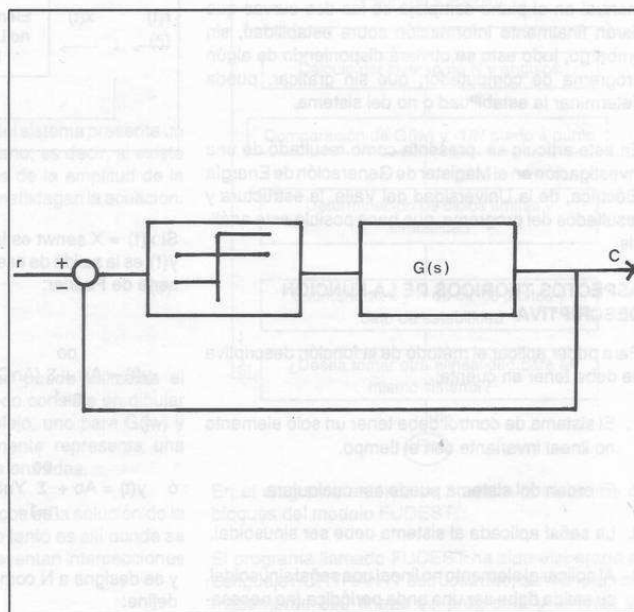


Análisis de estabilidad de sistemas de control no lineal por medio de la función descriptiva; utilizando computador



RESUMEN

Este artículo de investigación adelantado en el Magister de Generación de Energía Eléctrica, establece la estabilidad o no, la amplitud y frecuencia de los ciclos límites para el caso de inestabilidad en los sistemas de control no lineal. Se utiliza el método de la función descriptiva y se muestra el diagrama y función del programa de computador que

□ Ing. Edgar Villamarín López
Profesor Asistente
Departamento de Electricidad
Universidad del Valle

permite analizar los sistemas sin recurrir al proceso manual que es bastante tedioso.

INTRODUCCION

La Ingeniería de Control se interesa en la estabilidad, precisión y velocidad de respuesta de sistemas que contienen no linealidades.

Una forma de analizar sistemas de control no lineal es utilizar el método de la función descriptiva que permite estudiar la estabilidad de un sistema de cualquier orden.

Uno de los problemas que se presentan es la graficación manual en el plano complejo de las dos curvas que darán finalmente información sobre estabilidad, sin embargo, todo esto se obviará disponiendo de algún programa de computador; que sin graficar, pueda determinar la estabilidad o no del sistema.

En este artículo se presenta como resultado de una investigación en el Magister de Generación de Energía Eléctrica, de la Universidad del Valle, la estructura y resultados del programa que hace posible este análisis.

ASPECTOS TEORICOS DE LA FUNCION DESCRIPTIVA

Para poder aplicar el método de la función descriptiva se debe tener en cuenta:

1. El sistema de control debe tener un solo elemento no lineal invariante con el tiempo.
2. El orden del sistema puede ser cualquiera.
3. La señal aplicada al sistema debe ser sinusoidal.
4. Al aplicar al elemento no lineal una señal sinusoidal, su salida debe ser una onda periódica (no necesariamente sinusoidal) con el mismo período de la entrada.
5. Todos los armónicos de salida se desprecian, exceptuando la componente armónica fundamental.
6. Las características de los elementos no lineales no deben ser función del tiempo.

DEFINICION DE LA FUNCION DESCRIPTIVA

Se define la función descriptiva, de un elemento no lineal, como la relación entre la componente funda-

mental de la señal de salida de ese elemento; respecto a la señal sinusoidal de entrada.

MODELO MATEMATICO DE LA FUNCION DESCRIPTIVA

Se tiene el sistema de la Figura No.1 que representa un diagrama de bloques de un sistema de control que contiene un elemento no lineal.

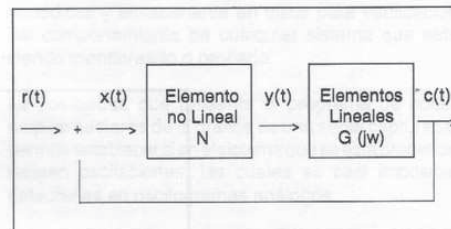


Figura 1.

Si $x(t) = X \sin \omega t$ es la entrada al elemento no lineal; $y(t)$ es la salida de ese elemento expresada como una serie de Fourier:

$$y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \quad (1)$$

$$\text{ó } y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (2)$$

y se designa a N como la función descriptiva, ésta se define:

$$N = \frac{Y_1}{X} \angle \phi_1 \quad (3)$$

Se debe observar que esta relación es compleja y es función de las magnitudes de la componente fundamental de la salida y entrada y de la fase resultante entre estas dos señales.

También puede expresarse en términos de los coeficientes de Fourier como:

$$N = \frac{A_1^2 + B_1^2}{x} \left[\tan^{-1} \left(\frac{A_1}{B_1} \right) \right]$$

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE CONTROL NO LINEALES UTILIZANDO LA FUNCIÓN DESCRIPTIVA

Si se observa la función de transferencia total del sistema de la figura No. 1:

$$\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{NG(j\omega)}{1+NG(j\omega)} \quad (5)$$

existe inestabilidad si la salida del sistema presenta un ciclo límite en estado estacionario; es decir, si existe alguna combinación de valores de la amplitud de la entrada X y la frecuencia ω que satisfagan la ecuación.

$$G(j\omega) = \frac{1}{N} \quad (6)$$

Para determinar estos valores puede utilizarse el diagrama de Nyquist. El método consiste en dibujar dos gráficos en el plano complejo, uno para $G(j\omega)$ y otro para $-1/N$, que generalmente representa una familia de curvas para distintas entradas.

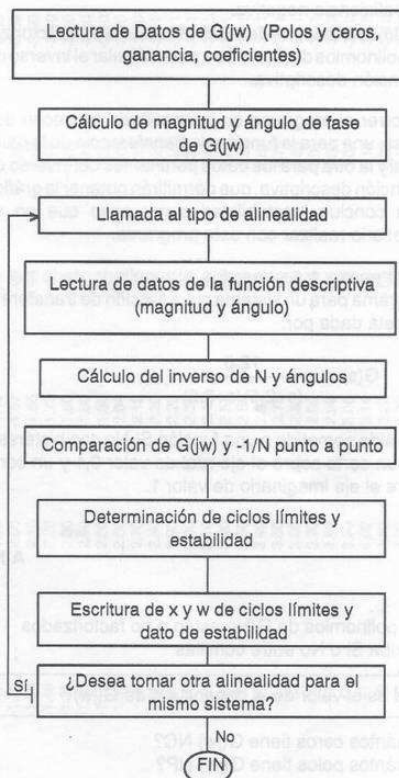
La intersección de los dos gráficos es la solución de la ecuación característica y por lo tanto es allí donde se da la inestabilidad. Si no se presentan intersecciones el sistema es estable.

Cuando se presentan dos o más puntos de intersección esos puntos representan dos ciclos límites y los puntos comprendidos entre ellos hacen el sistema inestable.

Sin embargo, cuando la función descriptiva es cerrada se presenta un ciclo límite estable en la intersección correspondiente al valor mayor de la amplitud. Todos los otros ciclos límites son inestables y la magnitud aumentará hasta llegar a la oscilación estable.

Todo ciclo límite se caracteriza por el valor de X en el lugar de $-1/N$ y el valor de ω en el lugar de $G(j\omega)$ en la intersección de ambas.

ESTRUCTURA Y FUNCIÓN DEL PROGRAMA



En el diagrama anterior se muestra el diagrama de bloques del modelo FUDEST.

El programa llamado FUDEST ha sido elaborado en Lenguaje FORTRAN 77 estructurado, contiene aproximadamente 590 líneas de programa y al final, sin necesidad de graficar, que es lo necesario en el método manual, puede determinar si el sistema es estable o no y si es el caso ubicar los valores de amplitud x y frecuencia ω de los ciclos límites.

Igualmente el programa permite analizar un mismo sistema para 7 diferentes alinealidades que son:

1. Si - no con histéresis
2. Si - no
3. Si - no con zona muerta
4. Zona muerta
5. Saturación

6. Contragolpe de deslizamiento
7. Deficiencia negativa.
Igualmente dispone de 2 subrutinas, una para factorizar los polinomios de $G(s)$ y otra para calcular el inverso de la función descriptiva.

Al correr el programa en su resultado aparecen dos tablas, una para la función de transferencia de la parte lineal y la otra para los datos pertinentes del inverso de la función descriptiva, que permitirán obtener la gráfica para concluir inestabilidad o no; paso que no es necesario realizar con este programa.

En el anexo 1 se describe el resultado dado por el programa para un sistema cuya función de transferencia está dada por:

$$G(s) = \frac{12.5}{(s+2.5)(s+0.5)}$$

y ha sido sometido a una función Si-No con histéresis con un corte sobre el eje real de valor 0,1 y un corte sobre el eje imaginario de valor 1.

Para este sistema según Ogata (5) el sistema es inestable y la amplitud y frecuencia del ciclo límite son $X = 0,27$ y $W = 7$.

REFERENCIAS

- (1) GIBSON, John E. "Nonlinear Automatic Control". Mc Graw - Hill.
- (2) DUNSTAN, Graham & RUER, Duane Mc. "Analysis of Nonlinear Control Systems". New York, John Wiley, 1961.
- (3) BENNETT, A. Waine. "Introduction to Computer Simulation". West Publishing Company.
- (4) GARCIA, Guillermo "Sistemas de Control y Automática" Universidad Industrial de Santander, 1975
- (5) OGATA, Katsuhiko "Ingeniería de Control Moderna" México Prentice-Hall, 1985

ANEXO 1

Los polinomios de $G(jw)$ están o no factorizados
Escriba Si o No entre comillas

Cuál es el valor de la ganancia K de $G(jw)$

¿Cuántos ceros tiene $G(jw)$ NC?

¿Cuántos polos tiene $G(jw)$ NP?

Dé el valor de la parte real del Polo Número 1
Dé el valor de la parte imaginaria del Polo Número 1
Dé el valor de la parte real del Polo Número 2
Dé el valor de la parte imaginaria del Polo Número 2

GANANCIA DE $G(jw)$ 12.50

CEROS		POLOS	
REAL	IMAG	REAL	IMAG
.00	.00	-2.50	.00
		-.50	.00

Cuál es la función no lineal que tiene el sistema

- * Si es: Si - No con histéresis escriba el número 0

- * Si es: Si - No (on - off, conexión - desconexión) escriba el número 1

- * Si es: Si - No con zona muerta escriba el número 2

- * Si es: zona muerta (dead zone) escriba el número 3

- * Si es: saturación escriba el número 4

- * Si es: contragolpe de deslizamiento (Backlash or hysteresis) escriba el número 5

- * Si es: deficiencia negativa escriba el número 6

La función descriptiva de Si - No con histéresis tiene como magnitud
 $MN = 4*MD/(3.1415927*X)$

La función descriptiva tiene como ángulo

$Angu = \text{ARCseno}(H/X)$

Abra y cierre comillas

Dé el valor H o corte sobre el eje real en la gráfica de la función no lineal.

Dé el valor MD que representa el corte sobre el eje imaginario de la función no lineal.

LA SIGUIENTE ES LA TABLA DE FRECUENCIA,MAGNITUD,ANGULO DE FASE Y LAS PARTES REAL E IMAGINARIA DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LA PARTE LINEAL PARA CADA VALOR DE FRECUENCIA

FREC	MAGNITUD G(w)	ANG.FASE RADIANES	REAL G(w)	IMAGIN G(w)
.10	9.80	-.24	9.52	-2.30
.20	9.26	-.46	8.29	-4.11
.30	8.51	-.86	6.73	-5.22
.40	7.71	-.83	5.18	-5.71
.50	6.93	-.98	3.85	-5.77
.60	6.23	-1.11	2.76	-5.58
.70	5.60	-1.22	1.90	-5.26
.80	5.05	-1.32	1.24	-4.89
.90	4.57	-1.41	.73	-4.51
1.00	4.15	-1.49	.34	-4.14
1.10	3.79	-1.56	.05	-3.79
1.20	3.47	-1.62	-.18	-3.46
1.30	3.18	-1.68	-.36	-3.16
1.40	2.93	-1.74	-.49	-2.89
1.50	2.71	-1.79	-.59	-2.65
1.60	2.51	-1.84	-.66	-2.42
1.70	2.33	-1.88	-.71	-2.22
1.80	2.17	-1.92	-.75	-2.04
1.90	2.03	-1.96	-.78	-1.87
2.00	1.89	-2.00	-.80	-1.72
2.10	1.77	-2.04	-.80	-1.59
2.20	1.66	-2.07	-.79	-1.46
2.30	1.56	-2.10	-.78	-1.35
2.40	1.47	-2.13	-.77	-1.25
2.50	1.39	-2.16	-.76	-1.15
2.60	1.31	-2.19	-.74	-1.07
2.70	1.24	-2.21	-.72	-.99
2.80	1.17	-2.24	-.70	-.92
2.90	1.11	-2.26	-.69	-.86
3.00	1.05	-2.28	-.67	-.80
3.10	1.00	-2.30	-.65	-.74
3.20	.95	-2.32	-.63	-.69
3.30	.90	-2.34	-.61	-.65
3.40	.86	-2.36	-.59	-.61
3.50	.82	-2.38	-.58	-.57
3.60	.78	-2.40	-.56	-.53
3.70	.75	-2.41	-.54	-.50
3.80	.72	-2.43	-.54	-.47
3.90	.69	-2.44	-.53	-.44
4.00	.66	-2.46	-.51	-.41
4.10	.63	-2.47	-.49	-.39
4.20	.60	-2.49	-.48	-.37
4.30	.58	-2.50	.00	.00

LA SIGUIENTE ES LA TABLA DE LA ENTRADA A LA FUNCION NO LINEAL Y LAS PARTES REAL E IMAGINARIA DEL INVERSO DE LA FUNCION DESCRIPTIVA PARA CADA VALOR DE ENTRADA

TIPO DE NO LINEALIDAD SI-NO CON HISTERESIS

ENTRADA X	REAL DEL INVERSO	IMAG DEL INVERSO	MAG DEL INVERSO	ANG. DEL INV. EN RADIANES
.10	.00	-.08	.08	-1.57
.20	-.14	-.08	.16	-2.62
.30	-.22	-.08	.24	-2.80
.40	-.30	-.08	.31	-2.89
.50	-.38	-.08	.39	-2.94
.60	-.46	-.08	.47	-2.97
.70	-.54	-.08	.55	-3.00
.80	-.62	-.08	.63	-3.02
.90	-.70	-.08	.71	-3.03
1.00	-.78	-.08	.79	-3.04
1.10	-.86	-.08	.86	-3.05
1.20	-.94	-.08	.94	-3.06
1.30	-1.02	-.08	1.02	-3.06
1.40	-1.10	-.08	1.10	-3.07
1.50	-1.18	-.08	1.18	-3.07
1.60	-1.25	-.08	1.25	-3.08
1.70	-1.33	-.08	1.34	-3.08
1.80	-1.41	-.08	1.41	-3.09
1.90	-1.49	-.08	1.49	-3.09
2.00	-1.57	-.08	1.57	-3.09
2.10	-1.65	-.08	1.65	-3.09
2.20	-1.73	-.08	1.73	-3.10
2.30	-1.80	-.08	1.81	-3.10
2.40	-1.88	-.08	1.88	-3.10
2.50	-1.96	-.08	1.96	-3.10
2.60	-2.04	-.08	2.04	-3.10
2.70	-2.12	-.08	2.12	-3.11
2.80	-2.20	-.08	2.20	-3.11
2.90	-2.28	-.08	2.28	-3.11
3.00	-2.35	-.08	2.36	-3.11
3.10	-2.43	-.08	2.43	-3.11
3.20	-2.51	-.08	2.51	-3.11
3.30	-2.59	-.08	2.59	-3.11
3.40	-2.67	-.08	2.67	-3.11
3.50	-2.75	-.08	2.75	-3.11
3.60	-2.83	-.08	2.83	-3.11
3.70	-2.90	-.08	2.91	-3.11
3.80	-2.98	-.08	2.98	-3.12
3.90	-3.06	-.08	3.06	-3.12
4.00	-3.14	-.08	3.14	-3.12
4.10	-3.22	-.08	3.22	-3.12
4.20	-3.30	-.08	3.30	-3.12
4.30	-3.38	-.08	3.38	-3.12

4.40	-2.51	-4.5	-33	4.40	-3.45	-08	3.46	-3.12
54	-2.52	-44	-31	4.50	-3.53	-08	3.53	-3.12
52	-2.54	-42	-29	4.60	-3.61	-08	3.61	-3.12
50	-2.55	-41	-28	4.70	-3.69	-08	3.69	-3.12
48	-2.56	-40	-26	4.80	-3.77	-08	3.77	-3.12
46	-2.57	-39	-25	4.90	-3.85	-08	3.85	-3.12
44	-2.58	-38	-24	5.00	-3.93	-08	3.93	-3.12
43	-2.59	-37	-23	5.10	-4.00	-08	4.01	-3.12
41	-2.60	-35	-21	5.20	-4.08	-08	4.08	-3.12
40	-2.61	-34	-20	5.30	-4.16	-08	4.16	-3.12
39	-2.62	-34	-19	5.40	-4.24	-08	4.24	-3.12
37	-2.62	-33	-19	5.50	-4.32	-08	4.32	-3.12
36	-2.63	-32	-18	5.60	-4.40	-08	4.40	-3.12
35	-2.64	-31	-17	5.70	-4.48	-08	4.48	-3.12
34	-2.65	-30	-16	5.80	-4.55	-08	4.56	-3.12
33	-2.66	-29	-15	5.90	-4.63	-08	4.63	-3.12
32	-2.66	-28	-15	6.00	-4.71	-08	4.71	-3.12
31	-2.67	-28	-14	6.10	-4.79	-08	4.79	-3.13
30	-2.68	-27	-13	6.20	-4.87	-08	4.87	-3.13
29	-2.68	-26	-13	6.30	-4.95	-08	4.95	-3.13
28	-2.69	-26	-12	6.40	-5.03	-08	5.03	-3.13
28	-2.70	-25	-12	6.50	-5.10	-08	5.11	-3.13
27	-2.70	-24	-11	6.60	-5.18	-08	5.18	-3.13
26	-2.71	-24	-11	6.70	-5.26	-08	5.26	-3.13
25	-2.72	-23	-10	6.80	-5.34	-08	5.34	-3.13
25	-2.72	-22	-10	6.90	-5.42	-08	5.42	-3.13
24	-2.73	-22	-10	7.00	-5.50	-08	5.50	-3.13
23	-2.73	-21	-09	7.10	-5.58	-08	5.58	-3.13
23	-2.74	-21	-09	7.20	-5.65	-08	5.65	-3.13
22	-2.74	-20	-09	7.30	-5.73	-08	5.73	-3.13
22	-2.75	-20	-08	7.40	-5.81	-08	5.81	-3.13
21	-2.75	-19	-08	7.50	-5.89	-08	5.89	-3.13
21	-2.76	-19	-08	7.60	-5.97	-08	5.97	-3.13
20	-2.76	-18	-07	7.70	-6.05	-08	6.05	-3.13
20	-2.77	-18	-07	7.80	-6.13	-08	6.13	-3.13
19	-2.77	-18	-07	7.90	-6.20	-08	6.20	-3.13
19	-2.78	-17	-07	8.00	-6.28	-08	6.28	-3.13

El sistema tiene un ciclo límite correspondiente a una entrada 0.30
Y a un valor de frecuencia w 6.80
La amplitud de ese punto es 0.25
Y el ángulo de ese punto en grados es -155.61
El sistema es inestable
El número de ciclos límites es 1

¿Desea analizarlo para tipo de alinealidad?

Fin del programa FUEST.