



**EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA A COMPRESIÓN DE UNA COLUMNA CIRCULAR TIPO
SÁNDWICH ACERO/ESPUMA DE POLIURETANO SOMETIDA A CARGA AXIAL.**

**Fabián Andrés Mosquera Villa
Fabián David Quintero Fajardo**

**Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil y Geomática
Santiago de Cali
2017**



**EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA A COMPRESIÓN DE UNA COLUMNA CIRCULAR TIPO
SÁNDWICH ACERO/ESPUMA DE POLIURETANO SOMETIDA A CARGA AXIAL.**

Fabián Andrés Mosquera Villa
Código 0841333

Fabián David Quintero Fajardo
Código 1423363

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Civil

Director

Ing. Harold Cárdenas, M.Sc

Profesor de la Escuela de Ingeniería Civil y Geomática

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil y Geomática
Santiago de Cali
2017

NOTA DE ACEPTACIÓN

El presente trabajo de grado fue aprobado por el director del Programa Académico, los jurados y el director de investigación.

MANOLO GALVÁN CEBALLOS, Ph.D.
Director del programa académico de
pregrado de Ingeniería Civil.

HAROLD CÁRDENAS, M.Sc.
Director de investigación.

INGRID MADERA SIERRA
Jurado

JOSÉ MINA
Jurado

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a Dios por brindarme la sabiduría necesaria para desarrollar este trabajo. A mis compañeros de clases y amigos que con los buenos momentos, quejas, conflictos y hasta bromas salidas de tono, hicieron de mí una mejor persona y contribuyeron en este proceso de formación profesional. ¡Gracias!

Mi familia, lo más importante en mi vida, gracias inmensas por el apoyo incondicional sin importar situaciones adversas a lo largo de mi formación. Mi padre, que con su ejemplo de tenacidad me demostró que siempre podemos con lo que nos proponemos. Mi madre, que nunca dudó y siempre me impulsó con una voz de aliento para salir de adversidades. Y mi hermano, un Ingeniero en formación que me ha alentado a no desfallecer en estos tiempos finales para la presentación de este trabajo.

Fabián Andrés Mosquera Villa

Gracias a todas las personas que, de una manera u otra, han sido claves en mi vida académica, y por extensión, en la personal: mis profesores, compañeros de estudio y personal de la Universidad del Valle. Su trabajo, atención y amabilidad también fueron importantes para que esta tesis llegara a buen destino.

Un agradecimiento de corazón a los amigos que me ofrecieron horas de su compañía. Nombrar a todos sería extenso y podría cometer algún olvido injusto, por ello, ¡Gracias, amigos por estar ahí!

Y, por supuesto, el agradecimiento más profundo y sentido va para mi familia.

A mi tío Miguel, quien me dio su apoyo infalible a lo largo de mis años de estudio y durante el proceso de investigación de esta tesis. Este logro no habría sido posible sin él.

A mis padres, gracias por estar incondicionalmente conmigo durante estos años. Siempre. Sin su colaboración e inspiración habría sido imposible llevar a cabo esta dura empresa. ¡Gracias por su ejemplo de tenacidad, honestidad y generosidad... por ellos y para ellos!

Fabián David Quintero Fajardo

Resumen

Este estudio examina la respuesta estática de una columna sándwich acero/espuma de poliuretano (RPF, por sus siglas en inglés) sometida a compresión uniaxial. Se enfatiza en el acrecentamiento de la capacidad axial de columnas sándwich producido por el confinamiento que provee el perfil tubular al material de núcleo inyectado. Se aborda el análisis teórico y experimental para examinar la respuesta de las columnas sándwich frente a la compresión uniaxial. Se presentan los resultados de las pruebas a compresión de columnas sándwich, columnas compuestas y de sección tubular hueca (HSS, por sus siglas en inglés). También se realiza un análisis de precios unitarios (APU) para la fabricación de una columna sándwich para ser comparados con los APU correspondientes a la fabricación de columnas compuestas y columnas HSS.

El objetivo de la presente tesis es, por lo tanto, investigar las diferencias en la respuesta estática de una columna sándwich sometida a compresión uniaxial respecto a las correspondientes columnas HSS y sección compuesta. Para alcanzar este objetivo, se realizan estudios teóricos y experimentales de una columna sándwich, así como análisis de elementos finitos (EF) para lograr un mejor entendimiento del comportamiento mecánico de la misma. Los resultados son contrastados con los resultados experimentales de las pruebas a compresión. También se presenta un balance económico de la implementación del diseño sándwich en la fabricación de columnas respecto a los métodos convencionales con concreto.

Para los especímenes de estudio se usó una denotación sistemática de acuerdo al material de núcleo. Por ejemplo, el término SC21 indica un espécimen de sección compuesta con concreto embebido de resistencia 21 MPa. Así mismo, para las secciones sándwich los términos serán SS100, SS200, SS300 y SS400, indicando los núcleos de RPF de densidades 100 Kg/m³, 200 Kg/m³ y 400 Kg/m³, respectivamente.

Palabras clave: Columna Sándwich, Columna Compuesta, Compresión axial, Espuma de Poliuretano.

Abreviaturas

A	Área total de la sección trasversal.
A_c	Área del núcleo de concreto en la sección compuesta.
A_s	Área del núcleo de acero en la sección compuesta.
E_c	Módulo de elasticidad del núcleo.
E_f	Módulo de elasticidad de las láminas.
G_f	Módulo cortante de las láminas.
G_c	Módulo cortante del núcleo.
G_{eq}	Módulo cortante equivalente o efectivo.
β	Factor de corrección por cortante; $\beta = 2.0$ (para una sección tubular).
I_s	Momento de inercia de la sección de acero.
I_{sr}	Momento de inercia de barras de refuerzo.
I_c	Momento de inercia de la sección de concreto.
EI_{eff}	Rigidez efectiva de la sección compuesta para perfil tipo relleno.

Contenido

Resumen.....	5
Introducción	8
1. Problema.....	9
1.1. Descripción del Problema	9
1.2. Formulaci3n.....	9
1.3. Objetivo General.....	9
1.4. Objetivo Específico	9
1.5. Justificaci3n	10
2. Marco de Referencia	12
2.1. Estado del arte.....	12
2.2. Antecedentes.....	12
2.3. Marco te3rico.....	15
2.3.1. Formulaci3n de la ecuaci3n para la carga crtica de Pandeo en Columnas.....	15
2.3.2. Pandeo global.....	17
2.3.3. Aplastamiento	24
3. Metodolog3a	29
3.1. Descripci3n	29
3.2. Configuraci3n experimental	29
3.3. Materiales	29
3.3.1. Acero	29
3.3.2. Espuma R3gida de Poliuretano Estructural.....	30
3.3.3. Concreto.....	37
3.4. Fabricaci3n de los espec3menes.....	42
4. Simulaci3n basada en elementos finitos.....	43
4.1. Introducci3n	43
4.2. Configuraci3n del modelo de EF	44
5. Resultados.....	48
5.1. Determinaci3n te3rica de los esfuerzos y cargas crticas de aplastamiento	48
5.1.1. Secci3n s3ndwich	49
5.1.2. Secci3n tubular	49
5.1.3. Secci3n SC21	49
5.2. Pruebas de compresi3n en los espec3menes.....	50
5.3. Resumen	57
6. An3lisis de costos	59
7. Conclusiones y Recomendaciones.....	65
7.1. Conclusiones.	65
7.2. Recomendaciones	65
8. Bibliograf3a	67

Lista de Tablas

Tabla 1. Ejemplo de eficiencia estructural de un panel sándwich en términos de peso. [4].	8
Tabla 2. Requerimientos ASTM A-500 para perfiles de sección tubular circular.	30
Tabla 3. Especificaciones perfil tubular estructural negro ASTM A-500 Gr C.	30
Tabla 4. Resultados de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF.	31
Tabla 5. Propiedades mecánicas de los especímenes de RPF para uso en cálculos teóricos y simulación basada en EF.	35
Tabla 6. Propiedades de materiales para producción de concreto.	37
Tabla 7. Parámetros para elección de asentamiento del concreto según ACI 211.1 (Tomada de ACI 211.1).	38
Tabla 8. Parámetros para cálculo del contenido de agua requerida para la fabricación del concreto según ACI 211.1 (Tomada de ACI 211.1).	39
Tabla 9. Valores de f'_{cr} recomendados por el documento ACI 318-02 de acuerdo al valor de resistencia a la compresión requerido f'_c . (Tomada de ACI 318-02).	39
Tabla 10. Valores de relación A/C recomendados por el documento ACI 211.1 de acuerdo al valor de resistencia a la compresión requerido f'_c . (Tomada de ACI 211.1).	40
Tabla 11. Volumen de agregado grueso por volumen unitario de concreto para diferentes módulos de finura del agregado fino. (Tomada del ACI 211.1, Tabla 5.3.6).	40
Tabla 12. Volúmenes de materiales Volúmenes de materiales para 1 m ³ de concreto de resistencia $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 21 \text{ MPa}$.	41
Tabla 13. Cantidad de materiales para 1 m ³ de concreto de $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 21 \text{ MPa}$.	41
Tabla 14. Especímenes de concreto fabricado con el método de diseño de dosificación del ACI 211.1.	42
Tabla 15. Especímenes de ensayo fabricados.	42
Tabla 16. Esfuerzos y Cargas Críticas de Aplastamiento para secciones sándwich.	49
Tabla 17. Valores límite de la relación ancho a espesor para elementos de acero a compresión de construcción compuesta solicitados por carga axial de compresión (Tomada de NSR-10, Tabla F.2.9.1-1a).	50
Tabla 18. Comparación de resultados de cargas en pruebas experimentales y métodos teóricos.	57
Tabla 19. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección simple.	60
Tabla 20. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección SC21, compuesta con concreto de resistencia de 3000 psi o 21 MPa.	61
Tabla 21. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 100 Kg/m ³ .	62
Tabla 22. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 200 Kg/m ³ .	62
Tabla 23. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 400 Kg/m ³ .	63

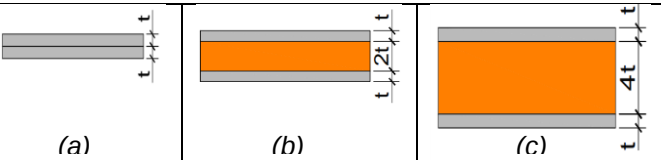
Introducción

En elementos estructurales sometidos a cargas de compresión axial, como las columnas, la estimación de la carga crítica de pandeo es una consideración importante al momento de definir la resistencia total de la estructura frente a una sollicitación máxima, sobre todo la generada por cargas gravitacionales. Cuando esta carga crítica es alcanzada, el elemento puede entrar en estados de inestabilidad indeseables como el pandeo global o pandeo local (también llamado 'aplastamiento'), los cuales corresponden a deformaciones súbitas seguidas por fallas igualmente repentinas que con frecuencia conducen al colapso total de la estructura. En columnas esbeltas, el posible modo de falla es el pandeo global (también llamado pandeo elástico), el cual se debe a la alta relación de esbeltez del elemento, y ocurre tan pronto como la carga axial alcanza el valor dado por la ecuación de *Euler* [1]. En columnas cortas, el modo de falla es el aplastamiento, pues el esfuerzo de falla es igual al esfuerzo de fluencia del acero y no hay pandeo global, puesto que la columna no se flexiona por acción de la carga axial, debido a que su relación de esbeltez es pequeña. En columnas de longitud intermedia, se presentan fallas tanto por fluencia del acero como por pandeo, y su comportamiento es inelástico. Por otro lado, se tiene que la resistencia correspondiente a cualquier modo de pandeo (elástico o inelástico) no puede desarrollarse si la sección transversal sufre de aplastamiento, lo cual es un pandeo localizado en un segmento aislado del elemento debido a la falta de rigidez de la sección o bien, por las dimensiones mismas de la sección. Teóricamente, la situación ideal se presenta cuando una columna está perfectamente izada, es decir, el eje de la columna es rigurosamente recto, la fuerza de compresión es aplicada uniformemente sobre el centro de gravedad de la sección transversal, el material es homogéneo, no existen imperfecciones en las dimensiones de la sección transversal, y no hay ningún tipo de perturbación del elemento. En la práctica, una columna no responde nunca a estas condiciones ideales. [2]

En una estructura sándwich sometida a compresión uniaxial, la respuesta estática se presenta de forma muy diferente a la correspondiente estructura monolítica. Los modos de falla de una columna sándwich sometida a compresión uniaxial están dados por varios mecanismos, dos de los cuales son inestabilidad por pandeo local y global, respectivamente [3].

Las estructuras sándwich consisten generalmente de dos láminas rígidas y delgadas unidas por un núcleo grueso, relativamente flexible y de peso liviano, que posee una adherencia la cual es capaz de transmitir fuerzas cortantes y axiales al y desde el núcleo. La separación entre las láminas proporcionada por el núcleo aumenta el momento de inercia del panel, produciendo una estructura eficiente para cargas flexionantes y de pandeo. La Tabla 1 contrasta ilustrativamente la rigidez a flexión y la mejoría estructural de los paneles sándwich respecto a paneles sólidos usando la teoría de vigas [4]. Aquí se observa que el panel sándwich pesa un poco más que el panel laminado, pero es más resistente y más rígido ante la flexión; duplicando el espesor del material del núcleo la diferencia es mucho más impactante. En consecuencia, los paneles sándwich son populares en aplicaciones de alto rendimiento donde debe mantenerse el peso al mínimo posible.

Tabla 1. Ejemplo de eficiencia estructural de un panel sándwich en términos de peso: (a) Dos láminas rígidas, (b) sección sándwich con núcleo de espesor $2t$, (c) sección sándwich con núcleo de espesor $4t$ [4].

Rigidez a flexión relativa	1	7.0	37	
Resistencia a flexión relativa	1	3.5	9.2	
Peso relativo	1	1.03	1.06	
				(a) (b) (c)

1. Problema

1.1. Descripción del Problema

El elemento estructural tipo sándwich está compuesto de caras delgadas rígidas separadas por un núcleo ligero en peso y de menor densidad. Las caras son fabricadas generalmente de materiales resistentes como el acero, mientras en el núcleo son empleados materiales derivados de polímeros como las espumas rígidas de poliuretano, las cuales en algunos casos son reforzadas con fibra de vidrio o de carbono, llamándose finalmente polímeros fibro-reforzados. La separación creada a partir del núcleo incrementa el momento de inercia del elemento con un pequeño incremento en peso del mismo, costo que es casi despreciable contrastado con los aportes que hace este núcleo liviano a un nuevo elemento resistente y eficiente ante efectos flexionantes y de pandeo. Existen interrogantes alrededor del comportamiento estructural de los elementos sándwich que no dan lugar a un análisis funcional que describa completamente la posible contribución a la estructura; por ejemplo, *el comportamiento de columnas solicitadas por cargas axiales de compresión*.

Teniendo en cuenta que los elementos a compresión, como las columnas, son de vital importancia dentro de una edificación debido a que se ocupan del soporte de cargas gravitacionales y transmisión de las mismas hacia la cimentación de la estructura, es conveniente conocer las mejoras que se pueden lograr, en términos de comportamiento mecánico y estructural a través de la inclusión de un núcleo de RPF, y así mismo el acrecentamiento del valor de la carga crítica de pandeo con un mínimo aumento en la masa del elemento columna.

1.2. Formulación

¿Qué efecto tiene la RPF, como material de núcleo, en la respuesta estática de una columna circular tipo sándwich durante la aplicación de carga axial de compresión?

1.3. Objetivo General

- Diagnosticar la respuesta estática a compresión uniaxial de una columna circular tipo sándwich con núcleo de RPF.

1.4. Objetivo Específico

- Determinar a través de cálculos teóricos las cargas de pandeo para las columnas de sección sándwich, SC21 y HSS.
- Determinar experimentalmente las cargas de pandeo para las columnas de sección sándwich, SC21 y HSS.
- Examinar la respuesta de una columna sándwich por medio de una simulación basada en EF.
- Realizar un balance económico de la fabricación de columnas sándwich respecto la fabricación de las correspondientes columnas de sección SC21 y sección HSS.

1.5. Justificación

El sector de la construcción ha presentado históricamente un carácter conservador frente al uso de nuevos materiales. Sin embargo, los avances tecnológicos en el desarrollo de estos materiales y la creación de métodos constructivos para su correcto uso han permitido que lentamente sean introducidos en la industria.

Entre todos los posibles conceptos de diseño de estructuras compuestas, la idea de la construcción sándwich se ha hecho cada vez más popular debido al uso de materiales plásticos celulares como materiales de núcleo. La construcción de peso ligero es de gran interés en el diseño y fabricación de sistemas de construcción compuestos debido a sus altas relaciones de rigidez y resistencia por unidad de peso. Materiales como la espuma rígida de poliuretano tienen actualmente una función importante en la construcción moderna gracias a su estabilidad dimensional y a su excelente relación entre resistencia y densidad [5]. Por ejemplo, en comparación, la masa por unidad de área del domo de la Basílica de San Pedro en Roma (45m de diámetro) es 2600 Kg/m², mientras que la masa por área superficial del mismo domo hecho de un sándwich de acero/espuma de poliuretano es solo de 33 Kg/m² en Hannover [6]. El diseño sándwich además de ofrecer un alto rendimiento frente a condiciones de cargas flexionantes, también brinda algunos beneficios en términos de confort, funcionalidad, y manufactura como son: disminución de las vibraciones, bajos costos de mantenimiento, aislamiento termo-acústico, resistencia al fuego, alto potencial de absorción energética, alto grado de prefabricación y ensamblaje, innovación en técnicas constructivas, e integración a los imperativos de un desarrollo sostenible, debido a que materiales plásticos celulares como la RPF, por ejemplo, son completamente reciclables [7].

En el gráfico 1 se muestra la comparación de masas entre las columnas – de longitud igual a un (1) m – sándwich, SC21 y HSS a estudiar teórica y experimentalmente en los siguientes capítulos. Para advertir más claramente el cambio drástico en la masa de las columnas, la unidad de comparación es la masa del elemento compuesto con concreto. Aquí se evidencia también un aumento relativamente despreciable entre las masas de las columnas de sección sándwich, el cual se refleja en el mejoramiento de las propiedades mecánicas del material de núcleo y, por tanto, en la respuesta de columna, como se muestra en capítulos posteriores.

La alta capacidad aislante del poliuretano no se consigue en la construcción con ningún otro tipo de los materiales aislante comúnmente empleados. Esta característica se debe a la baja conductividad térmica que posee el gas espumante incluido en el interior de las celdas cerradas. El poliuretano no supera el valor de conductividad térmica inicial de $\lambda_{10C} = 0.022 \text{ W/m-K}$ (Calculado según la norma UNE 92202). En la práctica, se considera una conductividad térmica de la espuma el obtenido después de 9 meses de envejecimiento acelerado de $\lambda_{10C} = 0.028 \text{ W/m-K}$ (procedimiento recogido en la Norma UNE 92120-1). Este valor de conductividad térmica es bastante favorable si se compara con otros materiales de rellenos estructural como el concreto, el cual tiene un coeficiente de conductividad térmica de $\lambda = 1.4 \text{ W/m-K}$. Teniendo en cuenta esto, la distribución de la temperatura en una columna sándwich, puede ser significativamente diferente a la distribución en un perfil tubular vacío, ya que la combinación de

materiales con conductividades térmicas marcadamente diferentes produce un comportamiento al calentamiento transitorio extremo y unos elevados diferenciales de temperatura a lo largo de toda la sección. Como resultado de estos diferenciales, se pueden construir columnas compuestas que presenten una resistencia al fuego de hasta 120 minutos, o más, sin necesidad de protección externa contra el fuego. [8]

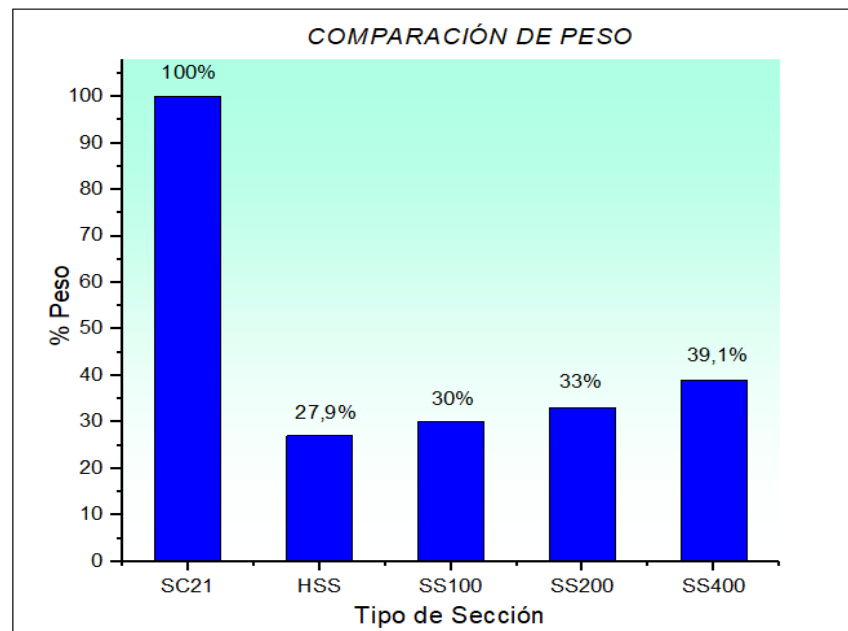


Gráfico 1. Comparación de pesos de un (1) ml de columna de acuerdo al tipo de sección.

Este proyecto cobra importancia debido a las aplicaciones que puede adoptar la industria de la construcción, específicamente de estructuras metálicas, debido a la posible optimización que les ofrece la combinación acero/RPF, es decir el sistema constructivo tipo sándwich, en materia de aligeramiento, rigidez, estabilidad dimensional, confinamiento o atiesamiento contra pandeo local de la sección de acero (característica que justifica enérgicamente el empleo de elementos y estructuras sándwich en zonas sísmicas). Además, se pretende dejar un precedente para motivar nuevas investigaciones acerca del sistema constructivo tipo sándwich que conduzcan a la modelización y normatividad del mismo, y así, establecer en un futuro cercano su uso consolidado dentro del país.

2. Marco de Referencia

2.1. Estado del arte

La mayoría de los estudios respecto al problema estático de pandeo de una columna sándwich presentados en el pasado han sido realizados bajo sus propios conjuntos de suposiciones. Muchos de estos estudios modelaron las láminas como una viga de *Euler-Bernoulli* [9, 10, 11, 12] con diferencias en el análisis respecto al método de modelado del núcleo. Estas suposiciones también son concebidas con base a la geometría de la columna, el comportamiento del material y los modos de falla.

En el análisis de *Allen* [11] y en el de *Niu y Talreja* [12], el núcleo es asumido como material elástico isotrópico. Ellos sugieren una única expresión para el esfuerzo de aplastamiento de los posibles modos de deformación expresados a través de un caso base, en el cual la columna es articulada en cada extremo. El efecto de respuesta a cortante del núcleo en materiales de comportamiento no-lineal sujetos a carga axial son abordados en el trabajo de *Bazant* [13], y *Beghini* [14]. *Plantema* [9], por ejemplo, asume funciones exponenciales para describir la disminución del esfuerzo desde las láminas hasta el núcleo, así el desplazamiento de éstas, el cual es transmitido por el núcleo, rápidamente se amortigua en la dirección del espesor de la columna.

Una serie de estudios experimentales también han sido realizados para investigar la respuesta a compresión de columnas sándwich. Por ejemplo, *Fleck y Sridhar* [15] ensayaron varias columnas sándwich fabricadas con diferentes combinaciones de materiales y distintas propiedades geométricas. Ellos observaron diferentes modos de falla dependiendo de las propiedades del material de núcleo y las propiedades geométricas de la columna. *Fagerberg* [16] determinó una transición en el modo de falla examinando columna sándwich con núcleos de distinta rigidez. Él declaró que la transición del aplastamiento a la falla por compresión pura de las láminas ocurre cuando el módulo del núcleo es insuficiente para soportar la lámina, es decir una columna sándwich con una relación E_c/E_f alta.

2.2. Antecedentes

Noor, Burton y Bert establecieron que el concepto de construcción sándwich se remonta a *Fairbairn* en Inglaterra en 1849. También en Inglaterra, la construcción sándwich fue usada inicialmente en el bombardero nocturno 'Mosquito' de la Segunda Guerra Mundial, el cual empleaba construcción sándwich de madera contrachapada. *Feichtinger* estableció igualmente que, durante la Segunda Guerra Mundial, el concepto de construcción sándwich en los Estados Unidos fue originado con caras hechas de plástico reforzado y un núcleo de baja densidad. En 1943, *Wright Patterson Air Force Base* diseñó y fabricó el fuselaje *Vultee BT-15* usando poliéster reforzado con fibra de vidrio como material de las láminas y usando 'panal de abeja' de vidrio y balsa en el núcleo [15].

El primer artículo de investigación concerniente a construcción sándwich fue escrito por *Marguerre* en Alemania en 1944, en el cual se hacía referencia a los paneles sándwich sujetos a cargas de compresión en el plano. En 1948, *Hoff* desarrolló las ecuaciones diferenciales y las condiciones de frontera para la flexión y el pandeo de placas sándwich usando el Principio de Desplazamientos Virtuales, pero consiguió únicamente solución para el problema de pandeo. En el mismo año, *Livobe* y *Batdorf* publicaron una teoría de la deflexión para placas sándwich. En 1949, *Flugge* publicó la optimización estructural de paneles a través de nomogramas. En todo lo anterior los materiales fueron isotrópicos. También a finales de la década del 40, se creó *Hexcel Corporation*, entidad que ha jugado desde entonces, el rol más importante en la expansión de las estructuras sándwich a nivel industrial. Actualmente, Hexcel Corporation fabrica más del 50% de los 'paneles de abeja' para material de núcleo en estructuras sándwich a nivel mundial. [15]

A inicios de la década del 50, el *Laboratorio de Productos Forestales de los Estados Unidos* (USFPL, por sus siglas en inglés, más tarde fusionado con la Universidad de Wisconsin), realizó numerosas publicaciones de métodos de análisis de estructuras sándwich de madera. Estas fueron también aplicadas a estructuras hechas de materiales compuestos [15].

En 1956, *Gerard* discute la optimización de placas sándwich en un capítulo de su libro "Análisis de peso mínimo de estructuras de compresión". En 1957, *Kaechele* publicó un reporte del USFPL acerca del diseño de paneles sándwich de peso mínimo. En 1960, *Heath* publicó un artículo de la correlación entre este diseño y una extensión de las teorías existentes para paneles planos sujetos a compresión longitudinal, incluyendo un diseño óptimo para los mismos [15].

En 1966, *Plantema*, publicó el primer libro acerca de estructuras sándwich, seguido por otro libro de estructuras sándwich por *Allen*, en 1969. También a mediados de la década de 1960, el Centro de Ingeniería Naval y Aérea de Estados Unidos patrocinó investigaciones con *Dyna/Structures*, Inc. para desarrollar construcciones sándwich compuestas con fibra de vidrio para competir en peso con la construcción de aluminio convencional para aviones. Este esfuerzo fue dirigido hacia el logro de aeronaves "stealth", aunque ese término aún no había sido acuñado [15].

En 1989, *Ha* publicó una visión general del análisis de EF aplicados para la construcción sándwich. En 1991, *Bert* proporcionó una revisión del análisis de placa sándwich, mientras que, en 1996, una revisión de estructuras sándwich de *Noor*, *Burton* y *Bert* proporcionó más de 800 referencias, todas descritas en su revisión, y otras 559 referencias como bibliografía suplementaria. En 1995, una monografía de *Zenkert* complementó gran parte del material incluido anteriormente en los textos de *Plantema* y *Allen*. *Zenkert* continuó esto con un manual de construcción sándwich en 1996. En 1999, otro libro de texto de construcción sándwich fue publicado por *Vinson*. De ahí que hoy en día existen sólo cuatro textos que tratan principalmente con estructuras sándwich: *Plantema*, *Allen*, *Zenkert* y *Vinson* [15].

A continuación, se presentan algunas investigaciones recientes en las cuales se abarca el sistema de construcción sándwich:

[17] “Local Buckling and Energy Dissipation in A Sandwich Square Column”. [Pandeo local y disipación de energía en una columna sándwich cuadrada]. Stefan Szyniszewski. (2015)

En este trabajo, se estudian el pandeo local, la etapa post-pandeo y la disipación de energía en una columna sándwich cuadrada. La columna sándwich analizada está constituida por una tubular de acero de sección cuadrada y un núcleo blando (Modulo de Young, $E = 686 \text{ MPa}$, esfuerzo de fluencia, $f_y = 22 \text{ MPa}$, y esfuerzo último, $f_u = 27 \text{ MPa}$). Se realizaron simulaciones computacionales, verificadas contra resultados experimentales publicados, para evaluar la disipación de energía en las columnas sándwich. Los resultados computacionales indican una notable ganancia en absorción de energía sobre los convencionales tubos de acero sólido. Se evidenció también que las columnas sándwich tienen mejor capacidad para la absorción de impacto que los tubulares huecos de acero. Las columnas sándwich pueden permitir estructuras más livianas o mejorar la resiliencia si el peso no es un factor de control.

[18] “Mechanical Characterization of Wood Plastic Composite Sandwich Panels with Foam Core”. [Caracterización mecánica de paneles sándwich de madera plástica con núcleo de espuma]. Azam Kavianiboroujen. (2015)

Este estudio pretende producir y caracterizar estructuras sándwich asimétricas de tres capas con y sin núcleo de espuma. Para lograrlo, el trabajo se divide en dos secciones. En la primera, fueron investigados el efecto del agente de acople entre materiales y el contenido de fibra en la madera plástica. Micrografos y métodos de caracterización mecánica son usados para mostrar que la adición de anhídrido maleico de polietileno mejora la compatibilidad entre la madera plástica y el polietileno de alta densidad. Se encuentra que las propiedades mecánicas óptimas (tensión, flexión, torsión e impacto) son obtenidas con el 9% de anhídrido maleico de polietileno en peso del compuesto. En la segunda parte, se estudian los efectos de parámetros como densidad del núcleo, espesor de las capas y secuencia de apilado en los comportamientos a flexión e impacto. Se encuentra el efecto combinado de todos los parámetros para controlar las propiedades mecánicas (tensión, torsión, flexión e impacto) de las estructuras sándwich asimétricas.

[19] “Mechanical and Failure Properties of Rigid Polyurethane Foam under Tension”. [Propiedades Mecánicas y de falla de la espuma rígida de poliuretano sometida a tensión]. Muhammad Ridha. (2007)

Este estudio está dirigido a la examinación científica y posterior explicación del comportamiento mecánico de las espumas rígidas de poliuretano sometidas a cargas de tensión por medio de pruebas experimentales y el desarrollo de modelos celulares idealizados. La investigación resulta en la determinación de las propiedades mecánicas de las espumas rígidas de poliuretano, como también en los mecanismos que gobiernan la deformación y la falla de éstas bajo cargas de tensión. Un modelo celular tetradecaedro es propuesto y se encuentra efectivo para la determinación de las propiedades mecánicas anisótropas de la espuma rígida polimérica.

2.3. Marco teórico

2.3.1. Formulación de la ecuación para la carga crítica de Pandeo en Columnas

El caso de una columna esbelta, izada idealmente, empotrada en la base y libre en el extremo superior, la cual es sometida a una carga uniaxial P , constituye el primer problema de pandeo. Este problema fue resuelto originalmente por *Euler* [1], a través de una solución basada en la hipótesis de Euler-Bernoulli (las secciones planas permanecen planas luego de la flexión, no hay efecto de deformación transversal por cortante, etc.) y en el uso para un material elástico isotrópico. En la realidad no se presentan tales condiciones, por lo tanto, se buscan soluciones no triviales (deflexiones trasversales diferentes a cero) para las ecuaciones que gobiernan la flexión de la columna sometidas a carga axial de compresión bajo un conjunto de condiciones de frontera específicas. Las fórmulas de *Engesser* [20] y *Haringx* [21, 22], esbozadas inicialmente por *Timoshenko* [23], son alternativas para incluir la cortante transversal en el pandeo de una columna, pues estas tienen en cuenta los efectos del espesor de la estructura, al igual que los efectos de la baja relación entre el módulo cortante y el módulo de elasticidad. En el caso de las construcciones sándwich, la cortante transversal es considerada en las fórmulas dadas por *Bazant y Cedolin* [24], *Huang y Kardomateas* [25], y *Allen* [9].

Las estructuras sándwich presentan una respuesta mecánica muy diferente a la correspondiente estructura monolítica evaluada por *Euler*, pues una columna sándwich puede experimentar una “disputa” entre múltiples modos de falla de carácter global (pandeo), local (aplastamiento de las láminas), y microaplastamiento de las láminas. La columna sándwich también puede colapsar por falla de uno de sus componentes en una escala micro-mecánica antes de que se desarrolle una inestabilidad global [15]. Los distintos modos de falla posibles en una columna se muestran en la Figura 1.

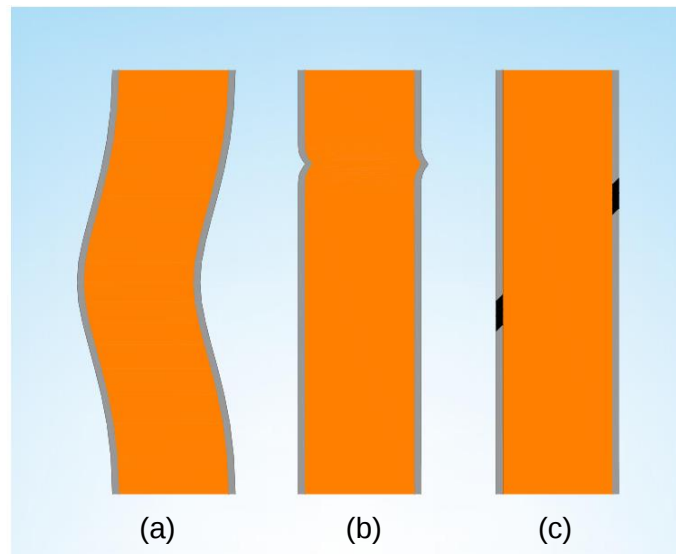


Figura 1. Modos de falla de la columna sándwich: a) Pandeo global, b) Pandeo local o aplastamiento, c) Micropandeo de las fibras. [11]

La Figura 1(a) muestra el modo de falla por pandeo global de una columna sándwich, cuando esta es larga y esbelta. El modo de pandeo global puede ser encontrado también en una columna muy corta; en este caso, la inestabilidad es gobernada por la deformación transversal cortante del núcleo. El aplastamiento de las láminas con ondas cortas, característico de una columna sándwich con un espesor de pared muy delgado, es otro candidato para el modo de falla dominante de la columna sándwich como se muestra en la Figura 1(b). Adicional al pandeo global y al aplastamiento, la falla por compresión de las láminas debido al micropandeo de las fibras puede ocurrir cuando el esfuerzo axial en las láminas alcanza su máxima resistencia antes de que los esfuerzos de pandeo o aplastamiento se desarrollen, como se muestra en la Figura 1(c). La falla por compresión de las láminas debe ser considerada cuidadosamente ya que las láminas son mucho más rígidas que el núcleo y la carga de compresión es soportada mayormente estas. El tema más importante respecto al pandeo de las estructuras sándwich es el efecto de la cortante transversal, el cual puede reducir la correspondiente carga crítica de Euler. Por lo tanto, todas las fórmulas para el pandeo de estructuras sándwich mencionadas anteriormente, son básicamente formas de incluir este efecto en la fórmula de Euler, ya que, por ejemplo, los materiales compuestos, están caracterizados por una relación entre módulos de elasticidad y cortante transversal mucho más alta que la de las láminas adjuntas. En columnas sándwich, por ejemplo, esta relación es aún más grande debido a la contribución del núcleo, el cual soporta la cortante transversal y tiene un módulo de elasticidad bastante bajo.

Otro tema referente a la falla de columnas sándwich es el pandeo local o aplastamiento. Este se refiere a la forma de inestabilidad local por compresión de las láminas de la estructura sándwich, en la cual la longitud de onda de la forma pandeada es del mismo orden del espesor del núcleo. Esta inestabilidad de longitud de onda corta de las láminas puede ocurrir a un nivel menor que la correspondiente carga de pandeo global (pandeo de Euler). En el caso del pandeo global, el núcleo puede presentar una deformación por cortante considerable, mientras que en el caso del aplastamiento local este puede actuar como una cimentación elástica y la deformación de pandeo es principalmente contenida por las capas adyacentes a las láminas. En la Figura 2 se muestran los modos de aplastamiento posible para un elemento configurado simétricamente: aplastamiento simétrico (2a) y aplastamiento asimétrico (2b).

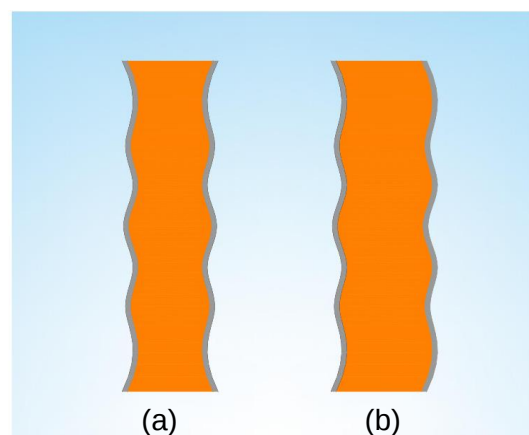


Figura 2. Modos de aplastamiento: a) aplastamiento simétrico, b) aplastamiento asimétrico. [11]

A continuación, se presentan los distintos enfoques para la determinación de la carga crítica en los modos de falla de pandeo global y aplastamiento (pandeo local).

2.3.2. Pandeo global

2.3.2.1. Aproximación de Engesser

La aproximación de *Engesser* [20] está basada en la consideración de una pendiente adicional, y por lo tanto también de una curvatura adicional generada por la fuerza cortante. Aquí se considera una columna empotrada-libre, sometida una carga axial de compresión P . Cuando el pandeo ocurre, se presenta una fuerza cortante de magnitud Q , que actúa en la sección transversal. Esta fuerza puede determinarse como se muestra en la ecuación (1.1):

$$Q \cong P \frac{dw}{dx} \quad (1.1)$$

El cambio de pendiente en la curva de deflexión producida por la fuerza cortante es $\beta Q / AG_{eq}$. Donde β es el factor de corrección de acuerdo a la forma de la sección transversal, el cual tiene en cuenta la distribución no uniforme de la cortante a través de la sección. Para una sección tubular, $\beta = 2.0$ [26].

La tasa de cambio de pendiente producida por la fuerza cortante Q representa la curvatura adicional debido a la cortante. Por la ecuación (1.2) se tiene que:

$$\frac{\beta Q}{AG_{eq}} \frac{dQ}{dx} = \frac{\beta P}{AG_{eq}} \frac{d^2w}{dx^2} \quad (1.2)$$

La curvatura total es obtenida adicionando la curvatura producida por la fuerza cortante más la producida por el momento flexionante. Así, para la columna empotrada-libre, la ecuación diferencial para la curva de deflexión se define en la ecuación (1.3) como:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{(EI)_{eq}} + \frac{\beta}{AG_{eq}} \frac{dQ}{dx}, \quad (1.3)$$

O como se muestra en la ecuación (1.4),

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{\beta(\delta - w)}{(EI)_{eq}} + \frac{\beta P}{AG_{eq}} \frac{d^2w}{dx^2} \quad (1.4)$$

La ecuación (1.4) puede reescribirse así:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{P}{(EI)_{eq} [1 - \beta P / AG_{eq}]} (\delta - w) \quad (1.5)$$

Si se establece que

$$k^2 = \frac{P}{(EI)_{eq} [1 - \beta P / AG_{eq}]}, \quad (1.6)$$

La ecuación (1.5) se puede escribir como se muestra a continuación:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + k^2 w = k^2 \delta \quad (1.7)$$

La solución general a la ecuación (1.7) es:

$$w = A_1 \cos kx + A_2 \sin kx + \delta, \quad (1.8)$$

Donde A_1 y A_2 son constantes de integración. Estas constantes son obtenidas de la condición empotrada $w = dw/dx = 0$, para $x = 0$. Estas condiciones se satisfacen si $A_1 = -\delta$ y $A_2 = 0$, y $w = \delta(1 - \cos kx)$.

La condición en el extremo libre requiere que $w = \delta$ para $x = L$. Esto se satisface si

$$\delta \cos kL = 0 \quad (1.9)$$

Para un δ diferente a cero, el valor más pequeño de kL que satisface la ecuación (1.9) es $kL = \pi/2$. Combinando con la ecuación (1.6) se obtiene que:

$$\frac{P}{(EI)_{eq} [1 - \beta P / AG_{eq}]} = \frac{\pi^2}{4L^2} \quad (1.10)$$

Resolviendo la ecuación (1.10) para P se obtiene la carga crítica de pandeo obtenida por Engesser, como se muestra en la ecuación (1.11):

$$P_{Engesser} = \frac{P_e}{[1 + \beta P_e / AG_{eq}]} \quad (1.11)$$

2.3.2.2. Aproximación de Haringx

En esta aproximación, debido a la deformación cortante, γ , existe una pendiente adicional, la cual es medida desde la normal de la sección a la tangente al eje de la columna deformada. Esta pendiente se suma a la pendiente, θ , la cual es medida desde el eje x a la normal de la sección transversal. Así, la pendiente de la curva de deflexión se define por el uso de la ecuación (1.1) como se muestra en la ecuación (1.12):

$$\frac{dw}{dx} = \theta + \gamma = \theta + \frac{\beta Q}{AG_{eq}} \quad (1.12)$$

La fuerza axial P tiene una componente en la dirección normal a la sección igual a

$$Q = P \cos \theta \cong P \theta \quad (1.13)$$

Sustituyendo el valor de Q dado en la ecuación (1.13) en la ecuación (1.12), la pendiente es

$$\frac{dw}{dx} = \theta + \frac{\beta P \theta}{AG_{eq}} = \theta \left(1 + \frac{\beta P}{AG_{eq}} \right) \quad (1.14)$$

Teniendo que

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{(EI)_{eq}} = \frac{P(\delta - w)}{(EI)_{eq}} \quad (1.15)$$

Se obtiene de la ecuación (1.14) la expresión para la curvatura mostrada en la ecuación (1.16):

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{P(\delta - w)}{(EI)_{eq}} \left(1 + \frac{\beta P}{AG_{eq}} \right) \quad (1.16)$$

La diferencia entre la expresión (1.16) y la expresión de la ecuación (1.5) se debe a que en la obtención de la ecuación (1.5) la fuerza cortante es calculada por medio de la pendiente total dw/dx de la curva de deflexión (ver ecuación 1.1), mientras que en la obtención de la ecuación (1.16), solo se usa el ángulo de rotación de la sección transversal (1.13).

Resolviendo la ecuación diferencial (1.16), como se hizo anteriormente, se encuentra que la carga crítica de pandeo obtenida por Haringx está definida por la ecuación (1.17), así:

$$P_{Haringx} = \frac{\sqrt{1 + 4\beta P_e / AG_{eq}} - 1}{2\beta / AG_{eq}} \quad (1.17)$$

Bazant [21] en un trabajo reciente explica la diferencia entre las fórmulas de *Engesser* y *Haringx* usando la dependencia del módulo cortante de los esfuerzos iniciales. De hecho, la rigidez cortante del núcleo se expresa en una función lineal de las fuerzas axiales soportadas por las láminas, y esta función es diferente para teorías de estabilidad asociadas con diferentes medidas de deformación. Por lo tanto, las fórmulas de pandeo de *Engesser* y *Haringx* son, en principio, mutuamente equivalentes. Sin embargo, como lo explica *Bazant* [21], la fórmula de *Haringx* representa un caso especial en el cual el módulo cortante de un núcleo puede ser independiente de la fuerza axial en las láminas e igual al módulo cortante medido por medio de un ensayo (por ejemplo, el ensayo torsional de un tubular de pared delgada fabricado del material de núcleo). Por lo tanto, la fórmula de *Haringx* es más conveniente en la práctica, pues la suposición de un módulo cortante constante la hace, estrictamente hablando, la fórmula más apropiada. En otras palabras, si se usa un módulo cortante constante la teoría de *Haringx* resulta como en la ecuación (1.17). Por otro lado, si la fuerza cortante es expresada como una función de la carga axial, entonces se espera que los resultados concuerden con la fórmula de *Engesser*. En la fórmula de

Haringx se esperan problemas de precisión si se emplea un módulo de cortante constante. Por esto, las fórmulas que aparecen en la literatura para pandeo global de columnas sándwich proveen formas de definir el módulo cortante equivalente, G_{eq} , y la rigidez a flexión equivalente, $(EI)_{eq}$, para usarlas en la fórmula de *Engesser* (1.11), que es, generalmente, la más usada.

2.3.2.3. Aproximación de Allen para láminas delgadas

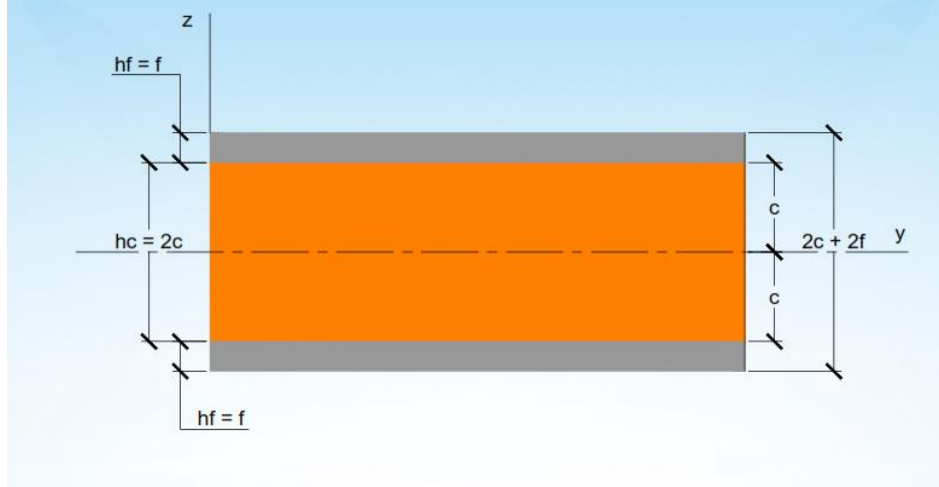


Figura 3. Sección Sándwich. [11]

En su formulación para láminas delgadas, Allen [11], asume que la rigidez a flexión equivalente es debido únicamente a las láminas de área fb localizadas a una distancia $c + f/2$ medida desde el eje neutro, como se muestra en la Figura 3; donde f es el espesor de la lámina y b es el ancho de la viga. La rigidez equivalente $(EI)_{eq}$ se obtiene de la expresión dada en la ecuación (1.22), así:

$$(EI)_{eq} = 2E_f b f (c + f/2)^2 \quad (1.22)$$

El módulo cortante equivalente de la sección G_{eq} se toma como el módulo cortante del núcleo, y el factor de corrección por cortante en la ecuación (1.11) se vuelve

$$\frac{\beta}{AG_{eq}} = \frac{1}{b(2c + f)G_c} \quad (1.23)$$

En consecuencia, por medio de la ecuación (1.11) se obtiene carga crítica de pandeo para una columna simplemente apoyada como se muestra en la ecuación (1.24), así:

$$P_{Allen} = \frac{P_e}{1 + P_e/AG_c}; P_e = \frac{\pi^2}{L^2} 2E_f b f \left(c + \frac{f}{2}\right)^2 \quad (1.24)$$

Una forma alternativa de la ecuación (1.24) es:

$$\frac{1}{P_{Allen}} = \frac{1}{P_e} + \frac{1}{AG_c}; A = b(2c + f) \quad (1.25)$$

La ecuación (1.25) muestra que cuando la construcción sándwich involucra un núcleo de modulo cortante muy bajo, la carga crítica será dominada por el segundo término de la ecuación (1.25), es decir, por el núcleo, y esta se aproximará al valor de AG_c . Por otra parte, si el módulo cortante del núcleo es muy alto, la carga crítica será dominada por el primer término de la ecuación (1.25), y esta se aproximará a la carga de Euler P_e .

2.3.2.4. Fórmula de Bazant y Cedolin

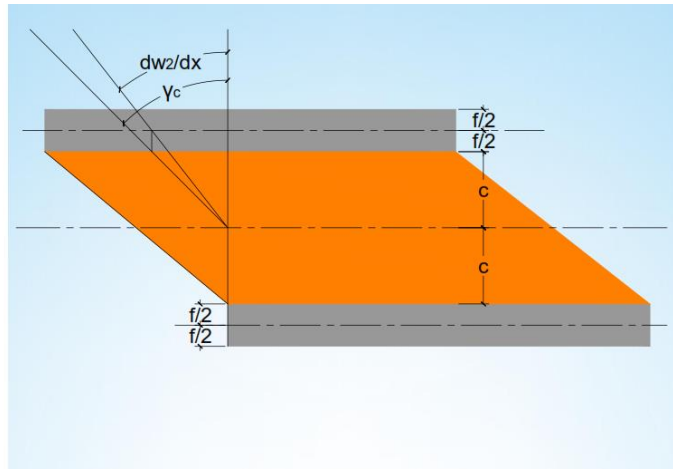


Figura 4. Esquema de la relación entre la pendiente adicional de la viga debido a la cortante transversal y la deformación cortante del núcleo [24].

Bazant y Cedolin [24] denotan como dw_1/dx a la rotación de la sección transversal definida por los desplazamientos longitudinales del centroide de las láminas, el cual difiere levemente de la rotación del núcleo de la sección transversal, como se muestra en la Figura 4. Denotando por γ_c a la deformación por cortante y por γ a la deformación cortante promedio (la cual es dw_2/dx), se tiene de la Figura 4 que:

$$(c + f/2)\gamma = c\gamma_c \quad (1.26)$$

Por lo tanto,

$$\gamma_c = \frac{Q}{G_c(2cb)} = \left(1 + \frac{f}{2c}\right)\gamma \quad (1.27)$$

Resolviendo la ecuación (1.27) para γ , la cual es la diferencia entre la pendiente dw/dx del eje de la viga deformada y la rotación dw_1/dx de la sección transversal, se obtiene que:

$$\frac{dw}{dx} - \frac{dw_1}{dx} = \gamma = \frac{Q}{G_c A_1}; A_1 = (2c + f)b \quad (1.28)$$

Dado que la deformación axial ubicada a la mitad de la lámina es $-(c + f/2)d^2w_1/dx^2$, se tiene que la fuerza axial resultante en las caras (de compresión el cara superior y tensión en la inferior) se define por la expresión dada en la ecuación (1.29), así:

$$P_f = E_f(fb) (c + f/2) \frac{d^2w_1}{dx^2} \quad (1.29)$$

Luego, el momento flexionante puede ser escrito como se muestra en la ecuación (1.30), así:

$$M = P_f(2c + f) + 2M_f; \quad M_f = E_f \frac{bf^3}{12} \frac{d^2w}{dx^2} \quad (1.30)$$

Reemplazando la expresión dada en la ecuación (1.29) en la ecuación (1.30) se tiene que:

$$M_f = E_f I_1 \frac{d^2w_1}{dx^2} + E_f I_f \frac{d^2w}{dx^2}; \quad I_1 = bf \frac{(2c + f)^2}{2}; \quad I_f = \frac{bf^3}{6} \quad (1.31)$$

Ahora, diferenciando la ecuación (1.28), y expresándola como d^2w_1/dx se sustituye en la ecuación (1.31) dando como resultado la expresión que se muestra en la ecuación (1.32):

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{(EI)_{eq}} + \frac{1}{G_c A_1 (1 + I_f/I_1)} \frac{dQ}{dx} \quad (1.32)$$

Donde

$$(EI)_{eq} = E_f (I_1 + I_f) \quad (1.33)$$

Es decir, la rigidez a flexión equivalente $(EI)_{eq}$ depende nuevamente solo de las láminas, pero también se incluye la rigidez a flexión alrededor de sus ejes centroidales. Esta ecuación significa esencialmente que la curvatura total, d^2w/dx^2 , es la sumatoria de la curvatura por flexión y la curvatura debido a la cortante, es decir, la misma aproximación básica que expone Engesser en la Ecuación (1.3), con

$$\frac{\beta}{AG_{eq}} = \frac{1}{G_c A_1 (1 + I_f/I_1)} \quad (1.34)$$

Procediendo de la misma forma que antes, la carga crítica es obtenida en la misma forma que la ecuación (1.11) con $\beta/(AG_{eq})$ definida en la ecuación (1.34) y la carga de Euler, P_e , basada en la rigidez a flexión dada en la ecuación (1.33), como se muestra en la ecuación (1.35), así:

$$P_{cr} = \frac{P_e}{\left[1 + \frac{1}{G_c A_1 (1 + I_f/I_1)}\right]} \quad (1.35)$$

2.3.2.5. Fórmulas de corrección por cortante de Huang y Kardomateas

Huang y Kardomateas [25] presentaron una fórmula de corrección por cortante para columnas sándwich en términos de las láminas y las propiedades geométricas y mecánicas del núcleo. Esta fórmula puede aplicarse tanto en la expresión de Engesser (1.11), o en la expresión de Haringx (1.17). Esta fórmula proporciona las definiciones adecuadas para $(EI)_{eq}$, G_{eq} , y β para la sección sándwich. La rigidez equivalente a flexión, $(EI)_{eq}$, incluye las rigideces a flexión de las láminas y el núcleo, y la rigidez a flexión de las láminas alrededor de su propio eje centroidal. Tomando como referencia nuevamente la Figura 3, la rigidez a flexión equivalente a flexión de la sección se define en la expresión dada en la ecuación (1.35) como se muestra a continuación:

$$(EI)_{eq} = 2E_f \frac{bf^3}{12} + 2E_f bf \left(\frac{f}{2} + c \right)^2 + E_c \frac{b(2c)^3}{12} \quad (1.35)$$

El módulo cortante efectivo o equivalente para la sección sándwich, G_{eq} , el cual incluye la contribución de las láminas, puede ser definido como se muestra en la ecuación (1.36):

$$\frac{2f + 2c}{G_{eq}} = \frac{2f}{G_f} + \frac{2c}{G_c}, \quad (1.36)$$

donde G_f es el módulo cortante de las láminas y G_c el módulo cortante del núcleo. La ecuación (1.36) muestra que cuando el núcleo es de un módulo cortante bastante bajo, el segundo término dominará y G_{eq} se aproximará a G_c .

Asumiendo que el esfuerzo cortante se distribuye de forma uniforme sobre toda la sección, $A = b(2c + 2f)$, los esfuerzos cortantes y la deformación se definen como muestra la ecuación (1.37), así:

$$\tau_{eq} = \frac{V(x)}{A}; \gamma_{eq} = \frac{\beta V(x)}{G_{eq} A} \quad (1.37)$$

Finalmente, la corrección por cortantes se obtiene de la expresión dada en la ecuación (1.38) como se muestra a continuación:

$$\frac{\beta}{AG_{eq}} = \frac{2b}{(EI)_{eq}^2} \left(\frac{a_f}{G_f} + \frac{a_c}{G_c} \right) \quad (1.38)$$

Note que esta fórmula de corrección por cortante no se basa exclusivamente en el módulo cortante del núcleo, sino que también incluye el módulo cortante de las láminas y el módulo elástico del núcleo. Por lo tanto, esta puede considerarse para construcciones sándwich con núcleos más rígidos y/o láminas más flexibles.

La fórmula de corrección por cortante dada en la ecuación (1.38) puede ser usada sustituyendo esta expresión por β en la fórmula de carga crítica de Engesser (1.11) o la fórmula de Haringx (1.17), donde P_e es la carga de Euler basada en la rigidez equivalente.

2.3.3. Aplastamiento

2.3.3.1. Fórmulas de Hoff y Mautner

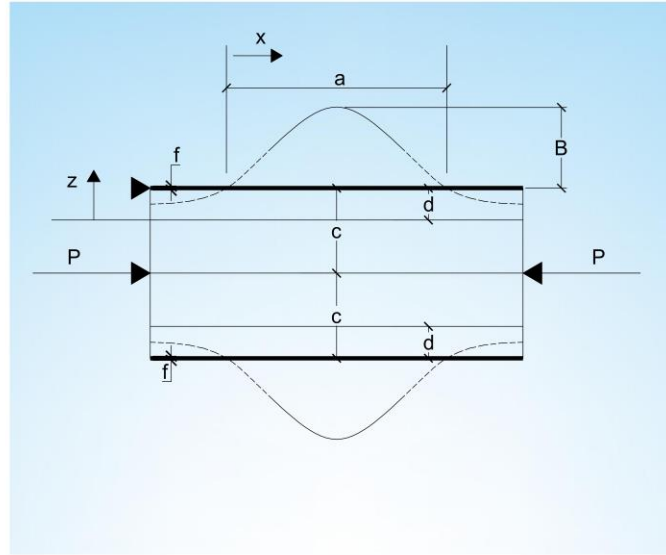


Figura 5. Modelo de aplastamiento de Hoff y Mautner [11].

Los cálculos de *Hoff y Mautner* [27] fueron realizados para una estructura sándwich de láminas de papel/plástico y un núcleo de acetato de celulosa que muestra una tendencia al aplastamiento asimétrico (el esfuerzo crítico correspondiente al caso asimétrico será menor que el esfuerzo para el caso simétrico) si la relación entre el espesor del núcleo y el espesor de las láminas, $2c/f$, es menor que 20.6. Esto es, desde luego, solo válido para este sistema particular de material sándwich y no es una conclusión general, pero da alguna pauta de los parámetros influyentes en el desarrollo del aplastamiento simétrico y el aplastamiento asimétrico. La ecuación (1.39) para aplastamiento simétrico es la fórmula de aplastamiento más popular y la más usada, aunque con un factor de seguridad de 0.5 en lugar de 0.91 [28].

De acuerdo a *Hoff y Mautner*, para el aplastamiento simétrico, el esfuerzo crítico está dado por la ecuación (1.39) si se cumple la condición (1.41); de lo contrario, el esfuerzo crítico de aplastamiento se determina por la ecuación (1.42).

El estado aplastado involucra la flexión de las láminas de espesor $h_f = f$, la elongación y la compresión del núcleo de espesor $h_c = 2c$. Una onda corta en la superficie difícilmente tendrá efecto en la mitad del material de núcleo cuando c es grande. Por lo tanto, se asume que los desplazamientos ocurren solo en la zona media de las láminas. El esfuerzo crítico de fluencia se calcula como se muestra en la ecuación (1.39):

$$\sigma_{cr}^f = 0.91^3 \sqrt{E_f E_c G_c} \quad (1.39)$$

Donde la fórmula es correcta solo si d es menor o igual a c . Así, la condición que valida la ecuación (1.39) es

$$0.91f^3 \sqrt{\frac{E_f E_c}{G_c^2}} \leq c \quad (1.40)$$

$$\frac{2c}{f} \geq 1.82^3 \sqrt{\frac{E_f E_c}{G_c^2}} \quad (1.41)$$

$$\sigma_{cr} = 0.577 \sqrt{E_f E_c} \sqrt{f/c} + 0.333 G_c \left(\frac{c}{f} \right) \quad (1.42)$$

Para el aplastamiento asimétrico, el esfuerzo de aplastamiento se determina por la ecuación (1.43) si se cumple la condición (1.44); de lo contrario el esfuerzo de aplastamiento se calcula con la ecuación (1.45).

$$\sigma_{cr} = 0.51 \sqrt{E_f E_c G_c} + 0.66 G_c \left(\frac{c}{f} \right) \quad (1.43)$$

$$\frac{c}{f} \leq 1.50^3 \sqrt{\frac{E_f E_c}{G_c^2}} \quad (1.44)$$

$$\sigma_{cr} = 0.417 \sqrt{E_f E_c} \sqrt{f/c} + 0.773 G_c \left(\frac{c}{f} \right) \quad (1.45)$$

2.3.3.2. Formula de Plantema

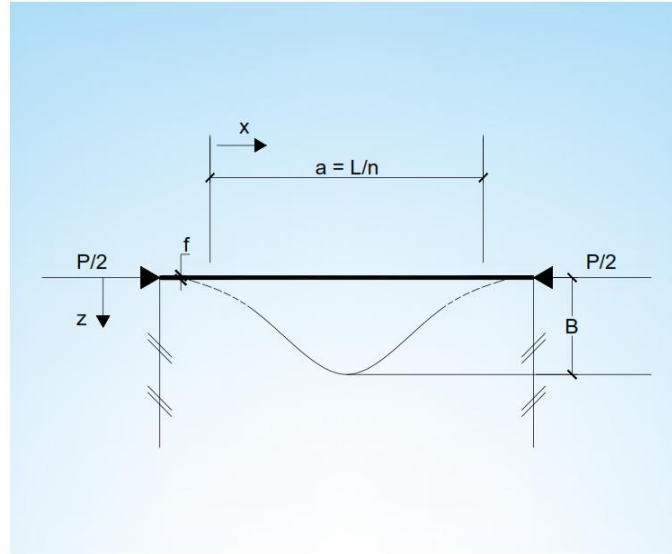


Figura 6. Modelo de aplastamiento de Plantema [9].

El análisis de *Plantema* [9] asume que los puntos del núcleo se someten a desplazamientos verticales con un decaimiento exponencial. Con z definido desde la lámina superior y n denotando el número de medias-ondas sobre la longitud L del panel, como se muestra en la Figura 5, la expresión para el desplazamiento transversal se define en la ecuación (1.46), así:

$$w = B e^{-kz} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (1.46)$$

Esta ecuación implica que el núcleo es de espesor infinito. Además, indica también que las líneas verticales permanecen verticales durante el aplastamiento ($\partial u / \partial z = 0$).

El esfuerzo transversal normal σ_{zz} y el esfuerzo cortante τ_{xz} en el núcleo se definen por las expresiones dadas en las ecuaciones (1.47a) y (1.47b), respectivamente.

$$\sigma_{zz} = E_c \frac{\partial w}{\partial z}; \quad (1.47a)$$

$$\tau_{xz} = G_c \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.47b)$$

La energía de deformación total por unidad de ancho consiste de la energía de deformación por flexión en la lámina y la energía de deformación en el núcleo asociada a los esfuerzos σ_{zz} y τ_{xz} , y se calcula como aparece en la formula (1.48):

$$U = B^2 \left(\frac{\pi^4 n^4}{4L^3} E_f I_f + \frac{kL}{8} E_c + \frac{\pi^2 n^2}{8kL} G_c \right), \quad (1.48)$$

donde $I_f = f^3/12$ es el momento de inercia de la sección transversal de la lámina.

En la misma manera como *Hoff* y *Mautner*, el esfuerzo en el núcleo es despreciable en comparación con el esfuerzo en las láminas, y el trabajo realizado por la carga externa, $P/2$ por unidad de ancho, se calcula como aparece en la ecuación (1.49), así:

$$W = \frac{\pi^2 n^2 B^2}{8L} P \quad (1.49)$$

El potencial total es $U - W$ y éste contiene los parámetros B , n y k . Minimizando este potencial total con respecto a B , n y k , y asumiendo n como la variable continua, se obtiene el esfuerzo crítico de aplastamiento P , como se muestra en la ecuación (1.50):

$$P = 3[2(E_f I_f)E_c G_c]^{1/3} \quad (1.50)$$

$$a = \frac{L}{n} = 1.26\pi \left[\frac{(E_f I_f)^2}{E_c G_c} \right]^{1/6}; k = \left[\frac{G_c^2}{2(E_f I_f)E_c} \right]^{1/3}$$

Estrictamente hablando, estas ecuaciones son válidas únicamente para una placa de longitud infinita $L = \infty$, pero en la práctica, n será tan grande que éstas pueden ser usadas para valores finitos de L . La relación $a = L/n$ es la longitud de media-onda de los aplastamientos.

2.3.3.3. Fórmula de Allen

Este análisis [11] está basado en la simplificación del problema de aplastamiento de las láminas de un puntal de longitud infinita adheridas a un medio elástico (núcleo), el cual se extiende

infinitamente en un lado del puntal. Para esta extensión, la geometría es la misma del modelo de Plantema (Figura 6). El puntal es asumido de sección rectangular, de espesor f y ancho b en la dirección y .

La ecuación diferencial del puntal es

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = b \sigma_z \quad (1.52)$$

Donde D es la rigidez a flexión del puntal, P es la carga axial en el puntal, w es el desplazamiento en la dirección z y σ_z es el esfuerzo normal correspondiente entre el puntal y las caras del medio de soporte (σ_z es positivo en tensión).

Suponiendo que el puntal se pandea en ondas sinusoidales con longitud de onda media l , tal que

$$w = w_m \sin \frac{\pi x}{l}, \quad (1.53)$$

la superficie del medio de soporte debe mostrar este desplazamiento (suponiendo que la lámina es delgada); en consecuencia, ésta mostrará que el esfuerzo σ_z , el cual es necesario para deformar el medio de esta forma, puede ser escrito como se muestra en la ecuación (1.54):

$$\sigma_z = -\frac{a}{l} w_m \sin \frac{\pi x}{l}, \quad (1.54)$$

donde

$$a = \frac{2\pi E_c}{(3-v_c)(1+v_c)} \quad (1.55)$$

Para una longitud de media onda l , el esfuerzo σ_z es proporcional al desplazamiento w a cualquier punto x .

Sustituyendo w y σ_z de las ecuaciones (1.52), (1.53) y (1.54) resulta una expresión en la cual el término $(w_m \sin \pi x/l)$ se cancela, dejando el resultado la expresión que se da a continuación, en la ecuación (1.56):

$$D \frac{\pi^4}{l^4} - P \frac{\pi^2}{l^2} = -\frac{a}{l} \quad (1.56)$$

Esta ecuación define el valor crítico de P , el cual debe existir para mantener el puntal en una condición deformada. Es conveniente escribir

$$D = \frac{E_f t^3}{12}, P = \sigma b t \quad (1.56)$$

Donde E_f es el módulo de elasticidad del puntal y σ es el esfuerzo de compresión crítico en la lámina. Reajustando la ecuación (1.56) resulta la expresión dada en la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{\pi^2 E_f}{12} \left(\frac{t}{l}\right)^2 + \frac{a}{\pi^2} \left(\frac{l}{t}\right), \quad (1.57)$$

A partir de la cual se tiene que el mínimo esfuerzo crítico y la longitud de media onda a la cual ocurre el aplastamiento están dados por las ecuaciones (1.58) y (1.59), como se muestra a continuación:

$$\sigma_{cr} = B_1 E_f^{1/3} E_c^{2/3}, \quad (1.58)$$

donde

$$B_1 = 3[12(3-v_c)^2(1+v_c)^2]^{-1/3};$$

$$\left(\frac{l}{t}\right)_{cr} = C \left(\frac{E_f}{E_c}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad (1.59)$$

donde

$$C = \pi[(3-v_c)(1+v_c)/12]^{1/3}$$

Algunos de los valores de las constantes B_1 , C se muestran a continuación en la Tabla 2, donde estos son afectados levemente por la variación de la relación de Poisson del medio de soporte.

Tabla 2. Constantes B_1 y C para determinación de esfuerzo crítico de aplastamiento y longitud de media onda. [11]

v_c	B_1	C
0.00	0.630	1.98
0.25	0.575	2.07
0.30	0.570	2.09
0.50	0.545	2.13

3. Metodología

3.1. Descripción

Los especímenes de ensayo HSS, SS y SC21 fueron fabricados a partir de un perfil circular estructural de acero ASTM A-500 Gr C de longitud 6m; Este fue cortado usando una sierra y luego refrentado en torno para obtener una longitud calibrada 300 mm en cada uno de los 14 especímenes, distribuidos como se muestra en Tabla 15 y en la Figura 7. La inyección de la RPF al interior del perfil tubular para la fabricación de los especímenes sándwich se realizó manualmente, vertiendo inicialmente el poliol y luego el isocianato para generar, a través de la mezcla, la reacción química exotérmica que da como resultado final la RPF. El confinamiento de la mezcla durante la espumación y posterior solidificación de la RPF se logró a través de la máquina de ensayos a compresión. En la fabricación de los especímenes SC21, el mezclado y la fundición del concreto del núcleo se realizó manualmente.

3.2. Configuración experimental

Los distintos modos de falla de las columnas sándwich sujetas a compresión son examinados experimentalmente en este capítulo. La resistencia del núcleo, en este caso, será la mayor variable de estudio para determinar el mapa de colapso de la columna sándwich sujeta a compresión uniaxial.

3.3. Materiales

A continuación, se describen los tipos de sección fabricados para los ensayos experimentales: las secciones HSS se componen únicamente de un tubular estructural redondo ASTM A-500 Gr C (NTC 4526), como se describe posteriormente en el apartado 3.3.2; En la elaboración de las secciones SS100, SS200 y SS400 se empleó igualmente el tubular estructural redondo descrito en el apartado 3.3.2, y se fabricó un núcleo de RPF inyectado en densidades 100 Kg/m³, 200 Kg/m³ y 400 Kg/m³, respectivamente; las secciones SC21 se fabricaron a partir del mismo tubular estructural redondo usado en las secciones HSS, esta vez con un núcleo de concreto de resistencia a la compresión, f'_c , igual a 21 MPa o 3000 psi (el diseño de la dosificación del concreto se presenta en el apartado 3.3.4.).

A continuación, se describen detalladamente los materiales empleados en la fabricación de los especímenes de ensayo.

3.3.1. Acero

El perfil HSS empleado para la fabricación de los especímenes de ensayo fue el tubular estructural redondo ASTM A-500 Gr C (NTC 4526), el cual tiene un Esfuerzo de Fluencia, f_y , igual a 322 MPa (46000 psi). Los perfiles tubulares se fabrican de acuerdo a la norma ASTM A-500 con acero laminado en caliente de bajo contenido de carbono, alta soldabilidad y ductilidad, según normas AISI/SAE 1015m JISG 3132 SPHT 4, o cualquier otro acero equivalente como se muestra en la tabla 2.

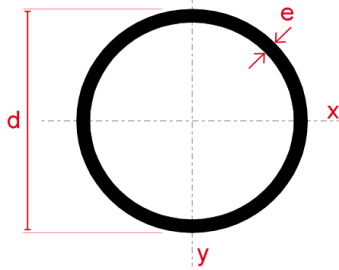
Tabla 2. Requerimientos ASTM A-500 para perfiles de sección tubular circular.

<i>Requerimientos ASTM A-500 para perfiles de sección tubular circular.</i>		
<i>Esfuerzo de Fluencia f_y</i>	<i>322 MPa</i>	<i>46000 psi</i>
<i>Esfuerzo Último f_u</i>	<i>430 MPa</i>	<i>62000 psi</i>
<i>Elongación en 2"</i>	<i>21%</i>	
<i>Contenido máximo de Carbono</i>	<i>0.27%</i>	
<i>Contenido máximo de Manganeso</i>	<i>1.40%</i>	
<i>Contenido máximo de Fosforo</i>	<i>0.045%</i>	
<i>Contenido máximo de Azufre</i>	<i>0.045%</i>	

Para los perfiles tubulares, el único modo de pandeo a tomar en consideración es el pandeo por flexión. No hace falta tener en cuenta el pandeo lateral con torsión ya que la rigidez torsional de una sección tubular es más que suficiente para impedir cualquier pandeo con torsión.

En las pruebas experimentales fueron usados 14 tubos de altura 300 mm, los cuales fueron refrentados en torno para asegurar la precisión en esta medida. Las especificaciones del perfil se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Especificaciones perfil tubular estructural negro ASTM A-500 Gr C.

	Designaciones		Área	Peso	Propiedades Estáticas		
	Diámetro exterior				Flexión		
					Momento de inercia	Radio de giro	
	d		e	A _s	P	I	r
	pulg.	mm	mm	cm ²	Kg/m	cm ⁴	cm
	4 ½	114.30	3.00	10.49	8.23	162.55	3.94

3.3.2. Espuma Rígida de Poliuretano Estructural

El material de núcleo de las columnas sándwich es una RPF de celda cerrada llamada RIMLINE LH 85228, compuesto por el polioli, llamado RUBITHERM LR 18459 y el isocianato, llamado RUBINATE 5005, en una relación de mezcla 100/100, es decir en partes iguales. Teniendo en cuenta que múltiples investigaciones [29, 30, 31, 32] concluyen que la densidad es el parámetro más determinante en las propiedades mecánicas de la RPF se emplearon tres densidades distintas para la fabricación del núcleo de las columnas sándwich: 100 Kg/m³, 200 Kg/m³, y 400 Kg/m³. Otros parámetros influyentes son la dirección de crecimiento de la RPF y la temperatura, ya que las propiedades mecánicas presentan un pequeño incremento cuando la carga es aplicada en la dirección de crecimiento del material respecto a aquellas que resultan luego de aplicar una carga en el plano; además, los incrementos de temperatura significan una

disminución significativa en los valores de estas mismas [30, 32]. En el desarrollo de las pruebas a compresión la carga es aplicada axialmente, es decir, en la dirección de crecimiento de la RPF, y las condiciones son de temperatura ambiente. Las propiedades mecánicas del núcleo fueron determinadas a partir de pruebas realizadas en 15 de especímenes de RPF, de acuerdo a la norma ASTM D1621– “Método de prueba estándar para las propiedades de compresión de plásticos rígidos” – en el Laboratorio de Suelos del Programa de Ingeniería Civil, en la Universidad del Valle – Sede Meléndez. Los resultados de las pruebas a compresión simple de las muestras de RPF se pueden observar en la Tabla 4. Las curvas de esfuerzo-deformación características de las muestras de RPF – en densidades de 100 Kg/m³, 200 Kg/m³, y 400 Kg/m³ – se presentan en los Gráficos 2, 3, 4, 5, 6 y 7; en estos gráficos se representan los valores de desviación estándar con la zona sombreada en rojo, mientras que los valores de error absoluto se muestran como el área señalada en azul. En el Gráfico 8 se muestran las tres curvas esfuerzo-deformación representativas de las muestras de RPF de densidades 100 Kg/m³, 200 Kg/m³, y 400 Kg/m³.

Tabla 4. Resultados de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF.

Especimen		Propiedades Físicas			Propiedades Mecánicas			
		Volumen	Masa	Volumen	Módulo Young: E	Poisson	Módulo Cortante: G	Esfuerzo Fluencia
		cm3	gr	Kg/ m3	MPa	0.43	MPa	MPa
RPF 100	A	285.7	34.13	119.47	1.01	0.43	0.354	0.034
	B	278.7	22.56	80.96	0.69	0.43	0.240	0.037
	C	282.4	31.1	110.11	0.93	0.43	0.326	0.031
	D	281.7	28.56	101.37	0.86	0.43	0.300	0.033
	E	281.7	28.51	101.2	0.86	0.43	0.300	0.033
RPF 200	A	286.32	56.47	197.24	2.44	0.43	0.854	0.114
	B	279.3	58.38	209.04	2.59	0.43	0.905	0.090
	C	283.01	56.55	199.81	2.47	0.43	0.865	0.105
	D	282.31	58.21	206.18	2.55	0.43	0.892	0.120
	E	282.31	58.89	208.6	2.58	0.43	0.903	0.124
RPF 400	A	286.14	122.4	427.6	10.67	0.43	3.731	0.522
	B	279.13	115.6	414.07	10.33	0.43	3.612	0.435
	C	282.83	118.7	419.8	10.47	0.43	3.662	0.435
	D	282.13	120.8	428.02	10.68	0.43	3.734	0.441
	E	282.13	121.7	431.22	10.76	0.43	3.762	0.460

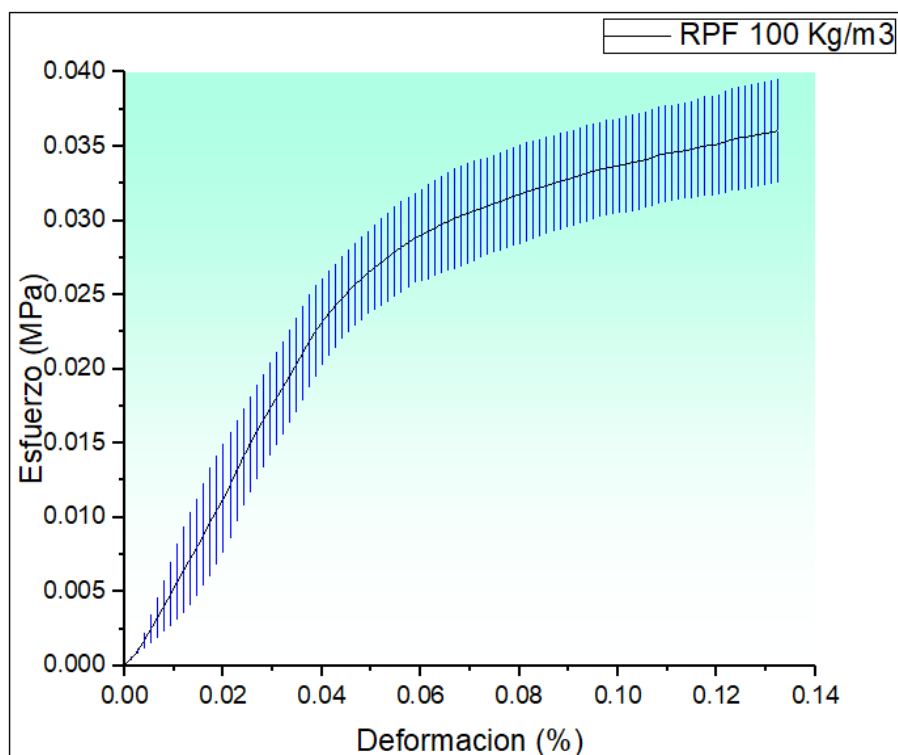


Gráfico 2. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de densidad 100 Kg/m3: Desviación Estándar.

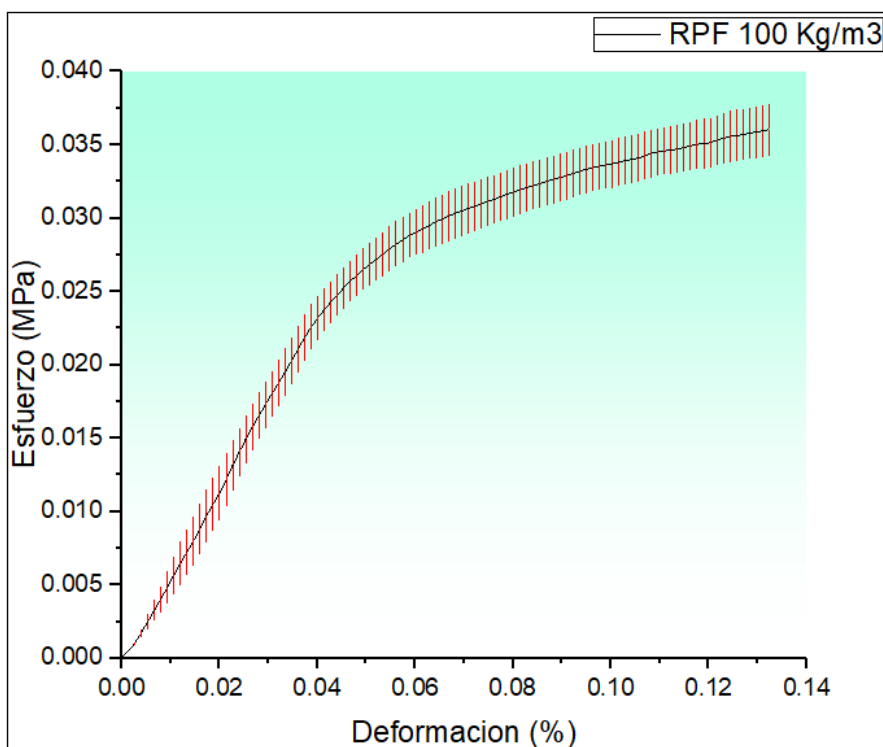


Gráfico 3. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de densidad 100 Kg/m3: Error Absoluto.

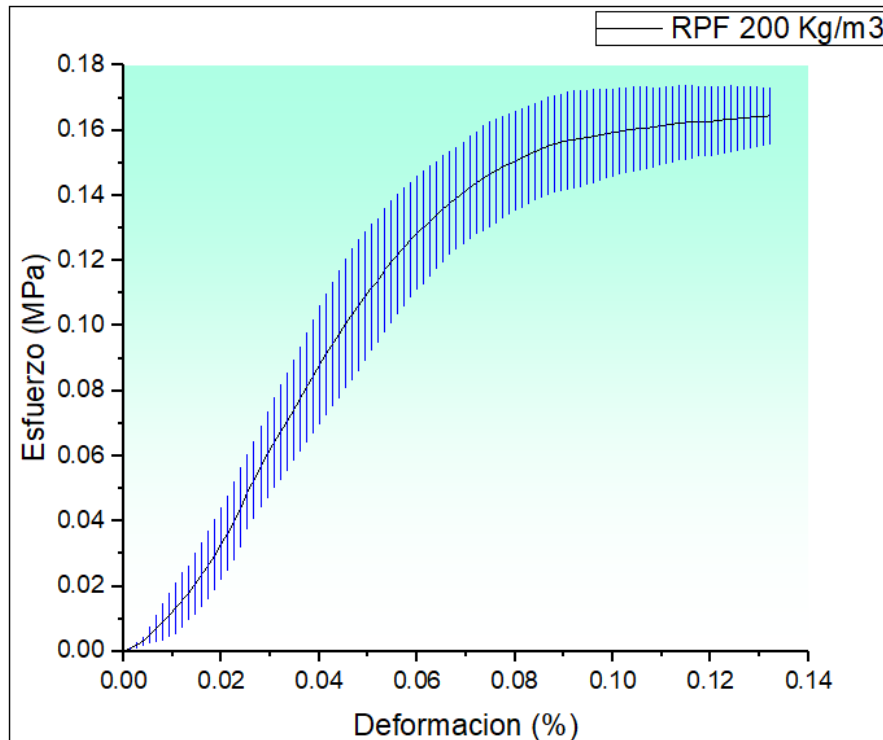


Gráfico 4. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de densidad 200 Kg/m3: Desviación Estándar.

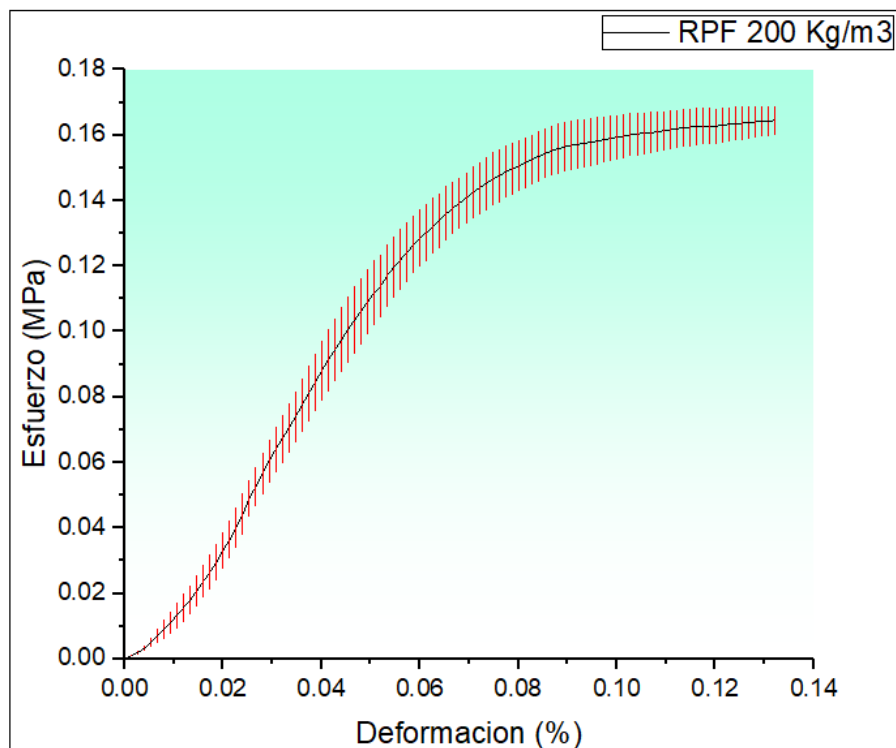


Gráfico 5. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de densidad 200 Kg/m3: Error Absoluto.

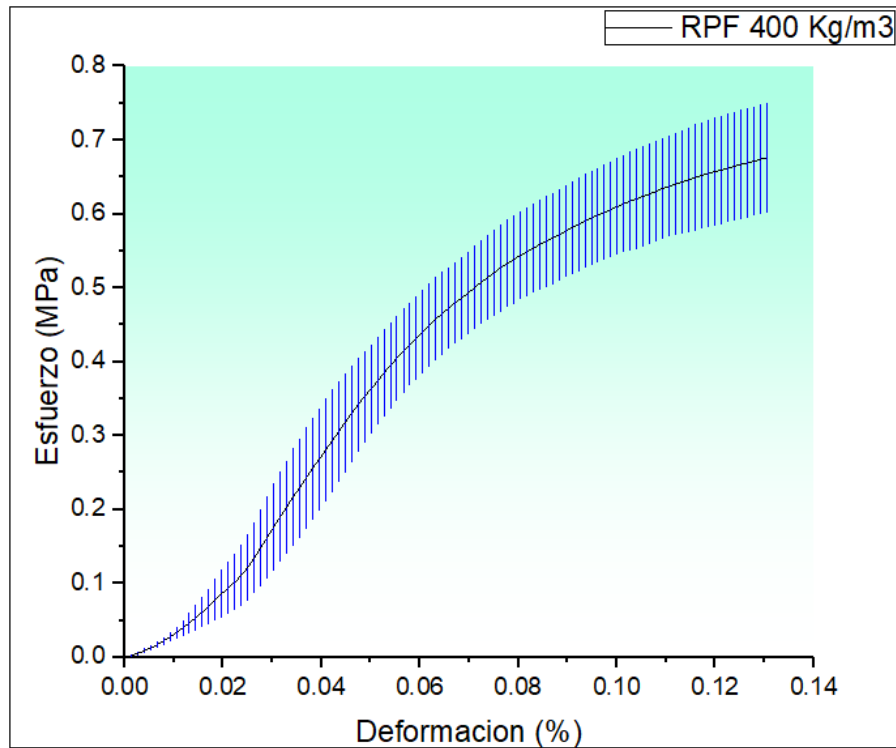


Gráfico 6. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de densidad 400 Kg/m³: Desviación Estándar.

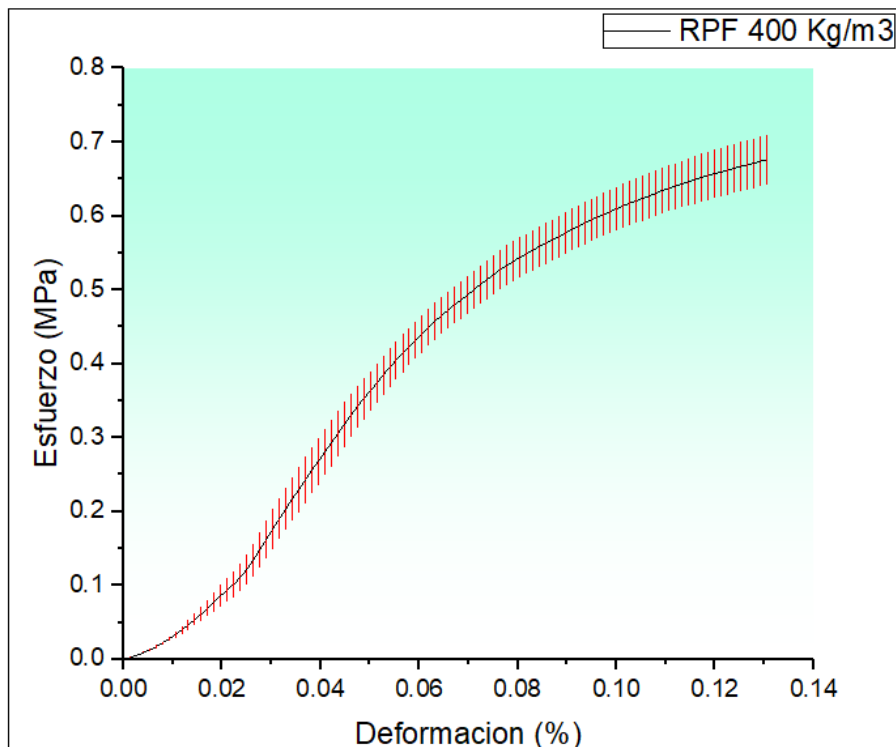


Gráfico 7. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de densidad 400 Kg/m³: Error Absoluto.

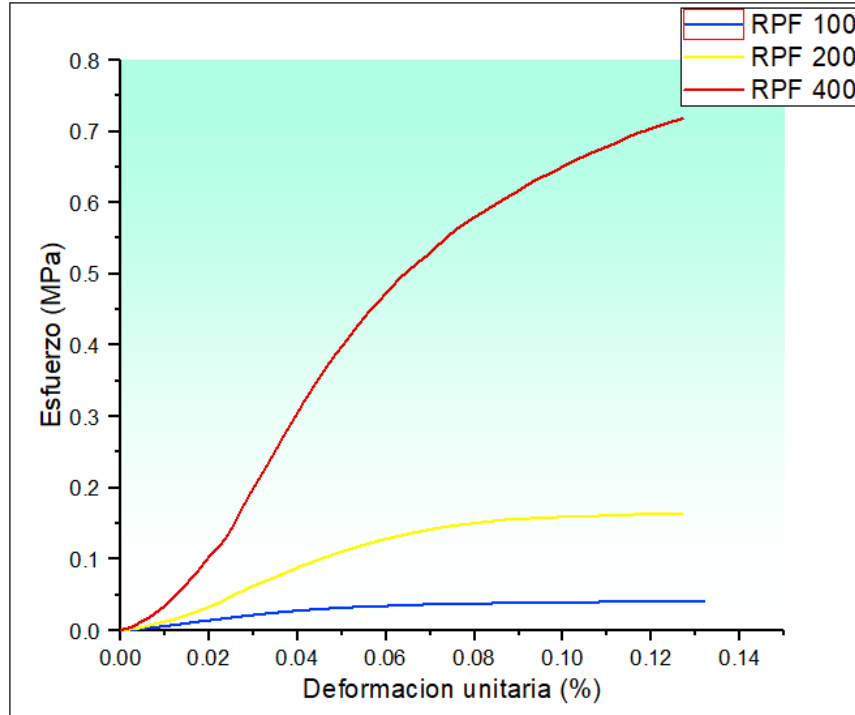


Gráfico 8. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes de RPF de 100 Kg/m³, 200 Kg/m³, y 400 Kg/m³.

Teniendo en cuenta el comportamiento lineal de la RPF, se muestran sus propiedades mecánicas respecto a su densidad. Para determinar los valores a utilizar en los cálculos teóricos y el análisis de EF se acudió a una interpolación lineal. Los valores de las propiedades mecánicas utilizados en los cálculos teóricos se muestran en la Tabla 5. En los Gráficos 9, 10 y 11, se muestran adicionalmente los valores de medición y estadística descriptiva para el conjunto de valores módulo de elasticidad, módulo tangente y esfuerzo de fluencia, los cuales serán utilizados posteriormente en el cálculo teórico de cargas críticas de pandeo y en la simulación basada en EF.

Tabla 5. Propiedades mecánicas de los especímenes de RPF para uso en cálculos teóricos y simulación basada en EF.

RPF	Módulo de Elasticidad	Módulo Cortante	Módulo Tangente	Esfuerzo de Fluencia
100 kg/m³	0.869 +/- 0.082	0.304 +/- 0.082	0.259 +/- 0.028	0.033 +/- 0.002
200 kg/m³	2.527 +/- 0.056	0.883 +/- 0.056	0.973 +/- 0.041	0.110 +/- 0.010
400 kg/m³	10.583 +/- 0.144	3.700 +/- 0.144	5.552 +/- 0.379	0.459 +/- 0.026

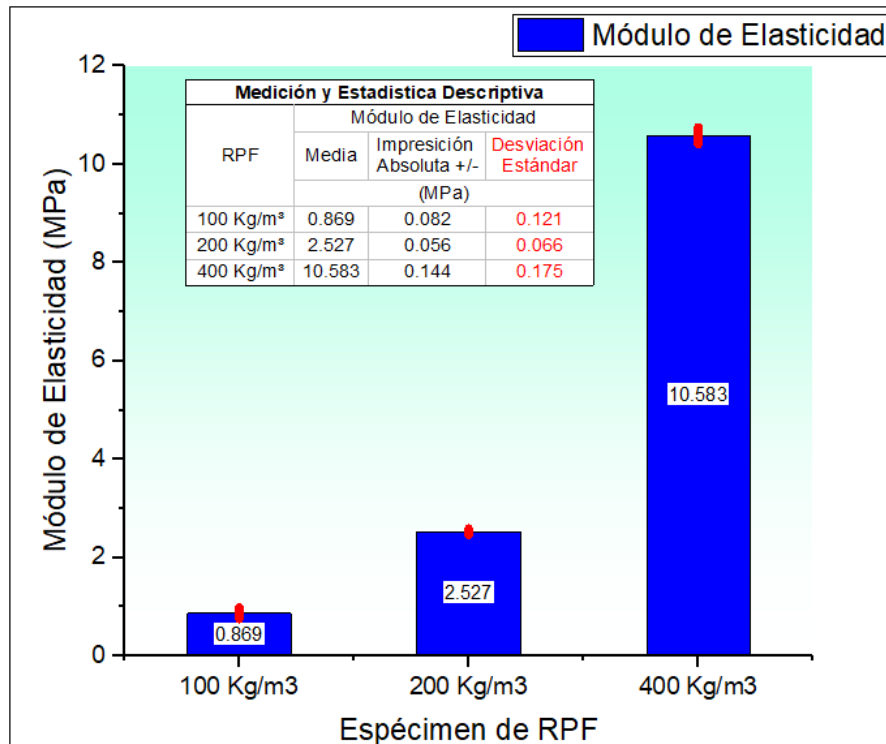


Gráfico 9. Valores de módulo de elasticidad para los especímenes de RPF.

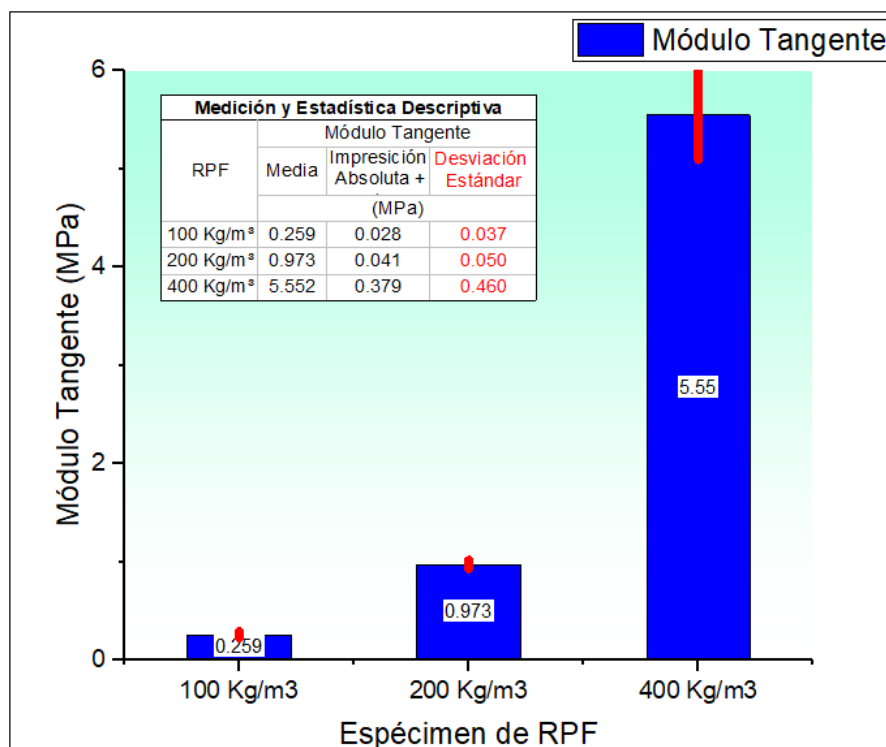


Gráfico 10. Valores de módulo tangente para los especímenes de RPF.

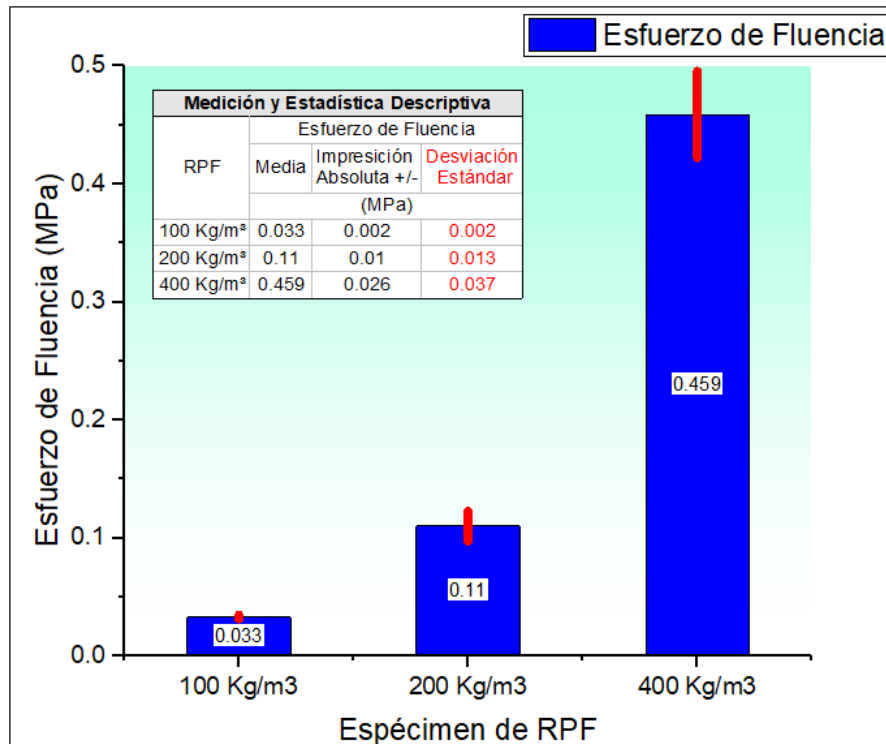


Gráfico 11. Valores de esfuerzo de fluencia para los especímenes de RPF.

3.3.3. Concreto

Las propiedades de los materiales a utilizar en el diseño de la mezcla se presentan a continuación en la Tabla 6.

Tabla 6. Propiedades de materiales para producción de concreto.

Cemento:	Peso específico de masa	3.15
Agregado fino	Humedad natural	3.00%
	Absorción	2.50%
	Humedad libre	0.50%
	Módulo de fineza	2.8
	Peso específico de masa	2.57
	Peso unitario suelto	1650 kg/m³
	Peso unitario compacto	1840 kg/m³
Agregado grueso	Tamaño de agregado	3/4"
	Humedad natural	1.30%
	Absorción	0.70%
	Humedad libre	0.60%
	Peso específico de masa	2.59
	Peso unitario suelto	1550 kg/m³
	Peso unitario compacto	1720 kg/m³

La mezcla de concreto para los especímenes de sección SC21 se realizó de acuerdo al procedimiento de diseño de dosificación del concreto especificado por el documento ACI 211.1 [33] (American Concrete Institute), el cual es referido en la NSR-10 en su capítulo C.5.2 [34]. De acuerdo a este documento, el procedimiento de diseño comprende los siguientes nueve pasos:

- Elección del asentamiento.
- Elección del tamaño máximo de agregado.
- Cálculo del agua de mezclado y el contenido de aire.
- Selección de la relación agua- cemento (a/c).
- Cálculo del contenido de cemento.
- Estimación del contenido de agregado grueso.
- Estimación del contenido de agregado fino.
- Ajuste por humedad del agregado.
- Ajustes en las mezclas de prueba.

A continuación, se despliegan cada uno de los pasos del procedimiento para diseño de dosificación de concreto de acuerdo a los dictámenes del ACI 211.1.

- *Elección del asentamiento*

De acuerdo a las características del elemento a fabricar, la Tabla 7 indica un valor mínimo de 2.5cm y máximo de 10cm, se tomó un asentamiento medido con el cono de Abrams de 7.5 cm para obtener una buena trabajabilidad, pero sin tener un exceso de fluidez del concreto.

Tabla 7. Parámetros para elección de asentamiento del concreto según ACI 211.1 (Tomada de ACI 211.1)

Tipos de construcción	Revenimiento (cm)	
	Máximo*	Mínimo
Muros de cimentación y zapatas reforzadas	7.5	2.5
Muros de sub estructuras, cajones y zapatas sin refuerzo	7.5	2.5
Vigas y muros reforzados	10.0	2.5
Columnas de edificios	10.0	2.5
Losas y pavimentos	7.5	2.5
Concreto masivo	7.5	2.5

* puede incrementarse 2.5 cm para métodos de consolidación distintos a la vibración

- *Elección del tamaño máximo de agregado*

Las consideraciones a tener en cuenta para la selección del tamaño del agregado son el espesor del recubrimiento y espacio libre entre las barras de refuerzo. Para el caso en estudio no se hacen necesarias estas condiciones al ser concreto embebido en un perfil metálico, por lo tanto, se usará agregado grueso de tamaño 3/4" que es el límite para determinarlo grava y no gravilla.

- *Cálculo del agua de mezclado y el contenido de aire*

De acuerdo al asentamiento y tamaño de agregado grueso elegidos, se tiene que para un concreto sin aire incluido y sin exposiciones, la cantidad de agua requerida es de 205 kg/m^3 . Con un 2% de aire atrapado. Los parámetros para el cálculo del contenido de agua en la mezcla se presentan a continuación en la Tabla 8.

Tabla 8. Parámetros para cálculo del contenido de agua requerida para la fabricación del concreto según ACI 211.1 (Tomada de ACI 211.1)

Revenimiento		Agua, kg/m^3 de concreto para los tamaños máximos nominales de agregado indicados							
(cm)	(pulg)	9.5 mm (3/8")*	12.5 mm (1/2")*	19 mm (3/4")*	25 mm (1")*	37.5 mm (1 1/2")*	50 mm (2")**	75 mm (3")**	150 mm (6") **
Concreto sin aire incluido									
2.5 a 5.0	1 a 2	207	199	190	179	166	154	130	113
7.5 a 10	3 a 4	228	216	205	193	181	169	145	124
15 a 17.5	6 a 7	243	228	216	202	190	178	160	---
Cantidad aproximada de aire atrapado en el concreto sin aire incluido, %		3	2.5	2	1.5	1	0.5	0.3	0.2
Concreto con aire incluido									
2.5 a 5.0	1 a 2	181	175	168	160	150	142	122	107
7.5 a 10	3 a 4	202	193	184	175	165	157	133	119
15 a 17.5	6 a 7	216	205	197	184	174	166	154	---
Contenido promedio ^a total de aire, para el nivel de exposición, %									
Exposición	Baja	4.5	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0	1.5**xx	1.0**xx
	Media	6.0	5.5	5.0	4.5	4.5	4.0	3.5**xx	3.0**xx
	Extrema+++	7.5	7.0	6.0	6.0	5.5	5.0	4.5**xx	4.0**xx

- Selección de la relación agua- cemento (A/C)

Se conoce como relación agua/cemento (A/C) a la razón existente entre el peso del agua con respecto al peso de cemento, es decir:

$$A/C = \text{Peso de agua} / \text{Peso de cemento}.$$

Si se mantienen constantes las cantidades de agregado seco en una determinada proporción de concreto, se observa que el aumento de la relación agua/cemento (A/C) ocasiona una disminución en la resistencia del concreto. Por lo tanto, el control de dicha relación permite la obtención de un esfuerzo a compresión (f'_c) del concreto con una determinada cantidad de cemento fija en la mezcla. Para determinar el valor de un esfuerzo promedio requerido a compresión (f'_{cr}) en casos en los cuales no se cuenta con datos de pruebas previos para que permitan calcular una desviación estándar, se toman en consideración los valores dados por documento ACI 318-02 [35], los cuales se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Valores de f'_{cr} recomendados por el documento ACI 318-02 de acuerdo al valor de resistencia a la compresión requerido f'_c . (Tomada de ACI 318-02).

Esfuerzo a compresión especificado f'_c , kgf/cm^2	Esfuerzo promedio requerido a compresión f'_{cr} , kgf/cm^2
< 210	$f'_c + 70$
210-350	$f'_c + 84$
> 350	$1.10f'_c + 49$

De acuerdo a lo anterior, para un $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ se tiene que $f'_{cr} = f'_c + 84 \text{ kg/cm}^2$. Por lo tanto $f'_{cr} = 294 \text{ kg/cm}^2$.

Teniendo el valor de f'_{cr} y los valores de relación A/C referidos en la Tabla 10, se obtiene por medio de interpolación un valor de $A/C = 0.55$.

Tabla 10. Valores de relación A/C recomendados por el documento ACI 211.1 de acuerdo al valor de resistencia a la compresión requerido f'_c . (Tomada de ACI 211.1).

Esfuerzo a compresión a 28 días, kgf/cm^2 *	Relación agua/cemento, por peso	
	Concreto sin aire incluido	Concreto con aire incluido
420	0.41	---
350	0.48	0.40
280	0.57	0.48
210	0.68	0.59
140	0.82	0.74

- *Cálculo del contenido de cemento*

El cemento requerido es igual al contenido estimado de agua de mezclado dividido entre la relación A/C . Por lo tanto, la cantidad de cemento es:

$$\text{Cemento} = \frac{\text{Agua}}{A/C} = \frac{205 \text{ Kg/m}^3}{0.55},$$

lo cual indica que la cantidad de cemento será 373 kg/m^3 .

- *Estimación del contenido de agregado grueso*

Teniendo en cuenta la Tabla 11, para un módulo de finura del agregado fino igual a 2.8, el volumen unitario de agregado grueso es de 0.62.

Tabla 11. Volumen de agregado grueso por volumen unitario de concreto para diferentes módulos de finura del agregado fino. (Tomada del ACI 211.1, Tabla 5.3.6).

Tamaño máximo nominal del agregado		Volumen de agregado grueso* varillado en seco por volumen unitario de concreto para diferentes módulos de finura del agregado fino			
		2.40	2.60	2.80	3.00
9.5 mm	3/8"	0.50	0.48	0.46	0.44
12.5 mm	1/2"	0.59	0.57	0.55	0.53
19 mm	3/4"	0.66	0.64	0.62	0.60
25 mm	1"	0.71	0.69	0.67	0.65
37.5 mm	1 1/2"	0.75	0.73	0.71	0.69
50 mm	2"	0.78	0.76	0.74	0.72
75 mm	3"	0.82	0.8	0.78	0.76
150 mm	6"	0.87	0.85	0.83	0.81

Así, la cantidad de agregado grueso será $0.62 * 1720 \text{ kg/m}^3 = 1066 \text{ kg/m}^3$.

Calculada la cantidad de agregado para la mezcla de concreto con resistencia $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 21 \text{ MPa}$, se tienen los volúmenes dados en la Tabla 12.

Tabla 12. Volúmenes de materiales Volúmenes de materiales para 1 m3 de concreto de resistencia $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 21 \text{ MPa}$

Material	Cálculo	Volumen
Cemento	$373 / (3.15 * 1000)$	0.118 m^3
Agua	$205 / (1 * 1000)$	0.205 m^3
Aire	2,0%	0.020 m^3
Agregado grueso	$1066 / (2.59 * 1000)$	0.411 m^3
Total de volúmenes absolutos conocidos		0.754 m^3

- *Estimación del contenido de agregado fino*

El volumen absoluto de agregado fino será igual a la diferencia entre la unidad y la suma de los volúmenes absolutos conocidos. Por lo tanto, el volumen absoluto agregado fino es:

$$\text{Volumen absoluto agregado fino} = 1 - 0.754 = 0.246 \text{ m}^3$$

El peso del agregado fino será igual a su volumen absoluto multiplicado por el peso sólido, es decir:

$$\text{Peso del agregado fino} = 0.246 * 2.57 * 1000 = 632 \text{ kg/m}^3$$

- *Ajuste por humedad del agregado*

Los cálculos para ajuste de los volúmenes de material y las cantidades finales para 1 m³ de concreto de $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 21 \text{ MPa}$ se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13. Cantidad de materiales para 1 m3 de concreto de $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 21 \text{ MPa}$

Material	Ajuste de Volumen	Cantidad
Agregado fino	0.5%	636 kg
Agregado grueso	0.6%	1072 kg
Agua	$205 - 0.5\% \text{ Agregado fino} - 0.6\% \text{ Agregado grueso}$	195 Lt
Cemento	N.A	373 Kg

- *Ajustes en las mezclas de prueba*

El diseño de la mezcla de concreto obtenido fue plasmado en 6 especímenes cilíndricos. Las características físicas de los especímenes y la resistencia f'_c obtenida por medio de pruebas a compresión luego de un tiempo de curado de 28 días se muestran en la Tabla 14.

Tabla 14. Especímenes de concreto fabricado con el método de diseño de dosificación del ACI 211.1.

Cilindro #	Diámetro (cm)	Altura(cm)	Peso(kg)	Resistencia a los 28 días (MPa)
1	7.9	15.3	1.77	17.9
2	7.7	15.4	1.72	17.7
3	7.6	15.3	1.66	19.8
4	7.7	15.3	1.73	21.2
5	7.4	15.3	1.67	23.5
6	7.6	15.2	1.72	21.2

De acuerdo a la resistencia obtenida de las pruebas a compresión de los 6 especímenes se tiene un valor de resistencia a la compresión $f'_c = 20.22$ MPa con una imprecisión absoluta de +/- 1.75 MPa, y una desviación estándar de 2.22 MPa.

3.4. Fabricación de los especímenes

Los especímenes de ensayo se muestran en la Figura 7.

Tabla 15. Especímenes de ensayo fabricados.

	Tipo de Sección					Total Ensayos
	HSS	SS100	SS200	SS400	SC21	
No. Especímenes	2	3	3	3	3	14



Figura 7. Especímenes de ensayo fabricados.

4. Simulación basada en elementos finitos

4.1. Introducción

En el método de EF se supone un dominio o espacio geométrico donde se analiza un sistema continuo a partir de su discretización en subdominios llamados elementos, en los cuales se materializan las incógnitas fundamentales del problema. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema continuo gobiernan también el comportamiento del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito que se soluciona aisladamente. Las soluciones obtenidas finalmente se agrupan en una matriz para dar los resultados completos.

Para soportar los resultados teóricos, se realizaron cálculos de EF usando WorkBench, software perteneciente a ANSYS™. El perfil tubular y el núcleo fueron establecidos como elementos de comportamiento elástico-lineal en un modelo axi-simétrico simplificado, donde se dispone de un eje de referencia para la geometría de la columna y se realiza una revolución en la que se toman, en coordenadas cilíndricas, los esfuerzos en las direcciones radial y axial.

Para el caso de estudio de la columna sándwich, además de las condiciones de frontera como son carga, desplazamientos y condiciones de apoyo, se tiene el contacto entre la superficie del núcleo de espuma de poliuretano y las paredes internas del perfil tubular. Ya que el contacto puro es difícil de modelar, ANSYS dispone de diferentes tipos de contacto para determinar la correspondiente condición de frontera. Estos tipos de contacto son: BONDED ('unido' en inglés), como si el núcleo estuviera "soldado" al tubular; NO SEPARATION ('no separación' en inglés), el cual es similar a BONDED, pero se permite un pequeño desplazamiento relativo entre las superficies de acero y RPF; FRICTIONLESS ('sin fricción' en inglés), donde no existe fricción entre las superficies de acero y RPF, por lo tanto, el núcleo se desliza del tubular al no haber una presión normal en la superficie de contacto; ROUGH, donde se considera un coeficiente de fricción infinito; y FRICTIONAL, donde las superficies de acero y RPF pueden soportar esfuerzos cortantes antes de que ocurra un deslizamiento relativo entre las superficies. En este caso el coeficiente de fricción debe tener un valor positivo.

Teniendo que, en función de la densidad, la resistencia a la tracción aumenta casi linealmente desde 210 KPa para una espuma de baja densidad (32 kg/m³) y los valores mínimos de adherencia esperados pueden ser superiores a 200 KPa [36], se elige el tipo de contacto ROUGH para la condición de frontera de unión entre el tubular de acero y el núcleo de espuma de poliuretano. La malla (mesh) del modelo se definió lo suficientemente fina para tener elementos bastante pequeños comparados con la longitud de onda de aplastamiento esperada para la sección. En el modelo axi-simétrico se utilizó una malla con más de 2000 elementos, como se muestra en la Figura 11.

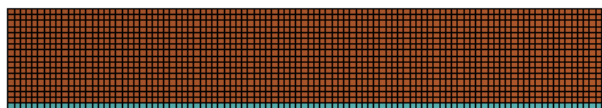


Figura 8. Enmallado del modelo axi-simétrico de EF de una columna sándwich.

4.2. Configuración del modelo de EF

4.2.1. Características de los materiales.

En el desarrollo del modelo de EF de los especímenes sándwich se crearon dos tipos de material: Acero Estructural y RPF. El primero fue creado a partir del acero estructural incluido en la biblioteca de materiales de Workbench, *General Materials*, y ajustado de acuerdo a las propiedades del acero ASTM A-500 Gr C (NTC 4526) descritas en el apartado 3.3.1; En la creación del segundo se tuvieron en cuenta las propiedades de elasticidad isotrópica y endurecimiento isotrópico bilineal, ya que éstas permiten la caracterización de la RPF con los parámetros descritos en el apartado 3.3.2, determinados previamente a través de ensayos de acuerdo a la norma ASTM D1621– “*Método de prueba estándar para las propiedades de compresión de plásticos rígidos*”.

4.2.2. Condiciones de frontera.

El apoyo de la columna se definió como un soporte fijo compuesto de las superficies de contacto de Acero y RPF en el extremo inferior. Teniendo en cuenta el confinamiento que ofrece el tubular estructural a la RPF y la adherencia propia de esta última, se definió la condición de frontera para el contacto entre los dos materiales como *ROUGH*, con coeficiente de fricción infinito, ya que durante el ensayo el desplazamiento relativo entre los dos elementos es nulo, en la parte inferior debido al soporte fijo y, en la parte superior debido al desplazamiento aplicado en forma progresiva.

4.2.3. Malla.

El tipo de elemento usado para el enmallado fue “*Face Meshing*” definido por el método de cuadriláteros, el cual se ajusta a la geometría plana de la sección transversal del modelo axi-simétrico. Los elementos que componen el enmallado tienen un tamaño de 3mm.

4.2.4. Análisis de convergencia.

El análisis de convergencia se desarrolló con el fin de conocer el tamaño de malla que optimiza el número de iteraciones necesarias para conseguir resultados aproximados en un porcentaje no mayor a 5% de los que se obtienen con una malla más fina, como la que se definió en el apartado 4.2.3. Los tamaños de malla escogidos para dicho análisis fueron 3 mm, 6 mm, 10 mm, 12 mm y 15 mm. Una vez realizada la simulación de EF se tiene que para los tamaños de malla entre 3mm y 10 mm existe una proximidad en los resultados obtenidos. También, se puede observar que para los tamaños igual o mayores a 12 mm los resultados presentan una

diferencia considerable respecto a los resultados obtenidos con las mallas más finas, como se puede observar en el Gráfico 12. Para ilustrar el análisis de convergencia realizado se muestra en la Figura 9 los resultados obtenidos de las simulaciones de EF desarrolladas con diferentes tamaños de malla para el espécimen SS400.

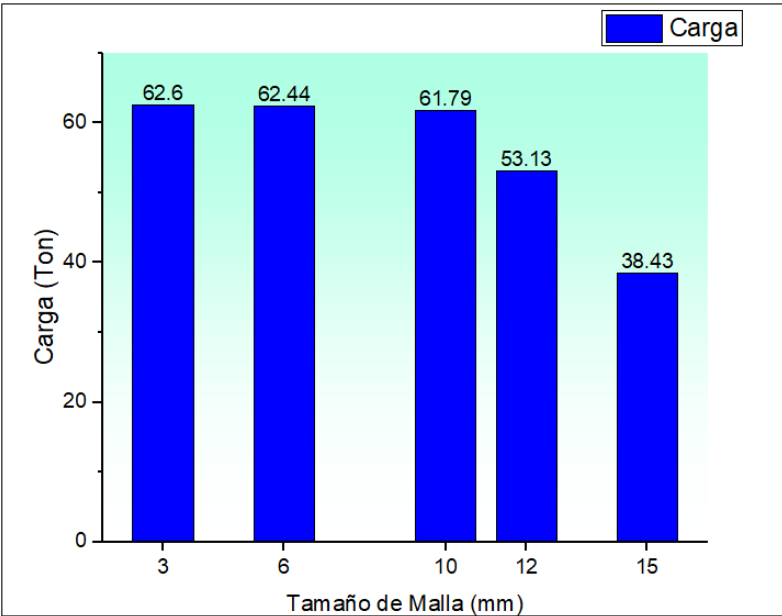


Gráfico 12. Valores de carga para diferentes tamaños de malla de la simulación de EF.

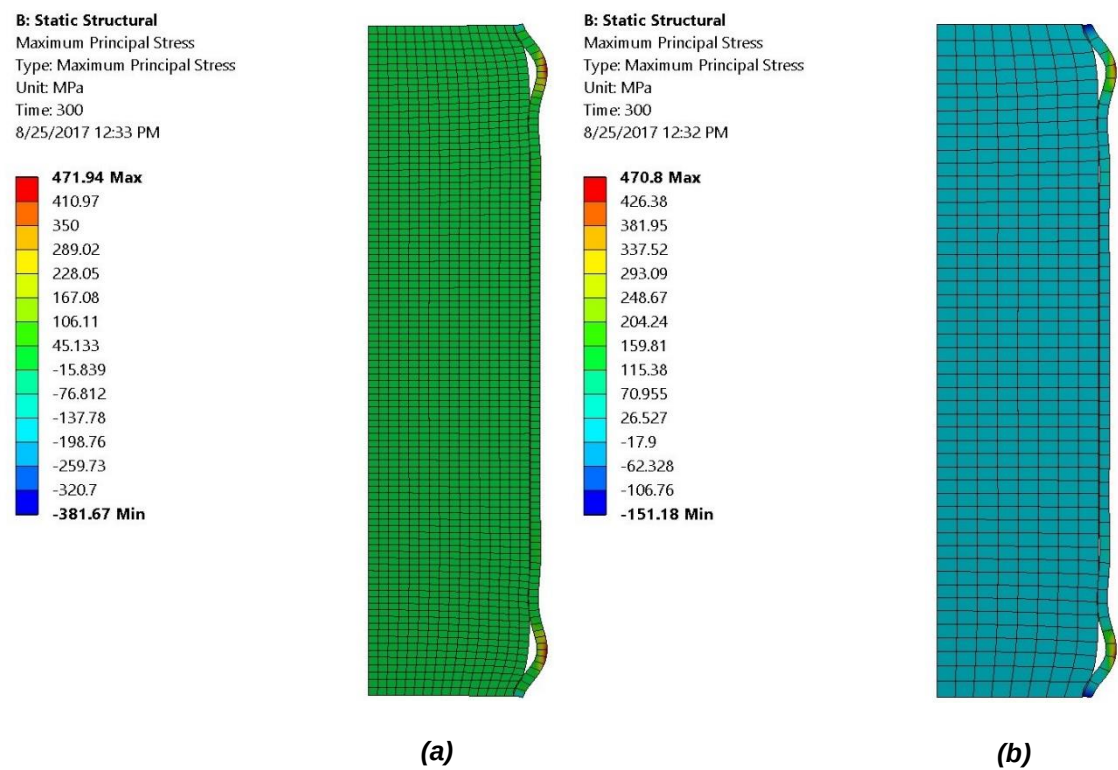
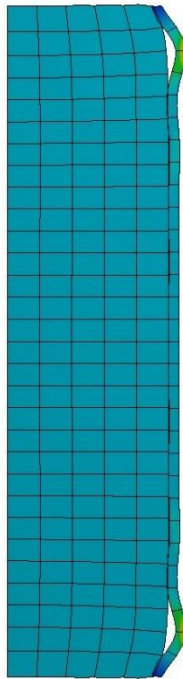
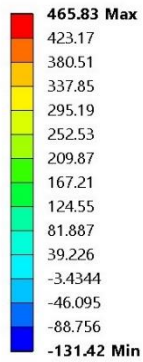


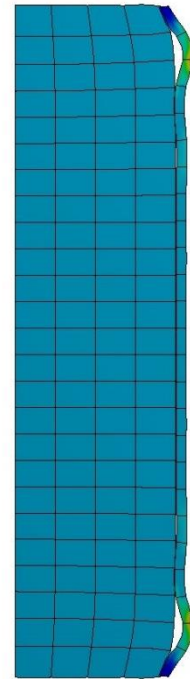
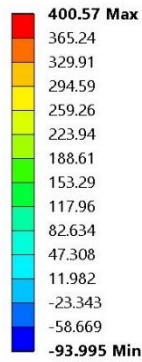
Figura 9. Resultados de análisis de convergencia en SS400: a) Tamaño de malla 3mm, b) Tamaño de malla 6 mm.

B: Static Structural
Maximum Principal Stress
Type: Maximum Principal Stress
Unit: MPa
Time: 300
8/25/2017 12:34 PM



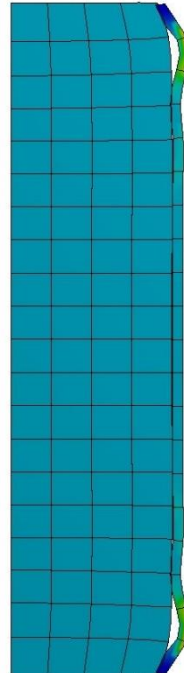
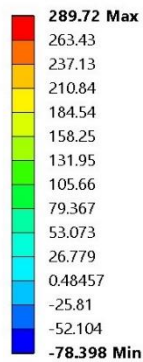
(c)

B: Static Structural
Maximum Principal Stress
Type: Maximum Principal Stress
Unit: MPa
Time: 300
8/25/2017 12:34 PM



(d)

B: Static Structural
Maximum Principal Stress
Type: Maximum Principal Stress
Unit: MPa
Time: 300
8/25/2017 12:35 PM



(e)

Figura 9. Resultados de análisis de convergencia en SS400: c) Tamaño de malla 10mm, d) Tamaño de malla 12 mm, e) Tamaño de malla 15 mm – Continuación.

Teniendo en cuenta que para los tamaños de 6 mm y 10 mm se tienen porcentajes de error de 0.24% y 1.29%, se puede decir que el tamaño de malla de 10 mm optimiza la solución del problema disminuyendo las iteraciones durante la simulación de EF.

4.2.5. Resultados de simulación de EF.

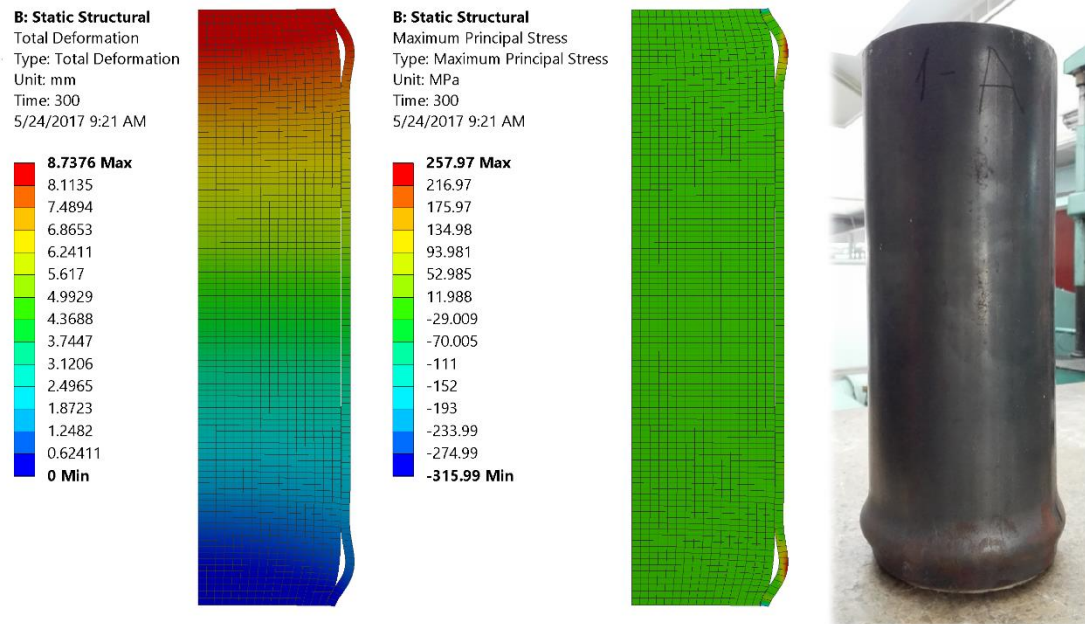


Figura 10. Modelo axi-simétrico de una columna sándwich para simulación de basada en EF: Sección SS100.

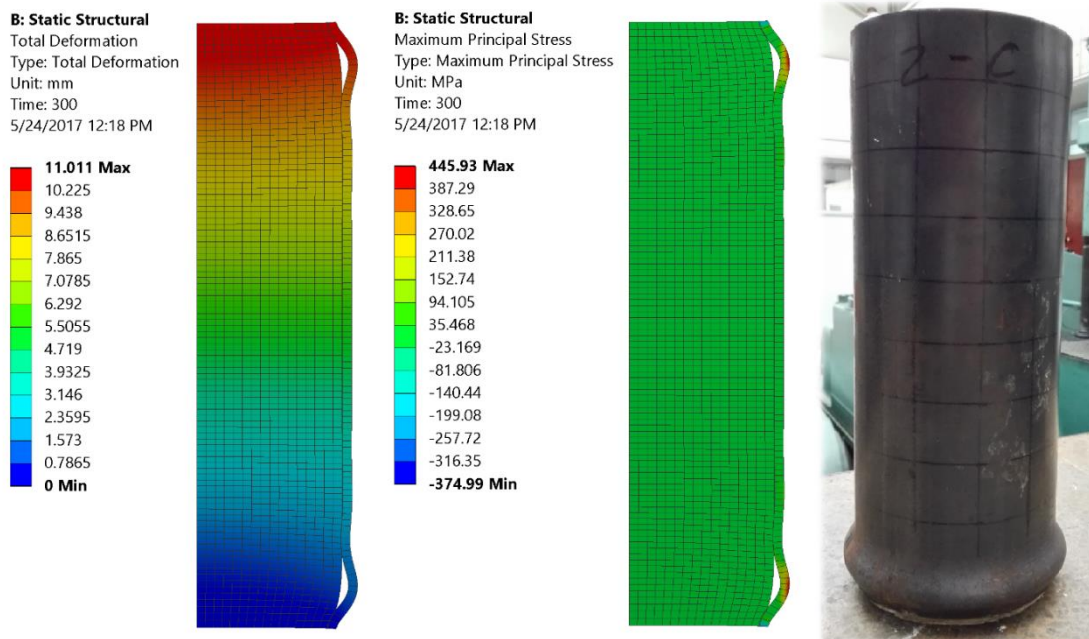


Figura 11. Modelo axi-simétrico de una columna sándwich para simulación de basada en EF: Sección SS200.

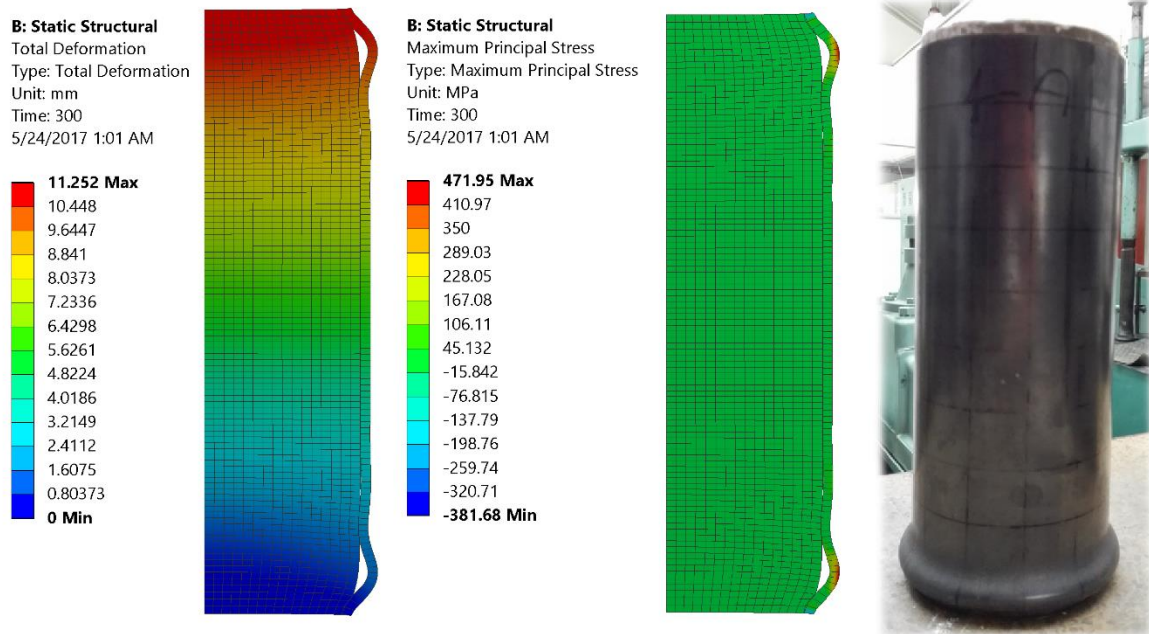


Figura 12. Modelo axi-simétrico de una columna sándwich para simulación de basada en EF: Sección SS400.

Los mecanismos de falla de los especímenes sándwich con diferentes núcleos de RPF analizados por medio de la simulación de EF, mostrados en las Figuras 10, 11 y 12, evidencian un aplastamiento simétrico de las láminas de la sección de acero en ambos extremos. Además, se puede observar que los esfuerzos de aplastamiento aumentan a medida que la densidad núcleo de RPF modelado es incrementada, es decir, la capacidad axial de la columna sándwich aumenta con el mejoramiento de las propiedades mecánicas de la RPF. A pesar de la alta adherencia de la RPF, la simulación de EF evidencia en sus resultados la separación del núcleo de las paredes de la sección tubular en las zonas donde ocurre el aplastamiento, a medida que ocurre la deformación de la columna.

5. Resultados Teóricos y Experimentales

5.1. Determinación teórica de los esfuerzos y cargas críticas de aplastamiento

Como se mencionó anteriormente los modos de pandeo están limitados por la longitud de la columna. Así, para los especímenes de ensayo fabricados sólo se considerará el pandeo local de los mismos, es decir el aplastamiento de las láminas; en este caso particular, el aplastamiento del perfil tubular de acero.

Para los casos de sección HSS y SC21 se usarán los métodos de cálculo de esfuerzo crítico para secciones tubulares y compuestas incluidos en el código colombiano de construcción sismo resistente “NSR-10”, en sus capítulos F.2.6.8 – “*Perfiles Tubulares Estructurales Circulares*” y F.2.9.2.2 – “*Miembros Compuestos Tipo Perfil Relleno*”, respectivamente. En el caso del cálculo del esfuerzo crítico de aplastamiento para las secciones sándwich – SS100, SS200 y SS400 – se debe tener en cuenta que en la obtención de las fórmulas por *Hoff y Mautner, Allen y Plantema*,

se asume una sección transversal compuesta “en capas” por dos láminas rígidas y un núcleo relativamente flexible (ver Figuras 5 y 6); Debido a esto, para la sección sándwich correspondiente a los especímenes de ensayo, las expresiones dadas en las ecuaciones (1.39), (1.50) y (1.59), se asumen como un estimativo poco preciso, pues estas no responden a la geometría de los especímenes de ensayo e ignora el posible confinamiento del núcleo, así como la atenuación de fuerzas cortantes debido a la sección tubular de acero.

5.1.1. Sección sándwich

Los esfuerzos críticos de aplastamiento resultantes de la aplicación de las ecuaciones (1.39), (1.50) y (1.58), y las correspondientes cargas críticas de falla de las secciones sándwich se muestra a continuación en la Tabla 16.

Tabla 16. Esfuerzos y Cargas Críticas de Aplastamiento para secciones sándwich.

Sección Sándwich	Hoff y Mautner		Plantema		Allen	
	Esfuerzo	Carga	Esfuerzo	Carga	Esfuerzo	Carga
	(Mpa)	(Ton)	(Mpa)	(Ton)	(Mpa)	(Ton)
SS100	34.139	35.222	1.655	1.708	29.301	30.230
SS200	69.552	71.758	3.372	3.479	59.695	61.588
SS400	180.717	186.449	8.762	9.040	155.106	160.025

5.1.2. Sección tubular

Como se mencionó anteriormente, en columnas cortas, el esfuerzo de falla es igual al esfuerzo de fluencia del acero, f_y , y no hay pandeo global. La columna no se flexiona por acción de la carga axial, debido a que su relación de esbeltez es pequeña, y solo ocurre aplastamiento o pandeo local en las láminas de la sección transversal. La carga crítica de compresión axial a la cual ocurre el aplastamiento, entonces, se calcula por medio de la expresión dada en la ecuación (1.60), así:

$$P_{cr1} = A_s f_y \quad (1.60)$$

Reemplazando los valores de A_s y f_y para el perfil circular HSS en estudio, se tiene que:

$$P_{cr1} = 33.78 \text{ Ton}$$

5.1.3. Sección SC21

De acuerdo a la NSR-10 [34], para efectos de diseño de secciones compuestas a partir de un perfil tubular circular, se permite por confinamiento del concreto utilizar un esfuerzo de $0.95f'_c$; siendo $21\text{MPa} < f'_c < 70\text{MPa}$. Una vez que la relación diámetro/espesor, D/t , es igual a 38.1 conforme a las características del perfil tubular (ver Tabla 2), se puede clasificar la sección como compacta, de acuerdo a la Tabla 17.

Tabla 17. Valores límite de la relación ancho a espesor para elementos de acero a compresión de construcción compuesta solicitados por carga axial de compresión (Tomada de NSR-10, Tabla F.2.9.1-1a).

Descripción del Elemento	Relación Ancho a Espesor	Valores límite		
		λ_p (Compacto/No Compacto)	λ_r (No Compacto/Esbelto)	Máximo Permitido
Paredes de perfiles tubulares estructurales (PTE) y perfiles en cajón, de sección rectangular y espesor uniforme	b/t	$2.26\sqrt{E/F_y}$	$3.0\sqrt{E/F_y}$	$5.0\sqrt{E/F_y}$
Secciones circulares rellenas	D/t	$0.15E/F_y$	$0.19E/F_y$	$0.31E/F_y$

La resistencia a compresión para elementos compuestos por perfiles tubulares rellenos de simetría doble sometidos a carga axial se determina por el estado límite de pandeo por flexión. Para una sección compacta, de acuerdo a la NSR – 10, en su capítulo F.2.9.2.2.2, la carga crítica de aplastamiento se calcula por medio de la expresión dada en la ecuación (1.61), así:

$$P_{cr2} = A_s f_y + C_2 + f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right), \quad (1.61)$$

Donde $C_2 = 0.95$ para secciones circulares, $A_c = 92.12 \text{ cm}^2$ y, $A_{sr} = 0$, ya que no hay barras de refuerzo adicionales. De esta forma, para la columna compuesta con perfil HSS de $f_y = 322 \text{ MPa}$ y un concreto de $f'_c = 20.22 \text{ MPa}$ se tiene que una carga crítica de pandeo es:

$$P_{cr} = 52.77 \text{ Ton.}$$

5.2. Pruebas de compresión en los especímenes

Los especímenes fueron sometidos a carga de compresión axial por una máquina de ensayo CPE/130, la cual se muestra en la Figura 13 (a). La máquina fue accionada hidráulicamente a una velocidad de aplicación de carga de 0.02 mm/seg. El desplazamiento del extremo superior del espécimen a lo largo del eje de trabajo fue tomado por medio de un deformímetro o comparador de carátula con precisión de milésima de pulgada. Una cámara de 25 FPS fue usada para obtener las imágenes de la deformación del espécimen durante la prueba, así como las lecturas del deformímetro y las lecturas de carga mostradas en el indicador análogo. La configuración de los especímenes de ensayo previa a la realización del ensayo se muestra en la Figura 13 (b). Los especímenes deformados una vez terminados las pruebas se muestran en la Figura 14. Las pruebas a compresión fueron realizadas asumiendo únicamente efectos de una carga axial de compresión. Las posibles fuerzas cortantes y momentos flexionantes debido a una excentricidad en la carga aplicada e imperfecciones durante el proceso de fabricación fueron ignoradas. Los extremos superior e inferior fueron asumidos como apoyos en patín, los cuales permiten únicamente la transmisión de fuerzas axiales.



(a)



(b)

Figura 13. Configuración Experimental: a) Máquina de ensayo CPE 130, b) Espécimen de ensayo.

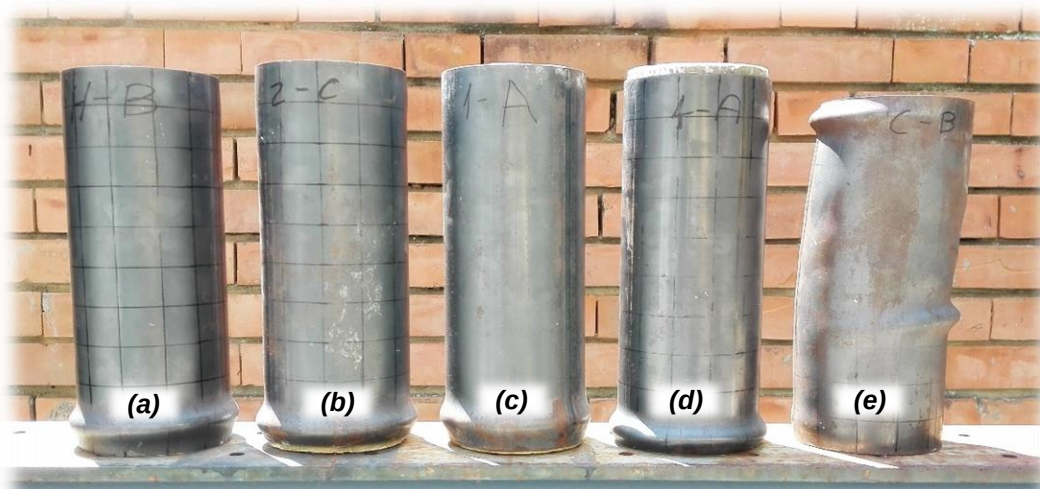


Figura 14. Especímenes de ensayo cargados en compresión axial: a) Espécimen HSS, b) Espécimen SS200, c) Espécimen SS100, d) Espécimen SS400, e) Espécimen SC21.

Los resultados de las pruebas a compresión uniaxial de los especímenes fabricados – HSS, SS100, SS200, SS400 y SC21 – se graficaron en curvas de carga-desplazamiento. Los Gráficos 13-17 muestran las curvas de carga-desplazamiento con los valores de *error absoluto* para las secciones HSS, SS100, SS200, SS400 y SC21. En los Gráficos 18-22 se presentan las curvas de carga-desplazamiento con los valores de *desviación estándar* para las secciones HSS, SS100, SS200, SS400 y SC21.

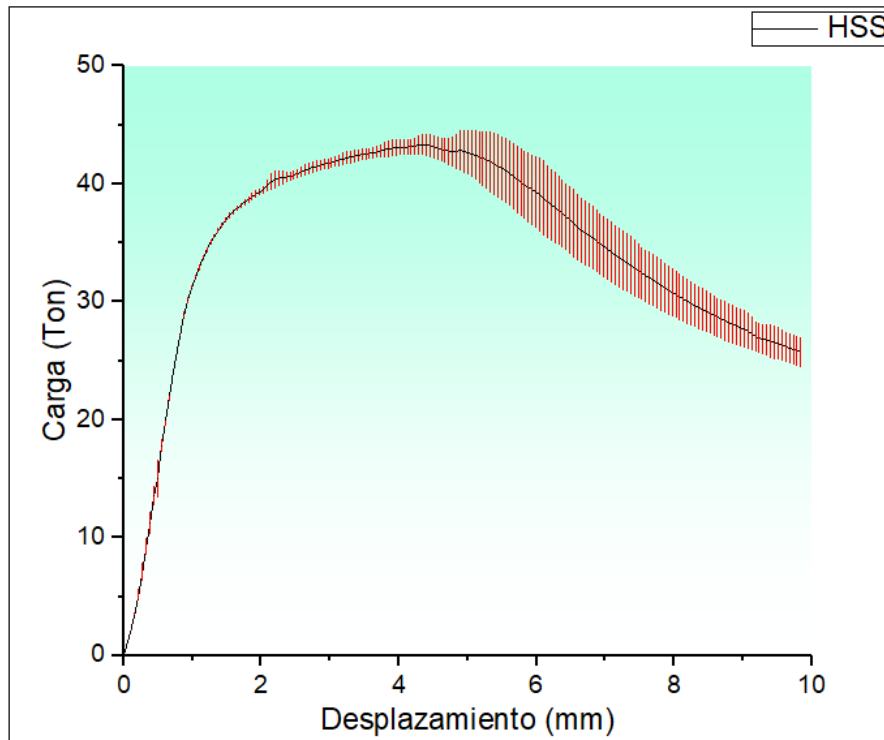


Gráfico 13. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes HSS: Error Absoluto.

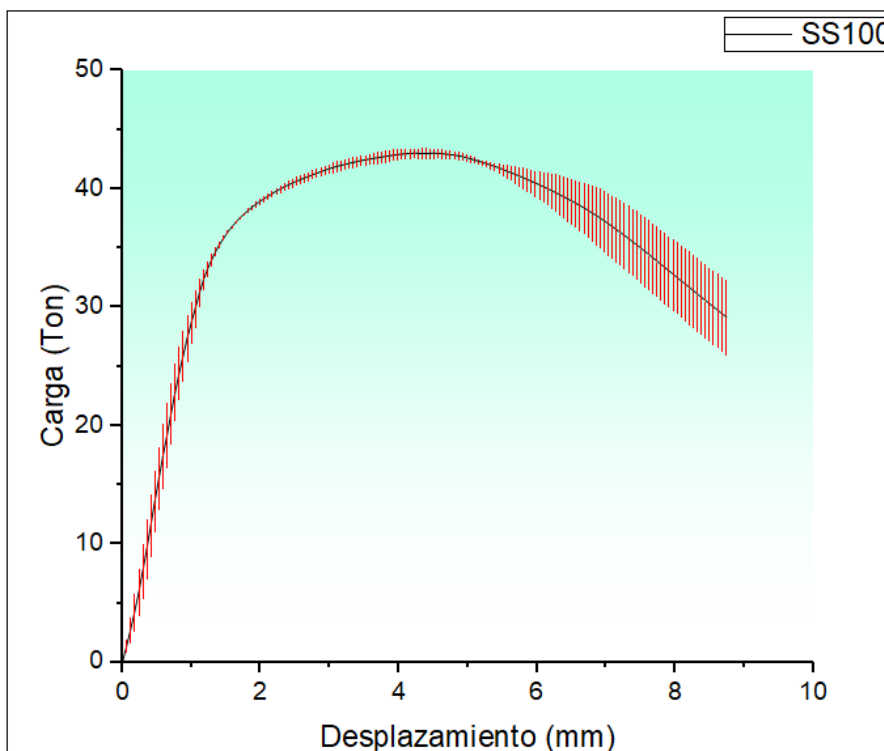


Gráfico 14. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS100: Error Absoluto.

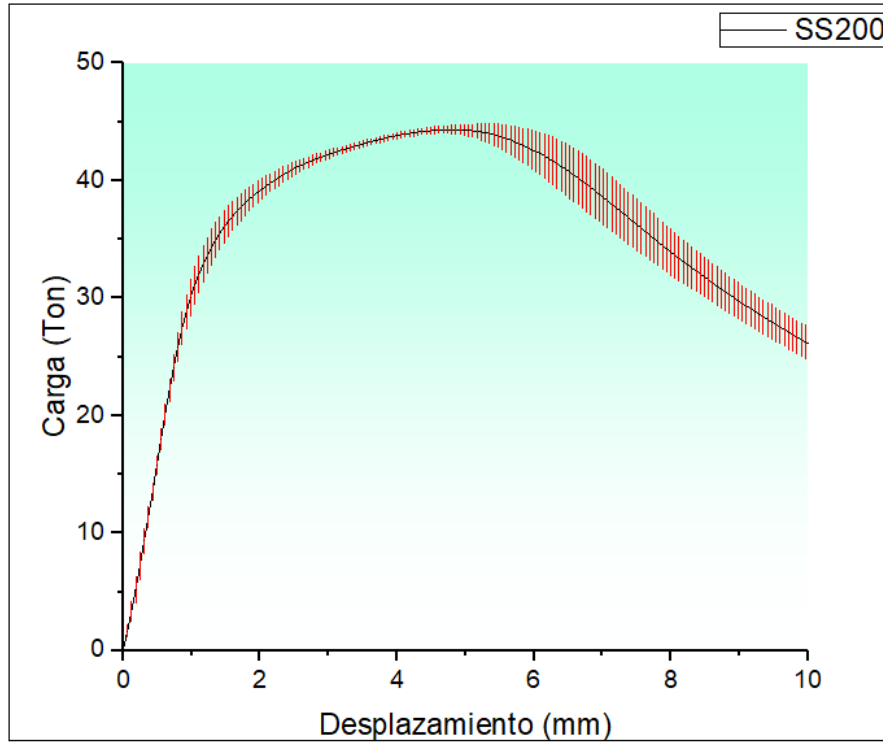


Gráfico 15. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS200: Error Absoluto.

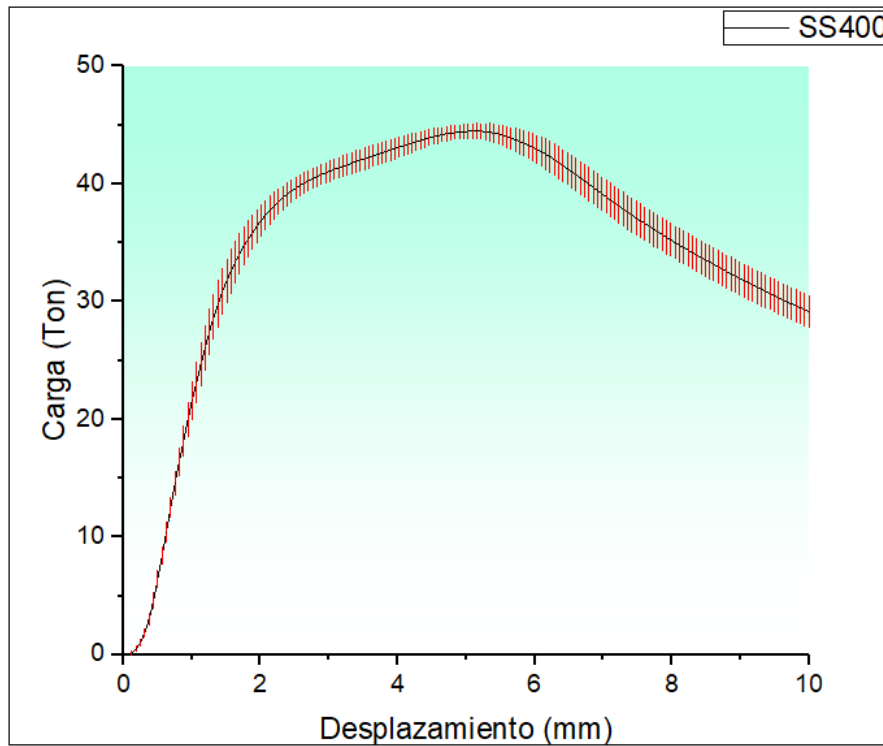


Gráfico 16. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS400: Error Absoluto.

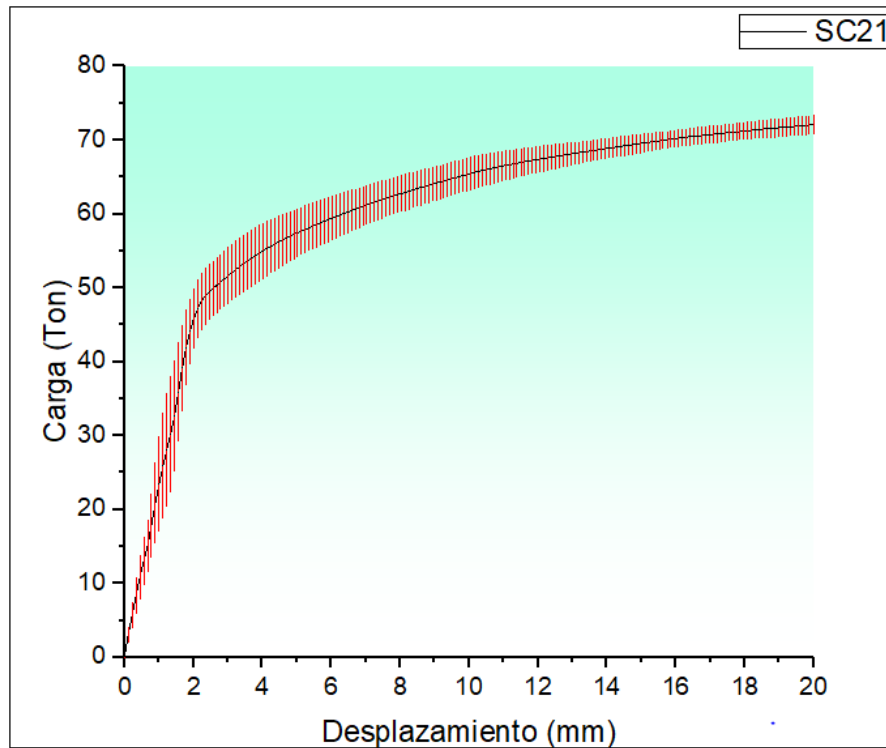


Gráfico 17. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS100: Error Absoluto.

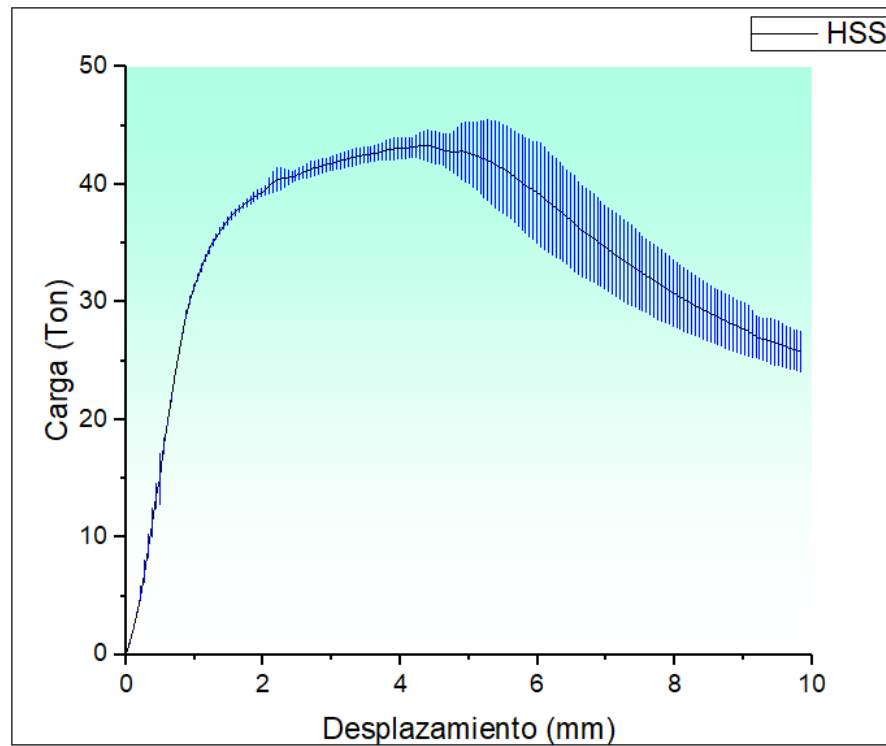


Gráfico 18. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes HSS: Desviación Estándar.

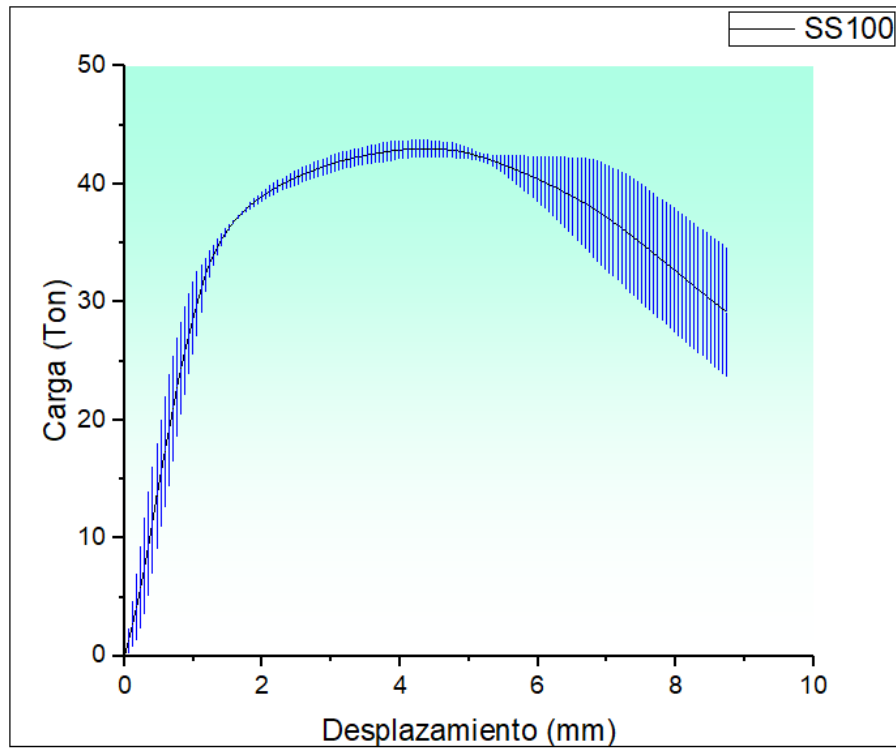


Gráfico 19. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS100: Desviación Estándar.

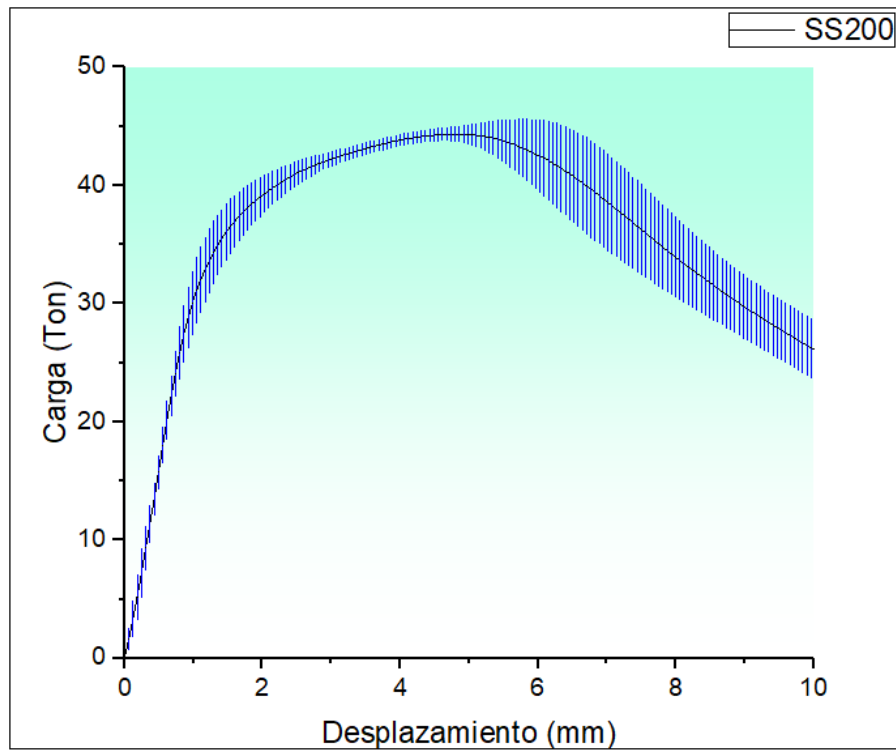


Gráfico 20. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS200: Desviación Estándar.

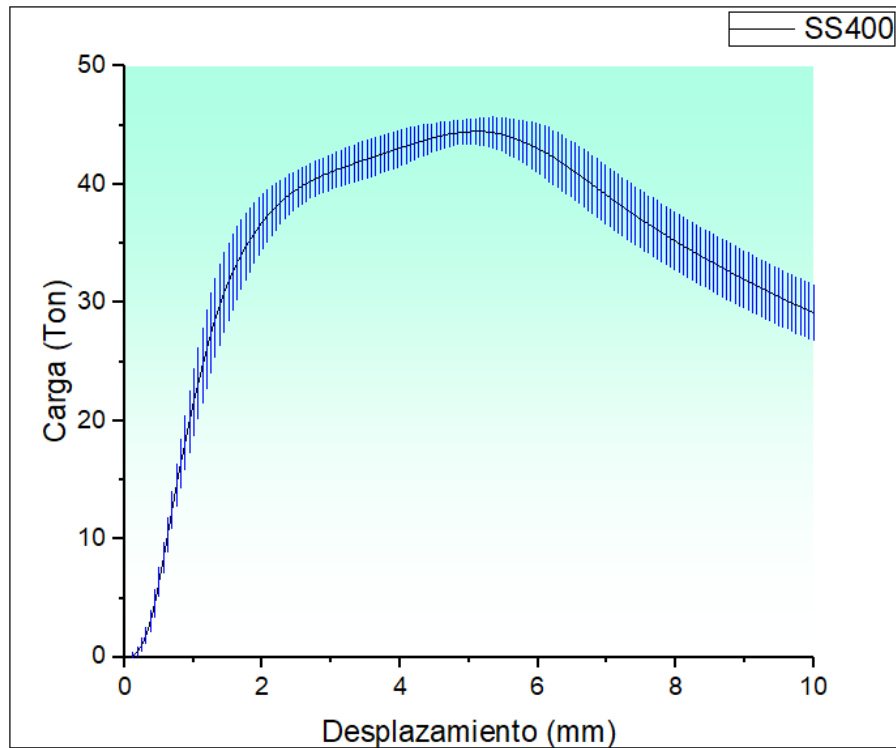


Gráfico 21. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SS400: Desviación Estándar.

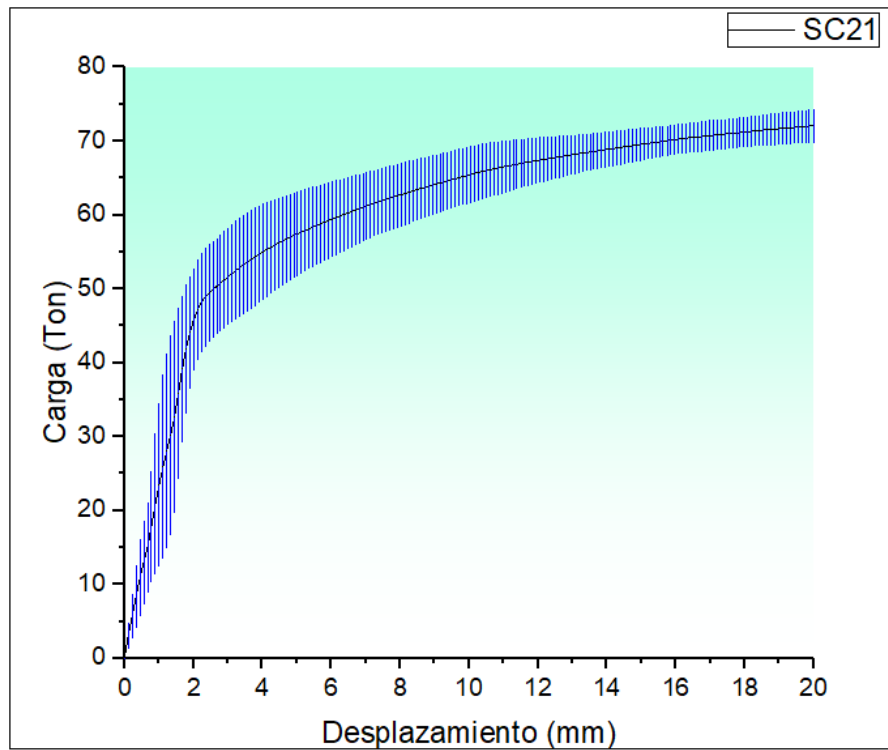


Gráfico 22. Resultados (Curva de Esfuerzo-Deformación promedio) de las pruebas a compresión de los especímenes SC21: Desviación Estándar.

5.3. Resumen

El resumen de las pruebas a compresión se muestra en la Tabla 18, para los especímenes de sección HSS, SC21 y SS. El modo de falla observado en los especímenes HSS, SS y SC21 fue el pandeo local o aplastamiento, el cual se da por la compresión de las paredes del perfil tubular, ya que la longitud corta de la columna restringe la evolución del pandeo global, y amenora los efectos de las imperfecciones geométricas del elemento.

Tabla 18. Comparación de resultados de cargas en pruebas experimentales y métodos teóricos.

Método	Carga (Ton)				
	Sección				
	HSS	SS100	SS200	SS400	SC21
Experimental	40,0	42,8	44,0	46,0	70,0
Hoff y Mautner	-	35,2	71,8	186,4	-
Plantema	-	1,7	3,5	9,0	-
Allen	-	30,2	61,6	160,0	-
Simulación de Elementos Finitos	-	53,6	55,1	62,6	-
NSR-10	33.78				52.77

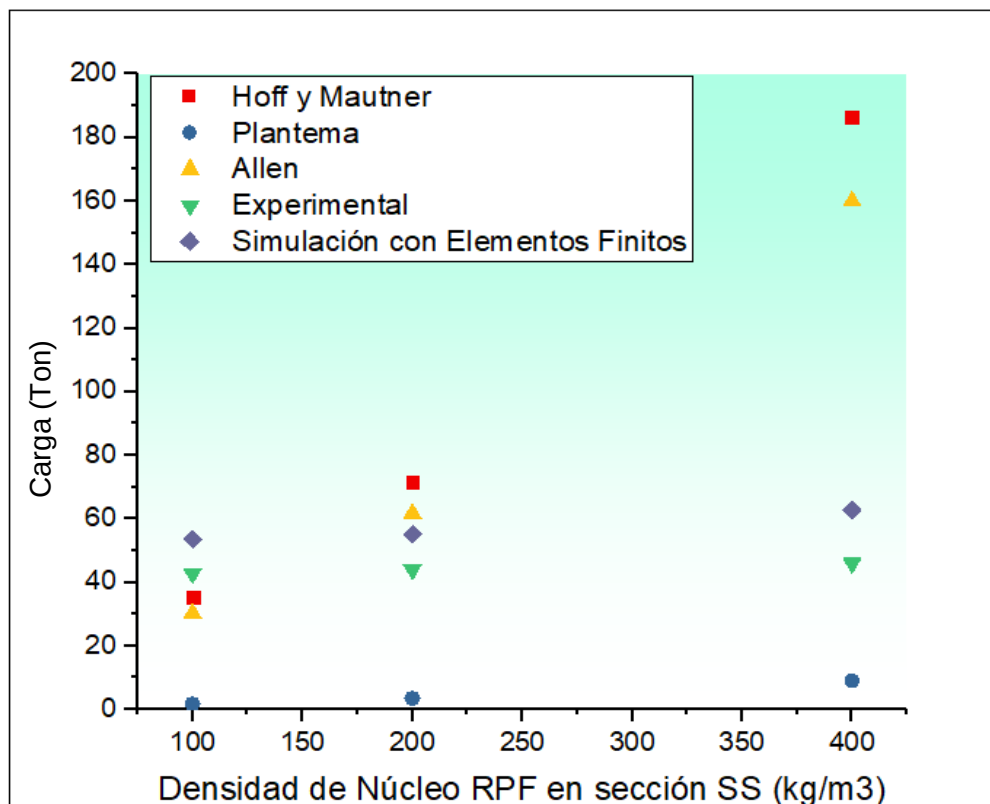


Gráfico 23. Cargas críticas de aplastamiento para secciones sándwich.

Los valores de Esfuerzo y Carga Crítica de Aplastamiento obtenidos teóricamente a través de las ecuaciones de Hoff y Mautner (1.39) y Allen (1.58) para secciones sándwich, se aproximan de forma conservadora, pero aceptable, para núcleos de baja densidad. De acuerdo a los resultados experimentales, la carga crítica de aplastamiento obtenida por Hoff y Mautner presenta un porcentaje de error igual a 17.7%, calculado como:

$$\%error = \frac{Experimental - Hoff\ y\ Mautner}{Experimental},$$

De igual forma en el cálculo, para la carga crítica de aplastamiento de Allen, se tiene un porcentaje de error igual a 29.4%, siendo así, la más conservadora entre ambas. Para núcleos de densidades elevadas – 200 Kg/m³ y 400 Kg/m³ – se observa que los valores obtenidos de las ecuaciones (1.39) y (1.58) superan ampliamente los valores de carga crítica de aplastamiento obtenidos de las pruebas experimentales y la simulación basada en EF. Los valores obtenidos por medio de la ecuación (1.50), desarrollada por Plantema, muestran que para la geometría de las secciones sándwich fabricadas no se obtienen resultados coherentes, de acuerdo a los resultados experimentales, de simulación de EF, y de los análisis realizados por Hoff y Mautner, y Allen. En el Gráfico 23 se puede observar el efecto del aumento de la densidad del núcleo de RPF en el esparcimiento de los resultados correspondientes a las formulas (1.39), (1.50) y (1.58).

6. Análisis de costos

Para muchas situaciones en columnas, el peso de las secciones HSS cuadradas o rectangulares puede ser menor que la mitad de los pesos requeridos para secciones de perfil abierto (W, M, S, canales y angulares). Es cierto que las secciones tubulares y tubos pueden costar tal vez 25% más por libra que las secciones abiertas, pero esto permite aún lograr ahorros de hasta 20% en muchos casos. [37].

Los costos del reforzamiento de perfiles tubulares con espumas poliméricas como la RPF respecto a los costos del reforzamiento con concreto embebido pueden ser considerados en términos de corto y largo plazo. En el corto plazo, se presentan costos de diseño, construcción e instalación, y a largo plazo, costos como mantenimiento, modificación, demolición y disposición de residuos. Estos pueden ser agrupados también en costos directos, tales como materias primas y producción, y costos indirectos, tales como interrupciones en el transporte, depreciaciones, valor de reventa e impacto en el medio ambiente. La determinación del costo más bajo de una solución competitiva puede ser compleja si las partes interesadas asignan diferentes niveles de importancia en estos diferentes tipos de costo.

En la actualidad, el costo de las espumas poliméricas como la RPF es alto si se compara con el costo de materiales de construcción convencionales como el concreto sobre una base del costo inicial. Existen factores como el costo elevado de las materias primas y su procesamiento, el uso – en algunos casos – de materiales importados, la aceptación general de los altos precios en mercados como el naval y el aeroespacial, y la baja disponibilidad ocasional de los materiales [38]. Siguiendo la línea temporal del uso de otros materiales plásticos celulares en campos como el del equipamiento deportivo, algunos investigadores creen que es probable una reducción en costos de materia prima debido al incremento de volúmenes de producción y uso de materiales plásticos celulares, como la RPF, en aplicaciones de ingeniería civil [39].

Además del relativo alto costo de la materia prima, el costo a corto plazo de los polímeros o materiales plásticos celulares, es dependiente también de la fabricación. La mayoría de técnicas de diseño y manufactura de polímeros fueron desarrolladas para la aviación, la marina y/o la industria automotora. La industria de la construcción es ampliamente diferente a estas, pues los constructores tienden a estar más interesados en el diseño y construcción de edificaciones a gran escala. Además, las especificaciones y solicitudes del diseño suelen diferir de proyecto a proyecto y por lo tanto la reproducción de soluciones suele ocurrir muy poco. Esto contrasta con las industrias ya mencionadas, pues sus métodos de diseño y producción en masa - los cuales le resultan comunes y altamente exitosos - no son a menudo factibles en la ingeniería civil. Algunos de los costos a corto plazo, tales como el transporte e izado de elementos como columnas, pueden reducirse produciendo elementos tipo sándwich, que son mucho más ligeros que los elementos compuestos con concreto. A pesar de que es difícil cuantificar los ahorros indirectos, estos tienen un costo que está presente. [40] Debido a que el material de refuerzo estructural, ya sea el polímero o el concreto, permanece embebido en la columna tubular durante la totalidad del tiempo de uso del elemento o la estructura, no se profundiza en los costos a largo plazo pues, acciones como el mantenimiento no son viables hasta el desmontaje del elemento o

la estructura. Se estima que pueden generarse ahorros de diferentes niveles a partir del uso de estos elementos ligeros, pues cargas muertas de menor magnitud requieren estructuras de soporte y equipos de construcción más pequeños y más livianos para su manejo. La rápida construcción que se logra con estos elementos puede representar beneficios substanciales, pues causa menos angustia e incomodidades a la comunidad, evitando el cierre de vías en áreas ocupadas, la congestión del tráfico, desvíos, los costos ambientales, los costos administrativos [41, 42].

A continuación, se muestran los costos para la fabricación de diferentes tipos de columnas: de sección HSS, de sección SC21, y de sección sándwich SS100, SS200 y SS400.

Tipo de Insumo	Descripción	Und	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Material</i>	Thiner	gln	0.05	\$ 19,50	\$ 975
<i>Material</i>	Anticorrosivo Rojo	gln	0.05	\$ 24,90	\$ 1,25
<i>Material</i>	Soldadura 6011 x 1/8"	kls	0.1	\$ 8,10	\$ 810
<i>Material</i>	Tubería Estructural 4.5" x 3.0 mm	und	0.083	\$ 367,53	\$ 30,62
<i>Equipo</i>	Pulidora con piedra o disco	día	0.02	\$ 26,00	\$ 520
<i>Equipo</i>	Soldador Eléctrico	día	0.05	\$ 28,70	\$ 1,44
<i>Equipo</i>	Herramienta menor	glb	0.2	\$ 1,55	\$ 310
<i>Equipo</i>	Oxicorte (Oxígeno-Acetileno)	día	0.05	\$ 27,50	\$ 1,38
<i>Equipo</i>	Andamio Tubular	und/día	0.5	\$ 1,10	\$ 550
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Albañilería 2A	hc	0.1	\$ 13,56	\$ 1,36
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Carp. Taller 1A 1O	hc	0.5	\$ 19,25	\$ 9,63
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Pintura 1A 1O	hc	0.1	\$ 19,25	\$ 1,93
TOTAL					\$ 50,74

Tabla 19. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección simple.

Tipo de Insumo	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Material</i>	Thiner	gln	0.05	\$ 19,50	\$ 975
<i>Material</i>	Anticorrosivo Rojo	gln	0.05	\$ 24,90	\$ 1,25
<i>Material</i>	Soldadura 6011 x 1/8"	kls	0.1	\$ 8,10	\$ 810
<i>Material</i>	Tubería Estructural 4.5" x 3.0 mm	und	0.083	\$ 367,53	\$ 30,62
<i>Material</i>	Concreto 3000 psi	m3	0.012	\$ 256,14	\$ 3,18
<i>Equipo</i>	Vibrador Eléctrico	día	0.1	\$ 34,80	\$ 3,48

Tabla 20. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección SC21, compuesta con concreto de resistencia de 3000 psi o 21 MPa.

Tipo de Insumo	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Equipo</i>	Pulidora con piedra o disco	día	0.02	\$ 26,00	\$ 520
<i>Equipo</i>	Soldador Eléctrico	día	0.05	\$ 28,70	\$ 1,44
<i>Equipo</i>	Herramienta menor	glb	0.33	\$ 1,55	\$ 512
<i>Equipo</i>	Oxicorte (Oxígeno-Acetileno)	día	0.05	\$ 27,50	\$ 1,38
<i>Equipo</i>	Andamio Tubular	und/día	0.5	\$ 1,10	\$ 550
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Albañilería 3A 1O	hc	0.1	\$ 31,68	\$ 2,99
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Albañilería 2A	hc	0.1	\$ 13,56	\$ 1,36
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Carp. Taller 1A 1O	hc	0.5	\$ 19,25	\$ 9,63
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Pintura 1A 1O	hc	0.1	\$ 19,25	\$ 1,93
TOTAL					\$ 60,58

Continuación Tabla 21. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección SC21, compuesta con concreto de resistencia de 3000 psi o 21 MPa.

Tipo de Insumo	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Material</i>	Thiner	gln	0.05	\$ 19,50	\$ 975
<i>Material</i>	Anticorrosivo Rojo	gln	0.05	\$ 24,90	\$ 1,25
<i>Material</i>	Soldadura 6011 x 1/8"	kls	0.1	\$ 8,10	\$ 810
<i>Material</i>	Tubería Estructural 4.5" x 3.0 mm	und	0.0833	\$ 367,53	\$ 30,62
<i>Material</i>	Espuma Rígida de Poliuretano Inyectada "in situ"	kls	1.24	\$ 13,00	\$ 16,12
<i>Equipo</i>	Pulidora con piedra o disco	día	0.02	\$ 26,00	\$ 520
<i>Equipo</i>	Soldador eléctrico	día	0.05	\$ 28,70	\$ 1,44
<i>Equipo</i>	Herramienta menor	glb	0.2	\$ 1,55	\$ 310
<i>Equipo</i>	Oxicorte (Oxígeno-Acetileno)	día	0.05	\$ 27,50	\$ 1,38
<i>Equipo</i>	Andamio Tubular	und/día	0.5	\$ 1,10	\$ 550
<i>Equipo</i>	Maquinaria para proyección de productos aislantes.	dia	0.014	\$ 44,90	\$ 647
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Aplicación de productos aislantes 1O 1A	hc	0.1	\$ 19,17	\$ 1,92
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Albañilería 2A	hc	0.1	\$ 13,56	\$ 1,36

Tabla 22. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 100 Kg/m³.

Tipo de Insumo	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Carp. Taller 1A 1O	hc	0.5	\$ 19,25	\$ 9,63
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Pintura 1A 1O	hc	0.1	\$ 19,25	\$ 1,93
TOTAL					\$ 69,43

Continuación Tabla 23. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 100 Kg/m³.

Tipo de Insumo	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Material</i>	Thiner	gln	0.05	\$ 19,50	\$ 975
<i>Material</i>	Anticorrosivo Rojo	gln	0.05	\$ 24,90	\$ 1,25
<i>Material</i>	Soldadura 6011 x 1/8"	kls	0.1	\$ 8,10	\$ 810
<i>Material</i>	Tubería Estructural 4.5" x 3.0 mm	und	0.0833	\$ 367,53	\$ 30,62
<i>Material</i>	Espuma Rígida de Poliuretano Inyectada "in situ"	kls	2.48	\$ 13,00	\$ 32,24
<i>Equipo</i>	Pulidora con piedra o disco	día	0.02	\$ 26,00	\$ 520
<i>Equipo</i>	Soldador Eléctrico	día	0.05	\$ 28,70	\$ 1,44
<i>Equipo</i>	Herramienta menor	glb	0.2	\$ 1,55	\$ 310
<i>Equipo</i>	Oxicorte (Oxígeno-Acetileno)	día	0.05	\$ 27,50	\$ 1,38
<i>Equipo</i>	Andamio Tubular	und/día	0.5	\$ 1,10	\$ 550
<i>Equipo</i>	Maquinaria para proyección de productos aislantes.	día	0.003	\$ 44,90	\$ 135
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Aplicación de productos aislantes 1O 1A	hc	0.1	\$ 19,17	\$ 1,92
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Albañilería 2A	hc	0.1	\$ 13,56	\$ 1,36
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Carp. Taller 1A 1O	hc	0.5	\$ 19,25	\$ 9,63
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Pintura 1A 1O	hc	0.1	\$ 19,25	\$ 1,93
TOTAL					\$ 85,03

Tabla 24. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 200 Kg/m³.

Tipo de Insumo	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Valor
<i>Material</i>	Thiner	gln	0.05	\$ 19,50	\$ 975
<i>Material</i>	Anticorrosivo Rojo	gln	0.05	\$ 24,90	\$ 1,25
<i>Material</i>	Soldadura 6011 x 1/8"	kls	0.1	\$ 8,10	\$ 810
<i>Material</i>	Tubería Estructural 4.5" x 3.0 mm	und	0.0833	\$ 367,53	\$ 30,62
<i>Material</i>	Espuma Rígida de Poliuretano Inyectada "in situ"	kls	4.96	\$ 13,00	\$ 64,48
<i>Equipo</i>	Pulidora con piedra o disco	día	0.02	\$ 26,00	\$ 520
<i>Equipo</i>	Soldador eléctrico	día	0.05	\$ 28,70	\$ 1,44
<i>Equipo</i>	Herramienta menor	glb	0.2	\$ 1,55	\$ 310
<i>Equipo</i>	Oxicorte (Oxígeno-Acetileno)	día	0.05	\$ 27,50	\$ 1,38
<i>Equipo</i>	Andamio Tubular	und/día	0.5	\$ 1,10	\$ 550
<i>Equipo</i>	Maquinaria para proyección de productos aislantes.	dia	0.003	\$ 44,90	\$ 135
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Aplicación de productos aislantes 1O 1A	hc	0.1	\$ 19,17	\$ 1,92
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Albañilería 2A	hc	0.1	\$ 13,56	\$ 1,36
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Carp. Taller 1A 1O	hc	0.5	\$ 19,25	\$ 9,63
<i>Mano de Obra</i>	Mano de obra Pintura 1A 1O	hc	0.1	\$ 19,25	\$ 1,93
TOTAL					\$ 117,27

Tabla 25. Costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de sección sándwich con espuma rígida de poliuretano de densidad 400 Kg/m³.

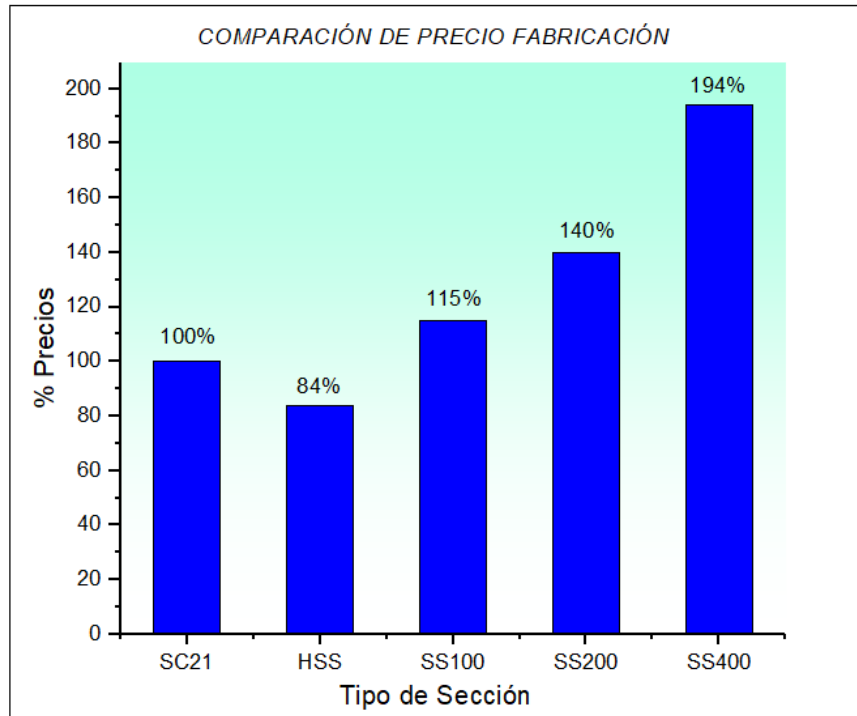


Gráfico 124. Comparación de costos de fabricación de un (1) metro lineal de columna tubular de acuerdo al tipo de sección.

En el Gráfico 24 se puede observar que los costos en la fabricación de elementos SS son más elevados respecto al SC21 debido a la necesidad de mano de obra más calificada, equipos especializados e insumos. Además, el costo es cada vez mayor conforme se aumenta la densidad del núcleo de RPF por el costo de los componentes químicos necesarios para la mezcla.

7. Conclusiones y Recomendaciones.

7.1. Conclusiones.

- En términos de resistencia a la carga uniaxial de compresión, se evidenció que las columnas SS100, SS200 y SS400 presentan valores de esfuerzo mayores que la correspondiente columna de sección HSS en un 7%, 10% y 15%, respectivamente. En comparación con la columna SC21, las SS100, SS200 y SS400 presentan valores de esfuerzo menores en 38.9%, 37.1% y 34.3%, respectivamente.
- La capacidad de carga axial de las columnas de sección sándwich aumenta a medida que disminuyen los vacíos en el núcleo de RPF, es decir, con aumento de la densidad del núcleo.
- Los resultados obtenidos de la simulación basada en EF se aproximan de forma conservadora respecto a los resultados experimentales. Los valores de carga crítica de aplastamiento hallados experimentalmente para las columnas SS100 y SS200 presentan un porcentaje de error igual a 20% en comparación con la simulación de EF; Para las columnas SS400, haciendo la misma comparación, se tiene un porcentaje de error igual a 27%.
- La geometría circular de los especímenes de sección sándwich fabricados no permite la obtención de resultados coherentes a través de la aplicación de la ecuación (1.50) planteada por Plantema.
- La aplicación de las ecuaciones de Hoff y Mautner (1.39) y Allen (1.58) está limitada a núcleos de baja densidad. Para núcleos de densidades elevadas – en este caso, 200 Kg/m³ y 400 Kg/m³ – los resultados obtenidos sobrepasan ampliamente los resultados experimentales y las predicciones de la simulación de EF.
- En la relación costo beneficio, teniendo en cuenta que la resistencia a la carga uniaxial de compresión de la sección sándwich no mejora considerablemente respecto a la sección HSS, y los costos de fabricación de esta respecto a la sección SC21 aumentan en grandes porcentajes, NO se recomienda el uso de RPF como núcleo de secciones sándwich con geometría circular en elementos sometidos a carga axial de compresión.

7.2. Recomendaciones

- Respecto a la construcción sándwich, cabe resaltar que existe un campo de aplicación muy amplio, el cual debe explorarse. Por consiguiente, se recomienda realizar estudios experimentales en elementos sándwich como paneles para mampostería, cubiertas, y otros elementos aligerados que requieran óptimas relaciones de rigidez/peso.

- Para la fabricación y posterior estudio de especímenes sándwich se recomienda el uso de materiales de núcleo, cuyas características respondan a la relación de rigidez/peso de un elemento fabricado bajo los criterios de construcción sándwich, tales como: madera plástica, fragmentos de guadua fundidos en una matriz polimérica, panal de abeja o *honeycomb*, madera de balso, espumas metálicas (p.ej., la espuma de aluminio) y las recientes espumas de carbón.
- Se recomienda el estudio de especímenes sándwich con láminas o paredes rígidas de materiales distintos al acero estructural convencional, tales como: aleaciones de acero, aluminio, fibra de vidrio y materiales a base de matrices de epoxy fibroreforzadas.
- En la fabricación de espumas de poliuretano, deben tenerse en cuenta adiciones que representen un crecimiento ventajoso de las propiedades mecánicas de la RPF. Por ejemplo, la adición de materiales cerámicos puede crear un nuevo compuesto que tiene una resistencia considerablemente mayor a la de la espuma de poliuretano. Aunque la adición de material cerámico al núcleo de espuma de poliuretano origine un aumento de peso del elemento sándwich, éste sigue siendo liviano en comparación con un elemento compuesto con concreto.
- De acuerdo al estudio experimental realizado, es conveniente el uso de equipos aptos para el manejo de materiales plásticos celulares aislantes como la RPF, pues a través de esto puede asegurarse una fabricación de elementos sándwich de propiedades más homogéneas. Esto último, puede representar una reducción cuantiosa en el tamaño de la muestra de especímenes de ensayo, así como la calidad de datos de ensayo registrados.
- Las pruebas experimentales deben adecuarse para el uso de instrumentación digital (celdas de carga, *strain gauges*, *LVDT*, etc.), de tal que forma que certifiquen una entrega de datos precisa y de cómoda administración. Esto permite además aproximaciones más confiables a través de métodos de análisis teóricos y de modelos de EF calibrados.
- Aunque la caracterización de la RPF comprende un estudio más completo y extenso [19], es recomendable tener en cuenta las características anisótropas de la RPF, así como valores o ángulos de desalineamiento en el desarrollo de simulaciones basadas en EF, ya que esto permite recrear unas condiciones más aproximadas a las del montaje experimental.

8. Bibliografía

- [1] Johnston, B. G. Column buckling theory: historic highlights. *Journal of Structural Engineering*, 109(9), 1983, pp. 2086-2096.
- [2] McCormac, J. Diseño de estructuras de acero. Alfaomega Grupo Editor, 2012, pp. 130 – 132.
- [3] Ji, W. Static and Dynamic Response of a Sandwich Structure Under Axial Compression, 2008, pp. 42-44.
- [4] Petras, A. Design of sandwich structures (Doctoral dissertation, University of Cambridge), 1999, pp. 4-6.
- [5] Dedecker, K. Introduction to rigid foams. *The polyurethanes book*, 2002, pp. 169-188.
- [6] Gay, D. Composite materials: design and applications, 2014, pp. 53-55.
- [7] Asociación Técnica del Poliuretano Aplicado. Guía de ventajas y soluciones de espuma rígida de poliuretano proyectado para aislamiento térmico, acústico e impermeabilización, conforme al CTE, Madrid, 2006, p. 32.
- [8] Twilt, L., Hass, R., Klingsch, W., Edwards, M., & Dutta, D. CIDECT - Comité Internacional para el Desarrollo y Estudio de Estructuras Tubulares, 2004, pp. 29-36.
- [9] Plantema, F. J. Sandwich construction, Wiley, New York, 1966, pp. 15-22.
- [10] Frostig, Y., & Baruch, M. High-order buckling analysis of sandwich beams with transversely flexible core. *Journal of Engineering Mechanics*, 1993, vol. 119, no. 3, pp. 476-495.
- [11] Allen, H. G. Analysis and Design of Structural Sandwich Panels: The Commonwealth and International Library: Structures and Solid Body Mechanics Division. Pergamon Press, Oxford, 1969.
- [12] Niu, K., & Talreja, R. Modeling of wrinkling in sandwich panels under compression. *Journal of engineering mechanics*, 1999, vol. 125, no.8, pp. 875-883.
- [13] Bažant, Z. P., & Beghini, A. Sandwich buckling formulas and applicability of standard computational algorithm for finite strain. *Composites Part B: Engineering*, 2004, vol. 35, no. 6, pp. 573-581.
- [14] Beghini, A., Bažant, Z. P., Waas, A. M., & Basu, S. (2006). Postcritical imperfection sensitivity of sandwich or homogenized orthotropic columns soft in shear and in transverse deformation. *International journal of solids and structures*, 2006, vol. 43, no.18, pp. 5501-5524.
- [15] Fleck, N. A., & Sridhar, I. End compression of sandwich columns. *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 2002, vol. 33, no 3, pp. 353-359.

- [16] Fagerberg, L. Wrinkling and compression failure transition in sandwich panels. *Journal of Sandwich structures and materials*, 2004, vol. 6, no. 2, pp. 129-144.
- [17] Szyniszewski, S. Local Buckling and Energy Dissipation in a Sandwich Square Column [PDF]. Nashville, Tennessee: AISC, 2015.
- [18] Kavianiboroujeni, A. Mechanical Characterization of Wood Plastic Composite Sandwich Panels with Foam Core (Doctoral dissertation, Université Laval), 2015.
- [19] Ridha, M. Mechanical and failure properties of rigid polyurethane foam under tension (Doctoral dissertation, National University of Singapur), 2007.
- [20] Engesser, F. (1891). Die knickfestigkeit gerader stäbe, 1891, pp. 483–486.
- [21] Haringx, J. A. On highly compressible helical springs and rubber rods, and their application for vibration-free mountings. I. *Philips Research Reports*, 1948, vol. 3, no. 6, pp. 401-449.
- [22] Haringx, J. A. On highly compressible helical springs and rubber rods, and their application for vibration-free mountings. II. *Philips Research Reports*, 1949, vol. 4 no. 1, pp. 49-80.
- [23] S. P. Timoshenko and J.M. Gere, *Theory of Elastic Stability*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1961.
- [24] Z. P. Bazant and L. Cedolin, *Stability of Structures*, Oxford University Press, New York, 1991.
- [25] Huang, H., & Kardomateas, G. A. Buckling and initial postbuckling behavior of sandwich beams including transverse shear. *AIAA journal*, 2002, vol. 40, no. 11, pp. 2331-2335.
- [26] J. M. Gere and S. P. Timoshenko, *Mechanics of Materials*, PWS-KENT Publishing Company, Boston, 1990, pp. 692–694.
- [27] Hoff NJ, Mautner SE. Buckling of Sandwich Type Panels, *Journal Aeronaut Scie* 1945, pp.285-97.
- [28] Zenker D. An introduction to sandwich construction. London: Engineering Material Advisory Services, 1995.
- [29] Subhash, G., Liu, Q., Gao, X. L. Quasistatic and high strain rate uniaxial compressive response of polymeric structural foams. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, vol. 32, no. 7, pp.1113-1126.
- [30] Linul, E., Marsavina, L., Apostol, D. A., Constantinescu, D., & Sadowski, T. Effect of density, loading rate, material orientation and temperature on dynamic compression behavior of rigid polyurethane foams, 2012.
- [31] Chen, W., Lu, F., & Winfree, N. High-strain-rate compressive behavior of a rigid polyurethane foam with various densities. *Experimental Mechanics*, 2002, vol. 42, no. 1, pp.65-73.

- [32] Linul, E., Marsavina, L., Voiconi, T., & Sadowski, T. Study of factors influencing the mechanical properties of polyurethane foams under dynamic compression. In *Journal of Physics: Conference Series*, 2013, Vol. 451, p. 012002.
- [33] Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente. NSR-10, Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, Bogotá D.C, 2010.
- [34] ACI Committee, American Concrete Institute, & International Organization for Standardization, Recommended Practice for Selecting Proportions for Normal Weight Concrete (ACI 211.1). *Journal of the American Concrete Institute*, 1973.
- [35] ACI Committee, American Concrete Institute, & International Organization for Standardization, Building code requirements for structural concrete (ACI 318-02) and commentary. American Concrete Institute, 2008.
- [36] Libro Blanco del Poliuretano Aplicado, A. T. 2010, pp. 36-37.
- [37] AISC. High Design, Low Cost. Modern Steel Construction. Chicago, 1990, pp 32-34.
- [38] Goldstein, H. Catching up on composites. *Civil Engineering*, 1996, vol. 66, no. 3, p.47.
- [39] Hastak, M., & Halpin, D. W. Assessment of life-cycle benefit-cost of composites in construction. *Journal of Composites for Construction*, 2000, vol. 4, no. 3, pp. 103-111.
- [40] Humphreys, M. F. The use of polymer composites in construction, 2003.
- [41] Shapira, A., & Bank, L. C. Constructability and economics of FRP reinforcement cages for concrete beams. *Journal of Composites for Construction*, 1997, vol. 1, no. 3, pp. 82-89.
- [42] Ehlen, M. A. Life-cycle costs of fiber-reinforced-polymer bridge decks. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 1999, vol.11, no. 3, pp. 224-230.