

RESÚMENES DE ARTÍCULOS, PROYECTOS Y TESIS

La revista *Matemáticas: Enseñanza Universitaria* aspira a dar una visión de la investigación que se realiza en Colombia o por colombianos residentes en el exterior, en las áreas de las matemáticas, su historia y sus problemas educativos. Con este fin se publicarán en esta sección resúmenes de artículos investigativos en estas áreas, recientemente publicados o próximos a publicarse, al igual que resúmenes de proyectos de investigación en marcha y de tesis de grado escritas en los posgrados existentes en el país, que sean presentados a la Revista. Utilizaremos la clasificación de los abstracts de la American Mathematical Society (AMS). En el número de clasificación de cada resumen, el primer grupo de dígitos indica el año, el segundo el número del tema según la clasificación de la AMS y el último el número de recepción del resumen en la sección correspondiente. Las letras A, P o T al final se refieren a artículo, proyecto o tesis. La expresión *Copias disponibles*, al final de un resumen, indica que usted puede conseguir copias del artículo o proyecto escribiéndole al autor.

18. TEORÍA DE CATEGORÍAS

02-18-2 T

Título: Generalización de los Funtores N y r a categorías de haces sobre categorías abelianas

Autor: Julián Garcés Arango.

Director: Roberto Ruiz, Ph.D.

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: 2002

Resumen: Se propone una generalización categórica de los conceptos de complejo de cadena y grupo abeliano simplicial, donde en lugar de tomar funtores cuyo codominio es la categoría de los grupos abelianos, se elige como codominio una categoría abeliana cualquiera. Posteriormente se prueba también en este caso general es válido el teorema referente a la equivalencia entre la categoría de los complejos de cadena y la de los grupos abelianos simpliciales, incluyendo la relación existente entre homotopía de cadenas y homotopía de funciones simpliciales. Como es lógico, para lograr este objetivo se hace uso de mecanismos estrictamente categóricos.

Por otro lado para un grupo simplicial G existe un isomorfismo entre su n -ésimo grupo de homotopía, el n -ésimo grupo de homología de $A(G)$ (que es el complejo de cadena que se obtiene de G mediante la suma alternada de caras), y el n -ésimo grupo de homología del complejo normalizado $N(G)$. También este isomorfismo es válido en el contexto categórico mencionado.

28. MEDIDA E INTEGRACIÓN**02-28-3 T****Título:** Del teorema de Bochner al teorema de Minlos-Sazonov**Autor:** Ricardo Acevedo Roa**Director:** Guillermo Restrepo Sierra. Ph.D**Institución:** Universidad del Valle**Fecha de aprobación:** 2002

Resumen: La extensión del teorema de Bochner a los espacios de Hilbert separables de dimensión infinita es *el teorema de Minlos-Sazonov*, el cual establece que:

Si f es una función continua y c -positiva de un espacio de Hilbert separable X en $\mathbb{C}$ tal que $f(0) = 1$, entonces f es la transformada de Fourier de una medida boreliana probabilística si y sólo si para todo $\varepsilon > 0$ existe un operador nuclear $S = S_\varepsilon$ tal que $\operatorname{Re}(f(0) - f(x)) < \varepsilon$ si $(Sx | x) < 1$.

Este teorema es fundamental en el estudio de las medidas gaussianas en los espacios de Banach separables.

En la primera parte de la tesis demostramos el teorema de Bochner siguiendo los lineamientos de G. Choquet, quien demuestra dicho teorema en el contexto de los grupos topológicos localmente compactos. Al especializar los resultados a $\mathbb{R}^n$, la demostración admite muchas simplificaciones si se admite una demostración más directa del espacio de las medidas complejas, no como formas lineales sino como funciones σ -aditivas con valores complejos.

En la segunda parte demostramos el teorema de Minlos-Sazonov siguiendo los lineamientos de A.V. Skorohod, pero utilizando sistemáticamente el concepto de familias proyectivas de medidas y la imagen de medidas por funciones borelianas. Esperamos que este procedimiento clarifique la demostración del teorema.

34. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS**02-34-6 T****Título:** Membranas radialmente simétricas deflectadas en presencia de un obstáculo plano y rígido**Autor:** Aída Patricia González**Director:** Jaime Arango, Dr.Rer.Nat**Institución:** Universidad del Valle**Fecha de aprobación:** 2002

Resumen: En este trabajo de grado se desarrolla un modelo matemático que describe la deformación de una membrana, radialmente simétrica, a causa de una fuerza normal a su superficie media en presencia de un obstáculo rígido. Dicho modelo consta de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineal,

condiciones de frontera y una ecuación integral donde uno de los parámetros por determinar es uno de los límites de integración.

El contenido de este trabajo está dividido como sigue. Capítulo I: presentación del problema físico junto con un marco de referencia y las principales hipótesis. Capítulo II: deducción del sistema de ecuaciones diferenciales y de las expresiones matemáticas para la condición de frontera fija y de contacto. Capítulo III: consta de resultados para el sistema de ecuaciones diferenciales los cuales ya han sido publicados. El último capítulo, donde se encuentra los resultados obtenidos por experimentación numérica, está dividido en preliminares correspondientes al método del disparo y los problemas membranas con obstáculo móvil y membrana con obstáculo fijo. En este capítulo se muestra la evidencia numérica de que existe una relación cuadrática local entre la presión y el desplazamiento máximo. En dicha relación debe tenerse en cuenta que los coeficientes del polinomio cuadrático dependen de las características de la membrana, módulo de Young, razón de Poisson y dimensiones de la membrana.

34. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

02-34-5 T

Título: Un modelo de VIH-SIDA con reinfección

Autor: Paula Andrea González Parra

Director: José Mildred Castro, Ph.D

Institución: Universidad del Valle

Fecha de aprobación: 2002

Resumen: Teniendo en cuenta que el *Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida SIDA*, ha causado muchas muertes en los últimos años y que el número de infectados es cada vez mayor, estudiamos tres modelos continuos en los cuales se considera el contacto sexual como único medio de transmisión, teniendo en cuenta que en la ciudad de Santiago de Cali el 98 % de los casos fueron adquiridos por esta vía frente a un 1.8 % adquiridos por vía perinatal y un 0.2 % por vía sanguínea, según los datos estadísticos de la Secretaría de Salud Pública Municipal. Se considera además que los individuos ingresan al sistema a una razón constante y que los nuevos individuos son susceptibles. Los modelos estudiados son del tipo SIR, en los que se considera que la población total es dividida en tres clases: susceptibles, infecciosos (individuos que han adquirido la enfermedad pero no la han desarrollado), y removidos (aquellos individuos que han desarrollado la enfermedad y por tanto se consideran sexualmente inactivos). Se presenta un modelo en el que se considera los efectos de la reinfección exógena, es decir, se estudia el efecto producido por el contacto entre dos individuos infecciosos. Se presenta además un modelo en el que se considera protección el cual permitiría de alguna manera plantear políticas de control con el fin de buscar soluciones para tratar de detener el avance de la enfermedad.

Los modelos estudiados presentan una estructura común que permite obtener

un teorema de existencia y unicidad para el problema de valor inicial asociado con dichos modelos. Además se hace un análisis cualitativo de cada uno de los modelos, es decir, se buscan los puntos de equilibrio y condiciones de estabilidad para los mismos.

34. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

02-34-1 T

Título: Soluciones aproximadas para ecuaciones diferenciales matriciales

Autor: Walter Díaz

Director: Jorge Iván Castaño Bedoya

Institución: Universidad EAFIT, Medellín

Fecha de aprobación: 2002

Resumen: En la presente tesis se determina la solución aproximada de ecuaciones diferenciales matriciales empleando los métodos de Fer y Magnus y una combinación de ambos desarrollos. También se tratará la convergencia y cota de error para los métodos de solución aproximada en función del orden de los desarrollos.

Se propone encontrar, mediante el uso de los desarrollos de Fer, soluciones analíticas numéricas para problemas de valor en la frontera y problemas de valor inicial, relacionados a los sistemas de ecuaciones diferenciales de tipo parabólico

$$\begin{aligned}\mu(x, t) - A(t)\mu_{xx}(x, t) &= 0, & 0 < x < p, \quad t > 0 \\ \mu(0, t) = \mu(p, t) &= 0, & t > 0 \\ \mu(x, 0) &= f(x), & 0 \leq x \leq p\end{aligned}$$

donde $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r)^T$ y $f(x)$ son vectores de $\mathbb{C}^r$ y $A(t)$ es una matriz en $\mathbb{C}^{r \times r}$.

Se construye la solución aproximada de la ecuación diferencial lineal matricial

$$\frac{dM(t)}{dt} = H(t)M(t).$$

Por medio de la expansión de Magnus, en el que se trata el problema de la convergencia, también se obtendrá una cota superior

para el radio de convergencia en términos de la norma de la matriz definida del sistema, al igual que se encontrará una cota de error para las soluciones aproximadas.

Por último, se obtiene una solución aproximada de la ecuación diferencial lineal matricial, utilizando una combinación del desarrollo de Fer y la expansión de Magnus que llamamos Fer-Magnus- n , a fin de aprovechar la sencillez de la expansión de Magnus y las propiedades de convergencia del desarrollo de Fer. También se trata el problema de convergencia y se obtiene una cota de error de la solución aproximada basada en la relación recursiva de la combinación de los métodos de Fer y Magnus hasta de orden dos.

35. GEOMETRÍA DIFERENCIAL**02-35-8 T****Título:** Caracterización y simetría asintótica de las soluciones singulares de un problema semilineal elíptico**Autor:** Hendel Yaker.**Director:** Gonzalo García, Ph.D.**Institución:** Universidad del Valle**Fecha de aprobación:** 2002

Resumen: En este trabajo presentamos, usando la identidad de Pohozaev, una caracterización de las soluciones singulares de una ecuación semilineal elíptica en el exponente crítico de Sobolev, con la condición de Neumann. A partir de esta caracterización mostramos que las soluciones del problema son asintóticamente simétricas en una vecindad del origen en $\mathbb{R}_+^n$ y demostramos un teorema de no existencia.

Aprovechando la naturaleza geométrica de la ecuación, analizamos también algunas características fundamentales de la métrica conforme generada por sus soluciones.

62. ESTADÍSTICA**02-62-13 T****Título:** La distribución matriz variada Dirichlet no central**Autor:** Luz Estella Sánchez**Director:** Daya K Nagar**Institución:** Universidad EAFIT, Medellín**Fecha de aprobación:** 2002

Resumen: La distribución matriz variada beta aparece en muchos problemas de análisis estadístico multivariado. Varias pruebas en análisis estadístico multivariado son funciones de matrices distribuidas beta. En análisis bayesiano, esta distribución y algunas de sus propiedades son utilizadas en el análisis preposterior de los parámetros de los modelos de regresión normal multivariados. Una extensión multivariada de la distribución matriz variada beta es la distribución Dirichlet, la cual es el objeto de nuestro estudio.

En este trabajo se considera el caso donde cada matriz aleatoria simétrica definida positiva de orden p , X_i , $i = 1, 2, \dots, r + 1$, tiene una distribución Wishart no central de rango 1, $X_i \sim W_p(n_i, I_p, \Theta_i)$ con $\Theta_i = \text{diag}(\theta_i^2, 0, \dots, 0)$, $i = 1, 2, \dots, r + 1$. La distribución conjunta de $U_1, \dots, U_r$ también será una distribución no central pero diferente de la distribución no central antes mencionada. Nuestro objetivo es entonces obtener la distribución conjunta de $U_1, \dots, U_r$, cuando cada matriz X_i , $i = 1, 2, \dots, r + 1$, tiene una distribución Wishart no central de rango 1.

90. INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES**02-90-2 T****Título:** Modelo de inventario determinístico con tasa de demanda creciente**Autor:** Henry Laniado Rodas**Director:** José Enrique Valdés Castro**Institución:** Universidad EAFIT, Medellín**Fecha de aprobación:** 2002

Resumen: En este trabajo se considera una política de inventario (T_j, S_j) para un modelo determinista con tasa de demanda $r(t)$, donde $r(t)$ es una función derivable y creciente en el horizonte de planeación $[0, H]$ y S_j es el tamaño del pedido que se recibe en el instante inicial T_{j-1} , el cual viene dado por $S_j = \int_{T_{j-1}}^{T_j} r(x)dx$, para $j = 1, 2, \dots, m-1$.

En el trabajo se prueba que la función de costos para el modelo está dada por

$$C(m, T) = c_1 \left[\int_0^H x r(x) dx - \sum_{j=1}^m T_{j-1} \int_{T_{j-1}}^{T_j} r(x) dx \right] + c_2 m,$$

donde c_1 es el costo de mantenimiento por unidad por unidad de tiempo, c_2 el costo de reposición y m es el número de reposiciones.

Al resolver el sistema $\frac{\partial C}{\partial T_j} = 0$ se obtienen los valores de $T_1, T_2, \dots, T_{m-1}$ que minimizan dicha función. En nuestro trabajo se dan condiciones para los casos particulares de demanda constante y lineal de la forma $r(t) = \lambda t$, donde $\lambda > 0$.