

Un Análisis Semiótico-Cognitivo y Socioepistemológico del Libro “Vamos a Aprender
Matemáticas 6” para Favorecer la Comprensión de las Matemáticas

Brayan Steven Gutiérrez Zambrano

Carlos Andrés Rodríguez Ayala

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGÍAS Y CULTURAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

2024

Un Análisis Semiótico-Cognitivo y Socioepistemológico del Libro “Vamos a Aprender
Matemáticas 6” para Favorecer la Comprensión de las Matemáticas

Brayan Steven Gutiérrez Zambrano - 201831034

Carlos Andrés Rodríguez Ayala - 201831621

Dirigido por:

Mg. Ana María Gómez López

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGÍAS Y CULTURAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

2024

Agradecimientos

Agradecemos a Dios, nuestra fuerza, guía y soporte, por acompañarnos en cada paso de este proceso de aprendizaje, iluminando nuestro camino y brindándonos la fortaleza para superar cada desafío.

A nuestras familias, por su amor incondicional, su apoyo constante y por ser el motor que nos impulsa a alcanzar nuestros sueños.

A la profesora Ana María Gómez, por su invaluable compañía, orientación y rigurosidad, elementos fundamentales en nuestro crecimiento académico y personal.

Y a la Universidad del Valle, por brindarnos un espacio de formación, conocimiento y crecimiento, permitiéndonos desarrollar nuestras capacidades y contribuir al progreso de nuestra sociedad.

Tabla de contenido

Capítulo I: Formulación y Aspectos Generales del Problema de Investigación.....	2
1.1 Planteamiento del Problema	2
1.2 Objetivos	10
1.2.1 Objetivo General.....	10
1.2.2 Objetivos Específicos.....	10
1.3 Justificación	11
Capítulo II: Antecedentes y Aproximaciones Teóricas	15
2.1 Antecedentes	15
2.2 Marco Teórico.....	16
2.2.1 Teoría Semiótico-Cognitiva de Duval	17
2.2.2 Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa	24
2.2.3 La Teoría Semiótico-Cognitiva y la Teoría Socioepistemológica	27
Capítulo III: Diseño Metodológico	29
3.1 Aproximación de la Investigación	29
3.2 Presentación del Libro de Texto Escolar	30
3.3 Análisis	34
3.3.1 Fase 1: Identificación de las Relaciones entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y la Teoría Semiótico-cognitiva.....	34
3.3.2 Fase 2: Correspondencia entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica	37
3.3.3 Fase 3: Relaciones entre la Caracterización de las Actividades de Aprendizaje de Modelación a la luz de la Teoría Semiótico-cognitiva y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica	38
Capítulo IV: Resultados	40
4.1 Primer Grupo de Resultados: Identificación de las Relaciones entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y la Teoría Semiótico-cognitiva	40
4.1.1 Actividades de Modelación 1 y 2.....	40
4.1.2 Actividades de Modelación 3 y 4.....	42
4.1.3 Actividades de Modelación 5 y 6.....	43
4.1.4 Actividad de Modelación 7	44
4.2 Segundo Grupo de Resultados: Correspondencia entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica.....	45
4.2.1 Actividades de Modelación 1, 2, 3, 4 y 6.....	45
4.2.2 Actividades de Modelación 5 y 7.....	46

4.3 Tercer Grupo de Resultados: Relaciones entre la Caracterización de las Actividades de Aprendizaje de Modelación a la luz de la Teoría Semiótico-cognitiva y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica.....	47
4.3.1 Actividades de Modelación 1, 2, 3, 4 y 6.....	48
4.3.2 Actividades de Modelación 5 y 7.....	49
Capítulo V: Conclusiones	51
5.1 Primer Grupo de Conclusiones: Identificación de las Relaciones entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y la Teoría Semiótico-cognitiva.....	51
5.2 Segundo Grupo de Conclusiones: Correspondencia entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica	52
5.3 Tercer Grupo de Conclusiones: Relaciones entre la Caracterización de las Actividades de Aprendizaje de Modelación a la luz de la Teoría Semiótico-cognitiva y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica.....	53
Referencias Bibliográficas	56

Lista de tabas

Tabla 1. Adaptado de Semiosis y Pensamiento Humano, Duval, 2004, p. 354.....	20
---	----

Lista de figuras

Figura 1. Actividad de Modelación 1	31
Figura 2. Actividad de Modelación 2	31
Figura 3. Actividad de Modelación 3	32
Figura 4. Actividad de Modelación 4	32
Figura 5. Actividad de Modelación 5	32
Figura 6. Actividad de Modelación 6	33
Figura 7. Actividad de Modelación 7	33

Resumen

Esta investigación aborda un análisis semiótico-cognitivo y socioepistemológico del libro de texto escolar "Vamos a Aprender Matemáticas 6" para favorecer la comprensión de las matemáticas. Este trabajo de investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo con el objetivo de caracterizar las actividades de aprendizaje del proceso de modelación propuestas en la unidad de pensamiento numérico del libro en mención, a la luz de las relaciones entre la teoría semiótico-cognitiva (Duval, 2004) y la teoría socioepistemológica (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015b). Para ello, se identificaron relaciones entre ambas teorías, estableciendo correspondencias y vinculaciones con dichas actividades de aprendizaje. El análisis se realizó a partir de tres fases: a) en la primera, se identificaron situaciones de lectura y representaciones semióticas que facilitan la comprensión de los objetos matemáticos; b) en la segunda, se establecieron correspondencias en torno a la contextualización sociocultural, la práctica social del conocimiento y la reflexión crítica sobre la relación entre matemáticas, sociedad y cultura; y c) en la tercera, se analizaron las relaciones entre las caracterizaciones realizadas en las fases anteriores. Los resultados revelaron que el grado de explicitación en los enunciados y la familiaridad de los estudiantes con los contenidos cognitivos impactan significativamente en la comprensión. Asimismo, el uso de representaciones semióticas en los enunciados varió entre tratamientos y conversiones, mostrando fortalezas y limitaciones en la movilización del conocimiento matemático. Las actividades de aprendizaje presentaron variaciones en cuanto a la contextualización sociocultural y construcción del conocimiento como práctica social, destacando oportunidades para reflexionar sobre la naturaleza social de las matemáticas.

Palabras clave: Teoría Semiótico-cognitiva, Teoría Socioepistemológica, Proceso de Modelación Matemática, Comprensión de las Matemáticas, Libros de texto escolares.

Capítulo I: Formulación y Aspectos Generales del Problema de Investigación

1.1 Planteamiento del Problema

Los libros de texto escolar son un recurso didáctico tradicional y ampliamente utilizado por los educadores de matemáticas. De acuerdo con Cantoral et al., (2015a), cumple un rol fundamental al introducir y legitimar los conocimientos impartidos en el entorno del aula de clases.

Además, ofrecen una propuesta integral de enseñanza y aprendizaje que se alinea con las demandas educativas institucionalizadas que establece el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). De esta manera, no solo orientan el contenido que se debe enseñar, sino que también sugieren posibles metodologías de enseñanza. Por ello, los libros de texto se convierten en portadores de discurso matemático escolar que apoyan al docente en la selección de los contenidos y tareas para su enseñanza en el aula de clase (Cantoral et al., 2015a).

En los Lineamientos Curriculares, el MEN (1998) señala que el conocimiento matemático organiza y da sentido a una gran diversidad de prácticas sociales. En el ámbito educativo, este conocimiento se concibe como una actividad social que debe considerar tanto los intereses y la dimensión afectiva de los aprendices como la diversidad de opciones e intereses en relación con prácticas sociales que permanentemente surgen y evolucionan en el mundo actual.

Algunos textos escolares de matemáticas en Colombia presentan deficiencias que limitan el aprendizaje de los estudiantes. Según Zapata-Cardona y Escobar (2018), carecen de actividades que conecten los conocimientos matemáticos con situaciones reales, dificultando su aplicabilidad. La desconexión entre teoría y práctica en muchos textos escolares dificulta la comprensión de los objetos matemáticos y limita su aplicabilidad en contextos

socioculturales, alejándose de la visión del MEN sobre las matemáticas como una actividad social.

De acuerdo con esto, Fernández y Caballero (2017) critican lo predominante en los textos escolares de matemáticas. Según estos autores, dichos recursos se han centrado en la movilización de operaciones aritméticas y en hacer despejes algebraicos. Este énfasis promueve un aprendizaje que se basa principalmente en la memorización y repetición, lo que limita la capacidad de los estudiantes para buscar y experimentar por sí mismos.

No obstante, es importante reconocer que, pese a la evolución en las metodologías educativas, los libros de texto siguen siendo un recurso fundamental en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Angulo y Arteaga (2018) sugieren que estos recursos deben ir más allá de la mera ejecución de operaciones aritméticas y despejes algebraicos, promoviendo en su lugar el favorecimiento de diversas formas de aprehensión de los objetos matemáticos. Esto promovería un aprendizaje más integral y significativo, alineándose mejor con la visión del MEN sobre las matemáticas como una actividad social. Además, resalta la necesidad de conectar los objetos matemáticos presentados en los libros de texto con los contextos socioculturales en los que pueden estar inmersos. Sin embargo, en muchos casos esta dimensión social y cultural de las matemáticas es relegada, siendo poco considerada en los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollan en el aula.

Estas deficiencias resaltan la necesidad de enfoques educativos que no solo aborden el aprendizaje conceptual, sino que también promuevan la conexión entre las matemáticas y la realidad social. Como consecuencia de estas limitaciones, el campo de la Educación Matemática ha experimentado en los últimos años el surgimiento de programas de investigación con un enfoque sociocultural.

Entre estas iniciativas, destaca el programa socioepistemológico (Planas, 2010; Cantoral et al., 2015a; Saénz de Castro, 2016; Vargas, 2014). Este programa resulta relevante

para el desarrollo del presente trabajo, puesto que se centra en la dimensión social y cultural de las matemáticas, y pone énfasis en el uso de los objetos matemáticos en la vida cotidiana.

El programa socioepistemológico destaca la brecha entre la enseñanza escolar y las demandas sociales. Propone que el aprendizaje trasciende la comprensión del objeto matemático en sí para enfocarse en su uso social, es decir, su aplicabilidad en contextos reales. Así, el conocimiento matemático debe pensarse situándose en el entorno de la vida del aprendiz (su cultura, sus conocimientos, sus saberes, su historia, su presente y la propia historia que permitió la emergencia de los saberes matemáticos); lo que significa, atender, sin soslayar, problemas sociales y culturales que acompañan la enseñanza de las Matemáticas.

Lo anterior requiere que la vida de los objetos matemáticos sea considerada en el seno de la vida social y cultural, por tanto el significado dejará de ser visto como un atributo del objeto, y empezará a considerarse como un derivado de su valor de uso (Cantoral et al., 2015b). Así, el aprendizaje de las matemáticas no solo implica la comprensión de conceptos abstractos, sino también su uso en contextos socioculturales.

Este programa socioepistemológico requiere, en primera instancia, diseñar escenarios problemáticos que conecten las matemáticas con la realidad del estudiante. Este tipo de escenarios facilita la búsqueda de soluciones viables a través de descripciones y explicaciones contextualizadas, lo que conduce a una mejor comprensión del tema en cuestión. En este sentido, la modelación matemática emerge como una herramienta esencial, ya que permite describir y explicar con claridad tanto el problema matemático abordado como su contexto (Hitt & Quiroz, 2017; Pantoja, Lourdes, Ulloa & Valdivia, 2018).

Según el MEN (2006), la modelación matemática es una estrategia que conecta los objetos matemáticos con el entorno del estudiante al representarlos mediante modelos

gráficos, mentales o tridimensionales. Esto facilita la comprensión de conceptos abstractos al relacionarlos con situaciones concretas.

Sin embargo, cuando este proceso no se integra de manera efectiva en la enseñanza, se generan vacíos en la comprensión y aplicabilidad de los objetos matemáticos. La ausencia o desconexión del proceso de modelación matemática en la escuela, puede generar efectos negativos en el aprendizaje de los estudiantes. Por ejemplo, los aprendices pueden presentar dificultades en la comprensión de los objetos matemáticos si estos no se contextualizan en su entorno social y cultural. Asimismo, podrían enfrentar obstáculos al intentar aplicar estos objetos en situaciones de su vida cotidiana.

Es importante destacar que, según Cárcamo y Fortuny (2015), la modelación matemática no es un proceso fácil ni espontáneo. Por el contrario, los estudiantes pueden presentar grandes obstáculos al intentar establecer un modelo matemático que describa y explique una situación o problema. Entre estos obstáculos, la claridad de los enunciados juega un papel crucial, ya que influye directamente en la comprensión del problema planteado.

En este sentido, Duval (2004) argumenta que la interacción entre un lector (el estudiante) y un texto (las actividades de aprendizaje propuestas) determina distintas situaciones de lectura, que influyen directamente en la comprensión del contenido. Estas situaciones dependen tanto de la base de conocimientos del lector¹ como de la variabilidad redaccional², lo que hace fundamental evaluar la estructura de los enunciados para garantizar su comprensión y facilitar la identificación de las variables necesarias para construir un modelo matemático adecuado.

La estructura de los enunciados no solo debe facilitar la comprensión inmediata del contenido, sino también propiciar actividades cognitivas que permitan aprehender lo que el

¹ Conjunto de conocimientos previos del lector en relación con el contenido cognitivo del texto.

² Hace referencia a las diversas formas en las que se puede explicitar un mismo contenido matemático.

contenido demanda hacer. Esto resulta esencial para que los estudiantes no sólo identifiquen el objeto matemático que moviliza, sino que también puedan explorarlo a través de distintas representaciones semióticas. De este modo, la caracterización de los enunciados en las actividades debe propiciar en los estudiantes actividades de transformación y objetivación, conforme a la perspectiva de Duval (2004). Según este autor, el aprendizaje de las matemáticas se logra cuando el alumno adquiere la capacidad de reconocer un mismo objeto matemático a través de distintas representaciones semióticas y puede transitar entre ellas (transformar) sin perder de vista que aluden al mismo objeto.

Una representación semiótica es un sistema de signos que permite aludir a un objeto matemático y llevar a cabo una actividad cognitiva específica. Los sistemas de signos pueden ser gráficos, algebraicos, numéricos, tabulares, de lenguaje natural, entre otros, que se conocen como registros de representación.

En este sentido, las representaciones semióticas juegan un papel clave en los libros de texto, ya que permiten que los estudiantes accedan a los objetos matemáticos de manera significativa y puedan transitar entre distintas formas de representación. Estas características son fundamentales en los recursos utilizados en las instituciones educativas, en que la claridad y diversidad en las representaciones facilitan el aprendizaje de conceptos abstractos.

Por ello, esta investigación se centra en analizar el libro de texto “Vamos a Aprender Matemáticas 6”, un recurso elaborado por el Ministerio de Educación Nacional que incorpora diversas representaciones semióticas para facilitar la enseñanza y el aprendizaje. Distribuido gratuitamente en instituciones educativas oficiales de Colombia en 2017, este libro cumple con los estándares de calidad y pertinencia establecidos por el sistema educativo colombiano, lo que lo convierte en un objeto de estudio ideal para este trabajo.

La elección de este libro responde a varios factores clave, tales como su orientación pedagógica, alineada con los referentes curriculares nacionales; la precisión y claridad de sus

conceptos matemáticos; su uso de diversas representaciones que permiten atender distintos estilos de aprendizaje; y su contextualización mediante situaciones reales y aplicaciones prácticas. Asimismo, destaca por su enfoque inclusivo, que abarca la diversidad de género, etnia, cultura y diversidad funcional, así como su actualización en pedagogía matemática, lo que asegura una educación de calidad y el acceso a información relevante para los estudiantes (MEN, 2022).

El libro “Vamos a Aprender Matemáticas 6” se eligió por su relevancia en grado sexto, un momento clave en que los estudiantes transitan de la aritmética al álgebra. Esta transición es indispensable para el desarrollo académico, aunque conlleva desafíos que pueden dificultar el aprendizaje de los estudiantes.

Bustamante (2012), señala que diversas investigaciones han revelado que los estudiantes enfrentan dificultades al intentar reconocer patrones, usar símbolos y comprender algunas propiedades y estructuras aritméticas fundamentales para el aprendizaje del álgebra. En particular, estas dificultades se hacen más evidentes cuando se trabaja con contextos de la vida real.

Estas dificultades resaltan la necesidad de estrategias pedagógicas que permitan a los estudiantes conectar los conceptos algebraicos con contextos significativos. Una de estas estrategias es la modelación matemática, que se presenta como un proceso para abordar estos desafíos. Esto concuerda con lo expresado por Villa (2007), quien afirma que estos modelos permiten a los estudiantes visualizar y analizar situaciones reales o abstractas, ayudándoles a conectar conceptos matemáticos con contextos cotidianos. Al interactuar con modelos matemáticos, los estudiantes pueden explorar relaciones, patrones y regularidades, lo que contribuye a una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y su aplicación en diferentes contextos. Además, el proceso de modelación promueve el desarrollo de

habilidades cognitivas fundamentales, como la abstracción, la formulación de hipótesis y la resolución de problemas.

Por lo anterior, el interés de la investigación se centra en las actividades de aprendizaje de modelación que propone el libro en la unidad de pensamiento numérico. Según Villa (2007), el proceso de modelación es de suma importancia tanto para la generación de representaciones como para la comprensión de la realidad en el ámbito educativo, aspectos trascendentales para este estudio. Al utilizar la modelación matemática en el aula, se fomenta la creación de modelos que representan situaciones del mundo real de manera simplificada y estructurada, facilitando a los estudiantes la comprensión de fenómenos complejos.

La decisión de analizar las actividades de la unidad de desarrollo del pensamiento numérico se fundamenta en la importancia de este tipo de pensamiento. Por un lado, implica la comprensión y manipulación de números, el sentido y significado de las operaciones aritméticas, las relaciones entre números y la resolución de problemas numéricos (MEN, 2006). Estos aspectos son fundamentales en matemáticas y sirven como base para adentrarse en conceptos más abstractos y complejos, especialmente en el grado sexto, en que se exploran nuevas relaciones numéricas, se atribuyen nuevos significados a los números y se abordan operaciones aritméticas esenciales para el aprendizaje del álgebra.

Por otro lado, el pensamiento numérico se relaciona transversalmente con otros pensamientos matemáticos, como el espacial y métrico. Según los Lineamientos Curriculares (MEN, 2006), actividades que trabajen con números, operaciones y estimaciones pueden enriquecerse al incluir magnitudes y medidas.

Esto promueve el desarrollo del pensamiento numérico y logra la conexión con el pensamiento métrico. Además, los procesos cognitivos movilizados desde el pensamiento numérico permiten a los estudiantes adquirir habilidades para realizar actividades cotidianas

como clasificar, predecir, comparar, transformar, estimar, ajustar, distribuir, representar, construir, interpretar, justificar, localizar, diseñar, jugar, explicar, contar y medir (Cantoral et al., 2015b).

De tal forma, la pregunta que orienta la investigación es:

¿Cómo las actividades de modelación matemática en la unidad de pensamiento numérico del libro "Vamos a Aprender Matemáticas 6" favorecen la comprensión de las matemáticas, desde las relaciones entre la perspectiva semiótica-cognitiva y la teoría socioepistemológica?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Caracterizar las actividades de aprendizaje del proceso de modelación, propuestas en la unidad de pensamiento numérico del libro de texto “Vamos a Aprender Matemáticas 6”, a la luz de las relaciones entre la teoría semiótica-cognitiva y la teoría socioepistemológica para el favorecimiento de la comprensión de las matemáticas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar las relaciones entre las actividades de aprendizaje propuestas en el libro de texto para el proceso de modelación matemática y los aspectos de la teoría semiótico-cognitiva.
- Establecer la correspondencia entre las actividades de aprendizaje propuestas en el libro de texto para el proceso de modelación matemática y los tres criterios definidos desde la teoría socioepistemológica.
- Relacionar los elementos distintivos de las actividades de aprendizaje a la luz de la teoría semiótico-cognitiva con los criterios definidos desde la teoría socioepistemológica.

1.3 Justificación

Durante los últimos años, los recursos educativos disponibles en el mercado han aumentado considerablemente, gracias a los avances generados desde el campo tecnológico, especialmente en la Educación Matemática. Sin embargo, las prácticas de enseñanza de las matemáticas que se llevan a cabo en el aula de clase, aún se apoyan mayoritariamente en los libros de texto (Cabero, Duarte & Barroso, 1989; García Mateos & Caballero García, 2005, citados en Fernández & Caballero, 2017).

Esto posiciona el libro de texto como el recurso predominante que usan los profesores para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, debido a que favorece la mediación del conocimiento que se va a introducir en el aula y permite a los estudiantes trabajar de manera autónoma. Por ejemplo, los ejercicios propuestos pueden promover acciones como la experimentación y la exploración (Moya, 2008, citada en Fernández & Caballero, 2017).

Torres Santomé (1994, citado en Fernández & Caballero, 2017) señala que el uso de los libros de texto es exclusivo de los entornos educativos, ya que cumplen la función de brindar la información esencial para que los aprendices puedan demostrar que cumplen con los requisitos que se demandan en una institución educativa para aprobar una asignatura en particular.

Moya (2008, citada en Fernández & Caballero, 2017) indica, que los contenidos presentados en el libro de texto deben armonizar con las experiencias previas del estudiante con el mundo real y responder adecuadamente a las innovaciones que son producidas en el campo de la ciencia. Esto lo convierte en una unidad que integra elementos ideológicos, sociales y culturales, junto con conocimientos y técnicas que en un momento dado la sociedad considera como fundamentales para un buen desarrollo de los estudiantes en la vida

laboral. Además, incorpora metodologías de enseñanza para abordar dichos conocimientos y técnicas de manera efectiva.

En este sentido, la dimensión social y cultural de las matemáticas ha adquirido gran interés e importancia en investigaciones en Educación Matemática llevadas a cabo en las últimas décadas. Por ejemplo, la Etnomatemática se enfoca en las relaciones entre las matemáticas y la cultura de grupos identificables (Planas, 2010). Este programa, fundado por Ubiratan D'Ambrosio, ha sido honrado por The International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) con la prestigiosa medalla Felix Klein.

Otro programa de investigación que se interesa por la dimensión sociocultural de las matemáticas es el campo de la Educación Matemática Crítica liderada por Ole Skovsmose basada en la teoría crítica de Habermas (1981). Este programa pone la dimensión moral y política de la Educación Matemática, los cuestionamientos de justicia social y de equidad, al centro de sus preocupaciones. Además, destaca el marco teórico de la Socioepistemología, desarrollado por Cantoral y Farfán (Cantoral et al., 2015b), que propone comprender la construcción del conocimiento matemático como una práctica social.

Estos programas investigativos comparten una perspectiva fundamental: el conocimiento matemático no se desarrolla en un vacío sociocultural e ideológico. Lejos de ser una ciencia puramente abstracta, las matemáticas reflejan ideologías, prioridades sociales y valores culturales que las moldean y condicionan. Esta conexión entre lo matemático y lo sociocultural tiene implicaciones directas en los recursos educativos, como los libros de texto, que no solo presentan contenidos académicos, sino que también actúan como medios de comunicación de estas influencias.

En este sentido, las decisiones pedagógicas y curriculares que guían el diseño de los libros de texto no sólo organizan y jerarquizan el conocimiento matemático, sino que también reflejan las prioridades sociales y culturales dominantes. Esto implica que la selección de los

conocimientos plasmados en estos recursos no se basa únicamente en su relevancia académica, sino también en su capacidad para responder a las expectativas y prácticas sociales y culturales que se consideran esenciales para la formación ciudadana. Así, el currículo que reflejan los libros de texto no solo incorpora contenidos de aprendizaje, sino que también presenta formas de enseñanza que responden a un contexto social determinado (Parcerisa, 1996, citado en Fernández & Caballero, 2017).

Los libros de texto, al actuar como productos culturales, influyen en cómo los estudiantes comprenden las matemáticas y las conectan con su contexto social.

Ante el desinterés que muchos niños y jóvenes muestran hacia los libros de texto, surgió una tendencia que consiste en plasmar una cantidad considerable de imágenes en las páginas de los libros de texto con la finalidad de captar la atención de los aprendices. Sin embargo, esta práctica, aunque busca hacer más atractivos los contenidos, puede dificultar la comprensión de los estudiantes, especialmente en matemáticas, en que la claridad y la organización son esenciales para entender los objetos matemáticos. Por ello, la redacción, organización, secuenciación, entre otros, son aspectos fundamentales para el diseño de los textos escolares (Fernández & Caballero, 2017).

En los libros de texto de matemáticas, es común encontrar diversos registros semióticos: lengua natural, lenguaje formal, figuras geométricas o gráficos cartesianos, entre otros. Desde la perspectiva semiótico-cognitiva, estos registros deben interactuar entre sí para que un estudiante pueda comprender los objetos matemáticos presentados en el libro. Esto requiere realizar tres actividades esenciales según Duval (2004): crear representaciones, trabajar con ellas y transformarlas. Estas actividades son fundamentales para el aprendizaje conceptual en matemáticas.

Además, para que los estudiantes logren la comprensión de los objetos matemáticos planteados en los libros, es necesario considerar otros aspectos relevantes en esta perspectiva

semiótico-cognitiva. Según Duval (2004), la comprensión de un libro depende de cómo se relacionan los factores relativos a las características y las variables redaccionales de los libros de texto con los conocimientos de los potenciales lectores.

Por lo tanto, la forma como se presentan los objetos matemáticos en los libros de texto es de suma importancia para los estudios de corte cognitivo, puesto que, debe existir una conexión entre la redacción que presenta los objetos matemáticos y los conocimientos necesarios que deben poseer los lectores potenciales para comprender dichos objetos.

Comprender que la práctica de lectura corriente no es suficiente para adquirir conocimientos matemáticos y que, además, factores relacionados tanto a los lectores como a los propios libros afectan la comprensión de los temas presentados, es esencial para el análisis que interesa en esta investigación debido a que se busca caracterizar las actividades de aprendizaje del proceso de modelación a la luz de las relaciones entre la teoría semiótica-cognitiva y la teoría socioepistemológica, para el favorecimiento de la comprensión de las matemáticas.

Capítulo II: Antecedentes y Aproximaciones Teóricas

A continuación, se describen las aproximaciones teóricas que sustentan esta investigación, específicamente la teoría semiótico-cognitiva de Duval (2004) y la teoría socioepistemológica aplicada a la Matemática Educativa (Cantoral et al., 2015a, 2015b), que orientan el desarrollo del análisis. Asimismo, se presentan los antecedentes relevantes relacionados con la naturaleza del estudio, evidenciando la importancia y el impacto de investigaciones previas similares en el campo a lo largo del tiempo que destacan la pertinencia de este trabajo de investigación para la Educación Matemática.

2.1 Antecedentes

Los libros de texto gratuitos proporcionados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) desempeñan un papel fundamental en la enseñanza de las matemáticas en las instituciones educativas oficiales. Estos textos norman y orientan gran parte de la actividad docente, definiendo tanto los contenidos como la metodología empleada para compartirlos. Sin embargo, la enseñanza de las matemáticas, a menudo orientada hacia un enfoque tradicional de memorización, ha limitado la capacidad de los estudiantes para aplicar estos conocimientos en contextos cotidianos (Cordero, 2003; citado en Cordero & Flores, 2007).

Investigaciones previas, como la de Cordero y Flores (2007) han analizado el uso de gráficos en el discurso matemático escolar, considerando las gráficas no sólo como representaciones, sino como prácticas sociales que reflejan un conocimiento matemático contextualizado. En esta línea, estudios sobre la enseñanza de la trigonometría en México destacan la necesidad de reconsiderar las metodologías de enseñanza para promover una comprensión significativa, integrando los conceptos matemáticos en un marco más amplio que incluya la práctica social (Cantoral et al., 2015a). En Colombia, Mateus (2023) analizó el

uso de gráficos estadísticos desde un enfoque semiótico, evidenciando la relevancia de los registros de representación y los procesos cognitivos implicados en la comprensión de los objetos matemáticos, destacando la importancia de un lenguaje natural y contextualizado en los textos escolares.

Estos antecedentes subrayan la relevancia de los textos escolares como herramientas que, más allá de compartir contenidos, pueden facilitar o dificultar la interpretación de los objetos matemáticos y el desarrollo de competencias cognitivas en los estudiantes. La teoría semiótico-cognitiva de Duval (2004) y la teoría socioepistemológica de la matemática educativa ofrecen marcos conceptuales sólidos para entender cómo la estructura redaccional de los textos, los registros de representación y la dimensión social y cultural afectan el aprendizaje de las matemáticas en contextos educativos.

2.2 Marco Teórico

En este trabajo es posible distinguir dos aproximaciones teóricas en relación con la problemática planteada anteriormente: la teoría semiótica-cognitiva (Duval, 2004) y la teoría socioepistemológica (Cantoral et al., 2015b).

La teoría semiótico-cognitiva de Duval (2004) que presenta aspectos teóricos clave para analizar la pertinencia de la presentación de las actividades de modelación y las actividades cognitivas que propicia para favorecer la comprensión de las matemáticas.

La teoría socioepistemológica aplicada a la Educación Matemática de Cantoral et al., (2015a, 2015b) que permite construir algunos criterios esenciales para determinar, a partir de aspectos sociales y culturales, el favorecimiento de la comprensión de los objetos matemáticos.

2.2.1 Teoría Semiótico-Cognitiva de Duval

El marco teórico de este trabajo se fundamenta inicialmente en la teoría semiótico-cognitiva de Duval (2004), que destaca la importancia de las situaciones de lectura y de las representaciones semióticas y los registros de representación en la comprensión matemática.

2.2.1.1 Situaciones de Lectura.

Según Duval (2004), “llamaremos situación de lectura al conjunto de parámetros que juegan simultáneamente en la selección de un proceso de comprensión, en la exigencia de su efectución y en sus logros” (p.352).

Siguiendo lo anterior, la comprensión de textos es un fenómeno altamente variable que depende de diversos parámetros, particularmente la situación de lectura. Estos parámetros, para Duval (2004) son dos:

El primero, intrínsecamente ligado a la redacción del texto, tiene que ver con el grado y modo de explicitación del contenido cognitivo en la organización redaccional. El segundo, ligado al lector, tiene que ver con la base de conocimientos de que él dispone en relación con el contenido cognitivo del texto. Estos dos parámetros determinan diferentes situaciones de lectura. (Duval, 2004, p.352)

En otras palabras, una situación de lectura se define por la interacción entre el contenido cognitivo del texto y la base de conocimientos del lector, así como por los modos de explicitación redaccional del contenido cognitivo que son esenciales para determinar el grado de comprensión posible.

Antes de presentar las características de estas interacciones, es necesario definir el concepto de contenido cognitivo del texto: “se define como el conjunto de los conocimientos que son necesarios para la comprensión del tema tratado, independientemente de los que el texto movilice o presente” (Duval, 2004, p.340). El contenido cognitivo es invariante, ya que permanece constante a través de diferentes versiones redaccionales del mismo texto.

- **Grado de explicitación del contenido cognitivo en la redacción:** para Duval (2004),

“el grado de explicitación del contenido cognitivo y la importancia de los elementos que se han dejado implícitos, van a jugar pues en el fenómeno de comprensión”

(p.353). En este sentido, determinar las posibilidades de comprensión de un texto implica la identificación de los elementos del contenido cognitivo que se encuentran *redaccionalmente explícitos*, es decir, claramente formulados y especificados, y los que solamente son objeto de una mención, que no se pueden considerar implícitos ni redaccionalmente explícitos; a estos elementos se les designa como *redaccionalmente mencionados* (Duval, 2004).

Los textos con alto grado de explicitación de los elementos del contenido cognitivo, es decir, aquellos textos en los que todos los elementos del contenido cognitivo están redaccionalmente explícitos, generan *congruencia* entre la organización redaccional y el contenido cognitivo del texto, por lo que tienden a ser más comprensibles; mientras que aquellos textos con medio o bajo grado de explicitación, es decir, aquellos textos en los que algunos o todos los elementos del contenido cognitivo están redaccionalmente mencionados, presentan mayores retos, debido a la *no congruencia* que se genera entre la organización redaccional y el contenido cognitivo del texto.

- **Familiaridad del lector con el contenido cognitivo del texto:** la base de conocimientos previos del lector puede influir en su capacidad para comprender el contenido cognitivo que el texto moviliza. Esta comprensión dependerá de si el lector está familiarizado con el contenido presentado en el texto o, por el contrario, si dicho contenido resulta completamente nuevo para él. La *familiaridad* o la *novedad* del contenido son los dos valores que determinan la posición del lector frente al texto. En situaciones de familiaridad del lector con el contenido cognitivo del texto, el proceso deductivo es suficiente, puesto que se parte de conocimientos previos o

principios generales ya comprendidos para llegar a conclusiones específicas. En este caso, el lector ya tiene una base de conocimiento suficiente para entender directamente el contenido del texto sin necesidad de buscar nuevos significados. Por el contrario, en casos de novedad del lector frente al contenido cognitivo del texto, es necesario el proceso inductivo, es decir, el lector no tiene una comprensión previa del contenido y necesita extraer patrones o ideas a partir de lo que el texto presenta; en esta situación son necesarios tratamientos paralelos al margen del texto: consulta de otros textos, subrayados, recurrir a otros registros de representación como la transcripción de ciertos pasajes en un esquema, entre otros tratamientos que generan riesgos y dificultades en la comprensión que no se presentan en la situación de familiaridad (Duval, 2004).

La combinación entre los valores que pueden tomar los dos parámetros presentados en los párrafos anteriores, es decir, la congruencia o no congruencia entre la organización redaccional y el contenido cognitivo del texto determinada por el grado de explicitación (alto, medio o bajo) y la familiaridad o novedad de la base de conocimientos del lector frente al contenido cognitivo del texto, permite distinguir y clasificar las diferentes situaciones de lectura en las cuales puede encontrarse un lector.

La tabla que se presenta a continuación describe la información anterior:

Tabla 1. *Adaptado de Semiosis y Pensamiento Humano, Duval, 2004, p. 354.*

		TEXTO: correspondencia entre la organización redaccional y el contenido cognitivo. Se determina a partir de los elementos del contenido cognitivo redaccionalmente explícitos o mencionados en el texto	
		Congruencia (Grado alto de explicitación)	No congruencia (grado medio o bajo de explicitación)
LECTOR: su base de conocimientos le hace el contenido del texto	Familiar	I. Situación trivial, sin riesgo de error	II. Situación trivial, con riesgo de error
	Nuevo	III. Situación no trivial (normativa) para un aprendizaje que exige tratamientos al margen del texto	IV. Situación no trivial que exige una búsqueda o un aprendizaje independientemente del texto

Seguidamente se describen las situaciones de lectura mostradas en la Tabla 1, haciendo uso de dos agrupamientos distintos:

2.2.1.1.1 Situación de Lectura Trivial.

Esta descripción agrupa las situaciones de lectura que no exigen un análisis profundo ni un procesamiento complejo del contenido textual, dado que la comprensión se facilita por la familiaridad con el contenido cognitivo del texto.

En la Situación I, el lector puede entender el texto con un único recorrido visual lineal, sin necesidad de retrocesos o verificaciones adicionales, logrando una comprensión inmediata y sin interrupciones.

En la Situación II, aunque el texto puede presentar elementos redaccionalmente mencionados que generen algún tipo de ambigüedad, la familiaridad del lector con el contenido cognitivo permite una comprensión inmediata. Esto puede conducir a tratar el texto

de manera similar a la Situación I, en que no se requiere más que una lectura rápida y práctica, sin una revisión cuidadosa ni precisión en los detalles.

2.2.1.1.2 Situación de Lectura No Trivial.

Esta descripción agrupa las situaciones de lectura en las que la comprensión exige un esfuerzo cognitivo significativo debido a la falta de familiaridad del lector con el contenido cognitivo que dificulta la accesibilidad del texto.

En la Situación III, la ausencia de una base de conocimientos familiar obliga al lector a depender de procesos inductivos. Esto implica un seguimiento cuidadoso del desarrollo textual, con posibles retrocesos a pasajes anteriores para aclarar ideas. La comprensión no es inmediata ni simultánea al recorrido visual, ya que requiere tiempo y atención sostenida.

En la Situación IV, los elementos del contenido cognitivo que se encuentran redaccionalmente mencionados, añadidos a un escenario de novedad del lector frente al objeto matemático, generan una desconexión que impide al lector acceder fácilmente al significado y a la comprensión del texto. En estos casos, es necesario un trabajo adicional, enfocado directamente en el contenido cognitivo, incluso desvinculado del texto mismo para alcanzar la comprensión del contenido cognitivo en cuestión.

2.2.1.2 Representaciones Semióticas.

La teoría semiótico-cognitiva de Duval (2004) postula que el conocimiento matemático es esencialmente representacional y que su aprehensión depende de sistemas de signos que permiten a los estudiantes manipularlos y comunicarlos (p. 60, 63). Según el autor, estos sistemas, llamados registros de representación semiótica, son esenciales para la interiorización y objetivación de conceptos matemáticos, es decir, la capacidad de hacer explícito el conocimiento a través de diversas formas de representación (lo que indica comprensión) (p. 70). Los registros incluyen la lengua natural, el álgebra, los gráficos y las

figuras geométricas, cada uno con su propia estructura y reglas de funcionamiento (pp. 59, 62-63).

Los registros de representación semiótica cumplen tres actividades cognitivas inherentes a toda representación semiótica y que son fundamentales en el proceso de aprendizaje de las matemáticas: formación, tratamiento y conversión (Duval, 2004, p. 62). En este trabajo, se pone especial énfasis en las actividades cognitivas de tratamiento y conversión, consideradas esenciales para la comprensión de los objetos matemáticos subyacentes.

El tratamiento corresponde a las transformaciones que se realizan dentro de un mismo registro de representación. Por ejemplo, al simplificar una fracción dentro del mismo registro algebraico o al organizar datos en un gráfico de barras, el estudiante realiza un tratamiento. Esta actividad es crucial para consolidar el conocimiento dentro de un registro de representación, ya que permite expandir la información de una representación (Duval, 2004, pp. 78-79).

La conversión implica transformar una representación de un objeto matemático de un registro a otro, como, por ejemplo, pasar de una expresión decimal a su forma fraccionaria. Esta actividad cognitiva es fundamental porque permite a los estudiantes visualizar un objeto matemático desde diferentes perspectivas que ofrecen sus múltiples representaciones (Duval, 2004, p. 80). Duval (2004, p. 64), señala que la comprensión en matemática se logra al desarrollar la habilidad de transformar una representación de un registro semiótico a otro de manera espontánea (coordinación entre registros).

La conversión, aunque es esencial en el aprendizaje de las matemáticas, no es una actividad simple ni fácil de adquirir para la mayoría de los estudiantes, presenta desafíos significativos (Duval, 2004, p. 83). Según Duval (2004) muchos estudiantes tienden a percibir las distintas formas de representación como entidades independientes y no como

representaciones equivalentes de un mismo objeto. Esta falta de conexión genera fragmentación en su comprensión y dificulta la coordinación de registros. Adicionalmente, el cambio de registro no siempre cuenta con reglas explícitas o claras, lo que agrava el desafío de movilizar un objeto matemático entre diferentes registros. Por ejemplo, transformar la forma simbólica de una ecuación en su representación gráfica no solo implica aplicar reglas, sino también interpretar globalmente las relaciones entre las variables y comprender sus significados en ambos contextos (Duval, 2004, pp. 61, 80-82).

Estas dificultades que presenta la actividad de conversión pueden ser superadas adoptando un enfoque educativo que priorice el aprendizaje explícito de la conversión y la coordinación de los diferentes registros de representación. Este enfoque genera resultados significativos en la comprensión matemática de los estudiantes. Al comprender las relaciones entre diferentes representaciones, los estudiantes no solo mejoran sus habilidades de interpretación, sino que también fortalecen su capacidad de analizar y organizar la información. Esto les permite resolver problemas matemáticos más complejos con mayor facilidad (Duval, 2004, pp. 82-83).

En conclusión, las actividades cognitivas desempeñan un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, ya que permiten trabajar con objetos matemáticos a través de los sistemas semióticos en los que se representan. Sin embargo, cuando estas actividades se realizan de forma aislada, no permiten una exploración exhaustiva del objeto matemático en los distintos registros semióticos en los que puede representarse, lo que dificulta la coordinación entre ellos. Por esta razón, Duval (2004) plantea que estas limitaciones pueden superarse mediante la complementariedad entre las actividades cognitivas de tratamiento y conversión, ya que estas permiten estudiar el objeto desde diferentes registros de representación, tanto dentro de cada uno como en su coordinación con otros. Así, las

actividades cognitivas posibilitan una comprensión más amplia y significativa del objeto matemático (p. 69).

En este sentido, el marco teórico aquí propuesto utiliza la teoría semiótico-cognitiva para evaluar en qué medida los enunciados en el libro de texto facilitan o dificultan el acceso al objeto matemático, cumpliendo así con el primer objetivo específico de este trabajo.

2.2.2 Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

La teoría socioepistemológica revoluciona el campo de la Educación Matemática al introducir dimensiones sociales y culturales en el estudio del aprendizaje matemático. Esta perspectiva entiende las matemáticas como una construcción social influenciada por prácticas y contextos socioculturales, en lugar de considerarla un conjunto abstracto de conceptos (Cantoral et al., 2015b). Asimismo, amplía el estudio de la modelación matemática al considerar el entorno en el que el estudiante aprende y aplica sus conocimientos, complementando así teorías previas como la de Duval (2004).

La socioepistemología surge como una respuesta a las limitaciones observadas en los enfoques tradicionales de enseñanza, los cuales han privilegiado la transmisión de conocimientos abstractos desvinculados de las prácticas sociales de los estudiantes. Desde su génesis, la socioepistemología se orienta a estudiar cómo el conocimiento matemático se constituye y se transforma en un saber socialmente situado, enfatizando el papel de las prácticas sociales, la contextualización del aprendizaje y la construcción compartida del conocimiento (Cantoral et al., 2014, 2015b).

2.2.2.1 Criterios Socioepistemológicos.

Para analizar las actividades de aprendizaje del proceso de modelación en el contexto escolar, desde la teoría socioepistemológica se plantean tres criterios fundamentales:

2.2.2.1.1 Contextualización Sociocultural.

El primer criterio, la contextualización sociocultural, se deriva de la necesidad de situar la actividad matemática en un entorno significativo para el estudiante. De acuerdo con la teoría socioepistemológica, la enseñanza matemática no debe limitarse a la mera transmisión de contenidos descontextualizados, sino que debe anclarse en escenarios que resulten familiares y relevantes para el entorno sociocultural del estudiante. La contextualización permite que los estudiantes reconozcan la aplicabilidad de los objetos matemáticos en sus propias experiencias, favoreciendo la comprensión y apropiación de los objetos matemáticos (Cantoral et al., 2015b).

La teoría enfatiza la importancia de rescatar el contexto sociocultural como un mediador en la enseñanza de las matemáticas, dado que el aprendizaje no ocurre en un vacío social, sino que está condicionado por el entorno histórico, cultural y social del individuo. El *principio de la racionalidad contextualizada* sostiene que la relación del sujeto con el saber es una función del contexto, y el significado de un objeto matemático se construye y se resignifica a través de su uso en situaciones prácticas y culturales específicas (Cantoral et al., 2014).

De este modo, la contextualización sociocultural no sólo facilita la aprehensión del conocimiento matemático, sino que permite una construcción más robusta del significado, al establecer un vínculo entre la matemática escolar y la vida cotidiana del aprendiz.

2.2.2.1.2 Construcción del Conocimiento como Práctica Social.

El segundo criterio, la construcción del conocimiento como práctica social, encuentra su fundamento en el *principio normativo de la práctica social*, que plantea que las prácticas sociales son la base y orientación de los procesos de construcción del conocimiento matemático (Cantoral et al., 2014). Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático se constituye a través de un proceso de interacción y colaboración, en el que las prácticas

compartidas entre los estudiantes juegan un papel crucial. Las matemáticas no se limitan a ser un conjunto de conceptos y procedimientos, sino que emerge como un saber vivo, configurado en la dinámica de las interacciones sociales dentro y fuera del aula (Cantoral, 2015b).

Esta noción se apoya en el concepto de descentración del objeto desarrollado por Cantoral y sus colaboradores, según el cual la atención educativa debe desplazarse del conocimiento abstracto y formal hacia el estudio de las prácticas que acompañan su producción y uso.

En este contexto, la construcción del conocimiento como práctica social implica fomentar espacios de interacción entre los estudiantes; en que puedan intercambiar ideas, discutir soluciones y construir colectivamente nuevos significados matemáticos. Estas interacciones no se limitan a ser simples actos comunicativos, sino que están anidadas en un sistema más amplio de prácticas sociales que estructuran y dan sentido a las actividades en el aula.

La *anidación de prácticas*, un concepto clave dentro de la teoría socioepistemológica, se refiere a cómo las prácticas locales de los estudiantes (como discutir una solución matemática) están vinculadas con prácticas de referencia (la organización de la clase, la metodología docente) y con prácticas sociales más amplias (normativas y culturales) que regulan el uso del conocimiento matemático dentro de la escuela y la comunidad (Cantoral et al., 2014).

De este modo, la construcción del conocimiento no solo se da a nivel individual o grupal, sino que refleja una red compleja de prácticas que orientan la producción y legitimación del saber matemático. Esto no solo favorece el aprendizaje, sino que transforma a los estudiantes en agentes activos en la construcción de su propio conocimiento, lo que se traduce en una visión más amplia y profunda de los conceptos matemáticos.

2.2.2.1.3 Reflexión Crítica de la Naturaleza de las Matemáticas y su Relación con la Sociedad y la Cultura.

El tercer criterio, la reflexión crítica sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con la sociedad y la cultura, se fundamenta en la concepción de la matemática como una creación humana profundamente enraizada en las prácticas sociales y culturales de las comunidades. La teoría socioepistemológica sostiene que las matemáticas no son un cuerpo de conocimientos neutros y desligados de su historia, sino que reflejan la evolución y transformación de las sociedades que las producen (Cantoral et al., 2014).

Se invita a los estudiantes a analizar y reflexionar sobre el papel de la matemática en la vida cotidiana, así como su impacto en la toma de decisiones y en la configuración de realidades socioculturales. El objetivo es desarrollar en los estudiantes una visión crítica y contextualizada de las matemáticas, que les permita comprender su poder transformador y su capacidad para modelar fenómenos del mundo real. Según esto, la socioepistemología es crucial superar la centración en el objeto y avanzar hacia un entendimiento de la matemática como un saber que se constituye en el seno de las prácticas sociales, influenciado por factores históricos, culturales y epistemológicos (Cantoral et al., 2015b).

Estos criterios permiten un análisis profundo de las actividades de modelación en el libro de texto, evaluando su capacidad para conectar el conocimiento matemático con las experiencias de los estudiantes y fomentar una visión crítica de las matemáticas. Esto cumple con el segundo objetivo específico de este trabajo.

2.2.3 La Teoría Semiótico-Cognitiva y la Teoría Socioepistemológica

La integración de la teoría semiótico-cognitiva y la teoría socioepistemológica permite analizar las actividades de modelación en el libro de texto desde una perspectiva completa. La teoría semiótico-cognitiva proporciona un marco para evaluar la claridad y accesibilidad de los enunciados, considerando elementos como el tratamiento y la conversión de

representaciones, mientras que la teoría socioepistemológica introduce la dimensión social y cultural del conocimiento matemático.

Ambas teorías se complementan en el análisis de las actividades de aprendizaje, permitiendo una caracterización detallada de cómo estas pueden favorecer o limitar la comprensión matemática de los estudiantes. La teoría semiótico-cognitiva se centra en el acceso al contenido, mientras que la teoría socioepistemológica evalúa la relevancia y aplicabilidad del contenido en un contexto social y cultural.

En este trabajo, se analizan las actividades de aprendizaje del libro de texto “Vamos a Aprender Matemáticas 6” a la luz de ambas teorías, cumpliendo con el tercer objetivo específico que consiste en relacionar la caracterización de las actividades desde ambas perspectivas. Este análisis permite identificar no solo los elementos que favorecen la comprensión matemática, sino también los que promueven una interacción significativa con el conocimiento en un contexto sociocultural específico.

Capítulo III: Diseño Metodológico

En este capítulo se presentan y detallan los aspectos fundamentales que conforman el diseño metodológico de la investigación, destacando las estrategias y procedimientos empleados para garantizar un análisis riguroso y coherente de las actividades de aprendizaje de modelación.

3.1 Aproximación de la Investigación

Este trabajo adopta un enfoque cualitativo de investigación, caracterizado por su flexibilidad para desarrollar y refinar preguntas e hipótesis a lo largo del estudio (Hernández, Fernández & Baptista, 2014). Este enfoque es apropiado para describir y analizar las actividades de modelación en el libro de texto "Vamos a Aprender Matemáticas 6", interpretándolas desde las teorías semiótico-cognitiva de Duval (2004) y socioepistemológica para el favorecimiento de la comprensión de las matemáticas (Cantoral et al, 2015a, 2015b).

Como se mencionó en el Capítulo I, los libros de texto escolares son el recurso principal en las prácticas de enseñanza de las matemáticas, pues no solo facilitan la mediación del conocimiento en el aula, sino que también permiten a los estudiantes trabajar de manera autónoma y fomentar procesos de experimentación y exploración, lo que convierte a estos materiales en una herramienta clave para el desarrollo de habilidades matemáticas y favorecer el aprendizaje.

Por ello, la metodología de análisis de libros de texto es relevante en la Educación Matemática debido a la influencia de estos recursos en la organización de la enseñanza y su papel multifacético como recurso de estudio, consulta, registro de actividades y fuente de ejercicios en diversos niveles escolares (González Astudillo, M. T., & Sierra Vázquez, 2004).

3.2 Presentación del Libro de Texto Escolar

Este estudio se centró en analizar el libro "Vamos a Aprender Matemáticas 6" del Ministerio de Educación Nacional, diseñado para grado sexto y distribuido gratuitamente en colegios oficiales de Colombia. Este libro, alineado con los estándares educativos nacionales, aborda la transición de la aritmética al álgebra, etapa clave en el aprendizaje matemático. Este recurso a través de un enfoque didáctico presenta conceptos matemáticos de manera progresiva que facilitan la comprensión y el dominio de habilidades esenciales.

La investigación se enfoca en las actividades de modelación matemática propuestas en la unidad de pensamiento numérico. Esta unidad de pensamiento se divide en dos ejes de aprendizaje: el primer eje de aprendizaje desarrolla habilidades relacionadas con el conjunto de los números naturales, mientras que el segundo, desarrolla habilidades relacionadas con el conjunto de los números racionales y los números enteros. En el desarrollo de ambos ejes, se proponen seis actividades de aprendizaje de modelación para consolidar los conocimientos abordados y una séptima al final, con el fin de reforzarlos.

Con el propósito de presentar las actividades de aprendizaje de modelación de la unidad de pensamiento numérico del libro de texto, se han agrupado de acuerdo con el contenido matemático que moviliza cada una de ellas.

Las actividades 1 y 2 (ver Figuras 1 y 2) se ubican en el primer eje, específicamente a la temática titulada "Adición y sustracción de números naturales". En estas actividades se busca trabajar con las operaciones de suma y resta de cantidades grandes.

Figura 1. Actividad de Modelación 1

Modelación

8 Plantea una operación en cada caso y resuélvela.

- a.** De 15 798 resta 7 654.
- b.** De la suma de 76 543 y 13 877 resta 34 876.
- c.** A la diferencia entre 54 673 y 21 764 suma la diferencia de 76 983 con 23 876.
- d.** Resta 54 876 de la suma entre 65 432 y 43 765.
- e.** Resta la suma de 432 y 17 842 de la diferencia entre 43 876 y 22 875.

Figura 2. Actividad de Modelación 2

9 Resuelve.

- a.** ¿En cuánto es mayor 76 543 que 43 765?
- b.** ¿En cuánto es menor 45 792 que 81 298?
- c.** ¿Cuánto se le debe sumar a 43 765 para llegar a 100 000?
- d.** ¿En cuánto excede 65 498 a 32 987?
- e.** ¿Cuánto se le debe disminuir a 567 894 para obtener 125 000?
- f.** ¿Cuánto se le debe agregar a 54 987 para llegar a 100 000?
- g.** ¿En cuánto difieren 65 434 y 34 965?
- h.** ¿Cuánto le falta a 64 219 para llegar a 100 000?
- i.** ¿En cuánto se debe disminuir 65 432 para llegar a 5 decenas de mil?
- j.** ¿En cuánto se debe disminuir 78 321 para llegar a 23 432?

Las actividades 3 y 4 (ver figuras 3 y 4) que, de igual forma, se ubican en el primer eje, hacen parte de la temática titulada “Múltiplos y divisores de un número”. En estas actividades se busca ejercitar el uso de estructuras multiplicativas para encontrar el conjunto de múltiplos y divisores de un número natural.

Figura 3. Actividad de Modelación 3

5 Responde cada pregunta teniendo en cuenta los números de la Figura 1.9.

◆

23 67 45 10 96 64 35 98

Figura 1.9

- ¿Qué balotas contienen números divisibles por 2 y por 3 a la vez?
- ¿Cuántas contienen múltiplos de 3?
- ¿Qué números luego de sumárseles 15 se transforman en números divisibles entre 2?
- ¿Cuáles números al sumárseles 3 arrojan un múltiplo de 5?
- ¿Cuáles números son divisibles por 12 y por 8 a la vez?

Figura 4. Actividad de Modelación 4

6 Responde.

◆

- ¿Cuántos divisores comunes tienen el 28 y el 36?
- ¿Cuántos múltiplos comunes de 8 y 12 hay entre 0 y 100?

Al contrario de las anteriores actividades, las actividades 5 y 6 (ver figuras 5 y 6) se ubican en el segundo eje de aprendizaje, específicamente en las temáticas de “Fracciones y números decimales”. La primera actividad (actividad 5) busca ejercitar la acción de aproximación de tipo truncamiento, mientras que la segunda (actividad 6), busca desarrollar el reconocimiento de representaciones gráficas de las fracciones.

Figura 5. Actividad de Modelación 5

4 Resuelve.

◆

Gabriela vive a 2,628 km del colegio, Federico a 2,619 km y Viviana a 2,543 km. Si las cantidades se truncan en las centésimas, ¿quiénes viven aproximadamente a la misma distancia del colegio?

Figura 6. Actividad de Modelación 6

- 5 Observa las barras de colores de la Figura 2.56 y contesta cada pregunta. ACTIVIDAD DE REFUERZO

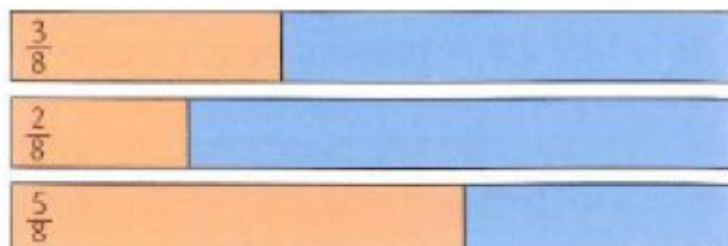


Figura 2.56

- ¿Cuál es la fracción de color azul en cada franja?
- ¿Cuál es la diferencia de un color y de otro en cada franja?

Por último, la actividad 7 que se ubica en el segundo eje de aprendizaje y hace parte de la temática titulada “Números enteros”, busca trabajar el uso de enteros para representar movimientos bancarios.

Figura 7. Actividad de Modelación 7

- 3 Observa la Tabla 2.16, en la que se muestran los movimientos bancarios en pesos de una cuenta. Escribe una frase para cada movimiento que incluya números enteros.

Fecha	Débito	Crédito
15 - 03	20 000	
22 - 03		50 000
30 - 03	14 000	
12 - 04		90 000
28 - 04	45 000	

Tabla 2.16

3.3 Análisis

El análisis de esta investigación se estructura en tres fases distintas pero interrelacionadas. Estas fases permiten un estudio profundo de las actividades de modelación presentes en el libro "Vamos a Aprender Matemáticas 6", considerando tanto los aspectos semiótico-cognitivos como los de la teoría socioepistemológica para el favorecimiento de la comprensión de las matemáticas. Además, cada una de las fases está diseñada para responder al cumplimiento de cada uno de los objetivos específicos de la investigación, por lo que se establece una correspondencia directa entre las fases y los objetivos específicos planteados.

A continuación, se detallan estas fases de análisis:

3.3.1 Fase 1: Identificación de las Relaciones entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y la Teoría Semiótico-cognitiva

Esta fase busca identificar las relaciones entre las actividades de aprendizaje propuestas en el libro de texto para el proceso de modelación matemática y los aspectos de la teoría semiótico-cognitiva de Duval (2004), proceso que responde al primer objetivo específico de la investigación. En específico, se estudia cómo los enunciados permiten la comprensión del objeto matemático a través de las **situaciones de lectura** y las **representaciones semióticas**.

3.3.1.1 Situaciones de Lectura.

El análisis de las situaciones de lectura se estructura en dos elementos fundamentales: la *familiaridad del lector con el contenido cognitivo del enunciado* y el *grado de explicitación en su redacción*. Estos dos elementos son esenciales para determinar qué situación de lectura promueve el enunciado de la actividad y, en consecuencia, evaluar las oportunidades de aprendizaje que dicha situación posibilita.

- La familiaridad del lector con el contenido cognitivo del enunciado es un factor determinante. Este elemento busca determinar si el contenido cognitivo que moviliza

el enunciado es accesible para el estudiante, es decir, si posee los conocimientos previos necesarios para desarrollarlo, ya que como se mencionó en el marco teórico, el no poseer conocimientos previos en relación con el contenido cognitivo, dificulta el acceso al objeto matemático. Para evaluar este elemento, se plantean las siguientes preguntas orientadoras: a) ¿cuál es el contenido cognitivo que moviliza el enunciado? y b) ¿el estudiante posee los conocimientos necesarios para desarrollar la actividad?

- El grado de explicitación en la redacción juega un papel igualmente importante. Este elemento analiza los aspectos redaccionales del enunciado, con lo que se busca evaluar si el contenido cognitivo está presentado redaccionalmente explícito o redaccionalmente mencionado. Como se mencionó en el marco teórico, un alto grado de explicitación (todos los elementos del contenido cognitivo están redaccionalmente explícitos) favorece un acceso inmediato al contenido cognitivo por parte del estudiante que le permite centrarse en lo que el enunciado le demanda hacer; por el contrario, un grado medio (hay elementos del contenido cognitivo que se encuentran redaccionalmente mencionados) o bajo de explicitación (todos los elementos del contenido cognitivo están redaccionalmente mencionados) puede generar ambigüedades para la comprensión del estudiante puesto que se requieren tratamientos al margen del enunciado para lograr el acceso al contenido cognitivo. Por lo anterior, se hace relevante analizar cómo estas variaciones redaccionales impactan la comprensión del enunciado por parte del estudiante. Para ello, las preguntas que orientan este análisis específico son las siguientes: a) ¿qué elementos del contenido cognitivo presentes en el enunciado están redaccionalmente explícitos y/o redaccionalmente mencionados? y b) ¿cómo las variaciones redaccionales impactan la comprensión del enunciado?

3.3.1.2 Representaciones Semióticas.

Este análisis se enfoca en cómo las representaciones empleadas en los enunciados facilitan o dificultan el acceso al objeto matemático. Para ello, se examinan tres elementos de análisis esenciales: las *representaciones semióticas en el enunciado*, los *tratamientos* y las *conversiones*.

- Las representaciones semióticas, como se expuso en el marco teórico, son fundamentales porque permiten acceder a los objetos matemáticos y ofrecen miradas diferentes de estos que dependen del tipo de representación que se use para evocarlos. Este análisis específico busca reconocer las representaciones semióticas presentes en el enunciado que se usan para evocar el objeto matemático que moviliza y facilitar así, la identificación del tipo de transformación que propicia para su posterior desarrollo y solución. La pregunta clave que guía este análisis es: ¿qué representaciones emplea el enunciado para evocar el objeto?
- En el Capítulo II se abordó el concepto de tratamiento como una actividad cognitiva que implica la transformación de una representación dentro del mismo registro semiótico. Esta actividad es fundamental para la comprensión matemática, ya que permite acceder a nueva información sobre el objeto matemático, expandiendo el conocimiento dentro del mismo registro utilizado. Los tratamientos son cruciales para consolidar y ampliar la información, lo que contribuye significativamente a la comprensión del objeto matemático en cuestión. A partir de esto, surge la pregunta orientadora: ¿el enunciado fomenta la realización de tratamientos para su solución?
- Asimismo, en el Capítulo II se mencionó que una conversión es una transformación de una representación desde un registro semiótico inicial hacia otro registro diferente. A diferencia de los tratamientos, esta actividad cognitiva permite acceder a nueva información sobre el conocimiento matemático desde diversas representaciones,

gracias al cambio de registro; esto propicia la comprensión de atributos o propiedades del objeto que permiten aplicarlo a otros contextos. La conversión, por tanto, favorece la comprensión global del objeto matemático al ofrecer múltiples ángulos de análisis y de aplicación. Con lo que se formula la siguiente pregunta que orienta este análisis: ¿el enunciado propicia conversiones para su solución?

3.3.2 Fase 2: Correspondencia entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica

En esta segunda fase se establece la correspondencia entre las actividades de aprendizaje de modelación matemática **y los criterios definidos desde la teoría socioepistemológica**, con la finalidad de dar cumplimiento al segundo objetivo específico de esta investigación. Estos criterios son la *contextualización sociocultural*, la *construcción del conocimiento como práctica social* y la *reflexión crítica de la naturaleza de las matemáticas y su relación con la sociedad y la cultura*.

3.3.2.1 Contextualización Sociocultural.

El primer criterio evalúa si el enunciado sitúa la actividad en un contexto significativo y cercano para el estudiante que facilite así la comprensión del objeto matemático. Según el marco teórico, el contexto significativo no solo facilita la comprensión, sino que también permite que los estudiantes vean la utilidad de las matemáticas en su entorno cotidiano. El análisis de este criterio se orienta por medio de las siguientes preguntas: a) ¿el enunciado sitúa la actividad en un contexto significativo y cercano a la realidad del estudiante? y b) ¿en qué medida dicho contexto propicia la comprensión del objeto matemático?

3.3.2.2 Construcción del Conocimiento como Práctica Social.

De manera análoga, el segundo criterio determina si el enunciado promueve la interacción social entre los estudiantes y cómo facilita la colaboración y la construcción compartida del conocimiento matemático. Como se evidencia en el Capítulo II de este

trabajo, desde la teoría socioepistemológica, el saber matemático surge a través de prácticas sociales, en el seno de las comunidades, por lo que es de vital importancia la construcción compartida del conocimiento y la interacción entre los actores sociales de ese conocimiento. Las preguntas guía para el análisis en este apartado son: a) ¿el enunciado promueve la interacción social entre los estudiantes? y b) ¿cómo el enunciado facilita la colaboración y la construcción compartida del conocimiento matemático?

3.3.2.3 Reflexión Crítica de la Naturaleza de las Matemáticas y su Relación con la Sociedad y la Cultura.

Finalmente, el tercer criterio examina si el enunciado fomenta la reflexión sobre la modelación y su aplicabilidad en la vida cotidiana y el contexto sociocultural. La teoría socioepistemológica expuesta en el marco teórico, concibe el aprendizaje como una construcción social contextualizada. Propone que las actividades deben fomentar la reflexión crítica y permitir a los estudiantes ver las matemáticas como una herramienta para resolver problemas reales de su entorno, para desarrollar un pensamiento matemático profundo y útil, conectado con su vida cotidiana y su contexto sociocultural. La pregunta que se plantea y guía este análisis, es la siguiente: ¿el enunciado fomenta la reflexión sobre la modelación y su aplicabilidad en la vida cotidiana y el contexto sociocultural?

3.3.3 Fase 3: Relaciones entre la Caracterización de las Actividades de Aprendizaje de Modelación a la luz de la Teoría Semiótico-cognitiva y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica

En esta última fase, se analizan las relaciones entre los elementos semiótico-cognitivos, identificados en la fase 1 como distintivos de las actividades de modelación, y los elementos socioepistemológicos, determinados en la fase 2 mediante los criterios definidos por esta teoría. El propósito en conjunto es caracterizar las actividades de modelación a la luz de las relaciones entre las dos teorías para favorecer la comprensión de las matemáticas; estas

relaciones dan cuenta del cumplimiento del tercer objetivo específico de este trabajo de investigación.

Así, se propone un análisis comparativo entre las características de la actividad de aprendizaje, evaluadas desde la teoría semiótico-cognitiva y los criterios socioepistemológicos. Este análisis tiene como finalidad identificar los aspectos en los que ambas teorías se complementan o se desvinculan, para destacar fortalezas y limitaciones que afectan la comprensión del contenido matemático. Además, se fundamenta en que la teoría semiótico-cognitiva proporciona herramientas para analizar las representaciones y sus conversiones, mientras que la socioepistemología enriquece el análisis al incluir criterios de significación, representación e interacción social, proporcionando una visión más amplia del aprendizaje de las matemáticas al incluir la dimensión social y cultural de las matemáticas.

Capítulo IV: Resultados

A continuación, se presentan los resultados del análisis de las siete actividades de modelación propuestas en la unidad de pensamiento numérico del libro de texto “Vamos a Aprender Matemáticas 6”.

Estos resultados son obtenidos en cada una de las fases de análisis; por lo que estos se presentan por grupos de acuerdo con la correspondencia establecida entre las fases de análisis y objetivos específicos de la investigación.

4.1 Primer Grupo de Resultados: Identificación de las Relaciones entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y la Teoría Semiótico-cognitiva

Se agruparon las actividades de modelación en cuatro grupos de acuerdo con el contenido cognitivo presentes en los enunciados. Lo anterior indica que, para cada agrupamiento, el contenido cognitivo es invariante y la base de conocimientos previos del lector es similar, lo que facilita la determinación de la familiaridad entre la base de conocimientos de los estudiantes y el objeto matemático, aspecto que es esencial para esta investigación. Asimismo, se presentan los análisis resultantes en relación con el grado de explicitación de los elementos del contenido cognitivo del enunciado en la redacción de este y lo que refiere a la movilización de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión en cada actividad de aprendizaje de modelación. En conjunto, se tienen los resultados para la Fase 1, que gira en torno a los elementos propios de la teoría semiótico-cognitiva.

4.1.1 Actividades de Modelación 1 y 2

Las actividades de modelación 1 y 2 (ver Figuras 1 y 2) abordan la suma y resta de números grandes en el sistema de numeración decimal, destacando la comprensión del valor posicional y la aplicación de las propiedades conmutativa y asociativa. Mientras que la Actividad 1 se enfoca en manipular números, la Actividad 2 resalta la interpretación de expresiones como "diferencia" o "suma para llegar a", lo que exige un mayor entendimiento

en la combinación de operaciones. La suma y resta de números grandes en el sistema de numeración decimal es un contenido cognitivo con el que los estudiantes ya se encuentran *familiarizados*, puesto que poseen conocimientos previos sobre el sistema de numeración decimal, así como con las propiedades de la adición y la sustracción, además del manejo de algoritmos formales para resolver operaciones con números naturales grandes; esta base les permitirá abordar eficazmente los problemas combinados que presenta la actividad.

En las actividades de modelación 1 y 2, los números y operaciones son explícitos, pero en la Actividad 1, algunos ítems (c, d y e) requieren inferencias para organizar los cálculos, lo que implica que hay elementos redaccionalmente mencionados. El *grado de explicitación en esta actividad es medio*, ya que las combinaciones de operaciones pueden generar dificultades en la interpretación. Por otro lado, en la Actividad 2, el enunciado es claro y los ítems presentan expresiones familiares para los estudiantes, como "difieren" y "falta para llegar a", lo que facilita la comprensión sin necesidad de inferencias adicionales. Aquí, el *grado de explicitación es alto*, con números y operaciones claramente redactados, lo que contribuye a la comprensión y resolución de los problemas. Por lo tanto, ambos enunciados favorecen una lectura trivial (*Situaciones de Lectura II y I, respectivamente*).

Asimismo, en ambas actividades de modelación los enunciados utilizan un lenguaje natural para describir las operaciones matemáticas, y los números involucrados están representados en el registro numérico. Así, las actividades requieren tratamientos aritméticos dentro del mismo registro numérico; por ejemplo, sumar y restar números grandes implica transformaciones dentro del registro aritmético sin cambiar la representación. Además, es necesario interpretar el enunciado en lenguaje natural y traducirlo al registro aritmético para ejecutar las operaciones, lo que también implica conversiones. Así, ambas actividades de modelación propician la *interacción de tratamientos y conversiones*.

4.1.2 Actividades de Modelación 3 y 4

Las actividades de modelación 3 y 4 (ver Figuras 3 y 4) comparten el trabajo con múltiplos y divisores como el contenido cognitivo del enunciado. Los estudiantes, en función de sus conocimientos previos, ya han explorado la verificación de condiciones de divisibilidad utilizando el algoritmo de la división, así como el cálculo de múltiplos de un número natural mediante la multiplicación. Además, manejan la noción de intervalo, la cual es esencial para resolver el ítem B de la actividad de modelación 4. Por lo tanto, existe *familiaridad* entre el contenido cognitivo de las actividades y los conocimientos previos de los estudiantes.

En ambas actividades, los números que deben analizarse y las condiciones de divisibilidad o múltiplos están redaccionalmente explícitos. No se requieren inferencias adicionales para comprender qué operaciones realizar, por lo que no existen variaciones que afecten negativamente la comprensión de los enunciados. De esta manera, *el grado de explicitación es alto*, puesto que todos los elementos del contenido cognitivo están explícitos en la redacción. De esta manera, ambos enunciados corresponden a una situación de lectura trivial (*Situación de Lectura I*).

Además, en ambos casos, los enunciados de las actividades de modelación emplean representaciones numéricas, requiriendo que los estudiantes trabajen con números de manera abstracta, aplicando operaciones de divisibilidad y múltiplos sin cambiar de registro. Las dos actividades exigen tratamientos numéricos, ya que los estudiantes deben realizar cálculos como la identificación de divisores o múltiplos dentro del mismo registro; no se propician conversiones entre distintos registros de representación, limitando el trabajo a operaciones en el registro numérico y restringiendo el uso de otras representaciones. Por lo anterior, las actividades de modelación en cuestión propician *tratamientos*.

4.1.3 Actividades de Modelación 5 y 6

Las actividades de modelación 5 y 6 comparten contenidos cognitivos directamente relacionados con los conocimientos previos de los estudiantes, aunque difieren en el tipo de representación y procesos implicados. En la actividad de modelación 5 (ver Figura 5), se trabaja con números decimales, específicamente en el truncamiento para su aproximación. Los estudiantes ya poseen conocimientos sobre el sistema de numeración decimal, incluidos los números exactos y periódicos, y comprenden términos como "aproximadamente" para interpretar valores similares. De manera similar, en la actividad de modelación 6 (ver Figura 6), se aborda la sustracción de fracciones homogéneas, aprovechando el entendimiento previo de los estudiantes sobre representación, adición, sustracción y comparación de fracciones. En ambas actividades, existe una evidente *familiaridad* entre el contenido cognitivo presentado y la base de conocimientos previos de los estudiantes, lo que favorece el desarrollo de las tareas planteadas.

Ambos enunciados destacan por su grado de explicitación, aunque con ligeras diferencias. En la Actividad 5, los valores decimales (2,628; 2,619; 2,543) y la unidad de medida (kilómetros) están explícitamente indicados, junto con la instrucción de truncar a las centésimas, lo que garantiza un *grado de explicitación alto*. Por su parte, en la Actividad 6, aunque las barras coloreadas facilitan la visualización de las fracciones y apoyan la comprensión, el ítem B presenta un *grado de explicitación medio*, debido a que la redacción podría mejorar para aclarar que se debe comparar entre las fracciones representadas por los colores en cada franja. Sin embargo, en ambos casos, la redacción es suficientemente clara para no afectar negativamente la comprensión de los enunciados. Por lo tanto, ambos enunciados favorecen una situación de lectura trivial (*Situaciones de Lectura I y II, respectivamente*).

En relación con las representaciones, las actividades presentan diferencias significativas. La Actividad 5 se centra exclusivamente en *tratamientos* dentro del registro numérico decimal, como el truncamiento, sin involucrar conversiones entre registros distintos. En cambio, la Actividad 6 utiliza tanto registros gráficos como numéricos para representar fracciones homogéneas. Mientras que el ítem A fomenta conversiones al requerir la manipulación de representaciones gráficas y su traducción al registro numérico, el ítem B promueve tratamientos mediante la sustracción de fracciones dentro del mismo registro. Por lo tanto, la Actividad 6 propicia la *interacción de tratamientos y conversiones*, mientras que la Actividad 5 se limita únicamente a *tratamientos* dentro de un registro único.

4.1.4 Actividad de Modelación 7

La actividad de modelación 7 (ver Figura 7) moviliza conceptos de números enteros y su aplicación en la economía, en que los estudiantes deben interpretar los débitos como números negativos y los créditos como números positivos, representan así las transacciones financieras en términos de números enteros. Dado que ya se han *familiarizado* con el conjunto de los números enteros, los estudiantes pueden relacionar esta información con situaciones cotidianas, entendiendo que las entradas de dinero se representan con números positivos (créditos) y las salidas con números negativos (débitos).

El enunciado es explícito en cuanto a lo que se espera: los estudiantes deben escribir una frase que incluya números enteros para cada movimiento (débito o crédito). Dado que en la unidad temática previa se trabajaron situaciones similares, en que un crédito se representa con un número entero positivo y un débito con un número entero negativo, los estudiantes no deberían tener dificultades con la redacción. Además, el *grado de explicitación es alto*, ya que las instrucciones son claras y directas; los estudiantes sólo necesitan observar la tabla e interpretar los valores como números enteros. Así, el enunciado se clasifica como una situación de lectura trivial (*Situación de Lectura I*).

Además, la actividad de modelación 7 utiliza una representación tabular para ilustrar el objeto matemático, en que se indican claramente los movimientos de débito y crédito junto con sus fechas. Los estudiantes deben convertir esta información en una frase que incluya números enteros. Esto implica que no se proponen tratamientos para resolver el problema; solo se requiere transformar las cantidades de débito y crédito de la tabla en lenguaje natural. Así, la actividad *propicia conversiones* entre dos registros semióticos: el numérico y el lenguaje natural.

4.2 Segundo Grupo de Resultados: Correspondencia entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica

Para la presentación de los resultados en esta fase, se agruparon las actividades de modelación en sólo dos grupos, ordenamiento que difiere de las agrupaciones que se muestran en la Fase 1. Lo anterior puesto que los resultados de los análisis en esta fase dan evidencia de elementos comunes para las actividades agrupadas en los dos grupos en relación con los criterios definidos desde la teoría socioepistemológica.

4.2.1 Actividades de Modelación 1, 2, 3, 4 y 6

Las actividades de modelación 1, 2, 3, 4 y 6 comparten una *ausencia de la dimensión social y cultural* en su diseño, de acuerdo con los criterios definidos desde la socioepistemología. Aunque estas actividades trabajan con diferentes contenidos matemáticos, todas presentan un enfoque abstracto que limita su relevancia y aplicabilidad para los estudiantes en contextos cotidianos o socioculturales, aspecto que, como se mencionó en el marco teórico, es relevante para la teoría socioepistemológica debido a la importancia que se les da a los usos de los objetos matemáticos en las prácticas sociales que lo constituyen.

En el caso de las actividades de modelación 1 y 2, los problemas planteados son abstractos y no están vinculados a situaciones prácticas o significativas, lo que permite a los

estudiantes resolverlos procedimentalmente, pero sin comprender cómo estas operaciones de suma y resta podrían ser útiles en el mundo real. De manera similar, las actividades de modelación 3 y 4 se centran en los conceptos de divisibilidad y múltiplos, pero no los sitúan en contextos cotidianos que faciliten su comprensión o aplicación práctica. Este enfoque abstracto se repite en la actividad de modelación 6, en que el uso de regletas para representar fracciones ayuda a comprender el objeto matemático, pero no lo relaciona con un contexto significativo para los estudiantes.

Además, ninguna de estas actividades promueve la interacción social ni el trabajo colaborativo. Están diseñadas para ser resueltas de manera individual, sin indicaciones que fomenten la discusión de estrategias o resultados entre compañeros. Esto limita la construcción compartida del conocimiento, desaprovechando oportunidades para enriquecer el aprendizaje a través de la colaboración. En todas las actividades analizadas, tampoco se invita a los estudiantes a reflexionar críticamente sobre la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en un contexto sociocultural más amplio, lo que reduce su relevancia y utilidad percibida.

4.2.2 Actividades de Modelación 5 y 7

Las actividades de modelación 5 y 7 se enmarcan en contextos cotidianos y relevantes que facilitan la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos en situaciones prácticas de la vida diaria. La actividad de modelación 5 utiliza un contexto relacionado con las distancias desde las casas de los estudiantes hasta el colegio, lo que permite vincular los números decimales con algo concreto, como las mediciones de kilómetros, y comprender procesos como el truncamiento. De manera similar, la actividad de modelación 7 sitúa el trabajo en un contexto económico relacionado con los movimientos bancarios, utilizando números enteros para representar créditos y débitos, conectando así estos conceptos matemáticos con el manejo de la economía diaria.

Ambas actividades invitan a reflexionar sobre la utilidad de los conceptos trabajados en la vida cotidiana. En la Actividad 5, se destaca la relevancia del truncamiento y la comparación de números decimales para estimaciones prácticas, como medir distancias. Por otro lado, en la Actividad 7, los estudiantes observan cómo los números positivos y negativos representan situaciones económicas reales, como transacciones bancarias, lo que refuerza la conexión entre la teoría matemática y sus aplicaciones prácticas.

Sin embargo, ambas actividades están diseñadas para ser resueltas de manera individual y no incluyen elementos explícitos que promuevan la interacción social o el trabajo colaborativo. Aunque los contextos propuestos son significativos y cercanos, no se fomenta la construcción compartida del conocimiento ni la discusión entre los estudiantes, lo que limita el alcance del aprendizaje desde una perspectiva colectiva.

Por lo tanto, en el análisis de la fase 2 para las actividades de modelación 5 y 7, se identifica un *favorecimiento parcial de la dimensión social y cultural*, dado que, aunque los contextos son relevantes, no se explotan plenamente las oportunidades de colaboración e interacción social en el aprendizaje.

4.3 Tercer Grupo de Resultados: Relaciones entre la Caracterización de las Actividades de Aprendizaje de Modelación a la luz de la Teoría Semiótico-cognitiva y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica

Se agruparon los resultados de los análisis siguiendo el mismo ordenamiento que se llevó a cabo en el grupo de resultados anteriores, es decir, en dos grupos de actividades. Lo anterior puesto que los resultados en la Fase 2 determinan elementos complementarios o ausencia de vínculos entre las dos teorías a partir de la inclusión o no, de la dimensión social y cultural de las matemáticas en cada una de las actividades de aprendizaje de modelación. Cabe recordar que, como se mencionó en el Capítulo III, esta fase busca identificar los aspectos en los que ambas perspectivas se integran de manera complementaria o evidencian

la falta de conexiones entre ellas, destacando fortalezas y limitaciones que afectan la comprensión del contenido matemático y así, presentar una caracterización de las siete actividades de modelación propuesta en la unidad de pensamiento numérico del libro de texto analizado.

4.3.1 Actividades de Modelación 1, 2, 3, 4 y 6

El análisis de este grupo de actividades permite evidenciar la falta de conexiones entre la teoría semiótico-cognitiva y la socioepistemológica. Desde la perspectiva semiótico-cognitiva, estas actividades destacan por el uso de representaciones numéricas explícitas que facilitan el acceso inmediato a los conceptos matemáticos, como operaciones aritméticas, múltiplos, divisores y fracciones homogéneas. Las representaciones son claras y, en muchos casos, los enunciados presentan un grado medio o alto de explicitación que sitúa al lector en una situación de lectura trivial. Esto asegura que los estudiantes puedan comprender y resolver las tareas con base en tratamientos y en ciertos casos conversiones entre diferentes registros de representación semiótica.

Cabe recordar que, según Duval (2004), la interacción entre tratamientos y conversiones de representaciones constituye el escenario ideal para alcanzar la comprensión de los objetos matemáticos. Aunque la movilización aislada de tratamientos o conversiones, si bien no aprovecha completamente los beneficios de su interacción, tampoco compromete significativamente los procesos de comprensión matemática. Por ejemplo, la Actividad 6 emplea tanto registros gráficos como numéricos para representar fracciones, lo que moviliza actividades cognitivas significativas que contribuyen a la comprensión del objeto matemático en términos semióticos.

Sin embargo, desde la socioepistemología, estas actividades presentan limitaciones importantes. Aunque el diseño de los enunciados asegura una accesibilidad cognitiva, las actividades carecen de contextualización sociocultural, es decir, no sitúan los conceptos

matemáticos en escenarios relevantes o prácticos para los estudiantes. Esto dificulta que los alumnos vean la utilidad de los conocimientos trabajados en situaciones reales. Por ejemplo, las actividades relacionadas con múltiplos y divisores (3 y 4) no conectan estos conceptos con contextos de la vida cotidiana, lo que restringe su aplicabilidad y comprensión más allá del aula.

Asimismo, a pesar de que las actividades reflejan un diseño sólido desde la perspectiva semiótico-cognitiva, al garantizar la claridad de las representaciones y un acceso inmediato a los contenidos, no propician actividades cognitivas situadas en escenarios de construcción social o de colaboración que permita a los estudiantes reflexionar y construir conjuntamente significados matemáticos.

La ausencia de interacción social, trabajo colaborativo y reflexión crítica sobre la aplicabilidad de los objetos matemáticos en contextos sociales limita el alcance del aprendizaje. Sin estos elementos, los estudiantes no logran contextualizar los objetos matemáticos, lo que les impide identificar y comprender sus diversos usos en situaciones reales, así como tampoco lograr una comprensión significativa de éste por medio de dinámicas colaborativas que los invite a reflexionar y construir el conocimiento de manera compartida; estos aspectos son fundamentales en el programa socioepistemológico.

4.3.2 Actividades de Modelación 5 y 7

Las actividades de este grupo presentan una integración más clara de elementos de ambas teorías, aunque también se identifican ausencia de conexiones. Desde la teoría semiótico-cognitiva, estas actividades utilizan representaciones explícitas y un alto grado de explicitación, lo que podría asegurar una comprensión inmediata de los conceptos trabajados, ya que favorecen una situación de lectura trivial. La Actividad 5, por ejemplo, trabaja con números decimales y truncamiento en un contexto cotidiano (distancias entre casas y el colegio), mientras que la Actividad 7 relaciona números enteros con un escenario económico

relevante (débitos y créditos). Estas representaciones permiten a los estudiantes conectar los objetos matemáticos con situaciones prácticas, movilizandolos tratamientos y conversiones de manera efectiva.

Desde la socioepistemología, estas actividades presentan una ventaja significativa respecto al grupo anterior: integran escenarios socioculturales relevantes que permiten a los estudiantes reflexionar sobre la utilidad de los conceptos en su vida diaria. En la Actividad 7, los estudiantes ven cómo los números positivos y negativos se aplican en transacciones financieras, mientras que en la Actividad 5 comprenden el valor práctico del truncamiento al analizar distancias. Esto refleja una conexión entre ambas teorías, ya que la claridad en las representaciones semióticas se complementa con la contextualización sociocultural, favoreciendo una comprensión significativa de los objetos matemáticos.

Sin embargo, las actividades de este grupo también presentan una desconexión importante. Aunque los contextos son significativos, el diseño de estas actividades sigue priorizando la resolución individual, sin promover explícitamente el trabajo colaborativo o la interacción social. Esto limita la construcción compartida del conocimiento, que es un eje central de la socioepistemología. Por ejemplo, aunque en la Actividad 5 se propician tratamientos que se encuentran en un contexto cercano al estudiante que permite conectar el objeto matemático con el uso práctico que se le da en la vida real, no se incluyen estrategias que permitan a los estudiantes intercambiar ideas o discutir sus resultados.

En síntesis, estas actividades logran una complementariedad notable al combinar representaciones explícitas y contextos socioculturales significativos, lo que favorece la comprensión conceptual y práctica de los conceptos matemáticos. Sin embargo, se observa una desconexión al no integrar elementos de interacción social que refuercen el aprendizaje desde una perspectiva colectiva y colaborativa.

Capítulo V: Conclusiones

Este capítulo presenta las conclusiones obtenidas que responden respectivamente al cumplimiento de cada uno de los objetivos específicos de la presente investigación y presentados en el Capítulo I.

La presentación de este capítulo se organizó con el fin de reflejar, con la mayor precisión posible, la caracterización de las actividades de aprendizaje del proceso de modelación, propuestas en la unidad de pensamiento numérico del libro de texto “Vamos a Aprender Matemáticas 6”, a la luz de las relaciones entre la teoría semiótica-cognitiva y la teoría socioepistemológica para el favorecimiento de la comprensión de las matemáticas.

5.1 Primer Grupo de Conclusiones: Identificación de las Relaciones entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y la Teoría Semiótico-cognitiva

- Las Actividades 1 y 2 exploran la suma y resta de números naturales grandes, en la que destacan el valor posicional y las propiedades de la adición. La Actividad 1 requiere inferencias adicionales en algunos ítems, mientras que la Actividad 2 ofrece un enunciado claro. Ambas actividades permiten una **lectura trivial que propicia la interacción de tratamientos y conversiones entre representaciones**.
- Las Actividades 3 y 4 se centran en el estudio de múltiplos y divisores. Sus enunciados se caracterizan por una redacción explícita y directa, que elimina la necesidad de inferencias por parte del estudiante. Se propicia la realización de tratamientos dentro del registro numérico. Como resultado, se tienen actividades que presentan una **lectura trivial que propicia tratamientos entre representaciones**.
- Las Actividades 5 y 6 se apoyan en los conocimientos previos de los estudiantes, como el truncamiento de números decimales y la sustracción de fracciones homogéneas, respectivamente. En la Actividad 5, el alto grado de explicitación permite un **tratamiento** claro dentro del registro numérico decimal. En la Actividad

6, la combinación de registros gráficos y numéricos fomenta la **interacción entre tratamientos y conversiones**, destacándose por su riqueza representacional. Ambas actividades favorecen una **lectura trivial** que facilita el desarrollo de las tareas planteadas.

- La Actividad 7 aborda el concepto de números enteros en un contexto financiero (movimientos bancarios). La redacción clara y explícita de los elementos cognitivos facilita la comprensión práctica de débitos y créditos. Esta actividad propicia conversiones efectivas, permitiendo a los estudiantes interpretar la información presentada en formato tabular y traducirla a frases descriptivas. Esta actividad fomenta una **lectura trivial que propicia conversiones entre representaciones**.

5.2 Segundo Grupo de Conclusiones: Correspondencia entre las Actividades de Aprendizaje de Modelación y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica

- El análisis en conjunto de las actividades de modelación 1, 2, 3, 4 y 6 revela la **ausencia de la dimensión social y cultural de las matemáticas**. Los problemas se presentan de forma abstracta, sin conexión con situaciones cotidianas, lo que dificulta que los estudiantes aprecien la utilidad práctica de los conceptos matemáticos. Esta estructura enfatiza procedimientos específicos, pero no facilita una comprensión significativa ni una aplicación contextualizada. La falta de contextos socioculturales limita la construcción de conocimiento relacionado con el entorno del estudiante y no fomenta la reflexión crítica sobre la relación entre las matemáticas, la sociedad y la cultura.

Además, estas actividades no promueven la interacción social ni el trabajo en equipo, ya que están diseñadas para una resolución individual, sin fomentar discusiones o estrategias compartidas. Esta estructura desaprovecha la oportunidad de construir un

conocimiento colectivo, en que el intercambio de ideas y la colaboración podrían enriquecer el aprendizaje matemático.

- El análisis de las actividades de modelación 5 y 7 muestra un **favorecimiento parcial de la dimensión social y cultural** en el aprendizaje de las matemáticas. Estas actividades integran efectivamente contextos que permiten a los estudiantes relacionar el conocimiento matemático con su entorno inmediato. Además, promueven la reflexión crítica sobre la relación entre las matemáticas, la sociedad y la cultura, fomentando una comprensión más profunda de cómo las matemáticas son relevantes para interpretar la realidad y resolver problemas sociales.

Sin embargo, el favorecimiento de la dimensión social y cultural no es pleno, dado que ambas actividades carecen de un enfoque que posibilite la construcción del conocimiento matemático como práctica social. Este criterio implica que el estudiante debería participar en la construcción y validación colectiva del conocimiento, algo que no se logra en estas actividades, ya que las soluciones tienden a ser individuales y no se fomenta el intercambio de ideas o la validación grupal de resultados.

5.3 Tercer Grupo de Conclusiones: Relaciones entre la Caracterización de las Actividades de Aprendizaje de Modelación a la luz de la Teoría Semiótico-cognitiva y los Criterios de la Teoría Socioepistemológica

Las caracterizaciones de las actividades de aprendizaje de modelación en la unidad de pensamiento numérico del libro de texto "Vamos a Aprender Matemáticas 6" permitieron establecer categorías significativas. Estas categorías ofrecen una visión estructurada de cómo las actividades propuestas en el texto favorecen la comprensión de las matemáticas y sientan las bases para futuras mejoras en el diseño de actividades de modelación matemática en textos escolares.

Estas categorías comparten una característica invariante: la presencia de una situación de lectura trivial. Este tipo de lectura, como se mencionó en el Capítulo IV, favorece la comprensión de las matemáticas al permitir un acceso directo al objeto matemático a través de lo que se presenta en el enunciado. Los elementos que determinan las distinciones entre las categorías se derivaron de las complementariedades y desconexiones encontradas en el tercer grupo de resultados perteneciente al Capítulo IV, es decir, las relaciones entre las dos teorías que fundamentan los análisis de esta investigación, reflejando así diferentes niveles de integración entre los aspectos semiótico-cognitivos y socioculturales del aprendizaje matemático.

A continuación, se presentan las categorías en mención:

- **Favorecimiento limitado de la comprensión de las Matemáticas:** esta categoría describe las actividades de aprendizaje de modelación que presentan un enunciado trivial que propicia tratamientos y/o conversiones entre representaciones con ausencia de la dimensión social y cultural de las matemáticas. Es decir, no hay elementos complementarios entre ambas teorías que favorezcan la comprensión de las matemáticas. Este tipo de enunciados limita la capacidad de las actividades para conectar las matemáticas con la experiencia cotidiana del alumno, desaprovechando así el potencial de un aprendizaje más significativo y aplicable.

Esta categoría describe las actividades de modelación 1, 2, 3, 4 y 6, porque estas propician ya sea uno de los dos tipos de transformaciones o su interacción, pero desvinculados de la dimensión social y cultural de las matemáticas.

- **Favorecimiento moderado de la comprensión de las Matemáticas:** las actividades de aprendizaje de modelación en esta categoría presentan un enunciado trivial que no fomenta al menos un elemento de la teoría semiótico-cognitiva o la teoría socioepistemológica. Así, se obtienen actividades que presentan al menos una

desconexión entre ambas teorías que no favorece plenamente la comprensión de las matemáticas. Como resultado, estas actividades no logran aprovechar plenamente el potencial de aprendizaje que ofrecen estos marcos teóricos para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Esta categoría caracteriza a las Actividades 5 y 7, ya que estas propician tratamientos y conversiones, respectivamente, y favorecen los elementos de la teoría socioepistemológica a excepción de la construcción del conocimiento como práctica social.

A pesar de que los resultados del análisis no arrojaron evidencia que permitan caracterizar actividades que exhibieran la totalidad de las relaciones entre la teoría semiótico-cognitiva y los criterios definidos desde la teoría socioepistemológica mediante una de las categorías previamente presentadas, se consideró pertinente ofrecer una descripción de lo que constituye un enunciado que cumpla con estas características. Esta descripción se proporciona con el fin de facilitar una comprensión integral de las relaciones entre los elementos de las fases 1 y 2.

- **Favorecimiento pleno de la comprensión de las Matemáticas:** esta categoría describe las actividades de aprendizaje de modelación que presentan un enunciado trivial que propicia la interacción entre tratamientos y conversiones de representaciones con favorecimiento pleno de la dimensión social y cultural de las matemáticas. Es decir, actividades en las que hay una plena complementariedad entre ambas teorías que favorecen plenamente la comprensión de las matemáticas, ya que integran tanto los aspectos semióticos-cognitivos: tratamientos y conversiones, como los aspectos socioepistemológicos: contextualización sociocultural, construcción del conocimiento matemático como práctica social y reflexión crítica de la naturaleza de las matemáticas y su relación con la sociedad y la cultura.

Referencias Bibliográficas

- Angulo Vergara, M. L., & Arteaga Valdés, E. (2018). Las representaciones mentales en la aprehensión de conceptos matemáticos: formación del concepto de fracción. *Conrado*, 14(63), 147-154.
- Bustamante Quintero, C. (2012). Hacia la construcción de modelos algebraicos multiplicativos en el grado sexto.
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015a). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de investigación en Educación Matemática*, (8), 9-28.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015b). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(1), 5-17.
- Cárcamo, A., Gómez, J., & Fortuny, J. (2015). Modelización matemática en la Educación Matemática realista: Una propuesta para contribuir a la construcción formal de álgebra lineal.
- Cordero, F., & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(1), 07-38.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.
- Fernández Palop, M.P. & Caballero García, P.A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201-217.
- González Astudillo, M. T., & Sierra Vázquez, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, B. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. In M. I. R. Martínez (Ed.), *Metodología De La Investigación* (Sexta, pp. 1-20). <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Hitt, Fernando, & Quiroz-Rivera, Samantha. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 153-177. <https://doi.org/10.17227/01203916.73rce151.175>

- Mateus, C. C. F. (2023). Un acercamiento semiótico a la interpretación de gráficos estadísticos en un libro de texto escolar de grado quinto en Colombia. *Revista Boletín Redipe*, 12(10), 101-116.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2022). Programa Todos a Aprender del Ministerio de Educación Nacional (Colombia): nota técnica.
- Pantoja, R., de Lourdes, M., Ulloa, R., & Valdivia, S. (2018). La modelación matemática en situaciones problema de la vida cotidiana.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en Educación Matemática: reflexiones y datos bibliométricos. In *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-195). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Saénz de Castro, C. (2016). Algunos apuntes sobre un enfoque socio-cultural en la enseñanza de las matemáticas. *Tarbiya: revista de investigación e innovación educativa*.
- Vargas, J. (2014). La perspectiva sociocultural en el análisis de la práctica de los docentes universitarios de precálculo: la enseñanza de la función exponencial. *Revista científica*, 3(20), 46-55.
- Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 63-85.
- Zapata-Cardona, L., & Escobar, L. (2018). Critical Citizenship in Colombian Statistics Textbooks. ICME-13 Monographs. https://doi.org/10.1007/978-3-030-03472-6_17.