

GUIA METODOLÓGICA PARA DISEÑO ESTRUCTURAL DE CONSTRUCCIONES EN MADERA

TÍTULO G NSR-10

ESCUELA DE
INGENIERÍA
CIVIL Y
GEOMÁTICA

Realización e Investigación
Jaime Rodríguez Sterling
Estudiante de Ingeniería Civil

Director de Tesis
Harold Cárdenas Ordoñez
Ingeniero Civil, M.Sc

Evaluador
Gilberto Areiza Palma
Ingeniero Civil M.Sc.

Evaluador
Mauricio Domínguez Caicedo
Ingeniero Civil

Corrector de estilo
Jorge Eliecer Sterling

Diagramación
Paola Hernández Quiceno

RESUMEN

El siguiente documento recopila una serie de casos de estudios que permiten un acercamiento a los procedimientos de diseño estructural en madera contenidos en el título G NSR-10. Para ello se realizó una investigación para conocer la manera más didáctica para presentar dichos ejercicios, lo anterior se realizó con la ayuda de docentes de la Universidad del Valle los cuales aportaron algo de su experiencia para que este documento se elaborara para cumplir los requerimientos pedagógicos pertinentes.

Para esta clase de documentos se debe tener claro para que público se dirige, en este caso se estructuró para estudiantes de Ingeniería Civil e Ingenieros Civiles, lo dicho se fundamenta sabiendo que la principal base para elaborar el documento es la Norma de Sismo Resistencia (NSR-10), por ello, el lenguaje manejado es técnico volviéndose complejo para las personas que no se desempeñen en el campo de la Ingeniería Civil.

Esta guía metodológica permite comprender de manera práctica los conceptos introducidos en la actualización de la norma de sismo resistencia para el diseño estructural en madera. Cada caso de estudio se presenta como una dificultad que se presentaría en la realidad, con esto se quiere que el escrito sea una referencia válida para solucionar los problemas a los cuales se enfrentan los ingenieros diseñadores.

Al elaborar los casos de estudio se analizaron cuáles son las condiciones más comunes en el diseño estructural y se prueban tomando como material de diseño la madera. Dichos procedimientos cubren una parte de la norma puesto que el documento presenta limitaciones de extensión, por ello se limita a trabajar con las condiciones de flexión, compresión y flexo-compresión, permitiendo crear un camino inicial para que los diseñadores se familiaricen con los conceptos y demás

tratamientos que la norma dispone a la hora de realizar un diseño estructural en madera.

La estructura del documento se pensó para que marcar un camino evolutivo en los diseños, comenzando por los elementos sencillos pasando a los complejos, dicho orden va amarrado a la norma pues es la principal referencia que se usa para desarrollar el documento.

Por otra parte se hace un llamado a los Ingenieros Civiles para hacer un uso responsable de la madera, presentando observaciones sobre este tema, esto es de suma importancia pues este material renovable necesita un uso especial para mantener un equilibrio con la naturaleza.

En el documento se puntualiza de qué numeral de la norma dónde proviene cada uno de los factores que afectan los diferentes parámetros que se tendrán en cuenta a la hora de diseñar e indica el camino más apropiado para encontrar cada uno de los factores.

Algo fundamental del escrito es que contiene esquemas que servirán para mejorar la comprensión del comportamiento estructural de los elementos y para su completo en el documento ilustrado se cuenta con imágenes de los elementos a diseñar sirviendo como material didáctico para las personas que deseen comprender mejor el diseño estructural en madera.

La nomenclatura que se usa en este documento es la misma de la norma de sismo resistencia colombiana, lo anterior se hace para establecer una relación firme con la NSR-10. Una aclaración que se debe hacer es que en los diseños a trabajar próximamente los valores para la altura de los elementos se denotarán con h para efectos prácticos de la explicación.



Tabla de Contenido

RESUMEN	3
Tabla de Contenido	5
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	11
ÍNDICE DE ECUACIONES	12
TABLA DE NOMENCLATURAS	14
3. GENERALIDADES	18
3.1. Características generales de la madera	18
3.1.1. Composición	18
3.2. Características físicas de la madera	18
3.2.1. Contenido de humedad	18
3.2.2. Cambios dimensionales	18
3.3. Propiedades resistentes de la madera	18
3.3.1. Resistencia a la compresión paralela	19
3.3.2. Resistencia a la compresión perpendicular	19
3.3.3. Resistencia a la tracción	19
3.3.4. Resistencia al corte	19
3.3.5. Resistencia a la flexión paralela al grano	19
3.4.1.2. Inclinação del grano	20
3.4.1.3. Fallas por compresión	20
3.4.1.4. Perforaciones	20
3.4. Factores que afectan el comportamiento de la madera	20
3.4.1. Defectos de crecimiento	20
3.4.1.1. Los nudos	20
3.4.1.5. Medula excéntrica	21
3.5. Influencia del contenido de humedad	21
3.6. Influencia de la densidad	21
3.7. Influencia de la temperatura	21
3.8. Duración de la carga	21
3.9. Degradación	22
3.10. Ataque de insectos	22

3.11. Ataques químicos	22
INTRODUCCIÓN	23
5. DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR FLEXIÓN	25
5.1. Casos de estudio	25
5.1.1. Caso de estudio 1- Flexión.	25
5.1.1.1. Recomendaciones iniciales para diseño a flexión.	27
5.1.1.2. Definición de sección.	28
5.1.1.3. Esfuerzo admisible modificado.	29
5.1.1.3.1. Esfuerzo admisible.	29
5.1.1.3.2 Coeficiente de modificación por duración de la carga.	30
5.1.1.3.3 Coeficiente de duración de carga.	30
5.1.1.3.3 Coeficiente de modificación por contenido de humedad.	30
5.1.1.3.4. Coeficiente de modificación por temperatura.	30
5.1.1.3.5. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.	30
5.1.1.3.6. Coeficiente de forma.	31
5.1.1.3.7. Coeficiente de modificación por cara ancha.	31
5.1.1.3.8. Coeficiente de modificación por incisiones.	31
5.1.1.3.9. Coeficiente de modificación por acción conjunta.	31
5.1.1.4. Momento resistente.	32
5.1.1.5. Momento actuante.	32
5.1.1.6. Esfuerzo cortante actuante.	34
5.1.1.7. Esfuerzo cortante admisible modificado.	35
5.1.1.8. Esfuerzo de aplastamiento.	35
5.1.1.9. Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.	36
5.1.1.9.1. Deflexiones	38
5.1.2. Caso de estudio 2 - Flexión.	39
5.1.2.1. Definición de sección	41
5.1.2.2. Esfuerzo admisible modificado.	42
5.1.2.2.1. Esfuerzo admisible.	42
5.1.2.2.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.	43
5.1.2.2.3. Coeficiente de modificación por contenido de humedad.	43
5.1.2.2.4. Coeficiente de modificación por temperatura.	43
5.1.2.2.5. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.	44

5.1.2.2.6.	Coeficiente de forma.	44
5.1.2.2.7.	Coeficiente de modificación por cara ancha.	44
5.1.2.2.8.	Coeficiente de modificación por incisiones.	44
5.1.2.2.9.	Coeficiente de modificación por acción conjunta.	45
5.1.2.3.	Momento resistente.	45
5.1.2.4.	Momento actuante.	45
5.1.2.5.	Esfuerzo cortante actuante.	46
5.1.2.6.	Esfuerzo cortante admisible modificado.	47
5.1.2.6.1.	Deflexiones	48
5.1.3.	Caso de estudio 3 – Flexión.	49
5.1.3.1.	Definición de sección.	51
5.1.3.2.	Esfuerzo admisible modificado.	53
5.1.3.2.1.	Esfuerzo admisible.	53
5.1.3.2.2.	Coeficiente de modificación por duración de la carga.	53
5.1.3.2.3.	Coeficiente de modificación por contenido de humedad.	54
5.1.3.2.4.	Coeficiente de modificación por temperatura.	54
5.1.3.2.5.	Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas	54
5.1.3.2.6.	Coeficiente de forma.	55
5.1.3.2.7.	Coeficiente de modificación por incisiones.	55
5.1.3.2.8.	Coeficiente de modificación por acción conjunta.	55
5.1.3.3.	Momento resistente.	56
5.1.3.4.	Momento actuante.	56
5.1.3.5.	Esfuerzo cortante actuante.	58
5.1.3.6.	Esfuerzo cortante admisible modificado.	59
5.1.3.7.	Esfuerzo de aplastamiento.	59
5.1.3.8.	Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.	60
5.1.3.8.1.	Deflexiones	62
5.1.4.	Caso de estudio 4 – Flexión.	63
5.1.4.1.	Definición de sección.	65
5.1.4.2.	Esfuerzo admisible modificado.	66
5.1.4.2.1.	Esfuerzo admisible.	67
5.1.4.2.2.	Coeficiente de modificación por duración de la carga.	67
5.1.4.2.3.	Coeficiente de modificación por contenido de humedad.	67
5.1.4.2.4.	Coeficiente de modificación por temperatura	68

5.1.4.2.5.	Coeficiente de forma	68
5.1.4.2.6.	Coeficiente de modificación por incisiones.	68
5.1.4.2.7.	Coeficiente de modificación por acción conjunta.	69
5.1.4.2.8.	Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.	69
5.1.4.3.	Momento resistente.	71
5.1.4.4.	Momento actuante.	72
5.1.4.5.	Esfuerzo cortante actuante.	73
5.1.4.6.	Esfuerzo cortante admisible modificado.	74
5.1.4.7.	Esfuerzo de aplastamiento	74
5.1.4.8.	Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.	76
5.1.4.8.1.	Deflexiones	77
6.	DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS	78
	POR FUERZA AXIAL	78
6.1.	Casos de estudio	78
6.1.1.	Caso de estudio 5 – carga axial	78
6.1.1.1.	Esfuerzo admisible modificado.	80
6.1.1.1.1.	Esfuerzo admisible.	80
6.1.1.1.2.	Coeficiente de modificación por duración de la carga.	80
6.1.1.1.3.	Coeficiente por contenido de humedad.	80
6.1.1.1.4.	Coeficiente de modificación por temperatura	81
6.1.1.1.5.	Coeficiente de forma.	81
6.1.1.1.6.	Coeficiente de modificación por incisiones.	82
6.1.1.1.7.	Coeficiente de modificación por acción conjunta	82
6.1.1.1.8.	Coeficiente de estabilidad en columnas	82
6.1.1.2.	Cargas admisibles	85
6.1.1.3.	Acortamiento de elementos a compresión	85
6.1.2.	Caso de estudio 6 – Carga axial	87
6.1.2.1.	Recomendaciones generales para columnas espaciadas	89
6.1.2.2.	Esfuerzo admisible modificado.	89
6.1.2.2.1.	Esfuerzo admisible.	89
6.1.2.2.2.	Coeficiente de modificación por duración de la carga.	90
6.1.2.2.3.	Coeficiente por contenido de humedad	90
6.1.2.2.4.	Coeficiente de modificación por temperatura.	91
6.1.2.2.5.	Coeficiente de forma.	91

6.1.2.2.6.	Coeficiente de modificación por acción conjunta.	92
6.1.2.2.7.	Coeficiente de modificación por incisiones.	92
6.1.2.2.8.	Coeficiente de estabilidad en columnas	92
6.1.2.3.	Cargas admisibles	97
6.1.2.4.	Acortamiento de elementos a compresión	97
6.1.2.4.1.	Capacidad de los conectores a cortante.	99
7.	DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR FLEXIÓN Y CARGA AXIAL	101
7.1.	Casos de estudio	101
7.1.1.	Caso de estudio 7 – flexión y carga axial	101
7.1.1.1.	Definición de sección.	103
7.1.1.2.	Esfuerzo admisible modificado.	104
7.1.1.2.1.	Esfuerzo admisible	104
7.1.1.2.2.	Coeficiente de modificación por duración de la carga.	104
7.1.1.2.3.	Coeficiente por contenido de humedad.	104
7.1.1.2.4.	Coeficiente de modificación por temperatura.	105
7.1.1.2.5.	Coeficiente de forma.	105
7.1.1.2.6.	Coeficiente de modificación por acción conjunta.	106
7.1.1.2.7.	Coeficiente de modificación por incisiones.	106
7.1.1.2.8.	Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.	106
7.1.1.3.	Momento resistente.	109
7.1.1.4.	Momento actuante.	109
7.1.1.6.	Esfuerzo cortante admisible modificado.	112
7.1.1.7.	Esfuerzo de aplastamiento.	113
7.1.1.8.	Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.	114
7.1.1.8.1.	Factor de compresión modificado	114
7.1.1.8.2.	Verificación para elementos sometidos a cargas combinadas de flexión y compresión.	120
7.1.1.9.	Acortamiento de elementos a compresión	121
8.	BIBLIOGRAFÍA	123



ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 - Ejes principales de la madera	19	Ilustración 26 - Sección del elemento	63
Ilustración 2 - Nudos en la madera	20	Ilustración 25 - Elemento viga	63
Ilustración 3 - Perforaciones en la madera	20	Ilustración 28 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]	72
Ilustración 4 - Medula excéntrica	21	Ilustración 27 - Modelo planteado	72
Ilustración 6 - Elemento contra piso	25	Ilustración 29 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]	73
Ilustración 5 - Elemento contra piso	25	Ilustración 30 - Reacciones en apoyos [Kg]	75
Ilustración 7 - Elemento contra piso	26	Ilustración 31 - Elemento columna	78
Ilustración 8 - Modelo planteado	33	Ilustración 32 - Elemento columna	79
Ilustración 9 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]	33	Ilustración 33 - Sección elemento columna	79
Ilustración 10 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]	34	Ilustración 35 - Elemento columna	87
Ilustración 11 - Reacciones en apoyos [Kg]	36	Ilustración 34 - Elemento columna	87
Ilustración 12 - Elemento peldaño	39	Ilustración 36 - Sección columna	88
Ilustración 13 - Elemento peldaño	39	Ilustración 37- Bloque de separación	100
Ilustración 14 - Isometría escalera	40	Ilustración 38 - Cubierta completa	101
Ilustración 16 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]	46	Ilustración 39 - Elemento diagonal cubierta	102
Ilustración 15 - Modelo planteado	46	Ilustración 41 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]	110
Ilustración 17 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]	47	Ilustración 40 - Modelo propuesto	110
Ilustración 18 - Elemento viga	49	Ilustración 42 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]	112
Ilustración 20- Elemento con cargas aplicadas.	56	Ilustración 43 - Reacciones en apoyos [Kg]	113
Ilustración 22 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]	57	Ilustración 44 - Modelo carga axial (Kg)	119
Ilustración 24 - Reacciones en apoyos [Kg]	60		

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1 - G.3.2-1 (NSR-10)	28	Ecuación 20 - Deflexiones admisibles en vigas (mm), para elementos de cubierta.	65
Ecuación 2 - Deflexiones admisibles en vigas (mm), para elementos de entrepiso.	28	Ecuación 19 - G.3.2-1 (NSR-10)	65
Ecuación 3 - G.3.3-7 (NSR-10)	32	Ecuación 21 - G.3.3-4 (NSR-10)	69
Ecuación 4 - G.3.4-1 (NSR-10)	34	Ecuación 22 - G.3.3-6 (NSR-10)	70
Ecuación 5 - G.3.5-1 (NSR-10)	35	Ecuación 24 - G.3.3-7 (NSR-10)	71
Ecuación 6 - G.3.5-2 (NSR-10)	37	Ecuación 25 - G.3.4-1 (NSR-10)	73
Ecuación 7 - Notas de clase resistencia de materiales	41	Ecuación 26 - G.3.5-1 (NSR-10)	74
Módulo de elasticidad longitudinal para maderas del grupo ES1.	41	Ecuación 27 - G.3.5-2 (NSR-10)	76
Ecuación 8 - Deflexiones admisibles en vigas (mm), para elementos de entrepiso.	41	Ecuación 28 - G.3.2-1 (NSR-10)	77
Ecuación 9 - G.3.3-7 (NSR-10)	45	Ecuación 31- Formula de esbeltez	83
Ecuación 10 - G.3.4-1 (NSR-10)	46	Ecuación 32-Esfuerzo crítico, Tabla G.4.3-3 (NSR-10)	84
Ecuación 11- Notas de clase, resistencia de materiales	51	Ecuación 33 - G.4.3-3 (NSR-10)	84
Ecuación 12 - Notas de clase, resistencia de materiales	51	Ecuación 34 - G.4.3-5 (NSR-10)	85
Ecuación 13 - Deflexiones admisibles en vigas (mm), para techos planos.	52	Ecuación 36 - G.3.3-3 (NSR-10)	91
Ecuación 14 Esfuerzos admisibles en flexión para maderas del grupo ES2.	53	Ecuación 37- G.4.3-1 (NSR-10)	92
Ecuación 15 - G.3.3-7 (NSR-10)	56	Ecuación 38 -G.4.3-8 (NSR-10)	93
Ecuación 16 - G.3.4-1 (NSR-10)	58	Ecuación 39- G.4.3-8 (NSR-10)	95
Ecuación 17 - G.3.5-1 (NSR-10)	59	Ecuación 40 - G.4.3-3 (NSR-10)	96
Ecuación 18 - G.3.5-2 (NSR-10)	61	Ecuación 41 -G.4.3-8 (NSR-10)	96
		Ecuación 43 -G.4.5-1 (NSR-10)	97
		Ecuación 42 - G.4.3-5 (NSR-10)	97
		Ecuación 45 - G.4.3-10 (NSR-10)	99

Ecuación 44 - G.4.3-10 (NSR-10)	99
Ecuación 46- Notas de resistencia de materiales	103
Ecuación 29 - G.3.3-3 (NSR-10)	106
Ecuación 48 - G.3.3-4 (NSR-10)	107
Ecuación 49 - G.3.3-6 (NSR-10)	108
Ecuación 50- G.3.3-5 (NSR-10)	108
Ecuación 51 - G.3.2-1 (NSR-10)	109
Ecuación 52 - G.3.4-1 (NSR-10)	111
Ecuación 53 - G.3.5-1 (NSR-10)	113
Ecuación 54 - G.3.5-2 (NSR-10)	114
Ecuación 55- G.4.3-1 (NSR-10)	115
Ecuación 57- Esfuerzo crítico	116
Ecuación 56- Formula de esbeltez	116
Ecuación 58 - G.4.3-3 (NSR-10)	117
Ecuación 59 - (G.3.5-3 NSR-10)	118
Ecuación 58 - G.5.2-2 (NSR-10)	120
Ecuación 59- G.5.2.1 (NSR-10)	120
Ecuación 62 -G.4.5-1 (NSR-10)	121



TABLA DE NOMENCLATURAS

A = área bruta de la sección transversal en mm^2 , constante en esfuerzo radial.
A_n = área neta de la sección transversal de un elemento en mm^2 .
A_{ne} = área neta en el extremo del poste, en mm^2 .
A_{CRIT} = área en la sección transversal crítica, en mm^2 .
B = constante en esfuerzo radial.
C = constante en esfuerzo radial.
C_b = Coeficiente de modificación por longitud de soporte.
C_c = coeficiente de cortante, para afectación del módulo de elasticidad.
C_{cl} = coeficiente por carga y longitud en vigas laminadas.
C_{ct} = coeficiente por concentración de tensiones.
C_{cl} = coeficiente de curvatura en vigas de madera laminada.
C_D = coeficiente de modificación por duración de la carga.
C_g = coeficiente de modificación por altura.
C_{DG} = coeficiente por desviación al grano.
C_F = coeficiente de modificación por forma.
C_f = coeficiente de flexibilidad en columnas espaciadas.
C_{fu} = coeficiente de modificación por uso en cara ancha.
C_g = coeficiente por grupo en uniones empernadas.
C_{kd} = coeficiente de modificación por desbastamiento o alisadura.
C_{ta} = coeficiente de por tratamiento químico.
C_{in} = coeficiente de modificación por incisión.
C_L = coeficiente de estabilidad lateral en vigas.
C_l = coeficiente de modificación por longitud.
Clc = coeficiente de modificación por longitud para compresión paralela.
Cl_t = coeficiente de modificación por longitud para tensión paralela.

C_n = coeficiente por número de piezas en columnas armadas.
C_m = coeficiente de modificación por contenido de humedad.
C_D = coeficiente de estabilidad en columnas.
C_{pl} = coeficiente por penetración en uniones clavadas.
C_{PL} = coeficiente por uso de platinas en uniones empernadas.
C_{pv} = coeficiente de preservación.
C_r = coeficiente de modificación por acción conjunta.
C_T = coeficiente de modificación por rigidez al pandeo.
C_t = coeficiente de modificación por temperatura.
C_v = coeficiente de modificación por volumen.
$CH(\%)$ = contenido de humedad en porcentaje (%).
$CHS(\%)$ = contenido de humedad de madera seca (12%).
COV_I = coeficiente de variación para esfuerzos.
COV_E = coeficiente de variación para modulo de elasticidad.
D = diámetro de la sección transversal circular, en mm, grupo de madera, carga permanente.
D_n = diámetro neto de la sección transversal circular en mm.
DB = densidad básica.
ES = grupo de madera.
$E1$ = grupo de madera.
$E2$ = grupo de madera.
$E3$ = grupo de madera.
$E4$ = grupo de madera.
$E5$ = grupo de madera.
$E_{0.5}$ = módulo de elasticidad promedio longitudinal en MPa.
$E'_{0.5}$ = modulo de elasticidad promedio longitudinal modificado en MPa.
$E_{0.05}$ = módulo de elasticidad al 5° percentil, en MPa.
$E'_{0.05}$ = módulo de elasticidad modificada al 5° percentil, en MPa.

$E_{\min}$ = módulo de elasticidad mínimo, longitudinal en MPa.
$E'_{\min}$ = módulo de elasticidad mínimo longitudinal modificado en MPa.
$E_{y\min}$ = modulo de elasticidad mínimo, con respecto al eje “y” en maderas laminadas en MPa.
$E'_{y\min}$ = modulo de elasticidad mínimo modificado, con respecto al eje “y” en maderas laminadas en MPa.
E_p = modulo de elasticidad perpendicular al grano en MPa.
E'_p = modulo de elasticidad perpendicular al grano modificado en MPa.
ELP= esfuerzo en el límite de proporcionalidad, en MPa.
ER = esfuerzo de rotura, en MPa.
F = grupo de madera.
F_b = esfuerzo admisible a flexión, en MPa.
F'_b = esfuerzo admisible modificado a flexión, en MPa.
F_{bE} = esfuerzo crítico de pandeo, en vigas a flexión, en MPa.
F^*_b = esfuerzo admisible de flexión. Multiplicado por todos los factores de modificación excepto C_L en MPa.
F^{**}_b = esfuerzo admisible de flexión (F_b) multiplicado por todos los valores de ajuste excepto C_v que es un factor de ajuste para madera laminada, en MPa.
$F^{**}_b = F'_b$ para madera aserrada seleccionada visualmente en MPa.
F^{**}_{b1} = esfuerzo admisible de flexión (F^{**}_{b1}) con respecto al eje 1, multiplicado por todos los factores de ajuste, excepto C_v que es un factor de ajuste para madera laminada en MPa.
$F^{**}_{b1} = F'_{b1}$ para madera aserrada seleccionada visualmente en MPa.
F'_{b1} = esfuerzo admisible de flexión (F_{b1}) con respecto al eje 1, multiplicado por todos los factores de Modificación excepto C_L en MPa.
F^{**}_{b2} = esfuerzo admisible de flexión (F_{b2}) , con respecto al eje 2, multiplicado por todos los factores de ajuste, excepto C_v que es un factor de ajuste para madera laminada en MPa.
$F^{**}_{b2} = F'_{b2}$ para madera aserrada seleccionada visualmente en MPa.
F^*_{b2} = esfuerzo admisible de flexión (F_{b2}) con respecto al eje 2, multiplicado por todos los factores de modificación excepto C_L en MPa.

FC = factor de calidad para reducción de esfuerzos básicos.
F_c = esfuerzo admisible a compresión paralela en MPa.
F'_c = esfuerzo admisible a compresión paralela, modificado, en MPa.
F^*_c = esfuerzo de compresión admisible paralelo al grano (F_c) multiplicado por todos los factores de modificación excepto C_{fu} , C_p , C_v
F_{CE} = esfuerzo crítico de pandeo para miembros de compresión.
F_{CE1} = esfuerzo de compresión crítico, con respecto al eje 1.
F_{CE2} = esfuerzo crítico de pandeo para miembros a compresión, con respecto al eje 2.
F_i = esfuerzo admisible para la sollicitación i.
F'_i = esfuerzo admisible modificado para la sollicitación i.
FDC = factor de duración de la carga, para reducción de esfuerzos básicos.
F_d = factor de altura, para reducción de esfuerzos básicos.
$F_{0.5}$ = esfuerzo promedio.
$F'_{0.5}$ = esfuerzo básico promedio.
F_p = esfuerzo admisible a compresión perpendicular a la fibra, en MPa.
FRI= factor de reducción de esfuerzos.
F'_p = esfuerzo admisible a compresión perpendicular, modificando, en MPa
FS = factor de seguridad, para reducción de esfuerzos básicos.
F_s = factor de seguridad, para obtención del módulo de elasticidad mínimo.
F_{rt} = esfuerzo de tensión radial en madera laminada, en MPa.
F_t = esfuerzo admisible a tensión paralela a la fibra, en MPa.
F'_t = esfuerzo admisible a tensión paralela, modificado, en MPa.
F_v = esfuerzo admisible a cortante paralelo a la fibra, en MPa.
F_{vet} = flujo de cortante efectivo en N.
F'_v = esfuerzo admisible a cortante paralelo a la fibra, modificando, en MPa.
$F_{10.05}$ = esfuerzos básicos en el 5° percentil.
G = módulo de rigidez de corte.
HRA = humedad relativa del aire en porcentaje (%).

I = momento de inercia, en mm^4 .
K_M = coeficiente de humedad para paneles, en, coeficiente de rigidez al pandeo.
K_r = factor de esfuerzo radial.
K_T = coeficiente de reducción al quinto percentil, en rigidez al pandeo.
K = coeficiente de afectación en calculo de deflexiones, para diferentes tipos y posición de cargas.
K^* = coeficiente de limitación para deflexiones admisibles.
L = carga viva.
M = momento admisible de flexión en N-mm.
M_o = momento actuante de flexión en N-mm.
MOR = módulo de rotura.
P = carga concentrada, o fuerza axial de compresión paralela a la fibra en N.
N = fuerza admisible a un ángulo de desviación de la fibra, en N, KN.
P_a = fuerza axial de compresión paralela a la fibra admisible en N.
Q = momento estático de inercia de una sección respecto al eje neutro, o fuerza perpendicular a la fibra.
N = fuerza de compresión perpendicular actuante, en N.
R = radio de la sección transversal circular en mm, radio de curvatura en el eje del elemento
R_g = parámetro de esbeltez de vigas..
S = módulo elástico de la sección, en mm^3 .
T = fuerza axial de tensión paralela a la fibra actuante, en N, kN.
T_o = fuerza axial de tensión paralela a la fibra admisible en N, kN.
V = fuerza cortante, en N.
V_r = fuerza cortante ajustada.
V_R = valor de referencia.
V_d = fuerza cortante en N.
K = coeficiente de deflexión por tipo y ubicación de carga.
K^* = coeficiente de limitación de deflexiones admisibles.
K_o = coeficiente de longitud efectiva.

K_T = coeficiente de material para columnas armadas.
K_s = coeficiente para anillos partidos o platinas de cortante en columnas espaciadas.
K_y = coeficiente para columnas espaciadas.
a = coeficiente de modificación en columnas rebajadas.
b = ancho de la sección rectangular, en mm coeficiente exponencial de función de la deflexión a tiempo " t " .
c = distancia del eje neutro a la fibra extrema, en mm ó variable de coeficientes de estabilidad.
d = altura de la sección rectangular, en mm.
d_1, d_2 = dimensiones de la sección transversal rectangular en columnas, en mm.
d_c = altura específica en uso de anillos partidos, platinas, altura de la sección en la cumbra en vigas.
d_g = altura específica en uso de anillos partidos, platinas de cortante y pasadores, en mm.
d_n = altura neta, diámetro neto, en mm.
d_{max} = máxima dimensión para la cara considerada en columnas rebajadas, en mm.
d_{min} = mínima dimensión para la cara considerada en columnas rebajadas, en mm.
d_T = diferencia de altura en vigas curvas sección variable, en mm.
e = excentricidad, en mm.
e' = distancia que se extiende desde el borde de la caja, hasta el filo interior del soporte, en mm.
f = coeficiente de flexibilidad del material en columnas armadas.
f_b = esfuerzo calculado a flexión, en MPa.
f_c = esfuerzo calculado a compresión paralela a la fibra, en MPa.
f_r = esfuerzo radial en vigas laminadas, en MPa.
f_p = esfuerzo calculado a compresión perpendicular a la fibra en MPa.
f_t = esfuerzo calculado a tensión paralela a la fibra, en MPa.
f_v = esfuerzo calculado a cortante paralelo a la fibra, en MPa.
f_x = esfuerzo de flexión en vigas rebajadas, en MPa.
f_{xy} = esfuerzo cortante horizontal en vigas rebajadas, en MPa.

f_y = esfuerzo cortante vertical en vigas rebajadas, en MPa, esfuerzo de fluencia del acero.
f_{b1} = esfuerzo de flexión actuante con respecto al eje 1, en MPa.
f_{b2} = esfuerzo de flexión actuante con respecto al eje 2, en MPa.
i = subíndice que depende de la sollicitación (i es b para flexión, t para tensión paralela, c para compresión, “ p “ para aplastamiento, v para cortante).
k_c = factor de esfuerzo radial en vigas laminadas.
l = longitud de un elemento, en mm.
l_e = longitud efectiva de la viga o longitud efectiva, de una columna, en mm.
l_{ex} = longitud efectiva de pandeo de la sección total, alrededor del eje x-x, en mm.
l_u = longitud no soportada lateralmente de una viga, columna o pie de amigo, en mm.
m = número de planos de corte de un clavo.
n = número de piezas que constituye la columna compuesta, valor exponencial.
p = profundidad del clavo en la madera que recibe la punta.
r = radio de giro, en mm.
t = espesor, en bloques en columnas espaciadas en mm, variable de tiempo, en deflexiones diferidas.
w = carga uniforme por unidad de longitud, en N/mm.
w/Δ_i = carga para cálculo de la deflexión inmediata.
Δ_i = deflexión inmediata en mm.
Δ_f = deflexión diferida en mm.
w/Δ_f = cargas para cálculo de deflexiones diferidas 30 años.
Δ_g = deformación en dirección perpendicular a la fibra, en mm.
Δ_c = acortamiento en dirección paralela a la fibra, en mm.
λ = parámetro de esbeltez de columnas.

3. GENERALIDADES

3.1. Características generales de la madera

3.1.1. Composición

El tronco: La sección transversal de un tronco de madera presenta las siguientes partes:

Corteza exterior: Es la cubierta que protege al árbol de los agentes exteriores, en especial de la insolación.

Corteza interior: Capa que tiene por finalidad conducir el alimento elaborado en las hojas hacia las ramas, tronco y raíces.

Cambium: Tejido que se encuentra entre la corteza y el leño, su crecimiento celular se da hacia el interior del tronco.

La madera o xilema: Es la parte maderable o leñosa del tronco, se puede distinguir en ella la albura, el duramen y la medula.

La albura: es la parte exterior del xilema cuya función principal es la de conducir el agua y las sales minerales a las raíces y las **Hojas**; su color es claro y de espesor variable según la especie. La albura es la parte activa del xilema.

El duramen: Parte inactiva que tiene como función proporcionarle resistencia y soporte al árbol, su conformación se da por aceites, resinas, gomas, taninos, sustancias aromáticas y colorantes; creando una barrera para insectos y hongos que quieran afectar la madera.

Medula: En la parte central de la sección del tronco y está constituida por tejido paren-químico.

3.2. Características físicas de la madera

3.2.1. Contenido de humedad

El contenido de humedad en la madera se da de tres formas: agua libre, agua higroscópica y agua de constitución.

El agua libre se encuentra llenando las cavidades celulares.

El agua higroscópica se halla contenida en las paredes celulares.

El agua de constitución se encuentra formando parte de la estructura molecular.

Cuando la madera se expone al ambiente comienza el proceso de secado, la pérdida de agua comienza por el agua libre y después el agua higroscópica, el agua de constitución sólo se perderá con la combustión de la madera. Al darse esta pérdida de agua la madera presentará alguno de estos tres estados: verde, seco y anhidro.

El estado de madera verde se da cuando se ha perdido parte el agua libre, será madera seca cuando se pierde el total del agua libre y parte del agua higroscópica, finalmente, será madera anhidra cuando ha perdido toda el agua libre y toda el agua higroscópica.

3.2.2. Cambios dimensionales

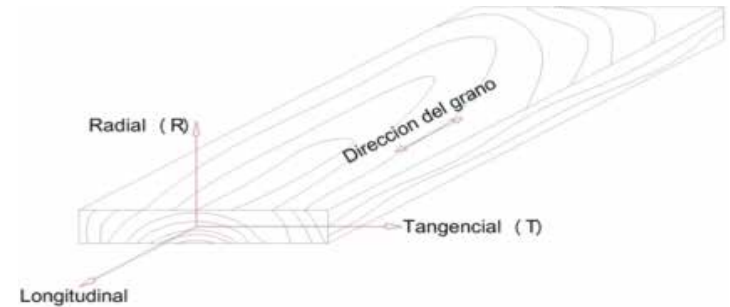
Las variaciones en el contenido de humedad (CH) producen cambios dimensionales en la madera, estos cambios se deben principalmente a la pérdida o ganancia del agua higroscópica en la pared celular.

Por otra parte, el agua libre de las cavidades celulares no tiene ninguna influencia en la variación.

3.3. Propiedades resistentes de la madera

La madera posee tres direcciones principales las cuales se pueden relacionar, estas direcciones son la longitudinal, la tangencial y la radial. En la siguiente figura, puede observarse que la dirección radial y la tangencial son perpendiculares al grano. En la práctica se consideran dos direcciones: la dirección longitudinal o paralela a la fibra y la dirección transversal o perpendicular al grano.

Ilustración 1 - Ejes principales de la madera



3.3.1. Resistencia a la compresión paralela

La madera presenta gran resistencia a los esfuerzos de compresión paralela a la fibra. Esta resistencia proviene del hecho que las fibras están orientadas con su eje longitudinal y que a su vez coincide o está muy cerca de la orientación de las microfibrillas que constituyen la capa media de la pared celular; la capacidad está limitada por el pandeo de las fibras más que por su resistencia al aplastamiento.

3.3.2. Resistencia a la compresión perpendicular

Bajo este tipo de carga las fibras están sometidas a un esfuerzo perpendicular a su eje que tiende a comprimir las pequeñas cavidades contenidas de ellas. Esto permite que se pueda cargar la madera sin que ocurra una falla claramente distinguible. Al incrementarse la magnitud de la carga la pieza se va comprimiendo (aplastando los pequeños cilindros que se asemejan las fibras), aumentando su densidad y también su misma capacidad para resistir mayor carga.

3.3.3. Resistencia a la tracción

La resistencia a la tracción paralela se ve afectada principalmente por la inclinación del grano, pues la adherencia de ellos es directamente proporcional a su resistencia, esta resistencia representa aproximadamente 2 veces la resistencia a la compresión paralela al grano.

3.3.4. Resistencia al corte

En elementos constructivos el esfuerzo por corte o cizallamiento se presenta cuando las piezas están sometidas a flexión (corte por flexión). Los análisis teóricos de esfuerzos indican que en un punto dado los esfuerzos de corte son iguales tanto a lo largo como perpendicularmente al eje del elemento. Como la madera no es homogénea, sino que sus fibras se orientan por lo general con el eje longitudinal de la pieza presenta resistencia al corte en estas direcciones. La menor es aquella paralela a las fibras y proviene de la capacidad del “cementante” de las fibras (lignina) a este esfuerzo. Perpendicularmente a las fibras la resistencia es de tres a cuatro veces mayor que en la dirección paralela.

3.3.5. Resistencia a la flexión paralela al grano

La diferencia entre la resistencia a la tracción y a la compresión paralela resulta de un comportamiento característico de las vigas de madera a flexión. Como la resistencia a la compresión es menor que a la tracción, la madera falla primero en la zona de compresión. Con ello se incrementan las deformaciones en la zona comprimida, el eje neutro se desplaza hacia la zona de tracción, lo que a su vez hace aumentar rápidamente las deformaciones totales y finalmente la pieza se rompe por tracción.

3.4. Factores que afectan el comportamiento de la madera

3.4.1. Defectos de crecimiento

Existen algunas características en la madera que han sido adquiridas o desarrolladas por el árbol durante su crecimiento, lo anterior afecta el comportamiento de los elementos estructurales, los principales defectos son:

3.4.1.1. Los nudos

Son discontinuidades en la parte leñosa del tronco producidas por el nacimiento y posterior desarrollo de las ramas. La influencia de nudos en el comportamiento de elementos estructurales depende de la ubicación que estos tengan con respecto a la distribución de esfuerzos, en zonas a tracción su influencia es muy importante, no así en zonas en compresión, los nudos producen inclinaciones en la dirección del grano que son zonas débiles de la madera.

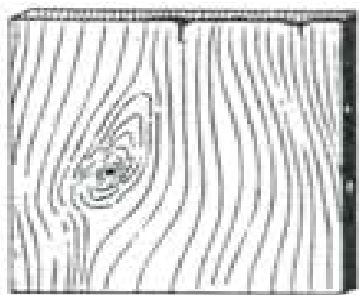


Ilustración 2 - Nudos en la madera

3.4.1.2. Inclinación del grano

La inclinación del grano con respecto a la dirección longitudinal del tronco tiene marcada influencia en el comportamiento de los elementos estructurales. La inclinación de los granos puede tener dos causas principales: una inclinación constante y que sigue la forma de espiral según la dirección longitudinal del tronco, o trozas que por su mal aserrado presentan grano inclinado.

3.4.1.3. Fallas por compresión

Las fallas por compresión son zonas de la madera en que las fibras están interrumpidas. Esto significa que al momento de cargar piezas no será posible transmitir esfuerzos a través de dichas secciones.

3.4.1.4. Perforaciones

Las perforaciones son discontinuidades que aparecen en las piezas de la madera que han sido atacadas antes de su aserrado.

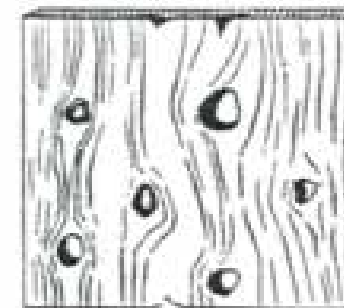


Ilustración 3 - Perforaciones en la madera

3.4.1.5. Medula excéntrica

La medula excéntrica es consecuencia del crecimiento de los árboles en condiciones adversas, tales como la excesiva pendiente del terreno, la presencia de vientos dominantes en un solo sentido, luz intensa en un solo lado. La medula excéntrica permite que se formen anillos angostos de un lado y anillos anchos en el lado opuesto del tronco, esto produce tensiones internas y una configuración oval de la sección transversa. Las tensiones “almacenadas” se hacen presentes durante el secado, agrietando y deformando las trozas.

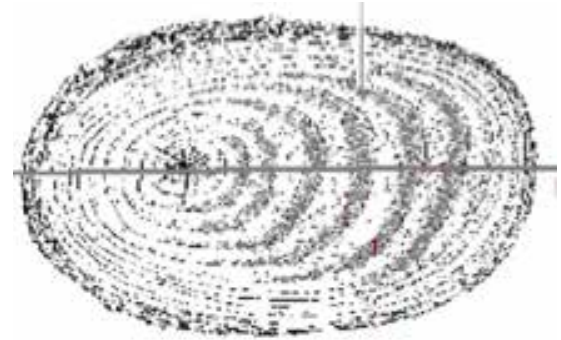


Ilustración 4 - Medula excéntrica

3.5. Influencia del contenido de humedad

El contenido de humedad influye a la madera haciéndola perder resistencia cuando la misma posee un contenido de humedad elevado, por lo anterior se llega a la conclusión de que los elementos secos presentan una mayor resistencia que los húmedos, también se debe tener en cuenta que en los elementos con poca humedad se presenta una falla más frágil que en los elementos con un contenido de humedad alto.

3.6. Influencia de la densidad

La densidad es una medida de la cantidad de material sólido que posee la madera y tiene una marcada influencia en la resistencia mecánica de ésta. En probetas pequeñas libres de defectos puede esperarse que la resistencia sea directamente proporcional a la densidad, es decir, a mayor densidad mayor resistencia.

3.7. Influencia de la temperatura

En general, las propiedades mecánicas de la madera disminuyen con el aumento de temperatura y aumentan con la disminución de esta. Estos efectos son inmediatos porque en la madera expuesta un tiempo prolongado a altas temperaturas se producen cambios irreversibles en sus propiedades.

3.8. Duración de la carga

Cuando un elemento de madera se carga por primera vez se deforma elásticamente. Si la carga se mantiene, se presenta una deformación adicional dependiente del tiempo.

3.9. Degradación

La madera por ser un material orgánico y natural, constituido principalmente por celulosa y lignina, si es sometida a ciertas condiciones de humedad, temperatura y oxígeno, puede ser degradada. La degradación en la madera se debe al ataque de organismos biológicos destructores como son los hongos y los insectos xilófagos que a dichas condiciones ambientales pueden invadir ciertos sectores de la madera y si no son detectados a tiempo, destruyen las células que los componen, afectando sus propiedades físicas y químicas y reduciendo severamente su resistencia estructural.

3.10. Ataque de insectos

Por lo general se consideran dos tipos de insectos que atacan la madera: unos los que atacan la madera antes de su puesta en servicio y los otros, que son más importantes, visto desde el punto de vista del usuario, que atacan después de su puesta en servicio. Dentro de estos figuran: las termitas subterráneas, los de madera seca y los de nido aéreo.

3.11. Ataques químicos

El efecto de las sustancias químicas en la madera es altamente dependiente del tipo de compuesto. Líquidos que no producen hinchamiento de la madera como aceites de petróleo o creosota, no tienen efectos apreciables, mientras que líquidos que hinchan la madera tales como el agua y el alcohol pueden tener algún efecto aunque no produzcan degradación química.

INTRODUCCIÓN

La madera en Colombia se presenta como una opción para potenciar la economía regional. Teniendo como referentes países como Brasil y Chile se logra comprender el gran beneficio que trae el uso óptimo de este material renovable. En los países nombrados se evidencia un aumento en los últimos años en sus exportaciones de madera a Norteamérica y Europa, representando unos ingresos considerables para sus economías, por ello se hace necesario encontrar mecanismos que permitan masificar el uso y producción de madera en nuestra nación.^A

En Chile, la industria maderera es el segundo sector exportador y el primero basado en un recurso natural renovable. En el año 2010, los embarques llegaron a los US\$ 4.900 millones, con el 85% de ellos conformados por productos de alto valor agregado. Por otra, parte Brasil genera aproximadamente 1,5 millones de empleos directos, un 40% ubicado en actividades de silvicultura y un 60% en actividades industriales. Considerando los empleos indirectos y directos llega a 4,5 millones o sea el 5,6% de la Población Económicamente Activa del país.^B

La situación que se presenta en Colombia es la siguiente: alrededor del 20% de la Población Económicamente Activa de Colombia está representada por el sector agrícola en general, el cual absorbe en total más de 3,7 millones de personas. Con base en esos porcentajes, los empleos directos del sector forestal en Colombia suman un promedio de 74.000 personas.^C

Con la implementación de este proyecto de investigación, se logra generar en los Ingenieros Estructurales una alternativa para el uso de la madera como material de construcción. Para ello el producto final de la investigación será una guía metodológica con casos de estudio sobre el diseño estructural en madera, teniendo como base la norma NSR-10 en el título G, esta guía presentará métodos de diseño de flexión, compresión y flexo compresión. Esto permitirá facilitar el trabajo en aquellos profesionales del medio que deseen implementar este material en sus obras.^D

^A Documento REFOCOSTA, comercialización de la madera en Colombia y sus oportunidades-2007.

^B Corporación Chilena de la madera.

^C Depósito de documentos de la FAO.

^D Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal.

La industrial y otros gremios que impulsan la economía de Colombia ven con buenos ojos el uso de la madera como material de construcción, pues existe una gran cantidad de países industrializados como Estados Unidos, Canadá, Rusia, Brasil, China, Suecia, Finlandia, Alemania, Francia e Indonesia, que toman este material como base para un porcentaje considerable de sus construcciones. ^E

Para masificar la producción y el uso de la madera se cuenta con el apoyo del gobierno nacional Colombiano, quien es el principal promotor de la producción y comercialización de la madera de manera legal; esto se evidencia al conformar un pacto intersectorial entre los interesados en el tema, creando así, un compromiso para mejorar las condiciones de uso del recurso en todo el territorio nacional, con comisiones de trabajo, las cuales servirán como canal interlocutor entre el gobierno y los estamentos que firman el documento. ^F

Por los puntos descritos anteriormente, el proyecto tiene muchos elementos que lo vuelven atractivo para los diseñadores estructurales interesados en el tema.

^E Ministerio de agricultura-2005

^F Pacto intersectorial por la madera legal en Colombia-2011

5. DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR FLEXIÓN

5.1. Casos de estudio

5.1.1. Caso de estudio 1- Flexión.

Se desea conocer las dimensiones para un elemento que hace parte del contra piso para una unidad de vivienda familiar con los siguientes parámetros.

Ilustración 5 - Elemento contra piso

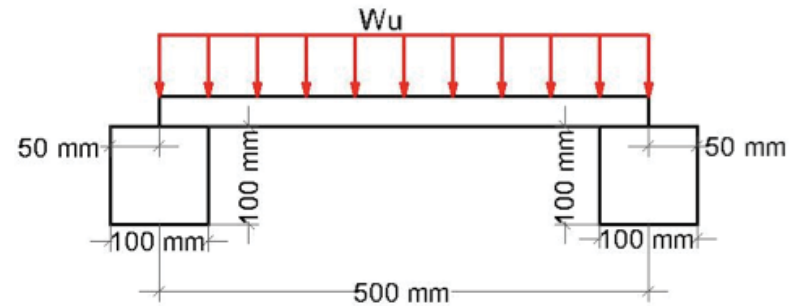
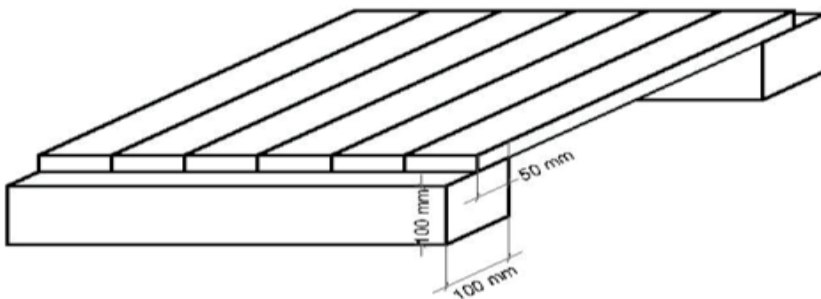
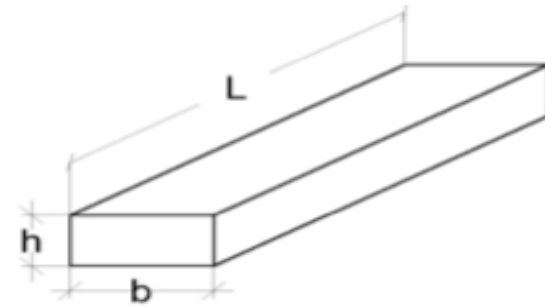


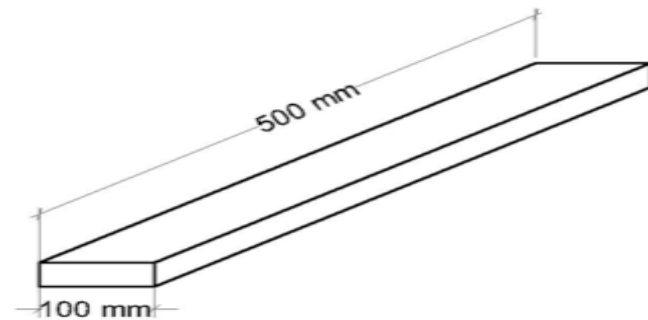
Ilustración 6 - Elemento contra piso





Datos:
 $L=500$ mm
 $b=100$ mm
 Tipo madera ES3 - Madera aserrada
 $CHc=19\%$ en Construcción - $CHs=12\%$ en Servicio.
 Temperatura= 28°C
 Apoyos de 25 mm

Ilustración 7 - Elemento contra piso



5.1.1.1. Recomendaciones iniciales para diseño a flexión.

Para comenzar el diseño de este elemento en madera se deben cumplir que se describen en la NSR-10 las cuales son:

- * Todos los elementos de una estructura deberán ser diseñados, contruoidos y empalmados para resistir los esfuerzos producidos por las combinaciones de cargas de servicio consignadas en B.2.3.1 del presente Reglamento, dentro de las limitaciones de deflexión estipuladas en G.3.2.1.
-
-
- * Toda construcción de madera deberá poseer un sistema estructural que se ajuste a uno de los cuatro tipos definidos en A.3.2 del presente Reglamento.
-
-
- * El diseño estructural deberá reflejar todas las posibles cargas actuantes sobre la estructura durante las etapas de construcción y servicio; además de las condiciones ambientales como humedad o temperatura que puedan generar cambios en las suposiciones de diseño, o que puedan afectar la integridad de otros componentes estructurales.
-
-
- * En el análisis y diseño de las estructuras de madera deberán respetarse los principios básicos de la mecánica estructural, los requisitos básicos de diseño consignados en A.3.1 de este Reglamento y los requisitos particulares que se encuentran relacionados en el presente Título G.
- * Los esfuerzos producidos por las cargas aplicadas serán calculados considerando los elementos como homogéneos y de comportamiento lineal.
-
-
- * En el diseño de estructuras de madera todos los cálculos se harán con base en las dimensiones reales de los elementos utilizados, teniendo en cuenta las reducciones por secado y procesamiento de la madera. Las dimensiones indicadas en la tabla G.1.3-1 ya incluyen tales reducciones.
-
-
- * Las provisiones de diseño estructural dadas en este título, se basan en que los materiales de construcción empleados, cumplen con los estándares de durabilidad, tratamientos, fabricación, procesamiento, instalación, control de calidad y adecuado uso y mantenimiento, mencionados en el capítulo G.11, en el Apéndice G-B y en los capítulos específicos donde se haga referencia a ellos, pero será responsabilidad final del diseñador los planteamientos de diseño utilizados para los elementos de madera y de sus conexiones en usos particulares.
- * En ningún caso se deben utilizar estructuras de madera cuando la temperatura a la cual van a estar sometidas excede 65°C.

5.1.1.2. Definición de sección.

Después de verificar los puntos mencionados anteriormente se recomienda por la norma continuar con la definición de la sección del elemento b y h.

Avalúo inicial de cargas se define teniendo en cuenta la tabla ^G-G.3.2-3.

$$w' = (1,5D + L^H) * b_{af}$$

$$w' = (1,5 \times 5 \text{ k/m}^2 + 180 \text{ k/m}^2) * 0.1 \text{ m} = 18.75 \text{ k/m} = 0.1839 \text{ N/mm}$$

Para encontrar la altura del elemento se debe conocer la fórmula de deflexión para el caso de estudio con sus condiciones iniciales, para este problema la formula será la siguiente:

$$\Delta_{max} = \frac{5}{384} \frac{\omega l^4}{EI} \quad \text{Ecuación 1 - G.3.2-1 (NSR-10)}$$

El paso que continua será tomar de la tabla ^IG.3.2-1 la formula correspondiente para deflexiones admisibles que cumpla con la necesidad del caso de estudio.

$$\Delta_{adm} = \frac{l}{300} \quad \text{Ecuación 2 - Deflexiones admisibles en vigas (mm), para elementos de entepiso.}$$

También se debe definir el módulo de elasticidad el cual depende del tipo de madera que se disponga, en este caso de estudio la madera con la que se cuenta es del grupo ES3, la información del módulo de elasticidad para este grupo de madera se encuentra en la tabla ^JG.2.2-2.

$$ES3 = 14000 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad longitudinal para maderas del grupo ES1.

^G Página G-27 (NSR-10)
^H Se en la norma recomienda el uso de 240 k/m² para la carga viva de construcción si ésta interviene.

^I Página G-26 (NSR-10)

^J Página G-18 (NSR-10)

Se igualan las fórmulas para deflexiones:

$$\frac{l}{300} = \frac{5}{384} \frac{\omega l^4}{EI}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{300}{500} * \frac{5}{384} * \frac{0.183 * 500^4 * 12}{14000 * 100}}$$

$$h = 9.14 \text{ mm}$$

Al encontrar esta dimensión se tendrá que el pre dimensionamiento será así:

$$h^k = 30 \text{ mm}$$

$$b = 100 \text{ mm}$$

5.1.1.3. Esfuerzo admisible modificado.

El paso siguiente para continuar con el diseño estructural será la definición de los factores de corrección los cuales son los siguientes:

$$F_b' = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{fu} * C_{in} * C_r$$

En donde

F_b = esfuerzo admisible para flexión.

C_D = coeficiente de modificación por duración de la carga.

C_M = coeficiente de modificación por contenido de humedad.

C_t = coeficiente de modificación por temperatura.

C_L = coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

C_F = coeficiente de modificación por forma.

C_{fu} = coeficiente de modificación por uso en cara ancha.

C_{in} = coeficiente de modificación por incisiones.

C_r = coeficiente de modificación por acción de conjunto.

5.1.1.3.1. Esfuerzo admisible.

Como paso inicial se debe definir el esfuerzo admisible para la flexión (F_b), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento y se extrae de la tabla ^L G.2.2-1.

$$F_b = 23 \text{ MPa}$$

^K La altura se aproxima aumentándola a la medida comercial más cercana, página G-92 (NSR-10)

^L Página G-18 (NSR-10)

5.1.1.3.2 Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El paso a seguir será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D) para ello se usa la tabla ^MG.2.2-3.

$$C_D = 1.00$$

5.1.1.3.3 Coeficiente de duración de carga.

Para este caso se toma el factor para flexión $C_D = 1.00$, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, que la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años.

5.1.1.3.3 Coeficiente de modificación por contenido de humedad.

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m), para hacer esto se debe saber la condición de humedad durante la construcción y en servicio, lo anterior se define en la tabla ^NG.2.2-4.

Para este caso de estudio:

$$CH_c > 19\% \quad CH_s \leq 12\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

Se toma la tabla ^OG.2.2-5 indica cual es el factor que afectará al esfuerzo admisible.

$$\text{Para este caso será usado } C_m = 1.00$$

5.1.1.3.4. Coeficiente de modificación por temperatura.

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hará uso de la tabla ^PG.2.2-6.

Para este elemento en madera el factor $C_t = 1.00$.

5.1.1.3.5. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

Después se encontrara el coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas (C_L).

Para lo anterior se debe verificar lo siguiente ^Q:

$$h/b > 1 \quad \text{Para un este caso se tiene } 30/100 = 0.3 < 1 \quad \text{por lo cual } C_L = 1.00$$

^M Página G-19 (NSR-10)

^N Página G-19 (NSR-10)

^O Página G-19 (NSR-10)

^P Página G-20 (NSR-10)

^Q Estabilidad lateral y coeficientes de modificación G.3.3.3 NSR-10

5.1.1.3.6. Coeficiente de forma.

Continuando con los coeficientes, se encontrará el coeficiente de forma (C_F) para ello se usa inicialmente la tabla ^RG 3.3-1 en la cual se encontrará C_d .

Para este caso de estudio $C_d = 1.15$.

Se pasa a hallar de la tabla ^SG 3.3-2 el coeficiente C_l .

Para este caso de estudio $C_l = 1.00$

Se usan las formulas correspondientes y se sabe cuál es C_F :

$$C_F = C_d * C_l = 1.15 * 1.00 = 1.15$$

5.1.1.3.7. Coeficiente de modificación por cara ancha.

El paso siguiente será hallar el coeficiente de modificación por cara ancha (C_{fu}) para ello se hace uso de la tabla ^TG.3.3-3:

Teniendo en cuenta la tabla anterior se debe usar un $C_{fu} = 1.00$.

5.1.1.3.8. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma ^U y así saber qué valor asigna, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para $C_{in} = 1.00$.

5.1.1.3.9. Coeficiente de modificación por acción conjunta.

Analizando lo descrito en el numeral ^V este elemento cumple con lo descrito en la anotación, por lo anterior $C_r = 1.15$
Por lo cual el esfuerzo admisible para la flexión será:

$$F'_b = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{fu} * C_{in} * C_r$$

$$F'_b = 23 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.00 * 1.15 = 30.417 \text{ MPa}$$

^R Página G-28 (NSR-10)

^S Página G-28 (NSR-10)

^T Página G-29 (NSR-10)

^U Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.4 página G-20 (NSR-10)

^V Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.5 página G-20 (NSR-10)

5.1.1.4. Momento resistente.

Con los coeficientes encontrados anteriormente se procede a realizar el cálculo del momento resistente en una sección rectangular, el cual debe cumplir la siguiente condición:

$$M \leq F'_b * \frac{b * h^2}{6} \quad \text{Ecuación 3 - G.3.3-7 (NSR-10)}$$

En donde:

M= Momento actuante en N-mm.

F'b= Esfuerzo admisible modificado a flexión.

b,h= Medidas de la sección rectangular en mm

Y el momento resistente de la sección será:

$$F'_b * \frac{b * h^2}{6} = 30.417 * \frac{100 * 30^2}{6} = 456255 \text{ N} - \text{mm}$$

5.1.1.5. Momento actuante.

El paso a seguir será la definición del momento actuante, para ello se debe realizar un avalúo de cargas nuevo y encontrar el momento actuante con las condiciones a las que el elemento se encuentra sometido.

Avaluó de cargas

Carga muerta (D): Peso propio= **5 kgf/m²**

Carga viva (L): Residencial= **180 kgf/m²**

Carga de diseño (w)

$$w = (5 \text{ kgf/m}^2 + 180 \text{ kgf/m}^2) * 0.1\text{m} = 18.5 \text{ kgf/m}$$

Con esta carga de diseño se elabora el siguiente modelo:



Ilustración 8 - Modelo planteado

Con el modelo anterior se obtiene el siguiente diagrama de momento [Kgf-m]

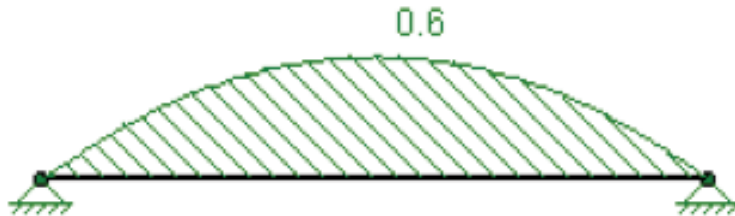


Ilustración 9 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]

Para efectos del uso de la formula el momento máximo (M) será de:

$$M = 5886 \text{ N-mm}$$

Encontrando que:

$$5886 \text{ N-mm} < 456255 \text{ N-mm}$$

Como se puede observar el momento actuante es menor que el momento resistente por ello el elemento no fallará cuando se le aplique la carga de diseño.

5.1.1.6. Esfuerzo cortante actuante.

Para este diseño se debe verificar que este elemento resista el esfuerzo cortante paralelo a las fibras (f_v) lo cual se hará de la siguiente manera:

Ecuación 4 - G.3.4-1 (NSR-10)

$$f_v = \frac{3 * V}{2 * b * h} \leq F'_v$$

En donde:

f_v = Esfuerzo cortante actuante, en MPa.

F'_v =Esfuerzo cortante admisible modificado en MPa.

V =Fuerza cortante vertical en la sección considerada, en N.

b, h =Dimensiones de la sección rectangular en mm.

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer el diagrama de cortante que rige el elemento a diseñar:

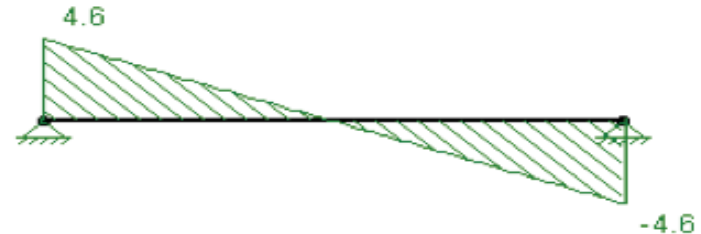


Ilustración 10 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]

Como se puede observar en el diagrama anterior el cortante que es de interés será el máximo, el cual es **$V = 45.126$ N**

Luego se debe calcular el esfuerzo cortante actuante:

$$f_v = \frac{3 * 45.126}{2 * 30 * 100} = 0.0225 \text{ MPa}$$

5.1.1.7. Esfuerzo cortante admisible modificado.

El esfuerzo cortante admisible para el grupo de madera ES3 está definido en la tabla ^WG.2.2-1, para este caso **Fv= 1.6 MPa**. Se encuentra el valor para el esfuerzo cortante admisible modificado, el cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_v = F_v * C_D * C_m * C_t = 1.6 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 1.6 MPa$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usaron para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado. Con lo anterior se sabe que:

$$0.0225 MPa < 1.6 MPa$$

Con esto se conoce que el elemento soporta el esfuerzo cortante al que se ve sometido por la carga de diseño y se concluye que es menor que el resistente, por lo cual, el elemento no falla por cortante.

5.1.1.8. Esfuerzo de aplastamiento.

Para realizar la verificación de aplastamiento se debe cumplir la siguiente desigualdad:

Ecuación 5 - G.3.5-1 (NSR-10)

$$f_p = \frac{N}{A_n} \leq F'_p$$

En donde:

f_p= Esfuerzo de aplastamiento en MPa.

F'_p= Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, en MPa.

N= Fuerza axial actuante perpendicular a la fibra en N.

A_n= Área neta de aplastamiento en mm².

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer las fuerzas perpendiculares a la fibra que rige el elemento a diseñar:



Del modelo anterior se conoce que la fuerza axial actuante perpendicular a la fibra es **N= 45.126 N**

El área neta de aplastamiento se definirá de la siguiente manera:

$$A_n = h * b = 30 * 100 = 3000 \text{ mm}^2$$

Por lo cual:

$$f_p = \frac{N}{A_n} = \frac{45.126}{3000} = 0.015 \text{ Mpa}$$

5.1.1.9. Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.

Además de lo anterior se debe conocer el esfuerzo de admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, lo cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_p = F_p * C_m * C_b$$

El valor correspondiente al esfuerzo admisible a compresión perpendicular a la fibra se obtiene de la tabla ^xG.2.2-1, para el caso de estudio se trabaja **Fp= 3.8**.

Para el cálculo del coeficiente por área de apoyo se debe proceder de la siguiente manera:

Ecuación 6 - G.3.5-2 (NSR-10)

$$C_b = \frac{l_b + 9.53}{l_b}$$

En donde:

l_b = Longitud del apoyo en mm, medida a lo largo de la fibra de la madera.

$$C_b = \frac{25 + 9.53}{25} = 1.38$$

Aplicando los factores correspondientes se tiene lo siguiente:

$$F'_p = F_p * C_m * C_b = 3.8 * 1.00 * 1.00 * 1.38 = 5.24 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usaron para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado, pero se debe tomar los valores que corresponde a la compresión paralela a la fibra.

Con lo anterior se podrá verificar lo siguiente:

$$0.015 \text{ Mpa} < 5.24 \text{ MPa}$$

Con eso se sabe que el esfuerzo de aplastamiento aplicado es menor al esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, lo cual indica que la sección no sufrirá aplastamiento en este caso.

5.1.1.9.1. Deflexiones

Como último paso se encuentran la deflexión máxima total que el elemento tendrá, esto se hace usando la formula descrita anteriormente para deflexiones máximas y aumentando un 80% para conocer la deflexión elástica más la deflexión inelástica.

- * Se halla el módulo de elasticidad modificado:

$$E_{0.5} = E_{0.5} * C_m * C_t * C_{in} = 14000 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 14000 \text{ MPa}$$

- * Después se encuentra la deflexión máxima.

$$\Delta_{max} = \frac{5}{384} * \frac{0.181 * 500^4}{14000 * \frac{100 * 30^3}{12}} * 1.8 = 0.084 \text{ mm}$$

$$\Delta_{admisible} = \frac{500}{300} = 1.66 \text{ mm}$$

Como se puede observar el valor de la deflexión máxima es menor que el de la deflexión admisible por lo cual cumple con el criterio de las deflexiones siendo esta un sección óptima para resolver el caso de estudio.

5.1.2. Caso de estudio 2 - Flexión.

Se desea realizar el cálculo para el peldaño de una escalera que se encuentra empotrado en uno de sus extremos, dicha escalera servirá para acceder al segundo piso de una vivienda familiar.

Ilustración 12 - Elemento peldaño

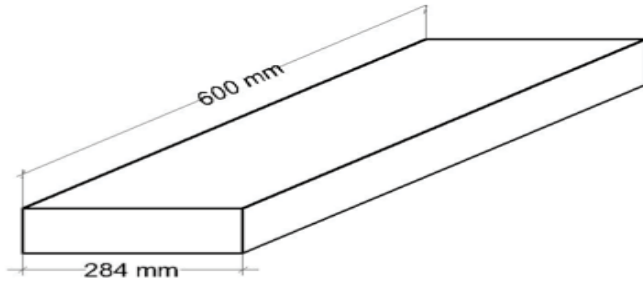
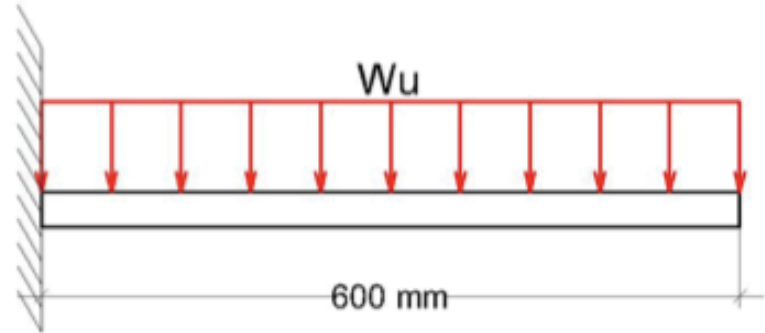
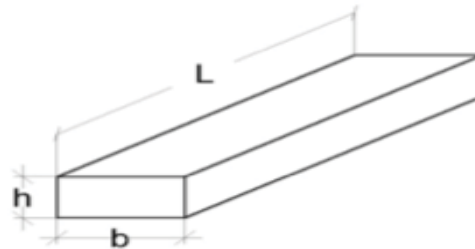


Ilustración 13 - Elemento peldaño



Datos:

$L=600$ mm

$b=284$ mm

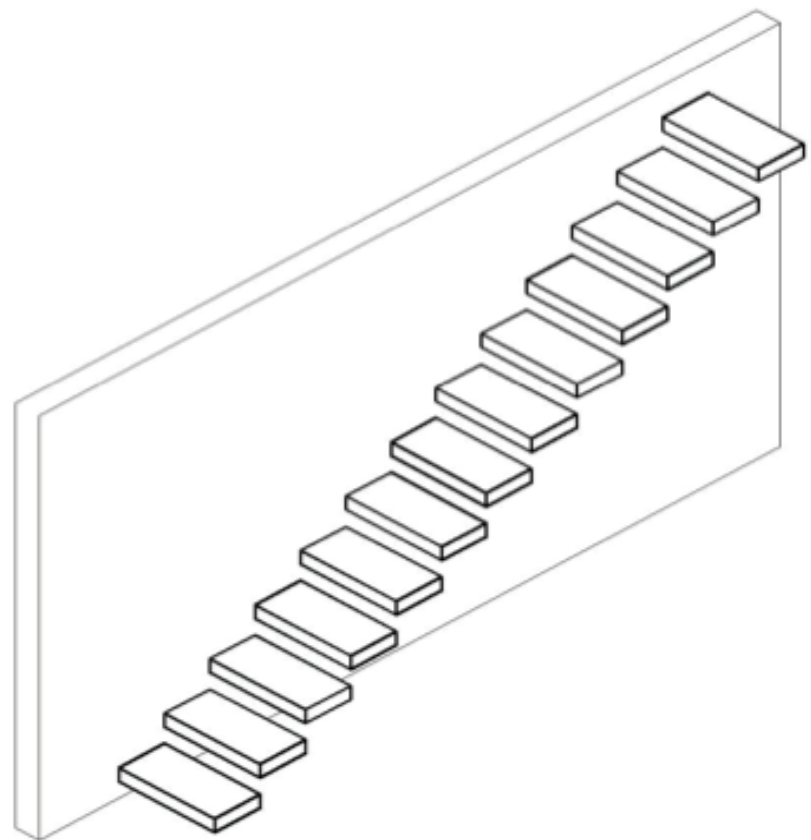
Tipo madera ES1 - Madera aserrada

CHC=12% en Construcción - CHS=12% en Servicio.

Temperatura=18°C



Ilustración 14 – Isometría escalera



5.1.2.1. Definición de sección

El paso inicial para el diseño del elemento es definición de la altura de la sección (h).

Avalúo inicial de cargas se define teniendo en cuenta la tabla ^YG.3.2-3.

$$w' = (1,5D + L^2) * b_{af}$$

$$w' = (1,5 \times 5 \text{ k/m}^2 + 300 \text{ k/m}^2) * 0.284 \text{ m} = 18.75 \text{ k/m} = 0.187 \text{ N/mm}$$

Para encontrar la altura del elemento se debe conocer la fórmula de deflexión para el caso de estudio con sus condiciones iniciales, para este problema la formula será la siguiente:

Ecuación 7 – Notas de clase resistencia de materiales

$$\Delta_{max} = \frac{\omega l^4}{8EI}$$

El paso que continua será tomar de la tabla ^{AA}G.3.2-1 la formula correspondiente para deflexiones admisibles que cumpla con la necesidad del caso de estudio.

Ecuación 8 - Deflexiones admisibles en vigas (mm), para elementos de entrepiso.

$$\Delta_{adm} = \frac{l}{300}$$

También se debe definir el módulo de elasticidad el cual depende del tipo de madera que se disponga, para este caso es una madera del grupo ES1, lo anterior se encuentra en la tabla ^{BB}G.2.2-2.

Módulo de elasticidad longitudinal para maderas del grupo ES1.

$$E_{0.5} = 18000 \text{ MPa}$$

^Z En la norma se recomienda el uso de 240 k/m² para la carga viva de construcción si esta interviene.

^Y Página G-27 (NSR-10)

^{AA} Página G-26 (NSR-10)

^{BB} Página G-18 (NSR-10)

Se igualan las fórmulas para deflexiones:

$$\frac{l}{300} = \frac{\omega l^4}{8EI} \quad h = \sqrt[3]{\frac{300}{600} * \frac{0.187 * 600^4 * 12}{8 * 18000 * 284}} \quad h = 30.52 \text{ mm}$$

Al encontrar esta dimensión se tendrá que el pre dimensionamiento será así:

$$h^{CC} = 80 \text{ mm}$$

$$b = 284 \text{ mm}$$

5.1.2.2. Esfuerzo admisible modificado.

El paso siguiente para continuar con el diseño estructural será la definición de los factores de corrección los cuales son los siguientes:

$$F_b' = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{fu} * C_{in} * C_r$$

En donde

F_b = esfuerzo admisible para flexión.

C_D = coeficiente de modificación por duración de la carga.

C_M = coeficiente de modificación por contenido de humedad.

C_t = coeficiente de modificación por temperatura.

C_L = coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

C_F = coeficiente de modificación por forma.

C_{fu} = coeficiente de modificación por uso en cara ancha.

C_{in} = coeficiente de modificación por incisiones.

C_r = coeficiente de modificación por acción de conjunto.

5.1.2.2.1. Esfuerzo admisible.

Como paso inicial se debe definir el esfuerzo admisible para la flexión (F_b), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento y se extrae de la tabla ^{DD} G.2.2-1.

$$C_b = 29.5 \text{ MPa}$$

Esfuerzos admisibles en flexión para maderas del grupo ES1.

^{CC} La altura se aproxima aumentándola a la medida comercial más cercana,
página G-92 (NSR-10).

^{DD} Página G-18 (NSR-10)

5.1.2.2.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El paso a seguir será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D) para ello se usa la tabla ^{EE}G.2.2-3.

$$C_D = 1.00$$

Para este caso se toma el factor para flexión $C_D = 1.00$, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, que la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años.

5.1.2.2.3. Coeficiente de modificación por contenido de humedad.

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m), para hacer esto se debe conocer la condición de humedad durante la construcción y en servicio, lo anterior se define en la tabla ^{FF}G.2.2-4.

Para este caso de estudio:

$$CH_c = 12\% \quad CH_s = 12\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así: $CH = 12\%$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

Se toma la tabla ^{GG}G.2.2-5 indica cuál es el factor que afectará al esfuerzo admisible para flexión.

Para este caso será usado $C_m = 1.00$

5.1.2.2.4. Coeficiente de modificación por temperatura.

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hará uso de la tabla ^{HH}G.2.2-6.

Para este elemento en madera el factor $C_t = 1.00$.

^{EE} Página G-19 (NSR-10)

^{FF} Página G-19 (NSR-10)

^{GG} Página G-19 (NSR-10)

^{HH} Página G-20 (NSR-10)

5.1.2.2.5. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

Después se encontrara el coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas (C_L).
Para lo anterior se debe verificar lo siguiente^{II}:

$$h/b > 1 \quad \text{Para un nuestro caso tenemos} \quad 30/100 = 0.3 < 1 \quad \text{por lo cual } C_L = 1.00$$

5.1.2.2.6. Coeficiente de forma.

Continuando con los coeficientes, se encontrara el coeficiente de forma (C_F) para ello se usa inicialmente la tabla ^{JJ}G 3.3-1 en la cual se encontrara C_d .

Para este caso de estudio $C_d = 1.00$.

Se pasa a hallar de la tabla ^{KK}G 3.3-2 el coeficiente C_l .

Para este caso de estudio $C_l = 1.00$

Se usan las formulas correspondientes y se sabe cuál es CF:

$$C_F = C_d * C_l = 1.00 * 1.00 = 1.00$$

5.1.2.2.7. Coeficiente de modificación por cara ancha.

El paso siguiente será hallar el coeficiente de modificación por cara ancha (C_{fu}) para ello se hace uso de la tabla ^{LL}G.3.3-3:

Teniendo en cuenta la tabla mencionada anteriormente se debe usar un $C_{fu} = 1.00$.

5.1.2.2.8. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma^{MM} y así saber qué valor asigna, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para será. $C_{in} = 1.00$.

^{II} Estabilidad lateral y coeficientes de modificación G.3.3.3 NSR-10

^{JJ} Página G-28 (NSR-10)

^{KK} Página G-28 (NSR-10)

^{LL} Pagina G-29 (NSR-10)

^{MM} Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.4 página G-20 NSR-10)

5.1.2.2.9. Coeficiente de modificación por acción conjunta.

Analizando lo descrito en el numeral^{NN} este elemento cumple con lo descrito en la anotación, por lo anterior $C_r = 1.00$
Por lo cual el esfuerzo admisible para la flexión será:

$$F'_b = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{fu} * C_{in} * \phi_r$$

$$F'_b = 29.5 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 29.5 \text{ MPa}$$

5.1.2.3. Momento resistente.

Con los coeficientes encontrados anteriormente se procede a realizar el cálculo del momento resistente en una sección rectangular, el cual debe cumplir la siguiente condición:

Ecuación 9 - G.3.3-7 (NSR-10) $M \leq F'_b * \frac{b * h^2}{6}$

En donde:

M= Momento actuante en N-mm.

F'b= Esfuerzo admisible modificado a flexión.

b,h= Medidas de la sección rectangular en mm

Y el momento resistente de la sección será:

$$F'_b * \frac{b * h^2}{6} = 29.5 * \frac{284 * 80^2}{6} = 8936533.33 \text{ N} - \text{mm}$$

5.1.2.4. Momento actuante.

El paso a seguir será la definición del momento actuante, para ello se debe realizar un avalúo de cargas nuevo y encontrar el momento actuante con las condiciones a las que el elemento se encuentra sometido.

Avaluó de cargas

Carga muerta (D): Peso propio= 5 kgf/m^2

Carga viva (L): Residenciales-Escaleras= 300 kgf/m^2

Carga de diseño (w)

$$w = (5 \text{ kgf/m}^2 + 300 \text{ kgf/m}^2) * 0.284 \text{ m} = 86.62 \text{ kgf/m}$$

^{NN} Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.5 página G-20 (NSR-10)

Con esta carga de diseño se elabora el siguiente modelo:

Ilustración 15 - Modelo planteado



Con el modelo anterior se obtiene el siguiente diagrama de momento [Kgf-m]



Ilustración 16 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]

Para efectos del uso de la formula el momento máximo (M) será de:

$$M = 153036 \text{ N-mm}$$

Encontrando que:

$$153036 \text{ N-mm} < 8936533.33 \text{ N-mm}$$

Como se puede observar el momento actuante es menor que el momento resistente por ello el elemento no fallará cuando se le aplique la carga de diseño.

5.1.2.5. Esfuerzo cortante actuante.

Para este diseño se debe verificar que el elemento soporte el esfuerzo cortante paralelo a las fibras (f_v) lo cual se hará de la siguiente manera:

Ecuación 10 - G.3.4-1 (NSR-10)

$$f_v = \frac{3 * V}{2 * b * h} \leq F'_v$$

En donde:

f_v = Esfuerzo cortante actuante, en MPa.

F'_v = Esfuerzo cortante admisible modificado en MPa.

V = Fuerza cortante vertical en la sección considerada, en N.

b, h = Dimensiones de la sección rectangular en mm.

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer el diagrama de cortante que rige nuestro elemento a diseñar:

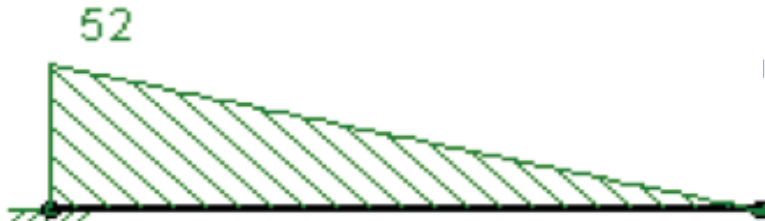


Ilustración 17 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]

Como se puede observar en el diagrama anterior el cortante que nos interesa será el máximo el cual es **$V = 510.12 \text{ N}$**

Luego se debe calcular el esfuerzo cortante actuante:

$$f_v = \frac{3 * 510.12}{2 * 80 * 284} = 0.0336 \text{ MPa}$$

5.1.2.6. Esfuerzo cortante admisible modificado.

El esfuerzo cortante admisible para el grupo de madera ES1 está definido en la tabla ^{oo}G.2.2-1, para este caso **$F_v = 2.00 \text{ MPa}$** .

Se encuentra el valor para el esfuerzo cortante admisible modificado, el cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_v = F_v * C_D * C_m * C_t = 2.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 2.00 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usaron para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado.

Con lo anterior se sabe que:

$$\mathbf{0.0336\ MPa < 2.00\ Mpa}$$

Con esto se conoce que el elemento soporta el esfuerzo contante al que se ve sometido por la carga de diseño.

5.1.2.6.1. Deflexiones

Como último paso se encuentran la deflexión máxima total que el elemento tendrá, esto se hace usando la formula descrita anteriormente para deflexiones máximas y aumentando un 80% para conocer la deflexión elástica más la deflexión inelástica.

- * Se halla el módulo de elasticidad modificado:

$$E_{0.5} = E_{0.5} * C_m * C_t * C_{in} = 18000 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 18000\ MPa$$

- * Después se encuentra la deflexión máxima.

$$\Delta_{max} = \frac{86.62 * 600^4}{8 * 18000 * \frac{284 * 80^3}{12}} * 1.8 = 0.11\ mm$$

$$\Delta_{admissible} = \frac{600}{300} = 2.00\ mm$$

Como se puede observar el valor de la deflexión máxima es menor que el de la deflexión admisible por lo cual cumple con el criterio de las deflexiones siendo esta un sección óptima para resolver el caso de estudio.

5.1.3. Caso de estudio 3 - Flexión.

Se desea diseñar viga que hace parte de una pérgola, dicho elemento se ve afectado por unas cargas puntuales ubicadas a unas distancias determinadas como se muestra en el esquema.

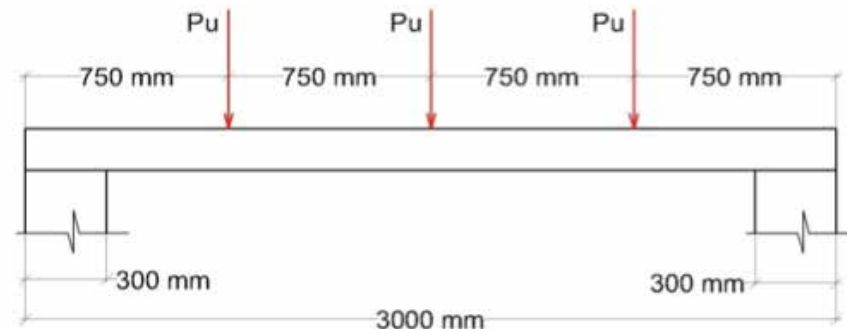
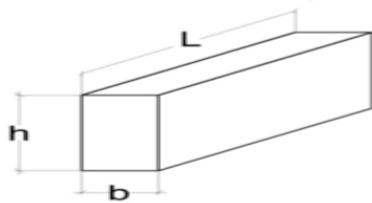


Ilustración 18 - Elemento viga





Datos:
 $L=3000\text{ mm}$
 $b=100\text{ mm}$
 Tipo madera ES2 - Madera aserrada
 $CH_C=18\% - CH_S=12\%$
 Temperatura= 30°C
 Carga puntual (L+D): 52.26 kg
 $P_u=52.26\text{ kg}=512.72\text{ N}$

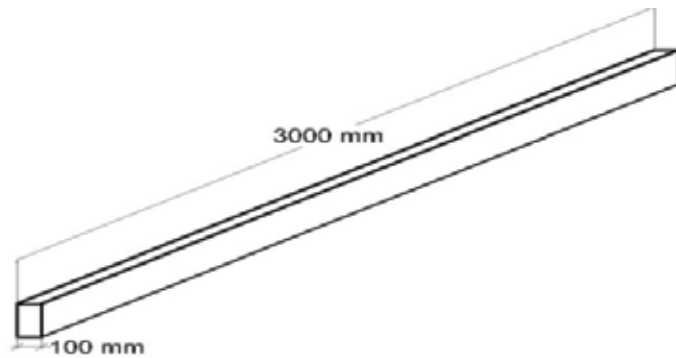


Ilustración 19 - Sección del elemento

5.1.3.1. Definición de sección.

Para encontrar la sección del elemento la norma recomienda seguir el procedimiento que se describe a continuación.

$P_u = 512.72 \text{ kg}$

Para este caso el lado de la sección $b^{PP} = 100 \text{ mm}$

Se igualan las fórmulas para deflexiones.

Ecuación 11- Notas de clase, resistencia de materiales

$$\Delta_{max} = \frac{(5 * n^2 - 4)}{384 * n} * \frac{P_u * l^3}{EI}$$

En donde:

Δ = deflexión máxima en mm.

n = número de separaciones entre las cargas.

P_u *= Carga inicial de diseño.

l = Longitud del elemento.

E = Modulo de elasticidad.

I = Inercia de la sección.

$n = l/a$

Ecuación 12 - Notas de clase, resistencia de materiales

$$n = \frac{l}{a}$$

En donde:

l = Longitud del elemento.

a = separación entre cargas en mm.

El siguiente paso se toma de la tabla ^{QQ}G.3.2-1 la formula correspondiente para deflexiones admisibles que cumpla con la necesidad del caso de estudio.

^{PP} Para realizar un análisis más acertado se deben usar medidas comerciales, G-92 (NSR-10).

^{QQ} Página G-26 (NSR-10)

Ecuación 13 - Deflexiones admisibles en vigas (mm),
para techos planos.

$$\Delta_{adm} = \frac{l}{240}$$

También se debe definir el módulo de elasticidad el cual depende del tipo de madera que se disponga, para este caso es una madera del grupo ES2, lo anterior se encuentra en la tabla ^{RR}G.2.2-2.

$$E_{0.5} = 18000 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad longitudinal para maderas del grupo ES2.

Se igualan las fórmulas para deflexiones:

$$\frac{l}{240} = \frac{(5 * n^2 - 4)}{384 * n} * \frac{Pu * l^3}{EI}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{240}{3000} * \frac{(5 * 4^2) - 4}{384 * 4} * \frac{512.72 * 3000^3 * 12}{18000 * 100}}$$

$$h = 73.87 \text{ mm}$$

Al encontrar esta dimensión se tendrá que el pre dimensionamiento será así:

$$\begin{aligned} h^{SS} &= 100 \text{ mm} \\ b &= 100 \text{ mm} \end{aligned}$$

5.1.3.2. Esfuerzo admisible modificado.

El paso siguiente para continuar con el diseño estructural será la definición de los factores de corrección los cuales son los siguientes:

$$F_b' = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{In} * C_r$$

En donde

F_b = esfuerzo admisible para flexión.

C_D = coeficiente de modificación por duración de la carga.

C_m = coeficiente de modificación por contenido de humedad.

C_t = coeficiente de modificación por temperatura.

C_L = coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

C_F = coeficiente de modificación por forma.

C_{In} = coeficiente de modificación por incisiones.

C_r = coeficiente de modificación por acción de conjunto.

5.1.3.2.1. Esfuerzo admisible.

Como paso inicial se debe definir el esfuerzo admisible para la flexión (F_b), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento y se extrae de la tabla ^{TT}G.2.2-1.

Ecuación 14 Esfuerzos admisibles en flexión **$F_b = 28.5 \text{ MPa}$**
para maderas del grupo ES2.

5.1.3.2.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El paso a seguir será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D) para ello se usa la tabla ^{UU}G.2.2-3.

$C_D = 1.00$
Coeficiente de duración de carga.

Para este caso se toma el factor para flexión $C_D = 1.00$, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, que la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años

5.1.3.2.3. Coeficiente de modificación por contenido de humedad.

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m), para hacer esto se debe saber la condición de humedad durante la construcción y en servicio, lo anterior se define en la tabla ^{vv}G.2.2-4.

Para este caso de estudio:

$$CH_c > 18\% \quad CH_s = 12\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

Se toma la tabla ^{ww}G.2.2-5 indica cual es el factor que afectará al esfuerzo admisible para flexión.

Para este caso será usado $C_m = 1.00$

5.1.3.2.4. Coeficiente de modificación por temperatura.

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hará uso de la tabla ^{xx}G.2.2-6.

Para este elemento en madera el factor $C_t = 1.00$, como lo se puede ver en la tabla anterior.

5.1.3.2.5. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas

Después se encontrara el coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas (C_L).

Para lo anterior se debe verificar lo siguiente ^{yy}:

$$h/b > 1 \quad \text{Para un nuestro caso tenemos } 100/100 = 1 = 1 \quad \text{por lo cual } C_L = 1.00$$

^{vv} Página G-19 (NSR-10)

^{ww} Página G-19 (NSR-10)

^{xx} Página G-20 (NSR-10)

^{yy} Estabilidad lateral y coeficientes de modificación G.3.3.3 NSR-10

5.1.3.2.6. Coeficiente de forma.

Continuando con los coeficientes, se encontrara el coeficiente de forma (C_F) para ello se usa inicialmente la tabla ^{ZZ}G 3.3-1 en la cual se encontrara C_d .

Para este caso de estudio $C_d = 1.15$.

Se pasa a hallar de la tabla ^{AAA}G 3.3-2 el coeficiente C_l .

Para este caso de estudio $C_l = 1.00$

Se usan las formulas correspondientes y se sabe cuál es C_F :

$$C_F = C_d * C_l = 1.15 * 1.00 = 1.15$$

5.1.3.2.7. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma ^{BBB} y así saber qué valor asigna, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para $C_{in} = 1.00$.

5.1.3.2.8. Coeficiente de modificación por acción conjunta.

Analizando lo descrito en el numeral ^{CCC} este elemento cumple con lo descrito en la anotación, por lo anterior $C_r = 1.15$

Por lo cual el esfuerzo admisible para la flexión será:

$$F'_b = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{fu} * C_{in} * C_r$$

$$F'_b = 28.5 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 = 37.69 \text{ MPa}$$

^{ZZ} Página G-28 (NSR-10)

^{AAA} Página G-28 (NSR-10)

^{BBB} Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.4 página G-20 (NSR-10)

^{CCC} Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.5 página G-20 (NSR-10)

5.1.3.3. Momento resistente.

Con los coeficientes encontrados anteriormente se procede a realizar el cálculo del momento resistente en una sección rectangular, el cual debe cumplir la siguiente condición:

$$\text{Ecuación 15 - G.3.3-7 (NSR-10)} \quad M \leq F'_b * \frac{b * h^2}{6}$$

En donde:

M= Momento actuante en N-mm.

F'b= Esfuerzo admisible modificado a flexión.

b,h= Medidas de la sección rectangular en mm

Y el momento resistente de la sección será:

$$F'_b * \frac{b * h^2}{6} = 37.69 * \frac{100 * 100^2}{6} = 6281666.66 \text{ N} - \text{mm}$$

5.1.3.4. Momento actuante.

El paso a seguir será la definición del momento actuante, para ello se debe realizar un análisis con la carga que el elemento se encuentra sometido, en este caso se conoce la magnitud de dicha carga y su ubicación en el elemento.

$$P_u = 512.72 \text{ kg}$$

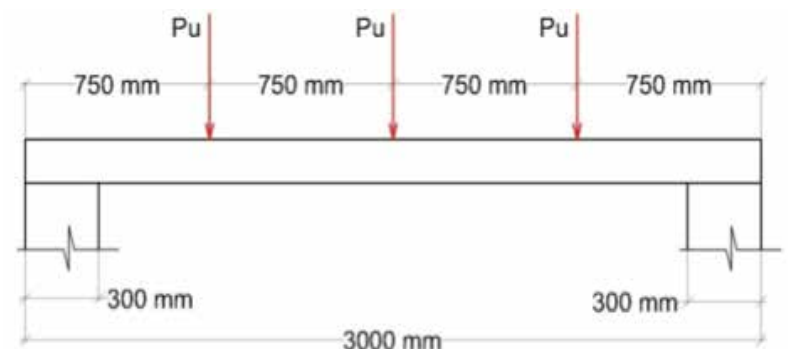
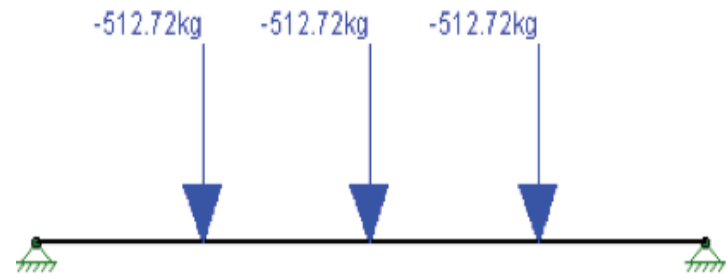


Ilustración 20- Elemento con cargas aplicadas.

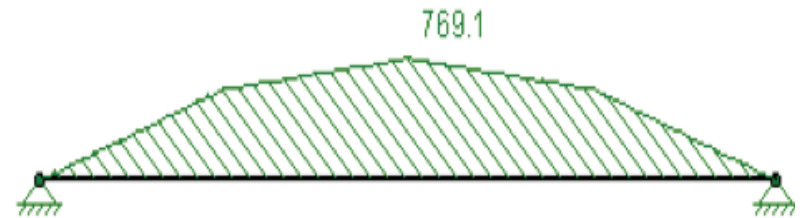
Con esta carga de diseño se elabora el siguiente modelo:

Ilustración 21 - Modelo planteado



Con el modelo anterior se obtiene el siguiente diagrama de momento [Kgf-m]

Ilustración 22 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]



Para efectos del uso de la formula el momento máximo (M) será de:

$$M = 7544871 \text{ N-mm}$$

Encontrando que:

$$7544871 \text{ N-mm} < 6281666.66 \text{ N-mm}$$

Como se puede observar el momento actuante es menor que el momento resistente por ello el elemento no fallará cuando se le aplique la carga de diseño.

5.1.3.5. Esfuerzo cortante actuante.

Para este diseño se debe verificar que este elemento resista el esfuerzo cortante paralelo a las fibras (f_v) lo cual se hará de la siguiente manera:

Ecuación 16 - G.3.4-1 (NSR-10)

$$f_v = \frac{3 * V}{2 * b * h} \leq F'_v$$

En donde:

f_v = Esfuerzo cortante actuante, en MPa.

F'_v =Esfuerzo cortante admisible modificado en MPa.

V =Fuerza cortante vertical en la sección considerada, en N.

b, h =Dimensiones de la sección rectangular en mm.

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer el diagrama de cortante que rige nuestro elemento a diseñar:

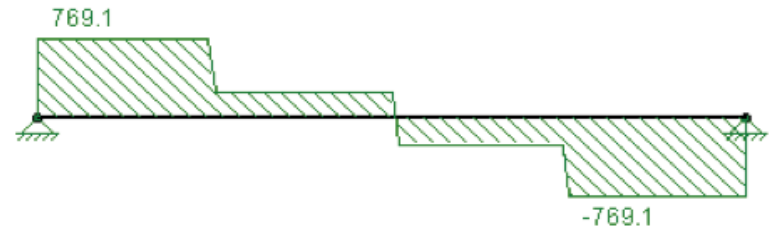


Ilustración 23 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]

Como se puede observar en el diagrama anterior el cortante que nos interesa será el máximo el cual es **$V = 7544.871 \text{ N}$**

Luego se debe calcular el esfuerzo cortante actuante:

$$f_v = \frac{3 * 7544.871}{2 * 100 * 100} = 1.131 \text{ MPa}$$

5.1.3.6. Esfuerzo cortante admisible modificado.

El esfuerzo cortante admisible para el grupo de madera ES2 está definido en la tabla ^{DDD}G.2.2-1, para este caso **F_v = 2.00 MPa**. Se encuentra el valor para el esfuerzo cortante admisible modificado, el cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_v = F_v * C_D * C_m * C_t = 2.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 2.00 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usaron para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado, pero se debe tomar los valores que corresponde al cortante. Con lo anterior se sabe que:

$$1.131 \text{ MPa} < 2.00 \text{ MPa}$$

Con esto se conoce que el elemento soporta el esfuerzo cortante al que se ve sometido por la carga de diseño.

5.1.3.7. Esfuerzo de aplastamiento.

Para realizar la verificación de aplastamiento se debe cumplir la siguiente desigualdad:

Ecuación 17 - G.3.5-1 (NSR-10)

$$f_p = \frac{N}{A_n} \leq F'_p$$

En donde:

f_p= Esfuerzo de aplastamiento en MPa.

F'_p= Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, en MPa.

N= Fuerza axial actuante perpendicular a la fibra en N.

A_n= Área neta de aplastamiento en mm².

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer las fuerzas perpendiculares a la fibra que rige el elemento a diseñar:



Ilustración 24 - Reacciones en apoyos [Kg]

Del modelo anterior se conoce que la fuerza axial actuante perpendicular a la fibra es $N=7544.871$ N. El área neta de aplastamiento se definirá de la siguiente manera:

$$A_n = b * h = 100 * 100 = 10000 \text{ mm}^2$$

Por lo cual:

$$f_p = \frac{N}{A_n} = \frac{7544.871}{10000} = 0.754 \text{ Mpa}$$

5.1.3.8. Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.

Además de lo anterior se debe conocer el esfuerzo de admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, lo cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_p = F_p * C_m * C_b$$

Para el cálculo del factor C_b se debe proceder de la siguiente manera:

Ecuación 18 - G.3.5-2 (NSR-10)

$$C_b = \frac{l_b + 9.53}{l_b}$$

En donde:

l_b = Longitud del apoyo en mm, medida a lo largo de la fibra de la madera.

$$C_b = \frac{300 + 9.53}{300} = 1.031$$

Aplicando los factores correspondientes se tiene lo siguiente:

$$F'_p = F_p * C_m * C_t * C_{in} * C_r * C_b = 4.3 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.15 * 1.031 = 5.098 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usan para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado.

Con lo anterior se verifica lo siguiente:

$$\mathbf{0.754 \text{ MPa} < 5.098 \text{ MPa}}$$

Con eso se sabe que el esfuerzo de aplastamiento es menor al esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra lo cual indica que la sección no sufrirá aplastamiento en este caso.

5.1.3.8.1. Deflexiones

Como último paso se encuentran la deflexión máxima total que el elemento tendrá, esto se hace usando la formula descrita anteriormente para deflexiones máximas y aumentando un 80% para conocer la deflexión elástica más la deflexión inelástica.

- * Se halla el módulo de elasticidad modificado:

$$E_{0.5} = E_{0.5} * C_m * C_t * C_{in} = 18000 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 18000 \text{ MPa}$$

- * Después se encuentra la deflexión máxima.

$$\Delta_{max} = \frac{(5 * 4^2 - 4)}{384 * 4} * \frac{512.72 * 3000^3}{18000 * \frac{284 * 80^3}{12}} * 1.8 = 8.2 \text{ mm}$$

$$\Delta_{admisible} = \frac{3000}{240} = 12.5 \text{ mm}$$

Como se puede observar el valor de la deflexión máxima es menor que el de la deflexión admisible por lo cual cumple con el criterio de las deflexiones siendo esta un sección óptima para resolver el caso de estudio.

5.1.4. Caso de estudio 4 - Flexión.

Se desea diseñar un elemento diagonal el cual servirá para una cubierta, con los parámetros que se describen a continuación.

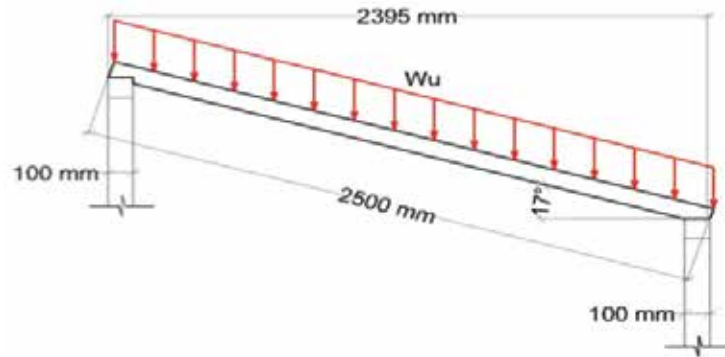
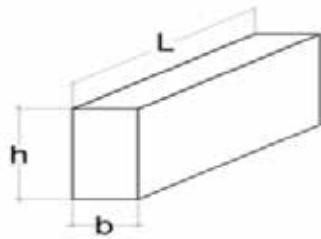


Ilustración 25 - Elemento viga

Ilustración 26 - Sección del elemento





Datos:
 $L=2500 \text{ mm}$
 $b=25 \text{ mm}$
 Tipo madera ES2 - Madera aserrada
 $CH_C=10\% - CH_S=11\%$
 Temperatura= 27°C

5.1.4.1. Definición de sección.

Para encontrar la sección del elemento la norma recomienda seguir el procedimiento que se describe a continuación. El paso inicial para el diseño del elemento es definición de la altura de la sección (h).

Avalúo inicial de cargas se define teniendo en cuenta la tabla ^{EEE}G.3.2-3.

$$w' = (1,5D + L^{FFF}) * b_{af}$$

$$w' = (1,5 \times 18 \text{ k/m}^2 + 35 \text{ k/m}^2) * 0,40 \text{ m} = 24,8 \text{ k/m} = 0,243 \text{ N/mm}$$

Para encontrar la altura del elemento se debe conocer la fórmula de deflexión para el caso de estudio con sus condiciones iniciales, para este problema la formula será la siguiente:

Ecuación 19 - G.3.2-1 (NSR-10)

$$\Delta_{max} = \frac{5}{384} * \frac{\omega l^4}{EI}$$

El paso que continua será tomar de la tabla ^{GGG}G.3.2-1 la formula correspondiente para deflexiones admisibles que cumpla con la necesidad del caso de estudio.

Ecuación 20 - Deflexiones admisibles en vigas (mm),
para elementos de cubierta.

$$\Delta_{adm} = \frac{l}{240}$$

También se debe definir el módulo de elasticidad el cual depende del tipo de madera que se disponga, para este caso es una madera del grupo ES2, lo anterior se encuentra en la tabla ^{HHH}G.2.2-2.

$$E_{0,5} = 18000 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad longitudinal para maderas del grupo ES2.

^{FFF} En la norma se recomienda el uso de 240 k/m² para la carga viva de construcción si esta interviene.

^{EEE} Página G-27 (NSR-10)

^{GGG} Página G-26 (NSR-10)

^{HHH} Página G-18 (NSR-10)

Se igualan las fórmulas para deflexiones:

$$\frac{l}{240} = \frac{5}{384} * \frac{\omega l^4}{EI}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{240}{2500} * \frac{5}{384} * \frac{0.243 * 2500^4 * 12}{18000 * 25}}$$

$$h = 68.14 \text{ mm}$$

Al encontrar esta dimensión se tendrá que el pre dimensionamiento será así:

$$h^{III} = 80 \text{ mm}$$

$$b = 25 \text{ mm}$$

5.1.4.2. Esfuerzo admisible modificado.

El paso siguiente para continuar con el diseño estructural será la definición de los factores de corrección los cuales son los siguientes:

$$F_b' = F_b * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r * C_L$$

En donde

F_b = esfuerzo admisible para flexión.

C_D = coeficiente de modificación por duración de la carga.

C_m = coeficiente de modificación por contenido de humedad.

C_t = coeficiente de modificación por temperatura.

C_F = coeficiente de modificación por forma.

C_{in} = coeficiente de modificación por incisiones.

C_r = coeficiente de modificación por acción de conjunto.

C_L = coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

III La altura se aproxima aumentándola a la medida comercial más cercana, pagina G-92 (NSR-10).

5.1.4.2.1. Esfuerzo admisible.

Como paso inicial se debe definir el esfuerzo admisible para la flexión (F_b), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento y se extrae de la tabla ^{JJJ}G.2.2-1.

$$F_b = 28.5 \text{ MPa}$$

Esfuerzos admisibles en flexión para maderas del grupo ES2.

5.1.4.2.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El paso a seguir será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D) para ello se usa la tabla ^{KKK}G.2.2-3.

$$C_D = 1.00$$

Coeficiente de duración de carga.

Para este caso se toma el factor para flexión $C_D = 1.00$, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, que la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años.

5.1.4.2.3. Coeficiente de modificación por contenido de humedad.

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m), para hacer esto se debe saber la condición de humedad durante la construcción y en servicio, lo anterior se define en la tabla ^{LLL}G.2.2-4.

Para este caso de estudio:

$$CH_c < 12\% \quad CH_s < 12\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH = 12\%$$

^{JJJ} Página G-18 (NSR-10)

^{KKK} Página G-19 (NSR-10)

^{LLL} Página G-19 (NSR-10)

Se toma la tabla ^{MMM}G.2.2-5 indica cual es el factor que afectará al esfuerzo admisible para flexión.
Para este caso será usado $C_m = 1.00$

5.1.4.2.4. Coeficiente de modificación por temperatura

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hará uso de la tabla ^{NNN}G.2.2-6.

Para este elemento en madera el factor $C_t = 1.00$.

5.1.4.2.5. Coeficiente de forma

Continuando con los coeficientes, se encontrara el coeficiente de forma (C_F) para ello se usa inicialmente la tabla ^{ooo}G 3.3-1 en la cual se encontrara C_d .

Para este caso de estudio $C_d = 1.15$.

Se pasa a hallar de la tabla ^{PPP}G 3.3-2 el coeficiente C_l .

Para este caso de estudio $C_l = 1.00$

Se usan las formulas correspondientes y se sabe cuál es C_F :

$$C_F = C_d * C_l = 1.15 * 1.00 = 1.15$$

5.1.4.2.6. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma ^{QQQ} y así saber qué valor asigna, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para $C_{in} = 1.00$.

^{MMM} Página G-19 (NSR-10)

^{NNN} Página G-20 (NSR-10)

^{ooo} Página G-28 (NSR-10)

^{PPP} Página G-28 (NSR-10)

^{QQQ} Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.4 página G-20 (NSR-10)

5.1.4.2.7. Coeficiente de modificación por acción conjunta.

Analizando lo descrito en el numeral^{RRR} este elemento cumple con lo descrito en la anotación, por lo anterior $C_r = 1.15$

5.1.4.2.8. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

Después se encontrara el coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas (C_L).
Para lo anterior se debe verificar lo siguiente^{SSS}:

$$h/b > 1 \quad \text{Para un nuestro caso tenemos } 80/25 = 3.2$$

Teniendo en cuenta lo anterior se debe observar, en la figura^{TTT} G.3.3.2, cuál de los casos para soporte lateral cumple el elemento a diseños, para este diseño se cumple con el caso C.

Así tenemos que la longitud no soportada lateralmente para este elemento será:

$$l_u = 2500 \text{ mm}$$

En el paso siguiente se debe verificar en la tabla^{UUU} G.3.3-4 la longitud efectiva de vigas en mm (l_e), la tabla indica que se debe usar la siguiente formula.

$$l_e = 1.33 * l_u = 1.33 * 2500 = 3325 \text{ mm}$$

Se continúa con el procedimiento encontrando la relación de esbeltez, para lo cual se usa la siguiente formula:

$$\text{Ecuación 21 - G.3.3-4 (NSR-10)} \quad R_B = \sqrt{\frac{l_e * h}{b^2}} = \sqrt{\frac{3325 * 80}{25^2}} = 20.63$$

^{RRR} Se debe verificar lo descrito en la página G-20 numeral G.2.2.3.5 página G-20 (NSR-10)

^{SSS} Estabilidad lateral y coeficientes de modificación G.3.3.3 NSR-10

^{TTT} Página G-30 (NSR-10)

^{UUU} Página G-31 (NSR-10)

En donde:

RB= Parámetro que mide la relación de esbeltez de una viga y debe ser menor a 50.

b= ancho de la viga en mm.

h= altura de la viga en mm.

le= Longitud efectiva de la viga en mm.

- * Se calcula el esfuerzo admisible de flexión modificado (F_b^*):

$$F_b^* = F_b * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r = 28.5 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 = 37.69 \text{ MPa}$$

- * Se encuentra el módulo de elasticidad mínimo modificado E'_{min} :

$$E'_{min} = E_{min} * C_m * C_t = 7130 * 1.00 * 1.00 = 7130$$

- * Se halla F_{bE} :

Ecuación 22 - G.3.3-6 (NSR-10)

$$F_{bE} = \frac{1.20 * E'_{min}}{R_B^2} = \frac{1.20 * 7130}{20.63^2} = 20.103 \text{ MPa}$$

En donde:

FbE= Esfuerzo de flexión crítico, en MPa.

E'min= Modulo de elasticidad mínimo modificado, en MPa.

RB= Relación de esbeltez de la viga.

- * Por último se encuentra el coeficiente de estabilidad lateral:

$$C_L = \left(\frac{1 + F_{bE}/F_b^*}{1.9} \right) - \sqrt{\left(\frac{1 + F_{bE}/F_b^*}{1.9} \right)^2 - \left(\frac{F_{bE}/F_b^*}{0.95} \right)}$$

$$C_L = \left(\frac{1 + 20.10/37.69}{1.9} \right) - \sqrt{\left(\frac{1 + 20.10/37.69}{1.9} \right)^2 - \left(\frac{20.10/37.69}{0.95} \right)} = 0.507$$

Por lo cual el esfuerzo admisible para la flexión será:

$$F'_b = F_b * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{fu} * C_{in} * C_r * C_L$$

$$F'_b = 28.5 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 * 0.507 = 19.10 \text{ MPa}$$

5.1.4.3. Momento resistente.

Con los coeficientes encontrados anteriormente se procede a realizar el cálculo del momento resistente en una sección rectangular, el cual debe cumplir la siguiente condición:

Ecuación 24 - G.3.3-7 (NSR-10)

$$M \leq F'_b * \frac{b * h^2}{6}$$

En donde:

M= Momento actuante en N-mm.

F'b= Esfuerzo admisible modificado a flexión.

b,h= Medidas de la sección rectangular en mm

Y el momento resistente de la sección será:

$$F'_b * \frac{b * h^2}{6} = 19.109 * \frac{25 * 80^2}{6} = 509585.7 \text{ N} - \text{mm}$$

5.1.4.4. Momento actuante.

El paso a seguir será la definición del momento actuante, para ello se debe realizar un análisis con la carga que el elemento se encuentra sometido, en este caso se conoce la magnitud de dicha pero se debe descomponer para efectos de idealizar el modelo.

Avaluó de cargas

Carga muerta (D): Peso propio elementos cubierta=18 kgf/m²

Carga viva (L): Cubierta tipo E^{VVV}=35 kgf/m²

Carga de diseño (w)

$$w = (18 \text{ kgf/m}^2 + 35 \text{ kgf/m}^2) * 0.40 \text{ m} = 21.2 \text{ kgf/m}$$

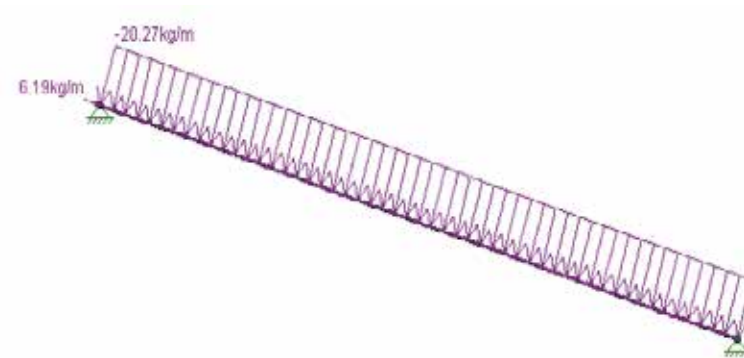


Ilustración 27 - Modelo planteado

Con el modelo anterior se obtiene el siguiente diagrama de momento [Kgf-m]

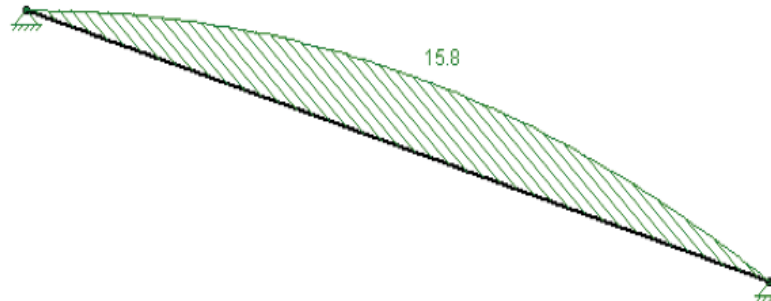


Ilustración 28 - Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]

Para efectos del uso de la formula el momento máximo (M) será de:

$$M = 154998 \text{ N-mm}$$

Encontrando que:

$$154998 \text{ N-mm} < 509585.7 \text{ N-mm}$$

Como se puede observar el momento actuante es menor que el momento resistente por ello el elemento no fallará cuando se le aplique la carga de diseño.

5.1.4.5. Esfuerzo cortante actuante.

Para este diseño se debe verificar que este elemento resista el esfuerzo cortante paralelo a las fibras (f_v) lo cual se hará de la siguiente manera:

Ecuación 25 - G.3.4-1 (NSR-10)

$$f_v = \frac{3 * V}{2 * b * h} \leq F'_v$$

En donde:

f_v = Esfuerzo cortante actuante, en MPa.

F'_v = Esfuerzo cortante admisible modificado en MPa.

V = Fuerza cortante vertical en la sección considerada, en N.

b, h = Dimensiones de la sección rectangular en mm.

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer el diagrama de cortante que rige nuestro elemento a diseñar:

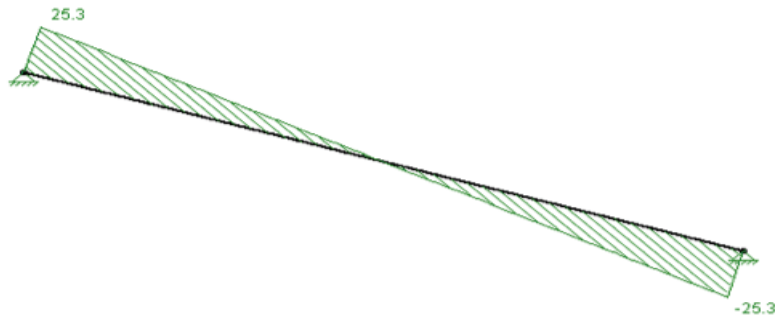


Ilustración 29 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]

Como se puede observar en el diagrama anterior, el cortante que nos interesa será el máximo, el cual es **V= 248.193 N**

Luego se debe calcular el esfuerzo cortante actuante:

$$f_v = \frac{3 * 248.192}{2 * 25 * 80} = 0.186 \text{ MPa}$$

5.1.4.6. Esfuerzo cortante admisible modificado.

El esfuerzo cortante admisible para el grupo de madera ES2 está definido en la tabla ^{www}G.2.2-1, para este caso **F_v = 2.00 MPa**. Se encuentra el valor para el esfuerzo cortante admisible modificado, el cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_v = F_v * C_D * C_m * C_t = 2.00 * 1.00 * 1.00 * 1.00 = 2.00 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usaron para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado, pero se debe tomar los valores que corresponde al cortante. Con lo anterior se sabe que:

$$0.186 \text{ MPa} < 2.00 \text{ MPa}$$

Con esto se conoce que el elemento soporta el esfuerzo cortante al que se ve sometido por la carga de diseño.

5.1.4.7. Esfuerzo de aplastamiento

Para realizar la verificación de aplastamiento se debe cumplir la siguiente desigualdad:

Ecuación 26 - G.3.5-1 (NSR-10)

$$f_p = \frac{N}{A_n} \leq F'_p$$

En donde:

f_p = Esfuerzo de aplastamiento en MPa.

F'_p = Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, en MPa.

N = Fuerza axial actuante perpendicular a la fibra en N.

A_n = Área neta de aplastamiento en mm².

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer las fuerzas perpendiculares a la fibra que rige el elemento a diseñar:

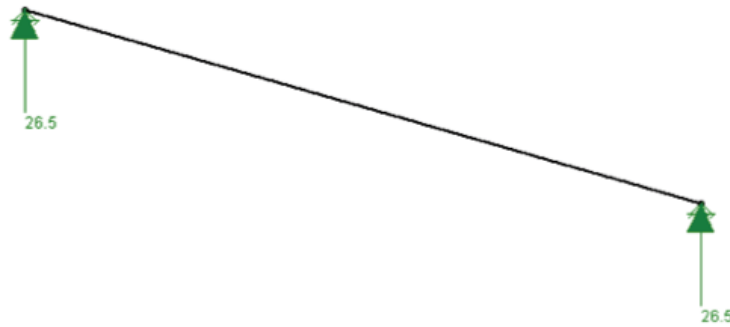


Ilustración 30 - Reacciones en apoyos [Kg]

Del modelo anterior se conoce que la fuerza axial actuante perpendicular a la fibra es **$N = 259.96 \text{ N}$** .

El área neta de aplastamiento se definirá de la siguiente manera:

$$A_n = b * h = 25 * 80 = 2000 \text{ mm}^2$$

Por lo cual:

$$f_p = \frac{N}{A_n} = \frac{259.96}{2000} = 0.13 \text{ Mpa}$$

5.1.4.8. Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.

Además de lo anterior se debe conocer el esfuerzo de admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, lo cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_p = F_p * C_m * C_b$$

Para el cálculo del factor C_b se debe proceder de la siguiente manera:

Ecuación 27 - G.3.5-2 (NSR-10)

$$C_b = \frac{l_b + 9.53}{l_b}$$

En donde:

l_b = Longitud del apoyo en mm, medida a lo largo de la fibra de la madera.

$$C_b = \frac{100 + 9.53}{100} = 1.093$$

Aplicando los factores correspondientes se tiene lo siguiente:

$$F'_p = F_p * C_m * C_t * C_{in} * C_r * C_b = 4.3 * 1.00 * 1.00 * 1.00 * 1.15 * 1.093 = 4.08 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, tomando los valores que corresponde a la compresión paralela a la fibra.

Con lo anterior se verifica lo siguiente:

$$0.13 \text{ MPa} < 4.08 \text{ MPa}$$

Con eso se sabe que el esfuerzo de aplastamiento es menor al esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra lo cual indica que la sección no sufrirá aplastamiento en este caso.

•
•
•
•
•
•
•
•
•
•

- * Se halla el módulo de elasticidad modificado:

•

•

•

•

•

Ecuación 28 - G.3.2-1 (NSR-10)

$$\Delta_{admissible} = \frac{2500}{240} = 10.41 \text{ mm}$$

6. DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR FUERZA AXIAL

6.1. Casos de estudio

6.1.1. Caso de estudio 5 - carga axial

Se requiere realizar una columna simple sólida que soporte una cubierta para un granero en una granja frutal, con las condiciones descritas a continuación.

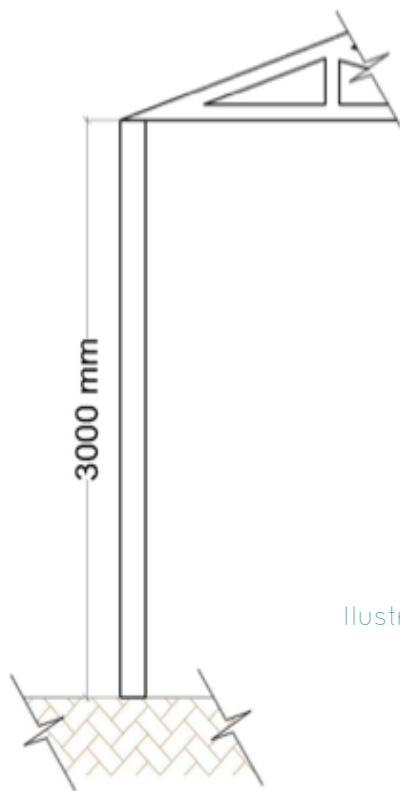


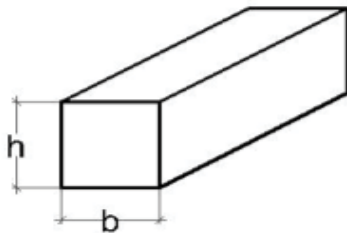
Ilustración 31 - Elemento columna



Ilustración 32 - Elemento columna



Ilustración 33 - Sección elemento columna



Datos:

$L_e = 3000 \text{ mm}$

Tipo madera ES2 - Aserrada

CHc=22% en Construcción - CHs=20% en Servicio.

Temperatura=28°C

$P_U = 2756 \text{ kg} = 27036.36 \text{ N}$

$h = 100 \text{ mm}$

$b = 100 \text{ mm}$

6.1.1.1. Esfuerzo admisible modificado.

El paso para comenzar con el diseño estructural será la definición de los factores de corrección los cuales son los siguientes:

$$F_c' = F_c * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r * C_P$$

6.1.1.1.1. Esfuerzo admisible.

Como paso inicial se debe definir el esfuerzo admisible para la compresión (F_c), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento y se debe escoger de la tabla ^{XXX}G.2.2-1.

Para este caso será $F_c = 22.0 \text{ MPa}$

La definición de este esfuerzo es de suma importancia, pues es el punto de partida para que este diseño cumpla con los requerimientos estructurales a los que se verá sometido.

6.1.1.1.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El paso a seguir será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D), para ello se hará uso de la tabla ^{YYY}G.2.2-3

Se toma el factor para flexión $C_D=1.00$ como se observa en la tabla anterior, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, la cual la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años.

6.1.1.1.3. Coeficiente por contenido de humedad.

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m) teniendo en cuenta los parámetros descritos en la tabla ^{ZZZ}G.2.2-4 en la cual se debe conocer cuál será la humedad durante la construcción y en servicio.

En la tabla ^{AAAA}G.2.2-5 se toma el coeficiente de afectación correspondiente, teniendo en cuenta la las humedades con las que se conocen.

Para este caso de estudio:

$$CH_c > 19\% \quad CH_s > 19\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así:

$$CH > 19\%$$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH > 19\%$$

Como se identifica anteriormente para una humedad mayor de 19% el factor a usar será de $C_m = 0.75$ para compresión paralela (F_c), el cual será usado para afectar el esfuerzo admisible y el módulo de elasticidad

6.1.1.4. Coeficiente de modificación por temperatura

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hace uso de la tabla ^{BBB}G.2.2-6, tomando el valor correspondiente a la compresión y verificando en cuál de los rangos de temperatura se encuentra el elemento.

Como se puede ver este factor también afecta a los módulos de elasticidad promedio ($E_{0.5}$), módulos de elasticidad y mínimo (E_{min}) y los módulos de elasticidad al percentil 5° ($E_{0.05}$).

Para este elemento en madera el factor $C_t = 1.00$, como se logra verificar en la tabla descrita anteriormente.

6.1.1.5. Coeficiente de forma.

Continuando con los coeficientes, se encontrara el coeficiente de forma (C_F) para ello se hará uso de la tabla ^{CCCC}G3.3-1 definiendo el factor de ajuste Cd.

Cuando se observa la tabla el valor es **$C_d = 1.15$**

Por otro parte también se debe definir **C_l** lo cual se deduce de la tabla ^{DDDD}G.3.3-2.

Con la tabla mencionada anteriormente se observa que el valor es **$C_l = 1.00$**

Teniendo estos dos valores se aplica la siguiente ecuación para encontrar el valor **C_F** :

$$C_F = C_d * C_l$$

Ecuación 29 - G.3.3-3 (NSR-10)

$$C_F = 1.15 * 1.00 = 1.15$$

6.1.1.6. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma ^{EEEE} y así saber qué valor asignar, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para **$C_{in} = 1.00$** .

6.1.1.7. Coeficiente de modificación por acción conjunta

Analizando lo descrito en el numeral ^{FFFF} este elemento cumple con lo descrito en la anotación, por lo anterior **$C_r = 1.15$** .

6.1.1.8. Coeficiente de estabilidad en columnas

Para encontrar este factor se realizarán una serie de pasos los cuales se describen a continuación:

- * Se calcula la longitud efectiva (**l_e**)

$$l_e = k_e * l_u$$

Ecuación 30 - G.4.3-1 (NSR-10)

^{DDDD} Página G-28 (NSR-10)

^{EEEE} Se debe verificar lo descrito en el numeral G.2.2.3.4, página G-20 (NSR-10)

^{FFFF} Se debe verificar lo descrito en el numeral G.2.2.3.5, página G-20 (NSR-10)

En donde:

L_e = Longitud efectiva en mm.

K_e = Coeficiente de longitud efectiva.

L_u = Longitud no soportada lateralmente de la columna en la dirección considerada en mm.

- * Para este caso **$l_e = 3000 \text{ mm}$**
- * El coeficiente k_e se deduce de la siguiente tabla ^{GGGG}G.4.3-1

En la mencionada anteriormente se puede observar que el k_e que más se asemeja a este caso será el descrito en el caso 5 y se tomara el K_{e2} pues las condiciones locales son aproximadas a las que se plantean en dicha tabla, con ello **$k_e = 1.5$** ; con esto se tiene que:

$$l_e = 1.5 * 3000 = 4500 \text{ mm}$$

- * El siguiente paso será encontrar la relación de esbeltez (λ) lo cual será definido por la tabla ^{HHHH}G.4.3-2 encontrando la siguiente formula.

Ecuación 31- Formula de esbeltez

$$\lambda = \frac{l_{e1,2}}{h}$$

En donde:

(λ) = Medida de esbeltez. Debe ser (λ) ≤ 50 , excepto durante la construcción que podría ser (λ) ≤ 75

l_e = Longitud efectiva de la columna en la dirección considerada, en mm.

h, b = Dimensiones de la sección transversal en la dirección considerada, en mm.

Para este caso **$b = h = 150 \text{ mm}$**

Con lo anterior se encuentra que:

$$\lambda = \frac{l_e}{b} = \frac{4500}{150} = 30$$

- * Otros parámetros que se deben definir son el esfuerzo crítico (F_{CE}) y el valor del coeficiente valorizado (C) los cuales se encuentran en la tabla III G.4.3-3.

Teniendo en cuenta la tabla referenciada anteriormente el valor para **C= 0.8**.

Por otra parte el esfuerzo crítico se define por la siguiente formula:

$$\text{Ecuación 32-Esfuerzo crítico, Tabla G.4.3-3 (NSR-10)} \quad F_{CE} = \frac{0.822 * E'_{min}}{\lambda^2}$$

En donde:

F_{CE} = Esfuerzo critico de pandeo para elementos en compresión, MPa.

E'_{min} =módulo de elasticidad mínimo modificado, en MPa.

(λ) =Parámetro de esbeltez para columnas.

- * El paso a seguir será calcular el módulo de elasticidad mínimo modificado(E'_{min}) el cual se encuentra usando el valor correspondiente de la tabla:

Este módulo se debe afectar por las correcciones correspondientes:

$$E'_{min} = E_{min} * C_t * C_{in} = 7130 * 1.00 * 1.00 = 7130 \text{ MPa}$$

Para calcular FCE se debe usar la siguiente formula:

$$F_{CE} = \frac{0.822 * E'_{min}}{\lambda^2} = \frac{0.822 * 7130}{30^2} = 6.51 \text{ MPa}$$

También se debe calcular el esfuerzo admisible de compresión paralelo al grano (F_C^*) el cual se calcula de la siguiente manera:

$$F_C^* = F_c * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r = 22 * 1.00 * 0.75 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 = 21.82 \text{ MPa}$$

Por último se halla el coeficiente de estabilidad (C_P) el cual se encuentra con la siguiente formula:

$$C_P = \frac{1 + (F_{CE}/F_C^*)}{2 * C} - \sqrt{\left(\frac{1 + (F_{CE}/F_C^*)}{2 * C}\right)^2 - \frac{F_{CE}/F_C^*}{C}} \quad \text{Ecuación 33 - G.4.3-3 (NSR-10)}$$

Aplicando lo anterior se tiene que:

$$C_P = \frac{1 + (6.15/21.82)}{2 * 0.8} - \sqrt{\left(\frac{1 + (6.15/21.82)}{2 * 0.8}\right)^2 - \frac{6.15/21.82}{0.8}} = 0.263$$

Así se podrá encontrar el esfuerzo admisible de compresión modificado (F'_C):

$$F'_C = F_C * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r * C_P$$

$$F'_C = 22 * 1.00 * 0.75 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 * 0.263 = 5.73 \text{ MPa}$$

6.1.1.2. Cargas admisibles

Para saber cuál es la carga admisible que puede soportar la columna se usa la formula descrita a continuación:

$$P_a = F'_C * A_n$$

Ecuación 34 - G.4.3-5 (NSR-10)

En donde:

P_a = Fuerza o carga admisible de la columna en N.

F'_C = Esfuerzo admisible modificado a compresión paralela al grano en MPa.

A_n = Área neta de la columna en mm².

Con lo anterior se encuentra que:

$$P_a = F'_C * A_n = 5.73 * 10000 = 57300 \text{ N} > 27036.36 \text{ N}$$

Por el cálculo realizado anteriormente se comprueba que la carga resistente es mayor que la carga aplicada, por ello la sección chequea.

6.1.1.3. Acortamiento de elementos a compresión

Para conocer el acortamiento de los elementos sometidos a una carga axial de compresión se usa la siguiente formula:

Ecuación 35 G.4.5-1 (NSR-10)

$$\Delta dc = \frac{P * l_u}{A_n * E'_{0.5}}$$

En donde:

Δdc = Acortamiento en el sentido paralelo a las fibras, en mm.

P = Carga axial actuante en N.

L_u = Longitud no soportada de la columna en mm.

A_n = Área neta de la sección de la columna en mm².

$E'_{0.5}$ = Módulo de elasticidad $E_{0.5}$ modificado paralelo a las fibras MPa.

Para el cálculo del módulo de elasticidad modificado paralelo a las fibras se hace teniendo en cuenta la tabla ^{JJJJ}G.2.2-2 anterior se toma el modulo correspondiente al tipo de madera y se afecta por los diferentes factores que componen la siguiente ecuación:

$$E'_{0.5} = E_{0.5} * C_m * C_t * C_{in} = 18000 * 0.75 * 1.00 * 1.00 = 18000 \text{ MPa}$$

Después de realizar el cálculo anterior se procede a encontrar el acortamiento en el sentido paralelo a las fibras:

$$\Delta dc = \frac{P * l_u}{A_n * E'_{0.5}} = \frac{27036.36 * 3000}{10000 * 18000} = 0.6 \text{ mm}$$

Se puede observar que el acortamiento de la columna no afectara significativamente a la estructura así que se puede despreciar dándole al elemento una funcionalidad óptima.

6.1.2. Caso de estudio 6 - Carga axial

Se desea realizar una columna espaciada con boques separadores encolados, esta columna servirá como soporte para una cubierta pequeña, la cual se usará para cubrir automóviles en una casa campestre.

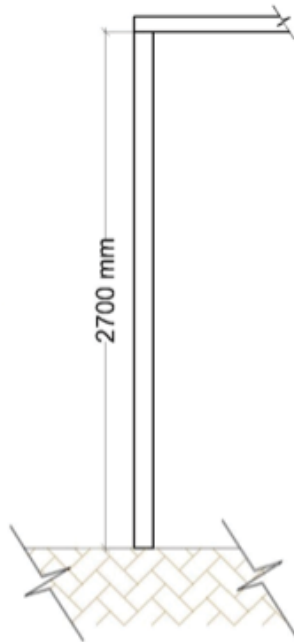


Ilustración 34 - Elemento columna

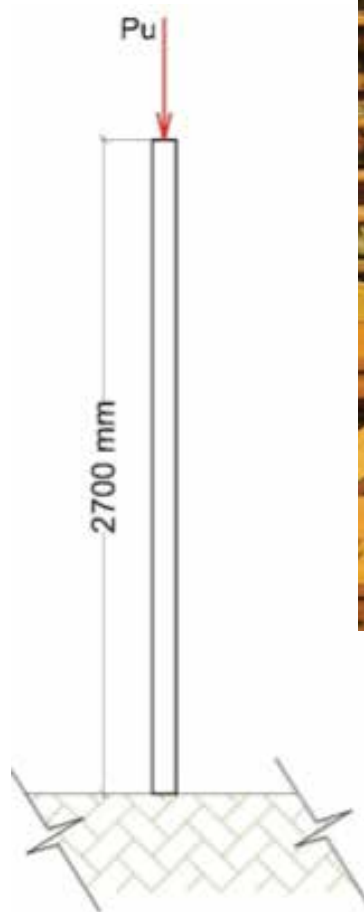


Ilustración 35 - Elemento columna



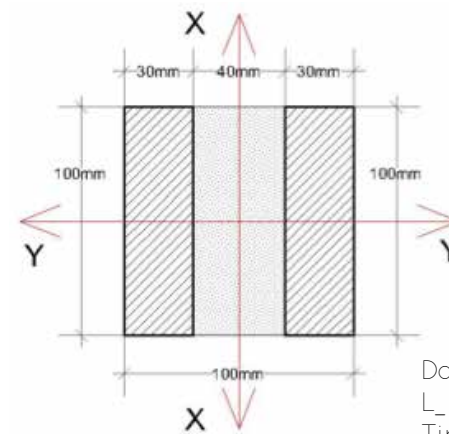
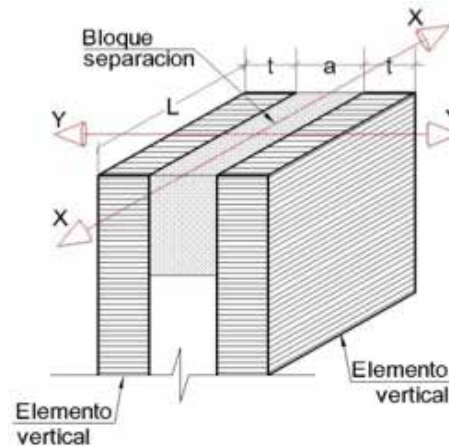


Ilustración 36 - Sección columna

Datos:
 $L_e = 2500$ mm
 Tipo madera ES3- Aserrada
 $CH_c = 20\%$ en Construcción - $CH_s = 21\%$ en Servicio.
 Temperatura = 20°C
 $P_U = 1130$ kg = 10085.3 N
 $t = 30$ mm
 $a = 40$ mm
 $b = 100$ mm



6.1.2.1. Recomendaciones generales para columnas espaciadas

Las especificaciones de esta norma son aplicables a columnas conformadas por piezas separadas por bloques con espaciamiento $a/t \leq 3$, Figura KKKK G.4.3-3 A, B, C, o con tapas de unión, Figura LLLL G.4.3-3, D, E, con espaciamiento $3 < a/t \leq 6$.

Especificaciones de construcción:

- * Todas las piezas deberán tener la misma sección transversal y propiedades mecánicas, sin juntas, uniones o traslapes y la longitud de cada pieza será la longitud total de la columna.
- * Los tacos separadores, tapas de unión y sus conectores se deberán diseñar considerando el esfuerzo de corte V_d .
- * El número de tramos debe ser ≥ 3 , o sea que existirán mínimo cuatro bloques separadores o cuatro tapas, y con uniones transversales al menos en los puntos tercios de la longitud de columna.
- * La unión transversal de cada bloque o tapa con las piezas dispondrá de al menos dos conectores, dos pernos o cuatro clavos.
- * Si se utilizan tacos encolados la longitud de estos será al menos dos veces la distancia libre entre piezas individuales.
- * Cuando $a/t \leq 2$ se prescindirá del cálculo de momento flector que la fuerza de cortante, F_{vef} , induce sobre los tacos separadores.

En la figura MMMM G.4.3-3 se encuentran los tipos de columnas espaciadas con las que norma trabaja.

6.1.2.2. Esfuerzo admisible modificado.

El paso siguiente para continuar con el diseño estructural será la definición de los factores de corrección los cuales son los siguientes:

$$F_c' = F_c * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r * C_P$$

6.1.2.2.1. Esfuerzo admisible.

Como paso inicial se debe definir el esfuerzo admisible para la compresión (F_c), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento, en la tabla NNNN G.2.2-1 se encuentran los diferentes tipos de madera y su correspondiente esfuerzo admisible.

Encontrando que $F_c = 19.0 \text{ MPa}$, la definición de este esfuerzo es de suma importancia, pues es el punto de partida para que este diseño cumpla con los requerimientos estructurales a los que se verá sometido.

KKKK Figura NSR-10 adjunta en página siguiente.

LLLL Figura NSR-10 adjunta en página siguiente.

MMMM Página G-46 (NSR-10)

NNNN Página G-18 (NSR-10)

6.1.2.2.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El paso a seguir será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D), para ello se usa la tabla ^{oooo}G.2.2-3.

Se toma el factor para flexión $C_D = 1.00$, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, la cual la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años.

6.1.2.2.3. Coeficiente por contenido de humedad

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m) teniendo en cuenta los parámetros descritos en la tabla ^{pppp}G 2.2-4.

Para este caso de estudio:

$$CH_c > 19\% \quad CH_s > 19\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así:

$$CH > 19\%$$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH > 19\%$$

Como se identifica en la tabla ^{qqqq}G.2.2-5 para una humedad igual a 19% el factor a usar será de 0.75 para compresión paralela (F_c), el cual será usado para afectar el esfuerzo admisible y el módulo de elasticidad.

6.1.2.2.4. Coeficiente de modificación por temperatura.

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hará uso de la tabla **RRRR**.

Como se observa este factor también afecta a los módulos de elasticidad promedio ($E_{0.5}$), módulos de elasticidad y mínimo (E_{min}) y los módulos de elasticidad al percentil 5° ($E_{0.05}$).

Para este elemento en madera el factor $C_t = 1.00$, como se identifica en la tabla anterior.

6.1.2.2.5. Coeficiente de forma.

Continuando con los coeficientes, se encontrara el coeficiente de forma (C_F) para ello se hará uso de las siguientes formula, para saber cuál es el valor de C_d se debe tener en cuenta que la columna se analiza como todo un elemento por lo cual este valor serán los lados de la sección completa de la columna, teniendo claro lo anterior con ayuda de la tabla **SSSS** G.3.3-1 se encuentra el valor correspondiente.

Como se puede verificar en la tabla mencionada anteriormente, el factor por ajuste de medidas será $C_d = 1.15$.

Por otro parte también se debe definir C_l , lo cual se deduce de la tabla **TTTT** G.3.3-2 dependiendo principalmente de la longitud del elemento.

Para este caso de estudio el $C_l = 1.00$

Por lo anterior se encuentra que:

$$C_F = C_d * C_l$$

Ecuación 36 - G.3.3-3 (NSR-10)

$$C_F = 1.15 * 1 = 1.15$$

6.1.2.2.6. Coeficiente de modificación por acción conjunta.

Se debe verificar lo descrito en el numeral ^{UUUU} este elemento cumple con lo planteado en la anotación, por lo anterior $C_r=1.15$, esto se sabe por qué este tipo de columna trabaja con varios elementos.

6.1.2.2.7. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma ^{VVVV} y así saber qué valor asignar, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para $C_{in} = 1.00$.

6.1.2.2.8. Coeficiente de estabilidad en columnas

Para encontrar este factor se realizarán una serie de pasos los cuales se describen a continuación:

Se calcula la longitud efectiva (l_e)

Ecuación 37- G.4.3-1 (NSR-10)
$$l_e = k_e * l_u$$

En donde:

L_e = Longitud efectiva en mm.

K_e = Coeficiente de longitud efectiva.

L_u = Longitud no soportada lateralmente de la columna en la dirección considerada en mm.

* Para este caso $l_u=2700$ mm

* El coeficiente k_e se deduce de la tabla ^{WWWW} G.4.3-1, allí se debe identificar la condición de los apoyos que el elemento a diseñar tendrá.

^{UUUU} Se debe verificar lo descrito en el numeral G.2.2.3.5. NSR-10

^{VVVV} Se debe verificar lo descrito en el numeral G.2.2.3.4, página G-20 (NSR-10)

^{WWWW} Página G-40 (NSR-10)

En la tabla referenciada anteriormente se observa que el K_e que más se asemeja al caso será el descrito en el caso 5 y se toma el K_{e2} pues las condiciones locales son aproximadas a las que se plantean en la tabla, con ello $K_e=1.5$; con lo anterior se tiene que:

$$l_e = 1.5 * 2700 = 4050 \text{ mm}$$

Para este caso de estudio el $l_e = l_1 = l_2$

-
- * El siguiente paso es encontrar la relación de esbeltez (λ_{efx}) la cual será definida por la fórmula que se muestra a continuación, esta esbeltez se calculará con respecto al eje x de la sección del elemento:

$$\lambda_{efx} = \sqrt{\left(\frac{l_{ex}}{r_x}\right)^2 + 6 * n * C_f \frac{l_{p1}^2}{t^2}} \quad \text{Ecuación 38 -G.4.3-8 (NSR-10)}$$

λ_{efx} = esbeltez eficaz de la sección transversal, respecto a x -x.

l_{ex} = longitud efectiva de la sección total respecto a x - x, en mm.

r_x = radio de giro calculado, considerando el momento de inercia total de la pieza referido al eje x - x, en mm.

n = número de piezas individuales que conforman la sección transversal del elemento compuesto.

C_f = coeficiente de flexibilidad, de acuerdo a los materiales usados según tabla (G.4.3-4).

L_{p1} = longitud de pandeo de la pieza individual, definida como la distancia entre centros de uniones transversales, figura G.4.3-3.

t = espesor de las piezas individuales, en mm.

- * Se calcula el radio de giro para el total de la pieza:

$$I_x = 2 \left(\frac{b * t^3}{12} + A * w^2 \right) = 2 \left(\frac{100 * 30^3}{12} + 3000 * 70^2 \right) = 29850000 \text{ mm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{29850000}{6000}} = 49.87 \text{ mm}$$

- * Se halla el coeficiente de flexibilidad (Cf), para lograr lo anterior se debe hacer uso de la tabla **XXXX** G.4.3-4 sabiendo cual será el material usado para generar la unión entre el bloque de separación y los elementos verticales.

Para este caso a Cf=1

- * Se encuentra el valor para l_p , cabe recordar que la norma recomienda tres o más tramos en cada elemento:

$$l_p = \frac{l_t}{\# \text{ tramos}} = \frac{2700}{7} = 385.71 \text{ mm}$$

El cálculo anterior debe cumplir:

$$* \quad l_p = 385.71 \leq \frac{60 \cdot t}{\sqrt{12}} = \frac{60 \cdot 30}{\sqrt{12}} = 519 \text{ mm}$$

$$* \quad l_p = 385.71 \leq \frac{l_{ex}}{3} = \frac{2700}{3} = 900 \text{ mm}$$

$$* \quad \text{Si } l_p = 385.71 \leq \frac{30 \cdot t}{\sqrt{12}} = \frac{30 \cdot 30}{\sqrt{12}} = 259.8 \text{ mm, se considera } l_p = \frac{30 \cdot t}{\sqrt{12}}$$

Con esto $l_p = 385.71 \text{ mm}$

- * Reemplazando las variables se tiene que:

$$\lambda_{efx} = \sqrt{\left(\frac{100}{49.87}\right)^2 + 6 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{385.71^2}{30^2}} = 44.58$$

Con la formula anterior se determina que la esbeltez efectiva es $\lambda_{efx} = 44.58 < 50$ entonces el elemento se mantendrá estable respecto al eje X.

- * Luego se calcula el módulo de elasticidad longitudinal $E_{0.5}$ con la ayuda de la tabla **YYYY** G.2.2-2, esto depende del tipo de madera que se disponga para construir el elemento.

Este módulo se debe afectar por las correcciones correspondientes:

$$E'_{min} = E_{min} * C_t * C_{in} = 5500 * 1.00 * 1.00 = 5500 \text{ MPa}$$

* Para calcular FCE se debe usar la siguiente formula:

Se calcula el esfuerzo crítico de pandeo (F_{CE}):

Ecuación 39- G.4.3-8 (NSR-10)

$$F_{CE} = \frac{0.822 * E'_{min}}{\left(\frac{\lambda_{efx}}{\sqrt{12}}\right)^2}$$

E'_{min} = módulo de elasticidad mínimo longitudinal modificado en MPa.

Se aplica la formula anterior y se encuentra el valor de F_{CE} de la siguiente manera:

$$F_{CE} = \frac{0.822 * 5500}{\left(\frac{44.58}{\sqrt{12}}\right)^2} = 27.29$$

* Para el caso de estudio se en determina el valor del coeficiente valorizado (C) con la siguiente tabla ~~zzzz~~ G.4.3-3

Teniendo en cuenta la tabla referenciada anteriormente el valor para **C= 0.8**

Se calcula el esfuerzo admisible de compresión paralelo al grano:

$$F_c^* = F_c * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r = 19 * 1.00 * 0.75 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 = 18.84 \text{ MPa}$$

Por último se encuentra el coeficiente de estabilidad (C_p) el cual se encuentra con la siguiente formula:

Ecuación 40 - G.4.3-3 (NSR-10)

$$C_p = \frac{1 + (F_{CE}/F_C^*)}{2 * C} - \sqrt{\left(\frac{1 + (F_{CE}/F_C^*)}{2 * C}\right)^2 - \frac{F_{CE}/F_C^*}{C}}$$

Aplicando lo anterior tenemos que:

$$C_p = \frac{1 + (27.29/18.84)}{2 * 0.8} - \sqrt{\left(\frac{1 + (27.29/18.84)}{2 * 0.8}\right)^2 - \frac{27.29/18.84}{0.8}} = 0.806$$

Así se podrá encontrar el esfuerzo admisible de compresión modificado (F'_C):

$$F'_C = F_C * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r * C_p$$

$$F'_C = 19 * 1.00 * 0.75 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 * 0.806 = 15.19 \text{ MPa}$$

Calculo de esbeltez respecto al eje Y

- * Se calcula el radio de giro para el total de la pieza:

$$I_y = 2 \left(\frac{b * t^3}{12} \right) = 2 \left(\frac{100 * 30^3}{12} \right) = 450000 \text{ mm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{450000}{6000}} = 8.66 \text{ mm}$$

- * Se encuentra la esbeltez:

$$\lambda_{efy} = \sqrt{\left(\frac{l_{ey}}{r_y}\right)^2 + 6 * n * C_f \frac{l_{p1}^2}{t^2}} \quad \text{Ecuación 41 -G.4.3-8 (NSR-10)}$$

$$\lambda_{efy} = \sqrt{\left(\frac{100}{8.66}\right)^2 + 6 * 2 * 1 \frac{386^2}{100^2}} = 17.65$$

Con la formula anterior se determina que la esbeltez efectiva es $\lambda_{efx}=17.65 < 50$ entonces el elemento se mantendrá estable respecto al eje Y.

6.1.2.3. Cargas admisibles

Para saber cuál es la carga admisible que puede soportar la columna se usa la formula descrita a continuación:

$$P_a = F'_c * A_n \quad \text{Ecuación 42 - G.4.3-5 (NSR-10)}$$

En donde:

P_a = Fuerza o carga admisible de la columna en N.

F'_c = Esfuerzo admisible modificado a compresión paralela al grano en MPa.

A_n = Área neta de la columna en mm².

Con lo anterior se encuentra que:

$$P_a = F'_c * A_n = 15.19 * 6000 = 91140 \text{ N} > 15205.5 \text{ N}$$

Por el cálculo realizado anteriormente se puede comprobar que la carga resistente es mayor que la carga aplicada, por ello la sección chequea.

6.1.2.4. Acortamiento de elementos a compresión

Para conocer el acortamiento de los elementos sometidos a una carga axial de compresión se usa la siguiente formula:

$$\text{Ecuación 43 -G.4.5-1 (NSR-10)} \quad \Delta dc = \frac{P * l_u}{A_n * E'_{0.5}}$$

En donde:

Δdc = Acortamiento en el sentido paralelo a las fibras, en mm.

P = Carga axial actuante en N.

L_u = Longitud no soportada de la columna en mm.

A_n = Área neta de la sección de la columna en mm².

$E'_{0.5}$ = Módulo de elasticidad $E_{0.5}$ modificado paralelo a las fibras MPa.

Para el cálculo del módulo de elasticidad modificado paralelo a las fibras se hace de la tabla **AAAAA** G.2.2-2.

Teniendo en cuenta la tabla mencionada anteriormente se toma el modulo correspondiente al tipo de madera y se afecta por los diferentes factores encontrando la siguiente ecuación:

$$E'_{0.5} = E_{0.5} * C_m * C_t * C_{in} = 14000 * 0.75 * 1.00 * 1.00 = 10500 \text{ MPa}$$

Después de realizar el cálculo anterior se procede a encontrar el acortamiento en el sentido paralelo a las fibras:

$$\Delta dc = \frac{P * l_u}{A_n * E'_{0.5}} = \frac{15205.5 * 2700}{6000 * 10500} = 0.65 \text{ mm}$$

Se puede observar que el acortamiento de la columna no afectara significativamente a la estructura así que se puede despreciar dándole al elemento una funcionalidad óptima.

6.1.2.4.1. Capacidad de los conectores a cortante.

Se debe calcular la capacidad cortante de los conectores con la siguiente formula:

$$V_d = \frac{P}{60 * C_p} \quad \text{Ecuación 44 - G.4.3-10 (NSR-10)}$$

En donde:

P = carga axial de diseño de la columna, en N.

V_d = fuerza cortante en N.

C_p = coeficiente de estabilidad lateral de la columna.

Se reemplazan los valores:

$$V_d = \frac{15205.5}{60 * 0.806} = 314.42 \text{ N}$$

Ecuación 45 - G.4.3-10 (NSR-10)

$$F_{vef} = \frac{C_n * V_d * l_{p1}}{a_1}$$

En donde:

C_n = coeficiente por cantidad de piezas para cálculo de F_{vef} .

l_{p1} = distancia entre ejes de bloques espaciados o tapas de unión, en mm.

a_1 = la mitad de la distancia entre ejes de piezas individuales, en mm.

F_{vef} = flujo de cortante efectivo en bloques espaciadores o tapas de unión, en N.

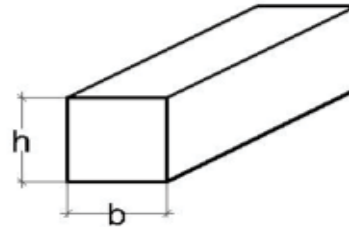
Se halla C_n con la tabla **BBBBB** G.4.3.5, para el uso de dicha tabla se debe tener claro cuantas piezas componen la columna, para este caso de estudio son 2.

Se reemplaza los valores:

$$F_{vef} = \frac{2 * 317.575 * 70}{55} = 808.37 \text{ N}$$

- * Se definirá un bloque de las siguientes dimensiones en el sentido de la cortante

Ilustración 37- Bloque de separación



d= 40 mm
b= 40 mm

Para este caso se tendrá un cortante resistente paralelo a las fibras para el bloque que se define así:
 Se debe conocer el esfuerzo admisible cortante paralelo a la fibra modificado F'_v , el cual se encuentra en la tabla CCCCC G.2.2-1.

$$F'_v = F_v * C_D * C_m * C_t * C_{in} * C_r = 2.00 * 1.00 * 0.75 * 1.00 * 1.00 * 1.15 = 1.72 \text{ MPa}$$

Después se aplica la siguiente fórmula para encontrar el cortante máximo que soportara el bloque de separación.

$$V_{max} = \frac{F'_v * 2.00 * h * b}{3} = \frac{1.72 * 2.00 * 40 * 40}{3} = 1834.66 \text{ N}$$

$$317.575 \text{ N} < 1834.66 \text{ N}$$

Con lo anterior se puede ver que el bloque de separación con estas dimensiones soportara la fuerza cortante.

Por otra parte la capacidad resistente de los conectores debe ser mayor que flujo F_{vef} , esto se conocerá al verificar cual es la resistencia que tiene el tipo de unión usada; como es compresible la resistencia de la unión debe ser mayor que el flujo para evitar que la estructura colapse.

7. DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR FLEXIÓN Y CARGA AXIAL

7.1. Casos de estudio

7.1.1. Caso de estudio 7 – flexión y carga axial

Se desea diseñar un elemento inclinado macizo que sirva como apoyo para una cubierta la cual servirá para proporcionar sombra a un balcón en un apartamento.

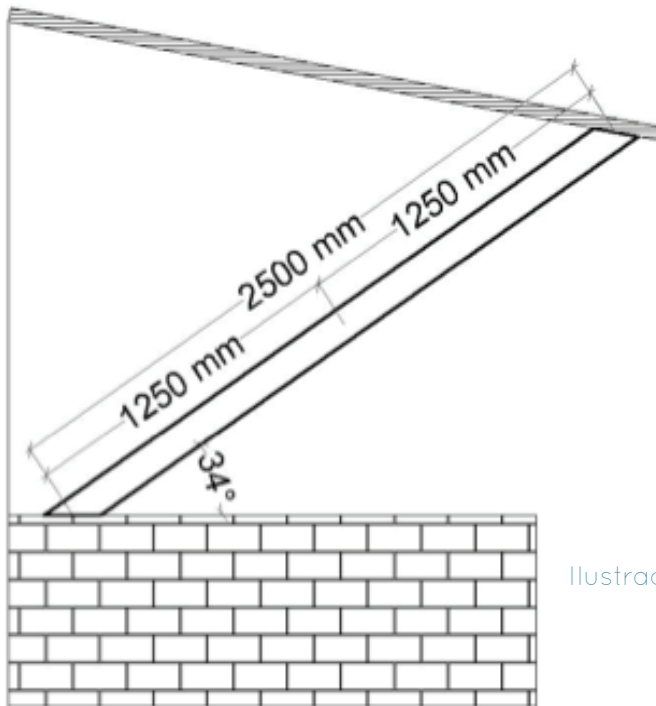


Ilustración 38 - Cubierta completa

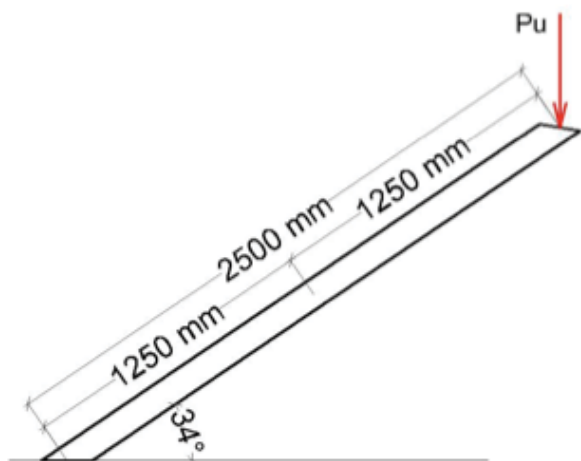


Ilustración 39 - Elemento diagonal cubierta

Datos:

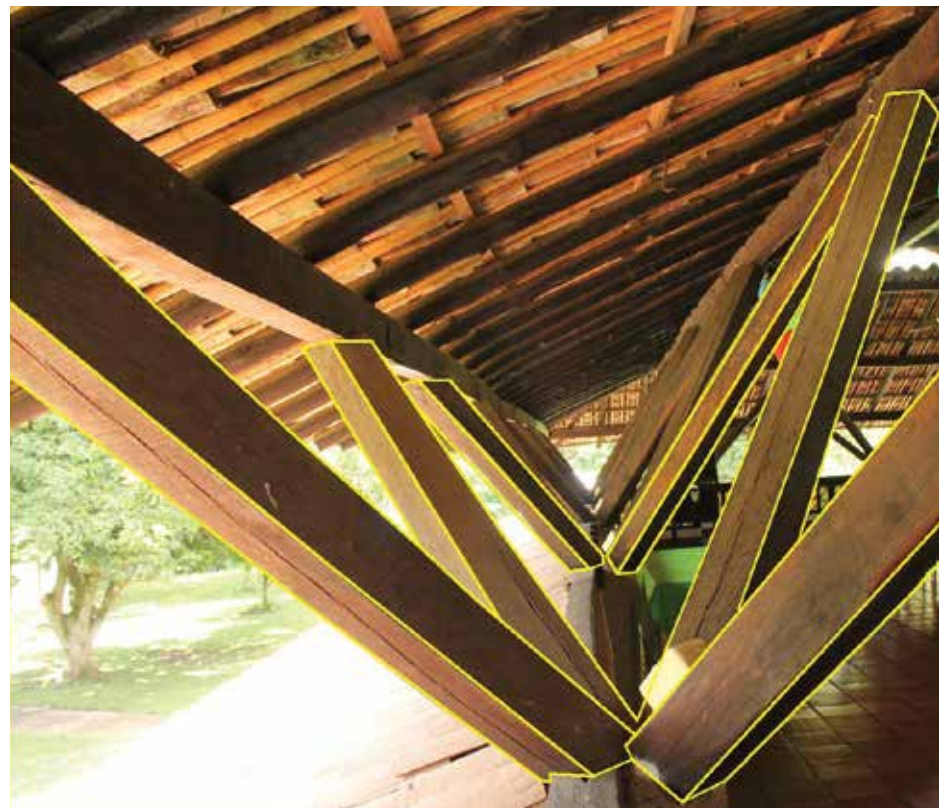
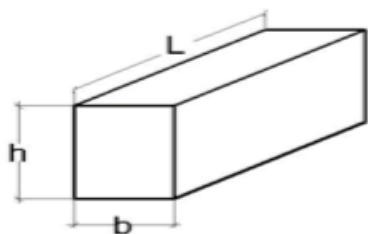
$L_e = 2500\text{ mm}$

Tipo madera ES2

CH=22% en Construcción – CH=20% en Servicio.

Temperatura=28°C

$P_U = 112.5\text{ kg} = 1103.6\text{ N}$



7.1.1.1. Definición de sección.

Después de verificados los puntos mencionados anteriormente la norma recomienda seguir encontrando la sección del elemento h y b.

$$PU=112.5 \text{ kg}$$

Para lograr hacer el modelo la carga se descompone en los ejes X y Y del elemento:

$$\text{Eje X} = 112.5 * \cos 60 = 56.25 \text{ kg}$$

$$\text{Eje Y} = 112.5 * \sin 60 = 97.42 \text{ kg}$$

Para este caso se toma un lado de la sección DDDDD = 25 mm

Se igualan las fórmulas para deflexiones.

$$\Delta = \frac{P_u * l^3}{3EI} \quad \text{Ecuación 46- Notas de resistencia de materiales}$$

Se debe tomar de la tabla EEEEE G.3.2-1 la formula correspondiente.

$$\frac{l}{240}$$

Deflexiones admisibles en vigas en mm, cubiertas inclinadas sin cielo raso.

Para este caso se usa la ecuación resaltada pues es la que se adecua a la necesidad del caso de estudio.

También se debe definir el módulo de elasticidad el cual depende del tipo de madera que se disponga y los cuales se toma teniendo en cuenta la tabla FFFFF G.2.2-2.

$$E_{0.5}=18000 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad longitudinal para maderas del grupo ES2.

Se igualan las fórmulas para deflexiones:

$$\frac{l}{240} = \frac{P_u * l^3}{3EI}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{240}{2500} * \frac{1103.62 * 2500^3 * 12}{18000 * 25}}$$
$$h = 53.30 \text{ mm}$$

DDDDD Para realizar un análisis más acertado se deben usar medidas comerciales, Página G-92 (NSR-10).

EEEEE Página G-26 (NSR-10)

FFFFF Página G-18 (NSR-10)

Al encontrar esta dimensión se tendrá que el pre dimensionamiento será así:

$$h^{GGGGG} = 80 \text{ mm}$$

$$b = 25 \text{ mm}$$

7.1.1.2. Esfuerzo admisible modificado.

Para continuar con este diseño estructural se deben definir los factores de corrección que se describen a continuación:

$$F_b' = F_b * C_D * C_m * C_t * C_L * C_F * C_{in} * C_r$$

7.1.1.2.1. Esfuerzo admisible

Como primer paso se debe definir el esfuerzo admisible para la flexión (F_b), el cual dependerá principalmente del tipo de madera con el cual se desea realizar el elemento, para ello se hace uso de la tabla ^{HHHHH}G.2.2-1.

Como se puede verificar en la tabla mencionada anteriormente el esfuerzo admisible a flexión $F_b = 28.5 \text{ MPa}$, la definición de este esfuerzo es de suma importancia, pues es el punto de partida para que el diseño cumpla con los requerimientos estructurales a los que se verá sometido.

7.1.1.2.2. Coeficiente de modificación por duración de la carga.

El siguiente será definir el coeficiente de modificación por duración de la carga (C_D), este factor se rige por lo que se muestra en la tabla ^{IIIIII}G.2.2-3

Se toma el factor para flexión $C_D = 1.00$ como se observa en la tabla anterior, este valor se asume cuando el elemento este sometido a una carga de duración normal, la cual la norma considera como un tiempo de exposición de 10 años.

7.1.1.2.3. Coeficiente por contenido de humedad.

Se continúa definiendo el coeficiente por contenido de humedad (C_m) teniendo en cuenta los parámetros descritos en la tabla ^{JJJJJ}G 2.2-4.

^{GGGGG} La altura se aproxima aumentándola a la medida comercial más cercana, Página G-92 (NSR-10).

^{HHHHH} Página G-18 (NSR-10)

^{IIIIII} Página G-19 (NSR-10)

^{JJJJJ} Página G- 19 (NSR-10)

Para este caso de estudio:

$$CH_c > 19\% \quad CH_s > 19\%$$

Los esfuerzos admisibles se tomaran con así:

$$CH > 19\%$$

Los esfuerzos módulos de elasticidad se tomaran con así:

$$CH > 19\%$$

Como se identifica en la tabla ^{KKKKK}G.2.2-5 para una humedad mayor a 19% el factor a usar será de 0.80 para compresión paralela (F_b), el cual será usado para afectar el esfuerzo admisible y el módulo de elasticidad.

7.1.1.2.4. Coeficiente de modificación por temperatura.

El siguiente factor que se debe precisar es el coeficiente de modificación por temperatura (C_t), para ello se hará uso de la tabla ^{LLLLL}G.2.2-6.

Como se evidencia este factor también afecta a los módulos de elasticidad promedio ($E_{0.5}$), módulos de elasticidad, mínimo (E_{min}) y los módulos de elasticidad al percentil 5° ($E_{0.05}$).

Para este elemento en madera el factor **$C_t = 1.00$** , como se verifica en la tabla mencionada anteriormente.

7.1.1.2.5. Coeficiente de forma.

Se continúan determinando los coeficientes, se encontrara el de forma (C_F) para ello se hace uso de la tabla ^{MMMMM}G.3.3-1 definiendo el factor de ajuste **C_d** .

Cuando se observa la tabla el valor es **$C_d = 1.15$**

Por otro parte también se debe definir C_I lo cual se deduce de la tabla NNNNN G.3.3-2.

Con la tabla mencionada anteriormente se observa que el valor es $C_I = 1.00$

Teniendo estos dos valores se aplica la siguiente ecuación para encontrar el valor C_F :

$$C_F = C_d * C_I$$

Ecuación 29 - G.3.3-3 (NSR-10)

$$C_F = 1.15 * 1.00 = 1.15$$

7.1.1.2.6. Coeficiente de modificación por acción conjunta.

Se debe analizar lo descrito en el numeral OOOOO G.2.2.3.5, este elemento cumple con lo descrito en la anotación, por lo anterior $C_r = 1.15$

7.1.1.2.7. Coeficiente de modificación por incisiones.

Si se realiza alguna incisión en el elemento se debe verificar lo descrito en la norma PPPPP y así saber qué valor asignar, para este caso no se realiza ninguna incisión entonces el valor para $C_{in} = 1.00$.

7.1.1.2.8. Coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas.

Después de lo anterior se encontrara el coeficiente de modificación por estabilidad lateral de vigas (C_L).

Para lo anterior se debe verificar descrito en el numeral QQQQQ G.3.3.3.

$\frac{h}{b} > 1$ Para el caso tenemos $\frac{80}{25} = 3.2 > 1$ por lo cual se debe verificar si se debe proveer un soporte lateral en la zona comprimida del elemento.

Para ello se debe verificar cual condición cumple el elemento a diseñar y compararlo con la Figura RRRRR G.3.3.2.

Como el caso de estudio no se encuentra en ninguna de los ejemplos se debe usar las siguientes formulas:

- * Se halla el valor de la longitud efectiva de vigas (l_e):

$$l_e = 1.84 * l_u \text{ cuando } \frac{l_u}{h} > 14.3$$

$$\frac{2500}{80} = 31.25 > 14.3$$

$$l_e = 1.84 * 2500 = 4600 \text{ mm}$$

- * Se encuentra la relación de esbeltez (R_B):

Ecuación 48 - G.3.3-4 (NSR-10)

$$R_B = \sqrt{\frac{l_e * h}{b^2}} = \sqrt{\frac{4600 * 80}{25^2}} = 24.26 < 50$$

En donde:

R_B = Parámetro que mide la relación de esbeltez de una viga y debe ser menor a 50.

b = ancho de la viga en mm.

d = altura de la viga en mm.

l_e = Longitud efectiva de la viga en mm.

- * Se calcula el esfuerzo admisible de flexión modificado (F_b^*):

$$F_b^* = F_b * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r = 28.5 * 1.00 * 0.8 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 = 30.15 \text{ MPa}$$

- * Se encuentra el módulo de elasticidad mínimo modificado E'_{min} :

$$E'_{min} = E_{min} * C_m * C_t = 7130 * 0.8 * 1 = 5704$$

- * Se halla F_{bE} :

Ecuación 49 - G.3.3-6 (NSR-10)

$$F_{bE} = \frac{1.20 * E'_{min}}{R_B^2} = \frac{1.20 * 5704}{24.26^2} = 11.62 \text{ MPa}$$

En donde:

F_{bE} = Esfuerzo de flexión crítico, en MPa.

E'_{min} = Modulo de elasticidad mínimo modificado, en MPa.

R_B = Relación de esbeltez de la viga.

- * Por último se encuentra el coeficiente de estabilidad lateral:

Ecuación 50- G.3.3-5 (NSR-10)

$$C_L = \left(\frac{1 + F_{bE}/F_b^*}{1.9} \right) - \sqrt{\left(\frac{1 + F_{bE}/F_b^*}{1.9} \right)^2 - \left(\frac{F_{bE}/F_b^*}{0.95} \right)}$$

$$C_L = \left(\frac{1 + 11.62/30.15}{1.9} \right) - \sqrt{\left(\frac{1 + 11.62/30.15}{1.9} \right)^2 - \left(\frac{11.62/30.15}{0.95} \right)} = 0.374$$

Por lo cálculos realizados anteriormente el esfuerzo admisible para la flexión será:

$$F'_b = 28.5 * 1 * 0.8 * 1 * 1.15 * 1 * 1.15 * 0.374 = 11.27 \text{ MPa}$$

7.1.1.3. Momento resistente.

Con los coeficientes encontrados anteriormente se procede a realizar el cálculo del momento resistente en una sección rectangular, el cual debe cumplir la siguiente condición:

$$M \leq F'_b * \frac{b * h^2}{6} \quad \text{Ecuación 51 - G.3.2-1 (NSR-10)}$$

En donde:

M= Momento actuante en N-mm.

F'b= Esfuerzo admisible modificado a flexión.

b, h= Medidas de la sección rectangular en mm

Y el momento resistente de la sección será:

$$F'_b * \frac{b * h^2}{6} = 11.27 * \frac{25 * 80^2}{6} = 300533 \text{ N} - \text{mm}$$

7.1.1.4. Momento actuante.

$$P_U = 112.5 \text{ kg}$$

Para lograr hacer el modelo la carga se descompone en los ejes X y Y del elemento:

$$\text{Eje X} = 112.5 * \cos 60 = 56.25 \text{ kg}$$

Eje Y = $112.5 \cdot \sin 60 = 97.42 \text{ kg}$

Con esta carga de diseño se elabora el siguiente modelo:

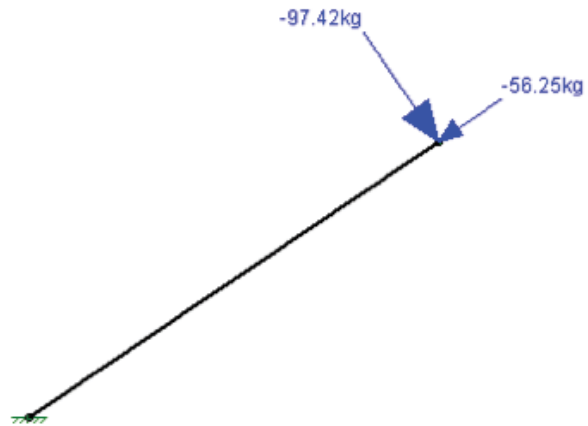
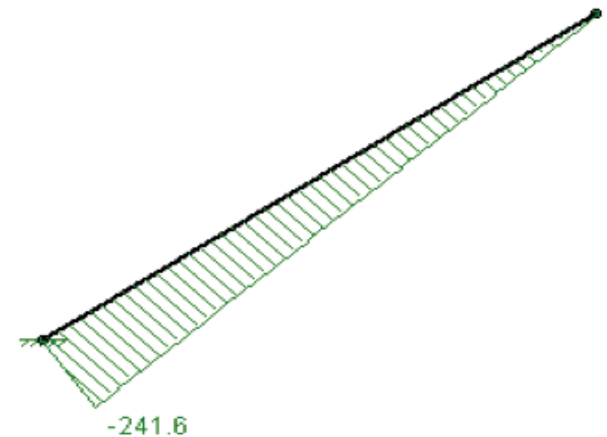


Ilustración 40 – Modelo propuesto

Con el modelo anterior se obtiene el siguiente diagrama de momento [Kgf-m]

Ilustración 41 – Diagrama de momentos actuantes [Kgf-m]



Para efectos del uso de la formula el momento máximo (M) será de:

$$M = 23642.1 \text{ N-mm}$$

Se encuentra que:

$$23642.1 \text{ N-mm} < 300533 \text{ N-mm}$$

Como podemos se ve el momento actuante es menor que el momento resistente por ello este elemento se mantendrá estable cuando se le aplique la carga de diseño.

Esfuerzo cortante actuante.

Para este diseño se debe verificar que este elemento resista el esfuerzo cortante paralelo a las fibras (f_v) lo cual se hará de la siguiente manera:

$$f_v = \frac{3 * V}{2 * b * h} \leq F'_v \quad \text{Ecuación 52 - G.3.4-1 (NSR-10)}$$

En donde:

f_v = Esfuerzo cortante actuante, en MPa.

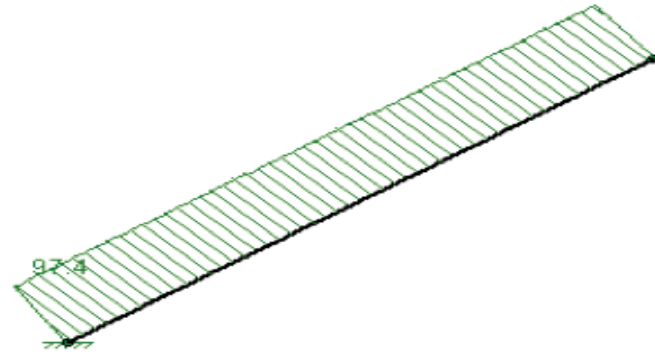
F'_v = Esfuerzo cortante admisible modificado en MPa.

V = Fuerza cortante vertical en la sección considerada, en N.

b, h = Dimensiones de la sección rectangular en mm.

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer el diagrama de cortante que rige el elemento a diseñar:

Ilustración 42 - Diagrama de cortante actuantes [Kgf]



Como se puede observar en el diagrama anterior el cortante que es de interés será el máximo el cual es **V= 955.494 N**

Luego se pasa a calcular el esfuerzo cortante actuante:

$$f_v = \frac{3 * 955.494}{2 * 25 * 80} = 0.716 \text{ N}$$

7.1.1.6. Esfuerzo cortante admisible modificado.

Se encuentra el valor para el esfuerzo cortante admisible modificado, el cual se hará de la siguiente manera:

$$F'v = F_v * C_D * C_m * C_t * C_r = 2 * 1.00 * 0.8 * 1.00 * 1.15 = 1.84 \text{ MPa}$$

Para encontrar cada uno de estos factores se deben revisar las tablas correspondientes, las cuales son las mismas que se usaron para hallar los factores del esfuerzo admisible a flexión modificado, pero se debe tomar los valores que corresponde al cortante.

Con lo anterior se sabe que:

$$0.716 \text{ MPa} < 1.84 \text{ MPa}$$

Con esto se sabrá que el elemento resiste la cortante a la que se ve sometida por la carga de diseño.

7.1.1.7. Esfuerzo de aplastamiento.

Para realizar la verificación de aplastamiento se debe cumplir la siguiente desigualdad:

$$f_p = \frac{N}{A_n} \leq F'_\theta \quad \text{Ecuación 53 - G.3.5-1 (NSR-10)}$$

En donde:

f_p = Esfuerzo de aplastamiento en MPa.

F'_θ = Esfuerzo admisible modificado a compresión para un ángulo θ , en MPa.

N = Fuerza axial actuante perpendicular a la fibra en N.

A_n = Área neta de aplastamiento en mm².

Teniendo en cuenta lo anterior se debe conocer las fuerzas perpendiculares a la fibra que rige nuestro elemento a diseñar:

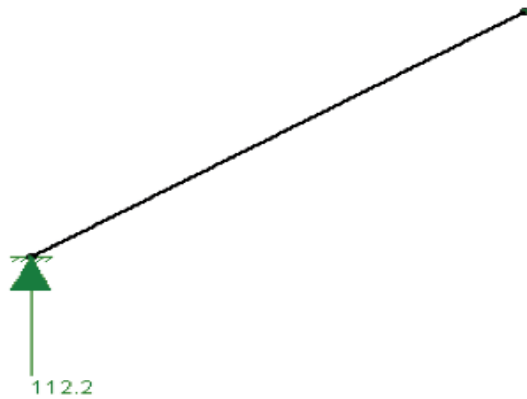


Ilustración 43 - Reacciones en apoyos [Kg]

Del modelo anterior se conocen las fuerzas actuantes pero no se encuentran orientadas perpendiculares a la fibra por lo cual se verifica cual es la mayor y se halla su componente:

Eje Y: $112.2 \cdot \cos 34 = 95.21 \text{ kg} = 934.00 \text{ N}$

El área neta de aplastamiento se definirá de la siguiente manera:

$A_n = b \cdot h = 25 \cdot 80 = 2000 \text{ mm}^2$

Por lo cual:

$$f_p = \frac{N}{A_n} = \frac{934.00}{2000} = 0.467 \text{ Mpa}$$

7.1.1.8. Esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra.

Además de lo anterior se debe conocer el esfuerzo de admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra, lo cual se hará de la siguiente manera:

$$F'_p = F_p * C_m * C_b$$

Para el cálculo del factor C_b se debe proceder de la siguiente manera:

$$C_b = \frac{l_b + 9.53}{l_b} \quad \text{Ecuación 54 - G.3.5-2 (NSR-10)}$$

En donde:

l_b = Longitud del apoyo en mm, medida a lo largo de la fibra de la madera.

$$C_b = \frac{80 + 9.53}{80} = 1.12$$

Aplicando los factores correspondientes se tiene lo siguiente:

$$F'_p = F_p * C_m * C_b = 4.3 * 0.8 * 1.12 = 3.85 \text{ MPa}$$

7.1.1.8.1. Factor de compresión modificado

Para hallar el factor de compresión modificado se realizan los siguientes cálculos:

- * Coeficiente de estabilidad en columnas

Para encontrar este factor se realizaran una serie de pasos los cuales se describen a continuación:
Se calcula la longitud efectiva (l_e)

$$l_e = k_e * l_u \quad \text{Ecuación 55- G.4.3-1 (NSR-10)}$$

En donde:

L_e = Longitud efectiva en mm.

K_e = Coeficiente de longitud efectiva.

L_u = Longitud no soportada lateralmente de la columna en la dirección considerada en mm.

Para este caso $l_e = 2500 \text{ mm}$

El coeficiente k_e se deduce de la siguiente tabla ^{SSSSS}G.4.3.1.

En la tabla mencionada anteriormente se observa que el k_e que más se asemeja a este caso será el descrito en el caso 5 y se toma el K_{e2} pues las condiciones locales son aproximadas a las que se plantean en la tabla, con ello $k_e = 1.5$; con lo anterior se tiene que:

$$l_e = 1.5 * 2500 = 3750 \text{ mm}$$

Para este caso de estudio el $l_e = l_1 = l_2$

-
- * El siguiente paso será encontrar la relación de esbeltez (λ) la cual será definida por la tabla TTTT G.4.3-2 de ahí se extrae la siguiente formula:

$$\lambda = \frac{l_{e1,2}}{h}$$

Ecuación 56- Formula de esbeltez

En donde:

λ =Medida de esbeltez. Debe ser $\lambda \leq 50$, excepto durante la construcción que podría ser $\lambda \leq 75$

l_e =Longitud efectiva de la columna en la dirección considerada, en mm.

h =Dimensiones de la sección transversal en la dirección considerada, en mm.

Para este caso $h=80$ mm

Con lo anterior se encuentra que:

$$\lambda = \frac{l_e}{h} = \frac{3750}{80} = 46.87$$

* Otros parámetros que se deben definir son el esfuerzo critico (F_{CE}) y el valor del coeficiente valorizado (C) los cuales se encuentran en la tabla UUUUU G.4.3-3

Teniendo en cuenta la tabla referenciada anteriormente el valor para **$C=0.8$** .

Por otra parte el esfuerzo crítico se define por la siguiente formula:

Ecuación 57- Esfuerzo crítico

$$F_{CE} = \frac{0.822 * E'_{min}}{\lambda^2}$$

En donde:

F_{CE} = Esfuerzo critico de pandeo para elementos en compresión, MPa.

E'_{min} =módulo de elasticidad mínimo modificado, en MPa.

λ =Parámetro de esbeltez para columnas.

* El paso a seguir será calcular el módulo de elasticidad mínimo modificado (E'_{min}) el cual se encuentra en la tabla
 vvvvvv G.2.2-2.

$$E_{min} = 7130 \text{ MPa}$$

Este módulo se debe afectar por las correcciones correspondientes:

$$E'_{min} = E_{min} * C_t * C_{in} = 7130 * 1.00 * 1.00 = 7130 \text{ MPa}$$

Para calcular F_{CE} se debe usar la siguiente formula:

$$F_{CE} = \frac{0.822 * E'_{min}}{\lambda^2} = \frac{0.822 * 7130}{46.87^2} = 2.66 \text{ MPa}$$

También se debe calcular el esfuerzo admisible de compresión paralelo al grano (F_C^*) el cual se calcula de la siguiente manera:

$$F_c^* = F_c * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r = 22 * 1.00 * 0.8 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 = 23.27 \text{ MPa}$$

Por último se halla el coeficiente de estabilidad (C_P) el cual se encuentra con la siguiente formula:

$$\text{Ecuación 58 - G.4.3-3 (NSR-10)} \quad C_P = \frac{1 + (F_{CE}/F_C^*)}{2 * C} - \sqrt{\left(\frac{1 + (F_{CE}/F_C^*)}{2 * C}\right)^2 - \frac{F_{CE}/F_C^*}{C}}$$

Aplicando lo anterior se tiene que:

$$C_p = \frac{1 + (2.66/23.27)}{2 * 0.8} - \sqrt{\left(\frac{1 + (2.66/23.27)}{2 * 0.8}\right)^2 - \frac{2.66/23.27}{0.8}} = 0.111$$

Así se podrá encontrar el esfuerzo admisible de compresión modificado (F'_c):

$$F'_c = F_c * C_D * C_m * C_t * C_F * C_{in} * C_r * C_p$$

$$F'_c = 22 * 1.00 * 0.80 * 1.00 * 1.15 * 1.00 * 1.15 * 0.111 = 2.58 \text{ MPa}$$

Se calcula el esfuerzo admisible modificado a compresión para un ángulo (F'_θ) con la siguiente formula:

$$F'_\theta = \frac{F_c^* * F'_p}{F'_c * \text{sen}^2 \theta + F'_p * \text{cos}^2 \theta} \quad \text{Ecuación 59 - (G.3.5-3 NSR-10)}$$

Reemplazando se obtiene:

$$F'_\theta = \frac{23.27 * 3.85}{2.58 * \text{sen}^2 56 + 3.85 * \text{cos}^2 56} = 25.56 \text{ MPa}$$

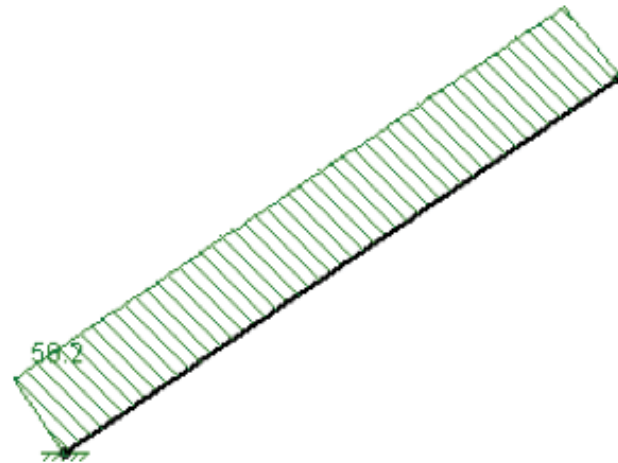
Con lo anterior se puede verificar lo siguiente:

$$0.467 \text{ MPa} < 25.56 \text{ MPa}$$

Con eso se sabe que el esfuerzo de aplastamiento es menor al esfuerzo admisible modificado a compresión perpendicular a la fibra lo cual indica que nuestra sección no sufrirá aplastamiento en este caso.

-
- * Teniendo en cuenta el modelo observamos que:

Ilustración 44 - Modelo carga axial (Kg)



Se usa la siguiente fórmula para encontrar el esfuerzo actuante por compresión paralelo a las fibras (f_c)

$$f_c = \frac{P_a}{A_n} = \frac{574.86}{2000} = 0.28 \text{ MPa}$$

En donde:

f_c = Esfuerzo actuante por compresión paralelo a las fibras, en MPa

P_a = Carga actuante en la columna en N.

A_n = Área neta de la columna en mm².

7.1.1.8.2. Verificación para elementos sometidos a cargas combinadas de flexión y compresión.

Se calcula el esfuerzo crítico de compresión con respecto al eje 1 con la siguiente formula:

$$f_c < F_{cE1} = \frac{0.822 * E'_{min}}{(l_{e1}/h_1)^2}$$

Ecuación 58 - G.5.2-2 (NSR-10)

En donde:

F_{cE1} = Esfuerzo critico de compresión con respecto al eje 1.

f_c = Esfuerzo actuante por compresión paralelo a las fibras, en *MPa*.

l_{e1} = longitud efectiva en 1

h_1 = dimensión de la cara ancha altura (h) en mm

E'_{min} = módulo de elasticidad mínimo longitudinal modificado en *MPa*.

Reemplazando los valores se tiene que:

$$0.28 < F_{cE1} = \frac{0.822 * 5704}{(2500/80)^2} = 4.80$$

Para que el elemento sea óptimo debe cumplir la siguiente relación:

$$\left(\frac{f_c}{F'_c}\right)^2 + \frac{f_{b1}}{F'_{b1}(1 - (f_c/F_{cE1}))} \leq 1$$

Ecuación 59- G.5.2.1 (NSR-10)

En donde:

f_c = Esfuerzo actuante por compresión paralelo a las fibras, en *MPa*.

F'_c = Esfuerzo admisible a compresión paralela, modificado, en *MPa*.

f_{b1} = Esfuerzo de flexión actuante por carga colocada en la cara angosta del miembro, en *MPa*.

F'_{b1} = Esfuerzo admisible modificado a flexión por la cara angosta del miembro, en *MPa*.

F_{cE1} = Esfuerzo critico de compresión con respecto al eje 1.

Reemplazando los valores se halla que:

$$\left(\frac{0.28}{2.58}\right)^2 + \frac{0.088}{11.27 * (1 - (0.28/4.08))} = 0.02 \leq 1$$

Con lo anterior se comprueba que la sección chequea.

7.1.1.9. Acortamiento de elementos a compresión

Para conocer el acortamiento de los elementos sometidos a una carga axial de compresión se usa la siguiente formula:

Ecuación 62 -G.4.5-1 (NSR-10)

$$\Delta dc = \frac{P * l_u}{A_n * E'_{0.5}}$$

En donde:

Δdc = Acortamiento en el sentido paralelo a las fibras, en mm.

P = Carga axial actuante en N.

L_u = Longitud no soportada de la columna en mm.

A_n = Área neta de la sección de la columna en mm².

$E'_{0.5}$ = Modulo de elasticidad $E_{0.5}$ modificado paralelo a las fibras MPa.

Para el cálculo del módulo de elasticidad modificado paralelo a las fibras se usa la tabla [wwwwww](#)G.2.2-2.

Teniendo en cuenta la tabla mencionada anteriormente se toma el modulo correspondiente al tipo de madera y se afecta por los diferentes factores encontrando la siguiente ecuación:

$$E'_{0.5} = E_{0.5} * C_m * C_t * C_{in} = 18000 * 0.80 * 1.00 * 1.00 = 14400 \text{ MPa}$$

Después de realizar el cálculo anterior se procede a encontrar el acortamiento en el sentido paralelo a las fibras:

$$\Delta dc = \frac{P * l_u}{A_n * E'_{0.5}} = \frac{1103.62 * 2500}{2000 * 14400} = 0.0095 \text{ mm}$$

Podemos observar que el acortamiento de la columna no afectara significativamente a la estructura así que se puede despreciar dándole al elemento una funcionalidad óptima.

8. BIBLIOGRAFÍA

- * Norma NSR-10 título G
- * Pacto intersectorial de la madera, 2011- Bogotá.
- * Arroyave Jiménez, Henao Velazco, 2001-Universidad del Valle, Manual de diseño construcciones en madera NSR-98.
- * Construir en madera, Arquitecta-Murillo, IDEADE - Instituto de Estudios Ambientales para el Desarrollo.
- * Junta de Cartagena, 1980, Cartilla de la construcción de la madera.
- * Perfil Forestal, 2010 PROEXPORT Colombia.
- * Grupo andino - junta de Cartagena, 1984, Manual de diseño estructural para maderas.

