

***APLICACIÓN DE LA LÓGICA DIFUSA EN EL DISEÑO DE UN SISTEMA DE
POLÍTICAS DE INVENTARIOS EN AMBIENTES DE INCERTIDUMBRE***

FABIAN ANDRÉS SALAZAR HERNÁNDEZ



Universidad del Valle

**SEDE BUGA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN
GUADALAJARA DE BUGA
2019**

***APLICACIÓN DE LA LÓGICA DIFUSA EN EL DISEÑO DE UN SISTEMA DE
POLÍTICAS DE INVENTARIOS EN AMBIENTES DE INCERTIDUMBRE***

FABIAN ANDRÉS SALAZAR HERNÁNDEZ

Trabajo para optar por el título de Ingeniero Industrial

DIRECTOR:

MARIO JOSÉ BASALLO TRIANA



Universidad del Valle

**SEDE BUGA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
GUADALAJARA DE BUGA
2019**

NOTA DE ACEPTACIÓN

JURADO 1

JURADO 2

AGRADECIMIENTOS

A mi familia y amigos por el apoyo incondicional que me han brindado para la realización de este trabajo y la culminación de mi carrera, gracias por creer en mí.

A los docentes de la universidad que gracias a su dedicación y apoyo brindaron los conocimientos necesarios para el desarrollo de este trabajo.

A los trabajadores de la empresa que sirvió de caso de estudio para este proyecto, mostrando gran disposición, paciencia y colaboración, también a la alta gerencia por haberme suministrado la información necesaria.

A todas las personas que de una u otra forma han contribuido en el desarrollo de este proyecto.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	1
1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	3
1.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	4
2 OBJETIVOS	5
2.1 OBJETIVO GENERAL	5
2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	5
3 MARCO TEÓRICO	6
3.1 CONTROL DE INVENTARIOS Y SU CLASIFICACIÓN.....	6
3.1.1 Demanda determinística constante	8
3.1.2 Demanda determinística variable	14
3.1.3 Demanda aleatoria.....	16
3.2 Tipos de sistemas de control de Inventarios	20
3.2.1 Sistemas continuos.....	20
3.2.2 Sistemas periódicos.....	22
3.3 Metodología Difusa	25
3.3.1 Función de pertenencia o de membresía.....	26
3.3.2 Descripción matemática.....	30
3.3.3 Defuzzificación.....	34
4 ESTADO DEL ARTE	38
5 METODOLOGÍA	42
6 DESARROLLO METODOLÓGICO	45
6.1 FASE 0: Información general del caso de estudio	45
6.2 FASE I: Identificación del modelo de inventario	46
6.2.1 Clasificación ABC	46
6.2.2 Comportamiento de la demanda.....	50
6.2.3 Caracterización del sistema de gestión de inventarios actual.....	51
6.3 FASE II: Atributos con incertidumbre o ambiguos.....	54
6.3.1 Revisión de la literatura	54
6.3.2 Cálculo de parámetros.....	56
6.4 FASE III: Fuzzificación de los parámetros	64
6.4.1 Selección de función de membresía	64
6.4.2 Construcción de las funciones triangulares	65
6.5 FASE IV: Defuzzificación	68
6.5.1 Selección del método de defuzzificación	68
6.5.2 Defuzzificación de los parámetros	70
6.6 FASE V: Resultados	73
6.6.1 Modelo actual	73

6.6.2	Propuesta de políticas en un modelo clásico	74
6.6.3	Modelo difuso	76
7	CONCLUSIONES	79
8	REFERENCIAS.....	81
9	ANEXOS	83

TABLA DE FIGURAS

Figura 1. Característica de la demanda y de los tiempos de reposición en un sistema de control de inventarios	7
Figura 2. Nivel de inventario cuando se considera una tasa de reposición finita P	13
Figura 3. Sistema continuo (s, Q)	20
Figura 4. Sistema periódico (R, S)	22
Figura 5. Función de saturación; caso estudiante.	27
Figura 6. Función hombro; caso estudiante.	28
Figura 7. Función triangular; caso estudiante.	29
Figura 8. Función pi; caso estudiante.	29
Figura 9. Función S; caso estudiante.	30
Figura 10. Centro máximo de función trapezoidal.	36
Figura 11. Máximo más pequeño Función Trapezoidal	36
Figura 12. Máximo más grande función trapezoidal.	37
Figura 13. Distribución de artículos de control de inventarios difusos por año.	38
Figura 14. Porcentaje acumulado de ventas anuales con respecto al total de ítems. ...	46
Figura 15. Tipos de productos de la clasificación A.	47
Figura 16. Demanda de las Mantas cerámicas 2018.	50
Figura 17. Frecuencia de parámetros difusos.	55
Figura 18. Comparación del uso de diferentes funciones de membresía.	65
Figura 19. Comparación de uso de los diferentes métodos de defuzzificación.	69
Figura 20. Combinaciones del cociente entre los alfa cortes.	71

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Componentes de la tasa del costo de mantener inventarios.	10
Tabla 2. Comparación de sistemas de revisión.	19
Tabla 3. Relación sistema (s, Q) frente al (R, S)	23
Tabla 4. Operaciones aritméticas entre números difusos.	34
Tabla 5. Metodología de aplicación de técnicas difusas en control de inventarios.	42
Tabla 6. Clasificación A de productos de Reventa Nacional.	48
Tabla 7. Proveedores de PRN clasificación A.....	49
Tabla 8. Políticas actuales (R, s, S) de la empresa	53
Tabla 9. Costo de compra de las mantas Cerámicas.....	57
Tabla 10. Costo de recursos empleados.....	59
Tabla 11. Costo de mantener inventario	61
Tabla 12. Costos de ordenar.....	63
Tabla 13. Costo de ordenar difuso.	67
Tabla 14. Números triangulares para los parámetros difusos.	68
Tabla 15. Costo total relevante políticas actuales.	74
Tabla 16. Políticas propuestas.	75
Tabla 17. Costo total relevante propuesto y actual.	76
Tabla 18. Nivel de S para cada referencia.....	77
Tabla 19. Los diferentes CTR para sus diferentes R	78

RESUMEN

Las empresas tienen la meta de generar las mayores utilidades a sus socios, mientras a la par satisfacer la necesidades de los clientes, un factor clave para lograr este objetivo son administrar los inventarios que se generan dentro de la organización, lo cual no es una tarea fácil, dado que si se mantienen niveles altos de inventarios para satisfacer la demanda puede recurrir a altos costos, y mantener un nivel bajo de inventario sin una debida planificación y control puede generar que no haya capacidad de responder a la demanda, lo que afecta directamente la imagen de la compañía y se vería reflejado a futuro en reducción de ventas, e inclusive peor se puede presentar una combinación de ambos escenarios. Es así como las empresas definen unas políticas de inventarios que buscan evitar cualquiera de estas situaciones indeseadas, pero es un proceso complejo debido a la cantidad de factores que afectan a la organización, la aleatoriedad de la demanda y la imprecisión de la información.

Los modelos matemáticos han sido el soporte para la toma de decisiones ante el problema de controlar los inventarios, en la actualidad se encuentran diversos modelos que a partir de algunos supuestos logran brindar unas políticas óptimas para controlar los inventarios, pero estos modelos clásicos han contado con una dificultad y es que se parte del supuesto de que las decisiones frente a inventarios ocurren en ambientes de certidumbre de los parámetros, Sin embargo, está claro que en el mundo empresarial competitivo y dinámico de hoy en día, no es posible acceder a toda la información necesaria (Shekarian & Nima, 2017). un ejemplo claro es la demanda que para muchas organizaciones es una cuantificación incierta, algunos modelos como el *EOQ* la toma como un parámetro conocido y en los sistemas de control la adaptan a distribuciones de probabilísticas que no representan completamente su comportamiento en la realidad, por ello en este estudio se quiere abordar la teoría de los conjuntos difusos propuesta por (Zadeh, 1965) en la cual afirma que esta es una disciplina que permite lidiar con la imprecisión y la ambigüedad de la información de los aspectos que evalúa; se presenta como una alternativa a la lógica clásica dado que es un lenguaje que permite modelar el

lenguaje del ser humano como un formulismo matemático a través de una función de membresía que le asigna un valor en el rango de 0 a 1 como un grado de pertenencia de un elemento a un conjunto, a diferencia de la clásica donde de forma binaria un elemento pertenece (1) o no pertenece (0) a un conjunto. De esta manera la lógica difusa permite trabajar con una gama de valores posibles, asignándoles grado de pertenencia según el criterio de un experto, al final se ponderan estos valores y se obtiene un resultado con el cual se puede tomar una decisión.

El objetivo de este trabajo es presentar la aplicabilidad de la lógica difusa en una empresa con un nivel alto de incertidumbre en su información y deficiencias en su control de inventarios y con base en esta técnica definir unas políticas de inventarios que reduzcan los costos de mantener estos , para ello se plantea una metodología que inicia con una revisión de la literatura de la aplicabilidad que ha tenido con diferentes modelos clásicos de inventarios, luego se escoge un caso práctico de una empresa donde se puede evidenciar que hay un ambiente de incertidumbre frente a los inventarios y la aplicación de lógica difusa se vea necesaria; con base a la revisión de la literatura y la dinámica de la empresa definir qué parámetros son los que poseen mayor incertidumbre, seguidamente se establece un modelo de control de inventarios que integre esos valores difusos, para finalmente realizar una propuesta de políticas que permita a la empresa reducir sus costos a pesar de la ambigüedad de la información.

Palabras Claves: Lógica difusa, Control de inventarios, ambientes de incertidumbres.

1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En las empresas intervienen diferentes procesos logrando establecer complejas interrelaciones entre ellos, donde fluye información, dinero, servicios y materiales, por lo que nace la necesidad de administrar estos recursos, la última es de gran importancia ya que esto implica para las empresas disminución de costos y mejora en el nivel de servicio, es ahí cuando se habla de un control de inventarios, una práctica que permita saber ¿Qué nivel de inventario mantener? ¿Cada cuánto emitir una orden de abastecimiento? ¿Qué nivel de existencias hay en cada proceso? Entre otras cuestiones importantes para las organizaciones. Resolver estas preguntas es un proceso de toma de decisiones complejo debido a las restricciones económicas, la relación con los proveedores, que las variables que intervienen no tienen un comportamiento determinista y la mayoría de parámetros es complicado conocerlos con total certeza. Adicionalmente las empresas tienen diferentes tipos de inventarios; materia prima, productos en proceso, terminados, en tránsito, empaques, accesorios y repuestos para ser consumidos por el cliente satisfaciendo su necesidad (Silver et al., 1998), es por eso que el control de inventarios es uno de los temas más complejos y apasionantes de la logística y de la gestión de la cadena de abastecimiento (Vidal, 2010).

De acuerdo a lo anterior se busca la ayuda de modelos matemáticos que faciliten las decisiones apropiadas; tradicionalmente son usados los modelos por distribuciones probabilísticas que ha servido de soporte para las empresas para poder tomar las decisiones del control de inventarios, sin embargo, este tipo de modelos omite la imprecisión de la información necesaria para el cálculo de los parámetros que afectan el modelo debido al ambiente de incertidumbre en el que operan las organizaciones por diferentes razones; los estados financieros presentan la información de manera agregada lo que dificulta conocer los costos de manera detallada, mala organización administrativa, deficiente comunicación entre departamentos, falta de entrega de información oportuna, etc. y/o simplemente no se puede acceder a la información por restricción organizacional o porque esta no existe, como es el caso de productos nuevos, además de existir incertidumbre de la información cuando el producto tiene variaciones estacionales muy

grandes (kaj Mikael Bjork, 2008). Específicamente el problema de control de inventarios es un problema de información en la cadena de abastecimiento. (Vidal, 2010) Esta es la razón por la cual se complica poder realizar cálculos exactos de algunos parámetros, por ello se revisa que alternativa existe que complementen las tradicionales, es ahí cuando la teoría de los conjuntos difusos introducida por el Dr. Lofti Zadeh, donde las dificultades presentadas por la imprecisión de la información o escases de esta se minimizan, dado que es una teoría que precisamente busca modelar la vaguedad de la información, además de ser una técnica que se puede combinar con otras metodologías de toma de decisiones como Multiple Criteria Decision Making (MCDM), Analytic Hierarchy Process (AHP) lo que ayuda a mejorar la fiabilidad del resultado según las necesidades que se tengan. Entonces se ve la importancia de aplicar la lógica difusa y evaluar su eficacia en estos problemas industriales de controlar los inventarios en ambientes de incertidumbre, observando lo que implica combinar esta metodología con métodos clásicos.

1.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Por lo anterior mencionado, es necesario principalmente dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo plantear un modelo matemático difuso que haga frente a la imprecisión e incertidumbre de la información para ser utilizada en contextos de control de inventarios con el fin de mejorar el desempeño de esta actividad?

¿Qué referentes han abordado la problemática descrita, implementando técnicas de lógica difusa y que resultados han obtenido?

¿Cuáles de los aspectos de un control de inventarios se considera con mayor incertidumbre para la mayoría de autores?

¿El modelo propuesto logra su objetivo de reducir los costos obteniendo un desempeño óptimo a pesar de la vaguedad de la información?

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Aplicar la teoría de conjuntos difusos dentro de un control de inventarios con el fin de lograr una disminución de los costos de manejo de estos y logre mejorar el nivel de servicio en contextos de imprecisión de la información.

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Determinar mediante una revisión de la literatura qué aspectos o variables dentro del control de inventarios son prioritarios de tratar mediante la teoría de los conjuntos difusos.
- Diseñar un modelo matemático difuso de control de inventarios que considere los parámetros con alta imprecisión en la información con el fin de dar un mayor soporte a la toma de decisiones.
- Validar el modelo propuesto frente al modelo actual de control de inventarios de la empresa mediante comparaciones del costo total relevante.

3 MARCO TEÓRICO

Los conceptos, teorías y herramientas relacionadas con la gestión y control de inventarios y la introducción de la teoría conjuntos difusos a este campo, es el marco en el que se desarrolla este trabajo de investigación, por consiguiente, es necesario presentar la teoría que fundamenta estos aspectos.

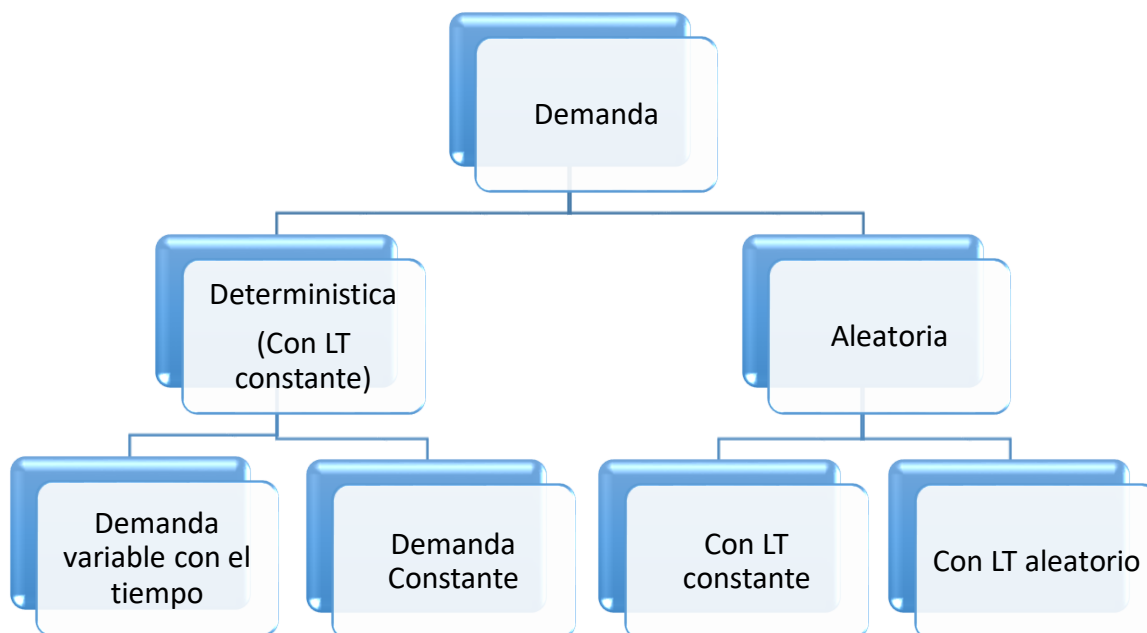
Principalmente es necesario introducir el concepto de inventarios, por ellos se entiende que son las materias primas, producto en proceso o producto terminado que son almacenados temporalmente durante los procesos de producción y logísticos de una empresas (Ballou, 2004). Todas las empresas (incluyendo las operaciones justo a tiempo) mantienen un suministro de inventario por las siguientes razones: Mantener la independencia entre las operaciones, cubrir la variación en la demanda, Permitir flexibilidad en la programación de la demanda, protegerse contra la variación de los tiempos de entrega y aprovechar descuentos basados en el tamaño del pedido. (Chase, Jacobs, & Aquilano, 2009) El control de inventarios tiene como objetivos establecer unas políticas que determinen: la frecuencia de revisión de los niveles de inventarios, el momento en que se debe emitir una orden de pedido, y el tamaño de dicha orden (Vidal, 2010). Generalmente se busca realizar todo lo anterior generando los mínimos costos y la mayor capacidad de respuesta al cliente posible. Esto se puede lograr en cada uno de los niveles de la empresa donde se generen inventarios, aunque su aplicación más importante aborda la gestión de bienes terminados, en otras palabras podemos definir el control de inventarios como el proceso encargado de asegurar la cantidad de productos adecuados en la organización de manera que estén en el tiempo y cantidad apropiados, de tal manera que se pueda asegurar la operación continua de los procesos de comercialización de productos a los clientes (Zapata, 2014).

3.1 CONTROL DE INVENTARIOS Y SU CLASIFICACIÓN

La teoría de control de inventarios frecuentemente hace uso de modelos matemáticos que dan soporte a las decisiones que se toman relacionadas con estos. Las decisiones

de inventarios son complejas por cómo se relacionan con otros sistemas dentro de la organización y el impacto que tiene sobre los recursos de la empresa, para poder plantear un modelo de estos que permita lograr los objetivos de la gestión de inventarios, es necesario comprender la naturaleza con que funcionan, y esta depende principalmente de la demanda y en segundo plano de los tiempos de reposición (también conocido como lead time dada su traducción al inglés) y costos, así que se puede clasificar los problemas de control de inventario según el tipo de demanda al que responden; si es demanda determinista (se conoce con certeza) esta demanda puede ser constante o variable en el tiempo, o demanda aleatoria (demanda fluctuante pero que se le puede asociar un función de distribución de probabilidad para estimarla), esta clasificación se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Característica de la demanda y de los tiempos de reposición en un sistema de control de inventarios



Fuente: (Vidal, 2010)

Para la definición de los conceptos que componen la clasificación de los controles de inventarios se toman de (Silver, 1998) y (Vidal, 2010).

3.1.1 Demanda determinística constante

Se parte del caso más simplista y este es cuando la demanda es determinística constante dado que el problema se facilita en gran medida, esto debido a que nuestros dos objetivos principales se resuelven; el nivel de servicio se puede asumir al cien por ciento, dado que si conocemos nuestra demanda se puede planificar la cantidad de materiales necesarios para satisfacerla y la reducción de costos se logra planteando un modelo que pueda minimizar estos, como el costo total relevante que es descrita en la ecuación en este caso asumimos que conocemos todos los parámetros (véase la ecuación 1 y los parámetros relacionados con esta) lo único que puede variar es la cantidad a ordenar, es así como se define el modelo matemático que será de utilidad y sirve de base para el control de inventarios denominado cantidades económica de pedido o como se conoce comúnmente por sus siglas en inglés *EOQ* (Economic Order Quantity), que parte de la función de costo total relevante para determinar el tamaño del pedido.

$$CTR(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{Q}{2}vr + Dv \quad (1)$$

Variable de decisión

Q Cantidades a ordenar

Parámetros

A Costo unitario de ordenar

D Demanda anual del ítem

v Valor unitario del ítem

r Costo porcentual de mantener inventario

Al observar la ecuación (1) se determina que el $CTR(Q)$ depende del costo de ordenar AD/Q , del costo de mantener el inventario $\frac{Q}{2}vr$, y del costo de comprar Dv , los dos primeros términos de costos dependen de la cantidad del pedido Q que es nuestra variable de decisión, por lo que entender estos costos es tarea importante, así que antes de mostrar el modelo denominado EOQ es necesario hacer un paréntesis y estudiar un poco acerca de los costos que componen el costo total relevante.

Costo de ordenar

El costo de ordenar es la suma de todos los costos relacionados con la preparación de la orden, lo que puede incluir el costo de manejo de facturas, recepción e inspección, llamadas telefónicas, correos, transporte de la orden, entre otros. Cuando la empresa es manufacturera este costo incluiría otros costos como el montaje de maquinaria fija, alistamiento de la maquinaria, transmisión y control de la orden a la planta; algunos autores hacen la diferenciación de este caso llamando al costo de ordenar como costo de preparación (setup). A continuación, se nombran algunos de los costos de ordenar: Preparación de formatos, envío de mensajería, llamadas y uso de redes, recepción e inspección, autorización del pedido, manejos de facturas de proveedor, aduanas, transporte de la orden, etc.

Costo de mantener

El costo de mantener son todos los costos que son proporcionales al volumen de inventario que se maneja, este va a estar representado por la rata del costo de mantener inventario (r), el cual es multiplicado por el inventario promedio y el valor unitario de los items. Este costo presenta una característica y es que el costo de mayor proporción es el costo de oportunidad (como se muestra en la Tabla 1) por lo que el cálculo de este es de importancia pero irónicamente es el más complicado de estimar.

Tabla 1. Componentes de la tasa del costo de mantener inventarios.

Clasificación	Componentes de la tasa r	Rango de valores (% anual)
Costo capital	Costo de oportunidad e interés	4.0 - 40.0
Costo no capital	Obsolescencia y depreciación	0.5-2
	Almacenamiento y manejo	0-4.0
	Impuestos	0.5-2
	Seguros	0-0.2

Fuente: (Vidal, 2010) y (Stephen G Timme, 2003)

El costo de oportunidad es uno de los conceptos financieros más importantes, pero también suele ser confuso, por la falta de entendimiento que comprende este costo y la naturaleza de la relación riesgo-retorno y por ello generalmente es subestimado, esto probablemente se deba a dos factores: un desajuste entre el riesgo de inventario y el costo de capital y la mezcla de los cargos de capital después de impuestos con los cargos de mantenimiento no capital antes de impuestos. Por lo expuesto anteriormente se muestra la siguiente definición simplista para entender el concepto de costo de oportunidad y un método para calcularlo; en pocas palabras el costo de capital es el costo de oportunidad de invertir en un activo en relación con el rendimiento esperado de activos de riesgo similar. El autor Stephen G. Timme en su artículo el costo real de mantener inventario recomienda el coste medio ponderado del capital (en inglés Weighted Average Cost of Capital, abreviadamente *WACC*) (Stephen G Timme, 2003). El *WACC* es la tasa de descuento que debe utilizarse para determinar el valor presente de un flujo de caja futuro, en un proceso de valoración de empresas, activos o proyectos, en este artículo muestra el porque es apropiado estimar el costo de capital con el *WACC*.

Costo de compra

Es el costo que se asume por adquirir el producto a los proveedores, generalmente incluye el flete y depende de las unidades demandadas, pero cuando se ofrece descuentos por cantidad también dependerá del tamaño de la orden, para los productores puede representar una mayor dificultad determinar el valor de este costo, el cual se suele tomar como el valor invertido en la producción del ítem.

Ahora bien, regresando con la metodología para determinar la cantidad óptima Q que permita reducir el costo total relevante, se optimiza derivando la ecuación (1), igualando a 0 y despejando Q , de esta manera se obtiene la siguiente ecuación:

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{vr}} \quad (2)$$

Esto es lo que se define como Q , la cantidad optima de pedido, pero para que este modelo pueda funcionar se deben considerar los siguientes supuestos:

1. Se considera una demanda constante y conocida.
2. Se piensa en una demanda independiente.
3. Se asume un tiempo de reposición de 0.
4. Se considera una tasa infinita de producción o de reposición.
5. No existen descuentos por volúmenes de pedidos.
6. No asume todos los costes que pueden ser debido a inventarios
7. Se conocen con certeza los parámetros (Supuesto que se busca eliminar con la lógica difusa).

A pesar de que los supuestos anteriores son muy cuestionables en situaciones prácticas esto dado por la simplicidad del método, el modelo constituye los pilares básicos sobre los cuales se construye una teoría sólida de control de inventarios y con base en este se construyen otros modelos que van eliminando algunos supuestos acercándonos a una mejor descripción de la realidad (Shekarian & Nima, 2017).

Por ejemplo para el supuesto número cinco se puede plantear un modelo con base en el *EOQ* que si tenga en cuenta el descuento por volúmenes de pedidos y que representa la situación de algunas empresas.

Considérese la siguiente situación, el precio de un producto es V_0 pero el proveedor ofrece un descuento d (no confundir con “ D ” que esta designado para la demanda) del ítem si su orden de compra de ese producto es mayor a Q_1 , podríamos expresar el valor del producto como una función a trozos de la siguiente manera:

$$v = \begin{cases} V_0 & \text{si } 0 \leq q < Q_1 \\ V_1 = V_0(1 - d) & \text{si } q \geq Q_1 \end{cases} \quad (3)$$

Así que en la función de costo total relevante (ecuación (1)) el costo de compra DV ahora si depende de Q . Para hallar la cantidad óptima de pedido tendremos que evaluar la opción con descuento y sin descuento, por lo cual primero se plantea la función de costo total relevante que incluye descuento por volumen:

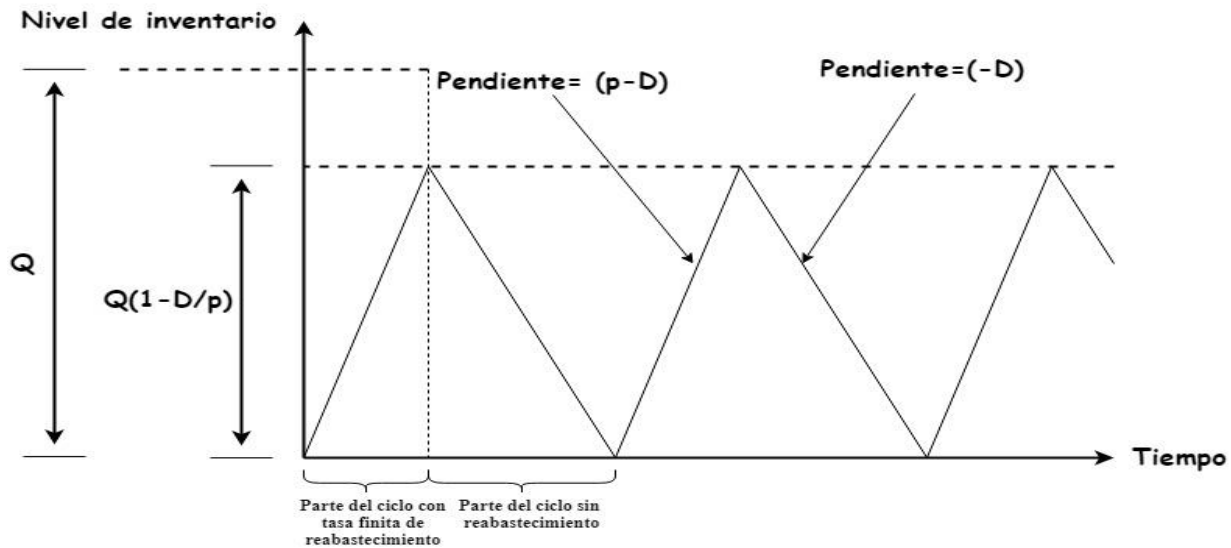
$$CTR(q) = \begin{cases} \frac{AD}{Q} + \frac{Q}{2}V_0r + DV_0 & \text{si } 0 \leq q < Q_1 \\ \frac{AD}{Q} + \frac{Q}{2}V_0(1 - d)r + DV_0(1 - d) & \text{si } q \geq Q_1 \end{cases} \quad (4)$$

Para este ejemplo asumimos que se ofrece una sola tarifa de descuento, pero podría darse el caso que una empresa ofrezca n descuentos para diferentes Q , pero de igual manera el procedimiento sigue siendo el mismo, de esta manera se haya el *EOQ* cuando se tienen descuentos por volúmenes de pedido, y queda eliminada una de las suposiciones.

En el supuesto número cuatro, la reposición se da de forma instantanea, es eliminado con el modelo conocido como el tamaño económico de producción (Economic Production Quantity, *EPQ*) donde ahora la reposición se hace progresivamente en base a una razón

de producción p , y lo único que se modifica del modelo clásico de EOQ es el inventario promedio que ahora es expresado a $Q \left(1 - \frac{D}{p}\right) / 2$ y para entender el impacto de agregar esta tasa de producción se presenta la Figura 2 donde puede evidenciar el comportamiento que tendría los niveles de inventarios en el tiempo.

Figura 2. Nivel de inventario cuando se considera una tasa de reposición finita P .



Fuente: Autor

En la Figura 2 se muestra como el nivel de inventario al llegar a 0 se reabastece gradualmente, a diferencia del EOQ clásico que lo hacía instantáneamente, con esta modificación la tasa de reposición finita P , es necesario replantear la función de costo total relevante, resultando la siguiente ecuación.

$$CTR(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} vr + DV \quad (5)$$

Se realiza el mismo procedimiento de derivar e igualar a cero para obtener el punto óptimo y se obtiene el EPQ que se muestra en la ecuación (6), y con algebra se puede observar cómo se relaciona el EPQ directamente con el EOQ , como se muestra en la ecuación número (7), se observa que el EPQ , es el EOQ , multiplicado por un factor que depende de la tasa de reposición P .

$$EPQ = \sqrt{\frac{2AD}{vr \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (6)$$

$$EPQ = EOQ * \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}}} \quad (7)$$

3.1.2 Demanda determinística variable

Siguiendo con la clasificación de demanda determinista, es de importancia eliminar el supuesto que la demanda es constante, por ello estudiaremos tipos de demanda que varía en el tiempo lo que proporciona modelos más cercanos a la realidad de las organizaciones, pero claramente la complejidad del modelo es mayor y de cuidado, al ser variable la demanda en el tiempo no podemos hablar de una cantidad económica de pedido constante para todos los periodos, por lo que cada pedido podrá ser diferente, es así como se establecen tres formas de abordar este problema dependiendo de la misma variación de la demanda y las necesidades de la empresa.

1. Cantidad económica de pedido (*EOQ*) para todos los pedidos, calculada con base a la demanda promedio; este método es recomendado cuando la variación de la demanda es baja.
2. Solución exacta de modelos matemáticos previamente establecidos como; programación lineal entera mixta, algoritmo de Wagner.
3. Métodos aproximados o heurísticos. Que son de fácil manejo y comprensión, pero con la desventaja que ofrecen una solución aproximada, pero fiable.

De igual manera para estos tres métodos es necesario seguir considerar las siguientes suposiciones:

1. La demanda será satisfecha en cada uno de los diferentes periodos hasta el final del horizonte de planeación, donde la demanda variará con respecto al tiempo pero será determinística.
2. Los pedidos están al comienzo de cada periodo, y si existe un tiempo de reposición es conocido.

3. No se considera descuentos por cantidad pedida.
4. Los costos no variaran en el tiempo.
5. Cada ítem se considera de forma independiente.
6. No se consideran faltantes de inventario dado que la demanda es determinística.
7. La cantidad que se despacha en cada pedido debe ser total y no por lotes, o gradualmente.
8. Costo de mantener inventario se carga sobre el inventario final de cada periodo, aunque también se puede utilizar el inventario promedio.

Definido lo anterior lo primero para resolver un problema de inventarios con demanda variable en el tiempo, es definir qué tan variable es la demanda en el caso que se vaya a estudiar, esto con el propósito de establecer el modelo adecuado para abordar el problema, una manera sencilla de determinar esto es utilizar la ecuación (8), Sin embargo, si se desea evaluar con mayor precisión la variación. (Silver, 1998) Define otro indicador llamado coeficiente de variabilidad VC , que es la varianza de la demanda por periodo, sobre el cuadrado de la demanda promedio por periodo, como matemáticamente queda expresada en la ecuación (9).

$$VD = \frac{S}{\bar{D}} \quad (8)$$

VD Variabilidad de la demanda

S Desviación estándar de la muestra

$\bar{D}$ Demanda promedio

$$VC = \frac{N \sum_{j=1}^N D_j^2}{(\sum_{j=1}^N D_j)^2} - 1 \quad (9)$$

N Número de datos de la muestra

D_j La demanda en el periodo j

VC Coeficiente de variación

Si $VC < 0.2$ podremos aplicar con confianza el método basado en el *EOQ* con la demanda promedio es decir, utilizar la ecuación del modelo clásico de *EOQ* (Ecuación (2)) solo que se cambia la demanda conocida y constante D por la demanda promedio $\bar{D}$.

Pero dado el caso de que $VC > 0.2$ se puede utilizar la programación lineal entera mixta o métodos heurísticos, como se mencionó anteriormente la programación lineal entera mixta, arroja resultados exactos a diferencia de los métodos heurísticos, pero esta es más compleja y requiere mayores esfuerzos computacionales en algunos casos, así que utilizar el segundo o el tercer método depende de la complejidad de las necesidades de la organización (Vidal, 2010).

Complementando lo presentado por Vidal y Silver. (Taha, 2012) Afirma que la variabilidad de la demanda también sirve como una “estimación aproximada” para determinar la naturaleza de la demanda, utilizando el siguiente lineamiento:

1. Si la demanda mensual promedio es aproximadamente constante y VD es razonablemente pequeño ($VD < 0,2$) la demanda puede considerarse determinista y constante.
2. Si la demanda mensual promedio varia de manera apreciable entre los diferentes meses pero V permanece razonablemente pequeño en todos los meses, entonces la demanda puede considerarse determinista variable.
3. Si la demanda mensual promedio es aproximadamente constante y $VD \geq 0,2$ la demanda puede considerarse probabilista estacionaria.
4. El caso restante es la demanda probabilística no estacionaria, la cual ocurre cuando los promedios y coeficientes de variación varían apreciablemente mes a mes.

3.1.3 Demanda aleatoria

Ya habiendo estudiado los casos con demanda determinista es momento de estudiar cómo se puede abordar problemas de inventarios cuando la demanda aleatoria, lo primero a tener en cuenta en este tipo de demanda es que al no conocer con precisión

el comportamiento de esta, ocurre lo que se conoce como faltantes de inventarios o como se conoce en ingles Stockout, por lo que se introduce un nuevo concepto que es el de inventario de seguridad, es un inventario extra previendo futuros faltantes por la aleatoriedad de la demanda, por lo que acá también es importante estudiar un modelo que determine el nivel de inventario de seguridad. Esta aleatoriedad de la demanda también nos lleva a dos situaciones posibles en caso de no tener inventario con que responder, primero que el cliente cancele la orden por lo que la empresa habrá perdido una venta, o que ocurra un backorder: orden pendiente, cuyo caso la empresa compromete sus recursos para poder responder la orden del cliente lo más pronto posible. Esto demuestra que el estudio de inventarios con demanda aleatoria es más complejo, pero sin duda alguna son también las que más se aproximan a la realidad de las empresas.

Para la demanda determinista observamos que establecer las políticas de inventario no eran mayor problema, el cuándo ordenar se efectuaba cada que el inventario llegaba a 0, cuando revisar, se realizaba de manera continua, debido al conocimiento de la demanda, y la cantidad a ordenar se lograba mediante los modelos descritos, por ello para una demanda aleatoria, toca volver a analizar las políticas y establecer cuales son más económicas a la organización.

Antes de proponer modelos para dar posibles soluciones al inventario con demanda aleatoria definimos la siguiente notación básica:

R	Intervalo de revisión del nivel de inventario efectivo.
B	Costo de faltantes.
k	Factor de seguridad dependiente de nivel de servicio deseado.
p	Nivel de servicio deseado.
S	Nivel máximo de inventario efectivo hasta el cual debe ordenarse.
s	Punto de reorden o de pedido.
IS	Inventario de seguridad.
L	Tiempo de reposición.

- $\hat{x}_L$ Estimación de la demanda esperada sobre el tiempo de reposición L , en unidades.
- σ_L Estimación de la desviación estándar de los errores de los pronósticos sobre el tiempo de reposición L .
- $\hat{x}_{R+L}$ Estimación de la demanda esperada sobre el tiempo de reposición L y tiempo de revisión R , en unidades.
- σ_{R+L} Estimación de la desviación estándar de los errores de los pronósticos sobre el tiempo de reposición L y un tiempo de reposición R .
- A' Costo fijo de ordenamiento incrementado por el costo de revisión del inventario.

Enfocándonos por ahora en el IS un método común aunque ineficiente en ciertos casos, es el basado en factores constantes, y es ineficiente en medida que no tiene en cuenta la variabilidad de la demanda, el método consiste en establecer un factor constante de tiempo para determinar el nivel de inventario, podemos ver el caso que las empresas mencionen “manejamos 2 semanas de inventario de seguridad” si cada semana se vende en promedio 100 unidades, la empresa tendrá un nivel de inventario de 200, y aunque si es cierto que muchas empresas manejan sus inventarios de esta forma sigue siendo algo errático, considerando semanas que se pueda vender más o menos que la demanda promedio, y teniendo en cuenta que haya un lead time variable, al final puede agrandar el problema, por ello al final es más recomendable basar el cálculo de estos teniendo en cuenta la variación de la demanda y en lo posible con los tiempos de reposición. Se puede establecer un inventario de seguridad basado en la desviación estándar de los errores de pronóstico, utilizando las siguientes formulas:

$$IS = k\sigma_L = k\sigma_1\sqrt{L} \text{ (Sistema continuo)} \quad (10)$$

$$IS = k\sigma_{R+L} = k\sigma_1\sqrt{R+L} \text{ (Sistema periodico)} \quad (11)$$

El factor de seguridad k está fuertemente relacionado con el nivel de servicio, y nos dice cuánto de mi desviación estándar por sobre la media estoy dispuesto a cubrir. También se pueden establecer inventarios de seguridad basados en el costo de faltantes o con lead time variables, pero por practicidad trabajaremos con las dos ecuaciones descritas anteriormente.

Revisión del Inventario

Una de las políticas de inventario que se debe establecer es la frecuencia de revisión del inventario, en la demanda determinista dado que se simplifican y se optan por ciertos supuestos la revisión de inventarios en ese caso es continua, pero cuando hablamos de la demanda aleatoria y por las dificultades que trae un sistema de revisión continuo (véase Tabla 2), en algunos casos se opta por una revisión periódica; cada cierto tiempo establecido se revisa los niveles de inventarios dentro de la compañía.

La revisión continua, teóricamente se habla de revisar el inventario en todo momento, por lo que se conocería en cualquier instante de tiempo, pero esto conllevaría un esfuerzo económico y de tiempo considerable, por ello se recomienda el uso en artículos de mayor importancia para la compañía. Para casos más prácticos la revisión continua se redefine como sistema de revisión de transacciones, lo que significa que se realiza una revisión cada que ocurra un despacho, recepción, pedido, etc. (Rios, Martinez, & Palomo, 2008).

La revisión periódica, es aquella donde se revisa el nivel de inventario cada R tiempo establecido, para definir este R es necesario considerar el tiempo de reposición, la variabilidad de la demanda entre otros factores, una breve comparación de estos sistemas de revisión se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 2. Comparación de sistemas de revisión.

Revisión Continua	Revisión periódica
Se incurre en mayor costo que la revisión periódica, especialmente en ítems de alto movimiento.	Es menos costosa que la revisión continua dado que es menos frecuente.
Requiere un menor nivel de inventario de seguridad (Protección sobre L)	Mayor inventario de seguridad (Protección sobre $L+R$)
Es muy difícil en la práctica, y presenta dificultad para coordinar diversos ítems.	Permite coordinar diversos ítems en forma simultánea.
La carga laboral es poco predecible.	Se puede predecir la carga laboral con anticipación a la realización de un pedido.

Fuente: Adaptado de (Vidal, 2010)

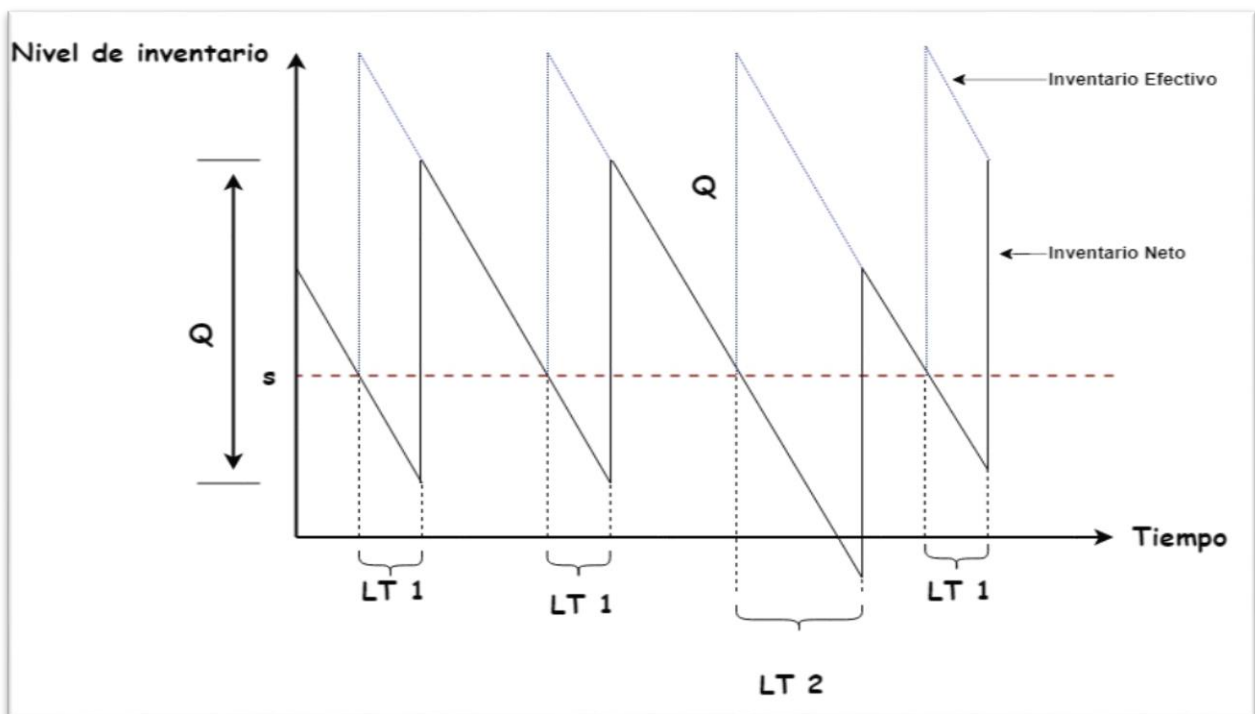
3.2 Tipos de sistemas de control de Inventarios

En este apartado estudiaremos los diferentes sistemas de controles de inventarios que existen, estos se clasifican según su tipo de revisión, (continua o periódica) Empezaremos por estudiar los sistemas continuos.

3.2.1 Sistemas continuos

Sistema continuo (s, Q) : El primer sistema de control que estudiaremos es el continuo (s, Q) , donde el nombre proviene a que al igual que en la demanda determinista se opta por una revisión continua, y cuando se llega al punto s , se emite la orden con una cantidad establecida Q , Para entender su comportamiento se muestra la Figura 3.

Figura 3. Sistema continuo (s, Q)



Fuente: Autor

En la Figura 3 se muestra que un tiempo de reposición variable (LT) en el tiempo y se puede evidenciar que si no se tiene en cuenta, puede ocurrir faltantes (la parte de la gráfica que está por debajo del eje tiempo) sin embargo, generalmente se puede considerar un lead time constante, como se observa es necesario partir de unos

supuestos como en la demanda determinística, y en este caso el problema radica en determinar principalmente s , ya que Q , se puede calcular con los métodos vistos en demanda determinista, a continuación evaluamos como se puede calcular s y los supuestos con que funciona el sistema (s, Q) .

Supuestos del Sistema continuo (s, Q)

- La demanda promedio se considera con pocas variaciones en el tiempo, es decir estacionaria.
- El pedido se realiza cuando el nivel de inventario es exactamente igual al punto de reorden s .
- Los errores de pronósticos tienen una distribución normal sin sesgos, con una desviación estándar σ_L y un tiempo de reposición L .
- El tamaño del pedido Q ha sido predeterminado y es independiente del punto de reorden s .

Cálculo para determinar el punto de reorden s .

Una forma de calcular s , es con la demanda esperada y el inventario de seguridad.

$$s = \hat{x}_L + IS$$

$$s = \hat{x}_L + k\hat{\sigma}_1\sqrt{L} \quad (12)$$

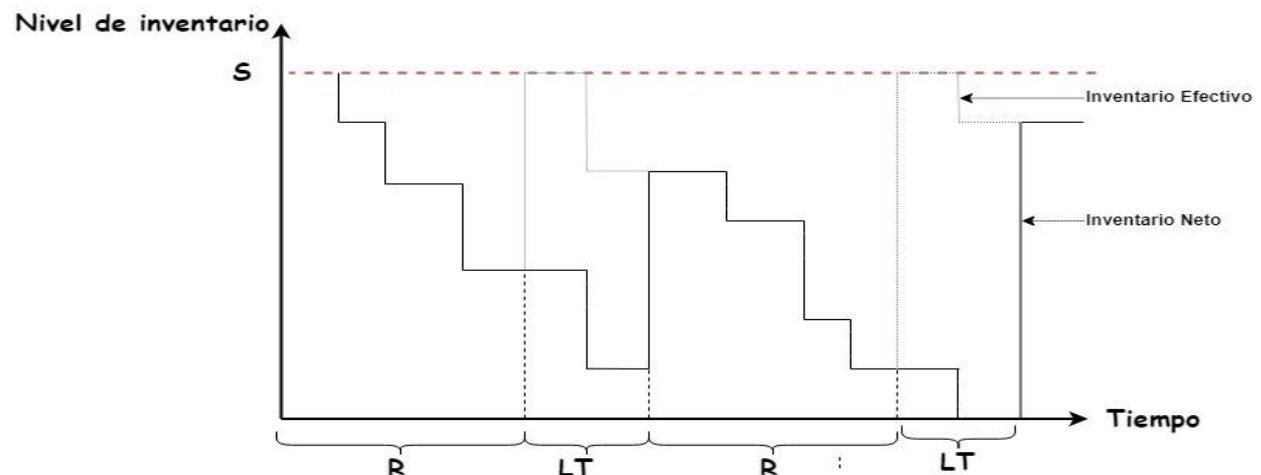
En esta ecuación se observa como el sistema de control se relaciona con el sistema de pronóstico, y estos se relacionan de forma implícita con el sistema de información de la empresa, mostrando la importancia que tiene el flujo de información en una compañía.

Sistema continuo (s, S) : Otro sistema de control que se basa en una revisión continua es el sistema continuo (s, S) que al igual que el anterior, la orden de pedido se emite cada vez que el inventario cae a un nivel igual o menor a s , lo que cambia en este modelo es el tamaño de la orden, que en este caso es tal que el nivel de inventario llegue a un punto S , el nivel de inventario efectivo máximo. Se ha podido demostrar que este sistema reduce el costo total relevante de mayor manera que el sistema continuo (s, Q) .

3.2.2 Sistemas periódicos

Sistema periódico (R, S) : Dado el costo que puede conllevar un sistema de revisión continuo, se definen sistemas de control basados en una revisión periódica, de ahí encontramos el sistema de control (R, S) en este el inventario se revisa cada R unidades de tiempo y se emite una orden tal que el nivel de inventario alcance el punto S , este es un sistema muy común en organizaciones que no tienen un control sistematizado de los inventarios, pero tiene la ventaja de ser muy óptimo para el control de diversos ítems relacionados entre sí, su desventaja se da por ser un sistema periódico (véase Tabla 2) para entender la dinámica de este sistema se presenta la Figura 4 en ella se evidencia un lead time constante pero se puede presentar un lead time variable.

Figura 4. Sistema periódico (R, S)



Fuente: Autor

Supuestos del sistema periódico (R, S)

- La rata de demanda promedio varía poco en el tiempo.
- Entre cada revisión de tiempo R , existirá una demanda mayor a 0, por lo tanto habrá un pedido.
- El lead time se asume constante o muy poco variable en el tiempo.

- Los pronósticos responden a una distribución normal sin sesgo con una desviación estándar $\hat{\sigma}_{L+R}$ en un intervalo de tiempo $R + L$ es decir, el tiempo de revisión más el tiempo de reposición.
- Los costos del control de sistema depende de S .
- El valor de R es predeterminado.

Solo queda definir de qué manera podemos calcular el tiempo de revisión R , donde el método más aceptado está basado en el EOQ y responde a la ecuación (13), la manera de calcular el valor de S debemos tener en cuenta la estrecha relación del sistema (R, S) con el (s, Q) obsérvese la Tabla 3, de esta manera se plantea la ecuación 14 para calcular el valor de S .

$$R = \frac{EOQ}{D} = \frac{\sqrt{\frac{2A'D}{vr}}}{D} = \sqrt{\frac{2A'}{Dvr}} \quad (13)$$

Tabla 3. Relación sistema (s, Q) frente al (R, S)

Sistema (s, Q)	Sistema (R, S)
s	S
Q	DR
L	$R + L$

Fuente: Adaptado de (Vidal, 2010)

$$\begin{aligned} S &= \hat{x}_{R+L} + IS \\ S &= \hat{x}_{R+L} + k\sigma_1\sqrt{R+L} \end{aligned} \quad (14)$$

Sistema periódico (R, s, S)

Por último podríamos definir un sistema hibrido, uno que combina el sistema (s, S) y el sistema (R, S) se ha denominado a este tipo de sistema como (R, s, S) . Consiste en que cada R unidades de tiempo se revisa el nivel de inventario, si este es menor o igual a s , se emite un pedido tal que permite recuperar el nivel de inventario a su punto máximo S . Este sistema se considera el más óptimo dado que reduce el costo total relevante en mayor cantidad que todos los otros sistemas descritos anteriormente, pero es un sistema

más complejo de comprender y aplicar, haciendo muy probable que se comentan errores humanos.

Costo de faltante o de bajo inventario

Como se ha expresado anteriormente, las políticas de inventarios se establecen en función de reducir el costo total relevante, sin embargo, al haber introducido la demanda aleatoria es necesario calcular lo que se conoce como costos de faltantes que, como su nombre lo indica es el costo que se incurre al no contar con el inventario suficiente para cubrir una orden de venta, y se diferencian tres tipos de costos de faltantes.

Costo especificado (B_1): Se asume que el costo de faltante de inventario es constante y se efectúa cada vez que ocurra sin depender de la magnitud ni de la duración del faltante, solo del evento de ocurrencia.

Costo especificado (B_2): En este caso se le asigna un porcentaje (B_2) del costo unitario del ítem (v), este costo se puede dar cuando la venta se pierde totalmente y la fracción (B_2) es la utilidad que se deja de percibir más la pérdida de imagen ante el cliente.

Costo especificado (B_3): Este costo de faltante penaliza el tiempo que dure el faltante cargando una fracción B_3 al costo unitario del ítem (v), este costo se puede presenciar cuando existen faltantes de repuestos lo cual implica parar la producción, por lo cual el costo aumenta a medida que transcurre el tiempo.

Como se discutió en este capítulo, la demanda aleatoria introduce nuevos conceptos como el inventario de seguridad y los costos de faltante, por tal razón la ecuación (1) debe ser reformulada para que tenga en cuenta estos parámetros. Inicialmente el costo de mantener inventario, ahora contiene el inventario de seguridad (definido en la ecuación (10) para sistemas continuos y ecuación (11) para sistemas periódicos) por tal razón, nuestro costo de mantener inventario ahora queda expresado como se muestra en la ecuación (15). Adicionalmente, el costo de faltante se puede expresar como se muestra en la ecuación (16) obteniendo finalmente la ecuación (17).

$$Ivr = \left(\frac{Q}{2} + k\hat{\sigma}_L \right) vr \quad (15)$$

$$\text{Costo de faltantes} = \frac{D}{Q} B_1 P_z(k) \quad (16)$$

$$CTR(Q) = \frac{AD}{Q} + \left(\frac{Q}{2} + k\hat{\sigma}_L \right) vr + \frac{D}{Q} B_1 P_z(k) + Dv \quad (17)$$

3.3 Metodología Difusa

Con lo anterior estudiado se pudo observar cómo a partir de la función de costo total relevante y la idea de *EOQ*, se mejoró el modelo tal que no se tuvieran en cuenta tantos supuestos, pero hay un supuesto crítico y es el que se refiere al conocimiento con certeza de ciertos parámetros como costos, demanda o de otro tipo, que en algunos casos este supuesto no tiene cabida debido a la naturaleza incierta del entorno empresarial, por ello es necesario como realizar toma de decisiones cuando existe ambiente de incertidumbre.

Fue así como se dio la necesidad de integrar de la teoría de conjuntos difusos al control de inventarios, ya que la lógica difusa busca racionalizar la incertidumbre debida a la imprecisión o vaguedad. De esta manera se presenta una herramienta formal que hace frente a la imprecisión intrínseca en la mayoría de los problemas de toma de decisiones. ¿Pero en esencia cómo funcionan los conjuntos difusos? En los conjuntos difusos, a diferencia de la lógica booleana, un elemento tiene un grado continuo de pertenencia a un conjunto dado por valores que van de 0 a 1, 0 para elementos que no pertenecen a ese conjunto, y 1 para elementos que pertenecen a su totalidad al conjunto, los valores intermedios representan pertenencias parciales. Por su parte, en la lógica booleana un elemento pertenece o no pertenece a un conjunto, funcionando de forma binaria 1, para indicar pertenencia o 0 para negar pertenencia al conjunto, esta última lógica es la que se usa en la cotidianidad pero, adoptar lo que propone la lógica difusa permite modelar de mejor manera aquellos sucesos que contienen cierta vaguedad e imprecisión en la información. La notación de los conjuntos difusos se caracteriza por ser una letra con un guion curvo arriba de ella que se conoce como virgulilla ($\tilde{A}$), (Zimmerman, 1996) los define de manera más técnica como $\tilde{A} = \{x, \mu_a(x)\}, x \in X$, $\mu_a(x)$ es la función de

pertenencia o también llamada función de membresía de x en $\tilde{A}$, donde $\mu_a(x): X \rightarrow M$ es decir, una función de X en un espacio M denominado espacio de pertenencia, más adelante se explicará a más detalle acerca de la función de membresía.

La metodología que se debe seguir para aplicar la lógica difusa es primero, identificar que variable o variables se van a trabajar como difusas, es decir cuales tienen mayor grado de incertidumbre, después se debe buscar opiniones de expertos que permitan estimar posibles valores que puede tomar la variable, en base a ello definir una función de pertenencia, con esta función se hace el proceso de fuzzificación que es convertir los datos proporcionado por el experto a números difusos, de ahí se selecciona un método de defuzzificación usualmente se suele usar el centro de gravedad, y con ello se tendrá resultados que permitirá tomar decisiones en el modelo aplicado, en este caso un modelo de control de inventarios.

3.3.1 Función de pertenencia o de membresía

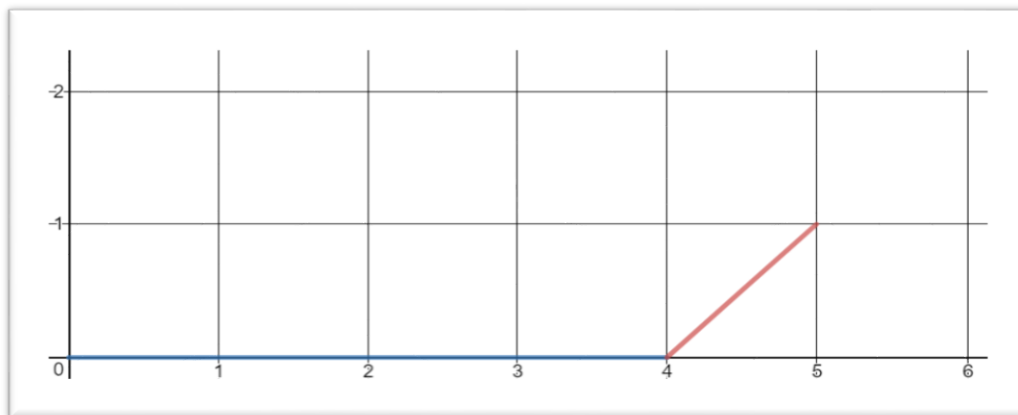
Como se mencionó anteriormente, la función de pertenencia es la que se encarga de asignar al conjunto de valores del objeto de estudio un valor difuso. Esto representa un paso importante a la hora de aplicar la teoría de conjuntos difusos, dado que si no se escoge de manera correcta la función de membresía los resultados pueden ser poco fiables. Por tal razón en este apartado nos proponemos estudiar las funciones de pertenencia más comunes y en qué caso son más apropiados aplicarlos.

Función de saturación

La función de saturación como se puede observar en la Figura 5, es una función a trozos que se compone principalmente de una función lineal creciente con un rango que va desde 0 a 1 (por el dominio restringido en la teoría difusa), y por una función constante con valor 0. Esta puede ser una función sencilla pero describe muy bien el grado de pertenencia en situaciones donde la variable a medida que aumenta se adapta mejor a la variable lingüística de estudio, a modo de ejemplo, se utiliza una variable lingüística; un alumno excelente es aquel que llega a tener el promedio en 5, los alumnos que tengan

un promedio de 0 a 4, no se pueden considerar excelente, por lo tanto su nivel de pertenencia al parámetro lingüístico “Excelente” es 0, pero cuando la variable empieza a tomar valores de 4 a 5 su nivel de pertenencia es parcial, un alumno con un promedio de 4,5 es un alumno “casi excelente” y finalmente cuando la variable toma el valor de 5 ha alcanzado el máximo, por lo tanto su nivel de pertenencia a el conjunto “alumnos excelentes” es de 1, es decir un nivel de pertenencia total.

Figura 5. Función de saturación; caso estudiante.

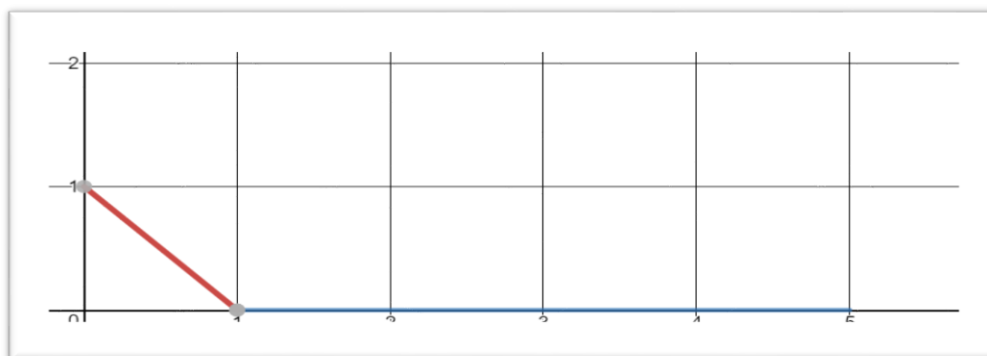


Fuente: El autor.

Función hombro

La función hombro es la contraria a la función de saturación, es decir, a medida que la variable aumenta deja de adaptarse a la variable lingüística, por lo que la función nos da un comportamiento lineal decreciente como se muestra en la Figura 6, continuando con el ejemplo anterior, un “pésimo estudiante” tiene un promedio en 0, la variable lingüística como se puede observar cambio a “pésimo estudiante”, la variable real empieza con el valor de 0, por lo que su grado de pertenencia es 1, los valores de 0 a 1, son pertenencias parciales, y de 1 a 5 definimos que el nivel de pertenencia de la variable real a la lingüística es 0.

Figura 6. Función hombro; caso estudiante.



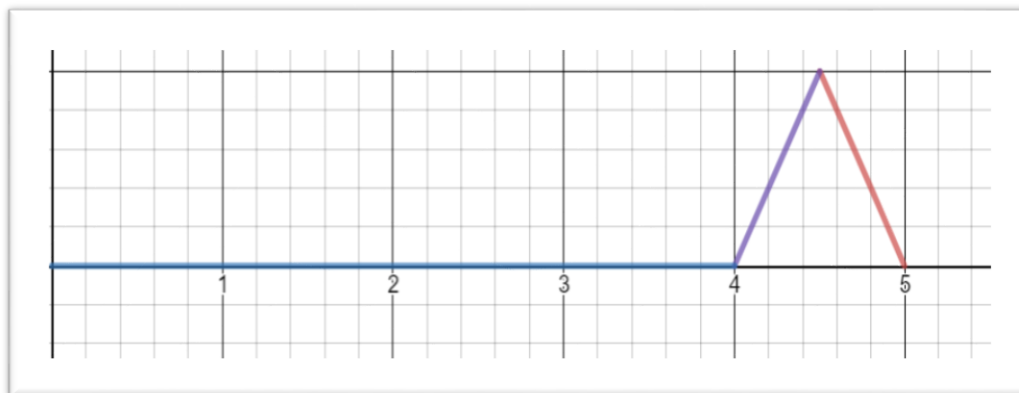
Fuente: El autor.

Función triangular

La función triangular es la combinación de las dos funciones anteriores descritas que dan como resultado una forma triangular, esta función es útil principalmente para valores intermedios de la variable lingüística, para explicar esta función hay que tener en cuenta los anteriores utilizados para explicar la función hombro y de saturación, donde los valores lingüísticos utilizados fue pésimo y excelente estudiante respectivamente, si pudiéramos definir qué valores intermedios hay entre ellos, podría ser malo, mediocre y buen estudiante, se escoge el valor “buen estudiante” para nuestro ejemplo y con la premisa que un buen estudiante tiene un promedio de 4,5. En la Figura 7 se muestra la gráfica de esta función, es claro que la función de pertenecía en el valor 4,5 toma el valor de uno, antes de ese valor se observa una función de saturación (Color morado en la Figura 7) y después de ese valor una función hombro (Color rojo en la Figura 7) la función empieza a perder pertenencia para el valor de esta variable lingüística (Buen Estudiante) porque gana pertenencia para el otro valor (Excelente) en otro. Los valores intermedios hay mayor ambigüedad, para el caso de la función de saturación era claro que un estudiante excelente es del promedio de 5, dado que excelente, es el máximo valor que toma la variable lingüística, y el 5 también es el máximo valor que toma la variable real, pero en este caso él 4,5 que define a un estudiante como bueno es muy discutible, dado que habrá quienes piense que un estudiante deba tener el promedio en 4,7 u otras personas un 4, definir estos puntos intermedios es la decisión que debe tomar expertos en el tema, por ejemplo en este caso se podría pedir asesoría de un educador con

experiencia, que pueda definir que logros debe alcanzar un buen estudiante, y en base a su experiencia, con que promedio se alcanzan esos logros.

Figura 7. Función triangular; caso estudiante.

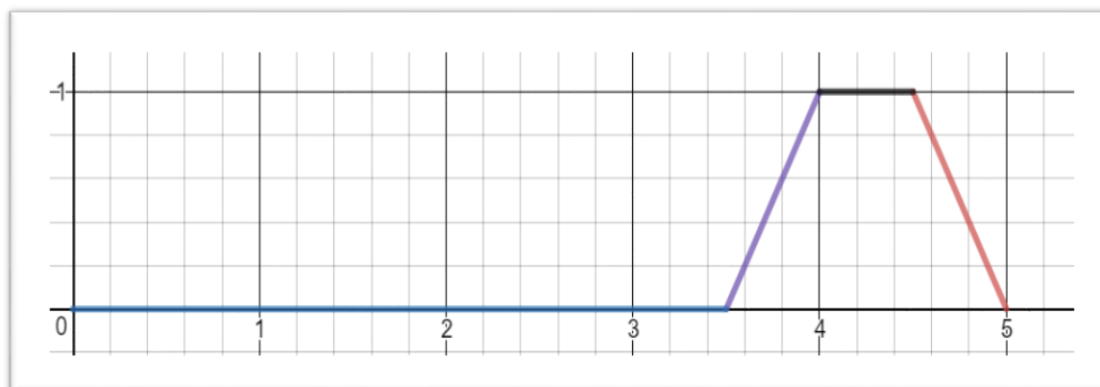


Fuente: Elaboración propia.

Función trapecio o Pi

Esta función es una generalización de la función triangular, lo que identifica esta función es que ya no se define un punto intermedio sino un conjunto de puntos intermedios que se adaptan totalmente a el valor de la variable de estudio. Por ejemplo, un buen estudiante es aquel que tiene un promedio entre 4 y 4,5. Como se entiende, ahora no tenemos un único valor que en el ejemplo pasado era 4,5 sino un conjunto de valores que van desde 4 hasta 4,5 y todo este conjunto arroja una pertenencia de 1, en la Figura 8 se representa esta situación.

Figura 8. Función pi; caso estudiante.

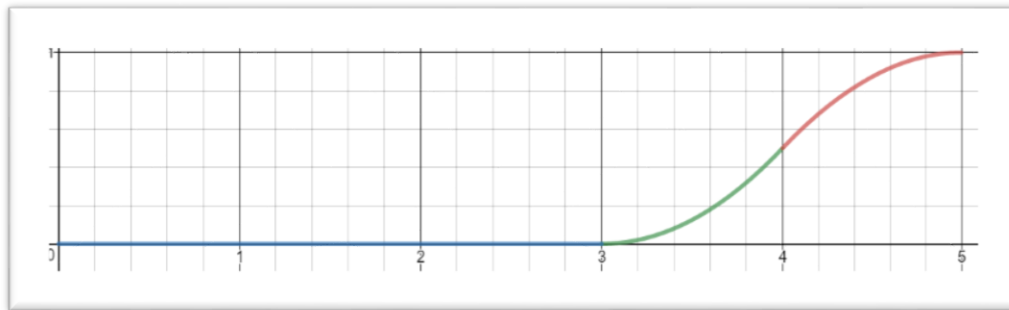


Fuente: Elaboración propia.

Función S o Sigmoidal

Es una función creciente pero a diferencia de la función de saturación su comportamiento es curvo, descrito por dos ecuaciones de segundo grado teniendo cambio de concavidad en cierto punto, como se puede observar en la Figura 9. Esto se acopla para situaciones donde los cambios de pertenencias a ciertos conjuntos no sean tan drásticos.

Figura 9. Función S; caso estudiante.



Fuente: Elaboración propia.

Aunque existen más funciones de membrecía, estas son las más comunes y pueden representar la mayoría de situaciones que se requieran modelar, cabe resaltar también que los ejemplos presentados eran simplistas para poder dar mayor entendimiento al tema, más adelante se presentará el uso de estas funciones con el tema principal de este documento, el control y gestión de inventarios.

3.3.2 Descripción matemática

Las funciones de fuzzificación como se pudo observar son funciones a trozos que son descritas por funciones lineales y constantes a excepción de la función S, que puede ser descrita por una ecuación cuadrática. Las funciones lineales se pueden hallar mediante la conocida ecuación punto pendiente, por ejemplo para la función trapezoidal se muestra la ecuación (18), esta función se conforma de dos ecuaciones lineales, una creciente (función de saturación) que depende de γ y β . α es el parámetro donde el experto determina que la función empieza a ganar pertenecía, y β será el punto donde ya la función alcanza su totalidad de pertenecía es decir 1, y una ecuación lineal

decreciente (Función hombro) que depende de los parámetros δ y φ , donde φ es el valor donde la función empieza a perder pertenencia y δ es la cantidad cuando la pertenencia vuelve a ser 0. Los valores entre β y δ permanecen constante en 1, es decir, estos definen el conjunto de valores donde la pertenencia es 1, en el caso particular que $\beta = \varphi$, solo se tendría un único valor donde la función tiene un valor de 1, este es el caso de la función triangular. Estas funciones que describen un conjunto difuso, también pueden ser representadas como números difusos, que es un conjunto que nombra los números discretos que caracterizan la función; los límites del conjunto, pertenencia igual a uno y cambio de pendiente, en este orden de idea para la función triangular su conjunto difuso es equivalente a $\tilde{A} = (\gamma, \beta, \delta)$ y por consiguiente uno trapezoidal, $\tilde{B} = (\gamma, \beta, \varphi, \delta)$

$$\mu(x)_T = \begin{cases} \frac{x - \gamma}{\beta - \gamma}, & \gamma \leq x < \beta \\ 1, & \beta \leq x < \varphi \\ \frac{x - \delta}{\varphi - \delta}, & \varphi \leq x < \delta \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (18)$$

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < \gamma \\ 2 \left(\frac{x - \gamma}{\varphi - \gamma} \right)^2, & \gamma \leq x < \beta \\ 1 - 2 \left(\frac{x - \delta}{\delta - \gamma} \right)^2, & \beta \leq x < \delta \\ 1, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (19)$$

De la ecuación (19) se observa que en este caso tenemos dos ecuaciones de segundo grado que definen la región de cambio de pertenencia, en esta función es necesario definir dos parámetros, el punto de mínima pertenencia entre la S, es decir antes de que la función empiece a ganar pertenencia, con este obtenemos el parámetro γ y el punto de mayor pertenencia en la S es decir cuando la función alcanza el valor de uno, con ello hallaríamos el valor de δ , esos parámetros definen implícitamente el parámetro β , ya que

este es el valor medio entre estos dos valores. Para la Figura 9 se puede determinar que:

$$\gamma = 3 \quad \delta = 5 \quad \beta = \left(3 + \frac{5-3}{2}\right) = 4.$$

Operaciones en conjuntos difusos

Así, como en la teoría de conjuntos se definen ciertas operaciones entre los mismos conjuntos, como unión, intersección, complemento entre otras, Dentro de la teoría de conjuntos difusos se definen estas mismas operaciones que en esencia significan lo mismo, pero la forma de operar cambia. A continuación, se exponen que tipo de operaciones existen en esta teoría y como se expresan matemáticamente:

Complemento:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (20)$$

Subconjunto:

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} = \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (21)$$

Unión:

$$\mu_{A \cup B} = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (22)$$

Intersección:

$$\mu_{A \cap B} = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (23)$$

Norma:

$$\mu_{Norma(A)}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\max[\mu_A(x)]} \quad (24)$$

Concentración:

$$\mu_{conc(A)}(x) = \mu_A(x)^2 \quad (25)$$

Dilatación:

$$\mu_{dil(A)}(x) = \mu_A(x)^{0.5} \quad (26)$$

Suma acotada:

$$\mu_{A|+|b}(x) = \max\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\} \quad (27)$$

Diferencia acotada:

$$\mu_{A|-|b}(x) = \max\{0, \mu_A(x) - \mu_B(x)\} \quad (28)$$

Producto acotado:

$$\mu_{A|-|b}(x) = \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\} \quad (29)$$

Operaciones aritméticas entre números triangulares difusos

Las operaciones aritméticas fundamentales como la suma, resta, multiplicación y división se extienden a lo numero difusos, hay dos métodos para realizar estas operaciones; con aritmética por intervalos o por el principio de extensión, estos método son complejos, y más cuando las funciones de membresía no tienen un comportamiento lineal y también exigen un conocimiento en teoría de conjuntos, para la solución de problemas matemáticos difusos existen soportes computacionales como el software MATLAB el cual tiene incorporado operadores difusos, sin embargo se explicara de manera resumida la aritmética basada por intervalos, lo primero es entender el concepto de α -Corte.

Según (Klir & Yuan, 1995) Dado un conjunto difuso $\tilde{A}$ definido en X y cualquier número $\alpha \in (0,1]$, el corte α denotado por A^α , y el corte estricto $A^{+\alpha}$, es el conjunto tradicional de la forma:

$$A^{+\alpha} = \{x/A(x) \geq \alpha\} \quad (30)$$

$$A^\alpha = \{x/A(x) > \alpha\} \quad (31)$$

Así, la aritmética difusa está basada en dos propiedades:

1. Cada conjunto difuso y cada número difuso, puede representar totalmente y singularmente por cortes α .
2. Los cortes α de cada número difuso son intervalos cerrados de números reales para todo $\alpha \in (0,1]$

Los cortes que realiza α a la $\mu(x)$, se expresan como un intervalo cerrado que corresponde a la inversa de las funciones que conforman $\mu(x)$, matemáticamente expresado:

$$A^\alpha = \{\mu(x)^{-1}\} \quad (32)$$

La Tabla 4 muestra las cuatro operaciones básicas definidas en intervalos cerrados (los extremos del intervalo), con un valor central de pertenencia total (el segundo valor de los tres del conjunto difuso), estas mismas reglas aplican para el intervalo de los cortes α .

Tabla 4. Operaciones aritméticas entre números difusos.

Conjunto Crisp	Conjunto difuso
$a = \beta_a$	$\tilde{a} = (\gamma_a, \beta_a, \delta_a)$
$b = \beta_b$	$\tilde{b} = (\gamma_b, \beta_b, \delta_b)$
$a + b = \beta_a + \beta_b$	$\tilde{a} + \tilde{b} = ((\gamma_a + \gamma_b), (\beta_a + \beta_b), (\delta_a + \delta_b))$
$a - b = \beta_a - \beta_b$	$\tilde{a} - \tilde{b} = ((\gamma_a - \delta_b), (\beta_a - \beta_b), (\delta_a - \gamma_b))$
$a \cdot b = \beta_a \cdot \beta_b$	$\tilde{a} \cdot \tilde{b} = (\min(\gamma_a * \gamma_b, \gamma_a * \delta_b, \delta_a * \gamma_b, \delta_a * \delta_b), (\beta_a * \beta_b), \max(\gamma_a * \gamma_b, \gamma_a * \delta_b, \delta_a * \gamma_b, \delta_a * \delta_b))$
$a/b = \beta_a/\beta_b$	$\tilde{a}/\tilde{b} = (\min(\frac{\gamma_a}{\gamma_b}, \frac{\gamma_a}{\delta_b}, \frac{\delta_a}{\gamma_b}, \frac{\delta_a}{\delta_b}), (\frac{\beta_a}{\beta_b}), \max(\frac{\gamma_a}{\gamma_b}, \frac{\gamma_a}{\delta_b}, \frac{\delta_a}{\gamma_b}, \frac{\delta_a}{\delta_b}))$

Fuente: Adaptado de (Klir & Yuan, 1995)

3.3.3 Defuzzificación

El proceso de defuzzificación es el encargado de convertir el conjunto de valores difusos obtenidos de la función de membresía en un valor nítido, esto con el fin de que la ambigüedad y el criterio del experto se ponderen y arrojen un valor con el que se puedan tomar decisiones, el valor defuzzificado se representara como y_0 , para este proceso existen varios métodos, a continuación se habla de algunos de ellos.

Método de centro de gravedad

No es más que el cancroide de la figura geométrica representada por la función de membresía utilizada, para así garantizar un punto intermedio entre la vaguedad de la información o del problema concreto que se esté trabajando, la fórmula para este método es:

En problemas discretos:

$$y_0 = \frac{\sum_a^b \mu(x) * x}{\sum_a^b \mu(x)} \quad (33)$$

En problemas continuos:

$$y_0 = \frac{\int_a^b \mu(x) * x \, dx}{\int_a^b \mu(x) \, dx} \quad (34)$$

Cuando se utiliza una función triangular la ecuación (34) la podemos simplificar de la siguiente manera:

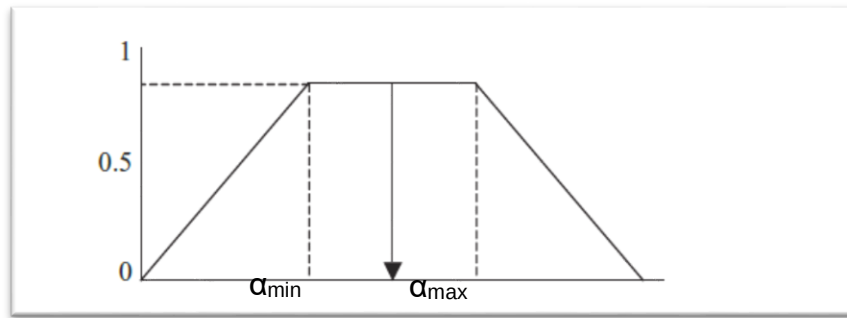
$$y_0 = \frac{\gamma + \beta + \delta}{3} \quad (35)$$

Método centro máximo

El método de centro máximo es un método simplificado, en el cual como su nombre lo indica se trabaja con el conjunto de valores máximos de la función de membresía, y se halla un punto promedio de esos conjuntos de valores, este método es usualmente usado para funciones trapezoidales.

$$y_0 = \frac{\alpha_{max} + \alpha_{min}}{2} \quad (36)$$

Figura 10. Centro máximo de función trapezoidal.

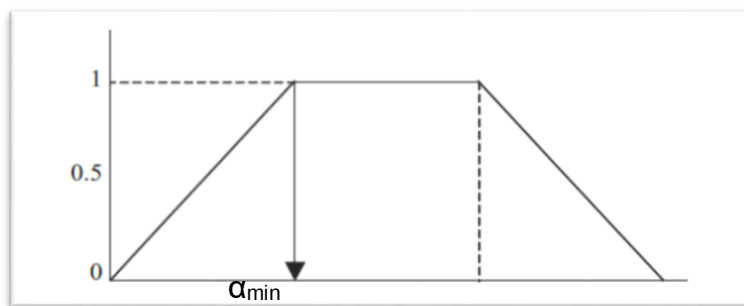


Fuente: Adaptado de (Cruz, 2010)

Método máximo más pequeño

El máximo más pequeño solo trabaja con el α_{min} únicamente, por lo que se obtiene que el valor defusificado y_0 será el mismo α_{min} .

Figura 11. Máximo más pequeño Función Trapezoidal

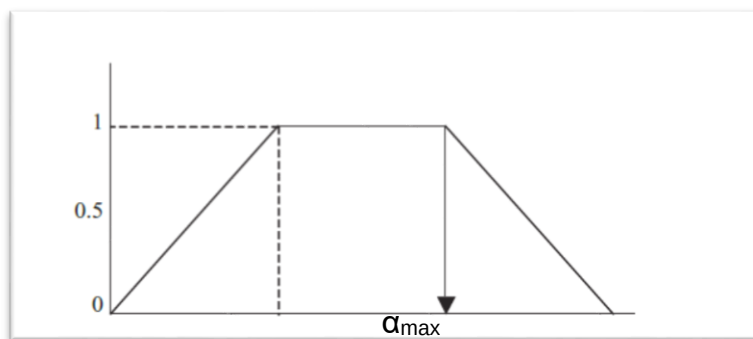


Fuente: Adaptado de (Cruz, 2010)

Método máximo más grande

Este método es el caso contrario al visto anteriormente, en este caso se escoge α_{max} por lo tanto el valor defuzzificado y_0 será el mismo α_{max} .

Figura 12. Máximo más grande función trapezoidal.



Fuente: Adaptado de (Cruz, 2010)

Con el proceso de defuzzificación se logra un valor nítido; un escalar, que es el valor que ha podido ponderar la vaguedad de la información, y ha interiorizado la subjetividad del decisor según las reglas lingüísticas programadas en el modelo, por ello con este valor se puede tomar decisiones con mayor confianza.

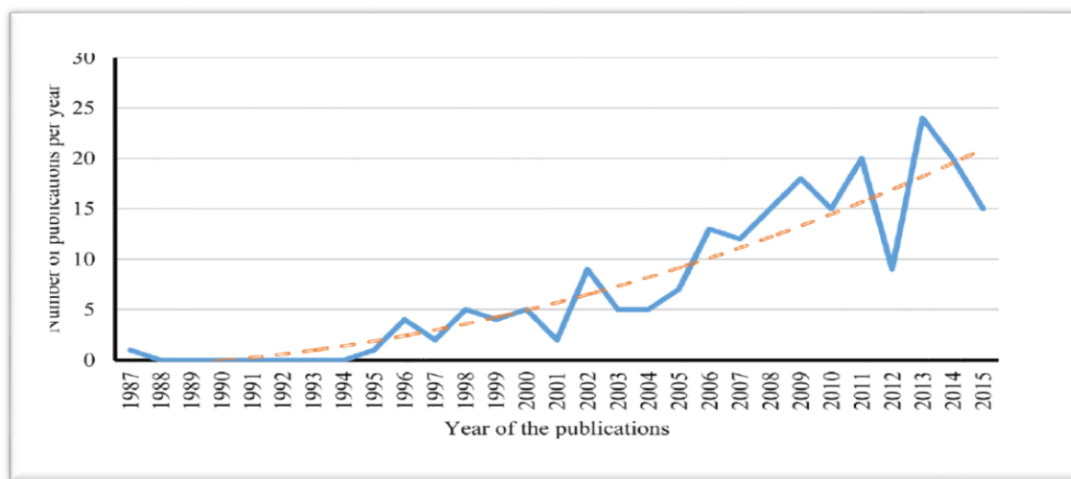
El control de inventarios y la lógica difusa

Habiendo presentado la teoría que fundamenta el control de inventarios y la lógica difusa, es momento de integrar estos dos conceptos y ver que metodología se debe seguir para poder cumplir con los objetivos trazados en este documento. Lo primero es entender bien la actividad de la empresa donde se aplicará un sistema de control de inventarios difusos, conocer los procesos con sus respectivas entradas y salidas tanto de materiales como de información, principalmente que pueda determinar el comportamiento de la demanda, e identificar qué información es ambigua o imposible conocer con certeza dada la dinámica de la organización, esto ayudara a determinar variables difusas y un modelo base de control de inventario. Es importante tener en cuenta las cualidades y supuestos de cada modelo discutidas anteriormente (a excepción del supuesto de conocer con certeza x parámetro, dado que es el supuesto que se trabajará con la teoría difusa) para determinar cuál de estos se acopla más a la actividad de la empresa y logre cumplir con los objetivos propuestos de establecer una política de inventario, a continuación se presenta el estado del arte donde se hace una revisión de la literatura mostrando diferentes casos de controles de inventario donde se ha implementado la lógica difusa.

4 ESTADO DEL ARTE

La gestión de inventarios es un tema que ha sido fuertemente estudiado por diversos autores, pero la lista se reduce cuando se revisa quienes han abordado la problemática desde el enfoque de la teoría de conjuntos difusos propuesta por (Zadeh, 1965), haciéndolo un tema muy atractivo por abarcar y que ha venido aumentando sus investigaciones en los últimos años como se muestra en la Figura 13. Con el fin de brindar una mejor comprensión de esta teoría, la aplicabilidad que tiene en la ingeniería industrial, los beneficios que trae en la gestión y control de inventarios, y sentar una base para futuros trabajos de investigación, se presenta a continuación una revisión de la literatura que abarca la teoría de los conjuntos difusos aplicado en la gestión de inventarios.

Figura 13. Distribución de artículos de control de inventarios difusos por año.



Fuente: (Shekarian & Nima, 2017)

Se han propuestos varios modelos matemáticos de control de inventarios que van desde aplicaciones determinísticas como el modelo *EOQ* descrito anteriormente, a una visión estadística que permite hacer frente a la aleatoriedad de los datos. Esta visión estadística requiere información completa. En 1987, veintidós años después de la publicación de Zadeh, se realizó la primera publicación de un documento que aplicara la teoría de los conjuntos difusos en el control de inventarios y fue realizada por Park donde revisa

diferentes enfoques para determinar el *EOQ* dando inicio al campo de investigación de inventarios del enfoque difuso (Park, 1987). Pasaron otros siete años, para que en 1995 se publicara un segundo artículo que abarcara el tema, escrito por Vujosevic, Petrovic y Petrovic en el año 1995 (Shekarian & Nima, 2017). En este artículo en base al modelo clásico de *EOQ*, se fuzzifican el costo de ordenar y el costo de mantener, debido a que estos elementos de costos no son conocidos con precisión. Por ejemplo, el costo de ordenar, incluye unos costos fijos y unos costos variables como transporte, papeleo, entre otros que hacen difícil saber exactamente que costo le corresponde a cada ítem debido a la ejecución de la orden (Vujosevic, Petrovic, & Petrovic, 1995). Desde esta publicación, y dado los buenos resultados que ha obtenido esta metodología, se ha generado un constante crecimiento en las investigaciones del control de inventarios de manera difusa. (kaj Mikael Bjork, 2008) Presenta un modelo que determina la cantidad económica de pedido (*EOQ*) donde los parámetros con información imprecisa son la demanda y el tiempo de reposición. A diferencia de un modelo clásico *EOQ* donde se asume que la demanda, el lead time y los costos unitarios se conocen con certeza, en el desarrollo del documento demuestra que los resultados arrojados por lógica difusa son coherentes con estudios anteriores en el campo, y además que las incertidumbre en las variables difusas afecta al tamaño de la orden, aumentando en un 6% la cantidad a ordenar que se obtiene en el modelo clásico de *EOQ*.

Como ya se ha mencionado anteriormente el modelo *EOQ* debido a que parte de varios supuestos no llega a ser un modelo fiable en ciertas situaciones, por lo tanto es importante revisar modelos como el *EPQ*. La primera investigación que se encontró en este campo es del año 1997 escrito por Huey Ming Lee y Jhing Shing Yao, donde debido a que en las situaciones reales tanto como la demanda y la rata de producción sufren “interferencias” como lo denomina el autor, no se pueden asumir como variables constantes, por lo que los autores las trabajan como variables difusas. Ellos construyen tanto el modelo difuso como el modelo clásico del *EPQ* y lo realizan teniendo en cuenta los costo de faltantes con el fin de identificar cual modelo daba un costo total menor. En el caso del modelo difuso se construye la función de pertenencia en base al costo total relevante y a las operaciones consecuentes para determinar Q y su posterior

defuzzificación que en este caso utilizan el centroide de la función de pertenencia, debido a esto se deben operar la dos variables de pertenencia por lo que el artículo muestra un fuerte componente matemático, Al final los autores concluyen que los métodos difusos no varían mucho con el obtenido por los obtenidos de los métodos clásicos, sin embargo el modelo difuso presentó un costo total relevante más alto, lo que indica que se debe incurrir en un costo adicional para cubrir la incertidumbre (Huey ming lee, 1997).

(Petrovic, 1999) Por su lado muestra cómo integrar la teoría de los conjuntos difusos, en un modelo matemático que permite identificar el nivel de existencias y las cantidades a ordenar en una cadena de suministro que maneja inventarios descentralizados. Las variables difusas son la demanda final de los clientes, y el tiempo de abastecimiento externo de materias primas. Lo primero que realiza el autor para desarrollar su modelo es aislar cada punto de control de inventario, se identifican cada uno de los elementos de costos que intervienen en cada punto, como el costo de mantenimiento de inventario o costos unitarios de las piezas, y posteriormente se procede a analizar los tiempos de abastecimientos que, como se dijo anteriormente, es una información que no se conoce con precisión dado que no es algo que la empresa tenga control. Se desarrollan los modelos aislados y se optimizan, para finalmente integrar estos modelos aislados en un solo modelo que abarque toda la cadena y optimizando este modelo, con el fin de reducir los costos de producción y demostrar que la teoría de los conjuntos difusos es la metodología más adecuada para simular el comportamiento de una cadena de suministro en ambientes de incertidumbre. Este referente es el primero en aplicar los modelos difusos en un control de inventarios en la cadena de suministro, por lo que vemos que es citado varias veces en artículos posteriores del tema.

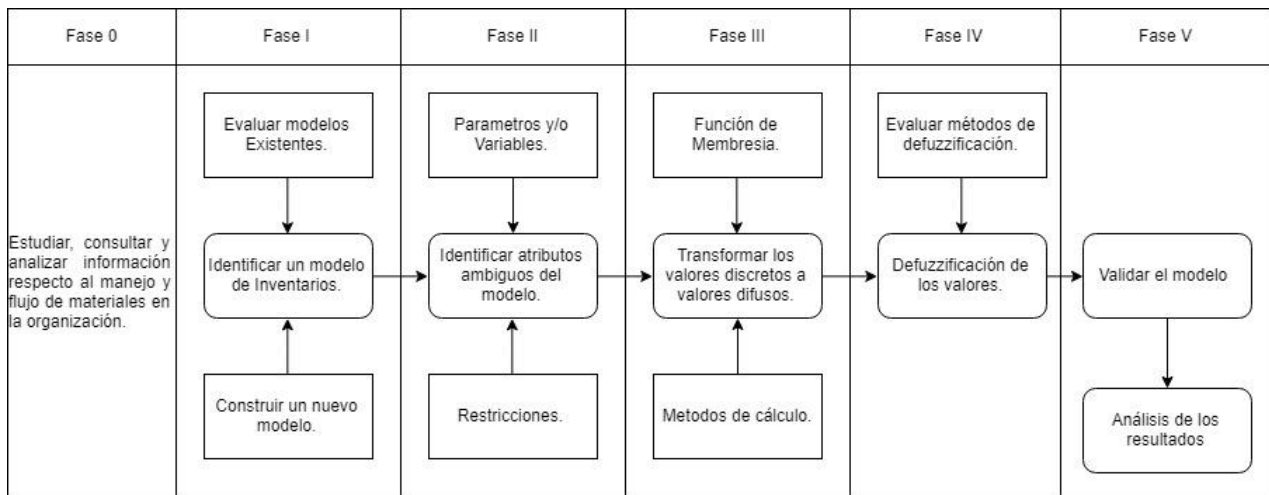
(Chen, 2006) Planteo un análisis al cumplimiento de las órdenes de abastecimiento en la cadena de suministro involucrando tiempos de operación difusos con el fin de determinar cuáles son los miembros críticos dentro de la cadena de suministro que pueden retrasar el cumplimiento de los pedidos. Gracias al modelo difuso propuesto, el estado de cada miembro crítico puede ser rápidamente conocido, concluyendo que si las compañías pueden reducir sus tiempos de operación efectivamente la capacidad de

cumplimientos de órdenes podrá ser incrementada. Los autores añaden como nota personal que en el futuro los factores inciertos deberán ser tratados con modelos difusos, para obtener mejores resultados y así las empresas poder seguir siendo competitivas. Haciendo una revisión de la literatura en Colombia nos encontramos al profesor Martin Darío Arango Serna, actual docente de la Universidad Nacional de Colombia, sus aportes de investigación están enfocados a los sistemas de producción. El libro titulado “Modelos difusos aplicados a la planeación de la producción” (Serna, 2009) aborda el tema de conjuntos difusos aplicado a sistemas de control con demanda dependiente. También Martin en unos de sus artículos trata el problema de coordinar la producción de un bien en una cadena de suministro con la demanda final incierta, teniendo en cuenta que para resolver esto es necesario ver los inventarios, estableciendo una relación entre el control de inventarios y el control de producción. Desarrolla un modelo de planificación agregada aplicando método de la lógica difusa, para determinar las cantidades a producir, número de trabajadores necesarios (lo que indica si es necesario contratar o despedir) y los niveles de inventarios a mantener en cualquier periodo con el objetivo de minimizar los costos asociados. En este modelo planteado la única variable difusa es la demanda y los otros parámetros se conocen con certeza, o al menos así se asume en el horizonte de planificación trazado. Al aplicar el modelo se pudo obtener una solución intermedia comparada con la aplicación normal de la planificación agregada, debido a que en esta última se puede asumir una demanda pesimista u optimista, lo que demuestra que la planificación difusa equilibra estas posibilidades y demuestra, que el modelo matemático difuso es coherente con los modelos clásicos, pero es más confiable al integrar la imprecisión de la información (Serna., 2008).

5 METODOLOGÍA

Escoger un modelo de control de inventarios no es tarea sencilla, principalmente se debe conocer muy bien la actividad donde se va a implementar y tener información del comportamiento de la demanda para así, con base en esta, escoger algún modelo de los descritos en el marco teórico y que los supuestos tengan cabida en el entorno de la organización. Este trabajo busca proponer, analizar y mostrar cómo lidiar con la incertidumbre dentro de la naturaleza de la organización con el fin de eliminar la premisa de que se conocen todos los parámetros con certeza, esto se piensa lograr con la ayuda de la teoría de la lógica difusa que ha mostrado ser una herramienta muy útil y fiable para la toma de decisiones en problemas que abarcan vaguedad, ambigüedad y subjetividad en la información. La metodología que se seguirá esta descrita en la Tabla 5, en ella se proponen cinco fases la cual incluye una fase 0 que es la de entender el comportamiento y la naturaleza de la organización a donde se realizó el estudio, las cuatro primeras tienen entradas que permiten el propio desarrollo de estas y en la fase cinco obtenemos una salida, que son los resultados, permitiendo determinar qué tan óptimo fue introducir la teoría difusa frente a estos problemas.

Tabla 5. Metodología de aplicación de técnicas difusas en control de inventarios.



Fuente: Adaptado de (Shekarian & Nima, 2017)

Fase 0: En esta etapa se establece la situación actual de la empresa mediante actividades como: recolección de información de los procesos de interés, (compras, almacén y ventas), identificación de parámetros macros e internos que afectan estos procesos, identificación de portafolio de inventarios y caracterización del sistema de gestión de inventarios.

Fase I: En esta etapa es donde ya se empieza el proceso como tal de propuesta de un modelo de control, por ello debemos empezar por poder identificar un modelo de inventarios a usar; lo que nos ayudara a realizar esto es evaluar los modelos ya existentes en la literatura o construir uno nuevo, aunque esta última alternativa puede ser complicada y solo se optaría a ello en casos especiales por lo cual se recomienda trabajar desde modelos existentes dado la gran variedad que hay y que han mostrados ser eficientes. Como se mencionó anteriormente el principal factor que nos ayudará a determinar qué modelo de inventarios se debe utilizar es la demanda. Se empieza a desarrollar esta metodología en una empresa que pueda brindar la información necesaria para poder hacer los pertinentes análisis y que haya disposición por parte de la gerencia de escuchar, por supuesto, es importante que la empresa este presentando una falencia en el control de inventarios, así podremos dar mayor entendimiento y realizar nuestros propios análisis soportados con análisis previos de otros autores, los cuales nos permitirán dar cumplimiento a los objetivos.

Fase II: En esta etapa se busca mediante una revisión bibliográfica y la experiencia de los jefes de ventas, compras y almacén de este caso práctico, poder establecer cuales parámetros del modelo no podemos conocer con total certeza y/o tienen cierto grado de ambigüedad, aquí también es importante la información que se haya podido recolectar en la fase 0, entre más información se tenga del entorno de la empresa, las opiniones de los trabajadores con experiencia y opiniones de expertos del tema, será más fácil establecer los atributos difusos del modelo.

Fase III: En la tercera fase se busca consolidar lo elaborado en las etapas anteriores, para esto es importante seleccionar la función de membresía que tiene como objetivo convertir los valores discretos en valores difusos, en la teoría de lógica difusa podemos

encontrar varias de estas funciones y algunas fueron descritas en el marco teórico, se propone al igual que en la fase II, realizar una revisión de la literatura e identificar qué funciones de membresía suelen utilizar los diferentes autores para modelos de inventarios, y así construir la función perteneciente al caso de estudio.

Fase IV: Para la etapa cuatro lo que se realiza es convertir los valores difusos en un valor discreto que tenga ponderada la incertidumbre o vaguedad, al igual que las etapas anteriores hay varios métodos para lograr lo propuesto, con una revisión de la literatura se busca que método es el más adecuado para realizar esto en un control de inventarios.

Fase V: En esta última etapa se realizará un análisis de los resultados obtenidos y de todo el proceso llevado a cabo, comparaciones con modelos clásicos, ventajas y desventajas.

El estudio se realizará en una empresa que tiene como actividad la producción, comercialización y distribución de productos refractarios en la ciudad de Buga, donde se identifica principalmente una dificultad en los niveles de inventarios que se manejan, así que, a medida que se va desarrollando la metodología se mencionarán los supuestos, implicaciones y restricciones que lleva aplicar está a este tipo de empresas.

6 DESARROLLO METODOLÓGICO

6.1 FASE 0: Información general del caso de estudio

La empresa donde se enfoca el caso estudio es una multinacional especialista en productos aislantes y refractarios, por lo que gran parte de los productos que ofrece son importados de otras divisiones que se encuentran ubicadas en diferentes países, de aquí dependiendo del producto y la necesidad del cliente se importa directamente a la empresa manejando un nivel de existencias del producto (la empresa conoce este tipo de producto como de reventa nacional), o se importa directamente al cliente que lo esté solicitando (a este se le conoce como reventa internacional). Además, la empresa en la línea de concretos refractarios realiza su producción localmente, por lo que en este caso existe tanto inventario de materias primas (que son importadas en su mayoría) y de producto terminado; el inventario en proceso es mínimo ya que la producción de este material no conlleva mucho tiempo, se realiza por lotes y se termina en su totalidad.

Dada esta actividad que tiene la empresa, el control de las existencias es un proceso complejo y de cuidado, se deben coordinar el departamento de compras, producción y ventas para poder satisfacer los requerimientos del cliente que en general es de manera urgente, esto por la naturaleza para lo que son aplicados este tipo de productos (reparaciones y mantenimientos de hornos, calderas y piezas que están sometidas a altas temperaturas) además que la empresa ofrece una gran diversidad de referencias de los productos haciendo la lista de unidades inventariadas (SKU por sus siglas en ingles, Stock Keeping Units) extensa, y entre ellas un comportamiento de la demanda muy diferente siendo necesaria una clasificación ABC (inexistente en este momento en la empresa) para determinar cuáles son los productos que ofrecen mayor utilidad a la empresa, y enfocar el esfuerzo a esos productos. Al interactuar con la empresa nos damos cuenta que utilizan unas políticas de inventarios empíricas que se han estado manejando por tiempo y sin un estudio que las respalde, evidenciándose que han sido ineficientes y es por eso que la empresa está teniendo dificultades con los niveles de inventarios manifestados por los vendedores. Es ahí donde nace la necesidad de

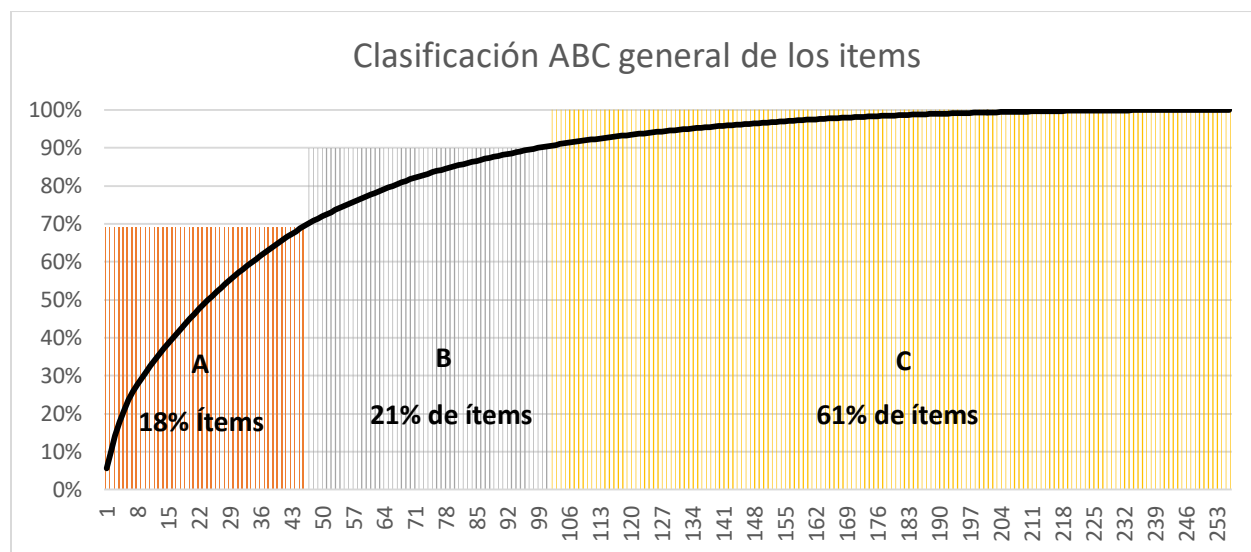
establecer unas políticas para estos que disminuya los costos y mejore el nivel de servicio de la empresa teniendo en cuenta los factores macros que afectan a esta.

6.2 FASE I: Identificación del modelo de inventario

6.2.1 Clasificación ABC

En la Figura 1 se mostró como con base en la demanda determinar el modelo de control de inventarios que se utilizará, de ahí se sabe que lo primero que se debe determinar es si la demanda es determinista o aleatoria. Es claro que la demanda es diferente para cada producto y realizar un modelo para cada producto sería muy tedioso y complicado en la práctica, debido a esto es necesario realizar una clasificación de los ítems, para así poder realizar un control de los inventarios según dicha clasificación, para nuestro caso, realizaremos esta clasificación según el volumen de ingresos anual de cada ítem, podemos determinar esta jerarquía con la clasificación ABC enfocando las políticas de inventario a los productos de clasificación A, ya que estos son lo de mayor importancia a la empresa y por alcance de este trabajo de grado. Es así como se realiza la clasificación ABC a los ítems que se comercializaron en el 2018 (Esta clasificación se puede ver en el archivo ABC.xlsx). La Figura 14 nos muestra el comportamiento del volumen de ventas.

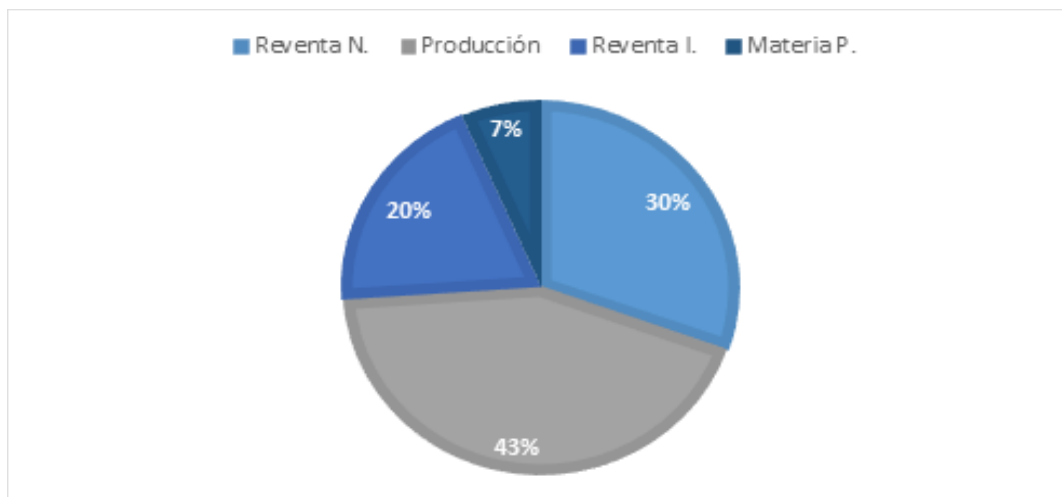
Figura 14. Porcentaje acumulado de ventas anuales con respecto al total de ítems.



Fuente: Autor

La clasificación ABC brinda la siguiente Información, para los ítems clase A se encuentran el 18% de los ítems representando el 70% de los ingresos, para el grupo de ítems clase B, contiene un 21% de los ítems con un 20% de los ingresos, y los ítems clase C, con un 61% de los ítems representando tan solo un 10% de los ingresos de la empresa. Para la clasificación A detallamos la siguiente información; la mayoría de los ítems son de producción que componen el 43.5% del total de esta clasificación (20 ítems), un 30.4% (14 ítems) los productos de reventa nacional, a este 30,4% le pertenecen los productos en los que se enfocara este estudio debido a que los ítems de producción requieren de otros análisis como los planes maestros de producción que se aleja de los objetivos de este trabajo, con un 19.6% (9 ítems) están los ítems de reventa internacional, y por ultimo con un 6.5% (3 ítems) están unas materias primas, aclarando que la empresa no se enfoca en vender estos productos, pero algunos proyectos solicitan de estos materiales, por lo que la empresa accede a conseguir este material y revenderlo, sin afectar el inventario que ya se tiene como tal para producción, esta información queda resumida en la Figura 15.

Figura 15. Tipos de productos de la clasificación A.



Fuente: Autor

Estos ítems como ya se explicó, son los que la empresa debe hacer mayor seguimiento, y como recomienda (Ballou, 2004) se debe hacer una clasificación ABC anual para poder revisar si han cambiado en algo las necesidades del cliente, o como se ha afectado la clasificación por cambios de precios, lead time, nuevos productos, etc.

Tabla 6. Clasificación A de productos de Reventa Nacional.

ITEM #	PRODUCTO	VOLUMEN DE VENTAS (\$)	VOLUMEN DE VENTAS (%)
1	Actchem 85 (25 Kg x Saco)	\$ 428.898.137	5,608%
2	Ceraboard 100 1000x1200x50mm	\$ 133.421.973	1,744%
3	Manta Superwool Plus 300x24x1" 8	\$ 115.462.249	1,510%
4	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1 8#	\$ 105.088.898	1,374%
5	Manta Superwool Plus 300x24x2" 8	\$ 104.151.002	1,362%
6	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 8	\$ 100.660.818	1,316%
7	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 8 EC	\$ 96.262.984	1,259%
8	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1" 8# EC	\$ 73.369.788	0,959%
9	Ceraboard 115 1000x1200x25mm	\$ 69.980.387	0,915%
10	CERABOARD 115 1000X1200X50MM	\$ 69.808.477	0,913%
11	Kwl 700 Gr. Paper 1/8"x24"x125'	\$ 68.117.065	0,891%
12	SK34 230X114X65mm	\$ 65.530.290	0,857%
13	Manta Superwool Plus 150x24x2" 8 pcf	\$ 64.738.375	0,846%
14	Ceraboard 85 1200x1000x50mm	\$ 52.847.332	0,691%
TOTAL		\$ 1.548.337.773	20,243%

Fuente: Autor

Analizando estos productos que representa un 20% de la utilidad de la empresa, todos son importados y varios de ellos comparten el mismo proveedor al hacer parte de la misma familia, en la Tabla 7 se expone esta información.

Tabla 7. Proveedores de PRN clasificación A.

Item #	Producto	Proveedor	Origen	Tipo
1	Actchem 85 (25 Kg x Saco)	CSL	Argentina	IC
2	Ceraboard 100 1000x1200x50mm	TCF	FRANCE	IC
3	Manta Superwool Plus 300x24x1"8	GIM	MEXICO	IC
4	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1 8#	GIM	MEXICO	IC
5	Manta Superwool Plus 300x24x2" 8	GIM	MEXICO	IC
6	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 8	GIM	MEXICO	IC
7	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 8 EC	GIM	MEXICO	IC
8	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1" 8# EC	GIM	MEXICO	IC
9	Ceraboard 115 1000x1200x25mm	TCF	FRANCE	IC
10	CERABOARD 115 1000X1200X50MM	TCF	FRANCE	IC
11	Kwl 700 Gr. Paper 1/8"x24"x125'	TCI	CHINA	IC
12	SK34 230X114X65mm	LAUREL	CHINA	EC
13	Manta Superwool Plus 150x24x2" 8 pcf	GIM	MEXICO	IC
14	Ceraboard 85 1200x1000x50mm	TCF	FRANCE	IC

Fuente: Autor

En esta tabla vemos los proveedores que ofrecen estos productos y su país de origen, en total 6 Proveedores y 4 países de origen, la columna que indica tipo tiene dos clasificaciones, intercompany (IC) que es cuando se comercializa dentro de la misma familia de la marca y Extercompany (EC) es cuando se comercializa de otros proveedores sin relación con la empresa, por colores se diferencian el tipo de productos que son de la misma familia.

Revisando el ítem 1 el cual es único en su familia y no comparte proveedor con ningún otro ítem de clase A, se identifica una demanda errática, esto se debe a que el gran volumen de ingresos que tuvo este producto se debe a un proyecto uno de los principales clientes de la compañía, en donde ese año no hubo una venta constante pero sí de gran volumen, revisando el historial de años anteriores vemos que no se puede esperar que este proyecto se repita constantemente a pesar que el cliente esta fidelizado con la empresa.

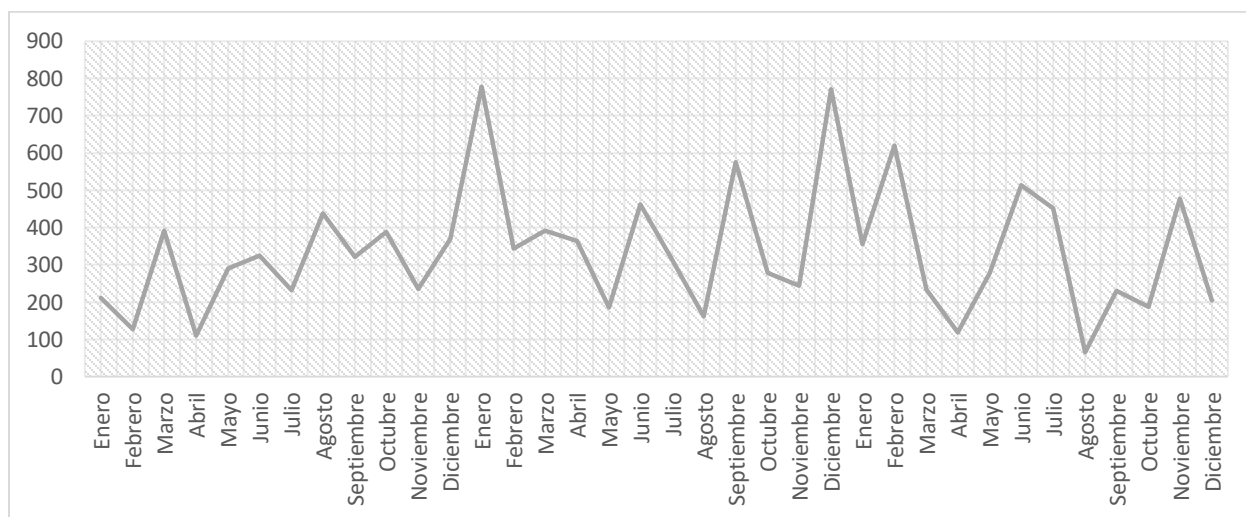
Revisando el ítem 11 y 12 observamos que son proveedores diferentes, pero del mismo origen (China), estos ítems requieren un estudio más cuidadoso ya que la aleatoriedad del lead time, precios y moneda de cambio. Los ítems 2, 9, 10 y 14 pertenecen a la misma

familia, que llamaremos Placas refractarias, estas en total suman un 4,26% de Ingresos, pero los ítems 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 13, que pertenecen al grupo Mantas cerámicas, con un 8,625% de los ingresos en el 2018 muestran mayor relevancia, por esta razón y por cuestiones de alcance de este trabajo este grupo de ítems es el más importante y el que se estudiara en este trabajo.

6.2.2 Comportamiento de la demanda

Definido los ítems de interés, ahora se analizará el comportamiento de la demanda, que se puede observar en la Figura 16, desde la experiencia del trabajador de despachos y de compras, manifiesta que son de los productos con un comportamiento más estable en la empresa, Con base en el comportamiento que se muestra en la demanda procedemos con ayuda de las ecuaciones (8) y (9) a identificar su variabilidad numéricamente.

Figura 16. Demanda de las mantas cerámicas en los últimos 3 años.



Fuente: Autor

$$S = 167,8$$

$$\bar{D} = 334,7$$

$$VD = \frac{167,38}{334,7} = 0,50$$

$$VC = 12 * \frac{(1.488.197)}{3379^2} - 1 = 0,25$$

Cabe destacar que las mantas cerámicas son productos sustituibles entre sí, una inexistencia del ítem 3 se puede suplir con el ítem 5, la empresa satisface la necesidad del cliente según el material que tiene disponible, por eso se analizó la demanda de manera agregada. Ahora, Con los resultados obtenidos de una variabilidad del 50% y el coeficiente de variación de un 25 %, es decir, $VC > 0,2$ por lo tanto, no se puede asumir como demanda determinista constante y valiéndose de los lineamientos mencionados por (Taha, 2012) descritos en el marco teórico, se analiza la demanda mensual promedio, que se puede evidenciar en el Anexo A, se puede ver que esta no varía más allá de un 7% por lo tanto se puede concluir que nuestra demanda responde a una demanda probabilística estacionaria.

6.2.3 Caracterización del sistema de gestión de inventarios actual

Estudiando la dinámica de la empresa pudimos establecer las políticas actuales de las mantas cerámicas que se muestran en la Tabla 8, con ayuda de la información suministrada se puede establecer que la empresa funciona con un sistema de control (R, s, S) y como se mencionó anteriormente estos parámetros se estipulan de manera empírica, por ejemplo, El tiempo de reposición R es dado por la gerencia, dado que cada tres meses se reúnen para determinar las cantidades a comprar de los diferentes productos (incluyendo las mantas) esta periodicidad se debe a la disponibilidad del gerente de hacer la reunión, ya que él es residente de Guatemala y debe gerenciar dos sitios más de la empresa ubicados Venezuela y su país natal, según la experiencia de él este tiempo es el adecuado para determinar las compras de las materias primas y productos que se comercializan. Los puntos de niveles de reorden (s) y de inventario efectivo máximo (S) son basadas en la demanda del año anterior y en estimaciones empíricas del departamento de ventas según el promedio de los históricos, por ejemplo el punto de inventario máximo se evaluó la demanda del año 2017 que fue de 4.868 unidades de manta, divida entre los 4 periodos que se emiten ordenes se obtiene una demanda trimestral de 1217 unidades, que se aproxima a 1150 unidades ya que los

contenedores de 40 pies High Cube, pueden traer 450 cajas y los de 20 pies high cube, traen 225 unidades, por lo tanto el inventario efectivo máximo debe ser una combinación de estas cantidades (la gerencia busca tener el menor inventario posible, o al menos eso manifiesta) para ellos el inventario debe ser 0 al momento que llega el pedido, es así como se determina un nivel de inventario máximo de 1125 unidades (2 contenedores de 40 y uno de 20) un inventario máximo promedio que según ellos les cubre los 3 meses de revisión y el tiempo de reposición.

El producto de mantas tiene la particularidad de que los clientes emiten la orden de compra, generalmente con plazos grandes para cumplir con este, dado que estos materiales son utilizados especialmente para mantenimientos preventivos que llevan a cabo la empresa solicitante, y ellas no buscan llenar sus bodegas con estos materiales de manera inmediata, (es esta la razón por la que a veces llegan a tener un inventario 0 al momento de que llega el pedido) sin embargo, en algunas ocasiones se presenta mantenimientos correctivos con solicitudes urgentes y la empresa rompe el intervalo de revisión y puede emitir una orden antes de que este se cumpla. Pero esto es algo que no sé evidencio en el año 2017 ni 2018. Al final la empresa realizó una compra anual de 4500 unidades de mantas (10 contenedores de 40 High cube), en otras palabras se pronosticó una demanda de esa cantidad para ese año, a pesar de que la demanda real fue 3739 unidades, esto evidencia una falencia en el sistema de pronóstico, ya que se sobrestimo un 20% de esta, queda como recomendación a la empresa y futuro tema de estudio hacer estudios de pronósticos que ayuden a predecir mejor el comportamiento de la demanda, aunque cabe aclarar que la jefe de ventas expresa que lo más probable es que esta baja de demanda tenga como causa un factor externo, el cierre de operaciones de la planta de Venezuela su proveedor en el 2017, por lo que ahora este producto debía ser traído desde México, lo que aumentó su costo de ordenar y el tiempo de reposición afectando de manera negativa la decisión de compra de sus clientes. En cuestiones de faltantes la empresa no lleva un registro de estos, sin embargo, para el 2018 se pudo afirmar que no existió ningún faltante dado que los pronósticos de ventas fueron mayor a la demanda real, pero por simplicidad se asumen como el costo de perdida de utilidad promedio, la utilidad de la mayoría de los ítems es el 30% del valor

de compra, más adelante se expone el cálculo del valor del ítem y de estos faltantes. El tiempo de reposición desde México se asumirá constante con un tiempo de seis semanas.

Tabla 8. Políticas actuales (R, s, S) de la empresa

Parámetros actuales/referencia manta		
Intervalo de revisión R	0,25	años
Punto de reorden s	312	unidades
Inventario efectivo máximo S	1125	unidades
Tiempo de reposición LT	0,11	años
Demanda anual real	3739	unidades
Compra anual (pronosticada)	4500	unidades

Fuente: Autor

Con base en lo desarrollado en esta fase, se decide continuar con un sistema de revisión periódico ya que el mismo entorno de la empresa le impide implementar un sistema continuo, debido a que no se puede emitir una orden de compra sin la debida aprobación del gerente general, ya que este debe revisar los estados financieros de los tres sitios gerenciados por él, además de escuchar la opinión de los vendedores acerca de la demanda de los ítems, para determinar cuántos recursos financieros se pueden asignar a cada sitio y si de verdad se puede cubrir la orden de compra, a esto se le suma que cuentan con un problema con el registro de salidas y entradas de inventarios, la empresa utiliza el software SAP como soporte, donde registran las transacciones realizadas, el encargado de la bodega es quien registra los movimientos de la mercancía en este programa, pero se ha evidenciado que el conteo físico no concuerda con el que muestra en el sistema, por esto cuando se revisa el inventario cada tres meses tienen que realizar novedades que ajusten los inventarios, esto se debe a errores humanos por parte de los operarios a la hora de despachar y a que en el sistema no se actualiza en tiempo real las salidas de inventarios, ya que por política de la empresa esta sale del sistema solo cuando el cliente ya ha recibido la totalidad del producto y ha pagado la totalidad de este (solo se exceptúan grandes clientes de esta política). También es de tener en cuenta que la jefe de ventas manifiesta que siempre que se cumple el tiempo de revisión se emite la

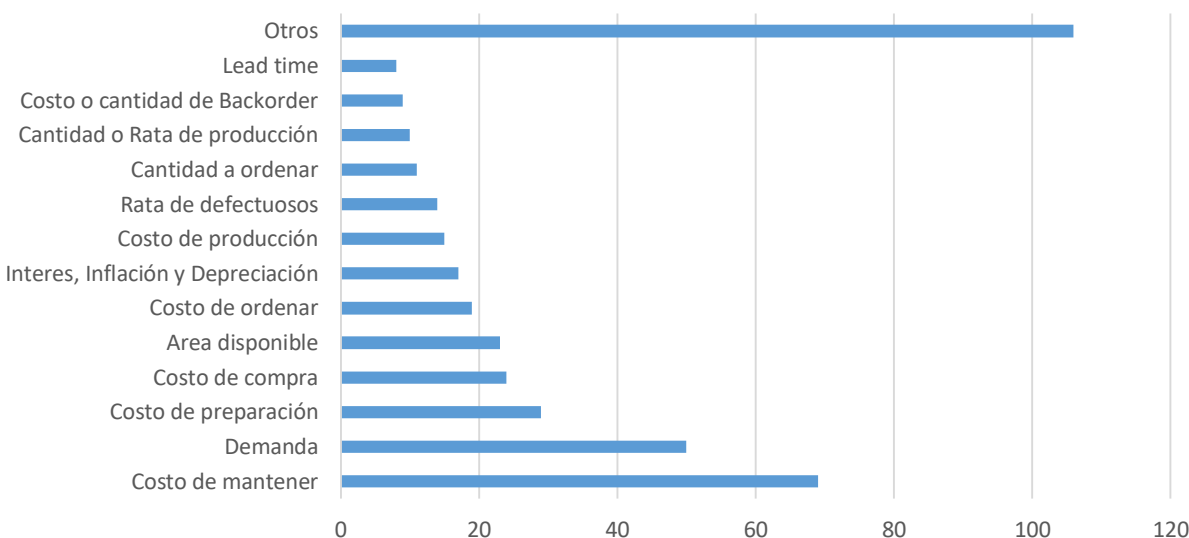
orden, ya que el valor s de 312 unidades es un valor que está dado por directrices de la regional principal y es alto considerando el nivel de inventario efectivo máximo y la demanda que tiene la sede Colombia, por ello es como si se trabajará con un sistema (R, S) , además, es claro que en el caso que el inventario sea mayor de 312 y menor a 1000 unidades no se emitiría la orden y no lograría satisfacer la demanda de los siguientes tres meses, por lo expuesto anteriormente se elimina el parámetro s . Así este trabajo propone un sistema de control periódico (R, S) pero revisando el cálculo de estos parámetros teniendo en cuenta la demanda, el tiempo de reposición y la incertidumbre que puede rodear a esta empresa, en la fase siguiente se discute que parámetros se consideran que son de mayor incertidumbre según la literatura y posteriormente se discutirá para este caso de estudio.

6.3 FASE II: Atributos con incertidumbre o ambiguos

6.3.1 Revisión de la literatura

Ahora bien, definido un modelo es momento de determinar cuáles parámetros o variables se deben considerar como difusas, inicialmente se puede hablar con una persona cuya experiencia en la organización permita saber en qué aspectos hay mayor incertidumbre, sin embargo como base se ofrece la Figura 17, en ella se puede ver la cantidad de veces que se ha considerado algún parámetro como difuso según diversos modelos, esto se logró con base en el artículo (Shekarian & Nima, 2017) en el que se realiza una revisión de la literatura desde 1975 de la publicación de teoría difusa por Zadeh hasta el 2015, revisando otros artículos que hayan tratado modelos de control de inventarios con lógica difusa, sustrayendo características de cada uno. En el Anexo B se observa una tabla que describe la frecuencia de cada parámetro por tipo de modelo de inventario. En la Figura 17 se resumen los resultados del anexo antes mencionado.

Figura 17. Frecuencia de parámetros difusos.



Fuente: Construido de (Shekarian & Nima, 2017)

Hubo una revisión total de 132 artículos en la construcción de la Figura 17, donde se clasifican principalmente en *EOQ* y *EPQ*, con otras subclasificaciones, observándose que parámetros se usan y la cantidad de veces usado. Es claro que la gestión de inventarios intervienen demasiados parámetros, por eso la Figura 17 muestra los principales como la demanda, costos de ordenar, de mantener de faltantes, etc. Pero la categoría “otros” es la que tiene mayor cantidad de uso como parámetro fuzzificado, esto se debe a que esta categoría agrupa los otros parámetros como tiempo de producción, horizonte de planeación, producción de proveedores, nivel máximo de inventario, entre otros, que de manera individual se utilizan muy poco, pero al agruparse representan un gran número. Por ello podemos concluir que el principal parámetro que se suele fuzzificar es el costo de mantener inventario, seguido de la demanda y el costo de preparación, lo cual es muy razonable debido a lo complejo y ambiguo que suele ser determinar los costos de mantener y de preparación, en cuanto a la demanda principalmente se debe a la incertidumbre que está asociada a ella, “La frecuencia de algunos parámetros como la demanda y los costos de inventario, son comúnmente encontrados como elementos fuzzificados dentro de los artículos” (Shekarian & Nima, 2017).

Sin embargo, lo expuesto en la Figura 17, es un apoyo y dar una idea de cuáles son los parámetros que se deben fuzzificar, pero para nuestro caso en la empresa de material refractario ¿nos podemos basar en esta tabla? Dada la naturaleza excepcional de esta empresa por el material que comercializa puede ser que se necesite fuzzificar otros parámetros, por esta razón se realiza una reunión con el encargado de la bodega, la jefe de ventas y el jefe de compras, donde se socializa lo encontrado en esta revisión de la literatura y conocer según la experiencia de ellos en la compañía cuales parámetros se pueden considerar difusos. En esta reuniones se realizaron los cálculos de los parámetros de costos con base en registros contables y en algunos casos donde se considera que son parámetros inciertos, se hacen unas suposiciones para poder hacer el cálculo de estos, basándose en la experiencia y conocimiento de ellos, a estos parámetros son los que en las fases posteriores se fuzzificarán y construirán el modelo difuso, a continuación se muestra lo desarrollado para cada uno de estos costos explicando cuales se pueden considerar parámetros difusos y las suposiciones que se hacen para calcular el valor de ellos.

6.3.2 Cálculo de parámetros

El valor unitario del ítem, v

Para hallar el valor del ítem v se analiza del grupo de ítems pertenecientes a la manta Cerámica, hay una dificultad y es que estos valores varían a lo largo del año, muchos factores externos afectan el valor del ítem siendo el precio de estos ítems variables, por lo tanto se busca un promedio del valor a lo largo del año, por lo que se halla un valor promedio de cada uno de los 15 ítems. Estas vienen en presentación de cajas, y cada caja tiene un rollo que se mide por el área que puede cubrir, sin embargo, el valor de compra se da tanto por metro cuadrado como por unidad de caja siendo de mayor interés este último, estos valores quedan descritos en la Tabla 9.

Tabla 9. Costo de compra de las mantas Cerámicas

Tipo Fibra	Producto	Dimensiones (m2)	Costo (\$/m2)	Costo (\$/Unidad)
Fibra KWL	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 4	2,32	\$ 4.320	\$ 10.023
	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 6	2,32	\$ 16.154	\$ 37.478
	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 8	2,32	\$ 18.927	\$ 43.912
	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1 6#	4,64	\$ 10.419	\$ 48.346
	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1 8#	4,64	\$ 10.043	\$ 46.599
	Manta Ceramica Kaowool 300X24X1" 4	4,64	\$ 1.566	\$ 7.264
	Manta Ceramica Kaowool 600x24x1/2" 8	9,28	\$ 5.645	\$ 52.385
Promedio KWL			\$ 9.582	\$ 35.144
Fibra SPW	Manta Superwool HT 150x24x2" 8	2,32	\$ 50.804	\$ 117.865
	Manta Superwool HT 300x24x1" 8	4,64	\$ 19.941	\$ 92.526
	Manta Superwool Plus 150x24x2" 6	2,32	\$ 21.650	\$ 50.228
	Manta Superwool Plus 300x24x1"6	4,64	\$ 15.597	\$ 105.986
	Manta Superwool Plus 150x24x2" 8	2,32	\$ 22.842	\$ 52.993
	Manta Superwool Plus 300x24x1"8	4,64	\$ 16.420	\$ 76.189
	Manta Superwool Plus 300x24x2" 6	4,64	\$ 26.512	\$ 123.014
	Manta Superwool Plus 300x24x2" 8	4,64	\$ 35.007	\$ 162.431
Promedio SPW			\$ 26.096	\$ 97.654
Fibra Zr	Manta 2600 Cerachem 300x24x1" #8	4,64	\$ 22.387	\$ 103.875
	Manta 2600 Cerachem 300x24x1" 10	4,64	\$ 35.692	\$ 165.612
	Manta 2600 Cerachem 600X24X1/2" 8	2,32	\$ 17.153	\$ 39.794
	Promedio ZR		\$ 25.077	\$ 103.094
Promedio general			\$ 20.252	\$ 78.631
Promedio general con base en el volumen			\$ 16.665	\$ 62.836

Fuente: Autor

El valor de v que se utiliza es el que está basado en el volumen por unidad, ya que este tiene en cuenta la demanda del ítem, en cambio un promedio general considera todos los precios con igual importancia lo cual puede provocar que referencias de bajar rotación alteren el resultado afectando el análisis, lo explicado anteriormente se resume en la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^{n=18} v_i \frac{d_i}{D} = \$62.836$$

v_i = valor del item i

d_i = Demanda del item i

D = Demanda total

Costo de mantener

El costo de mantener como mostró la Figura 17, es considerado para varios autores como uno de los parámetros más difusos, en el caso de esta empresa y en opinión del encargado de compras y bodega lo es también, es muy difícil estimar con certeza el valor exacto para este costo principalmente por el costo de oportunidad, pero de igual manera los otros costos que lo componen también son complicados de estimar, dado la gran variedad de productos y el mismo desorden organizacional. Es así, como se vuelve una tarea imposible saber que costo de mantener inventario se le puede asociar a un ítem en particular con total certeza.

Para poder calcular el costo de mantener es necesario que se estudie primeramente el costo de los recursos empleados tales como mano de obra, gastos de arrendamiento, uso de montacargas y vigilancia, sin embargo, estos costos la empresa los brinda totalizados, es de interés conocer que parte de estos costos corresponde a la actividad de almacén y control en las mantas cerámicas que es una de las actividades que componen el costo de mantener, acá entra la experiencia del encargado de bodega, ya que estos costos no hay forma de conocerlos de manera discriminada para cada producto, en este punto, el encargado de bodega según su experiencia y criterio nos brinda el porcentaje de utilización que tienen estos recursos en la actividad de almacén y control, esto queda evidenciado en la Tabla 10. Igualmente, en esta tabla se muestra la utilización de estos recursos en inspección y revisión que es una de las actividades que componen el costo de ordenar, que será discutido más adelante. Como se entiende, Estos costos no son del todo certero, ya que se basa en opiniones y existe cierta vaguedad en ella, esto muestra la necesidad de la aplicación de la lógica difusa que se trabajará en la próxima fase.

Tabla 10. Costo de recursos empleados.

Recursos/Mano de obra					
Descripción	Saldo anual	Utilización en inspección y revisión	Costo inspección y revisión	Utilización en almacén y control	Costo almacén y control
Operarios	\$28.124.712	1,29%	\$ 363.370,2	3%	\$ 908.425
Despachos	\$9.374.904	0,65%	\$ 60.561,7	2%	\$ 197.366
Supervisor de EHS	\$14.400.000	0,65%	\$ 93.023,7	1%	\$ 151.579
Supervisor de planta	\$27.600.000	0,32%	\$ 89.147,7	0%	\$ 89.148
Jefe de compras	\$26.400.000	0,32%	\$ 85.271,7	0%	\$ -
Sistema de Vigilancia	\$9.600.000	0,00%	\$ -	3%	\$ 310.079
Programa Sap	\$13.183.380	2,00%	\$ 263.667,6	3%	\$ 395.501
Arrendamiento	\$5.698.000	0,00%	\$ -	6%	\$ 356.125
operación de montacarga	\$7.234.300	6,15%	\$ 445.187,7	4%	\$ 278.242
Total	\$141.615.296	0,99%	\$ 1.400.230	23%	\$ 2.686.466

Fuente: Autor

La columna saldo anual es información sustraída de los estados de resultados o de informes de la empresa, sin embargo, las columnas de utilización son información suministrada por los trabajadores dada su experiencia, por ejemplo, para determinar del saldo total del costo de mantener operarios cuanto le corresponde a almacén y control, el jefe de bodega nos brinda la siguiente información:

Tiempo laboral anual por operario (TLA): 2477 horas/operario

Cantidad de operarios (O): 3 operarios

Tiempo estimado en almacenaje y control de mantas por pedido (TAC): 60 horas /pedido

Cantidad de pedidos al año (P): 4 pedidos

El tiempo estimado en almacenaje y control de mantas por pedidos, es la información que está basada en la experiencia de él, ya que en si no se lleva un registro detallado de los tiempos en las actividades de los operarios, es acá donde se puede evidenciar la incertidumbre, y que con suposiciones se pasan por alto esto alterando los resultados, él considera que sesenta horas es una aproximación ajustada, porque después de la

recepción del material dedican todo un turno de ocho horas al día siguiente para acomodar el material, teniendo en cuenta que son tres operarios en esta función, son veinticuatro horas en esta actividad, y cuando se realiza la revisión del inventario cada final de trimestre también suelen consumir otro turno laboral, sumado con revisiones esporádicas al momento de hacer despacho y reacomodar el material, pueden considerarse cuatro horas mensual, por los tres meses serian doce horas, sumado a las cuarenta y ocho del control después de las recepciones y a final de periodo, lo que lleva a estimar las sesenta horas ya mencionadas. Con esta información se realiza el siguiente cálculo:

$$Utilización: \frac{TAC * P}{TLA * O} \times 100\%$$

$$Utilización: \frac{60 * 4}{2477 * 3} \times 100\%$$

$$Utilización: 0,0322 \times 100\%$$

$$Utilización: 3 \%$$

Es así como se realizan las estimaciones de utilidades añadimos el valor de almacenamiento y manejo en la Tabla 11, para los otros componentes que se encuentran en esta tabla fue necesario realizar contacto con la gerencia financiera, y el departamento contable, con la cual no se tenía contacto directo, debido a la agenda ocupado de estas personas y por lo mencionado anteriormente la gerencia viene desde Guatemala, por este motivo el encargado de bodega intercedió para solicitar esta información directamente a ellos, así se consiguió la información de costos que se detalla la Tabla 11, el costo de oportunidad fue solicitado desde un calculado basado en el *WACC* dado a lo enunciado por (Stephen G Timme, 2003) como el método más apropiado para el cálculo de este. El porcentaje anual, no es más que la división del costo de la actividad frente al costo del inventario promedio anual obteniendo el porcentaje que establece el parámetro *r*.

Tabla 11. Costo de mantener inventario

Tasa de mantener inventario r			
Descripción	Costo	Porcentaje de elementos	Porcentaje anual
Interés y costo de oportunidad	\$ 18.200.000	74%	33,1%
Obsolescencia y depreciación	\$ 1.700.000	7%	3,1%
Almacenamiento y Manejo	\$ 2.686.466	11%	4,9%
Impuestos	\$ 1.233.677	5%	2,2%
Seguros	\$ 800.000	3%	1,5%
Total	\$ 24.620.143	100%	44,8%

Fuente: Autor

Para la tasa de mantener (r) se basa en los costos anuales referidos a la mantas suministrado por la empresa, al costo inventario promedio que es de \$ 54.981.686, por ejemplo, para las mantas se pagaron cerca de seisenos cincuenta mil pesos en seguros lo que corresponde a un 4% del costo total de las mantas y cerca del 1,2% del inventario promedio.

Costo de ordenar

Para el costo de ordenar también existe cierta incertidumbre aunque en menor medida, la empresa posee muy poco control del costeo en el departamento de compras, por ello cuando se dan las actividades necesarias para la adquisición de un producto los costos se dispersan en los demás productos sin un debido control. Sin embargo, para el encargado de bodega, partiendo de ciertas suposiciones se pudo hacer unos cálculos para estimar estos parámetros, pero lo mencionado anteriormente se debe tener en cuenta para cuando se manejen como parámetros difusos.

La Tabla 10 detalla la utilización de inspección y revisión que al igual que la utilización en almacén y control está basada en la experiencia de un trabajador de la empresa, en este caso el jefe de compras, como ejemplo, para el uso de la operación del montacargas en esta actividad, él determino que de las 520 *horas/anuales* que funciona el vehículo industrial 32 *horas/anuales* corresponde a la recepción e inspección, dando como

resultado el 6,15% mostrado en la tabla, de esta manera se determinó el costo de recepción e inspección que hace parte del costo de ordenar en la Tabla 12.

En la Tabla 12 también se detallan los otros costos de ordenar, donde los datos fueron sacados con base en la información que pudo brindar el departamento de compras, y de nuevo en la experiencia del jefe de compras, al no haber información detallada o registrada para las mantas, obsérvese el costo de mensajería en esta tabla, la información certera que se tiene es la siguiente: Se envían ocho paquetes por pedido al agente aduanero, como se sabe se hacen 4 pedidos al año, son 32 correos anualmente, cada uno de ellos tiene un costo \$ 9.225 Cop enviados por su proveedor Servientrega. Ahora la información ambigua es ¿Cuántos de estos correos son para ordenar mantas? La empresa carece de esta información, por esto es necesario la experiencia del jefe de compras que es quien envía estos correos, a lo cual se determina que 1/5 de estas debe pertenecer al pedido de las mantas, ya que por lo general las importaciones son manejadas con mismo agente aduanero y se importa principalmente de cinco países cada que se cumple el tiempo de revisión (cada trimestre), de esta manera se determinó el 20% mostrado en la tabla, de esta misma manera se detallaron los otros costos mostrados allí. Aunque, cabe aclarar que esta tabla nos da el costo de ordenar común de los ítems, hay que aclarar que cuando se habla de un control conjunto en ocasiones hay un costo fijo extra por incluir algún ítem, pero dado la similitud de las referencias este costo lo podemos asumir como 0.

Tabla 12. Costos de ordenar

Costo de ordenar A			
Descripción	Costo Anual	Porcentaje estimado en Ordenar	Costo de ordenar
Preparación de formatos	\$ 888.000	5%	\$ 48.658
Envios de mensajerías (Correo)	\$ 295.200	20%	\$ 59.040
Llamadas y uso de redes	\$ 672.000	20%	\$ 134.400
Recepción e inspección	\$ 1.400.230	100%	\$ 1.400.230
Autorización del pedido	\$ -	0%	\$ -
Manejo fras. Proveedor	\$ -	0%	\$ -
Aduanas	\$ 7.400.000	80%	\$ 5.920.000
Transporte de la orden	\$ 110.100.000	80%	\$ 88.080.000
Otros costos	\$ 650.000	25%	\$ 162.500
Total	\$ 121.405.430		\$ 95.804.828
Coto de ordenar A' por pedido			\$ 10.739.207

Fuente: Autor

El valor total de \$ 95.804.828 es el total anual, pero de la Tabla 8, conocemos que la frecuencia de pedido es 0,25 años, es decir que se emiten cuatro órdenes anuales, por lo tanto al dividir el valor total anual de ordenar en cuatro, obteniendo el valor de A' , pero debe tenerse en cuenta que el valor de transporte de la orden, hubieron un total de diez contenedores en el año, por lo tanto este valor debe dividirse es entre diez y así se obtiene el A' .

Costo de faltante

En la Figura 17 se muestra que los costos de faltantes no es usualmente tomado como variable difusa en la literatura, esto se debe a que algunos modelos asumen una demanda determinista por lo tanto no se tiene en cuenta faltantes, además, por simplicidad también suelen tomarse en algunos casos como certera, ya que tomar este parámetro como difuso complica el cálculo debido a que implica combinar matemática difusa con funciones probabilísticas y que existen suposiciones que permiten una aproximación satisfactoria.

Para nuestro caso práctico es necesario tener en cuenta el costo de faltantes, sin embargo, esta no será tomada como parámetro difuso por lo expuesto anteriormente. Se trabajará con costo de faltante B_2 , la fracción a tener en cuenta será la mínima utilidad esperada por venta de manta cerámica que es el 30%, esto es una política interna de la empresa la cual le exige a los vendedores concretar la venta con esta utilidad sobre el costo de compra en que fue efectuado el producto, por ello establecemos.

$$B_2 = 30\%$$

El costo de faltantes es necesario conocer el nivel de servicio esperado por parte de la empresa, este lo tienen definido en un $P = 97,5\%$, este costo también depende directamente de la frecuencia de revisión y tiempo de reposición $R + L$ como se muestra en la ecuación (37) Por ello este costo se estimará según la política a tratar, este costo se vuelve a tratar en la Fase siguiente.

$$C. \text{ de faltante} = \frac{1}{R} (B_2 * v) * \sigma_{R+L} * G_Z(k) \quad (37)$$

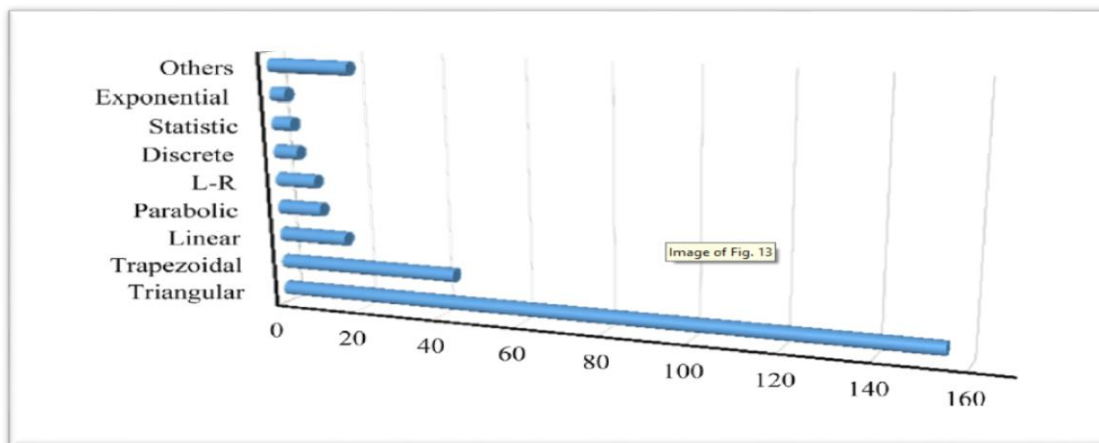
Con lo desarrollado en este capítulo, determinamos que nuestros parámetros a fuzzificar son el costo de mantener inventario y el costo de ordenar, a pesar de haberles asignado un valor “certero” en la Tabla 12 y Tabla 11, esto se realiza con el fin de ver su variación con los resultados al trabajar con la metodología difusa.

6.4 FASE III: Fuzzificación de los parámetros

6.4.1 Selección de función de membresía

Ya habiendo identificado cuales son los parámetros a fuzzificar en el modelo, es necesario ahora preguntarse cómo se fuzzificaran los valores discretos a números difusos, ya se entiende que esto lo realiza la función de membresía por lo que se escoge cuál es la mejor alternativa según nuestras variables difusas. Como soporte se brinda la Figura 18 la cual compara diferentes tipos de funciones de membresía frente a su uso en una muestra de 222 artículos que estudian modelos difusos de inventarios tomado del mismo artículo de (Shekarian & Nima, 2017).

Figura 18. Comparación del uso de diferentes funciones de membresía.



Fuente: (Shekarian & Nima, 2017)

Es importante tener en cuenta que aunque se estudiaron 222 artículos se fuzzificaron 272, debido a que en varios artículos se fuzzificaban más de un parámetro de ahí, analizando la Figura 18, nos muestra una clara tendencia a la función triangular con un uso de 155 veces, lo que da un 57% de los artículos revisados y como segunda alternativa se encuentra la función trapezoidal con 44 veces, representando un 16% por lo que los otros métodos vienen a representar un 27% solamente.

El artículo explica que la función triangular debe su popularidad a la facilidad que ofrece trabajar con números triangulares difusos, y que la característica de tener un valor central de total pertenencia y que a medida que se aleja de este valor se empieza a perder esta pertenencia, es la ambigüedad que se busca modelar en muchas de las variables de la mayoría de casos de estudio.

6.4.2 Construcción de las funciones triangulares

En el modelo se cuenta con dos parámetros difusos: el costo de ordenar y el costo de mantener, a los cuales en la Tabla 12 y Tabla 11 se mostró un cálculo de estos, pero se sabe de antemano de los trabajadores de allá, que estos valores no son del todo certeros, por ello es necesario analizar cada parámetro por separado y con ayuda de algunos trabajadores con experiencia en la empresa y expertos en el tema identificar cual es el

rango de pertenencia de los posibles valores que puede tomar, como en nuestro caso los dos parámetros se fuzzificarán con funciones triangulares se debe identificar para cada uno de ellos un mínimo, el valor de tendencia o central, y un valor máximo de pertenencia.

Costo de ordenar difuso

Para el caso del costo de ordenar se tiene como principal experto el jefe de compras, con él se construye la Tabla 13 en la cual se manifiesta cuales puede ser los valores máximos y mínimos que pueden tomar los costos según su experiencia, por ejemplo, para el costo de Aduanas (β) corresponde al valor estimado en la Tabla 12, ya que se entiende que este es el de mayor posibilidad (en la lógica difusa se utiliza el concepto “posible” para diferenciar del concepto “probable” que corresponde a la estadística) debido a la siguiente lógica; el costo de Aduanas esta totalizado, pero se sabe que cuando se emite una orden, por lo general llegan en dos contenedores completo con mantas cerámicas y uno de ellos llega parcialmente estimado en un 40% y el resto en otros ítems de baja rotación que ofrece el mismo proveedor, lo cual da como resultado que el 80% de los costos de aduanas se deben a las mantas. Para el limite izquierdo (α) corresponde a lo que en opinión del jefe seria el límite de lo más imposible, que en este caso es de que lleguen solo dos contenedores de mantas, lo que equivale a un 66% del costo total y finalmente para el valor (φ) se sabe que el costo de ordenar las mantas cerámicas no puede exceder el total del costo de la orden, de esta misma manera se estimaron los demás costos.

Tabla 13. Costo de ordenar difuso.

Costo de ordenar A					
Descripción	Costo Anual	α	β	φ	
Preparación de formatos	\$ 888.000	\$ 24.329	\$ 48.658	\$ 121.644	
Envios de mensajerías (Co	\$ 295.200	\$ 44.280	\$ 59.040	\$ 118.080	
Llamadas y uso de redes	\$ 672.000	\$ 67.200	\$ 134.400	\$ 168.000	
Recepción e inspección	\$ 1.400.230	\$ 1.120.184	\$ 1.400.230	\$ 1.540.253	
Autorización del pedido	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	
Manejo fras. Proveedor	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	
Aduanas	\$ 7.400.000	\$ 4.933.333	\$ 5.920.000	\$ 7.400.000	
Transporte de la orden	\$ 110.100.000	\$ 73.400.000	\$ 88.080.000	\$ 110.100.000	
Otros costos	\$ 650.000	\$ 52.000	\$ 162.500	\$ 195.000	
Total	\$ 121.405.430	\$ 79.641.326	\$ 95.804.828	\$ 119.642.977	
Coto de ordenar A' por pedido		\$ 8.900.332	\$ 10.739.207	\$ 13.395.744	

Fuente: Autor

Costo de mantener difuso

Para el costo de mantener el experto principal es el de almacén, lo primero que se puede establecer es que el parámetro es difuso principalmente por el costo de oportunidad, que como se habló en el marco teórico, su complejidad y las confusiones teóricas hacen que haya poca certeza en este parámetro, además, que fue solicitado directamente a gerencia lo que no permite cuantificar la precisión con la que fue calculada. Así con base en las opiniones de los ya mencionados expertos socializado este concepto y teniendo en cuenta valores que se le han dado a artículos de comercialización en la literatura como los mencionados en la Tabla 1 se establece que para nuestro límite izquierdo (γ) se propone un costo capital del 25%, ya que se entiende que estos productos por ser importados y el valor (β) corresponde al valor estimado en la Tabla 11, y para el valor (φ) se da un costo capital del 50% por ser el valor máximo en el cuadro ejemplo de (Vidal, 2010) y coincidir con la opinión del encargado del almacén de que es imposible pensar en un valor mayor. En la Tabla 14 se resume el costo difuso de ordenar y se muestra lo discutido para el costo de mantener difuso, y finalmente aplicado la ecuación (18) hayamos la función de membresía.

Tabla 14. Números triangulares para los parámetros difusos.

Números triangulares			
Parámetro difuso	γ	β	φ
Costo de ordenar ($\widetilde{A'}$)	\$ 8.900.332	\$ 10.739.207	\$ 13.395.744
Costo de mantener ($\widetilde{r}$)	25,0%	44,8%	50,0%

Fuente: Autor

Ecuación para el costo de ordenar

$$\mu(x)_{co} = \begin{cases} \frac{x - \$ 8.900.332}{1.838.875}, & \$ 8.900.332 \leq x < \$ 10.739.207 \\ \frac{x - \$ 13.395.744}{-\$2.656.537}, & \$ 10.739.207 \leq x \leq \$ 13.395.744 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Ecuación para el costo de mantener

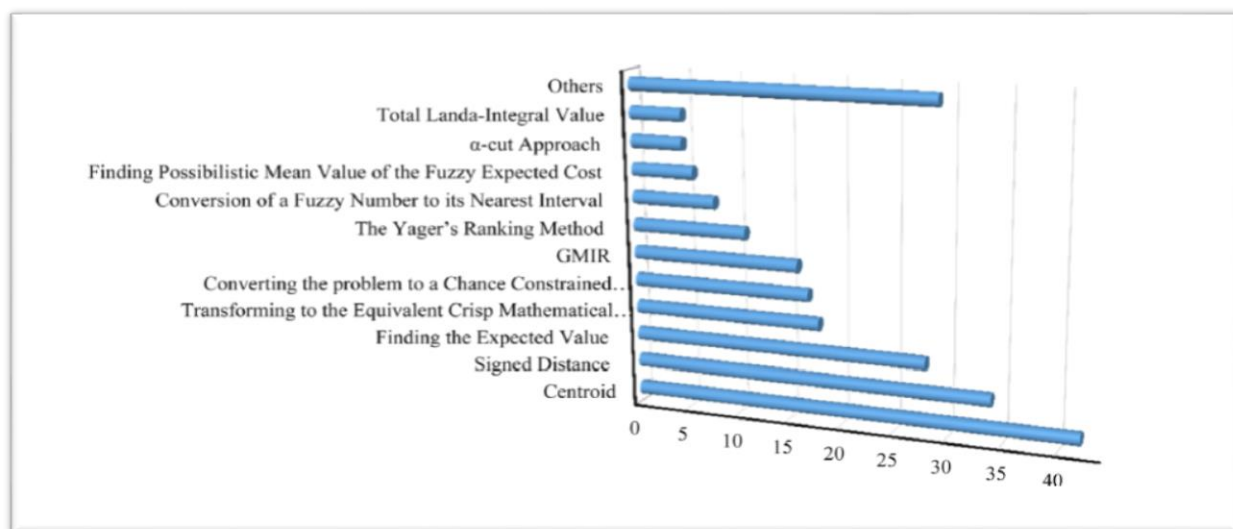
$$\mu(x)_{cm} = \begin{cases} \frac{x - 25,0\%}{19,8\%}, & 25,0\% \leq x < 44,8\% \\ \frac{x - 50,0\%}{-5,2\%}, & 44,8\% \leq x < 50,0\% \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

6.5 FASE IV: Defuzzificación

6.5.1 Selección del método de defuzzificación

En la fase IV se procede a escoger un método para defuzzificar el conjunto de valores que se obtuvo en la fase anterior, para ello utilizaremos la misma metodología que se ha utilizado, haciendo revisión de la literatura y ver cuál es el que muestra mayor tendencia. Se analizan los mismo 222 artículos estudiados en el artículo de (Shekarian & Nima, 2017) se establecen 12 categorías y muestran el siguiente comportamiento.

Figura 19. Comparación de uso de los diferentes métodos de defuzzificación.



Fuente: (Shekarian & Nima, 2017)

Al observar la Figura 19, se puede evidenciar que el método más usado es el de centroide o centro de gravedad, que fue utilizado en 42 artículos lo que representa un 18,9% del total de artículos. El segundo método es el de distancia señalada que fue usado 34 veces, representando un 15%, y como tercer método está el valor esperado que fue encontrado en 28 artículos lo que significa un 12,6% de la muestra.

Por ello se establece que para el modelo se utilizará el método del centroide para defuzzificar los valores de nuestros dos parámetros fuzzificados expuestos en la Tabla 14. Cabe destacar que hay dos maneras de proceder para lograr defuzzificar, la primera es defuzzificar directamente cada parámetro difuso, es decir, usar centro de gravedad tanto para el costo de ordenar difuso como para el costo de mantener, la otra manera es operar estos dos parámetros con números difusos hasta obtener un resultado final (otro número difuso) y ahí si aplicar el método de defuzzificación como el centro de gravedad, la ventaja del primero es la simplicidad de los cálculos, pero el segundo como explica (Vujosevic, Petrovic, & Petrovic, 1995) lo más recomendable es mantener la incertidumbre en el modelo lo más posible, y esto se logra de la segunda manera.

6.5.2 Defuzzificación de los parámetros

Los parámetros que están fuzzificados se utilizan para el cálculo de políticas, como la frecuencia de orden R , en un sistema periódico, o la cantidad Q a ordenar en un sistema continuo, como se discutió en la Fase I, el modelo que utiliza la empresa en un sistema (R, s, S) es decir que operaremos nuestro parámetro difusos para obtener la frecuencia difusa, es a este al que finalmente le aplicaremos el método de defuzzificación. Inicialmente debemos modificar la ecuación (13) cambiando los costos “certeros” a costos difusos y que tenga en cuenta un control conjunto, para un control conjunto (Ballou, 2004) presenta un método sencillo.

$$R = \sqrt{\frac{2A' + \sum_{i=1}^n a_i}{r \sum_{i=1}^n D_i * v_i}}$$

Pero como ya se mencionó que para nuestro caso $a_i = 0$ y que nuestro cálculo de v depende de $\sum_{i=1}^n D_i * v_i$ lo cual nos devuelve a la ecuación (13) sin embargo, si es importante reemplazar nuestros parámetros difusos, así finalmente se obtiene:

$$\tilde{R} = \sqrt{\frac{2\tilde{A}'}{Dv\tilde{r}}}$$

El cálculo del R difuso se hará uso de la aritmética de intervalos, solo es necesario enfocarse en lo interno de la raíz, esta se operara cuando el parámetro haya sido completamente defuzzificado, es por esto que se calcula un $\tilde{R}^2$, se opera los valores certeros con los números difusos del numerador y denominador, obteniendo dos nuevos números difusos a los que se calcula la nueva función de membresía.

$$\tilde{R}^2 = \frac{2(8'900.332, 10'739.207, 13'395.744)}{4500 * 62836 * (25,0\%, 44,8\%, 50\%)}$$

$$\tilde{R}^2 = \frac{(\$ 17.800.663, \$ 21.478.414, \$ 26.791.489)}{(\$ 70.690.739, \$ 126.617.880, \$ 141.381.478)}$$

Nuevas ecuaciones de membresía

$$\mu(x)_n = \begin{cases} \frac{x - \$ 17.800.663}{\$ 3.677.751}, & \$ 17.800.663 \leq x < \$ 21.478.414 \\ \frac{x - \$ 26.791.489}{-\$ 5.313.075}, & \$ 21.478.414 \leq x \leq \$ 26.791.489 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

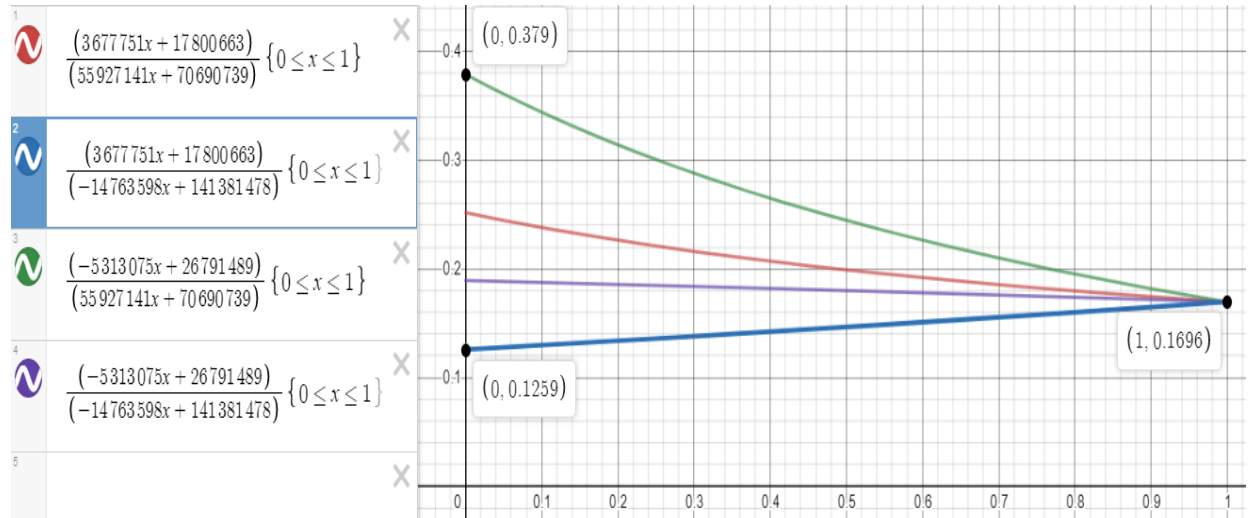
$$\mu(x)_d = \begin{cases} \frac{x - \$ 70.690.739}{\$ 55.927.141}, & \$ 70.690.739 \leq x < \$ 126.617.880 \\ \frac{x - \$ 141.381.478}{-\$ 14.763.598}, & \$ 126.617.880 \leq x < \$ 141.381.478 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Las funciones de membrecía quedan nombradas por numerador (n) y denominador (d), y a continuación se calculan los α corte con base en la ecuación (32), y con ayuda de las combinaciones para los cocientes que se describen en la Tabla 4 se construye la Figura 20.

$$A^\alpha_n = \{(\$ 3.677.751\alpha + \$ 17.800.663), (-\$ 5.313.075 \alpha + \$ 26.791.489)\}$$

$$A^\alpha_d = \{(\$ 55.927.141\alpha + \$ 70.690.739), (-\$ 14.763.598\alpha + \$ 141.381.478)\}$$

Figura 20. Combinaciones del cociente entre los alfa cortes.



Fuente: Autor

Con ayuda de la Figura 20 y utilizando las normas para el cociente mostrado en la Tabla 4, es fácil determinar el intervalo del cociente de los cortes alfa, el límite superior está dado por la ecuación mayor que es la graficada en verde y el límite inferior es la ecuación menor la azul, resultándonos el siguiente corte alfa, y su correspondiente función de membresía.

$$\frac{A^\alpha_n}{A^\alpha_d} = \left\{ \frac{(\$ 3.677.751\alpha + \$ 17.800.663)}{(-\$ 14.763.598\alpha + \$ 141.381.478)}, \frac{(-\$ 5.313.075 \alpha + \$ 26.791.489)}{(\$ 55.927.141\alpha + \$ 70.690.739)} \right\}$$

$$\mu(x)_{n/d} = \begin{cases} \frac{\$ 141.381.478x - \$ 17.800.663}{\$ 14.763.598x + \$ 3.677.751}, & 0,1259 \leq x < 0,1696 \\ \frac{-\$ 70.690.739x + \$ 26.791.489}{\$ 55.927.141x + \$ 5.313.075}, & 0,1696 \leq x \leq 0,3790 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Finalmente se obtiene la función de membresía para $\widetilde{R^2}$ ahora resta aplicar el último paso y es obtener el valor nítido de este, así que hace uso de la ecuación (34) por ser un problema de valores continuos, resolviendo:

$$R^2 = \frac{\int_{0,1259}^{0,3790} \mu(x)_{n/d} * x \, dx}{\int_{0,1259}^{0,3790} \mu(x)_{n/d} \, dx} = 0,2606$$

$$R = \sqrt{0,2204}$$

$$R = 0,4694 \text{ años}$$

Teniendo en cuenta estos costos difusos, nos da que la política de revisión debe ser $R = 0,4694$ años. La Figura 20 y el cálculo del centro de gravedad fueron desarrollados en la página web Draw.io en el anexo C queda el link que direcciona a esta página y donde se puede evidenciar este desarrollo.

6.6 FASE V: Resultados

6.6.1 Modelo actual

Es necesario primero estudiar el impacto de las actuales políticas que está llevando la empresa, (políticas expuestas en Tabla 8). También es de interés evaluar un modelo propuesto con base en los valores supuestos sin usar lógica difusa, para finalmente trabajar con los valores obtenidos en la fase IV y comparar como afecta el modelo cuando se tiene en cuenta la incertidumbre. Para calcular el costo del modelo actual es necesario cuantificar el costo de faltante según un tiempo de revisión de 0,25 años, para ellos se procede a calcular la desviación estándar de los errores de pronóstico, que vendría dada por:

$$\sigma_{R+L} = \sigma_1 \sqrt{R + L}$$
$$\sigma_{R+L} = 341 \text{ Unidades}$$

Ellos, esperan tener un nivel de servicio del 97,5%, sin embargo, no han realizado un estudio estadístico que les determine si el inventario disponible les permita satisfacer en ese porcentaje la demanda teniendo en cuenta la variabilidad de esta, así que procedemos a determinar el factor de seguridad (que es de 312 unidades) con base en el inventario de seguridad que se describe en la ecuación (12) :

$$k = \frac{IS}{\sigma_{R+L}}$$
$$k = 0,92$$

Así que evaluamos este valor en la función $G_Z(k)$ que es la función especial de la distribución normal unitaria $N(0,1)$ que vendría dado por:

$$G_Z(0,92) = 0,096803$$

La ecuación $G_Z(k)$ también la podemos describir como:

$$G_Z(k) = \frac{D * R}{\sigma_{R+L}} (1 - P) \quad (38)$$

Despejando P de esta ecuación obtenemos que tiene el siguiente valor

$$P \approx 0,9700 \approx 97\%$$

Es así como vemos que el inventario de seguridad a pesar de estar dado de una manera empírica alcanza para dar un nivel de servicio del 97%, sin embargo, en las políticas que serán propuestas será calculado un inventario de seguridad que cumpla con el nivel de servicio del 97,5%. Ahora finalmente realizamos el cálculo del costo de faltantes según lo hallado:

$$CF = \frac{1}{0,25} (0,30 * 62836) * 341 * 0,096803$$

$$CF = \frac{\$2.489.049}{anual}$$

Ya calculados los costos de nuestro interés se construye la Tabla 15 la cual nos describe el costo total relevante, aunque en este no se tiene en cuenta el costo de compra ya que no hay descuentos por compra de cantidad así que este costo mantiene constante independiente de las políticas que se generen.

Tabla 15. Costo total relevante políticas actuales.

Función de costo total relevante Actual		
Costo de ordenar	\$	42.956.828
Costo de mantener	\$	24.620.143
Costo de Faltantes	\$	2.489.049
Costo variable de R	\$	70.066.020

Fuente: Autor

6.6.2 Propuesta de políticas en un modelo clásico

Ahora se procede a identificar unas nuevas políticas que ayuden a minimizar este costo hallado en la Tabla 15. Así que procedemos a encontrar un R y un S óptimo con base en los datos que tenemos de la empresa, acordémonos que para el cálculo de estos en el marco teórico se estipularon cuáles son las ecuaciones que nos ayudara a calcular estas; empecemos con el cálculo de R , para el cual se parte de la ecuación (13) y a continuación se muestra su desarrollo.

$$R = \sqrt{\frac{2(10.739.207)}{4.500 * 62.836 * 44,8\%}}$$

$$R = 0,41 \text{ años}$$

$$R + L = 0,52 \text{ años}$$

Para el cálculo de S se trabaja con el pronóstico realizado por la compañía propiamente, y con lo expresado anteriormente ellos buscan un alto nivel de servicio para este producto del 97,5%.

$$\hat{x}_{R+L} = 2350 \text{ U}$$

$$\sigma_{R+L} = 410 \text{ U}$$

el valor de la función $G_Z(k)$ viene dado por:

$$G_Z(k) = \frac{4500 * 0,25}{410} (1 - 0,975) = 0,1128$$

Donde se obtiene $k \cong 0,84$ y procedemos a determinar la política del nivel de inventario efectivo máximo S :

$$S = 2348 + 0.84 * 410$$

$$S = 2693 \text{ U}$$

Así finalmente con las políticas propuesta en la Tabla 16 se procede a calcular de nuevo la función de costo total relevante que podemos observar en la Tabla 17, junto con la comparación frente a las políticas actuales que llevaba la empresa.

Tabla 16. Políticas propuestas.

Políticas propuestas		
Intervalo de revisión R	0,41	años
Inventario de seguridad	345	unidades
Inventario efectivo máximo s	2693	unidades
Tiempo de reposición L	6	semanas
Demanda pronosticada	4500	unidades

Fuente: Autor

Tabla 17. Costo total relevante propuesto y actual.

Costos	Políticas actuales		Políticas propuestas		Variación
Costo de ordenar	\$	42.956.828	\$	26.074.658	-39%
Costo de mantener	\$	24.620.143	\$	35.781.340	45%
Costo de Faltantes	\$	2.489.049	\$	2.120.722	-15%
Costo variable de R	\$	70.066.020	\$	63.976.721	9%

Fuente: Autor

Utilizando las herramientas de control de inventarios no damos cuenta que podemos reducir el costo parcial en un 9% que es aproximadamente a siete millones, sin embargo, surge una cuestión muy importante, ¿los parámetros con las que pudimos establecer la Tabla 17 son certeros? Es claro que no, el encargado de compras expresa la gran dificultad que hay para saber con exactitud el costo de ordenar, en un contenedor a veces trae diferentes referencias, hay sobre costos en los momentos de descargas, perdidas, e incontables factores que no se tienen en cuenta, y para el costo de mantener se estima sin tener en cuenta la subjetividad e incerteza que trae este parámetro.

6.6.3 Modelo difuso

En la fase IV se calculó una nueva frecuencia de revisión R basada en costos difusos, el valor de S no depende de las variables difusas, pero si depende de la nueva política de revisión, es por ello que se vuelve a calcular S , para la frecuencia de revisión hallada en la fase IV y en la Tabla 18 se muestra el nivel S para cada referencia y en la Tabla 19 se resumen las políticas propuestas teniendo en cuenta la incertidumbre.

$$\hat{x}_{R+L} = 2.610 U$$

$$\sigma_{R+L} = 433 U$$

$$G_Z(k) = 0,1221$$

Donde se obtiene $k \cong 0,79$ y procedemos a determinar la política del nivel de inventario efectivo máximo S :

$$S = 2.610 + 0.79 * 433$$

$$S = 2.952U$$

Tabla 18. Nivel de S para cada referencia.

Demanda 2018				S	
Tipo Fibra	Producto	Total	Porcentaje	$R=0,41$	$R=0,47$
Fibra KWL	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 6	114	3,1%	82	90
	Manta Ceramica Kaowool 150x24x2" 8	1.082	29,0%	780	855
	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1 6#	236	6,3%	170	186
	Manta Ceramica Kaowool 300x24x1 8#	825	22,1%	594	652
	Manta Ceramica Kaowool 600x24x1/2" 8	73	2,0%	53	58
Total KWL		2.331	62,3%	1679	1840
Fibra SPW	Manta Superwool HT 150x24x2" 8	6	0,2%	4	5
	Manta Superwool HT 300x24x1" 8	301	8,1%	217	238
	Manta Superwool Plus 150x24x2" 6	12	0,3%	9	10
	Manta Superwool Plus 300x24x1" 6	50	1,3%	36	39
	Manta Superwool Plus 300x24x1" 8	443	11,9%	319	350
	Manta Superwool Plus 300x24x2" 6	141	3,8%	102	111
	Manta Superwool Plus 300x24x2" 8	14	0,4%	10	11
	Manta Superwool Plus 150x24x2" 8	283	7,6%	204	223
Total SPW		1.250	33,4%	901	987
Fibra Zr	Manta 2600 Cerachem 300x24x1" #8	143	3,8%	103	113
	Manta 2600 Cerachem 300x24x1" 10	5	0,1%	4	4
	Manta 2600 Cerachem 600x24x1/2" 8	10	0,3%	7	8
	Total ZR	158	4,2%	114	125
Total general		3.739	100,0%	2693	2952

Fuente: Autor

Tabla 19. Políticas propuestas con parámetros inciertos

Políticas propuestas Difusas

Intervalo de revisión R	0,47	años
Inventario de seguridad	342	unidades
Inventario efectivo max S	2952	unidades

Fuente: Autor

Así que al aplicar la lógica difusa solo cambia la política de revisión, sin embargo, no se puede comparar esta política en términos del costo total relevante directamente, con la del estado actual y la propuesta con métodos clásicos, ya que estas dos se partieron con el supuesto de que se conocían esos parámetros y por la información mostrada en este documento no es lo recomendable, así que para poder realizar una comparación frente a esta nueva política se debe fuzzificar el CTR resultando la siguiente ecuación:

$$\widetilde{CTR_R(Q)} = \frac{\tilde{A}}{R} + \left(\frac{DR}{2} + IS \right) v\tilde{r} + \left(\frac{1}{R} (B_2 * v) * \sigma_{R+L} * G_Z(k) \right) + Dv$$

Como el producto Dv se mantiene constante para los tres estados no lo tendremos en cuenta, en este caso los costos difusos solo se suman por lo que al aplicar las reglas de la Tabla 4, el resultado será un CTR difuso triangular y su defuzzificación es más sencilla al aplicar solo la ecuación (35), lo único que variaremos de esa ecuación son los diferentes R propuestos, los diferentes resultados se presentan en la Tabla 20.

Tabla 20. Los diferentes CTR para sus diferentes R .

Frecuencia de revisión (R)	$\widetilde{CTR_R(Q)}$	Con costos difusos Variación	Con costos certeros $CTR_R(Q)$ Variación
0,25	\$68.488.229		\$70.066.020
0,41	\$60.760.967	-11,28% 	\$63.976.721 -8,69%
0,47	\$60.661.771	-0,16% 	\$64.349.265 0,58%

Fuente: Autor

Al utilizar la frecuencia de revisión 0,41 veces al año no va a ser la óptima con costos que se calcularon con el supuesto de que se conocen con certeza, (como se observa en la columna $CTR(Q)$) aunque en este caso en particular dio un costo similar al óptimo difuso, tan solo aumento un 0,58% asumiendo costos certeros. La frecuencia de $R = 0,47$ es la política de revisión arrojada por el modelo difuso, aun asumiendo costos certeros se puede observar que esta es más favorable que la política actual, evidenciando que esta no es conveniente y debe ser revisada por la alta gerencia. Al analizar los resultados de la política difusa, se observa que solo logra mejorar un 0,16% lo cual es una cifra baja, pero téngase en cuenta que no significa que el uso de la lógica difusa no era pertinente, pues se vio que para los dos costos tratados mediante esta teoría, se escogieron limites alejados del valor central, este resultado puede ser debido a que los errores de incertidumbre se compensan entre sí. Al comparar los resultados obtenidos con los costos difusos frente a costos certeros se analiza que todos los costos disminuyeron en comparación con el modelo clásico, esto se debe a que existe una incertidumbre que hace sobreestimar los costos en el modelo clásico. La propuesta del modelo difuso es el que se debe de tener en cuenta ya que se adapta mejor a la naturaleza de la empresa.

7 CONCLUSIONES

El desarrollo de políticas de inventarios es uno de los procesos más importantes en una organización, una mala política de inventario significa un aumento de costos y una disminución del nivel de servicio, pero determinar que política es la óptima no es una tarea fácil, para ello se requiere el uso de modelos matemáticos como soporte a estas decisiones, sin embargo la mayoría de modelos clásicos no tiene en cuenta la incertidumbre y subjetividad inherente en algunos parámetros, los beneficios que trae la lógica difusa se concentra en este problema; en el modelamiento de la incertidumbre, cabe aclarar que esta no elimina la incertidumbre, sino que plantea un método para su manejo.

Mediante una revisión de la literatura que se basó en 132 artículos se pudo encontrar que varios autores consideran que en el control de inventarios el atributo que conlleva mayor incertidumbre y ambigüedad es el costo a mantener, debe su incertidumbre principalmente al costo de capital la cual por la falta de entendimiento que comprende en sí este costo y la naturaleza de la relación riesgo-retorno, por ello generalmente es mal calculado y según (Stephen G Timme, 2003) se suele subestimar en la mayoría de casos, también se encontraron que la demanda, el costo de preparación y el costo de ordenar son frecuentemente también considerado como parámetros inciertos. Se aplicó la lógica difusa en una empresa con problema de políticas y que presentara un ambiente de incertidumbre lo cual pudo corroborar mediante los trabajadores con experiencia y expertos en su campo que el costo de mantener y el costo de ordenar se calculan con base en varios supuestos pero que en realidad no se conocen con total certeza.

El caso práctico se realizó en una empresa que comercializa, distribuye y produce material refractario, la cual ha manifestado tener problemas en el control de inventarios, así que se buscó construir un modelo matemático difuso que tuviera en cuenta la incertidumbre del costo de mantener y el costo de ordenar. El desarrollo de la aritmética difusa puede ser confusa y compleja principalmente cuando se trata de más de un parámetro difuso, y se operan entre sí, principalmente la operación de multiplicación y

división es de mayor cuidado, sin embargo, en la actualidad hay soportes para estas operaciones en softwares como Matlab, pero se recomienda el uso de métodos difusos cuando el que toma la decisión se ve lleno de información con mucha vaguedad de los datos, o no sé cuente con suficiente información.

Este documento tomo los datos de una empresa que, con el apoyo de trabajadores profesionales con experiencia, nos ayudaron a construir un modelo difuso para este, como se muestra en el desarrollo metodológico la empresa tiene una deficiente política de revisión del inventario. El modelo difuso nos arrojó una política de revisión de 0,47 veces al año y un inventario de seguridad de 342 unidades que logran un nivel de servicio con el 97,5% y reducir el costo total relevante cerca de un 9% frente al estado actual de la compañía, también se realizaron una propuesta de políticas asumiendo unos costos certeros, y se pudo evidenciar que no varía significativamente el tiempo de reposición, ni el costo total relevante, la política difusa solo logra mejorar un 0,16% frente a la política propuesta con costos certeros, pero cabe aclarar que el uso de la lógica difusa era pertinente, pues se vio que para los dos costos tratados mediante esta teoría, se escogieron límites alejados del valor central evidenciando su incertidumbre, este resultado puede ser debido a que los errores de incertidumbre se compensaron entre sí.

En la actualidad se muestra un crecimiento de importantes desarrollos e implementaciones de la lógica difusa en el control de inventarios, lo que demuestra que es una técnica efectiva para solucionar problemas en la toma de decisiones frente a las políticas de inventarios gracias a su capacidad de representar información imprecisa y vaga propia de este campo.

8 REFERENCIAS

- Ballou, R. (2004). *Administración de la cadena de suministro*. Columbus: Pearson.
- Chase, R. B., Jacobs, F. R., & Aquilano, N. J. (2009). *Administración de operaciones Producción y cadenas de suministro*. Mexico: McGraw-Hil companies.
- Chen, T. H. (2006). *Order-fulfillment ability analysis in the supply-chain system*. Taiwan: Producction Economics.
- Cruz, P. P. (2010). *Inteligencia Artificial con aplicaciones a la ingenieria*. Mexico: Alfaomega.
- Huey ming lee, J. S. (1997). Economic Production Quantity fo fuzzy demand and fuzzy production quantity. *European Journal of operation research*, 203-2011.
- kaj Mikael Bjork. (2008). An analytical solution to a fuzzy economic order. *Akademi University*,.
- Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). *FUZZY SETS AND FUZZY LOGIC, Theory and Applications*. Prentice Hall PTR.
- Park, k. S. (1987). Fuzzy-set theoric interpretation of economic order quantity. *IEEE Trans*, 1082-1084.
- Petrovic, D. D. (1999). *Supply chain modelling using fuzzy sets*. Belgrade: Production Economics.
- Rios, F., Martinez, A., & Palomo, T. (2008). Inventarios probabilísticos con demanda. *Ciencia Ergo Sum*, 251-258.
- Serna, M. D. (2009). *Modelos difusos aplicados a la planeación de la producción*. Medellin.
- Serna., M. D. (2008). Aplicaciones de la lógica difusa en la cadena de suministro. *Avances en sistemas e informatica*, 117-127.
- Shekarian, E., & Kazemi., N. (2017). Fuzzy inventroy models: A comprehensive review. *Applied soft computing*, 588-621.
- Silver, E. A. (1998). *inventory management and production planning and scheduling*. New york: John Wiley & sons.
- Stephen G Timme, C. W. (2003). The Real Cost of Holding Inventory.
- Taha, H. A. (2012). *Investigación de operaciones* (novena ed.). Pearson.
- Vidal, C. J. (2010). *Fundamentos de control y gestión de inventarios*. Santiago de Cali: Comité Editorial – Universidad del Valle.

- Vujosevic, M., Petrovic, D., & Petrovic, R. (1995). EOQ formula when inventory cost is fuzzy. *International Journal of Production Economics*, 499-504.
- Zadeh, L. A. (1965). *Fuzzy set. Information and control*. Baku.
- Zapata, J. A. (2014). *Fundamentos de la Gestión de inventarios*. Medellin: ESUMER.
- Zimmerman. (1996). *Fuzzy set theory and its application*,. *Kluwer academic publisher*.

9 ANEXOS

Anexo A. Demanda de los últimos 3 años de las mantas.

Año	Mes	Total general	Demanda Acumulada	Promedio por periodo	Variación promedio
2016	Enero	211	211	211	37%
	Febrero	128	339	169,5	49%
	Marzo	391	730	243,3	27%
	Abril	110	840	210,0	37%
	Mayo	290	1.130	226,1	32%
	Junio	325	1.455	242,6	28%
	Julio	232	1.687	241,1	28%
	Agosto	438	2.125	265,7	21%
	Septiembre	322	2.447	271,9	19%
	Octubre	389	2.836	283,6	15%
	Noviembre	236	3.072	279,3	17%
	Diciembre	370	3.442	286,9	14%
2017	Enero	778	4.220	324,6	3%
	Febrero	344	4.564	326,0	3%
	Marzo	391	4.955	330,4	1%
	Abril	365	5.320	332,5	1%
	Mayo	185	5.505	323,8	3%
	Junio	462	5.967	331,5	1%
	Julio	312	6.279	330,5	1%
	Agosto	161	6.440	322,0	4%
	Septiembre	576	7.016	334,1	0%
	Octubre	279	7.295	331,6	1%
	Noviembre	244	7.539	327,8	2%
	Diciembre	771	8.310	346,3	-3%
2018	Enero	356	8.666	346,7	-4%
	Febrero	620	9.286	357,2	-7%
	Marzo	234	9.520	352,6	-5%
	Abril	119	9.639	344,3	-3%
	Mayo	279	9.918	342,0	-2%
	Junio	514	10.432	347,7	-4%
	Julio	451	10.883	351,1	-5%
	Agosto	66	10.950	342,2	-2%
	Septiembre	230	11.180	338,8	-1%
	Octubre	187	11.367	334,3	0%
	Noviembre	478	11.845	338,4	-1%
	Diciembre	204	12.049	334,7	0%

Fuente: Autor

Anexo B. Frecuencia de parámetros difusos.

Modelo	Elemento Justificado		Cantidad a ordenar	Demanda	Costo de mantener	Costo de ordenar	Costo de compra	Costo o cantidad de Backorder	Lead time	Rata de defectuosos	Interes, inflación y depreciación	Costo de preparación	Costo de producción	Cantidad o Rata de producción	Area disponible	Otros	Articulos revisados
	Extensión																
EQ	Basic		3	3	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
	Con Backorders		5	8	3	3	0	4	3	0	0	0	0	0	0	4	11
	y calidad del producto		0	4	2	1	2	1	1	4	1	1	0	0	0	7	9
	Multi items		0	3	8	3	3	0	0	0	0	6	0	0	7	12	13
	Calidad del producto y multi items		0	2	3	1	4	0	0	1	1	2	0	0	5	9	8
	Con pagos pendientes		0	5	9	3	5	0	0	1	8	4	0	0	0	4	12
	Otros		3	10	5	2	5	0	3	0	0	4	2	0	1	12	13
	Total		11	35	37	19	19	5	7	6	10	17	0	0	13	48	76
	Basic		0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	5	0	0	4
	Estudios basados en las calidad		0	2	5	0	2	0	0	0	2	1	2	1	0	5	7
EPQ	Con cambios en la producción		0	3	2	0	0	1	0	5	0	2	1	2	0	6	6
	Basados en retrabajos		0	1	5	0	0	2	1	2	0	3	1	0	0	9	7
	Multi items		0	1	5	0	2	0	0	0	1	3	2	0	6	8	9
	estudios multi items y en la calidad		0	0	6	0	0	0	0	0	2	0	7	0	3	12	11
	Otros		0	6	9	0	1	1	0	1	2	2	2	2	1	18	12
	Total		0	15	32	0	5	4	1	8	7	12	15	10	10	58	56
	Total de uso del parametro		11	50	69	19	24	9	8	14	17	29	15	10	23	106	132

Fuente: Construcción (Shekarian & Nima, 2017)

Anexo C. Link de cálculo de centro de gravedad y gráfica.

<https://www.desmos.com/calculator/dzv1awbirx>