

**NOCIONES MATEMÁTICAS EN EL SOMBRERO TAMPALKUARI
DE LA COMUNIDAD INDÍGENA MISAK**

JOSUÉ LEONARDO SOTO GUTIÉRREZ

**Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con
Énfasis en Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGIA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI**

2018

**NOCIONES MATEMÁTICAS EN EL SOMBRERO TAMPALKUARI DE LA
COMUNIDAD INDÍGENA MISAK**

JOSUÉ LEONARDO SOTO GUTIÉRREZ

CÓDIGO: 0939455 - 3469

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA**

ASESOR

FABIÁN PORRAS TORRES

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGIA

**LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA**

SANTIAGO DE CALI

2018



INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y
PEDAGOGÍA
Subdirección Académica

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO
DE GRADO

Programa Académico Lic. Ed. Básica enf. Matemáticas

Fecha

Día	Mes	Año

Código del programa: 3469

Resolución del programa: _____

Título del Trabajo o Proyecto de Grado				
<u>Nociones matemáticas en los sombreros Tampalkuani de la comunidad indígena Misak</u>				
Se trata de:				
Proyecto ☐		Informe Final ☒		
Director				
<u>Fabian Porras Torres</u>				
Nombre del Primer Evaluador				
<u>Jorge Goleano Cano</u>				
Nombre del Segundo Evaluador				
Estudiantes				
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Télefonos de contacto
<u>Josue Leonardo Soto</u>	<u>200939455</u>	<u>3469</u>	<u>josueleonardosoto@hotmail.com</u>	
Evaluación				
Aprobado ☒	Meritorio ☐	Laureado ☐		
Aprobado con recomendaciones ☐	No Aprobado ☐	Incompleto ☐		
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:				
Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐		Primer Evaluador ☐	Segundo Evaluador ☐	
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____ dd _____ mm _____ aa				
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).				
Firmas				
				
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador		

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento a Dios por el privilegio de darme la vida, por la oportunidad de culminar mis estudios universitarios y por la fortaleza de cada día para lograr mis metas.

Agradezco a mis padres y familiares por su apoyo incondicional, motivación y amor en cada momento para conseguir este triunfo.

Agradezco al profesor Fabián Porras Torres, director de este trabajo de grado por toda su colaboración, orientación y entrega en cada momento.

Agradezco a la comunidad Misak por acogerme y permitirme entrar a la Institución Educativa Agropecuario Guambiano y las personas que aportaron información del sombrero Tampalkuari, dando grandes aportes y facilitando la recogida de datos para un mejor análisis y culminar con el trabajo de una mejor manera.

En general, agradezco a todas aquellas personas que de alguna manera hicieron posible la culminación de este trabajo de grado.

TABLA DE CONTENIDO

Resumen	vi
Abstract	vii
Capítulo 1 Diseño de la investigación	1
1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Contextualización	5
1.3 Objetivos	8
1.2.1 Objetivo general.	8
1.2.2 Objetivos específicos.	8
1.4 Justificación	9
Capítulo 2 Marco teórico y diseño metodológico	10
2.1 Marco teórico	10
2.1.1 Concepto de matemática.	10
2.1.2 Concepto de cultura.	12
2.1.3 Etnomatemática.	13
2.1.4 Practicas matemáticas “universales”.	16
2.2 Diseño metodológico	20
2.2.1 Metodología etnográfica.	20
2.2.2 Fases de la investigación.	22
2.2.3 Medios de recogida de datos en las dos primeras fases.	23

Capítulo 3	Desarrollo de la investigación	25
3.1	Primer contacto con los Misak	25
3.1.1	Institución educativa agropecuario.	25
3.1.2	Reunión con las directivas de la institución y docentes.	28
3.2	Qué representa y simboliza el sombrero tampalkuari	30
3.3	Materiales del sombrero Tampalkuari	34
3.4	Aprendizaje del tejido del Tampalkuari	34
3.5	venta del Tampalkuari	37
3.6	Actividades universales involucradas en el Tampalkuar	38
3.6.1	Actividades universales identificadas en el sombrero.	39
3.7	Algunas nociones matemáticas en el Tampalkuari	40
3.7.1	Análisis de la actividad de contar bajo criterios institucionalizados.	41
3.7.2	Análisis de la actividad de diseñar bajo criterios institucionalizados.	50
Capítulo 4	Conclusiones y reflexiones	57
4.1	Conclusiones	57
4.2	Reflexiones	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación de Silvia en Cauca	5
Figura 2. Sombreros Tampalkuari	7
Figura 3. Institución Educativa Agropecuario Guambiano	26
Figura 4. Dialogo en torno al proyecto	29
Figura 5. Representación del sombrero descendiendo sobre las lagunas	30
Figura 6. Estrella formada por cinco montañas	31
Figura 7. Trenzado blanco	31
Figura 8. Plano pequeño	32
Figura 9. Montañas en forma de zigzag	32
Figura 10. Mariposa	32
Figura 11. Límites ubicados en la parte interna del sombrero	33
Figura 12. Sombreros guambianos con diferentes diseños	33
Figura 13. Estudiantes de séptimo grado	35
Figura 14. Cosiendo la tira en forma de espiral	36
Figura 15. Trenzado de once parejas	37
Figura 16. Sombreros exhibidos en un establecimiento	38
Figura 17. Dividiendo la hoja de tetera en fibras	40
Figura 18. Sombrero Tampalkuari con varios pisos	41
Figura 19. Posición de las parejas de fibras después del primer movimiento	44
Figura 20. Fibras en el movimiento inicial (0) y primer movimiento (1)	47
Figura 21. Gráficas de los movimientos en el trenzado de tres parejas de fibras	49
Figura 22. Tira del sombrero	50

Figura 23. Construcción de la figura inicial	51
Figura 24. Traslación de la figura inicial	51
Figura 25. Sombrero con cuatro mariposas	53
Figura 26. Espiral a partir de 4 centros	53
Figura 27. Espiral culminada	54
Figura 28. Primera mariposa a la que se le aplicara la rotación	55
Figura 29. Mariposas rotadas en espiral	56

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. <i>Trenzado según el número de parejas</i>	42
Tabla 2. <i>Trenzado según el número de parejas después de culminar el movimiento</i>	43
Tabla 3. <i>Movimientos mínimos en un sombrero de tres parejas de fibras</i>	45
Tabla 4. <i>Movimientos mínimos en un sombrero de cinco parejas de fibras</i>	46
Tabla 5. <i>Posición de las fibras según el movimiento</i>	48

Resumen

El presente trabajo se inscribe en una perspectiva etnomatemática, pretende crear un puente entre la matemática informal desarrollada en una práctica cultural y las matemáticas académicas, denominadas formales. La investigación surge debido a la percepción de las dificultades que presentan los estudiantes de minorías étnicas para aprender matemáticas, que es causada principalmente por la poca contextualización social y cultural que se efectúa en los procesos de enseñanza y aprendizaje; por tal razón, este estudio se despliega a partir de la práctica tradicional del sombrero Tampalkuari de la comunidad Misak, en el cual se logró encontrar algunas de las seis actividades, llamadas por Alam Bishop “universales”, que permitieron identificar algunas nociones matemáticas inmersas en la elaboración del sombrero.

Palabras claves:

Etnomatemática; Sombrero Tampalkuari; Comunidad Misak; Prácticas culturales.

Introducción

Esta indagación se realiza con el fin de analizar la práctica tradicional del sombrero bajo criterios matemáticos llamados formales, además de concientizar a la comunidad Misak del significado social y cultural que tiene esta práctica; al respecto Glendon Lean citado por Bishop (2005, p.71) menciona que “hay una necesidad urgente de documentar y estudiar las prácticas etnomatemáticas en las sociedades tradicionales dada la rapidez con la que las lenguas y el conocimiento tradicional están muriendo”. A continuación se describen los capítulos del trabajo:

Capítulo 1: En este se realiza un planteamiento general de la investigación en donde se enuncia el problema que se pretende abordar, el objetivo general y los objetivos específicos, la justificación y se contextualiza la población con la cual se implementó la investigación.

Capítulo 2: En este capítulo se expone el marco de referencia conceptual desde el cual se desarrolla el trabajo, aquí se proporcionó los referentes teóricos para el diseño de la investigación, teniendo en cuenta los conceptos matemáticas, cultura, etnomatemática, entre otros. Además el diseño metodológico con sus respectivas fases.

Capítulo 3: En este apartado se alude al significado del sombrero Tampalkuari, sus formas y manera de construcción tanto para jóvenes y adultos. Además las nociones matemáticas y geométricas que hay en el sombrero y sus aplicaciones a la matemática actual.

Capítulo 4: En este último capítulo, a partir de los resultados obtenidos en el análisis matemático y lo planteado en el marco de referencia conceptual y objetivos, se presentan las conclusiones de este trabajo y las reflexiones finales. Por último se muestran las referencias bibliográficas que complementan el trabajo.

Capítulo 1

Diseño de la Investigación

Este capítulo se despliega a partir de la problemática que se percibe por la falta de reconocimiento de las influencias culturales en el aprendizaje de las matemáticas; luego se contextualiza la población con la que se desarrolla la indagación; se dan los objetivos a los que se pretende llegar y por ultimo la justificación de la investigación.

1.1 Planteamiento del Problema

Anteriormente se creía que las matemáticas eran un conocimiento independiente del entorno cultural en el que se desarrolla el individuo, esto ocasionó incontables fracasos educativos de muchos niños, en especial los que proceden de comunidades étnicas minoritarias (Essomba, 2007), como consecuencia, varias investigaciones apuntan y sostienen que el conocimiento matemático está y ha estado presente en todos los grupos culturales, que han desarrollado prácticas matemáticas diferentes a las que se enseñan en las instituciones educativas (Bishop, 1999, 2005; Baroody, 1988), por tal razón, en la actualidad se tiene consciencia que el contexto y las circunstancias cotidianas que tienen las personas, son de gran influencia en el aprendizaje y razonamiento individual.

La Ley General de Educación (MEN,1994), resalta y reconoce la importancia de ligar el proceso educativo con el entorno cultural y la realidad cosmológica de los estudiantes; este gran

reconocimiento dio sus primeros pasos a partir de la reforma constitucional de 1991, gracias a la propuesta hecha por el representante de los pueblos indígenas Lorenzo Muelas Hurtado, indígena Guambiano, que en la Asamblea Nacional Constituyente, declaró la importancia de la defensa de las comunidades indígenas y el ejercicio del derecho propio, logrando que se aceptara a los individuos pertenecientes a diferentes comunidades étnicas, como ciudadanos con plenos derechos (Sánchez, y Molina, 2010).

Se establece en la Constitución Política de Colombia 1991 para la protección étnica:

Artículo 7. El Estado reconoce y protege la diversidad étnica y cultural de la Nación colombiana.

Artículo 13. Todas las personas nacen libres e iguales ante la ley, recibirán la misma protección y trato de las autoridades y gozarán de los mismos derechos, libertades y oportunidades sin ninguna discriminación por razones de sexo, raza, origen nacional o familiar, lengua, religión, opinión política o filosófica.

El Estado promoverá las condiciones para que la igualdad sea real y efectiva y adoptará medidas en favor de grupos discriminados o marginados.

Artículo 63. Los bienes de uso público, los parques naturales, las tierras comunales de grupos étnicos, las tierras de resguardo, el patrimonio arqueológico de la Nación y los demás bienes que determine la ley, son inalienables, imprescriptibles e inembargables.

Artículo 68. Las integrantes de los grupos étnicos tendrán derecho a una formación que respete y desarrolle su identidad cultural.

Artículo 70. El Estado tiene el deber de promover y fomentar el acceso a la cultura de todos los colombianos en igualdad de oportunidades, por medio de la educación

permanente y la enseñanza científica, técnica, artística y profesional en todas las etapas del proceso de creación de la identidad nacional.

La cultura en sus diversas manifestaciones es fundamento de la nacionalidad. El Estado reconoce la igualdad y dignidad de todas las que conviven en el país. El Estado promoverá la investigación, la ciencia, el desarrollo y la difusión de los valores culturales de la Nación.

Sánchez y Molina (2010, p.21) describen cómo antes la educación fue encomendada a las misiones religiosas, recordándonos las dificultades que pasaron los pueblos indígenas con el sistema escolar, que imponía sus contenidos y métodos de enseñanza; Sánchez y Molina (2010, p.21) al respecto dicen que “los indígenas han mantenido en constante polémica en la búsqueda de una educación acorde con sus necesidades y particularidades culturales, especialmente una educación que reconociera y enseñara en las lenguas indígenas”.

Durante mucho tiempo las comunidades minoritarias no contaban con leyes idóneas que las protegieran, prácticamente eran víctimas de una concepción excluyente al interior de la nación colombiana. La constitución de 1991 hace un corte a esta situación, sacralizando desde su primer artículo, el carácter multicultural de la república, al reconocer y proteger la diversidad étnica y cultural del país.

Este notable reconocimiento de la diversidad cultural y la aceptación de las influencias que tiene el entorno en el aprendizaje del individuo, en particular en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se ha visto poco reflejado en las instituciones educativas, las cuales se han visto influenciadas en gran medida por la cultura occidental, ya que en esta se hace un supuesto monocultural, sin reconocer la naturaleza multicultural de las matemáticas (Bishop, 2005). Por

otro lado aquellas instituciones que han acatado tal reconocimiento, presentan muchas deficiencias en la implementación de actividades que fortalezcan o promuevan el conocimiento matemático, debido probablemente a la poca investigación acerca de los conceptos matemáticos presentes en las prácticas habituales de los estudiantes o la poca preparación de los docentes para reconocer las particularidades de cada grupo.

El Ministerio de Educación Nacional en su periódico Altablero (2005) titulado “tres miradas a la formación docente”, en el debate propuesto por el periódico, Álvarez (subsecretario académico) reflexiona que los profesores deben tener como prioridad conocer el entorno cultural y vivencial de cada comunidad en la que ejercen como maestros, para adaptar el conocimiento universal, a las circunstancias y particularidades que tienen cada grupo; según Álvarez:

La formación debe ligarse a las necesidades concretas, locales y particulares porque de eso depende el éxito de la enseñanza. En eso radica la complejidad de su papel. Pensar globalmente y actuar localmente es el esfuerzo más importante que un maestro debe hacer para que su labor resulte pertinente. (2005)

1.2 Contextualización

La contextualización se realizó con base a los documentos Memoria semiótica visual de la riqueza cromática del pueblo guambiano a partir de su cosmovisión como aporte cultural en américa latina (Campo, 2013); el documento, Caracterización pueblo Misak (Cruz, Hejeile, Lozada, Sánchez, s.f); y el documento, La expresión de afectividad en la familia Misak en el espacio del nachak-fogon (Tombe ,Morales y Tunubala, 2008). que describen en sus trabajos características particulares del pueblo Misak.

Los Misak o Guambianos son una comunidad indígena que habita originalmente en el departamento del Cauca, Colombia; pero a causa de diversos factores (económicos, territoriales, etc) algunos residentes han emigrado a distintas parte del país. Su mayor resguardo está en el municipio de Silvia, extendiéndose sobre las laderas occidentales de la cordillera central, con un promedio de altura de 2500 a 3800 metros sobre el nivel del mar, con temperaturas que oscilan entre 5 y 14 grados centígrados.

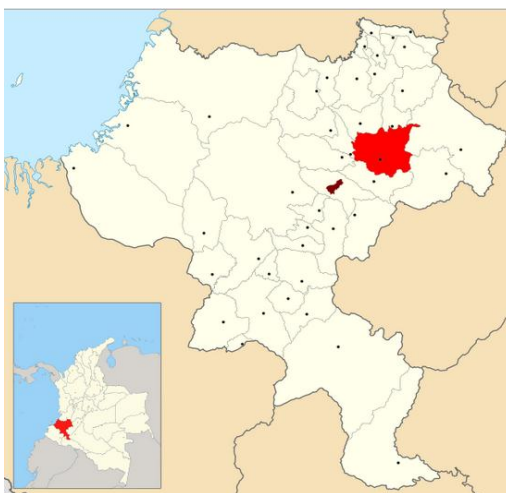


Figura 1.Ubicación de Silvia en Cauca (Fuente extraída de Wikipedia)

La cosmovisión Misak percibe el tiempo en forma de espiral y bajo esta creencia basan su forma de vivir, que al igual que la espiral crece poco a poco, ellos lo hacen de la misma manera durante toda su vida en forma espiritual, laboral, educativo, etc. Para ellos los páramos representan su lugar de origen, y allí se hallan todos los lugares y espíritus sagrados; creen que los elementos que conforman la naturaleza son seres sobrenaturales que pueden ser benéficos o no, y por esta razón hay que tenerles respeto. Su cosmogonía está enmarcada por la dualidad (el-ella, caliente-frio, sol-luna, etc.), y es por medio de todas estas creencias que sustenta sus tradiciones.

Su vestir está influenciado en gran medida por la condición climática del territorio, que los ha obligado a utilizar gran cantidad de atuendos. En cada elemento que compone el atuendo está la memoria viva de su cosmovisión, que cuenta las historias que han trascendido y prevalecido en el tiempo. Los hombres utilizan sombrero, una falda azul o negra que es sostenida por un cinturón de cuero, llevan una ruana azul, beige o negra, usan bufandas de colores y calzan botas de cuero. En cuanto a las mujeres, llevan sombrero, un paño azul sobre los hombros, falda negra, cinturón en hilo que es utilizado para sostener la falda o para llevar a los bebés en la espalda y también usan botas.

La comunidad indígena Misak apoyándose en el proyecto educativo Guambiano (PEG) ha tomado conciencia de lo importante que es la preservación de su cultura, por tal razón, decidieron transformar sus procesos educativos y adaptarlos a sus necesidades, sin dejar de lado los conocimientos proporcionados por la cultura occidental, y establecer por medio de esas dos lógicas, una relación recíproca y vivencial, que permita el surgimiento de nuevos saberes y el enriquecimiento de su Pueblo.

Una de las actividades realizadas por la comunidad indígena Misak, es la elaboración de los sombreros Tampalkuari, que se caracterizan principalmente por ser pandos, redondos y por los diseños que se encuentran plasmados en ellos. Esta práctica involucra algunas de las actividades que Bishop (1999), al estudiar diferentes culturas, identificó como fundamentales en todas las comunidades y que contienen en ellas nociones matemáticas.



Figura 2. Sombreros Tampalkuari (Fuente: elaboración propia)

La práctica anteriormente mencionada, había ido desapareciendo, debido a que los sombreros Tampalkuari, se estaban sustituyendo por unos de fieltro de color negro, que son usados por una gran cantidad de Guambianos, pero actualmente la comunidad está tratando de recuperar las tradiciones y costumbres que los caracteriza, con la convicción de llevar al espacio escolar el conocimiento de la cultura propia; pese a esto, se está desaprovechando las nociones matemáticas presentes en esta práctica.

A partir de los argumentos dados anteriormente, es conveniente plantearse la siguiente pregunta:

¿Cuáles son algunas de las nociones matemáticas “informales” presentes en la práctica tradicional de elaboración del sombrero Tampalkuari, que pueden ser analizadas bajo criterios matemáticos institucionalizados, denominados formales en el ámbito académico?

1.3 Objetivos

El objetivo general y objetivos específicos se trazaron con base a la pregunta principal de investigación, teniendo en cuenta la problemática y la contextualización del pueblo Misak.

1.3.1 Objetivo general.

Analizar algunas de las nociones matemáticas involucradas en el proceso de elaboración y acabado del sombrero Tampalkuari, bajo criterios matemáticos institucionalizados, denominados formales en el ámbito académico.

1.3.2 Objetivos específicos.

- ❖ Resaltar el significado social y cultural que tiene el sombrero Tampalkuari en la comunidad indígena Misak, en cuanto a lo que representa y simboliza.
- ❖ Identificar las actividades matemáticas universales implicadas en el proceso de elaboración y acabado del sombrero Tampalkuari.
- ❖ Analizar algunas de las nociones matemáticas “informales” involucradas en la elaboración del sombrero Tampalkuari, bajo criterios matemáticos institucionalizados, denominados formales en el ámbito académico.

1.4 Justificación

La formación que se imparte en los centros educativos es autoritaria y demanda una sola manera de practicar la matemática, repudiando las demás formas de ejecución no institucionalizadas, por tal razón es necesario pensar en una educación que responda y atienda las particularidades de cada grupo he involucre las diferentes maneras de pensar, para esto es indispensable considerar las relaciones existentes entre cultura y educación, con el fin de buscar respuestas que permitan mejorar la calidad de enseñanza y aprendizaje.

Bishop (2005, p.59) menciona que “...es importante tratar de salir de nuestra propia cultura para observar otras culturas, con el fin de entender las matemáticas como parte de la cultura y comprender los valores socioculturales asociados con nuestra versión occidental de las matemáticas.”; por esta razón este trabajo se despliega a partir de la comunidad indígena Misak, en la cual se indagaron las nociones matemáticas que se desarrollan en una práctica tradicional de los nativos, a través de una percepción occidental de las matemáticas, pero sin dejar de reconocer que las matemáticas occidentales fueron construidas por diversas culturas, y por tal razón valorando las formas de hacer matemática del pueblo investigado.

Con esta indagación se pretende recuperar el patrimonio matemático cultural de la práctica tradicional del sombrero Tampalkuari del pueblo indígena Misak, a través de concientizar a la comunidad en general del significado social y cultural que tiene esta práctica; al respecto Glendon Lean citado por Bishop (2005, p.71) menciona que “hay una necesidad urgente de documentar y estudiar las prácticas etnomatemáticas en las sociedades tradicionales dada la rapidez con la que las lenguas y el conocimiento tradicional están muriendo”.

Capítulo 2

Marco Teórico y Diseño Metodológico

En el marco teórico se dan algunos conceptos que influyen en la definición de etnomatemática y se describen las seis actividades matemáticas denominadas universales; en cuanto al diseño metodológico se tomó como referencia la metodología etnográfica que fue explicada brevemente para posteriormente dar las fases de la investigación.

2.1 Marco Teórico

En este apartado se realiza una corta introducción a los conceptos de matemáticas y cultura; debido a que estos términos afectan el intento de definir la etnomatemática (Beyer, 2005), que es el concepto fundamental de este trabajo, que debido a su naturaleza e implicaciones, ha sido definida por distintos expertos de diferentes áreas del conocimiento, además también se dará una breve explicación de las seis actividades matemáticas denominadas universales.

2.1.1 Concepto de matemáticas.

A través de la historia el concepto de matemática o matemáticas ha tenido diversas interpretaciones según la escuela filosófica desde la que se mire, al respecto el Ministerio de Educación Nacional en su serie lineamientos curriculares (1998) menciona:

El Platonismo. Éste considera las matemáticas como un sistema de verdades que han existido desde siempre e independientemente del hombre.

El Logicismo. Esta corriente de pensamiento considera que las matemáticas son una rama de la Lógica, con vida propia, pero con el mismo origen y método, y que son parte de una disciplina universal que regiría todas las formas de argumentación.

El Formalismo. Esta corriente reconoce que las matemáticas son una creación de la mente humana y considera que consisten solamente en axiomas, definiciones y teoremas como expresiones formales que se ensamblan a partir de símbolos, que son manipulados o combinados de acuerdo con ciertas reglas o convenios preestablecidos.

El Intuicionismo. Considera las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos y también como el estudio de esas construcciones mentales cuyo origen o comienzo puede identificarse con la construcción de los números naturales.

El Constructivismo, Está muy relacionado con el Intuicionismo pues también considera que las matemáticas son una creación de la mente humana, y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos.

Establecer que son las matemáticas a lo largo de la historia ha sido un gran enigma para los matemáticos y toda la comunidad científica; Bertrand Russell citado por Bishop (2005, p.59) dice que “Las matemáticas son el asunto en el que nunca se sabe de qué se está hablando, ni si lo que se dice es cierto”. Bishop (2005) concernientemente menciona que “Aunque el conocimiento

matemático es abierto, hay todavía una cantidad considerable de misterio en cuanto a lo que son realmente las matemáticas.”

2.1.2 Concepto de cultura.

La interpretación de diferentes autores del concepto cultura ha ido mutando a lo largo de la historia. “Estas varían desde considerarlas como conductas aprendidas por los individuos como miembros de un grupo social, hasta las ideas originadas por la mente humana”. (Antillón, 2004, p.13).

Una interpretación que reúne componentes presentados por diferentes autores, fue la realizada en la conferencia mundial sobre políticas culturales de la UNESCO, celebrada en México en 1982, que definió la cultura de la siguiente manera:

El conjunto de rasgos distintivos que caracterizan a una sociedad o un grupo social. Ella engloba, además las artes y las letras, los modos de vida, los derechos fundamentales del ser humano, los sistemas de valores, las tradiciones y las creencias. (Beyer, 2005, p.289)

Hay que resaltar que el concepto de cultura incluye también los procesos intelectuales, es decir, hay diferentes maneras de razonar, esto es debido en gran parte a las influencias que tiene el espacio físico y las características distintivas que presentan los grupos sociales; White (1988. p. 345-346) señala que las matemáticas son un fenómeno cultural y que la conducta matemática está determinada por la cultura que se posee; en sus propias palabras:

Las matemáticas son, naturalmente, una parte de la cultura. En la herencia que todo pueblo recibe de sus predecesores, o de sus vecinos contemporáneos, junto con maneras de cocinar, de casarse, de profesar religiones, etc., figuran maneras de contar, calcular, y

toda otra cosa propia de las matemáticas. Las matemáticas son en realidad una forma de conducta: la respuesta de una clase particular de primates a un conjunto de estímulos.

Que un pueblo cuente de a cinco unidades, o por decenas, docenas o veintenas; que tenga o no números cardinales que pasen de cinco, o que posea los conceptos matemáticos más modernos y altamente desarrollados, su conducta matemática es determinada por la cultura que posee.

2.1.3 Etnomatemática.

El surgimiento del término etnomatemática se puede atribuir a un acontecimiento originado después de la segunda guerra mundial, debido a que se presenta un creciente interés en defender los derechos de las comunidades étnicas minoritarias y la discusión de igualdad de género. Esto conllevó al estudio de modelos alternos provenientes de culturas incomprensibles, puesto que era criticado el papel de la ciencia, el de las instituciones del bienestar de las personas y la conservación del medio ambiente; dando origen a nuevas disciplinas como la etno-botánica, etno-filosofía, etno-musicología, etno-medicina, etc., que requerían y requieren la convergencia de diferentes campos científicos y configurándose en líneas de investigación interdisciplinarias. Sin embargo, este tipo de estudios no tuvo influencias directas en disciplinas como la matemática, dado que esta se asumía como “universal”, pero a finales del siglo XX se reconoce la importancia del ambiente sociocultural en el aprendizaje y se cuestiona la existencia de un único conocimiento y de una única forma de aprenderlo, ocasionando que se consideren nuevos marcos epistemológicos que den explicaciones acerca de la naturaleza del conocimiento matemático, siendo uno de ellos, la etnomatemática. (Parra, 2003)

En la conferencia anual de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM) celebrada en el año 1985, el profesor Ubiratan D’Ambrosio, después de terminar la conferencia, convoca a tres profesores a una pequeña reunión, para comentarles que él consideraba que el concepto de etnomatemática había generado suficiente interés y que era oportuno formar un grupo de estudio entorno al concepto etnomatemática; despertando el interés de aquellos profesores y consolidando el Grupo Internacional de Estudios de Etnomatemática (International Study Group of Etnomathematics – ISGEm). (*Boletines del ISGEm*, 1985).

Definir el término de etnomatemática ha sido causante de grandes debates y reflexiones por parte de la comunidad científica, y aun así, no se ha logrado una consolidación clara del concepto, puesto que está conformada por términos con una gran variedad de significados. Según Beyer (2005, p. 283) los “términos como matemática, etno, cultura, son de carácter polisémico. Por lo tanto, la pluralidad de significados de éstos afecta los intentos de definiciones de la etnomatemática”

Una de las primeras definiciones de etnomatemática fue realizada por Ubiratan D’Ambrosio (1985) quien fue el primero en utilizar el término, y la definió como “las matemáticas que se producen en los grupos culturales diferenciados y que modelan sus propios patrones de comportamiento, códigos, símbolos, modos de razonamiento, maneras de medir, de clasificar y en general de matematizar”; así mismo intenta dar una aproximación etimológica al término a partir de los prefijos, “etno” que se refiere al entorno natural y cultural diferenciado en el que se desarrolla un individuo, “matema” que corresponde al explicar, entender y desenvolverse en realidades específicas y “ticas” es lo concerniente a las artes y técnicas.

El primer boletín del ISGEm en 1985, hace sus primeras reflexiones acerca de la etnomatemática, al respecto dice que:

La etnomatemática se ubica como una combinación de la matemática y la antropología cultural.

A un nivel, que es lo que se pudiera llamar la matemática del ambiente o la matemática de la comunidad. A otro nivel de relación, la etnomatemática es la manera particular (y tal vez peculiar) en que grupos culturales específicos cumplen las tareas de clasificar, ordenar, contar, y medir.

La etnomatemática implica una conceptualización muy amplia de la matemática y del “Etno-”.

Una visión amplia de la matemática incluye contar, hacer aritmética, clasificar, ordenar, inferir y modelar. Etno involucra ‘grupos culturales identificables, como sociedades nacionales-indígenas (tribus), grupos sindicales, niños de ciertos rangos de edades, sectores profesionales, etc.’, e incluye ‘su jerga, códigos, símbolos, mitos y hasta sus maneras específicas de razonar e inferir.’” (Boletines del ISGEm, 1985).

Algunos investigadores etnomatemáticos consideran que la matemática ha sido utilizada como un instrumento de opresión, con el que la cultura occidental se ha impuesto ante las demás, pero que sin embargo, también es un constructo cultural y por eso también hay que considerarlas dentro de la etnomatemática. Al respecto Borba, citado por Parra (2003, p.9) dice que “en un enfoque etnomatemático, la matemática académica es sólo una entre muchas matemáticas. La matemática producida en la academia es también “ethno” porque también es producida en un contexto académico con sus propios valores, rituales y códigos especiales, de la misma manera que otras etnomatemáticas”, pero con relación a la aseveración que hace Borba al decir que “las matemática académica es solo una entre muchas matemáticas”, algunos autores destacan la

importancia que tiene la matemática occidental entre las otras, como es el caso de Rowlands y Carson que dicen que “el mundo ha adoptado las convenciones Matemáticas por la misma razón que lo hizo occidente, porque han sido examinadas, probadas y refinadas con el crisol de la experiencia práctica, que no se entrega a la pasión o a la persuasión ideológica”.

Paulus Gerdes, citado por Parra (2003, p.8) señala que “La investigación en etnomatemática obliga a reconsiderar la historia de las matemáticas, los modelos cognitivos del aprendizaje matemático, los objetivos, contenidos y significados de la educación matemática, (obliga) a reconsiderar el rol cultural de la matemática , a reconsiderar toda la matemática”; de tal manera que la etnomatemática no solo se refiere a una sola perspectiva de la enseñanza de las matemáticas, no solo examina la historia de las matemáticas, sino también considera las matemáticas informales e implícitas de los grupos culturales.

2.1.4 Actividades matemáticas “universales”.

Alan Bishop (1999, 2005), señala que las matemáticas occidentales, es el producto de una construcción sociocultural que se fue transformando a medida que recogía del mundo diferentes formas de hacer matemáticas, además reconoce la existencia de seis actividades que contienen nociones matemáticas y que son consideradas universales, debido a que son practicadas en todas las culturas sin excepción alguna, y afirma que son esenciales para el desarrollo del conocimiento matemático. Bishop (2005, p.29) manifiesta que “Claramente, es posible ahora proponer la tesis de que todas las culturas han generado el lenguaje, la religión, la moral, los sistemas de parentesco, o las costumbres. Las matemáticas comienzan a entenderse ahora como un fenómeno pancultural.”

Al considerar Bishop la matemática como una actividad humana, reconoce que puede manifestarse de diferentes maneras, dependiendo de múltiples factores relacionados con el contexto y la cultura en que se desenvuelve un individuo, y que influyen en cierta forma en cómo se interpreta y concibe la matemática.

2.1.4. 1 Actividades culturales.

La actividad de contar tiene una larga historia, debido a que existe evidencia en que los llamados “pueblos primitivos” la efectuaban apoyándose en los objetos o en las partes de su cuerpo; esta manera de hacerlo, en la actualidad todavía se evidencia en diferentes etnias, que dependiendo de las necesidades del entorno varían, igualmente se presentan diversos sistemas de conteo en diferentes bases, que difieren al sistema en base diez del “civilizado”. El contar desarrolla los métodos de cálculo, los sistemas numéricos, las estadísticas, etc.

Medir es naturalmente de carácter universal, y posee estrechos vínculos con la matemática, tiene que ver con comparar, ordenar y asignar valor; con respecto a las unidades y al sistema de unidades, su precisión varía de acuerdo a las necesidades del entorno, es decir que la exactitud depende del propósito e importancia de lo que se mide; el Medir del mismo modo que la actividad de contar se puede realizar por medio de los objetos, como es el caso de una báscula que mide el peso, el metro que mide las longitudes o el reloj que mide el tiempo; también se puede hacer a través de las partes del cuerpo para medir longitudes o por estimación sensorial como por ejemplo la estimación a ojo para medir objetos.

Diseñar es otra ocupación universal indispensable para movilizar ideas matemáticas, referidas a la tecnología, los artefactos manufacturados y objetos, que son creados por las culturas para desempeñar distintas labores de la vida diaria. Según Bishop (2005, p.51) “lo importante desde el

punto de vista matemático es el plano, la estructura, la forma imaginada, las relaciones espaciales que se perciben entre el objeto y el propósito, la forma abstraída y el proceso de abstracción”; de esta actividad se pueden evidenciar ideas matemáticas que involucran la forma, tamaño, escala, medida y en las propiedades de los objetos; propiedades geométricas tales como semejanzas congruencia, proporción, razón, etc.

Jugar ha tenido gran importancia para el desarrollo de la vida cultural; en todas las culturas se juega y se cree que es tan antiguo como el hombre mismo, al respecto Johan Huizinga, citado por Bishop (2005, p.53) afirma que “El espíritu de la competencia en el juego es, en tanto impulso social, más antiguo que la cultura misma e impregna toda la vida como un fermento cultural...”. Las nociones de jugar y juego son consideradas diferentes, Bishop (2005) manifiesta que la noción de juego es más restringida que la de jugar, entendiendo el jugar como la actividad general y la idea de juego como la formalización de jugar. Cuando los individuos se disponen a jugar y se establece el juego, se formalizan reglas y procedimientos, que son comparadas a menudo por matemáticos con las reglas mismas de las matemáticas; estas capacitan al individuo para desarrollar acciones propias de la actividad matemática como son la indagación, la conjetura, la estimación, la predicción, etc.

La actividad de localizar hace referencia a como los pueblos simbolizan y relacionan objetos entre sí para poder ubicarse y desplazarse en su entorno espacial y permitirles llegar a un destino trazado; en esta actividad universal se encuentran gran cantidad de nociones matemáticas, en especial en geometría. Las ideas matemáticas que se pueden encontrar de esta actividad, son tales como las dimensiones, las coordenadas polares y cartesianas, los ejes las redes, los lugares geométricos, entre otras; Siendo de esta manera significativas para el pensamiento matemático. Bishop (2005) dice que “si se considera el papel importante que juegan la navegación, la

astronomía y la exploración en el desarrollo de las ideas matemáticas, entonces la idea general de localización se puede ver como fundamental en el conocimiento matemático”.

Explicar es una actividad que tiene que ver más con el ambiente social que con el ambiente físico, que se manifiesta a la necesidad de dar respuesta a preguntas que surgen debido a situaciones que se le presentan al hombre en un entorno determinado; El explicar conlleva a la producción de un discurso, con la intención de que sea entendible para el otro, para esto se deben respetar ciertas reglas en su estructura como los conectivos lógicos y cuantificadores. De esta actividad surgen ideas matemáticas tales como la generalización, la argumentación, las reglas de lógica, las demostraciones, las ecuaciones, etc.

Las seis actividades mencionadas anteriormente, denominadas universales y fundamentales en las diversas comunidades, están fuertemente relacionadas, una puede llevar a las otras o estar efectuándose al mismo tiempo, integrando diversas ideas matemáticas propias de cada una de ellas; construyendo y concibiendo de manera práctica, desde diferentes perspectivas la matemática en la cultura.

2.2 Diseño Metodológico

En esta sección se describirá brevemente en que consiste el proceso metodológico etnográfico, que es posiblemente el más popular y empleado para la investigación descriptiva de un grupo sociocultural concreto; por último, teniendo en cuenta la metodología escogida, se mostrarán las fases que componen el proceso mediante el cual se dará desarrollo a la investigación, que permitirán dar cumplimiento a los objetivos trazados del trabajo.

2.2.1 Metodología etnográfica.

La metodología de investigación etnográfica es un proceso sistemático empleado para el estudio de personas y culturas, que permite tener una imagen realista y fiel del grupo estudiado, debido a que consiste en observar y describir las cualidades particulares, por medio de la interacción directa con la comunidad o grupo social indagado; la etnografía se interesa por lo que la gente hace, por lo que cree, por sus motivaciones, por sus valores, etc. Al respecto Goetz y Lecompte (1988, p, 74) establecen que la etnografía permite:

Una descripción holista de la interacción natural de un grupo en un periodo de tiempo que representa fielmente las visiones y significados de los participantes, además del énfasis en el descubrimiento de las creencias compartidas, las practicas, los artefactos y el conocimiento popular.

Según Del Rincón (1997) Las características de la etnografía como forma de investigación son:

1. Un carácter fenomenológico o émico: Se trata de interpretar los fenómenos sociales viendo “desde dentro” la perspectiva del contexto social de los participantes permitiendo al investigador tener un conocimiento interno de la vida social.

2. Supone una permanencia relativamente persistente, dentro del grupo a estudiar con el fin de conseguir su aceptación y confianza. Una vez conseguido esto, debemos comprender la cultura que les rodea. Esta característica trata de dar un paso más allá en investigación de tal manera que el etnógrafo viva en primera persona la realidad social del grupo, así será capaz de observar cómo acontecen las cosas en su estado natural y comprender los diferentes comportamientos que se producen en un determinado contexto.

3. Es holística y naturalista: recoge una visión global del ámbito social estudiado desde distintos puntos de vista:

- *Desde un punto de vista interno, el de los miembros del grupo*
- *Desde un punto de vista externo, la interpretación del investigador*

4. Tiene un carácter inductivo: La etnografía es un método de investigación basado en la experiencia y la exploración. Parte de un proceso de observación participante como principal estrategia de obtención de la información permitiendo establecer modelos, hipótesis y posibles teorías explicativas de la realidad objeto de estudio.

Teniendo en cuenta este método de investigación y el tiempo que es necesario dedicarle a la interacción directa con el grupo social inspeccionado, desde el comienzo del trabajo de investigación, se estableció como fuente principal de información la Institución Educativa Agropecuario Guambiano; que gracias a un miembro de la comunidad, que posibilitó el dialogo con las directivas de la institución, con el propósito de obtener el permiso para entrar a las instalaciones del colegio y poder indagar lo concerniente al sombrero Tampalkuari.

2.2.2 Fases de la investigación.

Para la confección de las fases como se había establecido, se realizaron teniendo en cuenta el método etnográfico, que permitió hacer un análisis cualitativo de la comunidad Misak y con relación al análisis matemático del sombrero, se tuvo en cuenta diversas investigaciones, entre ellas las metodologías propuestas por Gerdes (1999) y Aroca (2009).

❖ Fase 1

Interacción: Esta primera fase, de acuerdo a la metodología etnográfica, se realizó con el propósito de hacer el primer contacto con los Misak e irse familiarizando con sus costumbres, creencias, lenguaje y prácticas en general, con la intención primordial de interactuar y establecer un vínculo que permita obtener la aceptación y confianza de la comunidad, y posibilitar el observar de forma natural lo que acontece e identificar algunas de las fuentes que contribuirán con la investigación.

❖ Fase 2

Indagación: En esta fase se realizó la segunda visita a la comunidad, con el propósito de lograr el primer objetivo específico, por lo tanto se indago sobre lo que representa y simboliza el sombrero Tampalkuari, con la finalidad de encontrar el significado social y cultural que tiene la práctica tradicional en el grupo indígena Misak, además se observó la elaboración del sombrero, para identificar las actividades universales involucradas y percibir algunas nociones matemáticas implicadas en el proceso, que no son apreciadas a simple vista.

Para la indagación a las personas con respecto al sombrero, se utilizaron como táctica la entrevista no estructurada o libre, que se desenvuelve por medio de preguntas abiertas, sin un orden preestablecido, que surgen a medida que los entrevistados dan su respuestas durante el diálogo y adquiriendo características de conversación; para dar inicio a la entrevista se puso como tema inicial y primordial, el que representa y simboliza el sombrero Tampalkuari en la comunidad Guambiana, y en torno a este tema, se realizarán las preguntas durante la entrevista que ayudarán a redirigir en algún momento la conversación.

2.2.3 Medios de recogida de datos en las dos primeras fases.

Para las dos primeras fases, en el transcurso de la interacción e indagación se utilizó diferentes artefactos para su registro, como lo son el diario de campo, grabadora de audio, cámara fotográfica y video, que proporciono los datos necesarios para la investigación. A continuación se describe el uso de estos instrumentos:

- **Diario de campo:** el diario de campo se utilizó en todo el transcurso de la primera y segunda fase, con la intención de consignar la información más relevante vivida con los integrantes de la comunidad.
- **Grabadora de audio:** se utilizó para registrar los diálogos realizados en las entrevistas no estructuradas con los miembros de la comunidad Misak, con el propósito de tener fielmente lo dicho durante el encuentro y extraer la información apropiada para la investigación.
- **Cámara fotográfica y video:** se utilizó primordialmente en el transcurso de la observación del proceso de elaboración del sombrero Tampalkuari, para la obtención de evidencia gráfica y no perder ningún detalle de la construcción.

❖ Fase 3

Análisis: En esta fase se analizó los datos registrados de las dos anteriores fases, comenzando con la experiencia vivida en el primer contacto con la comunidad y cómo fue su acogida, posteriormente se recogió la información proporcionada por los entrevistados, para documentar lo dicho sobre lo que representa y simboliza el sombrero Tampalkuari en el pueblo Misak; se estableció cuáles son las actividades universales involucradas en la práctica tradicional, que permitieron identificar nociones matemáticas “informales” encontradas en el proceso de elaboración del sombrero y que fueron analizadas bajo criterios matemáticos institucionalizados, denominados “formales” en el ámbito académico.

❖ Fase 4

Conclusiones: En esta última fase, se darán las conclusiones que se llegaron con relación a las anteriores fases, y como se alcanzaron los objetivos específicos a través de ellas; además se dieron algunas reflexiones personales, con referencia a lo que significó realizar en general este trabajo.

Capítulo 3

Desarrollo de la Investigación

En este capítulo se explica como fue el primer acercamiento con la comunidad Misak, además se contextualiza la institución que permitió la indagación en sus instalaciones; seguidamente se describe que representa y simboliza el sombrero, los materiales con que esta echo, el aprendizaje del tejido y la venta del Tampalkuari; por último, se exponen las nociones matemáticas que se encontraron en el proceso de elaboración sombrero.

3.1 Primer Contacto con los Misak (Guambianos)

El primer acercamiento con los Misak, se dio gracias a un miembro de la comunidad, que mostró su interés en ayudar con el proceso de indagación, e hizo posible el alojamiento en el pueblo, permitiendo que la acogida de la comunidad Guambiana fuera más agradable.

3.1.1 Institución Educativa Agropecuario Guambiano.

Como ya se había establecido anteriormente, la principal fuente de información fue la Institución Educativa Agropecuario Guambiano, que durante todo el proceso educativo, desde primaria hasta concluir bachillerato, se enseña el trenzado del sombrero Tampalkuari, que al culminar grado once, cada estudiante tiene la responsabilidad de haber terminado por lo menos

un sombrero, que deberán llevar puesto el día de la graduación, junto con el atuendo tradicional en su totalidad.

Comienzos de la institución y sus principios

La comunidad Guambiana con el propósito de tener su propia institución educativa, comienza a buscar sitios donde podría estar construida; tras revisar varios sitios, concluyeron que la mejor opción es el lote donado por el taita Manuel Jesús Muelas ubicado en la vereda las delicias, donde se procedió a la construcción de la Institución Educativa Agropecuario Guambiano que se encuentra operando desde 1960 y se ha convertido en un valioso punto de encuentro de la comunidad Guambiana.



Figura 3. Institución Educativa Agropecuario Guambiano (Fuente: elaboración propia)

Con la institución educativa, las autoridades del pueblo Misak le dieron gran importancia a la escolaridad, favoreciendo que niños y jóvenes cursaran estudios de primaria y secundaria. Así en 1985 se constituyó el comité de Educación, que impulso la Etnoeducación y la educación propia,

además ese mismo año se escribió el primer Programa Educativo Guambiano (PEG) que se ha ido ajustando en el transcurso del tiempo para responder a las necesidades del pueblo Misak.

Por tanto, la Institución Educativa Agropecuario Guambiano, en su PEI (proyecto educativo institucional) propone:

Filosofía

La Institución Educativa Agropecuario Guambiano, es una institución oficial, que ofrece educación en preescolar, básica y media, con modalidad agropecuaria, que se inspira en los valores propios de la cultura Guambiana, fundamentada en el pensamiento de los mayores.

Busca generar en los miembros de la comunidad educativa de la institución, principios que den respuesta a situaciones concretas en su entorno sociocultural, formando personas capaces de abrir posibilidades a su proyecto de vida y de permanencia cultural.

Misión

Generar espacios de formación Técnico Agropecuario para el desarrollo de vida del educando, mediante políticas etnoeducativas acordes con el plan de permanencia cultural del pueblo Guambiano.

Visión

Que la Institución Educativa Agropecuario Guambiano, sea reconocida por su liderazgo en la formación integral del educando, comprometido con los desarrollos socioculturales, ambientales, políticos, científicos y económicos de su entorno, fundamentados en la responsabilidad, trabajo, identidad y demás principios de la interculturalidad.

Principios

Identidad: significa que el ser Guambiano es único en su persona, irrepetible, irremplazable y como etnia tiene características particulares que lo diferencian de los demás, con su propio proyecto de permanencia cultural.

Autoridad y autonomía: Es una persona consiente de sus posibilidades de tomar decisiones responsables con su formación integral y por ende comprometiéndose con el reconocimiento y fortalecimiento del plan de permanencia cultural del pueblo Guambiano.

Trabajo: Persona que puede desarrollar todas sus potencialidades físicas o intelectuales, dentro y fuera de su entorno en ejercicio continuo de los valores propios del ser humano.

Trascendencia: Persona abierta a la superación de sí misma y de su cultura, conviviendo en armonía con la naturaleza, la diversidad lingüística y la interculturalidad.

La Institución Educativa Agropecuario Guambiano en su proyecto educativo, reconoce la importancia de una educación integral que promueva los valores propios de su cultura, comprometida a desarrollar las potencialidades del ser Misak y la superación personal, en armonía con el entorno y la interculturalidad, permitiendo que sus estudiantes interactúen y conozcan las costumbres y prácticas tradicionales de la comunidad.

3.1.2 Reunión con las directivas de la Institución y docentes.

Para que la Institución Agropecuario Guambiano concediera el permiso de efectuar las entrevistas, fue necesario una reunión informal con el subdirector, el profesor Segundo (Profesor del trenzado del sombrero Tampalkuari) y los profesores del área de matemáticas del colegio, con el fin de dialogar acerca de los objetivos del proyecto; los motivos que llevaron hacer la

investigación sobre el sombrero Tampalkuari, y que aportaría a la comunidad al culminar el trabajo, además también se dejó en claro cuál era la ayuda que se pretendía tener por parte de la institución y de los docentes.



Figura 4. Dialogo en torno al proyecto (Fuente: elaboración propia)

Al culminar la reunión se logró una pequeña entrevista con los docentes del área de matemáticas, enfocada principalmente en el tema de etnomatemática ; al respecto los maestros fueron sinceros al confesar que muy poco conocían acerca de esta nueva línea de investigación, pero que estaban interesados en conocer más sobre el tema, y que ya habían comenzado a leer algunos trabajos que hablaban de la etnomatemática y algunas investigaciones hechas a otras comunidades; además expresaron su interés en conocer la investigación que se haría en torno al sombrero y que si era posible conocer el trabajo culminado, con el propósito de ser enseñado a sus estudiantes.

3.2 Qué Representa y Simboliza el Sombrero Tampalkuari

En una entrevista realizada a Fabio Tunubala, perteneciente a la comunidad Guambiana, relata que los mayores decían que el Tampalkuari inicia con un triángulo que hace referencia al día y el instante del nacimiento de un niño Misak; la espiral que forma el sombrero, simboliza el camino que recorre el ser Guambiano, desde el momento en que viene al mundo, hasta el día en que muere; los colores del sombrero están inspirados en los colores del aroiris que nace en las lagunas de Ñimbe (macho) y Piendamo (hembra), que se dice que son pareja y dieron origen al ser Misak, también se cuenta que sobre las lagunas descendió un sombrero Guambiano, que venía del aroiris, tapando las dos lagunas y quedándose sobre ellas por un tiempo.



Figura 5. Representación del sombrero descendiendo sobre las lagunas

La entrevista que se le efectuó al profesor Segundo, cuenta que anteriormente los sombreros Guambianos de los mayores, eran de un piso, pero que ahora se encuentran sombreros de dos y de tres pisos, esto se debe a que la juventud fue confeccionando sus propios sombreros y rediseñándolos según sus gustos.

En la elaboración de un sombrero Tampalkuari se deben trenzar ciertas figuras que tienen un significado importante para la comunidad Guambiana; estas figuras deberán ser incluidas de la siguiente manera:

En la primera parte se incluyen cinco montañas, que al coserse el sombrero forma una estrella;



Figura 6. Estrella formada por cinco montañas (Fuente: elaboración propia)

Luego viene el trenzado blanco, que se dice que son los pasos lentos para llegar a una cierta meta;



Figura 7. Trenzado blanco (Fuente: elaboración propia)

Después viene el plano pequeño que se compone de varias unidades de colores, cada unidad está compuesta por los colores rosado, violeta y verde, el orden de los colores varía dependiendo, si el sombrero es para un hombre o una mujer, para la niña la unidad de colores debe empezar con rosado y para el niño debe de empezar con violeta. En la historia el plano pequeño es una pequeña extensión de tierra que han recuperado los Guambianos;



Figura 8. Plano pequeño (Fuente: elaboración propia)

Seguidamente del plano pequeño vienen las montañas que salen en forma de zigzag;



Figura 9. Montañas en forma de zigzag (Fuente: elaboración propia)

Posteriormente se incluyen cuatro mariposas, que se encuentran separadas unas de la otras, y bien distribuidas en el sombrero; las mariposas tienen el color verde y rojo, y cada color tiene su significado, el verde representa el medio ambiente y su cuidado, el rojo, hace referencia a la sangre derramada por un Misak;



Figura 10. Mariposa (Fuente: elaboración propia)

Luego viene de nuevo el trenzado blanco; seguidamente viene el plano grande que se trenza de la misma manera que el plano pequeño, que representa una gran extensión de tierra que poseían los Guambianos y que se perdió; nuevamente viene el trenzado blanco; posteriormente viene los límites, que están ubicados en la zona doblada hacia la parte interna del sombrero, y al igual que el plano, está compuesto por los colores rosado, violeta y verde. Los límites simbolizan los linderos que poseen y que poseían las tierras Guambianas;

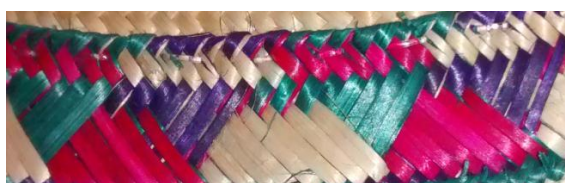


Figura 11. Límites ubicados en la parte interna del sombrero (Fuente: elaboración propia)

Se procede otra vez con el trenzado blanco; y por último, nuevamente con las montañas, ubicadas en el borde del sombrero, formando una circunferencia, que representan la unión de todos los pueblos en Colombia.



Figura 12. Sombreros guambianos con diferentes diseños (Fuente: elaboración propia)

En las imágenes se puede ver dos sombreros guambianos con diferentes diseños, el primero muy parecido al que describió el profesor Segundo, con sus respectivos planos pequeño y grande, con las montañas que están enseguida del plano pequeño y las que están ubicadas en el borde del sombrero, con las cuatro mariposas separadas bien distribuidas en el sombrero, pero no obstante, sin las cinco montañas que forman la estrella, por el contrario, en la segunda imagen del sombrero guambiano, si incluye las cinco montañas que forman la estrella y además incorpora ocho mariposas después del plano grande.

3.3 Materiales del Sombrero Tampalkuari

El profesor segundo cuenta que anteriormente el sombrero se hacía con hoja de caña, que era el mejor material para su elaboración, eran más resistentes y de mejor calidad, el material se conseguía en tierra caliente, la hoja de caña había que rasparla por dentro con un cuchillo, luego se tenía que cocinar y dejarla al aire libre por bastante tiempo, para que blanquee, pero este material se dejó de utilizar, porque no habían personas que lo extrajeran, los mayores que lo hacían se murieron, ellos lo traían y lo vendían por ataditos en Silvia, estancándose el material, con el tiempo se comenzó a utilizar la hoja de tetera, que se consigue yendo para Tumaco, donde varios pueblos lo negocian, además hay un grupo de indígenas que sobreviven con la venta de este material, la hoja de tetera es más prestable, pero no aguanta el agua, por esta razón, se debe cuidar muy bien el sombrero cuando llueve.

3.4 Aprendizaje del Tejido del Tampalkuari

El profesor Segundo, señala que la enseñanza del tejido del sombrero Tampalkuari en los colegios Guambianos, comenzó después de que se iniciara a recuperar la tierra, cuando un taita dijo que había que comenzar a rescatar las tradiciones, el Tampalkuari, la música, las historias y

muchas otras cosas, por esa razón, en los colegios Guambianos, se enseña una hora de la elaboración del sombrero, pero los mayores hablaban, que hay que levantarse a las seis de la mañana y seguir hasta las cinco de la tarde, para avanzar bastante y terminar el sombrero más o menos en tres o cuatro días, por lo tanto los estudiantes en una hora avanzan poco, y se demoran meses terminando el sombrero.



Figura 13. Estudiantes de séptimo grado (Fuente: elaboración propia)

En la elaboración del Tampalkuari se debe trenzar una tira, que tiene entre un centímetro a dos centímetros de ancho, la tira trenzada está construida por parejas de fibras que a medida que se avanza en el trenzando, y se hace más larga la tira que se está tejiendo, se puede ir cosiendo la tira en forma de espiral con nailon por medio de una aguja, para que se pueda ir observando la posición en que van quedando los diseños o figuras realizadas, y controlar mejor la disposición en que se ubicaran.



Figura 14. Cosiendo la tira en forma de espiral (Fuente: elaboración propia)

En el Instituto Educativo Agropecuario Guambiano, el profesor Segundo enseña a los estudiantes de primero a tercero, el trenzado con tres parejas, que equivalen a seis fibras, y si el estudiante es práctico, se le enseña el de cinco parejas, que equivalen a diez fibras, para los estudiantes de grado cuarto y quinto se les enseña el trenzado de siete parejas, que equivalen a catorce fibras, en el grado sexto, se practica el trenzado de once parejas, que equivalen a veintidós fibras, y en los años restantes, se enseña el trenzado de quince parejas, que equivalen a treinta fibras, y si el estudiante practicó, el mismo trata de hacer el trenzado diecinueve parejas, que equivalen treinta y ocho fibras.



Figura 15. Trenzado de once parejas (Fuente: elaboración propia)

En el trenzado, las parejas se dividen en dos grupos, en un lado las parejas son pares y en otro son impares, en el caso de las once parejas, son seis en un lado y cinco parejas en el otro, pero a medida que se trenza, el lado de seis parejas, pasa hacer de cinco, y el lado de cinco, pasa hacer de seis, y así sucesivamente va cambiando el número de parejas, en cada uno de los lados.

3.5 Venta del Tampalkuari

Para comprar el Tampalkuari, hay distintas formas: una es por medio del encargo a miembros de la comunidad que se dedican a la elaboración sombrero, el precio del sombrero, depende de la complejidad y el tiempo dedicado en su elaboración; otra manera para comprar o vender es en los carnavales de Silvia, en donde la comunidad aprovecha la concurrencia de personas para negociar con los sombreros; otra forma y la más conveniente para turistas de paso, es el comprar en algún establecimiento del pueblo de Silvia, en el que se exhiben algunos sombreros de distintos valores que varían desde cien mil pesos hasta cuatrocientos mil pesos.



Figura 16. Sombreros exhibidos en un establecimiento (Fuente: elaboración propia)

3.6 Actividades Universales Involucradas en el Tampalkuari

Como se había mencionado anteriormente, todas las comunidades desarrollan actividades que involucran nociones matemáticas, llamadas por Bishop “actividades universales”, por lo tanto, la comunidad Guambiana no debería ser la excepción, en ella se realizan gran variedad de prácticas que tienen gran contenido matemático, siendo una de estas prácticas, la elaboración del Tampalkuari, que es la profesión de interés en este trabajo; por esta razón, a continuación en este apartado, se hablará de las actividades universales involucradas en el proceso de elaboración del sombrero Tampalkuari, con el propósito de clarificar o identificar algunas posibles nociones matemáticas “informales”, que posteriormente serán analizadas bajo criterios matemáticos institucionalizados, denominados formales en el ámbito académico.

3.6.1 Actividades Universales Identificadas en el Sombrero.

En el proceso de elaboración del sombrero Tampalkuari, se lograron identificar actividades universales, tales como:

Medir es una de las actividades más frecuente en nuestro diario vivir, y se puede decir que el medir es indispensable para el diseño y la elaboración o construcción de objetos que requieren medidas exactas, pero el medir también se pueden evidenciar en actividades que no requieren exactitud que utilizan unidades de medidas no estandarizadas, como es en el caso de algunas medidas que realizan los Guambianos y que son utilizadas en el proceso de elaboración del sombrero Tampalkuari, que son realizadas mayormente con el cuerpo, y algunas veces a estimación a ojo.

Una de las medidas que realizan con el cuerpo, es la brazada, que corresponde a la extensión que hay entre los brazos de punta a punta y dicen los lugareños, que es aproximadamente de 150 cm o 170 cm, esta forma de medir, es utilizada en la elaboración del Tampalkuari, para estimar la extensión en la que deberá quedar la tira que se teje; otra medida utilizada es la cuarta, que corresponde a la palma de la mano bien abierta y va desde el dedo meñique hasta el pulgar, y que se dice, que equivale a veinte centímetros, esta medida es utilizada mayormente en la elaboración del sombrero, para controlar lo que se teje en el trenzado blanco; en cuanto a la medición por estimación a ojo, frecuentemente se utiliza, para dividir las fibras de la hoja de tetera, en el que el ancho de la fibra de tetera, depende de la cantidad de pares de fibras con las que se elaborará el sombrero.



Figura 17. Dividiendo la hoja de tetera en fibras (Fuente: elaboración propia)

Contar al igual que medir, es muy frecuente en nuestro diario vivir, y se puede asegurar que la actividad de contar se realiza con más frecuencia que la de medir, de hecho se puede establecer, que cuando estamos midiendo con unidades establecidas y que se repiten, también se está realizando el acto de contar, por tal razón, se puede inferir que la actividad de contar, al igual que la de medir, se está efectuando en la elaboración del sombrero, pero también en el proceso de construcción, se evidencia, el contar ya no como unidades de medida, sino como de cantidad, como en el caso de cuándo se deben sacar las fibras pares e impares, cuándo se deben

tejer cierta cantidad de figuras, o cuándo se teje propiamente, entre otras acciones que se realizan en el proceso de elaboración del Tampalkuari, que posibilitan la actividad de contar.

Diseñar a diferencia de la actividad de medir y contar no es tan frecuente, pero es una actividad constante para las personas que trabajan con la manufactura, como es el caso de las personas que elaboran el Tampalkuari, en el que se encuentra claramente la actividad de diseñar por la forma piramidal del sombrero visto desde la parte lateral; en su apariencia de círculos espaciados concéntricos, mirándolo desde la parte superior; y además por las figuras plasmadas que se encuentran en su tejido.



Figura 18. Sombrero Tampalkuari con varios pisos (Fuente: elaboración propia)

3.7 Algunas Nociones Matemáticas en el Tampalkuari

En este apartado se presentan algunas de las nociones matemáticas identificadas, teniendo como criterio dos de las actividades universales ampliamente presentes en la elaboración del sombrero, enfocándose de esta manera primordialmente en las actividades de contar y diseñar, por cuanto estas dos actividades permiten un análisis más amplio e interesante bajo criterios institucionalizados denominados formales en las matemáticas.

3.7.1 Análisis de la actividad de contar bajo criterios institucionalizados.

Como se había descrito anteriormente, el trenzado del Tampalkuari está compuesto por pares de fibras que están divididas en dos grupos, un grupo con un número de parejas par y el otro grupo con un número de parejas impar, pero al empezar a tejer, el grupo con número de parejas par, pasa a ser impar y el grupo con número de parejas impar pasa ser par, de tal manera que a medida que se teje el número de parejas de los grupos cambia constantemente, bien sea a par o a impar. La tabla que se muestra a continuación muestra la formula general para n parejas del trenzado.

Tabla 1. *Trenzado según el número de parejas*

Número de parejas del trenzado	Numero parejas en el primer Grupo	Numero parejas en el segundo grupo
3	2	1
5	3	2
7	4	3
11	6	5
15	8	7
19	10	9
n	$\frac{(n + 1)}{2}$	$\frac{(n - 1)}{2}$

Posición inicial (Fuente: elaboración propia)

En la tabla, se dispuso que en el primer grupo, el número de parejas sea mayor por uno que en el segundo grupo, esto es debido a que el movimiento siempre se realizará con el grupo que tenga mayor numero de parejas, pero como se había dicho anteriormente, el número de parejas está en constante cambio durante el proceso de elaboración, dando como consecuencia que cuando se haya culminado con el movimiento, el número de parejas en el primer grupo pase a ser el que tenga menor parejas y el segundo grupo quede con mayor parejas. La tabla que se muestra a continuación muestra cómo quedarían los grupos después de haber culminado el movimiento.

Tabla 2. *Trenzado según el número de parejas después de culminar el movimiento*

Número de parejas del trenzado	Numero parejas en el primer Grupo	Numero parejas en el segundo grupo
3	1	2
5	3	2
7	3	4
11	5	6
15	7	8
19	9	10
n	$\frac{(n - 1)}{2}$	$\frac{(n + 1)}{2}$

Datos después de culminar el movimiento (Fuente: elaboración propia)

Como es evidente en la primera tabla y en la segunda tabla, el número de parejas de cada grupo cambia uno por la del otro, esto es posible matemáticamente hablándolo, debido a que el total de las parejas empleadas (TP) va hacer igual a la suma del número de parejas del primer grupo (PG) y el segundo (SG) y por tanto se puede realizar la propiedad conmutativa al número de parejas del primer grupo (NPG) y el segundo (NSG), es decir:

$$TP = NPG + NSG \quad \text{O} \quad TP = NSG + NPG$$

Es pertinente aclarar que cuando hablamos de la conmutatividad entre el primer grupo y el segundo, fue necesario diferenciar grupos con el número de parejas de los grupos, porque es evidente que la posición de los grupos no cambia, lo que cambia es el número de parejas de los grupos; de igual manera empleando este mismo planteamiento para las formulas generales halladas en las tablas, se puede inferir que:

Antes de realizar el movimiento

$$n = \frac{(n+1)}{2} + \frac{(n-1)}{2} \quad \text{o}$$

Después de realizar el movimiento

$$n = \frac{(n-1)}{2} + \frac{(n+1)}{2}$$

3.7.1.1 *Mínimo de movimientos de los pares de fibras hasta llegar a la posición inicial.*

En la elaboración del sombrero Tampakuari las parejas de fibras tienen una cierta posición en el sombrero, que cambia a medida que se teje y regresan a su posición inicial después de cierto número de movimientos.

A continuación se muestran las posiciones de las parejas de fibras después del primer movimiento en el proceso de elaboración de un sombrero de once parejas de fibras.

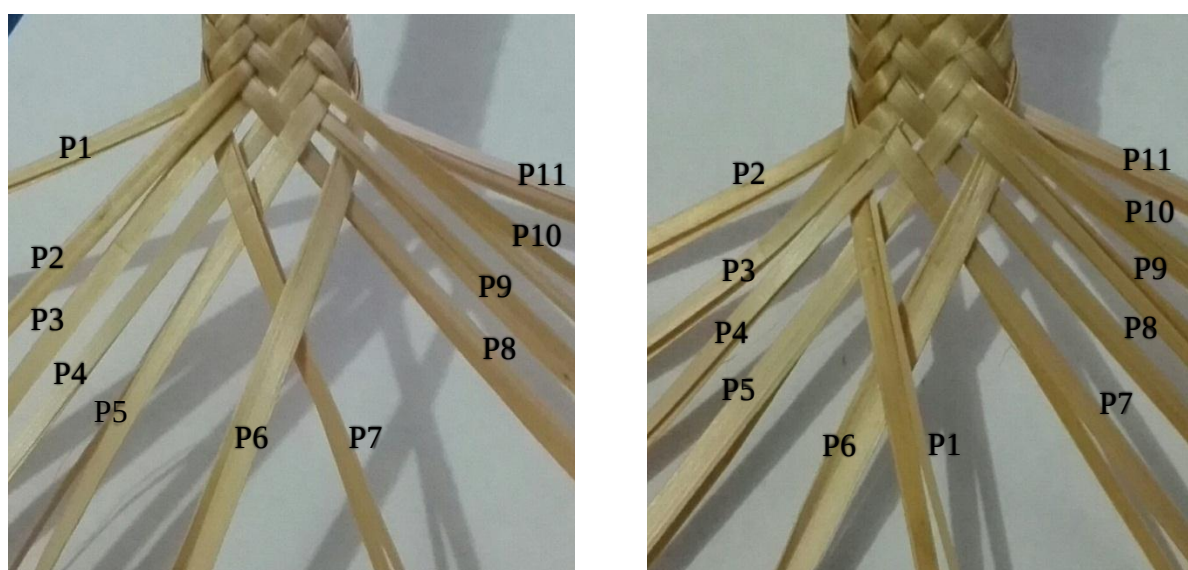


Figura 19. Posición de las parejas de fibras después del primer movimiento (Fuente: elaboración propia)

Las imágenes muestran, mediante la notación P_n , los dos grupos de parejas de fibras, en la primera imagen compuesta por un grupo de parejas par (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 y P_6) y por un grupo de parejas impar (P_7, P_8, P_9, P_{10} y P_{11}); y la segunda imagen después del primer movimiento, la posición de la pareja P_1 cambia, dejando el primer grupo con las parejas (P_2, P_3, P_4, P_5 y P_6) y en el segundo grupo con las parejas ($P_1, P_7, P_8, P_9, P_{10}$ y P_{11}). A continuación se identificará cuántos movimientos se realizan a las parejas de fibras para que vuelvan a sus posiciones

originales durante la elaboración del sombrero para n parejas de fibras y las posiciones que ocupan las fibras en cada uno de los movimientos.

Tabla 3. *Movimientos mínimos en un sombrero de tres parejas de fibras*

Movimientos	Primer grupo de parejas posiciones	Segundo grupo de parejas posiciones
0	(P1 y P2)	(P3)
1	(P2)	(P1 y P3)
2	(P2 y P3)	(P1)
3	(P3)	(P2 y P1)
4	(P3 y P1)	(P2)
5	(P1)	(P3 y P2)
6	(P3)	(P1 y P2)
Movimientos mínimos en tres parejas de fibras (Fuente: elaboración propia)		

Tabla 4. *Movimientos mínimos en un sombrero de cinco parejas de fibras*

Movimientos	Primer grupo de parejas posiciones	Segundo grupo de parejas posiciones
0	(P1, P2 y P3)	(P4 y P5)
1	(P2 y P3)	(P1, P4 y P5)
2	(P2, P3 y P5)	(P1 y P4)
3	(P3 y P5)	(P2, P1 y P4)
4	(P3, P5 y P4)	(P2 y P1)
5	(P5 y P4)	(P3, P2 y P1)
6	(P5, P4 y P1)	(P3 y P2)
7	(P4 y P1)	(P5, P3 y P2)
8	(P4, P1 y P2)	(P5 y P3)
9	(P1 y P2)	(P4, P5 y P3)
10	(P1, P2 y P3)	(P4 y P5)

Movimientos mínimos en cinco parejas de fibras (Fuente: elaboración propia)

Tomando como referencia los datos obtenidos de las tablas que muestran los movimientos mínimos en un sombrero de 3 y 5 parejas de fibras, se puede inferir que la cantidad de movimientos es el doble del número de parejas de fibras del sombrero, esto es debido a que la pareja P1 va a pasar por cada una de las posiciones en las que estaban las demás fibras, pero con un movimiento de espera para ocupar otra posición, por tal razón la cantidad de movimientos (CM) va a ser igual a dos veces el total de las fibras empleadas (TF), es decir:

$$CM = 2TF$$

Las parejas de fibras dependiendo del movimiento ocupan una posición en el trenzado, ya sea la misma o diferente; un ejemplo sería en el sombrero de tres parejas, que en el inicio la pareja P1 ocupa la posición 1 (PC1), la pareja P2 ocupa la posición 2 (PC2) y la pareja de fibra P3 ocupa la posición 3 (PC3) y después del primer movimiento la pareja P1 ocupa la posición 2 (PC2), la pareja P2 ocupa la posición 1 (PC1) y la pareja de fibra P3 ocupa la posición 3 (PC3), de tal manera que la posición de las fibras depende del movimiento que se esté haciendo.

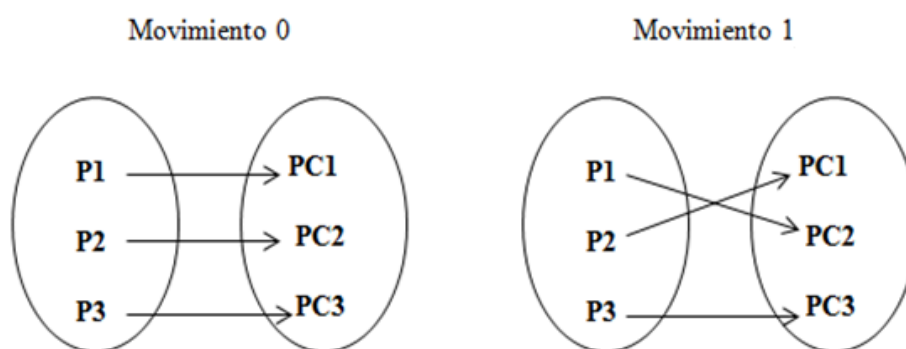


Figura 20. Fibras en el movimiento inicial (0) y primer movimiento (1) (Fuente: elaboración propia)

El diagrama muestra cómo están relacionadas las parejas de fibras con las posiciones según el movimiento, se puede ver como las parejas de fibras P1 y P2 cambian de posición y la pareja P3

queda en la misma posición; para determinar la posición de cada una de las fibras a continuación se tabulara cada uno de los movimientos.

Tabla 5. *Posición de las fibras según el movimiento*

Primeros tres movimientos				Últimos tres movimientos			
Movimiento	P1	P2	P3	Movimiento	P1	P2	P3
1	PC2	PC1	PC3	4	PC3	PC1	PC2
Movimiento	P1	P2	P3	Movimiento	P1	P2	P3
2	PC2	PC3	PC1	5	PC1	PC3	PC2
Movimiento	P1	P2	P3	Movimiento	P1	P2	P3
3	PC3	PC2	PC1	6	PC1	PC2	PC3

Posición de las fibras (Fuente: elaboración propia)

La tabulación de los movimientos en el trenzado de tres parejas de fibras, nos refleja la posición de cada una de las fibras en cierto movimiento, que al llegar al sexto movimiento, como se había establecido anteriormente las parejas de fibras vuelven a la posición inicial, pero también se puede percibir que al comparar el movimiento 1 con el movimiento 4, el movimiento 2 con el movimiento 5 y el movimiento 3 con el movimiento 6 tienen sentidos contrarios y son simétricas, como se evidencia en las siguientes graficas en el plano cartesiano.

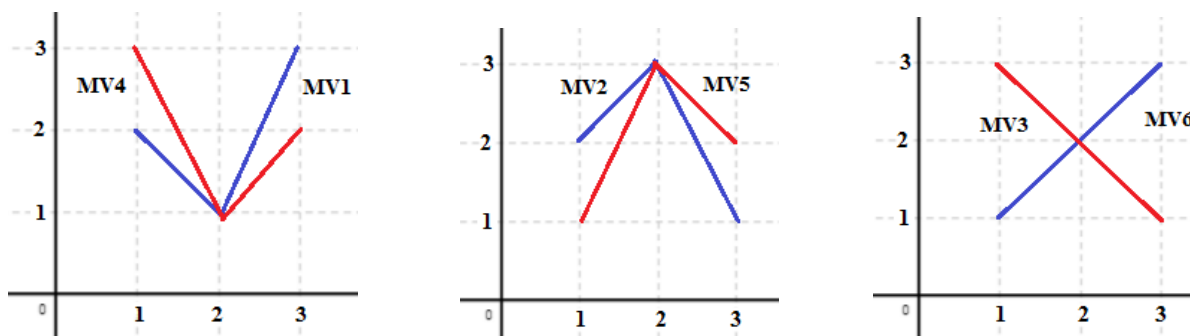


Figura 21. Graficas de los movimientos en el trenzado de tres parejas de fibras (Fuente: elaboración propia)

En las gráficas realizadas el eje X representa las parejas de fibras y el eje Y las posiciones que puede tomar cada fibra, después de cierto movimiento (MV); las gráficas evidencian que cada movimiento representado tiene un movimiento simétrico como se había dicho anteriormente, y su eje de simetría es la recta vertical en $X=2$, además si se emparejan las gráficas MV1 y MV2, las gráficas M4 y M5 o MV3 y MV6 se puede verificar que un eje de simetría es la recta horizontal en $Y=2$.

Si se quieren ver las gráficas como funciones hay que tener en cuenta ciertas restricciones, debido a que se puede pensar que el dominio de la función va de uno a tres, pero esto no es cierto puesto que no puede haber un movimiento que involucre pareja y media de fibras entre otras infinitas posibilidades que están entre uno y tres y no hacen parte del dominio, lo mismo sucede con el rango, las posibilidades también son limitadas.

Para dar un ejemplo se toman las funciones lineales que representan los movimientos 3 y 6.

$$MV3(x) = f(x) \quad f(x) = x \quad Df: x \in \{1, 2 \text{ y } 3\} \quad ; \quad Rf: y \in \{1, 2 \text{ y } 3\}$$

$$MV6(x) = h(x) \quad h(x) = -x+4 \quad Dh: x \in \{1, 2 \text{ y } 3\} \quad ; \quad Rh: y \in \{1, 2 \text{ y } 3\}$$

3.7.2 Análisis de la actividad de diseñar bajo criterios institucionalizados.

En la actividad de diseñar en el sombrero se pueden identificar transformaciones geométricas en las figuras, que le dan una apariencia más armónica y llamativa en el sentido que guardan cierta simetría una de la otra; por tal razón a continuación se tratara de recrear algunas de las transformaciones que se emplearon en la elaboración del sombrero por medio del software de geometría dinámico GeoGebra, que es un programa interactivo empleado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para construir el sombrero como se había dicho anteriormente, se realiza una tira en la que se plasman las figuras, algunas de esas figuras se repiten sucesivamente de acuerdo al diseño que tendrá el sombrero, estas sucesiones de las figuras inicialmente se pueden relacionar con la transformación geométrica de traslación, en la cual las figuras se desplazan de forma directa según un vector sin cambiar la orientación y manteniendo su forma y tamaño.



Figura 22. Tira del sombrero (Fuente: elaboración propia)

Como se puede ver en la imagen anterior, en la tira del sombrero se pueden percibir dos figuras compuestas cada una por tres colores (verde, violeta y rojo), la figura que está al lado izquierdo de la tira será la figura inicial y la figura al lado derecho será la imagen, es decir que ambas estarán relacionadas por medio de una transformación geométrica que será recreada a continuación en el software de geometría dinamica GeoGebra.

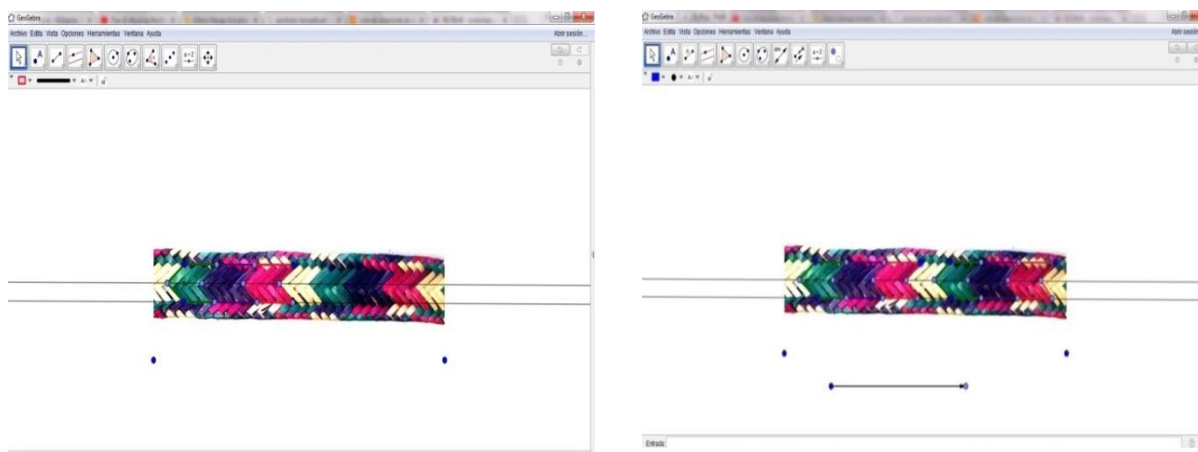


Figura 23. Construcción de la figura inicial (Fuente: elaboración propia)

Tomando como base la deconstrucción geométrica realizada por Aroca 2009 en su trabajo con las mochilas Arhuacas, se comienza a recrear la relación geométrica que presentan las dos figuras plasmadas en el sombrero, de tal manera que inicialmente se insertó la imagen y por medio de las herramientas segmento, recta paralela y polígono se construyó la figura inicial, posteriormente con la ayuda de la herramienta vector y la herramienta magnitud y longitud se creó el vector que indicará la dirección del desplazamiento y magnitud de la traslación.

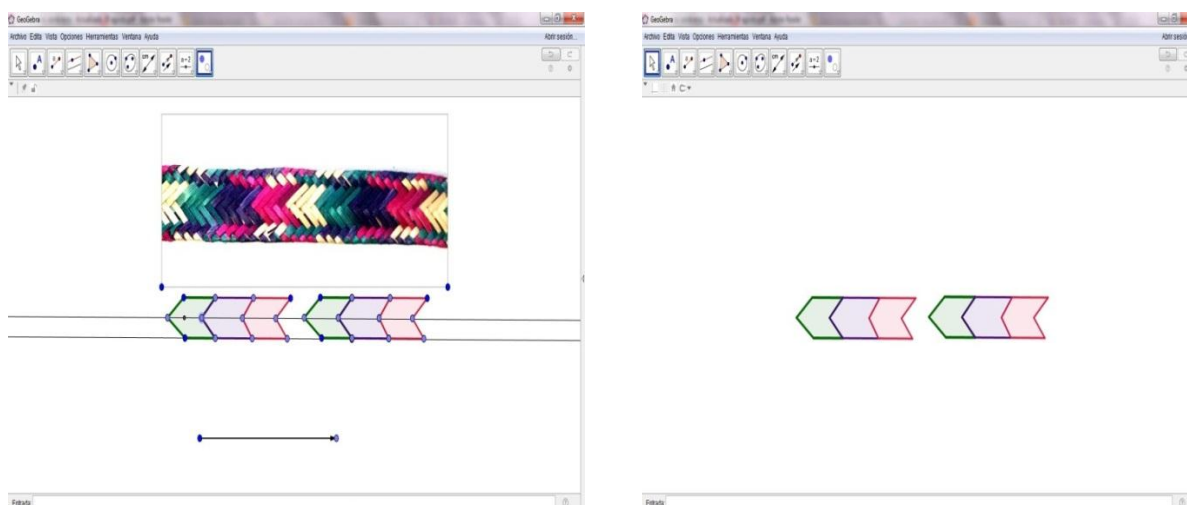


Figura 24. Traslación de la figura inicial (Fuente: elaboración propia)

En la anterior ilustración se puede observar que la imagen insertada se desplaza y luego será borrada, con el propósito de ver con mayor detalle la figura inicial, además con ayuda de las herramientas que brinda GeoGebra se aplica una traslación a la figura inicial, se ocultan los puntos y las rectas que permitieron construir la primer figura.

Los guámbianos al tejer las figuras que tendrá el sombrero, tratan que los diseños que serán duplicados mantengan la forma y el tamaño del que hicieron primero, esto lo hacen gracias a que repiten la misma manera y cantidad de movimientos con el que hicieron el primero, pero aun así las figuras no son exactas una con la otra, debido a que depende de la fuerza con la que se teje, ya que al apretar más o hacerlo con menos fuerza puede variar levemente el tamaño de la figura, además el tamaño de la figura puede verse afectado por las hebras que no son cortadas uniformemente por la persona que elabora el sombrero, puesto que algunas hebras pueden ser más gruesas o delgadas en ciertas partes.

3.7.2.1 Rotación en espiral en el sombrero Tampalkuari.

El sombrero como se había mencionado anteriormente en su construcción se teje una tira que después es cosida en forma de espiral, por tanto las figuras que son plasmadas en el Tampalkuari son aparentemente rotadas en diversos grados, según sea la figura, como es el caso de algunos sombreros que aparentemente las mariposas están rotando noventa grados una respecto con la otra; a continuación se muestra un sombrero que presenta la característica nombrada.



Figura 25. Sombrero con cuatro mariposas (Fuente: elaboración propia)

Las 4 mariposas que aparentemente están rotadas en espiral noventa grados, se recrearon por medio del software de GeoGebra, en el cual se construye inicialmente el cuadrado con vértices ABCD, en el que cada uno de los vértices se utilizó como puntos centros para la construcción de la espiral.

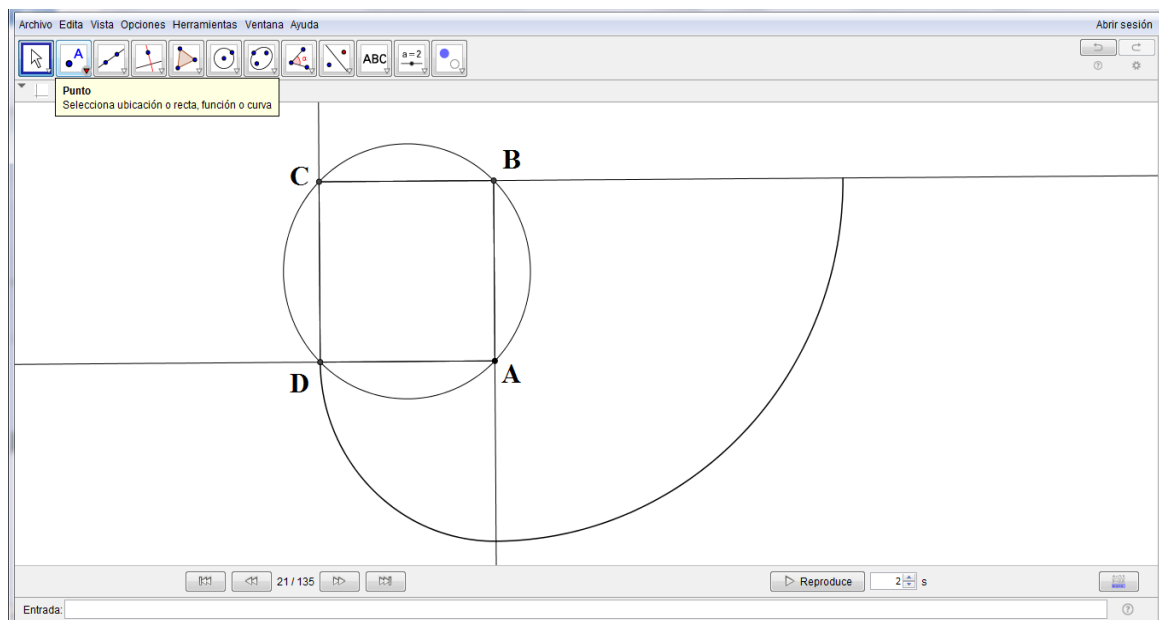


Figura 26. Espiral a partir de 4 centros (Fuente: elaboración propia)

Después en el cuadrado se prolongaron los lados creando semirrectas, luego con ayuda de los vértices AD se realizó un semicírculo hasta cortar la semirrecta que pasa por el segmento BA, después con centro en el vértice B y diámetro en la intersección del primer semicírculo y la semirrecta, se realizó otro semicírculo hasta cortar la otra semirrecta y así sucesivamente con cada uno de los vértices hasta construir la espiral.

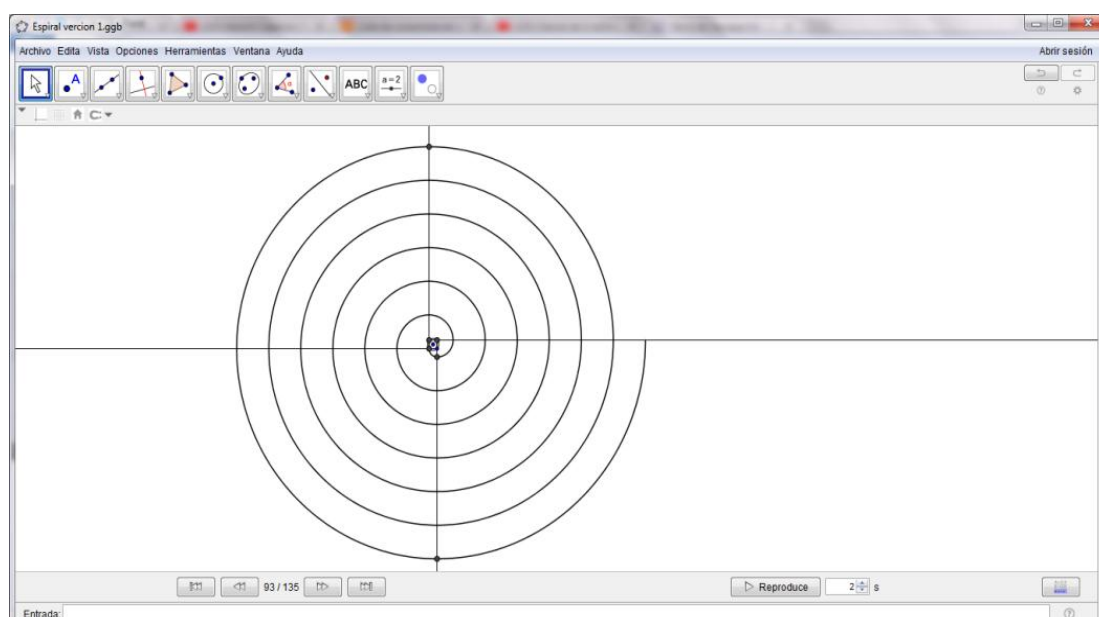


Figura 27. Espiral culminada (Fuente: elaboración propia)

La primera mariposa que se le aplicó la rotación, se construyó en el cuadrante superior izquierdo dentro de dos semicírculos que fueron los límites de la figura; para la construcción de la mariposa se utilizaron las herramientas que ofrece GeoGebra, tales como el punto, el segmento, retas paralelas y el polígono que conformaron la primera mariposa.

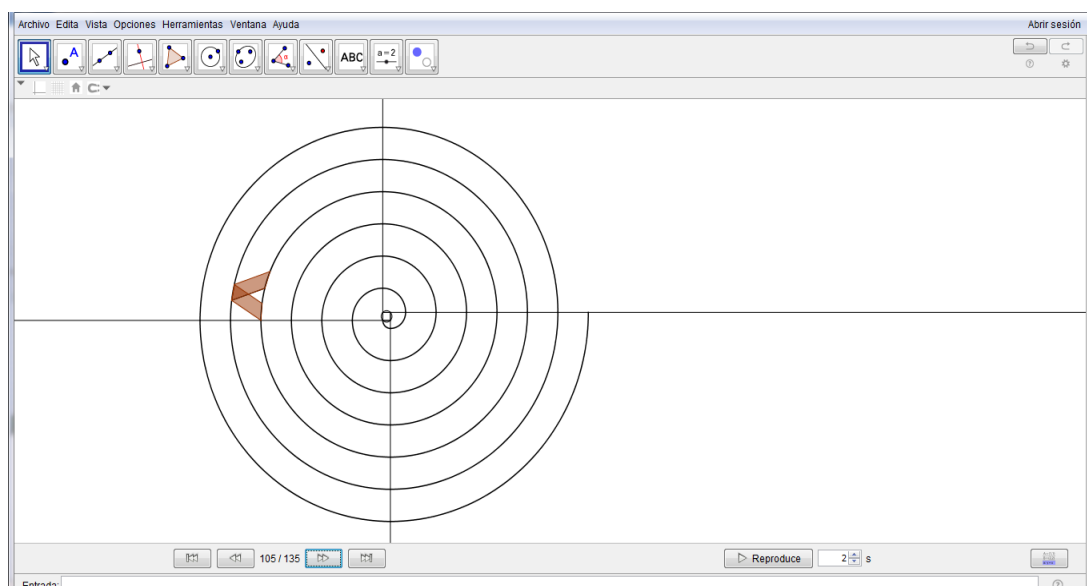


Figura 28. Primera mariposa a la que se le aplicara la rotación (Fuente: elaboración propia)

Para cuando se aplicó la rotación de noventa grados a la primera mariposa, se utilizaron los vértices del cuadrado que sirvieron como centro de rotación; para lograr este cometido se utilizó la herramienta rotación, en la que se debió seleccionar el objeto a rotar (primera mariposa), luego el punto centro (vértice A) y por último la amplitud del ángulo de rotación en sentido antihorario (noventa grados); después de obtener la nueva mariposa que fue rotada, se le aplicó la rotación con el punto centro indicado (vértice B), el ángulo de noventa grados con el mismo sentido antihorario y de la misma manera se realizó la rotación a cada mariposa imagen de la anterior hasta obtener las cuatro mariposas del sombrero que se quería recrear.

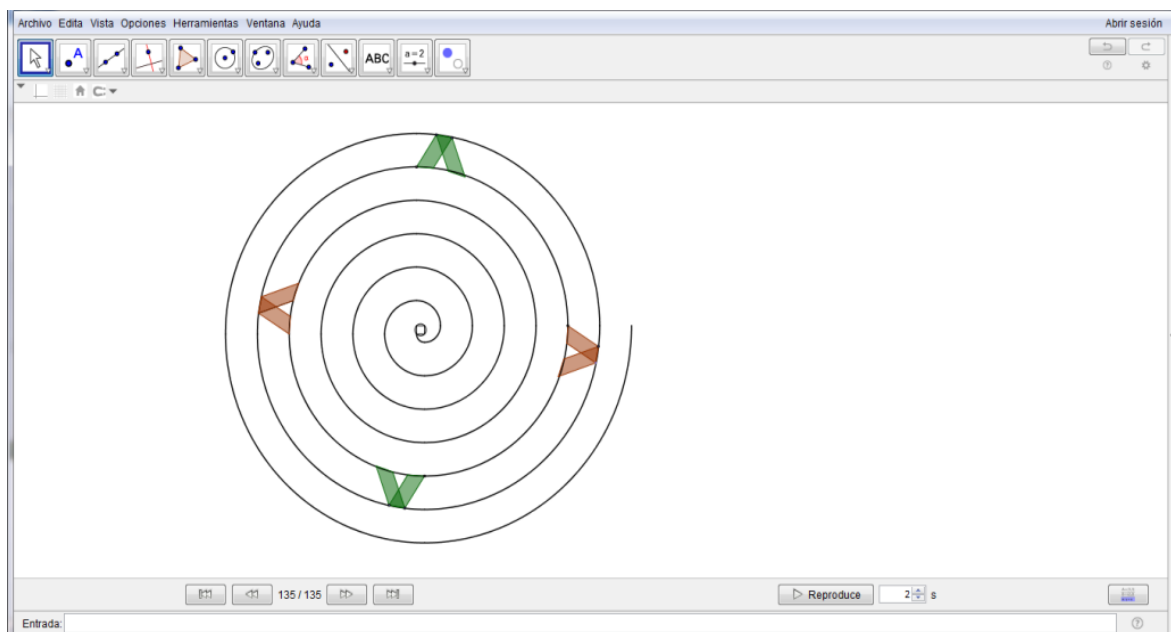


Figura 29. Mariposas rotadas en espiral (Fuente: elaboración propia)

Algunos guámbianos para plasmar con cierta precisión las figuras aparentemente en el sombrero, van midiendo continuamente mientras cosen la tira que han elaborado, con el propósito de calcular donde deben comenzar a construir una figura y que mantenga cierta simetría con las otras; como fue en el caso de las mariposas recreadas anteriormente, las cuales aparentemente están rotadas en noventa grados.

Capítulo 4

Conclusiones y Reflexiones

Teniendo en cuenta el marco de referencia conceptual, los objetivos, el procedimiento en la elaboración del sombrero Tampalkuari, la convivencia con la comunidad Misak, las nociones matemáticas identificadas, los análisis realizados a las nociones matemáticas trabajadas, se llegó a las siguientes conclusiones y reflexiones.

4.1 Conclusiones

1. El sombrero Tampalkuari tiene una gran trascendencia en la comunidad Misak, puesto que este representa su territorio, sus tradiciones, sus creencias, y en general la forma en la que vive un Misak, el sombrero en la historia Guambiana no ha tenido la misma relevancia, debido a que anteriormente para los Misak el sombrero más que ser solo una prenda, representaba el ser Misak y por tal razón era llevado con gran orgullo, pero al pasar del tiempo, el Tampalkuari estaba siendo sustituido por un sombrero de fieltro de color negro, provocando que las nuevas generaciones cambiaran el sentir hacia el Tampalkuari, puesto que los jóvenes mostraban poco interés en conocer sus tradiciones, sin embargo actualmente a los jóvenes guámbianos se les enseña en los centros educativos a elaborar el sombrero y apreciar esta bella tradición, que además ha sido de gran ayuda económica para algunas familias Guambianas que se dedican a su elaboración; de tal manera que este trabajo brinda su granito de arena para resaltar el significado

social y cultural que tiene el Tampalkuari , unificando aquella información que estaba dispersa y de esta forma pueda ser apreciada por la comunidad.

2. Es común encontrar las actividades matemáticas universales contar, medir y diseñar en construcciones que requieran la manufactura, como en el caso de la construcción del sombrero Tampakuari; estas actividades matemáticas pueden ser aplicadas en diversos momentos de la elaboración o ser empleadas constantemente en el proceso, en el caso particular del Sombrero Tampakuari, las actividades contar y medir se perciben desde el principio de su construcción, debido a que es necesario medir y contar las fibras del sombrero durante su proceso de elaboración, no obstante la actividad de medir no es permanente en el desarrollo de la construcción, pues se emplea en breves momentos cuando se necesita que las figuras queden igualmente distanciadas; caso contrario sucede con la actividad de contar que es permanente en la elaboración del Tampalkuari, puesto que es necesario estar contando cada vez que se teje para determinar cuántas parejas de fibras deben pasar por encima y por debajo de la pareja de fibra que se está moviendo; por otra parte la actividad de diseñar se da paulatinamente durante el proceso de construcción, dado que solo se puede apreciar cuando se requiere plasmar alguna imagen o figura en el sombrero y contemplar totalmente el diseño cuando se culmina la fabricación.

Las actividades matemáticas universales que están involucradas en el sombrero, pueden ser de gran ayuda para realizar posibles propuestas didácticas por parte de los docentes de matemáticas que trabajan en la comunidad, con el propósito de contextualizar las matemáticas que enseñan en los colegios Guámbianos y permitir una enseñanza acorde a las actividades que realizan los estudiantes en su diario vivir.

3. Las nociones matemáticas involucradas en el sombrero Tampalkuari, se pudieron percibir más fácilmente una vez se identificaron las actividades matemáticas universales implicadas en el proceso de construcción del sombrero, mostrando la matemática implícita en el Tampalkuari y su belleza desde otra perspectiva; en particular las actividades contar y diseñar permiten un análisis más interesante bajo criterios institucionalizados denominados formales en las matemáticas; sin embargo se trabajaron solo algunas de las nociones matemáticas que se pudieron percibir debido a que esta hermosa practica tiene muchas más por ser exploradas.

Las nociones matemáticas que se trabajaron en el sombrero a partir de la actividad de diseñar se lograron identificar las nociones de traslación y rotación en espiral, que se aplicaban de manera inusual en el Tampalkuari, que se realizaban con el fin de que las figuras plasmadas en el sombrero conservara una cierta simetría y le diera una apariencia armónica y llamativa a la vista.

Con respecto a la actividad de contar se logró reconocer patrones y variables relacionadas con el trenzado, que permitieron hallar nociones algebraicas y establecer ecuaciones generales para el tejido; estas nociones matemáticas encontradas en el sombrero pueden ser un punto de partida para propuestas didácticas en clase de algebra para grados en el que se trabajen patrones numéricos, variables numéricas y el concepto de función; en cuanto a las clases de geometría puede ser interesante hacer posibles propuestas didácticas con el fin de llamar la atención de los estudiantes por medio de alentarlos a que hagan sus propios diseños aplicando transformaciones geométricas sin dejar de lado el diseño fundamental del sombrero, es decir, teniendo presente cada una de las figuras lo que representa y simboliza para el ser Misak y por tanto no perder el sentido que tiene el sombrero en la comunidad.

En síntesis, las nociones matemáticas “informales” involucradas en la elaboración del sombrero Tampalkuari, al ser analizadas bajo criterios matemáticos institucionalizados, denominados formales en el ámbito académico, permiten crear un puente entre la educación y cultura del pueblo Misak, posibilitando un recurso que puede ser utilizado en la enseñanza de las matemáticas y propiciar un aprendizaje significativo acorde al entorno y prácticas de la comunidad.

4.2 Reflexiones

Las reflexiones se darán a partir de la experiencia vivida en la comunidad Misak, los aportes que han brindado diferentes personas referentes al proyecto de grado, es decir lo que dejó durante todo este tiempo el proceso que se ha seguido en el trabajo.

1. La comunidad Misak, como cualquier otra comunidad, desarrolla actividades que involucran nociones matemáticas, tales actividades podrían utilizarse en el ámbito educativo para contextualizar los procesos matemáticos llamados formales en la cultura occidental. Para esto es necesario involucrar tanto la comunidad educativa como el pueblo Guambiano, a través de mecanismos de participación como salidas pedagógicas de los estudiantes para que conozcan un poco más de las prácticas cotidianas que se realizan en la comunidad, visitas de los pobladores guámbianos a los colegios con el fin de que den a conocer las actividades que desarrollan, entre otros mecanismos posibles, con el propósito de proporcionar herramientas educativas tanto en el aula como por fuera de ella y hacer de esta manera un aprendizaje más significativo de acuerdo a su entorno social.

2. Las prácticas tradicionales de diversas culturas se han ido perdiendo, por la falta de interés que suelen tener los jóvenes hacia las cosas que para ellos carecen de sentido o simplemente pasaron de moda, por tal razón este trabajo busca darle a través de las matemáticas algo de sentido a una actividad que se estaba olvidando, y de esta manera contribuir de manera poco convencional con su conservación. Dado que este trabajo identifica, además de las nociones matemáticas implicadas en la construcción del sombrero, su importancia al interior de la comunidad, lo que representa, su construcción y su aporte económico en la población Guambiana, aportando de esta manera un texto que pueda ser de gran relevancia tanto en lo educativo, como en lo cultural.

3. Es necesario asumir retos que permitan que todos, desde su diversidad, tengan una formación de calidad, en este sentido, la formación de docentes para que promuevan una educación inclusiva y tomen en cuenta el entorno en el que trabajan es fundamental; en este orden de ideas, es necesario que los textos educativos se contextualicen en el ámbito social y cultural en que se van a utilizar. A esto también podría aportar la implementación de proyectos investigativos que posibiliten bases teóricas y metodológicas para una enseñanza multicultural, con el fin de integrar aquellas comunidades minoritarias que han sido sometidas sin saberlo a una educación que poco toma en cuenta su contexto, perjudicando tanto su aprendizaje como sus tradiciones, debido a que estas poblaciones están siendo mayormente influenciadas por las costumbres de aquellas comunidades dominantes.

Referencias bibliográficas

- Aroca, A. (2009). *Geometría en las Mochilas Arhuacas. Por una enseñanza de las matemáticas desde una Perspectiva cultural*. Universidad del Valle
- Antillón, J. (2004). *La evolución de la cultura: de las cavernas a la globalización del conocimiento*. Costa Rica: Universidad de Costa Rica
- Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático en los niños*. Madrid: Visor
- Beyer, W. (2005). *Matemática, desarrollo humano, cultura y naturaleza. Didáctica crítica de las matemáticas y etnomatemáticas: perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina*. Bolivia: Campo Iris.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Ed. Paidós Ibérica S.A. 239p.
- Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Colombia: Universidad del Valle.
- Boletín ISGEm, (1985). “Formación del ISGEm” “La etnomatemática: ¿Qué pudiera ser?”, [en línea], vol 1, núm 1, Recuperado el 22 de junio de 2014 en <http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems11.htm>
- Campo, D. (2013). *Memoria semiótico visual de la riqueza cromática del pueblo indígena guambiano a partir de su cosmovisión como aporte cultural en américa latina*. (Tesis de pregrado). Recuperado el 12 de marzo del 2014 de la base de datos Universidad Autónoma de Occidente.
- Congreso de la República de Colombia. (1994). Ley General de Educación (Ley 115). Recuperado el 18 de marzo de 2014 en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Constitución política colombiana (1991). Bogotá: Panamericana

- Cruz, J., Hejeile, L., Lozada, J., & Sánchez, C. (s.f) . Caracterización pueblo Misak. Recuperado el 18 de marzo de 2014 en <http://www.monografias.com/trabajos-pdf4/caracterizacion-pueblo-misak/caracterizacion-pueblo-misak.pdf>
- D'AMBROSIO, U. 1985. Boletines del Grupo de Estudio Internacional de Etnomatemática: ISGEM. Compilación Hilbert Blanco Álvarez. Recuperado el 23 de abril de 2015 en <http://etnomatematica.org/isgem.php>
- Del Rincón, D. (1997). *La metodología cualitativa orientada a la comprensión*. Barcelona: EDIOUC
- Essomba, M. (2007). *Construir la escuela intercultural: Reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural*. Barcelona: GRAÓ. 123p.
- Fuentes, C. (2012). “*Etnomatemática, Geometría y Cultura*”. *Documentación de algunas actividades matemáticas universales en el proceso de creación de cestería de un grupo de artesanos en el municipio de guacamayas, boyacá, colombia, un estudio de caso*. (Tesis de pregrado). Recuperado el 5 de junio de 2014 en http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_grado/Tesisabril2012.pdf
- Gerdes, P. (1999). *Geometry from Africa. Mathematical and educational explorations*. Current Printing. (Estados Unidos).
- Goetz & Lecompte. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación etnográfica*. Madrid: Morata.
- Ministerio de Educación Nacional. (1994). Ley 115 de febrero 8 de 1994. Recuperado el 10 de Abril de 2018 en [http:// www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (Junio-Julio de 2005). Tres miradas a la formación docente. *Altablero*. Recuperado el 01 de Abril de 2014 en <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89943.html>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares*. Bogotá: Magisterio

Parra, A. (2003). *Acercamiento a la etnomatemática*. (Tesis de pregrado). Recuperado el 15 de junio de 2014 en <http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf>

Rowlands, S & Carson, R (2002). Where would formal, academic mathematics stand in a curriculum informed by ethnomathematics? a critical review of ethnomathematics, *Educational Studies in Mathematics* 50 (1), 79-102.

Sánchez, E., & Molina, H (2010). *Documentos para la historia del movimiento indígena colombiano contemporáneo* (1ra ed). Bogotá: Ministerio de cultura.

Shadowxfox. (2011). *Mapas SVG de municipios del Cauca* [Imagen]. Recuperado en http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:SVG_maps_of_municipalities_of_Cauca

Tombe, A., Morales, M., & Tunubala, S. (2008). *La expresión de afectividad en la familia misak en el espacio del nachak-fogon*. Recuperado del repositorio de la UNAD el 24 de marzo de 2014 en <http://repository.unad.edu.co/bitstream/10596/2330/1/2008-07P-41.pdf>

White, L. (1988). *La ciencia de la cultura. Un estudio sobre el hombre y la civilización*. Barcelona: Círculo de Lectores