



Análisis Semiótico de las Pruebas SABER: Pensamiento Espacial y Figuras Geométricas

Manuel Eugenio Izquierdo Jiménez

Director:

Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo Avenia

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas y Física

2018



Análisis Semiótico de las Pruebas SABER: Pensamiento Espacial y Figuras Geométricas

Manuel Eugenio Izquierdo Jiménez

Trabajo de grado para optar el título de Licenciado en Matemáticas y Física

Director:

Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo Avenia

Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Licenciatura en Matemáticas y Física

2018

RESUMEN

En el pasado la enseñanza de la geometría era considerada una materia secundaria, carente de sentido; pero recientemente, diversas investigaciones evidencian los enormes esfuerzos por recuperar el lugar que le corresponde dentro del currículo escolar. Pese a ello, los resultados de evaluaciones externas que se realizan periódicamente a estudiantes de educación básica reflejan que, en la mayoría de instituciones educativas, se ignora o se dedica poco tiempo a su enseñanza, lo que incide en la adquisición de conocimientos geométricos ligados al Pensamiento Espacial y el desarrollo de competencias. Pues bien, este trabajo se inscribe en una perspectiva semiótica que considera esencial para el aprendizaje de la geometría la coordinación entre figura y discurso por medio de las transformaciones posibles a efectuar sobre una representación. A partir del análisis de los ítems de las Pruebas SABER 9° de matemáticas aplicadas en 2013, 2014 y 2015 que incluyen el Pensamiento Espacial y recurren a las figuras geométricas, se busca aportar elementos de reflexión acerca de la complejidad que subyace la resolución de estas preguntas.

A manera de conclusión, aunque el marco teórico de las Pruebas SABER llama mucho la atención sobre la importancia de la transformación de representaciones, se encontró que, en la mayoría de preguntas, si bien se promueve algún tipo de conversión, la resolución recae en procedimientos rutinarios y mecánicos antes que contemplar posibilidades de transformar una figura en otra representación para visualizar relaciones y propiedades.

Palabras clave: Registros de representación semiótica, geometría, Pruebas SABER, Pensamiento Espacial, figuras geométricas.

ABSTRACT

In the past the teaching of geometry was considered a secondary matter, meaningless; but recently, various investigations show the enormous efforts to recover its rightful place within the school curriculum. Despite this, the results of external evaluations that are periodically made to students of basic education reflect that, in most educational institutions, little or no time is devoted to teaching, what affects the acquisition of geometric knowledge linked to Spatial Thinking and the development of competences. As well, this work is inscribed in a semiotic perspective that considers essential for the learning of geometry the coordination between figure and discourse through the possible transformations to effect on a representation. From the analysis of the items of the SABER Tests of mathematics applied in 2013, 2014 y 2015 that include Spatial Thinking and turn to geometric figures, it seeks to provide elements of reflection about the complexity underlying the resolution of these questions.

By way of conclusion, although the theoretical framework of the SABER Tests draws much attention to the importance of the transformation of representations, it was found that in most questions, although some type of conversion is promoted, the resolution falls on routine and mechanical procedures rather than contemplating possibilities of transforming a figure into another representation to visualize relationships and properties

Key words: Registers of semiotic representations, geometry, SABER Tests, Spatial Thinking, geometric figures.

Índice de Contenido

RESUMEN	iii
ABSTRACT.....	iv
Índice de tablas	vii
Índice de figuras.....	viii
INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO 1. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN.....	11
1.1. Estado del arte	11
1.1.1. Componente geométrico	12
1.1.2. Aspectos semióticos y geometría.....	15
1.2. Problema de investigación	16
1.3. Objetivos de la investigación	19
1.3.1. Objetivo general.....	20
1.3.2. Objetivos específicos	20
1.3.3. Cuestiones que permiten conseguir cada uno de los objetivos específicos	20
CAPÍTULO 2. MARCO REFERENCIAL	21
2.1. Representaciones semióticas y geometría	21
2.2. Estándares y Pruebas SABER.....	27
CAPÍTULO 3. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN	29
3.1. Naturaleza de la investigación.....	30
3.2. Unidades de análisis	31
3.3. Instrumento metodológico.....	32
3.3.1. Categoría 1: Conversión de Representaciones.....	34
3.3.2. Categoría 2: Unidades Significantes.....	37
3.3.3. Categoría 3: Nivel de Congruencia.....	39
3.4. Ejemplo de codificación.....	41
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE DATOS	44
4.1. Tipos de transformaciones semióticas identificadas	44
4.2. Número de veces que aparecen las transformaciones	53
4.3. Análisis por competencia matemática.....	56
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	60
5.1. Consecución de los objetivos de la investigación	60
5.2. Conclusiones del estudio.....	66
5.3. Recomendaciones.....	67

BIBLIOGRAFÍA	68
APÉNDICES.....	71
APÉNDICE 1: Conversión de representaciones semióticas contempladas en los ítems de las Pruebas SABER analizados	71
APÉNDICE 2: Unidades significantes de las representaciones implicadas en la conversión que son incluidas en los ítems de las Pruebas SABER analizados	72
APÉNDICE 3: Nivel de congruencia en la conversión de representaciones consideradas en los ítems de las Pruebas SABER analizados.....	74
ANEXOS	76
Anexo 1. Ítems Pruebas SABER 9° año 2013	77
Anexo 2. Ítems Pruebas SABER 9° año 2014	86
Anexo 3. Ítems Pruebas SABER 9° año 2015	95

Índice de tablas

Tabla 1. Descripción general de los niveles de desempeño para el componente geométrico de la prueba de matemáticas 9° grados.....	17
Tabla 2. Número de ítems de las Pruebas SABER por competencia y año.....	32
Tabla 3. Categorías de análisis del instrumento metodológico.....	33
Tabla 4. Codificación del ítem de las Pruebas SABER ilustrado en la figura 2.....	42

Índice de figuras

Figura 1. Niveles de desempeño alcanzados en las Prueba SABER en matemáticas para el período 2013-2015.....	18
Figura 2. Ítem Pruebas SABER noveno, año 2013, p. 113.....	41
Figura 3. Ítem Pruebas SABER, año 2015, p. 53.	46
Figura 4. Ítem Pruebas SABER, 2013, p. 45.	47
Figura 5. Ítem Pruebas SABER, 2013, p. 137.	49
Figura 6. Ítem Pruebas SABER noveno, año 2013, p. 77.....	50
Figura 7. Ítem Pruebas SABER noveno, año 2015, p. 26.....	52
Figura 8. Tipos de transformaciones semióticas identificadas en los ítems de las Pruebas SABER analizados.....	53
Figura 9. Tratamientos en las transformaciones por conversión.	55
Figura 10. Transformaciones semióticas que aparecen en la competencia de razonamiento y argumentación.....	56
Figura 11. Transformaciones semióticas que aparecen en la competencia de comunicación, representación y modelación.....	57
Figura 12. Transformaciones semióticas que aparecen en la competencia de planteamiento y resolución de problemas.	58
Figura 13. Transformaciones semióticas presentes en las tres competencias que evalúan las Pruebas SABER.	59

INTRODUCCIÓN

La discusión acerca del porqué incluir la enseñanza de la geometría en los currículos escolares, no es un tema reciente; desde décadas atrás “nadie parece estar seguro del porqué [debe estar allí], cuánto tiempo dedicarle o cómo enseñarla mejor” (Morris, 1986, p.29). Además, algunas investigaciones reflejan la pérdida progresiva de su posición en la enseñanza de las matemáticas. En la reforma de las “matemáticas modernas”, por ejemplo, se priorizó la enseñanza de tópicos matemáticos tradicionales como la probabilidad, la estadística, las ciencias computacionales y las matemáticas discretas, disminuyendo así el papel que la geometría cumple dentro del currículo. En cambio, desde la década de los 90’s, la investigación educativa ha centrado su atención en la geometría desde perspectivas de naturaleza distinta (Vasco, 1991; Duval, 1998; Villani, 1998; Barrantes, 2003; Aroca, 2008; Marmolejo y Vega, 2012).

Todo lo anterior suscitó el diseño de nuevas propuestas curriculares que asignan una mayor preponderancia a la geometría (MEN 1998, 2006; SEDUCA, 2007; NCTM, 2000; INEE, 2008; MEP, 2005). No obstante, en algunas instituciones colombianas, los educadores tienen conocimientos insuficientes acerca de los elementos matemáticos que le determinan y sobre su didáctica (Sgreccia, Amaya, y Massa, 2012; Yepes y Bedoya, 2015; Báez e Iglesias, 2007 y Paredes, Iglesias y Ortiz, 2007; Hernández y Villalba, 2001 y Barrantes, 2002; Santa y Jaramillo, 2013; Ponte y Chapman, 2006; y Aballe, 2000), lo que conlleva a que su enseñanza no sea considerada; de hacerse, se promueve de forma incipiente, carente de sentido y significado, razón por la cual, los resultados de las evaluaciones externas nacionales e internacionales, no suelen ser los mejores (Marmolejo, 2005; Gómez, 2011; Díaz, Álvarez, Torres y Guacaneme, 1997; Navarrete, 2016).

Hay que mencionar, además, que el acceso a los objetos matemáticos para el estudio de la geometría no se realiza vía sensorial, es necesario el uso de representaciones, en particular, las alusivas a la lengua natural y las figuras. La principal dificultad para su aprendizaje radica en la no coordinación entre los tratamientos que provienen de tales registros y de éstos con registros de otra índole (Duval, 1999, 2004, 2006). Por tanto, la distribución de aciertos y fracasos observados en cuestionarios de evaluación verifican que la mayor complejidad recae en la conversión de representaciones semióticas (Duval, 1999, 2004, 2016). Para vencer esta dificultad, es necesario realizar estudios que permitan distinguir el tipo de transformaciones que se suscitan en los problemas de geometría que evalúan los conocimientos y capacidades de los estudiantes en el contexto escolar.

Considerando el último de los aspectos reseñados, en esta investigación se pretende identificar las clases de transformaciones semióticas que se promueven en la resolución de algunos ítems¹ de las Pruebas SABER 9° (en adelante, Pruebas SABER) aplicada en los años 2013, 2014 y 2015 para el área de matemáticas. La atención recae en los ítems que incluyen el Pensamiento Espacial (MEN, 2006), en particular, se consideran aquellas preguntas que utilizan figuras geométricas² en sus consignas³. A continuación, se indica la manera como se ha organizado el desarrollo del presente trabajo.

En el capítulo 1 se mencionan y caracterizan las tendencias de investigación que consideran las pruebas externas en el componente geométrico y aquellas que, además, contemplan las representaciones semióticas; luego, se plantea y justifica el problema de investigación y se definen los objetivos que permitan dar respuesta a la problemática en cuestión. En el capítulo 2 se definen y caracterizan los registros de representaciones

¹ Se utilizará el término “ítem” para aludir a las preguntas o cuestionarios de las Pruebas SABER seleccionados para el análisis.

² En el apartado 2.1. se define lo que en esta investigación se entiende por figura geométrica y en el apartado 1.2. se justifica el porqué de su inclusión en los ítems seleccionados.

³ La consigna incluye tanto el enunciado inicial como la(s) figura(s) utilizadas en las hipótesis.

semióticas que son incluidos en los ítems a analizar, las transformaciones suscitadas y su nivel de complejidad presente en la resolución de las preguntas; así mismo, se alude a los referentes curriculares, enfatizando el vínculo entre los Estándares y las Pruebas SABER. En el capítulo 3 se explica la metodología empleada para el análisis de los ítems seleccionados. Más adelante, en el capítulo 4, se presentan los datos encontrados posteriores al análisis. Finalmente, en el capítulo 5, se exponen los resultados obtenidos con sus respectivas conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO 1. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

Este capítulo se divide en tres secciones. En la primera, se reseñan aquellas investigaciones que han considerado las pruebas externas para sus análisis en el tópico geométrico, lo que permite evidenciar lo poco que se ha explorado lo semiótico y cognitivo, esencialmente. En la segunda sección, se describe el planteamiento del problema que incluye su justificación y la pregunta central que guía este estudio. En cuanto a la tercera sección, se plantean los objetivos de esta investigación y las cuestiones que se esperan responder para alcanzarlos.

1.1. Estado del arte

La consulta en distintas bases de datos, repositorios institucionales y revistas especializadas en Educación Matemática, permitió identificar tendencias de investigación que contemplan los tópicos de geometría y medición, y a partir de allí se discriminan aquellas que consideren el estudio de aspectos semióticos y cognitivos que tienen que ver con geometría. Esta categorización se efectuó con base en criterios propios, conforme a los objetivos de esta investigación. La selección se realizó de manera que, dichos trabajos, examinen las pruebas externas nacionales aplicadas en Colombia y las pruebas internacionales en las que ha participado nuestro país.

1.1.1. Componente geométrico

Esta tendencia corresponde a investigaciones que analizan en sus estudios el componente de geometría y medición que se evalúa en las pruebas estandarizadas (SABER y TIMSS). Los trabajos que aquí se exponen se han catalogado en dos categorías, a saber: *conocimientos y errores conceptuales* que alude a los trabajos encaminados al análisis del nivel bajo de los estudiantes en el aprendizaje de la geometría considerando distintos factores que pueden influir en ello; y *contenidos y desempeños evaluados* que comprende los estudios cuyo interés está centrado en los contenidos involucrados en los ítems para los pensamientos Métrico y Espacial y los desempeños que se evalúan por medio de competencias matemáticas.

Conocimientos y errores conceptuales

En esta categoría se encuentra el trabajo realizado por Yepes (2014), quien realiza un análisis estadístico, a partir de los resultados obtenidos en pruebas preliminares de conocimientos matemáticos y factores que inciden en la actitud hacia la matemática de estudiantes, en algunos planteles oficiales de la ciudad de Pereira. La autora considera los resultados obtenidos en las Pruebas SABER 3°, 5°, 9° y 11° en matemáticas, para mostrar la correlación de nivel bajo entre la intensidad horaria semanal de matemáticas y los resultados de la prueba de conocimientos. Algunos de los errores conceptuales que evidencian los estudiantes en el pensamiento métrico y geométrico tienen que ver con la clasificación de ángulos y triángulos; identificación de figuras y cuerpos geométricos; rotación de figuras; semejanza y congruencia; y el uso del teorema de Pitágoras. Entre las conclusiones, se destaca, que estos errores se deben principalmente a la disminución de intensidad horaria para la enseñanza de tópicos como la geometría y la medición, los cuales son abordados en muy corto tiempo o no se alcanzan a contemplar.

Además se incluye la investigación desarrollada por Sáenz, Patiño y Robles (2016) quienes buscan evidenciar el bajo nivel de desempeño en geometría en el estudio de sólidos geométricos, empleando preguntas contenidas en los cuadernillos de las Pruebas SABER 3° y 5° aplicadas en el período 2012-2015. Las preguntas asumidas son las que evalúan competencias de razonamiento; comunicación; y resolución de problemas. Este estudio se realizó en tres grupos de estudiantes de grado quinto en una institución educativa de Montería, Colombia. Mediante la aplicación de un test se corroboró que los estudiantes presentan un nivel de desempeño insuficiente en el contenido geométrico, lo que se manifiesta en las deficiencias encontradas en las competencias ya mencionadas, especialmente en resolución de problemas.

Finalmente, está el trabajo de Díaz et al (1997), quienes consideran las Pruebas TIMSS para analizar las deficiencias que presentan los estudiantes colombianos de grados 7° y 8°, al responder las preguntas que evalúan las áreas temáticas de geometría y medición, en contraste a lo manifestado por estudiantes de otros países. Entre los resultados que se destacan en este estudio, está que más del 75% de los estudiantes responden de forma incorrecta al 43% de las preguntas en geometría. En este sentido, las principales deficiencias corresponden al uso del concepto de coordenada en el plano; las relaciones y operaciones entre ángulos; propiedades de los cuadriláteros; aplicación de rotaciones en el plano; y las relaciones de congruencia y semejanza. Mientras que en el área de medición, los estudiantes colombianos presentan deficiencias en lo que tienen que ver con la descomposición de figuras para el cálculo de volúmenes, áreas o perímetros; el manejo de los conceptos de área y perímetro así como entre rectángulo y cuadrado; y el cálculo de áreas de triángulos y rectángulos.

Contenidos y desempeños evaluados

En primer lugar, se menciona el trabajo de Gómez (2011), quien contrasta el componente geométrico métrico de la Prueba SABER 11 con los estándares y los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN), su fundamentación legal, importancia y análisis en distintas pruebas; y caracterización de algunos ítems evaluados para distinguir los errores de digitación, frecuencia de los temas implicados en dicha Prueba y, a partir de allí, plantear pautas encaminadas al mejoramiento continuo de la calidad educativa y la evaluación matemática. Como conclusión de este estudio se infiere que, al comparar los resultados obtenidos en el componente geométrico métrico con lo propuesto en los estándares nacionales, una muy pequeña parte de lo que se enseña en el aula de clases corresponde a contenidos de geometría.

Por otra parte, se encuentra el trabajo de Marmolejo y Garzón (2005), que consiste en un análisis del tópico de geometría y medición de la Evaluación Censal de la Calidad de la Educación en Matemáticas, aplicada en el 2002 en el Valle del Cauca, con base en los contenidos involucrados en los ítems para el Pensamiento Métrico y Espacial, y los desempeños evaluados. Mientras Marmolejo (2005) analiza la prueba aplicada a los estudiantes de 5°, Garzón (2005) lo hace para 9°. Entre las conclusiones de Marmolejo (2005) está que los principales elementos que revelan las dificultades encontradas por los estudiantes están relacionados con las incoherencias en el diseño de algunas de las preguntas aplicadas; y el poco énfasis que se dedica a la composición y descomposición de sólidos y el manejo de operaciones figurales; por su parte Garzón (2005) destaca que la distribución de preguntas en cuanto a contenidos difiere de una a otra considerablemente, lo que indica la poca coherencia del instrumento aplicado. Y, además, las dificultades que aparecen en la resolución de algunos de los ítems tienen que ver con la falta de reconocimiento de ciertas figuras geométricas y sus propiedades, así como problemas con el concepto de ángulo.

Por último, se hace mención al artículo desarrollado por Marmolejo et al. (2018A), quienes realizan un estudio de la alineación que existe entre el contenido de geometría y medición evaluado en las Pruebas Saber 5° aplicadas en 2009, 2012 y 2013, y lo que se propone tanto en los Lineamientos como en los Estándares curriculares. Para ello, los autores analizan los pensamientos Espacial-simple, Métrico-simple y Compuesto así como los conocimientos de Magnitud, Medida, Definición y Ausente que se movilizan en las Pruebas. Entre los resultados del estudio, se encontró que no hay una adecuada articulación entre los Pensamientos Espacial y Métrico y otros Pensamientos, y además, para ciertos contenidos, las competencias están también desarticuladas. Por consiguiente, los autores llaman la atención acerca de la manera como se están preparando a los estudiantes para estas Pruebas, sin desconocer los resultados y preguntas que son asumidos, pues si se ignoran, las reflexiones se oponen a lo que sugieren los documentos oficiales que decretan el currículo colombiano.

1.1.2. Aspectos semióticos y geometría

En esta tendencia se exponen aquellas investigaciones que aluden al componente geométrico métrico y que, además, contemplan las representaciones semióticas movilizadas en las Pruebas SABER, de interés para el presente trabajo. Se encontró la investigación llevada a cabo por Marmolejo et al. (2018B), quienes consideran las preguntas de Geometría y Medición de las Pruebas SABER 5° aplicada en los años 2009, 2012 y 2013. Para el análisis de las preguntas los autores asumen tanto los registros de representaciones semióticas según la teoría de Duval como los lineamientos y estándares del Ministerio de Educación Nacional. Mediante una rejilla, analiza los pensamientos matemáticos, transformaciones semióticas, contextos inmediatos, procesos cognitivos y conocimientos implicados en los ítems de las áreas temáticas de geometría y medida.

Como resultado del estudio, Marmolejo et al. (2018B) encuentran que los tipos de transformación que, la mayoría de los ítems de las Pruebas SABER 5° analizados contemplan, corresponden a algún tipo de tratamiento, dejando de lado la conversión de representaciones. De esta manera, evidencian el poco énfasis y desarrollo que se dedica a lo relativo a las transformaciones semióticas; la escasez de preguntas que evalúan situaciones donde prevalezcan los conceptos de geometría y medida; y el mal uso de conocimientos que conduce a la ejecución de operaciones elementales para resolver las preguntas. Por tanto, los autores invitan a reflexionar sobre aquello que es evaluado, enseñado y qué tanto están preparados los estudiantes para afrontar este tipo de pruebas.

1.2. Problema de investigación

En Colombia se aplican las Pruebas censales y muestrales SABER 3°, 5° y 9°, las cuales consisten en una evaluación estandarizada que el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Nacional (ICFES) realiza periódicamente a estudiantes de primaria y secundaria de todo el territorio nacional. Estas pruebas existen en nuestro país desde 1991, y es de carácter obligatorio desde 2001. Las censales, de interés en esta investigación, posibilitan la valoración de las *competencias* básicas de los estudiantes, entendidas éstas, como “un saber hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron” (MEN, 2006, p. 12).

El diseño de estas evaluaciones se encuentra alineado con los Estándares Básicos de Competencias propuesto por el MEN (2006) respecto a los pensamientos, procesos y contextos presentes en toda actividad matemática. En las Pruebas, los cinco pensamientos: Espacial, Métrico, Variacional, Numérico y Aleatorio se reorganizaron en tres componentes⁴.

⁴ El numérico-variacional; el geométrico-métrico; y el aleatorio.

El componente geométrico, de nuestro interés, incluye tanto competencias como procesos⁵ que revelan el desarrollo del Pensamiento Espacial en los estudiantes. En este sentido, vale la pena resaltar que, estos procesos, son de suma importancia en el perfeccionamiento de las habilidades y conocimientos adquiridos progresivamente por los estudiantes en el transcurso de su aprendizaje, por ello, son considerados en lo que se evalúa en las Pruebas SABER.

Con respecto a los resultados obtenidos en las Pruebas en el componente geométrico, éstos se miden a través de los niveles de desempeño⁶ (ver tabla 1) alcanzados por los estudiantes luego de resolver las preguntas que se plantean (ICFES, 2016). En este sentido, el marco teórico de las Pruebas SABER ha determinado unas afirmaciones (tercera columna de la tabla 1) que sirven para evidenciar el nivel logrado por cada estudiante en este componente. Estos resultados constituyen, a corto o largo plazo, un valioso insumo para las instituciones educativas de nuestro país para que asuman y definan los distintos planes de mejoramiento en la manera como se enseña geometría en el aula de clase.

Tabla 1. *Descripción general de los niveles de desempeño para el componente geométrico de la prueba de matemáticas 9º grados.*

Niveles	Rangos de puntaje	Un estudiante promedio ubicado en el nivel...
Avanzado	445-500	Además, de lograr lo definido en los dos niveles precedentes, el estudiante promedio de este nivel caracteriza una figura en el plano que ha sido objeto de varias transformaciones, halla áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos y usa criterios de semejanza y congruencia.
Satisfactorio	312-444	Además de lograr lo definido en el nivel precedente, el estudiante promedio de este nivel establece relaciones entre los sólidos y sus desarrollos planos y reconoce y aplica movimientos rígidos a figuras planas en un sistema de coordenadas.
Mínimo	217-311	El estudiante promedio de este nivel identifica algunas propiedades de figuras planas y sólidos e identifica

⁵Ver apartado 2.2.

⁶Son los niveles de desempeño que determinan la proporción de estudiantes que logran responder preguntas de distintos niveles de complejidad según los puntajes obtenidos (ICFES, 2016).

algunos movimientos rígidos en el plano.		
Insuficiente	100-216	El estudiante promedio ubicado en este nivel no supera las preguntas de menor complejidad de la Prueba.

Fuente: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (2016). Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2016. Disponible en <http://www.icfes.gov.co>

No obstante, los resultados que se obtuvieron en las Pruebas SABER en matemáticas aplicadas en el periodo 2013-2015 indican que los niveles de desempeño alcanzados por los estudiantes no son los mejores. Como se muestra en la gráfica dada en la figura 1, en 2013 se encontró que el 64% de los estudiantes de noveno se ubican en los niveles mínimo e insuficiente. En 2014 el 73% de los estudiantes se ubican en estos dos niveles. Por su parte, en 2015, el porcentaje se incrementó a 76%. Esto muestra que más de la mitad del total de la población evaluada parece que solo logra identificar algunas propiedades de figuras planas y sólidos, así como algunos movimientos rígidos en el plano, o no superan las preguntas de menor complejidad en lo que al Pensamiento Espacial se refiere.

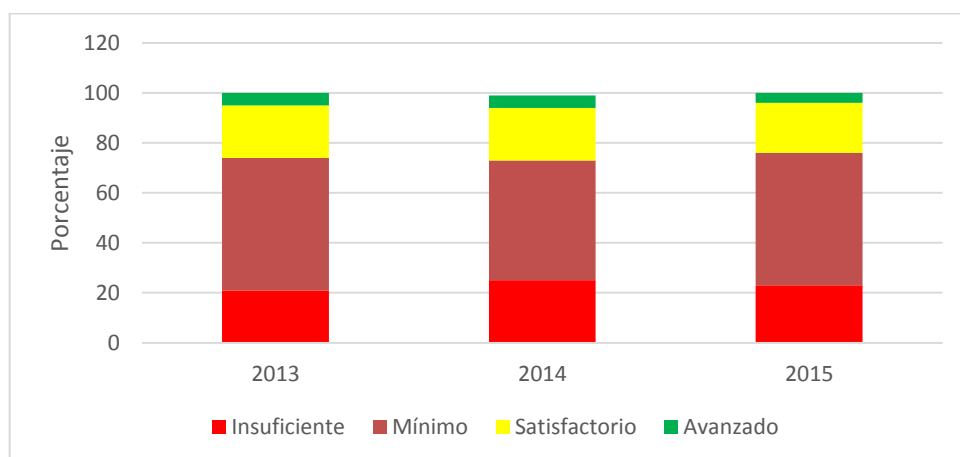


Figura 1. Niveles de desempeño alcanzados en las Pruebas SABER en matemáticas para el período 2013-2015.

Fuente: ICFES (2016). Nota: Los datos para el año 2015 se obtuvieron del boletín SABER en breve del ICFES (2017) disponible en <http://www.icfes.gov.co>

Sucede que, entre las ramas de las matemáticas, el campo de la geometría exige la actividad cognitiva más completa, pues requiere un uso especializado del lenguaje y la mirada sobre las figuras para su comprensión (Duval, 2016). Y como se resalta en Marmolejo y Vega (2012), las figuras constituyen un importante soporte intuitivo para el

perfeccionamiento gradual de las actividades matemáticas de los estudiantes. No obstante, los tratamientos figurales, por lo general, no son objeto de enseñanza, pues normalmente, son considerados como “tratamientos auxiliares”, esto es, no resultan legítimos desde un punto de vista matemático (Duval, 1999, 2004, 2016). Por tanto, es primordial que se faciliten los espacios idóneos en los currículos que favorezcan su enseñanza, pues en las últimas décadas ha disminuido el tiempo que se le dedica en las escuelas y, además, los resultados obtenidos por los estudiantes en evaluaciones que se diseñan y aplican por fuera de una situación de aula (pruebas externas) no suelen ser los mejores.

Más aún, diversas investigaciones sugieren que muchos estudiantes no alcanzan a reconocer el mismo objeto matemático por medio de sus diferentes representaciones semióticas (Duval, 1999, 2004, 2006), lo que revela eminentes dificultades relativas a la coordinación entre los tratamientos pertinentes en los diferentes registros que se movilizan para el aprendizaje de la geometría. Sin embargo, lo que se propone en el marco de la enseñanza no parece favorecerla y son escasos los estudios que han analizado esta problemática en las evaluaciones externas.

Con base en todo lo anteriormente expuesto, surge la pregunta central de esta investigación:

¿Cómo analizar las exigencias semióticas que demanda la resolución de los ítems de las Pruebas SABER que, al incluir el Pensamiento Espacial, recurren al registro de las figuras geométricas y qué aporta para la enseñanza?

1.3. Objetivos de la investigación

Para poder responder la pregunta que guía este trabajo, a continuación, se plantean el objetivo general y los objetivos específicos.

1.3.1. **Objetivo general**

Aportar elementos de reflexión para diseñadores de pruebas externas, investigadores y docentes en formación y en ejercicio a partir de un análisis semiótico de los ítems de las Pruebas SABER que, al incluir el Pensamiento Espacial, recurren al registro de las figuras geométricas.

1.3.2. **Objetivos específicos**

1. Determinar los tipos de transformaciones semióticas pertinentes para la resolución de los ítems de las Pruebas SABER que recurren al registro de las figuras geométricas.
2. Discriminar las unidades significantes de las representaciones que se incluyen en los ítems de las Pruebas SABER que recurren al registro de las figuras geométricas.
3. Establecer los niveles de congruencia entre las figuras y demás representaciones incluidas en los ítems de las Pruebas SABER que recurren al registro de las figuras geométricas.

1.3.3. **Cuestiones que permiten conseguir cada uno de los objetivos específicos**

En cuanto al primer objetivo específico: ¿Cómo se lograron determinar los tipos de transformaciones semióticas que se contemplan en las preguntas analizadas? ¿Qué se pudo identificar? ¿Todas las transformaciones aportan para la resolución de los ítems?, en caso de que no, ¿qué papel desempeña su inclusión en las Pruebas? ¿Son todas las transformaciones semióticas de la misma naturaleza?, ¿por qué?

En cuanto al segundo objetivo específico: ¿Qué clases de unidades conforman las representaciones involucradas en la resolución de las preguntas analizadas? ¿Su

discriminación revistió alguna complejidad?, o por el contrario, ¿son evidentes y fáciles de identificar? ¿Son todas las unidades pertinentes para resolver los ítems considerados? Según la naturaleza de las unidades significantes, ¿cuáles unidades son las más privilegiadas en las preguntas analizadas?, ¿por qué?

En cuanto al tercer objetivo específico: ¿En qué radica el nivel de complejidad en la actividad cognitiva de conversión considerada en las preguntas analizadas? ¿Cuál es el nivel de complejidad más recurrente en las preguntas analizadas? En los casos que no hubo conversión, ¿el nivel de complejidad es el mismo?, ¿por qué?

CAPÍTULO 2. MARCO REFERENCIAL

En este capítulo se presentan los referentes conceptuales que sustentan el problema, los objetivos y la metodología utilizados en esta investigación. Para su desarrollo, se consideran dos apartados: *Representaciones semióticas* y *Estándares y Pruebas SABER*. En el primero, se definen y caracterizan los registros semióticos incluidos, las transformaciones suscitadas y su nivel de complejidad en las preguntas analizadas. Para este caso, la teoría asumida son los estudios de Raymond Duval (1999, 2004, 2012, 2016) sobre la importancia de las representaciones semióticas en el aprendizaje intelectual, lo que aporta en la discriminación de las transformaciones semióticas contempladas en las Pruebas. En el segundo, por su parte, se reseñan los Estándares Básicos propuestos por el MEN (2006) sobre los cuales se basan las competencias que son evaluadas en las Pruebas. Bajo esta perspectiva curricular, se centra la atención en el desarrollo del Pensamiento Espacial y el lugar que ocupan las representaciones en el currículo para el estudio de la geometría.

2.1. Representaciones semióticas y geometría

Más o menos en 1985, la noción de *representación semiótica* aparece en los trabajos referentes a la adquisición de conocimientos acerca de los objetos matemáticos y los

problemas que su aprendizaje suscita. Como recalca Duval (1999), no todo sistema semiótico (sistema productor de representaciones para el acceso a un objeto matemático) permite tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: *formación*; *tratamiento*; y *conversión*. Solamente los *registros*⁷ de representaciones semióticas permiten tales actividades como, por ejemplo, la lengua natural, las lenguas simbólicas, los gráficos, las figuras geométricas, etc. Estas representaciones se caracterizan por ser *conscientes* y *externas*: se producen por parte del sujeto, y sólo pueden efectuarse mediante la aplicación de un registro particular. Son esenciales pues favorecen la comprensión, comunicación y transformación del saber.

En cuanto a la primera actividad cognitiva, la formación de representaciones semióticas, ésta supone la distinción de un número concreto de caracteres o una serie de trazos como una representación de un objeto en algún registro: se trata de un enunciado, es un cálculo, es una figura de geometría, es una fórmula de física, etc. (Duval, 1999).

Por su parte, el tratamiento y la conversión aluden a la transformabilidad de una representación en otra, conservando todo o parte del contenido de la representación inicial. Mientras que el tratamiento es una transformación que acontece dentro del mismo registro; por ejemplo, efectuar un cálculo en un sistema de notación para representar los números, resolver una ecuación o sistemas de ecuaciones, realizar modificaciones mentales o físicas sobre una figura, etc.; la conversión, es una transformación externa en el que se cambia de registro sin cambiar los objetos denotados; por ejemplo, pasar de una ecuación en notación algebraica a su representación gráfica, de un enunciado de una relación en lengua natural a su notación simbólica, etc. (Duval, 1999). La conversión usualmente es más compleja que el tratamiento, pues cualquier cambio de registro exige, necesariamente, se reconozca el mismo

⁷ En vez de hablar de sistema semiótico de representación, se utilizará el término “registro”, que en francés, se emplea habitualmente para señalar las distintas formas de utilizar el lenguaje para comunicar. Históricamente, este término lo empleó Descartes en su libro Geometría (1637) para diferenciar la escritura de las curvas y su representación figural. (Duval, 2004).

objeto en dos representaciones distintas, cuyos contenidos con frecuencia no tienen nada en común (Duval, 1999, 2016).

En el tratamiento existen unas reglas cuya aplicación produce una representación en el mismo registro que la representación de partida (Duval, 1999). Por ejemplo, en el registro de las figuras, las reglas se definen a partir de un proceso de construcción con el uso de instrumentos, como sucede cuando se realizan trazos físicos para visualizar propiedades que quizá estaban ocultas. Por su parte, como lo menciona Duval (1999), las reglas en la conversión, sí existen, difieren según el sentido como se realiza el cambio de registro, pues no es lo mismo el pasaje de una figura a un enunciado que de una imagen a un texto. En la enseñanza de la geometría se tiende a privilegiar las reglas de formación y tratamiento propias al registro discursivo en lengua natural y el registro algebraico, numérico y simbólico sobre el registro de las figuras geométricas; y en el caso de la conversión, el lugar que ocupan las figuras es mínimo sino nulo.

La conversión de representaciones sucede por sí misma siempre que exista la capacidad de formar representaciones en registros de distinta naturaleza, y se puedan efectuar tratamientos sobre las representaciones. Una conversión no tiene una importancia real para la comprensión de los objetos o de los contenidos representados, si se limita solamente a un cambio de registro (Duval, 2012). El gran reto de la Educación Matemática consiste en encontrar las condiciones idóneas para que los estudiantes efectúen conversiones de manera espontánea en la resolución de un problema.

Como ya se había dicho, la actividad matemática en geometría se realiza en los registros de las figuras y de la lengua natural. Sin embargo, la conversión de representaciones puede incluir el uso de los registros del lenguaje simbólico y los gráficos cartesianos. Por consiguiente, en esta investigación se asume una definición más flexible de *figura geométrica*

en la que se incluyan elementos constituyentes de los gráficos. Pues como indica Duval (2004): “las representaciones gráficas fueron elaborados en primer lugar para representar figuras” (p.71). De hecho, los gráficos permiten la discriminación de unidades figurales que le son específicas: rectas para la orientación y puntos que determinan su posición, en relación a los ejes. Esto es posible verificarlo en los casos que se dibuja una figura geométrica sobre un sistema coordenado, por ejemplo.

Una figura geométrica “es siempre una configuración de al menos dos unidades figurales” (Duval, 1999, p. 151). Duval (1999) define una unidad figural a partir de ciertas distinciones empleadas por Bertin (1970) para analizar la conversión de datos numéricos en gráficos: los elementos que van a actuar como unidades constituyentes de una figura o gráfico que surgen de la combinación entre las variaciones posibles de forma y de dimensión. Bajo esta mirada, ver sobre una figura exige analizar lo concerniente a su magnitud, por un lado, y las formas percibidas que son independientes de toda escala de magnitud, por el otro. Por tal motivo, el desarrollo de las habilidades para efectuar cambios en la mirada sobre una figura geométrica para la producción de un discurso, debe ser tenidos en cuenta en la enseñanza, pues su coordinación es tan esencial como los contenidos matemáticos que se enseñan y aprenden (Duval, 2016).

Lo anterior implica que los tratamientos figurales y discursivos deben ser efectuados de manera simultánea e interactiva (Duval, 1999). Y como enfatiza este mismo autor, en la representación gráfica y la escritura algebraica, por ejemplo, los tratamientos se realizan en aquel registro de representación que resulte más económico o controlable; aquí, para el caso de los gráficos, su construcción se restringe a la aplicación de una simple regla de

codificación⁸, en la que a cada punto del plano cuadriculado se asocia una dupla de números. Pero, esto no sucede en el registro de las figuras, ya que no todas las variables visuales son pertinentes, pues la organización perceptiva de una figura puede favorecer el reconocimiento de ciertas unidades figurales y puede inhibir otras.

Varias investigaciones citadas por Duval (1999) reflejan las dificultades manifestadas por los estudiantes en los procesos cognitivos que demanda la geometría, vitales para la coordinación efectiva de distintos registros de representación. Por ejemplo, Shepard y Metzler (1971) encuentran que el reconocimiento de un objeto en dos representaciones figurales distintas, luego de aplicar una transformación geométrica, no se presenta de manera inmediata ni espontánea. Otros autores como Padilla (1990) y Rommevaux (1991) muestran los obstáculos de los estudiantes al realizar modificaciones sobre figuras bidimensionales y tridimensionales, lo que incide a la hora de pasar del registro de las figuras a otros registros.

Lo dicho anterior muestra que, el principal problema en la conversión de representaciones, no podría estar relacionada con la capacidad de los estudiantes para adquirir y utilizar el conocimiento, ya que las deficiencias que muchos estudiantes manifiestan residen en la complejidad cognitiva que demanda la coordinación entre representaciones semióticas. Por tanto, no se trata pues de un asunto de conceptos matemáticos exclusivamente, el punto crucial está en la conversión (Duval, 2016).

En el campo de la geometría se distinguen al menos dos tipos de conversión: ilustración y descripción (Duval, 2012). Para este mismo autor, una ilustración es una conversión de una representación lingüística en una representación figural; y una descripción, es una conversión de una representación no verbal, que puede ser una figura en una representación lingüística. No obstante, una conversión no debe ser confundida con una

⁸ Se asume el término “codificación” como la transcripción de una representación inicial en un sistema semiótico diferente, en la que se elaboran substituciones sobre las unidades significantes que conforman una representación, sin tener en cuenta su contenido ni lo que ella representa (Duval, 2012).

codificación, pues esta última no contempla la coordinación entre unidades significantes de registros de distinta naturaleza. Una unidad significativa es “toda unidad que depende del léxico de un registro” (Duval, 1999, p. 50), es decir, cada uno de los elementos que conforman una representación y a los cuales se le asigna un significado dentro del registro que las produce.

El único modo de discriminar las unidades significantes de una representación es mediante una observación, por un lado, de las variaciones de representaciones sistemáticamente efectuadas en un registro y, por otro lado, las variaciones concomitantes de representaciones en otro registro en la actividad cognitiva de conversión (Duval, 1999, 2004). Cabe resaltar que, en la mayoría de ocasiones, la puesta en correspondencia entre unidades significantes de distinta naturaleza en la conversión no resulta tan fácil y puede generar dificultades en la comprensión de un objeto matemático.

Tal como lo resalta Duval (1999), en el aprendizaje de la geometría la coordinación entre los tratamientos efectuados sobre las figuras y los tratamientos discursivos, puede verse bloqueada por fenómenos importantes de *no-congruencia* en la actividad cognitiva de conversión. Esto sucede cuando las unidades figurales reconocidas por la percepción no concuerdan con las que se designan en el enunciado, o que son pertinentes para la resolución de un problema. Al contrario, una fuerte *congruencia* entre el discurso y la organización perceptiva de una figura constituye un mayor obstáculo si, las unidades figurales que se requieren, no están visibles en la figura y nombradas en el enunciado.

Para determinar si dos representaciones de naturaleza distinta son congruentes o no, Duval (1999) establece tres criterios de correspondencia entre las unidades significantes de cada una de las representaciones implicadas:

1. ***Correspondencia semántica:*** A cada unidad significativa simple de la representación de salida, se puede asociar una unidad significativa elemental en la representación de llegada.
2. ***Univocidad semántica:*** A cada unidad significativa elemental de la representación de salida, no le corresponde más que una única unidad significativa elemental en el registro de la representación de llegada.
3. ***Orden del arreglo de las unidades:*** Es relativo a la organización de las unidades significantes identificadas en la representación de salida con respecto a las unidades en la representación de llegada (p. 48).

En el caso que se cumplan los tres criterios, se dice que la conversión de representaciones es *congruente* si se cumplen los tres criterios; en el caso que no se cumpla al menos uno, dos de ellos, o los tres, se dice que se presenta un fenómeno de no-congruencia. Por consiguiente, la no-congruencia entre dos representaciones, puede ser de mayor o menor grado, lo que revela la complejidad semiótica en la actividad cognitiva de conversión (Duval, 1999).

2.2. Estándares y Pruebas SABER

Dado que las Pruebas SABER de matemáticas están alineadas con los Estándares Básicos de Competencias propuestos por el MEN (2006), se puede afirmar que desde el marco teórico de las Pruebas se concibe el aprendizaje de las matemáticas por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo. Es significativo, pues “la significatividad del aprendizaje no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se extiende a su inserción en prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia”; y es comprensivo, pues “la comprensión se entiende explícitamente como relacionada con los desempeños de comprensión, que son actuaciones, actividades, tareas y proyectos en los cuales se muestra la comprensión adquirida y se consolida y profundiza la misma” (MEN, 2006, p. 49).

Las competencias que son evaluadas en las Pruebas SABER consideradas para este estudio están ligadas al desarrollo del Pensamiento Espacial en los estudiantes, el cual se define como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (MEN, 2006, p. 61).

Para definir estas competencias, en las Pruebas se incluyen unos *procesos generales* presentes en toda la actividad matemática que permiten explicitar el significado de *ser matemáticamente competente*:

Formular y resolver problemas, que promueve la persistencia y curiosidad al momento de encontrar estrategias que conduzcan a la resolución de problemas y enunciación de nuevos problemas;

Modelar fenómenos de la realidad a través de sistemas figurativos mentales o gráficos para representar y comprender la realidad;

Comunicar, relacionado con la adquisición y dominio de los lenguajes matemáticos;

Razonar, que consiste en la formulación de predicciones y conjeturas y la habilidad de realizar explicaciones, justificaciones, argumentaciones y demostraciones; y

Formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos para la construcción y ejecución de procedimientos mecánicos o de rutina.

En los estándares del MEN (2006) se destaca que el conocimiento matemático adquirido por los estudiantes en su etapa escolar para consolidar todos estos procesos, y en particular, lo atinente al Pensamiento Espacial, puede ser expresado por medio del lenguaje propio de las matemáticas en sus variados registros de representación. Adicional a esto, se

rescata que todo conocimiento geométrico está muy cercano a la acción, relacionado con las técnicas y estrategias para representar conceptos y transformar sus posibles representaciones en el espacio que le rodea.

De esta manera, el Pensamiento Espacial permite tomar consciencia de las diferentes posibilidades de clasificar los cuerpos geométricos y sus partes, de acuerdo con sus propiedades y relaciones mediante la exploración y representación del espacio en situaciones con objetos estáticos y en movimiento, lo que supone el uso de distintos registros de representación y sistemas notacionales o simbólicos. Sin estos últimos, no hubiera sido posible perfeccionar el trabajo con los sistemas geométricos y, en consecuencia, refinar el Pensamiento Espacial que los construye, maneja, transforma y utiliza (MEN, 2006).

Bajo esta perspectiva, el marco teórico de las Pruebas SABER contempla la utilización de diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica en el desarrollo del Pensamiento Espacial para crear, expresar y representar ideas matemáticas por medio de figuras; y la utilización y transformación de dichas representaciones para formular y sustentar distintos puntos de vista a través del discurso.

CAPÍTULO 3. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

En el presente capítulo se explican y describen los elementos que constituyen el método de investigación asumido. Se consideran cuatro apartados. El primero, *naturaleza de la investigación*, incluye la descripción del tipo de investigación a desarrollar; la manera como se extrajeron los datos para identificar las transformaciones semióticas en las Pruebas; y la forma en que se erigen las categorías a considerar. El segundo, *unidades de análisis*, abarca la caracterización de los ítems escogidos conforme las categorías asumidas; la manera como se obtuvieron los cuadernillos que contienen los cuestionarios; bajo qué criterios fueron discriminados éstos últimos; y cómo se organizan para su análisis. El tercero, *instrumento*

metodológico, comprende una descripción del instrumento de análisis y los elementos a tener en cuenta, lo que permite reflexionar sobre los datos encontrados y su articulación. Y el cuarto, *ejemplo de codificación*, muestra la manera como fueron analizadas los ítems haciendo uso del instrumento metodológico, lo cual permite establecer las conclusiones que del estudio se pueden desprender. En lo que sigue se reseña cada uno de estos apartados.

3.1. Naturaleza de la investigación

La metodología de investigación es de índole cualitativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). La reflexión se fundamenta sobre el contenido de los cuadernillos de pruebas externas que son de libre divulgación a nivel nacional. El estudio de los datos es descriptivo e interpretativo acorde a la intención de explicar y describir los tipos de transformaciones semióticas que se contemplan en la resolución de los ítems de las Pruebas SABER analizados.

La captación y selección de las unidades de análisis se realizó de forma deductiva-inductiva (Osses, Sánchez e Ibáñez, 2006): una vez se recopilan los ítems de las Pruebas SABER a considerar, se realiza la caracterización y definición de las categorías de análisis a partir de la revisión de la teoría desarrollada por Duval (1999, 2004, 2012) concerniente a la actividad cognitiva vinculada a los registros semióticos, y la importancia del desarrollo del Pensamiento Espacial promulgado a través de los Lineamientos y Estándares curriculares (MEN, 1998, 2006). De esta manera, se extraen los datos que surgen de los atributos que se logran identificar en los ítems de las Pruebas SABER, para su posterior descripción e interpretación.

Para el análisis de los datos, se identifica las distintas transformaciones de representaciones semióticas utilizados para la resolución de cada ítem considerado, lo que posibilita determinar tanto el tipo de conversión de registros de representación que se suscita

para llegar a la respuesta correcta como las unidades significantes de las representaciones involucradas en la conversión (Duval, 1999, 2004, 2012). Por consiguiente, se puede establecer el nivel de congruencia conseguido en la conversión al hacer corresponder las respectivas unidades significantes incluidas (Duval, 1999).

3.2. Unidades de análisis

En lo que concierne a la selección y captación de los datos, se consideró como unidades de análisis los ítems que son incluidos en las Pruebas SABER de matemáticas aplicadas a estudiantes de sexto a noveno grado en tres años diferentes⁹: 2013, 2014 y 2015. Los documentos que contienen los cuestionarios se obtuvieron vía online de la página oficial del ICFES (2017). Las preguntas discriminadas están enmarcadas en el componente geométrico-métrico que moviliza conceptos, relaciones, propiedades y estándares concernientes al Pensamiento Espacial y sistemas geométricos (MEN, 2006), con la condición que utilicen figuras en sus consignas. Como se resume en la tabla 2, al realizar la selección, 32¹⁰ ítems cumplen estos criterios. La resolución de las preguntas se realizó por parte del investigador asumiendo las respuestas ya dadas en los mismos cuadernillos que provee el ICFES para su descarga libre.

En la tabla 2 se indica la manera como se organizaron los ítems, esto es, por año en que fueron aplicadas las Pruebas y por competencia evaluada, a saber: razonamiento y argumentación; comunicación, representación y modelación; y planteamiento y resolución de problemas (ICFES, 2013). Estas competencias ponen en evidencia los procedimientos y habilidades que se espera el estudiante realice al momento de resolver el problema que se plantea, lo que posibilita una reflexión más a fondo acerca de la forma como son suscitadas las transformaciones semióticas en cada ítem que se analiza (ver apartado 4.2).

⁹ El hecho de contemplar las Pruebas para tres años distintos, de ningún modo, se pensó con el fin de llevar a cabo similitudes y diferencias entre éstas.

¹⁰ Ver anexos.

Tabla 2. Número de ítems de las Pruebas SABER por competencia y año

Competencia / Año	2013	2014	2015
Razonamiento y argumentación	5	5	4
Comunicación, representación y modelación	4	6	4
Planteamiento y resolución de problemas	2	1	1
Número total de ítems seleccionados por año	11	12	9

Nota. El número total de ítems evaluados en las Pruebas SABER en matemáticas del año 2013 fueron 42, en la del año 2014 fueron 41 y en el 2015 un total de 33.

La primera competencia nombrada en la tabla 2, tiene en cuenta la argumentación acerca de propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos; la realización de conjeturas y verificación de propiedades; la generalización de procedimientos; y la predicción y comparación de los resultados de aplicar transformaciones sobre las figuras. La segunda, alude a la representación y reconocimiento de objetos en el espacio; el uso de sistemas de referencia; y la aplicación de transformaciones de figuras planas. Y la última, focaliza su atención en la resolución y formulación de problemas con modelos geométricos; y el uso de diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes (ICFES, 2016).

3.3. Instrumento metodológico

En este apartado se describe el instrumento metodológico que se diseñó para analizar los ítems de las Pruebas SABER discriminados. Para presentar esta rejilla de análisis se ha dividido este apartado en tres sub-apartados, los cuales caracterizan y definen cada una de las categorías asumidas para el análisis de las preguntas: la primera, *Conversión de Representaciones*, acoge la clasificación presentada en Duval (2012) para distinguir, en el uso de dos o más representaciones semióticas al resolver los ítems analizados, si lo que se privilegia es una conversión de representaciones o no; la segunda, *Unidades Significantes*, asume las unidades que conforma cada una de las representaciones identificadas en el cambio de registro, esto permite llevar a cabo la correspondencia entre unidades significantes de

distinta naturaleza; la tercera, *Niveles de Congruencia*, permite decidir si en el ítem analizado se promueven transformaciones semióticas significativas o no, de acuerdo a su complejidad.

Tal como se mencionó en el apartado 3.1, esta categorización se realizó de forma deductiva-inductiva: tanto las categorías como descriptores¹¹ que le conforman se definen con base en reportes de investigación previos que contribuyen a la identificación de las transformaciones semióticas en las Pruebas; y los elementos a discriminar en los descriptores de cada categoría surgen de los datos extraíbles de los 32 ítems analizados.

En la tabla 3 se resumen las categorías a tener en cuenta y sus respectivos descriptores con los elementos a identificar en los ítems de las Pruebas SABER.

Tabla 3. *Categorías de análisis del instrumento metodológico*

Categoría	Descriptores	Elementos a tener en cuenta en los descriptores
I. Conversión de Representaciones	a. Ilustración	Ilustración de relaciones
		Ilustración de formas
		Ilustración de movimientos en el plano
		Ilustración de posición en el plano
	b. Descripción	Descripción de formas
		Descripción de medidas
	c. Transcripción	Lectura de puntos
		Lectura de longitudes
II. Unidades Significantes	a. Unidades discursivas	Frases completas
		Referencias
		Símbolos
	b. Unidades figurales	Dimensión 0
		Dimensión 1
		Dimensión 2
	c. Unidades gráficas	Puntos en el plano coordinado
		Trazos lineales
III. Nivel de	a. Congruente	Nivel 1
		Nivel 2
	b. No congruente	Nivel 3

¹¹ Se entiende como descriptor a los elementos que posibilitan definir de forma clara y puntual la información que presenta el enunciado en cada una de las categorías.

Congruencia		Nivel 4
	c. No conversión	Nivel ausente

En lo que sigue se reseñan cada una de estas categorías de análisis estableciendo su importancia y el rol que cumplen en el estudio de la geometría. Luego, se definen y caracterizan los descriptores asumidos en cada categoría que incluye los elementos a identificar (columna 3, en la tabla 3) en los ítems de las Pruebas SABER. Así mismo, para cada descriptor se presenta un ejemplo para su identificación en los ítems analizados (ver apéndices).

3.3.1. Categoría 1: Conversión de Representaciones

En un registro las posibilidades de transformar una representación semiótica en otra, son tan fundamentales, como cada una de las representaciones producidas (Duval, 2004). Como afirma este mismo autor: “la actividad intelectual consiste esencialmente en la transformación de las representaciones semióticas en la perspectiva de elaborar nuevas representaciones” (p. 44). Bajo esta mirada, en Duval (1999) se reitera que, la enseñanza, tiende a privilegiar la actividad cognitiva del tratamiento por razones de simplicidad y economía de procedimientos en un solo registro. Sin embargo, la conversión es la menos espontánea y más difícil de adquirir por los estudiantes.

Como acontece en la enseñanza de la geometría, no es suficiente con presentar un objeto matemático a los estudiantes a través de distintas representaciones para garantizar la comprensión en el cambio de registro, y lo que ello implica. Es necesario mostrar cómo poder pasar de una representación a otra, y cuáles tratamientos son los pertinentes en el registro de las figuras geométricas y en el registro de la lengua natural, primordialmente.

De modo que, la coordinación entre representaciones semióticas de diferente naturaleza es condición ineludible para el aprendizaje por separado de los tratamientos

pertinentes en cada registro: resulta fundamental en didáctica, pues brinda procedimientos de interpretación claves para el aprendizaje, no sólo de la geometría sino de las matemáticas en general (Duval, 1999).

Descriptores de la categoría Conversión de Representaciones:

❖ *Conversión por ilustración*

La conversión por ilustración involucra una transformación de una representación discursiva a una representación figural. Se encontraron ítems en los que se promueve conversión por ***ilustración de relaciones***, en la que se pasa de los enunciados que designan relaciones de tipo matemático y geométrico como, por ejemplo, congruencia, semejanza e igualdad, a su representación por medio de figuras. También se suscita conversión por ***ilustración de formas***, en la que se pasa de enunciados que aluden a las características del contorno de las figuras y subfiguras con base en propiedades geométricas a su representación figural.

Se encuentra también conversión por ***ilustración de movimientos en el plano***, en la que se pasa de los enunciados que indican movimientos a aplicar sobre las figuras que pueden ser una rotación, una reflexión o una traslación a su representación por medio de figuras. Y, por último, se identifica conversión por ***ilustración de posición en el plano***, en la que se tienen enunciados que aluden a situaciones de orientación y ubicación espacial para ser ilustrados por medio de figuras en un sistema coordenado.

En el apéndice 1 se ilustra un ejemplo del descriptor *conversión por ilustración* en el que se analiza uno de los ítems considerados en esta investigación, en el cual aparece una conversión de representaciones por ilustración de relaciones en el proceso de resolución de la pregunta en cuestión.

❖ *Conversión por descripción*

La conversión tipo descripción consiste en una transformación de una figura a una representación discursiva. Al analizar las preguntas se logra identificar conversión mediante **descripción de formas**, la cual alude a las formas que son percibidas visualmente en las figuras de acuerdo a lo solicitado en los enunciados para la resolución de la pregunta en cuestión. También aparece conversión por **descripción de medidas**, esto es, identificar y describir las magnitudes dadas en las figuras para su posterior tratamiento.

Para ejemplificar el descriptor *conversión por descripción*, en el apéndice 1 se muestra el análisis de uno de los ítems asumidos en este estudio. Para este caso, se logró evidenciar una conversión de representaciones por descripción de medidas durante el proceso de resolución de la problemática en cuestión.

❖ *Conversión por transcripción*

Es cuando no sucede una real conversión, pues consiste en el cambio de registro de una representación en el registro de las figuras al registro de los gráficos cartesianos para visualizar propiedades o relaciones. En otras palabras, consiste en ver una figura geométrica sobre un sistema coordenado para la **lectura de puntos** que determinan la representación figural y la **lectura de longitud** de sus lados. En este sentido, no se contempla la coordinación entre las representaciones figurales y gráficas, dado que los tratamientos a efectuar siempre van a recaer sobre un único registro de representación.

En el apéndice 1 se presenta un ejemplo que alude al descriptor *conversión por transcripción*, en el que se contemplan tratamientos que consisten en lectura de puntos y lectura de longitud en el cambio de registro, durante la resolución de la pregunta planteada en el ítem analizado.

3.3.2. Categoría 2: Unidades Significantes

En la actividad cognitiva de conversión se hace necesario determinar las unidades significantes de las representaciones en el registro de partida y en el registro de llegada, lo que implica la exploración de las variaciones posibles de la representación en un registro inicial, y que son compatibles con las observadas en otro registro (Duval, 1999). De esta manera, el cambio de registro permite definir las variables cognitivas fundamentales que hacen visibles las unidades significantes pertinentes del contenido de las representaciones en un registro determinado, lo que posibilita un análisis cognitivo de las tareas matemáticas que se proponen a los estudiantes (Duval, 2004).

Lo anterior conlleva no solo un cambio en la naturaleza de las unidades significantes a identificar que dependen del registro utilizado, sino también un cambio en la manera de discriminarlas en una representación semiótica en función de las transformaciones a ejecutar en un problema, especialmente en la conversión. Tal discriminación debe ser el objeto de un aprendizaje específico por parte de los estudiantes, inclusive antes de que tengan una comprensión conceptual de los objetos matemáticos, pues las dificultades en la conversión pueden agravarse si no se tiene conocimiento de las posibilidades de transformación que brinda cada uno de los registros involucrados (Duval, 1999).

Descriptor de la categoría Unidades Significantes

❖ *Unidades discursivas*

Son las unidades significantes que aparecen en el registro de la lengua natural y en el registro de la escritura numérica, algebraica y simbólica, y se discriminan como **frases completas** enunciadas en lengua natural con sentido para presentar definiciones o justificar procedimientos de resolución; **referencias** en forma de palabras para designar las partes,

relaciones o propiedades de las figuras; **símbolos** que pueden ser números, letras para nombrar segmentos o unidades de medida de longitudes o masas de objetos.

En el apéndice 2 se muestra un ejemplo de análisis de uno de los ítems asumidos en este estudio que alude al descriptor *unidades discursiva*, en el que se logra discriminar unidades significantes en la actividad cognitiva de conversión que alude a frases completas enunciadas en lengua natural, las cuales son pertinentes para la resolución de la problemática presentada.

❖ *Unidades figurales*

Son las unidades significantes que se pueden identificar en las representaciones en el registro de las figuras. Tales unidades pueden ser de **dimensión 0** en el caso de los puntos que representan los vértices de una figura o los extremos de un segmento; de **dimensión 1** que pueden ser segmentos, curvas y rectas en figuras planas y sólidos; y de **dimensión 2** en el caso de triángulos, cuadriláteros, pentágonos y, además, ángulos al analizar figuras planas y sólidos.

Para ejemplificar el descriptor *unidades figurales*, en el apéndice 2 se muestra el análisis de uno de los ítems considerados en esta investigación, en el cual se logra identificar unidades figurales de dimensión 1 y dimensión 2, y que son pertinentes para encontrar la respuesta solicitada.

❖ *Unidades gráficas*

Se trata de las unidades significantes que se reconocen en las representaciones formadas en el registro gráfico. Estas unidades se pueden identificar ya sea en forma de **puntos en el plano coordinado** que corresponden a marcas sobre el gráfico que representan pareja de números; y también como **trazos lineales** para unir puntos coordinados en un gráfico y establecer relaciones entre segmentos de recta.

En el apéndice 2 se ilustra un ejemplo que contempla el descriptor *unidades gráficas* mediante la identificación de unidades gráficas en forma de puntos en el plano coordenado y trazos lineales durante el proceso de resolución de la pregunta en cuestión.

3.3.3. Categoría 3: Nivel de Congruencia

En matemáticas, si el pasaje entre dos representaciones distintas de un mismo objeto se hace de manera transparente o inmediata, se hablará de *congruencia*. En el caso contrario, si la representación del registro de partida es opaca y no se puede pensar como una representación en el registro de salida, se dirá que es *no-congruente* (Duval, 2004).

La dificultad de la conversión de una representación depende del nivel de congruencia entre la representación de salida y la representación de llegada (Duval, 1999). Estos niveles se pueden evidenciar en los grandes obstáculos encontrados por los alumnos en la comprensión del enunciado de un problema (Duval, 2004). En otras palabras, la complejidad semiótica se manifiesta en el nivel superior de no congruencia que revela la resolución de un ítem, y resulta de mayor relevancia para el aprendizaje intelectual de los estudiantes. En caso de que se presente congruencia, la actividad de conversión es inmediata y la resolución de una pregunta resulta fácil de efectuar, lo que induce a pensar que no se promueve un proceso cognitivo significativo.

Descriptores de la categoría Nivel de Congruencia

❖ *Congruente*

En el análisis de los ítems considerados de las Pruebas SABER, al realizar la correspondencia entre las unidades significantes identificadas asumiendo los tres criterios enunciados por Duval en su teoría de las representaciones semióticas (ver apartado 2.2.), se pudo encontrar conversión congruente cuyo nivel de complejidad se cataloga como **nivel 1**,

esto es, si en las dos representaciones implicadas en la resolución del ítem se cumplen los tres criterios.

En el apéndice 3 se presenta, a modo de ejemplo para el descriptor *congruente*, el análisis de una de los ítems asumidos en esta investigación en el cual se aprecia que la conversión entre representaciones efectuada es congruente nivel 1, esto es, al hacer corresponder las unidades significantes se evidenció el cumplimiento de los tres criterios de congruencia.

❖ *No congruente*

En el análisis de las preguntas de las Pruebas SABER asumidas, se encontraron los siguientes tres niveles de no congruencia: **nivel 2** en caso que no se cumpla ya sea el criterio de orden del arreglo de las unidades significantes que componen cada una de las dos representaciones o el criterio de univocidad semántica, **nivel 3** si no se cumple el criterio de univocidad semántica ni el orden del arreglo de las unidades pero si se cumple el criterio de correspondencia semántica, **nivel 4** si no se cumplen los tres criterios.

Para ejemplificar el descriptor *no congruente*, en el apéndice 3 se ilustra el análisis de uno de los ítems considerados en este estudio. En la resolución de la pregunta planteada se logró encontrar que la conversión efectuada es no congruente nivel 2.

❖ *No conversión*

La complejidad semiótica no se considera en la conversión de representaciones. Al analizar las preguntas de las Pruebas SABER se encontró para el caso que exista cambio de registro por transcripción, y su complejidad se asume como **nivel ausente** pues no es posible verificar si se cumplen los tres criterios de congruencia en la conversión.

En el apéndice 3 se exhibe un ejemplo de análisis de uno de los ítems asumidos para ilustrar el descriptor *no conversión*, en el cual se pudo evidenciar que no se presenta conversión de representaciones cuyo nivel de complejidad se asume ausente.

3.4. Ejemplo de codificación

En esta parte del documento se presenta la resolución de uno de los ítems de las Pruebas SABER escogido de manera aleatoria (ver figura 2). Inmediatamente, se lleva a cabo su respectiva codificación (asignar los respectivos descriptores en cada categoría) utilizando el instrumento metodológico para su análisis.

Los prismas rectangulares que se muestran a continuación tienen igual volumen (80 cm^3) y sus dimensiones son las señaladas en las figuras:

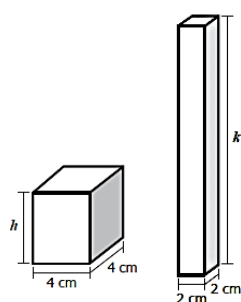


Figura 1

Figura 2

¿Cuál de las siguientes afirmaciones respecto a h y k es correcta?

- A. $2h = k$
- B. $4h = k$
- C. $12h = k$
- D. $20h = k$

Figura 2. Ítem Pruebas SABER noveno, año 2013, p. 113.

En la pregunta se pide determinar cuál de las afirmaciones respecto a lo ilustrado en las figuras de la consigna es correcta. Para resolver este interrogante se procede de la siguiente manera:

Paso 1: Reconocer los datos pertinentes en el enunciado de la consigna y los datos señalados en las figuras, en este caso, que las primas rectangulares tienen igual volumen (80 cm^3); las dimensiones del prisma rectangular de la figura 1 son h y 4cm ; y las dimensiones del prisma rectangular de la figura 2 son k y 2cm .

Paso 2: Representar los volúmenes de los prismas rectangulares (V_1 y V_2) como el producto del área de sus base con su altura haciendo uso de expresiones algebraicas, numéricas y simbólicas: $V_1 = 4 \times 4 \times h$ y $V_2 = 2 \times 2 \times k$ respectivamente.

Paso 3: Dado que los dos prismas rectangulares tienen igual volumen (80 cm^3), se satisface la siguiente igualdad: $V_1 = V_2 = 4 \times 4 \times h = 2 \times 2 \times k = 80$

Paso 4: Simplificando la expresión del paso anterior se obtiene la afirmación correcta entre las presentadas en las opciones de respuesta.

En la tabla 4 se muestra la forma en que se efectúa la codificación empleando el instrumento metodológico. En la primera columna aparece cada una de las categorías asumidas en esta investigación. En la segunda, se indica el descriptor que se logra evidenciar en la resolución del ítem. Finalmente, en la tercera columna se justifica el porqué de cada una de las respectivas elecciones.

Tabla 4. Codificación del ítem de las Pruebas SABER ilustrado en la figura 2

<i>Categoría</i>	<i>Descriptor</i>	<i>Justificación</i>
Conversión de Representaciones	Ilustración	Tal como se expresa en los pasos 3 y 4, en el ítem se solicita encontrar cuál de las igualdades que relacionan h y k presentadas en las opciones de respuesta es la correcta. Los datos requeridos son los que se indican en el paso 1 y que son ilustrados por medio de las figuras en la consigna. Lo cual evidencia conversión por ilustración de relaciones . No obstante, la resolución recae sobre la ejecución de tratamientos discursivos en la escritura algebraica, numérica y simbólica por medio de operaciones para simplificar la expresión mostrada en el paso 3.
Unidades Significantes	Unidades figurales Unidades discursivas	Como se evidencia en el paso 2, las unidades significantes en el registro figural aluden a las aristas de dimensión 1 de los sólidos cuyas magnitudes son las requeridas para expresar mediante símbolos (letras, números y signo de igual) los volúmenes de los prismas rectangulares.
Nivel Congruencia	de Congruente	La conversión es congruente nivel 1 : Hay correspondencia semántica pues a cada una de las unidades que permiten encontrar el volumen de los sólidos (4cm, h , 2cm y k)

se puede asociar una de las aristas visibles en las figuras.

Hay univocidad semántica pues la asociación entre unidades significantes es única. No hay, por ejemplo, dos unidades figurales señaladas en los sólidos para los símbolos h o k .

Hay orden de arreglo de las unidades pues, como se muestra en los pasos 2 y 3, los volúmenes se calculan efectuando una multiplicación, la cual es conmutativa, y así el orden en que se identifican las aristas señaladas en las figuras se conserva.

Luego de realizar la codificación del ítem considerado, se evidencia el uso de dos representaciones semióticas de distinta naturaleza: en el registro figural, para ilustrar dos prismas rectangulares de igual volumen; y en el registro discursivo de la escritura numérica, para efectuar tratamientos sobre los números que aluden a las dimensiones de los prismas. Por consiguiente, la conversión por ilustración efectúa para poder simplificar la ecuación que representa la igualdad entre los dos volúmenes. Durante este proceso se logran identificar unidades significantes en cada uno de los dos registros, cuya correspondencia semántica arroja como resultado una congruencia nivel 1.

Esto último implica que la actividad de conversión no reviste mucha dificultad. Basta con que el estudiante conozca la fórmula de hallar el volumen de un prisma rectangular para resolver la pregunta planteada. Este mismo problema sería interesante si, por ejemplo, no se indicara de entrada el valor de las dimensiones de cada uno de los sólidos, en este caso, los tratamientos a efectuar recaerían sobre las figuras, cuestión que es poco abordada en la enseñanza de la geometría escolar. Además, para poder descubrir las propiedades que relaciona los prismas rectangulares, se haría un uso importante del discurso en lengua natural para justificar las operaciones a efectuar sobre las figuras, lo que reviste mayor complejidad

en la conversión, y por ende, resultaría más significativo para el aprendizaje pues exige la coordinación entre los registros utilizados en toda actividad geométrica.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE DATOS

En el presente capítulo se reseña la manera como se llevó a cabo el análisis de los datos que se extrajeron de los ítems asumidos en este estudio, una vez aplicado el instrumento metodológico. Para ello, se ha dividido este capítulo en dos apartados: *tipos de transformaciones semióticas identificadas*; *número de veces que aparecen las transformaciones*; y *análisis por competencia matemática*. En el primero, se reseñan los tipos de transformaciones semióticas que aparecen en los ítems analizados, señalando cuáles de las categorías se articularon para tal fin y, además, se muestra un ejemplo para cada una de las transformaciones encontradas. En el segundo, por medio de histograma, se indica cómo aparece cada tipo de transformación semiótica discriminada, según el número de ítems considerados. En el tercer apartado, se analizan los datos encontrados según las competencias reseñadas en la sección 3.2., y mediante la comparación de las tres competencias, se establecen las correspondientes reflexiones.

4.1. Tipos de transformaciones semióticas identificadas

Luego de aplicar el instrumento de análisis a cada uno de los ítems seleccionados, se procedió a estudiar la dupla ***{naturaleza de la conversión; nivel de complejidad}*** que se erige a partir de la articulación entre los elementos identificados en las categorías de Conversión de Representaciones, Unidades Significantes y Nivel de Congruencia. Mientras que, naturaleza de la conversión, surge del tipo de conversión efectuada; el nivel de complejidad surge del nivel de congruencia alcanzado al hacer corresponder las unidades significantes de las representaciones en la actividad cognitiva de conversión.

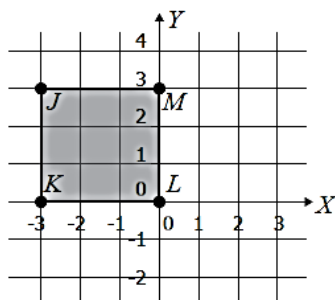
A partir de cada una de las duplas asumidas, se define un tipo de transformación que se simbolizó con la letra T y un subíndice numérico, a saber: T_0 , T_1 , T_2 , T_3 y T_4 . La discriminación de estas transformaciones permite reflexionar acerca de la complejidad semiótica que se promueve en los ítems de las Pruebas SABER analizados, lo que aporta significativamente al diseño e implementación de actividades encaminadas a evaluar el aprendizaje desarrollado y adquirido por los estudiantes en lo concerniente a los tratamientos posibles a realizar sobre las figuras geométricas y, fundamentalmente, la conversión que movilice diversas representaciones en la procura del perfeccionamiento del sentido espacial para el desarrollo competencias matemáticas. En lo que sigue se describe cada una de las transformaciones semióticas ya referidas, indicando la dupla correspondiente y mostrando un ejemplo de cada una de ellas.

❖ **T_0 : {No conversión; nivel ausente}**. Cuando se presenta un cambio de registro por transcripción y la complejidad en el cambio de registro es de tipo no conversión, nivel ausente.

Para ejemplificar este tipo de transformación, consideremos la resolución del ítem de la figura 3.

Si al cuadrado JKLM de la figura se le realiza una rotación de 360° respecto al punto L, entonces:

- I. Las longitudes de los segmentos se mantienen.
- II. Las coordenadas de los puntos se mantienen.



Figura

De las posibilidades anteriores,

- A. Solamente I se cumple.*
- B. Solamente II se cumple.*
- C. I y II se cumplen.*
- D. Ni I, ni II se cumplen.*

Figura 3. Ítem Pruebas SABER, año 2015, p. 53.

En este ítem se solicita decidir cuál de las posibilidades (I y II) se cumplen de acuerdo a las hipótesis dadas en la consigna y la figura que representa dicha situación. Para resolver la problemática en cuestión se procede como sigue:

Paso 1: Se distinguen los datos que son pertinentes en el enunciado que se presenta en la consigna. En este caso, el movimiento a aplicar al cuadrado.

Paso 2: Se identifica el cuadrado JKLM en la figura de la consigna. Luego, visualizar la posición final del cuadrado una vez se realice la rotación de 360° con centro en M.

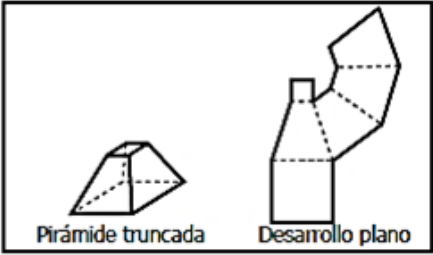
Paso 3: Se leen las posibilidades I y II para verificar si una de ellas o ambas describe la posición final del cuadrado en el sistema coordenado.

En este caso se contempla un cambio de registro por **transcripción**. En los pasos 1 y 2 se evidencian tratamientos sobre las figuras, y luego, en el paso 3, la resolución recae sobre lo que se observa en el sistema coordenado, en este caso no se presenta conversión. Las unidades significantes figúrales y gráficas que son pertinentes para resolver la pregunta en cuestión se distinguen en cada tratamiento efectuado. No obstante, estas unidades no se pueden poner en correspondencia pues no hay conversión de representaciones. Por tanto, se dice que la complejidad es de tipo **nivel ausente**.

❖ **T_1 : {Congruente; nivel 1}**. Cuando se presenta una conversión, ya sea por ilustración o descripción, cuyo nivel de complejidad resulta congruente nivel 1.

Como ejemplo para este tipo de transformación, consideremos la resolución del ítem de la figura 4.

La figura presenta una pirámide truncada de base cuadrada y uno de sus desarrollos planos.



Figura

I. Los 6 cuadriláteros que lo componen deben ser congruentes con las caras correspondientes de la pirámide truncada.

II. Los 6 cuadriláteros que lo componen deben ser semejantes entre sí.

III. La disposición de los 6 cuadriláteros debe permitir armar la pirámide sin traslapar.

¿Cuál o cuáles de las anteriores condiciones debe cumplir el desarrollo plano para poder armar la pirámide truncada?

A. I solamente.

B. II solamente.

C. II y III solamente.

D. I y III solamente.

Figura 4. Ítem Pruebas SABER, 2013, p. 45.

Se solicita establecer cuáles de las condiciones I, II y III, que se presentan en la consigna del ítem de la figura 4, permiten armar la pirámide truncada. Para resolver esta problemática se procede a lo siguiente:

Paso 1: Se lee la condición I en la que se debe identificar tanto los 6 cuadriláteros que componen el desarrollo plano como las 6 caras del sólido, y de esta manera establecer una correspondencia entre estas partes por medio de la relación de congruencia.

Paso 2: Se lee la condición II en la que se deben identificar los 6 cuadriláteros que conforman el desarrollo plano y compararlos por medio de la relación de semejanza.

Paso 3: Se lee la condición III en la que se reconoce el orden en que se disponen los 6 cuadriláteros del desarrollo plano, de tal forma que, al armar la pirámide los 6 cuadriláteros del desarrollo plano cubran totalmente las caras del solido que le corresponden.

Paso 4: Determinar cuáles de las tres condiciones permiten armar la pirámide truncada. En este caso, solo la I y la III, pues si se asume la condición II, los cuadriláteros del desarrollo plano deberían tener la misma forma, cosa que no sucede.

Para este caso se identificó una conversión de representaciones por **ilustración de relaciones** que involucra la identificación de unidades significantes tanto figurales como discursivas. Las relaciones que aluden los enunciados en los pasos 1, 2 y 3 se ilustran en la figura. En este sentido, sí es posible realizar la puesta en correspondencia entre las respectivas unidades significantes, lo que conduce a encontrar **congruencia** de complejidad **nivel 1**.

❖ **T_2 : {No congruente; nivel 2}**. Cuando se presenta una conversión, ya sea por ilustración o descripción, y el nivel de complejidad resulta ser no congruente, nivel 2.

Para ejemplificar este tipo de transformación vamos a considerar la resolución del ítem de la figura 5.

Tres esferas de plata de 3 mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.



Figura

¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

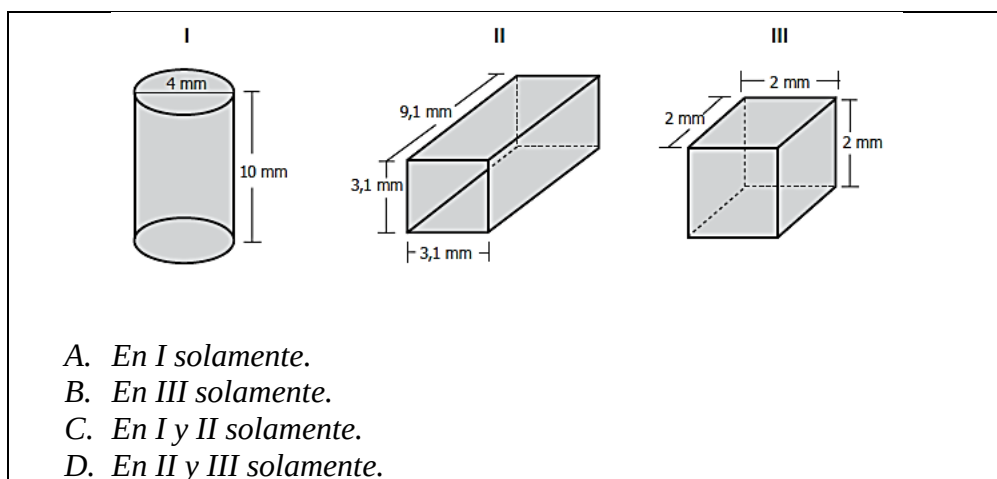


Figura 5. Ítem Pruebas SABER, 2013, p. 137.

Se pide elegir en cuál (es) de las cajas es posible guardar tres esferas como la que se muestra en la figura de la consigna del ítem de la figura 5. Para resolver la pregunta en cuestión, se hace lo siguiente:

Paso 1: Se lee el enunciado de la consigna para identificar los datos pertinentes para solucionar la pregunta. En este caso la cantidad de esferas y la medida del diámetro de cada esfera.

Paso 2: Observar cada uno de los sólidos que se muestran en las opciones de respuesta, prestando atención en las dimensiones de cada figura: I. Cilindro de base circular de 4 mm de diámetro y altura 10 mm; II. Prisma rectangular de 3,1 mm de ancho y alto por 9,1 mm de largo, y III. Cubo con aristas de 2 mm.

Paso 3: Ahora bien, se tiene que, para guardar las tres esferas, una de las dimensiones de la caja debe ser mayor o igual a la medida del diámetro de una de las esferas (3 mm) y la otra dimensión debe ser mayor o igual a la suma de los tres diámetros de las esferas (9 mm). El único sólido que no cumple tal condición es el III.

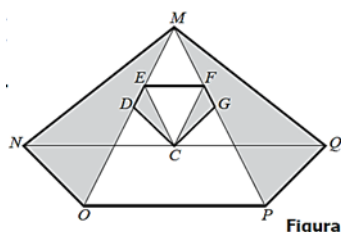
En este caso se encontró que se promueve una actividad cognitiva de **conversión por descripción de medidas** que involucra el reconocimiento de unidades significantes tanto figurales como discursivas como se puede ver en cada paso de resolución de la pregunta.

Luego, al realizar la correspondencia para determinar el nivel de complejidad en la conversión, aparece un fenómeno de **congruencia nivel 2**.

❖ **T_3 : {No congruente; nivel 3}**. Cuando se presenta una conversión, ya sea por ilustración o descripción, cuyo nivel de complejidad es no congruente, nivel 3.

Para ejemplificar este tipo de transformación, consideremos la resolución del ítem que aparece en la figura 6.

En la figura aparece el pentágono $CDEFG$ cuyos vértices están sobre las diagonales del pentágono $MNOPQ$; y se cumplen las siguientes relaciones: $\triangle CDE$ congruente con $\triangle CGF$, $\triangle MNO$ congruente con $\triangle MQP$ y $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CDE$.



Figura

Con la información anterior **NO** es correcto concluir

- A. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CGF$.
- B. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CGF$.
- C. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CEF$.
- D. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CDE$.

Figura 6. Ítem Pruebas SABER noveno, año 2013, p. 77.

Se solicita establecer a cuál de las relaciones de semejanza entre triángulos se concluye a partir de las hipótesis presentadas en la consigna del ítem de la figura 6. Para resolver el interrogante se procede de la siguiente manera:

Paso 1: Se lee el enunciado que se presenta en la consigna, prestando singular atención en las relaciones entre los triángulos sombreados en la figura: dos relaciones de congruencia y una relación de semejanza.

Paso 2: Asumiendo la relación de semejanza identificada en el paso 1, se procede a ir reemplazando los triángulos implicados por los triángulos que son congruentes a éstos, y de

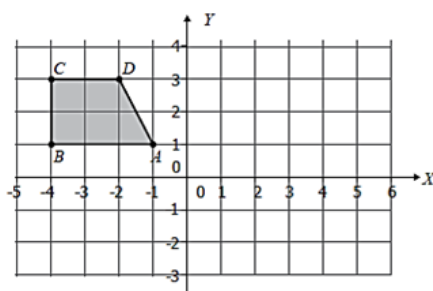
esta manera, se compara con cada relación presentada en las opciones de respuesta para encontrar la que no se cumple.

En este ítem se contempla una **conversión de representaciones por ilustración** de las relaciones evidenciadas en el paso 1, lo que involucra el reconocimiento de unidades significantes tanto figurales reconocibles fácilmente en la figura pues aparecen sombreadas como discursivas en las hipótesis dadas para la resolución de la problemática en cuestión. Una vez se discriminan estas unidades se procede a efectuar la puesta en correspondencia basándonos en los tres criterios para determinar su nivel de complejidad. En este sentido, se encuentra que la conversión es **no congruente, nivel 3**.

❖ **T_4 : {No congruente; nivel 4}**. Cuando se presenta una conversión, ya sea por ilustración o descripción, cuyo nivel de complejidad resulta ser no congruente, nivel 4.

Como ejemplo para este tipo de transformación se considera la resolución del ítem que se muestra en la figura 7 dada a continuación.

Se tiene un cuadrilátero en el plano cartesiano (ver figura).



Figura

Al trasladar el cuadrilátero 5 unidades hacia la derecha y rotarlo 90° alrededor del punto B en el sentido que giran las manecillas del reloj, la nueva ubicación de las figuras es

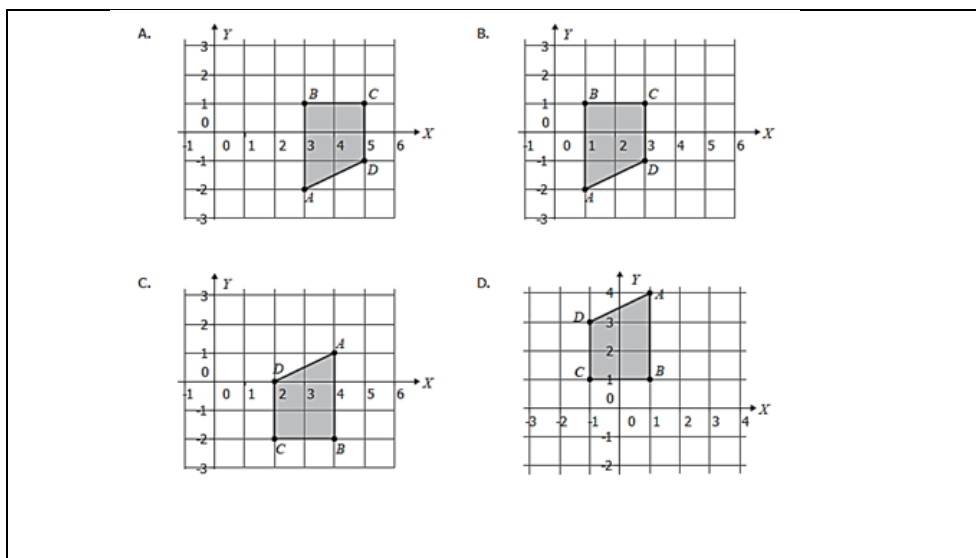


Figura 7. Ítem Pruebas SABER noveno, año 2015, p. 26.

Se solicita establecer en cuál de los planos cartesianos presentados en las opciones de respuesta se representa correctamente la posición del cuadrilátero, luego de aplicarle los movimientos descritos en el enunciado de la consigna. Para resolver la problemática planteada se procede como sigue:

Paso 1: Se lee el enunciado dado en la consigna para reconocer los movimientos que se deben aplicar sobre el cuadrilátero, en este caso, una traslación y una rotación.

Paso 2. Para aplicar la traslación se mueve cada una de los vértices del cuadrilátero 5 unidades hacia la derecha ubicando física o mentalmente los puntos coordenados correspondientes a la nueva posición de los vértices. En este caso es necesario reconocer que el lado de cada cuadrado de la cuadrícula representa la unidad.

Paso 3: Luego, se aplica el movimiento de rotación del cuadrilátero, 90° con centro en la nueva posición del vértice B, ubicando física o mentalmente los puntos coordenados correspondientes a la posición final de los vértices.

Paso 4: Ver cuál de los planos presentados en las opciones de respuestas representan la posición final de los vértices del cuadrilátero en forma de puntos coordenados.

En este ítem se promueve conversión de representaciones **por ilustración de movimientos y ubicación en el plano**, pues en los pasos 1, 2 y 3 se evidencian los movimientos a aplicar sobre la figura y en el paso 4 se muestra que la resolución recae sobre tratamientos en el sistema coordenado para la ubicación de los elementos de la figura. La discriminación de unidades significantes tanto figurales, gráficas y discursivas. Atendiendo a los tres criterios de congruencia, se realiza la respectiva correspondencia entre estas unidades que conforman las representaciones en los registros implicados en la conversión. A partir de lo anterior, se logra evidenciar que la conversión presenta un fenómeno de **no congruencia, nivel 4**.

4.2. Número de veces que aparecen las transformaciones

En la figura 8 se presentan los tipos de transformación semiótica ya reseñados, y que fueron identificados en los ítems de las Pruebas SABER analizados. En este sentido, se indica el número de veces que aparece cada transformación según el año en que se aplicó la Prueba, aludiendo a qué porcentaje corresponde sobre el total de ítems analizados.

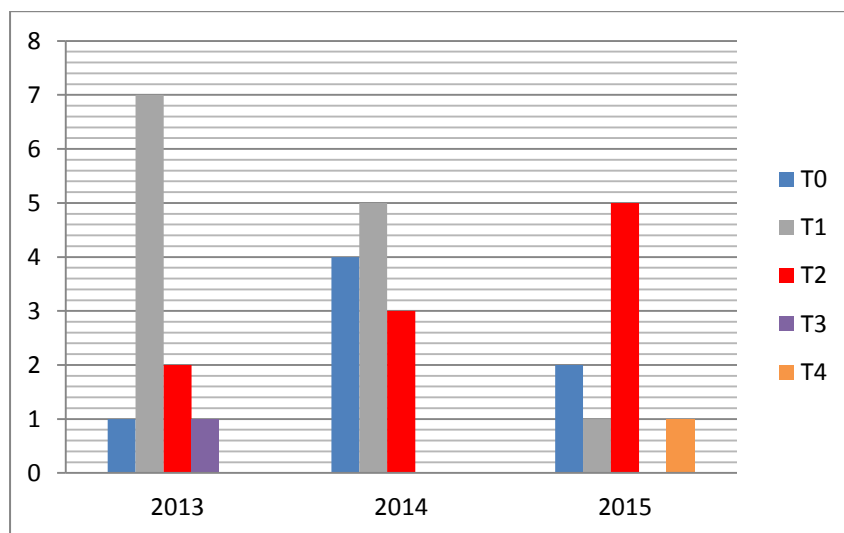


Figura 8. Tipos de transformaciones semióticas identificadas en los ítems de las Pruebas SABER analizados.

De acuerdo al gráfico de la figura 8, se puede observar que en los ítems de las Pruebas SABER analizados predominan las transformaciones por conversión T_1 y T_2 . Cerca del 41%

y el 31% de los ítems analizados contemplan estas dos transformaciones, respectivamente. Esto evidencia que la actividad cognitiva de conversión de representaciones en muchos de los ítems analizados, no debería revestir mucha dificultad para los estudiantes, no obstante, como se verá más adelante, las representaciones incluidas no promueven tratamientos significativos. Lo anterior se sustenta en el hecho que la nueva representación, producto de la conversión, está ya dada en la consigna, y no es el estudiante quien debe llevar a cabo la coordinación entre los distintos registros considerados.

Otro hecho a tener en cuenta es que la transformación T_0 aparece en un considerable porcentaje, esto es un 22%, lo que supone que en muchos de los ítems analizados se contemplan cambios de representación, sin que ello implique conversión. En este sentido, la resolución de las preguntas se reduce al uso de representaciones semióticas distintas para identificar la posición de puntos y segmentos en un sistema coordenado, lo que deja percibir que no se presenta una transformación semiótica valiosa desde un punto de vista cognitivo.

Por otra parte, es importante decir que, en los casos que se presentó alguno de los tipos de transformación por conversión ya reseñados, se incluye también una actividad cognitiva de tratamiento que es privilegiada para la resolución del ítem considerado: *tratamiento figural* cuando las operaciones a efectuar recaen sobre las figuras; *tratamiento discursivo* cuando la resolución depende de lo expresado en los enunciados o del uso de expresiones simbólicas, numéricas y algebraicas; y *tratamiento gráfico* cuando las operaciones a realizar aluden a lo visible en el sistema coordenado. En el histograma que se presenta en la figura 9 se indica el número de veces que aparecen los respectivos tratamientos que son pertinentes para cada uno de los tipos de transformaciones semióticas asumidos (esto excluye la transformación T_0 , pues no hay conversión).

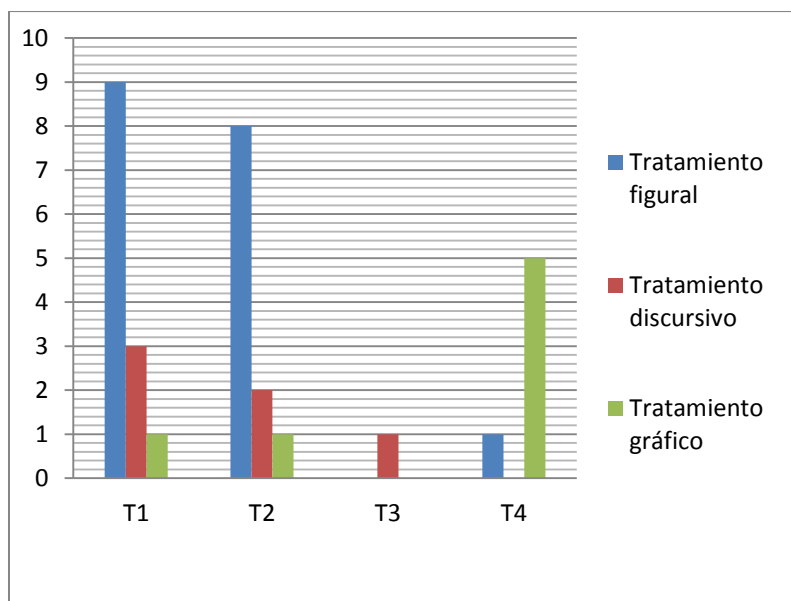


Figura 9. Tratamientos en las transformaciones por conversión.

Nota: Los tratamientos fueron identificados con base en el tipo de conversión contemplado en los ítems analizados.

Como se puede observar en el gráfico de la figura 9, los tratamientos que se promueven en la resolución de los ítems analizados, especialmente en las transformaciones T_1 y T_2 , de menor complejidad semiótica, en su gran mayoría, corresponden a tratamientos sobre las figuras geométricas. Por su parte, en las transformaciones semióticas de mayor complejidad, los tratamientos privilegiados dependen de procedimientos mecánicos o de rutina a efectuar. De aquí, el llamado de atención en este estudio, para reflexionar acerca de lo que se propone en los ítems incluidos en las evaluaciones externas al incluir figuras geométricas en las preguntas a las que se deben enfrentar los estudiantes, pues como se ha podido constatar en los análisis, las representaciones en el registro figural que se contemplan en las Pruebas SABER asumidas no permiten tratamientos profundos y complejos. En otras palabras, la manera en que se presentan las figuras no suscita cambios en la forma de visualizar propiedades y relaciones geométricas.

4.3. Análisis por competencia matemática

Dado que los ítems seleccionados en esta investigación se organizaron por competencia matemática que evalúa las Pruebas SABER (ver apartado 3.2.), los resultados obtenidos, producto de la aplicación del instrumento de análisis, se organizaron de la misma manera para establecer las respectivas reflexiones del caso. Se hizo de esta forma puesto que las Pruebas SABER están alineados con los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006), lo que supone un fuerte vínculo entre lo que se evalúa en cada ítem analizado y las competencias que se esperan alcanzar. Por medio de estos análisis se espera contrastar las transformaciones semióticas que son privilegiadas en cada pregunta con los elementos tenidos en cuenta en cada competencia para el desarrollo de Pensamiento Espacial en los estudiantes, haciendo énfasis en el uso que se le atribuye a las figuras.

La información obtenida se presenta por medio de histogramas, uno para analizar cada competencia, en los que se indica cómo aparece cada transformación semiótica reseñada en el apartado 4.2., según la competencia considerada. Posteriormente, se muestra otro histograma para comparar las tres competencias asumidas, con sus respectivas reflexiones a que da lugar.

Competencia de razonamiento y argumentación

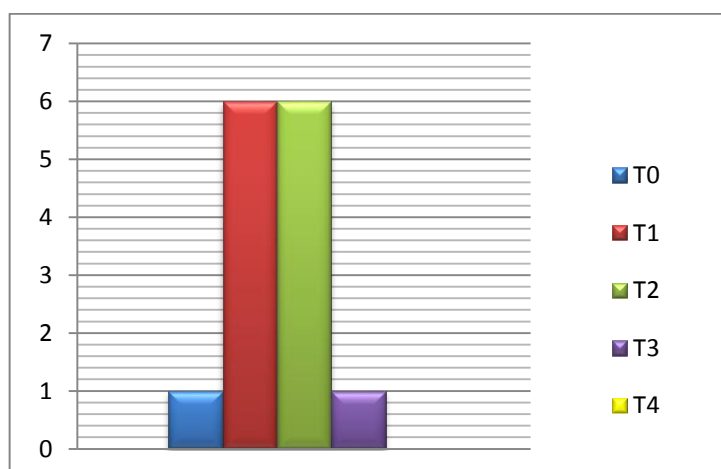


Figura 10. Transformaciones semióticas que aparecen en la competencia de razonamiento y argumentación

Como se logra observar en el gráfico de la figura 10, en los ítems analizados que evalúan la competencia de *razonamiento y argumentación* predominan los tipos de transformación T_1 y T_2 , es decir, aquellas transformaciones semióticas de conversión, tipo ilustración o descripción, ya sea congruentes o no congruentes cuyo nivel de complejidad es el más bajo. Y como sucede, la frecuencia con que aparecen los niveles más altos de no congruencia es mínimo sino nulo. En este sentido, teniendo en cuenta que en esta competencia se evalúa la capacidad del estudiante para argumentar y verificar propiedades y relaciones de las figuras, ello implicaría una efectiva coordinación entre figura y discurso, asunto que no se promueve en los ítems analizados. Esto porque las transformaciones, aunque incluye alguna conversión que utiliza estos registros, su complejidad no es significativa en cuanto que promueva tratamientos idóneos sobre las figuras que enriquezcan el desarrollo de Pensamiento Espacial en los estudiantes, pues la resolución recae en el uso de conceptos geométricos o tratamientos de rutina.

Competencia de comunicación, representación y modelación

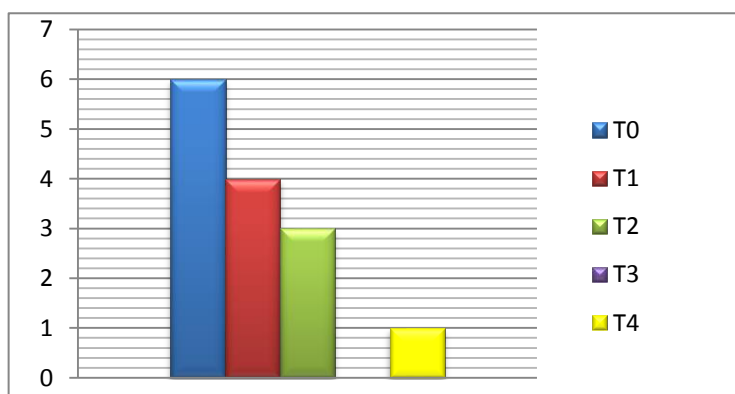


Figura 11. Transformaciones semióticas que aparecen en la competencia de comunicación, representación y modelación.

Tal como se muestra en el histograma de la figura 11, en lo que se refiere a la *competencia comunicación, representación y modelación*, el tipo de transformación semiótica que impera es T_0 , esto es, el caso en que no se presenta conversión de representaciones, sino simplemente un cambio de registro que no revela la articulación entre

las representaciones figurales y gráficas implicadas. Como se ha dicho, el nivel de complejidad es ausente, o nulo. En lo que respecta a esta competencia, se logra evidenciar que no se busca promover la representación y reconocimiento de objetos en el espacio empleando variados registros para su transformación, sino que más bien se contempla, en gran medida, el uso de sistemas de referencia para visualizar propiedades de las figuras que no va más allá de una simple codificación para ubicar puntos coordenados. También se logra evidenciar la inclusión de transformaciones del tipo T_1 y T_2 , como en el caso anterior, por lo que los tipos de tratamientos cognitivos para modificar las figuras no se presenta bajo un contexto de conversión de representaciones, fundamental para la comprensión.

Competencia de planteamiento y resolución de problemas

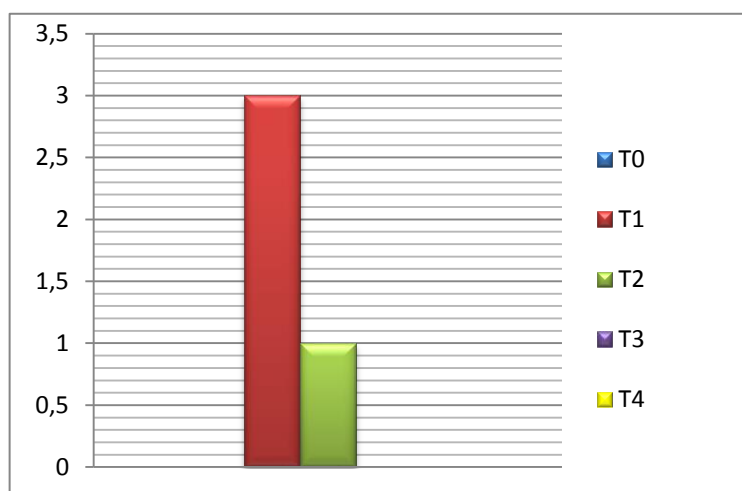


Figura 12. Transformaciones semióticas que aparecen en la competencia de planteamiento y resolución de problemas.

De acuerdo a lo mostrado en la gráfica de la figura 12, con respecto a la competencia *planteamiento y resolución de problemas*, se puede observar que domina el tipo de transformación T_1 en la que se promueve conversión de representaciones congruente, el pasaje entre las representaciones es espontáneo y evidente. Pero, sucede que tal coordinación en la conversión de representaciones ya está dada en los ítems analizados, lo que indica que las Pruebas no buscan que el estudiante realice tal proceso. Y además, resulta que esta

competencia evalúa la resolución y formulación de problemas con modelos geométricos y el uso de procedimientos para el cálculo de áreas y volúmenes; en este sentido, se debería promover la conversión que demande una exigencia superior a los estudiantes, que incluyan tratamientos significativos sobre las figuras y la necesidad de representar un objeto en variados registros para visualizar propiedades y relacionarlos con aspectos de medida para resolver problemas en variados contextos.

Comparación de las tres competencias

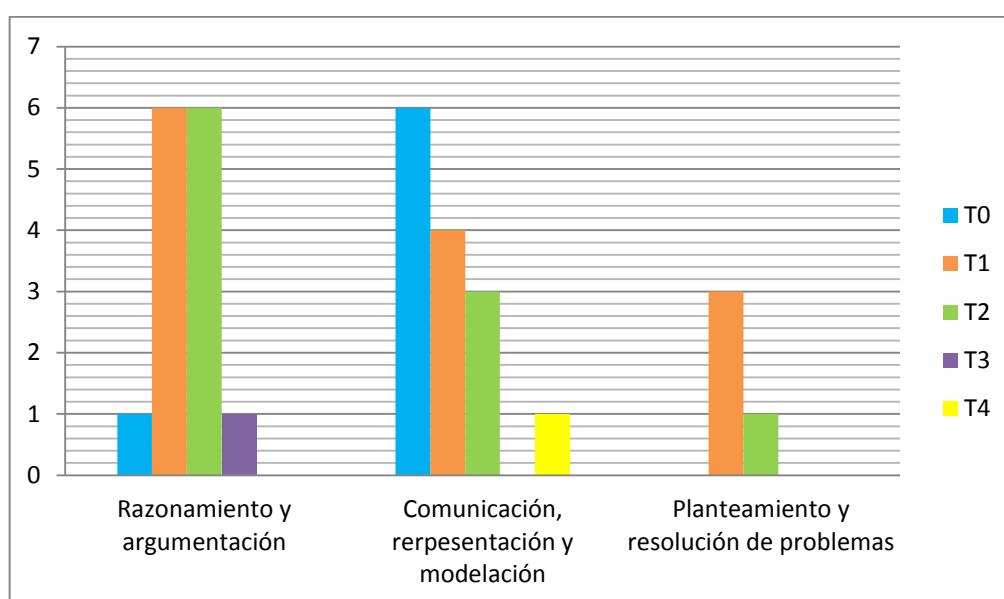


Figura 13. Transformaciones semióticas presentes en las tres competencias que evalúan las Pruebas SABER.

En la gráfica de la figura 13 se muestra las transformaciones semióticas que fueron identificadas en esta investigación, y que corresponden a las tres competencias que evalúan las Pruebas SABER en los ítems analizados. Comparando las tres competencias, a simple vista se puede observar que la transformación semiótica del tipo T_1 es la más frecuente en las tres. La que escasamente aparece (o no aparece) es la transformación semiótica del tipo T_4 . Esto indica que en la mayoría de preguntas la actividad cognitiva de conversión resulta ser congruente, pero ello no garantiza una efectiva coordinación entre registros de distinta índole, pues los análisis precedentes corroboraron, y concuerdan en que no se suscitan tratamientos

sobre las figuras, en interacción con registros discursivos, que permitan establecer si el estudiante realmente alcanzó un nivel de desempeño eficiente, según lo que se propone curricularmente en los documentos oficiales para el componente geométrico y el desarrollo de Pensamiento Espacial. .

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En lo que sigue se exponen las conclusiones y recomendaciones que surgen a partir de los resultados obtenidos luego del análisis semiótico de los ítems de las Pruebas SABER considerados en este estudio. Este capítulo se ha dividido en tres apartados: el primero, *consecución de los objetivos de la investigación* tiene como finalidad dar respuesta a las preguntas que permiten evidenciar el logro de los objetivos propuestos al inicio de esta investigación; el segundo, *conclusiones del estudio*, consiste en una serie de reflexiones relativas a los resultados conseguidos, las implicaciones del estudio en la enseñanza de la geometría y las matemáticas en general y comentarios finales; y el tercer apartado, *recomendaciones*, contiene los aspectos a tener en cuenta para futuras investigaciones en Educación Matemática teniendo en cuenta las fortalezas y limitaciones halladas en la metodología empleada.

5.1. Consecución de los objetivos de la investigación

En este apartado se dará respuesta a cada una de las cuestiones presentadas en la sección 1.3.3., las que permiten evidenciar la consecución de los objetivos específicos de este estudio.

- ✓ *Determinar los tipos de transformaciones semióticas pertinentes para la resolución de los ítems de las Pruebas SABER que recurren al registro de las figuras geométricas.*

¿Cómo se lograron determinar los tipos de transformaciones semióticas que se contemplan en las preguntas analizadas?

Luego de resolver cada uno de los ítems asumidos en esta investigación, estos se analizaron empleando el instrumento metodológico que permitió distinguir diversos elementos concernientes a los tipos de transformaciones semióticas incluidas en los ítems de las Pruebas SABER analizados. Una vez se distingue al menos dos representaciones semióticas de distinta naturaleza, figura geométrica y discursiva primordialmente, se procedió a determinar el tipo de conversión contemplada en la resolución de la pregunta. Posteriormente, se identificaron las unidades significantes de las representaciones implicadas en el cambio de registro, lo que posibilitó establecer su nivel de complejidad. Articulando estos elementos bien identificados, se pudo determinar los tipos de transformaciones semióticas privilegiadas en los ítems de las Pruebas.

¿Qué se pudo identificar?

Luego del análisis semiótico de los ítems de las Pruebas SABER considerados, se identificaron transformaciones semióticas por conversión y transformaciones que, aunque moviliza dos registros distintos, no se tratan de una conversión de representaciones. Además, como producto de los análisis, se identifica el tipo de tratamiento sobre el cual recae la resolución de los ítems contemplados. Las transformaciones semióticas de conversión, que se lograron discriminar, resultaron ser congruentes y no congruentes de distintos niveles de complejidad, así como transformaciones semióticas que no asumen algún tipo de conversión, cuya complejidad semiótica es poco significativa para el aprendizaje intelectual de los estudiantes y el desarrollo de Pensamiento Espacial, primordial en geometría.

¿Todas las transformaciones identificadas aportan a la resolución de los ítems?, en caso de que no, ¿qué papel desempeña su inclusión en las Pruebas?

Si bien se lograron determinar cinco tipos de transformación semiótica en los ítems de las Pruebas analizados, la gran mayoría de dichas transformaciones no aportan al desarrollo de competencias matemáticas concernientes al Pensamiento Espacial para el estudio de la geometría escolar. Se pudo verificar, por ejemplo, que la gran mayoría de conversiones incluidas contemplan la movilización entre dos representaciones semióticas distintas, no obstante, en muchas ocasiones la respuesta demanda tratamientos que no surgen de la coordinación entre las representaciones consideradas.

¿Son todas las transformaciones semióticas de la misma naturaleza?, ¿por qué?

Las transformaciones semióticas identificadas en el análisis de los ítems de las Pruebas SABER asumidas son de distinta naturaleza. Por un lado, aparecen aquellas transformaciones que suscitan algún tipo de conversión, ya sea por ilustración o por descripción; y por otro lado, están aquellas transformaciones que no promueven conversión de representaciones, como es el caso de transcripción que moviliza representaciones figurales y gráficas.

- ✓ *Discriminar las unidades significantes de las representaciones que se incluyen en los ítems de las Pruebas SABER.*

¿Qué clases de unidades conforman las representaciones involucradas en la resolución de las preguntas analizadas?

En el instrumento metodológico se incluyó la categoría “Unidades Significantes” para el análisis de los ítems de las Pruebas SABER asumidas en esta investigación. A partir de aquí se lograron identificar unidades figurales presentes en las representaciones del registro de las figuras, unidades gráficas y unidades discursivas presentes en los enunciados en lengua natural que, además, incluyen la escritura numérica, algebraica y simbólica.

¿Su discriminación revistió alguna complejidad?, o por el contrario, ¿son evidentes y fáciles de identificar?

Para el caso de las unidades figurales, su discriminación no revistió dificultad pues tales unidades resultaban fácilmente percibidas en las figuras, ya que los tratamientos a efectuar no son tan complejos siendo suficiente una simple mirada sobre las figuras para reconocer sus relaciones y propiedades. En cuanto a las unidades discursivas, su discriminación no revistió dificultad, pues se llevó a cabo en la distinción y separación de frases, palabras y símbolos explicitados en los enunciados que se presentan en cada ítem analizado.

¿Son todas las unidades pertinentes para resolver los ítems considerados?

Las unidades identificadas luego del análisis, aunque se requiere su utilización para movilizar las representaciones en la actividad cognitiva de conversión y para establecer los niveles de complejidad (congruente o no congruente), resultaron escasas las ocasiones en las cuales son tenidas en cuenta para encontrar la respuesta solicitada en el ítem a resolver.

Según la naturaleza de las unidades significantes, ¿cuáles unidades son las más privilegiadas en las preguntas analizadas?, ¿por qué?

Se pudo constatar que sobresalen las unidades en los registros figurales y discursivos sobre las unidades gráficas, simbólicas, numéricas o algebraicas pues la manera como se escogieron los ítems para su análisis contempla el uso de figuras y del discurso. No obstante, muchas de las preguntas demandan el uso de unidades que no provienen de estos registros, sino de las unidades de representaciones gráficas o algebraicas.

- ✓ *Establecer los niveles de congruencia entre las figuras y demás representaciones incluidas en los ítems de las Pruebas SABER.*

¿En qué radicó el nivel de complejidad en la actividad cognitiva de conversión considerada en las preguntas analizadas?

El nivel de complejidad en la actividad cognitiva de conversión residió en la correspondencia efectuada entre unidades significantes de cada una de las representaciones encontradas, basada en los criterios enunciados por Duval (1999). Durante el proceso de resolución de las preguntas, se logró encontrar ya sea congruencia o no-congruencia en la movilización de al menos dos registros distintos.

¿Cuál es el nivel de complejidad más recurrente en las preguntas analizadas? En los casos que no hubo conversión, ¿el nivel de complejidad es el mismo?, ¿por qué?

El nivel más recurrente tienen que ver con la congruencia en la actividad cognitiva de conversión de representaciones; en cuanto a los niveles 2, 3 y 4 que corresponden a la no congruencia en la actividad cognitiva de conversión, los niveles 3 y 4 que mayor complejidad reviste, son los más escasos. Por otra parte, apareció con mucha frecuencia un nivel ausente que alude a la complejidad en el cambio de registro que no promueve conversión de representaciones.

En cuanto al objetivo general

Aportar elementos de reflexión para diseñadores de Pruebas externas, investigadores y docentes en formación y en ejercicio a partir de un análisis semiótico de los ítems de las Pruebas SABER que, al incluir el Pensamiento Espacial, recurren al registro de las figuras geométricas.

Para describir los elementos de reflexión para diseñadores de pruebas externas, investigadores y docentes en formación y en ejercicio a partir del análisis semiótico de los ítems de las Pruebas SABER realizado, se tendrán en cuenta dos aspectos fundamentales, por un lado, lo atinente a la identificación de las transformaciones semióticas que involucra el uso

de figuras geométricas en los ítems analizados, por otro lado, la consideración del marco teórico que se propone en las evaluaciones estandarizadas para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, particularmente, en lo concerniente al Pensamiento Espacial.

En primer lugar, teniendo en cuenta los distintos tipos de transformación semiótica que se ha conseguido evidenciar, luego de la coordinación entre registros de representación semiótica de distinta naturaleza que promueven los ítems analizados, es posible pensar sobre ciertos fenómenos didácticos que surgen a partir del nivel de complejidad en la conversión debido a la congruencia o a la falta de congruencia entre las unidades significantes que caracterizan cada una de las representaciones incluidas. Tales fenómenos son pasados por alto comúnmente en la enseñanza y/o aprendizaje de la geometría y de las matemáticas en general, y están relacionados con las dificultades y errores que los estudiantes pueden manifestar al momento de tener que efectuar conversiones entre representaciones.

Pues de acuerdo con Duval (1999), las dificultades originadas por la no-congruencia no dependen de la complejidad relativa a los conceptos incluidos en el contenido de las representaciones implicadas, sino de la complejidad subyacente en la conversión. No obstante, en los ítems analizados no se promueve de manera significativa, ya que los tratamientos contemplados en su resolución consisten en procedimientos rutinarios y mecánicos que no posibilitan visualizar relaciones y propiedades geométricas complejas, y de esta manera, se constituye en un asunto que se debe examinar en todo proyecto que procure la mejora de la enseñanza en las instituciones educativas del país.

En segunda instancia, cabe resaltar que, más allá de lo que se podría esperar de una evaluación estandarizada, en el marco teórico de las Pruebas SABER se aluden aspectos concernientes al empleo de variadas representaciones y la transformación de unas en otras, especialmente, cuando se hace énfasis en la evaluación por competencias que involucra los

procesos matemáticos propuestos por el MEN. En este sentido, habría que analizar con sumo cuidado estos elementos importantes para que sean tenidos en cuenta verdaderamente en los ítems de las Pruebas y, por ende, en el desarrollo de las actividades que se proponen en el contexto escolar, para que la evaluación de competencias y conocimientos adquiridos por los estudiantes sean más satisfactorios y enriquecedores.

5.2. Conclusiones del estudio

A partir del análisis semiótico llevado a cabo en esta investigación, fue posible valorar que no existe una verdadera coherencia entre lo que se promulga en el marco teórico de las Pruebas SABER en cuanto a las habilidades requeridas para efectuar conversión entre las figuras y los registros de representación semióticos que son utilizados en el aprendizaje de la geometría, y lo que efectivamente es evaluado en lo concerniente al Pensamiento Espacial en la resolución de los ítems. Sin embargo, se hace necesario un diagnóstico más a fondo en la práctica misma, lo que posibiliten robustecer tal afirmación.

Los distintos puntos de vista a tener en cuenta en los modelos de enseñanza de la geometría deben estar enfatizados en la valoración de los conocimientos adquiridos por los estudiantes, las competencias alcanzadas, y el análisis de errores y obstáculos presentes en toda actividad cuyos objetivos estén centrados en las posibilidades de transformar distintas representaciones de un mismo objeto matemático. Como afirma Duval (1999): “El cambio de registro constituye una variable que se revela fundamental en didáctica: facilita considerablemente el aprendizaje pues ofrece procedimientos de interpretación” (p. 59).

En últimas, “el reto de la enseñanza para la formación inicial (educación básica o media) no es tanto la adquisición de tal o cual conocimiento matemático, sino, a través de ellos, el desarrollo de las capacidades de pensamiento del niño o del preadolescente” (Duval, 2004, p. 63). Estas capacidades se desarrollan gracias a la coordinación efectiva entre

variados sistemas de representaciones en un contexto de conversión. Y como lo resalta Duval (2006): “la conversión se convierte en un método para analizar lo que es matemáticamente significativo en el contenido de la representación dada” (p. 162). Bajo esta mirada, el análisis semiótico llevado a cabo en este estudio resultó pertinente para los fines trazados.

5.3. Recomendaciones

De este estudio se desprenden algunas sugerencias para posteriores investigaciones, atendiendo a las fortalezas y limitaciones encontradas en la metodología empleada.

➤ En posteriores estudios se pueden estudiar aspectos semióticos que tengan en cuenta otros pensamientos matemáticos para analizar las transformaciones que se contemplan en las evaluaciones que se propone a los estudiantes, pues constituye un factor determinante en la procura de mejorar la enseñanza de las matemáticas.

➤ Es importante mencionar que en este estudio se tuvo como eje central la actividad cognitiva de conversión de representaciones, la cual es poco tratada en la enseñanza de las matemáticas y, por ende, la que causa mayores dificultades en los estudiantes. En este sentido, no se profundizó en los tipos de tratamiento que promueven las Pruebas analizadas, lo que sugiere sean contemplados en posteriores estudios para su implementación en el aula de clase de matemáticas.

➤ Quizá una de las limitaciones de este estudio es que no tuvo un sentido práctico, es decir, no se aplicó en el aula de clase para evidenciar si los estudiantes están preparados para afrontar preguntas que promuevan tratamientos complejos en la actividad cognitiva de conversión, cuestión que queda abierta para posteriores estudios.

➤ Finalmente, aunque bien se ha diseñado un instrumento metodológico que sirve como referente para investigadores, diseñadores de pruebas estandarizadas y

docentes para identificar falencias en lo concerniente al uso de las representaciones semióticas y el papel tan fundamental de las transformaciones que se puedan efectuar en el aprendizaje, este instrumento no pasó por un proceso de validación por cuestiones de tiempo, no obstante, se espera realizar esta fase mediante la escritura de un artículo que se enviará a una revista especializada en Educación Matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- Aballe, M. (2000). Aproximación al nivel de conocimiento matemático básico de futuros maestros de Primaria. *UNO*, 25, 89-107.
- Aroca, A. (2008, octubre). Una propuesta curricular en geometría a partir de los diseños de las mochilas arhuacas. *Conferencia presentada en el 9 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/876/>
- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL. “El Mácaro”. *Revista Enseñanza de la Matemática*, 12 al 16 (número extraordinario), 67-87.
- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje* (Tesis de Doctorado). Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. España.
- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en primaria y secundaria. *Campo abierto*, (24), 1-25. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/39207658>
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Díaz, C.; Gaviria, J.; Torres, L.; y Guacaneme, E. (1997). *Serie publicaciones para maestros. Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas-TIMSS-Colombia*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 37-51.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales* [Sémiosis et Pensée Humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels]. Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

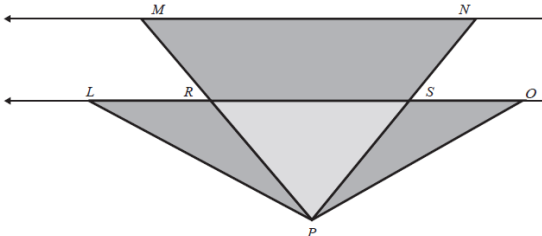
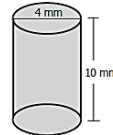
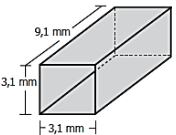
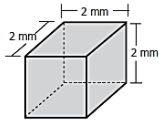
- Duval, R. (2004). Los problemas Fundamentales en el Aprendizaje de la Matemáticas y las Formas Superiores del Desarrollo Cognitivo (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle. (Original publicado en 1999).
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar de registro de representación. *La Gaceta de la RSME.*, 9(1), 143-168.
- Duval, R., & Moretti, T. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 266-297. doi: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>
- Duval, R., & Sáenz, Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. [Prólogo de Bruno D'Amore. Comentarios a los artículos de Bruno D'Amore y de Carlos Eduardo Vasco Uribe]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá (Colombia).
- García, P. & López O. (2008). La enseñanza de la Geometría. Colección: Materiales para apoyar la práctica educativa. Coordinación editorial: Miguel Á. Aguilar R. Teresa Ramírez Vadillo. Instituto Nacional para la Evaluación Educativa. México.
- Gómez, M. (2011). *Pensamiento geométrico y métrico en las pruebas nacionales*. (Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales), Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Hernández, V. & Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI*. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original. Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2010). *Metodología de la Investigación. Quinta Edición*. México D.F.: Interamericana Editores, S.A.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (2017). *SABER 3°, 5° y 9° cuadernillos de prueba*. Bogotá, Colombia: ICFES. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co>
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (2016). *Informe nacional. SABER 3°, 5° y 9°: resultados nacionales 2009-2014*. Bogotá, Colombia: ICFES.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (2013). *Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal Pruebas SABER 3°, 5° y 9*. Bogotá, Colombia: ICFES.
- Marmolejo, G. A.; Garzón, D. (2005). *Análisis del tópico geometría y medición*. En Vásquez, M. et al. Pruebas censales y formación de pensamiento matemático en la escuela. (Programa de mejoramiento de la calidad de la educación en Santiago de Cali). Colombia: Alcaldía Municipal de Cali.
- Marmolejo, G. A.; Vega, M. (2012). La Visualización en las Figuras Geométricas un Asunto Complejo y de Importancia en el Aprendizaje de la Geometría en la Educación Básica. *Educación Matemática (México)*, 24(3), 9 – 34.
- Marmolejo, G.A.; Tarapuez, L.; y Blanco, H. (2018A). *Geometría y medición en las Pruebas Saber-Grado Quinto ¿Qué evalúan?* Enviado.

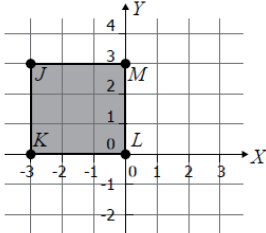
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2005). *Programa de estudio de Matemática, I, II y III ciclo*. San José: autor. Recuperado de <http://www.mep.go.cr/programa-estudio>
- Morris, R. (Ed.). (1986). *La geometría en las escuelas*. Volumen 5. En: Estudios en educación matemática.
- NCTM (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM. Recuperado de <http://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
- Paredes, Z., Iglesias, M. y Ortiz, J. (2007). Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes. *Revista Enseñanza de la Matemática*, 12 al 16 (número extraordinario), 89-107.
- Ponte, J. & Chapman, O. (2006). Mathematics Teachers' Knowledge and Practice. In A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461–494). Róterdam, The Netherlands: Sense.
- Romero, C. (2005, junio). La categorización un aspecto crucial en la investigación cualitativa. *Revista de investigaciones Cesmag*, 11 (11), 113-118. Recuperado de <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/resource/view.php?id=108830>
- Sáenz, E.; Patiño, M. y Robles, J. (2016, octubre). Niveles de desempeño en el pensamiento geométrico en estudiantes de quinto grado de la institución educativa Villa Cielo. *Conferencia presentada en el 3^{er} Simposio Internacional y 4^o Coloquio Regional de Investigación educativa y pedagógica*, Universidad de Córdoba. Montería, Colombia.
- Santa, Z. & Jaramillo, C. (2013). Producción de conocimiento geométrico a través de la visualización de construcciones con doblado de papel. En Morales, Yuri; Ramírez, Alexa (Eds.), *Memorias I CEMACYC* (pp. 1-10). Santo Domingo, República Dominicana: CEMACYC. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4269/>
- Sgreccia, N.; Amaya, T. y Massa, M. (2012). ¿Qué dicen los docentes, futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3d? *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, (22), 1-20. Recuperado de http://math.unipa.it/~grim/QRDM_%20Sgreccia-Amaya-Massa_22_2012.pdf
- Marmolejo, G.A.; Tarapuez, L.; y Blanco, H. (2018B). *Transformaciones semióticas en las pruebas saber grado quinto*. No publicado.
- SEDUCA (2007). *Pensamiento espacial y sistemas geométricos: módulo 4*. 2 ed. (Didáctica de las Matemáticas). Colombia: Universidad de Antioquia; Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura.
- Vasco U., C. (1991). Geometría activa y geometría de las transformaciones. *REVISTA INTEGRACIÓN*, 9(1), 7-12. Recuperado de <http://revistas.uis.edu.co/index.php/revistaintegracion/article/view/1046>
- Villani, V. (1998). Perspectives on the teaching of geometry for the 21st Century (Discussion Document for an ICMI Study). En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht, Netherlands: KluwerAcademicPublishers, 337-346.

Yepes, A., & Bedoya, J. (2015). Análisis estadístico de la educación matemática en la ciudad de Pereira. *Scientia et technica*, 20(2), 194-202. Doi: <http://dx.doi.org/10.22517/23447214.9330>

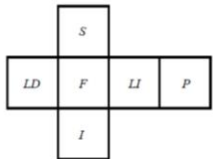
APÉNDICES

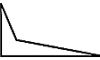
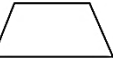
APÉNDICE 1: Conversión de representaciones semióticas contempladas en los ítems de las Pruebas SABER analizados

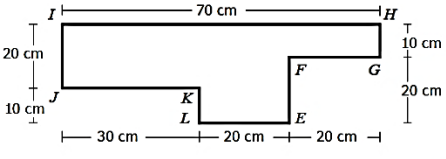
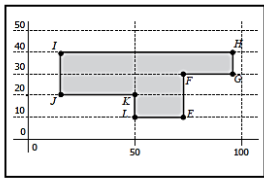
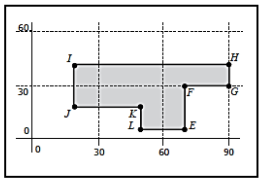
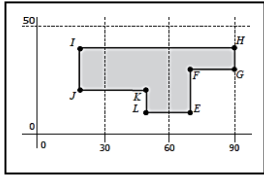
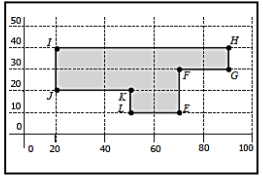
Descriptor	Ejemplo	Justificación
Ilustración	En la figura, las rectas h y j son paralelas, y los triángulos LPR y OPS son congruentes.  Con la información anterior NO es correcto afirmar que A. $\frac{PR}{PM} = \frac{PS}{PN}$ B. $RP = SO$ C. $\frac{PM}{PN} = \frac{PR}{PS}$ D. $MR = NS$ Ítem Pruebas SABER noveno, 2014, p. 69.	Ilustración de relaciones En este ítem se solicita determinar cuál de las afirmaciones que se muestran en las opciones de respuesta se deduce a partir de las hipótesis dadas en la consigna. Quien resuelve esta pregunta primero debe observar las relaciones presentadas en el enunciado de la consigna teniendo presente el teorema de Tales, y verificar cuál es la proporción que se cumple entre los lados de los triángulos ilustrados en la figura.
Descripción	Tres esferas de plata de 3mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.  Figura ¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas? I  II  III 	Descripción de medidas En este ítem se pide elegir en cuál (es) de las cajas es posible guardar tres esferas como la que se muestra en la figura de la consigna. Quien resuelve la pregunta debe extraer los datos pertinentes que corresponden a la medida del diámetro de una sola esfera y tres esferas juntas. Y con base en ellos se describen las medidas de las magnitudes de cada caja mostrada en las figuras para encontrar en cuál

	A. En I solamente. B. En III solamente. C. En I y II solamente. D. En II y III solamente. Ítem Pruebas SABER noveno, 2013, p. 137.	de estas es posible guardar las esferas.
Transcripción	Si al cuadrado JKLM de la figura se le realiza una rotación de 360° respecto al punto L, entonces: I. Las longitudes de los segmentos se mantienen. II. Las coordenadas de los puntos se mantienen.  Figura De las posibilidades anteriores, A. Solamente I se cumple. B. Solamente II se cumple. C. I y II se cumplen. D. Ni I, ni II se cumplen. Ítem Pruebas SABER noveno, 2015, p. 53.	Lectura de puntos y lectura de longitud En este ítem se solicita decidir cuál de las posibilidades (I y II) se cumplen de acuerdo a las hipótesis dadas en la consigna y la figura que representa dicha situación. Quien resuelve la pregunta debe hacer una lectura tanto de la posición de los puntos que determinan el cuadrilátero como de la distancia entre estos puntos que corresponde a la medida de los lados del cuadrado, una vez se aplique los movimientos sobre la figura.

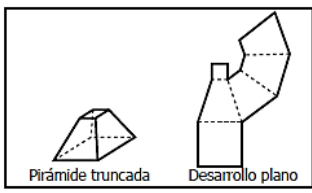
APÉNDICE 2: Unidades significantes de las representaciones implicadas en la conversión que son incluidas en los ítems de las Pruebas SABER analizados

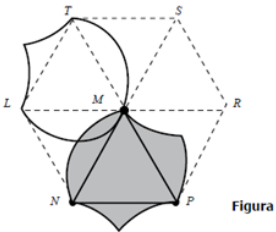
Descriptor	Ejemplo	Justificación
Unidades discursivas	La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 muestra una de las vistas del sólido armado.  Figura 1. Desarrollo de un sólido. F: frontal LD: derecha LI: izquierda S: superior I: inferior P: posterior  Figura 2. Vista del sólido.	Frases completas En este ítem se solicita determinar a cuál de las vistas del sólido enunciadas en las opciones de respuesta corresponde la vista ilustrada

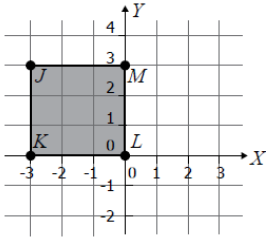
	<i>¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?</i> A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo. B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular. C. A 2 de las 6 vistas, pues solamente la cara frontal y posterior del sólido son cuadradas. D. A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás. Ítem Pruebas SABER noveno, 2015, p. 5.	en la figura 2. Quien resuelve esta pregunta debe fijar su atención sobre las frases que se enuncian en las opciones de respuesta que corresponden tanto a las vistas que se pueden observar en las figuras 1 y 2 las cuales están etiquetadas con las letras mayúsculas como al sólido que es posible armar. Se consideran estas frases “completas”, puesto que, además de aludir a las vistas a contemplar, incluye la justificación del porqué de tal elección.
Unidades figurales	A continuación se presentan cuatro cuadriláteros.     ¿Cuál de los anteriores cuadriláteros tiene por lo menos un ángulo recto y exactamente un par de lados paralelos? A. Cuadrilátero 1. B. Cuadrilátero 2. C. Cuadrilátero 3. D. Cuadrilátero 4. Ítem Pruebas SABER noveno, 2013, p. 153.	Dimensión 1 y dimensión 2 En este ítem se solicita establecer cuál de los cuadriláteros ilustrados en las figuras cumplen las propiedades dadas en la pregunta. Quien resuelve esta pregunta debe identificar como unidades significantes, pertinentes para resolver el interrogante, los lados de cada uno de los cuadriláteros y los ángulos internos, prestando atención que los primeros sean paralelos y los segundos sean rectos.

Unidades gráficas	A continuación, se presenta una figura geométrica y las medidas de sus lados.  Figura La figura se representó en diferentes sistemas de coordenadas cartesianas. ¿En cuál de las siguientes representaciones, la escala permite leer todas las medidas de los lados de la figura? A.  B.  C.  D.  Ítem Pruebas SABER noveno, 2014, p. 21.	Trazos lineales y coordenadas En este ítem se solicita establecer cuál de los planos coordenados permite leer las medidas de los lados de la figura dada en la consigna. Quien resuelve la pregunta debe reconocer tanto los puntos como las medidas de los lados que determinan la figura en alguna de las gráficas presentadas en las opciones de respuesta, esto, mediante la identificación de coordenadas y trazos lineales.
--------------------------	---	---

APÉNDICE 3: Nivel de congruencia en la conversión de representaciones consideradas en los ítems de las Pruebas SABER analizados

Descriptor	Ejemplo	Justificación
Congruente	La figura presenta una pirámide truncada y uno de sus desarrollos planos  Figura I. Los 6 cuadriláteros que la componen deben ser	Nivel 1 En la resolución de este ítem se reconocen las unidades discursivas en los enunciados de los pasos 1 al 3 que se coordinan con las variaciones en las figuras (desarrollo plano y sólido). En la correspondencia entre unidades discursivas y figurales se

	<i>congruentes con las caras correspondientes de la pirámide truncada.</i> II. <i>Los 6 cuadriláteros que lo componen deben ser semejantes entre sí.</i> III. <i>La disposición de los 6 cuadriláteros debe permitir armar la pirámide sin traslapar.</i> <i>¿Cuál o cuáles de las anteriores condiciones debe cumplir el desarrollo plano para poder armar la pirámide truncada?</i> A. <i>I solamente.</i> B. <i>II solamente</i> C. <i>II y III solamente.</i> D. <i>I y III solamente.</i> Ítem Pruebas SABER Noveno, 2013, p. 45.	analizan los tres criterios de congruencia. Hay correspondencia semántica pues en los enunciados se alude a “6 cuadriláteros” y “caras” que corresponden a las partes visibles tanto en el desarrollo plano como en la pirámide. Existe univocidad semántica pues tal correspondencia es única, si se asume que solo hay un cuadrilátero congruente a una de las caras. Sí hay orden de arreglo en las unidades pues las respectivas unidades discursivas y figural se forman con base en un proceso de construcción.
No congruente	<i>En la figura aparecen, ubicadas sobre el hexágono regular $LTSRPN$, una región sombreada y la imagen que resulta de aplicarle a esta región en movimiento.</i>  <i>¿Cuál de los siguientes movimientos se aplicó a la región sombreada?</i> A. <i>Una reflexión sobre $\overline{LR}$.</i> B. <i>Una rotación de 120° con centro en M.</i> C. <i>Una reflexión sobre $\overline{NS}$.</i> D. <i>Una rotación de 30° con centro en L.</i> Ítem Pruebas SABER Noveno, 2013, p. 29.	Nivel 2 Para la resolución de este ítem se requiere discriminar las palabras que son clave para justificar los procedimientos realizados sobre las unidades figural. En la correspondencia entre unidades discursivas y figural se analizan los tres criterios de congruencia. Hay correspondencia semántica pues a las unidades significantes “una rotación” y “centro en M” le corresponden las unidades figural punto M y la imagen de la región sombreada, respectivamente. No hay univocidad semántica pues no existe unidad significativa en el registro figural para la unidad discursiva “120°”. Sí hay conservación del orden pues la disposición de las unidades figural y discursivas para su aprehensión se mantiene.

No conversión	Si al cuadrado JKLM de la figura se le realiza una rotación de 360° respecto al punto L, entonces: I. Las longitudes de los segmentos se mantienen. II. Las coordenadas de los puntos se mantienen.  Figura De las posibilidades anteriores, A. Solamente I se cumple. B. Solamente II se cumple. C. I y II se cumplen. D. Ni I, ni II se cumplen. Ítem Pruebas SABER noveno, 2015, p. 53.	Nivel ausente En este caso, las unidades significantes percibidas en el registro figural: puntos y segmentos; son las mismas unidades significantes representadas mediante coordenadas y longitudes en el registro gráfico. Aunque se cambia de registro, no hay conversión. El plano cartesiano sólo sirve como apoyo para visualizar el cuadrado.
------------------	--	---

ANEXOS

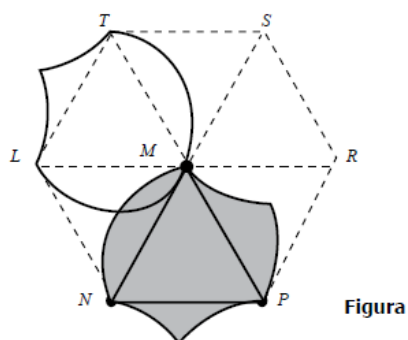
En los anexos se muestran los ítems de las Pruebas SABER analizadas en esta investigación.

Anexo 1. Ítems Pruebas SABER 9° año 2013

GRADO 9° - PRUEBA DE MATEMÁTICAS

• Pregunta 7.

En la figura aparecen, ubicadas sobre el hexágono regular $LTSRPN$, una región sombreada y la imagen que resulta de aplicarle a esta región un movimiento.



Figura

¿Cuál de los siguientes movimientos se aplicó a la región sombreada?

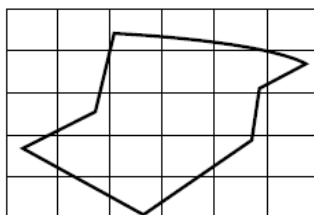
- A. Una reflexión sobre $\overline{LR}$.
- B. Una rotación de 120° con centro en M .
- C. Una reflexión sobre $\overline{NS}$.
- D. Una rotación de 30° con centro en L .

• Estructura

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	B

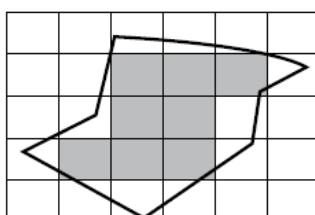
• **Pregunta 10.**

A continuación se muestra la forma de una zona territorial dibujada sobre una cuadrícula. Cada uno de los cuadrados de la cuadrícula representa 1 km^2 .

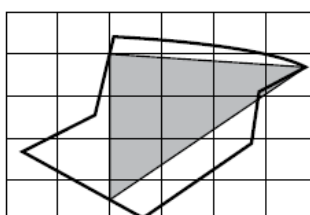


¿Cuál de las regiones sombreadas permite encontrar una aproximación más cercana a la medida del área de la zona territorial?

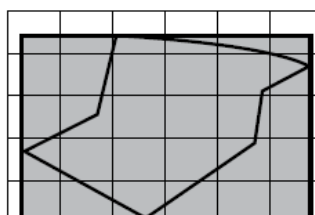
A.



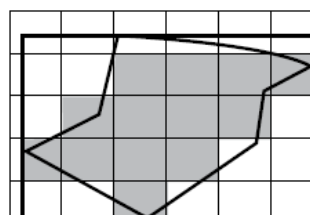
B.



C.



D.

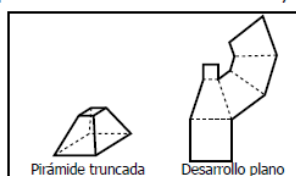


• **Estructura**

Competencia	Resolución
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación o aproximación.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	D

• **Pregunta 11.**

La figura presenta una pirámide truncada de base cuadrada y uno de sus desarrollos planos.



Figura

- I. Los 6 cuadriláteros que lo componen deben ser congruentes con las caras correspondientes de la pirámide truncada.
- II. Los 6 cuadriláteros que lo componen deben ser semejantes entre sí.
- III. La disposición de los 6 cuadriláteros debe permitir armar la pirámide sin traslapar.

¿Cuál o cuáles de las anteriores condiciones debe cumplir el desarrollo plano para poder armar la pirámide truncada?

- A. I solamente.
- B. II solamente.
- C. II y III solamente.
- D. I y III solamente.

• **Estructura**

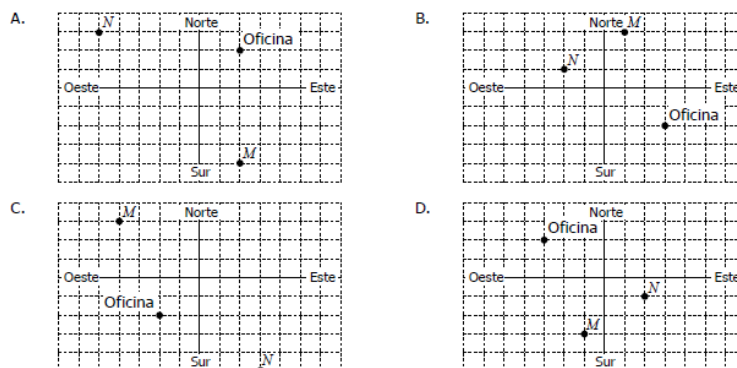
Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	D

• **Pregunta 12.**

Dos personas, M y N , acordaron encontrarse en una oficina. Para llegar a la oficina, la persona M debe caminar 5 cuadras al sur y después 2 al este; la persona N debe caminar 5 cuadras al oeste y después 3 al norte.

¿En cuál de los planos coordenados se representa correctamente la posición de las personas y de la oficina?

Nota: El lado de cada cuadrado de la cuadrícula representa 1 cuadra.

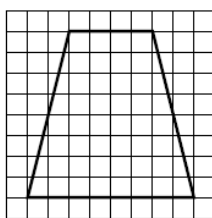


• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	C

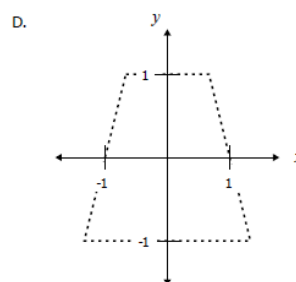
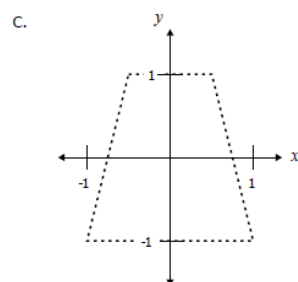
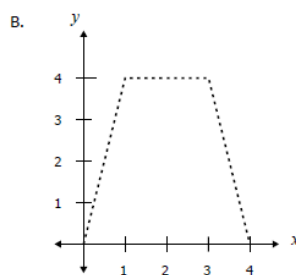
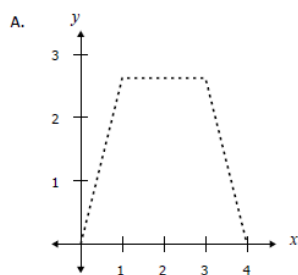
• **Pregunta 16.**

La figura presenta un trapecio dibujado sobre una cuadrícula.



Figura

El plano cartesiano que permite obtener la información precisa referente a la posición de los vértices y a las medidas de los lados del trapecio es



Cuadernillo de prueba
Matemáticas
Grado 9º

65

• **Estructura**

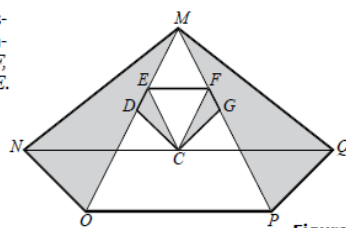
Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Usar sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	B

• **Pregunta 19.**

En la figura aparece el pentágono $CDEFG$ cuyos vértices están sobre las diagonales del pentágono $MNOPQ$; y se cumplen las siguientes relaciones: $\triangle CDE$ congruente con $\triangle CGF$; $\triangle MNO$ congruente con $\triangle MQP$ y $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CDE$.

Con la información anterior **NO** es correcto concluir

- A. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CGF$.
- B. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CGF$.
- C. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CEF$.
- D. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CDE$.



Figura

• Estructura

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencias y semejanza entre figuras bidimensionales.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	C

• Pregunta 28.

Los prismas rectangulares que se muestran a continuación tienen igual volumen (80 cm^3) y sus dimensiones son las señaladas en las figuras:

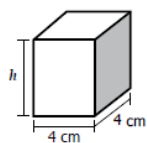


Figura 1

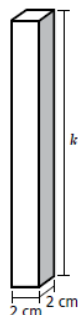


Figura 2

¿Cuál de las siguientes afirmaciones respecto a h y k es correcta?

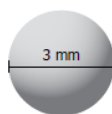
- A. $2h = k$
- B. $4h = k$
- C. $12h = k$
- D. $20h = k$

• Estructura

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Diferenciar magnitudes de un objeto y relacionar las dimensiones de éste con la determinación de las magnitudes.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	B

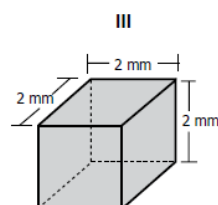
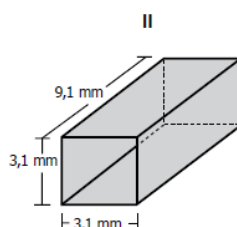
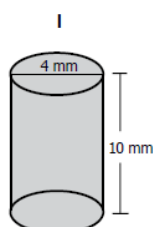
• **Pregunta 34.**

Tres esferas de plata de 3 mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.



Figura

¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?



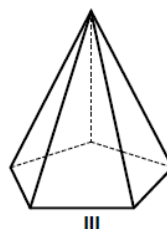
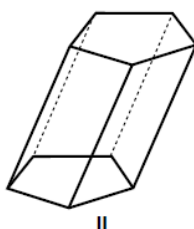
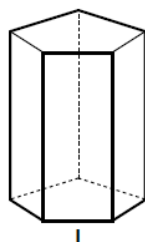
- A. En I solamente.
- B. En III solamente.
- C. En I y II solamente.
- D. En II y III solamente.

• **Estructura**

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	C

• **Pregunta 35.**

La figura muestra tres sólidos.



Figura

¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de los sólidos es verdadera?

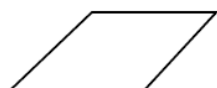
- A. Todos son pirámides.
- B. Dos de ellos tienen caras perpendiculares a la base.
- C. Todos tienen base pentagonal.
- D. Uno de ellos tiene solamente cinco caras.

• Estructura

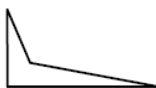
Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	C

• Pregunta 38.

A continuación se presentan cuatro cuadriláteros.



Cuadrilátero 1



Cuadrilátero 2



Cuadrilátero 3



Cuadrilátero 4

¿Cuál de los anteriores cuadriláteros tiene por lo menos un ángulo recto y exactamente un par de lados paralelos?

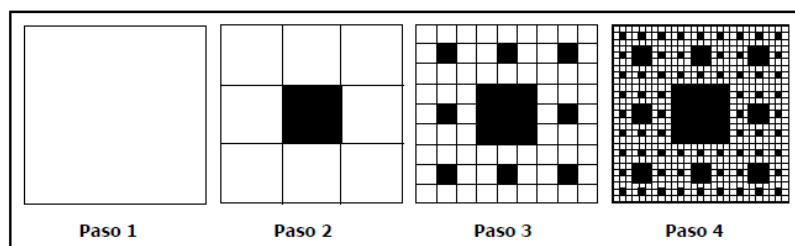
- A. Cuadrilátero 1.
- B. Cuadrilátero 2.
- C. Cuadrilátero 3.
- D. Cuadrilátero 4.

• Estructura

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	C

• **Pregunta 39.**

*Un cuadrado de una unidad de área se dividió en nueve cuadrados congruentes y se sombreó el cuadrado central; se repitió el mismo proceso con cada uno de los ocho cuadrados no sombreados y así sucesivamente, como se muestra en la figura.



Figura

La suma de las áreas de todos los cuadrados no sombreados en el paso 3 es

- A. $\frac{8}{73}$
- B. $\frac{47}{64}$
- C. $\frac{64}{81}$
- D. $\frac{63}{72}$

• **Estructura**

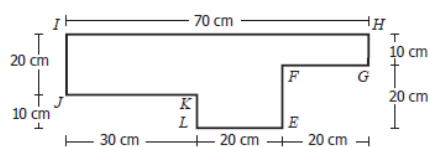
Competencia	Resolución
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	C

Anexo 2. Ítems Pruebas SABER 9° año 2014

GRADO 9° - PRUEBA DE MATEMÁTICAS

• Pregunta 5.

* A continuación se presenta una figura geométrica y las medidas de sus lados.

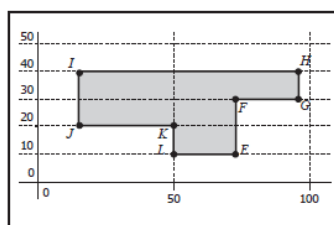


Figura

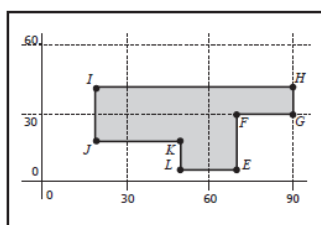
La figura se representó en diferentes sistemas de coordenadas cartesianas.

¿En cuál de las siguientes representaciones, la escala permite leer todas las medidas de los lados de la figura?

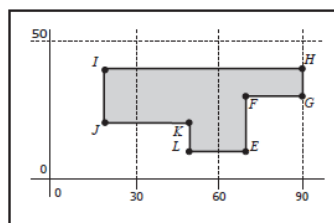
A.



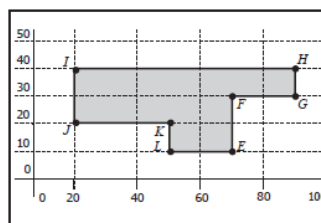
B.



C.



D.



Cuadernillo de prueba
EJEMPLO DE PREGUNTAS
Saber 9° Matemáticas

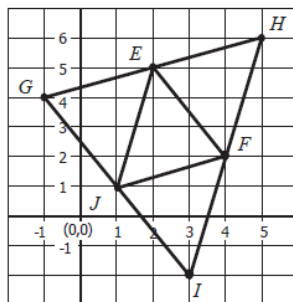
21

• Estructura

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	D

• **Pregunta 6.**

* En el plano cartesiano que se presenta a continuación se construyó una figura.



Figura

¿Cuál de los triángulos que aparecen en la figura tiene vértices en los puntos $(1,1)$, $(4,2)$ y $(3,-2)$?

- A. Triángulo JGE .
- B. Triángulo JGH .
- C. Triángulo JFE .
- D. Triángulo JFI .

• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Usar sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos figuras.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	D

• **Pregunta 8.**

Las figuras 1 y 2 están dibujadas sobre una cuadrícula. La figura 2 se obtuvo aplicando una secuencia de transformaciones a la figura 1, que incluye únicamente ampliaciones, reflexiones con respecto a los ejes horizontal y vertical, reducciones y rotaciones.

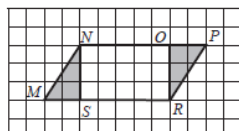


Figura 1

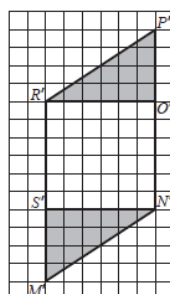


Figura 2

¿Cuál es la secuencia de transformaciones?

- A. Ampliación, reflexión, reflexión.
- B. Rotación, reflexión, reducción.
- C. Rotación, reflexión, ampliación.
- D. Ampliación, rotación, reducción.

• **Estructura**

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencias y semejanza entre figuras bidimensionales.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	C

• **Pregunta 12.**

En la figura 1 se muestra la propuesta de un diseñador para la cubierta de una revista; en la figura 2 se representan, en un sistema de coordenadas cartesianas, los polígonos que conforman el diseño.



Figura 1

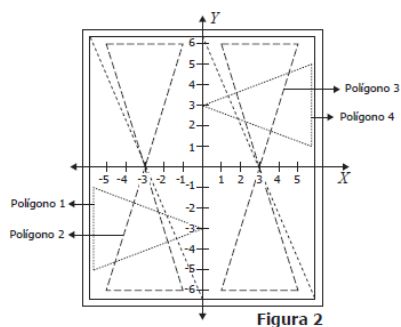


Figura 2

En la figura 2, los puntos $(-3, 0)$, $(-5, -6)$ y $(-1, -6)$ determinan

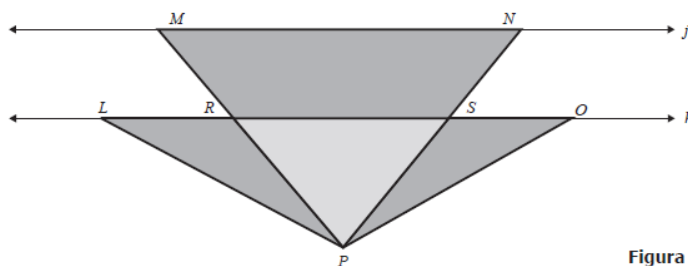
- A. el polígono 1.
- B. el polígono 2.
- C. el polígono 3.
- D. el polígono 4.

• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Usar sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	B

• **Pregunta 17.**

En la figura, las rectas h y j son paralelas, y los triángulos LPR y OPS son congruentes.



Figura

Con la información anterior **NO** es correcto afirmar que

- A. $\frac{PR}{PM} = \frac{PS}{PN}$.
- B. $RP = SO$.
- C. $\frac{PM}{PN} = \frac{PR}{PS}$.
- D. $MR = NS$.

• Estructura

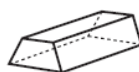
Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	B

Cuadernillo de prueba
EJEMPLO DE PREGUNTAS
Saber 9º Matemáticas

69

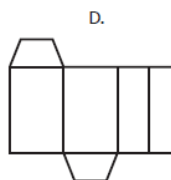
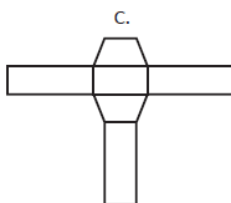
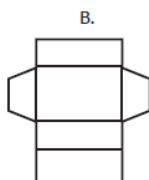
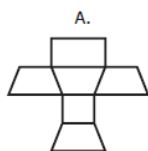
• Pregunta 22.

Una empresa que produce barras de chocolate empaca su producto en cajas como la que se muestra en la figura.



Figura

¿Con cuál de los siguientes moldes se puede armar la caja?

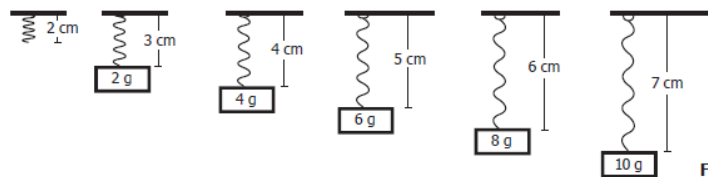


• Estructura

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	B

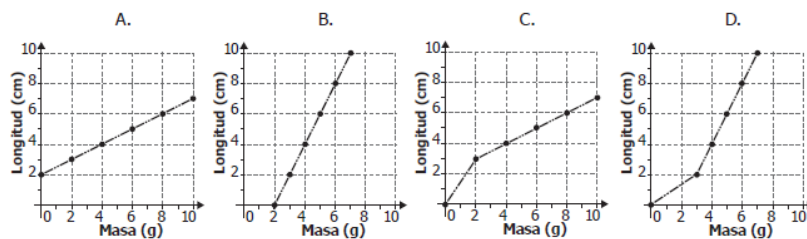
• **Pregunta 24.**

La figura muestra la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g).



Figura

¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?



• **Estructura**

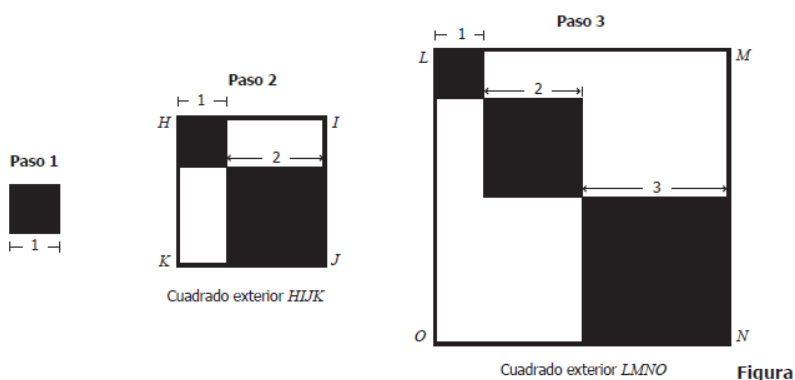
Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	A

96

CUADERNILLO DE PREGUNTAS

• **Pregunta 27.**

La figura muestra los tres primeros pasos de una secuencia de construcción de cuadrados:



Figura

Si continúa la secuencia, ¿cuánto mide el lado del cuadrado exterior en el paso 4?

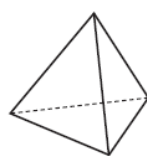
- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 12

• Estructura

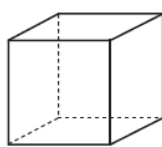
Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	C

108 CUADERNILLO DE PREGUNTAS

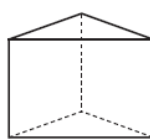
• Pregunta 29.



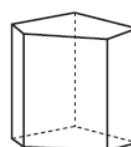
Tetraedro



Hexaedro



Prisma triangular



Heptaedro

¿Cuál de los anteriores sólidos tiene igual número de vértices que de caras?

- A. Tetraedro.
- B. Hexaedro.
- C. Prisma triangular.
- D. Heptaedro.

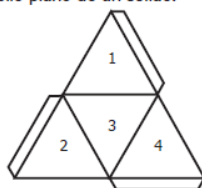
• Estructura

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Representar y describir propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	A

116 CUADERNILLO DE PREGUNTAS

• **Pregunta 35.**

A continuación se presenta el desarrollo plano de un sólido.



Del sólido que se puede construir con este desarrollo plano, es **correcto** afirmar que tiene en total

- A. 1 vértice.
- B. 2 bases.
- C. 3 aristas.
- D. 4 caras.

• **Estructura**

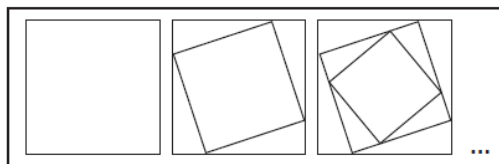
Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Representar y describir propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	D

Cuadernillo de prueba
EJEMPLO DE PREGUNTAS
Saber 9º Matemáticas

139

• **Pregunta 39.**

En la figura se presentan los tres primeros pasos de una secuencia de construcción con la cual se puede obtener un diseño similar a una de las obras del maestro colombiano Omar Rayo.



Figura

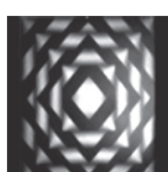
¿Cuál de las siguientes fotografías corresponde a la obra relacionada con la secuencia anterior?

A.

B.

C.

D.



• Estructura

Competencia	Resolución
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	D

• Pregunta 40.

En la figura se muestra un prisma hexagonal.



Figura

NO es correcto afirmar que el prisma tiene

- A. 6 caras rectangulares.
- B. 10 vértices.
- C. 2 caras hexagonales.
- D. 18 aristas.

• Estructura

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Representar y describir propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	B

Anexo 3. Ítems Pruebas SABER 9° año 2015

GRADO 9° - PRUEBA DE MATEMÁTICAS

• Pregunta 1.

La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 muestra una de las vistas del sólido armado.

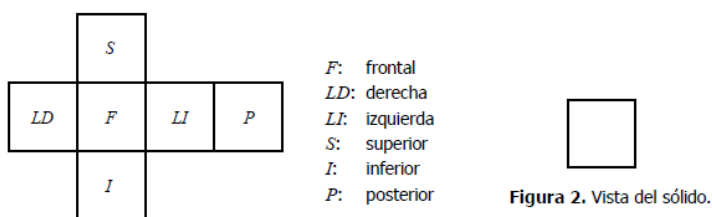


Figura 1. Desarrollo de un sólido.

¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?

- A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.
- B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.
- C. A 2 de las 6 vistas, pues solamente la cara frontal y posterior del sólido son cuadradas.
- D. A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás.

• Estructura

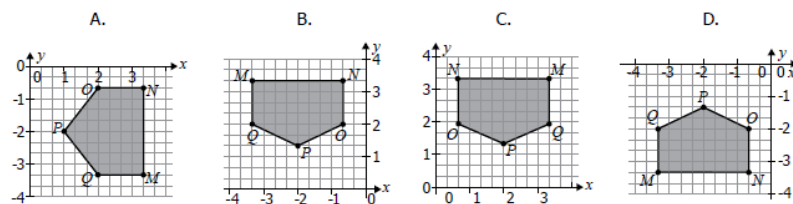
Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	A

• **Pregunta 3.**

En un plano cartesiano, un polígono tiene coordenadas

$$M\left(-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right), N\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right), O\left(-\frac{2}{3}, 2\right), P\left(-2, \frac{4}{3}\right) \text{ y } Q\left(-\frac{10}{3}, 2\right)$$

La figura correspondiente es



• **Estructura**

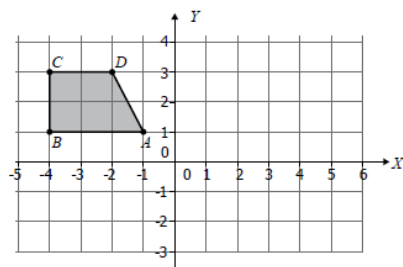
Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Usar sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	B

Cuadernillo de prueba
Matemáticas
Grado 9º

13

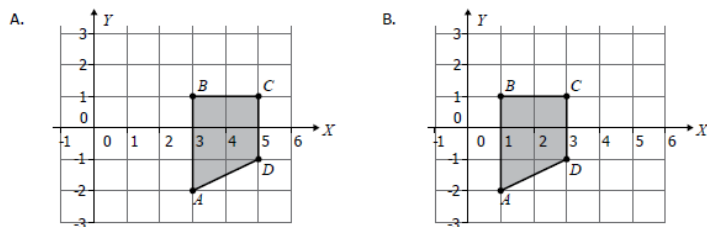
• **Pregunta 6.**

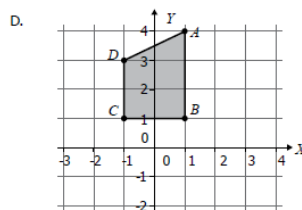
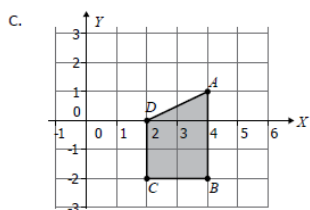
Se tiene un cuadrilátero en el plano cartesiano (ver figura).



Figura

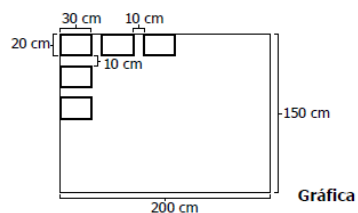
Al trasladar el cuadrilátero 5 unidades hacia la derecha y rotarlo 90° alrededor del punto B en el sentido que giran las manecillas del reloj, la nueva ubicación de la figura es





• **Pregunta 7.**

Se requiere cubrir una ventana de 150 cm de ancho por 200 cm de largo con vidrios de 20 cm de ancho por 30 cm de largo. Es necesario dejar separaciones de 10 cm entre vidrio y vidrio, como se observa en la gráfica.



Gráfica

La máxima cantidad de vidrios que se pueden ubicar en la ventana es:

- A. 50 vidrios.
- B. 35 vidrios.
- C. 25 vidrios.
- D. 7 vidrios.

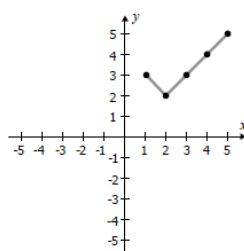
• **Estructura**

Competencia	Resolución
Componente	Espacial - Métrico
Afirmación	Resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	C

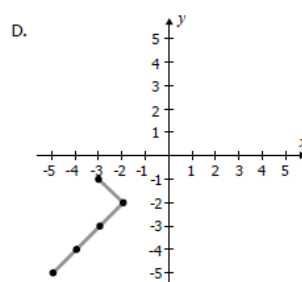
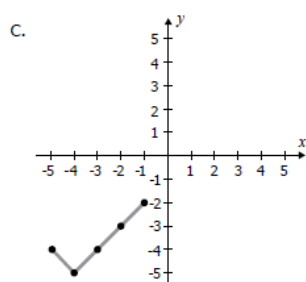
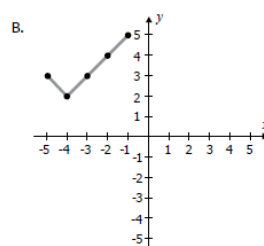
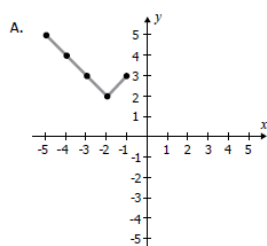
Continúa en la siguiente página

• **Pregunta 9.**

La gráfica representa la caminata de un perro buscando comida.



Si se sabe que antes de realizar este recorrido, realizó otro que corresponde exactamente al mostrado, pero reflejado respecto al eje y , la gráfica que representa el movimiento inicial del perro es



• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	A

• **Pregunta 11.**

En clase de artes, un estudiante de noveno dibujó flechas como se muestra en las figuras 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Todas las circunferencias tienen igual radio.

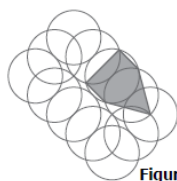


Figura 1

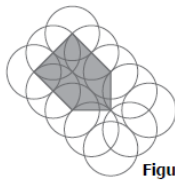


Figura 2

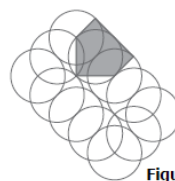


Figura 3

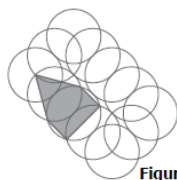


Figura 4

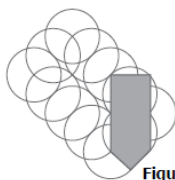


Figura 5

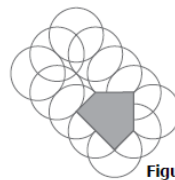


Figura 6

¿Cuáles flechas son congruentes entre sí?

- A. Todas, pues tienen la misma forma y cinco lados rectos.
- B. Las flechas 1 y 4, y las flechas 3 y 6, pues entre ellas tienen la misma forma e igual longitud entre sus lados correspondientes.
- C. Las flechas 1 y 6, y las flechas 3 y 4, pues entre ellas tienen la misma forma e igual longitud entre sus lados correspondientes.
- D. Ninguna flecha es congruente con otra, ya que todas tienen diferente dirección.

• **Estructura**

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	B

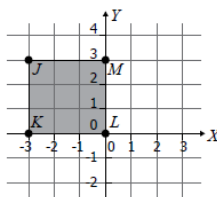
Cuadernillo de prueba
Matemáticas
Grado 9º

45

• **Pregunta 13.**

Si al cuadrado $JKLM$ de la figura se le realiza una rotación de 360° respecto al punto L , entonces:

- I. Las longitudes de los segmentos se mantienen.
- II. Las coordenadas de los puntos se mantienen.



Figura

De las posibilidades anteriores,

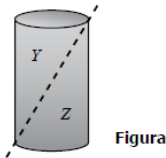
- A. solamente I se cumple.
- B. solamente II se cumple.
- C. I y II se cumplen.
- D. ni I, ni II se cumplen.

• **Estructura**

Competencia	Razonamiento
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Predecir y explicar los efectos de aplicar transformaciones rígidas sobre figuras bidimensionales.
Nivel de desempeño	Avanzado
Respuesta Correcta	C

• **Pregunta 24.**

Una máquina que realiza cortes precisos para maquetas especializadas de diseño industrial, cortó un cilindro por la mitad diagonalmente (ver figura).



El cilindro quedó dividido en dos partes. ¿Cuál de los siguientes sólidos corresponde a la parte Z del cilindro?

- A.

A 3D drawing of a rectangular prism, standing upright.
- B.

A 3D drawing of a quarter-cylinder, which is a portion of a cylinder cut by two perpendicular planes.
- C.

A 3D drawing of a wedge, which is a triangular prism.
- D.

A 3D drawing of a full cylinder, identical to the one in the figure.

• **Estructura**

Competencia	Comunicación
Componente	Espacial - métrico
Afirmación	Representar y describir propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
Nivel de desempeño	Mínimo
Respuesta Correcta	B

• **Pregunta 33.**

Un polígono es convexo si contiene todos los posibles segmentos de recta que se puedan unir entre un par de puntos pertenecientes a su superficie, sin que los segmentos corten un lado o salgan de la figura (ver figura).

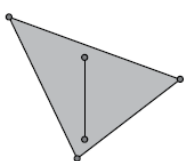


Figura 1. Polígono convexo

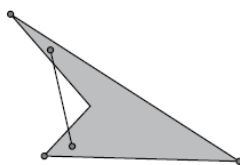


Figura 2. Polígono no convexo

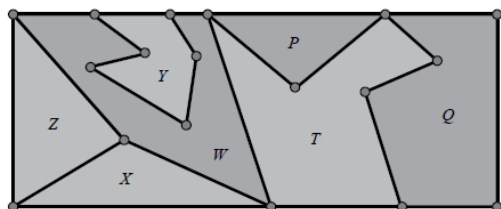


Figura 3

En el anterior cuadro compuesto por los polígonos Q , P , Y , T , W , X y Z , ¿cuáles polígonos son **NO** convexos?

- A. W , X , Y , Z .
- B. Q , T , W , Y .
- C. P , T , Y , Z .
- D. P , T , W , X .