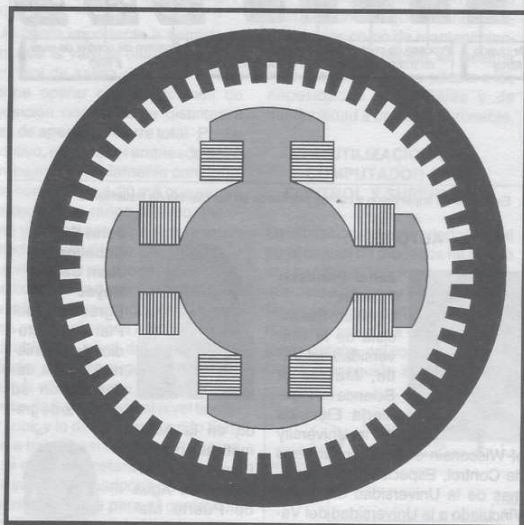


Cálculo de las fuerzas electromagnéticas en un generador sincrónico de 2100 KVA



RESUMEN

En el presente artículo se realiza el cálculo de las fuerzas de origen electromagnético actuantes en un generador sincrónico de polos salientes, que ocasionan un torque de frenado en la máquina motriz. Este artículo resume el análisis efectuado como parte de un proyecto de grado y puede ser tenido en cuenta por quienes pretendan realizar este tipo de trabajo en máquinas similares.

ABSTRACT

In this article was accomplished to show the calculation of the electromagnetic origin forces acting in a projecting poles synchronic generator that cause a braked torque in the impelling machine.

This article summarized the analysis developed as a part of a graduation project wich could be taken into account for those whom

this paper work may concern to apply this kind of work in similar machines.

1. INTRODUCCION

Desde hace algunos años, en la Universidad del Valle se han adelantado estudios en el desarrollo de máquinas eléctricas, de una manera integral, es decir, abarcando no sólo el campo de la ingeniería eléctrica, sino también, teniendo en cuenta la ingeniería mecánica. Cuando se va a diseñar un generador, es necesario

□ Oscar Román Tudela Rangel
Ingeniero Electricista
Especialista en máquinas eléctricas
Profesor Asociado - Departamento de Electricidad Universidad del Valle

□ Carlos Alberto Cerón Luna
Ingeniero Mecánico
Universidad del Valle

□ Carlos Alberto Morales Orduy
Ingeniero Mecánico
Universidad del Valle

tener en cuenta todas las fuerzas que actúan sobre él. Por eso, para comenzar, se deben estudiar las fuerzas que actúan sobre cada ranura del estator y que se originan por el proceso mismo de transformación de energía.

2. ARMONICOS DE FUERZA MAGNETOMOTRIZ E INDUCCION

Siguiendo el criterio de existencia dado por Quentin Graham, en [2], determinaremos el orden de los primeros armónicos existentes en el devanado del estator de la máquina.

Es posible establecer la existencia de cualquier armónico de manera muy simple:

$$K_1 = \frac{n+p}{2p} : K_2 = \frac{y(p \pm n)}{6p}$$

Aquí y es el número de polos para el cual la curva de f.m.m. comienza a repetirse y p es el número de pares de polos en el rotor de la máquina; entonces el n -ésimo armónico existirá si y sólo si K_1 y K_2 son números enteros incluyendo el cero.

Haciendo uso del criterio de existencia se establece el orden de los cuatro primeros armónicos existentes en la máquina, los cuales se consideran como los más representativos.

Con $y = 2$ y $p = 14$ se tiene:

$$K_1 = \frac{n+14}{14} : K_2 = \frac{14 \pm n}{42}$$

Tabla 1
Orden de los primeros armónicos de f.m.m.

n	K_1	K_2
14	2	0
28	3	1
56	5	-1
70	6	2
98	8	-2
112	9	3
140	11	-3

Ahora, para poder utilizar las ecuaciones citadas en los capítulos 2 y 3 [4] (ver bibliografía) y así hallar la magnitud de los cuatro primeros armónicos de f.m.m. es necesario hacer una equivalencia entre los órdenes de los armónicos hallados con la nueva notación y los órdenes correspondientes a la notación trabajada en los capítulos citados.

Tomando como base el hecho de que el primer armónico que aparece es el de orden 14 y además es el sincrónico, éste corresponderá al armónico de orden 1 de la notación convencional. Así, la ecuación que relaciona el n -ésimo armónico de la nueva notación con el v -ésimo armónico de la notación convencional es:

$$v = \frac{n}{p}$$

Tabla 2
Orden equivalente de los armónicos de f.m.m. en la notación convencional

n	v
14	1
28	2
56	4
70	5
98	7
112	8
140	10

El paso siguiente es calcular la magnitud del armónico sincrónico y de los tres armónicos de f.m.m. siguientes.

Para tal efecto se hará uso de la ecuación,

$$F_v = 1.35 \frac{wK_{dev}I}{vp}$$

Para el caso del devanado de la máquina se tiene que:

$w = 98$ espiras en serie por fase,

$p = 14$ pares de polos,

$I = 505$ amperios.

Además, el factor K_{dev} se halla a partir de la ecuación,

$$K_{dev}K_{ds}K_{rd}K_{ach}$$

donde cada uno de los factores se halla de las ecuaciones 2.17, 2.29 y 3.1 [4] respectivamente (ver bibliografía).

Tabla 3
Factores de devanado de los primeros armónicos

v	K_{ds}	K_{rd}	K_{ach}	K_{dev}
1	0.95582	0.99720	0.99984	0.95299
2	0.83000	0.14904	0.99937	0.12363
4	0.41973	-0.29475	0.99749	-0.12340
5	0.19551	0.93088	0.99608	0.18128
7	-0.14286	-0.86603	0.99232	0.12277
8	-0.21962	-0.56332	0.98998	0.12248

Enseguida se presentan las magnitudes de los armónicos de f.m.m. más significativos y el porcentaje de cada uno con respecto al sincrónico.

Tabla 4
Magnitud de los armónicos de f.m.m. en ampere - vuelta

ν	F	%
1	4547.9	100
2	295.0	6.5
4	-147.2	3.2
5	173.0	3.7
7	83.7	1.8
8	73.1	1.5

Tomando estos valores es posible hallar la magnitud correspondiente de la inducción magnética utilizando la ecuación:

$$B = \frac{\mu_o F}{k_o \delta}$$

donde $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
 $\delta = 0.005 \text{ m}$, $b_{\text{ran}} = 11.6 \times 10^{-3} \text{ m}$
 K_o es el coeficiente de Carter

Entonces, según las ecuaciones 24.9 y 24.10 de [3]
 $C_{\text{ran}} = 0.7353$
 $t_{\text{ran}} = 0.029246 \text{ m}$
 $K = 1.1438$

Lo anterior se cumple tan sólo para el primer armónico, dado que el carácter dentado se manifiesta distintamente para distintos armónicos.

Para armónicos de orden superior, la densidad de flujo se halla de

$$B_v = \frac{\mu_o F_v}{K_o \delta} C_v$$

donde

$$C_v = D_v - \frac{A_v}{\tan \frac{\pi p \nu}{z}}$$

$$D_v = 1 - \phi_{mb} \epsilon_v^2 \left(1 - \frac{\phi_{mb} \epsilon_v^2}{6} \right),$$

$$\phi_{mb} = 0.5 + \frac{2}{3} \left(\frac{K_o \delta}{b_{\text{ran}}} \right) 2 - \frac{1}{3 + \frac{0.24 b_{\text{ran}}}{K_o \delta}}$$

$$A_v = \frac{\epsilon_v}{1 + \frac{5 K_o \delta}{b_{\text{ran}}}} \left[1 - \frac{\phi_{mb} \epsilon_v^2 K_o \delta}{b_{\text{ran}}} \right],$$

$$\phi_{mb} = 0.4645 - 0.0255 \frac{b_{\text{ran}}}{K_o \delta} + 0.0142 \left(\frac{b_{\text{ran}}}{K_o \delta} \right)^2.$$

A continuación se listan los resultados definitivos de estas operaciones y el porcentaje que cada armónico superior representa del primero.

Tabla 5
Inducción magnética de los cuatro primeros armónicos

ν	F (Amp-vuelta)	B (T)	%
1	4547.9	0.999	100
2	295.0	0.057	6.5
4	-147.2	-0.028	3.2
5	173.0	0.033	3.8

3. DENSIDAD DE FLUJO DE LA MAQUINA EN VACIO

La expresión general para la fuerza electromotriz de una máquina de corriente alterna, con devanado repartido y paso reducido, es según 2.33 de [4]:

$$E_v = 2 \sqrt{2} \tau L W K_{\text{dev}} f B_{mv}$$

donde:

E_v : f.e.m de ν -ésimo armónico en voltios

τ : Paso polar= 0.307 m

L : Longitud del inducido= 0.365 m

w : Espiras en serie por fase= 98

f : frecuencia fundamental= 60 hz

B_{mv} : Amplitud del armónico de campo de excitación en teslas

Entonces:

$$E_v = 1863.6 K_{\text{dev}} B_{mv}$$

En este cálculo se tienen en cuenta sólo los armónicos impares 1, 3 y 5, ya que no existen armónicos pares en la distribución de la densidad de flujo de excitación:

$$E_1 = 1863.6 K_{\text{dev}1} B_{m3},$$

$$E_3 = 1863.6 K_{\text{dev}3} B_{m3},$$

$$E_5 = 1863.6 K_{\text{dev}5} B_{m5},$$

Ahora, para facilitar los cálculos se deja E_3 y E_5 en términos de E_1 :

$$E_3 = E_1 \frac{K_{dev3}}{K_{dev1}} \frac{B_{m3}}{B_{m1}}$$

$$E_5 = E_1 \frac{K_{dev5}}{K_{dev1}} \frac{B_{m5}}{B_{m1}}$$

Como

$$E_s = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2}$$

realizando las modificaciones correspondientes, se reemplaza y se tiene:

$$E_1 = \frac{E}{\sqrt{1 + \left(\frac{K_{dev3}}{K_{dev1}} \frac{B_{m3}}{B_{m1}} \right)^2 + \left(\frac{K_{dev5}}{K_{dev1}} \frac{B_{m5}}{B_{m1}} \right)^2}}$$

teniendo en cuenta que:

$$E = \frac{2400}{\sqrt{3}} = 1385.6 \text{ V.}$$

Los únicos valores desconocidos en esta ecuación son las componentes armónicas de inducción B_1 . Por esto es necesario recurrir a las figuras 26.2 y 26.3 [3] de donde obtenemos los valores.

$$\frac{B_{m3}}{B_{m1}} = 0.0133$$

$$\frac{B_{m5}}{B_{m1}} = 0.0648$$

Así

$$E = \frac{1385.6}{\sqrt{1 + (0.6549 \times 0.0133)^2 + (0.1902 \times 0.0648)^2}}$$

$$E_1 = 1385.44 \text{ V.}$$

por lo tanto

$$\frac{B_{m1}}{1863.6 \times K_{dev1}} = 0.7802 \text{ T}$$

$$\begin{aligned} B_{m3} &= 0.0133 \times 0.7802 = 0.01038 \text{ T} \\ B_{m5} &= -0.0648 \times 0.7802 = -0.05056 \text{ T} \\ B_m &= 0.7000 \text{ T.} \end{aligned}$$

Aquí cabe anotar que B_m es el máximo valor de la inducción real.

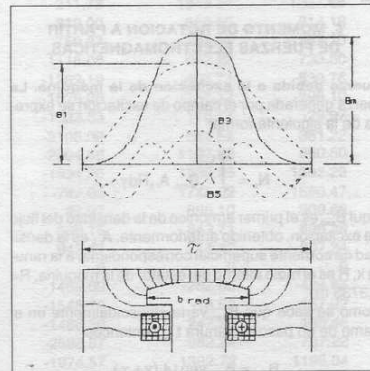


Figura 1. Campo magnético de un devanado de excitación concentrado

4. COMPONENTES DE LA REACCION DEL INDUCIDO

Como se puede apreciar a partir de la teoría de las dos reacciones de Blondel, expuesta en el capítulo 8 [4], la reacción del inducido puede ser expresada a partir de dos componentes, la reacción por el eje longitudinal y la reacción por el eje transversal.

Reacción del inducido por el eje longitudinal. Esta reacción se puede expresar a partir de:

$$F_{ax} = F_a \sin \psi$$

donde F_a es la magnitud del armónico sincrónico de f.m.m., que en este caso es igual a 4547 amp-vuelta y ψ es el ángulo de desplazamiento en el tiempo y el espacio entre la corriente del estator I y la f.e.m. E_a inducida en el estator por el flujo del devanado de excitación, que puede ser obtenido a partir del diagrama de f.e.m. del generador en cuestión y que es igual a 59° .

Con esto se tiene que $F_{ax} = 3898.3$ Amp-vuelta.

Reacción del inducido por el eje transversal. Esta reacción que se encuentra desfasada un ángulo de

90° mecánicos con respecto a la anterior se puede expresar como:

$$F_{aq} = F_a \cos \psi$$

con los valores anteriormente mencionados se tiene $F_{aq} = 2342.3$ Amp-vuelta

5. MOMENTO DE ROTACION A PARTIR DE FUERZAS ELECTROMAGNETICAS

Fuerza debida a la excitación de la máquina. La fuerza generada por el campo de excitación se expresa de la siguiente forma:

$$N_e = \int_0^{t_{ran}} B_{exc} A_{r,k} R d\gamma$$

Aquí B_{exc} es el primer armónico de la densidad del flujo de excitación, obtenido anteriormente. $A_{r,k}$ es la densidad de corriente superficial correspondiente a la ranura k , R es el radio interno del estator de la máquina, $R = 1.3735$ m.

Como se sabe que B_{exc} varía sinusoidalmente en el tramo de un paso de ranura t_{ran} , entonces:

$$B_{exc} = B_{exc} \sin 14 (\gamma + \gamma_1)$$

El ángulo de fase γ_1 se puede definir a partir del diagrama de tensiones y dió como resultado 149° que en grados mecánicos, teniendo en cuenta que la máquina tiene 14 pares de polos, es igual a 10.64°. Ahora es posible realizar el cálculo de la fuerza en cada ranura, integrando la siguiente expresión

$$N_e = \int_{\gamma}^{\gamma + \Delta\gamma} A_{r,k} R B_{exc} \sin 14 (\gamma + 10.64) d\gamma$$

$$N_e = \frac{-A_{r,k} R B_{exc}}{14} [\cos 14 (\gamma + 11.86) - \cos 14 (\gamma + 10.64)]$$

Fuerza debida a la reacción del inducido por el eje longitudinal.

La fuerza debida a la reacción del inducido por el eje longitudinal se halla a partir de la integral:

$$N_{ad} = \int_0^{t_{ran}} B_{ad} A_{r,k} R d\gamma$$

Como B_{ad} también varía en forma sinusoidal, se tiene:

$$B_{ad} = B_{ad} \sin 14 (\gamma + \gamma_2)$$

Para la onda de inducción de reacción longitudinal, el ángulo de desfase γ_2 puede ser obtenido directamente del diagrama de tensiones y dió como resultado

$$\gamma_2 = -31^\circ \text{ eléctricos}$$

$$\gamma_2 = -2.21^\circ \text{ mecánicos}$$

Reemplazando e integrando la ecuación 4.32 se llega a:

$$N_{ad} = \frac{-A_{r,k} R B_{ad}}{14} [\cos 14 (\gamma - 0.986) - \cos 14 (\gamma - 2.21)]$$

Fuerza debida a la reacción del inducido por el eje transversal. Esta componente se encuentra en cuadratura con las otras dos componentes de fuerza. Su ángulo de fase γ_3 se obtiene directamente del diagrama de f.e.m.

$$\gamma_3 = 59^\circ \text{ eléctricos}$$

$$\gamma_3 = 4.21^\circ \text{ mecánicos}$$

Entonces la ecuación para calcular N_{aq} será:

$$N_{aq} = \frac{-A_{r,k} R B_{aq}}{14} [\cos 14 (\gamma + 5.43) - \cos 14 (\gamma + 4.21)]$$

Para evaluar estas expresiones y obtener la tabla 6 se debe calcular el valor para cada ranura de $A_{r,k}$ e ir adicionando al ángulo γ la cantidad $\Delta\gamma$.

La expresión para calcular $A_{r,k}$ es:

$$A_{r,k} = \frac{I \text{ eficaz en la ranura}}{0.0116}$$

donde 0.0116 es el ancho de una ranura en el estator.

La cantidad $\Delta\gamma$ es el valor angular que corresponde al espacio circunferencial de cada paso de ranura ($\Delta\gamma = 360/294$). Los valores utilizados en las expresiones anteriores son:

$$B_{exc} = 0.78 \text{ T}$$

$$R = 1.3735 \text{ m}$$

B_{ad} , obtenido a partir de la ecuación,

$$B_{ad} = \frac{H_o}{K_o \delta} F_{ad}$$

$$B_{ad} = 0.856 \text{ T}$$

y B_{aq} , obtenido a partir de la ecuación

$$B_{aq} = \frac{H_o}{K_o \delta} F_{aq}$$

$$B_{aq} = 0.515 \text{ T.}$$

Tabla 6.
Componentes de la fuerza total en cada ranura.

Ranura	A	Nex	Nad	Naq	Ntotal
1	123120	1070.00	1177.00	1662.001	555.00
2	92344	169.12	-211.78	1343.34	1327.68
3	61560	-285.33	319.00	880.50	914.18
4	61560	-676.08	750.87	787.31	862.10
5	61560	-1006.80	1116.08	642.22	733.50
6	-61560	1248.14	-1382.19	-405.71	-539.76
7	-61560	1378.66	-1526.00	-151.17	-298.10
8	-6156	01386.78	-1533.53	116.77	-29.97
9	-92344	1907.74	-2108.09	561.57	361.22
10	-123129	2087.86	-2304.88	1197.52	980.50
11	-123129	1446.61	-1594.25	1539.93	1392.29
12	-123129	676.94	-742.08	1745.02	1680.47
13	-61560	-76.41	87.97	898.10	909.66
14	-61560	-484.48	539.15	843.71	898.38
15	-61560	-849.54	942.47	714.42	807.34
16	0	0	0	0	0
17	61560	1327.67	-1469.69	-282.65	-424.67
18	61560	1398.29	-1546.79	-18.52	-167.02
19	61560	1344.76	-1486.56	247.25	105.46
20	123129	2343.85	-2588.87	982.24	737.22
21	123129	1789.88	-1974.57	1382.73	1198.04

Sumando uno a uno los valores de la fuerza resultante por ranura N_{total} se obtiene la fuerza resultante total:

$$N_t = 13000 \frac{\text{New}}{\text{m}}$$

Se debe tener en cuenta que la fuerza obtenida es por unidad de longitud y que el resultado se repite por cada par de polos. Entonces, la fuerza total que origina torque de frenado en la máquina es:

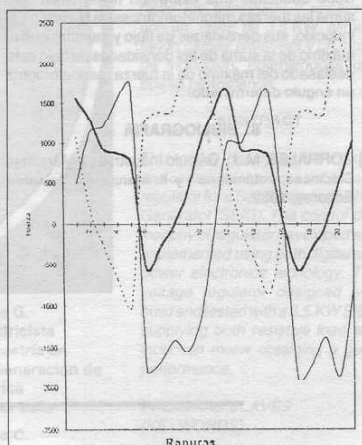
$$F_{total} = 13000 \frac{\text{New}}{\text{m}} \times 0.365 \text{ m} \times 14$$

$$F_{total} = 66430 \text{ New}$$

El torque será:

$$T = 66430 \text{ New} \times 1.3685 \text{ m}$$

$$T = 90909 \text{ New-m}$$



	NA	NEXC	N TOTAL
NA	: Fuerza debida a la reacción del inducido		
NEXC	: Fuerza debida a la excitación		
N TOTAL	: Fuerza total de la máquina		

Figura 2: Componentes de la Fuerza electromagnética total en la máquina

Con este valor y la velocidad de rotación de la máquina obtenemos la potencia de la misma:

$$P=90900\text{new-m} \cdot 26.91 \text{ seg}^{-1} = 2446 \text{ Kw}$$

7. CONCLUSIONES

1. Comparando los resultados obtenidos en este artículo con los datos que aparecen en la máquina, observamos que a pesar del margen de error que conlleva este método, los valores conservan una aceptable aproximación.
2. Con análisis similares a este se puede realizar un estudio detallado de fuerzas, ranura por ranura, al momento de hacer el diseño mecánico de un generador eléctrico.
3. Al término de este análisis del torque de frenado por descomposición de fuerzas se puede concluir que, cuando no existe excitación el generador de polos salientes puede desarrollar cierta potencia, puesto que en estas condiciones es capaz de girar sincrónicamente y desarrollar un momento giratorio.
4. En estudios posteriores, consideramos conveniente incluir análisis con elementos finitos de las fuerzas de origen electromagnético, lo cual permitirá realizar cálculos más ajustados al comportamiento real. Debe deducirse una expresión matemática que sume las fuerzas magnetomotrices de reacción del inducido, sus densidades de flujo y muestre que el máximo de la suma de las densidades de flujo está desfasado del máximo de la fuerza magnetomotriz un ángulo determinado.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] CORRALES, M.J., Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas, volúmenes I y II. Marcombo Boixareu Editores, 1982.

[2] GRAHAM, Quentin. The M.M.F Wave Of Polyphase Windings With Special Reference To Sub-Synchronous Harmonics. Journal A.I.E.E.

[3] IVANOV, A.V. y SMOLENSKY. Máquinas Eléctricas, vol I, II y III. Moscú, ed. Mir, 1980.

[4] KOSTENKO, M. P. y PIOTROVSKY, L.M., Máquinas Eléctricas, vol I y II. Moscú, Ed. Mir, 1973.

[5] LANGSDORF, Alexander S., Teoría de las Máquinas de Corriente Alterna. Ed. McGraw Hill, 1967.

AUTORES

Oscar Román Tudela Rangel
Ingeniero Electricista
Especialista en máquinas eléctricas
Profesor Asociado - Departamento de Electricidad Universidad del Valle



Carlos Alberto Cerón Luna
Ingeniero Mecánico
Universidad del Valle



Carlos Alberto Morales Orduy
Ingeniero Mecánico
Universidad del Valle