

**PROPUESTA DE PROGRAMACIÓN DE LAS RUTAS DE TRANSPORTE PARA
UNA EMPRESA DEL SECTOR QUÍMICO CONSIDERANDO LAS
RESTRICCIONES DE COMPATIBILIDAD**

**MARIA CAMILA CASTRO CASTAÑEDA
FERNANDO LANCHEROS PLAZA**



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
GUADALAJARA DE BUGA
2020**

**PROPUESTA DE PROGRAMACIÓN DE LAS RUTAS DE TRANSPORTE PARA
UNA EMPRESA DEL SECTOR QUÍMICO CONSIDERANDO LAS
RESTRICCIONES DE COMPATIBILIDAD**

**MARIA CAMILA CASTRO CASTAÑEDA
FERNANDO LANCHEROS PLAZA**

**Proyecto de Grado presentado como requisito para optar al título de
Ingeniero Industrial**

**Director
JULIO CESAR LONDOÑO ORTEGA MSc.**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
GUADALAJARA DE BUGA
2020**

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos ante todo a Dios por darnos salud y sabiduría para realizar este trabajo. A nuestros padres José William Castro, Gloria Castañeda, Fernando Lancheros Cortes y Alba Nur Plaza Saavedra por creer en nosotros, por su apoyo incondicional. A nuestros profesores por ofrecernos las bases fundamentales para nuestro desarrollo profesional y personal.

Queremos agradecer al profesor Julio César Londoño Ortega director de este trabajo por su apoyo, enseñanza y compromiso, donde sus observaciones fueron esenciales para desarrollar este trabajo.

A nuestros compañeros de carrera que de alguna manera brindaron su ayuda para realizar este trabajo

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCION	9
1.1 REVISIÓN DE LITERATURA	10
1.2 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.....	12
2. OBJETIVOS	13
2.1 OBJETIVO GENERAL	13
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3. CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO DE DISTRIBUCIÓN DE PRODUCTOS QUÍMICOS.....	13
4. FORMULACIÓN MATEMÁTICA PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE PRODUCTOS QUÍMICOS.....	22
4.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	22
4.2 DESARROLLO DEL ALGORITMO EXACTO	25
4.3 DESARROLLO DEL ALGORITMO DE LOS AHORROS.....	28
5. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL MODELO CONSIDERANDO DIFERENTES ESCENARIOS.....	35
5.1 VARIACIÓN EN LOS GRUPOS DE PRODUCTOS QUÍMICOS.....	36
5.1.1 Análisis del tiempo computacional en el algoritmo exacto.....	36
5.1.2 Análisis del GAP	38
5.1.3 Análisis de las rutas para el quinto escenario	40
5.1.4 Análisis de la asignación por grupos de productos para el quinto escenario.....	42
5.2 VARIACIÓN EN LAS UBICACIONES GEOGRÁFICAS.....	47
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	50
7. BIBLIOGRAFÍA.....	52
8. ANEXOS.....	54

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1 Recorrido vehículos 1, 2 y 3 algoritmo exacto	27
Figura 2 Ejemplo gráfico de funcionamiento del algoritmo de los ahorros.....	28
Figura 3 Recorrido vehículos 1, 2 y 3 algoritmo de los ahorros.....	34
Figura 4 Tiempo de ejecución vs N° de nodos.....	38
Figura 5 Recorrido para 4 vehículos algoritmo exacto	40
Figura 6 Recorrido para 4 vehículos algoritmo de los ahorros	42
Figura 7 Agrupación por tipo de producto – algoritmo exacto	44
Figura 8 Agrupación por tipo de producto – algoritmo de los ahorros	45
Figura 9 Distribución geográfica aleatoria.....	48

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 Características de los vehículos.....	14
Tabla 2 Demanda diaria de productos químicos	16
Tabla 3 Definición de productos como nodos	17
Tabla 4 Coordenadas de los clientes	19
Tabla 5 Uso fórmula de Haversine.....	20
Tabla 6 Matriz de distancias	21
Tabla 7 Resultados servidor NEOS	26
Tabla 8 Cálculo de ahorro nodos 1 y 2	31
Tabla 9 Implementación pasos algoritmo de los ahorros.	32
Tabla 10 Resultados algoritmo de los ahorros	33
Tabla 11 Resultados algoritmo de los ahorros con TSP	34
Tabla 12 Comparación agrupaciones	35
Tabla 13 Resultados primer escenario.....	36
Tabla 14 Resultados segundo escenario	37
Tabla 15 Resultados tercer escenario.....	37
Tabla 16 Resultados cuarto escenario.....	37
Tabla 17 Resultados quinto escenario	37
Tabla 18 Comparación función objetivo	39
Tabla 19 Agrupación de nodos a las rutas por método	41
Tabla 20 Cantidad demandada por tipo de Producto algoritmo exacto	43
Tabla 21 Cantidad demandada por tipo de Producto algoritmo de ahorros.....	43
Tabla 22 Agrupación ruta 2 algoritmo exacto.....	46
Tabla 23 Agrupación ruta 2 algoritmo de los ahorros.....	46
Tabla 24 Ubicación del nuevo depósito	47
Tabla 25 Características de los escenarios	48
Tabla 26 Resultados Algoritmo exacto y de ahorros	49

LISTADO DE ANEXOS

Anexo 1 Matriz de compatibilidad de la ONU	54
Anexo 2 Matriz de compatibilidad caso de estudio	55
Anexo 3 Código archivo modelo en AMPL- Parte A.....	56
Anexo 4 Código archivo modelo en AMPL- Parte B.....	57
Anexo 5 Resultados para caso de estudio en NEOS	58
Anexo 6 Matriz de ahorros.....	59
Anexo 7 Código TSP	60
Anexo 8 Ejemplo archivo de datos para TSP	60
Anexo 9 Recorrido vehículos primer escenario – algoritmo exacto	61
Anexo 10 Recorrido vehículos primer escenario – algoritmo de los ahorros	61
Anexo 11 Información quinto escenario	62

RESUMEN

El proyecto se basa en una de las variantes del problema de ruteo de vehículos el cual consiste en diseñar un conjunto óptimo de rutas para una flota de vehículos con el fin de servir un grupo dado de clientes satisfaciendo su demanda. Esa variante es la del VRP con conflictos (VRPC), donde se tiene en cuenta las propiedades físico-químicas de los artículos transportados, pues son materiales cuya naturaleza genera graves consecuencias sobre las condiciones del transporte.

El objetivo del presente trabajo es optimizar el recorrido realizado por una flota de vehículos que debe entregar productos químicos en la región del Valle del Cauca y los cuales presentan incompatibilidades entre sí, mediante un modelo de programación lineal entera mixta y la aplicación del algoritmo de los ahorros buscando resolver el problema para instancias de mayor tamaño y minimizar la distancia total recorrida en la entrega de los productos químicos, comparando los resultados obtenidos en cada uno de los algoritmos en términos de la calidad de la solución.

El proyecto tiene tres etapas: En la primera se realizó la caracterización del proceso de distribución de productos químicos con restricciones de compatibilidad evidenciando que la empresa caso de estudio transporta en un mismo vehículo productos químicos que presentan incompatibilidades entre sí. A partir de esta información, en la segunda etapa se formuló el modelo matemático el cual se ejecutó en el servidor NEOS obteniendo las rutas a recorrer por la flota de vehículos de acuerdo a la demanda de los clientes, sus coordenadas geográficas y la capacidad de los vehículos. Luego se desarrolla la heurística basada en el algoritmo de los ahorros, en donde la solución de las rutas al resolver el TSP cumple con las restricciones dadas en la formulación matemática. Finalmente, para validar el desempeño del modelo en la tercera etapa se consideraron diferentes escenarios variando por un lado los grupos de productos químicos y por el otro las ubicaciones geográficas, en estos se analizaron dos indicadores como lo son el tiempo de ejecución en el modelo matemático y la calidad de la solución de la heurística con respecto al algoritmo exacto, concluyendo que la heurística basada en el algoritmo de Clarke and Wright presenta resultados de muy buena calidad.

Palabras clave: Modelo, distancias, productos químicos, VRPC, algoritmo de los ahorros.

1. INTRODUCCION

El transporte se ha convertido en una de las actividades más importantes de la cadena de suministro debido a que vincula a las empresas y clientes que están en diferentes ubicaciones por medio del movimiento de materias primas, insumos y productos terminados, y agrega valor a los productos transportados cuando satisface las necesidades de los consumidores. Esta importancia se ve reflejada además en su costo, pues según Ballou (2004) representa alrededor del 50% de los costos totales de la cadena de suministro, por lo que se hace necesario establecer estrategias que aporten al mejoramiento de esta actividad, ya que se puede alcanzar ventajas competitivas como lo es la fidelización de los clientes por entregas oportunas.

En lo que respecta al transporte de material peligroso, se ha presentado un desarrollo creciente del tráfico urbano de estos materiales debido al rápido crecimiento de la industria química, lo cual genera una mayor probabilidad de accidentes con daños potenciales para la población y el medio ambiente (Hamdi, Labadie, & Yalaoui, 2014). Uno de estos tipos de materiales peligrosos son los productos químicos, donde a pesar del peligro que representan algunos para la salud debido a sus propiedades físico-químicas, son esenciales hoy día para la industria y se transportan inevitablemente en largas distancias entre los puntos de producción y los sitios de explotación industrial, y sin tener muchas veces en cuenta el adecuado manejo para estos, lo que ha representado un peligro latente y por lo que a nivel mundial se establece el sistema de clasificación de las naciones unidas para el transporte de material peligroso, identificándose unos grupos de productos según sus propiedades físico-químicas y la compatibilidad existente entre estos, de forma que al mezclarse en caso de accidente, no se presenten reacciones químicas descontroladas (Naciones unidas, 2011). Un claro ejemplo de ello, es no mezclar hipoclorito de sodio (Clase 8: sustancias corrosivas) con amoníaco diluido en agua (Clase 2: Gases) ya que, según las hojas de seguridad de estos productos químicos, su combinación genera vapores tóxicos como la cloramina que afecta negativamente a quien lo respira provocando quemaduras en la piel y en las mucosas.

Ese rápido crecimiento de la industria química atribuido a los productos químicos se debe a que son usados ampliamente en diferentes actividades productivas y aplicaciones especiales de la vida moderna, estas sustancias son consideradas como peligrosas debido a sus características tóxicas, corrosivas, inflamables, entre otras, que pueden afectar la salud de la población y el ambiente en general. Su demanda ha venido incrementando progresivamente debido al desarrollo de nuevos productos que apuntan a satisfacer las necesidades de una población mundial en crecimiento, implicando mayores riesgos sanitarios y ambientales (Ministerio de Ambiente, 2015). En la actualidad, existen más de cien mil sustancias químicas que se encuentran en el comercio mundial, de las cuales aproximadamente ocho mil reúnen alguna de las características de peligrosidad (Cecilia & Colunga, 2012).

Según Erkut (2007), el factor diferenciador que separa los problemas de transporte de materiales peligrosos de otros problemas de transporte, es el riesgo; en este sentido, el riesgo es una medida de la probabilidad y la gravedad del daño a un receptor expuesto, que puede ser una persona, el medio ambiente o propiedades de vecindad debido a posibles eventos no deseados que involucran un material peligroso.

La probabilidad de ocurrencia de estos eventos depende de factores como lo son: el estado de las vías, el incremento en las demandas de materiales peligrosos y el aumento en el flujo de vehículos. Así teniendo en cuenta que en países como Colombia el 80% de la carga se moviliza por vía terrestre según Pérez (2005) y que la red vial aun comparándola con otros países de Latinoamérica en vías de desarrollo es reducida, la suma de estos factores conduciría a un aumento en la tasa de accidentes afectando severamente el entorno que rodea el lugar en donde se presenten.

En razón de lo anterior, se evidencia la importancia de analizar el problema de ruteo de vehículos de este tipo de productos, por ello se plantea para el análisis de esta problemática un caso de estudio en una empresa que comercializa productos químicos, los cuales deben ser entregados en las áreas urbanas, atendiendo la demanda que requieren de forma regular clientes que solicitan múltiples productos todos los días.

Entonces cuando un cliente realiza un pedido entre sus requerimientos existen productos que no son compatibles entre sí, es en este punto donde la empresa debe enfrentarse a dos decisiones, la primera es transportarlos en un mismo vehículo generando graves consecuencias en caso de un siniestro y la segunda es optar por separar el pedido, elevando sus costos siendo un mismo cliente visitado más de una vez por diferentes vehículos. Sin embargo, la empresa al momento de planear la asignación de los productos químicos en los camiones, además de las rutas de transporte, no considera las restricciones de los productos, ni garantiza que se están recorriendo las rutas que generen las mínimas distancias.

Para el caso de estudio se considera que la flota es homogénea, y que inicia y termina su recorrido en el punto de origen siendo en este caso el depósito después de cumplir con la totalidad de las entregas, así mismo se permite que las entregas se efectúen en cualquier orden con la condición de que se cumplan las restricciones de compatibilidad de los productos transportados minimizando la distancia total recorrida.

1.1 REVISIÓN DE LITERATURA

El problema de ruteo de vehículos (VRP) es un problema que busca minimizar los costos de transporte que se presentan en la logística de la cadena de suministro,

este consiste en diseñar un conjunto óptimo de rutas para una flota de vehículos con el fin de servir un conjunto dado de clientes satisfaciendo su demanda. Existen muchas variantes del problema, que pueden darse por diferentes características como la capacidad de los vehículos, ventanas de tiempo, la existencia de múltiples depósitos, entre otros (Toth & Vigo, 2002). El problema que se analiza en el caso de estudio se convierte en una variante del VRP denominada VRPC (Vehicle Routing Problem with Conflicts), pues tiene en cuenta las propiedades físico-químicas de los artículos transportados especialmente cuando la naturaleza de los materiales genera graves consecuencias sobre las condiciones de transporte (Hamdi et al., 2011). Sin embargo, es importante aclarar que esta variante es adaptada a las condiciones del problema como lo es el tipo de producto requeridos por los clientes y las incompatibilidades entre los productos químicos como restricciones al problema.

Debido a que los problemas de ruteo de vehículos son problemas de optimización combinatoria y de carácter NP- Hard para los que no existe un algoritmo de tiempo polinomial que pueda resolverlos a optimalidad (la mayoría de estos métodos pueden ser clasificados ya sean como “algoritmos exactos” o “algoritmos de optimización”) (Aarts y Lenstra, 2003), se hace necesaria la utilización de técnicas algorítmicas que puedan encontrar soluciones aproximadas en tiempo razonable (Olivera, 2004). En la definición de la variante del VRP denominada VRPC por Hamdi et al. (2011) quienes propusieron un modelo matemático, adaptan tres heurísticas constructivas y proponen una nueva heurística más apropiada para resolver este tipo de problemas. De este estudio se obtuvo que la heurística modificada de Clarke y Wright provee de mejores resultados respecto a la minimización del costo, el tiempo computacional y el número de vehículos.

De nuevo Hamdi et al. (2014) presenta para este problema dos metaheurísticas. Una es la metaheurística de Búsqueda Local Iterada (ILS), la cual mejora los resultados obtenidos por heurísticas constructivas desarrolladas en pasados trabajos por el mismo autor, los resultados del estudio muestran una mejora de las soluciones para todas las instancias (entre 50 y 120 clientes) con un promedio del 4% para el costo y del 6,25% para el número de vehículos. La segunda metaheurística denominada GRASP-ELS híbrido (procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria) mejoró el costo de la solución para todas las instancias con un promedio del 4,5% con respecto a la metaheurística ILS y una mejora en el número de vehículos que alcanza un 7%.

Pues bien, en este trabajo se va a desarrollar un modelo de programación lineal entera mixta (PLEM) el cual es ejecutado a través de NEOS solver en el lenguaje matemático de programación AMPL, el cual al generar soluciones hasta un determinado tamaño de instancia se desarrolla la heurística basada en algoritmo de los ahorros, la cual fue propuesta en 1964 por Clarke & Wright, siendo así el primer procedimiento utilizado para resolver el VRP (Olivera, 2004), esta heurística es adaptada a las condiciones del problema de ruteo de productos químicos con

restricciones de compatibilidad. Para términos de comprensión del lector, se puntualiza que este modelo de programación lineal entera mixta (PLEM) es al que se hace referencia cuando se menciona el algoritmo exacto en el desarrollo del trabajo.

1.2 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

A continuación, como parte final de esta introducción se hace una breve descripción de los demás capítulos expuestos en este documento. Estos capítulos son organizados con base en los objetivos específicos que corresponden al capítulo 2, lo que indica que cada objetivo se corresponde con un capítulo que incluye presentación y análisis de resultados.

En el capítulo 3 se presenta la caracterización del proceso de distribución de productos químicos con restricciones de compatibilidad, al igual que se expone el caso de estudio definiendo toda la información concerniente al problema que se convertirá en datos de entrada para el modelo matemático.

En el capítulo 4 se muestra la formulación del modelo matemático que representa el problema de transporte de productos químicos, adaptando una variante del VRP denominada VRPC (Vehicle Routing Problem with Conflicts). Luego al pasarse al lenguaje AMPL se ejecuta en el servidor NEOS y se exponen los resultados. Posteriormente se desarrolla la Heurística basada en el algoritmo de ahorros adaptada para dar cumplimiento a las restricciones, a través de la cual se obtiene una solución inicial de las rutas que es optimizada al resolver el TSP para cada ruta.

En el capítulo 5 se realiza la evaluación del desempeño del modelo a través de diferentes escenarios en los que por un lado se realiza una variación en los grupos de productos químicos y por otro una variación en las ubicaciones geográficas. Se analiza su desempeño a través de dos indicadores los cuales son el tiempo de ejecución en el modelo PLEM o algoritmo exacto con relación al tamaño de la instancia y la calidad de la solución de la Heurística con respecto al algoritmo exacto. Además, con el fin de observar los cambios al implementar la heurística con respecto al exacto se realiza un análisis de las rutas y de la asignación por grupos de productos del quinto escenario correspondiente a la variación por grupos de productos, el cual presenta la instancia de mayor tamaño. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo donde se retoman los resultados más relevantes incluyendo alcances como dificultades.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar un método para la programación de las rutas de transporte de productos químicos que considere las restricciones de compatibilidad, satisfaciendo la demanda de los clientes al menor costo.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Caracterizar el proceso de distribución de una empresa que comercializa productos químicos que tienen restricciones de compatibilidad.
- Formular el modelo que represente el proceso de distribución de productos químicos cumpliendo las restricciones de compatibilidad.
- Evaluar el desempeño del modelo considerando diferentes escenarios relacionados con la distribución de productos químicos.

3. CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO DE DISTRIBUCIÓN DE PRODUCTOS QUÍMICOS

Actualmente el sistema de distribución de la compañía efectúa el reparto de diversos productos químicos que deben ser entregados en áreas urbanas de la región, la compañía debe decidir cómo planificar sus despachos considerando el riesgo que existe al transportar en conjunto productos químicos que no son compatibles.

Según información proporcionada por la empresa los clientes se encuentran ubicados en Cali, Palmira, Yumbo y Buga. Mensualmente la empresa transporta en promedio 387 toneladas de productos químicos empacados.

Con el propósito de identificar grupos de productos se realizaron una serie de entrevistas a los principales encargados de la empresa, de esta manera se presentan las siguientes agrupaciones de productos: los productos de limpieza y aseo, siguiendo con los productos para piscina dentro de los que se puede encontrar el hipoclorito de calcio y de sodio, el sulfato de aluminio, el ácido clorhídrico, el ácido triclorohixocianurico y la soda caustica, ya finalmente se encuentran los productos textil.

En la ciudad de Cali se encuentran ubicados los clientes que se caracterizan por la demanda del alcohol industrial, n-propanol e isopropílico, además de la soda caustica liquida, el isobutanol, hipoclorito de sodio, el acetato de metilo e isobutilo, el xileno, el ácido fosfórico y el sulfato de aluminio. En esta ciudad se cuenta con 6

clientes regulares, de los cuales 4 son grandes fabricantes de una amplia variedad de productos químicos y los otros dos son comercializadoras.

Para palmira se presenta una demanda muy variable, sin embargo, existen unos pocos productos que siempre se piden para esta ciudad dentro de los cuales están el peróxido de hidrogeno, el butil glicol y el ácido fosfórico.

Para el caso de Buga, los pedidos que realizan los clientes son muy predecibles pues por lo regular dentro de estos se encuentran productos como lo son el ácido clorhídrico, amoniaco y el ácido sulfónico. En la ciudad de Yumbo se encuentra ubicado el depósito y se cuenta con 2 clientes los cuales dentro de sus pedidos demandan el hipoclorito de sodio, la soda caustica liquida y el alcohol industrial.

El proceso de distribución que tiene actualmente la compañía se desarrolla por medio de una flota de vehículos homogénea que cuenta con 3 camiones con capacidad de 4.5 toneladas, en la Tabla 1 se presenta su capacidad y dimensiones.

Tabla 1 Características de los vehículos

Tipo de vehículo	Cantidad	Peso de la carga (Ton)	Alto (metros)	Largo (metros)	Ancho (metros)
Camión Turbo	3	4,5	2,1	4,3	2

Fuente: <https://www.conalca.com.co/tabla-pesos/>

A diario la compañía realiza la distribución de carga unitaria a grandes fabricantes y distribuidores de productos químicos en el Valle del Cauca. De esta manera para iniciar el proceso como dato importante se tiene la demanda de estos clientes, ya que es previamente obtenida cuando estos hacen su pedido, así al realizar la recepción del pedido en el área de ventas donde se lleva a cabo la facturación, se efectúa el cargue en la bodega y finalmente se realiza la entrega, de la cual se encarga el motorista, quien define la ruta. Esto hace que haya mucha manipulación de producto al momento de entregar los pedidos debido a que el orden de las visitas no coincide con la forma en que el camión ha sido cargado. Además, como en el cargue, el encargado de la bodega no considera la restricción de compatibilidad de productos, el riesgo de un siniestro aumenta debido a la manipulación de los productos.

En lo que respecta al almacenamiento, los productos contenidos en envases plásticos y metálicos se ubican en lugares donde sus propiedades no se vean alteradas por condiciones ambientales o químicas pues se verá comprometida su vida útil, y los contenidos en canecas y bultos se acomodan en estibas colectoras. Sin embargo, a la hora de realizar un despacho de un pedido, aunque en cierta medida cumplen con las normas básicas de bodegaje, fallan en cuanto a desconocimiento acerca de los riesgos de los productos, por ende, pueden despachar un pedido conformado por hipoclorito de sodio, ácido fosfórico, peróxido de hidrogeno y ácido láctico, donde se presentan no compatibilidades.

Debido al riesgo que presentan los productos químicos para su transporte, la Organización de las Naciones Unidas (ONU) establece el sistema internacional de clasificación para mercancías peligrosas, identificándose unos grupos de productos de acuerdo a sus propiedades físico – químicas. Se tienen 8 clases las cuales son: clase 1 explosivos, clase 2 gases comprimidos, clase 3 líquidos inflamables, clase 4 sólidos inflamables, clase 5 sustancias comburentes y peróxidos orgánicos, clase 6 sustancias tóxicas e infecciosas, clase 7 material radiactivo, clase 8 sustancias corrosivas y clase 9 sustancias y objetos peligrosos varios (Suratep, 2006).

La ONU presenta además una matriz en la que se plasma la compatibilidad entre las diferentes sustancias químicas tomando como base su clasificación de acuerdo a la clase y el tipo de sustancia, con el propósito de realizar un almacenamiento o transporte bajo condiciones seguras y determinando cuales productos pueden ser llevados en un mismo vehículo o en vehículos separados. Además de la matriz de la ONU, en Colombia el transporte de sustancias químicas por carretera este regulado por la Ley 55 de 1993, Resolución 2400 de 1979 y Normas Técnicas como las NTC 3966, 2880, 2801, 3967, 3968, 3969, 3970, 3971 y 3972. Esta matriz se presenta en el Anexo 1.

De esta forma, los productos que solicitan los clientes a la empresa se agrupan en tres tipos de productos según su compatibilidad denominados P1, P2 y P3. Se forman estos grupos con base en las siguientes consideraciones:

- El grupo de productos químicos del tipo P1 son clasificados como no peligrosos para su transporte terrestre de acuerdo a la ONU y a las hojas de seguridad de los productos químicos, por lo cual se pueden llevar en un mismo camión con productos tipo P2 o P3.
- El grupo de productos del tipo P2 contiene productos químicos que pertenecen a la clase 8 como el alcohol isopropílico y el sulfato de aluminio, entre otros, que no son compatibles con los productos de tipo P3 pertenecientes a la clase 5 como el peróxido de hidrógeno y el nitrato sódico, y que, por tanto, de acuerdo a la matriz de compatibilidad de la ONU, los productos de tipo P2 Y P3 no se pueden llevar en un mismo camión.

En la Tabla 2 se presentan los tipos de productos que requiere cada cliente, así como la cantidad demandada en kilogramos. Observándose que cada cliente requiere de a dos o tres tipos de productos.

Tabla 2 Demanda diaria de productos químicos

Ciudad	Cliente	Tipo de producto	Demanda (Kg)
YUMBO	1	P1	135
		P2	95
	2	P1	215
		P2	100
		P3	360
CAU	3	P1	310
		P2	205
		P3	375
	4	P1	200
		P2	110
		P3	225
	5	P1	300
		P2	270
		P3	450
	6	P1	325
		P2	100
	7	P1	375
		P2	225
		P3	325
	8	P1	290
		P2	185
		P3	370
PALMIRA	9	P1	300
		P2	125
		P3	400
	10	P1	180
		P2	110
	11	P1	270
		P2	300
		P3	250
	12	P1	650
		P2	115
		P3	450
BUGA	13	P1	300
		P2	310
		P3	720
	14	P1	215
		P2	155
		P3	315
	15	P1	220
		P2	255
		P3	540
	16	P1	355
		P2	115

Fuente: Elaboración propia

Para garantizar que en un mismo camión no se lleven productos que no son compatibles entre sí, se observa en la Tabla 3 que un producto es igual a un nodo para el modelo matemático que se formulará en el capítulo 4, teniendo en cuenta

que los productos se clasifican en los tipos establecidos anteriormente (P1, P2 y P3). De esta forma, un cliente pide productos de distintos tipos los cuales están en una misma ubicación. A modo de ejemplo, en la Tabla 4 se observa que el cliente 16 está compuesto por los nodos 43 y 44, los cuales presentan las mismas coordenadas de latitud y longitud.

Tabla 3 Definición de productos como nodos

Cliente	Nodo	Tipo de producto
1	1	P1
	2	P2
2	3	P1
	4	P2
	5	P3
3	6	P1
	7	P2
	8	P3
4	9	P1
	10	P2
	11	P3
5	12	P1
	13	P2
	14	P3
6	15	P1
	16	P2
7	17	P1
	18	P2
	19	P3
8	20	P1
	21	P2
	22	P3
9	23	P1
	24	P2
	25	P3
10	26	P1
	27	P2
11	28	P1
	29	P2
	30	P3
12	31	P1
	32	P2
	33	P3
13	34	P1
	35	P2
	36	P3
14	37	P1
	38	P2
	39	P3
15	40	P1
	41	P2
	42	P3
16	43	P1
	44	P2

Fuente: Elaboración propia

Los clientes se enumeran del 1 al 44 debido a que el cero {0} se toma como el depósito. En el Anexo 2 se presenta la matriz de compatibilidad donde su interpretación está dada de la siguiente manera: 1 significa que los productos no son compatibles entre sí y 0 que los productos son compatibles. Si los productos son compatibles se asignan a un mismo vehículo, de lo contrario, se llevan en distintos vehículos. Es de destacar que la matriz de compatibilidad se construyó con ayuda de los condicionales de prueba lógica “SI” en Excel para generar automáticamente los cero {0} y uno {1} de la matriz. Para ilustrar lo anteriormente dicho, se tienen dos nodos (18 y 19) de acuerdo a la tabla 3 que corresponden a tipos de productos que son incompatibles entre sí (P2 Y P3), dando un valor de uno {1} en la matriz.

Seguidamente en la Tabla 4 se presentan las coordenadas de latitud y longitud tanto de las ubicaciones de los clientes como del depósito las cuales fueron obtenidas en Google Maps ingresando las direcciones correspondientes.

Tabla 4 Coordenadas de los clientes

Cliente	Nodo	Tipo de producto	Coordenadas	
			Latitud	Longitud
1	1	P1	3,4914315	-76,5141102
	2	P2	3,4914315	-76,5141102
2	3	P1	3,5071814	-76,5224695
	4	P2	3,5071814	-76,5224695
	5	P3	3,5071814	-76,5224695
3	6	P1	3,4045554	-76,5372971
	7	P2	3,4045554	-76,5372971
	8	P3	3,4045554	-76,5372971
4	9	P1	3,4531758	-76,5311794
	10	P2	3,4531758	-76,5311794
	11	P3	3,4531758	-76,5311794
5	12	P1	3,4508178	-76,4865782
	13	P2	3,4508178	-76,4865782
	14	P3	3,4508178	-76,4865782
6	15	P1	3,4340804	-76,5383417
	16	P2	3,4340804	-76,5383417
7	17	P1	3,4819529	-76,5264782
	18	P2	3,4819529	-76,5264782
	19	P3	3,4819529	-76,5264782
8	20	P1	3,4514210	-76,5622211
	21	P2	3,4514210	-76,5622211
	22	P3	3,4514210	-76,5622211
9	23	P1	3,5240164	-76,3014797
	24	P2	3,5240164	-76,3014797
	25	P3	3,5240164	-76,3014797
10	26	P1	3,5156723	-76,3412724
	27	P2	3,5156723	-76,3412724
11	28	P1	3,5337660	-76,3023519
	29	P2	3,5337660	-76,3023519
	30	P3	3,5337660	-76,3023519
12	31	P1	3,5377595	-76,3129046
	32	P2	3,5377595	-76,3129046
	33	P3	3,5377595	-76,3129046
13	34	P1	3,8981666	-76,3037077
	35	P2	3,8981666	-76,3037077
	36	P3	3,8981666	-76,3037077
14	37	P1	3,9004104	-76,2966291
	38	P2	3,9004104	-76,2966291
	39	P3	3,9004104	-76,2966291
15	40	P1	3,9024566	-76,3018439
	41	P2	3,9024566	-76,3018439
	42	P3	3,9024566	-76,3018439
16	43	P1	3,8990514	-76,2992529
	44	P2	3,8990514	-76,2992529

Fuente: Elaboración propia

Para calcular la distancia (expresada en kilómetros) entre dos puntos geográficos sabiendo su longitud y su latitud, se usa la fórmula de Haversine, la cual según Jaramillo & Carrera (2010), se define como:

$$\text{haversine}\left(\frac{D}{R}\right) = \text{haversine}(\phi_1 - \phi_2) + \cos(\phi_1) \cdot \cos(\phi_2) \cdot \text{haversine}(\Delta\lambda)$$

Donde:

$$\text{haversine}(\theta) = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

D = distancia entre dos puntos

R = radio de la esfera

ϕ = latitud

λ = longitud

$\Delta\phi$ = diferencia de latitud

$\Delta\lambda$ = diferencia de longitud

A modo de ejemplo, se tienen dos ubicaciones; la primera corresponde al depósito con coordenadas de latitud y longitud (3.6226507, -76.5117597) y la segunda al cliente 2 en la ciudad de Yumbo con coordenadas de latitud y longitud (3.5071814, -76.5224695). Se procede a aplicar la siguiente fórmula en Excel indicando las celdas en donde se ingresarán las coordenadas:

$$= 6371 * \text{ACOS}(\text{COS}(\text{RADIANES}(90 - B6)) * \text{COS}(\text{RADIANES}(90 - D6)) + \text{SENO}(\text{RADIANES}(90 - B6)) * \text{SENO}(\text{RADIANES}(90 - D6)) * \text{COS}(\text{RADIANES}(C6 - E6)))$$

Ingresando las coordenadas de latitud y longitud en las celdas indicadas, se obtiene la distancia expresada en kilómetros entre dos puntos geográficos:

Tabla 5 Uso fórmula de Haversine

	B	C	D	E	F
5	Lat ₁	long ₁	Lat ₂	Long ₂	Distancia en KM
6	3,6226507	-76,5117597	3,5071814	-76,5224695	12,89449641

Fuente: Elaboración propia

De esta forma se utiliza la fórmula de Haversine para calcular la distancia entre cada uno de los puntos de la matriz, la cual se puede observar en su totalidad en la tabla 6. Cabe aclarar que, para términos de presentación, los valores que aparecen en la tabla fueron redondeados a su entero correspondiente.

Tabla 6 Matriz de distancias

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44		
0	.	15	15	13	13	13	24	24	24	19	19	19	19	19	19	21	21	16	16	16	20	20	20	26	26	26	22	22	25	25	25	24	24	24	38	38	38	38	39	39	39	39	39	39	39	39	
1	15	.	0	2	2	2	10	10	10	5	5	5	5	5	5	7	7	2	2	2	7	7	7	24	24	24	19	19	24	24	24	23	23	23	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	
2	15	0	.	2	2	2	10	10	10	5	5	5	5	5	5	7	7	2	2	2	7	7	7	24	24	24	19	19	24	24	24	23	23	23	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	
3	13	2	2	.	0	0	12	12	12	6	6	6	7	7	7	8	8	3	3	3	8	8	8	25	25	25	20	20	25	25	25	24	24	24	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
4	13	2	2	0	.	0	12	12	12	6	6	6	7	7	7	8	8	3	3	3	8	8	8	25	25	25	20	20	25	25	25	24	24	24	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
5	13	2	2	0	0	.	12	12	12	6	6	6	7	7	7	8	8	3	3	3	8	8	8	25	25	25	20	20	25	25	25	24	24	24	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
6	24	10	10	12	12	12	.	0	0	5	5	5	8	8	8	3	3	9	9	9	6	6	6	29	29	29	25	25	30	30	30	29	29	29	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	
7	24	10	10	12	12	12	0	.	0	5	5	5	8	8	8	3	3	9	9	9	6	6	6	29	29	29	25	25	30	30	30	29	29	29	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	
8	24	10	10	12	12	12	0	0	.	5	5	5	8	8	8	3	3	9	9	9	6	6	6	29	29	29	25	25	30	30	30	29	29	29	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	
9	19	5	5	6	6	6	5	5	5	.	0	0	5	5	5	2	2	3	3	3	3	3	3	27	27	27	22	22	27	27	27	26	26	26	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	
10	19	5	5	6	6	6	5	5	5	0	.	0	5	5	5	2	2	3	3	3	3	3	3	27	27	27	22	22	27	27	27	26	26	26	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	
11	19	5	5	6	6	6	5	5	5	0	0	.	5	5	5	2	2	3	3	3	3	3	3	27	27	27	22	22	27	27	27	26	26	26	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	
12	19	5	5	7	7	7	8	8	8	5	5	5	.	0	0	6	6	6	6	6	6	8	8	8	22	22	22	18	18	22	22	22	22	22	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	
13	19	5	5	7	7	7	8	8	8	5	5	5	0	.	0	6	6	6	6	6	6	8	8	8	22	22	22	18	18	22	22	22	22	22	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	
14	19	5	5	7	7	7	8	8	8	5	5	5	0	0	.	6	6	6	6	6	6	8	8	8	22	22	22	18	18	22	22	22	22	22	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	
15	21	7	7	8	8	8	3	3	3	2	2	2	6	6	6	.	0	5	5	5	3	3	3	28	28	28	24	24	28	28	28	28	28	28	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	
16	21	7	7	8	8	8	3	3	3	2	2	2	6	6	6	0	.	5	5	5	3	3	3	28	28	28	24	24	28	28	28	28	28	28	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	
17	16	2	2	3	3	3	9	9	9	3	3	3	6	6	6	5	5	.	0	0	5	5	5	25	25	25	21	21	26	26	26	25	25	25	52	52	52	53	53	53	53	53	53	53	53	53	
18	16	2	2	3	3	3	9	9	9	3	3	3	6	6	6	5	5	0	.	0	5	5	5	25	25	25	21	21	26	26	26	25	25	25	52	52	52	53	53	53	53	53	53	53	53	53	
19	16	2	2	3	3	3	9	9	9	3	3	3	6	6	6	5	5	0	0	.	5	5	5	25	25	25	21	21	26	26	26	25	25	25	52	52	52	53	53	53	53	53	53	53	53	53	
20	20	7	7	8	8	8	6	6	6	3	3	3	8	8	8	3	3	5	5	5	.	0	0	30	30	30	26	26	30	30	30	29	29	29	57	57	57	58	58	58	58	58	58	58	58	58	
21	20	7	7	8	8	8	6	6	6	3	3	3	8	8	8	3	3	5	5	5	0	.	0	30	30	30	26	26	30	30	30	29	29	29	57	57	57	58	58	58	58	58	58	58	58	58	
22	20	7	7	8	8	8	6	6	6	3	3	3	8	8	8	3	3	5	5	5	0	0	.	30	30	30	26	26	30	30	30	29	29	29	57	57	57	58	58	58	58	58	58	58	58	58	
23	26	24	24	25	25	25	29	29	29	27	27	27	22	22	22	28	28	25	25	25	30	30	30	.	0	0	5	5	1	1	1	2	2	2	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	
24	26	24	24	25	25	25	29	29	29	27	27	27	22	22	22	28	28	25	25	25	30	30	30	0	.	0	5	5	1	1	1	2	2	2	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	
25	26	24	24	25	25	25	29	29	29	27	27	27	22	22	22	28	28	25	25	25	30	30	30	0	0	.	5	5	1	1	1	2	2	2	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42
26	22	19	19	20	20	20	25	25	25	22	22	22	18	18	18	24	24	21	21	21	26	26	26	5	5	5	.	0	5	5	5	4	4	4	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	
27	22	19	19	20	20	20	25	25	25	22	22	22	18	18	18	24	24	21	21	21	26	26	26	5	5	5	0	.	5	5	5	4	4	4	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	
28	25	24	24	25	25	25	30	30	30	27	27	27	22	22	22	28	28	26	26	26	30	30	30	1	1	1	5	5	.	0	0	1	1	1	1	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
29	25	24	24	25	25	25	30	30	30	27	27	27	22	22	22	28	28	26	26	26	30	30	30	1	1	1	5	5	0	.	0	1	1	1	1	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
30	25	24	24	25	25	25	30	30	30	27	27	27	22	22	22	28	28	26	26	26	30	30	30	1	1	1	5	5	0	0	.	1	1	1	1	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
31	24	23	23	24	24	24	29	29	29	26	26	26	22	22	22	28	28	25	25	25	29	29	29	2	2	2	4	4	1	1	1	.	0	0	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	
32	24	23	23	24	24	24	29	29	29	26	26	26	22	22	22	28	28	25	25	25	29	29	29	2	2	2	4	4	1	1	1	0	.	0	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	
33	24	23	23	24	24	24	29	29	29	26	26	26	22	22	22	28	28	25	25	25	29	29	29	2	2	2	4	4	1	1	1	0	0	.	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	
34	38	51	51	50	50	50	61	61	61	56	56	56	54	54	54	58	58	52	52	52	57	57	57	42	42	42	43	43	41	41	41	40	40	40	.	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1		
35	38	51	51	50	50	50	61	61	61	56	56	56	54	54	54	58	58	52	52	52	57	57	57	42	42	42	43	43	41	41	41	40	40	40	0	.	0	1	1	1	1	1	1	1	1		
36	38	51	51	50	50	50	61	61	61	56	56	56	54	54	54	58	58	52	52	52	57	57	57	42	42	42	43	43	41	41	41	40	40	40	0	0	.	1	1	1	1	1	1	1	1		
37	39	51	51	50	50	50	61	61	61	56	56	56	54	54	54	58	58	53	53	53	58	58	58	42	42	42	43	43	41	41	41	40	40	40	1	1	1	.	0	0	1	1					

4. FORMULACIÓN MATEMÁTICA PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE PRODUCTOS QUÍMICOS

En este capítulo se presenta la formulación matemática que representa el problema del transporte de productos químicos con restricciones de compatibilidad, el cual es un modelo matemático de programación lineal entera mixta, se explica su notación al igual que se utilizan cada uno de los parámetros expuestos en el caso de estudio como entradas para el algoritmo exacto en el servidor NEOS y se presentan los resultados de las rutas a recorrer por cada uno de los vehículos.

Seguidamente se desarrolla el algoritmo de los ahorros de Clarke and Wright el cual se adapta a las condiciones del problema, obteniendo la solución inicial de las rutas a visitar por cada vehículo, luego se resuelve el TSP para cada ruta y se obtiene la secuencia óptima de recorrido, pues es de aclarar que debido a la complejidad de los problemas de ruteo de vehículos un algoritmo exacto para instancias de gran tamaño no alcanza una solución óptima, resolviendo de forma consistente solamente para instancias de pocos clientes (Olivera, 2004). Razón por la que se propone esta heurística, pues, aunque es un procedimiento simple que efectúa una exploración limitada del espacio de búsqueda, presenta ventajas como lo son la alta flexibilidad para considerar un amplio rango de restricciones, considerable velocidad computacional (en el caso de que se computarice) y capacidad de generar soluciones cercanas a la óptima, las cuales hacen que el enfoque de esta heurística sobresalga de otros métodos (Jeřábek et al., 2016).

4.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

La extensión del VRP denominada VRPC (Vehicle Routing Problem with conflicts) puede ser formalmente definida en un gráfico no dirigido $G = (V, E)$ con $V = \{1, \dots, n\}$ que representa el conjunto de vértices y con el conjunto E que representa los arcos formados por dos vértices $(i, j) \in V$ donde se asocia una distancia entre ellos (Hamdi et al., 2011). Esta extensión es adaptada al problema caso de estudio donde un cliente puede solicitar productos químicos de diferentes grupos de compatibilidad. Cada producto es igual a un nodo n y los productos pedidos por un cliente están en una misma ubicación geográfica. Entonces, cada cliente es visitado por diferentes vehículos para cumplir las restricciones de compatibilidad que existen entre los productos químicos. El nodo 0 representa el centro de distribución el cual se ubica a la entrada de la ciudad de Yumbo.

Diseño del modelo matemático

A continuación, se presentan los conjuntos, variables, función objetivo y las restricciones, así como su correspondiente explicación.

Conjuntos

$NODOS = \{1..N\}$ Conjunto de nodos.

$M = \{1..k\}$ Conjunto de vehículos

$R = \{0..N\}$ Conjunto de nodos

Variables

$x_{ijt} \begin{cases} 1, & \text{si se asigna el vehículo } t \text{ al arco } (i,j) \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$

$y_{it} \begin{cases} 1, & \text{si se asigna el vehículo } t \text{ al nodo } i \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$

F_{ijt} Variable de flujo

Parámetros

d_i : Demanda del nodo i

C_{ij} : Costo de ir desde el nodo i al nodo j ; $i \neq j$

CAP : Capacidad del vehículo (flota homogénea)

I_{ij} : Parámetro binario de compatibilidad, es igual a 1 si la demanda de i no es compatible con la demanda de j , 0 de lo contrario.

Función objetivo

$$\min \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{t=1}^k c_{ij} * x_{ijt} \quad (1)$$

Restricciones

Visita desde un nodo i hasta un nodo j

$$\sum_{i=0}^N x_{ijt} = y_{jt} \quad \forall j \in NODOS; \forall t \in M \quad (2)$$

Visita desde un nodo j hasta un nodo i

$$\sum_{j=0}^N x_{ijt} = y_{it} \quad \forall i \in NODOS; \forall t \in M \quad (3)$$

Los vehículos deben salir del depósito y regresar al mismo

$$\sum_{j=1}^N x_{ijt} = 1 \quad \forall i \in R; \forall t \in M: i = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ijt} = 1 \quad \forall j \in R; \forall t \in M: j = 0 \quad (5)$$

Solo un vehículo visite al nodo i

$$\sum_{t=1}^k y_{it} = 1 \quad \forall i \in NODOS \quad (6)$$

Si un vehículo entra a un nodo, debe salir de este

$$\sum_{i=0}^N x_{ift} = \sum_{j=0}^N x_{fjt} \quad \forall f \in R; \forall t \in M: f \neq 1 \quad (7)$$

No se pueden llevar productos incompatibles en el mismo vehículo

$$\sum_{j=1}^N I_{ij} * y_{jt} \leq N * (1 - y_{it}) \quad \forall i \in NODOS; \forall t \in M \quad (8)$$

Lo que se asigne a un vehículo no debe superar su capacidad

$$\sum_{i=1}^N D_i * y_{it} \leq CAP \quad \forall t \in M \quad (9)$$

Restricciones de flujo

Restricciones de flujo 1

$$F_{ijt} \leq N * x_{ijt} \quad \forall i \in R; \forall j \in NODOS; \forall t \in M: i \neq j \quad (10)$$

Restricciones de flujo 2

$$\sum_{l=1}^N F_{jlt} - \sum_{i=0}^N F_{ijt} = -y_{jt} \quad \forall j \in NODOS; \forall t \in M \quad (11)$$

Restricciones de flujo 3

$$\sum_{j=1}^N F_{0jt} = \sum_{j=1}^N y_{jt} \quad \forall t \in M \quad (12)$$

La función objetivo (1) minimiza la distancia total recorrida por los tres vehículos, saliendo del depósito y regresando al mismo después de cumplir con la totalidad de las entregas.

Las restricciones (2) y (3) aseguran que todos los nodos deben ser visitados. Las restricciones (4) y (5) garantizan que el vehículo salga del depósito y vuelva al mismo. La restricción (6) garantiza que para cada nodo se asigne solo un vehículo. La restricción (7) garantiza que el vehículo que entre a un nodo, deba salir de este. La restricción (8) asegura que productos químicos compatibles sean asignados al mismo vehículo de acuerdo a la matriz de compatibilidad dada por el parámetro I_{ij} . La restricción (9) garantiza que no se superen las capacidades de los vehículos y finalmente las restricciones (10), (11) y (12) determinan que en el recorrido no se generen rutas no factibles, es decir, que no se tengan sub-ciclos o sub tours que puedan surgir de una red de nodos y que solo se tenga una ruta orientada al cumplimiento de las visitas a los nodos.

4.2 DESARROLLO DEL ALGORITMO EXACTO

Para ejecutar el algoritmo exacto se utiliza el servidor NEOS, el cual es una aplicación cliente-servidor basado en Internet que proporciona acceso a una

biblioteca de solucionadores de optimización. El servidor acepta modelos de optimización descritos en lenguajes de modelado, lenguajes de programación y formatos de problemas específicos. El solucionador o software utilizado es CPLEX. Como entradas, el servidor requiere de tres archivos que son el modelo, los datos y los comandos. De esta manera, el algoritmo exacto en el apartado anterior se pasa al lenguaje de programación AMPL. El código utilizado para el archivo modelo se presenta en el Anexo 3 y 4.

Presentación de resultados

De acuerdo a los datos de entrada expuestos en el capítulo 3, se ejecuta el software CPLEX en el servidor NEOS obteniendo la agrupación de los clientes en las rutas, así como la secuencia en que deben ser visitados (Ver Anexo 5) minimizando la distancia total recorrida por los tres vehículos y solucionando el problema en un tiempo de ejecución de 1135 seg.

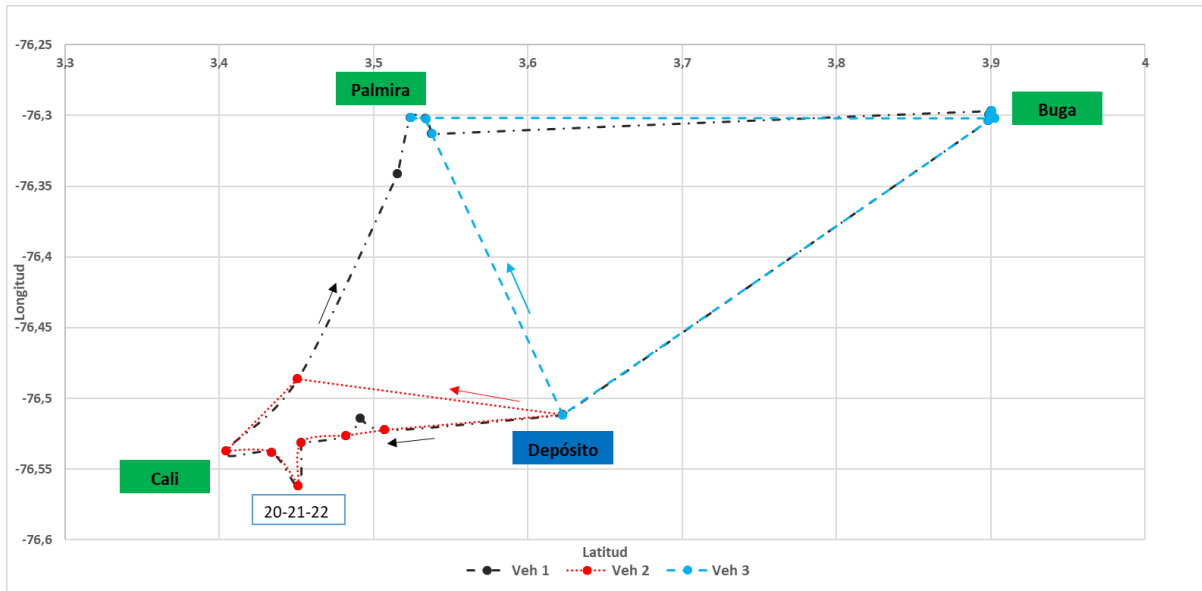
Tabla 7 Resultados servidor NEOS

Rutas	Nodos visitados	Distancia (Km)	Demanda / veh (Kg)	Capacidad camion (Kg)	% Utilización	Tipo de producto
Ruta 1	0-4-1-2-18-10-9-21-16-7-13-27-26-24-29-31-32-38-44-41-35-34-0	141	4240	4500	94,22%	P1 Y P2
Ruta 2	0-14-12-6-8-15-20-22-11-17-19-3-5-0	55	3920	4500	87,11%	P1 Y P3
Ruta 3	0-33-28-30-25-23-40-42-43-39-37-36-0	107	4035	4500	89,67%	P1 Y P3
Distancia total recorrida (Km)				303		

Fuente: Elaboración propia

Al observar los resultados de la Tabla 7 Resultados servidor NEOS, se evidencia que el vehículo 1 recorre una distancia total de 141 Km desde que parte del depósito hasta que regresa al mismo, cumpliendo con las restricciones de compatibilidad ya que solo se llevan productos de los grupos P1 y P2 con base en la Tabla 3. El vehículo 2 recorre 55 Km, transportando en este caso productos de los grupos P1 y P3. El vehículo 3 recorre una distancia de 107 Km y se reparte la carga de los productos del grupo P3 junto con el vehículo 2. Se minimiza la distancia total recorrida en conjunto por los tres vehículos a 303 Km y la utilización de la capacidad de cada vehículo está por encima del 80%.

Figura 1 Recorrido vehículos 1, 2 y 3 algoritmo exacto



Fuente: Elaboración propia

En la Figura 1 se observa el recorrido de los tres vehículos, para el caso del vehículo 1, se visitan todas las ciudades partiendo del depósito (Yumbo), visitando los dos clientes que están a las afueras de Yumbo y continuando su recorrido por las ciudades de Cali, Palmira y Buga. El vehículo 2 visita algunos clientes ubicados en Cali y luego regresa nuevamente al depósito. Finalmente, el vehículo 3 inicia su recorrido en la ciudad de Palmira, posteriormente visita Buga y regresa al depósito.

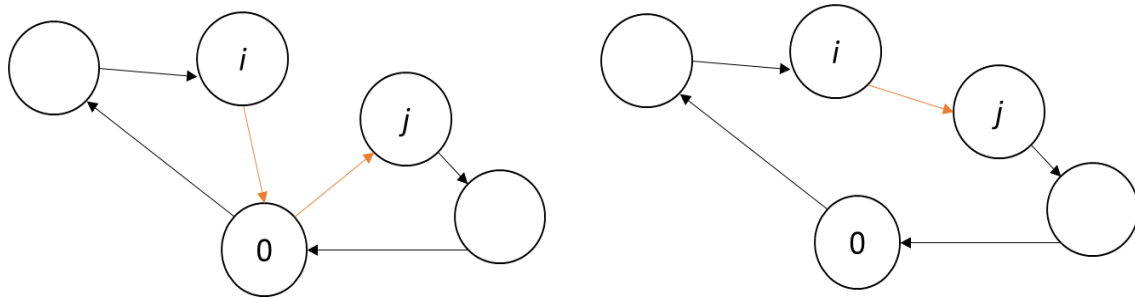
Nótese que el vehículo 2 es asignado a los nodos 20 y 22 (de acuerdo a la asignación presentada en la Tabla 7), pero no al nodo 21, estando los tres nodos en una misma ubicación como se observa en la Tabla 3, ya que este último corresponde a un producto del grupo P2, siendo no compatible con los productos de los nodos 20 y 22 (P1 y P3 respectivamente) por lo cual el nodo 21 se asigna al vehículo 1.

De acuerdo a lo anterior, se puede afirmar que un cliente (Compuesto por productos químicos pertenecientes a las agrupaciones P1, P2 y P3) puede ser visitado más de una vez por diferentes vehículos de forma que se satisfagan las restricciones de compatibilidad.

4.3 DESARROLLO DEL ALGORITMO DE LOS AHORROS

Según Olivera (2004), si en una solución dos rutas diferentes $(0, \dots, i, 0)$ y $(0, j, \dots, 0)$ pueden ser combinadas formando una nueva ruta $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$ como se observa en la Figura 2.

Figura 2 Ejemplo gráfico de funcionamiento del algoritmo de los ahorros



Fuente: Elaboración propia

Entonces el ahorro obtenido por dicha unión es:

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{0j} - C_{ij}$$

Esto debido a que, en la nueva solución, los arcos $(i, 0)$ y $(0, j)$ no serán utilizados y se agregará el arco (i, j) . Se parte de una solución inicial y se realizan las uniones que den los mayores ahorros siempre que no violen las restricciones del problema. Para usar este método es necesario conocer los costos o las distancias que existen entre los diferentes nodos, o sea el costo de cada trayecto.

Los pasos para desarrollar el algoritmo de los ahorros que se propone en el presente trabajo se mostrarán a continuación, es de aclarar que se adaptan los pasos teniendo en cuenta las condiciones en las que deben de ser transportados los productos químicos, incluyendo dentro de estos, las restricciones de compatibilidad. Es importante mencionar que estos pasos son una recopilación de Olivera (2004) y Lysgaard (1997), los cuales se modificaron para adaptarlo al problema caso de estudio.

Pasos algoritmo de los ahorros

Paso 1:

Calcular los ahorros $s(i,j)$ para cada par (i,j) de nodos o puntos de demanda

Paso 2:

Clasificar los ahorros $s(i,j)$ y listarlos en orden de magnitud descendente. Esto crea una lista de ahorros. Procese la lista de ahorros comenzando con la entrada más alta de la lista $(s(i,j)$ más grande).

Para los ahorros $s(i,j)$ bajo consideración, incluir arco (i,j) en una ruta si no se viola ninguna restricción, tal como la capacidad de los vehículos, y que:

- a. Tanto i como j no hayan sido ya asignados a una ruta y que ambos nodos sean compatibles entre sí, en cuyo caso se inicia una nueva ruta que incluye tanto a i como a j .

Paso 3:

- b. Exactamente uno de los dos nodos (i o j) ya se ha incluido en una ruta existente y ese nodo no es interior a esa ruta (un nodo es interior a una ruta si no está adyacente al depósito D en el orden de recorrido de nodos), en cuyo caso el arco (i,j) se agrega a esa misma ruta, siempre y cuando se cumplan las restricciones de compatibilidad. De lo contrario, se elimina el arco (i,j) .
- c. O bien, tanto i como j ya se han incluido en dos rutas existentes diferentes, en cuyo caso las dos rutas se fusionan siempre y cuando se cumplan con las restricciones de compatibilidad.

Paso 4:

Los ahorros $s(i,j)$ que no cumplan con las restricciones de compatibilidad se eliminan. Si la lista de ahorros $s(i,j)$ no se ha agotado, regrese al Paso 3, procesando la siguiente entrada en la lista; de lo contrario, pare: la solución para el VRP consiste en las rutas creadas durante el Paso 3. (Cualquier nodo que no haya sido asignado a una ruta durante el Paso 3 debe ser atendido por una ruta del vehículo que comienza en el depósito D visita el nodo no asignado y vuelve a D .)

Algoritmo 1. Pseudocódigo propuesto para algoritmo de los ahorros

```
Inicio:  
Incompatibilidad(i,j)=  
Matriz de compatibilidad (Ver anexo 2)  
Distancia(i,j)=  
Matriz de distancias (Ver Tabla 6)  
For i =1 to 44  
    For j=1 to 44  
        Ahorros(i,j)=Distancia(i,j+1)+Distancia(i,j+2)-Distancia(i+1,j+2);  
    Calcula cada componente de la matriz de ahorro  
  
    End for  
End For  
  
Ahorros2(i,j)=Ahorros(i,j); Copia la matriz de ahorro  
    For j=1 to 1936  
        (c,l)=índice(max(Ahorros2)); Calcula la coordenadas de la matriz de ahorros  
        If Incompatibilidad(c, l+1)=0 then Prueba la compatibilidad entre los  
        clientes  
            Ruta(1,j)=c;  
            Ruta(2,j)=l+1; Agrupa las parejas de clientes  
            Ahorros2(c,l)=0; Elimina el ahorro máximo encontrado  
        Else  
            Ahorros2(c,l)=0; Elimina el ahorro máximo encontrado  
        End if  
    End for  
Fin
```

En este pseudocódigo se realiza hasta el paso 2 del algoritmo de los ahorros. Donde permite obtener de manera automática todas las parejas correspondientes a los ahorros y eliminando las parejas no compatibles. Para los pasos 3 y 4 se toman las parejas arrojadas por el pseudocódigo y teniendo dichas parejas se facilita la agrupación entre ellas (crear nuevas rutas) teniendo en cuenta las restricciones de capacidad de carga y la no compatibilidad de los productos

Con el fin de ejemplificar la obtención de la matriz de ahorros, se calcula el primer ahorro de la matriz, el ahorro S_{12} . Para comprender el cálculo del ahorro, se muestra solo una parte de la matriz de distancias sin sus respectivos valores redondeados como se observa en la Tabla 8. (Ver matriz de distancias completa en la tabla 6).

Tabla 8 Cálculo de ahorro nodos 1 y 2

	0	1	2	3	4	5	6
0	.	14,6	14,6	12,9	12,9	12,9	24,4
1	14,6	.	0,0	2,0	2,0	2,0	10,0
2	14,6	0,0	.	2,0	2,0	2,0	10,0
3	12,9	2,0	2,0	.	0,0	0,0	11,5
4	12,9	2,0	2,0	0,0	.	0,0	11,5
5	12,9	2,0	2,0	0,0	0,0	.	11,5
6	24,4	10,0	10,0	11,5	11,5	11,5	.

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la fórmula de los ahorros, se requiere de la distancia entre el depósito que es 0 y el nodo 1, la distancia entre el depósito y el nodo 2 y la distancia entre los nodos 1 y 2, obteniendo el siguiente resultado.

$$S_{12} = C_{01} + C_{02} - C_{12}$$

$$S_{12} = 14,6 + 14,6 - 0$$

$$S_{12} = 29,2 \approx 29$$

Cabe resaltar que la distancia entre cada nodo y el depósito es igual y que la distancia entre los nodos 1 y 2 es cero, ya que los nodos 1 y 2 corresponden a productos que solicita un mismo cliente y que por tanto se encuentran en una misma ubicación. De esta forma se calculan los ahorros para cada par de nodos hasta completar la matriz como se observa en el Anexo 6.

A continuación, se muestra cómo se hacen las agrupaciones de los nodos, es de aclarar que esto se realiza después de obtener la matriz de ahorros. Cabe mencionar que los ahorros que están conformados por nodos (productos) que no son compatibles entre sí, se eliminan y no se toman en consideración para la formación de las rutas.

Tabla 9 Implementación pasos algoritmo de los ahorros.

k-esimo valor	Nodo i	Tipo de prod Nodo i	Nodo j	Tipo de prod Nodo j	¿Compatible?	Demanda total	Rutas
78,07	37	P1	38	P2	SI	370	0-37-38-0
78,07	37	P1	39	P3	SI	530	
77,73	41	P2	42	P3	NO	795	
77,73	40	P1	42	P3	SI	760	0-40-42-0
77,73	40	P1	41	P2	SI	475	
77,47	43	P1	44	P2	SI	470	0-43-44-0
77,44	39	P3	43	P1	SI	670	
77,44	39	P3	44	P2	NO	430	
77,44	38	P2	43	P1	SI	840	0-37-38-43-44-0
77,44	38	P2	44	P2	SI	270	
77,44	37	P1	43	P1	SI	570	
77,44	37	P1	44	P2	SI	330	
77,28	39	P3	40	P1	SI	875	0-40-39-42-0

Fuente: Elaboración propia

La asignación se empieza a realizar con base en los pasos ya presentados, por ejemplo, como se observa en la Tabla 9 el orden de análisis de las parejas de clientes está dado por el valor k-ésimo mayor valor de la matriz de ahorros, este análisis arranca con la verificación de la compatibilidad del arco formado por los nodos 37 y 38, al confirmar la compatibilidad se forma la ruta 0-37-38-0. Después se analiza el siguiente mayor ahorro (nodo 37 y 39) en donde el nodo 37 ya pertenece a una ruta existente, sin embargo, el nodo 39 corresponde a un tipo de producto P3 que es no compatible con los tipos de productos que ya se han formado en la primera ruta, por lo que no se agrega el nodo 39 a la ruta y se elimina el ahorro en cuestión.

Caso contrario sucede con la ruta 0-40-39-42-0, en donde sí se agrega el nodo 39 a la misma habiendo verificado a priori que se cumplieran las compatibilidades. El segundo caso corresponde al ahorro formado por los nodos 38 y 43, los cuales ya se han incluido en dos rutas existentes diferentes, situación en la que las dos rutas se fusionan siempre que se cumplan con las restricciones de compatibilidad. De este modo se realiza el análisis de los siguientes mayores ahorros hasta completar la asignación del total de nodos o clientes en cada vehículo teniendo en cuenta de no sobrepasar su capacidad.

Finalmente se obtiene la solución inicial de cada ruta como se observa en la Tabla 10.

Tabla 10 Resultados algoritmo de los ahorros

Rutas	Nodos visitados	Distancia (Km)	Tipo de producto
Ruta 1	0-37-38-43-44-41-35-28-24-29-32-26-27-15-18-13-10-7-16-21-1-2-3-4-0	161	P1 Y P2
Ruta 2	0-6-8-20-22-9-11-12-14-17-19-5-0	60	P1 Y P3
Ruta 3	0-40-39-42-34-36-23-30-25-31-30-33-0	111	P1 Y P3
Distancia total recorrida (Km)			332

Fuente: Elaboración propia

Debido a que la secuencia obtenida por el algoritmo de los ahorros no es la óptima, se resuelve el problema del agente viajero (TSP) para cada una de las tres rutas. En el TSP (Traveling Salesman Problem por sus siglas en inglés) se considera un solo depósito, un solo vehículo y N nodos que requieren servicio ubicados en una red (que puede ser dirigida o no), sin restricciones de capacidad del vehículo, sin restricciones de demanda de los clientes y sin restricciones de tiempo. El objetivo es minimizar la distancia recorrida pasando por todos los nodos exactamente una vez volviendo al nodo de origen o depósito. (Rave, 2012)

De acuerdo a lo anteriormente dicho se resuelve el TSP para cada ruta, el cual se formula en lenguaje AMPL y se ejecuta en el servidor NEOS, teniendo como datos de entrada para cada caso la matriz de distancias, el número de nodos a visitar y un solo vehículo que visite a los nodos correspondientes. En el Anexo 7 se presenta el código del TSP y en el Anexo 8 un ejemplo del archivo de datos.

Presentación de resultados

A continuación, se presenta la agrupación de los clientes en cada vehículo, así como la secuencia en la que deben ser visitados.

Tabla 11 Resultados algoritmo de los ahorros con TSP

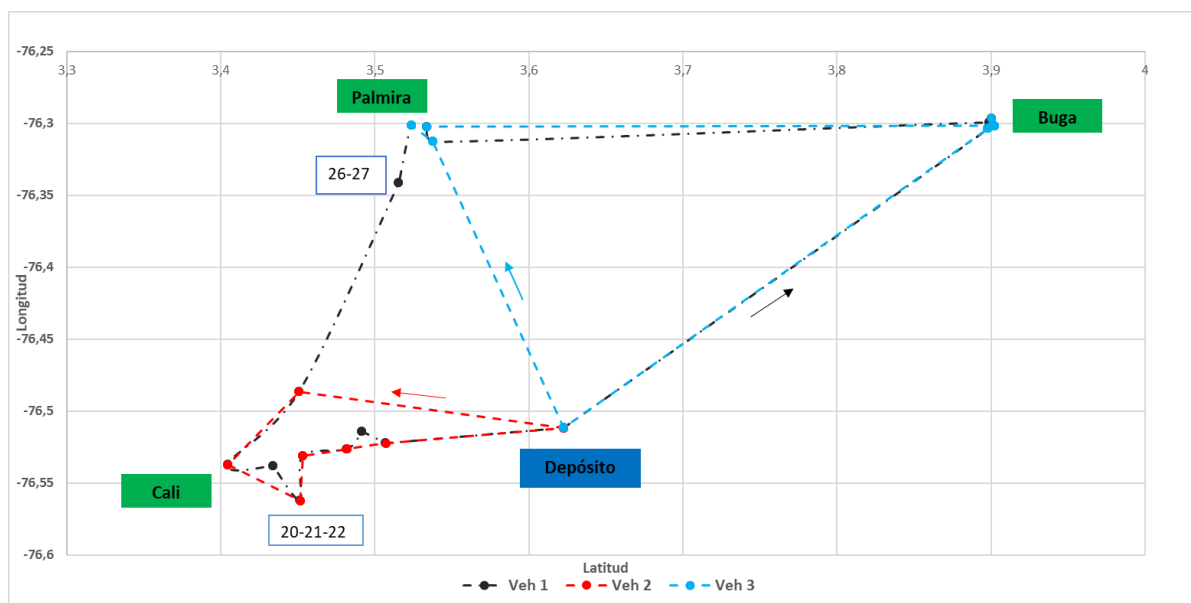
Rutas	Nodos visitados	Distancia (Km)	Demanda / veh (Kg)	Capacidad camion (Kg)	% Utilización	Tipo de producto
Ruta 1	0-35-37-38-44-41-43-32-29-28-24-27-26-13-7-15-16-21-10-18-2-1-3-4-0	143	4470	4500	99,33%	P1 Y P2
Ruta 2	0-12-14-8-6-22-20-11-9-19-17-5-0	55	3580	4500	79,56%	P1 Y P3
Ruta 3	0-33-31-25-23-30-42-40-39-36-34-0	108	4145	4500	92,11%	P1 Y P3
Distancia total recorrida (Km)				306		

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a los resultados de la Tabla 11, se observa que el algoritmo de ahorros con TSP cumple con las restricciones del problema caso de estudio, a saber, restricciones de capacidad y de compatibilidad de los productos químicos.

A continuación, se presenta el recorrido realizado por los tres vehículos:

Figura 3 Recorrido vehículos 1, 2 y 3 algoritmo de los ahorros



Fuente: Elaboración propia

Se observa que al igual que en el algoritmo exacto, hay clientes que son visitados por un solo vehículo como es el caso del cliente 10 compuesto por los nodos 26 y 27 (Ver Tabla 4) el cual pide productos de los grupos P1 y P2, mientras que otros clientes son visitados hasta por dos vehículos como el correspondiente a los nodos 20, 21 y 22. Se observa también que las rutas obtenidas por los tres vehículos son muy similares en relación a las obtenidas en la solución de NEOS, con algunos cambios en la asignación de nodos que se pueden evidenciar en el comparativo de la tabla 12.

Tabla 12 Comparación agrupaciones

Rutas	Algoritmo exacto		Algoritmo de ahorros		Tipo de producto
	Nodos visitados	Distancia (Km)	Nodos visitados	Distancia (Km)	
Ruta 1	0-4-1-2-18-10-9-21-16-7-13-27-26-24-29-31-32-38-44-41-35-34-0	141	0-35-37-38-44-41-43-32-29-28-24-27-26-13-7-15-16-21-10-18-2-1-3-4-0	143	P1 Y P2
Ruta 2	0-14-12-6-8-15-20-22-11-17-19-3-5-0	55	0-12-14-8-6-22-20-11-9-19-17-5-0	55	P1 Y P3
Ruta 3	0-33-28-30-25-23-40-42-43-39-37-36-0	107	0-33-31-25-23-30-42-40-39-36-34-0	108	P1 Y P3
Distancia total recorrida		303		306	

Fuente: Elaboración propia

Aunque la asignación y la secuenciación de los nodos en las rutas no es igual para ambos métodos, en los resultados presentados por el algoritmo de los ahorros se evidenció (al igual que en algoritmo exacto) el cumplimiento de todas las restricciones descritas anteriormente para el caso de estudio, garantizando así la utilidad de esta heurística para la solución de la variante del problema de ruteo de vehículos con conflictos que se trata en el presente capítulo.

5. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL MODELO CONSIDERANDO DIFERENTES ESCENARIOS

En este capítulo se realiza la evaluación del desempeño del modelo analizando en el algoritmo exacto el tiempo de computación y comparando la calidad de la solución del algoritmo de los ahorros con respecto al algoritmo exacto, lo anterior a través de diferentes escenarios en los que se varían por un lado los grupos de productos químicos y por otro lado las ubicaciones geográficas de los clientes.

5.1 VARIACIÓN EN LOS GRUPOS DE PRODUCTOS QUÍMICOS

Cada uno de los escenarios ejecutados en el algoritmo exacto cuenta con los parámetros definidos en el modelo matemático. Es importante tener en cuenta que el parámetro de capacidad del vehículo seguirá correspondiendo a 4,5 Ton para cada vehículo y que las compatibilidades entre los grupos que se establecieron en el caso de estudio (P1, P2 y P3) se mantendrán iguales, es decir, los productos químicos correspondientes al grupo P1 se podrán transportar con los pertenecientes al grupo P2 y P3, pero los productos de estos dos grupos no se podrán transportar juntos. Además, se establece un nuevo grupo de compatibilidad para estos escenarios el cual se denomina P4 y al que pertenecen productos químicos que son incompatibles con los del grupo P2, pero compatibles con los del grupo P3 y P1 debido a que en este último grupo (P1) están los productos que son clasificados como no peligrosos para su transporte terrestre de acuerdo a la ONU.

5.1.1 Análisis del tiempo computacional en el algoritmo exacto

Para evaluar el algoritmo exacto en términos de costo computacional (tiempo), se presentan 5 escenarios, en los que se varía el tamaño en términos de clientes y productos. En estos escenarios se observará los tiempos de computación con relación al tamaño de las instancias.

A continuación, se presentan los resultados de estos escenarios, indicando para cada uno el número de clientes, número de vehículos utilizados, número de agrupaciones de productos químicos de las cuales puede pedir productos un cliente y finalmente una gráfica que muestra el comportamiento del tiempo de ejecución en relación al incremento del número de clientes.

Para estos escenarios al igual que para el problema caso de estudio cada producto será tratado como un nodo por lo que es importante recordar como se explica en los capítulos 3 y 4, que, al tratarse cada producto como un nodo, muestra como un cliente es visitado más de una vez, debido a que un cliente pide distintos productos que presentan restricciones de compatibilidad. Lo anterior con el fin de no llevar productos incompatibles en un mismo vehículo.

El primer escenario corresponde a una instancia pequeña pues se trabaja con 6 clientes, donde cada uno puede pedir productos pertenecientes a las diferentes agrupaciones de productos químicos explicadas anteriormente (P1, P2, P3 y P4).

Tabla 13 Resultados primer escenario

Agrupaciones	N° Vehículos	N° Clientes	N° Nodos	Tiempo (s)
P1,P2,P3,P4	4	6	20	47,3

Fuente: Elaboración propia

En el segundo escenario se varía a 7 el número de clientes aumentando a 26 nodos.

Tabla 14 Resultados segundo escenario

Agrupaciones	N° Vehículos	N° Clientes	N° Nodos	Tiempo (s)
P1,P2,P3,P4	4	7	26	81

Fuente: Elaboración propia

En este caso todos los clientes piden productos pertenecientes a las 4 agrupaciones (P1, P2, P3 y P4) excepto el cliente 1 y 5 que solo piden productos pertenecientes a los grupos P1, P2 y P3.

El tercer escenario es intermedio pues son 10 los clientes y 38 los nodos con los que se trabaja en esta instancia.

Tabla 15 Resultados tercer escenario

Agrupaciones	N° Vehículos	N° Clientes	N° Nodos	Tiempo (s)
P1,P2,P3,P4	4	10	38	1440

Fuente: Elaboración propia

En el cuarto escenario los clientes pueden pedir productos de las 4 agrupaciones y corresponden a un total de 11 clientes con 42 nodos.

Tabla 16 Resultados cuarto escenario

Agrupaciones	N° Vehículos	N° Clientes	N° Nodos	Tiempo (s)
P1,P2,P3,P4	4	11	42	3390

Fuente: Elaboración propia

Finalmente se presenta el último escenario, el cual representa a 12 clientes y 44 nodos.

Tabla 17 Resultados quinto escenario

Agrupaciones	N° Vehículos	N° Clientes	N° Nodos	Tiempo (s)
P1,P2,P3,P4	4	12	44	3600

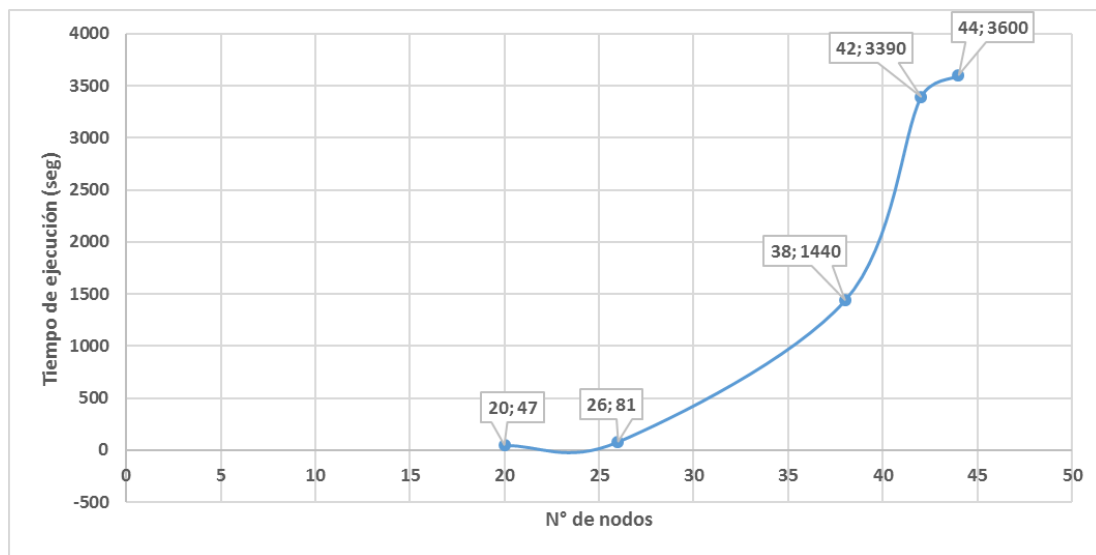
Fuente: Elaboración propia

Es de resaltar que las tablas presentadas muestran como los clientes de cada instancia piden productos de cada una de las 4 agrupaciones de productos

químicos, explicadas con anterioridad y que la flota usada corresponde a 4 vehículos cada uno de la misma capacidad.

A través de los resultados del modelo en NEOS, gráficamente se puede observar de acuerdo a la línea de tendencia como el tiempo de ejecución aumenta a medida que el tamaño de la instancia crece en términos de clientes y, por ende, de productos. Ver Figura 4.

Figura 4 Tiempo de ejecución vs N° de nodos



Fuente: Elaboración propia

Al trabajar en estos escenarios con 4 vehículos y variando la cantidad de clientes a ser atendidos, se observa como al correr un escenario de 13 clientes (50 nodos a ser visitados distribuidos geográficamente en 13 ubicaciones) no se obtuvo respuesta después de 5 horas de ejecución del modelo en NEOS, los resultados obtenidos quedaron representados en un error que se traduce en “su trabajo finalizó porque excedió el tiempo máximo asignado para un trabajo” NEOS. Lo anterior indica que llega el momento en que los tiempos computacionales son tan grandes que el algoritmo exacto en términos de tiempo no es eficiente para encontrar la solución.

5.1.2 Análisis del GAP

Las variaciones realizadas a cada uno de los escenarios en el algoritmo exacto se efectuaron en el algoritmo de los ahorros, es decir, que tendrá en cuenta los mismos parámetros y la misma cantidad de clientes a ser visitados en cada escenario con

el objetivo de realizar una comparación entre los dos métodos de solución y analizar el GAP o porcentaje de desviación con respecto al algoritmo exacto. Para todas las instancias al igual que las ejecutadas en el servidor NEOS, se mantiene constante el número de vehículos y la cantidad de agrupaciones de productos químicos (P1, P2, P3 y P4).

Se efectúa el algoritmo de los ahorros para cada uno de los escenarios descritos anteriormente, los cuales fueron también ejecutados en el programa NEOS. De esta manera en la tabla que se muestra a continuación, se presentan los resultados de la función objetivo (distancia total) de cada uno de los escenarios, estos resultados corresponden al algoritmo exacto y al algoritmo de los ahorros. Además, se presenta el GAP porcentaje de error, el cual se obtiene mediante la siguiente relación: (solución lograda - solución óptima) / solución óptima.

Tabla 18 Comparación función objetivo

Escenarios	Distancia Total (km)		GAP (km)	GAP %
	Algoritmo exacto	Algoritmo de los ahorros		
Primer escenario	185	185	0	0%
Segundo escenario	210	210	0	0%
Tercer escenario	315	315	0	0%
Cuarto escenario	327	332	5	1,5%
Quinto escenario	329	335	6	1,8%

Fuente: Elaboración propia

De la descripción de los escenarios en la sección del análisis del tiempo computacional se observa que, así como los tiempos de ejecución van aumentando del primer escenario al quinto a razón del aumento del tamaño de la instancia en términos de clientes y productos, también las distancias recorridas incrementan tanto para el algoritmo exacto como para la heurística. Ver Tabla 18.

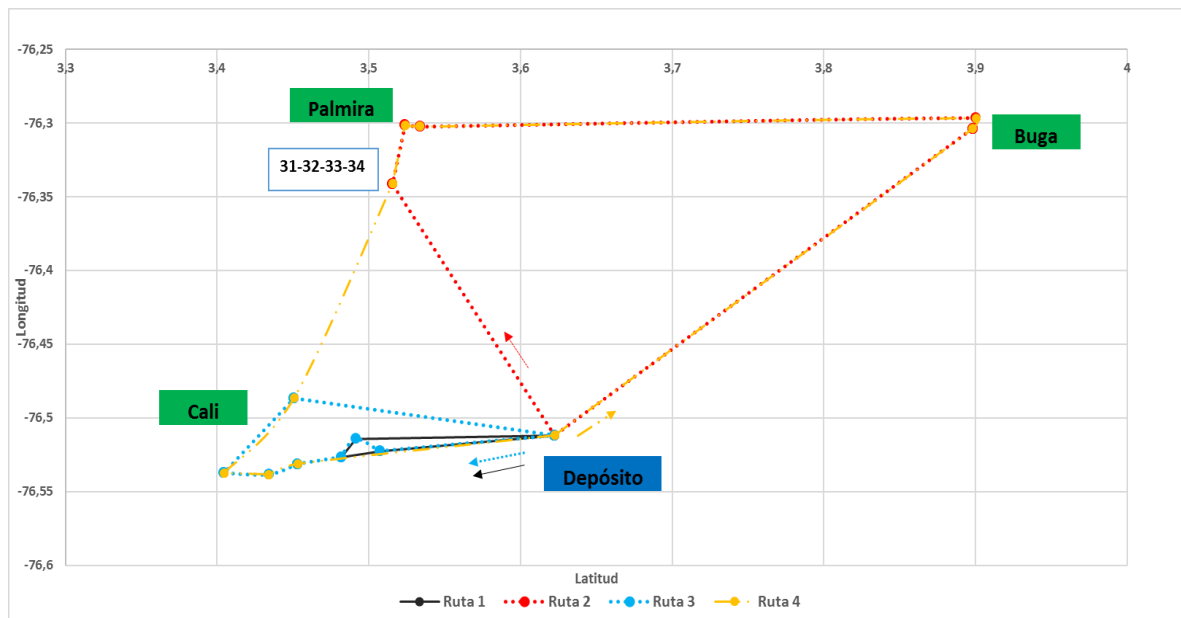
Como se observa la distancia total para cada uno de los 3 primeros escenarios es la misma tanto en el algoritmo exacto como en el algoritmo de los ahorros, ya para el cuarto y quinto escenario donde las instancias son más grandes a razón de clientes y productos la heurística empieza alejarse de la solución óptima con un GAP del 1,5 % para el cuarto escenario que corresponde a la instancia de 11 clientes (42 nodos) y del 1,8% para el quinto escenario que corresponde a la instancia de 12 clientes (44 nodos). Como se observó con la presentación de los tiempos de ejecución para cada escenario, se llega a un escenario que corresponde a una instancia de 13 clientes (50 nodos) donde no se obtuvo resultados ejecutando el modelo en NEOS, lo que indica que es necesario un método de solución alternativo, el cual para este caso fue el del algoritmo de los ahorros mostrando evidentemente que genera resultados de muy buena calidad pues en el caso de los

3 primeros escenarios se llega al óptimo arrojado por NEOS, además según Melián & Pérez (2003) aunque no garantice la solución óptima en instancias más grandes, encuentra soluciones de alta calidad.

5.1.3 Análisis de las rutas para el quinto escenario

Para efectos de observar gráficamente qué cambios se presentan al implementar el algoritmo de los ahorros con respecto al exacto, se presenta el recorrido de los cuatro vehículos para la instancia más grande, en este caso la del quinto escenario (12 clientes y 44 nodos). Se presentan además en la sección de anexos las gráficas obtenidas del primer escenario (Ver anexos 9 y 10).

Figura 5 Recorrido para 4 vehículos algoritmo exacto



Fuente: Elaboración propia

Se observa en la Figura 5 que los clientes son visitados por más de un vehículo. Tal es el caso del vehículo de la ruta 2 que visita todas las ubicaciones que recorre el vehículo de la ruta 4, por lo que los clientes que el primero visite corresponderán a clientes que serán visitados por segunda vez.

Ejemplo de lo dicho anteriormente, es el cliente ubicado en la ciudad de Palmira cuyas coordenadas de ubicación son (3.5156723, -76.3412724) y tiene asignados los nodos 31,32,33 y 34 (Ver anexo 11 – Información quinto escenario). El vehículo de la ruta 2 inicia su recorrido visitando los nodos 33 – 34 con productos P3 y P4

mientras que el vehículo de la ruta 4 tiene asignado los nodos 31 – 32, con productos P1 y P2. Los dos vehículos visitan al cliente, cumpliendo con la entrega del pedido y las restricciones de compatibilidad.

Como se observó en la Tabla 18, el resultado de la función objetivo para el algoritmo de los ahorros en el quinto escenario es mayor al óptimo, esto obedece a una asignación de nodos a las rutas cada vez más distinta a la presentada en el algoritmo exacto, a medida que aumenta el número de clientes a ser visitados. En la Tabla 19 se presentan las agrupaciones formadas por ambos métodos para el escenario en cuestión:

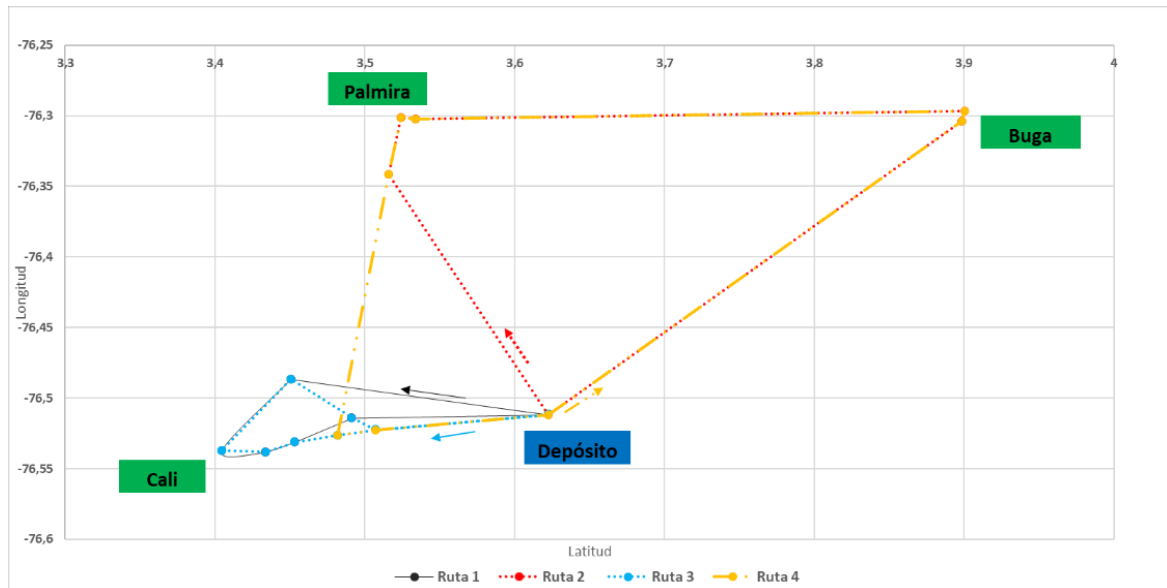
Tabla 19 Agrupación de nodos a las rutas por método

Rutas	Algoritmo exacto	Algoritmo de los ahorros
	Nodos visitados	Nodos visitados
Ruta 1	0-2-1-24-23-5-4-0	0-16-17-9-21-20-13-12-1-2-0
Ruta 2	0-34-33-29-30-37-38-44-42-41-39-0	0-34-33-30-29-27-35-38-37-44-41-39-42-0
Ruta 3	0-7-6-3-25-26-14-12-15-22-11-10-18-19-16-0	0-6-3-19-18-11-8-10-22-15-14-26-25-7-0
Ruta 4	0-40-43-36-35-28-27-32-31-17-9-8-21-20-13-0	0-40-43-36-28-32-31-23-24-4-5-0

Fuente: Elaboración propia

Lo anterior indica que las rutas a realizar por los cuatro vehículos serán distintas en la solución arrojada por la heurística respecto al método exacto, haciendo que aumente o disminuya el recorrido de algunos vehículos y cambie el porcentaje de utilización de la capacidad en cada uno de estos. A continuación, se presenta la Figura 6 con la solución dada por la heurística:

Figura 6 Recorrido para 4 vehículos algoritmo de los ahorros



Fuente: Elaboración propia

En el recorrido de los vehículos para la heurística, se observa que se presentan fenómenos parecidos respecto al recorrido generado por la solución del exacto, como el que un cliente sea visitado por más de un vehículo con el fin de que se le entregue el pedido completo y se puedan cumplir las restricciones de los productos.

5.1.4 Análisis de la asignación por grupos de productos para el quinto escenario

Se realiza un análisis del quinto escenario para cada método en relación a cómo se efectuó la agrupación de los productos químicos teniendo en cuenta las restricciones de compatibilidad en cada ruta y la proporción de productos que corresponde a cada tipo (P1, P2, P3 y P4) respecto al total demandado de cada uno.

Los porcentajes que se muestran en las Figuras 7 y 8 se calculan con base en la cantidad total demandada de cada tipo de producto P1, P2, P3 y P4 por parte de los 12 clientes del quinto escenario y en el valor de la cantidad demandada de cada tipo de producto asignada en las rutas. Ver Tabla 20 y 21.

Tabla 20 Cantidad demandada por tipo de Producto algoritmo exacto

Algoritmo exacto								
Ruta	Cantidades demandadas (kg)							
	P1	% P1	P2	% P2	P3	% P3	P4	% P4
Ruta 1	1780	44%	1395	32%	0	0%	0	0%
Ruta 2	264	7%	0	0%	1349	31%	1302	55%
Ruta 3	429	11%	0	0%	2985	69%	1064	45%
Ruta 4	1562	39%	2923	68%	0	0%	0	0%
Total	4035	100%	4318	100%	4334	100%	2366	100%

Fuente: Elaboración propia

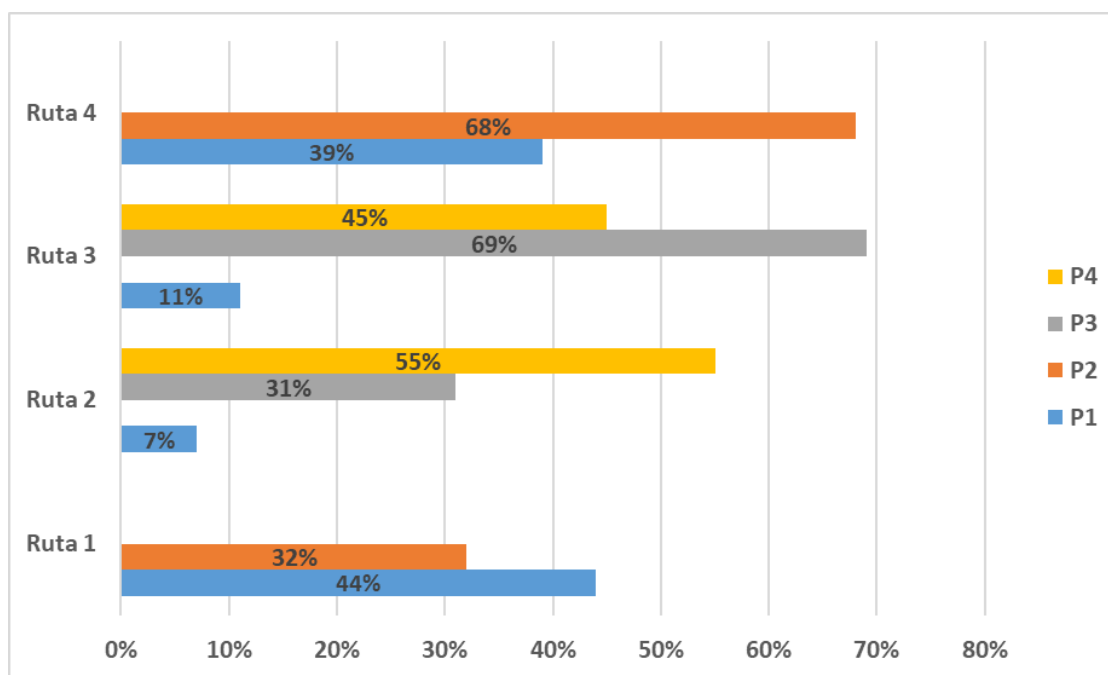
Tabla 21 Cantidad demandada por tipo de Producto algoritmo de ahorros

Algoritmo de los ahorros								
Ruta	Cantidades demandadas (kg)							
	P1	% P1	P2	% P2	P3	% P3	P4	% P4
Ruta 1	1554	39%	2041	47%	0	0%	0	0%
Ruta 2	726	18%	0	0%	1349	31%	1302	55%
Ruta 3	96	2%	0	0%	2985	69%	1064	45%
Ruta 4	1659	41%	2277	53%	0	0%	0	0%
Total	4035	100%	4318	100%	4334	100%	2366	100%

Fuente: Elaboración propia

Debido a la variación presentada en la función objetivo (distancia total) para los dos métodos en el quinto escenario (Ver Tabla 18) se busca observar qué tanto cambió la solución desde el punto de vista de la asignación de los tipos de producto (P1, P2, P3 y P4) en las rutas. A continuación, se muestra los porcentajes de los tipos de producto que se asignan a cada ruta (Ver Figura 7 y 8).

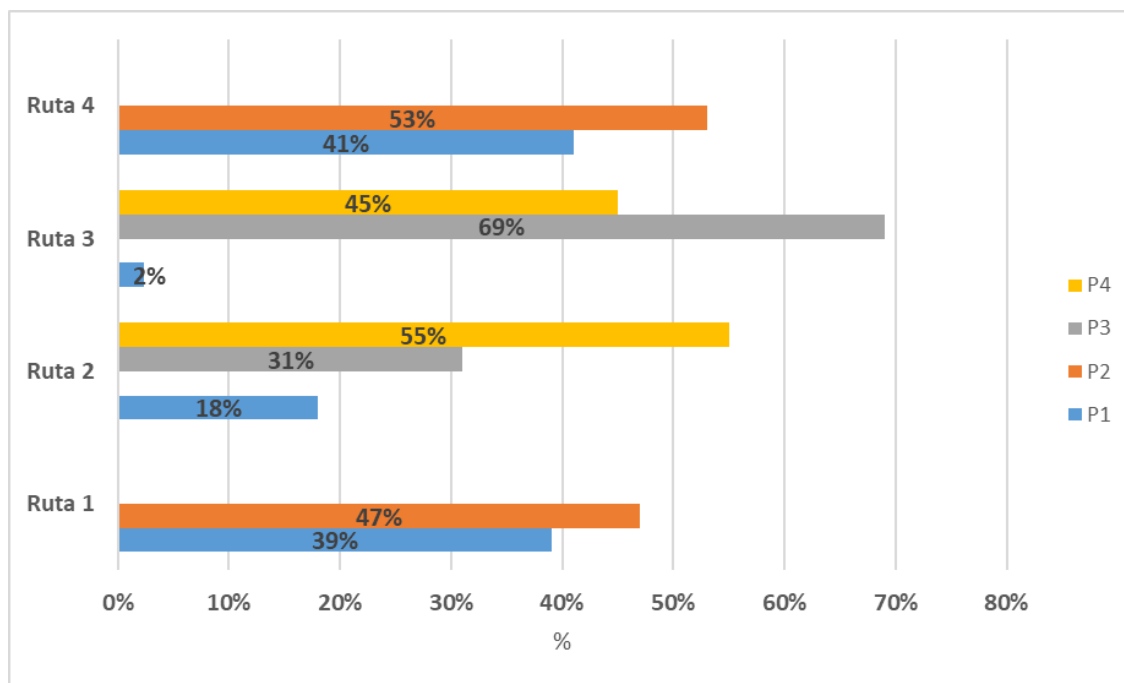
Figura 7 Agrupación por tipo de producto – algoritmo exacto



Fuente: Elaboración propia

En la Figura 7 se observa como el modelo determina que en la ruta 1 y 4 se deben asignar productos de los grupos P1 y P2 mientras que en las rutas 2 y 3 se asignan productos de los grupos P3 y P4. Esta misma asignación de los tipos de producto se presenta también en el algoritmo de los ahorros (Ver Figura 8), destacando que en ambos métodos se prefiere asignar la mayor proporción de los productos del grupo P1 a las rutas que tienen productos del P2.

Figura 8 Agrupación por tipo de producto – algoritmo de los ahorros



Fuente: Elaboración propia

Un comportamiento importante a destacar en ambos métodos es que para las rutas 2 y 3 donde se asignó productos de los grupos P1, P3 y P4, se presenta el mismo porcentaje de participación sobre el total de demanda de P3 y P4. Nótese en la ruta 2 y 3 para cada método (ver Figuras 7 y 8), cómo el porcentaje que corresponde a los productos del grupo P3 es del 31% en la ruta 2 y 69% en la ruta 3, lo mismo ocurre con los productos del grupo P4.

Al evidenciar como el porcentaje de los productos del grupo P3 y P4 en las rutas 2 y 3 es el mismo en ambos métodos se identifica que tanto en la solución dada por el modelo en NEOS como en el algoritmo de ahorros, se asignaron los mismos nodos correspondientes a los productos de los grupos P3 y P4, esto para cada ruta que lleva este tipo de productos. Se presenta a modo de ejemplo la agrupación de los productos de la ruta 2 para ambos métodos en las tablas 22 y 23.

Tabla 22 Agrupación ruta 2 algoritmo exacto

Nodos	Tipo de producto
34	P4
33	P3
29	P3
30	P4
37	P3
38	P4
44	P3
42	P1
41	P3
39	P1

Elaboración propia

Tabla 23 Agrupación ruta 2 algoritmo de los ahorros

Nodos	Tipo de producto
34	P4
33	P3
30	P4
29	P3
27	P1
35	P1
38	P4
37	P3
44	P3
41	P3
39	P1
42	P1

Fuente: Elaboración propia

Como se observa para la ruta 2, en ambos métodos los productos de tipo P3 y P4 son los mismos. Nótese que los productos que pertenecen al grupo P3 son el 33, 29, 37, 44 y 41 tanto en el algoritmo exacto como en el de ahorros, comportamiento que se repite para los productos de tipo P4.

5.2 VARIACIÓN EN LAS UBICACIONES GEOGRÁFICAS

Con el fin de evaluar el impacto del posicionamiento geográfico de los clientes en el desempeño del modelo, se ejecutan una serie de escenarios manteniendo fijo los parámetros de capacidad de los vehículos (4,5 ton.) y los mismos grupos de productos químicos establecidos en el caso de estudio (P1, P2 y P3) con los criterios de compatibilidad ya definidos en el capítulo 3. El número de localizaciones geográficas van incrementando de un escenario al otro, debido a que un cliente corresponde a una ubicación geográfica.

Para estos escenarios, se ubicó el depósito en el centroide de las localizaciones geográficas del caso de estudio correspondiente a los 16 clientes (Ver Tabla 4) mediante el método del centro de gravedad, y para lo cual se tuvieron en cuenta las coordenadas de latitud y longitud, así como el aporte en términos de demanda de productos que solicita cada cliente del caso de estudio, obteniendo la siguiente ubicación para el nuevo depósito:

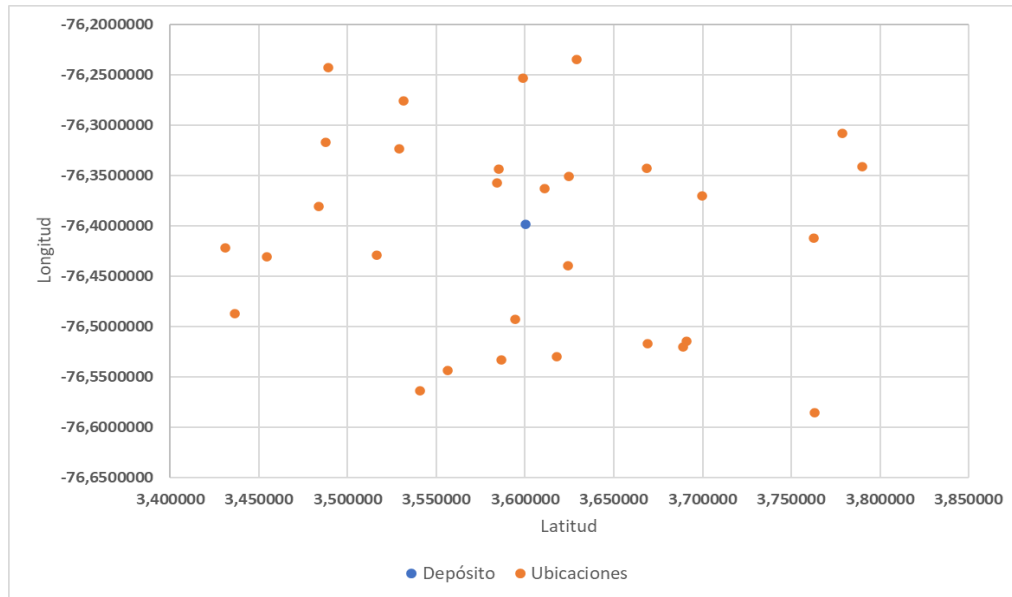
Tabla 24 Ubicación del nuevo depósito

	Latitud	Longitud
Depósito (CENTROIDE)	3,60004216	-76,39865191

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente se generaron en Excel ubicaciones aleatorias alrededor del depósito con la finalidad de lograr una distribución geográfica distinta a la del caso de estudio y en condiciones más genéricas. De esta forma, se obtiene la ubicación de 28 clientes los cuales constituirán los escenarios que se presentarán más adelante. En la Figura 9 se puede observar que los clientes están dispersos alrededor del depósito y no agrupados por ciudad como se presentaba en el caso de estudio.

Figura 9 Distribución geográfica aleatoria



Fuente: Elaboración propia

Estos escenarios no se ejecutaron en el servidor NEOS sino en el software de modelación matemática AMPL junto con el Solver Gurobi mediante la adquisición de una licencia de prueba, en un computador con un procesador Intel(R) Core(TM) i5-6200U CPU @ 2.30 GHz 2.40 GHz, 6 gigas de RAM y sistema operativo Windows 10 Pro.

Para evaluar el modelo, se definieron 6 diferentes escenarios, estableciendo como criterio de parada del algoritmo, un tiempo máximo de ejecución de 12 horas en AMPL. A continuación, se presentan las características de los escenarios ejecutados indicando en cada uno el número de clientes y los grupos de productos químicos de los cuales puede pedir productos un cliente.

Tabla 25 Características de los escenarios

Escenario	Agrupaciones	N° Vehículos	N° Clientes	N° Nodos
Primer escenario	P1,P2,P3	2	5	15
Segundo escenario	P1,P2,P3	2	10	30
Tercer escenario	P1,P2,P3	2	15	45
Cuarto Escenario	P1,P2,P3	3	20	60
Quinto Escenario	P1,P2,P3	3	25	75
Sexto escenario	P1,P2,P3	3	28	84

Fuente: Elaboración propia

En el primer, segundo y tercer escenario se hace uso de 2 vehículos, ya para los siguientes tres escenarios se utilizan 3 vehículos. En cada uno de los escenarios, cada cliente pide productos pertenecientes a las tres agrupaciones ya mencionadas anteriormente (P1, P2 y P3).

Cabe aclarar que se analiza solamente hasta el escenario de 28 clientes (84 nodos distribuidos geográficamente en 28 ubicaciones) debido a que su tiempo de ejecución en AMPL fue de 31976,4 segundos o aproximadamente 9 horas, mientras que, para la instancia de 29 clientes, el tiempo de ejecución fue de 16 horas en comparación con las 12 que se estipularon como tiempo límite.

A continuación, se muestran los resultados de cada uno de los escenarios presentados en la Tabla 25. Esos resultados corresponden a la función objetivo del algoritmo exacto y de los ahorros, además se muestra el porcentaje de error GAP.

Tabla 26 Resultados Algoritmo exacto y de ahorros

Escenarios	Distancia Total (km)		GAP (Km)	GAP %
	Algoritmo exacto	Algoritmo de los ahorros		
Primer escenario	204	204	0	0,0%
Segundo escenario	235	235	0	0,0%
Tercer escenario	267	267	0	0,0%
Cuarto Escenario	342	347	5	1,46%
Quinto Escenario	358	361	3	0,84%
Sexto escenario	372	375	3	0,81%

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la Tabla 26, la distancia total para cada uno de los 3 primeros escenarios es la misma tanto en el algoritmo exacto como en el algoritmo de los ahorros, ya para el cuarto, quinto y sexto escenario empieza a existir un GAP, siendo este del 1,46 % para el cuarto escenario que corresponde a la instancia de 20 clientes (60 nodos), del 0,84% para el quinto escenario que corresponde a la instancia de 25 clientes (75 nodos) y del 0,81% para el sexto escenario que corresponde a la instancia de 28 clientes (84 nodos).

En este punto se observa como para instancias con un mayor número de localizaciones la heurística se adapta muy bien, pues se obtienen porcentajes de error muy pequeños, además se encuentran por debajo de los obtenidos en los escenarios en los que se incrementaron los grupos de productos.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se diseñó un método para la programación de las rutas de transporte de productos químicos que presentan restricciones de compatibilidad, a través de la adaptación del problema a un modelo de programación lineal entera mixta PLEM y usando el servidor NEOS. Los resultados muestran que este modelo se adapta bien a las restricciones que se quieren cumplir para un conjunto de clientes que requieren productos químicos de diferentes grupos de compatibilidad, lo que se atribuye al desarrollo de la matriz de compatibilidad entre parejas de productos, parámetro de entrada que garantiza el cumplimiento de las compatibilidades.

Debido a la complejidad de los problemas de Ruteo de vehículos VRP para encontrar una solución óptima en instancias de gran dimensión y de acuerdo a la revisión de literatura, se desarrolló el algoritmo de los Ahorros de Clarke & Wright el cual se adapta a las condiciones presentadas en la formulación matemática. Los resultados de esta heurística para el problema caso de estudio generan la misma asignación por tipos de producto en las rutas que el algoritmo exacto, lo que comprueba que la heurística obedece a las compatibilidades de los productos.

Es interesante observar cómo el modelo presenta mayor nivel de criticidad al aumentar un grupo de compatibilidad que incrementando el número de ubicaciones correspondiente a más clientes. Esto en relación a la velocidad computacional del algoritmo exacto, pues para el caso de estudio donde se tienen 3 grupos de compatibilidad se presenta un tiempo de ejecución de 1135 segundos, mientras que en el quinto escenario donde se tienen 4 grupos de compatibilidad se presenta un tiempo de ejecución de 3600 segundos, aumentando el tiempo en 68,5% debido al aumento de 1 grupo de compatibilidad. Además de resaltar que en el caso de estudio el número de clientes que corresponde a las ubicaciones geográficas es mayor con 16 clientes que en el quinto escenario con 12 clientes, evidenciando que la complejidad computacional del modelo tiende a darse a razón del aumento de los grupos de compatibilidad. Esta complejidad limita el número de ubicaciones que se pueden establecer en un problema, por lo menos en el quinto escenario como se observa el aumento de 1 solo grupo de compatibilidad restringe el problema a disminuir en un 25% los clientes aún contando con cuatro vehículos para efectuar de diferentes formas la asignación de los nodos.

También se observa cómo el resultado de la heurística cuando es más cercano al óptimo obedece en mayor medida a tener un número menor de grupos de compatibilidad de productos químicos, pues para el caso de estudio la solución estuvo alejada del óptimo en 1% mientras que en el quinto escenario de la variación de grupos de productos estuvo alejada en 1,8%.

La heurística desarrollada permitió además obtener soluciones muy cercanas a la óptima con respecto al algoritmo exacto, pues se lograron excelentes resultados en donde en algunos escenarios se alcanzó inclusive el óptimo. Lo anterior se evidencia en los resultados del GAP, pues este error estuvo entre el 0,81% y el 1,46% para los escenarios en los que se variaron las ubicaciones geográficas, y entre el 1,5% y el 1,8% para los escenarios en los que se aumentó un grupo de compatibilidad.

Los resultados obtenidos pueden servir como punto de partida para investigaciones futuras en el tema, esto debido a que los trabajos que se encuentran en la literatura respecto al problema de ruteo de vehículos con conflictos (VRPC) son muy pocos y el presente trabajo logra adecuar la variante a nuestro problema caso de estudio, dejando así las bases para desarrollar heurísticas y metaheurísticas que permitan obtener soluciones más cercanas a la óptima.

Por otro lado, a futuro se puede implementar el algoritmo de los ahorros en un lenguaje de programación que permita resolver el problema de diseño de rutas de vehículos para productos químicos en tiempos computacionales cortos y para un mayor número de grupos de compatibilidad.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Ballou, R. (2004). *Decisiones sobre políticas de inventarios. Logística. Adm. la cadena Suminist.* <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Cecilia, A., & Colunga, C. (2012). Vulnerabilidad de las carreteras por el transporte de materiales y residuos peligrosos Cecilia, A., & Colunga, C. (2012). Vulnerabilidad de las carreteras por el transporte de materiales y residuos peligrosos, (364)., (364).
- Erkut, E. (2007). Hazardous Materials Transportation, 14(06). [https://doi.org/10.1016/S0927-0507\(06\)14009-8](https://doi.org/10.1016/S0927-0507(06)14009-8)
- Hamdi-dhaoui, K., Labadie, N., & Yalaoui, A. (2011). *The Vehicle Routing Problem with Conflicts. IFAC Proceedings Volumes* (Vol. 44). IFAC. <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.01565>
- Hamdi, K. (2014). An Iterated Local Search for the Vehicle Routing Problem with an iterated local search for the vehicle routing, (May).
- Hamdi, K., Labadie, N., & Yalaoui, A. (2014). Vehicle Routing Problem for Hazardous Materials Transportation : An Overview ., 632–636.
- Jansen, K. (1999). An Approximation Scheme for Bin Packing with Conflicts *, 377(20244), 363–377.
- Ministerio de Ambiente. (2015). Guías Ambientales de Almacenamiento y Transporte.
- Olivera, A. (2004). Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos.
- Pérez V., G. J. (2005). La Infraestructura Del Transporte Vial Y La Movilización De Carga En Colombia. *Banco De La Republica*, (64), 73.
- Naciones Unidas. (2011). *Transporte de mercancías peligrosas*.
- Toth, P., & Vigo, D. (Eds.). (2002). The vehicle routing problem. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Suratep (2002). *Transporte de sustancias químicas por carretera*. 1–22.

- Jeřábek, K., Majercak, P., Klietk, T., & Valaskova, K. (2016). Application of Clark and Wright's Savings Algorithm Model to Solve Routing Problem in Supply Logistics. *Nase More*, 63(3), 115–119. <https://doi.org/10.17818/NM/2016/SI7>
- Ivan, J., Rave, P., Patricia, G., & Álvarez, J. (2012). *Espacio literario relevante sobre el problema del vendedor viajero (TSP) : contenido , clasificación , métodos y campos de inspiración*.
- Achuthan, N., & Caccetta, L. (1991). Integer linear programming formulation for a vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 86-89.
- Melián, B., Pérez, J., & Vega, J. (2003) *Metaheurística: Una visión global*. 7(19), 0.
- Lysgaard, J. (1997). Clarke & Wright Algoritmo de Ahorros. Departamento de Ciencias de la Gestión y Logística, la Aarhus School of Business.
- Amaya Jaramillo, C. D., & Carrera Chicaiza, D. P. (2010). *Sistema de monitoreo pasivo para vehículos mediante GPS* (Bachelor's thesis, QUITO/EPN/2010).

8. ANEXOS

Anexo 1 Matriz de compatibilidad de la ONU

TABLA DE COMPATIBILIDAD PARA ALMACENAMIENTO DE PRODUCTOS QUIMICOS

IDENTIFICACIÓN DE PELIGRO			Líquido inflamable	Sólido inflamable	Experimentan calentamiento espontáneo	Contacto con el agua reaccionan	Líquido comburente	Sólido comburente	Peroxido Orgánico	Corrosivos (S)	Corrosivos (L)	Tóxico agudo (S)	Tóxico agudo (L)	Tóxico crónico (S)	Tóxico crónico (L)	Peligro ambiental	Sustancias Peligrosas Varías	Nocivo Irritante (S)	Nocivo Irritante (L)	
Líquido inflamable																				
Sólido inflamable																				
Experimentan calentamiento espontáneo																				
Contacto con el agua reaccionan																				
Líquido comburente																				
Sólido comburente																				
Peroxido Orgánico																				
Corrosivos (S)																				
Corrosivos (L)																				
Sustancias tóxicas efecto agudo (S)																				
Sustancias tóxicas efecto agudo (L)																				
Sustancias tóxicas efecto crónico (S)																				
Sustancias tóxicas efecto crónico (L)																				
Sustancias peligrosas para el ambiente																				
Sustancias Peligrosas Varías																				
Nocivo/Irritante (S)																				
Nocivo/Irritante (L)																				

Se pueden almacenar juntos

Revisar las secciones 7 y 10 de hoja de seguridad del producto químico

Almacenar separados. Se debe almacenar separados por muros o a una distancia

L= Sustancias en estado Líquido

S= Sustancias en estado Sólido

MEJORA & SOLUCIONES

Anexo 2 Matriz de compatibilidad caso de estudio

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44							
1	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
2	0	.	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0					
3	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
4	0	0	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0				
5	0	1	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0				
6	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
7	0	0	0	0	1	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0				
8	0	1	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1			
9	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
10	0	0	0	0	1	0	0	1	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0				
11	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1			
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
13	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	.	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0			
14	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	.	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1			
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
16	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	.	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
18	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0			
19	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1			
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
21	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	.	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
22	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1			
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
24	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	.	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0			
25	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1			
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
27	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	.	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0			
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
29	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0		
30	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
32	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
33	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
35	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
36	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
38	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
39	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	.	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
41	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1																																					

Anexo 3 Código archivo modelo en AMPL- Parte A

```
param N integer > 2; # Numero de nodos
set NODOS ordered := {1..N}; # Conjunto de nodos ordenados

param k >=0, integer; # Número de vehículos
set M := {1..k}; # Vehículos t

set R ordered:= {0..N};
#conjunto de nodos ordenados

param CAP>=0 ; #Capacidad del vehículo (flota homogenea) t

param C{i in R, j in R: i<>j}>=0; #costo del arco formado por el nodo i al nodo j

param D{i in NODOS}>=0; # Demanda de i

param I{i in NODOS, j in NODOS: i<>j}>=0; # 1 si i es incompatible con j, 0 de lo contrario

#DEFINICION DE VARIABLES DE DECISIÓN

var x {i in R,j in R, t in M: i<>j} binary;
#Variable que indica si se asigna el vehiculo t para ir de i a j

var y {i in NODOS, t in M} binary;
#Variable que indica si el vehiculo t fue asignado al nodo i, o de lo contrario

var F{i in R, j in NODOS, t in M: i<>j}>=0;
# Variable de flujo

#FUNCION OBJETIVO

minimize Distancia:
sum{i in R,j in R, t in M: i <> j}C[i,j]*x[i,j,t];
#Minimiza la distancia total de viaje

#RESTRICCIONES

subject to salida {j in NODOS, t in M}:
sum{i in R:i<>j} x[i,j,t] = y[j,t];
#Visita desde un nodo i hasta un nodo j
```

Anexo 4 Código archivo modelo en AMPL- Parte B

```

subject to entrada {i in NODOS, t in M}:
sum{j in R: i<>j} x[i,j,t] = y[i,t];
#Visita desde un nodo j hasta un nodo i

subject to entrada_deposito {j in R, t in M: j=0}:
sum{i in R: i<>j} x[i,j,t]=1;

subject to salida_deposito {i in R, t in M: i=0}:
sum{j in R: i<>j} x[i,j,t]=1;

# Los vehículos que salgan del depósito deben regresar al mismo

subject to Demveh {i in NODOS}:
sum{t in M} y[i,t]=1;
#solo un vehículo visita al nodo i

subject to balance_flujo{f in R, t in M: f<>0}:
sum{i in R: i<>f} x[i,f,t]=sum{j in R: j<>f} x[f,j,t];
#Si un vehículo entra a un nodo tiene que salir de este

subject to incompatibilidad {i in NODOS, t in M}:
sum{j in NODOS: i<>j} I[i,j]*y[j,t] <= N*(1- y[i,t]);
#No se pueden llevar dos productos incompatibles en un mismo vehículo

subject to Capacidad {t in M}:
sum{i in NODOS} D[i]*y[i,t]<=CAP;
#Lo que se asigne a un vehículo no debe superar su capacidad

#RESTRICCIONES DE ENTREGA

#1
subject to flujoE1{i in R, j in NODOS, t in M: i<>j}:
F[i,j,t]<=N*x[i,j,t];

#2
subject to flujoE2{j in NODOS, t in M}:
sum{l in NODOS: j<>l} F[j,l,t]-sum{i in R: i<>j} F[i,j,t]=-y[j,t];

#3
subject to flujoE3{t in M}:
sum{j in NODOS} F[0,j,t]=sum{j in NODOS} y[j,t];

```

Anexo 5 Resultados para caso de estudio en NEOS

```

*****
RESULTADOS DEL PROBLEMA VRP
*****

DISTANCIA TOTAL =      303.0

Arcos a establecer =

x[*,*,1]
: 0 1 2 4 7 9 10 13 :=
0 . 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
1 0.0 . 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
4 0.0 1.0 0.0 . 0.0 0.0 0.0 0.0
7 0.0 0.0 0.0 0.0 . 0.0 0.0 1.0
10 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 . 0.0
16 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0
18 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0
34 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0

: 16 18 21 24 26 27 29 31 :=
2 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
9 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
13 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0
21 1.0 0.0 . 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
24 0.0 0.0 0.0 . 0.0 0.0 1.0 0.0
26 0.0 0.0 0.0 1.0 . 0.0 0.0 0.0
27 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 . 0.0 0.0
29 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 . 1.0

: 32 34 35 38 41 44 :=
31 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
32 . 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0
35 0.0 1.0 . 0.0 0.0 0.0
38 0.0 0.0 0.0 . 0.0 1.0
41 0.0 0.0 1.0 0.0 . 0.0
44 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 .

[*,*,2]
: 0 3 5 6 8 11 12 14 :=
0 . 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
3 0.0 . 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
5 1.0 0.0 . 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
6 0.0 0.0 0.0 . 1.0 0.0 0.0 0.0
12 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 . 0.0
14 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 .
19 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
22 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0

: 15 17 19 20 22 :=
8 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
11 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0
15 . 0.0 0.0 1.0 0.0
17 0.0 . 1.0 0.0 0.0
20 0.0 0.0 0.0 . 1.0

[*,*,3]
: 0 23 25 28 30 33 36 37 :=
0 . 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0
25 0.0 1.0 . 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
28 0.0 0.0 0.0 . 1.0 0.0 0.0 0.0
30 0.0 0.0 1.0 0.0 . 0.0 0.0 0.0
33 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 . 0.0 0.0
36 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 . 0.0
37 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 .
39 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0

: 39 40 42 43 :=
23 0.0 1.0 0.0 0.0
40 0.0 . 1.0 0.0
42 0.0 0.0 . 1.0
43 1.0 0.0 0.0 .
;

```

Anexo 6 Matriz de ahorros

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43				
2	29																																														
3	26	26																																													
4	26	26	26																																												
5	26	26	26	26																																											
6	29	29	26	26	26																																										
7	29	29	26	26	26	49																																									
8	29	29	26	26	26	49	49																																								
9	29	29	26	26	26	38	38	38																																							
10	29	29	26	26	26	38	38	38	38																																						
11	29	29	26	26	26	38	38	38	38	38																																					
12	28	28	25	25	25	36	36	36	33	33	33																																				
13	28	28	25	25	25	36	36	36	33	33	33	39																																			
14	28	28	25	25	25	36	36	36	33	33	33	39	39																																		
15	29	29	26	26	26	42	42	42	38	38	38	34	34	34																																	
16	29	29	26	26	26	42	42	42	38	38	38	34	34	34	42																																
17	29	29	26	26	26	31	31	31	31	31	31	29	29	29	31	31																															
18	29	29	26	26	26	31	31	31	31	31	31	29	29	29	31	31	31																														
19	29	29	26	26	26	31																																									

Anexo 7 Código TSP

```
# Modelo MTZ para solución TSP

param N integer > 2; # Número de nodos
set Nodes ordered := {1..N}; # Conjunto de nodos ordenados
set Arcs := {i in Nodes, j in Nodes: i <> j}; # Conjunto de arcos formados por la unión de 2 nodos
param C{(i,j) in Arcs}; # Distancia del arco formado por el nodo i al nodo j
var x {(i,j) in Arcs} binary; # Variable que indica si el arco (i,j) se establece
var u {Nodes} >= 0; # Variable relacionada con los nodos

minimize Distancia: sum {(i,j) in Arcs} C[i,j]*x[i,j]; # Minimiza la distancia total de viaje

subject to Degree1 {i in Nodes}:
sum{(i,j) in Arcs} x[i,j]=1; # Cumplimiento de la visita desde un nodo

subject to Degree2 {i in Nodes}:
sum{(j,i) in Arcs} x[j,i]=1; # Cumplimiento de la visita desde un nodo

# Restricciones de Subtour
subject to NoSubtour1 {(i,j) in Arcs: i<>j and i>=2 and j>=2}:
u[i] - u[j] + N*x[i,j] <= N - 1;

subject to NoSubtour2 {i in Nodes: i >= 2}:
u[i] <= N - 1 - (N - 2)*x[1,i];

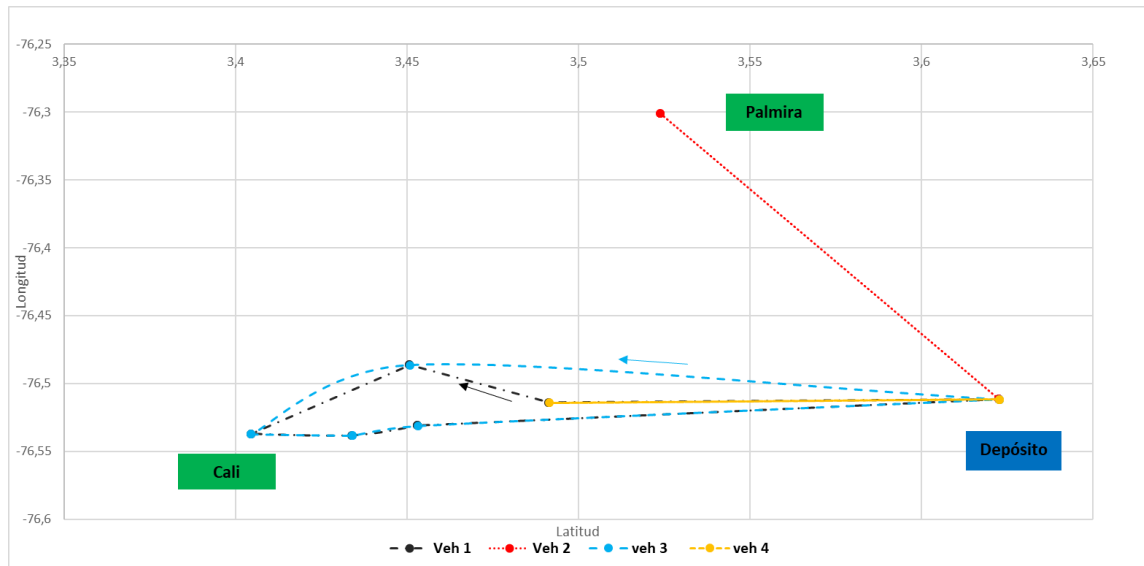
subject to NoSubtour3 {i in Nodes: i >= 2}:
u[i] >= 1 + (N - 2)*x[i,1];
```

Anexo 8 Ejemplo archivo de datos para TSP

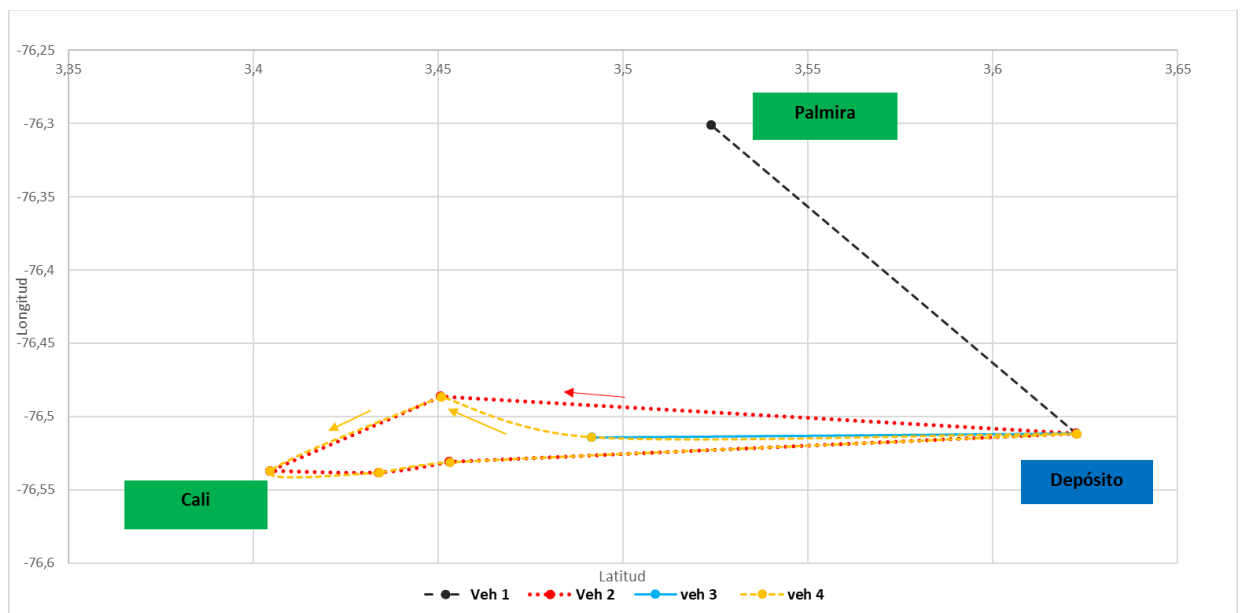
```
param N := 24;
param C := [*,*] :
```

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
.	39	39	39	39	39	39	38	25	26	25	24	22	22	21	16	19	19	24	21
39	.	0	0	0	1	1	41	42	41	40	43	43	58	53	54	56	61	58	58
39	0	.	0	0	1	1	41	42	41	40	43	43	58	53	54	56	61	58	58
39	0	0	.	0	0	1	41	42	41	40	43	43	58	53	54	56	61	58	58
39	0	0	0	.	0	1	41	42	41	40	43	43	58	53	54	56	61	58	58
39	1	1	0	0	.	1	41	42	41	41	43	43	58	53	54	56	61	58	58
38	1	1	1	1	1	.	41	42	41	40	43	43	58	52	54	56	61	58	57
25	41	41	41	41	41	41	.	1	0	1	5	5	28	26	22	27	30	28	30
26	42	42	42	42	42	42	1	.	1	2	5	5	28	25	22	27	29	28	30
25	41	41	41	41	41	41	0	1	.	1	5	5	28	26	22	27	30	28	30
24	40	40	40	40	41	40	1	2	1	.	4	4	28	25	22	26	29	28	29
22	43	43	43	43	43	43	5	5	5	4	.	0	24	21	18	22	25	24	26
22	43	43	43	43	43	43	5	5	5	4	0	.	24	21	18	22	25	24	26
21	58	58	58	58	58	58	28	28	28	24	24	.	5	6	2	3	0	3	
16	53	53	53	53	53	52	26	25	26	25	21	21	5	.	6	3	9	5	5
19	54	54	54	54	54	54	22	22	22	22	18	18	6	6	.	5	8	6	8
19	56	56	56	56	56	56	27	27	27	26	22	22	2	3	5	.	5	2	3
24	61	61	61	61	61	61	30	29	30	29	25	25	3	9	8	5	.	3	6
21	58	58	58	58	58	58	28	28	28	24	24	24	0	5	6	2	3	.	3
20	58	58	58	58	58	57	30	30	30	29	26	26	3	5	8	3	6	3	.
15	51	51	51	51	51	51	24	24	24	23	19	19	7	2	5	5	10	7	7
15	51	51	51	51	51	51	24	24	24	23	19	19	7	2	5	5	10	7	7
13	50	50	50	50	50	50	25	25	25	24	20	20	8	3	7	6	12	8	8
13	50	50	50	50	50	50	25	25	25	24	20	20	8	3	7	6	12	8	8

Anexo 9 Recorrido vehículos primer escenario – algoritmo exacto



Anexo 10 Recorrido vehículos primer escenario – algoritmo de los ahorros



Anexo 11 Información quinto escenario

CIUDAD	CLIENTE	Nodo	Tipo de producto	Coordenadas	
				x	y
YUMBO	Depósito	0	-	3,6226507	-76,5117597
YUMBO	1	1	P1	3,4914315	-76,5141102
		2	P2	3,4914315	-76,5141102
		3	P3	3,4914315	-76,5141102
YUMBO	2	4	P1	3,5071814	-76,5224695
		5	P2	3,5071814	-76,5224695
		6	P3	3,5071814	-76,5224695
		7	P4	3,5071814	-76,5224695
CALI	3	8	P1	3,4045554	-76,5372971
		9	P2	3,4045554	-76,5372971
		10	P3	3,4045554	-76,5372971
		11	P4	3,4045554	-76,5372971
CALI	4	12	P1	3,4531758	-76,5311794
		13	P2	3,4531758	-76,5311794
		14	P3	3,4531758	-76,5311794
		15	P4	3,4531758	-76,5311794
CALI	5	16	P1	3,4508178	-76,4865782
		17	P2	3,4508178	-76,4865782
		18	P3	3,4508178	-76,4865782
		19	P4	3,4508178	-76,4865782
CALI	6	20	P1	3,4340804	-76,5383417
		21	P2	3,4340804	-76,5383417
		22	P3	3,4340804	-76,5383417
CALI	7	23	P1	3,4819529	-76,5264782
		24	P2	3,4819529	-76,5264782
		25	P3	3,4819529	-76,5264782
		26	P4	3,4819529	-76,5264782
PALMIRA	8	27	P1	3,5240164	-76,3014797
		28	P2	3,5240164	-76,3014797
		29	P3	3,5240164	-76,3014797
		30	P4	3,5240164	-76,3014797
PALMIRA	9	31	P1	3,5156723	-76,3412724
		32	P2	3,5156723	-76,3412724
		33	P3	3,5156723	-76,3412724
		34	P4	3,5156723	-76,3412724
PALMIRA	10	35	P1	3,5337660	-76,3023519
		36	P2	3,5337660	-76,3023519
		37	P3	3,5337660	-76,3023519
		38	P4	3,5337660	-76,3023519
BUGA	11	39	P1	3,8981666	-76,3037077
		40	P2	3,8981666	-76,3037077
		41	P3	3,8981666	-76,3037077
		42	P4	3,8981666	-76,3037077
BUGA	12	43	P1	3,9004104	-76,2966291
		44	P2	3,9004104	-76,2966291