

UNA APROXIMACIÓN AL LUGAR DE LA MATEMÁTICA EN EL PENSAMIENTO DE
CHARLES S. PEIRCE

LUISA MARÍA AGUILAR RIVAS

(1327200-3250)

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA

PROGRAMA ACADÉMICO DE LICENCIATURA EN FILOSOFÍA

SANTIAGO DE CALI

2019

[1]

UNA APROXIMACIÓN AL LUGAR DE LA MATEMÁTICA EN EL PENSAMIENTO DE
CHARLES S. PEIRCE

LUISA MARÍA AGUILAR RIVAS

(1327200-3250)

TRABAJO DE GRADO DIRIGIDO POR EL PROFESOR GERMÁN GUERRERO PINO,
PH.D., PRESENTADO PARA ASPIRAR AL TÍTULO DE LICENCIADA EN FILOSOFÍA

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA

PROGRAMA ACADÉMICO DE LICENCIATURA EN FILOSOFÍA

SANTIAGO DE CALI

2019

[2]

TABLA DE CONTENIDOS

AGRADECIMIENTOS | 5

RESUMEN | 6

INTRODUCCIÓN | 7

**CAPÍTULO 1: HACIA UNA BREVE RECONSTRUCCIÓN DEL PENSAMIENTO
PEIRCEANO | 11**

I. LAS TRES CATEGORÍAS | 11

II. LOS SIGNOS | 12

III. ABDUCCIÓN E HIPÓTESIS | 16

IV. CONSIDERACIONES FINALES | 20

CAPÍTULO 2: LA CLASIFICACIÓN DE LAS CIENCIAS | 22

I. EL ESQUEMA | 22

II. QUÉ SE ENTIENDE POR CIENCIA PRIMERA Y POR QUÉ MATEMÁTICA ES
CARALOGADA COMO TAL | 25

**CAPÍTULO 3: APROXIMACIÓN A LA CONCEPCIÓN GLOBAL DE LA MATEMÁTICA
EN C.S. PEIRCE | 27**

I. CONSIDERACIONES ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE MATEMÁTICA EN PEIRCE A PARTIR DE ALGUNAS INTERPRETACIONES REALIZADAS POR OOSTRA Y EISELE | 27

II. ¿QUÉ DICE PEIRCE SOBRE LA MATEMÁTICA? | 32

III. CONSIDERACIONES FINALES: CÓMO ENCAJA LO DICHO POR PEIRCE Y LAS INTERPRETACIONES DE OOSTRA Y EISELE | 34

CAPÍTULO 4: ¿LÓGICA EN LA MATEMÁTICA O MATEMÁTICA EN LA LÓGICA? APROXIMACIÓN A LA DEFINICIÓN DE LÓGICA Y SU DISTINCIÓN CON LA MATEMÁTICA | 35

I. DEFINICIÓN DE LÓGICA | 35

II. CONTRASTE LÓGICA-MATEMÁTICA | 39

III. ENTONCES, ¿LÓGICA EN LA MATEMÁTICA O MATEMÁTICA EN LA LÓGICA? | 41

CONCLUSIONES | 44

BIBLIOGRAFÍA | 47

AGRADECIMIENTOS

Escibir estos agradecimientos es menos sencillo de lo que parece; lograr resumir en unas cuantas líneas la gratitud hacia quienes formaron parte del proceso de su realización me genera ciertas dificultades. Sin embargo, pasarlo por alto tampoco me parece adecuado, pues, a mi juicio, implicaría desconocer la ayuda y apoyo de quienes me leyeron, corrigieron, alentaron, presionaron o simplemente me dieron su apoyo moral o, también, me facilitaron espacios en los que me pudiera dedicar únicamente a su desarrollo. De hecho, mencionar y agradecer particularmente a cada una de esas personas me tomaría un buen número de páginas. Por eso, quiero mencionar a quienes tuvieron una relación, por así decirlo, más directa con la realización de esta monografía.

Considero que el apoyo familiar es fundamental a la hora de iniciar, realizar y consolidar diferentes tipos de proyectos, ya sean personales o profesionales, y desde luego este es uno de ellos. En esa medida, exalto el apoyo recibido de su parte, principalmente, por parte de mis padres a quienes bien podría dedicar unas buenas páginas. En particular, resalto a mi papá por haber incentivado en mí el interés por las humanidades, la lectura y la investigación; y a mi mamá por todo el aliento recibido de su parte para culminar esta monografía.

Desde luego, expreso mi gratitud hacia los docentes que hicieron parte e influyeron en mi formación académica, de los cuales destaco el acompañamiento del profesor Germán Guerrero Pino, director de este trabajo, y del grupo de investigación “EPISTEME: Filosofía y ciencia” del que formé parte, a quien agradezco toda su dedicación, disposición y compromiso para leerme y corregirme; y el del profesor Paniel Reyes, quien se tomó el tiempo para leer mi trabajo y hacerme precisiones de las cuales no habría podido prescindir.

RESUMEN

Aunque Peirce sienta la importancia de la matemática dentro de su pensamiento cuando la sitúa como ciencia primera dentro de su arquitectónica de las ciencias y, además, le atribuye lo que podríamos llamar una fuerza abductiva que posibilita dichos procesos, es una idea que no se ha desarrollado ampliamente, puesto que la mayor parte de las investigaciones sobre su trabajo filosófico se enfocan en su semiótica. Por ello, este trabajo se enfoca en la concepción de la matemática propuesta por Peirce para determinar su relación con aspectos clave de su pensamiento, en especial lo relacionado con cuestiones filosóficas y epistemológicas desarrolladas por él.

Palabras clave: Matemática, Ciencia, Pensamiento, C. S. Peirce, Categorías.

INTRODUCCIÓN

Charles Sanders Peirce fue un filósofo estadounidense nacido en Cambridge, Massachussets, el 10 de septiembre de 1839. Fue hijo de un reconocido matemático de la época llamado Benjamin Peirce, quien también fue profesor de Harvard College, y de quien, además, heredó el interés por la matemática y varias de sus ideas con respecto a esta, aunque con el tiempo fuera reformulando algunas, añadiendo y cambiando el sentido de algunas de sus afirmaciones. Esto deja ver que Peirce estuvo inmerso en el contexto de la investigación desde muy joven y es eso lo que propició el desarrollo cronológico de muchos de sus conceptos.

Aunque posteriormente olvidado, Peirce ya era importante como pensador en su propia época, puesto que sus relaciones académicas van de William James hasta Schröder y Dewey, por nombrar solo unos pocos. Sin embargo, quienes han realizado estudios juiciosos sobre la vida de este pensador, como es el caso de, por ejemplo, Nathan Houser, mencionan que:

“[...] tras un breve contrato en la Universidad Johns Hopkins como profesor de lógica a tiempo parcial (1879-1884) y un retiro prematuro (1891) y forzado de la Inspección Costera y Geodésica de los Estados Unidos, en que se encargaba de los experimentos sobre la gravedad y la investigación sobre el péndulo, a Peirce le resultó imposible encontrar otro puesto de trabajo estable” (Houser, 2005:2).

Lo que, según el mismo Houser, tuvo como consecuencia que, en adelante, Peirce dedicara el resto de su vida a intentar sobre llevar su situación económica precaria y dedicó una buena parte de su tiempo a escribir textos por los cuales podía recibir algo de dinero a cambio. Aunque eso no implicó que abandonara completamente sus escritos académicos y sus proyectos de investigación

personales. Pues pese a su situación económica, Peirce logra concretar durante estos últimos años, su sistema filosófico, y epistemológico, logrando alcanzar su mayor precisión al momento de definir varios de sus conceptos.

Pero no fue sino hasta varios años después que sus escritos empezaron a ser trabajados, pues se estipula que permanecieron en el olvido por aproximadamente 20 años hasta que se empezaron a realizar las primeras investigaciones sobre su trabajo filosófico, matemático y lógico, y en medio de todo ello también se encontraron escritos sobre otros diferentes temas, incluso manuales de instrucciones en los que detallaba actividades que realizaba en su cotidianidad.

Desde hace algunos años se ha incrementado el interés por la obra de Peirce, principalmente en lo que respecta a la filosofía, específicamente en lo que respecta a sus estudios semióticos y su formulación de las categorías que nacen de su trabajo sobre las categorías kantianas, puesto que, en la matemática, al parecer, ya se había suscitado interés tiempo atrás, principalmente en lo que respecta al trabajo sobre el álgebra. También en la lógica ha habido un trabajo importante sobre las investigaciones lógicas de Peirce durante los últimos años, principalmente en lo que respecta a los grafos existenciales.

Como se ha dicho, de los trabajos filosóficos de Peirce son bien conocidos los que versan sobre la semiótica y de ella la teoría de los signos. Sin embargo, han sido pocos los estudios que se han realizado en torno a sus aportes a la matemática y, aún más, al desarrollo de su concepto mismo y el importante papel que desempeña dentro de todo su pensamiento¹ como primera estructura (o primera ciencia, como también lo expone el propio Peirce) dentro de la clasificación que realiza

¹ Entiéndase la palabra ‘pensamiento’ como el conjunto, o compendio, de reflexiones realizadas por Peirce en torno a diferentes temáticas, principalmente en lo relacionado con sus planteamientos filosóficos y epistemológicos, de los cuales aquí se trabajarán únicamente las categorías, los signos, la abducción e hipótesis, la clasificación de las ciencias y la lógica.

de las ciencias. Bien lo dice, entonces, el profesor Arnold Oostra en su artículo *Peirce y la matemática*: “[...] es imposible comprender plenamente el pensamiento de Peirce si no se mira su ingrediente matemático” (2006:151), pues ésta se fija como el elemento sin el cual no es posible pensarse, siquiera, las categorías. Ahora bien, cabe destacar que, hasta ahora, el trabajo más importante sobre las cuestiones relacionadas con la matemática dentro del entramado epistemológico peirceano corresponde a la colección NEM (New Elements of Mathematics) de Carolyn Eisele.

En un primer momento, Peirce adopta el concepto de matemática propuesto por su padre, Benjamin Peirce (1809-1880), en 1870, quien la introduce como “la ciencia que obtiene conclusiones necesarias”, noción no muy lejana de las definiciones de la época en torno a la lógica. Esto supone, entonces, que de momento la distinción entre lógica y matemática no era clara. Pero, años después, Peirce reformula dicha concepción introduciendo el elemento abductivo² en ésta, definiéndola como “el estudio de lo que es verdadero en un estado hipotético de cosas”. Además, es importante tener en cuenta que para él no hay una relación de dependencia biyectiva entre lógica y matemática, pues si bien la lógica depende de la matemática, la matemática no depende de la lógica puesto que la primera no requiere apelar en forma alguna a la segunda, sino, por el contrario, la lógica depende de la matemática, dado que todas las ciencias sin excepción deben referirse y recibir aplicaciones de ésta.

Por otro lado, desde la teoría de las categorías, encontramos que estas clasificaciones no se encargan de representar cosas, sino relaciones, por lo que afianzan su dependencia de las matemáticas, la cual entra a formar parte de la terceridad debido a su ingrediente diagramático.

² Introduzco la expresión “elemento abductivo” en esta definición aproximada para referirme a los “estados hipotéticos de cosas” sobre las cuales trabaja la matemática.

Esto consiste en la capacidad que tienen para facilitar estados de cosas en el mundo, de manera hipotética, por medio de una forma de pensamiento icónico que, a su vez, consiste en una forma de razonamiento que permite relacionar las cosas con imágenes mediante las semejanzas establecidas de acuerdo al tipo de conexión entre ellas, la cual es definida según lo que se representa.

Es por lo anterior que en este trabajo se pretende esbozar lo que sería un primer acercamiento al lugar de la matemática dentro del pensamiento de Peirce. Esto con el fin de empezar a esclarecer cuál es su definición, importancia y relación con algunos elementos determinantes de su filosofía y epistemología, como son: la clasificación de las ciencias, las categorías, los signos y la lógica. Para efectuar lo propuesto, en el capítulo 1, titulado *Hacia una breve reconstrucción del pensamiento peirceano*, se realizará una reconstrucción, sucinta, de algunos elementos importantes del pensamiento peirceano, en lo que respecta a su filosofía y epistemología, como son: categorías, signo y pensamiento, clasificación de las ciencias, abducción e hipótesis. Después, en el capítulo 2, titulado *La clasificación de las ciencias*, se abordará la estructura clasificatoria de las ciencias propuesta por Peirce. Luego, en el capítulo 3, titulado *Aproximación a la concepción global de la matemática en c. s. peirce*, se mostrará una aproximación a la definición de matemática que propone Peirce. Posteriormente, en el capítulo 4, *¿Lógica en la matemática o matemática en la lógica? Aproximación a la definición de lógica y su distinción con la matemática*, se presentará un bosquejo de la distinción entre lógica y matemática. Y, para concluir, se trazará, resumidamente la relación entre la matemática y el pensamiento peirceano para entender las cuestiones ya planteadas.

CAPÍTULO 1: HACIA UNA BREVE RECONSTRUCCIÓN DEL PENSAMIENTO

PEIRCEANO

Si bien la epistemología de Peirce es lo suficientemente amplia como para dedicar a ella un poco más que un capítulo, lo que nos interesa de momento es retomar algunos aspectos clave de esta que sirvan para establecer nexos claros con la matemática. Dicho esto, los aspectos a abordar corresponden, puntualmente, a una breve exposición de las categorías, presentar qué se entiende por signos, los cuales se encuentran de por sí en las categorías³, mostrar la clasificación de las ciencias realizada por el mismo Peirce y qué se entiende por abducción. Todas estas cuestiones que comparten, y conforman, el estudio de la forma en que funciona el pensamiento y la manera cómo se relacionan el conocimiento adquirido y almacenado en este con la realidad y los juicios que emitimos al respecto.

I. LAS TRES CATEGORÍAS

En el texto *De una nueva lista de categorías* (1867), dice Peirce: “Este trabajo se basa en la teoría, ya establecida, de que la función de los conceptos es reducir a unidad la multiplicidad de impresiones sensoriales y de que la validez de un concepto estriba en la imposibilidad de reducir a unidad el contenido de la conciencia sin su introducción” (EL, 65-84; EP 1: 1-10). Suele entenderse por categoría un concepto muy general y abstracto que constituye las formas básicas de caracterizar cada realidad y la realidad en su totalidad, de manera que por medio de estas se pueda tratar cualquier objeto del pensamiento o de la experiencia; en síntesis, categorizar es

³ Esto, puesto que cada tipo de signo, como veremos, corresponde a cada forma de manifestarse que tienen las categorías.

clasificar elementos que comparten ciertas características y se subsumen bajo una palabra, la cual constituye lo que se llama categoría.

Según Peirce, son tres las categorías, a saber: primeridad, segundidad y terceridad. De éstas, la primera corresponde a las cualidades de los fenómenos, como lo son azul, blanco, blando, noble, entre muchas otras; son perceptibles por medio de los sentidos y no se puede negar el que donde haya un fenómeno también se encuentra una cualidad inherente a éste. La segunda (categoría) atañe a los hechos actuales; ésta se encuentra en la línea de los sucesos, los cuales tienen un carácter individual, y es actual en la medida en que sucede “aquí y ahora” y difiere de la primera en la medida en que la cualidad es potencial y universal. Además de ello, dado que la materia es la que resiste, hay en la segundidad una reacción. La tercera categoría, la terceridad, es la que comprende las leyes contempladas desde fuera, y una vez son examinadas “ambas caras de la moneda” se llaman pensamientos, de manera que los pensamientos poseen un estatus diferente al de las cualidades y los hechos dado su carácter general, por lo que ha de ser entendido como referido a cualquier cosa posible independientemente de su existencia temporal. Además de ello, “[...] la ley requiere un tipo particular de sujeto, el pensamiento o, como se suele decir en este contexto, la mente, como un tipo particular de sujeto extraño a la acción meramente individual” (EF, 245-291; CP 1: 417-520).

II. LOS SIGNOS

Por otro lado, conforme a las categorías se desarrolla el signo. De éste la definición más simple consiste en que un signo, o representamen, es algo que, para alguien, representa o se refiere a algo en algún aspecto o carácter. Se dirige a alguien, esto es, crea en la mente de esa persona un signo

equivalente, o tal vez, un signo aún más desarrollado. Este signo creado es lo que Peirce llama el interpretante del primer signo. El signo está en lugar de algo, su objeto (OLS, 261-276; CP 2: 274-308). De esta manera, un signo, o representamen, es un primero que está en tal relación triádica con un segundo, llamado su objeto, que es capaz de determinar un tercero, que es llamado su interpretante, para que asuma la misma relación triádica con su objeto en la que él mismo está respecto a ese mismo objeto. La relación triádica es genuina, es decir, sus tres miembros están unidos por ella de una forma que no consiste en un complejo de relaciones diádicas. En otras palabras, un interpretante se vuelve representamen de su propio objeto, dando paso a una nueva relación triádica de la cual, de la misma manera, puede surgir otra.

Peirce establece que todo razonamiento constituye una interpretación de signos de algún tipo y estipula que son tres: íconos, índices y símbolos. Las semejanzas o íconos son aquellos que transmiten ideas de cosas mediante imitación, es decir que comparten, o más bien representan, una serie de características de cosas. Así pues, hay tres clases de semejanzas, la primera corresponde a los signos de conexión física, como es el caso de las fotografías, las cuales se producen bajo circunstancias tales que están físicamente obligadas a corresponder fielmente a la naturaleza. La segunda clase de semejanza corresponde a las semejanzas en matemática, las cuales tienen un importante papel en el razonamiento matemático, pues su utilidad para los matemáticos reside en que sugieren, de una manera muy precisa, aspectos nuevos de supuestos estados de cosas. Por último, la tercera y última clase de semejanza corresponde a las semejanzas puras como lo son, por ejemplo, la comunicación que tiene lugar a partir de la imitación de sonidos, la imitación de gestos y dibujos.

Las indicaciones o índices nos muestran algo sobre las cosas por estar físicamente conectados con ellas, esto es, nos brindan una información respecto de algo y esta dependerá del contenido de

la experiencia del interlocutor. Pues, la transmisión de dicho contenido informativo, es decir el cómo, debe estar conectado con la experiencia de éste. A manera de ilustración, Peirce propone un ejemplo que versa más o menos de la siguiente manera: dos hombres caminan juntos por un sendero mientras hablan. Uno de los hombres le dice al otro: “El dueño de esa casa es el hombre más rico de este lugar”. El otro hombre pregunta a cuál casa se refiere y el hombre le dice “¿No ves una casa a tu derecha más o menos a siete kilómetros de distancia sobre la colina?” El hombre asiente y éste responde: “Pues bien, esa es la casa” (MS 404; EP 2: 4-10).

El anterior ejemplo resulta útil en la medida en que nos muestra que, a menos que se haga una descripción detallada de la situación, es posible que para una persona que desconoce el entorno específico de dicha afirmación, puede resultar poco o nada informativo un comentario de ese tipo, pues desconoce las condiciones en las que se da. Otros ejemplos que menciona el autor son los siguientes: “un reloj de sol o un reloj indican la hora del día. Los geómetras colocan letras en diferentes partes de sus diagramas y luego usan esas letras para indicar esas partes” (*Ibidem*).

Los símbolos o signos generales corresponden a la última clase de signo propuesta por Peirce. En el texto *¿Qué es un signo?* (1894) retoma algunos de los significados que le son atribuidos al símbolo, como lo son el de un signo convencional, o el de uno que depende de un hábito (adquirido o innato), o aquel que significa una cosa unida a otra. Para ilustrar lo anterior, propone los siguientes ejemplos: “[...] el credo de una iglesia se llama símbolo, porque sirve como insignia o lema; una entrada de teatro se llama "símbolo"; todo boleto o cheque que le da a uno derecho a recibir algo es un "símbolo". Además, toda expresión de sentimiento se llamó un "símbolo". Tales fueron los principales significados de la palabra en el lenguaje original.” [...] “Toda palabra corriente, como "dar", "pájaro", "matrimonio", es un ejemplo de un símbolo. Es aplicable a todo lo que puede encontrarse que realiza la idea conectada con la palabra; no identifica, por sí misma,

esas cosas. No nos muestra un pájaro, ni realiza delante de nuestros ojos una donación ni un matrimonio, pero se supone que somos capaces de imaginar esas cosas, y de haber asociado la palabra con ellas” (MS 404; EP 2: 4-10). Por otro lado, Peirce advierte un desarrollo progresivo entre los tres tipos de signos. En el caso de la semejanza, esta solo establece que las cualidades de un objeto se parecen a las de otro, además, provoca sensaciones análogas en la mente de quien la advierte, pero sus cualidades se encuentran alejadas de tales sensaciones. El índice, por su parte, sí está conectado físicamente con el objeto, pero, en este caso, la mente que interpreta no interfiere en dicha conexión más allá de la observación luego de haberse establecido. En cuanto al símbolo, este se encuentra conectado a su objeto en función de la idea que provee la mente que usará los símbolos, pues de ella depende la conexión entre éstos. De acuerdo con esto, “un símbolo, como hemos visto, no puede indicar ninguna cosa particular; denota una clase de cosa. No sólo eso, sino que él mismo es una clase y no una cosa singular” (*Ibidem*). Otra característica que puede atribuirse a los símbolos es que, al parecer, son cambiantes, pues éstos “crecen” en la medida en que se renuevan y varía su significado de una época a otra y se articulan con otros para formar otros signos.

Es importante señalar que, de acuerdo con Peirce, nuestro pensamiento se da únicamente a partir de signos, y tales signos poseen una naturaleza mixta, de los cuales se llaman conceptos a sus partes simbólicas. De esta manera, si se crea un nuevo símbolo, es por medio de pensamientos que involucran conceptos. Por lo cual, solo a partir de un símbolo puede crearse uno nuevo. (*Ibidem*). Por lo anterior, entiende la acción de razonar como el acto de ordenar signos, de manera que el razonamiento no es posible sin ellos, pues en todo razonamiento hemos de encontrar una mezcla de las tres clases de signos por él expuestas.

III. ABDUCCIÓN E HIPÓTESIS

Hacia 1878, año en el que se escribe *Deducción, inducción e hipótesis*, Peirce denominaba ‘hipótesis’ a un tipo de inferencia sintética obtenida a partir de una regla y un resultado. Esto, teniendo en cuenta que la inferencia conocida como Bárbara es obtenida a partir de una regla y un caso, y de ellas se obtiene un resultado; de ahí la diferencia con la deducción. Así, la hipótesis tiene la siguiente forma:

Regla. - Todas las judías de esta bolsa son blancas.

Resultado. - Estas judías son blancas.

Caso. - Estas judías son de esta bolsa.

En este ejemplo, propuesto por el mismo Peirce, tomamos lo anterior como el ejercicio de generar una hipótesis en la cual, a partir de una información ya dada, infero lo que podría tenerse por caso. Lo que se dice en dicho artículo, cuyo fin es plantear los tres tipos de razonamiento, a saber: deducción, inducción e hipótesis, es que “La hipótesis se da cuando encontramos alguna circunstancia muy curiosa, que se explicaría por la suposición de que fuera un caso de cierta regla general, y en consecuencia adoptamos esa suposición. O, cuando constatamos que en ciertos aspectos dos objetos guardan una marcada semejanza, e inferimos que se asemejan entre sí notablemente en otros aspectos” (DIH, 65-90; EP 1: 186-199).

Otro ejemplo que se plantea en dicho artículo es el siguiente: “Se han descubierto fósiles; digamos, restos como de peces, pero muy en el interior del país. Para explicar el fenómeno, suponemos que el mar cubrió en tiempos remotos esa tierra.”. Aunque se plantea la hipótesis como un argumento muy débil, también se asume que cuando adoptamos una, no es únicamente porque explique los hechos observados, sino también porque la hipótesis contraria llevaría probablemente

a resultados contrarios a los observados. Desde luego, no se niega ni se deja de lado que hay ciertas uniformidades en la Naturaleza, cuyo conocimiento reforzará mucho una hipótesis.

Ahora bien, para construir una hipótesis hay, en dicho texto, cuando menos, tres reglas que deben ser cumplidas: (i) Una hipótesis debe estar sometida, o presta, a discusión. Su verdad dependerá de las observaciones posteriores sobre lo que afirma. Debe poderse realizar una aproximación al resultado de las predicciones de la hipótesis. (ii) No habrá de escogerse un tipo específico de predicciones para las que la validez de la hipótesis está ya dada. (iii) El procedimiento en el que se determina el éxito de una predicción debe ser imparcial.

La hipótesis propicia afirmar más de lo que se puede observar, por lo cual permite inferir hechos de una clase/ tipo diferente, a partir de hechos de otra clase /tipo determinada. Esto, de acuerdo con Guy Debrock, en el artículo *El ingenioso enigma de la abducción*, plantea que, al ser la hipótesis el tipo de argumento/razonamiento de un carácter explicativo y a su vez afirmativo⁴ es de un carácter altamente falible, pero, debido a eso, brinda mayores posibilidades de conocimiento, lo que llevaría a Peirce a plantear que toda ciencia depende de la abducción:

[...] la idea de que todo conocimiento humano es falible, la idea de que hay algo como la verdad absoluta y la idea de que no puede haber conocimiento sin hipótesis. Más aún, esas tres ideas siempre permanecieron inseparables en su pensamiento: todo conocimiento nace de la hipótesis y, aunque toda hipótesis sea esencialmente falible y por tanto sea el eslabón más débil de toda investigación, es el único camino que puede llevarnos a la verdad. (Debrock, 1998:21-41).

Hasta este punto, el Peirce “joven” considera la abducción, aún no denominada bajo ese nombre por él, como un tipo de inferencia que surge de una alteración de una inferencia deductiva, a partir

⁴ En el sentido de brindar mucha más información sobre los hechos o fenómenos. Esto es, afirmar más cosas.

de la cual, mediante unos cambios en la estructura de la inferencia, se obtenía como conclusión una hipótesis. Lo anterior sugiere que antes de 1900, al parecer, aún no eran muy bien distinguidos los procesos de inferencia: inducción, deducción e hipótesis, dado que se entendía esta última como el resultado de una alteración. Así, a partir de ese año, se construye la versión final de lo que será entendido, ahora sí, por abducción.

Pero ¿qué trae de nuevo la abducción para que sea la teoría que siente la distinción definitiva entre lo que era llamado hipótesis, ahora abducción, e inducción? De acuerdo con Lúcia Santaella en el artículo *La evolución de los tres tipos de argumento: inducción, deducción y abducción* (1998), “al afirmar tanto en 1866 como en 1878 que la inducción infiere de un conjunto de hechos para un conjunto de hechos similares; y la hipótesis, de hechos de un tipo para hechos de otro tipo, Peirce se daba ya cuenta de que sólo la hipótesis muestra un poder verdaderamente ampliativo. [...] Lo que le faltaba era llevar el descubrimiento de la función creativa de la hipótesis a consecuencias más radicales. [...] Mas eso sólo sería alcanzado con la emergencia de la abducción” (pp.9-21).

Peirce sostiene que la abducción, en su sentido más amplio, puede ser definida como una forma de razonamiento cuya conclusión es una hipótesis (CP 2.96, c. 1902). Sin embargo, en su estado más fuerte no da lugar a deducciones de ningún tipo, pues se plantea ya como una inferencia que no puede ser reducida a ninguno de los otros dos tipos de inferencia (deducción e inducción). Además, esta nueva concepción incluye un elemento posterior, tanto para su distinción como para su consolidación, pues la hipótesis es adoptada para ser comprobada. Constituye “[...] un tipo de razonamiento que, sin dejar de tener una forma lógica, tiene un carácter instintivo y es, antes que otra cosa, un proceso vivo de pensamiento” (Santaella, 1998:6).

Ahora bien, como proceso vivo de pensamiento, pone a la abducción como el punto de partida de toda investigación, puesto que señala que en la búsqueda de una explicación para algún suceso particular se parte de una proposición que estipule predicciones para lo acontecido, las cuales deben tener altas probabilidades para dichas circunstancias. De acuerdo con esto, la hipótesis resulta sugerida por los hechos y es a ese proceso al que se da el nombre de ‘abducción’. Luego de ser formulada la hipótesis, debe realizarse un ejercicio de revisión en el que se estipulen sus consecuencias tanto necesarias como probables experimentalmente para que pueda ser verificada a partir de la comparación de los resultados experimentales en la realidad con las predicciones estipuladas por la hipótesis. Cuando lo que supone la hipótesis es verificado, se considera que sus predicciones han sido comprobadas. Este procedimiento pone la inducción como un proceso de confirmación de las generalidades que plantea ya la abducción. De manera que:

La inducción se convierte en el único proceso comprobatorio y la abducción en aquel proceso que lleva no a la adopción de hipótesis como opiniones finales, sino a las propias hipótesis, a su adopción como puro "poder ser". Así la probabilidad, que es un rasgo de la inducción sólo puede afectar a la inducción para establecer una verificación inductiva. Al ser colocada en el papel de la primera forma de inferencia lógica en la investigación científica, la abducción pasa de simple subsidiaria de la inducción –que era el papel que desempeñaba en el primer periodo– a ocupar el lugar privilegiado en el que acontece la creatividad en la ciencia. Por eso mismo, la abducción ejemplifica evidentemente la amalgama perfecta entre los aspectos lógicos y psicológicos del proceso, engendrando los fundamentos hipotéticos sobre los que la deducción y la inducción deben entonces construirse. (Santaella, p.8).

De ahí que se afirme que tanto deducción como inducción se construyen sobre la base de la abducción, lo que sienta su importancia para el desarrollo de la ciencia. Por otro lado, existen,

además, al menos tres tipos de hipótesis explicativas: (i) sobre hechos no observados, pero susceptibles de observación; (ii) imposibles de ser observadas; (iii) refieren a entidades que actualmente no son observables; sin embargo, este artículo no se centra en la explicación de las mismas.

Con relación a las categorías, Santaella dice: “Antes de 1900, los modos de inferencia estaban relacionados con las categorías a la luz del grado de certeza de cada uno de esos modos en el siguiente orden decreciente: deducción (terceridad), inducción (segundidad) e hipótesis (primeridad). Cuando fueron concebidos como estadios de la investigación, la relación pasó a ser: abducción (primeridad), deducción (segundidad) e inducción (terceridad), pues se trata aquí no del grado de fuerza de cada uno de los argumentos lógicos sino más bien de su orden de interdependencia en el proceso” (p.8).

IV. CONSIDERACIONES FINALES

Resulta evidente que las categorías atraviesan de una manera importante los aspectos aquí abordados del pensamiento peirceano. Ya que las divisiones y clasificaciones triádicas son tan comunes en los estudios realizados por Peirce, es notable cómo cada parte de las cuestiones aquí tratadas se puede relacionar una a una con la categoría correspondiente, de manera que nos encontramos que, de la misma manera en que los signos corresponden uno a uno con cada categoría (el índice a la primeridad, el ícono a la segundidad y el símbolo a la terceridad), los tres tipos de

argumento se cruzan, cada uno, con la categoría que le corresponde, siendo el orden el siguiente:
la abducción con la primeridad, la deducción con la segundidad y la inducción con la terceridad⁵.

⁵ Cabe resaltar que esta afirmación sobre la correspondencia entre tipos de argumento y categorías no ha sido obtenida directamente de Peirce, sino de una interpretación que Lucia Santaella hace de éste en el texto: *La evolución de los tres tipos de argumento: abducción, inducción y deducción*.

CAPÍTULO 2: LA CLASIFICACIÓN DE LAS CIENCIAS

Peirce establece una estructura clasificatoria para las ciencias en la que sitúa en la cabecera a la matemática. Al establecerla, además, determina que cada una de las ciencias que se va desprendiendo una de otra, se dispone así porque recibe aplicaciones de las que la preceden. Los criterios de acuerdo con los cuales se determina dicho orden clasificatorio son de suma importancia para entender el porqué se sitúa la matemática en la cabeza del esquema. Por ello, la primera cuestión que debe tratarse es el esquema clasificatorio (i), y en segundo lugar, qué se entiende por ciencia primera y por qué la matemática es considerada como tal (ii). Cabe aclarar que la mayor parte del esquema, y del tema como tal, se desarrolla a partir del desgloce de la forma en que se distribuyen las ciencias del descubrimiento, entendiendo, de antemano, que las dos tipologías que la acompañan reciben aplicaciones de ellas. Por ello, se dice que la matemática está situada en el primer lugar con respecto a todas las demás y no solamente de las llamadas ciencias del descubrimiento. Sin embargo, este asunto se desarrolla en las líneas que siguen.

I. EL ESQUEMA

La clasificación de las ciencias, que si bien de entrada no parece relacionarse directamente con el tema de los signos y las categorías, nos permite comprender los escalones que nos llevan al conocimiento que nos otorga cada disciplina, entendiendo que estas nos permiten adquirir información sobre el mundo y, sabiendo que las categorías de Peirce siendo tres tienen tanto aspectos ontológicos como fenomenológicos, conviene saber en qué “estatus” se encuentra este último, entendido como la forma en que se nos manifiesta el mundo. Por esto, es pertinente

comprender dicha clasificación que se desprende de la siguiente manera, a saber, advierte Peirce, que toda ciencia puede ser: i) de descubrimiento; ii) de revisión; o iii) práctica.

Las ciencias del descubrimiento, a su vez, se dividen en: i) matemáticas; ii) filosofía; e iii) ideoscopia. Las ciencias de la revisión, por su parte, se ocupan de organizar los resultados de los descubrimientos que arrojan las investigaciones a partir de las recopilaciones y dando paso a la construcción de una filosofía de la ciencia. En cuanto a las ciencias prácticas, si bien Peirce realiza una clasificación de estas, lo que nos interesa en este estudio, realmente, es la clasificación que se desprende de las ciencias del descubrimiento, puesto que se supone son estas las que nos llevan al conocimiento del mundo. Así, pues, la matemática se divide en: i) matemática de la lógica; ii) matemática de las series discretas; y iii) matemática de los continuos y los pseudocontinuos. La filosofía, por su parte, en: i) fenomenología; ii) ciencias normativas; y iii) metafísica. Dentro de esta subdivisión, nos encontramos con que la fenomenología, que constituye una subrama de la filosofía, se encarga del estudio de las clases de elementos que se encuentran en el fenómeno de forma universal, siendo el fenómeno lo que está presente en la mente en cualquier tiempo y forma. Las ciencias normativas se ocupan de lo que debe y no debe ser y se dividen en: i) estética; ii) ética; y iii) lógica. La metafísica, por otro lado, se divide en i) general u ontológica; ii) psíquica o religión; y iii) metafísica física. Finalmente, de las tres subdivisiones de las ciencias del descubrimiento, se encuentra la ideoscopia, la cual se ocupa de dos ramas: i) ciencias físicas; y ii) psíquicas o ciencias humanas (EF, 103-107; EP 2: 258-262).

Otro esquema/diagrama importante a tener en cuenta con respecto a las Ciencias es el que se encuentra en las Lowell Lectures, el cual es, tal cual, como sigue⁶:

⁶ Este esquema se ha incluido dentro de este texto tal cual aparece en las Lowell Lectures.

1) MATHEMATICS

2) PHILOSOPHY

which consists of:

a) Phenomenology

b) Normative Science

which consists of:

i) AESTHETICS

ii) ETHICS

iii) LOGIC

which consists of:

a) Philosophical Grammar

b) Critical Logic

c) Methodeutic

c) Metaphysics

3) PHYSICAL SCIENCE

En ambos esquemas, que coinciden en la mayor parte de los aspectos, encontramos a la matemática situada de primera, así como la filosofía de segunda y las ciencias físicas en el tercer lugar. Con esto, queda claro el lugar dado a la matemática con respecto a las demás ciencias, el cual es de primera ciencia.

II. QUÉ SE ENTIENDE POR CIENCIA PRIMERA Y POR QUÉ LA MATEMÁTICA ES CATALOGADA COMO TAL

Si bien el esquema nos deja claro que hay una ciencia primera y que esta es la matemática, de ello resulta necesario entender, pues, en qué consiste, o a qué se llama, “ciencia primera” y por qué la matemática ocupa dicho lugar. Así pues, de acuerdo con los escritos de Peirce, y de algunos de sus intérpretes, se entiende por ciencia primera aquella ciencia que se encuentra ubicada por encima de todas las demás y que no recibe, en forma alguna, aplicaciones de estas. Es decir, una ciencia primera es aquella que no es precedida por ninguna otra.

En consecuencia, si el criterio de comparación es, como sigue, el nivel de abstracción con el que cuente cada ciencia:

“[...]en la medida en que las ciencias pueden ser dispuestas en una serie atendiendo al grado de abstracción de sus objetos, y que cada ciencia extrae sus principios reguladores de las que son superiores a ella en abstracción, mientras que los datos para sus inducciones los extrae de las ciencias menos abstractas” (EL, 220-242; CP 3: 425-455).

Entonces la ciencia con mayor abstracción de la realidad, es decir la que tenga menos necesidad de referir a los hechos, o simplemente no lo haga, será la que ocupe el lugar de la ciencia primera.

Y si, al respecto nos encontramos con que, de acuerdo con Peirce:

“La matemática es la más abstracta de todas las ciencias, pues no hace observaciones externas ni afirma nada como hecho real. Cuando el matemático se ocupa de los hechos, éstos se convierten para él en meras "hipótesis", por cuanto que renuncia a ocuparse de su verdad. La ciencia de la matemática es toda ella una ciencia de hipótesis, por lo que no se podría hacer una abstracción más completa a partir de la realidad concreta” (*Ibidem*).

Queda claro que al ser el grado de abstracción el criterio de acuerdo con el cual es determinada la arquitectónica de las ciencias, en la que las ciencias de menor abstracción deben recibir aplicaciones de las que poseen una abstracción mayor, la matemática, siendo la más abstracta de todas, debe ocupar el primer lugar.

CAPÍTULO 3: APROXIMACIÓN A LA CONCEPCIÓN GLOBAL DE LA MATEMÁTICA EN C. S. PEIRCE

Pese a la importancia que da el mismo Peirce a la matemática dentro de sus escritos, como se ha dicho, son pocos los intérpretes suyos que trabajan el concepto de la matemática bajo el cual desarrolló sus trabajos dentro y sobre esta. No obstante, es posible encontrar, si bien no trabajos centrados específicamente en dicho concepto, menciones hechas al respecto por algunos de los estudiosos de su obra, ya sea en textos sobre los trabajos lógicos de Peirce, categorías o semiótica. Dichas menciones contribuyen a la construcción del sentido del concepto de matemática bajo el cual operó y desarrolló su pensamiento Peirce y es por ello que en este capítulo, en el que se pretende esclarecer la concepción global de la matemática planteada por Peirce, se desarrollará de la siguiente manera: en primer lugar (i), se abordará la matemática desde las interpretaciones hechas sobre Peirce; en segundo lugar (ii), se revisará, someramente, lo dicho propiamente por Peirce al respecto; y, por último, se cruzarán tanto las interpretaciones como lo dicho por Peirce para obtener un poco de precisión con respecto a la noción peirceana de matemática.

I. CONSIDERACIONES ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE MATEMÁTICA EN PEIRCE A PARTIR DE ALGUNAS INTERPRETACIONES REALIZADAS POR OOSTRA Y EISELE

De acuerdo con el profesor Arnold Oostra, estudioso de la obra peirceana en el ámbito de la matemática y la lógica, Peirce toma como acertado, inicialmente, el concepto de matemática planteado en 1870 por su padre, Benjamín Peirce, el cual esboza que corresponde a “la ciencia que se ocupa de obtener conclusiones necesarias”. Esto lo hace en contraposición con lo que, señala,

es la definición corriente de la matemática, la cual la concibe como “la ciencia de la cantidad”, puesto que, advierte, parece una mala comprensión de una definición bastante anterior que la sentaba como la ciencia de las cantidades, i.e., “de las formas que poseen cantidad” (CP 4: 228-243). Además, dice Oostra, no solo obtiene conclusiones necesarias, sino que lo hace a partir de “estados hipotéticos”, dándole otro sentido y mayor concreción a su definición. Ahora bien, dado que la matemática trata únicamente de situaciones hipotéticas, no afirma nada fáctico, lo cual, de acuerdo con sus planteamientos, explica el carácter hipotético de sus conclusiones.

Oostra, además, hace constante hincapié en la suma importancia de la comprensión del razonamiento matemático, como el método empleado por esta, para comprender los estudios de la obra de Peirce; dicho método consiste en construir un diagrama de acuerdo con un precepto general y observar en él las relaciones que tienen lugar entre sus partes, además, estos diagramas incluyen formulas algebraicas y gráficos geométricos. Asimismo, resalta que la actividad matemática incluye, por naturaleza, la formulación de las hipótesis sobre las cuales trabajará y concluirá.

Sobre las partes y/o la división de los estudios o tipos de estudios, de la matemática, Oostra señala que, para Peirce, si bien álgebra y geometría no son contradictorias, se caracterizan de formas diferentes, razón por la que rechaza dicha división de la matemática, lo que conlleva a que se plantee una división basada, más bien, en los tipos de hipótesis generadas por la matemática, esto es, según lo que refieran tales hipótesis.

A su vez, la división de la matemática según las hipótesis y su objeto, dan lugar a una clasificación tripartita de la matemática basada en estas, quedando de la siguiente manera:

1. De la lógica
2. De las series discretas (aritmética)

3. Del continuo (cálculo y análisis matemático)

De manera que según el fin para el cual se construyen ciertas hipótesis dentro de la misma matemática, generan unos ámbitos de estudio e investigación particulares de los que se esta se ocupa y que pasan a ser llamados “las partes de la matemática”.

En el artículo *Una reseña de la lógica matemática de Charles S. Peirce*, el profesor Oostra menciona la faceta de matemático, al parecer poco conocida, de Peirce resaltando, también, que realizó aportes significativos a la matemática y subraya que lo hizo mediante los trabajos que desarrolló en el campo de la lógica. Lo cual puede ser una consecuencia de la íntima relación que siempre se ha establecido entre matemática y lógica, más aun siendo un estudio realizado por Peirce si tenemos en cuenta la dependencia que, según él, existe por parte de la lógica hacia la matemática.

En el mismo artículo, Oostra comenta que existen “[...] reflexiones novedosas y originales de Peirce sobre la naturaleza de la matemática, sobre su clasificación y su relación con otras ciencias, en especial sobre su contraste con la lógica” (Oostra, 2008:14), razón que sirve para justificar el porqué de la necesidad de realizar la debida distinción de ambos estudios. También comenta, por otro lado, que la matemática guarda una relación importante con la iconicidad, en tanto hay semejanzas e íconos matemáticos que sirven de facilitadores del razonamiento matemático y deductivo.

Ahora bien, otro rasgo distintivo de la matemática es que corresponde a una ciencia primaria en la medida en que no requieren justificación por parte de otras ciencias, ni fundamentación. Por el contrario, de acuerdo con la arquitectónica de las ciencias propuesta por Peirce, las demás ciencias dependen de ella:

“Ese principio fue el que siguió Peirce cuando construyó su propia clasificación sistemática de las ciencias: un sistema de carácter presuposicional en el que los principios conceptuales de cada grupo o familia de ciencias proceden de las ciencias situadas en el nivel superior de la jerarquía. Dentro de este esquema, elaborado por Peirce desde 1902, las ciencias denominadas "del descubrimiento", es decir, el grupo de las ciencias que interesan el tema del congreso⁷ está constituido por las matemáticas, la filosofía y aquéllas que llamó Peirce "ciencias especiales", o sea las nuevas disciplinas que se ocupan de la "acumulación de hechos nuevos" (CP 1: 184, 1903). De esta manera, las matemáticas son "primitivas" porque son independientes de toda otra ciencia, mientras que la filosofía presupone y depende conceptualmente de las matemáticas, y es claro que las dos subdivisiones de las ciencias especiales, la física y la psíquica, presuponen y son por tanto dependientes de la filosofía y de las matemáticas” (Jappy, 1998: 1)⁸.

Así, sabemos, entonces, que la matemática fuera de trabajar y obtener conclusiones sobre estados hipotéticos, tiene una aplicación sobre el resto de las ciencias de las cuales derivamos nuestro conocimiento sobre lo que nos rodea debido a que las precede.

Por su parte, Carolyn Eisele, quien, según varios estudiosos de Peirce, ha sido su más grande defensora como matemático y quien, de hecho, construyó una de las obras obligadas del tema: *The New elements of Mathematics* (1976), incluye, dentro de dicha obra, la definición de matemática ya mencionada por Oostra, y bastante bien conocida, en la que se concibe a la matemática como

⁷ El texto de Jappy fue escrito para ser presentado en un congreso que versó sobre las ciencias especiales, de ahí que lo mencione como tema de interés para ese evento específicamente. Aunque en el artículo como tal no se da información específica sobre dicho congreso.

⁸ Introduzco esta cita como soporte de lo que se menciona con respecto a la característica de la matemática de ser una ciencia que tiene aplicación sobre las demás. No obstante, Tony Jappy no realiza, propiamente, un estudio sobre la matemática o su concepto, sino más bien sobre algunos aspectos que se relacionan con la lógica. Por ello, no se trabaja sobre las interpretaciones de Jappy en torno al concepto de la matemática, ya que no hay un texto que se enfoque específicamente en ello, sino solo algunas menciones en textos que versan sobre otros temas, como en este caso.

la ciencia que obtiene conclusiones necesarias sobre estados hipotéticos de cosas. Pero, además, al igual que el profesor Oostra, como buena defensora del trabajo matemático de Peirce precisa que, como ciencia que trabaja sobre hipótesis, la división de sus campos de estudio debe realizarse con base en este mismo criterio o, más aún, con base en la complejidad de las hipótesis sobre las que trabaja (NEM, 257), siendo la siguiente la clasificación de los estudios de la matemática:

- Matemática de la lógica (Solo dos grados de valor: Verdad y falsedad)
- Matemática de las series finitas
- Matemática de integrales (Teoría de números)
- Matemática de cantidades irracionales (teoría de funciones)
- Matemática del continuo (topology or geometrical topic or topical geometry)⁹

Dentro del estudio que hace Eisele del pensamiento matemático de Peirce, no hay amplitud sobre la noción de matemática como tal, sino en torno a diferentes aspectos relacionados con esta, como lo son los tipos de matemática mencionados, de los conceptos de cada uno y una contextualización de los mismos con los trabajos de otros matemáticos de la época.

Aunque resulta evidente que no son muchos los interpretes que se han ocupado del asunto de la matemática en un plano conceptual, también lo son los puntos en los que coinciden en torno al tema, lo cual es importante en la medida en que permiten obtener un poco de claridad sobre las ideas expuestas por Peirce al respecto. Así pues, es claro, de primera mano, que para Peirce la matemática es un estudio que obtiene conclusiones necesarias sobre estados hipotéticos de las cosas y que es esa condición la que lo sitúa como un estudio primitivo y, por ende, una ciencia

⁹ Original en inglés en: NEM, 257.

primera de la cual deben recibir aplicación todas las que se sitúan después. Por otro lado, aunque ambos estudiosos de Peirce, Oostra y Eisele, coinciden con respecto al criterio que define la división de la matemática, en tanto depende de los tipos de hipótesis que genera, Oostra considera una clasificación tripartita (de las que son comunes en Peirce) y Eisele tiene en cuenta dos más.

II. ¿QUÉ DICE PEIRCE SOBRE LA MATEMÁTICA?

Al algunos de los principales textos de Peirce, se pueden encontrar varias referencias a la matemática en tanto primera ciencia (o estructura), su relación, y también distinción, con la lógica y otros diversos estudios en torno a conceptos problematizados al interior de la matemática, como es el caso del continuo, y el trabajo sobre los diagramas. En dichos textos no parece haber uno que se ocupe particularmente en definir qué es la matemática, pero sí varios escritos sobre la lógica en los que se mencionan algunas distinciones con respecto de la matemática y que permiten vislumbrar rasgos al parecer propios de esta.

Para Peirce, resultaba evidente que no había ninguna duda del objeto de estudio de la matemática, al punto de no suscitarse discusión alguna alrededor de ello, pues, dice: “Es un hecho histórico destacable que hay una rama de la ciencia en la que no ha habido nunca una disputa prolongada acerca del objeto de estudio propio de esta ciencia. Esta ciencia es la matemática” (EL, 220-242; CP 3: 425-455). Esto, parece hacerla gozar de una suerte de “inmunidad” con respecto a discusiones de tal índole, lo que puede deberse a que tal objeto de estudio (de la matemática), según dice, es construido por la propia mente del matemático: “Tampoco es difícil de hallar la causa de esta inmunidad de las matemáticas. Proviene del hecho de que los objetos que observa el matemático y a los que se refieren sus conclusiones son objetos de la creación de su propia mente

(*Ibídem*)”. Dicho objeto de estudio al que Peirce se refiere y que, menciona, corresponde a una creación de la mente del matemático son las hipótesis a partir de las cuales opera la matemática.

Así, pues, los hechos pasan a ser hipótesis dentro de la matemática y sus estudios, razón por la que no se ocupa de su verdad (de los hechos):

“La matemática es la más abstracta de todas las ciencias, pues no hace observaciones externas ni afirma nada como hecho real. Cuando el matemático se ocupa de los hechos, éstos se convierten para él en meras "hipótesis", por cuanto que renuncia a ocuparse de su verdad. La ciencia de la matemática es toda ella una ciencia de hipótesis, por lo que no se podría hacer una abstracción más completa a partir de la realidad concreta” (*Ibídem*).

Esto quiere decir que la matemática es, a su vez, la ciencia de mayor abstracción y, además, que otro de sus rasgos característicos es que no afirma nada del mundo fáctico más allá de lo que pueda ser meramente hipotético.

Aunque lo anterior pareciera una falencia de la matemática como base, o referente, de las demás ciencias, que sí se relacionan con los hechos y demás, parece que contrario a ello la consolidara como tal:

“[...] las ciencias pueden ser dispuestas en una serie atendiendo al grado de abstracción de sus objetos, y que cada ciencia extrae sus principios reguladores de las que son superiores a ella en abstracción, mientras que los datos para sus inducciones los extrae de las ciencias menos abstractas” (*Ibídem*).

Dado ello, en la medida en que las ciencias sean organizadas según su grado de abstracción, y la matemática es la ciencia con mayor grado de abstracción de la realidad, esta es referente obligado de todas las demás ciencias.

En cuanto al pensamiento matemático, Peirce lo denomina como diagramático, icónico, y dice:

“En el razonamiento matemático hay una especie de observación, por cuanto que un diagrama geométrico o conjunto de símbolos algebraicos se construye conforme a un precepto establecido abstractamente, pero entre las partes del mismo se observa que se dan ciertas relaciones distintas de las expresadas en el precepto. Tales relaciones, establecidas abstractamente y generalizadas de suerte que resulten aplicables a cualquier diagrama construido conforme al mismo precepto, dan lugar a la conclusión” (EL, 243-250; CP 2: 203-218).

El diagrama es utilizado para representar. Pero esa representación puede ser tanto de algo probado como de alguna cuestión hipotética, siendo esta última la más común, y dando lugar a un método diagramático de la matemática que permite trabajar sobre estados hipotéticos.

III. CONSIDERACIONES FINALES: CÓMO ENCAJA LO DICHO POR PEIRCE Y LAS INTERPRETACIONES DE OOSTRA Y EISELE

Para concluir, es claro que la matemática se constituye como una ciencia que construye su conocimiento a partir de hipótesis y, asimismo, de las verdades que obtiene, dejando de lado los hechos como tal. Esto es algo en lo que coinciden los interpretes trabajados y que puede corroborarse en los escritos de Peirce como se presentaron. Así, pues, la matemática trabaja sobre hechos hipotéticos y las verdades que obtiene se rigen por el mismo principio (el de ser hipotéticas). Por otro lado, la matemática se sienta como la ciencia de la cual deben recibir aplicación todas las demás, y esto se debe a su alto rango de abstracción, es decir, la característica inherente que tiene de ser altamente abstracta y que justifica su condición de no ocuparse de los hechos más allá que en forma de meras hipótesis.

CAPÍTULO 4: ¿LÓGICA EN LA MATEMÁTICA O MATEMÁTICA EN LA LÓGICA?

APROXIMACIÓN A LA DEFINICIÓN DE LÓGICA Y SU DISTINCIÓN CON LA MATEMÁTICA

La constante referencia a las cuestiones lógicas cuando se habla de matemática y la naturaleza lógica de los enunciados hipotéticos generan la necesidad de distinguir ambos estudios, o ciencias. El tener mayor claridad sobre los objetos de estudio de la lógica y de la matemática, además, puede contribuir a tener una mejor comprensión de ambas ciencias. Por ello, la primera cuestión a abordar debe ser la definición de lógica a partir de algunos textos escritos por el mismo Peirce y la interpretación que hace Guy Debrock de uno de sus textos (i); en segundo lugar, se realizará un somero contraste entre lógica y matemática según sus ámbitos de trabajo (ii); y, por último, se intentará precisar, a partir de lo expuesto en los dos puntos anteriores, cuál recibe aplicación de la otra, es decir si la lógica recibe aplicaciones de la matemática o la matemática de la lógica (iii).

I. DEFINICIÓN DE LÓGICA

En su Cuaderno de lógica 1 de 1867, Peirce, mediante una serie de disertaciones, en muchos casos vagos y un poco desarticulados, reflexiona sobre los objetos de estudio de la lógica y las relaciones que estos tienen con el mundo, así como aquello que hace verdadera a una proposición. Sin embargo, el enfoque del análisis se concentra en los enunciados en tanto verdaderos de acuerdo con las relaciones existentes entre lo que representan y lo representado. Para este momento, aunque lejos de precisar una noción, o concepto, de lógica, ya determinaba cuál era el objeto de ésta, teniendo muy en cuenta la verdad o falsedad de las proposiciones, además de la correspondencia entre las palabras y las cosas, de acuerdo con lo cual, señala que el significado de una cosa depende

de su correspondencia con una concepción. Siendo claro que la “concepción” a la que se refiere Peirce consiste en el conocimiento de las cosas y su representación, tanto en el mundo como en la imaginación. Así, el significado de una palabra no depende únicamente de su aplicación a los hechos, entendidos como lo que hace parte de la realidad que observamos en el momento mismo, sino también a casos imaginarios, así como también a la imagen, si así se le quiere llamar, mental que tenemos de los objetos en nuestro imaginario.

Posteriormente, en 1896, en el texto *Lógica Regenerada*, se introduce a la lógica como la ciencia que sienta las leyes del establecimiento estable de creencias. Pero hacia 1902, cuando ya empezaba a concretar varios conceptos clave de su pensamiento como, por ejemplo, el papel de la máxima pragmática en el conjunto de este, y según él, consciente del estado de construcción en el que aún se encontraba ésta, señaló que su objeto principal de estudio de momento era concebido como la clasificación de los argumentos en dos grupos: argumentos buenos y argumentos malos. Lo anterior, teniendo en cuenta que ambos grupos constan de unos “signos que le son propios”, lo cual puede referirse a términos empleados en una proposición que hagan referencia a signos de cosas en el mundo y que sean empleados de una manera determinada. No obstante, esta definición está lejos de ser unívoca, puesto que, dada la clasificación de las ciencias, nos encontramos con que la mencionada es solo una de las formas que hay para entender la lógica, que se limita a los argumentos, pero también hay una de carácter más matemático y otra que depende de la ética como ciencia normativa: “La lógica es la teoría del pensamiento auto-controlado o deliberado, y como tal debe apelar a la ética para sus principios” (EF, 103-107; EP 2: 258-262).

Hacia 1903, la definición aproximada de la lógica sobre la que trabajó, la plantea como la ciencia cuyo fin es el de regular las leyes que se ocupan de la forma en que se relacionan y son organizados los signos con los que opera el pensamiento. Así, Peirce lo plante de la siguiente

manera: "Puesto que todo pensamiento se conduce con signos, podemos considerar la lógica como la ciencia de las leyes generales que los rigen. Se compone de tres divisiones: 1. la gramática especulativa, o teoría general de la naturaleza y de la significación de los signos, sean icono, índice o símbolo; 2. la crítica, que clasifica los argumentos y establece la validez y la fuerza de cada tipo; 3. la metodéutica, que estudia los métodos con los cuales el análisis lógico debe cumplir en la presentación y la aplicación de la verdad. Cada subdivisión depende de la que la antecede" (CP 1: 191, 1903). Esta lógica corresponde a la que se desprende de las ciencias normativas. Ésta, según Peirce, depende de la fenomenología y de las matemáticas, puesto que, señala, toda división depende de aquella que la precede. Su definición, como es planteada en esta clasificación, corresponde a la de "la ciencia de las leyes generales de los signos".

Ahora bien, lo anterior sugiere que la lógica guarda un nexo profundo con los signos y, de la misma manera, debe tenerlo con su realidad, lo cual, según el mismo Peirce, implicaría que la lógica empiece a ser una ciencia positiva, es decir que tiene una dependencia de los aspectos definidos por la realidad como tal, por lo que en la medida en que hayan cosas para las que no se tenga libertad de suponer que sean, o no, la lógica debe acogerse a que hay aspectos para los cuales tendrá que obligarse a afirmar o negar algo, y ello implica que tenga que operar de acuerdo con la realidad y sus variantes. Esto, a su vez, traza una importante distinción con la matemática ya que esta, a diferencia de la anterior, no se constituye como una ciencia positiva.

Hacia 1905, cuando ya se iba concretando y consolidando su pensamiento, la noción de lógica en construcción recibe un elemento (si así se le puede decir) adicional que consiste en un tipo de

“dependencia”¹⁰ de los signos, que plantea la posibilidad de una lógica para cada clase de signo.

Así lo dice en el texto:

Me parece que en vista del estado presente de nuestro entendimiento de los signos, la doctrina completa de la clasificación de los signos y de la esencia constitutiva de un género particular de signo, es el trabajo de un único grupo de investigadores. Por esta razón, tuve que ampliar la esfera de la lógica de tal manera que comprendiera todos los principios necesarios de la semiótica, y distingo así una lógica de los iconos, y una lógica de los índices, además de una lógica de los símbolos" (CP 4: 9, 1905).

Guy Debrock señaló, en *El ingenioso enigma de la abducción* (1998), que hay dos características muy presentes en las investigaciones lógicas de Peirce, las cuales son como sigue:

[...]El marco teórico entero de su lógica se funda en sus tres categorías, y por consiguiente está organizado en una estructura jerárquica en la que los elementos más complejos incluyen a los menos complejos. Así, en virtud de este principio, Peirce mantuvo que el índice "implica un cierto tipo de icono", y que el símbolo "implica un cierto tipo especial de índice" (cf. CP 2.247-249, 1903). Segundo, amplió su teoría de la inferencia de manera que integra en ella las operaciones fundamentales de la percepción, operaciones que consideró adoptaban la forma de una inferencia abductiva. Esta decisión implica que no sólo percibimos cosas existentes como mesas, ventanas y otros seres humanos, junto a las cualidades inherentes a ellas, sino que también percibimos por abducción la generalidad bajo la forma, por ejemplo, de estas cosas generales que son los signos: si no fuera así sería imposible distinguir entre los signos y las

¹⁰ Peirce en ningún momento lo plantea como una dependencia como tal. Sin embargo, al introducir que haya lógicas de acuerdo con la tipología de los signos, interpretó que hay una suerte de dependencia de la lógica con los signos para el caso de esas lógicas.

cosas que no son signos, ya que el medio ambiente existencial en el que pasamos la vida participa esencialmente del "universo" de la Segundidad. Por estas dos razones al menos Peirce tuvo que ampliar la esfera tradicional de la lógica para incluir los componentes capaces de tratar de manera sistemática los elementos contenidos respectivamente en los universos de la cualidad, de la existencia y de la generalidad” (Debrock, p.4).

En el mismo texto, dice Debrock:

“Peirce no sólo descubrió una lógica de los índices, es decir, de la existencia, en la forma de la teoría de la cuantificación lógica que desarrolló desde los años 1880 en Johns Hopkins, sino que también sentó las bases para una lógica de los iconos, es decir, para una lógica de la cualidad y de la forma” (*Ibidem*).

Con lo anterior, puede decirse que en un principio el estudio de la lógica se veía dirigido hacia los argumentos y, posteriormente, amplía su campo de estudio hacia los signos. La razón de ello puede ser que al estudiar los argumentos, que corresponden a figuras del pensamiento, también se debe ocupar de los signos y los enunciados que de ellos se desprenden, de lo cual se derivan otros tipos de lógica ajustados a cada tipo de signo y, a su vez, a cada categoría. No obstante, es preciso mencionar que aunque se generen estos diferentes estudios lógicos, el objeto de trabajo sigue siendo el mismo: los argumentos.

II. CONTRASTE LÓGICA-MATEMÁTICA

Aunque parezca clara la distinción de los campos de estudio dentro de los cuales se desempeñan tanto la lógica como la matemática, esta se hace necesaria con el fin de obtener un poco de precisión con respecto a lo que le corresponde propiamente a cada una. Por ello, resulta

conveniente iniciar por mencionar, o retomar, en qué se desempeña cada una. Así, si por un lado la lógica se ocupa de los argumentos y la validez de los enunciados, por el otro, la matemática se ocupa de obtener verdades sobre hechos hipotéticos. Aquí, si bien se alcanza a dilucidar que están bastante relacionadas en tanto ambas se relacionan con los enunciados, la matemática debe constatar la verdad de los enunciados que obtiene en la medida en que correspondan con los estados hipotéticos de los que la deriva, pero la lógica, por su parte, no solo estudia su validez, sino que, además, debe clasificar los enunciados/argumentos según su tipo, es decir a lo que refiere/lo que afirma.

Por otro lado, mientras que la matemática NO es una ciencia positiva, la lógica empieza a serlo en la medida en que hayan cosas para las que no se tenga libertad de suponer que sean, o no, sino que debe acogerse a que hay aspectos para los cuales le corresponde obligarse a afirmar o negar algo:

“La matemática no es una ciencia positiva, pues el matemático tiene libertad para decir que A es B o que A no es B, siendo su única obligación la de, una vez dicho que A es B, atenerse a ello de forma consistente. Pero la lógica empieza ya a ser una ciencia positiva, puesto que hay algunas cosas respecto de las que el lógico no tiene libertad para suponer que son o que no son, sino que reconoce que hay algo que le obliga a afirmar lo uno y negar lo otro” (EL, 220-242; CP 3: 425-455).

Dicho esto, el que la matemática no se relacione con lo fáctico y la lógica sí deba hacerlo, plantea una tajante diferencia en la forma en que se opera en ambas ciencias. No obstante, la lógica necesitará de la matemática para lograr salir bien librada de algunas imprecisiones en las que pueda caer, ya que, dice Peirce: “[...] el modo más sensato de asentar nuestros principios lógicos sea recurrir a la ciencia de la matemática, en donde el error únicamente puede permanecer largo tiempo

inexplorado sólo caso de que no se tengan sospechas de su existencia” (*Ibidem*). De manera que, si bien la lógica recibe aplicaciones de la matemática y, como se menciona en la cita anterior, tendrá que recurrir a ella en determinados casos, ambas corresponden a dos tipos de estudios diferentes con fines igualmente diferentes.

III. ENTONCES, ¿LÓGICA EN LA MATEMÁTICA O MATEMÁTICA EN LA LÓGICA?

Finalmente, realizadas ya las distinciones más importantes entre los objetos de estudio de estas dos ciencias, como las denomina Peirce, y evidenciadas las diferencias en su proceder, parece apremiante precisar si se puede afirmar que la una depende de la otra o si no es así. Para ello, es necesario tener en cuenta las afirmaciones de Peirce sobre su clasificación de las ciencias, en la que sitúa en el primer lugar a la matemática. Situarla en el primer lugar implica catalogarla como una ciencia primaria. De manera que se debe tener en cuenta que las matemáticas son ciencias primarias en la medida en que no requieren justificación por parte de otras ciencias. Ni fundamentación alguna. Por el contrario, de acuerdo con la arquitectónica de las ciencias propuesta por Peirce, las demás ciencias dependen de ella.

Por otro lado, si los criterios de clasificación para las ciencias se rigen, principalmente, y como ya se mencionó, por el grado de abstracción que tiene cada una, de nuevo se sitúa a la matemática por encima de la lógica. Esto se debe a que, como se dijo, la matemática no es una ciencia positiva, por lo que tiene un grado de abstracción mucho más alto que todas las demás; pero la lógica, al tener que referir, en muchos casos, cuestiones fácticas, sí tendría un grado de abstracción, de

nuevo, mucho menor que el de la matemática. Lo anterior sitúa, nuevamente, a la matemática por encima de la lógica.

Si, además de lo anterior, se deja por sentado que hay una cierta presuposición que tienen las ciencias dentro de su estructura clasificatoria en la que cada una debe recibir una aplicación de la que la precede, entonces nuevamente se encuentra a la matemática muy por encima de la lógica y, además, se da el caso en el que se puede afirmar que la matemática es la que depende de la lógica, pero no viceversa. Tampoco se trata de un tipo de relación biyectiva, aún cuando la matemática apele a la lógica, puesto que ello no la hace dependiente porque continúa precediéndola. Al respecto, Tony Jappy señala:

“Ese principio fue el que siguió Peirce cuando construyó su propia clasificación sistemática de las ciencias: un sistema de carácter presuposicional en el que los principios conceptuales de cada grupo o familia de ciencias proceden de las ciencias situadas en el nivel superior de la jerarquía. Dentro de este esquema, elaborado por Peirce desde 1902, las ciencias denominadas "del descubrimiento", es decir, el grupo de las ciencias que interesan el tema del congreso, está constituido por las matemáticas, la filosofía y aquéllas que llamó Peirce "ciencias especiales", o sea las nuevas disciplinas que se ocupan de la "acumulación de hechos nuevos" (CP 1.184, 1903). De esta manera, las matemáticas son "primitivas" porque son independientes de toda otra ciencia, mientras que la filosofía presupone y depende conceptualmente de las matemáticas, y es claro que las dos subdivisiones de las ciencias especiales, la física y la

psíquica, presuponen y son por tanto dependientes de la filosofía y de las matemáticas” (1998:97)¹¹.

En conclusión, no es precisamente que la lógica dependa en un sentido muy estricto de la matemática, sino que recibe aplicaciones de ella por ser una ciencia de carácter tan “primitivo”, como lo señaló Jappy, y por ende situarse muy por encima de la lógica en la arquitectónica de las ciencias. Además de su alto nivel de abstracción, lo que hace, también, que la lógica deba apelar a ella, como todas las demás ciencias que sí son positivas. Esto partiendo del hecho de que las ciencias positivas deben recurrir a las de mayor abstracción para poder trabajar sobre ciertos ámbitos. Ahora bien, aunque existe la lógica matemática, esta corresponde a un estudio de la lógica aplicada a cuestiones “estrictamente matemáticas”¹², y por ende continúa recibiendo aplicaciones de la matemática. De hecho, es una lógica que sí depende propiamente de la matemática para operar.

¹¹ Esta cita ya fue empleada en el capítulo que versa sobre el concepto de la matemática en Peirce, sin embargo, se emplea nuevamente en este capítulo por su pertinencia para separar y distinguir ambos tipos de estudio y cuál es la que recibe aplicación de la otra ya que se habla específicamente de la estructura que nos interesa y del carácter primitivo de la matemática; cuestión que nos ayuda a dilucidar la separación de ambos estudios.

¹² Esta expresión es usada por el propio Peirce en el artículo *Lógica regenerada*. No obstante, ni ahí ni en ninguno de los demás textos consultados, arroja luces sobre lo que él mismo entiende por “cuestiones estrictamente matemáticas”.

CONCLUSIONES

Como se dejó claro al inicio, el objetivo de este trabajo constituyó el poder dilucidar lo que Peirce entiende por matemática y, asimismo, cuál es su relación con algunos aspectos fundamentales su pensamiento, entendido como el compendio de distintas reflexiones realizadas por dicho filósofo en torno a temas diversos, principalmente de carácter epistemológico, y de los cuales se trabajaron los que siguen: categorías, signos, abducción e hipótesis, clasificación de las ciencias y lógica, todos con respecto a la matemática.

Así, pues, luego de este somero acercamiento a la matemática dentro del pensamiento peirceano queda claro, en primer lugar, que el concepto/noción que tiene de la matemática corresponde al de ser la ciencia que se ocupa de obtener las verdades necesarias de “hechos” hipotéticos. Esto último trae como consecuencia el ser la ciencia que posee el grado de abstracción más alto por no ocuparse, ni relacionarse, directamente con los hechos, en lo referente a cuestiones fácticas.

Ahora bien, de acuerdo con el criterio clasificatorio de las ciencias, de Peirce, que las organiza según su grado de abstracción, la matemática se estipula como ciencia primera dada su condición de trabajar con, y sobre, hipótesis. Y puesto que la estructura se construye sobre el principio que dice que cada ciencia, dependiendo de su ubicación, recibe aplicación de la que la precede inmediatamente, es acertado decir que por ello todas las ciencias reciben aplicaciones de la matemática. No obstante, en los documentos consultados sobre la clasificación de las ciencias no se precisa la forma en que se da dicha aplicación.

El estudio en el que, tal vez, se presenta de forma más evidente la aplicación de la matemática es la lógica, de ahí la confusión que en ocasiones puede presentarse entre ambas ciencias. Sin embargo, es claro que ambas tratan cuestiones diferentes, pues mientras la matemática opera

siempre sobre “hechos” hipotéticos, la lógica, en tanto estudio de los argumentos/razonamiento/pensamiento, sí debe hacer referencia en algunos casos a los hechos como tal, esto es, no hipotéticos, sino fácticos. Lo anterior define la distinción entre ambas y además permite concretar que la lógica, al recibir aplicaciones de la matemática, depende de dicho estudio y no al revés. Esto de acuerdo, claramente, con el criterio mencionado de los grados de abstracción de Peirce, ya que la lógica, al referir a hechos, cuestiones fácticas, posee un grado de abstracción menor al de la matemática y ello la sitúa, de inmediato, por debajo de ésta.

Hasta aquí, es claro que Peirce no se ocupa del concepto/noción de matemática exhaustivamente, sino más bien se enfoca en el trabajo sobre problemas o conceptos al interior de la matemática como tal, como es el caso, por ejemplo, del continuo. La razón por la que no se presenta dicho trabajo exhaustivo sobre el concepto/noción como tal podría ser la presunción de claridad en torno al objeto de estudio de la matemática que fue mencionado; que la matemática se ocupa de obtener verdades necesarias sobre estados hipotéticos de cosas.

En lo concerniente a las categorías, desde la perspectiva de Peirce, tan pronto se dice que el pensamiento matemático es icónico, se la ubica en la segundidad, y no parece tener ninguna repercusión el hecho de que los enunciados sobre los que trabaja, al ser hipótesis, se sitúen en la primeridad. Esto puede deberse a que, al parecer, la correspondencia de un estudio, o de alguna tipología, e.g. la de los signos, con las categorías depende de los criterios establecidos para la tipología en cuestión o del fin específico al cual responden.

En esta medida, aunque el pensamiento matemático sea icónico por las relaciones que se generan a partir de los diagramas que en ella se construyen, y lo icónico es segundidad, el carácter abstracto de su estudio como tal la ubica dentro de la primeridad, además el hecho de trabajar con hipótesis también contribuye a sentar esta condición, ya que estas también se ubican en el plano

de la primeridad. También podría decirse que, si bien la matemática como estudio corresponde con la categoría de la primeridad, el conocimiento obtenido dentro de su campo corresponde con la categoría de la segundidad en cuanto es diagramático/icónico.

Así, pues, la matemática, en el pensamiento peirceano, se sitúa en el lugar de la ciencia primera de la cual reciben aplicaciones todas las demás dado su carácter abstracto, por el que no refiere en forma alguna a la realidad, y se ocupa de obtener las verdades necesarias a partir de “hechos” hipotéticos, lo que la ubica en la categoría de la primeridad y sienta su pensamiento con un carácter diagramático/icónico.

BIBLIOGRAFÍA

DEBROCK, Guy. *El ingenioso enigma de la abducción*, En: Analogía Filosófica XII/1, 1998, pp. 21-41.

EISELE, Carolyn. *The New Elements of Mathematics*. Vol I-IV. Países bajos: Humanities Press Inc. Atlantic Highlands, 1976.

HOUSER, Nathan. *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

JAPPY, Tony. *Hipoiconicidad, abducción y las ciencias especiales*, En: Analogía Filosófica XII/1, 1998, pp. 97-113.

OOSTRA, Arnold. *Peirce y la matemática*, En: Antrophos No. 212, 2006, pp. 151-159.

_____. *Una reseña de la lógica matemática de Charles S. Peirce*, En: Universidad EAFIT Vol. 44 No. 150, 2008, pp. 9-20.

PEIRCE, Charles. *Bosquejo de una clasificación de las ciencias*, Traducción al castellano de Fernando C. Vevia, 1997. (EF, 103-107). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/AnOutlineClassification.html>, EP 2: 258-262.

_____. *Cuaderno de lógica 1*, Traducción al castellano de Daniel Otamendi, 1867. (MS 339). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/CuadernoLogica.html>, W2: 1-10.

- _____. *De una nueva lista de categorías*, Traducción al castellano de Pilar Castillo, 1998. (EL, 65-84). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/Categorias/NuevaListaCategorias.html>, EP 1: 1-10.
- _____. *Deducción, inducción e hipótesis*, Traducción al castellano de Juan Martín Ruíz-Werner, 1970. (DIH, 65-90). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/DeducInducHipotesis.html>, EP 1: 186-199.
- _____. *Del razonamiento en general*, Traducción al castellano de Itziar Aragües, 2002. (MS 595). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/ReasoningInGeneral.html>, EP 2: 11-26.
- _____. *El índice, el ícono y el símbolo*, Traducción al castellano de Uxía Rivas, 1999. (OLS, 261-276). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/IconoIndiceSimbolo.html>, CP 2: 274-308.
- _____. *La esencia de la matemática*, Traducción al castellano de Manuel Sacristán, 1974. Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/EssenceMathematics.html>, CP 4: 228-243.
- _____. *La lógica de las matemáticas: un intento de desarrollar mis categorías desde dentro*, Traducción al castellano de Fernando C. Vevia, 1997. (EF, 245-291). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/LogicOfMathematics.html>, CP 1: 417-520.

- _____. *La lógica regenerada*, Traducción al castellano de Pilar Castrillo, 1988.
(EL, 220-242). Recuperado de:
<http://www.unav.es/gep/LogicaRegenerada.html>, CP 3: 425-455.
- _____. *Lecciones de lógica práctica*, Traducción al castellano de María Leonor Tama, 2003. Recuperado de:
<http://www.unav.es/gep/LessonsPracticalLogic.html>, W2: 348-350.
- _____. *Lógica*, Traducción al castellano de Pilar Castrillo, 1988. (EL, 243-250).
Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/LogicaBaldwin.html>, CP 2:
203-218.
- _____. *Lógica (exacta)*, Traducción al castellano de Pilar Castrillo, 1988. (EL,
250-257). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/LogicaExacta.html>,
CP 3: 616-625.
- _____. *Los signos y sus objetos*, Traducción al castellano de Mariluz Restrepo,
2003. Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/Signos&Objetos.html>,
CP 2: 230-232.
- _____. *¿Por qué estudiar lógica?* Traducción al castellano de José Vericat, 1988.
(HS, 332-391). Recuperado de:
<http://www.unav.es/gep/WhyStudyLogic.html>, CP 2: 119-202.
- _____. *¿Qué es un signo?* Traducción al castellano de Uxía Rivas, 1999. (MS
404). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/Signo.html>, EP 2: 4-10.

_____. *Tres tipos de razonamiento. Lección VI*, Traducción al castellano de José Vericat, 1988. (HS, 123-141). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/OnThreeTypesReasoning.html>, EP 2: 208-226.

SANTAELLA, Lucía. *La evolución de los tres tipos de argumento: abducción, inducción y derducción*, En: *Analogía Filosófica* XII/1, 1998, pp. 9-21.

VILÁ, Ramon. *Las categorías peirceanas: Un viejo nombre para una nueva forma de pensar*. 2005. Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.