

**RUTEO Y PROGRAMACIÓN DEL TRANSPORTE ESCOLAR EN FLOTA
HOMOGÉNEA DESDE SU DOMICILIO HASTA LA INSTITUCIÓN MEDIANTE
ALGORITMOS GENÉTICOS**

KELY CAICEDO QUIÑONEZ

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
MAESTRÍA EN INGENIERÍA-ÉNFASIS EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
CALI
2015**

**RUTEO Y PROGRAMACIÓN DEL TRANSPORTE ESCOLAR EN FLOTA
HOMOGÉNEA DESDE SU DOMICILIO HASTA LA INSTITUCIÓN MEDIANTE
ALGORITMOS GENÉTICOS**

KELY CAICEDO QUIÑONEZ

**Trabajo de Grado para Optar por el Título de:
Magister en Ingeniería
Énfasis en Ingeniería Industrial**

**Director:
JULIO CÉSAR LONDOÑO., MSc**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
MAESTRÍA EN INGENIERÍA-ÉNFASIS EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
CALI
2015**

NOTA DE ACEPTACIÓN

Presidente del Jurado: _____

Jurado: _____

Jurado: _____

Santiago de Cali, 04 de Agosto de 2015

A mi esposo, mis padres y hermana

AGRADECIMIENTOS

- Al director de este proyecto MSc. Julio César Londoño, por toda su colaboración y dedicación durante este proceso.
- A mis padres y hermana Blanca Quiñonez, Salustriano Caicedo y Daniela por todo el apoyo para culminar este logro en mi vida.
- A mi esposo Freyman Rivas por toda su comprensión, acompañamiento y amor.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	10
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
3. JUSTIFICACIÓN.....	14
4. OBJETIVOS DEL PROYECTO	15
4.1 OBJETIVO GENERAL.....	15
4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
5. MARCO REFERENCIAL	16
6. MARCO CONCEPTUAL	22
6.1 ALGORITMOS GENÉTICOS.....	22
6.1.1. Codificación.....	23
6.1.2 Población inicial.....	23
6.1.3 Función objetivo	24
6.1.4. Selección.....	24
6.1.5. Cruce	25
6.1.6 Mutación.....	26
6.1.7 Nueva generación	26
7. METODOLOGÍA.....	27
7.1 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA	27
7.1.1. Institución	27
7.1.2. Vehículos	27
7.1.3. Estudiantes	27
7.1.4. Identificación de zona.....	29
7.1.5 Supuestos	29
7.2 APLICACIÓN DEL ALGORITMO GENÉTICO DEL MODELO SBRP.....	29
7.2.1 Representación del cromosoma	31
7.2.2 Función de Aptitud	32

7.2.3 Población inicial.....	37
7.2.4 Operadores genéticos	40
7.2.5 Criterio de parada.....	48
8. VALIDACIÓN DEL ALGORITMO	51
8.1 Descripción del software y hardware utilizado.	51
8.2 Resultados experimentales.....	51
8.2.1 Rendimiento del algoritmo	51
8.2.2 Variación de la población.	52
8.2.3 Variación de probabilidad de mutación.....	57
8.2.4 Variación de generaciones.	59
8.2.5 Experimento excluyendo los buses	64
9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	70
9.1 CONCLUSIONES	70
9.2 RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	72
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73
ANEXOS	77

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Dos padres se aparean para producir dos crías. La descendencia se coloca en la población	25
Gráfica 2. Problema de enrutamiento de vehículos en un gráfo	30
Gráfica 3. Codificación del cromosoma	32
Gráfica 4. Ilustración codificación del cromosoma.....	33
Gráfica 5. Distancias reales Vs distancias rectilíneas (Buenaventura-Valle).....	36
Gráfica 6. Selección de padres	42
Gráfica 7. Construcción de hijos	42
Gráfica 8. Hijos completos	43
Gráfica 9. Población generación n.....	46
Gráfica 10. Mutación.....	46
Gráfica 11. Evolución del algoritmo	49
Gráfica 12. Gráfo de rutas del individuo elite de la generación No. 250	49
Grafica 13. Convergencia del algoritmo.....	52
Gráfica 14. Variación de la población	54
Gráfica 15. Rutas desde la 1 a la 6.....	61
Gráfica 16. Rutas desde la 6 a la 12.....	62
Grafica 17. Rutas de la solución final	63
Gráfica 18. Rutas 1 y 2	65
Gráfica 19. Rutas desde la 3 a la 8.....	66
Gráfica 20. Rutas desde la 5 a la 12.....	67
Gráfica 21. Rutas de la solución final.....	68

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Sub problemas considerados en la literatura.....	17
Tabla 2. Clasificación dentro de la literatura basada en las características del problema.....	20
Tabla 3. Ubicación geográfica de Vehículos, puntos de parada y destino.....	28
Tabla 4. Ubicaciones geográficas de ejemplo ilustrativo.....	31
Tabla 5. Población inicial sin intensificar.....	38
Tabla 6. Población inicial intensificada.....	39
Tabla 7. Individuo elite.....	50
Tabla 8. Variación de la población	53
Tabla 9a. Secuencia de rutas población de 8 y 160 individuos.....	55
Tabla 9b. Características de rutas población de 8 y 160 individuos.....	56
Tabla 10. Variando porcentaje de mutación.....	57
Tabla 11. Caracterización de rutas con mutación 0.01 y 0.09.....	58
Tabla 12. Variando número de generaciones	59
Tabla 13. Caracterización de rutas	60
Tabla 14. Pruebas excluyendo buses.....	64
Tabla 15. Distancia ruta más larga experimento sin tener en cuenta los buses	64
Tabla 16. Prueba 2 excluyendo los buses.....	65
Tabla 17. Comparación de resultados de los escenarios.....	69

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad existe la necesidad de transportar personas u objetos de un lugar a otro, tal es el caso de las empresas de transporte de bienes, transporte de residuos sólidos, transporte escolar, urbano, entre otros. Lo cual hace necesario que estas empresas definan las rutas de sus vehículos, por ello este tema es de gran importancia en la cadena de suministro ya que hace parte de su gestión logística.

La institución caso de estudio pretende ofrecer el servicio de transporte escolar, para ello la institución contratará el servicio en una empresa privada, las cuales definen sus precios de acuerdo a la distancia recorrida para prestar el servicio. Debido a esto, la institución debe establecer las rutas de manera que minimice la distancia total de cada uno de los vehículos; generándose así un problema de ruteo abierto denominado dentro de la literatura OVRP (Open Vehicle Routing Problem, por sus siglas en Inglés) y específicamente, este problema se denomina el Problema de Ruteo Escolar SBRP (School Bus Routing Problem, por sus siglas en Inglés).

El problema de ruteo de vehículos (VRP) es importante dentro de la optimización debido a que es un problema combinatorio clásico. La programación de buses escolares es una variante de este problema, el cual consiste en determinar el conjunto de paradas a visitar, estipula para cada estudiante el paradero al que debería ir y las rutas que se encuentran a lo largo de las paradas elegidas de tal forma que minimice la distancia total recorrida (Schittekat, Kinable, Sörensen, Sevaux, & Spieksma, 2012). Este tema ha sido estudiado desde 1969; Newton & Thomas (2010 citado en Junhyuk & Byung) realizaron la primera publicación sobre la generación de rutas de autobuses; a raíz de este trabajo la programación de buses escolares ha sido de gran interés para el desarrollo de estudios futuros desde dos puntos de vista; uno desde el desarrollo de modelos matemáticos que se adhieran más a la realidad y el otro de utilización de heurísticas que resuelvan estos problemas más eficientemente.

El SBRP se fundamenta principalmente en la generalización del TSP o problema del agente viajero (Traveling Salesman Problem) con múltiples agentes viajeros, donde existe una demanda asociada a cada ciudad y una capacidad determinada para sus vehículos. El objetivo puede ser reducir la distancia recorrida por todas

las rutas, la cantidad de vehículos o una combinación de ambos criterios. El tiempo de cálculo para resolver un TSP se incrementa a medida que aumenta la cantidad de ciudades, por ello esta clase de problemas se clasifica como Np-hard (difícil).

De acuerdo a lo anterior, se requiere el uso de heurísticas y metaheurística para resolver este tipo de problemas con soluciones cercanas al óptimo en tiempos computacionales cortos. En este proyecto se aplica la metaheurística de Algoritmos Genéticos (AG) usando vehículos con capacidad homogénea.

El presente documento se encuentra organizado de la siguiente forma:

Los capítulos del 2 al 4 explican el propósito del desarrollo de este trabajo de grado, como son el planteamiento del problema, justificación y objetivos del proyecto.

En los capítulos 5 y 6 se hace la identificación de las referencias en donde se presenta una revisión de la literatura de los estudios que se han hecho al SBRP usando métodos heurísticos y metaheurísticos y se detalla la estructura de los Algoritmos Genéticos respectivamente.

En el capítulo 7 se plantea la metodología haciendo una descripción de la caracterización del sistema, en donde se definen los parámetros para resolver el problema. Se explica la aplicación del AG teniendo en cuenta su estructura, partiendo de una población inicial, aplicándole operadores genéticos para la generación de mejores individuos y se muestra el desarrollo del algoritmo propuesto haciendo uso de heurística de intercambio como el 2-opt para intensificar cada una de las poblaciones.

En el capítulo 8 se valida el modelo del AG, en donde se realizan tres experimentos, variando la población, porcentaje de mutación, cantidad de generaciones y las distancias de los vehículos al primer punto de parada.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los temas importantes en la actualidad, es la reducción de los distintos riesgos de movilidad, tal es el caso de los retrasos que se generan por la deficiente programación de rutas que toman las empresas que ofrecen el servicio de transporte. Dentro de esta situación se circunscriben diferentes entidades y usuarios, como las instituciones educativas que requieren de una programación de rutas escolares, que contribuya eficientemente en la distribución de sus vehículos respecto a sus necesidades.

Dada las circunstancias, el problema de programación de rutas escolares se repite cada año debido al ingreso de nuevos estudiantes, cambios en la infraestructura de la ciudad e incluso cuando se determinan situaciones tales como el aumento en el ingreso de estudiantes especiales¹ quienes deben tener un tratamiento específico para la prestación de un buen servicio complementario, como lo es el sistema de transporte.

La institución educativa caso de estudio, se ha planteado una propuesta de mejorar el servicio complementario basado en el servicio de transporte de sus estudiantes, como primera instancia en su sede principal, por ser esta la de mayor densidad de estudiantes con un total de 822 al año 2013.

El consejo directivo de la institución conformado por el rector, coordinadores y docentes analizan la planeación de la programación de rutas escolares bajo juicios subjetivos tales como: el número de buses a razón del número de estudiantes, en este caso se deja de lado la capacidad de cada vehículo e incluso se puede llegar a la subutilización de los mismos. La distribución de los buses es analizada en función de la densidad de los estudiantes en cada paradero, esto limita la eficiencia de cada bus respecto al análisis de las distancias relativas en el mapa demográfico y el tiempo de recorrido por cada ruta dentro de un grafo. Además, pueden existir rutas en donde las calles tengan solo un sentido lo que significa ir y no regresar por la misma calle.

¹ Entiéndase por **estudiantes especiales** aquellos que poseen una limitación física para valerse fácilmente por sí solos.

Además no se consideran ciertos criterios como es el caso del entorno de servicio (urbano o rural), el alcance (jornada matinal o vespertina), o combinaciones de las mismas.

El problema de la institución caso de estudio, consiste en que los estudiantes deben ser transportados por una flota de vehículos homogénea que parten desde diferentes puntos de origen (esto es que cada vehículo tiene un único y diferente lugar de inicio), recogen los estudiantes en sus lugares de domicilio y son llevados hasta un único destino final que es el la institución. Es necesario aclarar que todos los vehículos deben estar en el colegio justo antes de la hora de ingreso a clases. En este sentido, para esta propuesta de investigación, sólo se considerará el transporte de los estudiantes hacia el colegio y no su retorno, dado que este problema no se considera crítico y además, no se ha definido cuál debe ser el destino final del vehículo al terminar la ruta.

El análisis considerado anteriormente, corresponde a una versión de la programación de rutas de vehículos (Por sus siglas en ingles VRP) denominado dentro de la literatura Open Vehicle Routing Problem (OVRP) con restricciones de capacidad y distancia, el cual ha llamado la atención de los investigadores recientemente (Fu, Eglese, & Li, 2005) (Li, Golden, & Wasil, 2006) y (Repoussis, Tarantilis, & Ioannou, 2006). Para dar soluciones factibles a este tipo de problemas, se hace necesario la aplicación de técnicas heurísticas que apoyen la planificación de la programación de transporte de la institución caso de estudio, como los algoritmos genéticos que es una técnica ampliamente utilizada en los problemas de ruteo de vehículos.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, la pregunta que se pretende resolver en el siguiente proyecto se puede formular de la siguiente manera:

¿Cómo debe realizarse la programación de transporte escolar de los estudiantes desde su lugar de domicilio hacia la institución educativa, con una flota homogénea de vehículos los cuales parten de diferentes lugares de inicio, minimizando la distancia total recorrida y satisfaciendo las restricciones del sistema, mediante el uso de una técnica heurística como la de algoritmo genético?.

3. JUSTIFICACIÓN

Con la creciente concentración urbana, la movilidad y el cumplimiento de horarios de llegada a sus destinos es una de las problemáticas actuales difícil de solucionar a bajos costos. Además, las personas requieren de sistemas de transporte para el mejoramiento de sus rutas que permitan desplazarse en tiempo mínimo a través de la región en donde habitan de forma constante; un caso particular de esta situación, es la movilidad estudiantil hacia los planteles educativos, en donde cientos e incluso miles de estudiantes deben llegar de forma oportuna al inicio de sus clases. En este sentido, la distribución de servicios desde un punto hacia diferentes clientes constituye una de las actividades de interés en la gestión logística. Su buena organización genera ahorros relevantes en los costos totales y en los tiempos de viaje. Los ahorros por costo representan entre el 5% y el 20% de los costos de transporte (Toth & Vigo, 2001). La reducción en las distancias representan un 29% de ahorro de tiempo total de viaje (Li & Fu, 2002).

En este orden de ideas, el presente proyecto resolvió el problema de OVRP para una institución educativa haciendo uso de la metaheurística Algoritmos genéticos, la cual genera buenas soluciones en un tiempo computacional razonable. Dado que se justifica para este tipo de problemas cuando crece de manera exponencial a medida que aumenta el número de ciudades, en un caso general el número de rutas factibles que se deben considerar por la cantidad de combinaciones es $\frac{(n-1)!}{2}$, donde n igual al número de ciudades, por lo tanto, se convierte en un problema de tipo Np- hard o difíciles de resolver a optimalidad mediante modelos clásicos de optimización. Por lo tanto, el uso del AG se justifica para la solución de este problema ya que contribuyen a obtener buenas soluciones e incluso cercanas a un óptimo, mediante la exploración y explotación del espacio de soluciones factibles.

Además, se considera un gran aporte al sistema educativo, puesto que permite a la institución caso de estudio ser pionera en la región por implementar una metaheurística sofisticada para la planeación de sus rutas escolares de manera eficiente, que coadyuven tanto a la entidad prestadora del servicio de transporte como al bienestar de la comunidad educativa.

4. OBJETIVOS DEL PROYECTO

4.1 OBJETIVO GENERAL

Proveer una técnica para la programación de la flota homogénea de vehículos para el transporte escolar de una institución educativa, buscando minimizar la distancia total recorrida, utilizando algoritmos genéticos.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar las condiciones generales del problema tales como: vías, restricciones geográficas, horarios de llegada, ubicación de los estudiantes y transporte disponible, mediante fuentes de información.
- Representar el problema de ruteo escolar mediante un modelo matemático y resolverlo con la técnica de algoritmos genéticos.
- Validar la solución para el análisis de los resultados obtenidos mediante el experimento computacional.

5. MARCO REFERENCIAL

El problema de enrutamiento de autobús escolar (Por sus siglas en ingles SBRP) se ha estudiado constantemente desde la primera publicación del mismo por (Newton & Thomas, 1969). Siendo este uno de los que a menudo se presentan en diferentes instituciones educativas con el ánimo de establecer un programa de rutas escolares que influya en la prestación de un servicio eficiente a los estudiantes.

Dentro de la literatura, el SBRP puede ser solucionado en cinco pasos: *preparación de datos, selección de parada de bus (asignación de estudiantes a paradas), generación de ruta del bus, ajustes en los tiempos de ingreso a la institución educativa y la programación de ruta* (Desrosiers et al. 1981) Durante la preparación de datos, la red vial consiste en el hogar, colegio, estación de bus y por lo tanto se especifica la matriz origen destino entre ellas. En la selección de paradas del bus, se determina la localización de paradas y los estudiantes asignados a ellas. Por lo tanto, las rutas de buses para el colegio en particular, son generadas en el paso *generación de ruta de buses*. Los pasos *ajustes del tiempo de llegada al colegio y la programación de rutas*, son necesarias para la clasificación de múltiples colegios, dado que los buses son compartidos por las diferentes sedes de cada colegio.

No existe un único enfoque dominante para el estudio del SBRP (Li & Fu, 2002), puesto que muchos de los enfoques válidos, dependen del mismo problema.

Un solo sub-problema o una combinación de sus sub-problemas se pueden clasificar como una variante de problemas de optimización existentes (Junhyuk & Byung, 2010). Por sí solo, el problema de generación de autobús es similar al VRP, la cual es una aplicación ampliamente estudiada por la investigación de operaciones. El VRP, busca generar rutas eficientes para una flota de vehículos con el fin de entregar (o recoger) productos de los depósitos a un conjunto de clientes (Toth & Vigo, 2001).

La combinación de los sub-problemas de paradas de autobús y generación de rutas de autobús, pertenece a la clase de problemas de ruteo-localización. El problema de ruteo-localización incluye la determinación de las facilidades de

localización (en el SBRP, parada de buses) atendiendo a más de un cliente y el conjunto óptimo de rutas para una flota de vehículos.

Lo anterior se resume en la tabla 1, donde se muestran los trabajos sobre SBRP en orden cronológico y los sub-problemas considerados en ellos, ya mencionados.

Tabla 1. Sub problemas considerados en la literatura

Referencia	Selección de parada de autobús	Generación de rutas de autobús	Ajustes de tiempo de entrada al colegio	Programación de ruta
Newton y Thomas (1969)		X		
(Angel, Caudle, Noonan, & Whinston, 1972)		X		X
(Bennett & Gazis, 1972)		X		
(Newton & Thomas, 1974)		X		X
(Verderber, 1974)		X		X
(Gavish & Shlifer, 1979)		X		
(Bodin & Berman, 1979)	X	X		X
(Dulac, Ferland, & Forgues, 1980)	X	X		
(Desrosiers, Ferland, Rousseau, Lapalme, & Chapleau, 1986a) (Desrosiers, 1981)	X	X	X	X
(Hargroves & Demetsky, 1981)		X		X
(Swersey & Ballard, 1984)				X
(Chapleau, Ferland, & Rousseau, 1985)	X	X		
(Desrosiers, Ferland, Rousseau, Lapalme, & Chapleau, 1986a)				X
(Graham & Nuttle, 1986)				X
(Russell & Morrel, 1986)		X		X
(Bookbinder & Edwards, 1990)				X
(Chen, Kallsen, Chen, & Tseng, 1990)		X		X

Tabla 1. (Continuación)

Referencia	Selección de parada de autobús	Generación de rutas de autobús	Ajustes de tiempo de entrada al colegio	Programación de ruta
(Thangiah & Nygard, 1992)		X		
(Bowerman, Hall, & Calamai, 1995)	X	X		
(Braca, Bramel, Posner, & Simchi, 1997)		X		X
(Corberán, Fernández, Laguna, & Martí, 2002); (Pacheco & Martí, 2006)		X		
(Fu, Eglese, & Li, 2005)		X		
(Ripplinger, 2005)		X		
(Spada, Bierlaire, & Liebling, 2005)		X		X
(Schittekat, Sevaux, & Sörensen, 2006)	X	X		
(Bektas & Elmastas, 2007)		X		
(Fügenschuh, 2009)			X	X

Fuente: Junhyuk Park, Byung-In Kim 2010. The school bus routing problem: a review

Además, el SBRP se puede clasificar por criterios tales como: el número de instituciones a considerar, entorno del servicio, ámbito de aplicación del problema, cargas mixtas, estudiantes de educación especial, flota mixta, objetivos a considerar y las restricciones desde la perspectiva de cada problema (Junhyuk & Byung, 2010)

El número de instituciones a considerar se refiere a la cantidad de colegios que va a contemplar el problema durante su proceso de programación, es decir si es uno en particular o múltiples colegios; el enfoque de solución para el SBRP puede diferir en función del entorno de servicio si es rural o urbano; puesto que se asume que los estudiantes del área urbana pueden dirigirse de sus casas a los paraderos y abordar un autobús, sin embargo, en áreas rurales el número de estudiantes es pequeño, y es común que se recojan en sus hogares. Por tanto, la selección de paradas de autobús no es necesaria para el entorno rural.

El criterio del ámbito de aplicación del problema, es relativo a la jornada de la mañana, de la tarde o una combinación de ellas, en donde los estudiantes de la mañana se recogen en los paraderos de los autobuses y luego son entregados al colegio, por el contrario, en la jornada de la tarde, estos son recogidos en las escuelas y llevados a los paraderos iniciales en la tarde. (Braca, Bramel, Posner, & Simchi, 1997) afirmaron que el problema de la mañana es más complejo que el problema de la tarde basándose en dos razones: mala dispersión de intervalos de tiempo y mayor tráfico. Como resultado, el problema de la tarde recibe menos atención. Muchos estudios son dedicados al problema de la jornada matinal y el problema de la jornada vespertina sólo es mencionado brevemente.

Los estudios en donde se consideran estudiantes de educación especial poseen restricciones más rigurosas en consideración a los tiempos máximos de viaje que los problemas en donde no se consideran estudiantes especiales, puesto que ellos tienen que ser llevados directamente a sus casas por su discapacidad. Además, deben ser atendidos dependiendo de la severidad de su discapacidad. Debido a esto, necesitan ayuda y equipos especiales, e incluso, contemplar buses apropiados para poder atenderlos.

Las cargas mixtas, pueden ocurrir en el área rural, permitiendo que los estudiantes de diferentes colegios sean asignados en el mismo bus al mismo tiempo, sin embargo, el problema puede ser de carga simple, en el cual, el autobús recoge o deja a los estudiantes en un solo colegio. La flota mixta asume la homogeneidad o heterogeneidad de los buses, es decir, cada bus tiene iguales o diferentes características, tales como varias capacidades, tiempo máximo permitido de viaje, costo fijo y costo variable por unidad de distancia. El problema con características heterogéneas es una variante del problema de ruteo de vehículos tradicional.

Los objetivos a considerar pueden ser para evaluar tres medidas de desempeño del servicio público, denominadas de eficiencia, eficacia y efectividad (Savas, 1978) al igual que (Li & Fu, 2002) clasificaron los objetivos considerando estos mismos criterios. La eficiencia es definida como la relación entre el nivel de servicio con el costo de los recursos requeridos para proporcionar tal servicio, la efectividad del servicio es medida porque tan buena es satisfecha la demanda, y la equidad evalúan las consideraciones de imparcialidad de la prestación del servicio. Y por último, las restricciones dependen de la particularidad de cada problema.

Lo anterior se resume en la tabla 2, la cual muestra la clasificación dentro de la literatura basada en las características que posee cada problema.

Tabla 2. Clasificación dentro de la literatura basada en las características del problema

Referencia	# Escuelas	Urbano o rural	Cargas mixtas	Flota mixta	Objetivos	Restricciones	Tamaño del problema	Area
Newton and Thomas (1969)	Único	Urbano	NO	HO	No especificada	C, MRT	50-80 paradas	Artificial
Angel et. Al. (1972)	Multiple	Suburbano	NO	HO	N, TBD	C, MRT	1500 estudiantes	Tippercanoe, Indiana
Bennett and Gazis (1972)	Único	Urbano	NO	HO	TBD, TSD	C	256 paradas	Toms River, New Jersey
Newton and Thomas (1974)	Multiple	Urbano	NO	HO	N, TBD	C, MRT	1097 estudiantes, 76 paradas	Western New York
Verderber (1974)	Multiple	Urbano	NO	HO	N, TBD	C, MRT	11,000 estudiantes	New York
Gavish and Shlifer (1979)	Único	Urbano	NO	HO	N, TBD	C, MRT	21 paradas	Artificial
Bodin and Berman (1979)	Multiple	Urbano	NO	HO	N	C, MRT, TW	13,000 estudiantes	Brentwood, New York
Dulac et al. (1980)	Único	Urbano	NO	HO	N, TBD	C, MRT, MWT	585 estudiantes, 99 paradas	Drummondville, Canada
Desrosiers et al. (1981, 1986a)	Multiple	Ambos	NO	HO	N, TBD	C, MRT, MWT	Acerca de 16,000 estudiantes	Drummondville, Canada
Hargroves and Demetsky (1981)	Multiple	Suburbano	SI	HT	N, TBD	C, MRT, MSN	8537 estudiantes	Albemarle, Virginia
Swersey and Ballard (1984)	Multiple	Urbano	NO	HO	N	TW	37 escuelas	New Haven, Connecticut
Chapleau et al. (1985)	Único	Urbano	NO	HO	N, SWD	C, MRT, MWT	2079 estudiantes	
Russell and Morrel (1986)	Único	Urbano	SI	HO	TBD	C, MRT	140 estudiantes	Tulsa, Oklahoma
Chen et al. (1990)	Multiple	Rural	SI	HO	N, TBD	C, MRT	2413 estudiantes	Choctaw, Alabama
Thangiah and Nygard (1992)	Único	Rural	NO	HT	N, TBD, TSD	C, MRT	353 estudiantes	
Bowerman et al. (1995)	Único	Urbano	NO	HO	N, SWD, LB	C, MWT	138 estudiantes	Ontario, Canada
Braca et al. (1997)	Multiple	Urbano	SI	HO	N	C, MRT, TW, EPT, MSN	838 paradas, 73 escuelas	Manhattan, New York
Corberán et al. (2002), Pacheco and Martí (2006)	Único	Rural	NO	HO	N, MRL	C	55 paradas	Burgos, Spain
Li and Fu (2002)	Único	Urbano	NO	HT	N, TSD, TBD, LB	C	86 estudiantes, 54 paradas	Hong Kong
Ripplinger (2005)	Único	Rural	NO	HT	N, TBD	C, MRT	131 estudiantes	Artificial
Spada et al. (2005)	Multiple	Rural	SI	HT	TL	C, TW	274 estudiantes	Switzerland
Schittkat et al. (2006)	Único	Urbano	NO	HO	TBD	C	50 estudiantes, 10 paradas	Artificial
Bektas and Elmastas (2007)	Único	Urbano	NO	HO	N, TBD	C, MRT	519 estudiantes	Ankara, Turkey
Fügenschuh (2009)	Multiple	Rural	NO	HO	N, TBD	TW Range	102 escuelas	Germany
Número de colegios	Entorno del servicio	Cargas mixtas	Flota mixta	Objetivos		Restricciones	Tamaño de problema	Área
*Uno.	* Rural	*Sí	HO: Flotas homogéneas.	N: número de buses utilizados.		C: capacidad.	*Cantidad de estudiante s.	Lugar donde se realizó el estudio.
*Múltiples	*Urbano	*No	HT: Flotas heterogéneas.	TBD: tiempo o distancia total de viaje del bus. TSD: distancia o tiempo total de los estudiantes abordo SWD: distancia de desplazamiento del estudiante. LB: balance de la carga. MRL: longitud máxima de la ruta. TL: pérdida de tiempo del estudiante.		MRT: tiempo máximo de viaje. TW: ventanas de tiempo del colegio. MWT: distancia o máximo tiempo de desplazamiento. ETP: hora más temprana de recogida. MSN: número mínimo de estudiantes para crear una ruta.	*Número de paradas.	

Fuente: Junhyuk Park, Byung-In Kim 2010. The school bus routing problem: a review

Muchas técnicas metaheurísticas han sido utilizadas para dar solución a problemas de optimización combinatoria, entre estas se encuentran: búsqueda tabú, algoritmos genéticos, optimización por colonia de hormigas y redes neuronales. Estas metaheurísticas han sido exactamente usadas para problemas de ruteo de vehículos (Gendreau, Laporte, & Potvin, 2002); (Cordeau, Gendreau, Hertz, Laporte, & Sormany, 2005); (Bin, Zhong-Zhen, & Baozhen, 2009) pero pocos artículos han aplicado metaheurísticas al problema de programación de buses escolares. Sin embargo, (Spada, Bierlaire, & Liebling, 2005) aplicaron temple simulado y búsqueda tabú para mejorar la solución generada por una heurística basada en inserción y (Ripplinger, 2005) usó un algoritmo basado en clúster o agrupamiento para generar soluciones factibles y búsqueda tabú como un algoritmo para mejorar las soluciones iniciales.

Según (González Vargas & González Aristizábal, 2007) los algoritmos genéticos es una técnica que se ha sido usada constantemente para resolver el problema de ruteo de vehículos. También (Reeves, 2003) considera que los AG en el campo de la optimización es muy conocido y los resultados de esta metaheurística en problemas reales han sido satisfactorios. La estructura de los AG están basadas en las ciencias biológicas, por ello la solución que se obtiene de ellos se representan por medio de cruce y mutación (LeBlanc, Shtub, & Anandalingam, 1999).

Los algoritmos genéticos, en conjunción con otras heurísticas, ha sido ampliamente aplicado para resolver el problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo suave (VRPSTW por sus siglas en ingles) y sus variantes, debido a su capacidad para explorar ampliamente el espacio de soluciones (Braysy & Mester, 2005); (Hwang, 2002). Los tres principales operadores del AG, a saber, la selección, cruce y mutación, se pueden implementar en un número de maneras diferentes, lo que resulta en diversas combinaciones del AG.

También los AG híbridos han demostrado tener éxito en los problemas de VRP capacitado, su esquema básico consiste en evolucionar simultáneamente dos poblaciones de soluciones para minimizar la distancia total recorrida, utilizando operadores genéticos que combinen las variaciones de los conceptos fundamentales y estrategias de búsqueda de tiempo, que equilibren la intensificación y diversificación (Berger & Barkaoui, 2003).

6. MARCO CONCEPTUAL

La computación evolutiva es una rama de la computación y la inteligencia artificial que comprende métodos de búsqueda y aprendizaje automatizado inspirados en los mecanismos de la evolución natural.

Diversos enfoques a la computación evolutiva han sido propuestos: las estrategias evolutivas, los algoritmos genéticos, la programación genética y los clasificadores genéticos entre otros. A estos métodos se les denomina de manera colectiva como algoritmos evolutivos, entre los cuales los más conocidos son probablemente los algoritmos genéticos. Estos algoritmos han sido aplicados exitosamente en la resolución de problemas en distintas ramas de la ingeniería, el diseño, la industria, la economía y las ciencias naturales; al igual que otras metaheurísticas tales como: colonia de hormigas, temple simulado, búsqueda tabú, enjambre de partículas entre otras. Sin embargo para la ejecución de este proyecto se usó los AG.

6.1 ALGORITMOS GENÉTICOS

Una de la técnicas metaheurísticas más ampliamente utilizada en los problemas de ruteo de vehículos son los AG, técnica que ha evolucionado desde el concepto alemán de *Estrategia evolutiva* o el norteamericano de *Programación evolutiva*, concebido en la época de los sesenta hasta llegar a vincularse con la optimización en 1975 gracias al *algoritmo genético* de John Holland (Reeves, 2003). Las soluciones generadas mediante algoritmos genéticos se obtienen al utilizar los conceptos de cruce y la mutación de las ciencias biológicas (LeBlanc *et al.*, 1999) y las reglas naturales de autorreparación y adaptación de los seres vivos (Goldberg, 1989). Según Reeves (2003), el uso de algoritmos genéticos en optimización es muy popular y frecuentemente presenta resultados exitosos en aplicaciones reales, lo que se respalda claramente en el comentario de Goldberg (1989), quien afirma que teórica y empíricamente ha sido probada la posibilidad de lograr búsquedas robustas en espacios complejos con la aplicación de AG.

Según Goldberg (1989), los algoritmos genéticos difieren de la mayoría de procedimientos de búsqueda y optimización normales en cuatro aspectos básicos:

1. Los algoritmos genéticos trabajan con una codificación de parámetros (o genotipo) y no con los parámetros en sí mismos (fenotipo), por esta razón en los AG cada solución (individuo de la población) está representada por un vector denominado cromosoma, en el que cada uno de sus componentes (gen) representa un parámetro de la solución.
2. Los algoritmos genéticos realizan la búsqueda a partir de una población de soluciones y no desde una sola solución, lo cual, según LeBlanc *et al.* (1999), asegura la exploración de una mayor porción del espacio de soluciones y evita la caída en óptimos locales.
3. Los algoritmos genéticos utilizan la información de la evaluación de la función objetivo (fitness) para guiar la búsqueda, no conocimiento auxiliar.
4. Los algoritmos genéticos utilizan reglas de transición probabilística y no determinística.

Los AG presentan la siguiente estructura:

6.1.1. Codificación

Se supone que los individuos (posibles soluciones del problema), pueden representarse como un conjunto de parámetros (que denominaremos genes), los cuales agrupados forman una ristra de valores (a menudo referida como cromosoma). Si bien el alfabeto utilizado para representar los individuos no debe necesariamente estar constituido por el $\{0,1\}$, buena parte de la teoría en la que se fundamentan los Algoritmos Genéticos utiliza dicho alfabeto.

6.1.2 Población inicial

La población inicial es un conjunto de individuos generados de manera aleatoria, en donde cada uno de ellos representa una solución factible respectivamente al problema en cuestión. Los individuos (cromosomas) pueden ser simbolizados de forma binaria o discreta dependiendo de la estructura en la que se diseñó el cromosoma.

El tamaño de la población inicial a utilizar en la evolución del algoritmo es un parámetro que se ajusta por “ensayo y error” según los resultados obtenidos

durante el proceso. Sin embargo, mientras exista mayor diversidad de individuos en la población inicial, mejores serán los resultados durante la evolución natural.

6.1.3 Función objetivo

Dos aspectos que resultan cruciales en el comportamiento de los Algoritmos Genéticos son la determinación de una adecuada función de adaptación o función objetivo, así como la codificación utilizada. La regla general para construir una buena función objetivo es que ésta debe reflejar el valor del individuo de una manera "real", pero en muchos problemas de optimización combinatoria, donde existen gran cantidad de restricciones, buena parte de los puntos del espacio de búsqueda representan individuos no válidos.

Para este planteamiento en el que los individuos están sometidos a restricciones, se han propuesto varias soluciones. La primera será la que podríamos denominar absolutista, en la que aquellos individuos que no verifican las restricciones, no son considerados como tales, y se siguen efectuando cruces y mutaciones hasta obtener individuos válidos, o bien a dichos individuos se les asigna una función objetivo igual a cero.

Otra posibilidad consiste en reconstruir aquellos individuos que no verifican las restricciones. Dicha reconstrucción suele llevarse a cabo por medio de un nuevo operador que se acostumbra a denominar reparador.

Un problema habitual en las ejecuciones de los Algoritmos Genéticos surge debido a la velocidad con la que el algoritmo converge. En algunos casos la convergencia es muy rápida, lo que suele denominarse convergencia prematura, en la cual el algoritmo converge hacia óptimos locales, mientras que en otros casos el problema es justo el contrario, es decir se produce una convergencia lenta del algoritmo. Una posible solución a estos problemas pasa por efectuar transformaciones en la función objetivo. El problema de la convergencia prematura, surge a menudo cuando la selección de individuos se realiza de manera proporcional a su función objetivo. En tal caso, pueden existir individuos con una adaptación al problema muy superior al resto, que a medida que avanza el algoritmo "dominan" a la población.

6.1.4. Selección

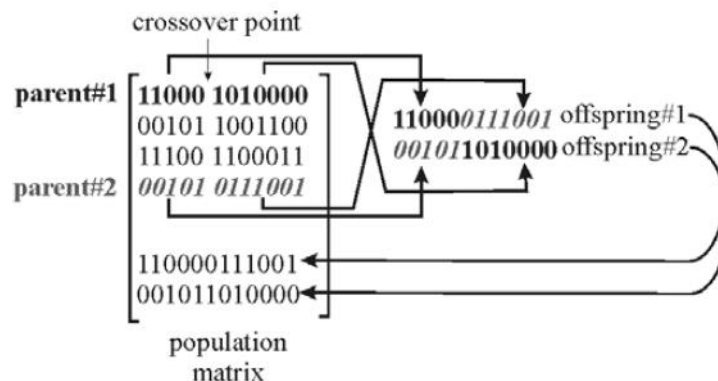
La función de selección de padres más utilizada es la denominada función de selección proporcional a la función objetivo, en la cual cada individuo tiene una

probabilidad de ser seleccionado como padre que es proporcional al valor de su función objetivo. Aunque hay una gran variedad de selección: apareamiento de arriba hacia abajo, apareamiento aleatorio, apareamiento aleatorio ponderado y selección por torneo, se suelen hacer comparaciones entre ellas a medida que se va ejecutando el proceso con el objetivo de observar cuál de estas genera mejores soluciones.

6.1.5. Cruce

El cruce es la creación de uno o más descendientes de los padres seleccionados en el proceso de apareamiento. La composición genética de la población es limitada por los miembros presentes de la población. Las formas más comunes de apareamiento implica dos padres que producen dos descendientes, estos intercambian información genética con el fin de que la descendencia sea aún mejor que sus progenitores. La Figura 2.1, muestra un ejemplo de cruce en un punto, en donde el padre numero 1 sede sus rasgos genéticos al hijo 2 y el padre 2 sede su información genética al hijo 1.

Gráfica 1. Dos padres se aparean para producir dos crías. La descendencia se coloca en la población



Fuente. Practical Genetic Algorithms (Randay L. Haupt, Sue Ellen Haupt).

6.1.6 Mutación

El proceso de mutación, es la alteración de un cierto porcentaje de los bits en la lista de los cromosomas. La mutación es la segunda forma que un AG explora una superficie de costo. Un único punto de mutación cambia un 1 a un 0, y viceversa. Los puntos de mutación son seleccionados aleatoriamente del total de números de bits en la matriz de población. Al aumentar el número de mutaciones, aumenta la libertad del algoritmo para buscar fuera de la región actual del espacio de búsqueda. Esto también tiende a distraer al algoritmo de converger en una solución prematura. En la gran mayoría de los AG, las mejores soluciones son designadas como soluciones, elites destinadas a propagarse sin cambios (mutaciones).

Schaffer y col. (1989) encuentran que el efecto del cruce en la búsqueda es inferior al que previamente se esperaba. Utilizan la denominada evolución primitiva, en la cual, el proceso evolutivo consta tan solo de selección y mutación. Encuentran que dicha evolución primitiva supera con creces a una evolución basada exclusivamente en la selección y el cruce. Otra conclusión de su trabajo es que la determinación del valor óptimo de la probabilidad de mutación es mucho más crucial que el relativo a la probabilidad de cruce.

6.1.7 Nueva generación

Los individuos previamente cruzados y mutados, son evaluados en la función objetivo para verificar la su aptitud. Estos al igual que sus padres, remplazan la población inicial por una nueva generación, en donde el objetivo de cada generación es mejorar la aptitud de los individuos que la conforman.

El proceso continúa iterativamente, hasta que se llegue a una condición de parada, esta condición depende del problema analizado, por ejemplo una condición puede ser la cantidad de generaciones que se quieren realizar o un valor que se desea alcanzar durante todo el proceso.

7. METODOLOGÍA

En este capítulo se detallan los parámetros tenidos en cuenta para el desarrollo del presente proyecto con base en los objetivos ya mencionados en el capítulo 4.

7.1 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA

7.1.1. Institución

La Institución Educativa caso de estudio es de secundaria y media vocacional, esta se encuentra ubicada en la parte urbana de la ciudad de Buenaventura. Actualmente la institución está conformada por una sede principal y tres sedes menores, cuenta con 67 docentes, 5 coordinadores y 1 rector. Para la elaboración de este proyecto se tiene en cuenta la sede principal en la jornada de la mañana debido a que representa el 55.39% del total de los estudiantes incluyendo sus sedes, los cuales tienen hora de ingreso de 6:30 a.m. y hora de salida a las 12:30 p.m. La institución está ubicada en una esquina un poco retirada de la ubicación de los estudiantes, donde las vías de acceso son muy limitadas.

La institución proyecta brindar el servicio de transporte escolar mediante una empresa de transporte a la cual se le indicaran las rutas de recorrido de cada uno de los buses; con base a las normas vigentes de tránsito municipal y hora de ingreso de los estudiantes.

7.1.2. Vehículos

En el presente proyecto se considera una flota homogénea de buses para la generación de las rutas; cada bus tiene una capacidad de 40 puestos y conducen a una velocidad de 30km/h dentro de la ciudad. La posición geográfica de cada uno de los vehículos es diferente, por ende estos empiezan su recorrido desde el parqueadero de cada uno de ellos, continua su recorrido visitando los números de parada asignados a la ruta, cada parada corresponde a la cantidad de estudiantes interesados en el servicio, después estos son llevados a su destino final que es la institución.

7.1.3. Estudiantes

La jornada de la mañana de la sede principal actualmente tiene 615 estudiantes, ubicados en la zona urbana de la ciudad. Para la elaboración de este proyecto se toma una demanda 474 estudiantes, que de acuerdo a encuesta realizada por la institución, estos están interesados en tomar el servicio de transporte. Cada uno de los estudiantes tendrá una ubicación de origen diferente por ende será visitado solo por un bus.

La obtención de los datos se basa en las direcciones de los estudiantes las cuales fueron suministradas por la institución; estas presentan las posiciones geográficas de los estudiantes dando coordenadas en latitudes y longitudes con su respectiva demanda, tal como se detalla la tabla No. 3 (ver tabla completa en anexos).

Tabla 3. Ubicación geográfica de Vehículos, puntos de parada y destino

	Longitud	Latitud	Demanda	Capacidad	
1	-77.021153	3.878669		40	Vehículos
2	-77.017647	3.882342		40	
3	-77.015994	3.881981		40	
4	-77.021658	3.885936		40	
5	-77.035250	3.880564		40	
6	-77.027133	3.880461		40	
7	-77.013136	3.879431		40	
8	-77.009850	3.875236		40	
9	-77.005853	3.880036		40	
10	-77.014794	3.885439		40	
11	-77.004472	3.873083		40	
12	-77.000528	3.874192		40	
1	-77.027310	3.886320	0		Institución
2	-77.035277	3.877290	1		Puntos de parada
3	-77.013102	3.879795	2		
4	-77.014788	3.878723	1		
5	-77.019412	3.886215	3		
6	-77.016356	3.887224	3		
7	-77.015989	3.883744	1		
8	-77.023058	3.886209	3		
9	-77.022247	3.887722	1		
:			:		
394	-77.000148	3.875962	1		
			474		

Fuente: Elaboración propia

7.1.4. Identificación de zona

Las vías de la ciudad de Buenaventura se consideran planas, sin embargo presenta ciertas barreras geográficas como son los brazos de mar que alcanzan algunos barrios, que impiden el acceso de los vehículos lo que conlleva a que tomen rutas alternas para llegar a ciertos lugares. Por ello presenta un factor de circuito de 1.37 el cual se explica con detalle en la sección 7.2.2.

7.1.5 Supuestos

Para dar solución al problema caso de estudio, se debe tener en cuenta los siguientes supuestos:

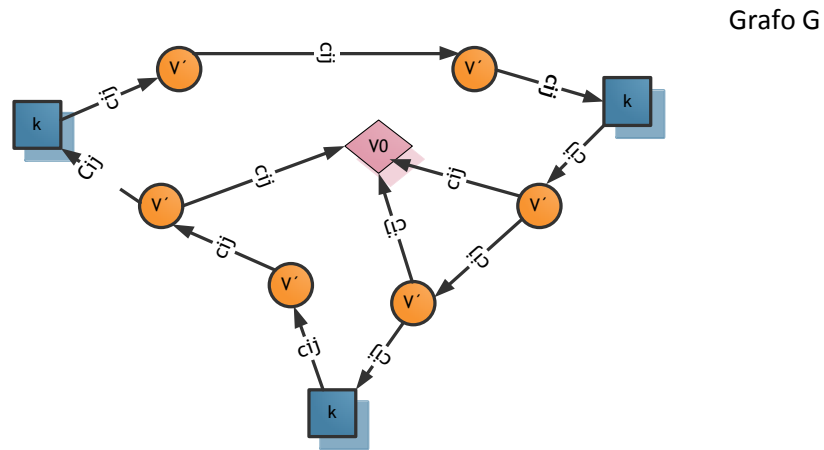
- ✓ Se asume que los vehículos tienen zona de paqueo adentro de la institución.
- ✓ No se considera la logística del descenso de los estudiantes de los vehículos cuando llegan a la institución.
- ✓ El vehículo en su recorrido tendrá una velocidad constante de 30km/hr, asumiendo que no existan contratiempos desde su origen hasta su destino.
- ✓ Se asumirá un tiempo de parada en promedio de 0.25 segundos.

7.2 APLICACIÓN DEL ALGORITMO GENÉTICO AL MODELO SBRP

En esta sección se describe un modelo matemático del problema con base en la teoría de grafos, la estructura y funcionamiento del AG implementado, la representación de los individuos que componen la población; las estrategias de reproducción y la convergencia del mismo.

La representación del problema caso de estudio, se describe mediante la teoría de grafos de la siguiente manera: Sea G un grafo (V, A) , donde $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es el conjunto de vértices y A el conjunto de arcos $\{v_i, v_j, i \neq j\}$. El vértice v_o representa la institución que es el destino, con una flota k de vehículos homogénea con capacidad P . Los demás vértices $v_1, \dots, v_n$ pertenecientes a V' corresponden a los puntos de parada. A cada arco (i, j) se asocia un valor no negativo $c_{i,j}$ que representa el costo de viajar de un vértice i a un vértice j . A cada vértice se le asocia una cantidad que representa la demanda. El OVRP consiste en determinar un conjunto k de rutas con un costo mínimo, terminando en la institución v_o tal que los vértices restantes $v_1, \dots, v_n$ sean visitados una vez por un vehículo y la demanda no exceda la capacidad P del mismo en cada ruta.

Gráfica 2. Problema de enrutamiento de vehículos en un grafo



Fuente: Elaboración propia

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ pertenecen a la ruta} \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$\text{minimizar } \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij}$$

S.a.:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$u_i - u_j + (n - 1)x_{ij} \leq n - 2; \quad i = 2, \dots, n; \quad j = 2, \dots, n$$

$$1 \leq u_i \leq n - 1; \quad i = 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j$$

Para dar solución al modelo anterior se implementa AG para la programación de las rutas escolares. Se tomará un ejemplo ilustrativo para la explicación del mismo con 4 vehículos, 11 puntos de paradas y la institución, las ubicaciones geográficas, demanda y capacidad se detallan a continuación en la tabla No. 4.

Tabla 4. Ubicaciones geográficas de ejemplo ilustrativo

	Longitud	Latitud	Capacidad	Demanda	
1	-77.015	3.885	5		Vehículos
2	-77.027	3.880	5		
3	-77.021	3.879	5		
4	-77.018	3.882	5		
1	-77.027	3.886		0	Institución
2	-77.016	3.886		1	Puntos de parada
3	-77.014	3.886		2	
4	-77.015	3.887		2	
5	-77.026	3.880		1	
6	-77.026	3.880		2	
7	-77.025	3.881		1	
8	-77.022	3.878		3	
9	-77.022	3.877		1	
10	-77.022	3.879		2	
11	-77.016	3.883		2	
12	-77.016	3.884		1	

Fuente: Elaboración propia

7.2.1 Representación del cromosoma

El primer paso dentro de los algoritmos genéticos, corresponde al diseño de un cromosoma, también llamado individuo que representa de manera adecuada una solución al problema. El diseño del cromosoma es un factor importante en cuanto a la velocidad de procesamiento del algoritmo, convergencia de una buena solución y facilita los procesos de reproducción. (Haupt & Haupt;, 2004).

El cromosoma diseñado para el caso de estudio cumple con dos criterios, tales como: ocupar tan poco espacio como sea posible en relación con la información codificada y ser fácil de preservar las características de las rutas relativas a las restricciones durante los procesos de reproducción.

Sea M = cantidad de buses que prestan el servicio de transporte, P = conjunto de puntos de paradas correspondientes a las direcciones de los estudiantes interesados en el servicio y T = punto destino o institución caso de estudio; un individuo es representado con un vector fila de $(P - T) + M * T$ genes (componentes). Es decir, si se tiene $M = 4$, $P = 12$ y $T = 1$; el número de bits

(componentes) de cada cromosoma es de $(12 - 1) + 4 * 1 = 15$ tal como se muestra en la gráfica No. 3.

Gráfica 3. Codificación del cromosoma

2	4	11	1	9	6	12	7	1	3	8	1	10	5	1
---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	---	---	----	---	---

Fuente: Elaboración propia

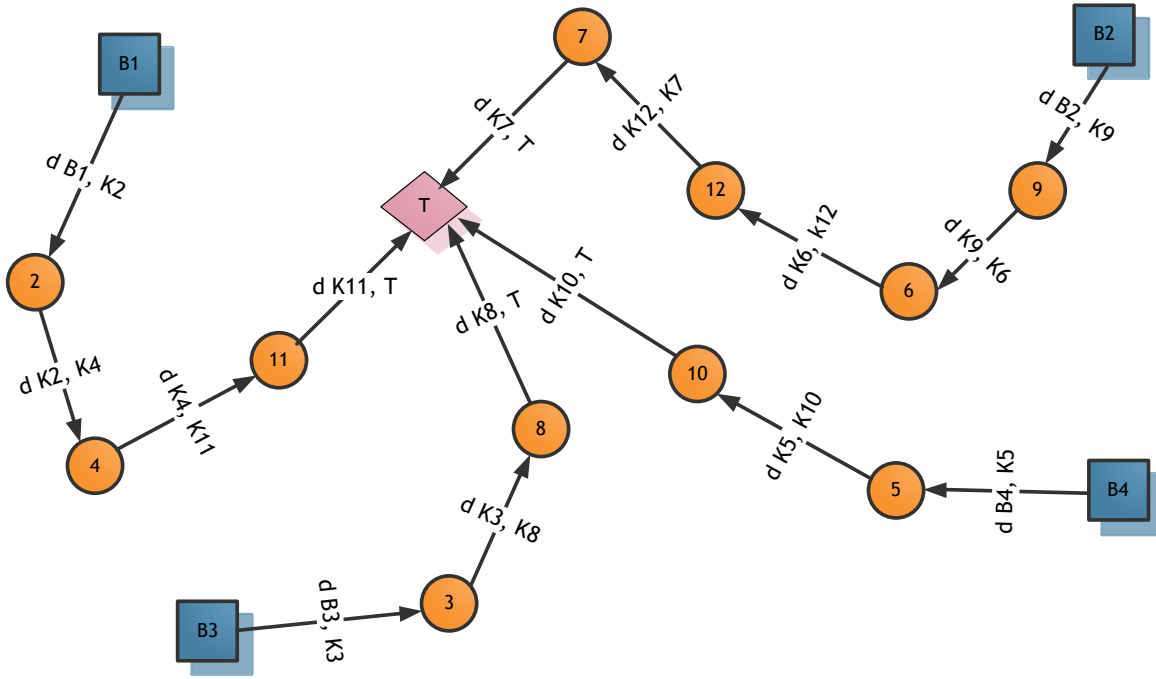
La gráfica anterior define una cantidad de 4 rutas identificadas por la cantidad de unos (punto destino) que se ubicaron en el cromosoma. Estos unos corresponden al cierre de cada ruta de los vehículos. Es decir la ruta que sigue el vehículo $m = 1$ consiste en visitar un punto de parada consecutivamente hasta llegar a uno cuya demanda unificada con la de todos los puntos de parada visitados anteriormente por el vehículo supere la capacidad del mismo; cuando esto sucede el vehículo se dirige a su destino y se inicia la ruta del vehículo siguiente ($m + 1$). Explícitamente, la solución del cromosoma previo demuestra que el vehículo $m = 1$ se dirige al punto de parada No. 2 continua con el No.4, luego el No. 11 y finaliza su ruta transportando a los estudiantes a la institución representada en el cromosoma por el No. 1. El vehículo $m = 2$ atiende a los puntos de parada 9, 6, 12 y 7 y los transporta a su destino; este proceso se realiza hasta agotar la cantidad de vehículos.

En ningún caso pueden existir genes repetidos en la ruta de un vehículo, ya que esto indica que un punto de parada está siendo visitado más de una vez, también cada solución debe garantizar que todos los puntos de parada sean visitados por alguno de los vehículos; es decir todos los estudiantes deben de ser atendidos.

7.2.2 Función de Aptitud

La función de aptitud para el AG propuesto, consiste en minimizar el costo total de los individuos equivalente a la suma de los costos de las rutas recorridas por cada uno de los vehículos. Para cada vehículo, el costo de la ruta se calcula con la suma de las distancias recorridas, iniciando con la distancia de la ubicación del bus al primer punto de parada a visitar en la ruta del mismo y la suma consecutiva de los arcos comprendidos entre el primer punto visitado por el bus hasta la institución. La gráfica 4 representa las rutas del individuo de la gráfica 3.

Gráfica 4. Ilustración codificación del cromosoma



Fuente: Elaboración propia

Por tanto los puntos $B_1, B_2, \dots, B_m$ corresponden a las localizaciones geográficas de los vehículos que prestan el servicio de transporte escolar a la institución, los puntos $K_1, K_2, \dots, K_p$ pertenecen a las ubicaciones geográficas de paradas de buses en las cuales se debe atender la demanda de estudiantes, T identifica el punto destino donde se desea transportar a los estudiantes y d determina las distancias recorridas por cada punto de parada definida por los vehículos. Por lo tanto, para los M vehículos, los costos de sus rutas se determinan por:

$$\text{Ruta } B_1 = d(B_1, K_2) + d(K_2, K_4) + d(K_4, K_{11}) + d(K_{11}, T)$$

$$\text{Ruta } B_2 = d(B_2, K_9) + d(K_9, K_6) + d(K_6, K_{12}) + d(K_{12}, K_7) + d(K_7, T)$$

$$\text{Ruta } B_3 = d(B_3, K_3) + d(K_3, K_8) + d(K_8, T)$$

$$\text{Ruta } B_4 = d(B_4, K_5) + d(K_5, K_{10}) + d(K_{10}, T)$$

Por consiguiente, la aptitud o el costo total para el individuo en particular se define como:

$$Aptitud = \sum_{m=1}^n RutaB_m$$

Donde:

m = Ruta en el individuo.

n = Total de rutas en el individuo.

Las localizaciones para los B_m vehículos, K_p puntos de paradas y el punto destino T son coordenadas geográficas medidas en grados que permiten la identificación de un punto de la superficie terrestre determinado por su latitud y longitud, a partir de éstos, se determina la matriz de distancia d correspondiente a los buses, puntos de paradas y destino entre sí. Una técnica confiable es utilizar coordenadas de latitud-longitud y la formula de la distancia del círculo mayor (trigonometría esférica) definida por (Ballou, 2004):

$$D_{A-B} = 3959 \{ \arccos[\sin(LAT_A) * \sin(LAT_B) + \cos(LAT_A) * \cos(LAT_B) * \cos|LONG_B - LONG_A|] \}$$

Donde:

D_{A-B} = distancia de círculo mayor entre los puntos A y B (en millas).

LAT_A = latitud del punto A (radianes)²

$LONG_A$ = longitud del punto A (radianes)

LAT_B = latitud del punto B (radianes)

$LONG_B$ = longitud del punto B (radianes)

Dado que la distancia resultante D_{A-B} es calculada en millas, se somete a la conversión en kilómetros teniendo en cuenta que cada milla equivale a 1.61 km, esto es $1.61 * (D_{A-B})$.

El siguiente pseudocódigo muestra el procedimiento para la construcción de la matriz de distancia d .

² Los radianes se calculan a partir de los grados dividiéndolos entre 57.3, es decir, $180/\pi$

Pseudocódigo matriz de distancias.

Entrada

x = vector de longitudes de cada punto en grados.

y = vector de latitudes de cada punto en grados.

$C = 57.3$ constante para cambio a radianes.

$F = 3959$ constante fórmula en millas.

$Q = 1.61$ constante de conversión a kilómetros.

Salida

Matriz de distancia d

x_{rad} = vector de coordenadas de longitud convertidas a radianes

y_{rad} = vector de coordenadas de latitud convertidas a radianes

i = vector de puntos geográficos.

j = vector de puntos geográficos.

$d(i, j)$ = matriz cuadrada de distancia inicializada en ceros.

Para fila $i = 2$: total de localizaciones geográficas haga

 desde la columna 1 hasta columna $i - 1$ en la matriz d haga

Si la coordenada (i, j) en la matriz d pertenece a un arco haga

Para columna $j = 1$: columna $i - 1$

 Calcule la distancia en millas.

 Convierta la distancia de millas a kilómetros.

 Ubique la distancia en la posición (i, j) de la matriz de distancia d .

Fin

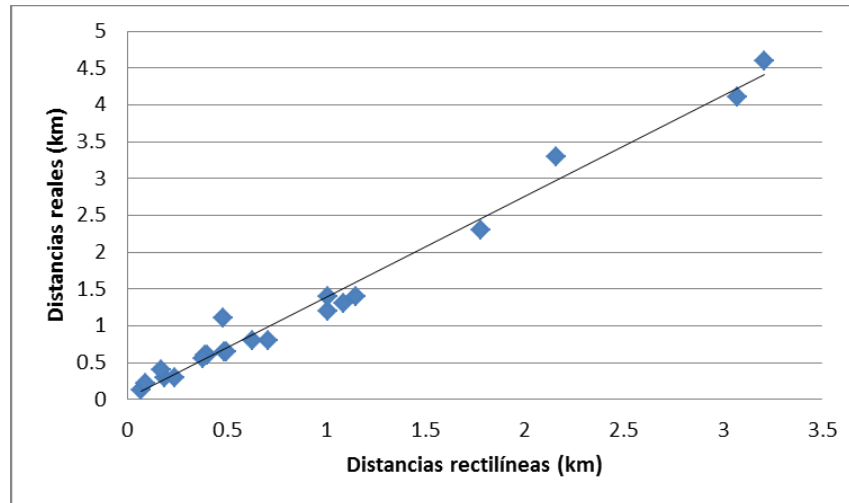
Fin

Fin

Ubicar las distancias en la matriz triangular superior de la matriz d .

Las distancias calculadas son de forma recta sin tener en cuenta el sistema de las calles de la ciudad; por ello estos valores son multiplicados por el factor de circuito del 1.37 el cual fue obtenido aplicando una pendiente que relaciona la distancia medida de manera rectilínea y la distancia real (por carretera), tal como lo muestra la gráfica No. 5 se tomó una muestra de 21 datos para hallar este factor.

Gráfica 5. Distancias reales Vs distancias rectilíneas (Buenaventura-Valle)



Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto una vez construida la matriz de distancias se continúa con el cálculo de la distancia total recorrida por cada uno de los vehículos y así determinar la aptitud del individuo. A continuación se muestra este procedimiento mediante el pseudocódigo aptitud:

Pseudocódigo aptitud.

Entrada

$Población = 1 : K$

K = conjunto de cromosomas (individuos) en la población.

M = conjunto de buses

d =matriz de distancias del total de puntos geográficos

dB = submatriz de distancias de buses a destino y los puntos de parada

dC =submatriz de distancias de punto destino y puntos de parada

Salida

Aptitud del individuo

Para individuo $i = 1 : K$ haga

Para bus $m = 1 : M$ haga

 selección de ruta del bus m de n_1 hasta N puntos de parada a visitar

f = distancia del bus m al punto de parada n_1

g = cantidad de arcos de n_2 hasta N puntos de parada en la ruta del bus m

s = sumatoria de las distancias de los g arcos en la ruta del bus m

 distancia total recorrida del bus $m = f + s$

Fin
Aptitud individuo i = sumatoria de distancia total recorrida M buses.
Fin

7.2.3 Población inicial

La población inicial del AG propuesto para el caso de estudio, consiste en generar una cantidad predeterminada de individuos factibles de manera aleatoria, de tal forma que exista diversidad entre los cromosomas que constituyen la primera generación. Entendiéndose como individuos factibles, aquellas soluciones o individuos que cumplan con todas las restricciones fundamentales del problema, tales como: un punto de parada no ser atendido por un vehículo más de una vez, los puntos de origen en cada ruta no deben coincidir, el punto destino en cada ruta es la institución y no superar la capacidad de los vehículos.

Por tanto, la diversidad constituye un punto de referencia que permite medir la consistencia de las representaciones de los cromosomas; es decir, qué tan buena fue su distribución en el espacio de búsqueda. Esto indica que aquellos individuos que representan la primera generación, se propaguen en todo el espacio de búsqueda y lo representan de la mejor forma posible. Lo cual permite que algoritmo explore de manera efectiva todo el espacio de posibles soluciones y no se quede atrapado prematuramente en un óptimo local.

El siguiente pseudocódigo describe el procedimiento de generación de la población inicial para el caso de estudio. Las tablas 5 y 6 muestran los individuos generados e intensificados que constituyen la población inicial.

Pseudocódigo población inicial.

Entrada

M = Número de buses
 T = Punto de destino (institución educativa)
 N = Número de puntos de parada
 d = Matriz de distancias totales en km
 $Demanda_n$ = demanda del punto de parada n
 $Capacidad_m$ = capacidad del bus m
 K = Conjunto de cromosomas (individuos)

Salida

Población inicial de rutas

Para cromosoma= 1: K haga

 Puntos de parada no atendidos

Mientras puntos de parada no atendidos > 0 haga

 Selección aleatoria de un punto de parada n no atendido

 Demanda del punto de parada n no atendido

Para bus $m = 1: M$ haga

Si carga del bus $m <$ capacidad del bus m haga

Si carga del bus m + demanda del punto de parada n no atendido $\leq$ capacidad del bus m haga

 Atender el punto de parada n con el bus m

 Elimine punto de parada n de los puntos de parada no atendidos

 Terminar búsqueda en buses siguientes

 Terminar búsqueda en buses siguientes

Fin

Fin

Fin

Fin

Fin

Para cromosoma= 1: K haga

Para bus $m = 1: M$ haga

 Intensificar

Fin

Fin

Tabla 5. Población inicial sin intensificar

No. Individuo	Población inicial				Aptitud (Distancia en km)
1	[6,3,9,1]	[8,11,1]	[10,7,2,5,1]	[4,12,1]	19.38
2	[9,6,11,1]	[8,12,5,1]	[3,2,10,1]	[7,4,1]	19.96
3	[3,6,7,1]	[4,9,10,1]	[8,12,5,1]	[11,2,1]	15.30
4	[12,4,9,5,1]	[8,10,1]	[2,6,7,1]	[11,3,1]	13.95
5	[6,10,9,1]	[2,8,5,1]	[12,3,7,1]	[11,4,1]	16.73
6	[10,5,11,1]	[7,2,4,9,1]	[8,3,1]	[12,6,1]	17.82
7	[4,10,5,1]	[12,6,9,7,1]	[3,2,11,1]	[8,1]	15.58
8	[8,6,1]	[9,10,7,5,1]	[12,3,11,1]	[2,4,1]	12.57

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6. Población inicial intensificada

No. Individuo	Población inicial intensificada				Aptitud (Distancia en km)
1	[3,9,6,1]	[8,11,1]	[10,2,7,5,1]	[12,4,1]	14.49
2	[11,9,6,1]	[5,8,12,1]	[10,3,2,1]	[4,7,1]	14.67
3	[3,7,6,1]	[10,9,4,1]	[8,12,5,1]	[11,2,1]	14.40
4	[4,12,9,5,1]	[8,10,1]	[2,7,6,1]	[11,3,1]	13.26
5	[9,10,6,1]	[5,8,2,1]	[12,3,7,1]	[11,4,1]	14.95
6	[11,10,5,1]	[9,7,2,4,1]	[8,3,1]	[12,6,1]	15.25
7	[4,10,5,1]	[6,9,12,7,1]	[11,3,2,1]	[8,1]	14.05
8	[8,6,1]	[5,9,10,7,1]	[11,12,3,1]	[2,4,1]	12.21

Fuente: Elaboración propia

Cada individuo de la población es sometido a un proceso de intensificación, que consiste en la aplicación de una heurística de intercambio denominada dos optimal (2-opt) muy exitosa para obtener mejores soluciones al problema. Este inicia con un conjunto de aristas de la ruta del vehículo $V = \{X_1, X_2, \dots, X_f\}$ y una matriz de adyacencia con costos W que representan las distancias, donde f es la cantidad de nodos de la ruta. Sea $X = \{x_i, x_j\}$ el conjunto de dos aristas en V de la ruta actual las cuales serán borradas y reemplazadas por las aristas $Y = \{y_i, y_q\}$, si hay una mejora. Esto es $V' = (V - X) \cup Y$ es la ruta nueva y mejorada del vehículo. Las dos aristas x_i, x_j en X no pueden ser adyacentes en el grafo de la ruta del vehículo y una vez que el conjunto X ha sido seleccionado, el conjunto Y es determinado. Para las rutas seleccionadas se denotará mejora con δ , así:

$$\delta = w(V) - w(V') = w(x_i) + w(x_j) - w(y_p) + w(y_q) \text{ Ecuación 1}$$

Si δ es negativa o cero, se ha encontrado una solución 2-opt en la ruta del vehículo. Si δ es mayor que cero, se usa la correspondiente solución como la ruta inicial V y entonces se repite todo el proceso. Se continúa sucesivamente la mejora de la ruta hasta que δ sea igual a un número negativo. El siguiente pseudocódigo describe el procedimiento de intensificación usando reemplazamientos de dos aristas en cada ruta de los vehículos en forma sucesiva.

Pseudocódigo de Intensificación

Entrada

N= cantidad de individuos.

B= cantidad de vehículos.

f = cantidad de nodos en la ruta.

Salida

Individuo intensificado.

```
Para n=1 : N
  Para b=1 : B
    Ruta del vehículo b={ $X_1, X_2, \dots, X_f$ }
    A=Conjunto de arcos de la ruta b.
    Landa=0
    Para i=1 : A-2
      Para j= i+2 : f - 1
        Magnitud arista actual  $X_i$ =[ Ruta del vehículo(i) Ruta del vehículo(i+1) ]
        Magnitud arista actual  $X_j$ =[ Ruta del vehículo(j) Ruta del vehículo(j+1) ]
        Magnitud arista de prueba  $Y_p$ =[ Ruta del vehículo(i) Ruta del vehículo(j) ]
        Magnitud arista de prueba  $Y_q$ =[Ruta del vehículo(i+1) Ruta del vehículo(j+1)]
        Si ( $\text{suma}[X_i, X_j] - \text{suma}[Y_p, Y_q] > \text{Landa}$ )
          % Se ha encontrado un mejor par de aristas.
          Landa=  $\text{suma}[X_i, X_j] - \text{suma}[Y_p, Y_q]$ 
          Intercambiar aristas actuales  $X_i$  y  $X_j$  por aristas mejoradas  $Y_p$  y  $Y_q$ 
        Fin
      Landa=0
    Fin
  Remplazar ruta b del individuo n por la ruta intensificada.
Fin
Fin
```

7.2.4 Operadores genéticos

Los operadores genéticos son utilizados para permitir la variación genética como procedimiento necesario para la evolución. Estos son análogos a aquellos que ocurren en la naturaleza, tales como la selección de los individuos más aptos, el cruce o también llamado recombinación que permite la reproducción sexual y la mutación. A continuación, se exponen cada uno de los operadores genéticos implementados para el algoritmo propuesto.

7.2.4.1 Selección natural.

El operador de selección consiste en determinar los individuos más aptos de una población actual para conformar una población intermedia que posteriormente se recombina y se muta en las etapas siguientes del algoritmo. Esto indica determinar qué individuos dejarán descendencias y en qué cantidad en la próxima

generación, pero el operador de selección no genera nuevos puntos en el espacio de búsqueda.

Para el caso de estudio, los costos asociados (Aptitud) a los cromosomas se clasifican de menor a mayor, donde sólo los mejores son seleccionados para continuar, mientras los restantes se descartan. Esto ocurre por medio de una tasa de selección definida previamente para el algoritmo correspondiente al 50% de la población actual (Haupt & Haupt, 2004). La decisión de la tasa de selección es algo arbitrario en los algoritmos genéticos, sin embargo, dejar que solo unos pocos cromosomas sobrevivan limita la disponibilidad de genes en la descendencia. Por otro lado, manteniendo demasiados cromosomas, permite a malos individuos la oportunidad de contribuir con sus características en la nueva generación. La selección natural ocurre en cada una de las generaciones del algoritmo propuesto.

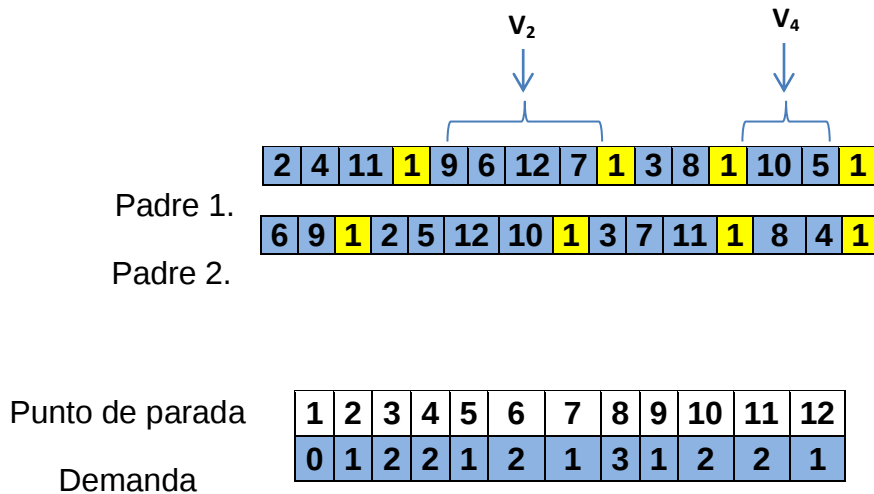
Posteriormente, dos cromosomas (padres) son seleccionados de la población intermedia para producir dos hijos, existiendo una gran variedad de métodos de selección que se aplican de acuerdo a las características de cada problema. Para el caso de estudio, se utilizó el método denominado emparejamiento aleatorio. Este enfoque usa un generador de número aleatorio uniforme para seleccionar los cromosomas que definen tanto al padre como el hijo.

7.2.4.2 Cruce.

El operador de cruce consiste en la creación de uno o más descendientes de los padres seleccionados, con el fin de que éstos transmitan ciertas características genéticas a sus hijos. Para el caso de estudio, se seleccionan dos padres (Padre 1, Padre 2) mediante el procedimiento explicado en la sección anterior, tal como se muestra en la gráfica 6. Una vez, seleccionado los padres, se determinan en ambos individuos, cuales son las rutas que contienen igual cantidad de puntos de parada, es decir, los vectores de ruta tanto en el padre 1 como en el padre 2 que poseen igual longitud. Por ejemplo, para el padre 1 y 2 de la gráfica 6, las rutas que contienen igual cantidad de paradas, corresponden a los vehículos 2 y 4 respectivamente. Por tanto, estos vehículos definen los puntos de cruce o genes los cuales se reflejarán posteriormente en sus descendientes. Los bits seleccionados de los padres se intercambian de tal forma que el padre 1 pasa la ruta de sus vehículos 2 y 4 a la ruta de los vehículos 2 y 4 en el padre 2 y el padre 2 pasa la ruta sus vehículos 2 y 4 a la ruta de los vehículos 2 y 4 en el padre 1; tal como lo muestra la gráfica 7. Nótese que las rutas de los vehículos no han sido cerradas aún por el deposito, puesto que es probable que alguno de los vehículos

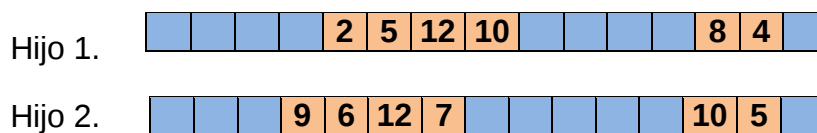
no hayan cumplido con el límite de capacidad lo cual le permite seguir demandado paradas en su ruta; tal como lo muestra el vector de demanda de la ruta del vehículo 4 en el hijo dos. Este procedimiento, garantiza que los hijos 1 y 2 tengan rasgos genéticos de sus padres durante la recombinación. La gráfica 7 muestra el intercambio genético.

Gráfica 6. Selección de padres



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 7. Construcción de hijos



Fuente: Elaboración propia

Para completar los genes faltantes o rutas en el hijo 1, se toman los puntos de parada que aún no han sido visitados por el hijo 1, excluyendo el punto destino representado por la componente 1; al mismo tiempo se aplican restricciones para todo el individuo, el cual no permite que un punto de parada sea visitado más de una vez y los vehículos no superen el límite de su capacidad. Por tanto, los puntos de parada faltantes para completar al hijo 1 son 3, 6, 7, 9, 11 y 12; y para el hijo 2, los puntos de parada corresponden al 2, 3, 4, 8 y 11. Una vez que todos los

puntos de parada sean visitados por todos los vehículos del cromosoma, se cierran las rutas por medio de la ubicación del depósito. La gráfica 8 muestra los descendientes de ambos padres con sus rutas completas.

Gráfica 8. Hijos completos

Hijo	1	6	9	3	1	2	5	12	10	1	7	11	1	8	4	1	completado.
Hijo	2	8	4	1	9	6	12	7	1	11	3	2	1	10	5	1	completado.

Fuente: Elaboración propia

En vista que, el procedimiento de selección de los padres se efectúa de manera aleatoria, puede presentarse la situación de escoger dos padres iguales para cruzarse. Esto se corrige durante el algoritmo, estableciendo la condición, que mientras los padres a cruzar sean los mismos, se descarten y se vuelva hacer la selección aleatoria de padres. La condición anterior, evita en lo posible que la recombinación de padres iguales produzca hijos iguales, es decir la misma solución para éste método de cruce en particular. Por ejemplo, si los dos padres seleccionados en el proceso anterior para cruce fueran ambos igual al padre 1 dado en la gráfica 6; los puntos de cruce corresponden a todas las rutas de los vehículos, es decir el individuo total. Por tanto, al aplicar el procedimiento de cruce, sus hijos serían idénticos como sus padres. Dado el caso, que ambos padres sean diferentes y presenten la misma longitud en sus rutas, los puntos de cruce serían el total del individuo; para ello, el algoritmo establece en los individuos cruzar el 50% de sus rutas, es decir la mitad del cromosoma. El siguiente pseudocódigo muestra el algoritmo para el cruce de los individuos.

Pseudocódigo Operador de Cruce

Entrada

K = conjunto de hijos requeridos para completar la población.

población_cruce = conjunto de individuos sobrevivientes de la generación actual.

M = número de buses

N = número de puntos de parada

$Demanda_n$ = demanda del punto de parada n

$Capacidad_m$ = capacidad del bus m

Salida

Hijos

Para hijo = 1: K haga

Cantidad de puntos de cruce = 0

Mientras cantidad de puntos de cruce = 0 haga

Padre 1=1

Padre 2=1

Mientras Padre 1 = Padre 2 haga

Padre 1 = selección aleatoria (población_cruce)

Padre 2 = selección aleatoria (población_cruce)

Fin

Para $m = 1: M$ haga

Número de puntos de parada visitados por el bus m en el Padre 1

Número de puntos de parada visitados por el bus m en el padre 2

Vector 1 = total de puntos visitados por el bus m en el padre 1

Vector 2= total de puntos visitado por el bus m en el padre 2

Fin

Cantidad de puntos de cruce = número de buses iguales en el vector 1 y 2 que visita igual cantidad de puntos de parada

Fin

Si cantidad de puntos de cruce = M haga

Cantidad de puntos de cruce = $0.5 * M$

Fin

Buses a cruzar = buses m iguales en el vector 1 y 2 que visitan igual cantidad de puntos de parada

Rutas de buses m a cruzar del padre 2 pasan al hijo 1

Rutas de buses m a cruzar del padre 1 pasan al hijo 2

Complemento hijo 1 = puntos de parada faltantes en el hijo 1 del total de puntos de parada.

Complemento hijo 2 = puntos de parada faltantes en el hijo 2 del total de puntos de parada.

Buses de no cruce = vector de buses m a complementar en los hijos 1 y 2

Para hijo = 1: 2 haga

Para $m = 1$: bus de no cruce haga

Si hijo = 1 haga

Complemento = complemento hijo 1

Más si hijo = 2 haga

Complemento = complemento hijo 2

Fin

Para puntos de parada = 1: puntos de parada del vector complemento

Si carga del bus m + demanda de puntos de parada complemento $\leq$ Capacidad del bus m haga

Asignar el punto de parada complemento del bus m del hijo

Eliminar punto de parada asignado del vector complemento

Si hijo = 1 haga

```

    Si carga actual del bus  $m$  = capacidad haga
    | Complemento hijo 1 = puntos de parada no asignadas aún
    | Continuar con bus  $m$  siguiente (break)
    Fin
  Más si hijo = 2 haga
  | Si carga actual del bus  $m$  = capacidad haga
  | | Complemento hijo 2 = puntos de parada no asignadas aún
  | | Continuar con bus  $m$  siguiente (break)
  | Fin
  Fin
Fin
Fin
  Asignar al bus  $m$  llegada al punto destino
Fin

```

7.2.4.3 Mutación.

La mutación es la segunda forma que un algoritmo genético explora una superficie factible, en este caso la superficie de costos. El cual consiste en alterar un porcentaje de los genes de los individuos, es decir, de las rutas en cada cromosoma para mejorar sus características. Cabe señalar, que la selección del porcentaje de mutación es arbitraria, sin embargo, éste porcentaje no debería ser el cien por ciento, puesto que, cambiaría al individuo en su totalidad, de igual manera, el porcentaje de mutación debe ser como mínimo un uno por ciento para que la mutación se lleve a cabo en el individuo, de lo contrario, no se tendría alteración alguno en el cromosoma.

El procedimiento comienza con seleccionar en forma aleatoria un individuo de toda la nueva población, luego, de la cantidad de rutas existentes en el individuo, se seleccionan igualmente en forma aleatoria dos rutas diferentes, recordando que el cromosoma expuesto en las secciones anteriores, la cantidad de rutas están determinadas por el número de vehículos que prestan el servicio escolar en la institución caso de estudio; la gráfica 8 muestra las dos rutas seleccionadas. Seguidamente, en estas rutas, se seleccionan de manera aleatoria dos posiciones (genes) correspondientes a un punto de parada tanto en la ruta del primer vehículo, como en la ruta del segundo vehículo tal como se muestra en la gráfica 10a. Si el primer vehículo puede atender el punto de parada del segundo vehículo y el segundo vehículo puede atender el punto de parada del primer vehículo, además, si la atención de estos puntos de parada por ambos vehículos, cumplen con las restricciones de capacidad de cada uno de los mismos, la mutación se

efectúa; es decir, el punto de parada (gen) del segundo vehículo pasa a la ruta del primer vehículo y el punto de parada del primer vehículo pasa a la ruta del segundo vehículo tal como se ilustra en a gráfica 10b.

Es de notar, que todos los puntos de mutación son seleccionados de manera aleatoria del total de genes de un individuo en la población, esto para evitar restringir demasiado el algoritmo, e impedir que aumente su libertad de buscar fuera de la región actual del espacio factible. Después de que se llevan a cabo el procedimiento de mutación descrito anteriormente, los individuos de la generación son sometidos al proceso de intensificación. Además, no se permiten mutaciones sobre las mejores soluciones, puesto que estas son designadas como soluciones **elite** destinadas por el algoritmo a propagarse sin cambios, tal como lo demuestran los algoritmos genéticos. El siguiente pseudocódigo muestra el procedimiento de mutación descrito anteriormente.

Gráfica 9. Población generación n

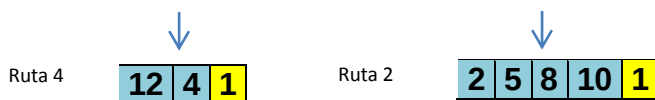
Individuo															
1	11	12	3	1	10	7	4	1	5	8	9	1	6	2	1
2	12	11	6	1	9	3	5	7	1	10	8	1	4	2	1
3	7	6	11	1	2	5	8	10	1	3	9	1	12	4	1
4	2	4	11	1	9	6	12	7	1	3	8	1	10	5	1
5	4	8	1	7	10	11	1	9	3	6	1	12	2	5	1
6	7	12	5	3	1	8	10	1	4	9	11	1	6	2	1
7	8	3	1	4	6	5	1	11	12	7	9	1	10	2	1
8	5	9	7	6	1	11	8	1	4	12	3	1	10	2	1

Individuo seleccionado aleatoriamente

7	6	11	1	2	5	8	10	1	3	9	1	12	4	1
---	---	----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----	---	---

Fuente: Elaboración propia

Gráfica 10. Mutación



a)



b)

Fuente: Elaboración propia

Pseudocódigo de mutación.

Entrada

K = Conjunto de individuos (cromosomas) de la generación g .

% mutación = tasa de mutación

Población = total de individuos en la generación g

M = Número de buses

N = Número de puntos de parada

$Demanda_n$ = Demanda del punto de parada n

$Capacidad_m$ = Capacidad del bus m

Salida

Población mutada

Mutaciones requeridas = número de mutaciones requeridas

Mutaciones realizadas = 0

Excluir individuo elite de K individuos en la generación g .

Selección aleatoria de c individuos de la generación g

Selección aleatoria de h buses diferentes.

Mientras mutaciones realizadas = mutaciones requeridas haga

Para Individuo = 1: c haga

Para $m = 1$: h buses haga

 Ruta del primer bus aleatorio del individuo

 Ruta del segundo bus aleatorio del individuo

 Selección aleatoria de un punto de parada en el primer bus.

 Selección aleatoria de un punto de parada en el segundo bus.

 Intercambiar punto de parada del primer bus a la posición del punto de parada del segundo bus.

 Intercambiar punto de parada del segundo bus a la posición del punto de parada del primer bus.

Si carga del primer bus $\leq$ a su capacidad haga

Si carga del segundo bus $\leq$ a su capacidad haga

 Mutar

 Mutaciones realizadas = mutaciones realizadas + 1

```

        Si mutaciones realizadas= mutaciones requeridas
        |   Parar selección de  $h$  buses.
        Fin
    Fin
Fin
    Fin
    Si mutaciones realizadas = mutaciones requeridas haga
    |   Parar selección de  $c$  individuos.
    Fin
Fin
Fin
Para cromosoma= 1:  $K$  haga
|   Para bus  $m = 1:M$  haga
|   |   Intensificar
|   Fin
Fin

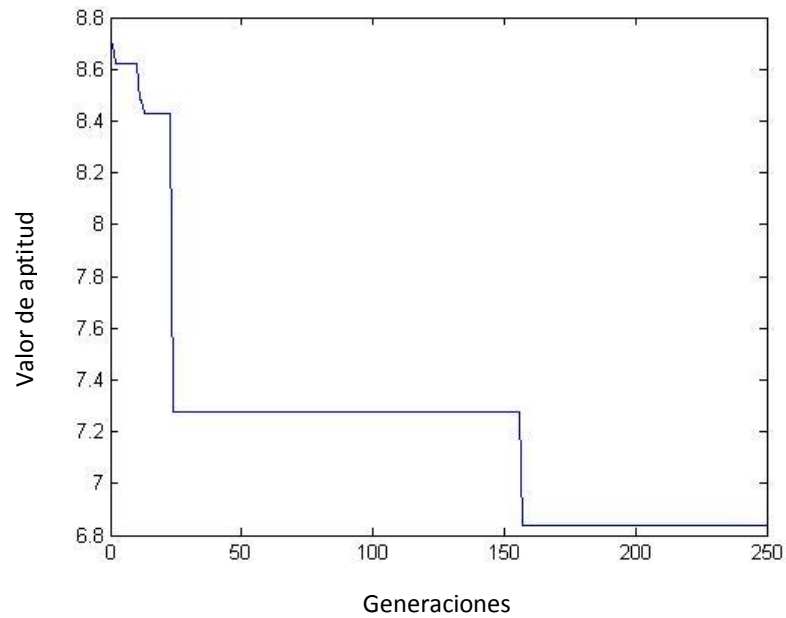
```

7.2.5 Criterio de parada.

Luego de varias iteraciones o generaciones, los individuos y sus aptitudes serían iguales si no se llevaran a cabo los procesos de mutaciones en los cromosomas. Por lo tanto, el algoritmo genético debe terminar su ejecución por medio de algún criterio de parada. Existen muchos criterios de parada entre los cuales se pueden mencionar: el máximo de tiempo de ejecución permitido para el algoritmo ha sido alcanzado, una solución o aptitud de un individuo en particular ha sido alcanzada, la aptitud promedio en la función objetivo presenta un equilibrio en generaciones sucesivas, el máximo número de generaciones ha sido alcanzado, el máximo de recursos computacionales ha sido usado o una combinación de algunos de los anteriores.

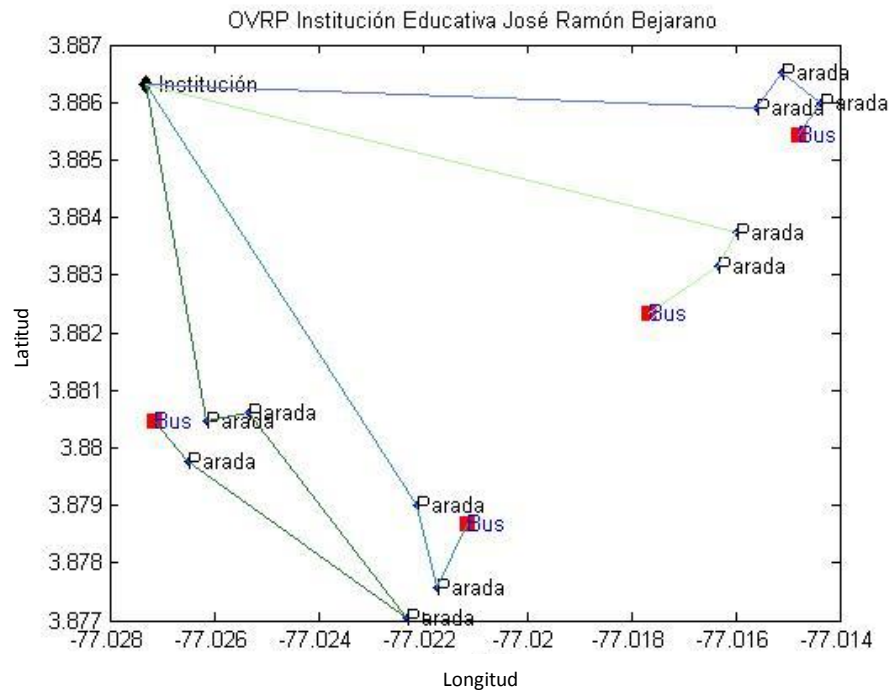
El criterio de parada utilizado para el algoritmo genético propuesto, corresponde al máximo número de generaciones alcanzado, como un dato suministrado durante la puesta en marcha del mismo. De manera que, al culminar la última iteración o número de generaciones, se obtiene el individuo elite correspondiente a las rutas que se deben establecer en la institución caso de estudio que cumplen todos los requerimientos estipulados en el problema. Una prueba de la evolución del algoritmo genético propuesto y el grafo de rutas del individuo elite, con parámetros de 4 vehículos, capacidad homogénea para 5 estudiantes, 12 puntos de parada incluyendo el destino, población de 8 individuos, 250 generaciones y 1% de mutación se muestran en las gráficas 11 y 12.

Gráfica 11. Evolución del algoritmo



Fuente: Tomado del software Matlab y elaborado por la autora

Gráfica 12. Grafo de rutas del individuo elite de la generación No. 250



Fuente: Tomado del software Matlab y elaborado por la autora

Tabla 7. Individuo elite

Individuo elite de la última generación				Aptitud (Distancia en km)
[3,4,2,1]	[6,9,7,5,1]	[8,10,1]	[11,12,1]	8.68

Fuente: Elaboración propia

8. VALIDACIÓN DEL ALGORITMO

Este capítulo comprende las pruebas de validación el cual consiste en el proceso de revisión y verificación del algoritmo propuesto para la programación del transporte escolar en la institución caso de estudio, con el objetivo de constatar que cumple con todas las características mencionadas anteriormente y a su vez, se comprueba la capacidad del algoritmo para dar soluciones al problema en un tiempo razonable.

8.1 Descripción del software y hardware utilizado.

El software utilizado para la construcción y solución del algoritmo genético propuesto, se denomina MATLAB R2012a por sus siglas en inglés (MATrix LABoratory), el cual se escogió por su gran trabajo interactivo para cálculos científicos y de ingeniería, la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario y la comunicación con programas en otros lenguajes, permitiendo la organización de los parámetros de entrada y salida para el problema. Cabe señalar, que aunque el programa posee una caja de herramientas denominada *tool box* para solucionar distintos tipos de algoritmos, incluidos los algoritmos genéticos, se prescindió de esta, para diseñar un propio algoritmo genético que contemple todas las características mencionadas en el capítulo anterior.

El hardware utilizado para dar solución al caso de estudio, corresponde a un ordenador con las siguientes características: procesador Intel® Pentium® CPU B950 a 2.10 GHz, memoria RAM de 4 GB y Sistema Operativo Windows 7 de 32 bits.

8.2 Resultados experimentales.

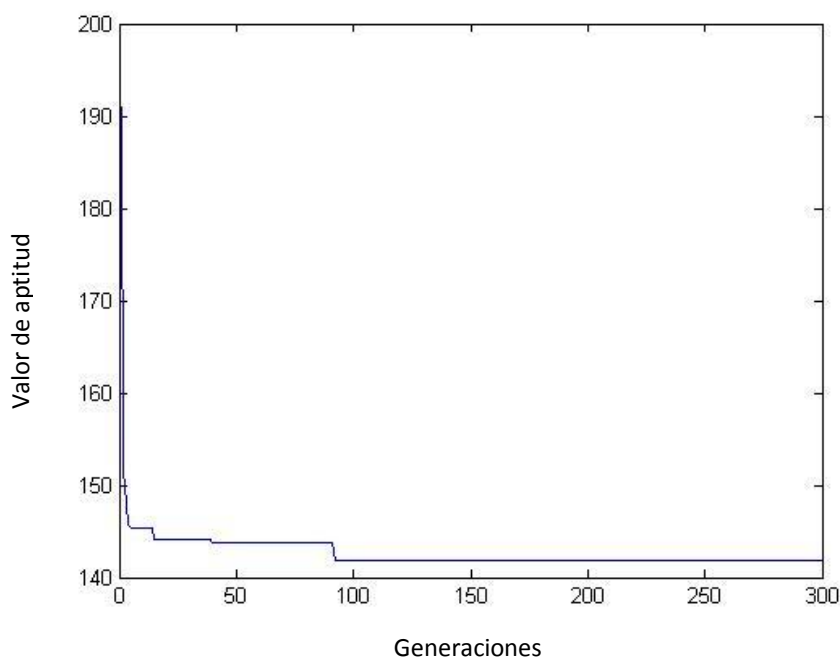
8.2.1 Rendimiento del algoritmo

Luego de programar el algoritmo propuesto se ejecuta para el caso de estudio ingresando los parámetros iniciales tales como: tamaño de la población,

probabilidad de mutación y número de generaciones deseadas. Estos parámetros son establecidos en forma arbitraria por el usuario, para demostrar la evolución y rendimiento del algoritmo genético.

La gráfica 13 evidencia la convergencia del algoritmo generación en generación. Los parámetros utilizados para esta instancia fueron de 8 individuos como tamaño de población inicial, un porcentaje de mutación correspondiente al 1% y 300 generaciones. A demás, se permite que los mejores individuos obtenidos en cada generación no sean mutados porque son considerados elites, los cuales pasarán sin cambios a la próxima generación.

Gráfica 13. Convergencia del algoritmo



Fuente: Tomado del software Matlab y elaborado por la autora

8.2.2 Variación de la población.

Luego de probar en la sección anterior la evolución del AG para la institución educativa caso de estudio, se continúa con los experimentos teniendo en cuenta la distancia de los vehículos al primer punto de parada, variando la población de individuos, de tal forma que los operadores genéticos de cruce y mutación permanezcan de forma constante al igual que el número de generaciones tal como se muestra en la tabla 8. La primera columna muestra la secuencia de pruebas, la

segunda, tercera, cuarta, quinta, sexta y séptima columna muestran el tamaño de población utilizado para cada prueba, el porcentaje de individuos a reproducirse en cada generación, el porcentaje de mutación, el número de generaciones (iteraciones del algoritmo), la distancia total recorrida correspondiente a la aptitud del mejor individuo y el tiempo computacional respectivamente.

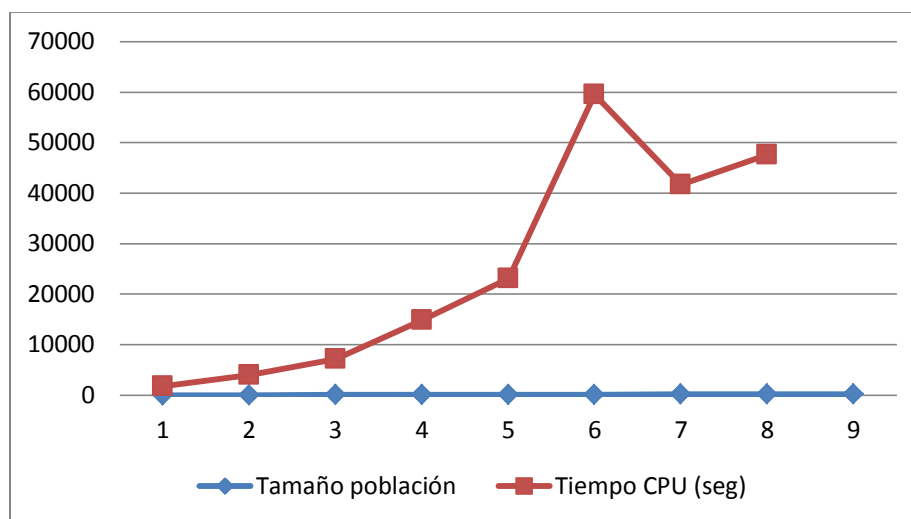
Tabla 8. Variación de la población

No. prueba	Tamaño población	% Cruce	% mutación	No. Generaciones	Distancia total recorrida km (costo)	Tiempo CPU (seg)
1	8	0.5	0.01	50	196.8819	1737.4497
2	16	0.5	0.01	50	193.8940	3967.5376
3	32	0.5	0.01	50	189.0668	7163.4189
4	64	0.5	0.01	50	191.2066	14857.2505
5	96	0.5	0.01	50	190.9041	23087.4665
6	128	0.5	0.01	50	189.4865	59548.7200
7	160	0.5	0.01	50	188.0769	41686.547
8	192	0.5	0.01	50	190.2662	47565.238
				promedio	191.2229	24951.7035
				desviación	2.8720	22004.5894

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos de la experimentación demostraron que al aumentar el número de individuos en la población inicial el recorrido total no garantiza una diferencia notable en los costos, presentándose una variabilidad del 1.5% (coeficiente de variación); sin embargo el objetivo principal del experimento es definir una cantidad de población inicial como punto de partida para pruebas posteriores. Además, la variación de la población demostró un aumento del tiempo computacional en función del tamaño de la población, tal como lo muestra la gráfica No. 14, los tiempos se justifican por considerarse una decisión de tipo estratégico. Debido a esto, en las siguientes pruebas se tomara una población de 32 individuos.

Gráfica 14. Variación de la población



Fuente: Elaboración propia

La aptitud encontrada en el experimento anterior presenta un valor promedio de 191.22 km recorridos por los 12 vehículos. Además se observa que la desviación entre las 8 pruebas es de 2.87, asegurando poca variabilidad; por otro lado, el tiempo promedio computacional es de 24951.70 segundos. Se evidencia que el costo mayor obtenido fue con una población de 8 individuos y el menor costo con 160 individuos. Al comparar la distancia de estas dos poblaciones, ésta mejora en 8.80 km equivalente a una disminución del 5% en el costo de las rutas.

En la tabla 9a) se aprecia la secuencia de las rutas de cada vehículo, la primera columna describe la cantidad de vehículos, la segunda determina la capacidad de cada uno de los vehículos, con una carga homogénea de 40 estudiantes; la tercera, cuarta, quinta y sexta columna muestran las secuencias de rutas, las distancias recorridas, las demandas de estudiantes y la utilización de capacidad de cada vehículo respectivamente. Las distancias recorridas para estos individuos son de 196.88 km y 188.08 km.

La tabla 9b muestra las características de cada ruta, para las rutas 10 y 3 que representan las de mayor distancia con 36 y 37 puntos de parada respectivamente, los conductores de estas dos rutas, deben de iniciar el recorrido 5 minutos antes que los demás vehículos desde las 5:35 a.m.; mientras que los demás vehículos pueden iniciar su tour desde las 5.40 a.m. aproximadamente. Al comparar la sumatoria de los tiempos de las rutas de la población de 8 individuos Vs la sumatoria de los tiempos de las rutas de la población de 160, se verifica en esta ultima una diferencia en el recorrido total de $562,5137 - 544,9038 = 17,6099$ km.

Tabla 9a. Secuencia de rutas población de 8 y 160 individuos

DATOS POBLACIÓN CON 8 INDIVIDUOS					
Vehículo	Capacidad (personas)	Secuencia de ruta	Distancia total recorrida en Km	Demanda del vehículo (No. Estudiantes)	Utilización de capacidad (%)
1	40	16 10 6 20 5 8 19 84 90 3 24 31 25 60 218 390 40 298 33 14 383 349 142 32 11 28 15 30 18 1	18.57	40	100
2	40	47 29 35 57 63 55 52 36 9 70 340 43 65 45 364 62 54 69 42 67 59 4 21 68 58 46 64 39 48 2 50 38 22 66 1	17.66	40	100
3	40	102 7 100 107 101 92 310 147 261 76 196 199 270 167 93 384 378 97 230 89 145 79 73 86 77 13 87 99 95 377 71 82 262 1	16.52	40	100
4	40	109 122 111 141 136 134 317 318 121 128 123 130 112 293 75 133 267 381 345 135 131 126 129 208 127 113 138 110 143 165 125 27 34 115 1	17.39	40	100
5	40	169 163 297 114 176 53 154 172 88 158 152 150 178 353 151 120 157 174 173 170 277 94 159 61 234 197 148 156 146 41 108 160 149 1	16.85	40	100
6	40	245 235 286 116 81 250 237 219 98 185 124 144 231 104 222 119 323 321 162 85 257 37 370 164 248 366 200 269 168 268 302 17 44 1	17.48	40	100
7	40	117 175 177 190 187 188 132 106 336 161 166 103 72 78 191 91 153 189 140 80 292 137 155 183 83 186 171 105 181 184 179 180 74 1	15.70	40	100
8	40	216 258 205 139 203 215 202 210 201 264 194 226 192 228 229 246 204 193 209 223 225 217 271 272 224 265 220 214 206 211 212 227 221 232 207 198 236 1	16.44	40	100
9	40	255 252 56 240 26 195 276 275 304 274 256 266 280 239 260 182 283 118 259 278 254 244 249 23 251 233 238 281 282 253 241 284 242 247 243 263 273 1	16.60	40	100
10	40	303 329 306 311 305 291 288 307 309 326 325 322 327 319 324 328 320 285 316 315 96 301 308 312 279 313 287 299 314 300 296 289 295 290 294 1	19.05	40	100
11	40	350 356 347 352 348 351 333 346 380 334 362 361 363 342 365 343 338 335 341 358 339 344 357 359 360 330 355 331 354 332 12 51 1	11.97	40	100
12	40	394 367 337 372 373 369 371 368 388 393 389 392 391 387 379 382 385 386 49 213 376 375 374 1	12.66	34	85
	480	Aptitud total individuo	196.88	474.00	98.75
DATOS POBLACIÓN CON 160 INDIVIDUOS					
Vehículo	Capacidad (personas)	Secuencia de ruta	Distancia total recorrida (en Km)	Demanda del vehículo (No. Estudiantes)	Utilización de capacidad (%)
1	40	16 10 29 6 5 8 9 19 17 3 24 31 354 315 21 209 12 314 13 11 28 27 2 22 15 23 238 30 1	12.52	40	100
2	40	47 35 57 55 52 7 44 41 42 60 56 26 62 120 43 40 33 37 45 54 59 58 46 32 51 39 53 48 34 38 50 251 18 1	17.27	40	100
3	40	78 72 63 36 70 91 92 67 69 76 94 93 85 65 75 14 96 97 80 68 90 84 88 79 73 83 86 77 87 71 82 81 282 74 66 95 1	18.71	40	100
4	40	103 101 149 102 153 146 61 187 151 291 394 389 334 333 49 104 117 141 148 150 4 158 152 144 145 154 99 105 64 110 165 1	14.39	40	100
5	40	115 116 114 125 98 138 113 118 127 137 124 126 131 119 132 133 112 130 123 128 106 121 139 135 134 136 129 111 108 122 109 107 100 1	16.17	40	100
6	40	169 180 163 179 184 181 176 143 171 186 183 185 155 142 172 140 147 156 168 182 175 178 177 162 157 174 173 167 164 170 161 166 358 159 191 1	18.92	40	100
7	40	197 194 201 222 210 190 202 216 205 218 195 188 203 215 199 200 25 189 192 204 193 213 208 223 217 219 198 207 221 220 214 206 211 212 1	15.06	40	100
8	40	258 257 256 248 240 252 255 234 239 260 230 231 261 226 228 229 246 259 254 244 225 249 245 224 237 233 243 250 241 253 227 242 232 247 235 236 1	16.97	40	100
9	40	277 270 276 288 298 275 293 267 274 266 269 280 285 264 268 89 283 292 287 299 278 271 296 289 295 297 290 294 265 281 286 284 262 263 272 273 1	15.84	40	100
10	40	20 196 306 311 305 336 338 337 304 307 309 326 325 322 327 319 332 331 328 324 323 321 330 318 320 317 316 329 302 310 308 301 312 279 313 300 1	16.23	40	100
11	40	345 346 351 349 348 352 347 356 350 353 355 360 359 368 357 364 363 361 362 367 342 365 343 335 340 369 341 339 366 344 303 160 1	12.22	40	100
12	40	390 370 372 373 371 388 393 392 391 384 380 387 383 379 381 378 382 385 386 377 376 375 374 1	13.78	34	85
	480	Aptitud total individuo	188.08	474.00	98.75

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9b. Características de rutas población de 8 y 160 individuos

POBLACIÓN CON 8 INDIVIDUOS							
Ruta	Distancia total recorrida (en Km)	Velocidad promedio km/hr	tiempo recorrido (hr)	No. de paradas	Tiempo promedio en cada parada (hr)	Tiempo total ruta (hr)	Tiempo total ruta (min)
1	18.57	30	0.62	30	0.2083	0.827	49.6485
2	17.66	30	0.59	35	0.2431	0.832	49.8937
3	16.52	30	0.55	34	0.2361	0.787	47.2020
4	17.39	30	0.58	35	0.2431	0.823	49.3535
5	16.85	30	0.56	34	0.2361	0.798	47.8641
6	17.48	30	0.58	34	0.2361	0.819	49.1204
7	15.70	30	0.52	34	0.2361	0.760	45.5742
8	16.44	30	0.55	38	0.2639	0.812	48.7118
9	16.60	30	0.55	38	0.2639	0.817	49.0272
10	19.05	30	0.64	36	0.2500	0.885	53.1100
11	11.97	30	0.40	33	0.2292	0.628	37.6862
12	12.66	30	0.42	24	0.1667	0.589	35.3223
Total	196.88		6.56	405	2.8125	9.375	562.5137
POBLACIÓN CON 160 INDIVIDUOS							
Ruta	Distancia total recorrida (en Km)	Velocidad promedio km/hr	tiempo recorrido (hr)	No. de paradas	Tiempo promedio en cada parada (hr)	Tiempo total ruta (hr)	Tiempo total ruta (min)
1	12.52	30	0.42	29	0.2014	0.619	37.1140
2	17.27	30	0.58	34	0.2361	0.812	48.7126
3	18.71	30	0.62	37	0.2569	0.881	52.8378
4	14.39	30	0.48	32	0.2222	0.702	42.1069
5	16.17	30	0.54	34	0.2361	0.775	46.5022
6	18.92	30	0.63	36	0.2500	0.881	52.8489
7	15.06	30	0.50	35	0.2431	0.745	44.7129
8	16.97	30	0.57	37	0.2569	0.823	49.3515
9	15.84	30	0.53	37	0.2569	0.785	47.0888
10	16.23	30	0.54	37	0.2569	0.798	47.8799
11	12.22	30	0.41	33	0.2292	0.636	38.1812
12	13.78	30	0.46	24	0.1667	0.626	37.5670
Total	188.08		6.27	405	2.8125	9.082	544.9038

Fuente: Elaboración propia

8.2.3 Variación de probabilidad de mutación.

Teniendo en cuenta el experimento anterior, se decide tomar un tamaño de población inicial de 32 individuos, manteniendo constante los parámetros de cruce y número de generaciones tal como lo muestran las columnas 3 y 5 de la tabla 10; con el fin de determinar un porcentaje de mutaciones razonables que permita la mejora de los costos de recorrido de las rutas de los vehículos, puesto que el número de mutaciones para cada individuo es definido por (Haupt & Haupt, 2004):

$$\text{mutaciones} = \mu * (N - 1) * B \quad \text{Ecuación 2.}$$

Donde:

μ = probabilidad de mutación

N = tamaño de la población

B = cantidad de bits del cromosoma

Los resultados evidencian que el aumento del porcentaje de mutaciones no necesariamente mejora el costo y a la vez aumenta considerablemente el tiempo computacional, tal como lo muestran las columnas 6 y 7. El mejor resultado obtenido se identifica en la prueba No. 1 con parámetros definidos para el algoritmo iguales a tamaño de población 32, 50% de cruce, 0.01% de mutación y 50 generaciones para un total de recorrido igual al 189.0668km.

Tabla 10. Variando porcentaje de mutación

No prueba	Tamaño población	% Cruce	% mutación	No. Generaciones	Distancia total recorrida km (costo)	Tiempo CPU (seg)
1	32	0.5	0.01	50	189.0668	7163.4189
2	32	0.5	0.02	50	191.8753	7471.5680
3	32	0.5	0.03	50	193.0607	7233.8188
4	32	0.5	0.04	50	195.3970	7900.8424
5	32	0.5	0.05	50	198.6101	8156.5900
6	32	0.5	0.06	50	198.1506	7649.1610
7	32	0.5	0.07	50	194.4511	9104.6878
8	32	0.5	0.08	50	194.6804	7819.3031
9	32	0.5	0.09	50	202.8814	8994.6790
10	32	0.5	0.1	50	198.5310	9074.4965

Fuente: Elaboración propia

La tabla 11 muestra que corriendo el algoritmo con una mutación del 0.09%, arroja un individuo no favorable para la programación de rutas ya que al comparar el tiempo total de recorrido de las 12 rutas con la mutación del 0.01%, genera una diferencia de 21,7957 minutos. Sin embargo al comparar las rutas más largas entre estas dos mutaciones disminuye en un 3.1%.

Tabla 11. Caracterización de rutas con mutación 0.01 y 0.09

% mutación 0.09							
Ruta	Distancia total recorrida (en Km)	Velocidad promedio km/hr	tiempo recorrido (hr)	No. de paradas	Tiempo promedio en cada parada (hr)	Tiempo total ruta (hr)	Tiempo total ruta (min)
1	17.59	30	0.59	30	0.2083	0.795	47.6719
2	16.06	30	0.54	32	0.2222	0.758	45.4574
3	17.48	30	0.58	35	0.2431	0.826	49.5438
4	16.64	30	0.55	34	0.2361	0.791	47.4470
5	17.41	30	0.58	33	0.2292	0.809	48.5656
6	19.76	30	0.66	34	0.2361	0.895	53.6785
7	15.07	30	0.50	37	0.2569	0.759	45.5501
8	18.55	30	0.62	38	0.2639	0.882	52.9234
9	17.70	30	0.59	37	0.2569	0.847	50.8158
10	19.66	30	0.66	38	0.2639	0.919	55.1580
11	13.88	30	0.46	33	0.2292	0.692	41.5014
12	13.10	30	0.44	24	0.1667	0.603	36.1998
Total	202.88		6.76	405	2.8125	9.575	574.5127
% mutación 0.01							
Ruta	Distancia total recorrida (en Km)	Velocidad promedio km/hr	tiempo recorrido (hr)	No. de paradas	Tiempo promedio en cada parada (hr)	Tiempo total ruta (hr)	Tiempo total ruta (min)
1	14.27	30	0.48	29	0.2014	0.677	40.6323
2	16.65	30	0.56	33	0.2292	0.784	47.0526
3	19.04	30	0.63	38	0.2639	0.898	53.9084
4	17.14	30	0.57	31	0.2639	0.835	50.1126
5	15.03	30	0.50	34	0.2153	0.716	42.9726
6	18.10	30	0.60	33	0.2361	0.839	50.3578
7	14.65	30	0.49	37	0.2292	0.718	43.0569
8	15.55	30	0.52	39	0.2569	0.775	46.5179
9	16.97	30	0.57	37	0.2708	0.837	50.1905
10	16.25	30	0.54	38	0.2569	0.799	47.9194
11	12.96	30	0.43	32	0.2639	0.696	41.7494
12	12.46	30	0.42	24	0.2222	0.637	38.2466
Total	189.07		6.30	405	2.9097	9.212	552.7170

Fuente: Elaboración propia

8.2.4 Variación de generaciones.

Considerando como principio fundamental de los algoritmos genéticos la evolución generación tras generación de los individuos a medida que se van efectuando los procesos de reproducción determinados por los operadores genéticos; los cuales se demostraron en experimentos anteriores, se debe establecer un criterio de finalización del algoritmo para obtener una buena solución al problema abordado. Para el siguiente experimento se abordara la variación del número de generaciones como criterio de parada tal como se definió en el capítulo 7.

Las siguientes pruebas se realizan con el propósito de evidenciar la utilidad del AG propuesto para la solución de la programación de rutas escolares en la institución educativa caso de estudio, teniendo en cuenta las restricciones planteadas durante el diseño del mismo. La columna 5 de la tabla No. 12 muestra la variación del número de generaciones mientras se mantienen constantes los parámetros de: tamaño de la población, porcentaje de cruce y mutación. Los datos demuestran que la distancia total recorrida en función del número de generaciones puede en algún punto determinado encontrar mejores soluciones al problema tal como se muestra en la iteración No. 10.

Tabla 12. Variando número de generaciones

No. prueba	Tamaño población	% Cruce	% mutación	No. Generaciones	Distancia total recorrida km (costo)	Tiempo CPU (seg)
1	32	0.5	0.01	50	189.0668	7163.4189
2	32	0.5	0.01	100	189.7084	16229.9200
3	32	0.5	0.01	150	191.2516	20813.2154
4	32	0.5	0.01	200	189.3431	28828.4242
5	32	0.5	0.01	250	192.4040	37282.7784
6	32	0.5	0.01	300	188.3443	44979.1273
7	32	0.5	0.01	350	190.9984	58615.4837
8	32	0.5	0.01	400	189.2396	56396.2954
9	32	0.5	0.01	450	188.8708	75744.6343
10	32	0.5	0.01	500	187.2851	80685.1346

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 13 se observa que la ruta 3 es la más larga, que recorre una distancia de 18.33 km con 38 puntos de parada y la más corta que corresponde a la ruta 12 con una distancia de 13.95 km con 24 puntos de parada. La ruta 12 recorre de

4.38 km menos que la ruta 3, esto se debe a que lleva menos cantidad de estudiantes.

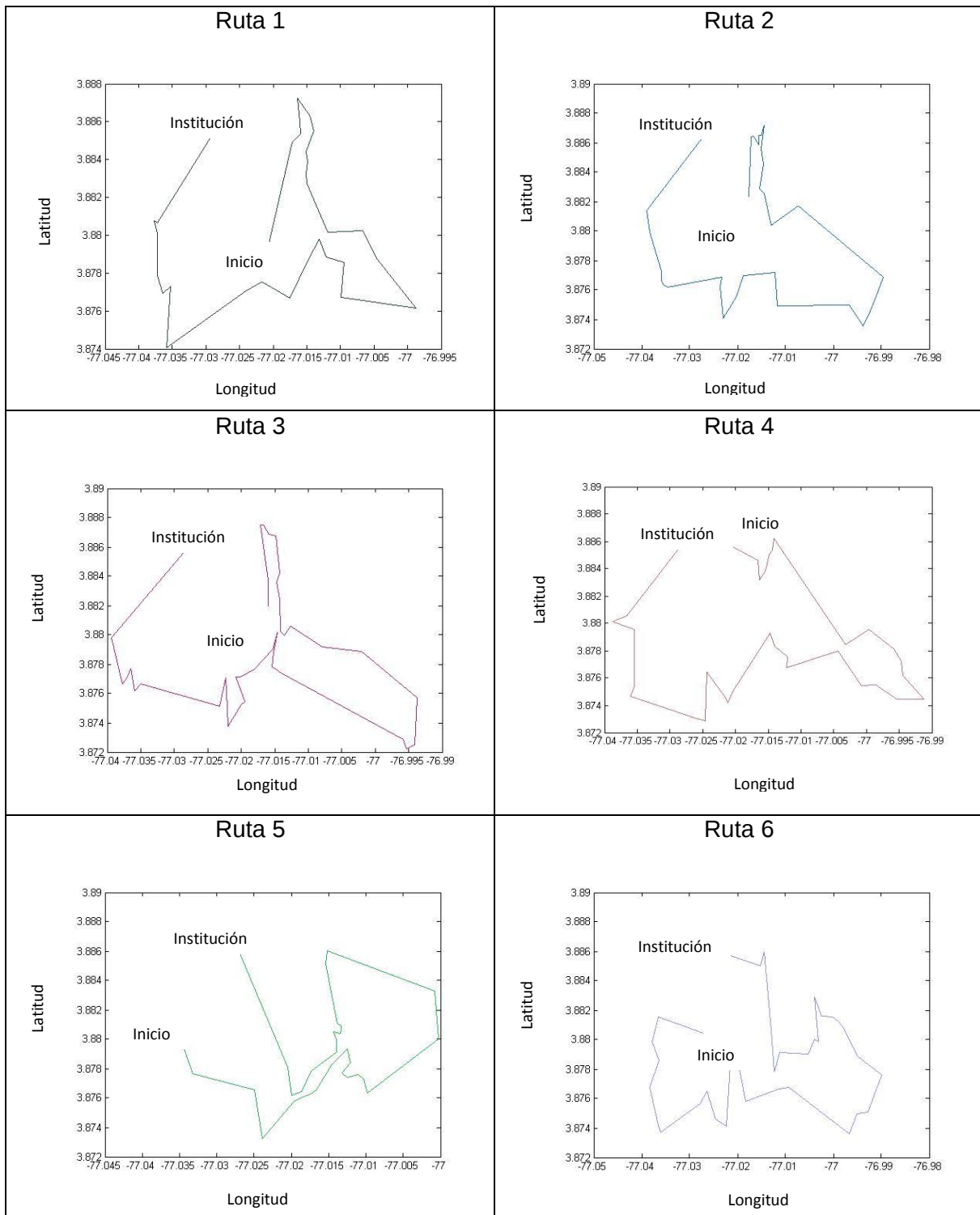
Tabla 13. Caracterización de rutas

Ruta	Distancia total recorrida (en Km)	Velocidad promedio km/hr	tiempo recorrido (hr)	No. de paradas	Tiempo promedio en cada parada (hr)	Tiempo total ruta (hr)	Tiempo total ruta (min)
1	14.19	30	0.47	29	0.2014	0.675	40.4719
2	15.55	30	0.52	34	0.2361	0.755	45.2708
3	18.33	30	0.61	38	0.2639	0.875	52.4925
4	17.17	30	0.57	34	0.2361	0.809	48.5141
5	15.27	30	0.51	34	0.2361	0.745	44.7163
6	18.75	30	0.62	33	0.2292	0.854	51.2403
7	14.41	30	0.48	36	0.2500	0.730	43.8182
8	13.72	30	0.46	36	0.2500	0.707	42.4454
9	16.68	30	0.56	37	0.2569	0.813	48.7716
10	16.79	30	0.56	38	0.2639	0.824	49.4213
11	12.46	30	0.42	31	0.2153	0.631	37.8399
12	13.95	30	0.47	25	0.1736	0.639	38.3177
Total	187.29		6.24	405	2.8125	9.055	543.3201

Fuente: Elaboración propia

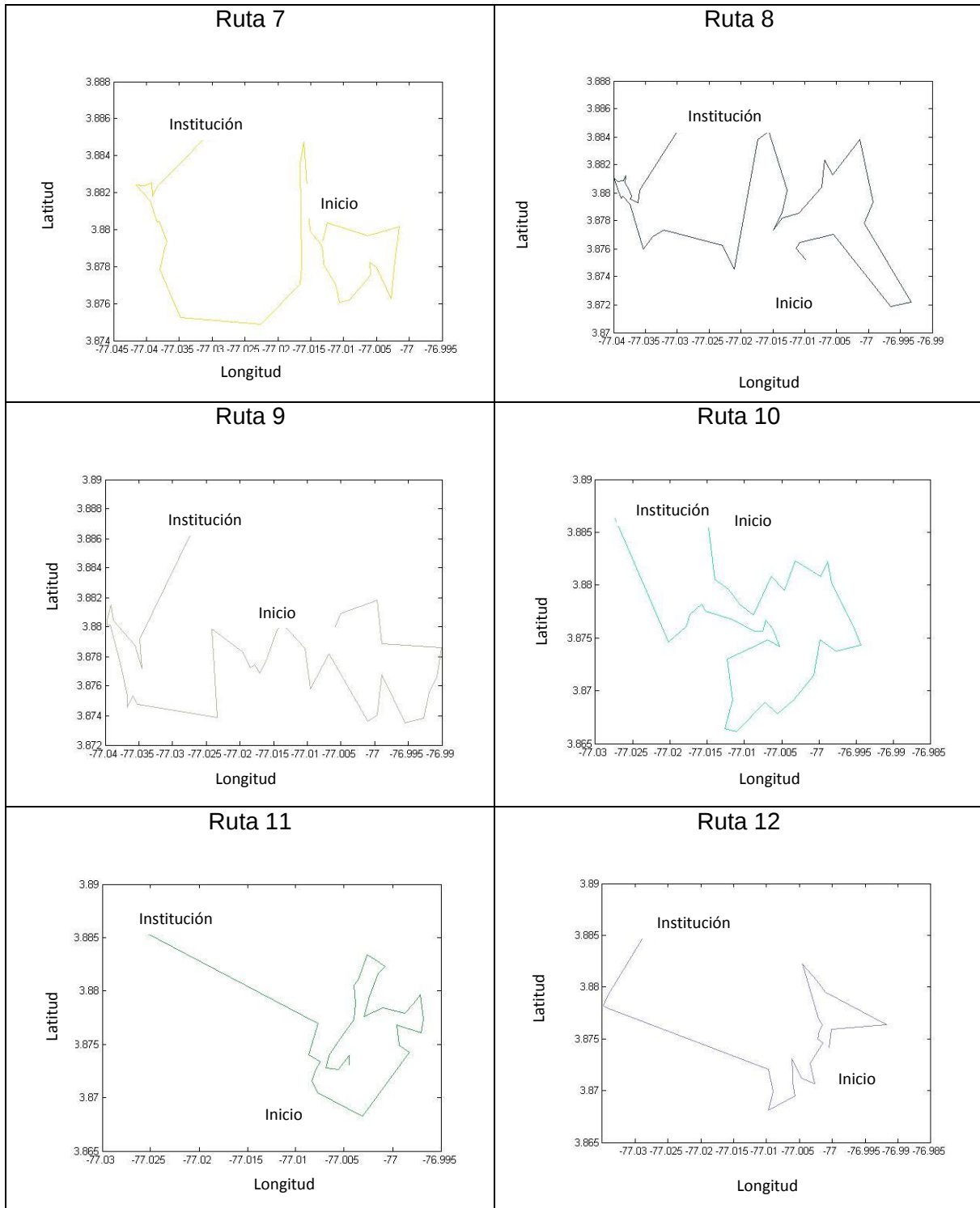
Las gráficas 15 y 16 se muestran gráficamente las rutas, en las cuales no se encuentran cruces consigo mismas, indicando la eficiencia en su construcción.

Gráfica 15. Rutas desde la 1 a la 6



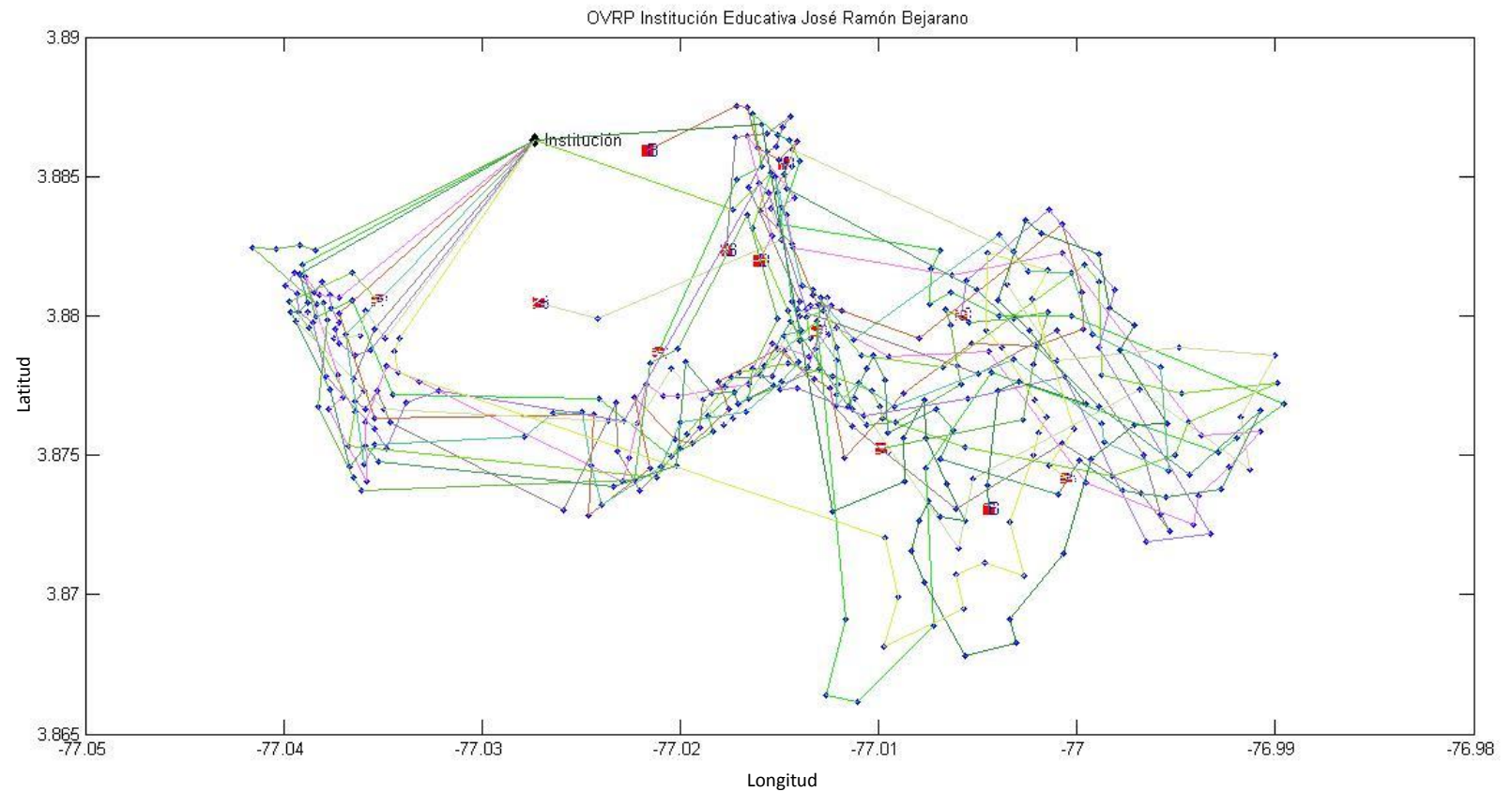
Fuente: Tomado del software Matlab y elaborado por la autora

Gráfica 16. Rutas desde la 7 a la 12



Fuente: Tomado del software Matlab y elaborado por la autora

Gráfica 17. Rutas de la solución final



Fuente: Tomado del software Matlab y elaborado por la autora

8.2.5 Experimento excluyendo la distancia de los vehículos

En los experimentos anteriores se tuvieron en cuenta la distancia de los buses al primer punto de parada, dado que se asumió la ubicación de estos en algunos puntos geográficos determinados por el prestador del servicio de transporte escolar para la institución.

En este experimento la distancia del vehículo al primer punto de parada se considera despreciable, se realizaron corridas teniendo en cuenta una población de 32 individuos y 300 generaciones. La tabla No. 14 muestra que la distancia total recorrida sin tener en cuenta la ubicación de los vehículos es 9.32 km menos que la distancia teniendo en cuenta los vehículos, lo cual comprueba que éste experimento ofrece una mejor solución. Representa solo un 5.21% mejor que con los primeros experimentos, tomando un tiempo computacional de 39832,037 segundos.

Tabla 14. Prueba 1 excluyendo distancia de los vehículos

prueba	Tamaño población	% Cruce	% mutación	No. Generaciones	Distancia total recorrida km (costo)	Tiempo CPU (seg)
Experimento con distancia vehículos	32	0.5	0.01	300	188.3443	44979.1273
Experimento sin distancia de vehículos	32	0.5	0.01	300	179.0189	39832.037
mejora					9.3255	5147.0908

Fuente: Elaboración propia

Una vez evaluando la ruta más larga del experimento teniendo en cuenta los buses, se puede evidenciar que la distancia recorrida que hace el bus al primer punto de parada es de 1.49 km representados en 3:40 minutos; lo cual hace que el estudiante tenga que levantarse más temprano para que el vehículo pueda llegar a la institución a tiempo; este valor se detalla en la tabla No. 15.

Tabla 15. Distancia ruta más larga experimento sin tener en cuenta los buses

Bus	Distancia recorrida del bus al primer punto de parada (en Km)	Velocidad promedio km/hr	tiempo recorrido (hr)	No. de paradas	Tiempo promedio en cada parada (hr)	Tiempo total ruta (hr)	Tiempo total ruta (min)
6	1.49	30	0.05	1	0.0069	0.057	3.4035

Fuente: Elaboración propia

Es de anotar que tanto este experimento como los anteriores, las soluciones de la población inicial se hacen de manera aleatoria. Por tanto para el siguiente experimento se asume que la población inicial inicie con el punto de parada más lejano excluyendo los vehículos. En la tabla No. 16 se puede ver que hay una mejora en la distancia total recorrida equivalente a una disminución del 4.04% en el costo de las rutas.

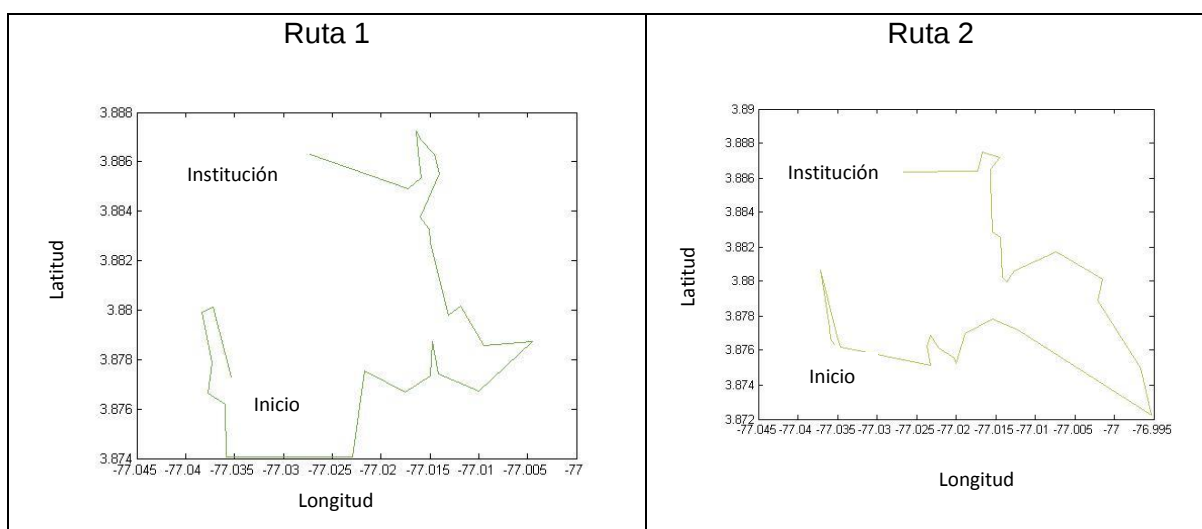
Tabla 16. Prueba 2 excluyendo distancia de los vehículos

prueba	Tamaño población	% Cruce	% mutación	No. Generaciones	Distancia total recorrida km (costo)	Tiempo CPU (seg)
Experimento con distancia vehículos	32	0.5	0.01	300	188.3443	44979.1273
Experimento sin distancia de vehículos	32	0.5	0.01	300	181.0382	39997.299
				mejora	7.3061	4981.8281

Fuente: Elaboración propia

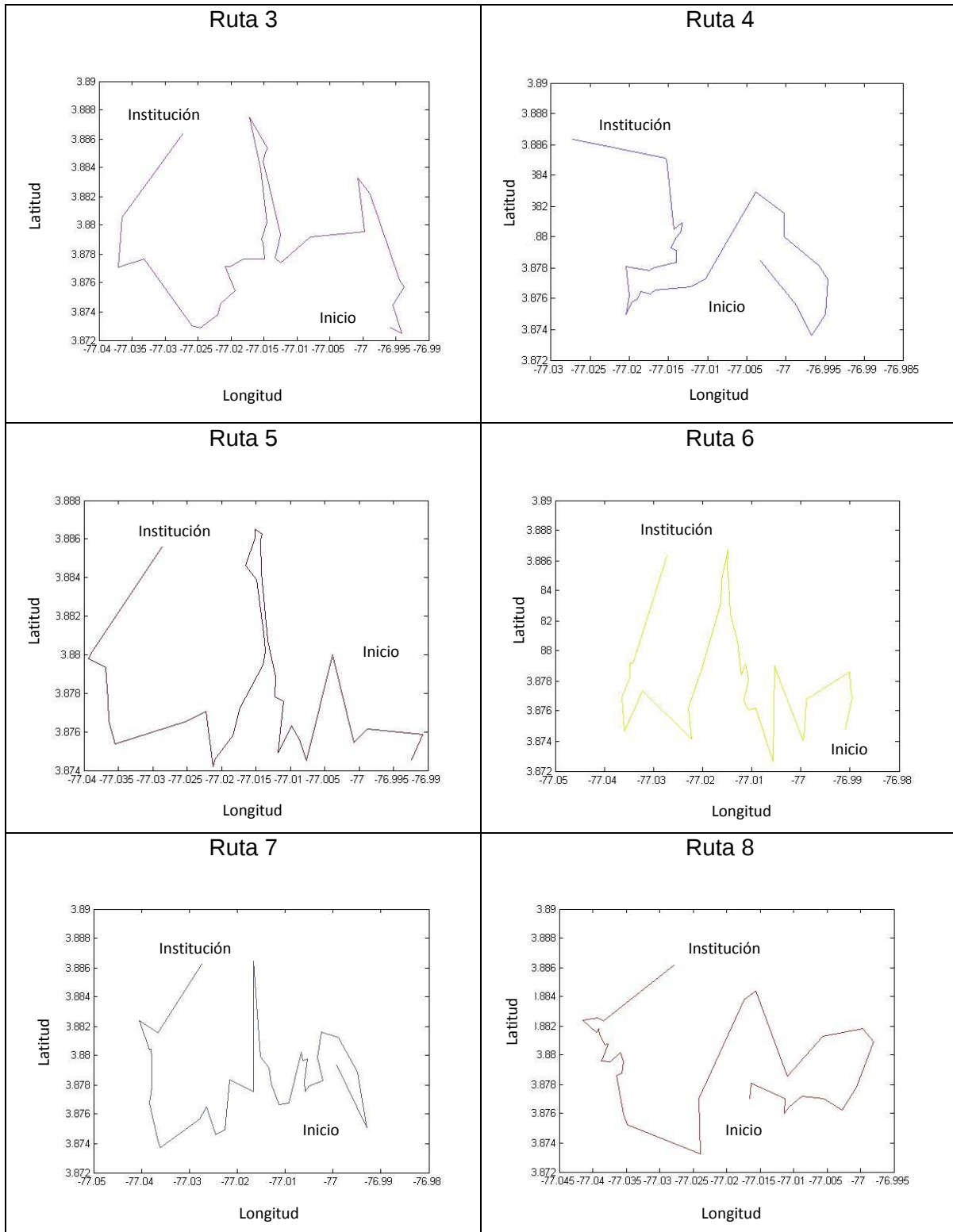
Las gráficas de 18 a la 20 muestran gráficamente las rutas creadas por el experimento de menor costo. Al comparar las gráficas 15 y 16 con las gráfica 18, 19, 20 se pueden evidenciar que la ruta que presento cambios muy leves fue la No. 12, las demás se modificaron significativamente debido a que no se tiene en cuenta la distancia del vehículo al primer punto de parada. Al igual que en el primer experimento las rutas no presentan cruces al interior de las mismas mostrando la eficiencia del algoritmo bajo estos parámetros.

Gráfica 18. Rutas 1 y 2



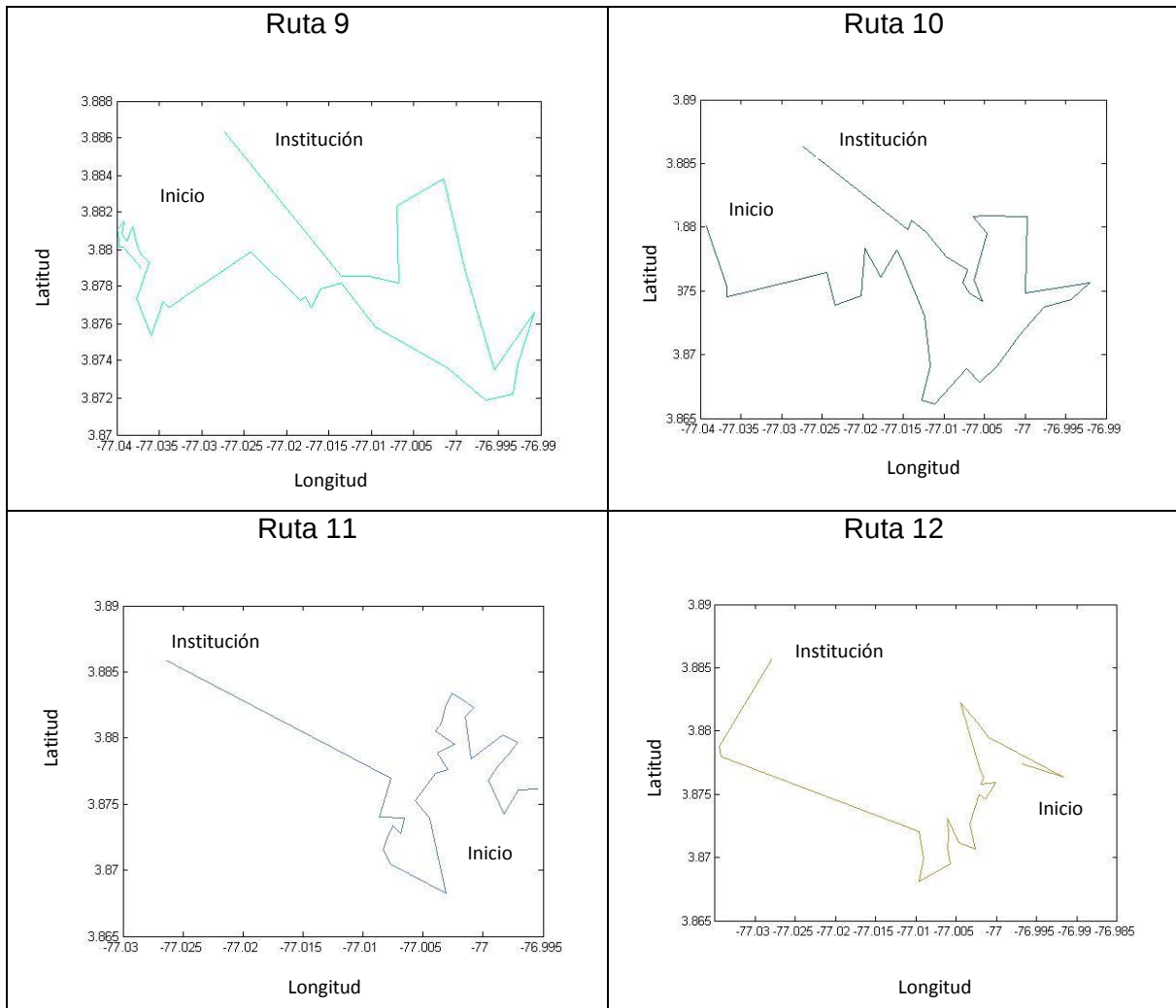
Fuente: Resultado del software Matlab y elaborado por la autora

Gráfica 19. Rutas desde la 3 a la 8



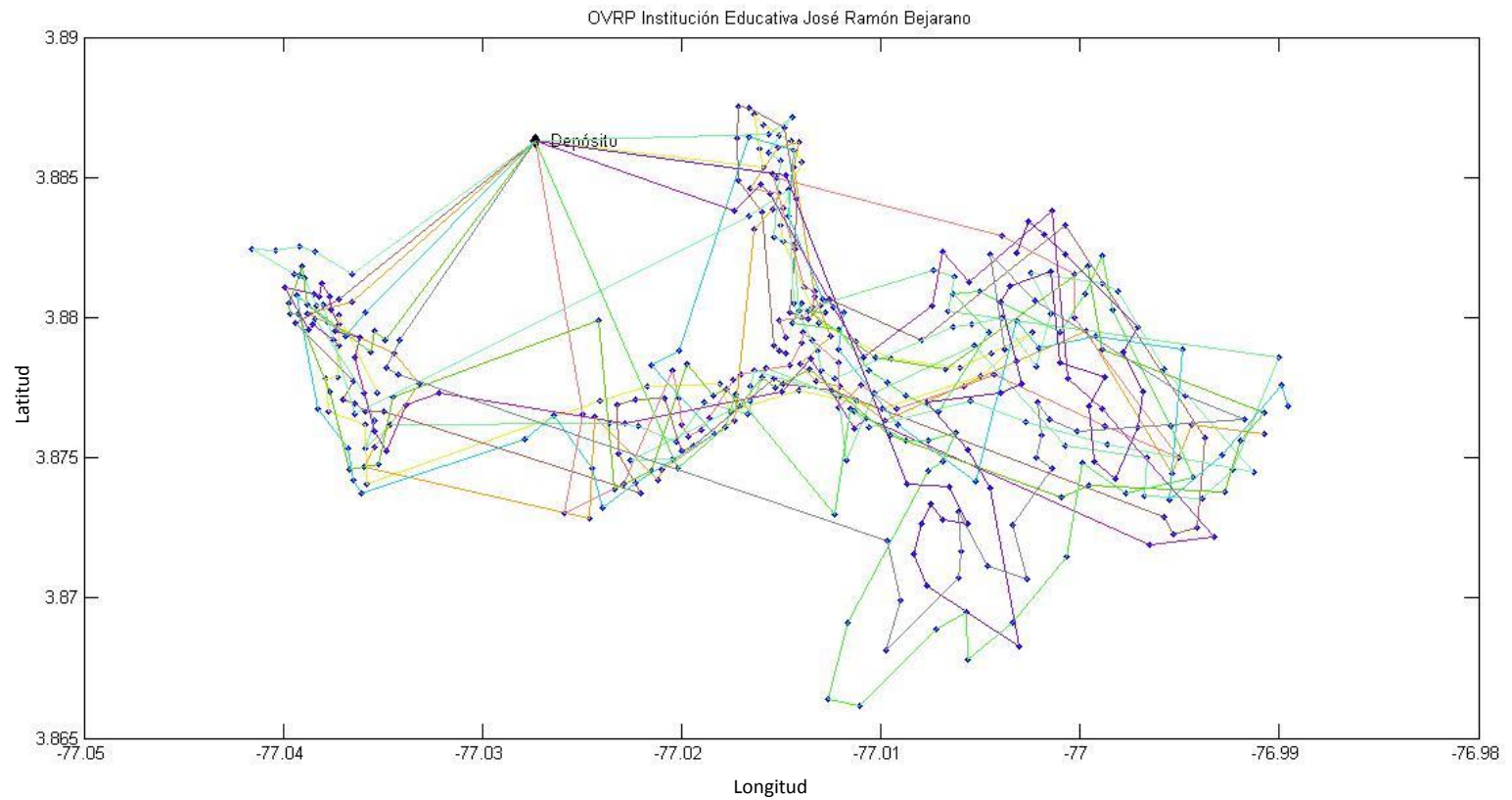
Fuente: Resultado del software Matlab y elaborado por la autora

Gráfica 20. Rutas desde la 9 a la 12



Fuente: Resultado del software Matlab y elaborado por la autora

Gráfica 21. Rutas de la solución final



Fuente: Resultado del software Matlab y elaborado por la autora

En la tabla 17 se comparan las soluciones al problema con los diferentes experimentos, se puede ver que en la prueba en donde se excluye la distancia del bus al primer punto de parada, este representa el menor tiempo de rutas y una mejora en la aptitud frente al primer experimento es significativa con un 5.21% y con respecto al tercero la mejora fue de 1.12%; con respecto al tiempo del estudiante en la ruta; éste presenta en promedio un aumento de 3.65 minutos. Aun así al realizar varias corridas bajo estos parámetros sigue generando buenos individuos para resolver el problema caso de estudio. Finalmente el mejor tiempo computacional para general una solución final, fue el empleado por este experimento tal como se muestra en la tabla No. 14.

Tabla 17. Comparación de resultados de los escenarios

Resultados	Teniendo en cuenta distancia del vehículo	Teniendo en cuenta distancia del vehículo prueba 1	Teniendo en cuenta distancia del vehículo prueba 2
Tiempo de rutas (min)	545.44	526.79	530.83
Distancias	188.34	179.02	181.04
Tiempo estudiante en ruta (min)	50.90	54.28	50.35

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta lo anterior para la implementación de este proyecto se selecciona la mejor solución final que corresponde al algoritmo sin tener en cuenta la ubicación geográfica de los vehículos. Para la solución se considera manejar una población de 32 individuos, porcentaje de mutación de 0.01% y 300 generaciones, cabe anotar que a medida que aumente las generaciones los individuos pueden mejorar, independientemente del tiempo computacional que se genere ya que la programación de rutas se realizará una vez al año.

9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.1 CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta la revisión de la literatura, se encuentra que el problema de ruteo de vehículos tiene una gran diversidad de restricciones que lo acercan a la realidad, sin embargo la solución a este tipo de problemas combinatorios se dificulta a medida que aumenta la cantidad de clientes, la realidad delimita tratar estos problemas por métodos exactos o en el peor de los casos de forma manual, por ello se generan métodos como es el caso de las heurísticas y metaheurísticas que permiten dar soluciones contemplando la realidad. Para el caso de estudio se realiza la programación de rutas escolares mediante AG el cual es estructurado teniendo en cuenta la disminución en la distancia total recorrida y satisfaciendo todas las restricciones relevantes para el caso de estudio.

La planeación de las rutas generadas con el AG propuesto tienen en cuenta el beneficio de los estudiantes que tomarán el servicio escolar en la institución, puesto que la cantidad de estudiantes a demandar el servicio de transporte comprende aquellos que su diferencial de distancia entre la institución y su ubicación geográfica respecto a la dirección domiciliaria es un factor determinante para la prestación del servicio.

Como etapa de inicialización se tomaron en cuenta estudiantes cuya ubicación geográfica fuera dentro de la zona urbana de la ciudad, ya que la institución presenta pocas vías de acceso y así evitar que las rutas prolonguen su recorrido. Uno de los aprendizajes importantes obtenidos es que la ciudad de Buenaventura presenta barreras geográficas; por ello para el cálculo de las distancias se recopilieron varios datos para hallar el respectivo factor de circuito de la ciudad, arrojando un factor de 1.37, este valor se considera alto por tratarse de una ciudad plana, comparándolo con otra ciudad como Cali que tiene un factor de 1.22 (Aponza & Rodriguez, 2006); entre más alto sea este valor mayores serán las distancias recorridas. Teniendo en cuenta las distancias los vehículos deben hacer todo su recorrido con una velocidad de 30km/hr, a pesar de que en vías principales se puede transitar un poco más rápido, este dato se mantiene porque es una buena velocidad para el transporte de personas.

El modelo del AG, inicia con la generación de una población inicial aleatoria, esto permite darle variabilidad al algoritmo; esta presenta una segunda estructura donde su primer punto de parada es el más lejano. La población es sometida a un proceso de intensificación bajo la heurística de intercambio 2-opt, la cual fue una ventaja para el algoritmo ya que permite optimizar cada una de las rutas. Una vez intensificada la población se realiza el proceso de cruce que consiste en la creación de uno o más descendientes de los padres seleccionados con el fin de que estos transmitan ciertas características genéticas a sus hijos; la creación de estos hijos deben garantizar que la población mejore; una vez se realice el cruce se procede a intensificar la nueva población. Seguidamente se realiza el proceso de mutación que consiste en alterar un porcentaje de los genes de los individuos, se selecciona aleatoriamente dos buses y se cambian puntos de parada de una ruta a otra, la población es sometida a un proceso de intensificación que mejoró la ruta disminuyendo la distancia total recorrida. Por último se establece un criterio de parada para que el algoritmo pueda terminar, este corresponde al número de generaciones, la última generación indica el individuo elite.

Para validar la metodología propuesta se tomó un primer escenario teniendo en cuenta la ubicación geográfica de los buses para el inicio de las rutas, en donde se varía el tamaño de la población, el porcentaje de cruce y el número de generaciones para saber con qué parámetros el modelo presenta mejores soluciones y éstos se toman como referencia para las corridas de los otros escenarios. En el segundo escenario no se toma en cuenta la ubicación de los buses para su recorrido y presenta una mejora significativa en aptitud del 5.21%, el tiempo computacional también disminuye; tanto para el primer escenario como para el segundo la población inicial no se restringe se toma de manera aleatoria. Se valida el modelo con un tercer escenario sin tener en cuenta la ubicación de los buses y la población inicial solo se restringe en el primer punto de parada para que tome el más lejano, los demás puntos los toma aleatoriamente, este comparado con el primer escenario presenta una mejora en el costo del 4.04%, su tiempo computacional también es menor. Con base en estos resultados se da una solución final al problema tomando en cuenta el segundo escenario en donde se presenta un ahorro de 9.32 km en el recorrido de las rutas, al llevar este valor en dinero la aplicación de esta metodología conlleva a beneficios económicos representativos.

De igual forma, la institución caso de estudio, se convierte en un modelo a seguir por la metodología que se abordó para implementar un servicio de transporte de rutas escolares en la región como parte de sus decisiones estratégicas y como compromiso que se tiene con el mejoramiento continuo de la comunidad educativa.

9.2 RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Para los problemas de ruteo de vehículos se dispone de un numeroso tipo de restricciones respecto a cada problema a abordar, sin embargo, en todos los casos se debe tener en cuenta aquellas que son consideradas fundamentales para cualquier caso de estudio, tales como la no visita de un cliente más de una vez y el cumplimiento de las capacidades de cada vehículo. Por lo tanto, el presente trabajo no se excluye a aumentar la calidad del servicio de transporte incluyendo otras nuevas restricciones, tales como las ventanas de tiempo, flotas heterogéneas o reducción de costos de combustibles de los vehículos en función de su recorrido como parte que beneficia aún más al ente prestador del servicio.

Se pueden realizar trabajos futuros, como es el caso de la aplicación de otras metaheurísticas tales como algoritmos de hormigas, Búsqueda Tabú, entre otras, con el objetivo de comparar los resultados y determinar cuál de ellos demuestran un alto desempeño para el problema de ruteo de vehículos escolares abiertos.

Se puede proponer distintos tipos de mutaciones para posteriores comparaciones y definir cuál de estos operadores genéticos proporcionan mejores individuos y a su vez el tiempo computacional no sea muy grande.

Para la puesta en marcha del algoritmo se recomienda a los planeadores de la institución caso de estudio la validación de los parámetros de entrada, puesto que, un error en ellos por ejemplo el exceso de demanda versus capacidad de los vehículos bloquearían alguna de las rutinas o subrutinas del mismo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Angel, R., Caudle, W., Noonan, R., & Whinston, A. (1972). Computer-assisted school bus scheduling. *Management Science* 18 (6),, 279-288.
- Aponza, F., & Rodriguez, J. (2006). Proceso de Logística inversa del reciclaje en la empresa IPP LTDA. *Tesis pregrado*. Universidad Autónoma de occidente.
- Ballou, R. H. (2004). *Logística Administración de la Cadena de Suministro*. México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.
- Bektas, T., & Elmas, S. (2007). Solving school bus routing problems through integer programming. *Journal of the Operational Research Society* 58 (12),, 1599–1604.
- Bennett, B., & Gazis, D. (1972). School bus routing by computer. *Transportation Research* 6,, 317-325.
- Berger, J., & Barkaoui, M. (2003). A new hybrid genetic algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Journal of the operational research*, 1254-1262.
- Bin, Y., Zhong-Zhen, Y., & Baozhen, Y. (2009). An improved ant colony optimization for vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 171-176.
- Bodin, L., & Berman, L. (1979). Routing and scheduling of school buses by computer. *Transportation Science* 13 (2),, 113-129.
- Bookbinder, J., & Edwards, S. (1990). School-bus routing for program scheduling. *Computers and Operations Research* 17 (1),, 79-94.
- Bowerman, R., Hall, B., & Calamai, P. (1995). A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: formulation and solution method. *Transportation Research Part A* 29 (2),, 107-123.
- Braca, J., Bramel, J., Posner, B., & Simchi, L. D. (1997). A computerized approach to the New York City school bus routing problem. *IIE Transactions* 29,, 693-702.

- Braysy, O., & Mester, D. (2005). Active guided evolution strategies for large-scale vehicle routing problems with time windows. *Computers & Operations Research* 32, 1593-1614.
- Chapleau, L., Ferland, J., & Rousseau, J.-M. (1985). Clustering for routing in densely populated areas. *European Journal of Operational Research* 20 (1), 48-57.
- Chen, D., Kallsen, H., Chen, H., & Tseng, V. (1990). A bus routing system for rural school districts. *Computers and Industrial Engineering* 19, 322-325.
- Corberán, A., Fernández, E., Laguna, M., & Martí, R. (2002). Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives. *Journal of Operational Research Society* 53, 427-435.
- Cordeau, J., Gendreau, F., Hertz, M., Laporte, G., & Sormany, J.-S. (2005). New heuristics for the vehicle routing problem. *Langevin, A., Riopel, D. (Eds.), Logistics Systems: Design and Optimization. Springer*, 279-297.
- Dankhe, G. (1989). *Investigación y comunicación en C. Fernández-Collado y G L. Danke(comps). La comunicación humana: Ciencia social*. México: Mc. Graw Hill.
- Desrosiers, J. (1981). An overview of a school busing system. In: *Jaiswal, N.K. (Ed.), Scientific Management of Transport Systems. North-Holland, Amsterdam*, 235-243.
- Desrosiers, J., Ferland, J., Rousseau, J.-M., Lapalme, G., & Chapleau, L. (1986a). TRANSCOL: a multi-period school bus routing and scheduling system. *TIMS Studies in the Management Sciences* 22, 47-71.
- Dulac, G., Ferland, J., & Forgues, P. (1980). School bus routes generator in urban surroundings. *Computers and Operations Research* 7 (3), 199-213.
- Fu, Z., Eglese, R., & Li, L. (2005). A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem. *Journal of Operational Research Society* 56 (3), 267-274.
- Fügenschuh, A. (2009). Solving a school bus scheduling problem with integer programming. *European Journal of Operational Research* 193 (3), 867–884.
- Gavish, B., & Shlifer, E. (1979). An approach for solving a class of transportation scheduling problems. *European Journal of Operational Research* 3 (2), 122-134.

- Gendreau, M., Laporte, G., & Potvin, J. (2002). Metaheuristics for the capacitated VRP. *Toth, P., Vigo, D. (Eds.), The Vehicle Routing Problem. SIAM, Philadelphia, PA*, 129-54.
- González Vargas, G., & González Aristizábal, F. (2007). Metaheuristics applied to vehicle routing. A case study. Part 2: genetic algorithm, compared to a heuristics solution. *INGENIERÍA E INVESTIGACIÓN VOL. 27 No.1*, 149-157.
- Graham, , D., & Nuttle, H. (1986). A comparison of heuristics for a school bus scheduling problem. *Transportation Research B 20 (2)*,, 175-182.
- Hargroves, B., & Demetsky, , M. (1981). A computer assisted school bus routing strategy: a case study. *Socio-Economic Planning Sciences 15 (6)*,, 341-345.
- Haupt, R. L., & Haupt;, S. E. (2004). *Practical Genetic Algorithms*. Canada: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Hwang, H.-S. (2002). An improved model for vehicle routing problem with time constraint based on genectic algorithm. *Computers & Industrial Engineering 42*, 361-369.
- Junhyuk, P., & Byung, I. K. (2010). The school bus routing problem: A review. *European Journal of Operational Research 202*, 311-319.
- LeBlanc, L., Shtub, A., & Anandalingam, A. (1999). Formulating and solving production planinning problems. *European Journal of Operational Research, No. 112*.
- Li, F., Golden, B., & Wasil, E. (2006). The open vehicule routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Comput Oper Res, forthcoming*.
- Li, L., & Fu, Z. (2002). The school bus routing problem: a case study. *Journal of the Operational Research Society 53*, 552-558.
- Newton, R., & Thomas, W. (1969). Desig of school bus routes by computer. *Socio Economic Planning Sciences*, 75-85.
- Newton, R., & Thomas, W. (1974). Bus routing in a multi-school system. *Computers and Operations Research 1 (2)*,, 213-222.
- Pacheco, , J., & Martí, R. (2006). Tabu search for a multi-objective routing problem. *Journal of the Operational Research Society 57*,, 29-37.

- Reeves, C. (2003). *Genetic algorithms*. Kluwer academic publisher,.
- Repoussis, P., Tarantilis, C., & Ioannou, G. (2006). The open vehicle routing problem with time windows. *J Opl Res Soc*, doi: 10.1057/palgrave.jors.2602143.
- Ripplinger, ,. D. (2005). Rural school vehicle routing problem. *Transportation Research Record 1992*,, 105-110.
- Russell, R., & Morrel, R. (1986). Routing special-education school buses. *Interfaces 16 (5)*,, 56-64.
- Savas, E. (1978). On equity in providing public services. *Management Science 24*,, 800–808.
- Schittekat, P., Kinable, J., Sörensen, K., Sevaux, M., & Spieksma, F. (2012). An efficient metaheuristic for the School Bus Routing problem. *ROADEF*.
- Schittekat, P., Sevaux, M., & Sörensen, ,. K. (2006). A mathematical formulation for a school bus routing problem. In: *Proceedings of the IEEE 2006 International Conference on Service Systems and Service Management, Troyes, France*.
- Spada, M., Bierlaire, M., & Liebling, ,. T. (2005). Decision-aiding methodology for the school bus routing and scheduling problem. *Transportation Science 39*,, 477-490.
- Swersey, A., & Ballard, W. (1984). Scheduling school buses. *Management Science 30 (7)*, 844-853.
- Thangiah, S., & Nygard, K. (1992). School bus routing using genetic algorithms. In: *Proceedings of the SPIE Conference on Applications of Artificial Intelligence X: Knowledge-Based Systems, Orlando, Florida*, 1117/12.56903.
- Toth, P., & Vigo, D. (2001). *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia, PA.: SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Verderber, W. (1974). Automated pupil transportation. *Automated pupil transportation Research 1*, 235-245.

ANEXOS

ANEXO 1. Ubicación geográfica de Vehículos, puntos de parada y destino

	Longitud	Latitud	Demanda	Capacidad	
1	-77.021	3.879		40	Vehículos
2	-77.018	3.882		40	
3	-77.016	3.882		40	
4	-77.022	3.886		40	
5	-77.035	3.881		40	
6	-77.027	3.880		40	
7	-77.013	3.879		40	
8	-77.010	3.875		40	
9	-77.006	3.880		40	
10	-77.015	3.885		40	
11	-77.004	3.873		40	
12	-77.001	3.874		40	
1	-77.027	3.886	0		Institución
2	-77.035	3.877	1		Puntos de parada
3	-77.013	3.880	2		
4	-77.015	3.879	1		
5	-77.019	3.886	3		
6	-77.016	3.887	3		
7	-77.016	3.884	1		
8	-77.023	3.886	3		
9	-77.022	3.888	1		
10	-77.016	3.885	2		
11	-77.024	3.877	1		
12	-77.018	3.877	1		
13	-77.022	3.878	1		
14	-77.033	3.879	1		
15	-77.025	3.879	1		
16	-77.017	3.885	1		
17	-77.022	3.886	2		
18	-77.022	3.880	1		
19	-77.022	3.887	1		
20	-77.016	3.887	1		
21	-77.014	3.877	1		
22	-77.024	3.882	1		
23	-77.024	3.883	1		
24	-77.018	3.885	1		
25	-77.010	3.879	1		
26	-77.027	3.878	1		

27	-77.023	3.882	1
28	-77.025	3.881	2
29	-77.016	3.886	2
30	-77.028	3.880	2
31	-77.029	3.879	1
32	-77.027	3.883	1
33	-76.992	3.875	1
34	-77.024	3.883	2
35	-77.023	3.887	2
36	-77.015	3.886	1
37	-76.994	3.874	1
38	-77.024	3.882	1
39	-77.023	3.877	1
40	-76.991	3.876	2
41	-77.019	3.887	1
42	-77.023	3.886	1
43	-76.990	3.877	1
44	-77.023	3.886	2
45	-76.997	3.875	1
46	-77.018	3.885	1
47	-77.017	3.886	1
48	-77.023	3.881	2
49	-77.024	3.881	2
50	-77.023	3.882	2
51	-77.022	3.876	1
52	-77.016	3.886	2
53	-77.024	3.876	1
54	-77.012	3.875	1
55	-77.015	3.887	1
56	-77.006	3.881	1
57	-77.014	3.887	1
58	-77.019	3.877	1
59	-77.020	3.887	1
60	-77.007	3.882	1
61	-77.005	3.879	1
62	-77.029	3.881	1
63	-77.015	3.887	1
64	-77.023	3.875	1
65	-76.995	3.872	1
66	-77.024	3.881	1
67	-77.018	3.887	1
68	-77.015	3.878	1
69	-77.019	3.888	2
70	-77.022	3.886	1
71	-77.023	3.882	1
72	-77.017	3.887	1
73	-77.020	3.875	1

74	-77.021	3.881	1
75	-76.996	3.873	1
76	-77.008	3.879	1
77	-77.021	3.877	1
78	-77.017	3.888	1
79	-77.019	3.888	2
80	-77.015	3.878	1
81	-77.021	3.881	1
82	-77.037	3.877	1
83	-77.027	3.882	1
84	-77.021	3.885	1
85	-76.994	3.873	1
86	-77.020	3.877	1
87	-77.022	3.877	1
88	-77.018	3.878	1
89	-77.015	3.879	1
90	-77.015	3.879	1
91	-77.021	3.888	1
92	-77.020	3.888	1
93	-76.994	3.876	1
94	-77.033	3.884	1
95	-77.033	3.878	2
96	-77.012	3.877	1
97	-77.013	3.878	2
98	-77.026	3.882	1
99	-77.022	3.875	1
100	-77.022	3.886	1
101	-77.020	3.886	2
102	-77.016	3.883	1
103	-77.020	3.886	1
104	-77.024	3.880	2
105	-77.026	3.881	2
106	-77.032	3.883	1
107	-77.022	3.888	3
108	-77.023	3.888	1
109	-77.023	3.888	1
110	-77.024	3.876	1
111	-77.022	3.886	1
112	-76.995	3.874	1
113	-77.026	3.883	1
114	-77.025	3.881	1
115	-77.028	3.879	1
116	-77.029	3.881	1
117	-77.018	3.885	1
118	-77.027	3.883	1
119	-77.029	3.880	1
120	-76.994	3.876	1

121	-77.026	3.882	2
122	-77.022	3.888	1
123	-76.995	3.877	1
124	-77.023	3.882	2
125	-77.024	3.882	2
126	-77.014	3.878	2
127	-77.027	3.881	1
128	-76.996	3.878	1
129	-77.015	3.879	1
130	-76.991	3.874	1
131	-77.023	3.881	2
132	-77.032	3.879	1
133	-77.031	3.878	1
134	-77.023	3.878	1
135	-77.027	3.879	1
136	-77.012	3.878	1
137	-77.019	3.876	1
138	-77.027	3.881	1
139	-77.004	3.878	1
140	-77.014	3.881	1
141	-77.014	3.879	2
142	-77.029	3.883	1
143	-77.025	3.877	1
144	-77.022	3.881	1
145	-77.030	3.883	1
146	-77.024	3.886	1
147	-77.022	3.887	1
148	-77.014	3.879	2
149	-77.015	3.885	2
150	-77.015	3.878	2
151	-77.032	3.885	1
152	-77.017	3.878	1
153	-77.023	3.888	1
154	-77.020	3.876	2
155	-77.020	3.878	1
156	-77.013	3.880	1
157	-76.995	3.875	2
158	-77.022	3.881	1
159	-77.034	3.883	1
160	-77.015	3.885	1
161	-77.031	3.884	1
162	-76.997	3.874	1
163	-77.023	3.880	1
164	-77.034	3.881	1
165	-77.028	3.882	1
166	-77.033	3.885	1
167	-76.995	3.879	1

--

168	-77.011	3.879	1
169	-77.037	3.882	1
170	-77.033	3.882	1
171	-77.026	3.883	1
172	-77.029	3.883	1
173	-76.990	3.878	3
174	-76.993	3.875	1
175	-77.024	3.880	1
176	-77.026	3.876	1
177	-77.023	3.881	1
178	-77.022	3.879	1
179	-77.027	3.879	1
180	-77.030	3.879	1
181	-77.027	3.880	1
182	-77.020	3.884	1
183	-77.022	3.878	3
184	-77.027	3.882	1
185	-77.020	3.879	1
186	-77.022	3.874	1
187	-77.024	3.881	1
188	-77.025	3.883	2
189	-77.022	3.886	2
190	-77.023	3.881	3
191	-77.017	3.886	1
192	-77.014	3.886	1
193	-77.015	3.880	1
194	-77.013	3.879	1
195	-77.027	3.877	1
196	-77.007	3.880	1
197	-77.019	3.885	1
198	-77.029	3.879	1
199	-77.005	3.880	1
200	-77.006	3.880	1
201	-77.013	3.878	1
202	-77.006	3.878	1
203	-77.005	3.878	1
204	-77.017	3.884	1
205	-77.028	3.879	2
206	-77.040	3.882	1
207	-77.021	3.881	1
208	-77.017	3.878	1
209	-77.017	3.877	1
210	-77.029	3.878	1
211	-77.039	3.883	1
212	-77.038	3.882	1
213	-77.030	3.880	1
214	-77.042	3.882	1

215	-77.006	3.878	1
216	-77.003	3.876	1
217	-77.036	3.877	1
218	-77.034	3.882	1
219	-77.038	3.878	1
220	-77.039	3.882	1
221	-77.039	3.881	1
222	-77.022	3.879	2
223	-77.023	3.875	1
224	-77.022	3.880	1
225	-77.026	3.880	2
226	-77.019	3.886	1
227	-77.021	3.879	1
228	-77.016	3.884	2
229	-77.016	3.885	1
230	-77.023	3.880	1
231	-77.023	3.878	1
232	-77.038	3.881	1
233	-77.037	3.880	1
234	-77.023	3.879	1
235	-77.024	3.879	1
236	-77.025	3.879	1
237	-77.024	3.879	1
238	-77.023	3.880	1
239	-77.024	3.878	1
240	-77.006	3.881	1
241	-77.026	3.878	1
242	-77.022	3.880	1
243	-77.037	3.880	1
244	-77.034	3.877	1
245	-77.036	3.879	1
246	-77.017	3.884	1
247	-77.038	3.881	1
248	-77.032	3.884	1
249	-77.035	3.876	2
250	-77.039	3.880	1
251	-77.036	3.879	1
252	-77.007	3.882	1
253	-77.040	3.881	1
254	-77.032	3.877	2
255	-77.007	3.880	1
256	-77.025	3.877	1
257	-76.993	3.872	1
258	-76.996	3.872	1
259	-77.023	3.876	1
260	-77.024	3.879	1
261	-77.020	3.887	1

262	-77.036	3.880	1
263	-77.035	3.880	1
264	-77.023	3.878	1
265	-77.039	3.880	1
266	-77.006	3.877	1
267	-77.031	3.879	1
268	-77.020	3.887	1
269	-77.007	3.878	1
270	-77.033	3.881	1
271	-77.034	3.877	1
272	-77.036	3.879	1
273	-77.035	3.879	1
274	-77.033	3.879	1
275	-76.993	3.874	1
276	-76.990	3.879	1
277	-77.033	3.884	1
278	-77.024	3.880	1
279	-77.022	3.881	1
280	-77.026	3.882	1
281	-77.028	3.881	2
282	-77.030	3.881	1
283	-77.030	3.880	1
284	-77.030	3.882	1
285	-77.025	3.878	1
286	-77.022	3.881	1
287	-77.031	3.883	2
288	-76.991	3.877	1
289	-77.023	3.881	1
290	-77.025	3.882	2
291	-77.032	3.881	1
292	-77.031	3.884	1
293	-76.995	3.873	1
294	-77.039	3.880	2
295	-77.026	3.880	1
296	-77.025	3.883	1
297	-77.026	3.881	1
298	-76.992	3.876	1
299	-77.020	3.878	1
300	-77.023	3.874	1
301	-77.023	3.880	1
302	-77.024	3.886	2
303	-77.015	3.885	1
304	-76.994	3.874	1
305	-77.005	3.879	1
306	-77.006	3.881	1
307	-77.031	3.878	1
308	-77.031	3.880	1

309	-77.032	3.878	1
310	-77.021	3.887	1
311	-77.005	3.881	1
312	-77.031	3.880	1
313	-77.018	3.876	1
314	-77.020	3.875	1
315	-77.012	3.877	1
316	-77.011	3.878	1
317	-77.010	3.878	1
318	-77.007	3.877	1
319	-77.012	3.869	1
320	-77.009	3.877	1
321	-77.005	3.874	1
322	-77.011	3.866	1
323	-77.007	3.875	1
324	-77.008	3.875	1
325	-77.007	3.869	1
326	-77.003	3.869	2
327	-77.013	3.866	1
328	-77.008	3.876	2
329	-77.012	3.880	1
330	-77.006	3.876	1
331	-77.009	3.876	1
332	-77.012	3.873	1
333	-77.006	3.868	1
334	-77.001	3.871	1
335	-76.999	3.882	1
336	-77.000	3.881	1
337	-76.995	3.876	1
338	-76.998	3.880	2
339	-77.003	3.882	1
340	-77.001	3.882	1
341	-77.002	3.883	1
342	-76.999	3.878	2
343	-76.997	3.880	1
344	-77.004	3.881	1
345	-77.006	3.873	1
346	-77.003	3.868	1
347	-77.007	3.873	2
348	-77.008	3.873	2
349	-77.008	3.872	1
350	-77.004	3.874	2
351	-77.008	3.870	1
352	-77.007	3.873	1
353	-77.006	3.875	1
354	-77.009	3.874	1
355	-77.008	3.877	1

--

356	-77.007	3.874	1		
357	-77.002	3.879	1		
358	-77.003	3.883	1		
359	-77.003	3.878	2		
360	-77.004	3.877	2		
361	-76.999	3.875	1		
362	-76.998	3.874	1		
363	-77.000	3.877	1		
364	-77.001	3.878	1		
365	-76.998	3.879	1		
366	-77.004	3.881	1		
367	-76.997	3.876	1		
368	-77.004	3.879	2		
369	-77.001	3.882	2		
370	-76.997	3.877	2		
371	-77.005	3.882	2		
372	-77.001	3.879	1		
373	-77.002	3.881	1		
374	-77.034	3.879	1		
375	-77.034	3.879	1		
376	-77.035	3.878	1		
377	-77.034	3.878	2		
378	-77.006	3.869	1		
379	-77.006	3.872	1		
380	-77.003	3.871	2		
381	-77.006	3.871	1		
382	-77.010	3.868	2		
383	-77.006	3.873	1		
384	-77.003	3.873	1		
385	-77.009	3.870	2		
386	-77.010	3.872	1		
387	-77.005	3.871	2		
388	-77.002	3.877	2		
389	-77.002	3.876	1		
390	-76.992	3.876	1		
391	-77.001	3.875	2		
392	-77.002	3.875	2		
393	-77.002	3.876	2		
394	-77.000	3.876	1		
474					