de decimales, no tengo ningún inconveniente.*
- **D3:** *Si, en el colegio tuve mucha dificultad con eso, y me acostumbré a pasar todo a fracción.*

Las expresiones decimales infinitas con periodo constituido de solo ceros o de solo nueves son Números Decimales, es importante que los docentes tengan conocimiento del procedimiento para convertirlo a una fracción decimal o que se puede aproximar a una expresión decimal finita, dado que en la mayoría de las respuestas aproximan el 0,19999 (9 repetido infinitamente) a 0.2, entonces, se desea profundizar sobre los procedimientos utilizados y explicados en sus respuestas. En los fragmentos en los que se profundiza, se puede ver que dos de los docentes reconocen que a estas expresiones decimales se les puede hallar una fracción equivalente, pero no recuerdan el proceso, y por tanto prefieren solo aproximarlos. El otro docente, explica que el proceso que se debe hacer es multiplicar y dividir entre 10, sin embargo, no es lo suficientemente claro al respecto, pues no basta solo con realizar esas operaciones para convertir una expresión decimal periódica infinita a fracción. A continuación, se muestran algunos fragmentos de las respuestas de cada docente:

- **D1:** *Lo que se debía hacer es dividir por 10 y multiplicar por 10 para mantener la igualdad hasta llegar al número fraccionario y después hacer la multiplicación de fraccionarios.*
- **D2:** *En ese caso tenía que encontrar la fracción equivalente al número periódico y no recordaba el procedimiento para hacer la conversión o no sé cómo se multiplica la fracción con un número infinito.*
- **D3:** *La verdad en ese momento no recordé como hacerlo y como pasarlo a fracción, pero sí sé que se puede hacer.*

De lo anterior, se puede ver que los docentes carecen de conocimientos para convertir las expresiones decimales a fracciones, lo que los lleva a solo aproximarlos, sin embargo, no explicitan cómo aproximar y cuál es el proceso que permite eso, a excepción del docente 3. Si bien, es cierto que se le puede hallar una fracción equivalente a una expresión decimal periódica, no todas son Números Decimales.

- **D3:** *No te sabría dar un argumento, pero sería por cuestiones de cercanía, ya que la parte 99999999.... Lo tiendo a llevar al a siguiente cifra decimal que sigue después del 1, que sería 2.*

Pregunta 7

Se aborda esta pregunta con la intención de profundizar los argumentos que tuvieron presentes los docentes al momento de trabajar con las relaciones de inclusión y pertenencia de los distintos sistemas numéricos, particularmente los Números Decimales con sus distintas representaciones. Además, se quiere profundizar en la concepción que tienen estos docentes de los Números Decimales como sistema numérico, puesto que es importante saber si los docentes consideran a los Números Decimales como el conjunto D o solo como una representación de los Reales.

Fragmento Docente 1.

- *E: Ok listo, pasemos a la 7, en el ítem a, vemos que sigue el problema con el Número Entero.*
- *D1: Si, porque para mí un Número Decimal es aquel que puedo verle su parte decimal o que sé que tiene, por ejemplo, la raíz de 2 no le veo su parte decimal, pero al ser un Irracional conocido sé que tiene una expresión decimal infinita, para que sea decimal debo conocer o ver su forma decimal.*
- *E: Ok, entiendo, en el ítem b, cuando haces tú diagrama y pones Números Decimal en los Racionales y lo pones en los Irracionales, ¿es por qué en ningún momento consideras a los decimales un conjunto aparte? o ¿lo tomas cómo una representación que está tanto en Racionales como en Irracionales?*
- *D1: Yo lo puedo ver como un conjunto de todos los números que tienen parte entera y parte decimal y tiene representantes tanto en los Racionales y como los Irracionales.*

El docente 1 reafirma que el criterio para determinar si un número es o no un Número Decimal es la escritura con coma, de lo que se percibe que el docente no hace ninguna distinción entre expresiones decimales Racionales y expresiones decimales Irracionales y, por tanto, tiene la concepción de que los Números Decimales son el conjunto de todos los números con parte entera y decimal.

Fragmento Docente 2.

- *E: Ok, vamos a la 7 en el ítem a, se ve que seguimos con la consideración de que para ti los Números Decimales son aquellas fracciones que dan un número con expresión decimal, y quizás por eso no marcas a las expresiones decimales infinitas*

no periódicas, entonces para ti ¿hay alguna distinción entre los Números Decimales y los Números Irracionales?

- **D2:** *Creo que porque estos son infinitos y no los considero decimales, o sea no recuerdo porque o la definición, pero sé que no son considerados decimales.*
- **E:** *listo, si los Números Irracionales son aquellos con expresión decimal infinita no periódica, entonces ¿cuál sería el criterio para no considerar a este número como Número Decimal?*
- **D2:** *Entonces, ahí voy a lo que puse en el diagrama de la 7B, en donde pongo que los Números Irracionales están fuera de los Racionales, y dentro de estos están los decimales finitos, los periódicos infinitos y los infinitos no periódicos.*
- **E:** *Pero ¿por qué incluir estos últimos dentro de los Racionales?*
- **D2:** *Ah sí, ok, no lo había tenido en cuenta, entonces los decimales infinitos no periódicos no son Racionales.*
- **E:** *Pero entonces ¿por qué no serían Racionales?*
- **D2:** *No son Racionales porque son infinitos no periódicos, lo que dijiste ahora, solo que al momento de hacer el diagrama no puse bien cuidado en esa parte.*
- **E:** *Ahora otro aspecto del diagrama es que veo que no consideras a las fracciones decimales entonces ¿Dónde incluirías a las fracciones decimales?*
- **D2:** *En ese caso podrían estar dentro de los Números Decimales.*
- **E:** *¿Por qué las incluirías ahí?*
- **D2:** *Porque a momento de mirar su otra representación es un Número Decimal y porque esa fracción en su denominador tiene un número, como 10, 100, 1000, es que no recuerdo el termino.*
- **E:** *¿Qué el denominador sea potencia de 10?*

- **D2:** *Si, eso una potencia de 10.*
- **E:** *Entonces ¿todas las fracciones decimales, son decimales finitos y consigo son Números Decimales?*
- **D2:** *Sí.*
- **E:** *Para finalizar ¿los Números Decimales son una representación de los Números Reales?*
- **D2:** *Si, exacto, todos los Números Reales tienen una representación decimal, pero no todos serían considerados Números Decimales.*

Inicialmente el diagrama que presenta el docente en el cuestionario incluye a las expresiones decimales infinitas no periódicas dentro del conjunto de los Racionales, y percibe que fue un error, ya que para ese momento no reflexionó sobre la forma decimal que tienen los Irracionales, finalmente considera a los Números Decimales como las expresiones decimales, sean periódicas infinitas o finitas. Es importante la última acepción que hizo, ya que deja ver claramente la idea de que todo Número Real se puede escribir en expresión decimal, pero no todos son Números Decimales lo cual es cierto, sin embargo no todos los números que este docente considera como Números decimales en realidad lo son.

Fragmento Docente 3.

- **E:** *Listo, entonces vamos a tu respuesta de la pregunta 7, se presentaba un cuadro en el que se pedía que marcaras los números que hay ahí en el conjunto o conjuntos al que pertenezca, entonces ¿para ti un Número Decimal es una representación de los Irracionales y Racionales a excepción de los Enteros?*
- **D3:** *Si, así lo veo y reflejo en la pregunta 7B del diagrama.*

- *E: Si, eso tiene relación y para allá vamos. Esta pregunta estaba en términos de conjuntos al igual que la anterior, entonces ¿Has llegado a considerar a los Números Decimales como un conjunto?*
- *D3: Antes de responder si quiero mencionarles que me pusieron a pensar mucho como realizar este esquema. No lo he llegado a considerar en ningún momento a estos números como decimales, sino que lo veía como, que los Números Decimales tienen unos representantes tanto en los Racionales como en los Irracionales, pero considerar a los decimales como uno tiene en la cabeza a los Naturales ¡No!*
- *E: Me puedes explicar un poco más esa última parte.*
- *D3: Es que si me preguntan enliste los conjuntos numéricos, yo no diría el conjunto de los Números Decimales, es decir, como que no lo había considerado como un conjunto propio, pues no está en la convención de incluirlo como tal, pero de que son un conjunto claro son un conjunto.*
- *E: De esa última parte que mencionas, ¿por qué si sería un conjunto?*
- *D3: Pues no sabría cómo explicarte bien esa parte, pero si lo podría llegar a considerar.*
- *E: Bueno, en tu diagrama también veo que ubicas fraccionarios dentro de Q , sin embargo, no ubicas el termino fracciones decimales ¿para ti es lo mismo fracciones decimales a cualquier fracción o hay alguna diferencia?*
- *D3: Si creo que hay una diferencia, pues por la nota que yo pongo abajo, entiendo a los fraccionarios igual a los Racionales, es decir que hay tanto fracciones decimales como fracciones exactas, que vienen siendo los Enteros.*

- *E: Entonces para ti ¿las fracciones decimales serian cualquier expresión que arroje una expresión decimal, sin importar como sea esta (finita, infinita periódica, infinita no periódica)?*
- **D3:** *Sí.*

Este docente deja clara la concepción de que los Números Decimales no son un conjunto numérico, ya que, para él estos números son solo representaciones de números tanto Racionales como Irracionales, aunque deja abierta la posibilidad de llegar a considerarlos como conjunto D. Otro aspecto que es fundamental destacar en los argumentos del docente 3, es la consideración de que cualquier fracción puede ser considerada como fracción decimal, de lo cual se infiere un desconocimiento de las diferentes fracciones, tanto las que dan una expresión decimal finita (Números decimales) como las que da una expresión decimal infinita periódica.

En conclusión, los docentes reafirman la idea de que los Números Decimales son solo una representación de los Números Reales, puesto que no distinguen entre Número Decimal y las diferentes representaciones de este, no obstante, gracias a las intervenciones del entrevistador los docentes manifiestan la posibilidad de considerar a los Números Decimales como conjunto numérico, mas no es algo que tengan presente en sus concepciones, y no tienen presentes argumentos que les permitan afirmar si es un conjunto, por lo que se mantienen en la postura de que son una representación ya sea solo de los solo de los Racionales o los Reales.

Concepciones de los Docentes

Las categorías de las concepciones surgen a partir de la interpretación de las características presentes en el análisis de los cuestionarios y las entrevistas, se estudió su

predominancia para posteriormente agruparlas en las siguientes categorías de concepciones en los docentes que participaron en este estudio.

Los Números Decimales son una Representación de los Números Reales

Esta concepción está presente en aquellos docentes que consideran a los Números Decimales como todas las expresiones decimales, sin hacer ninguna distinción entre las diferentes expresiones decimales que existen, sean finitas, infinitas periódicas e infinitas no periódicas, para ellos, solo el hecho de tener una coma en su escritura es suficiente para definirlos como Número Decimal. La concepción números con coma, contribuye a la idea de considerar a los Números Decimales como un par de números de enteros separados por coma, lo que trae consigo dificultades y errores en el aprendizaje y enseñanza de propiedades y operaciones de estos números. De esta concepción emerge otra, que es *no considerar a los Número Decimales como conjunto D* , es decir, no tienen presente que la naturaleza de este conjunto es distinta de los otros conjuntos numéricos, y aunque una forma de representarlos sea la notación decimal, no todos son Números Decimales. Considerar a estos como el conjunto D permite enlazar y dotar de sentido las diferentes representaciones, además de la construcción de otros sistemas numéricos (Socas, 2002).

Los Números Decimales son una Representación de los Números Racionales

Con esta concepción se identifica a los docentes que consideran a los Números Decimales como una representación con coma de los Números Racionales, es decir, tienen presente que a partir del cociente de las fracciones inexactas se llega a una expresión decimal sea finita o infinita periódica. Los docentes no diferencian expresiones finitas de las infinitas y fracciones de las fracciones decimales, lo que les dificulta definir a los Números Decimales, al asumir que cualquier fracción es un Número Decimal, esto es una concepción errónea, porque no todas las fracciones son fracciones decimales, y, por tanto,

no todos los Números Racionales son Números Decimales (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Los Números Enteros no son Números Decimales

Esta concepción prevalece en aquellos docentes que no conciben a los Números Enteros como Números Decimales, debido a que, para ellos los Números Decimales deben tener una escritura formada explícitamente por una parte entera y una parte decimal separadas por coma, y la parte decimal debe ser estrictamente diferente de cero, por la misma razón descartan a las fracciones exactas. De lo anterior, se percibe un desconocimiento con respecto a que los Números Enteros tienen una representación en notación decimal, aunque su parte decimal sea cero. Esta forma de concebir a los Números Decimales como todos aquellos que tengan parte decimal distinta de cero es errónea, porque limita el Número Decimal a su escritura con coma, y no permite distinguir entre qué es un Número Decimal y qué no es (Socas, 2002).

Los Números Decimales son las Expresiones Finitas

En esta concepción están los docentes que consideran a las expresiones decimales finitas resultantes de una fracción decimal como Números Decimales, esta concepción es la más acertada en términos de definición del conjunto D, sin embargo, excluyen a los Números Enteros, aunque estos sean expresiones decimales finitas y a los casos de las expresiones decimales infinitas con periodos constituidos de solo ceros o solo nueves, que por definición estas expresiones tienen una fracción decimal equivalente.

Consideraciones y Reflexiones Finales

En el siguiente apartado, se muestra los principales consideraciones y reflexiones producto del análisis a la categorización de las concepciones que tienen algunos docentes de matemáticas de Educación básica primaria sobre el conjunto de los Números Decimales.

Como lo indicaban los objetivos específicos, inicialmente en esta investigación se determinaron las propiedades topológicas y algebraicas, que le confieren el estatus de sistema numérico al conjunto D (Números Decimales) esto expuesto en el marco teórico; posteriormente, se logró la caracterización de las concepciones a partir de las afirmaciones, procedimientos y argumentos que los docentes aportaron en las respuestas del cuestionario y en las entrevistas, estas analizadas a la luz de las variables definidas en la metodología, lo que permitió identificar las concepciones que tienen los docentes sobre el conjunto de los Números Decimales; finalmente, se da un alcance al tercer objetivo específico, al reflexionar sobre cómo las concepciones que tienen los docentes de esta investigación sobre el conjunto de los Números Decimales influyen en la práctica en el aula.

Lo anterior permite dar alcance al objetivo general, al categorizar las concepciones de algunos docentes de matemáticas de Educación básica primaria sobre el conjunto numérico D , las categorías son: Los Números Decimales son una representación de los Números Reales, Los Números Decimales son una representación de los Números Racionales, Los Números Enteros no son Números Decimales, y por último, Los Números Decimales son las expresiones finitas. La mayoría de estas concepciones distan de la concepción de los Números Decimales como sistema numérico.

Es importante mencionar que existe una tendencia marcada por parte de los docentes, a concebir a los Números Decimales como solo una representación con coma de los Racionales o de los Números Reales. Estas concepciones despojan a los Números Decimales de su carácter como sistema numérico con identidad propia, pues limitan al conjunto D a una representación con coma de los demás sistemas numéricos, esto supone un vacío conceptual en la formación disciplinar de los docentes, con respecto a las

propiedades topológicas (orden y densidad) y propiedades algebraicas (asociativa, conmutativa, distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, elemento neutro de la suma y el producto, elemento simétrico de la adición) y con esto se deriva el desconocimiento de que los Números Decimales tienen una estructura de anillo conmutativo, unitario, de integridad y totalmente ordenado (Moreno, 2013).

El desconocimiento de los Números Decimales como conjunto numérico, ocasiona dificultades en el proceso aprendizaje de los estudiantes, ya que estos no construyen un conocimiento apropiado de los Números Decimales y sus propiedades, lo cual se convierte en un problema de reglas de representación (Ávila, 2008). Es decir, se caracteriza erróneamente las representaciones decimales de los diferentes números como Números Decimales.

La enseñanza de los Números Decimales se centra en la representación decimal y no en las propiedades algebraicas, topológicas y las operaciones aritméticas, que permiten abordar este objeto matemático como sistema numérico y subconjunto de $\mathbb{Q}$. Con respecto a esto, los docentes no tienen en cuenta la relación entre Números Decimales y fracciones, de ahí que, consideren que cualquier fracción es Número Decimal, sin comprender y relacionar que los Números Decimales son los Racionales que tienen un representante en fracción decimal, y por tanto, no son cualquier expresión con coma. Adicionalmente, los docentes que tienen esta concepción no comprenden las propiedades topológicas que distinguen a los Números Decimales y extrapolan las propiedades de los Números Naturales a estos, lo que constituye un obstáculo para la comprensión de los Números Decimales (Brousseau, 1980).

Los docentes de la muestra a pesar de ser formados en Educación Matemática no tienen muy presente este objeto matemático o lo han olvidado, como se puede percibir en

las respuestas a los instrumentos de indagación utilizados en esta investigación, algunos tienen concepciones arraigadas incluso desde su formación escolar, que con el paso por la formación académica universitaria no modificaron. La concepción de que los Números Decimales son una representación con coma es la más recurrente en los docentes de la muestra, lo que supone un conocimiento incompleto e invisible sobre el objeto Número Decimal y consigo el conjunto D.

La concepción de que los Números Decimales son las expresiones finitas es la más próxima a la postura teórica del conjunto de los Números Decimales, dado que considerar a estos como solo aquellas expresiones finitas es un modo de referirse a los elementos del conjunto D, sin embargo, limita la definición de estos, pues no solo son estas expresiones finitas, sino también los Números Enteros, por tener una expresión decimal finita igual a cero, y los casos de las expresiones decimales infinitas con periodos constituidos de solo ceros o solo nueves, por definición estas expresiones tienen una fracción decimal equivalente, por tanto, pertenecen al conjunto D.

Aunque esta concepción es la más acertada, ningún docente en este estudio afirma de manera explícita que los Números Decimales son el conjunto numérico D, lo que lleva a considerar que en su formación hay poca fundamentación sobre el conjunto D, restringiéndose solo a la representación, lo que afecta la práctica en el aula. Como se ha mostrado a lo largo del estudio, las representaciones son una forma de acercarse a este objeto matemático, pero no se puede limitar solo a esto, dado que genera una falta de comprensión y conocimientos inutilizables por fuera del contexto de aprendizaje, sea por no recordarlos o porque permanecen como representaciones inertes (Campuzano & García, 2014). Esto se refleja en muchas de las respuestas de los docentes que tienen dificultad para

recordar propiedades, reglas de conversiones de fracciones a decimales o viceversa, dificultades en la representación de un Número Racional o Irracional, entre otros aspectos.

El estudio de las concepciones es de gran relevancia en la Educación Matemática, dado que, si los docentes conocen sus concepciones respecto al conjunto de los Números Decimales, podrán reflexionar sobre los pro y contras de estas, con el fin de retroalimentar y modificar las concepciones que afectan la enseñanza de estos números y de otros objetos matemáticos, así mismo mejorar las prácticas en el aula, al proponer estrategias que le permitan a los estudiantes acercarse al objeto Número Decimal como conjunto numérico.

A modo de sugerencia, es fundamental enseñar el conjunto de los Números Decimales como conjunto numérico con identidad propia, para que los docentes tengan un conocimiento matemático apropiado en torno a estos números, con sus propiedades, problemas y tratamientos, que les permitan abordar las dificultades, errores y obstáculos al momento de enseñar los Números Decimales. Por ello, es importante realizar una reorganización en la enseñanza de los Números Decimales en Educación básica primaria, para fomentar la concepción de los Números Decimales como un conjunto y no solo como una escritura con coma.

Un ejemplo de esta reorganización es la que propone Socas (2002) en la que se inicia por una caracterización conceptual como sistema numérico al conjunto D y se enfatiza su papel relevante para el desarrollo de los demás números, junto con su relación con las fracciones decimales, de esta manera el conjunto D aporta elementos prácticos, teóricos, topológicos y de otra naturaleza que constituyen un ganancia conceptual y didáctica para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ([ver anexo 4](#)).

La realización de este estudio ratifica la utilidad de los trabajos sobre concepciones, pues se logra poner en evidencia la pluralidad de las concepciones posibles que un docente tiene respecto a un objeto matemático (Artigue, 1990). Además, que este tipo de estudio resalta la importancia de que los docentes reflexionen respecto a los conocimientos e ideas, que algunas veces dista del saber matemático. En este caso también se nota la necesidad que los docentes en ejercicio tengan un proceso formativo y de profundización con respecto a diferenciar las representaciones y los modos de tratamientos que están asociados a un objeto matemático, en este caso la representación decimal del objeto Número Decimal.

Finalmente, por la crisis sanitaria del SARS- CoV-2(COVID-19) que vive el mundo desde el 2020, la muestra de este estudio es pequeña, lo que limitó su impacto a gran escala en la comunidad matemática, sin embargo, llega a ser útil para aquellos docentes que deseen reflexionar sobre los Números Decimales como sistema numérico. En un futuro se podría realizar a una muestra más grande para que el estudio sea más significativo, con el fin de tener una versión más completa y general sobre las concepciones de los docentes de matemáticas en Educación básica primaria, también se podrían generar propuestas para un cambio en las concepciones que distan de lo teórico, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de este conjunto numérico.

Es importante resaltar que, como investigadoras, este estudio permitió afianzar y profundizar los conocimientos sobre los Números Decimales, las implicaciones que existen de considerarlos como conjunto e incluso ayudo a repensar ideas concebidas desde la formación escolar y universitaria, al aportar nuevos elementos teóricos para la práctica en el aula de este objeto matemático tan problematizado en la Educación Matemática.

Bibliografía

- Abrougui, H. (2003). Conceptions d'enseignants de l'école de base. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 13, 7-31.
- Apóstol, T. (1977). *Análisis matemático*. España: Reverté.
- Arezzo, M. (2000). Frazioni, numeri razionali e numeri decimali. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 238(4), 312-340.
- Artigue, m. (1990). Epistémologie et didactique. (M. F. Espitia, Trad.) *Reserches en Didactique des mathématiques*, 10(23), 241-286.
- Ávila, A. (2008). Los profesores y los decimales: conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber cuasi invisible. *Educación Matemática*, 20(2), 5-33.
- Ávila, A., & García, P. S. (2008). *Los decimales: mas que una escritura, reflexiones sobre su enseñanza y aprendizaje*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación: materiales para apoyar la práctica educativa.
- Bonilla, L., Londoño, E., Cardona, L., & Trujillo, L. (2018). ¿Quiénes son los docentes en Colombia? Características generales y brechas regionales. *Documentos de trabajos sobre economía regional y urbana*(276), 1-48.
- Brousseau, G. (1980). “Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques”. *Recherches en didactique des mathématiques, Grenoble, La Pensée Sauvage*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.
- Brousseau, G., & Brousseau, N. (1987). Rationnels et d'ecimaux dans la scolarité obligatoire. (J. Colmez, Ed.) *IREM de Bordeaux*, 1-535.

- Campuzano, C. M., & García, L. I. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, 8(15), 157-180.
- Centeno, J. (1999). *Números Decimales ¿por qué?, ¿para qué?* Madrid: Síntesis.
- Cid, E., Godino, J., & Batanero, C. (2003). Número y expresiones decimales. En J. Godino, *Didáctica de las matemáticas para maestros* (págs. 351-383). Granada, España: Universidad de Granada.
- Contreras, L. C. (2010). *Resolución de problemas: Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Huelva: Universidad de Huelva, Tesis Doctoral.
- Cooney, T. J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(5), 324-336.
- Cruz, C., & Torres, A. (2008). *Concepciones de algunos profesores de matemáticas de básica secundaria sobre los Números Decimales y su relación como representación , con los Números Racionales*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Tesis de maestría.
- Da Ponte, J. P. (1999). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros. En I. K. Goffree, *On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education* (págs. 43-50). Portugal: Universidad de Lisboa.
- García, L., Azcarate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias y concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Relime*, 9(1), 85-116.
- Gómez, B. (2010). Concepciones de los Números Decimales. *Revista de Investigación en Educación*(8), 97-107.

- Gorotesgui, E., & Vilotta, D. (2010). ¿Números Decimales? Una exploración con alumnos de profesorado de Matemáticas. *III-REPEM*, 160-164.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México D.F: Mc Graw-Hill.
- Itzcovich, H., & Quaranta, M. E. (2003). La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad. *RELIME*, 6(1), 5-26.
- Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Granada: Universidad de Granada, tesis doctoral.
- Konic, P., & Reynoso, D. (2017). Diseño de una tarea que pone en discusión las concepciones de Número Decimal, expresión decimal y aproximación decimal de un número. En J. M. Contreras, P. Arteaga, M. M. Cañadas, & M. Giacomone & López Martín, *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. España.
- Konic, P., Godino, J., & Rivas, M. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *Números, Didáctica de las Matemáticas.*, 74, 57-74.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En M. d. MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Cuidadas* (págs. 46-95). Bogotá D.C: Ministerio de Educación Nacional, Revolución Educativa, Colombia Aprende.
- Mora, L. C., & Torres, D. J. (2004). *Concepciones de estudiantes de licenciatura en matemáticas sobre Números Decimales*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Tesis de maestría.

- Moreno, M. D. (2013). *El sistema numérico D en la formación del maestro. Estudio de un programa de formación*. Las Palmas de Gran Canaria: Universidad de las Palmas.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum*, 19(4), 313-328.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy . *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Piñero, J. L. (2011). *Errores y obstáculos en el concepto de Número decimal de alumnos adultos de diferentes culturas en un entorno de falta de libertad*. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Real Acadèmia Espanyola y Asociación de Academias de la Lengua Española. (2010). La escritura de los números decimales. En R. A. Española, *Ortografía de la lengua española* (págs. 665-666). Madrid: Espasa Calpe.
- Rey, J. (1952). *Análisis matemático* (Vol. 1). Buenos Aires: Kapelusz.
- Saiz, I. E., Gorostegui, E., & Vilotta, D. (2011). Problematizar los conjuntos numéricos para repensar sus enseñanza: entre las expresiones decimales y los números decimales. *Educación Matemática*, 23(1), 123-151.
- Salazar, S. C. (2018). *La sistematización de una experiencia para la enseñanza de los números decimales finitos a partir de las fracciones decimales en el contexto del bachillerato internacional*. Cali, Valle: Universidad del valle, Tesis de Maestría.
- Socas, M. M. (2002). La organización de los sistemas numéricos desde su escritura decimal. Algunas expresiones ambiguas. *Números, Revista de Didáctica de las matemáticas*, 50, 19-34.
- Takeuchi, Y. (1974). *Análisis matemático I*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

- Thompson, A. G. (1982). *Teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching: Three case studies*. Georgia: University of Georgia, Tese doctoral.
- Thompson, A. G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 5(2), 105-127.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En D. A. Grouws, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 127-146). New york: Macmillan Publishing Company.

Anexos

Anexo 1: Cuestionario piloto

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS



CUESTIONARIO PILOTO LOS NÚMEROS DECIMALES Y LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS

Estimados docentes, el siguiente cuestionario forma parte de un trabajo de grado para optar por el título de licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemática, este tiene por objetivo indagar sobre las concepciones de los docentes de Matemáticas de Educación primaria sobre los Números Decimales. Por lo que le solicitamos comedidamente que dé respuesta a las siguientes preguntas de manera clara y honesta. Cabe aclarar que la

información suministrada será de carácter confidencial, reservado y utilizada con fines académicos.

Agradecemos de antemano su colaboración y disposición para la realización de este.

Sección 1: Perfil Del Docente

Las siguientes preguntas son para conocer un poco sobre tu perfil como docente de Educación matemática.

1. ¿Qué título académico tienes? Describe un poco tu perfil académico
2. ¿Cuántos años tienes de experiencia ejerciendo en labor docente?
3. ¿En qué grados de escolaridad enseñas actualmente?
4. ¿Tienes estudios complementarios además de tu título de pregrado?

Sección 2: Preguntas de Inicio

Las siguientes preguntas tienen la intención de indagar sobre tu grado de conocimiento frente al tema de investigación.

5. ¿Consideras relevante la enseñanza de los Números Decimales en la Educación Matemática? y ¿por qué?
6. ¿En qué grados has enseñado Números Decimales? ¿Cómo fue tu experiencia abordando este tópico?
7. De acuerdo con tus conocimientos define los Números Racionales
8. Define los Números Decimales desde tu conocimiento sobre estos
9. ¿Qué es un sistema numérico? Escribe cuales sistemas o conjuntos numéricos enseñas o has enseñado.
10. ¿Qué diferencias existen entre los Números Decimales y los Números Racionales?

Sección 3: Preguntas de Profundización y Conocimientos

Las siguientes preguntas tienen como objetivo conocer las concepciones que tienes frente a los Números Decimales, por ello te pedimos que las contestes desde los conocimientos que tienes al momento de realizar este cuestionario.

11. ¿En qué sistema numérico posicionarías a los Números Decimales?
12. ¿Qué propiedades caracterizan a los Números Decimales?
13. ¿Cómo defines una expresión decimal?
14. Consideras alguna similitud o diferencia entre los conceptos, expresión decimal y Número Decimal. Explica tu respuesta.
15. ¿Cómo se clasifican los Números Decimales?
16. ¿Los Números Irracionales hacen parte de los Números Decimales? ¿Sí o no, por qué?
17. Consideras que cualquier número con coma decimal es un Número Decimal ¿Por qué?
18. ¿Existen Números Decimales sin parte decimal? De ser así menciona un ejemplo.
19. Menciona las formas de representar un Número Decimal.
20. Explica la importancia de las fracciones de potencias de 10 para los Números Decimales.
21. De acuerdo con tus conocimientos consideras ¿Qué las representaciones de Números Irracionales en expresiones decimales infinitas no periódicas hacen parte de los Números Decimales?
22. Escribe algunas observaciones respecto al contenido y forma del cuestionario.

Enlace de acceso: <https://forms.gle/6Gd7MY8CazsBQeTs9>

Anexo 2: Cuestionario Final

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS



CUESTIONARIO
NÚMEROS DECIMALES

Estimados docentes, el siguiente cuestionario forma parte de un trabajo de grado para optar por el título de licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemática, este tiene por objetivo indagar sobre las concepciones de los docentes de Matemáticas de Educación primaria sobre los Números Decimales. Por lo que le solicitamos comedidamente que dé respuesta a las siguientes preguntas de manera clara y honesta. Cabe aclarar que la información suministrada será de carácter confidencial, reservado y utilizada con fines académicos.

Agradecemos de antemano su colaboración y disposición para la realización de este.

1. Marque con una X los números que son Números Decimales

☐	7,9
☐	5
☐	1,999999... (el 9 se repite infinitamente)
☐	8,1377423418...
☐	12,344444... (el 4 se repite infinitamente)
☐	$\frac{8}{30}$
☐	3,0000
☐	$\frac{1}{3}$

Con relación a lo anterior, ¿Qué aspectos tuviste en cuenta para elegir cuáles eran Números Decimales?

- De acuerdo con tus conocimientos explica ¿Qué es un Número Decimal?
- ¿Qué cero suprimirías en el número 470,05 para obtener un número mayor? ¿Y para obtener un número menor? Justifica ambas elecciones
- ¿Cuál número es mayor 5,18 o 5,6? ¿Por qué?

5. Responde a las siguientes cuestiones, en cada caso explica tu respuesta.

- A. Escribe el Número Decimal que sigue inmediatamente a 32,13
 B. Escribe, de ser posible, los números que hay entre 0,4 y 0,6

6. Realiza las siguientes operaciones y escribe el proceso utilizado

A. $8,78 + 1,12034$

B. $\frac{5}{8} + \frac{45}{100} + 0,12$

C. $\frac{23}{10} \times 0,199999\dots$ (9 repetido infinitamente)

D. $\frac{4}{2} - 0,003$

7. Realiza lo siguiente:

- A. Marca con una X el conjunto o conjuntos al que pertenecen los siguientes números

Número	Conjuntos					
	Irracional	Decimal	Racional	Natural	Real	Entero
5						
$\frac{6}{8}$						
$\sqrt{2}$						
8 centésimas						
4,00009						
3,942424849075...						
2,9999.... (9 se repite infinitamente)						
π						
4.5346868686868... (68 se repite infinitamente)						

- B. Realiza un diagrama o esquema en el que ubiques las relaciones de pertenencia o inclusión entre los siguientes conceptos

- Decimales finitos
- Números Enteros
- Fraccionarios

- Números Decimales
- Números Naturales
- Fracciones decimales
- Decimales Infinitos no periódicos
- Números Reales
- Números Irracionales
- Decimales Infinitos periódicos
- Números Racionales

8. De acuerdo con tu práctica profesional en el aula de clase, responde y argumenta lo siguiente

A) ¿En qué grado de la básica primaria consideras que se debería iniciar el estudio de los Números Decimales?

B) ¿Cuál de los siguientes temas utilizas al momento de introducir los Números Decimales? Marca con una X y explica tu decisión.

☐	Fracciones decimales y su expresión decimal
☐	Números con coma, finitos y decimales infinitos periódicos
☐	La fracción como cociente
☐	La recta numérica
☐	Extensión el sistema de numeración decimal (decima, centésima, milésima, etc.)
☐	Sistema métrico decimal
☐	Conjunto D
☐	Otro ¿Cuál?

C) ¿Qué es lo más relevante que los estudiantes deben aprender sobre los Números Decimales?

Anexo 3: Entrevistas

A continuación, se presentan las transcripciones de las entrevistas realizadas a tres docentes.

Transcripción entrevista del Docente 1

E: Bueno, gracias por participar en esta entrevista, vamos a un poco a profundizar tus respuestas del cuestionario.

D1: Ok dale.

E: Entonces vamos a la primera pregunta, en esta había que escoger cuáles números eran Números Decimales y la vamos a relacionar con la segunda pregunta y con el aspecto que tuviste en cuenta, pues dijiste que para seleccionar hay que tener una parte entera y una parte decimal. Entonces con relación a esto, ¿por qué no marcaste el **3, 0000**?

D1: Ok, ese número no se marcó debido a que consideraba que como llevaba ceros después de la coma en la parte decimal, lo considere como un Número Entero, ¿listo? Entonces no lo marque por eso.

E: Ok, entonces no importa que tuviera la forma que tú dices que es un Número Decimal, por los ceros lo miraste como Entero, entonces ¿para ti el Número Entero no es un Número Decimal? ¿Cierto?

D1: Si, si es un Número Decimal, fue un error del momento no haberlo marcado.

E: Ok ya, ¿entonces el número **3,0000** y el **5** si serían un Número Decimal?

D1: Si... exactamente.

E: Ah ok, ahora si es un Número Decimal ¿Por qué ahora si son Números Decimales?

D1: Porque cuentan con una parte entera y la parte decimal pues a pesar de que son ceros, se consideran decimales, no importa que sean ceros.

E: Entonces para ti, ¿para reconocer qué es un Número Decimal, te centras en la forma de escribirlos?

D1: Exactamente.

E: Digamos entonces que ese es tu único criterio.

D1: Si, exactamente.

E: Y con las fracciones tienes algún criterio, por ejemplo, ¿si son fracciones decimales o solo son fracciones?

D1: No, no hago distinción solo realizo el cociente y al darme un resultado en forma decimal o sea con coma, entonces son Número Decimal.

E: Bueno, pasemos a la pregunta 5, en el **ítem b** nos dices que hay una infinidad de números y que no podrías escribirlos, pero en el **ítem a** si nos das un número siguiente inmediato a **32,13**, entonces sí tienes claro que hay infinitos números, pero igualmente escribes un número, ¿Cómo determinaste que el número **32,131** si es el que sigue inmediatamente después de **32,13**? ¿Por qué si ese número y no otro?

D1: Porque me guie por los números en la parte decimal como solo tiene dos decimales, continúe agregando un tercer decimal, ¿si me entiendes? Como para seguir ahí en ese orden de pasar de dos decimales a tres decimales.

E: Es decir que te centras en la cantidad de cifras, lo relaciones como si fuera un Número Natural que entre más cifras es el número siguiente, con relación a esto si ponemos el número **32,130001** este sería siguiente y sería más pequeño, entonces la cantidad de cifras no sería suficiente para determinar un sucesor.

D1: Viéndolo así, y como los decimales se posiciona en los Racionales entiendo que hay infinitas posibilidades del número siguiente, entonces no se podría determinar el número siguiente.

E: Hablando de los Números Racionales ¿Qué propiedad tiene que ver en eso de no tener sucesor y antecesor y la infinitud?

D1: Sería de la propiedad de la densidad, que dice que siempre se puede hallar otro Racional diferente entre otros ya dados, entonces los Números Decimales también son densos.

E: Si eso, ahora pasemos a la pregunta 6 de operaciones, en el ítem b, cuando pasas la fracción a expresión decimal ¿Cómo lo haces?

D1: Lo primero que hice fue operarlo de izquierda a derecha, sume las fracciones, extremos y medios, denominador por denominador e hice la división para convertirlo en decimal.

E: Ok, viendo tu procedimiento ¿Para ti es más sencillo operar fracciones u operar con decimales?

D1: Me parece más sencillo pasar las fracciones a decimal que decimal a fracción y por eso opero mejor con fracciones.

E: Ok, en el ítem c, del número periódico, ¿Cómo convertiste el infinito periódico a fraccionario?

D1: Lo que se debía hacer es dividir por 10 y multiplicar por 10 para mantener la igualdad hasta llegar al número fraccionario y después hacer la multiplicación de fraccionarios.

E: Ok listo, pasemos a la 7, en el ítem a, vemos que sigue el problema con el Número Entero.

D1: Si, porque para mí un Número Decimal es aquel que puedo verle su parte decimal o que sé que tiene, por ejemplo, la raíz de 2 no le veo su parte decimal, pero al ser un Irracional conocido sé que tiene una expresión decimal infinita, para que sea decimal debo conocer o ver su forma decimal.

E: Ok, entiendo, en el ítem b, cuando haces tú diagrama y pones Números Decimal en los Racionales y lo pones en los Irracionales, ¿es por qué en ningún momento consideras a los decimales un conjunto aparte? o ¿lo tomas cómo una representación que está tanto en Racionales como en Irracionales?

D1: Yo lo puedo ver como un conjunto de todos los números que tienen parte entera y parte decimal y tiene representantes tanto en los Racionales y como en los Irracionales.

E: Perfecto, pasemos a la 8, nos dices que los estudiantes deber tener conocimientos previos y madurez, ¿a qué te refieres con eso?

D1: En conocimientos previos lo chicos en ese punto los primeros conjuntos numéricos, como Enteros, negativos, positivos, esto es muy abstracto y por eso necesitan madurez.

E: ¡Gracias! Eso sería todo.

D1: Ok, con mucho gusto.

Transcripción entrevista del Docente 2

E: Bueno Dana, gracias por participar en esta entrevista, vamos a un poco a profundizar tus respuestas del cuestionario.

D2: Ok, con mucho gusto.

E: En la primera se te presenta una lista y se pide que selecciones los números que son Números Decimales y reconoces claramente que son los números que tienen una parte entera y parte decimal y los que pueden ser escritos en fracción sin embargo por qué no consideraste como Número Decimal el número 3,0000.

D2: Digamos que tuve en cuenta más que todo la definición del cero, podemos decir que 3,0000 es como un Número Natural, aunque se puede representar como una fracción no lo considere como un Número Decimal.

E: ¿Entonces para ti un Número Decimal es aquel que tiene números distintos de cero después de la coma?

D2: Si, teniendo en cuenta la definición de cero.

E: Entonces, ¿todas las cifras deben ser distintas de cero o solo la primera después de la coma?

D2: Ah no, solo la primera, si las demás son diferentes cero, si lo considerase decimal.

E: Entonces, para ti un Número Decimal es un número con parte entera y parte decimal y consideras que la fracciones también, entonces ¿cualquier número en forma de fracción es un Número Decimal?

D2: No diría que no todos, algunas fracciones cuando realizo la división dan como resultado un Número Natural, un Número Entero y en este caso no considero a los Enteros Números Decimales, solo considero Números Decimales a algunas fracciones.

E: ¿Y qué fracciones serían esas? Las que no den Enteros, ¿o sea que si dan como resultado infinitos periódicos para ti serían Números Decimales?

D2: Si exacto.

E: Entonces teniendo en cuenta las fracciones, ¿Conoces las fracciones decimales?

D2: No, no las tengo presentes.

E: Ok, pasemos a la pregunta 5, en el ítem a, se pide el Número Decimal siguiente inmediato a 32,13 entonces, nos dices que no se puede determinar, porque se pueden encontrar infinitos números y por tanto no sabes que responder, entonces cuando dices que no sabes que responder es ¿por qué te genera duda y crees que si puedes encontrar algún sucesor?

D2: Si, porque podemos encontrar un sucesor si decimos que la décima siguiente es 32,14, pero es difícil hablar de cual sigue porque son muchos.

E: ¿Hay alguna propiedad que permita decir con garantía que no se puede determinar el sucesor?

D2: En realidad no recuerdo las propiedades de los Números Decimales entonces no sé si la hay o no, creería que, si hay propiedades como para realizar operaciones, pero no si hay propiedades que hablen lo de sucesor o no.

E: Ok, vamos a la pregunta 6 de las operaciones, en el ítem b, ¿cómo hallaste el Número Decimal equivalente a cada fracción?

D2: En este caso cuando trabajo con fracciones y quiero encontrar el Número Decimal realizo la división de esa fracción.

E: Ok, ¿para ti es más sencillo operar fracciones que operar números en expresión decimal?

D2: Creo que ambos casos son sencillos y puedo realizar la operación, pues conociendo como son los procedimientos de suma y multiplicación fracciones y de suma y multiplicación de decimales, no tengo ningún inconveniente.

E: Ok perfecto, ya en el **ítem C**, ¿quisiera preguntarte por qué no das una respuesta puntual?

D2: En ese caso tenía que encontrar la fracción equivalente al número periódico y no recordaba el procedimiento para hacer la conversión o no sé cómo se multiplica la fracción con un número infinito.

E: Con relación a esto último, crees que, si pasaras la fracción a expresión decimal y la multiplicaras con el decimal infinito periódico, ¿se podría realizar la operación?

D2: No, yo creo que no porque es algo infinito con algo finito.

E: Ok, perfecto, y si aproximas el periódico algún número, esto te permitiría realizar a la operación.

D2: Creo que sí, se aproxima a 0.2 que es el número más próximo.

E: Ok, vamos a la 7A en el ítem a, se ve que seguimos con la consideración de que para ti los Números Decimales son aquellas fracciones que dan un número con expresión decimal, y quizás por eso no marcas a las expresiones decimales infinitas no periódicas, entonces para ti ¿hay alguna distinción entre los Números Decimales y los números Irracionales?

D2: Creo que porqué estos son infinitos y no los considero decimales, o sea no recuerdo porque o la definición, pero sé que no son considerados decimales.

E: Listo, si los Números Irracionales son aquellos con expresión decimal infinita no periódica, entonces ¿cuál sería el criterio para no considerar a este número como Número Decimal?

D2: Entonces, ahí voy a lo que puse en el diagrama de la 7B, en donde pongo que los Números Irracionales están fuera de los Racionales, y dentro de estos están los decimales finitos, los periódicos infinitos y los infinitos no periódicos.

E: Pero ¿por qué incluir estos últimos dentro de los racionales?

D2: Ahhhh si, ok, no lo había tenido en cuenta, entonces los decimales infinitos no periódicos no son Racionales.

E: Pero entonces ¿por qué no serían Racionales?

D2: No son Racionales porque son infinitos no periódicos, lo que dijiste ahora, solo que al momento de hacer el diagrama no puse bien cuidado en esa parte.

E: Ahora otro aspecto del diagrama es que veo que no consideras a las fracciones decimales entonces ¿Dónde incluirías a las fracciones decimales?

D2: En ese caso podrían estar dentro de los Números Decimales.

E: ¿Por qué las incluirías ahí?

D2: Porque a momento de mirar su otra representación es un Número Decimal y porque esa fracción en su denominador tiene un número, como 10, 100, 1000, es que no recuerdo el término.

E: ¿Qué el denominador sea potencia de 10?

D2: Si, eso una potencia de 10.

E: Entonces ¿todas las fracciones decimales, son decimales finitos y consigo son Números Decimales?

D2: Sí.

E: Para finalizar ¿los Números Decimales son una representación de los Números Reales?

D2: Si, exacto, todos los números Reales tienen una representación decimal, pero no todos serían considerados Números Decimales.

E: Listo Dana, eso era todo, te agradezco mucho y que estés muy bien.

D2: Con gusto.

Transcripción entrevista del Docente 3

E: Buenas tardes, Rodrigo ¿cómo estás?

D3: Muy bien y ¿tú como estas?

E: Excelente, agradecerte por colaborarnos en esta entrevista, haremos unas preguntas muy puntuales para profundizar sobre lo que respondiste en el cuestionario.

D3: Listo, con mucho gusto.

E: Bueno, vemos que no consideras al 5 como un Número Decimal, a pesar de reconocer que se puede escribir como 5,0, entonces ¿Por qué a pesar de reconocer la parte decimal del 5, no lo consideras decimal?

D3: Bueno lo relaciono con la respuesta de la pregunta dos, es decir, considero en últimas que un Número Decimal es aquel que tiene una parte entera y una parte decimal, pero donde esa parte decimal es diferente de cero. Eso es lo que hasta este momento tengo entendido sinceramente.

E: Entonces ¿Los Números Enteros no se pueden expresar en forma decimal?

D3: En el sentido que se puede escribir con una coma sí, pero en la definición que manejo de lo que realmente es un Decimal, no lo es, entiendo cómo te digo que el número después de la coma debe ser diferente de cero.

E: En conclusión ¿un Número Decimal es aquel con parte entera y decimal estrictamente diferente de cero?

D3: Si, exacto.

E: ¿La parte decimal que debe ser estrictamente diferente de cero, debe ser inmediatamente después de la coma?

D3: Si, exactamente después de la coma.

E: Y si, por ejemplo, tengo 1.02, 1.0280, 3.0046 entonces ¿estos números no serían un Números Decimales?

D3: Ahhhh, si lo son, entonces sería que todo número en cualquier posición decimal sean distintos de ceros, tanto décimas, centésimas, milésimas y así sucesivamente. Entonces desde lo que había planteado sería que un 5,000001 por allá con una cifra distinta de cero, haría que este número fuera decimal.

E: Volviendo a la definición que inicialmente das, ¿le harías un cambio a esa?

D3: Si, serían todos los números que en alguna de sus cifras después de la coma sea diferentes de cero, pero si todos son ceros no lo son.

E: Listo, entonces vamos a tu respuesta de la pregunta 7, se presentaba un cuadro en el que se pedía que marcaras los números que hay ahí en el conjunto o conjuntos al que pertenezca, entonces ¿para ti un Número Decimal es una representación de los Irracionales y Racionales a excepción de los Enteros?

D3: Si, así lo veo y reflejo en la pregunta 7B del diagrama.

E: Si, eso tiene relación y para allá vamos. Esta pregunta estaba en términos de conjuntos al igual que la anterior, entonces ¿Has llegado a considerar a los Números Decimales como un conjunto?

D3: Antes de responder si quiero mencionarles que me pusieron a pensar mucho como realizar este esquema. No lo he llegado a considerar en ningún momento a estos números como decimales, sino que lo veía como, que los Números Decimales tienen unos representantes tanto en los Racionales como en los Irracionales, pero considerar a los decimales como uno tiene en la cabeza a los Naturales ¡No!

E: Me puedes explicar un poco más esa última parte.

D3: Es que si me preguntan enliste los conjuntos numéricos, yo no diría el conjunto de los Números Decimales, es decir, como que no lo había considerado como un conjunto propio, pues no está en la convención de incluirlo como tal, pero de que son un conjunto claro son un conjunto.

E: De esa última parte que mencionas, ¿por qué si sería un conjunto?

D3: Pues no sabría cómo explicarte bien esa parte, pero si lo podría llegar a considerar.

E: Bueno, en tu diagrama también veo que ubicas fraccionarios dentro de Q , sin embargo, no ubicas el termino fracciones decimales ¿para ti es lo mismo fracciones decimales a cualquier fracción o hay alguna diferencia?

D3: Si creo que hay una diferencia, pues por la nota que yo pongo abajo, entiendo a los fraccionarios igual a los Racionales, es decir que hay tanto fracciones decimales como fracciones exactas, que vienen siendo los enteros.

E: Entonces para ti ¿las fracciones decimales serian cualquier expresión que arroje una expresión decimal, sin importar como sea esta (finita, infinita periódica, infinita no periódica)?

D3: Sí

E: Listo, ahora pasamos a las respuestas de la pregunta 5, en la que se te pide dar el Número Decimal siguiente de 32,13 ¿por qué no lo puedes determinar?

D3: Por la cuestión del infinito, ya que, al ser real, los elementos son infinitos y es imposible determinar qué número sigue, yo pude haber dicho que es 32,14 pero también puede ser 32,15 o 32,131, entonces no es posible realmente pues son infinitos.

E: Claro entiendo lo que mencionas. Ahora pasamos a la pregunta 6, la cual es para realizar operaciones entre Números Decimales, quiero preguntarte ¿para ti es más fácil operar fracciones que Decimales?

D3: Si, en el colegio tuve mucha dificultad con eso, y me acostumbré a pasar todo a fracción.

E: Teniendo en cuenta eso, en el **ítem 6C**, entonces ¿por qué no llevas a fracción el 0,19999 (9 repetido infinitamente)?

D3: La verdad en ese momento no recordé como hacerlo y como pasarlo a fracción, pero sí sé que se puede hacer.

E: ¿Todo número con expresión decimal infinita periódica se puede representar en fracción?

D3: Todos, no sé.

E: Pero en tu esquema estos números los ubicas dentro de los Racionales, por tanto, si se podrían representar en fracción, ¿verdad?

D3: Ahhhh claro, si se podría.

E: Ahora, ¿por qué aproximas el 0,19999 (9 repetido infinitamente) a 0,2?

D3: No te sabría dar un argumento, pero sería por cuestiones de cercanía, ya que la parte 99999999.... Lo tiendo a llevar al a siguiente cifra decimal que sigue después del 1, que sería 2.

E: ¿Entiendo, pero entonces todo decimal infinito periódica se puede aproximar?

D3: Sí.

E: Ok vale, ahora con respecto a la respuesta de la pregunta 8A, en la que se pregunta en que grado debería iniciarse el estudio de los Números Decimales y tu respuesta es tercero de primaria, quisiera que me explicaras por qué en este grado.

D3: Porque es el grado en el que la mayoría de las instituciones oficiales empiezan a trabajar las divisiones inexactas y estas las veo como un paso a trabajar las fracciones.

E: Bueno Rodrigo, básicamente era eso, agradecerte mucho por este espacio y tu ayuda.

D3: Con mucho gusto, fue algo muy interesante que me puso a pensar y reflexionar, así que gracias también a ustedes.

E: Nos alegra que te parezca interesante.

D3: Que estén bien.

Anexo 4: Esquema Números Decimales o Conjunto D

