



**FORMACIÓN EN VALORES DEMOCRÁTICOS EN EL DESARROLLO DE RAZONAMIENTO
ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

SEBASTIÁN JIMÉNEZ BERNAL

CÓDIGO 1130822

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGIAS Y CULTURAS

PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA Y FÍSICA

SANTIAGO DE CALI

FEBRERO 2025



**DESARROLLO DE VALORES DEMOCRÁTICOS EN LA INICIACIÓN AL ALGEBRA ESCOLAR A
TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

SEBASTIÁN JIMÉNEZ BERNAL

CÓDIGO 1130822

Trabajo de Grado para optar por el Título de Licenciado en Matemática y Física

Tutora: Ligia Amparo Torres Rengifo

PhD.

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGIAS Y CULTURAS

SANTIAGO DE CALI

FEBRERO 2025

Dedicatoria

Con profunda gratitud y emoción, dedico este logro a quienes han sido mi mayor fuente de inspiración y apoyo incondicional a lo largo de este proceso. A mi familia, por su amor inquebrantable y su confianza en mis capacidades; a mis amigos, por su ánimo en los momentos de duda, y a mis mentores, por compartir su conocimiento y guiarme con paciencia. Esta tesis que es el reflejo de mi esfuerzo y de la energía y el cariño que he recibido de todos ustedes.

Gracias por ser parte esencial de este camino.

Agradecimientos

Deseo expresar mi gratitud sempiterna a esas personas que hicieron posible de forma directa que este trabajo pudiera ser culminado. Pues para mí ha sido una tarea tan importante en mi trayectoria profesional, como difícil de lograr.

Quiero empezar diciendo que hay muchas personas que me han brindado su apoyo para poder lograr el presente objetivo, sin embargo, este espacio se torna muy poco extenso para poder hacerlo. Así que quiero empezar diciendo a todas esas personas que no mencionaré directamente, gracias por su apoyo.

Encarno todo el apoyo que la Universidad del Valle me ha dado en mi estimada directora de trabajo de grado, Ligia Amparo Torres, quien sabe lo mucho que me ha costado culminar este trabajo, cuyo compromiso conmigo y su dedicación me guiaron amorosamente hasta este punto. Por eso, por todo y por tanto, gracias.

Por parte de mi familia, quiero agradecer a mi círculo más cercano; a mi amada madre, mis amados hermanos, mi amada abuela paterna y por último, pero especialmente, a mi amado Padre, cuyo amor incondicional ha estado y siempre estará presente en mi ser, apoyándome como el sol nos ilumina cada día y la luna y las estrellas nos guían en cada noche.

Gracias de corazón.

TABLA DE CONTENIDO

Resumen	9
Abstract.....	10
Introducción	11
Capítulo I	13
Aspectos generales de la investigación	13
1.1. Presentación del problema	13
1.2. Objetivos	19
1.2.1 Objetivo general.....	19
1.2.2 Objetivos específicos	19
1.3. Justificación.....	19
1.4. Antecedentes	21
1.4.1 Antecedentes locales.....	22
1.4.2 Antecedentes nacionales.....	25
Capítulo II	29
Marco de referencia conceptual.....	29
2.1. Sobre la Educación Matemática Crítica	29
2.1.1 Aspectos conceptuales de la Educación Matemática Crítica	29
2.1.2 Aspectos metodológicos de la EMC.....	34
2.2. Razonamiento algebraico y pensamiento variacional	36
2.3. Aspectos curriculares	39
2.3.1 Lineamientos Curriculares en Matemáticas	39
2.3.2 Sobre los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje	422
Capítulo III	47
Valores democráticos y razonamiento algebraico a través de la resolución de problemas aritméticos	47
3.1. Enfoque del estudio	47
3.2. Proceso de investigación	48
3.3. Sobre la propuesta de aula.....	49
3.4. Caracterización de la población.....	52

3.5 Organización y análisis de datos	52
3.5.1 Situación 1 con los estudiantes	533
3.5.2 Situación 2 con los estudiantes	79
Capítulo IV	104
Conclusiones generales y algunas reflexiones	104
4.1 Conclusiones partiendo de los objetivos específicos.....	1044
4.2 Reflexiones didácticas	107
4.3 Conclusiones generales.....	109
Anexos.....	111
Referencias bibliográficas.....	113

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1 Síntesis de Marco de referencia conceptual en relación con el proyecto	47
Figura 2 Fases de la investigación.....	48
Figura 3 Representación de la tasa representativa de ciudades.....	72
Figura 4 Relaciones entre cantidades	74
Figura 5 Esquema relación algebraica	92

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 Tabla de coherencia horizontal y vertical en torno al estándar central	43
Tabla 2 Tabla de síntesis del marco de referencia conceptual.....	45
Tabla 3 Situaciones, problemas y tareas de la propuesta de aula.....	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 4 Contenidos matemáticos, desempeños y competencias ciudadanas de las situaciones de la propuesta de aula	51
Tabla 5 Respuestas S1T1P1	53
Tabla 6 Respuestas S1T1P2	54
Tabla 7 Respuestas S1T1P3	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 8 Respuestas S1T1P4	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 9 Respuestas S1T2P3	61
Tabla 10 Respuestas S1T2P4	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 11 Respuestas S1T3P2	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 12 Respuestas S1T3P3	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 13 Respuestas S1T3P5	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 14 Respuestas S1T3P6	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 15 Respuestas S1T3P7	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 16 Respuestas S1T3P8	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 17 Respuestas S1T3P9a	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 18 Respuestas S1T4P1	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 19 Respuestas S1T4P2	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 20 Respuestas S1T4P4	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 21 Respuestas S1T4P5	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 22 Respuestas S1T4P7	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 23 Respuestas S2T1P4	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 24 Respuestas S2T1P5a	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 25 Respuestas S2T1P5b	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 26 Respuestas S2T2P1	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 27 Respuestas S2T2P6b	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 29 Respuestas S2T3P5	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 30 Respuestas S2T3P7a	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 31 Respuestas S2T3P7b	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 32 Respuestas S2T3P7c.....	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 33 Relaciones entre las cantidades del problema	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 34 Respuestas S2T4P5a	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 35 Respuestas S2T4P5b	¡Error! Marcador no definido.

Resumen

Esta investigación planteó como objetivo favorecer una formación en valores democráticos en el desarrollo del razonamiento algebraico a través de resolución de problemas en estudiantes de grado séptimo desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica. Partiendo de la EMC, se buscó en los estudiantes generar procesos de conocimiento que aportaran al mejoramiento de las habilidades cognitivas y sociales promoviendo su capacidad para analizar problemas reales desde una perspectiva ética, social y cultural. La metodología utilizada fue de enfoque cualitativo proporcionando una comprensión del mundo de la experiencia vivida por parte de los estudiantes de 7° del Colegio Cooperativo Nuestra Señora de los Remedios a partir de cuatro fases, la primera es la delimitación del problema de investigación, la segunda es el diseño de la propuesta de aula, la tercera es la recolección de datos y la cuarta corresponde al análisis de los resultados obtenidos con sus conclusiones. La propuesta de aula se basó tanto en los criterios curriculares como en los Estándares de Competencia Matemáticas para articular el modelo EMC con problemas de violencia, económicos y sociales del contexto actual colombiano. La implementación de este enfoque generó actividades que favorecieron en las habilidades de competencias matemáticas y promovieron el diálogo y la reflexión crítica, donde al proponer problemas contextualizados, los estudiantes pudieron analizar datos, interpretar gráficos y modelar situaciones reales.

Palabras clave: Valores democráticos, Educación Matemática Crítica, razonamiento algebraico y pensamiento variacional, iniciación al álgebra escolar, resolución de problemas aritméticos.

Abstract

This research aimed to promote the development of democratic values in the initiation of algebraic reasoning through problem solving in seventh grade students from the perspective of Critical Mathematics Education. Starting from the EMC, the students were sought to generate knowledge processes that contributed to the improvement of cognitive and social skills, promoting their ability to analyze real problems from an ethical, social and cultural perspective. The methodology used was a qualitative approach, providing an understanding of the world of the lived experience of the 7th grade students of the Nuestra Señora de los Remedios Cooperative School through four phases, the first is the delimitation of the research problem, the second is the design of the classroom proposal, the third is the collection of data and the fourth corresponds to the analysis of the results obtained with its conclusions. The classroom proposal was based on both the curricular criteria and the Mathematical Competency Standards to articulate the EMC model with violence, economic and social problems of the current Colombian context. The implementation of this approach generated activities that favored mathematical competency skills and promoted dialogue and critical reflection, where by proposing contextualized problems, students were able to analyze data, interpret graphs and model real situations.

Keywords: Critical Mathematics Education, algebraic reasoning and variational thinking, curriculum and Mathematics Competency Standards.

Introducción

Colombia es un país que es democrático en el papel, es decir, su democracia está expresada en leyes, pero en la realidad de la sociedad, falta mucho para que este llegue a ser verdaderamente democrático. Esto se puede evidenciar en hechos como en los porcentajes de abstención electoral, que en un caso cercano, en las elecciones presidenciales del 2018, estuvo muy próximo al 50%. Esto sin mencionar que nos encontramos en un país donde los poderes públicos, en teoría independientes, se encuentran tan politizados como los mismos entes de control, mientras que los medios de comunicación están alineados con el poder.

Además de la preocupación por lograr una democracia plena expresada con anterioridad, el otro eje problemático en torno al cual se mueve este trabajo tiene que ver con el tradicional paso de la aritmética al álgebra, el cual viene acompañado de grandes dificultades de tipo epistemológico y didáctico para los estudiantes.

En este sentido, se evidenció en los estudiantes del grado 7° del Colegio Cooperativo Nuestra Señora de los Remedios, presentan dificultades dentro del aula de clases que genera aburrimientos y rechazo a los procesos de enseñanza y aprendizajes de las matemáticas, y más cuando se tiene como tema los elementos del razonamiento algebraico. De allí que sea necesario articular la realidad en la que se encuentran los estudiantes con las matemáticas, siendo la perspectiva de la educación matemática crítica un marco teórico que puede generar avances para contribuir a la enseñanza de las matemáticas.

Lo anterior generó el propósito del presente trabajo planteando como objetivo favorecer el desarrollo de valores democráticos a partir de situaciones problemas con actividades de razonamiento algebraico en estudiantes de grado séptimo basados en de la educación matemática crítica del Colegio Cooperativo Nuestra Señora de los Remedios empleando como vehículo de conocimientos básicos los sistemas analíticos y algebraicos, lo cual se hizo a través del diseño e implementación de una propuesta de aula.

El primer capítulo se centra en la delimitación del problema de investigación, los objetivos planteados y la revisión de antecedentes tanto a nivel nacional como local. Aquí se identifica

la necesidad de transformar la enseñanza de las matemáticas en contextos escolares, evidenciando las dificultades de los estudiantes para conectar los conceptos matemáticos con situaciones reales. En el segundo capítulo se define el marco conceptual que sustenta la investigación, comenzando con la Educación Matemática Crítica (EMC) como el eje teórico principal. La EMC se entiende como un enfoque que busca integrar las matemáticas con los contextos éticos y sociales de los estudiantes, promoviendo un aprendizaje significativo y contextualizado; se profundiza en la conceptualización del razonamiento algebraico y el pensamiento variacional, considerándolos como habilidades clave para interpretar y modelar fenómenos reales mediante el uso de herramientas matemáticas. También se analizan los propósitos y lineamientos de los estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los cuales resaltan la importancia de conectar los contenidos matemáticos con el desarrollo de competencias ciudadanas y críticas.

El tercer capítulo describe los elementos metodológicos y didácticos que orientaron el desarrollo del proyecto. Se parte de un enfoque metodológico situacional centrado en el diseño e implementación de una propuesta de aula que articule conceptos matemáticos con situaciones reales significativas para los estudiantes. Se detallan los componentes de la propuesta, que incluyen la selección de problemas contextualizados, la organización de actividades que fomenten el análisis crítico y el trabajo colaborativo, y las expectativas de desempeño asociadas al desarrollo de competencias matemáticas y sociales. Finalmente, el cuarto capítulo presenta las conclusiones y consideraciones finales del trabajo, destacando el impacto de la EMC en el aprendizaje de los estudiantes. Las matemáticas, al conectar los contenidos matemáticos con los contextos sociales y culturales de los estudiantes, se logran una comprensión del conocimiento matemático, contribuyendo al desarrollo de habilidades para la toma de decisiones y la construcción de argumentos sólidos.

Capítulo I

Aspectos generales de la investigación

En esta sección se incluyen diferentes aspectos que sirven para familiarizar al lector con el problema de investigación, qué es lo que se busca para resolver este y argumentar por qué se considera que el problema en efecto lo es. También se incluyen los objetivos, la justificación y la revisión de trabajos e investigaciones relacionadas con el tema de investigación definidos dentro de los antecedentes que sirven de referente a este trabajo, con el fin de tener claridad acerca de lo que se ha hecho en el campo a nivel investigativo para consolidar la importancia del proyecto.

1.1. Presentación del problema

Desde 1991, con el acuerdo de una nueva constitución política que se realizó a través de una constituyente, Colombia establece unos derechos fundamentales respaldados en la multiculturalidad y multiétnicidad y con ello se comprometió a desarrollar prácticas democráticas para el aprendizaje de los principios de la participación ciudadana en todas las instituciones educativas. Un país tal, debe ser uno en el que convivan con iguales derechos personas sin importar su etnia, religión o cultura, además, la religión no debe permear las decisiones gubernamentales ni las instituciones del país, por ejemplo, la escuela, que debe ser una de las instituciones que contribuya a la consolidación de una identidad nacional que sea afín con estas características, de esta manera se permite que florezca la convivencia entre personas de diferentes religiones, etnias y culturas nutriendo el nicho social y cultural de la sociedad.

Desde la consolidación de dicha constitución, el Ministerio de Educación Nacional, en adelante MEN, asumió su responsabilidad de formular políticas, planes y programas orientados a la formación de colombianos en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia. Podemos evidenciar el compromiso mencionado en el componente de acompañamiento a docentes que ofrece en su programa REDE@PRENDER, el cual, de

acuerdo con mineducación (s.f) “busca mejorar el desarrollo de las competencias ciudadanas en las instituciones educativas y fortalecer el desarrollo de prácticas pedagógicas que promuevan y se desarrollen en ambientes de aprendizaje democrático”. Otro avance importante por parte del MEN en el sentido descrito se consolida en el año 2004, con la publicación de los Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas, documento con el cual pretende guiar a los educadores del país en la formación y desarrollo de competencias ciudadanas en los estudiantes desde diferentes áreas de conocimiento. Estas competencias, de acuerdo con MEN (2004) se definen como “el conjunto de conocimientos y de habilidades cognitivas, emocionales y comunicativas que, articulados entre sí, hacen posible que el ciudadano actúe de manera constructiva en la sociedad democrática” (p.8). También se plantea un punto muy importante para la educación y es el tema del papel de quienes intervienen educando para el logro de estos fines, el cual se dice que debe ser activo y consciente, de manera que el educador, tanto en el hogar como en la escuela, promueva el crecimiento de espacios que favorezcan la participación y toma de decisiones por parte de todos los integrantes del grupo determinado.

Como se aprecia, desde el Estado existen leyes y proyectos que buscan la formación de ciudadanía en los jóvenes, sin embargo, las situaciones de violencia que ha atravesado el país han sobrepasado dichos esfuerzos en muchas regiones del mismo, además, en la práctica, estas políticas de competencias ciudadanas no son llevadas a cabo en la escuela como debe ser, pues se observa que se incrementan los casos de matoneo (Hernández, 2019) y se agudizan la falta de participación en movimientos ciudadanos y cifras de abstención electoral cercanas al 50% (Instituto Geográfico Agustín Codazzi, [IGAC], 2022). Además de esto, en la sociedad colombiana actual se reflejan signos de una sociedad cuya identidad democrática se encuentra en crisis, la marcada desigualdad socioeconómica que según el índice de GINI, ubica este país como el tercero más desigual a nivel global (Bernal, 2025) que agudiza todos los malestares del país es un síntoma de una nación que no ha podido implementar satisfactoriamente un modelo democrático. Otro síntoma de este malestar social es el altísimo nivel de corrupción que existe en este país, lo que va en contravía de cualquier esfuerzo por edificar democracia en el mismo.

En Ávila (2020) se revelan datos concretos que permiten ver el elevado número de casos de investigaciones, suspensiones y sindicaciones a funcionarios por el mal uso de los recursos públicos. Para citar un ejemplo sobre las dinámicas de corrupción a nivel estatal en el contexto del aislamiento social preventivo en Colombia que afectó las finanzas y los procesos de inversión en la salud se encuentra la siguiente aseveración: “Según la Procuraduría General de la Nación, desde que comenzó la emergencia sanitaria en marzo de 2019 van 837 registros con inicio de actuación disciplinaria, que comprenden 417 alcaldías, 26 gobernaciones y 32 concejos municipales” (Ávila, 2020, p.23). Aquí la emergencia sanitaria se refiere a la pandemia por el brote de COVID-19, la cual sirve de paralelo para comparar los efectos negativos de este flagelo de la corrupción. Como se puede apreciar, las cifras son alarmantes, y son el reflejo de una sociedad con una grave falencia de valores democráticos.

En este punto de la discusión es posible que surja la pregunta ¿y este problema de valores democráticos qué tiene que ver con educación matemática? Pues bien, en el mundo ya se han preguntado esto, el documento Currículo 2005 (South African Ministry of Education, 1997) declara que la reconstrucción de Sudáfrica como un “país democrático, próspero, libre de discriminación y violencia, y capaz de competir internacionalmente” requiere un nuevo sistema educativo y un nuevo currículo. Esto último proporcionará las condiciones para que los estudiantes resuelvan problemas tomando decisiones responsables, trabajen diligentemente con otros, manejen y evalúen críticamente la información, se comuniquen eficazmente por medio del lenguaje oral y escrito, es decir, las matemáticas constituyen un lenguaje relevante que debería ser dominado, y empleen eficaz, crítica y responsablemente la ciencia y la tecnología (Brodie, 1997, p. 29).

Sin ir más lejos, la Ley General de Educación de nuestro país, expedida en 1994 (MEN, 1995) proclama que el sistema educativo debería hacer hincapié en el respeto a todos los derechos humanos y a todos los principios democráticos, facilitar la participación de la gente en las decisiones que le afectan y desarrollar una capacidad crítica reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico y la mejora de las condiciones de vida. Las matemáticas, como una de las áreas curriculares que están más directamente conectadas

con la comprensión científica y tecnológica del mundo, desempeñan un papel importante en el logro de estas metas.

Es por esto que se busca emplear una perspectiva de apoyo desde la educación matemática que permita el desarrollo de competencias ciudadanas en los estudiantes dentro de una sociedad que se pregona democrática. Por fortuna, desde la didáctica de las matemáticas, se han desarrollado propuestas para involucrar el fortalecimiento de valores democráticos en los estudiantes gracias a perspectivas sociopolíticas de investigación, las cuales han tenido significativos avances, como por ejemplo, la consolidación de una perspectiva didáctica como la Educación Matemática Crítica, en adelante EMC, la cual busca constantemente el fortalecimiento de valores democráticos a través de la enseñanza de la matemática. Este es el foco más importante de este trabajo, el llegar a contribuir en la formación democrática de los estudiantes por medio del cuerpo de conocimiento de las matemáticas. Lo siguiente por definir es bajo qué competencias estará guiada la propuesta de aula y cuál será el eje de conocimientos básicos de la misma, para esto conviene preguntarse por la relación entre la educación matemática y democracia.

Cuando surge la pregunta por la relación entre educación matemática y democracia podemos pensar inicialmente tres posturas; la educación matemática está a favor del desarrollo de valores democráticos, la educación matemática está en contra del desarrollo de valores democráticos, o no existe una relación entre ambas. Resulta que dicha relación depende del enfoque de quién quiera relacionarlas. De acuerdo con Valero y Skovsmose (2012) “la relación entre la educación matemática y la democracia es *crítica*, esto es, que la relación puede ir “en ambos sentidos” [...] La educación matemática (incluida la investigación) puede tomar muchas direcciones. Cuál dirección puede tomar es una pregunta abierta” (P. 9). Cuando los autores dicen “en ambos sentidos” se refieren a que puede apoyar o atacar el desarrollo de valores democráticos, esto depende del docente que es quien está empleando las matemáticas con el objetivo de la enseñanza. Entonces es factible pretender, a través de la enseñanza de las matemáticas desarrollar valores democráticos en estudiantes.

En este contexto se pregunta ¿cuál o cuáles serían los conocimientos básicos más adecuados para hacer esto?, la cual desborda este trabajo. Sin embargo, se resaltan los sistemas analíticos y algebraicos como un buen vehículo para lograr el desarrollo de valores democráticos en estudiantes dada su estrecha relación con el pensamiento crítico, pues unos de los procesos generales que subyacen al estudio de estos sistemas son la modelación y la resolución de problemas, los cuales son muy susceptibles a ser direccionados por el docente hacia un sentido de reflexión crítico en torno a la situación que se modele o el problema que se aborde, todo esto a través del uso y análisis del lenguaje algebraico que sería la herramienta principal que se emplearía. Con lo anterior en mente, para este proyecto se elige la introducción al álgebra como vehículo de enseñanza, sabiendo además que está bien identificado que los estudiantes presentan numerosos errores y dificultades cuando se enfrentan al álgebra en la escuela, Kieran (1992) enuncia algunas:

Los errores estratégicos y no sistemáticos que cometen al momento de simplificar expresiones; su resistencia a operar sobre una ecuación como un objeto, que evidencia en la imposibilidad de utilizar el método de “hacer lo mismo a ambos lados”; su dificultad para entender que el signo igual es un símbolo de simetría; su dificultad para considerar las letras como variable o como ‘cantidades dadas’ y para traducir problemas de palabras a ecuaciones; su dificultad para ver la estructura escondida de las ecuaciones; su no-uso del álgebra como herramienta para probar relaciones numéricas; su inhabilidad general para convertir interpretaciones de procesos de entidades algebraicas en interpretaciones de objetos, etc. (p. 17).

Por lo que se busca en esta perspectiva metodológica, contribuir a una mejor comprensión del álgebra por parte de los estudiantes, teniendo presente que el corte didáctico que existe entre el pensamiento aritmético y algebraico es un hecho que hay que afrontar. Al respecto, Gallardo & Rojano (1988) nos dicen que “La palabra corte o ruptura se emplea para enfatizar el hecho de que el obstáculo en cuestión (el operar lo representado) se localiza en la frontera entre dos tipos de pensamiento, el aritmético y el algebraico” (P. 2). Esta no es la única dificultad cuando se habla de álgebra, la misma, posee intrínsecamente un gran problema para la inmensa mayoría de estudiantes, que es lo que numerosos autores

denominan la movilización del estadio operacional al estructural, entendiendo el estadio estructural como aquel en el cual el estudiante realiza un conjunto de operaciones sobre expresiones algebraicas y no sobre números, cómo es el caso del procedimental. Existen una gran cantidad de autores que han señalado lo difícil que es realizar dicha movilización, Kieran (1992) concluye:

La mayoría de los estudiantes no adquiere un sentido real de los aspectos estructurales del álgebra. Los resultados de la investigación sugieren que algunos estudiantes nunca alcanzan a desarrollar la parte estructural del ciclo procedimiento—estructura. En el peor de los casos, memorizan un contenido pseudoestructural; en el mejor de los casos, desarrollan y continúan confiando en sus concepciones procedimentales. (p. 17).

Asimismo, la perspectiva de solución de problemas desde las matemáticas fomenta el desarrollo de habilidades cognitivas para enfrentar desafíos académicos y también refleja el objetivo central de las matemáticas como disciplina, de acuerdo con Donoso et al. (2020) y Rodríguez (2023), este tipo de actividades permite a los estudiantes ejercitar procesos de análisis, razonamiento y resolución, pilares fundamentales para su formación integral.

No obstante, el camino hacia la resolución de problemas matemáticos puede resultar altamente demandante, ya que su naturaleza compleja dificulta que numerosos estudiantes alcancen un dominio adecuado de los contenidos curriculares. Esta dificultad plantea retos en el proceso de aprendizaje y exige estrategias pedagógicas más efectivas para apoyar su desarrollo.

Como se ve, el lograr un dominio del pensamiento algebraico representa un gran reto para los estudiantes, es por esto que con este proyecto se pretende proporcionar un acercamiento más temprano al álgebra escolar con el fin de familiarizarlos con esta forma de pensamiento matemático y, paralelamente, fortalecer el desarrollo de valores democráticos en ellos, es por esto, que surge la siguiente pregunta de investigación:

- *¿Cómo a través de la implementación de una propuesta de aula se pueden desarrollar valores democráticos en la iniciación del razonamiento algebraico a*

través de la resolución de problemas en estudiantes de grado séptimo desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Favorecer la formación en valores democráticos en el desarrollo del razonamiento algebraico a través de resolución de problemas en estudiantes de grado séptimo desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica.

1.2.2 Objetivos específicos

- Fundamentar la problemática desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica y los enfoques curriculares nacionales.
- Articular en una propuesta de aula los elementos teóricos estudiados para favorecer elementos de razonamiento algebraico y valores democráticos en la escuela.
- Caracterizar elementos del razonamiento algebraico y de los procesos democráticos en estudiantes de grado séptimo a través de la implementación de la propuesta de aula.

1.3 Justificación

Como se ha señalado en el planteamiento del problema, a pesar de que nuestro país cuenta con una constitución muy bien lograda en términos de principios democráticos y cuenta con una Ley General de Educación que promueve la escuela como un laboratorio de democracia, actualmente en nuestro territorio se observa que sigue habiendo deficiencias en los procesos democráticos tanto a nivel social como en el aula de clases. Un gran factor que contribuye en agudizar dicha problemática a nivel de la escuela es la apatía política por parte de muchos docentes de nuestro país, que se suele cristalizar en una falta de

conciencia política que dificulta por su no-acción el desarrollo de valores democráticos en los estudiantes.

Es importante anotar, que este trabajo no pretende despertar por sí solo la conciencia política de los educadores del país, pero sí responde a dicha problemática, ya que, como se ha dicho anteriormente, el foco de este proyecto es la formación o desarrollo de valores democráticos en los estudiantes a través de la educación matemática, tales como la colectividad, la deliberación, la transformación o la colexión, esto es, la reflexión colectiva o proceso de pensamiento mediante el cual la gente “dirige su atención” hacia los pensamientos y las acciones de cada uno de los otros de una manera consciente. Pretendiendo así contribuir a menguar las falencias señaladas, por lo menos, a nivel de la escuela al brindar una herramienta práctica a docentes interesados en movilizar dichos valores en sus estudiantes mientras realizan su labor en sus clases de matemáticas.

Por otro lado, teniendo presente que la perspectiva didáctica que se ha elegido para lograr los objetivos propuestos es la de la EMC, este trabajo contribuirá con un buen aporte a dicha perspectiva desde el punto de vista investigativo y práctico al elaborar una propuesta de aula que integre elementos del razonamiento algebraico con la formación de los valores mencionados en estudiantes de grado séptimo. Esto también responde al hecho de que, a pesar de los avances teóricos en las líneas didácticas como la etnomatemática, la educación matemática realista, o la misma EMC, entre otras, la educación en las escuelas de nuestro país sigue tendiendo a ser llevada, en términos de Skovsmose (2012), bajo el “paradigma del ejercicio” casi que exclusivamente, el cual se refiere a ese enfoque metodológico de la pedagogía que se centra en plantear ejercicios matemáticos desvinculados de la dinámicas propias de los estudiantes. y esto implica que la formación ciudadana no está puesta en la mira de los educadores. Es por esto, que este proyecto busca salirse de esa línea del paradigma del ejercicio, haciendo un aporte activo a la línea de la EMC al poner en práctica sus propuestas.

Ahora bien, la elección del vehículo de conocimientos básicos para el logro de estos fines de fortalecimiento democrático no es nada sencilla, puesto que hay una gran variedad de

dónde elegir y saber cuál o cuáles serían candidatos idóneos para este trabajo es una tarea que puede demandar un trabajo de investigación en sí mismo. Como se expresó en el planteamiento del problema, la elección de los sistemas analíticos y algebraicos para el mencionado fin se hace contemplando su estrecha relación con el pensamiento crítico al cobijar procesos generales como la resolución de problemas y la modelación dentro de su campo de acción.

Dada esta elección, no se desconocen las múltiples dificultades que surgen cuando los estudiantes abordan el estudio de estos sistemas, en particular, cuando se introduce un estudio formal del álgebra a los estudiantes, que en nuestro país suele ocurrir en grado octavo. Es por esto que este trabajo busca contribuir a la identificación y caracterización de algunos elementos del razonamiento algebraico importantes en el paso de la aritmética al álgebra en la escuela, y preparar mejor a los estudiantes para dicho abordaje que harán en grado octavo, razón por la cual, la propuesta de aula se ha pensado aplicar en grado séptimo.

Dicho esto, cabe resaltar que el ejercicio investigativo que representa llevar a cabo este proyecto también contribuye a la formación del estudiante como investigador al ser el primer acercamiento de este a un trabajo de índole investigativo en el campo de la educación matemática. Ya que la formación en investigación es un aspecto al que casi no se le presta atención a lo largo del estudio de la carrera profesional y la elaboración del proyecto de grado se convierte en la principal oportunidad de formación en este sentido. Por lo que la elaboración del presente trabajo es muy importante para la formación integral de un profesional en educación matemática.

1.4 Antecedentes

Los antecedentes son elementos importantes en la elaboración de cualquier ejercicio investigativo porque permiten definir qué tan importante es el trabajo que se está haciendo en términos de qué tanta investigación se ha hecho al respecto para saber si el problema

que se plantea ha sido tratado ya y de qué maneras se ha hecho. Es por esto por lo que para revisar los antecedentes a nivel local y nacional de este trabajo se consideraron 3 frentes desde los cuales se podía abordar; EMC, introducción al razonamiento algebraico, e introducción al razonamiento algebraico desde la EMC. Hay poca cantidad de trabajos que se sitúen dentro del marco de la EMC y aún menos los hay que se sitúen en la relación de ambos frentes. Por el lado de la introducción al razonamiento algebraico el panorama es diferente, encontrándose un gran número de trabajos situados aquí. A continuación, se presentan algunos de los trabajos encontrados y revisados que sirven de antecedentes para este proyecto.

1.4.1 Antecedentes locales

La Universidad del Valle es una valiosa fuente de recursos bibliográficos en lo que respecta a trabajos académicos del interés de este proyecto, especialmente en razonamiento algebraico en la escuela, pues cuenta con numerosos y excelentes artículos de este tópico, de los cuales se ha estudiado uno en particular. También cuenta con trabajos de gran calidad cuya línea didáctica sigue la de la EMC.

Lo que tienen en común los trabajos revisados para este proyecto, es su búsqueda de mejorar las condiciones de vida escolar de los estudiantes a través de tener en cuenta el entorno social de los mismos, pues evidencian lo importante que es el considerar el porvenir de los estudiantes en los planes de estudio.

- Salazar (2018). *Aportes de la educación matemática crítica y el análisis de contenido a la competencia de planificación docente*. Universidad del Valle.

En este trabajo, la autora se propone documentar la experiencia que permite identificar la importancia de la competencia de planificación curricular del docente, junto con su relación con el análisis didáctico de contenido y la EMC en torno a la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central. Intentando así, dar un significado relevante al aprendizaje de la estadística, particularmente, en el instituto Champagnat de Pasto. Todo esto con la

intención de que las reflexiones sobre estas prácticas se consoliden en la sistematización de experiencias, de manera que sirvan como un ejercicio de formación para los maestros del área de matemáticas de dicho instituto.

Respecto al enfoque metodológico, el diseño y desarrollo metódico del trabajo consistió en la concreción de un proceso de sistematización de experiencias apoyado en un diseño que se base en las metodologías de Investigación-Acción-Participativa (I-A-P).

Complementariamente, la metodología general de análisis, se basó en una adaptación de la propuesta general de Análisis Didáctico, bajo la concepción de estrategia de formación y de desarrollo de competencias profesionales docentes, así como de desarrollo curricular.

Cuando se miran los resultados de este proyecto, llama la atención lo relacionado a lo que se evidenció gracias a la sistematización de experiencias. Por ejemplo, que el profesor da mayor importancia a la disposición del niño en relación con el desarrollo de intereses, sin embargo, cuando se trata la intencionalidad se refiere a la propia y no a la del estudiante. También un aspecto que sale a luz y que es muy importante, es lo relacionado con la influencia de la familia y otros factores y sujetos sobre la creencia o concepción de las matemáticas, pues es imposible negar el contexto social que rodea al estudiante, de este modo se asegura que quizás las intenciones puedan estar permeadas por ideas de la familia y en general de un contexto social propio. Permitiendo concluir que las intenciones se hacen necesarias e importantes para el proceso de planificación como un primer paso para entender y reflexionar sobre su incidencia en la gestión del aula.

- Macías y Arteaga (2022). *Aprendizaje Basado en Proyectos, en la enseñanza de Matemáticas para estudiantes de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal “Pablo Hannibal Vela”*. Artículo de investigación.

Los autores partieron de la búsqueda de generar dinámicas pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas ya que este conocimiento ha enfrentado desafíos persistentes en el aprendizaje de los estudiantes. La falta de interés en la materia y la desmotivación general, exacerbada por la aplicación de métodos tradicionales de enseñanza, han dificultado el

proceso educativo. En este contexto, se destacó la importancia de adoptar enfoques innovadores, como la educación basada en proyectos, para mejorar la experiencia y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas.

La investigación adoptó una metodología de enfoque mixto, combinando elementos cuantitativos y cualitativos para ofrecer una visión integral del problema. De carácter descriptivo y con un diseño no experimental, el estudio se centró en identificar y analizar de manera detallada las deficiencias en el proceso de enseñanza de las matemáticas. Este enfoque permitió no solo cuantificar las falencias existentes, sino también explorar, desde una perspectiva cualitativa, las dinámicas pedagógicas que contribuyen a dichas deficiencias.

Los resultados de la investigación indicaron que la persistencia en el uso de métodos tradicionales en la enseñanza de las matemáticas ha generado una barrera para la adopción de enfoques pedagógicos más innovadores. Estos métodos tradicionales, caracterizados por un enfoque pasivo en la transmisión de conocimientos, han limitado la implementación de metodologías activas, que son esenciales para fomentar una mayor participación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Las metodologías activas, como el aprendizaje basado en proyectos o en problemas, promueven un rol más protagónico del estudiante, donde el aprendizaje se construye a través de la interacción, la experimentación y la reflexión crítica.

Entre los numerosos trabajos sobre este tema que existen en la biblioteca de la Universidad del Valle se escogió este que busca el desarrollo temprano de razonamiento algebraico mediante enfoques que integran aspectos epistemológicos y didácticos para entender y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que se centra en cómo los estudiantes construyen significados matemáticos a través de la interacción con objetos matemáticos y prácticas pedagógicas.

- Arboleda y Quetama, (2021). Una propuesta para el desarrollo del razonamiento algebraico en estudiantes de grado quinto desde el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Universidad del Valle.

Las autoras de esta investigación plantearon como objetivo promover el desarrollo del razonamiento algebraico en un grupo de estudiantes de quinto grado mediante una propuesta didáctica basada en el enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Este enfoque teórico destaca la importancia de comprender los significados y las estructuras semióticas involucradas en el aprendizaje matemático, facilitando así una enseñanza que integra el conocimiento conceptual con los procesos de instrucción. Al aplicar este marco en el aula, se buscó proporcionar a los estudiantes herramientas para construir y aplicar conceptos algebraicos de manera más significativa, promoviendo un entendimiento más profundo y contextualizado del álgebra.

La investigación se fundamenta en un enfoque cualitativo, el cual permite una descripción, comprensión e interpretación profunda de los fenómenos educativos. La metodología empleada incluye una fase experimental dividida en dos momentos. En el primero, se busca desarrollar instrumentos didácticos que faciliten el diseño de una propuesta de aula para mejorar el razonamiento algebraico. El segundo momento se centra en la recolección de datos mediante la implementación de esta propuesta. Se seleccionan 14 estudiantes al azar para participar en el estudio, eligiendo una institución educativa específica debido a su nivel académico y su capacidad para realizar la implementación presencial, conforme al proceso de alternancia requerido por la crisis mundial actual.

1.4.2 Antecedentes nacionales

En nuestro país se han registrado bastantes avances en investigación en la línea de didáctica. Se encuentran numerosos trabajos en los distintos frentes que se consideraron, excepto en el frente de razonamiento algebraico en relación con la EMC, en el cual solamente se encontró un trabajo, evidenciando la necesidad de más trabajos como este.

- Pineda (2017). *La enseñanza del concepto amortización, como parte del manejo de las deudas, a través de la educación matemática crítica como posibilidad para formar ciudadanos. Caso: grado 9° en la Institución Educativa Marceliana Saldarriaga del municipio de Itagüí*. Universidad Nacional de Colombia.

El autor se basa en la teoría de la EMC para plantear una propuesta de enseñanza del concepto de amortización dentro del Plan de Área de Matemáticas de la Institución Educativa Marceliana Saldarriaga, en el grado noveno, en la ciudad de Medellín. Esto con el fin de generar una mayor conciencia en la toma de decisiones financieras en los estudiantes de dicho grado.

El enfoque de este trabajo se planteó como descriptivo cualitativo, ya que buscaba especificar las características, propiedades y los perfiles importantes del grupo que se estudió. El método escogido para la realización de la propuesta fue el estudio de casos. En cuanto a los instrumentos de recolección de información, se emplearon recursos como las encuestas por cuestionarios, observación directa estructurada, observación directa no estructurada y la revisión de documentos y de datos estadísticos. Y ya que se buscaba el diseño de una propuesta de enseñanza, también fueron importantes como elementos de recolección de información los productos elaborados por los estudiantes mediante las fases de aplicación.

A partir del análisis de los resultados del Test de percepción aplicado a los estudiantes, se pudo corroborar que no hay duda de que éstos aún tienen muchos prejuicios y malos hábitos formados alrededor de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, pero el trabajo permitió ver que al momento en que se les presenta la matemática con un contexto cercano o real para ellos, se genera un vínculo más estrecho que les permite cuestionarse y hacer propuestas. El diseño de las tres guías de trabajo permitió dar un orden específico a las actividades de clase, generando espacios de trabajo individual y grupal, facilitando la conversación y el diálogo directo para intercambiar dudas y soluciones. La aplicación de la propuesta en el grupo muestra de 35 estudiantes del grado noveno, dio cuenta del interés que tienen éstos por verse más inmiscuidos en el desarrollo económico y social, haciéndose dueños de sus finanzas y ayudando en la toma de decisiones en el ámbito familiar. Además, permitió que ellos se informaran sobre lo que sucede en la realidad alrededor de esta temática, para tener elementos de juicio en la toma de decisiones sobre esta práctica propia y en su entorno familiar y social.

- Betancur (2023). Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de una estrategia didáctica sobre secuencias y patrones. Universidad Nacional de Colombia.

En la investigación de maestría de la autora, propuso una estrategia didáctica diseñada para fortalecer el razonamiento algebraico en estudiantes de cuarto grado de primaria del Colegio de La Presentación de La Estrella; esta estrategia se centró en la implementación de actividades específicas orientadas al aprendizaje de secuencias y patrones numéricos, con el objetivo de facilitar la comprensión de conceptos algebraicos fundamentales en esta etapa educativa.

La metodología empleada en este trabajo se basó en un enfoque cualitativo interpretativo, que permitió una comprensión profunda de las dinámicas educativas en contextos específicos. La intervención en el aula, eje central de la investigación, se fundamenta en el modelo teórico del aprendizaje significativo crítico, el cual se adopta para orientar la propuesta pedagógica, este modelo enfatiza la construcción activa del conocimiento por parte de los estudiantes, vinculando nuevos conceptos con sus experiencias previas de manera crítica y reflexiva.

La implementación de la propuesta pedagógica fue a estudiantes de cuarto grado de primaria, cuyas edades oscilan entre los 8 y 10 años. Este grupo se distinguió por su compromiso con los deberes y su disposición para participar activamente en una variedad de actividades, lo que los convierte en candidatos ideales para esta intervención educativa. Durante la intervención, se desarrollaron una serie de actividades diseñadas para promover un aprendizaje profundo y contextualizado.

Los resultados obtenidos durante la implementación de la secuencia didáctica revelaron su efectividad en el desarrollo del razonamiento algebraico en los estudiantes. A lo largo de las actividades, los estudiantes demostraron su capacidad para realizar justificaciones y argumentaciones, establecer conjeturas y relacionar diferentes magnitudes, este proceso facilitó la adquisición de niveles crecientes de abstracción y generalización, evidenciados de manera progresiva en las tres situaciones planteadas.

Introducción al razonamiento algebraico desde la EMC.

- García, (2021). Posibilidad de Lecturas en tiempos de transito: Perspectiva Crítica de la Educación Matemática en el contexto colombiano. Artículo de Investigación.

En este estudio la autora realizó una reflexión sobre los esfuerzos por revisar y formular alternativas analíticas dentro de la perspectiva crítica que vincula la educación matemática con los ideales democráticos. Este análisis se realiza desde una matriz cultural específica de la región latinoamericana, con un enfoque particular en el contexto colombiano. La intención es explorar cómo las prácticas educativas en matemáticas pueden contribuir a la formación de ciudadanos críticos y participativos, en consonancia con los valores democráticos, considerando las particularidades históricas, sociales y culturales que caracterizan a Colombia y su influencia en la educación matemática.

La metodología cualitativa de carácter documental permitió una reflexionar analíticamente sobre la necesidad de un marco cultural específico desde el cual se pueda formular una perspectiva crítica de la educación matemática en relación con la democracia, considerando la diversidad en el contexto colombiano. A partir de esta postura, se propone la construcción de un espacio reflexivo que permita desarrollar un enfoque crítico frente a la crisis en la educación matemática, anclado en nuestra matriz cultural e histórica. Este enfoque busca no solo diagnosticar los desafíos actuales, sino también generar propuestas que integren la pluralidad cultural y contribuyan a una educación matemática más inclusiva y democrática.

Con esta revisión de documentación a nivel nacional que se hizo, se corroboró la poca cantidad de trabajos que hay en la misma línea que este, mostrando así la pertinencia de este para contribuir en un aumento del número de proyectos que manejen la transversalidad entre educación matemática, en particular álgebra, y democracia en el país. Es de resaltar que la metodología que se empleará en este proyecto es diferente a la de todos los que se revisaron que también relacionaban la EMC con el álgebra, por lo que la utilización de estos trabajos como antecedentes, sirve principalmente para tener referentes de lo que se ha hecho y asegurarse de no caer en la repetición de trabajos investigativos. Además, el hecho de estudiar otras propuestas de aula que también se enmarquen dentro

de la EMC, le aportan a este trabajo referentes de qué elementos debe tener una y cómo se debe implementar.

Capítulo II

Marco de referencia conceptual

En esta sección se exponen los principales referentes teóricos que sirven como base para el presente trabajo, se dará una mirada a la Educación Matemática Crítica revisando sus características conceptuales y metodológicas, también se busca brindar una caracterización del razonamiento algebraico y el pensamiento variacional, finalmente, se presentarán los referentes curriculares sobre los cuales se fundamentan algunos aspectos del diseño de la propuesta de aula.

2.1 Sobre la Educación Matemática Crítica

La presentación que se hace a continuación será una descripción de los aspectos conceptuales y metodológicos que componen la EMC, que será la línea didáctica que tomará como referencia el presente trabajo, tal como se ha resaltado con anterioridad.

2.1.1 Aspectos conceptuales de la Educación Matemática Crítica

La EMC es un enfoque didáctico relativamente joven dentro de la investigación en didáctica de las matemáticas, cuya particularidad es su perspectiva sociopolítica orientada a la formación de valores democráticos en los estudiantes a través de la enseñanza de las matemáticas. Respecto a los valores democráticos, Valero (2012) (p. 14) propone 4 de estos, entendiendo la democracia como una acción política abierta, los cuales son; colectividad, transformación, deliberación y co-reflexión, los cuales se han mencionado con anterioridad. Lo que se busca con el desarrollo de estos valores es que los estudiantes potencien su capacidad de racionalizar, reflexionar, investigar y transformar su realidad, pretendiendo generar movimientos emancipatorios que son posibles solamente cuando se

revisan de forma crítica las diversas situaciones sociales, económicas, políticas y culturales que tienen lugar en la realidad y en la práctica.

En la misma línea, Skovsmose (2012) propone que la EMC presenta una alternativa a la línea de enseñanza tradicional, la cual hace referencia al manejo mecánico de algoritmos y procedimientos, enseñanza que está muy arraigada en nuestro territorio colombiano y que el autor denomina el “paradigma del ejercicio”. Dicho paradigma no tiene en cuenta factores socioculturales de los estudiantes dentro de su comunidad. Como respuesta a esto, Skovsmose propone el “paradigma del enfoque investigativo” el cual busca desarrollar las clases de matemáticas por medio de proyectos, ubicándose en lo que él llama un “escenario de investigación”, el cual ofrece un ambiente diferente al tradicional “paradigma del ejercicio”.

Es así como se distinguen y se establecen estos dos paradigmas que pretenden organizar la actividad de los estudiantes; el del ejercicio y el del enfoque investigativo. Estos a su vez, se pueden poner en juego al combinarlos con otro tipo de distinción que hace alusión al tipo de referencia que tienen las situaciones problema. El caso más usual en la enseñanza tradicional es cuando la referencia que se emplea para los ejercicios corresponde a las matemáticas puras, es decir, cuando las actividades se centran solamente en las matemáticas. Luego está el referente conocido como de semi-realidad en el que los ejercicios se basan en situaciones con contextos creados, como por ejemplo, los típicos que se encuentran en los libros de texto. El tercer referente son las situaciones de la vida real, aquí, los ejercicios se basan en contextos cercanos a los estudiantes Skovsmose (2000).

Lo anterior no está diciendo que el “paradigma del ejercicio” deba ser abandonado como práctica docente, sino que se debe diversificar el tipo de acciones que se llevan en el aula al combinar los distintos paradigmas y tipos de referencia. En particular, el paradigma predilecto en EMC será el “paradigma del enfoque investigativo”, pues es el más nutritivo en términos de indagación, reflexión y acción para los estudiantes, lo que permite poner en juego su pensamiento crítico y toma de decisiones importantes.

Ahora bien, otro aspecto que se debe dejar claro sobre la EMC es su compromiso con la democracia. Como se ha mencionado con anterioridad, la relación de la democracia con la educación matemática no es clara ni obvia. Históricamente, como en la Alemania Nazi, se presentaron casos en los que las matemáticas eran usadas para cultivar ideologías que iban en contra de la democracia. Por esto, el que las matemáticas apoyen o ataquen a la democracia, depende de la relación que los educadores tengan con estas, de sus concepciones y creencias en torno a ellas. Al respecto, Valero y Skovsmose (2012) sostienen que:

“No confiamos en afirmación alguna que identifique una conexión intrínseca entre el pensamiento matemático y los ideales democráticos ni aceptamos un argumento que excluya la educación matemática de una lucha por la democracia. La educación matemática (incluida la investigación) puede tomar muchas direcciones.Cuál dirección puede tomar es una pregunta abierta.” (p. 9).

Esto es lo que significa que la relación entre educación matemática y democracia sea crítica, que el apoyo hacia la edificación de democracia desde la enseñanza de las matemáticas, depende de la intención de la parte educadora. En palabras de Valero y Skovsmose (2012):

“significa que se sitúa la noción de democracia en la esfera de las interacciones sociales cotidianas y la redefine como una acción política abierta, con un propósito, emprendida por un grupo de personas. Esta acción es colectiva, tiene el propósito de transformar las condiciones de vida de quienes están involucrados, permite a la gente comprometerse en un proceso de comunicación deliberativa para resolver problemas y promueve la colexión.” (p. 48).

Esto es, en el caso de la EMC, la dirección sí es clara, esta está comprometida con la construcción de democracia en las aulas de clase a través de la enseñanza de las matemáticas. Esta es precisamente una de las características de esta línea didáctica y por la cual se escogió como referente teórico para el presente trabajo.

Por otro lado, cuando se busca avanzar en el campo de la investigación que se preocupa de los fenómenos conectados con el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, se ingresa

en un campo que está necesariamente conectado con la sociedad informacional global, es decir, nuestra sociedad enmarcada en el contexto de la globalización. Y aquí puede surgir la pregunta ¿por qué se ingresa en este campo por el hecho de preguntarse sobre los fenómenos conectados con el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas? Pues bien, resulta que los contextos particulares de los estudiantes están mediados por esta conexión con la globalización, pues es una directriz para las sociedades que incide directamente en sus contextos sociales, políticos, culturales y económicos, por lo que pueden surgir fenómenos de interés para la enseñanza de las matemáticas a partir de estas consideraciones. Por ejemplo, en un país como Colombia, con sus características socioeconómicas particulares, es muy posible que la familia de un estudiante se tenga que mudar de un lugar de vivienda porque las condiciones económicas no están favorables para pagar el arriendo en ese lugar, incluso puede que la familia se vea obligada a cambiar de colegio al estudiante, y este tipo de eventos afectan la vida estudiantil del afectado y son fenómenos que si no se tienen en consideración, pueden ocasionar que la enseñanza de las matemáticas, y de cualquier campo de conocimiento, no cumpla con sus objetivos como se espera, es decir que la consideración del contexto de los estudiantes puede potenciar el proceso dialógico de enseñanza-aprendizaje.

Con lo anterior presente, desde la EMC se busca dotar de sentido al término “ideas matemáticas poderosas” lo cual se puede abordar desde diferentes perspectivas, dependiendo del sentido en el que se esté concibiendo el “poder”. Porque puede ser, desde una perspectiva lógica, que una idea matemática sea poderosa en tanto permita al estudiante acceder a la comprensión de la arquitectura de las matemáticas, es decir, comprender esas ideas y términos abstractos propios de la matemática, sin embargo, esto no respondería al enfoque sociopolítico de la EMC dado que es la idea tradicional que se ha manejado implícitamente en el currículo, y la misma, históricamente, ha generado exclusión para la gran mayoría de estudiantes que les cuesta acceder a la comprensión de estos significados.

Es por esto, que el entendimiento del término en cuestión se debe hacer desde un punto de vista sociocultural, teniendo en cuenta lo que es importante desde la perspectiva del

estudiante. Valero y Skovsmose (2012) dan un acercamiento a este término desde este punto de vista:

“Podríamos entonces tratar de relacionar las ideas matemáticas poderosas con las oportunidades que tienen los estudiantes de participar en las prácticas de una comunidad más pequeña o de la sociedad más amplia. Estas posibilidades tienen que ver con el porvenir de los estudiantes, que se refiere a la manera en que ellos interpretan y conceptualizan —explícita o implícitamente, consciente o inconscientemente— sus condiciones de vida futuras dado el entorno social, cultural, económico y político en el que viven.”(p. 42).

Con esta conceptualización presente, se puede apreciar lo importante que es para la educación matemática desde esta perspectiva el acceso a ideas matemáticas poderosas por parte de los estudiantes, y es también una preocupación de la EMC este tema, de hecho, se plantea que el acceso a estas ideas debe ser democrático, lo cual se explicará a continuación.

En esta misma dirección Isaza y Escobar (2023), señalaron que, la EMC analiza las implicaciones del contenido matemático desde la perspectiva del estudiante, considerando su contexto propio, este análisis permite a los estudiantes participar activamente en la toma de decisiones relacionadas con su entorno, evitando un rol pasivo en su formación y en la sociedad. Al centrarse en cómo los estudiantes construyen significados matemáticos y cómo estos se relacionan con sus experiencias, se fomenta un aprendizaje más significativo y una mayor implicación en su desarrollo académico y social.

Para que el acceso a ideas matemáticas poderosas sea democrático, no basta con decir que se refiere a que la educación matemática se les deba proporcionar a todos. Es muy importante que la forma en que se brinde la educación y más específicamente, la educación matemática, sea también democrática. Al respecto Valero y Skovsmose (2012) afirman que el “acceso democrático designa la posibilidad de ingresar a un tipo de educación matemática que favorezca la consolidación de las relaciones sociales democráticas.” (p. 48).

Para ejemplificar esto, se invita a pensar en los diferentes escenarios en los que la enseñanza está inmersa, primeramente, en el salón de clase, el cual debe ser visto como una microsociedad en la que deben estar presentes las relaciones democráticas entre los estudiantes y el profesor, incluso entre los mismos estudiantes. Las relaciones democráticas que permiten el florecimiento de los 4 valores democráticos que se han mencionado, son centrales para abrir posibilidades de una crítica acerca de los contenidos matemáticos en la clase y de su importancia en las acciones sociales basadas en ellos, para ello las relaciones entre los integrantes deben estar mediadas siempre por el diálogo y la crítica.

Otro escenario en el que hay oportunidades de establecer el acceso a ideas matemáticas poderosas es el contexto de la organización escolar, ya que el salón de clase está inmerso en una institución educativa que no está aislada de los profesores ni de los estudiantes en la manera en cómo se enseña matemática, ya que desde las directivas escolares se establecen planeaciones que buscan apoyar el currículo y el desarrollo profesional de los docentes. Así que cuando se piensa el acceso democrático, también hay que tener en cuenta de qué manera están operando las prácticas de la escuela como un todo y si crean oportunidades u obstáculos hacia la edificación de democracia.

Son estos algunos de los elementos conceptuales principales de la EMC que se deben tener presentes a la hora de pensar cualquier propuesta de aula que pretenda basarse en esta perspectiva o que una persona que quiera guiar su práctica educativa bajo esta debe considerar.

2.1.2 Aspectos metodológicos de la EMC

En lo que respecta a la metodología, como perspectiva investigativa sociopolítica que es, falta detallar primeramente lo que hace que una investigación sea sociopolítica. Aunque es necesario que la preocupación que motive la investigación sea de carácter sociopolítico, por ejemplo, el acceso desigual de las mujeres a una educación matemática significativa en ciertos países, esto no es suficiente para decir que una investigación en educación matemática sea sociopolítica, pues puede suceder que la manera en que se desarrolle la

investigación se amolde a las líneas tradicionales investigativas y no genere resultados con el impacto sociopolítico esperado.

Al respecto, Valero (2012) sostiene que “la investigación sociopolítica en educación matemática tiene también la tarea de construir discursos alternativos acerca de los procesos de investigación mismos” (p. 214). Es decir, que personalizar la escritura en el trabajo investigativo puede ser un acto muy político porque destaca el hecho de que la producción de conocimiento no es un acto de neutralidad política, por el contrario, puede estar cargado políticamente. Lo anterior, va en contra de las ideas tradicionales que dicen que el “conocedor” debe estar separado de lo “conocido” y que su principal meta es producir descripciones “objetivas”, explicaciones o interpretaciones que dejen lo “conocido” intocado por el “conocedor”, lo cual es en verdad inalcanzable, pues toda actividad humana de producción de conocimiento no puede escapar de llevar tras de sí un discurso político o filosófico, sea consciente o inconscientemente, en especial cuando la investigación está ubicada en el plano de lo social.

Esto atañe incluso a la manera en como plasmamos nuestro discurso escrito en los trabajos de investigación, como con evitar el uso de los pronombres “yo” o “nosotros”. Por tanto, para sintetizar esta parte referente a la metodología de investigación sociopolítica, en palabras de Valero (2012):

“Adoptar un enfoque sociopolítico no es solamente una cuestión de escoger un conjunto particular de teorías y metodologías. Es una “actitud” que persigue la consistencia entre lo anterior y nuestra actividad como investigadores. Esta actitud muestra también que el investigador está en busca de maneras apropiadas de comunicar las interpretaciones de su realidad” (p. 215)

Sin embargo, se debe aclarar que también es necesario tener una ruta metodológica trazada para hacer una investigación en EMC, la cual, por su carácter sociopolítico, debe ser cualitativa y como otra característica relacionada con el mencionado carácter, se tiene que una investigación en EMC que se sumerja en el aula de clases debe considerar el contexto

de los estudiantes, sus dificultades socioeconómicas, sus porvenires y demás elementos que componen el círculo sociocultural de los mismos.

Para terminar, resaltemos lo que pretende la EMC al impactar en el aula, y es básicamente llevar al estudiante a desenvolverse en un ambiente democrático y académico que se encuentra relacionado fuertemente con su entorno, donde los conocimientos teóricos le permiten leer los sucesos que transcurren a su alrededor, y a su vez, los sucesos que ocurren le permiten establecer una postura en relación con la base teórica. Por esta razón, el estudiante reconfigura el significado teórico por medio de su realidad. Esto se lleva a cabo al introducir al estudiante en ambientes de aprendizaje que se centren en escenarios de investigación.

2.2 Razonamiento algebraico y pensamiento variacional

En el presente apartado se dará un acercamiento a como se entiende en este trabajo el razonamiento algebraico y pensamiento variacional, se tratará de caracterizar estos conceptos centrales y se ilustrará la relación que guardan.

Cuando se piensa en la naturaleza del razonamiento algebraico, es difícil, por no decir imposible, encontrar una voz unánime dentro de la comunidad investigadora que defina concretamente este concepto. Sin embargo, se quiere acercarse a una caracterización del mismo para tener una buena idea de a qué nos referimos cuando se habla de razonamiento algebraico, uno de los temas centrales de este trabajo.

Diversos autores concuerdan en que un aspecto central del razonamiento algebraico tiene que ver con los procesos de generalización en matemáticas. Godino et al (2012) consideran, junto con diversos autores, que “la generalización es un rasgo característico del razonamiento algebraico, así como los medios para simbolizar, tanto las situaciones de generalización, como las de indeterminación (...) Asimismo, las nociones de relación, operación y estructura son propias del álgebra” (p. 4). Aquí, los autores señalan no solamente la generalización como rasgo característico del álgebra, sino también los medios para simbolizar indeterminaciones, esto es, el uso de incógnitas y ecuaciones para

modelizar, y es con esto que se toca otro aspecto central del razonamiento algebraico que varios autores mencionan, y es el hecho de que no basta con ver lo general en lo particular, según Kieran (2007) se debe ser capaz de expresarlo algebraicamente, y esa expresión es una condición previa a la manipulación de cantidades desconocidas, que es otra de las características.

Ahora bien, si se pregunta por los objetos propios del razonamiento algebraico, también existen diferentes aproximaciones, por ejemplo, Kieran (2007) elabora un modelo en el que propone las expresiones y ecuaciones como los objetos del álgebra, aquí las expresiones son entendidas como expresiones de generalidad que surgen de patrones geométricos o secuencias numéricas, o como expresiones de reglas que gobiernan relaciones numéricas.

Por otro lado, Godino et al (2012) construye un modelo que en el que concibe como objetos primarios del razonamiento algebraico las relaciones binarias y sus propiedades, las operaciones y sus propiedades, las funciones, y las estructuras con sus tipos (grupo, anillo, cuerpo, etc.). Aunque estas aproximaciones difieren en general, se pueden encontrar similitudes entre ellas, lo primero que salta a la vista es que ambas contemplan lo que tiene que ver con el lenguaje que se usa, pues tanto las ecuaciones como las funciones se expresan en un lenguaje alfanumérico concreto, lo que nos permite ver a todo lo que se construye mediante este lenguaje, como un componente de los objetos del álgebra, pues implícitamente, la generalidad subyace en el uso de variables, incógnitas o parámetros, elementos que están presentes en ecuaciones y funciones por ejemplo.

Otro tema del interés de este trabajo y que tiene relación con el razonamiento algebraico es el pensamiento variacional. Primero se tratará de dar una aproximación a cómo se caracteriza este, basándonos en un gran exponente del tema, Vasco (2003) lo define como:

Una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de esta o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. (p. 6)

Así pues, como forma de pensar que es, tiene la característica de que se centra en la covariación de magnitudes de nuestra realidad, por este hecho, está estrechamente ligado con los procesos de modelación, al igual que el razonamiento algebraico, pues para llevar a cabo dichos procesos, se deben poner en marcha tanto el pensamiento variacional como el razonamiento algebraico. Por un lado, el pensamiento variacional permite comprender la dependencia que tienen las distintas variables de una situación problema, para así dar lugar a emplear las herramientas del razonamiento algebraico, como el uso de ecuaciones y expresiones generales que den cuenta de la situación planteada.

Otra relación entre estos elementos, el razonamiento algebraico y el pensamiento variacional, es la forma en cómo se desarrollan, pues ambos se nutren del acercamiento a los diferentes pensamientos matemáticos, como el numérico, geométrico, aleatorio, métrico, o el mismo variacional, dejando ver que se interrelacionan con otros esquemas de pensamiento. Por ejemplo, si se presta atención a patrones numéricos como el de los cuadrados, los números pares o impares, entre otros, se estarían fortaleciendo ambos elementos al enfocarse en cómo varían los números y describir dicha variación, más aún, si se pide trabajar con esas expresiones formuladas.

De esta manera, se tiene que lo que caracteriza fundamentalmente al razonamiento algebraico es el foco que tiene en la generalización y la manipulación de cantidades indeterminadas, así como es importante, aunque no necesario, el uso del lenguaje alfanumérico para expresar la generalidad y operar con lo desconocido. Por su parte, el pensamiento variacional viene siendo esa forma de pensar que centra su atención en la covariación entre magnitudes o cantidades y que tiene como fin principal la modelación, proceso al cual, también contribuye el razonamiento algebraico, cuyo eje principal es la generalización, que a su vez es apoyado por el pensamiento variacional al ser necesario captar reglas generales para poder modelar una situación. Así, se puede apreciar la estrecha relación que guardan estos dos elementos, que hace pensar que un individuo no puede accionar uno sin dejar el otro intacto (Pinto, et al., 2023).

Es así, como a través de la implementación de prácticas pedagógicas que lleven a las aulas de clase de matemáticas escenarios de investigación como los que se han descrito desde la EMC, es posible y acertado desarrollar en los estudiantes su capacidad de modelación matemática al tomar como referencia situaciones de realidades cercanas a los estudiantes para propiciar la apropiación por parte de estos de los conceptos y procesos que se requieran para trabajar dichas situaciones, por ejemplo, ahora que se está en tiempos de pandemia, se podría plantear una situación en el aula de la clases que ponga la atención en los contagiados y la cantidad de usuarios que usa el sistema de transporte masivo, de modo que los estudiantes puedan discernir si existe una relación o no entre estos fenómenos, así se emplearían datos estadísticos veraces para iniciar los procesos de modelación de la situación. Siendo esta, una de las intenciones de este trabajo, la de fortalecer, no solamente valores democráticos, sino también la capacidad de modelación matemática que se plasma a través del pensamiento variacional y se nutre del razonamiento algebraico.

2.3 Aspectos curriculares

En este apartado se presentan los elementos curriculares relacionados con la problemática, para lo cual se toman en consideración los documentos suministrados por el MEN los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998), los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje en matemáticas. Lo anterior se hace con el fin de lograr una concordancia entre lo que se plantea desde el MEN y la propuesta que se está desarrollando.

2.3.1 *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*

Uno de los propósitos fundamentales de los Lineamientos curriculares en matemáticas es orientar a los maestros e instituciones educativas del país hacia la elaboración de su currículo en el área. De acuerdo con la esquematización propuesta en los Lineamientos curriculares de matemáticas por MEN (1998) (p. 18) los tres grandes aspectos en torno a los cuales se debe organizar el currículo de matemáticas son; Conocimientos básicos, Procesos

generales, y Contexto. Los conocimientos básicos tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas. Para el MEN, estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional, mientras que los sistemas a los que hacen referencia son aquéllos propuestos desde la Renovación Curricular: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas de medida, sistemas de datos y sistemas algebraicos y analíticos. En lo que respecta a este trabajo, como ya se ha mencionado, se hará énfasis en el fortalecimiento del pensamiento variacional mediante los sistemas algebraicos y analíticos. De acuerdo a MEN (1998) “El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica” (p. 50). Es así como se concibe desde el MEN lo que tiene que ver con la variación, respecto a los sistemas algebraicos y analíticos, estos son esencialmente los conocimientos ligados al álgebra, que más que un juego formal de símbolos, son un sistema potente de representación y de descripción de fenómenos de cambio y de variación. Es a través de estos sistemas que se potencia el pensamiento variacional, y estos a su vez, crecen con el mismo.

En cuanto a los procesos generales, de acuerdo con MEN (1998) “son los que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (p. 18). En el caso de este proyecto, a los que se apunta fortalecer en los estudiantes son esencialmente la modelación y la resolución de problemas, los cuales para el MEN (1998) se relacionan en el sentido de que “La resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación.” (p. 76).

Respecto lo que se entiende por contexto, el MEN (1998) apunta:

“El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y

culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas.” (p. 19)

Con esto presente, la idea de la propuesta de aula es que los estudiantes se enfrenten a problemas que estén situados en su vida diaria o realidad cercana, siendo este el contexto que se busca proveer desde la planeación curricular.

Lo anterior se plantea por el ministerio (MEN 1998) impulsado por la idea de que “El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás.” (p. 18). Además de esto, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas buscan que la educación en nuestro país sea acorde con lo que se propone desde la Constitución Política de 1991, esto es, cuestionándose sobre las potencialidades que es posible desarrollar en las personas, en los grupos, en las etnias y en las diversas poblaciones, de tal manera que se propicie un aprendizaje significativo y duradero, que no solamente haga énfasis en procedimientos sino en el desarrollo de pensamientos útiles para desempeñarse en la sociedad. Lo cual es muy acorde a lo que un enfoque didáctico como la EMC busca, tal como se ha expuesto con anterioridad.

Así, vemos una concordancia entre lo que propone el MEN y lo que se espera de un currículo guiado por la EMC, por lo que no se tiene que hacer un gran esfuerzo por alinear estos dos frentes para sintetizar una propuesta de aula orientada por la EMC en nuestro país.

Con lo anterior presente, el reto del diseño de la propuesta radica en ver más allá del paradigma tradicional del ejercicio e ingeniar una situación que tenga como referencia la realidad cercana a los estudiantes y se aborde desde el mencionado “paradigma del enfoque investigativo”.

2.3.2 Sobre los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje

Los estándares básicos de competencias MEN (2006) se encuentran en concordancia con los ya mencionados lineamientos curriculares, esto es, que proponen que es necesario incentivar el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes desde los primeros años de escolaridad. En nuestro caso, se apunta al grado séptimo porque se pretende no solamente desarrollar pensamiento variacional, sino también introducir a los estudiantes en el manejo del lenguaje simbólico propio del álgebra, lo cual es muy difícil de realizar en grados inferiores.

Como ya se dijo anteriormente, en lo que respecta a los procesos generales que se busca fortalecer a través de la propuesta de aula, se apunta a los procesos de modelación y de resolución de problemas. Para hacerlo se debe tener claro lo que se entiende por modelación en matemática, al respecto, en los estándares básicos de matemáticas MEN (2006) se dice que “Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible” (p. 52), y es la capacidad para desarrollar estas representaciones lo que se busca fortalecer mediante este trabajo.

El estándar que se toma como centro para el proceso de diseño e implementación de la propuesta corresponde a los grados sexto y séptimo, pues es séptimo el grado con el que se desarrollará la propuesta, ya que la idea es preparar a los estudiantes para su usual introducción formal al álgebra que se hace en grado octavo en las escuelas de nuestro país, de manera que cuando lleguen a dicho grado, estos tengan elementos que les permitan desenvolverse con mayor fluidez en la materia. Estos estándares se presentan a continuación en la Tabla 1 en donde se relaciona el estándar principal, en el que se centrará la atención, con los estándares correspondientes a los otros pensamientos y grados de escolaridad tal como lo sugiere el MEN (2006) (p.79):

Tabla 1

Tabla de coherencia horizontal y vertical en torno al estándar central.

De 10° a 11°: Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.	
De 8° a 9°: Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.	
De 4° a 5°: Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.	
De 1° a 3°: Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.	
De 6° a 7° Pensamiento variacional Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).	Pensamiento numérico: Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
	Pensamiento métrico: Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
	Pensamiento aleatorio: Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.
	Pensamiento espacial: Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte

Fuente: Planteamiento para abordar la propuesta de estándar de competencia en la educación secundaria en Colombia. MEN (2006).

Dado que las situaciones de variación serán centrales en la propuesta de aula, el estándar escogido debe estar relacionado con estas, pues servirán como vehículo para movilizar en los estudiantes los valores democráticos, además del pensamiento variacional y el razonamiento algebraico.

Otro elemento curricular a tener en cuenta son los Derechos Básicos de Aprendizaje, en adelante DBA, estos se presentan como explicitadores de los aprendizajes estructurantes de un grado y un área en particular MEN (2016). De esta manera, sirven para orientar una propuesta curricular en conjunto con las estrategias, metodologías y enfoques pedagógicos que el ente educador posea. En nuestro caso, los DBA que más se ajustan a la propuesta que se planea implementar son los siguientes, los cuales se escogen por la misma razón que la del estándar, lo importante de las situaciones de variación:

- Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.
- Representa en el plano cartesiano la variación de magnitudes (área y perímetro) y con base en la variación explica el comportamiento de situaciones y fenómenos de la vida diaria.

En el mismo documento de los DBA, se plantean evidencias de aprendizaje de las competencias descritas, para la primera que se expuso son las siguientes:

- Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
- Toma decisiones informadas en exploraciones numéricas, algebraicas o gráficas de los modelos matemáticos usados.
- Utiliza métodos informales exploratorios para resolver ecuaciones.

Para la segunda que se expuso, las evidencias de aprendizaje son:

- Interpreta las modificaciones entre el perímetro y el área con un factor de variación respectivo.
- Establece diferencias entre los gráficos del perímetro y del área.
- Coordina los cambios de la variación entre el perímetro y la longitud de los lados o el área de una figura.
- Organiza la información (registros tabulares y gráficos) para comprender la relación entre el perímetro y el área.

Estas evidencias servirán para evaluar en qué medida los estudiantes lograron desarrollar las competencias propuestas.

En el documento de los DBA incluso se exponen algunas actividades que pueden ser empleadas para poner en juego las competencias descritas, sin embargo, como la idea de este proyecto es llevar a cabo en la secuencia problemas que sean cercanos a los contextos de los estudiantes, se pensarán actividades más pertinentes para ello.

A continuación, se presenta la Tabla 2, la cual, a modo de síntesis de esta sección, trata de recoger los elementos más importantes de los referentes conceptuales.

Tabla 2

Síntesis del marco de referencia conceptual.

Educación Matemática Crítica	Razonamiento algebraico y pensamiento variacional	Referentes curriculares
• Es un enfoque didáctico con perspectiva sociopolítica • Busca el desarrollo y fortalecimiento de valores democráticos en los estudiantes a través de la enseñanza de las matemáticas. • Los escenarios de investigación son ideales para llevar a cabo una propuesta de aula bajo este enfoque.	• Uno de los elementos centrales del razonamiento algebraico es la generalización y lo que se relaciona con esta • El lenguaje en el que se expresa es otro elemento central. • El elemento central del pensamiento variacional es la modelación, es el fin último del pensamiento variacional. A través del lenguaje algebraico y sus procesos de	• Conocimientos básicos: Pensamiento variacional y los sistemas algebraicos. • Procesos generales: Modelación y resolución de problemas. • Contexto: Proyecto cercano a la realidad de los estudiantes. • Estándar central: Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones

La EMC pretende llevar al estudiante a desenvolverse en un ambiente democrático y académico que se encuentre relacionado fuertemente con su entorno.	generalización que se construyen los modelos. De ahí su estrecha relación.	(diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas). • DBA: Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.
--	---	--

Fuente: Elementos teóricos conceptuales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas planteados en los DBA. MEN (2016)

En la siguiente figura se presenta un esquema que pretende sintetizar los principales elementos que componen este proyecto, aquí, se entiende que hay una relación recíproca entre el problema y la propuesta de aula, pues el problema ha motivado la producción de la propuesta y esta última surge para contribuir a la disminución de este.

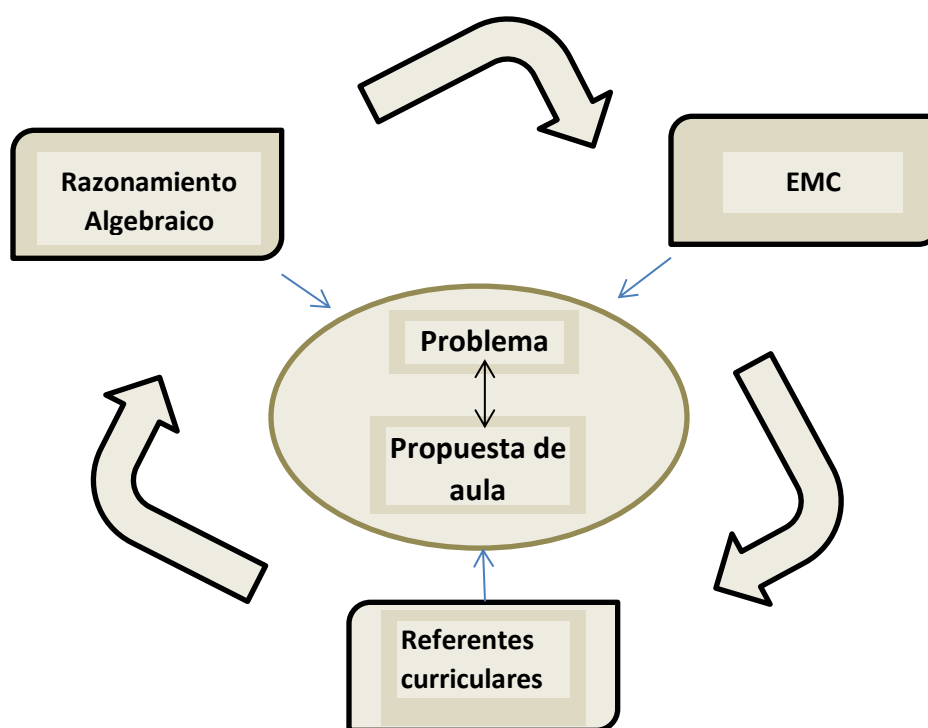


Figura 1 Síntesis de Marco de referencia conceptual en relación con el proyecto

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, los tres elementos teóricos en los que se sustenta el proyecto, que son la EMC, el razonamiento algebraico junto con el pensamiento variacional, y los referentes curriculares, son los que permitirán y guiarán la construcción de la propuesta de aula.

Capítulo III

Valores democráticos y razonamiento algebraico a través de la resolución de problemas aritméticos

En este capítulo se describen los elementos que orientarán cómo se llevó a cabo el desarrollo de este proyecto, iniciando por el enfoque metodológico en el que se enmarca, también se presentan los aspectos que corresponden al diseño e implementación de la propuesta de aula, para lo cual se hace una descripción de los elementos que la conforman, la organización de las situaciones de la propuesta que involucra conceptos matemáticos y las expectativas de desempeño.

3.1 Enfoque del estudio

Como a través de la propuesta de aula se buscó la comprensión de las dinámicas de enseñanza y aprendizaje dentro del aula de clases, por esta razón el enfoque apropiado para este estudio fue el cualitativo, ya que el objetivo de la investigación cualitativa es el de proporcionar una metodología de investigación que permita comprender el complejo mundo de la experiencia vivida desde el punto de vista de las personas que la viven. Las características básicas de los estudios cualitativos se pueden resumir en que son investigaciones centradas en los sujetos, que adoptan la perspectiva del interior del

fenómeno a estudiar de manera integral o completa. El proceso de indagación es inductivo y el investigador interactúa con los participantes y con los datos, busca respuestas a preguntas que se centran en la experiencia social, cómo se crea y cómo da significado a la vida humana.

3.2 Proceso de investigación

Para el desarrollo de esta investigación, se establecieron cuatro pasos con el objetivo de alcanzar de manera adecuada los objetivos planteados. Estos pasos se describen detalladamente en la figura 2, donde se muestra la estructura que guio el proceso investigativo.

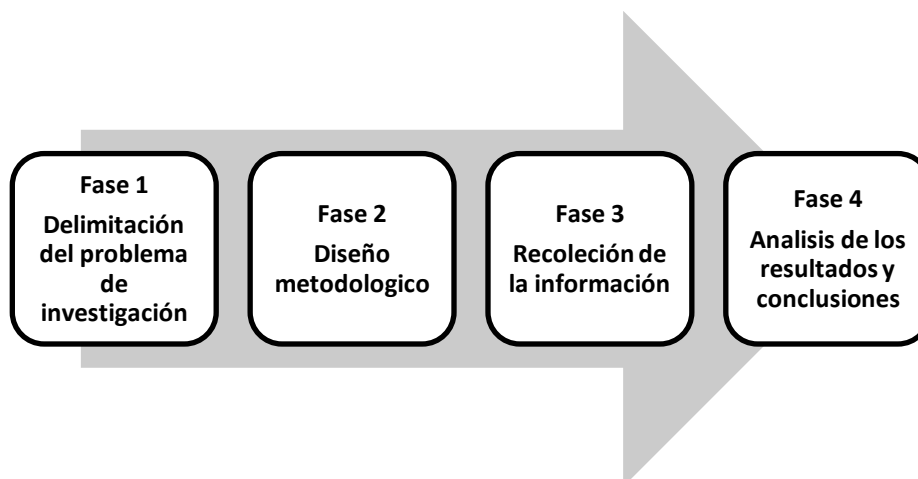


Figura 2 Fases de la investigación

Fuente: Elaboración propia

Fase 1 Delimitación del problema de investigación

La delimitación del problema de investigación se centra en analizar cómo la EMC en el sistema educativo favorece en la formación de valores democráticos específicamente en estudiantes del grado 7°, especialmente en relación con el desarrollo de los fundamentos algebraicos en situaciones problemáticas. Este enfoque didáctico busca identificar las conexiones entre el razonamiento matemático y la capacidad de los estudiantes para

participar activamente en una sociedad democrática, fomentando el pensamiento crítico, la toma de decisiones informadas y la resolución de problemas de manera colaborativa.

Fase 2 Diseño metodológico

Esta fase se presenta la búsqueda de instrumentos didácticos Y tiene como objetivo diseñar una propuesta de aula que favorezca el desarrollo del razonamiento algebraico en los estudiantes partiendo de la EMC. Para lograr esto, se abordaron dos situaciones problemas las cuales se dividen a su vez en 4 tareas que presentan actividades estructuras con elementos algebraicos para los estudiantes.

Fase 3 Recolección de la información

La recolección de datos se realizó principalmente a través de la implementación de las actividades propuesta en los estudiantes, en la que se integran diversos instrumentos de evaluación práctica diseñados específicamente para este propósito. Estos instrumentos, que se describen detalladamente más adelante, permitiendo obtener información relevante y precisa para evaluar el impacto y los resultados de la propuesta.

Fase 4 Análisis de los resultados y conclusiones

Esta última fase se basa en los resultados obtenidos durante la implementación de la propuesta de aula, permitiendo un análisis detallado del desarrollo del razonamiento algebraico en los estudiantes de séptimo grado, según el enfoque de la Educación Matemática Crítica (EMC) y los niveles de algebrización. A partir de este análisis, se elaboró las conclusiones, las cuales respondieron de manera precisa a los objetivos planteados en este trabajo.

3.3 Sobre la propuesta de aula

La propuesta de aula consta de 2 situaciones en contexto real, la primera situación está relacionada con el tema de la violencia intrafamiliar. Dicha propuesta estaba dirigida a estudiantes de grado 7° de la educación básica secundaria en la ciudad de Santiago de Cali. Las situaciones se diseñaron a partir del marco conceptual presentado en el capítulo dos,

en el que se recalca la importancia del desarrollo de valores democráticos en la enseñanza de matemáticas, así como de la resolución de problemas como una alternativa para favorecer el tránsito de la aritmética al álgebra.

La tabla 3 contiene la estructura de la propuesta de aula, es decir, el número de situaciones que la componen, y a partir de cada situación se definen la cantidad de problemas que se realizan y las respectivas preguntas que tiene cada uno. La tabla se realizó con el fin de estructurar y organizar la propuesta de aula según la complejidad de los problemas de cada situación.

Tabla 3

Situaciones, problemas y tareas de la propuesta de aula.

Situaciones	Problemas	Tareas
Situación 1: Tasa de denuncias de violencia intrafamiliar y la resolución de problemas en la introducción al álgebra		Tarea 1: No. De preguntas : 5
	<i>Tarea 1: Comprendiendo la situación</i>	
	<i>Tarea 2: Calculando tasas de denuncias</i>	Tarea 2: No. De preguntas: 4
	<i>Tarea 3: Hallando número de habitantes</i>	Tarea 3: No. De preguntas: 9
Situación 2: Salarios de deportistas mejor pagados y la resolución de problemas aritméticos en la introducción al álgebra	<i>Tarea 4:</i>	
	<i>Poniendo a prueba lo aprendido</i>	Tarea 4: No. De preguntas: 9
	Tarea 1: Comprendiendo la situación en un contexto social.	Tarea 1: No. De preguntas: 5
	Tarea 2: Relaciones aditivas y salarios de deportistas	Tarea 2: No. De preguntas: 6
	Tarea 3: Relaciones multiplicativas y salarios de deportistas con relación al género	Tarea 3: No. De preguntas: 7

Tarea 4: Ganancias de deportistas y relaciones aditivas y multiplicativas. Tarea 4: No. De preguntas: 5

Fuente: Elaboración propia

La tabla 4, permite evidenciar los contenidos matemáticos, las competencias ciudadanas y los desempeños que se esperan desarrollar en la propuesta de aula, permitiendo una estructuración apropiada para la organización de la misma.

Tabla 4

Contenidos matemáticos, desempeños y competencias ciudadanas de las situaciones de la propuesta de aula.

Situaciones	Contenidos matemáticos	Desempeños	Competencias ciudadanas
Situación 1 Tasa de denuncias de violencia intrafamiliar y la resolución de problemas en la introducción al álgebra	• <i>Enteros positivos</i> • <i>Expresiones algebraicas</i> • <i>Ecuaciones de primer grado con una incógnita</i>	• Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de problemas. • Construir expresiones algebraicas con una o dos operaciones y con solo un valor desconocido, referido a una situación problema. • Identificar en situaciones problema cantidades conocidas y desconocidas. • identificar las relaciones que se presentan entre las cantidades en una situación problema.	• Manifiesto indignación (rechazo, dolor, rabia) cuando se vulneran las libertades de las personas y acudo a las autoridades apropiadas. • Expreso, en forma asertiva, mis puntos de vista e intereses en las discusiones grupales. • Reconozco el valor de las normas y los acuerdos para la convivencia en la familia, en el medio escolar y

-
- Establecer relaciones de equivalencia a partir de situaciones problemas. en otras situaciones.
 - Representar la información que brindan situaciones problemas por medio de expresiones algebraicas (ecuación).
-

Fuente: Elaboración propia

3.4 Caracterización de la población

La propuesta de aula se implementó en un grupo de 7 estudiantes de grado séptimo, con edades entre los 12 y 13 años, pertenecientes al Colegio Cooperativo Nuestra Señora de los Remedios, los cuales de manera voluntaria, accedieron a participar de la implementación de la propuesta, después de explicarles el objetivo y dejarles claro que sería una nota adicional en la asignatura de matemática en su colegio. El estrato socioeconómico de la población estudiantil se encuentra entre los estratos 2 y 3, en la zona circundante al barrio Villa del Sur de la ciudad de Santiago de Cali. Los estudiantes no habían tenido un acercamiento explícito al álgebra en su escolaridad y 5 de los 7 estudiantes manifestaron tener hasta el momento, una mala relación con la matemática en la escuela.

3.5 Organización y análisis de datos

En las siguientes tablas se registran las respuestas que los estudiantes que correspondieron a los datos analizados en el estudio, las cuales fueron codificadas las respuestas según su tipo y se identificando a los estudiantes que contestaron de acuerdo a cada tipo de respuesta, junto con el número de estudiantes que las contestaron.

3.5.1 Situación 1 con los estudiantes

Los estudiantes se identificarán en el presente trabajo con la siguiente codificación:

E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7

Los tipos de respuesta con: R1, R2 y R3. La descripción hace referencia a la acción o pregunta a resolver y las respuestas de los estudiantes se clasificaron en Frecuencia Absoluta (FA) y en Frecuencia Relativa (FR).

- Situación 1, tarea 1, pregunta 1: S1T1P1

Tabla 5

Respuestas S1T1P1

Tipos de respuesta	Descripción Escriban cómo entendieron el concepto de violencia intrafamiliar	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Definición como violencia física entre miembros de una familia. (E1, E7)	2	28%
R2	Definición como Violencia en sentido más amplio (maltrato verbal, intimidación, etc.) entre miembros de una familia (E2, E3, E4, E5, E6)	5	71%

Fuente: Elaboración propia

En relación al concepto de concepto de violencia intrafamiliar, los estudiantes tienden a limitar su definición de violencia a un contexto de agresión física, especialmente en el ámbito familiar, por ende, refleja un percepción tradicional o literal del concepto de violencia, donde las acciones físicas son las evidentes y reconocibles como manifestaciones de daño.

Por otro lado, los estudiantes reconocen otro tipo de violencia, integrando formas no físicas como el maltrato verbal, la intimidación y otros tipos de abuso psicológico, lo que indica es que los estudiantes son sensibles percibiendo las diversas manifestaciones de la violencia, lo que resuena con los principios de la enseñanza crítica de las matemáticas, en este la

educación matemática crítica no solo se centra en la resolución de problemas técnicos, sino que también fomenta la reflexión sobre temas sociales y éticos, alentando a los estudiantes a cuestionar y analizar estructuras de poder y opresión que, en este caso, se manifiestan a través de diferentes formas de violencia.

Desde el enfoque de la EMC, la enseñanza de estos factores históricos como por ejemplo “la violencia” se concibe no sólo como una herramienta para resolver problemas numéricos, sino también como un medio para reflexionar sobre las realidades sociales y políticas que rodean a los estudiantes, en este sentido Valero (2012) y Cárdenas y Muñoz (2014), destaca que esta reflexión les permite adoptar una postura política crítica, ayudándoles a reconocer y comprender la realidad en la que viven en contextos como el colombiano, donde la violencia y su impacto es un tema recurrente, por esta razón, las matemáticas pueden convertirse en un recurso para analizar y cuestionar estas problemáticas desde una perspectiva reflexiva.

- Situación 1, tarea 1, pregunta 2: S1T1P2

Tabla 6

Respuestas S1T1P2

Tipos de respuesta	Descripción	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Desequilibrio emocional y abuso de drogas como alcohol, y sustancias psicoactivas (E1, E2, E5)	3	42%
R2	Inestabilidad económica, problemas de comunicación y desequilibrio emocional (E4)	1	14%
R3	Desequilibrio emocional (E3)	1	14%
R4	Inestabilidad económica, adicciones y desequilibrio emocional (E6)	1	14%
R5	Señala los actos violentos como los causantes de la violencia (E7)	1	14%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de estudiantes (42%) señalan las causas de los tipos de violencia en la familia se desencadena por factores emocionales y el abuso de sustancias, en este sentido, los desequilibrios emocionales se destacan como un factor común entre los diferentes tipos de respuesta, lo que revela comprensión de la violencia no solo como un fenómeno externo, sino también esta como relacionado con la salud mental y el bienestar personal, lo cual sugiere que los estudiantes consideran que el deterioro emocional puede influir en el comportamiento violento, resaltando la importancia de abordar este tipo de problemas desde una persona.

Una parte de los estudiantes (14%) identificación de factores sociales y económicos, como la inestabilidad financiera y la comunicación familiar deficiente, como causas de la violencia evidencia una comprensión estructural y crítica de la violencia, alineada con los principios de la enseñanza crítica de las matemáticas sobre las dinámicas de poder y las desigualdades que subyacen en problemas sociales. En este sentido, los estudiantes no solo identifican el problema, sino que también señalan las raíces sistémicas de la violencia, lo que abre la puerta a un análisis crítico y reflexivo de las posibles soluciones.

Este tipo de reflexiones, en entornos educativos, visibilizan el reconocimiento del impacto de la violencia en el entorno familiar, es decir a través de las matemáticas los estudiantes fortalecen las habilidades cognitivas y el dialogo en un espacio para la concienciación y el análisis crítico de temas como la injusticia, la desigualdad y la violencia que se puede evidenciar en su propio entorno, al respecto Valero (2012) evidencia que a través de problemas y situaciones contextualizadas, los estudiantes pueden identificar patrones y relaciones que reflejan aspectos de su entorno, permitiéndoles visibilizar y debatir cuestiones políticas y sociales de su realidad. Así, la EMC promueve un aprendizaje que va más allá del aula, empoderando a los estudiantes para participar activamente en la transformación de su comunidad.

- Situación 1, tarea 1, pregunta 3: S1T1P3

Tabla 7*Respuestas S1T1P3*

Tipos de respuesta	Descripción Escriban qué representa el dato 212.6 en la columna del año 2018 para Cali ¿Cómo lo interpretan?	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Tasa de denuncias sin especificar año y ciudad. (E3, E7)	2	28%
R2	Número o tasa de denuncias especificando año y ciudad (E1, E2, E4, E5, E 6)	5	72%

Fuente: Elaboración propia

Una parte de los estudiantes (72%) Interpretan los datos cuantitativos de denuncias sin incluir detalles como el año o la ciudad, lo que indica un uso general de los datos, esta forma de abordar la información puede manifestar una comprensión básica de las estadísticas, donde los números se utilizan de manera descriptiva, pero sin profundizar en un análisis detallado o contextual.

En contraste, una parcialidad de los estudiantes (28%) especifica los datos cuantitativos con mayor precisión, mencionando tanto el año como la ciudad, en este sentido, los nivel de detalle revela un análisis desde la enseñanza de la matemática crítica, que busca el manejo de números, pero también su interpretación dentro de un contexto social, por ende, los estudiantes que proporcionan información específica están mostrando una mayor capacidad para usar los datos de manera crítica, lo que les permite un análisis más profundo de la situación, como el impacto que las variables temporales y geográficas pueden tener en las tasas de denuncias.

Para la mayoría de los estudiantes, el mensaje principal del dato "número o tasas de denuncia por año" resulta comprensible, partiendo de la información dada por el indicador que permite analizar los cambios anuales en los reportes, fomentando una interpretación crítica de la información presentada en el documento guía.

Los datos anteriores permiten señalar que, los estudiantes reconocen la estructura de la información estadística, con la cual se permite avanzar dinámicas de enseñanza y aprendizaje en pensamiento variacional, ya que existe un reconocimiento de magnitudes de nuestra realidad, ofreciendo habilidades que permiten comprender la dependencia que tienen las distintas variables de una situación problema, para así dar lugar a emplear las herramientas del razonamiento algebraico (Vasco, 2003)

Los estudiantes integran esta información contextual, relacionada con la realidad de la violencia, y la reestructuran matemáticamente en términos de variación y tendencia. Así, la EMC conecta los datos con su significado social, promoviendo una reflexión más profunda sobre la realidad que representan.

- Situación 1, tarea 1, pregunta 4: S1T1P4

Tabla 8

Respuestas S1T1P4

Tipos de respuesta	Descripción	Estudiantes	
		FA	FR
	a) Estudiantes que señalan el hecho en Bogotá Indiquen el año en el que se presentó un mayor número de denuncias en Bogotá. b) Escriban posibles causas que expliquen este hecho.		
R1	2020, Desequilibrio emocional, acumulación de conflictos dentro de la familia (E2, E3, E7)	3	42%
R2	2020, Pandemia (E1, E4, E5, E6)	4	57%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (57%), los hecho de denuncias en la ciudad de Bogotá como posibles desequilibrio dentro de la familia el impacto de la pandemia como factor clave, lo que muestra comprensión del impacto psicológico que los eventos de ese año tuvieron en las relaciones familiares, este tipo de interpretación se alinea con una perspectiva cualitativa y humana del análisis de datos, destacando cómo los problemas emocionales influyen en la convivencia y el bienestar social

Por otro lado, una parcialidad de los estudiantes (42%) asocia directamente los hechos de denuncias en la ciudad de Bogotá con la pandemia de 2020 como una causa fundamental de los conflictos familiares, esta interpretación resalta la importancia de los factores externos y globales en los problemas locales, lo que está en línea con la enseñanza de la matemática crítica, donde fomenta la comprensión de eventos masivos como una pandemia pueden tener efectos colaterales en la vida diaria, mostrando la realidad, ambas interpretaciones demuestran la capacidad de los estudiantes para relacionar los datos con un contexto amplio, permitiendo un análisis de las causas de los problemas sociales.

En este tipo de tareas, los estudiantes demuestran su capacidad para desempeñarse en el ámbito de los saberes relacionados con la categoría variacional. Este enfoque les permite conectar las cantidades presentadas en el documento, expresadas en lenguaje simbólico matemático, con las posibles causas o factores que influyen en el fenómeno estudiado; en este caso, el número de denuncias. Al vincular datos matemáticos con problemáticas reales, los estudiantes no solo desarrollan habilidades técnicas, sino también una comprensión crítica de los contextos que subyacen a los números (MEN, 2018).

Además, los estudiantes logran identificar relaciones entre valores cuantitativos y hechos concretos, estableciendo hipótesis sobre posibles causas del fenómeno. Este proceso refleja el enfoque propuesto por el MEN (2018), donde la modelación de la realidad es fundamental para interpretar y comprender tanto los aspectos sociales como los matemáticos. A través de estas estrategias cognitivas, se fomenta una perspectiva interdisciplinaria que integra el análisis crítico de datos con la reflexión sobre la realidad social, fortaleciendo la enseñanza de las matemáticas críticas.

- Situación 1, tarea 1, pregunta 5: S1T1P5

Señalar el año con mayor número de denuncias

La totalidad (100%) de los estudiantes señalan el año con mayor cantidad de denuncias, lo cual refleja una comprensión de los datos temporales relacionados con las denuncias de violencia, esta precisión en la identificación de los años sugiere que los estudiantes tienen

un buen manejo de la interpretación de información cronológica, lo que es fundamental en el análisis de datos matemáticos, esta habilidad para reconocer patrones temporales en los datos es una competencia clave en la enseñanza de la matemática, ya que permite a los estudiantes comprender mejor las tendencias y fenómenos sociales a lo largo del tiempo.

Desde la metodología de la EMC, esta habilidad va más allá de simplemente manejar datos numéricos, implicando también la capacidad de los estudiantes para situar esos datos dentro de un contexto social (Valero, 2012), el hecho de que todos los estudiantes hayan dado una respuesta acertada en este caso evidencia que, al analizar datos cuantitativos, son capaces de integrar su conocimiento matemático con una comprensión de las realidades sociales subyacentes, lo cual es fundamental para una educación que promueva el pensamiento crítico y la resolución de problemas relevantes en la vida real.

En este sentido, se evidencia un avance significativo en las habilidades cognitivas de los estudiantes, particularmente en su capacidad para expresar y analizar el lenguaje matemático. Esto se refleja en su habilidad para relacionar las cantidades presentadas con una continuidad temporal, conectando la información numérica con el fenómeno de las denuncias, este proceso implica la interpretación de datos y la identificación de patrones y tendencias que permiten comprender la dinámica subyacente.

De acuerdo con las orientaciones del MEN (2018), esta capacidad para describir situaciones de variación, representadas en tablas estadísticas, es esencial en el desarrollo del pensamiento matemático crítico, al vincular los datos con realidades sociales, los estudiantes aprenden a interpretar cifras y contextualizarlas modelando situaciones que enriquecen su comprensión tanto matemática como social.

- Situación 1, tarea 2, pregunta 1: S1T2P1

Escriban las cantidades conocidas y desconocidas del problema

La totalidad (100%) estudiantes identifican las cantidades conocidas, en este caso la tasa de denuncias de Cali, mientras que desconocen las tasas correspondientes a la ciudad de Bogotá y Medellín, por ende, se puede evidenciar una comprensión parcial de los datos cuantitativos, donde los estudiantes son capaces de reconocer ciertos elementos, pero aún

enfrentan dificultades para completar la información faltante, tomando en cuenta la EMC y su importancia de la competencia en la gestión de información incompleta o desconocida, lo que implica la capacidad de manejar incertidumbre y buscar datos adicionales para completar un análisis.

Este tipo de situación es una oportunidad ideal para aplicar los principios de la matemática crítica, que no solo se centra en los números, sino en la interpretación de los datos dentro de un contexto real y social, los estudiantes, al reconocer lo que saben y lo que desconocen, están desarrollando una habilidad fundamental: el pensamiento crítico para cuestionar la información que les falta, en este sentido, el análisis de cantidades conocidas y desconocidas no es solo un ejercicio numérico, también lo hace como herramienta para que los estudiantes comprendan las limitaciones de los datos y trabajen hacia la resolución de problemas complejos a partir de una investigación informada y crítica.

- Situación 1, tarea 2, pregunta 2: S1T2P2

Alguien afirma que para la situación que se plantea, la tasa de denuncias en Medellín, sería de 500.

La totalidad de los estudiantes (100%) señalan si es falso o verdadero la situación planteada, evidenciando una actitud crítica y reflexiva ante los datos presentados, en la que los estudiantes aceptan la información tal como se les presenta, demuestra que se sienten motivados a cuestionarla y realizar sus propios cálculos para validar o refutar la situación, este tipo de proceso es esencial en la enseñanza de la matemática crítica, ya que fomenta la autonomía intelectual y el desarrollo de habilidades para verificar información de manera independiente.

El hecho de que los estudiantes opten por calcular para validar una afirmación refleja una enseñanza orientada a la investigación y la resolución de problemas, no solo se centran en la comprensión numérica, sino en la aplicación de herramientas matemáticas para analizar críticamente los datos, desde los lentes de la EMC, busca enseñar habilidades técnicas, y también empoderar a los estudiantes para que utilicen la matemática como una

herramienta para interpretar y cuestionar el mundo que los rodea, promoviendo una comprensión de los fenómenos sociales y estructurales que subyacen a los datos.

- Situación 1, tarea 2, pregunta 3: SIT2P3

Tabla 9

Respuestas SIT2P3

Tipos de respuesta	Descripción a) Indiquen las tasas de denuncia en Bogotá y Medellín en la situación que se planteó para el año 2020. b) Expliquen cómo encontraron la solución.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Calculan acertadamente las tasas de denuncia mediante la aplicación correcta de las relaciones multiplicativas planteadas (E1, E2, E4, E5, E6)	5	72%
R3	Calculan erróneamente las tasas de denuncia y no explican cómo lo hicieron (E3, E7)	2	28%

Fuente: Elaboración propia

La tendencia de los estudiantes (72%) establecen los cálculos de tasa de denuncia aplicando adecuadamente las relaciones multiplicativas, en este sentido, el buen dominio de las habilidades matemáticas necesarias para interpretar y trabajar con datos cuantitativos, lo cual es fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático, al calcular con precisión, los estudiantes no solo resuelven un problema numérico, sino que también comprenden las relaciones entre los valores y su significado en contextos sociales, como en el análisis de denuncias, este tipo de ejercicio promueve una comprensión de cómo los números y las tasas reflejan realidades sociales, lo que es clave en la enseñanza de la matemática crítica.

Por otro lado, una parte de los estudiantes (28%) los estudiantes que calcularon incorrectamente las tasas no explicaron su proceso, lo que sugiere una falta de reflexión o comprensión sobre los pasos seguidos para llegar a la respuesta, esto destaca la relevancia de no obtener resultados correctos, sino de comprender y comunicar el proceso matemático, el cual, no se enfoca en la mera resolución de problemas, sino que también se enfoca en el análisis crítico de los procedimientos y en cómo estos resultados pueden

interpretarse y aplicarse a situaciones reales, en este sentido, la explicación del proceso es fundamental para fomentar la conciencia crítica y la capacidad de cuestionar y corregir errores en la interpretación de datos.

- Situación 1, tarea 2, pregunta 4: S1T2P4

Tabla 10

Respuestas S1T2P4

Tipos de respuesta	Descripción Escriban algunas causas que expliquen el hecho de que Bogotá es la ciudad con la tasa más alta de denuncias por violencia intrafamiliar	Estudiantes	
		FA	FR
R1	El tamaño de la ciudad y su gran número de habitantes (E1, E2, E5, E6)	4	57%
R2	Causas varias; La inseguridad, la economía, alcoholismo (E3, E4, E7)	3	43%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (57%) escriben las causas que explican los hechos planteados tamaño de la ciudad y al gran número de habitantes, esta interpretación sugiere que los estudiantes están reconociendo la influencia de factores demográficos y geográficos en los fenómenos sociales, desde la perspectiva de la enseñanza de la matemática crítica, esta comprensión es significativa, ya que va más allá del análisis numérico y conecta los datos cuantitativos con factores sociales y estructurales, en este sentido, los estudiantes muestran que entienden cómo las características de una ciudad, como su tamaño y densidad poblacional, pueden impactar los hechos reportados, en este caso, probablemente relacionados con la tasa de denuncias o fenómenos sociales similares.

Este tipo de análisis también resalta la importancia de considerar contextos que pueden interpretar datos matemáticos, no se centra solo en calcular, sino de comprender las variables y circunstancias que influyen en los números, mostrando el potencial de esta propuesta para fomentar este tipo de pensamiento, invitando a los estudiantes a cuestionar

las causas subyacentes de los fenómenos que estudian y a utilizar los datos para obtener una comprensión de las dinámicas sociales, en este caso, los estudiantes han identificado un aspecto estructural, lo que les permite contextualizar los hechos en un marco social y demográfico amplio, enriqueciendo su capacidad de análisis crítico.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 1: S1T3P1

Calcular las cantidades de habitantes en cada una de las ciudades analizadas

La Totalidad de los estudiantes (100%) calculan cantidades de habitantes en varias ciudades están aplicando un razonamiento lógico básico. Sin embargo, la enseñanza de la matemática crítica se encuentra orientada a reflexionar sobre qué implican esas cifras, qué significan en el contexto social, económico o ambiental, y cómo se relacionan con otros fenómenos observables en su entorno.

Por ende, conocimiento matemático, según Valero (2012) los estudiantes no solo operan con números, sino que también adquieren la habilidad de interpretar críticamente los datos, cuestionar su origen y las implicaciones que pueden tener en la sociedad. La matemática crítica, por tanto, fomenta la participación activa de los estudiantes en discusiones donde sean capaces de integrar un análisis cualitativo con cuantitativo para un aprendizaje significativo y reflexivo.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 2: S1T3P2

Tabla 11

Respuestas S1T3P2

Tipos de respuesta	Descripción Escriban las cantidades conocidas y desconocidas del problema.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Cantidades conocidas: Las relaciones entre los números de habitantes de las ciudades Cantidades desconocidas: La cantidad de habitantes de cada ciudad (E1, E3)	2	28%
R2	No se sabe ninguna cantidad (E7)	1	14%

R3	Cantidades conocidas: El número total de habitantes	4	58%
	Cantidades desconocidas: La cantidad de habitantes de cada ciudad (E2, E4, E5, E6)		

Fuente: Elaboración propia

La tendencia de los estudiantes (58%), señalan las cantidades conocidas y desconocidas, reconocen relaciones entre los datos, mientras un parcialidad (28%) perciben únicamente la ausencia de información, en este sentido, es importante comprender las implicaciones sociales de estos datos: por qué ciertos valores son conocidos o desconocidos y qué significan en un contexto real, además los estudiantes deben ser alentados a reflexionar sobre la distribución de la información y cuestionar el acceso desigual a los datos, desarrollando así una conciencia crítica sobre la realidad que representan los números.

De acuerdo a lo anterior, Skovsmose (2012) explica que es necesario fomentar el aprendizaje a través de proyectos y escenarios de investigación centrándose en el contexto social de los estudiantes y donde se permita reflexionar desde la matemática crítica cuestionar y reflexionar sobre fenómenos o tendencia que están en sus realidades.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 3: S1T3P3

Tabla 12

Respuestas S1T3P3

Tipos de respuesta	Descripción	Estudiantes	
		FA	FR
	a) Indiquen si los datos involucrados permiten calcular la cantidad de habitantes de cada ciudad o si por el contrario hacen falta datos.		
	b) Expliquen su respuesta.		
R1	Hacen falta datos para encontrar el número de habitantes de cada ciudad (E1, E2, E3, E6, E7)	5	72%
R2	Hacen falta datos pero se puede calcular el número de habitantes de cada ciudad, sin explicar cómo (E4, E5)	2	28%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (72%), pueden sintetizar información enfrentan el reto de interpretar y analizar los datos disponibles, reconociendo tanto la existencia de lagunas informativas como las posibilidades de cálculo, por ende, que identifica la falta de datos demuestra una comprensión básica, pero la matemática crítica según Valero, (2021) y Isaza y Escobar (2023), pretende que los estudiantes cuestionar por qué esos datos faltan y qué implicaciones tiene esta carencia en el análisis y comprensión de la realidad, este tipo de razonamiento fomenta en los estudiantes la capacidad de reflexionar sobre cómo el acceso a la información puede condicionar sus conclusiones y las decisiones que pueden tomar a partir de ellas.

Por otro lado, una parte los estudiantes (28%) que pueden calcular los datos sin explicar cómo lo harían evidencian una aproximación cuantitativa, pero que requiere un desarrollo crítico, pero hay que resaltar que la matemática crítica, según Skovsmose (2012) no basta con obtener un resultado; es necesario justificar el proceso y analizar las razones detrás de los cálculos, esto promueve en los estudiantes no solo la habilidad de sintetizar la información, sino también de comunicar de manera efectiva y crítica cómo llegan a sus conclusiones, cuestionando las implicaciones de su razonamiento y cómo este se relaciona con un contexto más amplio. Así, el aprendizaje matemático se convierte en una herramienta de análisis social, fomentando una mayor comprensión del entorno.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 4: S1T3P4

Identificar la cantidad de habitantes

La totalidad de los estudiantes (100%) identifican el número mayor de habitante, promoviendo un análisis que explore las causas y consecuencias de estas cifras, en este caso, sería relevante que los estudiantes reflexionen sobre los factores que contribuyen a que una ciudad como Bogotá tenga más habitantes: aspectos económicos, históricos, sociales o políticos que influyen en la concentración demográfica. Esto les permitiría ver las matemáticas como una herramienta para entender dinámicas sociales como un ejercicio de cálculo.

Asimismo, al enfocarse en el dato de que una ciudad tiene más habitantes, los estudiantes deben ser incentivados a cuestionar qué significa este dato en términos de distribución de recursos, infraestructura, y calidad de vida. La matemática crítica fomenta una comprensión de cómo esos números reflejan realidades sociales, y cómo estas realidades pueden ser objeto de debate o transformación. En este sentido, los estudiantes aprenden a utilizar las matemáticas como una forma de involucrarse activamente en la comprensión de su entorno y en la búsqueda de soluciones a problemas sociales (Skovsmose 2012).

- Situación 1, tarea 3, pregunta 5: S1T3P5

Tabla 13

Respuestas S1T3P5

Tipos de respuesta	Descripción Escriban la relación que está establecida entre el número de habitantes de Medellín y de Cali.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	En Medellín hay 198.447 habitantes más que en Cali (E1, E2, E3, E5, E6)	5	72%
R2	Escriben simbólicamente la relación $M = C + 198.447$ (E4)	1	14%
R3	En una ciudad hay más habitantes que en la otra (E7)	1	14%

Fuente: Elaboración propia

La tendencia de los estudiantes es señalar las relaciones entre las cantidades de habitantes están realizando un análisis comparativo, pero este tipo de enseñanza busca promover la reflexión sobre el significado de esas diferencias numéricas. En el caso de los estudiantes que identifican la diferencia en habitantes entre Medellín y Cali, el paso siguiente sería cuestionar qué implican esas diferencias en términos de calidad de vida, acceso a recursos, y distribución de servicios.

Por otro lado, aquellos estudiantes que expresan estas relaciones de forma simbólica o cualitativa, como la fórmula matemática que conecta las dos ciudades, están demostrando una abstracción matemática que puede ser muy útil en contextos amplios. Esto se alinea

con los planteamientos de Valero (2012) y Skovsmose (2012), quienes defienden la incorporación de aspectos socioculturales y críticos en la enseñanza de las matemáticas. Según Valero, el aprendizaje matemático debe considerar el contexto social de los estudiantes, ayudándolos a interpretar y cuestionar su entorno.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 6: S1T3P6

Tabla 14

Respuestas S1T3P6

Tipos de respuesta	Descripción Escriban la relación que está establecida entre el número de habitantes de Bogotá y de Medellín	Estudiantes	
		FA	FR
R1	En Bogotá hay 4.754.340 habitantes más que en Medellín (E1, E2, E3, E5, E6)	5	72%
R2	Escriben simbólicamente la relación $B = M + 4.754.340$ (E4)	1	14%
R3	Hay más habitantes en Bogotá que en Medellín (E7)	1	14%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (72%) establecen relación entre cantidades de habitantes entre Bogotá y Medellín están realizando un cálculo comparativo que refleja una habilidad para manejar datos numéricos, lo cual es importante que los estudiantes reconozcan que Bogotá tiene más habitantes, sino que analicen las implicaciones de esta diferencia, tales como los efectos en la infraestructura, los recursos disponibles y las políticas urbanas.

Una parcialidad de estudiantes (14%), expresan esta relación simbólicamente mediante una ecuación matemática, según Godino et al. (2012), aunque la capacidad de formular una relación simbólica es valiosa, la matemática crítica también demanda que los estudiantes reflexionen sobre el significado de esa representación matemática en el contexto real., es decir, deben considerar cómo esta diferencia numérica afecta a la sociedad, qué problemas o desigualdades pueden surgir y cómo las matemáticas pueden ser utilizadas para abordar

estos problemas. Este enfoque fomenta un aprendizaje más profundo, donde los números no se ven como entidades aisladas, sino como elementos de un análisis más amplio sobre la realidad social y económica.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 7: S1T3P7

Lenguaje cotidiano	Lenguaje simbólico
Cantidad de habitantes de Cali	C
Cantidad de habitantes de Medellín	
Cantidad de habitantes de Bogotá	
Cantidad de habitantes de las tres ciudades	
La cantidad de habitantes de las tres ciudades es igual a 11.837.280	

Tabla 15

Respuestas S1T3P7

Tipos de respuesta	Descripción	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Si nombramos a la cantidad de habitantes que viven en Cali como “ C ”, Completen la siguiente tabla con ayuda de las relaciones que escribieron anteriormente.		
	Escriben un lenguaje simbólico que no es adecuado para representar las relaciones de la tabla (E2, E3, E5, E7)	4	57%
R2	Escriben un lenguaje simbólico adecuado para representar las relaciones de la tabla (E1, E4, E6)	3	43%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (57%) establecen relación de las cantidades, proporcionan al intentar establecer relaciones entre cantidades mediante el uso de lenguaje simbólico, y se distribuyen entre aquellos que usan un lenguaje inadecuado y aquellos que utilizan un lenguaje adecuado, desde el punto de vista de la matemática crítica se evalúe si el lenguaje simbólico es correcto y se incentive a los estudiantes a reflexionar sobre el significado de esas relaciones, a mismo el hecho de que un grupo utilice un lenguaje simbólico inadecuado

puede evidencia una comprensión superficial o una falta de conexión entre los símbolos y el contexto que representan.

Por otro lado, una parcialidad de los estudiante (43%) presentan un lenguaje simbólico adecuado están mostrando una comprensión formal de las matemáticas, según Kieran (2007), la enseñanza crítica sugiere que este logro debe ir acompañado de una capacidad de relacionar esos símbolos con la realidad, en lugar de limitarse a escribir correctamente las ecuaciones o fórmulas, deben poder explicar cómo esas relaciones numéricas impactan en problemas del mundo real, lo que ayuda a conectar las matemáticas con fenómenos sociales, económicos o naturales. La matemática crítica busca desarrollar en los estudiantes una capacidad de reflexión que trascienda el uso formal de los símbolos y se enfoque en cómo esos conceptos abstractos pueden ser herramientas para entender y transformar su entorno.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 8: S1T3P8

Tabla 16

Respuestas S1T3P8

Tipos de respuesta	Descripción Por último, calculen la cantidad de habitantes de cada ciudad.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Emplean métodos algebraicos para hallar la correcta solución al problema (E1, E2, E4)	3	42%
R2	Resuelven el problema usando adecuadamente el tanteo (E5)	1	14%
R3	No logran encontrar una solución por sus propios medios del problema (E3, E6, E7)	3	42%

Fuente: Elaboración propia

Una parte de los estudiantes (42%), calculan cantidades empleando métodos algebraicos, el tanteo o no logrando resolverlo, aquellos estudiantes que utilizan métodos algebraicos muestran una comprensión estructurada y formal de las matemáticas. Sin embargo, el

objetivo no debe ser únicamente obtener la solución correcta, sino también reflexionar sobre cómo esos métodos algebraicos pueden aplicarse a situaciones del mundo real.

Por otro lado, una parte de los estudiantes el (14%) resuelven el problema mediante el tanteo. En el caso del tanteo, es importante que este sea visto como una estrategia válida cuando se usa con juicio crítico, siempre y cuando haya una posterior reflexión sobre la posibilidad de métodos eficaces (Skovsmose, 2012).

Mientras tanto, una parcialidad de los estudiantes (42%) no logró resolver el problema ofrecen una oportunidad para reflexionar sobre las barreras que pueden enfrentar en el aprendizaje matemático. La matemática crítica subraya la importancia de comprender no solo los errores individuales, sino también las estructuras sociales y pedagógicas que pueden estar limitando el acceso equitativo al conocimiento, promoviendo una visión inclusiva y contextual del aprendizaje.

- Situación 1, tarea 3, pregunta 9 a: S1T3P9a

Tabla 17

Respuestas S1T3P9a

Tipos de respuesta	Descripción	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Discute con tu compañero o compañera la relación entre el número de habitantes de una ciudad y su tasa de denuncias por violencia intrafamiliar. Escriban algunas conclusiones. A mayor número de habitantes en una ciudad, mayor número de denuncias (E2, E3, E4, E6)	4	57%
R2	Entre menor sea el número de habitantes de una ciudad, menor será su número de denuncias (E1, E5, E7)	3	42%

Fuente: Elaboración propia

La tendencia de los estudiantes (57%) definen las relaciones entre fenómenos (habitantes/violencia) establecen relaciones entre fenómenos sociales, en este caso, el número de habitantes y las denuncias de violencia, el hecho de que algunos estudiantes

interpreten que un mayor número de habitantes está asociado a un mayor número de denuncias demuestra que conecta datos cuantitativos con fenómenos sociales. Sin embargo, es esencial que los estudiantes reconozcan esta correlación y que también cuestionen los factores subyacentes que podrían influir en ella, como la infraestructura para reportar denuncias, el acceso a la justicia o las dinámicas de poder en cada comunidad.

Por otro lado, una parte de los estudiantes (42%), establecen la relación opuesta (menos habitantes, menos denuncias) también pueden estar captando un patrón observacional, pero según Valero (2021) es importante que los estudiantes comprendan que la relación entre estos fenómenos no es meramente matemática, ya que existen múltiples factores contextuales que pueden influir en el número de denuncias más allá de la cantidad de habitantes, como el nivel de confianza en las instituciones o el acceso a mecanismos de denuncia.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 1: S1T4P1

Tabla 18

Respuestas S1T4P1

Tipos de respuesta	Descripción Organizar como se viene trabajando arriba, escriban las cantidades conocidas y desconocidas del problema	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Cantidad conocida: total de tasa de denuncias		
	Cantidades desconocidas: las tasas de denuncia de cada una de las 3 ciudades (E1, E2, E4, E6)	4	58%
R2	Cantidad conocida: No identificaron ninguna		
	Cantidades desconocidas: las tasas de denuncia de cada una de las 3 ciudades (E3, E5, E7)	3	42%

Fuente: Elaboración propia

La tendencia en los estudiantes (58%) reconocen el total de la tasa de denuncias como una cantidad conocida, pero no puedan identificar las tasas específicas de cada ciudad, lo cual evidencia una comprensión parcial de la información que se tiene disponible, lo que puede

ser un punto de partida para fomentar una mayor reflexión sobre cómo descomponer los datos y analizarlos de manera más detallada. En la matemática crítica, según Valero (2012) y Skovsmose (2012), se busca que los estudiantes no solo identifiquen lo que saben, sino que cuestionen activamente las implicaciones de las cantidades desconocidas y cómo esos datos faltantes afectan su capacidad para hacer un análisis completo del fenómeno.

En el caso de una parte de los estudiantes (42%) que no identificaron ninguna cantidad conocida y solo reconocen como desconocidas las tasas de denuncia por ciudad, esto refleja una dificultad mayor para trabajar con la información proporcionada de datos incompletos, ayudando a los estudiantes a desarrollar estrategias para interpretar las cifras, incluso cuando no tienen toda la información.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 2: S1T4P2

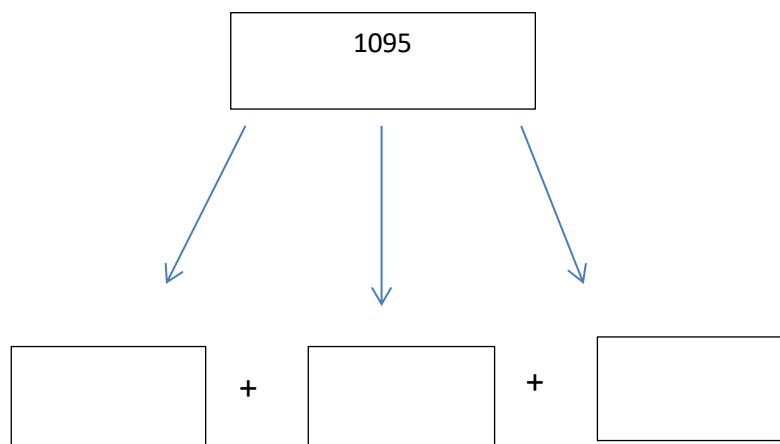


Figura 3 Representación de la tasa representativa de ciudades

Fuente: Elaboración propia

Tabla 19

Respuestas S1T4P2

Tipos de respuesta	Descripción De acuerdo a la información de esta situación, completen el siguiente esquema con los nombres de las ciudades que representan sus respectivas tasas de denuncia en el año 2019.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Representaron mediante los nombres de las ciudades sus respectivas tasas de denuncia y completaron correctamente el esquema (E2, E6, E7)	3	42%
R2	Representaron mediante las iniciales de cada ciudad sus respectivas tasas de denuncia y completaron correctamente el esquema (E1, E3, E4, E5)	4	58%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de estudiantes (58%), reconocen las tasas de denuncia de las ciudades: algunos usaron los nombres completos de las ciudades y otros las iniciales, ambos logrando completar correctamente el esquema. Desde el punto de vista de la matemática crítica, los estudiantes que utilizaron los nombres completos están apegados a una representación directa, según Valero (2021) señala que es importante que los estudiantes reconozcan la realidad del problema que puede facilitar el entendimiento del contexto en el que operan.

Por otro lado, una parte de los estudiantes (42%) que optaron por utilizar las iniciales de las ciudades están demostrando un mayor nivel de abstracción, lo que sugiere que están cómodos con la idea de simplificar los nombres y enfocarse en la estructura simbólica del problema, asimismo la capacidad de simplificar matemáticamente es útil, pero es esencial que los estudiantes no pierdan de vista el contexto social y humano detrás de los números, conectando los símbolos con sus consecuencias en el mundo real y reflexionando sobre cómo los datos pueden utilizarse para mejorar la sociedad.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 3: S1T4P3

Comparar las tasas de denuncias por ciudad

La totalidad de estudiantes (100%) describen de qué tasa (Entre Cali o Medellín) depende la tasa de denuncias de la ciudad de Bogotá, reflexiona sobre cómo los conceptualizan las relaciones entre variables en un contexto social. En este caso, el hecho de que la tasa de una ciudad se perciba como dependiente de otra sugiere que los estudiantes están tratando de establecer un modelo relacional entre ciudades.

Sin embargo, un enfoque crítico los alentaría a cuestionar si realmente existe una relación causal entre las tasas de denuncia en diferentes ciudades, o si estos fenómenos están influidos por factores contextuales únicos en cada región, como políticas locales, condiciones socioeconómicas y estructuras institucionales.

Además, es importante que los estudiantes comprendan que las matemáticas pueden ayudarlos a descomponer y analizar fenómenos sociales, pero que la interpretación de los resultados debe ser crítica.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 4: S1T4P4

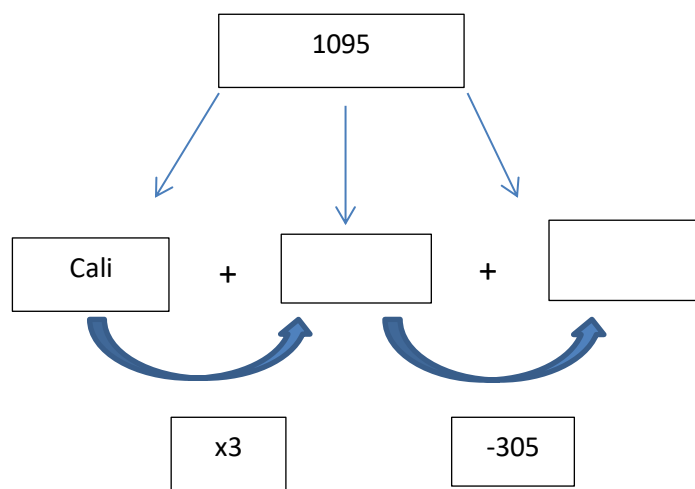


Figura 4 Relaciones entre cantidades

Fuente: Elaboración propia

Tabla 20

Respuestas S1T4P4

Tipos de respuesta	Descripción Completen las relaciones entre cantidades que se presentan en la siguiente figura.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Representaron mediante los nombres de las ciudades sus respectivas tasas de denuncia y completaron correctamente el esquema(E2, E6, E7)	3	42%
R2	Representaron mediante las iniciales de cada ciudad sus respectivas tasas de denuncia y completaron correctamente el esquema (E1, E3, E4, E5)	4	58%

Fuente: Elaboración propia

La tendencia de los estudiantes (58%) Representaron mediante los nombres de las ciudades sus respectivas tasas de denuncia y completaron correctamente el esquema o que refleja un mayor nivel de abstracción y una simplificación en la representación simbólica. Este enfoque es eficiente desde una perspectiva puramente matemática, pero Godino et al. (2012), sugiere que los estudiantes deben estar atentos a no perder de vista el contexto social al abstraer los datos. Es decir, aunque los estudiantes puedan manejar los símbolos con destreza, también es esencial que comprendan las implicaciones sociales de los números que están representando.

Por otro lado, por una parte de los estudiantes (42%) refleja una mayor atención al detalle y posiblemente un intento de mantener la claridad en la relación entre la información proporcionada y el contexto del problema, este tipo de representación puede facilitar la comprensión de las conexiones entre los datos y la realidad social, permitiendo a los estudiantes visualizar el fenómeno que están estudiando.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 5: S1T4P5

Lenguaje cotidiano	Representación simbólica
Tasa de denuncias de Cali	
Tasa de denuncias de Bogotá	$3x$

Tasa de denuncias de Medellín	
La cantidad total de denuncias de las tres ciudades es la tasa de denuncias de Cali, más la tasa de denuncias de Bogotá, más la tasa de denuncias de Medellín	
La cantidad total de denuncias de las tres ciudades es 1095	

Tabla 21

Respuestas S1T4P5

Tipos de respuesta	Descripción De acuerdo a las relaciones entre las cantidades del problema que se han trabajado, completen la siguiente tabla	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Denotan la tasa de denuncias de Cali como x , y completan la tabla coherente a esta nomenclatura (E2, E4, E5)	3	42%
R2	Emplean las iniciales de las demás ciudades para representar sus respectivas tasas de denuncias y no dejan explícitas las relaciones entre ellas (E3, E7)	2	28%
R3	Denotan la tasa de denuncias de Cali como x , y completan la tabla coherente a esta nomenclatura, con la observación de que lo que debieron escribir en la última casilla, lo hicieron en la penúltima, en la última solamente escribieron 1095 (E1, E6)	2	28%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de estudiantes (42%) emplean las iniciales de las demás ciudades para representar sus respectivas tasas de denuncias y no dejan explícitas las relaciones entre ellas, que indica que estos estudiantes tienen una buena comprensión del uso de variables para organizar la información, sin embargo la representación es útil, pero también es importante que los estudiantes analicen críticamente qué implica la elección de una variable en un contexto social, como el de las denuncias, esto va más allá del uso técnico

de las variables, e implica reflexionar sobre qué significan los datos y cómo pueden influir en la comprensión de las dinámicas sociales.

Por otro lado, una parte de los estudiantes 28% de los estudiantes optó por usar las iniciales de otras ciudades sin dejar explícitas las relaciones entre las tasas de denuncia. Este enfoque muestra un intento de simplificación, pero carece de una estructuración clara de las relaciones entre los datos, lo cual puede generar confusión en la interpretación de la información.

Otra parte de los estudiantes (28%) también usó la notación "x" para Cali, pero cometió un error al trasladar incorrectamente la información a las casillas finales. Este error puede reflejar la necesidad de mayor atención al detalle, pero desde una perspectiva crítica, también sería importante que los estudiantes reflexionaran sobre cómo sus errores en la representación simbólica pueden alterar la interpretación de los datos y qué consecuencias podría tener eso en un análisis real de los fenómenos sociales.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 6: S1T4P6

Identificar la ciudad con mayor tasa de denuncias

La totalidad de los estudiantes (100%) calcularon correctamente la tasa de denuncias de Bogotá, lo que sugiere un dominio generalizado de los procedimientos matemáticos necesarios para resolver el problema, este resultado evidencia una comprensión sólida de las relaciones entre los datos. Sin embargo, en este tipo de enseñanza, no basta con la correcta ejecución de cálculos; es igualmente importante que los estudiantes puedan interpretar y reflexionar críticamente sobre lo que representan los números. En este caso, la tasa de denuncias puede ser vista no solo como un valor numérico, sino como un indicador de una situación social específica que merece ser analizada desde un enfoque más amplio.

- Situación 1, tarea 4, pregunta 7: S1T4P7

Tabla 22

Respuestas S1T4P7

Tipos de respuesta	Descripción Escriban las tasas de denuncia de cada ciudad	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Con asesoría, resuelven la ecuación que plantearon y escriben correctamente la tasa de denuncias de cada ciudad; 200 para Cali, 295 para Medellín y 600 para Bogotá(E1, E2, E4, E5, E6)	5	72%
R2	No logran calcular las tasas de denuncias respectivas (E3, E7)	2	28%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (72%) correctamente la ecuación y calcular las tasas de denuncias para cada ciudad, este proceso demuestra que, bajo la orientación adecuada, los estudiantes pueden manejar conceptos algebraicos de manera efectiva, además de la capacidad de interpretar los resultados y entender la relación entre las tasas de las diferentes ciudades es un paso hacia un pensamiento más crítico y analítico. por otro lado, una parte de los estudiantes (28%) no lograron resolver el problema, lo que destaca la necesidad de identificar las dificultades que enfrentan en el proceso de razonamiento algebraico.

Lo que permiten decir los resultados de esta primera situación con respecto al desarrollo de razonamiento algebraico, es en primer lugar, que la propuesta les brindó un primer acercamiento al planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado a los estudiantes, el cual permitió a una buena parte de estos (5 de 7) lograr una comprensión de dichas habilidades, también se destaca que estos estudiantes, junto con los otros 2 que no lograron resolver el problema algebraicamente por sus propios medios, únicamente con la guía de la propuesta, manifestaron el reconocimiento del potencial del lenguaje simbólico

para representar situaciones problema, después de haberles hecho una explicación al final de la sesión sobre el abordaje algebraico de la misma.

Con respecto a la formación en valores democráticos, las respuestas escritas y las plenarias hechas con los estudiantes, dejaron ver que estos expresaron elementos como la deliberación, la solidaridad y la participación frente al tema de la violencia intrafamiliar, que permiten la promoción de una ciudadanía activa y reflexiva. Además, lograron inferir relaciones en las dinámicas sociales de su país usando los datos estadísticos presentados, habiendo fomentado en el grupo, la deliberación, y dado que también expresaron sus reflexiones en el grupo sobre las manifestaciones de violencia partiendo de la reflexión matemática, se estimuló en conjunto la colectividad y la colexión.

3.5.2 Situación 2 con los estudiantes

El proceso con los estudiantes se desarrolló de la siguiente manera.

- Situación 2, tarea 1, pregunta 1: S2T1P1

De acuerdo con la tabla ordenar los ingresos de los deportistas en orden descendente

En la S2T1P1 sobre los deportistas en la tabla para indicar los mayores ingresos y cuál tiene los menores ingresos, los estudiantes al analizar la tabla señalaron correctamente en un 100% que Lionel Messi tiene el mayor salario y Giannis Antetokounmpo el menor. Desde el punto de vista matemático, este proceso involucra habilidades clave que demuestran razonamiento lógico, comparación de magnitudes y comprensión de valores numérico (Godino et al., 2012).

Para determinar quién tiene el mayor y menor ingreso, los estudiantes debieron localizar en la tabla los valores más altos y más bajos. Este proceso requiere:

- Comprender la disposición de los datos en la tabla.
- Comparar los valores numéricos correspondientes a cada deportista.

- Identificar el *máximo* (valor más alto) y el *mínimo* (valor más bajo), que en este caso corresponden a Messi y Giannis, respectivamente.

Lo anterior significa que, los estudiantes expresaron sus habilidades que involucran matemáticas como el razonamiento lógico para definir las equivalencias numéricas.

- Situación 2, tarea 1, pregunta 2: S2T1P2

Cuál es la ganancia en pesos colombianos de los deportistas Lionel Messi y Giannis Antetokounmpo

Los estudiantes calcularon correctamente las ganancias anuales en pesos colombianos de Lionel Messi y Giannis Antetokounmpo al multiplicar sus ingresos en dólares por \$4.326 COP por dólar. La precisión del 100% en las respuestas sugiere que los estudiantes comprendieron tanto el procedimiento como el significado de los datos, integrando razonamiento numérico y contexto real de manera efectiva.

Este resultado muestra su comprensión de la relación proporcional entre dos magnitudes y su habilidad para aplicar la operación de multiplicación en un contexto monetario, evidencia la correcta interpretación de la conversión de divisas, un concepto fundamental en matemáticas financieras como elemento del aprendizaje por competencias (MEN, 2016).

- Situación 2, tarea 1, pregunta 3: S2T1P3

Calcular en salarios mínimos colombianos la ganancia anual de Lionel Messi

Los estudiantes calcularon correctamente cuántos salarios mínimos colombianos equivalen a las ganancias anuales de Lionel Messi, dividiendo su ingreso en dólares entre 226, el valor aproximado del salario mínimo en Colombia.

Al responder el 100% de los estudiantes, indica que comprendieron tanto la operación como su relación con el contexto dado, conectando razonamiento numérico con situaciones del mundo real. Este ejercicio evidencia habilidades clave en matemáticas financieras y la capacidad de interpretar resultados significativos. Este procedimiento refleja su dominio del concepto de división como una herramienta para determinar cuántas veces un valor

menor cabe en uno mayor, esencial en problemas de proporcionalidad necesario en sus saberes para los procesos matemáticos en los siguientes niveles educativos (MEN, 2016).

- Situación 2, tarea 1, pregunta 4: S2T1P4

Tabla 23

Respuestas S2T1P4

Tipos de respuesta	Descripción Calculen cuánto tiempo tendría que laborar una persona ganándose un salario mínimo en nuestro país para igualar las ganancias anuales de Messi.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Identifican la respuesta de la pregunta 3 como la cantidad de meses que tendría que laborar alguien para igualar las ganancias de Messi y lo dejan expresado así (E1, E3, E6, E7).	4	58%
R2	Calculan los años que tomaría el proceso descrito dividiendo entre 12 la respuesta de la pregunta 3 (E2, E4, E5).	3	42%

Fuente: Elaboración propia

El análisis de las respuestas muestra dos enfoques para interpretar y resolver el problema, ambos derivados de la respuesta de la pregunta anterior. El 48% de los estudiantes asumió que el valor calculado en la pregunta 3 (cantidad de salarios mínimos equivalentes al ingreso anual de Messi) representaba directamente el número de meses necesarios para alcanzar esa cifra, sin considerar la conversión entre meses y años. Este grupo demuestra un razonamiento directo y una comprensión parcial de la relación tiempo-ingreso, pero carece de una interpretación completa del contexto, al omitir el paso necesario para calcular la equivalencia en años.

Por otro lado, el 42% de los estudiantes amplió su razonamiento dividiendo entre 12 el resultado de la pregunta 3 para expresar el tiempo en años. Este grupo mostró una comprensión de las unidades de tiempo y su conversión, conectando los cálculos matemáticos con una interpretación reflexiva al problema planteado.

De acuerdo con Kieran (2007), estos enfoques de reconocimiento de elementos variacionales reflejan habilidades matemáticas básicas como la división, pero los estudiantes que realizaron la conversión adicional evidenciaron un razonamiento y una habilidad para aplicar proporcionalidad y análisis de unidades en contextos reales.

- Situación 2, tarea 1, pregunta 5: S2T1P5

Tabla 24

Respuestas S2T1P5a

Tipos de respuesta	Descripción	Estudiantes	
		FA	FR
	a) Investiguen el salario actual de un médico general y de un especialista y escriban una reflexión sobre la diferencia salarial con los datos de la tabla b) Escriban cómo consideran que los países podrían equilibrar los salarios en relación al tipo de trabajo que se hace y la importancia de este dentro de la sociedad.		
R1	Consideran injusto que un profesional de la salud gane tan poco en comparación con un deportista E1, E2, E4, E5, E6	5	72%
R2	Consideran apropiado que haya deportistas que ganen tanto, pues son excepcionalmente buenos y deben esforzarse mucho, E3,E7	2	28%

Fuente: Elaboración propia

Se puede observar que, los estudiantes aplicaron razonamiento matemático para comparar los ingresos de deportistas con los de profesionales de la salud, donde el 72% de las respuestas destacó la disparidad salarial como un indicador de injusticia, enfocándose en la proporción entre las cifras.

Este grupo utilizó un razonamiento proporcional implícito al contrastar los valores numéricos y relacionarlos con el impacto social del trabajo de los médicos, sugiriendo una reflexión crítica influenciada tanto por los datos como por el contexto ético, que permite sustento en la EMC, ya que esto revela una capacidad para interpretar cifras en un marco ético-social, más allá del cálculo numérico (Valero, 2012).

Por su parte, el 28% de los estudiantes consideró apropiada la alta remuneración de los deportistas, destacando factores cualitativos como su habilidad y esfuerzo. Este enfoque refleja una interpretación del contexto basada en la acción meritoria, donde las cifras fueron analizadas en función del valor percibido de cada profesión.

Aunque este grupo también reconoce la diferencia salarial, su razonamiento no está centrado exclusivamente en la proporción matemática, sino en las circunstancias que justifican dicha disparidad.

Ambas posturas muestran cómo las matemáticas pueden integrarse con juicios de valor, fomentando un análisis multidimensional de los datos presentados.

Tabla 25

Respuestas S2T1P5b

Tipos de respuesta	Descripción Preguntas analíticas del contexto	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Reformas laborales orientada a que profesiones importantes en la sociedad sean mejor pagadas (E1, E2, E4, E5, E6)	5	72%
R2	Consideran que actualmente está bien la situación que se plantea (E3, E7)	2	28%

Fuente: Elaboración propia

Desde una perspectiva matemática, las respuestas de los estudiantes reflejan un análisis implícito de distribución de recursos y proporcionalidad en los ingresos laborales. La mayoría de los estudiantes, el 72%, propuso reformas laborales para mejorar la remuneración de profesiones consideradas esenciales, lo que denota una comprensión del desequilibrio en la asignación de salarios.

Este grupo, al priorizar la importancia social sobre el ingreso actual, sugiere una redistribución proporcional de los recursos económicos, alineando los salarios con el impacto del trabajo en la sociedad. Esta reflexión se relaciona con conceptos de equidad distributiva y la necesidad de optimizar recursos para reducir brechas salariales que analizan las realidades del contexto de manera crítica desde el ámbito matemático (Valero, 2012).

Por otro lado, la otra parte del grupo el 28% de los estudiantes, manifestó que la situación salarial actual es adecuada, lo que refleja una interpretación diferente de los datos. Este grupo podría considerar que la asignación económica responde a factores de mercado como oferta, demanda y habilidades especializadas, sin necesidad de ajustes a la realidad socioeconómica a nivel mundial.

Dentro del razonamiento matemático, esta perspectiva se alinea con una visión estática de los ingresos como resultado de modelos de distribución existentes, priorizando la eficiencia del sistema sobre su equidad.

- Situación 2, tarea 2, pregunta 1: S2T2P1

Tabla 26

Respuestas S2T2P1

Tipos de respuesta	Descripción Escriban las cantidades conocidas y desconocidas del problema.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Cantidades conocidas: Las ganancias conjuntas entre Roger Federer y Lebron James. Cantidades desconocidas: Las ganancias individuales de cada deportista (E1, E4, E5, E6)	4	58%
R2	Cantidades conocidas: Las ganancias conjuntas entre Roger Federer y Lebron James y las relaciones entre las ganancias individuales de cada deportista. Cantidades desconocidas: Las ganancias individuales de cada deportista (E2, E3, E7)	3	42%

Fuente: Elaboración propia

Se observa que, las respuestas de los estudiantes reflejan diferentes niveles de comprensión sobre las cantidades conocidas y desconocidas del problema. La mayoría de los estudiantes, el 58%, identificó como conocida la suma de las ganancias entre Roger Federer y LeBron James, y como desconocidas las ganancias individuales.

Es posible reconocer que, las habilidades de del razonamiento variacional básico que se limita a reconocer la información explícita en el problema y clasificar lo que no se presenta directamente como desconocido. Desde la lógica matemática, este grupo trabaja desde una perspectiva un poco analítica debido a que solo identificó las variables dadas y pendientes de determinar, sin considerar posibles relaciones entre ellas (Vasco, 2003).

Por otro lado, El 42% de los estudiantes, incluyeron las relaciones entre las ganancias individuales como parte de las cantidades conocidas, además de la suma conjunta, demostrando una mayor profundidad en su análisis. Este grupo reconoce que las relaciones variacionales matemáticas, como proporciones o diferencias, también son información que puede ser utilizada para resolver el problema.

Desde los elementos variacionales tanto Vasco (2003), como Pinto et al. (2023) explican que este tipo de razonamiento, implica una comprensión más avanzada de las conexiones entre variables conocidas y desconocidas, lo que facilita la formulación de ecuaciones o sistemas para modelar y resolver el problema. Estas diferencias reflejan cómo algunos estudiantes logran un pensamiento más estructurado y relacional.

- Situación 2, tarea 2, pregunta 2: S2T2P2

Cuál es el ingreso total de los deportistas

En esta pregunta sobre cantidad total de ingresos, la respuesta del 100% de los estudiantes indicó una comprensión clara del concepto de suma como herramienta fundamental para combinar cantidades individuales en un total. Al identificar que las ganancias totales de Roger Federer y LeBron James se obtienen sumando sus ingresos individuales, los estudiantes demostraron dominio de la operación aditiva y su aplicación en contextos prácticos. Este razonamiento básico, aunque sencillo, refleja una correcta interpretación de la estructura del problema y de la relación entre las partes y el todo, lo cual es esencial en la resolución de problemas matemáticos.

Esta uniformidad en las respuestas sugiere que los estudiantes comprenden de manera consistente cómo modelar una situación con una expresión matemática. Desde el punto

de vista analítico, la solución evidencia su capacidad para avanzar en una situación verbal a un lenguaje matemático, reconociendo explícitamente las cantidades involucradas y su interacción (Kieran, 2007).

Aunque el problema no presenta mayor complejidad, la precisión en la aplicación de este principio aritmético básico es fundamental para el desarrollo de habilidades más avanzadas, como el trabajo con ecuaciones y sistemas en los que la suma de términos que son parte de la base del conocimiento en su proceso educativo.

- Situación 2, tarea 2, pregunta 3: S2T2P3

Definir cuál de los deportistas presenta mayor ganancia durante el año

En relación con la reflexión sobre cuál de los deportistas tiene mayores ganancias durante ese año, todos los estudiantes correspondientes al 100% identificaron correctamente a Roger Federer como el deportista con mayores ganancias entre los dos muestra una comprensión sólida de la comparación de magnitudes. Este razonamiento implica un análisis directo de los valores numéricos presentados, donde los estudiantes evaluaron y contrastaron las cifras correspondientes a Federer y LeBron James.

Esta acción requiere habilidades básicas como la identificación del máximo en un conjunto de datos, lo cual es fundamental para trabajar con operaciones de orden y jerarquía numérica en situaciones más complejas como se establece en los estándares de competencias de matemáticas (MEN, 2016). Las respuestas indican que la representación de los datos fue clara y que los estudiantes no enfrentaron ambigüedades en la interpretación del problema.

Este resultado refleja que los estudiantes lograron abstraer el problema a un nivel aritmético básico, reduciéndolo a una comparación directa de dos valores, pero con precisión y certeza. Este tipo de razonamiento, aunque básico, es un paso en la construcción de habilidades matemáticas más avanzadas, como la interpretación de datos tabulares o gráficos y la justificación de resultados mediante argumentación matemática.

- Situación 2, tarea 2, pregunta 4: S2T2P4

Es válida o no la afirmación de Alejandra

La explicación dada por el 100% de los estudiantes demuestra un entendimiento claro de cómo utilizar relaciones numéricas y operaciones algebraicas para verificar la validez de una afirmación. Al concluir que la afirmación de Alejandra es falsa, los estudiantes aplicaron el cálculo de los salarios conjuntos de Roger Federer y LeBron James, así como la relación específica planteada en el problema, para deducir el ingreso exacto de Federer. Este proceso evidencia un razonamiento lógico variacional basado en el uso de ecuaciones y la descomposición de un problema complejo en pasos matemáticos estructurados.

Asimismo, los estudiantes demostraron habilidades como la validación de resultados mediante la comparación entre el valor calculado y el valor afirmado, esta acción puede reflejar una comprensión de conceptos como la consistencia matemática y la verificación de hipótesis, esenciales en la resolución de problemas (Godino, et al., 2012).

- Situación 2, tarea 2, pregunta 5: S2T2P5

Cuál es la relación de ganancias entre los deportistas

La totalidad de los estudiantes, el 100%, afirmaron que lo que gana LeBron James depende de lo que gana Roger Federer muestra una comprensión de la relación proporcional entre los ingresos de ambos deportistas. Esta dependencia sugiere que el salario de LeBron James está en función del salario de Roger Federer, estableciendo una relación directa entre las cantidades. Esta situación permite la habilidad de razonamiento que se puede modelar como una relación de proporcionalidad directa, donde el ingreso de LeBron se puede expresar como un múltiplo del ingreso de Federer.

Esta conexión entre los salarios de los dos atletas se puede formalizar utilizando una ecuación matemática que refleja la dependencia de una variable (LeBron's income) en términos de otra variable (Federer's income). Los estudiantes acertaron en identificar esta relación, reconociendo que los salarios no son independientes sino que están interrelacionados en el contexto dado. De acuerdo con Pinto, et al. (2023), este tipo de habilidades en el razonamiento variacional muestra una comprensión de cómo se pueden

utilizar las matemáticas para modelar y analizar situaciones donde los datos están vinculados de manera proporcional.

Los estudiantes demostraron la habilidad para interpretar y aplicar principios de proporcionalidad en un problema real, lo que es fundamental para entender cómo se distribuyen los ingresos en un sistema basado en la comparación y la dependencia de las variables. Este análisis muestra un pensamiento crítico sobre la relación entre las ganancias y cómo una variable puede influir directamente en la otra.

- Situación 2, tarea 2, pregunta 6: S2T2P6

LJ : Ganancias de Lebron James RF : Ganancias de Roger Federer

(1) $LJ + RF = 198$ Plantea esta ecuación

(2) $LJ = RF + 26$ Establece esta relación

(3) $RF + 26 + RF = 198$ Reemplaza la ecuación (2) en la ecuación (1)

(4) $2RF + 26 = 198$ Suma términos semejantes

(5) $2RF + 26 - 26 = 198 - 26$ Resta 26 en ambos lados de la ecuación

(6) $\frac{2RF}{2} = \frac{172}{2}$ Divide entre 2 a ambos lados de la ecuación

(7) $RF = 86$ Efectúa la operación restante

- Expliquen Por qué es posible realizar el paso (3)
- Expliquen por qué se pueden llevar a cabo los pasos (5) y (6)
- Escriban qué representa el número 86 en el paso (7)
- Determinen las ganancias de ambos deportistas durante ese año.

El procedimiento seguido por el 100% de los estudiantes muestra un razonamiento matemático estructurado para encontrar las ganancias de Roger Federer. Primero, los estudiantes identificaron la ecuación inicial, que relaciona las ganancias de LeBron James (LJ) y Roger Federer (RF).

Esta ecuación representa la suma total de sus ingresos y muestra una comprensión básica de cómo se estructuran las ecuaciones lineales para resolver problemas numéricos. Los estudiantes visualizaron que ambos ingresos se combinan en un solo total y aplicaron un enfoque lógico para trabajar con esta relación.

Luego, los estudiantes establecieron una relación explícita para LJ como $LJ = RF + 26LJ = RF + 26LJ = RF + 26$. Este paso muestra cómo los estudiantes identificaron una cantidad adicional sobre el salario de Federer que afecta el cálculo del total conjunto. Al sustituir esta expresión en la ecuación inicial, los estudiantes simplificaron el problema, demostrando cómo una ecuación puede reducirse a términos semejantes para resolver la incógnita.

De acuerdo con el MEN (2016), este tipo de competencia en los estudiantes permite aplicar correctamente las propiedades algebraicas para encontrar un único valor, utilizando reglas básicas de aritmética y álgebra. Esta metodología les permitió comprender cómo las ecuaciones algebraicas se usan para calcular un valor desconocido y resolver problemas complejos de manera efectiva.

Tabla 27

Respuestas S2T2P6b

Tipos de respuesta	Descripción Mariana afirma haber encontrado la respuesta al problema mediante el siguiente procedimiento:	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Dice explícitamente que esos pasos son posibles gracias a la propiedad homogénea (explicada en la situación 1) (E4)	1	14%
R2	Expresan con sus propias palabras que los pasos son posibles gracias a la propiedad homogénea, sin decir explícitamente ese término (E1, E2, E3, E5, E6, E7)	6	86%

Fuente: Elaboración propia

Desde una perspectiva matemática, el proceso algebraico descrito por los estudiantes muestra una correcta aplicación de las propiedades y reglas fundamentales de las

ecuaciones para resolver el problema. El 14% de los estudiantes reconocieron explícitamente que estos pasos son posibles gracias a la propiedad homogénea, entendiendo que esta propiedad permite combinar términos semejantes y simplificar la ecuación para encontrar el valor desconocido (RF).

Para Pinto et al. (2023), al expresar la propiedad homogénea indican la idea de que los términos en una ecuación deben estar estructuralmente iguales para poder sumarse o restarse de manera válida, en este caso, al tratar con las ganancias combinadas de LeBron James y Roger Federer, los estudiantes aplicaron esta propiedad para combinar los términos semejantes y aislar RF, facilitando así la resolución del problema.

Por otro lado, el 86% de los estudiantes lograron entender que los pasos son posibles gracias a una comprensión intuitiva de la propiedad homogénea sin usar explícitamente el término. Expresaron que, al sumar términos semejantes y despejar la variable desconocida, el proceso se facilita al mantener la estructura uniforme de los datos.

Lo anterior muestra una aplicación implícita de la propiedad homogénea donde los términos se agrupan correctamente y se simplifican para alcanzar una solución única; los estudiantes demostraron así una comprensión profunda de cómo operar con ecuaciones algebraicas, indicando que su habilidad para aplicar estas reglas básicas no solo se limita al conocimiento de términos específicos, sino que también incluye una intuición sobre cómo organizar y resolver problemas matemáticos complejos.

- Situación 2, tarea 3, pregunta 1: S2T3P1
 - a) Escriban cuánto es lo que ganan las dos mujeres en conjunto durante el año
 - b) Describan cómo obtuvieron la respuesta anterior

La totalidad el (100%) de los estudiantes realizaron la operación de dividiendo las ganancias de Messi entre 2 y al resultado sumarle 3,4 lo que indica que los estudiantes pueden resolver la operación matemática y se evidencia un avance en el desarrollo del razonamiento algebraico , en este proceso, los estudiantes aplican operaciones básicas

como la división y la suma, lo cual refleja una comprensión inicial de las estructuras matemáticas y su capacidad para manipular números siguiendo una secuencia lógica.

Este resultado se alinea con la EMC, ya que, además de fortalecer habilidades matemáticas, promueve el análisis reflexivo y el uso práctico de las matemáticas en contextos cotidianos, como interpretar las ganancias de una figura pública reconocida (Valero, 2012).

- Situación 2, tarea 3, pregunta 2: S2T3P2

Qué relación se presenta entre la ganancia de las deportistas

La totalidad (100%) de los estudiantes describen lo que gana Naomi Osaka para poder calcular lo que gana Venus Williams, este razonamiento, que involucra la comparación entre cantidades, es fundamental para comprender relaciones matemáticas complejas y transferir conocimientos a contextos de la vida real; en el marco de la EMC, este tipo de ejercicio impulsa a los estudiantes a reflexionar más allá de cálculos simples ya desarrollar la capacidad de establecer conexiones lógicas entre variables desconocidas, acercándolos a una comprensión crítica del mundo que los rodea.

De acuerdo con Godino et al. (2012), este tipo de resultados resalta el vínculo entre el aprendizaje matemático, al requerir información específica (el salario de Naomi Osaka) para resolver una situación planteada, los estudiantes ejercen su derecho a cuestionar, investigar y dialogar sobre los datos necesarios para llegar a una conclusión justa.

Este proceso no sólo fomenta la equidad en el acceso a la información, sino que también fortalece habilidades comunicativas y de trabajo en equipo al promover discusiones que involucren a todos los participantes, de esta manera, el aprendizaje matemático se convierte en una herramienta para el pensamiento crítico y la formación ciudadana.

- Situación 2, tarea 3, pregunta 3: S2T3P3

De acuerdo a sus respuestas, completen el siguiente esquema

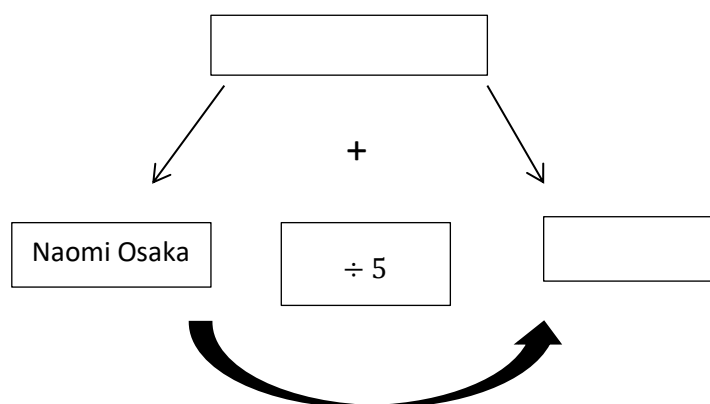


Figura 5 Esquema relación algebraica

Fuente: Elaboración propia

La totalidad (100%) de los estudiantes sumando faltante escriben Venus Williams, mientras que en el recuadro superior escriben 68,4 como respuesta faltante y evidencia la capacidad de los estudiantes capacidad para establecer relaciones algebraicas y numéricas básicas. Este comportamiento evidencia cómo los estudiantes aplican el razonamiento lógico para conectar información incompleta con una solución, lo cual es un principio fundamental en la Educación Matemática Crítica, según los estudiantes realizan cálculos mecánicos y que comprendan las relaciones subyacentes y la relevancia de los datos presentados en problemas contextualizados (Valero, 2021), en este sentido, el proceso de sumar lo faltante y organizar la información en el espacio adecuado muestra la apropiación de habilidades fundamentales de razonamiento matemático.

- Situación 2, tarea 3, pregunta 5: S2T3P5

Observen la siguiente expresión

$$68,4 = x + \frac{x}{5}$$

Tabla 29

Respuestas S2T3P5

	Descripción	Estudiantes
--	-------------	-------------

Tipos de respuesta	Justifiquen por qué esta expresión es válida o no para resolver el problema.	FA	FR
R1	Manifiestan que es equivalente a la que ellos plantearon (E1, E2, E4, E5, E6)	5	72%
R2	Reconocen que el término $\frac{x}{5}$ corresponde al salario de Venus Williams que ellos habían representado como y y que es válido (E3, E7)	2	28%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (72%) señalan que, su respuesta es equivalente a la que ellos plantearon, sin embargo el (28%) de los estudiantes reconocen que el término $\frac{x}{5}$ corresponde al salario de Venus Williams que ellos habían representado como y y que es válido evidencia el desarrollo del razonamiento algebraico en el proceso de aprendizaje. Esta situación muestra cómo los estudiantes logran identificar equivalencias matemáticas y reconocer que una misma relación puede ser expresada de diferentes formas simbólicas.

El razonamiento algebraico implica la ejecución de cálculos y también la comprensión de las representaciones matemáticas y su interpretación en diferentes contextos (Godino et al. 2012) el hecho de que un grupo de estudiantes valida la equivalencia cognitiva que refleja su avance en la manipulación de variables y su habilidad para reconocer patrones y relaciones matemáticas.

Además, este resultado está vinculado al diálogo crítico matemático, promueve espacios donde los estudiantes resuelven ejercicios, que también justifican sus respuestas y evalúan las soluciones de otros compañeros en un proceso reflexivo, este tipo de interacciones fomenta la participación activa y crítica, al tiempo que desarrolla habilidades para la resolución de problemas matemáticos y la construcción colaborativa del conocimiento. De esta manera, el análisis de respuestas matemáticas se convierte en una herramienta para fortalecer el pensamiento lógico y crítico en los estudiantes.

- Situación 2, tarea 3, pregunta 6: S2T3P6

Identificar los valores de x y de y

La totalidad (100%) de los estudiantes resolvieron la ecuación describiendo que el valor de x es 57 y $\frac{x}{5} = 11,4$ e identifican estos términos como las ganancias respectivas de los deportistas. Este proceso refleja cómo los estudiantes logran interpretar ecuaciones como representaciones abstractas de situaciones concretas, estableciendo relaciones matemáticas que conectan cantidades numéricas con símbolos. Según lo planteado en el documento, este desarrollo del lenguaje algebraico no solo permite la resolución de problemas, sino que también fomenta una comprensión más profunda de los significados matemáticos implícitos en los contextos reales (Kieran, 2007).

Por otro lado, este resultado también demuestra la aplicación del pensamiento crítico matemático, debido que los estudiantes identifiquen que los términos encontrados corresponden a las ganancias respectivas de los deportistas indica su habilidad para analizar y contextualizar los resultados obtenidos.

Además, La EMC propone que los estudiantes no se limiten a realizar operaciones mecánicas, según el autor Valero (2012) comprenden el propósito y significado de los cálculos realizados, es este sentido, el ejercicio les permitió relacionar una representación algebraica con una situación real, fomentando no solo el aprendizaje de las matemáticas, sino también la reflexión crítica y la conexión con problemáticas contextualizadas en su entorno.

- Situación 2, tarea 3, pregunta 7: S2T3P7

Tabla 30

Respuestas S2T3P7a

Tipos de respuesta	Descripción Escriban por qué creen que los deportistas masculinos son más reconocidos que las femeninas.	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Explican que se debe a que la trayectoria histórica de los hombres en los deportes ha sido mucho mayor (E1, E2, E4)	3	42%
R2	Explican que se debe a que en los medios de comunicación se les da más visibilidad a los hombres que a las mujeres en los deportes (E3, E5, E6)	3	42%

R3	Explica que se debe a que los hombres se desempeñan mejor que las mujeres en los ámbitos deportivos (E7)	1	14%
-----------	---	---	-----

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes el (42%) explican que se debe a que la trayectoria histórica de los hombres en los deportes ha sido mucho mayor. En este sentido el otro (42%) de los estudiantes explican que se debe a que en los medios de comunicación se les da más visibilidad a los hombres que a las mujeres en los deportes esto está vinculado con los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN,1998), que promueven la contextualización del aprendizaje a través de situaciones reales y significativas, al abordar esta problemática en un contexto matemático, se estimula el pensamiento crítico al conectar conceptos matemáticos con fenómenos sociales y culturales, de este modo, los estudiantes resuelven ejercicios matemáticos y reflexionan sobre cómo las variables sociales afectan la percepción de género en los deportes.

Por otra parte, una parte de los estudiantes (14%) explica que la diferencia se debe al supuesto mejor desempeño de los hombres en el deporte, lo cual puede relacionarse con la necesidad de fortalecer los Derechos Básicos de Aprendizaje en matemáticas (MEN, 2006), particularmente en el desarrollo de habilidades críticas y argumentativas. Los Aspectos metodológicos EMC según Valero (2012) proponen una enseñanza que invita a cuestionar y debatir creencias preestablecidas, como las relacionadas con el género y el rendimiento deportivo.

Al aplicar conceptos matemáticos en estas discusiones, los estudiantes desarrollan competencias que trascienden el aula, promoviendo un aprendizaje basado en la equidad y la reflexión crítica sobre las problemáticas actuales. Esto fomenta la participación activa y una educación matemática con impacto social.

Tabla 31*Respuestas S2T3P7b*

Tipos de respuesta	Descripción Discutan y escriban cuáles son las posibles causas de la diferencia salarial entre los deportistas que se mencionaron en esta tarea	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Mantienen su explicación del literal anterior, la trayectoria histórica, como una explicación a la brecha salarial de género (E1, E2, E4)	3	42%
R2	Explican que se debe a que existe discriminación de género en los deportes (E3, E5, E6)	3	42%
R3	Mantiene su punto de mejor desempeño por parte de los hombres en los ámbitos deportivos para explicar la diferencia salarial de género (E7)	1	14%

Fuente: Elaboración propia

En su mayoría, los estudiantes el (42%) mantienen su explicación del literal anterior, la trayectoria histórica, como una explicación a la brecha salarial de género, el otro (42%) de los estudiantes proponen que se incrementen los espacios deportivos para mujeres; más competencias y mayor cobertura por parte de los medios de comunicación a estas esto puede relacionarse con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006)) los cuales buscan desarrollar en los estudiantes la capacidad de analizar, interpretar y proponer soluciones a problemáticas a partir de contextos reales.

El hecho de que los estudiantes planteen tanto una explicación basada en el pasado como estrategias de solución evidencia la capacidad de aplicar un pensamiento crítico al abordar las diferencias salariales desde distintas perspectivas, desarrollando no solo habilidades matemáticas, sino también argumentativas y reflexivas.

Por otro lado, el (14%) de los estudiantes que mantienen la idea del mejor desempeño masculino como causa de la brecha salarial pone en evidencia la importancia EMC según Valero y Skovsmose (2012) promueve una enseñanza que trascienda el aula y permita a los estudiantes cuestionar y analizar fenómenos sociales desde un enfoque matemático. Esta

metodología invita a los estudiantes a reflexionar sobre los datos y argumentos presentados, contrastando percepciones personales con información objetiva.

Tabla 32

Respuestas S2T3P7c

Tipos de respuesta	Descripción Escriban qué propuestas tendrían como ciudadanos para contribuir en que esta diferencia salarial sea menor	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Proponen incentivar con mejor remuneración económica que la actual, a las mujeres en los deportes (E1, E2, E4, E6)	4	58%
R2	Proponen que se incrementen los espacios deportivos para mujeres; más competencias y mayor cobertura por parte de los medios de comunicación a estas (E3, E5, E7)	3	42%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (58%) considera que incentivar con una mejor remuneración económica según los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), los cuales promueven en los estudiantes la capacidad de proponer soluciones concretas en escenarios que implican análisis matemáticos y sociales, en este sentido, al reflexionar sobre la disparidad salarial, los estudiantes no solo abordan un problema contextual, sino que también aplican razonamiento cuantitativo al identificar cómo la equidad en la remuneración impacta la visibilidad y participación femenina en los deportes, desde esta óptica, las matemáticas sirven como herramienta para analizar y proponer soluciones a problemas reales, alineándose con la idea de desarrollar competencias aplicadas al entorno social y cultural.

Por otra parte, el (42%) de los estudiantes propone incrementar los espacios deportivos y la cobertura mediática para las mujeres, lo cual refleja una perspectiva EMC, propuesta por Valero (2021) busca que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos abstractos y también reflexionen sobre las desigualdades estructurales presentes en su realidad.

- Situación 2, tarea 4, pregunta 1: S2T4P1

Existe relación entre el salario y los pagos por patrocinio para el jugador

La totalidad de los estudiantes (100%) concuerda que el salario de recibe el jugador Neymar en el campo de juego depende de lo que gana por patrocinio, Godino et al (2012) explica que le aprendizaje contextualizado y reflexivo, en este sentido, al observar la influencia de los patrocinios en el salario de Neymar, los estudiantes pueden identificar cómo los factores externos, como la visibilidad mediática y el desempeño profesional, influyen en los ingresos económicos.

Este enfoque crítico impulsa a los estudiantes a cuestionar y analizar fenómenos sociales y económicos desde una perspectiva matemática, desarrollando habilidades argumentativas y de interpretación de datos, además las matemáticas según Isaza y Escobar (2023), permitir que los estudiantes analicen situaciones de la vida cotidiana y comprendan cómo se estructuran las relaciones numéricas y económicas en el contexto real.

- Situación 2, tarea 4, pregunta 2: S2T4P2

La totalidad de los estudiantes (100%) expresan que se gana Neymar por patrocinios fuera de 50 millones de dólares y realiza la operación matemática que es multiplicar 50 por 3 y al resultado le suman 8, diciendo que lo que ganaría Neymar en el campo de juego en esta situación serían 158 millones de dólares, en este sentido, desde los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) promueven el uso de operaciones matemáticas para resolver problemas contextualizados, por ende la capacidad de interpretar el salario de Neymar en función de datos específicos, como los patrocinios, fomenta el desarrollo del pensamiento cuantitativo y crítico.

Además, como lo menciona Valero y Skovsmose (2012) que proponen que los estudiantes apliquen las matemáticas para comprender fenómenos reales, como el impacto económico de los deportistas en diferentes áreas. La vinculación entre los ingresos de Neymar y las operaciones realizadas demuestra que las matemáticas pueden utilizarse para analizar y explicar fenómenos del mundo real, desarrollar habilidades reflexivas y aplicadas en los estudiantes.

- Situación 2, tarea 4, pregunta 3: S2T4P3

Según las relaciones entre las cantidades del problema, completen la siguiente tabla

Tabla 33

Relaciones entre las cantidades del problema

Lenguaje cotidiano	Lenguaje simbólico
Ganancias por patrocinios	
Ganancias en el campo de juego	$3x+8$
Lo que se gana Neymar es lo que se gana en el campo de juego más lo que gana por patrocinios	
Las ganancias de Neymar son de 104 millones de dólares	

Fuente: Elaboración propia

La totalidad de los estudiantes (100%) llaman x a las ganancias por patrocinios, Esta acción refleja un dominio de los conceptos básicos de álgebra, un tema fundamental en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 20006) permite el desarrollo del pensamiento matemático a través del uso de variables y expresiones algebraicas para modelar y resolver situaciones problemáticas, por ende, la asignación de x como una representación simbólica permite a los estudiantes abstraer una cantidad desconocida y, a partir de ella, establecer relaciones matemáticas que faciliten la resolución y organización de la información.

Por otra parte, esta actividad se relaciona directamente según Valero (2012) al asignar la variable x y completar la tabla de manera coherente, los estudiantes aplican el álgebra no solo como una herramienta numérica, sino como un medio para interpretar situaciones concretas del mundo real, como las ganancias de un deportista.

- Situación 2, tarea 4, pregunta 4: S2T4P4

La totalidad de los estudiantes (100%) pueden resolver la ecuación respectiva, escriben que las ganancias por patrocinios de Neymar, son 24 millones de dólares y en el campo de juego son 80 millones de dólares. Este proceso evidencia la importancia de los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), que buscan desarrollar habilidades para plantear, interpretar y resolver problemas algebraicos, por ende al resolver la ecuación y desglosar las ganancias en dos conceptos claros, los estudiantes aplican el razonamiento lógico y numérico, habilidades fundamentales para su desarrollo académico y su capacidad para analizar situaciones del mundo real.

De manera complementaria, la Resolver una ecuación que vincula los ingresos por patrocinios y el salario en el campo de juego no solo fortalece el pensamiento crítico, Pinto, et al., (2023) permite analizar situaciones numéricas aplicadas a escenarios de la vida cotidiana, utilizando herramientas matemáticas para interpretar fenómenos reales y construir conclusiones.

- Situación 2, tarea 4, pregunta 4: S2T4P4

Tabla 34

Respuestas S2T4P5a

Tipos de respuesta	Descripción Escriban si se compensa de manera adecuada los elevados ingresos que reciben estos deportistas con las obras benéficas que hacen por la sociedad y por qué	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Plantean que sí, pues algunos de ellos crean fundaciones que apoyan personas de escasos recursos de diferentes maneras (E1, E3, E6)	3	42%
R2	Plantean que aunque hay deportistas que destinan parte de sus ganancias a obras benéficas, en general, es muy poca parte de sus ganancias (E2, E4, E5)	3	42%
R3	Plantea que los deportistas no tienen responsabilidad de usar sus recursos en obras	1	14%

	benéficas para la sociedad, son libres de usar sus ganancias como prefieran (E7)		
--	---	--	--

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (42%) sostiene que algunos deportistas contribuyen a la sociedad a través de fundaciones que apoyan a personas de bajos recursos, mostrando una relación con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), los cuales promueven la formación integral de los estudiantes en valores como la solidaridad y responsabilidad social, esta postura sugiere que los deportistas pueden utilizar su posición económica privilegiada como herramienta para generar un impacto positivo en la comunidad.

Por otro lado, otro 42% de los estudiantes reconoce que, aunque existen deportistas que destinan parte de sus ingresos a obras benéficas, la proporción de lo que aportan sigue siendo mínima en comparación con sus ganancias totales. En contraste, un 14% argumenta que los deportistas no tienen la obligación de donar parte de sus recursos, defendiendo su libertad para decidir cómo usar sus ingresos, según Godino et al (2012) que promueven el pensamiento crítico y la capacidad de analizar múltiples puntos de vista sobre temas sociales, económicos y éticos.

Tabla 35

Respuestas S2T4P5b

Tipos de respuesta	Descripción Si se ganaran la cantidad de dinero que se gana Neymar anualmente ¿En qué gastarían sus ganancias?	Estudiantes	
		FA	FR
R1	Además de sus gastos personales y familiares, emplearían una parte de sus ganancias en apoyar la creación de escuelas o fundaciones para niños de escasos recursos (E2, E4, E5)	3	42%
R2	Lo destinarían a sus gastos personales y familiares enteramente (E1, E3, E6, E7)	4	58%

Fuente: Elaboración propia

La mayoría de los estudiantes (58%) sugieren que lo destinarían a sus gastos personales y familiares enteramente y el 42% los estudiantes comparte la misma postura, confirmando una tendencia predominante hacia la atención de necesidades Básicas de Aprendizaje (MEN, 2016) que buscan desarrollar habilidades para resolver problemas de la vida cotidiana, permitiendo a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos a situaciones prácticas como la administración y planificación de recursos económicos.

Por otra parte, la unanimidad en las respuestas refleja una percepción homogénea respecto a la priorización de los gastos personales y familiares, lo cual está en sintonía con los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 2006), los cuales promueven la contextualización del aprendizaje en escenarios de la vida real.

Además, estos resultados sugieren que los estudiantes tienen un enfoque realista y pragmático hacia el manejo del dinero, lo que se vincula con lo mencionado con Valero (2021) que la matemática adaptada a situaciones cotidianas y busca preparar a los estudiantes para tomar decisiones, como por ejemplo en la economía informadas en el futuro, fortaleciendo sus competencias en razonamiento lógico y resolución de problemas.

Como conclusión al proceso que se desarrolló en la situación 2, los avances experimentados por los estudiantes durante el proceso de implementación de la propuesta, evidencian que estos lograron identificar la existencia de cantidades indeterminadas y las representaron a partir de las relaciones presentadas en el problema, partiendo del reconocimiento de la cantidad generadora. También se evidenció el avance de los mismos, tomando como referencia su desempeño en la primera situación, cuando manipularon las cantidades desconocidas del problema efectivamente para encontrar la solución del mismo. Incluso se favoreció el fortalecimiento de los estudiantes en la toma de decisiones financieras en el hogar cuando se les preguntó por cómo destinarían sus recursos si ganaran lo mismo que aquellos deportistas de los datos, lo cual fue algo que se escapa con gusto de los objetivos iniciales planteados en este trabajo, pero que no dejan de ser una ganancia para los estudiantes y este proyecto.

Algo destacable de esta segunda situación, fue que, al ser más llamativa para los estudiantes, les motivó en gran medida a resolverla y discutirla, habiendo creado espacios seguros de aprendizaje significativo. Resaltando que los estudiantes lograron expresar sus reflexiones críticas en torno a las desigualdades económicas en nuestra sociedad que pudieron evidenciar mediante la resolución de las tareas propuestas en esta situación y fomentando así, la transformación como valor en ellos.

Por otro lado, también se identifican diferencias notables en el nivel de razonamiento algebraico de los estudiantes, que pueden atribuirse a su capacidad para establecer conexiones más complejas entre variables y conceptos. Aquellos que lograron plantear ecuaciones y sistemas para resolver problemas específicos destacaron por su habilidad matemática, mientras que hubo estudiantes que tenían dificultades tanto conceptuales como prácticas al momento de abordar las actividades planteadas en el aula de clases.

Este tipo de razonamiento exige una comprensión avanzada de las relaciones matemáticas y una intuición para abordar los problemas planteados, lo que sugiere un dominio de habilidades tanto algebraicas como argumentativas. No obstante, estas competencias no se encuentran de manera homogénea en todos los estudiantes, lo que refleja la necesidad de diseñar estrategias de enseñanza diferenciadas que potencien estas habilidades en todos los niveles.

Otro elemento observado fue, las interacciones colaborativas y reflexivas en el aula, ya que éstas pueden ser aporte para fomentar el aprendizaje significativo en los estudiantes, estas dinámicas grupales generaron espacios donde los estudiantes justificaron sus respuestas, evaluaron las soluciones de sus compañeros y analizaron fenómenos sociales desde una perspectiva matemática, donde la acción grupal estuvo relacionado con el pensamiento lógico como el crítico. Por ejemplo, el análisis de temas como las desigualdades salariales en el deporte potenció el entendimiento matemático y desarrolló una conciencia crítica sobre las estructuras económicas y sociales que los rodean. Este enfoque integral permite que las matemáticas se conviertan en una herramienta para interpretar la realidad, desarrollar argumentos sólidos y construir conocimiento de manera colectiva y significativa.

Capítulo IV

Conclusiones generales y algunas reflexiones

En este capítulo se describen las conclusiones y reflexiones finales sobre los objetivos específicos planteados en este estudio y sobre los elementos didácticos que surgen de la implementación de cada una de las situaciones diseñadas para los estudiantes en el aula de clases.

4.1 Conclusiones partiendo de los objetivos específicos

En relación con el objetivo específico 1: ***la problemática desde la perspectiva de la EMC y los enfoques curriculares nacionales***, permite generar procesos pedagógicos con conexiones entre los contenidos propuestos en el currículo y las realidades sociales de los estudiantes, ya que la EMC busca vincular las matemáticas con contextos éticos, sociales y económicos, a diferencia de enfoques que suelen centrarse en la memorización de conceptos y procedimientos, lo que limita la aplicación práctica y crítica del conocimiento, donde se reflexionó sobre:

-  Los elementos curriculares: al diseñar e implementar estrategias que combinen la formación de competencias ciudadanas con los estándares de competencias matemáticas establecidos en los enfoques curriculares nacionales se logró favorecer el desarrollo de razonamiento algebraico en los estudiantes, como se ha expuesto en las conclusiones de las situaciones, junto con la promoción de los valores democráticos descritos
-  Los elementos didácticos: El uso de la resolución de problemas como perspectiva didáctica en el abordaje de situaciones algebraicas resultó ser un elemento central de la propuesta de aula, pues fue a través del planteamiento y resolución de las situaciones problema, que los estudiantes lograron desarrollar las habilidades y valores propuestos.
-  Se evidenció un acercamiento y buen manejo al razonamiento algebraico a partir de ejercicios contextualizados, de allí que, al proponer acciones donde los docentes

diseñen actividades que promuevan el razonamiento matemático y que permitan a los estudiantes reflexionar sobre problemáticas reales que les sean significativas para la comprensión del lenguaje algebraico (Gallardo & Rojano, 1988).

- ✚ Desde la EMC los aportes conceptuales del algebra y el pensamiento variacional son fundamentales para que el estudiante pueda desarrollar su capacidad para interpretar y cuestionar el mundo a través de herramientas matemáticas, abriendo espacios para resolver el componente matemático, sin desconocer la reflexión sobre las implicaciones éticas y políticas de sus soluciones.

Para el objetivo específico 2: ***articular en una propuesta de aula los elementos teóricos estudiados para favorecer elementos de razonamiento algebraico y valores democráticos en la escuela***, se evidenció que al tener presente los elementos curriculares como fueron los temas relacionados con el razonamiento algebraico variacional y actividades orientadas a la solución de problemas generaron la codificación de conocimiento a través de reflexiones o explicaciones grupales, entre estudiantes, y las explicaciones propias del investigador-docente, abarcando las siguientes reflexiones:

- ✚ Dentro del diseño e implementación de la propuesta de aula, mostró que, al integrar actividades que incluyan análisis variacional, como la interpretación de patrones y el establecimiento de relaciones proporcionales, los estudiantes experimentaron situaciones que exigen la comprensión de conexiones entre variables, promoviendo el uso del pensamiento lógico y el análisis crítico, donde estas actividades, diseñadas en línea con los Estándares de Competencias matemáticas buscaron aportar a las habilidades para resolver problemas de forma autónoma y argumentada, al tiempo que promueven el diálogo y la colaboración como valores esenciales.
- ✚ En correspondencia con la EMC en el espacio de la aula de clase se fomentó la reflexión sobre las implicaciones sociales y políticas del conocimiento matemático (Valero, 2012; Skovsmose, 2012) generando un ambiente reflexivo con los estudiantes, partiendo de la utilización de problemas algebraicos de aritmética variacional, vinculados a temas como la violencia en Colombia y las desigualdades

económicas reflejadas en los sueldos, permitió a los estudiantes reconocer y aplicar el lenguaje matemático y analizar las tensiones sociales para definir una postura social y política. Esta integración de contextos reales en la enseñanza de las matemáticas enriqueció tanto el aprendizaje conceptual, como el pensamiento crítico que se genera en la adquisición de saberes dados desde la matemática y que puede ser una herramienta para comprender y transformar la realidad en la que se vive.

En cuanto al objetivo 3: ***caracterizar los elementos del razonamiento algebraico y de los procesos democráticos en estudiantes de grado séptimo a través de la implementación de la propuesta de aula***, la interacción de los estudiantes con conceptos matemáticos como las ecuaciones y las operaciones que representan situaciones de la vida cotidiana refuerza su capacidad para hacer juicios informados y participativos, en contextos reales, lo que permite a los estudiantes vincular el álgebra con temas sociales, económicos y éticos, en este sentido, la conexión ayuda a los estudiantes a comprender mejor los conceptos matemático y también fomenta un sentido de responsabilidad hacia su entorno, un valor central en las democracias que promueve la equidad y la cooperación.

✚ Para la situación 1 se concluyó que, al reflexionar sobre temas como la violencia en las ciudades y mediante la resolución de los problemas planteados con relación a esta temática, la mayoría de los estudiantes avanzaron en sus habilidades relacionadas al razonamiento algebraico, tales como la identificación y manipulación de cantidades desconocidas, además del planteamiento y resolución de ecuaciones mediante el uso de lenguaje simbólico, lo que junto con las preguntas que invitaban a la reflexión crítica, les permitió comprender la responsabilidad social, la toma de decisiones colectivas y el respeto por las diferentes perspectivas, valores esenciales en una sociedad democrática.

✚ Asimismo, en la situación 2, cuyo tema de fondo fue la desigualdad económica, a través de problemas relacionados con las diferencias salariales, los estudiantes tuvieron la oportunidad de confrontar su realidad socioeconómica y pensar en cómo la equidad y la justicia pueden manifestarse en el mundo real, de este modo, la

matemática, en particular el álgebra, se convierte en una herramienta para comprender y actuar en situaciones sociales complejas.

Lo anterior permite reconocer el cumplimiento del objetivo general de ***Favorecer la formación en valores democráticos en el desarrollo del razonamiento algebraico a través de resolución de problemas en estudiantes de grado séptimo desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica***, ya que se generó un espacio de aprendizaje para los estudiantes, quienes al ir resolviendo los problemas matemáticos fueron avanzando en aportaciones que se encuentran dentro del pensamiento crítico, es decir se tuvieron en cuenta las implicaciones éticas y sociales de sus soluciones, por ende, al abordar temas como la brecha salarial de género o la distribución de los recursos, la violencia intrafamiliar, la violencia dentro de las ciudades y violencia de género, los estudiantes no solo aprenden a operar con números, sino que también reflexionan sobre las implicaciones de sus decisiones en el bienestar de los demás, y como se ha explicado en los análisis y discusión de los resultados, se favoreció la formación de valores democráticos como la Colectividad, la transformación, la deliberación y la coflexión, elementos esenciales para la construcción de una ciudadanía responsable y activa en una sociedad democrática.

4.2 Reflexiones didácticas

🌈 Dentro de los aportes a la didáctica de las matemáticas, la propuesta de aula planteada e implementada, además de dinamizar procesos de reflexión, permitieron que el aprendizaje matemático se convierta en una herramienta para interpretar y buscar soluciones a las problemáticas evidenciadas en el entorno social de los estudiantes, al integrar contextos de violencia, desigualdad o tensión social se fomenta en los estudiantes una conciencia crítica que les permite comprender cómo las matemáticas están presentes en los problemas que enfrentan las comunidades.

-  El diseño curricular y didáctico desde la EMC en conjunto con la resolución de problemas, adquiere especial relevancia al promover espacios de diálogo y debate que fomentan el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático y el pensamiento crítico en los estudiantes, al enfocarse en la conexión entre las matemáticas y la vida cotidiana, facilita que los estudiantes cuestionen, analicen y propongan soluciones a problemas complejos, lo que enriquece su comprensión y les permite asumir un papel activo dentro de la sociedad.
-  La implementación de actividades diseñadas desde esta perspectiva requiere una planificación con los aportes curriculares y los Estándares de Competencia (MEN, 2016), donde se articule con una evaluación constante para identificar tanto los avances como las dificultades que puedan surgir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque permite que los docentes deban ajustar sus estrategias didácticas en función de las necesidades específicas de los estudiantes, asegurando que las actividades no solo sean efectivas en términos de aprendizaje conceptual, sino también en la promoción de habilidades críticas y reflexivas.
-  La propuesta de aula diseñada, permite contribuir a democratizar el aprendizaje, ya que alivia las barreras emocionales y cognitivas que muchos estudiantes enfrentan al abordar problemas matemáticos, debido a que se expresa dentro de un entorno menos rígido y más motivador, las actividades diseñadas facilitan que los estudiantes se sientan más seguros para expresar sus ideas, compartir sus razonamientos y aprender de sus errores; esto fortalece su confianza en el manejo de conceptos matemáticos y fortalece las habilidades sociales como la comunicación, el trabajo en equipo y la resolución de conflictos, aspectos esenciales para una formación integral.

4.3 Conclusiones generales

- Mediante la aplicación de la propuesta de aula, se generó un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes mostraron una disposición activa y entusiasta hacia el conocimiento matemático, este enfoque permitió que los estudiantes de la población se apropiaran de sus reflexiones sociales y del proceso de aprendizaje, asumiendo un rol protagónico, evidenciando que los estudiantes fueron participantes activos al expresar abiertamente sus ideas, conclusiones y propuestas, lo que reflejó una construcción colaborativa y significativa del saber matemático y social.
- Las propuestas didácticas desde la Educación Matemática Crítica (EMC) pueden adquirir especial relevancia al promover espacios de diálogo y debate que fomentan el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático y el pensamiento crítico en los estudiantes, al enfocarse en la conexión entre las matemáticas y la vida cotidiana, facilita que los estudiantes cuestionen, analicen y propongan soluciones a problemas complejos, lo que enriquece su comprensión y les permite asumir un papel activo en su aprendizaje y en su sociedad.
- La implementación de actividades diseñadas desde esta perspectiva se ve favorecida por una planificación con los aportes curriculares y los Estándares de Competencia (MEN, 2016), donde se articule con una evaluación constante para identificar tanto los avances como las dificultades que puedan surgir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- La resolución de problemas como perspectiva didáctica direccionadora de la propuesta de aula resultó ser una elección acertada que permitió a los estudiantes desarrollar su razonamiento algebraico y valores democráticos, aunque puedan escogerse otras.

En este proceso investigativo, también se generaron las siguientes preguntas que pueden contribuir a estudios posteriores:

1. ¿Cuáles serían los aportes del diseño de una propuesta de aula que integre las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) o las TAC (Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento) puede enriquecer el proceso de resolución de problemas aritméticos con enfoque en el razonamiento algebraico variacional?
2. ¿Cuáles serían los resultados de propuestas curriculares basadas en EMC, centradas en el pensamiento algebraico, facilitar reflexiones críticas sobre problemáticas sociales complejas, como la violencia derivada del conflicto armado en zonas rurales?
3. ¿Qué impacto tendría la implementación de estrategias didácticas y lúdicas basadas en EMC que, a través del pensamiento algebraico, fomenten habilidades sociopolíticas en los estudiantes en un trascurso de tiempo de 3 a 5 años?

Anexos

A continuación, se muestran las introducciones de ambas situaciones de la propuesta de aula, junto con los respectivos datos, tal cual como se les presentaron a los estudiantes durante su implementación.

Presentación de la situación 1 dentro de la propuesta de aula

Situación 1: Tasa de denuncias de violencia intrafamiliar y la resolución de problemas en la introducción al álgebra

En Colombia se presentan numerosos casos de violencia intrafamiliar, la cual se entiende como aquella violencia que ocurre entre los miembros de una familia o entre pareja, ya sea en un entorno doméstico o por fuera de este.

La violencia intrafamiliar puede adoptar muchas formas, pero involucra el uso de la intimidación y amenazas o conductas violentas para ejercer poder y control sobre otra persona. El maltrato infantil, de personas mayores y de hermanos también se considera violencia intrafamiliar. (Ver anexo para más información sobre este tema)

En la siguiente tabla se presentan datos que corroboran este hecho, en ella se muestran las tasas de denuncia anual por violencia intrafamiliar por cada cien mil habitantes en nuestro país y, en específico, en tres ciudades; Cali, Medellín y Bogotá durante los últimos siete años.

Tabla 1: Tasa anual de denuncias por violencia intrafamiliar por cada cien mil habitantes

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Bogotá	184.7	325.3	394.7	444.2	437	463.9	275.2
Medellín	224.7	297.8	229.2	336.7	362.4	373.5	298.8
Cali	192.3	209	209.8	212.6	296.5	222.5	265.2
Colombia	94.4	125.4	128.4	137.7	148.5	225.5	178.6

Número de habitantes en las tres ciudades en total hasta el año 2018: 11.837.280 habitantes

Presentación de la situación 2 dentro de la propuesta de aula

Situación 2: Salarios de deportistas mejor pagados y la resolución de problemas aritméticos en el álgebra.

El deporte, más allá de ser una actividad física que es muy importante para mantener un buen estado de salud, se ha convertido en una fuente de entretenimiento masivo a lo largo del mundo. Ya sea el fútbol, que es el más practicado, el baloncesto, el tenis o incluso el boxeo, son deportes que a nivel competitivo mueven muchísimo dinero. Pero, ¿qué tanto dinero se mueve en estos escenarios deportivos?

Para hacernos una idea, se presenta la siguiente tabla, en donde se muestran las ganancias anuales de los diez deportistas mejor pagos en el mundo. Si desean saber más detalles sobre este tema, pueden consultar el anexo.

Deportista	Ganancias anuales (millones de dólares)
Leonel Messi (Fútbol)	130
Lebron James (Baloncesto)	121.2
Cristiano Ronaldo (Fútbol)	115
Neymar (Fútbol)	95
Stephen Curry (baloncesto)	92.8
Kevin Durant (baloncesto)	92.1
Roger Federer (Tenis)	90.7
Canelo Álvarez (boxeo)	90
Tom Brady (Fútbol Americano)	83.9
Giannis Antetokounmpo (baloncesto)	80.9

Referencias bibliográficas

- Arboleda S. V. P., & Quetama, M. C. M. (2021) *Una propuesta para el desarrollo del razonamiento algebraico en estudiantes de grado quinto desde el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Universidad del Valle.
- Ávila R. (4 de Octubre de 2020 12:15 P.M). *La corrupción en Colombia, un mal más grave que el coronavirus*. www.portafolio.co/economia/la-corrupcion-en-colombia-un-mal-mas-grave-que-el-coronavirus-545299
- Bernal J. (22 de Febrero de 2025). *Colombia es uno de los países más desiguales del mundo, según el Banco Mundial: esta es la razón*. <https://www.infobae.com/colombia/2024/09/30/colombia-es-el-tercer-pais-mas-desigual-por-ingresos-del-mundo-segun-informe-del-banco-mundial/#:~:text=Con%20un%20puntaje%20de%2054,medidas%20efectivas%20para%20reducir%20las>
- Betancur, L. M. R. (2023) *Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de una estrategia didáctica sobre secuencias y patrones* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).
- Brodie, K. (1997). A new mathematics curriculum: Reflecting on outcomes in process. En P. Kershall y M. de Villiers (Ed.). *Third National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa*. Proceedings 1: General & Primary (pp. 26-41). Durban, Sudáfrica: Amesa.
- Camargo, L. (2018). *Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática*. Bogotá: Fondo de Publicaciones Universidad Pedagógica Nacional, en evaluación.
- Donoso, E., Valdés, R., Cisternas, P., y Cáceres, P. (2020). Enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Un análisis de correspondencias múltiples. *Revista Diálogos sobre educación*, 11(21), 1-22.

Gallardo, A., & Rojano, T. (1998). *Áreas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético/algebraico*. https://www.researchgate.net/publication/273722758_AREAS_DE_DIFICULTADES_EN_LA_ADQUISICION_DEL LENGUAJE_ARITMETICO-ALGEBRAICO

García, G. (2021). Posibilidad de Lecturas en Tiempos de Tránsito: Perspectiva crítica de la educación matemática en el contexto colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 14(1), 1-14.

Godino, J., Castro, W., Aké, L., & Wilhelmi M. (2012). *Naturaleza del razonamiento algebraico elemental*. [Bolema: Boletim de Educação Matemática](#)- SciELO Brasil.

Hernández, I. (31 de Enero de 2019). *Colombia, uno de los países de A. latina con más matoneo escolar*. www.rcnradio.com/estilo-de-vida/educacion/colombia-uno-de-los-paises-de-latina-con-mas-matoneo-escolar

Instituto Geográfico Agustín Codazzi. (22 de Febrero de 2025 6:53 P.M). *Mapeando la abstención electoral de Colombia en el siglo XXI*. <https://antiguo.igac.gov.co/es/noticias/mapeando-la-abstencion-electoral-de-colombia-en-el-siglo-xxi>

Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. Macmillan Publishers.

Kieran, K. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. Building meaning for symbols and their manipulation. En, F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2, 707-762). Charlotte, N.C: InformationAge Publishing, Inc. y NCTM.

Lerma, H. (2011). *Metodología de la investigación*. Bogotá. Ecoe Ediciones.

Macías, M., & Arteaga, I. (2022). Aprendizaje basado en proyectos, en la enseñanza de matemáticas para estudiantes de bachillerato de la UEF “Pablo Hannibal Vela”. *Revista Polo del Conocimiento*.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (S/F). *Competencias Ciudadanas*. Mineducación. <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-235147.html?noredirect=1>

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá. MEN.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2004). *Estándares básicos de competencias ciudadanas: Formar para la ciudadanía... ¡Sí es posible! Lo que necesitamos saber y saber hacer*. Serie Guías No. 6. Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciencias Ciudadanas*. Bogotá. MEN.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje: Matemáticas*. Bogotá. MEN. www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article339975.html

Rodríguez, B. (2023). Estrategias didácticas para la resolución de problemas matemáticos en alumnos de educación básica regular. *Revista Horizontes*, 7(30), 1903-1916. <http://www.scielo.org/bo/pdf/hrce/v7n30/a23-1903-1916.pdf>

Pineda, G. D. C. (2017). *La enseñanza del concepto amortización, como parte del manejo de las deudas, a través de la educación matemática crítica como posibilidad para formar ciudadanos. Caso: grado 9° en la Institución Educativa Marceliana Saldarriaga del municipio de Itagüí. Facultad de Ciencias*.

Salazar, L. (2018). *Aportes de la educación matemática crítica y el análisis de contenido a la competencia de planificación docente*. Universidad del Valle.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26.

Valero, P., y Skovsmose, O. (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá. Universidad de los Andes.

Vasco, C. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In *Anais eletrônicos do CIAEM—Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau* (Vol. 9, pp. 2009-2010).