



TESIS DOCTORAL

Efectos del desequilibrio de tensiones sobre la operación del motor de inducción trifásico. *Énfasis en la caracterización del desequilibrio de tensiones y el efecto sobre la potencia nominal.*

ENRIQUE CIRO QUISPE OQUEÑA
INGENIERO ELECTRICISTA

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DOCTORADO EN INGENIERÍA (ÉNFASIS INGENIERÍA ELÉCTRICA)
ÁREA DE CONVERSIÓN DE ENERGÍA
2012

TESIS DOCTORAL

Efectos del desequilibrio de tensiones sobre la operación del motor de inducción trifásico. *Énfasis en la caracterización del desequilibrio de tensiones y el efecto sobre la potencia nominal.*

ENRIQUE CIRO QUISPE OQUEÑA
INGENIERO ELECTRICISTA

Tesis Doctoral para optar al título de
Doctor en Ingeniería (Énfasis Ingeniería Eléctrica)

Director
Ing. JAIRO ARCESIO PALACIOS PEÑARANDA Ph.D.
Codirector
Ing. MARTHA CECILIA AMAYA ENCISO, Ph.D.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DOCTORADO EN INGENIERÍA (ÉNFASIS INGENIERÍA ELÉCTRICA)
ÁREA DE CONVERSIÓN DE ENERGÍA
2012

Nota de Aceptación:

Dr. Percy Viego
Universidad de Cienfuegos, Cuba
Presidente del Jurado

Dr. Silvio Ikuyo Nabeta
Universidad de Sao Paulo, Brasil
Segundo Jurado

Dr. Francisco Blásquez García
Universidad Politecnica de Madrid
Tercer Jurado

Santiago de Cali, 28 de Marzo, 2012

DEDICATORIA

A Carolina y a Mercedes,
Dos mujeres especiales,
que nacieron el mismo día.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación doctoral ha podido ser desarrollada gracias al apoyo de muchas personas e instituciones, a las que deseo de expresar mi más profundo agradecimiento:

A mis tutores: Dr. Jairo Palacios y a la Dra. Martha Amaya de los que recibí apoyo académico y espiritual durante todo el proceso del doctorado.

A la Universidad Autónoma de Occidente que financió mi comisión de estudios, en especial a su Rector Dr. Luís H. Pérez y a los directivos Dr. Álvaro del Campo Parra, Dra. Magdalena Urhan y Dr. Freddy Naranjo.

A la Universidad del Valle y al Grupo CONVERGIA que me acogió y fue el soporte para la realización de este trabajo.

Al Dr. Xosé Manuel López Fernández, Dr. Antonio J. Marques Cardoso y Dr. André Mendes quienes hicieron posible la realización del trabajo experimental con equipos de alta tecnología y precisión en la Universidad de Vigo y de Coimbra.

Al Dr. José Manuel Aller Castro, por su gran apoyo en la comprensión de los métodos de modelado matemático del motor de inducción.

Al Dr. Percy Viego y al Dr. Luís Fernando Mantilla, que con su conocimiento y experiencia me orientaron al inicio de esta investigación y con quienes mantuve una correspondencia fructifera.

Al Dr. Jorge Patiño, por su orientación en la comprensión de los fenómenos físicos del motor de inducción operando en régimen asimétrico y al Dr. Lajos Bajza, gran maestro y académico en el tema de regimenes asimétricos por sus sabias enseñanzas y orientaciones para afrontar esta investigación.

A Iván Lopez por su gran apoyo en la simulación y el análisis de las pruebas, y a Ivan Zuñiga por su colaboración en la edición del texto. Asimismo a Freider Piedrahita por su apoyo en los ensayos de Laboratorio en la Universidad del Valle.

A Rosaura, Yuri, Gabriel, Paul, Omar, Juan Carlos y Armando, por su amistad.

"En mi trabajo siempre he intentado unir la verdad con la belleza,
pero cuando he tenido que escoger entre una de las dos,
habitualmente escogí la belleza".
Hermann Weyl

"Es posible que en el fondo de su corazón
la naturaleza sea completamente asimétrica,
pero su complejidad nos acaba pareciendo simétrica"
Richard Feynman

"Nuestras virtudes y nuestros defectos son inseparables,
como la fuerza y la materia.
Cuando se separan, el hombre no existe".
Nikola Tesla

CONTENIDO

CAPÍTULO 1
MOTIVACIÓN Y ANTECEDENTES 1

1.1 MOTIVACIÓN 1

1.2 ANTECEDENTES 5

1.2.1 Caracterización del desequilibrio de tensiones 6

1.2.2 Factor de Desequilibrio en el Método de las Componentes Simétricas 6

1.2.3 Índices de Desequilibrio para la Tensión y la Corriente VUF y CUF 7

1.2.4 Definiciones de desequilibrio de tensión dadas por las normas internacionales 8

1.2.4.1 El Factor Complejo de Desequilibrio de Tensiones CVUF 10

1.2.5 Criticas al Factor de Desequilibrio de Tensiones. 11

1.2.6 Metodologías para la Desclasificación de la Potencia ante desequilibrio de tensiones. 14

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 16

1.4 HIPÓTESIS DE TRABAJO 18

1.5 OBJETIVOS DE LA TESIS 18

1.5.1 Objetivo General 18

1.5.2 Objetivos específicos 18

BIBLIOGRAFÍA 19

CAPÍTULO 2
MODELO MATEMÁTICO EN ESTADO ESTACIONARIO DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA ALIMENTADA CON TENSIONES DESEQUILIBRADAS MEDIANTE EL ANÁLISIS MATRICIAL DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS 28

2.1 EL PROBLEMA DEL MODELADO MATEMÁTICO DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN 28

2.2 HIPÓTESIS DE SIMPLIFICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO 29

2.3 SIMETRÍA DE LA ESTRUCTURA ELECTROMAGNÉTICA DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN. 30

2.4 MODELO EN VARIABLES NATURALES Ó PRIMITIVAS 32

2.5 SELECCIÓN DE LA TRANSFORMACIÓN PARA EL ESTUDIO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN CONDICIONES DE DESEQUILIBRIO DE TENSIONES. 40

2.5.1 Transformaciones y Métodos usados en Máquinas Eléctricas 40

2.5.2 Determinación de la transformación que desacopla la ecuación de tensión usando el concepto de autovalores y autovectores 41

2.6 DESACOPLAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE TENSIÓN MEDIANTE LA APLICACIÓN DE LA TRANSFORMACIÓN DE COMPONENTES SIMÉTRICAS 48

2.7 MODELO EN ESTADO ESTACIONARIO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN CONDICIONES DE DESEQUILIBRIO 52

2.7.1 Circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa. 52

2.7.2 Inclusión del efecto de desplazamiento de corriente en el circuito equivalente de secuencia negativa 54

2.8 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 57

BIBLIOGRAFÍA 58

CAPÍTULO 3
CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO DE UN SISTEMA TRIFÁSICO DE TENSIONES. PROPUESTA DE CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO EN RELACIÓN A LOS EFECTOS SOBRE EL MOTOR DE INDUCCIÓN....62

3.1 CONSIDERACIONES PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES. 63

3.1.1 Límites de las desviaciones de tensión y del desequilibrio según las normas técnicas. 63

3.1.2 Importancia de la tensión nominal en la caracterización del sistema de tensiones. 64

3.1.3 Determinación de los fasores de las tensiones de línea a partir de las magnitudes de las tensiones de línea. 65

3.1.4 El sistema de tensiones desequilibrado y el concepto geométrico de simetría 66

3.1.5 Efecto de la simetría y conexión del devanado del motor sobre la componente de secuencia cero de tensión y corriente. 67

3.2 REPRESENTACIÓN DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS DE TENSIÓN Y DEL VUF A PARTIR DE LAS TENSIONES DE LÍNEA. 71

3.3 ANÁLISIS DE LOS ÍNDICES DE DESEQUILIBRIO DE TENSIONES ACTUALMENTE USADOS 73

3.3.1 Análisis del índice VUF.....73
3.3.2 Análisis del índice PVU 83
3.3.3 Análisis del índice CVUF.....86

3.4 COMPARACIÓN DEL ERROR DEL PVU RESPECTO AL VUF.....88

3. 5 CLASIFICACIÓN DE LOS POSIBLES CASOS DE DESEQUILIBRIO DE LAS TENSIONES DE LÍNEA. 90
3.5.1 Tipos de Desequilibrio de Tensión 90
3.5.2 Tensiones Desequilibradas Equivalentes.....91

3.6 PROPUESTA PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES 92

3.7 RECOMENDACIONES PRÁCTICAS PARA EL CÁLCULO DEL VUF EN CAMPO.....93
3.7.1 Carta con referencia a la máxima tensión de línea 93
3.7.2 Carta con referencia en la tensión de línea Vab. Cálculo del CVUF. ...94

3.8 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 95

BIBLIOGRAFÍA.....96

CAPÍTULO 4
EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES EN LA OPERACIÓN DEL MOTOR EN ESTADO ESTACIONARIO 100

4.1. DIAGRAMA ENERGÉTICO Y ECUACIONES DEL MODELO.....100
4.1.1 Diagrama energético del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones. 100
4.1.2 Ecuaciones del modelo y método de cálculo.....103
4.1.3 Datos y parámetros de los motores de inducción usados para el análisis experimental. 106

4.2 EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES SOBRE LAS CORRIENTES DE LÍNEA 107

4.3 EFECTO DE LA CARGA EN EL DESEQUILIBRIO DE CORRIENTES....111

4.4 EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSION EN LAS PÉRDIDAS DEL MOTOR 115

4.5 EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES EN LA EFICIENCIA Y EL FACTOR DE POTENCIA.....117

4.6 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....122

BIBLIOGRAFÍA.....124

CAPÍTULO 5
EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES SOBRE LA DESCLASIFICACIÓN DE LA POTENCIA DEL MOTOR.....127

5.1 EL CRITERIO FUNDAMENTAL DE LA DESCLASIFICACIÓN DE POTENCIA.....127

5.2 EVOLUCIÓN EN LOS MÉTODOS PARA LA DESCLASIFICACIÓN DE POTENCIA.....128

5.4 CONCEPTOS PARA LA DESCLASIFICACIÓN DE LA POTENCIA....132

5.4.1 Concepto de Corriente Equivalente.....132

5.4.2 Concepto de “aumento nominal de temperatura en el devanado”.....133

5.5 CRITERIOS DE DESCLASIFICACIÓN DE POTENCIA.....134

5.5.1 El criterio de la Corriente Nominal.....134

5.5.2 El criterio de la Corriente Equivalente Nominal 136

5.5.3 El criterio de las Pérdidas Nominales Totales. 137

5.6 SIMULACIÓN DE LOS CRITERIOS DE DESCLASIFICACIÓN PARA LOS MOTORES DE ESTUDIO.....138

5.6.1 Resultados de la Desclasificación para el Motor de 4 KW, 50 Hz, IEC. ... .138

5.6.1.1 Criterio de la Corriente Nominal para el motor 4 KW.....138

5.6.1.2 Criterio de la Corriente Equivalente Nominal para el motor de 4 KW. 143

5.6.1.3 Criterio de las Pérdidas Nominales Totales para el motor de 4 KW. 145

5.6.2 Resultados de la Desclasificación para el Motor de 3 HP, 60 Hz, NEMA 147

5.6.2.1 Criterio de la Corriente Nominal para el motor 3 HP, 220V. 147

5.6.2.2 Criterio de la Corriente Equivalente Nominal para el motor 3 HP. 149

5.6.2.3 Criterio de las Pérdidas Nominales Totales para el motor 3 HP. .151

5.7 VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE LA INFLUENCIA DE LA TENSIÓN DE SECUENCIA POSITIVA EN LA DESCLASIFICACIÓN DE LA POTENCIA.... 153

5.7.1 Equipos y elementos de laboratorio. 154

5.7.2 Metodología del trabajo experimental.....156

5.7.3 Resultados experimentales. 158

5.8 RECOMENDACIONES PRÁCTICAS PARA EL MONITOREO DEL MOTOR EN CONDICIONES DE CAMPO. 161

5.9 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....163

BIBLIOGRAFÍA.....164

CAPÍTULO 6
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....168

6.1 CONCLUSIONES 168

6.2 RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS 172

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A
EL CONCEPTO MATEMÁTICO DE SIMETRÍA.....173

ANEXO B
COMPONENTES SIMÉTRICAS DE N-FASES. RELACIÓN ENTRE LA TRANSFORMACIÓN DE COMPONENTES SIMÉTRICAS Y OTRAS TRANSFORMACIONES.....176

ANEXO C
ANÁLISIS MODAL. MATRICES Y EL PROBLEMA DE VALORES PROPIOS. LA TRANSFORMACIÓN DE SIMILITUD.....181

ANEXO D
MÉTODO PARA EVALUAR LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE A PARTIR DE PRUEBAS 185

ANEXO E
METODOLOGÍAS USADAS PARA LAS SIMULACIONES.....190

ANEXO F
PRUEBAS EXPERIMENTALES: EQUIPOS Y RESULTADOS 193

ANEXO G
PUBLICACIONES DEL AUTOR 199

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1. Comparación de índices de desequilibrio NEMA, IEEE e IEC para ocho casos diferentes de desequilibrio de tensiones propuestos por Lee. 12

Tabla 3.1. Medición que verifica que el neutro del motor alimentado con tensiones desequilibradas, está en el baricentro del triangulo de tensiones. ...70

Tabla 3.2. Comparación de los Índices de desequilibrio VUF, PVU y PVUR. Para el cálculo del PVUR se considera que el neutro del motor esta en el baricentro del triangulo de tensiones de línea.....71

Tabla 3.3. Tres situaciones de desequilibrio que tienen el mismo VUF, PVU y CVUF, pero tienen diferente magnitud de tensión. 75

Tabla 3.4. Máximo Error Relativo del PVU respecto al VUF (en Valor Absoluto) 89

Tabla 3.5. Tipos de situaciones de desequilibrio de tensión.....90

Tabla 3.6. Tensiones desequilibradas equivalentes en el motor de inducción. 92

Tabla 4.1. Datos y Parámetros de los dos motores usados en el análisis experimental. 107

Tabla 4.2. Evolución de los valores de la relación de impedancias de secuencia, los diversos regímenes de carga. 114

Tabla 4.3. Efecto del desequilibrio en la eficiencia y el factor de potencia para el motor de 380 V, 4 KW, operando a potencia nominal y con diferente secuencia positiva V1=380, 361 y 399 V 118

Tabla 4.4. Efecto del desequilibrio en la eficiencia y el factor de potencia para el motor de 220 V, 3 HP, operando a potencia nominal y con diferente secuencia positiva V1=220, 209 y 231 V. 121

Tabla 5.1. Desclasificación de la potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para V1 = 380 V y corriente nominal de 9.2 A. 139

Tabla 5.2. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para los ángulos del CVUF: 0°, 20° y 80°, In= 9.2 A y V1=380. 140

Tabla 5.3. Desclasificación de la potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para una V1 de 399 V y In = 9.2 A. 140

Tabla 5.4. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para los ángulos del CVUF: 0°, 20° y 80°, In= 9.2 A y V1=399. 141

Tabla 5.5. Desclasificación de la potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para una V1 de 361 V y In= 9.2 A. 142

Tabla 5.6. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para los ángulos del CVUF: 0°, 20° y 80°, In= 9.2 A y V1=361. 143

Tabla 5.7. Desclasificación de la Potencia por el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal, para V1 = 380 V, 399 V, 361 V y Corriente Equivalente Nominal de 9.2 A. 144

Tabla 5.8. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Corriente Equivalente, para V1=380, 399, 361V y Ieq=9.2 144

Tabla 5.9. Desclasificación de la Potencia por criterio de Pérdidas Totales Nominales, para los Valores de V1 de 380 V, 399 V, 361 V. 145

Tabla 5.10. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Pérdidas Totales Nominales, para V1=380, 399, 361V. 146

Tabla 5.11. Desclasificación de la Potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para V1 : 220 V, 231 V, 209 V , ángulo critico más desfavorable de 80° y In =8.4 A. 147

Tabla 5.12. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, criterio Corriente Nominal para V1=220, 231, 209 V y I=8.4 A, ángulo CVUF=80° 148

Tabla 5.13. Desclasificación de la Potencia por criterio de la Corriente Equivalente, para los Valores de V1 de 220 V, 231 V, 209 V y Corriente equivalente de 8.4 A. 149

Tabla 5.14. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Corriente Equivalente, para V1=220, 231, 209V y Ieq=8.4 150

Tabla 5.15. Desclasificación de la Potencia por criterio de Pérdidas Totales Nominales, para los Valores de V1 de 220 V, 231 V, 209 V. 151

Tabla 5.16. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Pérdidas Totales Nominales, para V1=220, 231, 209V. 152

Tabla 5.17. Tipos de desequilibrio de tensiones desequilibradas usados en las pruebas de calentamiento para la desclasificación de la potencia 157

Tabla D. 1. Relación entre las reactancias de dispersión del estator y del rotor 188

Tabla F. 1. Pruebas de rotor bloqueado, vacio y secuencia inversa. Datos nominales: 380V, 4 KW, 50 Hz, 1435 RPM. Norma IEC 600034 195

Tabla F. 2. Factores de Desclasificación experimental (Δθ=76°C) para diferentes valores de VUF% y una tensión de secuencia positiva igual a la tensión nominal, V1=380 V. 195

Tabla F. 3. Factores de Desclasificación experimental (Δθ=76°C) para diferentes valores de VUF% y una tensión de secuencia positiva de 105% la tensión nominal V1=399 V. 196

Tabla F. 4. Factores de Desclasificación experimental (Δθ=76°C) para diferentes valores de VUF% y una tensión de secuencia positiva de 95% la tensión nominal V1 =361 V. 196

Tabla F. 5. Pruebas de rotor bloqueado, vacio y secuencia inversa. Datos nominales: 220V, 3 HP, 60 Hz, 1740 RPM. Norma NEMA MG1. 198

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Distribución estimada de la demanda global de energía eléctrica por usuario final.....1

Figura 1.2. Desequilibrio de Tensiones en el sistema de distribución de USA. ..3

Figura 1.3. Localización del ahorro potencial por motores instalados en el sector industrial (capacidad instalada multiplicada por el mejoramiento promedio de la eficiencia) 4

Figura 1.4. Curva NEMA para la desclasificación de la potencia del motor de inducción de mediana potencia en condiciones de desequilibrio de tensiones.15

Figura 2.1. Vista de un corte transversal de la Máquina de Inducción Trifásica32

Figura 2.2. Ejes magnéticos del estator y rotor de la Maquina de Inducción Trifásica 33

Figura 2.3. Diagrama esquemático de una máquina de inducción trifásica. 34

Figura 2.4. Proceso de Transformación de la Maquina de Inducción de las variables 52

Figura 2.5. Circuito equivalente correspondiente a la ecuación de tensión 53

Figura 2.6. Circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa para el motor de inducción incluyendo las pérdidas en el hierro. (a) Considerando la rama de magnetización en paralelo y (b) Considerando la rama de magnetización en serie (circuito en T). 54

Figura 2.7. Circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa para el motor de inducción considerando el efecto de desplazamiento de corriente por efecto de las frecuencias de los campos de secuencia positiva y negativa. 55

Figura 2.8. Coeficientes kr y kx en función de para el circuito de secuencia negativa. 56

Figura 3.1. Limites de tensión y frecuencia para motores según IEC. 1= zona A, 2= zona B, 3= punto de características nominales. 64

Figura 3.2. Sistema de tres fasores de tensión aplicados al motor de inducción, ...65

Figura 3.3. Casos de sistemas trifásicos de tensión: sistema de tensión equilibrado (a) y sistema de tensión desequilibrado (b). 67

Figura 3.4. Triangulo de tensiones de línea y de fase de un motor de inducción con neutro aislado. El punto neutro está ubicado en el baricentro del triangulo. 69

Figura 3.5. Diagrama fasorial de las componentes de secuencia positiva y negativa de las tensiones de fase y línea. 73

Figura 3.6. Diferentes triángulos de tensiones, todos los triángulos tienen el mismo VUF, PVU y CVUF. Pero tienen diferente nivel de V1. En la figura de la izquierda están ordenados por la magnitud de V1.....75

Figura 3.7. Variación de la forma del triángulo de tensiones para un mismo VUF.....77

Figura 3.8. Variación de las Tensiones de Línea para y VUF constante 80

Figura 3.9. Lugar Geométrico del VUF con V1 constante para VUF menor a 5% 80

Figura 3.10. Aproximación en un plano de las Tensiones de Línea. VUF < 5%, V1 constante,.....81

Figura 3.11. Lugar Geométrico del VUF con V1 constante.....81

Figura 3.12. Diferencia en los Planos Formados por las Tensiones de Línea. CVUF variable, V1 constante.....82

Figura 3.13. Lugar Geométrico de las Tensiones de Línea con un VUF constante. 83

Figura 3.14. . Lugar Geométrico de las Tensiones de Línea con PVU y VP Constantes.....85

Figura 3.15. Vista que muestra que el Lugar Geométrico para PVU y V1 constante están un plano.....86

Figura 3.16. Lugar Geométrico de las tensiones que tienen el mismo PVU. 86

Figura 3.17. . El lugar geométrico del CVUF está dado por una recta del cono. 88

Figura 3.18. Error Absoluto del PVU respecto al VUF para diferentes ángulos del CVUF. 89

Figura 3.19. Carta del VUF usando el valor máximo de las tensiones de línea como base. 93

Figura 3.20. Carta del CVUF de 0 a 360°. Usando la tensión Vab como base. 94

Figura 4.1. Flujo de Potencia del motor de inducción operando en condiciones desequilibradas mediante el circuito equivalente de secuencia positiva y negativa. 103

Figura 4.2. Circuitos equivalentes precisos con la rama de magnetización sacada a los terminales ó circuito “L invertida”: (a) de secuencia positiva y (b) secuencia negativa. 104

Figura 4.3. Motores usados para el estudio experimental (a) motor 4KW, 380 V, Norma IEC (Laboratorio U. de Coimbra) (b) motor 3 HP, 220 V, Norma NEMA (Laboratorio U. del Valle). 106

Figura 4.4. Variación de las corrientes de acuerdo entre el ángulo entre las corrientes de secuencia positiva y negativa: (a) caso general (b) caso más crítico para el motor. 110

Figura 4.5. Variación de las tensiones y corrientes en el estator en función del ángulo entre las corrientes de secuencia positiva y negativa. 110

Figura 4.6. Variación de las impedancias de secuencia con el deslizamiento. Comparación de la impedancia de secuencia negativa a deslizamiento nominal con la impedancia de rotor bloqueado: (a) motor de 380 V, 50 Hz, 4 KW y (b) motor 220, 60 Hz y 3 HP.....112

Figura 4.7. de las impedancias se secuencia positiva y negativa del motor en la zona de operación del motor: (a) motor de 380 V, 50 Hz, 4 KW y (b) motor 220, 60 Hz y 3 HP.....113

Figura 4.8. Variación del factor de desequilibrio de corrientes CUF% para: (a) motor de 380 V, 50 Hz, 4 KW y (b) motor 220, 60 Hz y 3 HP. 114

Figura 4.9. 9 Variación de la Eficiencia con la Tensión de secuencia positiva V1 y el índice de desequilibrio VUF. Motor 380 V, 4 KW, IEC. 120

Figura 4.10. Variación del Factor de Potencia con la Tensión de secuencia positiva V1 y el índice de desequilibrio VUF. Motor 380 V, 4 KW, IEC. 120

Figura 4.11. Variación de la eficiencia con la Tensión de secuencia positiva V1 y el índice de desequilibrio VUF. Motor 220 V, 3 HP, NEMA. 122

Figura 4.12. Variación del Factor de potencia con la Tensión de secuencia positiva y el índice de desequilibrio VUF. 122

Figura 5.1. Curva para la desclasificación de la potencia del motor de inducción de mediana potencia en condiciones de desequilibrio de tensiones. (a) Curva desclasificación NEMA MG1 (b) Curva desclasificación IEC para motores de jaula de ardilla diseño N (uso general).....130

Figura 5.2. Simulación de la desclasificación de la potencia usando el criterio de la corriente nominal para el motor 4 KW, 380 V, IEC. En tres dimensiones: porcentaje de carga, VUF y ángulo del CVUF. 135

Figura 5.3. Simulación de la desclasificación de la potencia usando el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal para el motor 4 KW, 380 V, IEC. En tres dimensiones:.....137

Figura 5.4. Simulación de la desclasificación de la potencia usando el criterio de las pérdidas totales nominales, para el motor 4 KW, 380 V, IEC. En tres dimensiones:.....138

Figura 5.5. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia por el Criterio de la Corriente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 380 V y IN =9.2 A. Para ángulos CVUF= 0°,20° y 80°.....139

Figura 5.6. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=380 V, In= 9.2 A y.....140

Figura 5.7. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia por el criterio de la Corriente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 399 V y IN =9.2 A. Para ángulos CVUF= 0°,20° y 80°.....141

Figura 5.8. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=399 y In= 9.2 A y los ángulos críticos 20° y 80°.....141

Figura 5.9. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia por el criterio de la Corriente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 361 V y IN =9.2 A. Para ángulos CVUF= 0°,20° y 80°.....142

Figura 5.10. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=361 y In=9.2 A y los ángulos críticos 20° y 80°.....143

Figura 5.11. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio de la Corriente Equivalente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 380 V, 399 V, 361 V y Iequiv =9.2 A 144

Figura 5.12. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V_1=380, 399 y 361 V y I_{eq}=9.2 A. 145

Figura 5.13. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio Pérdidas Nominales, comparado con la curva NEMA para Valores de V1 de 380 V, 399 V, 361 V. 146

Figura 5.14. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=380, 399 y 361 V. Criterio Pérdidas Nominales Totales.....146

Figura 5.15. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia con el Criterio de la Corriente Nominal comparado con la curva NEMA para V1=220 V, 231 V, 209 V y In =8.4 A 148

Figura 5.16. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=220 V, 231 V, 209 V y I=8.4 A y el ángulo crítico más desfavorable 80°.....149

Figura 5.17. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio de la Corriente Equivalente, comparado con la curva NEMA para V1=220, 231, 209 V y Iequiv =8.4 A.....150

Figura 5.18. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=220, 231 y 209 V y Ieq=8.4 A.....151

Figura 5.19. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio Pérdidas Nominales, comparado con la curva NEMA para Valores de V_1 de 220 V, 231 V, 209 V. 152

Figura 5.20. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=220, 231 y 209 V y Pérdidas Nominales. 153

Figura 5.21. Vista parcial del montaje usado para las pruebas de calentamiento del motor de 4 kW en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas de la Universidad de Coímbra. 154

Figura 5.22. . Localización del sistema de termocuplas instalado en el estator y el rotor del motor. Sistema desarrollado por el profesor López-Fernández [24]. 155

Figura 5.23. Sistema de transmisión infra-rojo.....155

Figura 5.24. Vista completa del sistema de medición de temperatura del motor, el sistema de adquisición de datos esta conectado a un computador que grafica las temperaturas medidas.....156

Figura 5.25. Gráfico en el plano complejo del CVUF de las pruebas realizadas en el motor de 4KW. 158

Figura 5.26. Curvas de calentamiento en las diferentes partes del motor para VUF=4% y V1 =380 V.....159

Figura 5.27. Curvas de desclasificación experimentales para tres diferentes valores de tensión de secuencia positiva. Comparación con la curva de desclasificación NEMA. 160

Figura 5.28. Variación de la eficiencia del motor en función del factor de desequilibrio y la tensión de secuencia positiva.....161

Figura A. 1. Triángulo equilátero inscrito en una circunferencia. 174

Figura B. 1. Relación entre las diferentes transformaciones que se aplican en el análisis de la máquina de inducción y su relación con las componentes simétricas. 180

Figura D. 1. Circuito Equivalente en vacío. 187

Figura E. 1. Metodología para generar las tensiones de línea a partir de V1 y VUF. 190

Figura E. 2. Metodología para generar las tensiones de línea a partir de VP y PVU 191

Figura E. 3. Metodología para el cálculo del error del PVU respecto al VUF, del VP respecto al $|V_1|$ y del MDV respecto $|V_2|$. 191

Figura E. 4. Metodología para la simulación de la operación del motor en condiciones de desequilibrio. 192

Figura F. 1. Equipos de Prueba y sistema de medición usado en los ensayos del motor de 4 Kw. 193

Figura F. 2. Vista del Autotransformador y el Analizador de Potencia. 194

Figura F. 3. Equipos Usados: (a) Motor de inducción 3 HP, (b) Sistema de medición 197

Figura F. 4. Montaje de los equipos para las pruebas motor 3 HP. 197

RESUMEN

El problema energético actual hace urgente realizar acciones encaminadas a reducir las pérdidas de energía en los consumidores eléctricos de uso final y en particular en los sistemas accionados con motores trifásicos de inducción cuyo consumo y demanda son de gran impacto en la industria y los servicios.

Esta tesis doctoral presenta un estudio integral de la caracterización del desequilibrio de tensiones y de los efectos del desequilibrio sobre la potencia nominal del motor de inducción trifásico, usando como metodología de análisis se usa el método de componentes simetricas y el concepto matemático de simetría. Respecto a la caracterización, se realiza un análisis crítico de los índices de desequilibrio de tensiones actualmente usados, y se propone un índice de caracterización más preciso que los actuales en su relación con los efectos sobre el motor trifásico de inducción. En cuanto a la desclasificación se presenta una metodología más adecuada que la actualmente recomendada por las normas internacionales NEMA e IEC para la desclasificación de la potencia del motor de inducción. La metodología propuesta evita que se realicen desclasificaciones excesivas en las que se desperdicia potencia utilizable ó que se sobrecargue el motor reduciendo su vida útil, los resultados experimentales muestra la validez de la metodología propuesta.

La tesis esta presentada en cinco capítulos en el siguiente orden:

En el capitulo uno se presenta el estado del arte del tema de la investigación, el planteamiento del problema y los objetivos del trabajo, que se centran en la caracterización del desequilibrio de tensiones y en proponer curvas de desclasificación de la potencia más adecuadas que las actualmente propone la norma NEMA MG1.

El segundo capitulo presenta una deducción del circuito equivalente en estado estacionario del motor de inducción en condiciones de desequilibrio, mediante el análisis matricial de máquinas eléctricas. Se muestra que la transformación de componentes simétricas es una transformación de similitud que permite desacoplar totalmente la ecuación de tensión de la máquina.

El tercer capitulo se realiza un análisis crítico de los actuales índices de desequilibrio de tensiones definidos por la normas internacionales NEMA e IEC, y del factor complejo de desequilibrio de tensiones (Complex Voltage Unbalance Factor). Finalmente se propone una caracterización mas precisa del desequilibrio de tensiones relacionado con los efectos sobre el motor trifásico de inducción. Asimismo se presenta un método práctico para caracterizar el desequilibrio de tensiones a partir de mediciones en condiciones de campo.

En el cuarto capitulo se presenta un análisis cuantitativo y cualitativo del efecto del desequilibrio de tensiones sobre las corrientes, las pérdidas, la eficiencia, la potencia y el factor de potencia.

El capitulo cinco se muestran tres criterios para la desclasificación, estudiándose el efecto de la tensión de secuencía positiva, el factor de desequilibrio de tensiones y el ángulo entre las componentes de tensión sobre la potencia del motor. Asimismo se presentan los resultados experimentales que verifican la importancia del efecto de la secuencia positiva sobre la desclasificación de la potencia del motor, para evitar que se realicen desclasificaciones excesivas ó que se sobrecargue el motor. También se presentan recomendaciones prácticas para proteger el motor a partir de mediciones en condiciones de campo.

Finalmente en el capitulo seis se presentan las conclusiones del trabajo y las recomendaciones para el desarrollo de futuros trabajos.

El autor espera que los resultados de esta investigación contribuyan a un mayor entendimiento del funcionamiento del motor en condiciones de desequilibrio y permitan una operación más eficiente y confiable de los sistemas accionados con motores de inducción.

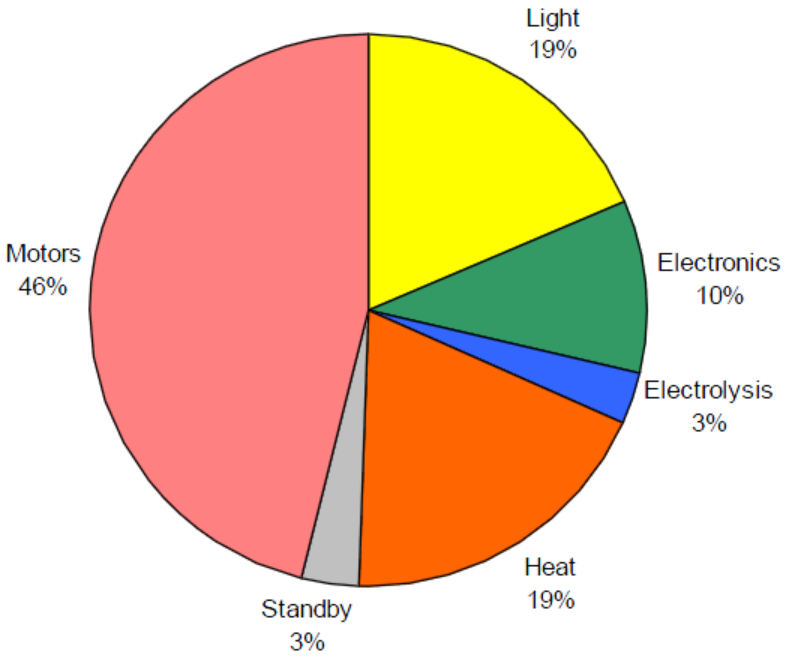
CAPÍTULO 1

MOTIVACIÓN Y ANTECEDENTES

1.1 MOTIVACIÓN

Los sistemas accionados con motores eléctricos son los principales usuarios finales de la energía eléctrica, según el reporte de la International Energy Agency [1] les corresponde aproximadamente el 68% de la demanda del sector industrial y el 46% de la demanda global de electricidad, en la Figura 1.1 se muestra la distribución de la demanda de la energía eléctrica por usuario final. Adicionalmente si sumamos a esta situación que el 68% de la energía eléctrica mundial se produce mediante combustibles fósiles [2], cuya combustión genera emisiones de gases efecto invernadero (principalmente dióxido de Carbono CO_2), se puede observar la gran importancia que tiene para la reducción del impacto sobre el medio ambiente el realizar acciones encaminadas al uso eficiente de los motores eléctricos.

Figura 1.1. Distribución estimada de la demanda global de energía eléctrica por usuario final.



Fuente: WAIDE, P. and BRUNNER, C. U. Energy-Efficiency Policy Opportunities for Electric Motors-Driven Systems. Working Paper of International Energy Agency, Energy Efficiency Series, OECD/IEA 2011.

El motor trifásico de inducción es el motor eléctrico de mayor aplicación mundial tanto en la industria, el comercio y prácticamente en cualquier sector

donde se necesite un motor eléctrico [3]-[8]. Estas máquinas son diseñadas y fabricadas para operar en las condiciones especificadas en la placa de características, llamadas condiciones nominales, cuando son alimentados con un sistema trifásico simétrico de tensiones de forma de onda sinusoidal y de magnitud igual a la tensión nominal [9]-[10].

Los sistemas de generación de energía eléctrica producen tensiones trifásicas sinusoidales, de igual magnitud y desfasadas en el tiempo 120°, por lo que pueden representarse por tres fasores de tensión de igual magnitud y desfasados 120º entre sí que matemáticamente constituyen un sistema trifásico simétrico. Sin embargo luego del proceso de transporte y distribución de la energía las tensiones que llegan a los puntos de utilización en los sistemas eléctricos son desequilibradas. Un sistema trifásico de tensiones esta desequilibrado cuando tiene magnitudes de fase ó de línea diferentes a la frecuencia nominal del sistema, los ángulos de desfase entre las tensiones son de diferente magnitud, y presentan diferentes niveles de distorsión armónica entre las fases [11], [12].

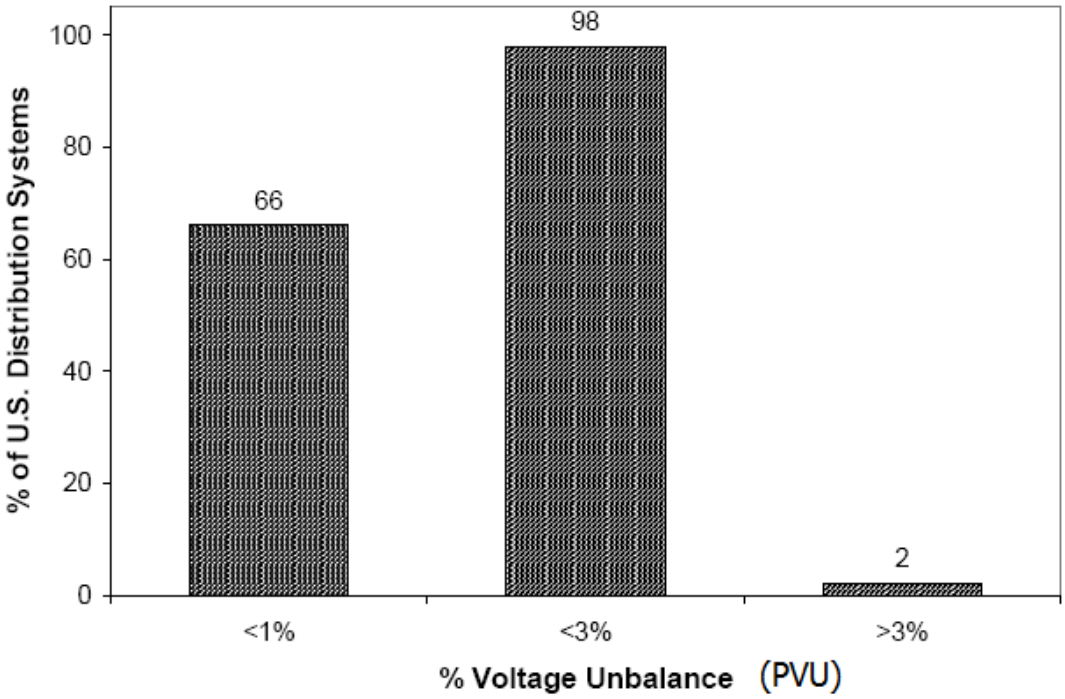
El desequilibrio de tensión es causado generalmente por una desigual distribución en la conexión de cargas monofásicas al sistema trifásico [11]-[14]. Adicionalmente otros fenómenos que causan el desequilibrio de tensión son: impedancias asimétricas de las bobinas de los transformadores, bancos de transformadores conectados en triangulo abierto o estrella abierta, fallas de circuitos no detectadas, impedancias asimétricas de las líneas de transmisión causadas posiblemente por transposición incompleta de las líneas, fusibles quemados en los bancos trifásicos de condensadores etc. [12], [13]. Dentro de una instalación eléctrica el desequilibrio de tensiones puede ser causado además por conexión de cargas asimétricas, instalación de cables de diferente calibre, conexión de equipos monofásicos sobrecargados y conexiones de alta impedancia (por ejemplo contactos malos o flojos). El problema del desequilibrio de tensiones puede ser muy difícil de compensar porque varía continuamente debido a la variación de las cargas [13]-[15].

Para cuantificar desequilibrio de tensiones las normas han definido índices para caracterizar grado de desequilibrio y éstos son actualmente usados en la industria [16]. La Norma IEC 61000-4-27 define el Voltage Unbalance Factor VUF [17], la Norma NEMA MG1-2003 define el Percent Voltage Unbalance PVU [18] y la Norma IEEE 141-1993 define el Phase Voltage Unbalance Rate PVUR [19]. En Colombia la NTC 5001 [20] define como factor de desequilibrio el VUF, al igual que la IEC 61000-4-27. Adicionalmente en los últimos años la comunidad científica está usando el Complex Voltage Unbalance Factor CVUF [21], [22].

Un estudio realizado el año 2000 sobre el desequilibrio de tensión en el sistema de distribución de USA realizado por el Electric Power Research Institute [11] y luego publicado por la Norma ANSI [13], reportó que aproximadamente el 66% del sistema de distribución eléctrico de USA tiene un porcentaje de desequilibrio de tensión (Porcent Voltage Unbalance PVU) menor a 1%, el 98%

del sistema de distribución tiene un porcentaje de desequilibrio de tensión menor a 3 % y cerca del 2% del sistema de distribución de USA tiene un porcentaje de desequilibrio de tensión mayor al 3%, ver Figura 1.2. Así, los estudios de campo comprueban que el desequilibrio de tensión es uno de los fenómenos de la calidad de la potencia eléctrica que se presentan con mayor frecuencia en las instalaciones eléctricas y por lo tanto el interés en su estudio se mantiene vigente.

Figura 1.2. Desequilibrio de Tensiones en el sistema de distribución de USA.



Fuente: ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE EPRI, Voltage Unbalance: Power Quality Issues, Related Standards and Mitigation Techniques. Final Report, Publishing by EPRI,2000, USA. Tambien publicado en: AMERICAN NATIONAL STANDARD, ANSI C84.1-2006 Electric Power System and Equipment - Voltage Ratings (60 Hertz), Revision of ANSI C84.1-1995 (R2001, R2005), Secretariat: NEMA Approve December 2006, Publishing by NEMA, 2006, USA.

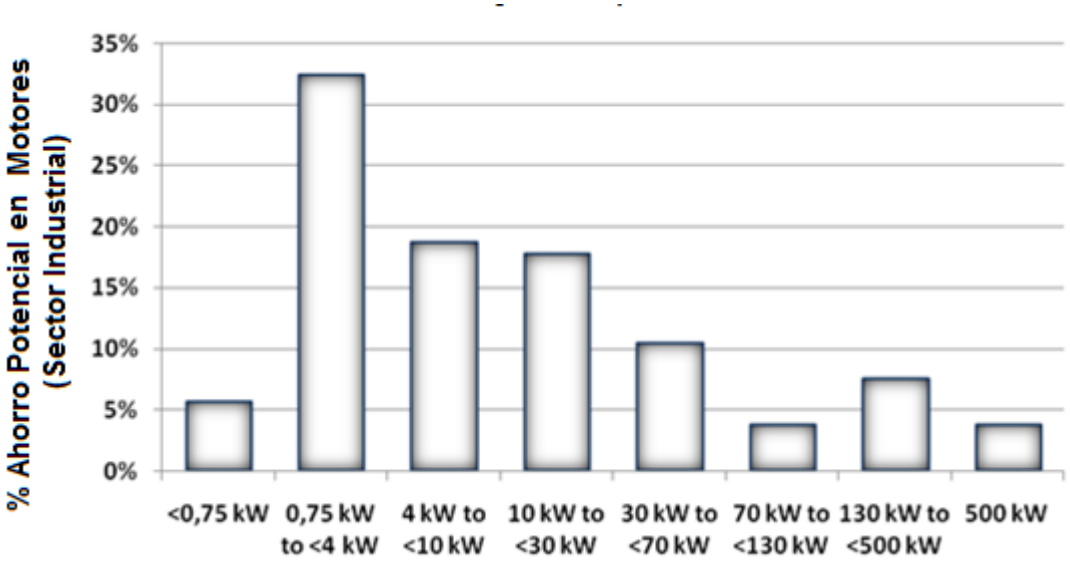
Cuando un motor trifásico de inducción se alimenta por un sistema de tensiones trifásico asimétrico, se producen efectos no deseados sobre muchas de las características de operación del motor. La importancia del estudio de este fenómeno dio lugar al desarrollo de métodos para su análisis [23]-[41]. Entre los efectos que produce el desequilibrio de tensiones sobre el motor están: aumento de las pérdidas, elevación de temperatura de los bobinados, disminución de la eficiencia, desequilibrio de las corrientes de línea, disminución de la potencia entregada, disminución del par, pulsaciones de par, vibraciones, disminución del tiempo de vida del aislamiento, etc. [42]-[80].

El concepto matemático de simetría tiene gran importancia en el estudio del motor de inducción operando con tensiones desequilibradas, este hecho se

hace evidente con el método desarrollado por Fortescue [23], que descompone el sistema trifásico desequilibrado en un sistema asimétrico más dos sistemas simétricos. Matemáticamente un objeto tiene simetría si permanece invariante al aplicársele un tipo especial de trasformación. Este concepto tiene aplicación en muchos campos de la ciencia, asimismo es fundamental para comprender científicamente el universo y ha estado presente en el desarrollo de la física, las matemáticas, el arte y otros campos del conocimiento [81] - [82]. Por lo tanto entender y aplicar el concepto de simetría al estudio del motor en condiciones de desequilibrio es un tema de interés académico.

Los efectos negativos creados por el desequilibrio de tensión sobre la operación del motor de inducción afectan los costos del proceso productivo y de allí la importancia de cuantificar esos efectos [83]-[88]. Los sistemas accionados con motores eléctricos de inducción consumen entre el 60 y 68 % de la energía eléctrica usada en los procesos industriales y comerciales [1], [3], [7], [83]-[84], asimismo estudios realizados por la Comisión Europea muestran que existe un gran potencial de ahorro en la aplicación de éstos motores especialmente en el rango de potencia de 0.75 a 4 KW [7], [88], Figura 1.3. La magnitud del ahorro potencial dio lugar que las normas IEC realicen estandarización de los niveles de eficiencia en motores de inducción trifásicos [88], así Europa siguió un camino similar al que se había seguido en USA donde ya se habían estandarizado los niveles de eficiencia [18]. El desequilibrio de tensiones al disminuir la eficiencia del motor incrementara la energía consumida en el proceso, de allí la importancia de estimar este efecto sobre el motor.

Figura 1.3. Localización del ahorro potencial por motores instalados en el sector industrial (capacidad instalada multiplicada por el mejoramiento promedio de la eficiencia)



Fuente: INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-30, Rotating Electrical Machines -Part 30: Efficiency classes of single-speed, three-phase, cage induction motors, (IE-Code) Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2008.

Por otro lado al ser el proceso productivo movido por motores eléctricos, una falla imprevista causada por el calentamiento excesivo de las bobinas, la disminución del tiempo de vida de los aislamientos y/o la vibración, pueden ocasionar paradas imprevistas de la producción [42], [51], [57], [59], [60], [71], [76]. Ante esta problemática las Normas NEMA e IEC dan advertencias sobre los límites de desequilibrio de tensión que pueden soportar los motores eléctricos, también dan un rango en que se pueden desequilibrar las corrientes del estator y para evitar los efectos nocivos sobre el motor recomiendan aplicar una curva para disminuir la potencia de operación del motor, es decir, desclasificar la potencia [18], [49].

La metodología actualmente usada para desclasificar la potencia del motor ante el desequilibrio de tensiones es la recomendada por NEMA e IEC, que consiste en multiplicar la potencia nominal del motor por el factor de desclasificación el cual varía de acuerdo a la magnitud del desequilibrio de tensiones. Sin embargo la curva “Factor de desclasificación vs. Factor de desequilibrio” que recomiendan las normas internacionales para la desclasificación de la potencia de motores presenta inexactitudes cuando se verifica experimentalmente [54], [72], [73], [77], [78], [80]. Asimismo el índice de desequilibrio que actualmente definen las normas internacionales no permite precisar el efecto del desequilibrio sobre la operación del motor pues para un mismo índice existen muchos tipos de desequilibrios [22], [53], [56], [66], [70], [74], [75].

En este trabajo se realiza un estudio de los efectos del desequilibrio de tensiones sobre la operación del motor de inducción trifásico usando la teoría de las componentes simétricas. En primer lugar se presenta el modelado del motor de inducción trifásico a partir de la teoría matricial de máquinas eléctricas y se muestra por que la transformación de componentes simétricas es la más apropiada para este análisis, en segundo lugar, se hace luego una evaluación crítica de los actuales índices de desequilibrio de tensiones y se propone un método para la valoración del desequilibrio de tensiones en su relación con los efectos sobre el motor trifásico de inducción; y en tercer lugar, se presenta un estudio sobre los efectos del desequilibrio de tensión en la eficiencia y los criterios para la desclasificación de potencia del motor, los que se comprueban experimentalmente. Se presentan estos resultados como una contribución al entendimiento del funcionamiento del motor en condiciones de desequilibrio y se espera que las recomendaciones sean beneficiosas para la industria que permitan una operación más confiable de los motores de inducción.

1.2 ANTECEDENTES

En el estudio de los fenómenos que ocurren en la operación del motor de inducción alimentado con un sistema de tensiones trifásico desequilibrado, el primer paso que dieron los investigadores fue caracterizar mediante un índice

el desequilibrio del sistema trifásico de tensiones. Esto es necesario dado que la teoría clásica de máquinas eléctricas está construida fundamentalmente para la operación del motor con un sistema de tensiones trifásico simétrico. Posteriormente se han desarrollado metodologías para evaluar el efecto del desequilibrio en la potencia del motor usando los índices de desequilibrio desarrollados. A continuación se presenta brevemente los desarrollos realizados tanto en el tema de la caracterización del desequilibrio de tensiones, como en las metodologías para la desclasificación de la potencia del motor de inducción trifásico.

1.2.1 Caracterización del desequilibrio de tensiones

El primer estudio sistemático y generalizado para el estudio de sistemas de tensión desequilibrados lo propuso, en 1918, Fortescue en su clásico articulo “Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks” [23], el cual que fue desarrollado precisamente cuando estudiaba la operación del motor de inducción, en estado estacionario, alimentado con tensiones desequilibradas. En este artículo Fortescue propone descomponer el sistema trifásico desequilibrado en tres sistemas de tensiones trifásicos, cada uno de ellos con componentes de igual magnitud: el sistema de secuencia cero, el sistema de secuencia 1 (secuencia positiva), y el sistema de secuencia 2 (secuencia negativa); el efecto total sobre el motor se encuentra sumando el efecto de cada sistema. Asimismo Fortescue muestra que el sistema de secuencia cero no produce campo resultante en el entrehierro, por lo que no debe considerarse en la conversión de potencia.

Es interesante precisar que en el “método de coordenadas simétricas” [23], los sistemas de secuencia positiva y negativa son, desde el punto de vista geométrico, sistemas simétricos pues presentan una simetría rotacional de 120 grados. Por lo tanto solo es necesario calcular una componente de cada sistema pues las otras componentes se obtienen desplazando la primera componente en 120 y 240 grados. Este hecho dio lugar a que posteriormente se usara el nombre de “método de componentes simétricas” y se popularice el termino de “componentes simétricas” ó “componentes de secuencia” [26], [27]. Igualmente es importante mencionar que el método fue propuesto por Fortescue para el análisis de sistemas eléctricos en estado estacionario.

1.2.2 Factor de Desequilibrio en el Método de las Componentes Simétricas

En el método de componentes simétricas propuesto por Fortescue [23], se distinguen dos definiciones de factores de desequilibrio. Éstas son:

El “factor de desequilibrio de tensiones de secuencia negativa” (negative-sequence voltaje unbalance factor) definida como la relación entre la magnitud

de la componente de secuencia negativa de tensión de fase ó de línea a la magnitud de la componente de secuencia positiva de tensión de fase ó de línea [24], [27].

$$NSVUF = Negative\ Sequence\ Voltage\ Unbalance\ Factor = \frac{|V_2|}{|V_1|} \quad (1.1)$$

El "factor de desequilibrio de tensiones de secuencia cero" (zero-sequence voltaje unbalance factor) definida como la relación entre la magnitud de la componente de secuencia cero de tensión de fase y la magnitud de la componente de secuencia positiva de tensión de fase [27].

$$ZSVUF = Zero\ Sequence\ Voltage\ Unbalance\ Factor = \frac{|V_0|}{|V_1|} \quad (1.2)$$

Sin embargo, como la corriente de secuencia cero no fluye en sistemas trifásicos con neutro aislado, como es el caso de los motores trifásicos de inducción, el "factor de desequilibrio de tensiones de secuencia cero" tiene poco valor práctico en éstos casos. En cambio, el "factor de desequilibrio de tensiones de secuencia negativa" es una cantidad de significado práctico que indica el nivel de tensión que intenta hacer girar el motor en sentido contrario a lo establecido por la tensión de secuencia positiva. En un artículo posterior a su publicación más famosa [23], Fortescue define el "factor de desequilibrio" como la relación de una unidad de la componente de secuencia negativa de fase a la unidad correspondiente de su componente de secuencia positiva, indicando además que generalmente solo se necesita la relación entre las magnitudes [24].

1.2.3 Índices de Desequilibrio para la Tensión y la Corriente VUF y CUF

En 1925 Evans y Pierce [26] proponen dos índices para caracterizar el desequilibrio de voltajes y corrientes en un sistema trifásico de tres hilos y una metodología para medirlos. Ellos proponen el factor de desequilibrio de tensión VUF (Voltaje Unbalance Factor) y el factor de desequilibrio de corriente CUF (Current Unbalance Factor), factores que relacionan la magnitud de la componente de secuencia negativa de la tensión ó de la corriente sobre la magnitud de la componente de secuencia positiva. Los factores propuestos se expresan así:

$$VUF = Voltage\ Unbalance\ Factor = \frac{|V_2|}{|V_1|} \quad (1.3)$$

$$CUF = Current\ \ Unbalance\ \ Factor = \frac{|I_2|}{|I_1|} \qquad (1.4)$$

En la ecuación (1.1) y (1.3), $|V_2|$ es la amplitud del fasor de tensión de secuencia negativa V_2 y $|V_1|$ es la amplitud del fasor de tensión de secuencia positiva V_1.

El índice VUF (Voltage Unbalance Factor), desde su propuesta, fue aceptado ampliamente en la comunidad científica y técnica y actualmente es usado en Europa, USA y en la mayor parte del mundo, para caracterizar el desequilibrio de tensiones de un sistema trifásico. Este factor es comúnmente llamado "factor de desequilibrio de tensiones" y ha sido adoptado como la definición de desequilibrio de tensiones por la norma IEC 61000-4-27 [17] y las normas NEMA MG1-2003 [18] y IEEE Std.141 [19].

En Colombia el Instituto Colombiano de Normas Técnicas ICONTEC es miembro de la International Electrotechnical Commission IEC y por lo tanto adhiere a la mayoría de las Normas IEC. Así, la Norma Técnica Colombiana NTC 5001 [20], preparada por el Comité Técnico No. 129 Calidad de Energía Eléctrica del ICONTEC, define el desequilibrio de tensiones usando el mismo índice de la norma IEC 61000-4-27, el "factor de desequilibrio de tensiones" VUF.

1.2.4 Definiciones de desequilibrio de tensión dadas por las normas internacionales

Definición de la norma IEC para el Desequilibrio de Tensiones

La International Electrotechnical Commission adopta el factor de desequilibrio de tensiones propuesto en el método de componentes simétricas, en su norma IEC 61000-4-27 [17], define el desequilibrio de tensiones mediante el índice VUF (Voltage Unbalance Factor) de la siguiente forma "la relación de la componente de secuencia negativa entre la componente de secuencia positiva medida a la frecuencia del sistema (50 Hz o 60 Hz) tal como lo define el método de las componentes simétricas". Matemáticamente:

$$VUF = Voltage\,Unbalance\ Factor = \frac{|V_2|}{|V_1|} \quad (1.5)$$

Donde:

$|V_2|$ es el valor r.m.s. de la componente de secuencia negativa del voltaje aplicado.

$|V_1|$ es el valor r.m.s. de la componente de secuencia positiva del voltaje aplicado

Así, dado un conjunto de tensiones desequilibradas V_{ab} , V_{bc} y V_{ca} , las tensiones de secuencia positiva y negativa viene dado por:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix}$$

Con: $a = -0.5 + j0.866$ y $a^2 = -0.5 - j0.866$

Definición de la norma NEMA para el Desequilibrio de Tensiones

La National Electrical Manufacturer Association en su Norma MG1 [18], acepta el índice VUF del método de componentes simétricas. Sin embargo entre los años 1969 y 1970 la sección de Motores y Generadores de NEMA propuso el índice Percent Voltage Unbalance PVU como un método alternativo al VUF para el cálculo del desequilibrio de tensiones. Este nuevo índice PVU no requiere el uso del algebra vectorial para calcular las componentes de secuencia pues usa solo el valor r.m.s. de las tensiones línea-línea, y calcula la relación entre la máxima desviación respecto a la tensión de línea promedio entre la tensión de línea promedio.

Así, sean V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} los valores r.m.s. de las tensiones línea-línea del sistema trifásico de tensiones, el índice PVU matemáticamente se expresa así:

$$PVU = Percent\ Voltage\ Unbalance = \frac{MDV}{VP} \times 100 \qquad (1.6)$$

Donde:

$$VP = Tensión\ \text{Promedio de las tensiones de linea} = \frac{V_{ab} + V_{bc} + V_{ca}}{3}$$

$$MDV = Máxima\ Desviación\ de\ Tensión = Max\left\{|V_{ab} - VP|, |V_{bc} - VP|, |V_{ca} - VP|\right\}$$

Este nuevo índice PVU fue adoptado por NEMA desde la Norma NEMA MG1-1972 y también aparece en su versión la MG1-2003 [18]. El uso del índice PVU está muy difundido en las practicas industriales debido a que no requiere el uso del algebra compleja como si lo necesita el cálculo del VUF que está basado en el método de componentes simétricas.

Definición de la norma IEEE para el Desequilibrio de Tensiones

En 1969 el IEEE Power System Engineering Committee, al discutir la IEEE Std. 141 [19], Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plan, propone una definición, adicionalmente al índice VUF, donde se usa solo la magnitud de las tensiones de fase del sistema así:

$$PVUR = Phase\,Voltage\,Unbalance\,Rate = \frac{MDVF}{VFP} \times 100 \quad (1.7)$$

Donde:

$$VFP = Tensión\ \ de\ Fase\,\mathrm{Pr}\,omedio = \frac{V_a + V_b + V_c}{3}$$

$$MDVF = Máxima\ Desviación\ de\ la\ Tension\ de\ Fase = Max\left\{|V_a - VFP|, |V_b - VFP|, |V_c - VFP|\right\}$$

Así, el índice PVUR (Phase Voltage Unbalance Rate) fue incluido en la norma IEEE Std. 141 [19] desde 1969 y tiene la característica de expresar el desequilibrio a partir de la medición de la magnitud de las tensiones fase-neutro. Por lo tanto para calcular este índice no es necesario usar el método de las componentes simétricas.

Si se desea aplicar este índice para la desclasificación del motor es necesario conocer las tensiones r.m.s. línea-neutro del motor. Como las tensiones línea-neutro del motor son difíciles de medir en la práctica industrial pues generalmente el neutro del motor no está disponible, es más práctico usar el índice PVU que solo requiere conocer las tensiones línea-línea aplicadas al motor.

1.2.4.1 El Factor Complejo de Desequilibrio de Tensiones CVUF

En 1990 De Oliveira [21] al investigar la operación del motor trifásico de inducción alimentado con una tensión monofásica y un condensador para completar las tres fases de alimentación y analizar las condiciones óptimas de operación, propone dos factores: el grado de desequilibrio de tensión k_v y el grado de desequilibrio de corriente k_I, matemáticamente definidos así:

$$k_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{|V_2|}{|V_1|}\angle\theta_v = |k_v|\angle\theta_v \qquad (1.8)$$

$$k_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{|I_2|}{|I_1|}\angle\theta_I = |k_I|\angle\theta_I \qquad (1.9)$$

Los factores propuestos por De Oliveira son fundamentalmente los mismos que los propuestos por Fortescue [24], Evans, [26], pero se diferencia en que mientras Fortescue y Evans usan solo los módulos del fasor de tensión y corriente, De Oliveira usa el fasor con modulo y ángulo.

El año 2000 Wang [22], [58] propone usar el factor de "grado de desequilibrio de tensión", propuesto por Oliveira [21], para analizar el motor trifásico de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones. Wang le cambia de nombre al factor propuesto por Oliveira y lo denomina CVUF (Complex Voltaje Unbalance Factor) en español "Factor Complejo de Desequilibrio de Voltaje", el CVUF se representa por un fasor y está definido por:

$$CVUF = k_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{|V_2|\angle\theta_2}{|V_1|\angle\theta_1} = VUF\angle\theta_2 - \theta_1 \qquad (1.10)$$

Asimismo Wang propone un método para calcular los efectos del desequilibrio de voltaje en función del modulo y el ángulo del CVUF y considera que con este factor se puede estudiar completamente los efectos del desequilibrio de tensiones sobre el motor de inducción.

1.2.5 Criticas al Factor de Desequilibrio de Tensiones.

En 1998 Lee [53], [56] presenta una crítica a las definiciones de desequilibrio dadas por las Normas: índices VUF, PVU y PVUR. Lee enuncia que existen al menos ocho tipos de desequilibrio que tienen el mismo índice VUF y el mismo PVU pero presentan diferentes características de operación. Lee dice que existen al menos seis casos en que hay equilibrio de ángulo (120° entre los fasores de tensión de fase) pero con magnitudes diferentes de tensión de fase. Asimismo que hay dos casos donde las magnitudes de las tensiones de fase son iguales pero que no hay equilibrio de ángulo, es decir el ángulo entre las tensiones de fase será diferente.

Los casos propuestos por Lee son:

1ϕ--UV: Una Tensión de Fase menor a la nominal y dos iguales a la nominal, con los tres fasores de tensión desfasados simétricamente 120°.

2ϕ--UV: Dos Tensiones de Fase menores a la nominal y una igual a la nominal, con los tres fasores de tensión desfasados simétricamente 120°.

3ϕ--UV: Tres Tensión de Fase menores a la nominal, con los tres fasores de tensión desfasados simétricamente 120°.

1ϕ--OV: Una Tensión de Fase mayor a la nominal y dos iguales a la nominal, con los tres fasores de tensión desfasados simétricamente 120°.

2ϕ--OV: Dos Tensiones de Fase mayor a la nominal y una igual a la nominal, con los tres fasores de tensión desfasados simétricamente 120°.

3ϕ--SV: Tres Tensiones de Fase mayor a la nominal, con los tres fasores de tensión desfasados simétricamente 120°.

1ϕ--A: El modulo de las tres tensiones de fase es igual al nominal y un ángulo entre dos fasores de tensión se mantiene en 120°.

2ϕ--A: El modulo de las tres tensiones de fase es igual al nominal. Los ángulos entre los fasores de tensión son diferentes a 120 °.

En la tabla 1.1 se muestra los 8 tipos desequilibrio analizados por Lee. Se observa que los valores de VUF y PVU son similares para los 8 tipos de desequilibrio, pero existe una gran diferencia con el valor de PVUR.

Tabla 1.1. Comparación de índices de desequilibrio NEMA, IEEE e IEC para ocho casos diferentes de desequilibrio de tensiones propuestos por Lee.

Tipo de desequilibrio	**PVU**	**PVUR**	**VUF**	**V_a**	**V_b**	**V_c**	**V1**	**V2**
Equilibrado	0,00	0,00	0	127,0 ∠0°	127,0 ∠240°	127,0 ∠120°	127,00	0,00
3ϕ--UV	3,96	7,85	4	110,0 ∠0°	112,7 ∠240°	125,0 ∠120°	115,88	4,64
2ϕ--UV	3,99	7,90	4	111,8 ∠0°	114,3 ∠240°	127,0 ∠120°	117,70	4,71
1ϕ--UV	3,94	7,94	4	112,4 ∠0°	127,0 ∠240°	127,0 ∠120°	122,12	4,89
2ϕ--A	3,96	0,00	4	127,0 ∠0°	127,0∠231,9°	127,0 ∠116°	126,79	5,09
1ϕ--A	3,41	0,00	4	127,0 ∠0°	127,0 ∠240°	127,0∠113,1°	126,80	5,07
1ϕ--OV	4,04	8,01	4	142,9 ∠0°	127,0∠240°	127,0 ∠120°	132,29	5,29
2ϕ--OV	3,64	7,37	4	145,9 ∠0°	138,3 ∠240°	127,0 ∠120°	137,06	5,48
3ϕ--OV	3,55	7,19	4	148,2 ∠0°	139,7 ∠240°	129,0 ∠120°	138,98	5,56

Fuente: LEE Ch-Y, Effects of Unbalanced Voltage on Operation Performance of a Three-Phase Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion*, Vol.14, No.2, 1999, pp. 202-208.

En el trabajo de Lee el valor nominal de la tensión de línea es de 220V y el de fase es de 127 V, se observa que el índice PVU y el índice VUF se mantienen prácticamente igual a 4%, mientras el índice PVUR muestra diferencias sustanciales con respecto a éstos; el hecho de que el índice PVUR se aleje de los valores de VUF y PVU será analizado en el siguiente capítulo.

Lee concluye que factor VUF es más completo que el PVU y el PVUR, sin embargo menciona que ninguno de los factores VUF, PVU y PVUR dan una visión completa del estado del desequilibrio de tensiones. Lee recomienda que para calcular el efecto del desequilibrio sobre el motor se deben calcular las componentes de tensión positiva V_1 y negativa V_2.

El año 2000 Wang [22], [58], como se mencionó anteriormente, propone usar el factor CVUF (Complex Voltaje Unbalance Factor), en español “Factor Complejo de Desequilibrio de Tensiones” y plantea también un método para calcular los efectos del desequilibrio de tensión en función del modulo y el ángulo del CVUF

y considera que con este factor, se puede estudiar completamente los efectos del desequilibrio de tensiones sobre el motor de inducción.

El año 2002 Pillay [61] muestra que las definiciones IEC (VUF) y NEMA (PVU), cuando se aplican a la desclasificación de la potencia del motor, no presentan diferencias significativas para desequilibrios en el rango de hasta 5%. Ese mismo año Jeong [62] presenta varias relaciones para evaluar el VUF a partir de los voltajes de línea sin necesidad de calcular las componentes simétricas.

El 2004 Faiz [63] muestra que no son solo 8 casos de desequilibrio de tensión los que existen para un mismo factor de desequilibrio, sino que existen un infinito número de casos que dan el mismo valor de VUF, asimismo afirma que la curva de desclasificación NEMA no siempre se cumple y que la desclasificación depende de la tensión promedio en sus terminales. Finalmente menciona que el mejor método para evaluar el desequilibrio es el índice PVU dado por NEMA siempre que se conozca la tensión promedio aplicada al motor.

El año 2004 Siddique [66] realiza un análisis teórico experimental del efecto de desequilibrio de tensiones sobre el motor usando los factores PVU y VUF. Siddique aplica seis tipos de desequilibrio de tensiones que tienen el mismo VUF a tres motores de inducción de 5HP, 10 HP y 30 HP, de los resultados concluye que para conocer el efecto del desequilibrio sobre el motor se debe de considerar la componente de secuencia negativa V_2 y la componente de secuencia positiva V_1, ó se debe conocer el índice VUF y la componente de secuencia negativa V_2.

En otro trabajo el año 2005 Faiz [69] menciona que el índice CVUF de Wang no es suficiente para caracterizar el desequilibrio de tensiones y propone usar el índice VUF mas la componente de secuencia positiva, coincidiendo en este aspecto con Siddique.

El 2006 Quispe y Palacios [70] presentan un análisis de las definiciones de desequilibrio dadas por los índices PVU, VUF y CVUF y concluye que es necesario plantear una nueva forma de caracterizar el desequilibrio de tensiones que permita precisar mejor el desequilibrio de voltaje en su relación con los efectos del motor de inducción, y menciona que se debe de considerar las componentes de secuencia positiva, negativa y el valor de la tensión nominal.

El 2007 Mantilla [74] presenta un análisis teórico que muestra como varían las componentes simétricas de la tensión si VUF se mantiene constante y si el ángulo del CVUF se mantiene constante. Asimismo el 2008 Mantilla [75] presenta un estudio donde analiza el rango de variación de las tensiones y sus componentes simétricas si se mantiene constante el voltaje promedio aplicado y el factor de desequilibrio de tensión VUF.

1.2.6 Metodologías para la Desclasificación de la Potencia ante desequilibrio de tensiones.

Cuando el motor de inducción está alimentado por un sistema de tensiones trifásico desequilibrado, las corrientes del motor también serán desequilibradas y una tensión de secuencia negativa pequeña puede producir grandes corrientes en los bobinados que excedan considerablemente la corriente nominal del motor. Por lo tanto para evitar que un calentamiento excesivo pueda afectar el tiempo de vida del motor es necesario reducir la potencia de operación del motor, este proceso se conoce como desclasificación de la potencia del motor debido al desequilibrio de tensiones.

En 1954 Williams [42] usando el método de las componentes simétricas presenta una metodología para analizar el motor de inducción en condiciones de desequilibrio y concluye que tensiones desequilibradas causan en el motor un incremento de perdidas proporcional a la tensión de secuencia negativa y un calentamiento desigual en los bobinados. Tracy, en la discusión del artículo de Williams, propone una ecuación sencilla para la desclasificación de la potencia del motor.

En 1959 Gafford [43] muestra la influencia de la corriente de secuencia negativa en causar una distribución espacial desequilibrada de las perdidas y el calentamiento y propone una ecuación para estimar la elevación máxima de temperatura en el motor.

En 1963 Berndt [44] presenta una metodología para calcular los factores de desclasificación basado en experimentos de laboratorio y propone que la desclasificación sea incluida en la Norma MG1. Lee [44], en la sección de discusión del artículo de Berndt, propone calcular los factores de desclasificación considerando que la resistencia térmica de los bobinados del motor es despreciable y entonces el calentamiento adicional causado por el desequilibrio es distribuido en las tres fases.

En 1968 Rama [45] desarrolla dos métodos para calcular los factores de desclasificación y los compara con los factores propuestos por Berndt y Lee usando ensayos experimentalmente, concluye que los efectos del calentamiento se expresan mejor usando el factor de desequilibrio de corrientes que el desequilibrio de tensiones. En 1976 Seematter [48] desarrolla un programa de computador para calcular los factores de desclasificación usando los métodos de Lee y Berndt.

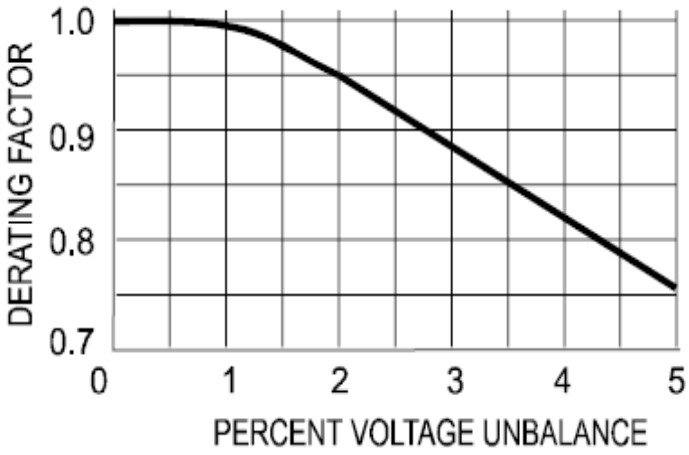
In 1978 la National Electrical Manufacturers Association incluye en la NEMA Standard MG1 [18] un método para calcular los factores de desclasificación. NEMA construye una curva basada en resultados experimentales, que indican que el porcentaje de incremento de la temperatura del motor debido al desequilibrio de tensiones es aproximadamente igual a dos veces el PVU elevado al cuadrado [61], la curva de desclasificación propuesta por NEMA da una relación entre el factor de desclasificación y el índice PVU, ver Figura 1.4.

La IEC en su Standard 60034-26 [49] presenta una curva similar a la curva NEMA para la desclasificación del motor de inducción, la única diferencia es que en la curva IEC el factor de desclasificación está en función del índice VUF y está limitado a motores diseño N (motores de uso general). Es importante precisar que desde 1978 hasta nuestros días la curva de desclasificación NEMA es el método más usado en la industria para la desclasificación de motor con desequilibrio de tensiones.

En Colombia el Comité Técnico No. 131 Máquinas Eléctricas Rotatorias del ICONTEC, ha adaptado la norma IEC 60034-26 a su versión colombiana en la norma NTC 4330 [50], que utiliza la misma curva de desclasificación.

El estudio de la desclasificación del motor con desequilibrio de tensiones fue retomado años después, cuando en 1997 Kersting [38], plantea que la operación del motor depende no solo del grado de desequilibrio dado por el PVU sino también de la forma como se conecta el motor, es decir que las tensiones de línea son las mismas pero se aplican en diferente orden, esto es equivalente a decir que cambia el ángulo entre las componentes de secuencia positiva y negativa. La propuesta de Kersting es generalizada por Wang [22] que investiga el efecto del factor complejo de desequilibrio de tensiones CVUF, considerando el efecto de la magnitud y el ángulo del CVUF, en la capacidad de carga del motor.

Figura 1.4. Curva NEMA para la desclasificación de la potencia del motor de inducción de mediana potencia en condiciones de desequilibrio de tensiones.



Fuente: NEMA Standards Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generator. Part 14, Page 11, Publishing by NEMA, USA, 2003.

Los trabajos realizados en 1999 por Lee [56] y el 2004 Siddique [66], concluyen que el PVU y el VUF son insuficientes para describir el desequilibrio y por ende la desclasificación, pues existen muchos casos de desequilibrio que tiene el mismo factor PVU ó VUF. El año 2002 Pillay [61] y el 2004 Faiz [63] presentan

criticas la Curva de Desclasificación NEMA y también consideran que los índices PVU, VUF y CVUF no dan información suficiente para considerar la desclasificación del motor. Asimismo el año 2004 Costa [65] considera que es más adecuado trabajar con las corrientes para la desclasificación del motor y propone el Factor de Pérdidas de Corriente que relaciona las corrientes de fase del motor. Asimismo Quispe [70] propone que para la desclasificación es necesario considerar tanto el voltaje nominal como el voltaje de secuencia positiva adicionalmente al VUF.

Evidentemente en el estudio de la desclasificación es muy importante el estudio experimental, sin embargo existen en la literatura pocos trabajos al respecto. En este campo en la literatura están los trabajos de Wallace [54] que en 1997 presenta pruebas en tres motores de inducción, presentándose algunas diferencias de la Curva NEMA. El año 2006 Reinieri [72] presenta curvas de desclasificación de un motor de rotor bobinado considerando variaciones del CVUF en magnitud y ángulo. En 2007 Farahani [73] muestra los resultados de pruebas de un motor de jaula de ardilla, el año 2009 Gnacinski [77] y Springer [78] realizan pruebas de desclasificación que no coinciden totalmente con las curva NEMA, recientemente el año 2011, Quispe et al [80] presenta un estudio experimental del efecto de la secuencia positiva en la desclasificación de la potencia.

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cuando un motor de inducción es alimentado por un sistema de tensiones trifásico desequilibrado por un largo periodo de tiempo (al menos la constante térmica de la máquina), se producen en su funcionamiento efectos anormales sobre la corriente, el calentamiento, la potencia y la velocidad, respecto a su operación bajo un sistema de tensiones equilibrado. El motor de inducción, debido a la simetría de su estructura electromagnética interna, se comporta como un conjunto equilibrado de impedancias, por lo tanto solo aparecerán desequilibrios en las corrientes debido al desequilibrio de las tensiones.

El sistema de tensiones desequilibrado al ser aplicado al motor trifásico de inducción, que tiene una estructura magnética simétrica, produce corrientes desiguales en sus fases, las que producen en cada fase campos magnéticos de diferente magnitud, dando como resultante, en el entrehierro del motor, dos campos giratorios, un flujo magnético giratorio en el sentido de giro del motor y un flujo magnético que gira en dirección contraria a la rotación del rotor, tendiendo así a producir corrientes de línea desequilibradas en el motor. Consecuentemente para un determinado porcentaje de desequilibrio de tensión y una carga dada, las corrientes en las fases y la elevación de temperatura serán mucho mayores que cuando opera bajo las mismas condiciones de carga pero con tensiones equilibradas, afectando por lo tanto la potencia nominal del motor. Así, los efectos de aplicar un sistema de tensiones desequilibrado sobre el motor de inducción trifásico son:

- Corrientes desequilibradas en los bobinados que excedan considerablemente la corriente que se presenta con condiciones de tensión equilibradas.

La elevación de temperatura en el devanado del estator, para la misma potencia, es siempre mayor que en operación con tensiones equilibradas debido al incremento de las pérdidas producidas por las componentes de secuencia negativa de las corrientes y voltajes.
La potencia permisible del motor será menor que la potencia nominal para reducir la posibilidad de daño del motor.

- Disminución del torque efectivo porque la componente de secuencia negativa crea un torque tipo freno en el motor.
- Reducción de la velocidad de plena carga pues un deslizamiento mayor está asociado con el incremento de perdidas en el rotor.
- Vibraciones fundamentalmente a una frecuencia igual al doble de la frecuencia nominal.

Actualmente para evaluar el efecto del desequilibrio de tensiones sobre la potencia del motor primero se caracteriza el sistema de tensiones desequilibradas mediante el índice de desequilibrio VUF ó PVU y en segundo lugar se recurre a la Curva de Desclasificación NEMA ó IEC para determinar el factor de desclasificación y la potencia desclasificada. Sin embargo como se menciono anteriormente existen evidencias experimentales que los factores de desclasificación no se cumplen en todos los casos.

El primer problema que se observa en esta metodología es que los índices de desequilibrio VUF y PVU resultan insuficientes para caracterizar adecuadamente el desequilibrio del sistema trifásico de tensiones respecto a sus efectos sobre la operación del motor de inducción. Estos índices están definidos como la relación entre la tensión de secuencia negativa y la tensión de secuencia positiva, por lo tanto existen diferentes valores de tensión de secuencia negativa y positiva cuya relación da el mismo índice. Asimismo, como los índices no indican qué relación existe entre las componentes de tensión de secuencia positiva y negativa con la tensión nominal del motor, se tendrá, que para una misma magnitud del índice de desequilibrio se presentaran puntos de operación mayores o menores a la tensión nominal de la máquina. Aunque la Norma IEC 60034-26 aclara que este método es válido solo si la tensión promedio es la tensión nominal, no da recomendaciones cuando esta condición no se cumple.

El segundo problema observado en el actual método de desclasificación de la potencia, es que la curva de desclasificación NEMA e IEC se ha construido en base al supuesto: “el incremento porcentual de la elevación de temperatura en el motor, respecto a la elevación de temperatura nominal, es aproximadamente dos veces el factor de desequilibrio PVU al cuadrado” [61], así:

$$Incremento\ Porcentual\ de\ la\ Elevación\ de\ Temp.\ del\ Bobinado = 2 \cdot PVU^2$$

Este supuesto se basa en que solo la tensión de secuencia negativa aporta perdidas extras al motor y por lo tanto la tensión de secuencia positiva debería tener una magnitud igual a la nominal.

Este trabajo se ha enfocado en proponer soluciones a estas dos problemáticas: la caracterización del desequilibrio en un sistema trifásico de tensiones y los efectos del desequilibrio sobre la potencia nominal de operación del motor en estado estable (desclasificación de la potencia). Para el análisis se ha usado el método de las componentes simétricas.

1.4 HIPÓTESIS DE TRABAJO

Mediante la aplicación del método de componentes simétricas es posible caracterizar de una forma más precisa el desequilibrio de tensiones de tal forma que permita cuantificar su efecto sobre la operación del motor de inducción y establecer una metodología para la desclasificación de la potencia del motor.

1.5 OBJETIVOS DE LA TESIS

1.5.1 Objetivo General

Analizar y caracterizar el desequilibrio de un sistema trifásico de tensiones en relación a los efectos sobre el motor de inducción y proponer curvas para la desclasificación mas precisa de la potencia en ésas condiciones de desequilibrio para estados de carga estables del motor trifásico de inducción.

1.5.2 Objetivos específicos

Realizar un análisis crítico de los índices de desequilibrio dados por IEC (VUF), NEMA (PVU) y el índice de Wang (CVUF).

Analizar el desequilibrio de un sistema trifásico de tensiones y proponer una nueva forma de caracterización o índice para valorar en forma más precisa los diferentes tipos de desequilibrio de tensiones.

Usar el modelo de componentes simétricas para simular el efecto del desequilibrio de tensiones sobre las pérdidas y la potencia de salida.

Identificar los principales efectos del desequilibrio sobre la operación del motor en estado estable.

Proponer curvas para la desclasificación de la potencia ante los desequilibrios de tensión que sea más exacta que la actualmente dada por las Normas NEMA e IEC.

Validar experimentalmente la curva propuesta de desclasificación de potencia para confirmar su validez ó cuantificar sus errores.

BIBLIOGRAFÍA

[1] WAIDE, P. and BRUNNER, C. U. Energy-Efficiency Policy Opportunities for Electric Motors-Driven Systems. Working Paper of International Energy Agency, Energy Efficiency Series, OECD/IEA 2011. [consultado 14 septiembre 2011]. Disponible en http://www.iea.org/papers/2011/EE_for_ElectricSystems.pdf.

[2] INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. Key World Energy Statistics 2010. [consultado 26 septiembre 2011]. Disponible en http://www.iea.org/textbase/pppdf /free/2010/key_stats_2010.pdf

[3] DE ALMEIDA, A.; FERREIRA, F.; FONG, J. and FONSECA, P. Eco-desing Assessment of Energy-Using Products – EuP Lot 11 Motors. Final report for the European Commission, ISR-University of Coimbra, February 2008. [consultado 12 septiembre 2011]. Disponible en http://www.eup-network.de/fileadmin/user_upload /Produktgruppen/Lots/Final_Documents/Lot11_Motors_FinalReport.pdf

[4] ELECTRICAL APPARATUS SERVICE ASSOCIATION EASA Inc., Past Trends and Probable Changes in the Electric Motor Industry, Published in the United States by EASA Inc., Copyright 1995, Print in USA, St. Louis, Missouri, 1995, 33 p.

[5] BONNETT, A. H., Regulatory Impact of the Application of AC Induction Motors, *IEEE Industry Applications Magazine,* Vol.2, No.2, March/April 1996, pp. 4-15.

[6] BROWNING, R., Evolution of Induction Motors – The Ever-Shrinking Motor, *IEEE Industry Applications Magazine,* Vol.3, No.1, January/February 1997, pp. 16-18.

[7] EUROPEAN COMMISSION DIRECTORATE-GENERAL FOR TRANSPORT AND ENERGY, Improving the Penetration of Energy-Efficient Motor and Drives. SAVE II Programme 2000. Disponible en: http://sunbird.jrc.it/energyefficiency/**motor**challenge/pdf/SAVEII-**Motors**-Final-Report-Mar-2000.pdf

[8] BERTOLDI, P., The European Motor Challenge Program, *Conference Proceeding on 4th International Conference on Energy Efficiency in Motor Driven Systems EEMODS 2005*, Heildelberg, Germany, *Conference Proceedings Volume I,* September 2005, p.7-18.

[9] FINLEY, W. R. and BURKE, R.R., Proper Specification and Installation of Induction Motor, *IEEE Industry Applications Magazine,* Vol.3, No.1, January/February 1997, pp. 56-69.

[10] BONNETT, A. H. and SOUKUP, G. C., NEMA Motor-Generator Standards for Three-Phase Induction Motors, *IEEE Industry Applications Magazine,* Vol.5, No.3, May/June 1999, pp. 49-63.

[11] ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE EPRI, Voltage Unbalance: Power Quality Issues, Related Standards and Mitigation Techniques. Effect on Unbalanced Voltage on End Use Equipment Performance. Final Report, June 2000, Publishing by EPRI Distribution Center, California, USA.

[12] JOUANNE, A. and BANERJEE, B., Assessment of Voltage Unbalance, *IEEE Transaction on Power Delivery,* Vol. 16, No. 4, pp. 782-790, October 2001.

[13] AMERICAN NATIONAL STANDARD, ANSI C84.1-2006 Electric Power System and Equipment - Voltage Ratings (60 Hertz), Revision of ANSI C84.1-1995 (R2001, R2005), Secretariat: NEMA Approve December 2006, Publishing by NEMA, 2006, USA.

[14] KERSTING, W.H., Causes and Effects of Unbalanced Voltages Serving an Induction Motor, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.37, No.1, January/February 2001, pp. 165-170.

[15] DUGAN, R. C. et al., Electric Power System Quality, Second Edition, Mc Graw Hill-Professional Engineering, New York, 2004. 528 p.

[16] PILLAY, P. and MANYAGE, M., Definitions of Voltage Unbalance, *IEEE Power Engineering Review, May* 2001, pp. 50-51.

[17] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 61000-4-27, Electromagnetic Compatibility (EMC) – Part 4-27: Testing and Measurement Techniques – Unbalance, Immunity Test, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2000.

[18] NATIONAL ELECTRICAL MANUFACTURERS ASSOCATION NEMA, Standard Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generators, Revision 1-2004, Publishing by NEMA, Rosslyn, USA, 2003.

[19] INSTITUTE OF ELECTRICAL ELECTRONICS ENGINEERS IEEE, IEEE Std. 141-1993, IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plan, Publishing by IEEE, Inc, USA, 1994.

[20] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS ICONTEC, Norma Técnica Colombiana NTC 5001, Calidad de la Potencia Eléctrica. Límites y metodología de evaluación en punto de conexión común. Editada por el ICONTEC, Bogotá D.C., Colombia, 2008.

[21] DE OLIVEIRA, S.E.M., Operation of Three-Phase Induction Connected to One-Phase Supply, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol. 5, No. 4, pp. 713-718, December 1990.

[22] WANG, Y.J., Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalance on Induction Motors with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalance Factor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.16, No.3, September 2001, pp. 270-275.

[23] FORTESCUE, C. L., Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Poliphase Networks, *AIEE Transaction* Vol. 37, Part II, pp. 1027-1140, 1918.

[24] FORTESCUE, C. L., Polyphase Power Representation by means of Symmetrical Coordinates, *AIEE Transaction* Vol. 39, Part II, pp. 1481-1484, 1920.

[25] MORRILL, W. J., The Revolving Field Theory of the Capacitor Motor, *Transaction of the American Institute of Electrical Engineers, 1929*, pp. 614-629.

[26] WAGNER, C. F. and EVANS R.D., Symmetrical Components. As Applied to the Analysis of Unbalanced Electrical Circuits. First Edition. Sixth Impression. Published by McGraw-Hill Book Company, Inc. in 1933, Printed in New York and London, 437 p.

[27] LYON, W. B., Application of the Method of Symmetrical Components (book), Mc Graw Hill Book Company *AIEE*, Inc., New York, N.Y., 1937.

[28] KU, Y. H., Transient Analysis of Rotating Machines and Stationary Networks by Means of Rotating Reference Frames, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE,* Vol. 70, Issue: 1, July 1951, pp.943-957.

[29] LYON, W. V., Transient Analysis of Alternating-Current Machinery. An Application of the Method of Symmetrical Components. Published by The Technology Press of MIT and John Wiley & Sons, Inc., New York. Copyright, 1954, by The Massachusetts Institute of Technology. Library of Congress Catalog Card Number:54-7857, 1954. 310 p.

[30] CLARKE, E., Circuit Analysis of A-C Power Systems. Volume I. Symmetrical and Related Components. John Wiley & Sons, Inc., New York. Copyright, 1943, by General Electric Company. Printed in USA. Sixth Printing 1958. 540 p.

[31] GURU, B. S., Revolving-field Analysis of Asymmetric and its extension to single and Two-phase Machines, *Electric Power Applications,* Vol. 2, No.1, 1979, pp.37-44.

[32] KOVÁCS, Pál K., Transient Phenomena in Electrical Machines, Published by Elsevier Science Publishers, Printed in Hungary 1984, 391 p.

[33] KRAUSE, P. C., The Method of Symmetrical Components derived by Reference Frame Theory, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems,* Vol. PAS-104, No.6, June 1985, pp.1492-1499.

[34] RETTER, G. J., Matrix and Space-Phasor Theory of Electrical Machines. Published by Muszaki Konyvkiado, Budapest, 1987, Académiai Kiadó, Budapest, 1987. Printed in Hungary, 411 p.

[35] HARLEY, R. G.; CORREA, J.; JENNINGS, G. and MAKRAM, E. B., Induction Motor Model for the Study of Transient Stability in both Balanced and Unbalanced Multi-machine Networks, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol. 7, No.1, March 1992, pp.209-215.

[36] KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O. and SUDHOFF, S.D., Analysis of Electric Machinery, Published in the United States by IEEE Press, Print in USA, New York, 1995. 564 p.

[37] PILLAY, P. and LEVIN, V., Mathematical Models for Induction Machines, *Conference Record of the 1995 IEEE Industry Applications Conference, 1995, Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS´95,* Vol. 1, 8-12 October 1995, pp.606-616.

[38] KERSTING, W.H. and PHILLIPS, W.H., Phase Frame Analysis Effects of Voltage Unbalance on Induction Machines, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.33, No.2, March/April 1997, pp. 415-420.

[39] ALLER CASTRO, J. M., Métodos para el Análisis y Control Dinámico de la Máquina de Inducción, Trabajo presentado a la Universidad Simón Bolívar como requisito para ascender a la categoría de Profesor Titular, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 1997, 173 p. Disponible en: http://prof.usb.ve/jaller/investigacion.html

[40] STANKOVIC, A.M.; SANDERS, S.R. and AYDIN, T., Dynamic Phasors in Modeling and Analysis of Unbalanced Polyphase AC Machines, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.17, No.1, March 2002, pp. 107-113.

[41] DE ARMAS, M. A. de y GOMEZ, J., Análisis Generalizado de los Motores Asíncronos con alimentación desbalanceada o no mediante la Teoría de los Campos Rotatorios, *Revista Energética*, No. 39, Revista Universidad Nacional de Colombia, Julio 2008, pp. 5-11.

[42] WILLIAMS, J. E., Operation of Three-Phase Induction Motors on Unbalanced Voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol. 73, pp. 125-133, April 1954.

[43] GAFFORD, B.N.; DUESTERHOEF, W.C. and MOSHER, C.C., Heating of Induction Motors on unbalanced voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol.PAS-78, pp. 282-297, June 1959.

[44] BERNDT, M. M. and SCHMITZ, N. L., Derating of Polyphase Induction Motors Operated with Unbalanced Line Voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems,* Vol. 81, pp. 680-686, February 1963.

[45] RAMA RAO, N. and JYOTHI RAO, P.A.D., Rerating Factors of Polyphase Induction Motors under Unbalanced Line Voltage conditions, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems,* Vol.PAS-87, No.1, pp. 240-249, January 1968.

[46] LINDERS, J. R., Effect of Power Supply Variations on AC Motor Characteristics, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.IA-8, No.4, pp. 383-400, July/August 1972.

[47] WOLL, R. F., Effect of Unbalanced Voltage on the Operation of Polyphase Induction Motors, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.IA-11, No.1, pp. 38-42, January/February 1975.

[48] SEEMATTER, S. C. and RICHARDS, E. F., Computer Analysis of 3-Phase Induction Motor Operation on rural Open-Delta Distribution Systems, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-12, No.5, pp. 479-486, September/October 1976.

[49] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-26, Rotating Electrical Machines - Part 26: Effects on Unbalanced Voltages on the Performance of Induction Motors, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2006.

[50] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS ICONTEC, Norma Técnica Colombiana NTC 4330, Máquinas Eléctricas Rotatorias. Efectos del desequilibrio de tensiones sobre el desempeño de los motores trifásicos de inducción tipo jaula de ardilla. Editada por el ICONTEC, Bogotá D.C., Colombia, 2008.

[51] CUMMINGS, P.B.; DUNKI-JACOBS, J.R. and KERR, R.H., Protection of Induction Motors Against Unbalanced Voltage Operation, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol. IA-21, pp. 778-792, May/June 1985.

[52] BRANDOLINO, J. and FINDLAY, R. D., Practical Measurement of Symmetrical Component Currents in Induction Motors, Conference Proceedings 1994 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 1994, Volume 1, 25-28 Sept 1994, pp.26-29.

[53] LEE, Ch.; CHENG, B.; LEE. W. and HSU, Y., Effects of Various Unbalanced Voltages on the Operation Performance of an Induction Motor under the Same Voltage Unbalance Factor Condition, Electric Power Systems Research, Volume 47, Issue 3, 1 November 1998, pp.153-163.

[54] WALLACE, A.; JOUANNE, A.; WIEDENBRUG, E.; ANDREWS, P.; WOHLGEMUTH, C.; DOUGLAS, J. and WAINWRIGHT, G. The Measured Effects of Under-Voltage, Over-Voltage and Unbalanced Voltage on the Efficiency and Power Factor of Induction Motor Over Wide Ranges of Load, *Proceeding of IEE 8th International Conference on Electrical Machines and Drives EMD97*, Vol 444, 1997, 1-3 September 1997, pp.258-262.

[55] LOPEZ FERNANDEZ, X.M.; COIMBRA, A.P.; PINTO, J.A.D.; ANTUNES, C.L. and DONSION, M. P., Thermal Analysis of an Induction Motor Fed by Unbalanced Power Supply Using a Combined Finite Element – Symmetrical Components Formulation, Proceedings of POWERCON´98. 1998 International Conference on Power System Technology, 1998, Volume 1, 18-21 August 1998, pp.620-624.

[56] LEE, Ching-Yin, Effects of Unbalanced Voltage on Operation Performance of a Three-Phase Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion*, Vol.14, No.2, 1999, pp. 202-208.

[57] ORAE, H., QUANTATIVE, A., Approach to Estimate the Life Expectancy of Motor Insulation System, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol.7, No.6, December 2000, pp. 790-796.

[58] WANG, Y.J., An Analytical Study on Steady-State performance of an Induction Motor connected to Unbalance three-phase Voltage, *Proceeding of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting 2000,* Singapore, January 2000, pp. 23-27.

[59] SOUTO, O.C.N., DE OLIVEIRA, J.C. and NETO, L. M., Induction Motor Thermal Behaviour and Life expectancy Under Non-Ideal Supply Conditions, Proceedings of Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power, 2000, Volume 3, 1-4 Oct. 2000, pp.899-904.

[60] DE ABREU, J. P. G. and EMANUEL; A. E., Induction Motor Thermal Aging Caused by Voltage Distortion and Imbalance: Loss of Useful Life and Its

Estimated Cost, *IEEE Transaction on Industry Application,* Vol. 38, No.1, January/February 2002, pp.12-20.

[61] PILLAY, P., Derating of Induction Motors Operating with a Combination of Unbalanced Voltages and Over and Undervoltages, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.17, No.4, 2002, pp.485-491.

[62] JEONG, Seung-Gi, Representing Line Voltage Unbalance, Conference Record of the Industry Applications Conference 2002, 37th IAS Annual Meeting, 13-18 Oct., Pittsburgh, Pennsylvania, USA, Volume 3, pp.1724-1732.

[63] FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. and PILLAY, P., Influence of Unbalanced Voltage on the Steady-State Performance of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.19, No.4, 2004, pp.657-662.

[64] QUISPE, E. C.; GONZALEZ, G. and AGUADO, J. Influence of Unbalanced and Waveform Voltage on the Performance Characteristics of Three-phase Induction Motors. En: Proceeding of ICREPQ 2004, March 2004. [consultado 15 septiembre 2011]. Disponible en http://www.icrepq.com/PONENCIAS/4.279.QUISPE.pdf

[65] COSTA, A. and LOPEZ FERNANDEZ, X. M., Effects of Unbalanced Power Supply on Efficient Performance of Three Phase Induction Motors, Proceedings of XL International Symposium on Electrical Machines SME'2004, Hajnowka, Poland, 15-18 June 2004.

[66] SIDDIQUE, A., YADAVA, G. S. AND SINGH, B., Effect of Voltage Unbalance on Induction Motors, Conference Record of the 2004 IEEE International Symposium on Electrical Insulation, Indianapolis, in USA, 19-22 September 2004, pp.26-29.

[67] HUANG, S. and WANG, Y., Analysis of a Three-phase Induction Motor under Voltage Unbalanced Using the Circle Diagram Method, Conference Record of the 2004 International Conference on Power System Technology-POWERCON 2004. Singapur, 21-24 November 2004, Vol.1, pp.165-170.

[68] QUISPE, E.; VIEGO, P. and COGOLLO, J., Statistical Equations to Evaluate the Effects of Voltage Unbalance on the Efficiency and Power Factor of a Three-Phase Induction Motors. WESEAS Transaction on Circuit and Systems. Issue 4, Volume 4, April 2005, ISSN 1109-2734, pp 234-239.

[69] FAIZ, J. and EBRAHIMPOUR, H., Precise Derating of Three-Phase Induction Motor with Unbalanced Voltages, Proceeding of IEEE Industry Applications Conference 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005, Volume 1, 2-6 Oct 2005, pp.481-491.

[70] QUISPE, E. y PALACIOS, J., Análisis de las definiciones de desequilibrio de Tensión y su Influencia con los Efectos en la Operación de Motores Trifásicos de Inducción: La necesidad de una nueva definición, *Memorias del II Congreso Internacional sobre Uso Racional y Eficiente de la Energía CIUREE2006*, Cali - Colombia, 2-4 Noviembre 2006, ISBN 978-958-670-553-0

[71] PILLAY, P. and MANYAGE, M., Loss of Life in Induction Machines Operating with Unbalanced Supply, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol. 21, No.4, December 2006, pp.813-822.

[72] REINERI, C. A; GOMEZ, J.C.; BALAGUER, E.B. and MORCOS, M. M., Experimental Study of Induction Motor Performance with Unbalanced Supply, *Electric Power Components and Systems,* Volume Number 34, December 2006, pp.817-829.

[73] FARAHANI, H. F.; HAFEZI, H. R.; JALILEAN, A.R. and SHOULAEI, A., Investigation of Unbalance Supplying Voltage on the Thermal Behavior of Squirrel Cage Induction Motor Using Monitoring System, *Proceedings of the 42nd International Universities Power Engineering Conference IEEE, UPEC 2007,* September 2007, Brighton, United Kingdom, pp. 210-216.

[74] MANTILLA, L. F., An analytical and graphical study of the symmetrical components in an induction motor supply in relation to the voltage unbalance parameters, *Electrical Engineering*, Vol. 89, No. 7, July 2007, pp. 535-545.

[75] MANTILLA, L. F., Analysis of the voltage phasors characteristics for motor unbalanced supplies under constant voltage level, *Electrical Engineering*, Vol. 90, No. 6, June 2008, pp. 395-406.

[76] GNACINSKI, P., Windings Temperature and Loss of Life of an Induction Machine under Voltage Unbalance Combined with Over or Undervoltages, *Transactions on Energy Conversion, Volume 23, No.2, June 2008,* pp. 363-371.

[77] GNACINSKI, P., Derating of an Induction Machine under voltage unbalance combined with over or undervoltages, *Energy Conversion and Management, Volume 50, Issue 4, April 2009,* pp. 1101-1107.

[78] SPRINGER, D.; STOLZ, E. and WIEDENBRUG, E., Experimental Analysis of Industry Standards on Derating of a Three-Phase Induction Motor due to Thermal Stress Caused by Voltage Unbalance, *Proceedings of the IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009.* September 20-24, 2009, pp. 1304-1308.

[79] MENDES, A. M. S.; QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M. and MARQUEZ CARDOSO, A. J., Influence of the Positive Sequence Voltage on the Temperature of Three-phase Induction, *Proceedings of the XIX*

International Conference on Electrical Machines (ICEM 2010). Sept 6-8, 2010, Rome, Italy.

[80] QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M., MENDES, A. M. S.; MARQUES CARDOSO, A. J. and PALACIOS, J. A., Experimental Study of the Effect of Positive Sequence Voltage on the Derating of Induction Motors under Voltage Unbalance, *Proceedings of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2011). May* 15-18, 2011, Niagara Falls, Canada, pp. 908-911.

[81] WEYL, Hermann. Simetría. Impreso en Madrid, España. Editorial McGraw Hill/Interamericana de España S.A., 1990, 130 p.

[82] FEYNMAN, Richard P. El Carácter de la Ley Física. Impreso en Barcelona, España. Colección Metatemas. Editorial Tusquets Editores, S.A., 2005, 190 p.

[83] QUISPE, E., Una Visión Integral para el Uso Racional de la Energía en la Aplicación de los Motores Eléctricos de Inducción. Revista El Hombre y la Maquina, Año XV, No. 20-21, Jul/Dic 2003, Colombia, p.52-59.

[84] DE KEULENAER, H.; BELMANS, R., BLAUSTEIN, E., CHAPMAN, D., DE ALMEIDA, A. and RADGEN, P., Energy Efficient Motor Driven Systems*. 4th International Conference on Energy Efficiency in Motor Driven Systems EEMODS*, Heildelberg, Germany, *Conference Proceedings Volume I,* September 2005, p. 170-180.

[85] QUISPE, E.; PRIAS, O. y VIEGO, P., Technological Management of Efficient Use of Electric Motors: An Important Tool in Competitiveness*. 4th International Conference on Energy Efficiency in Motor Driven Systems EEMODS*, Heildelberg, Germany, *Conference Proceedings Volume I,* September 2005, pp. 240-245.

[86] ELTOM, A. and AZIZ, M.A., The Economics of Energy Efficient Motors during Unbalanced Voltage Condition*. Proceedings of the Inagural IEEE Power Engeneering Society PES Conference and Exposition in Africa,* July 11-15, 2005, pp. 378-384.

[87] FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. and PILLAY, P., Influence of unbalanced voltage supply of three phase squirrel cage induction motor and economic analysis, *Energy Conversion and Management, Volume 47, Issue 3, February 2006,* pp. 289-302.

[88] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-30, Rotating Electrical Machines - Part 30: Efficiency classes of single-speed, three-phase, cage induction motors, (IE-Code), Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2008.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO EN ESTADO ESTACIONARIO DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA ALIMENTADA CON TENSIONES DESEQUILIBRADAS MEDIANTE EL ANÁLISIS MATRICIAL DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS

El análisis matricial de máquinas eléctricas, también llamada *teoría unificada de las máquinas eléctricas*, se basa en el hecho de que la estructura de los diversos tipos de máquinas eléctricas tienen características principales similares y por lo tanto su comportamiento transitorio será también básicamente similar. Su estudio se inicia con el planteamiento del sistema general de ecuaciones diferenciales de la máquina. Luego el sistema de ecuaciones diferenciales es simplificado mediante transformaciones que reducen el número de variables y eliminan el acoplamiento magnético entre los devanados de las fases con el objetivo de simplificar la solución de las ecuaciones inicialmente planteadas.

En este capítulo se aplica el análisis matricial de máquinas eléctricas para obtener el modelo matemático del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones en estado estacionario. En general, el modelo matemático de la máquina de inducción está constituido por las ecuaciones diferenciales que describen su funcionamiento. En el estado estacionario se puede considerar que las tensiones, corrientes y flujos en la máquina varían de forma sinusoidal con el tiempo y entonces las ecuaciones diferenciales pueden ser reemplazadas por ecuaciones algebraicas complejas. Por lo tanto en primer lugar se obtendrá el modelo matemático dinámico del motor cuando es alimentado con un sistema de tensiones trifásico desequilibrado y luego se pasará al modelo en estado estacionario.

2.1 EL PROBLEMA DEL MODELADO MATEMÁTICO DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN

Reproducir mediante un modelo matemático el fenómeno físico de la operación de la máquina de inducción, solo puede ser alcanzado con un cierto grado de exactitud al comportamiento real. Generalmente a mayor complejidad se obtiene mayor exactitud, por lo que es importante mantener en el proceso de modelado un equilibrio entre la sencillez y la exactitud del modelo.

En las máquinas eléctricas las fuerzas que originan su operación son fundamentalmente de naturaleza electromagnética, pues las fuerzas gravitacionales pueden ser despreciadas y las fuerzas nucleares fuertes y

débiles no tienen aplicación en este caso. Por lo tanto el punto de partida para el modelado del motor son las ecuaciones de Maxwell.

En la operación de la máquina de inducción trifásica ocurren fenómenos electromagnéticos, mecánicos, térmicos, por esta razón su estudio se puede realizar interconectando sistemas: eléctricos, magnéticos, dieléctricos, térmicos y mecánicos.
Existen varios métodos para modelar la maquina de inducción, estos métodos combinan los principios físicos con las técnicas matemáticas. La selección de un método de modelado debe considerar un equilibrio entre la simplicidad del modelo y la precisión requerida para la aplicación respectiva: Entre ellos tenemos: aplicación directa de las leyes físicas, aplicación de principios variacionales, transformación de los sistemas de coordenadas usando métodos matriciales, transformación de las ecuaciones diferenciales de coordenadas primitivas a vectores espaciales [1], [2].

En este capítulo se presenta el modelado del conjunto sistema trifásico de tensiones y la máquina de inducción usando la teoría matricial de máquinas eléctricas. El objetivo es presentar un modelado sistemático donde la simetría de la máquina de inducción y la teoría matricial de maquinas eléctricas permitan conceptualizar el estudio del motor de inducción en condiciones de desequilibrio, el modelo final será un circuito eléctrico de fácil aplicación. Para el modelo dinámico del motor de inducción el punto de partida serán las ecuaciones diferenciales de las tensiones de los bobinados y la ecuación de movimiento de las partes rotatorias de la máquina, lo que se conoce como modelo de la máquina de inducción en variables primitivas.

2.2 HIPÓTESIS DE SIMPLIFICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Para lograr un equilibrio entre la simplicidad del modelo y la precisión requerida en la aplicación respectiva, se realizarán unas hipótesis de simplificación basadas en la geometría de las partes de la máquina y las propiedades físicas de los materiales usados en su construcción [1] - [14]. Estas hipótesis permitirán simplificar el modelo matemático y son:

- Para la frecuencia industrial de 60 ó 50 Hz las dimensiones lineales de los bobinados de la máquina de inducción son muy pequeñas en comparación con la longitud de onda electromagnética. Por consiguiente, es posible considerar los devanados de la máquina de inducción como circuitos eléctricos con parámetros concentrados.

- El núcleo del estator y del rotor están hechos de láminas muy finas de tal forma que las pérdidas por corrientes parásitas y además las pérdidas por histéresis son despreciables.

- Se desprecia el efecto de las ranuras del estator y del rotor, y entonces el entrehierro de la máquina se considera uniforme.

- No existen excentricidades estáticas y dinámicas en el rotor, por lo tanto en la operación el entrehierro se considera uniforme.

- Los devanados del estator y el rotor están formados por devanados trifásicos simétricamente distribuidos.

- Los bobinados tienen una fuerza magnetomotriz (FMM) de distribución sinusoidal, por lo tanto la distribución de la densidad de flujo en el entrehierro también será sinusoidal.

- La inductancia mutua estator-rotor varia en forma sinusoidal con la posición del rotor; y

- Se desprecia la saturación magnética, entonces las inductancias son independientes de las corrientes y por lo tanto los campos magnéticos, las densidades de flujo y los flujos se pueden superponer. Es decir se puede aplicar el principio de superposición.

2.3 SIMETRÍA DE LA ESTRUCTURA ELECTROMAGNÉTICA DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN.

El concepto geométrico de simetría, tal como se expone en el Anexo A, puede ser aplicado a la estructura electromagnética del motor, que está constituida por el núcleo magnético del estator, del rotor y los devanados del estator y del rotor (que van alojados en los núcleos magnéticos). Para aplicar este concepto se usará un corte transversal del motor, de tal forma que se observe el núcleo magnético y los devanados de la máquina de inducción de tres fases en el estator y tres fases en el rotor. Debido a que los devanados de la máquina van distribuidos simétricamente, en el núcleo magnético, la simetría del conjunto núcleo-devanados vendrá dado por la simetría de la distribución de los devanados.

Antes de hacer el análisis sobre la simetría geométrica del devanado, es importante considerar las características de construcción de éstos. De acuerdo a la teoría de máquinas eléctricas un devanado es simétrico si produce un campo magnético giratorio cuando se le alimenta con un sistema simétrico de tensiones [15]. Este devanado debe cumplir dos condiciones, llamadas condiciones de simetría, éstas son:

Primera condición de simetría: El número de bobinas por fase debe ser un número entero. Por lo tanto se cumplirá que:

Para devanados de una capa: $\frac{S}{2 \cdot m} = p \cdot q \quad \in \quad N$

Para devanados de dos capas: $\frac{S}{m} = 2 \cdot p \cdot q \quad \in \quad N$

Donde: S= número de ranuras y m= número de fases del devanado,
p= número de pares de polos y q= número de ranuras por polo y fase.

a) Segunda condición de simetría: En devanados polifásicos, el ángulo de fase α_{fase} debe ser entero y múltiplo del ángulo de ranura α_z, entonces se debe de cumplir que:

$$\frac{\alpha_{fase}}{\alpha_z} = \frac{\left(\frac{2\pi}{m}\right)}{\left(\frac{2\pi}{S}\right) \cdot t} = \frac{S}{m \cdot t} \quad \in \quad N$$

Donde: t= parámetro de proporcionalidad.

En los motores trifásicos de inducción de uso general se usan devanados enteros y éstos cumplen las dos condiciones de simetría dadas. La primera condición se cumple pues tanto p como q son enteros en este tipo de motores y por lo tanto su producto dará un número entero. La segunda condición también se cumple, pues en los devanados enteros el número de ranuras se puede expresar como $S = 2 \cdot p \cdot q \cdot m$, para devanados de dos capas y como $S = p \cdot q \cdot m$ para devanados de una capa; por lo tanto el mayor valor que puede tomar t es t=p y por lo tanto el ángulo entre las fases siempre será múltiplo del ángulo de ranura así:

$\frac{\alpha_{fase}}{\alpha_z} = 2 \cdot q \quad \in \quad N$ para devanados de dos capas y

$\frac{\alpha_{fase}}{\alpha_z} = q \quad \in \quad N$ para devanados de una capa

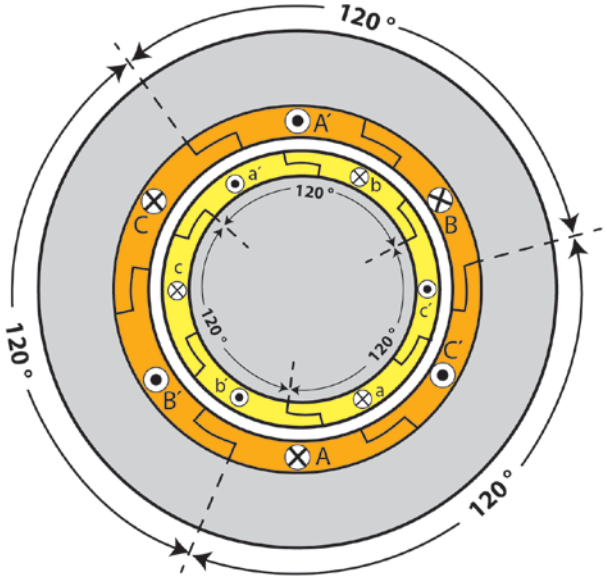
El cumplimento de estas reglas hace que en los devanados trifásicos enteros, las fases estén desplazadas 120 grados eléctricos y que el devanado del estator está distribuido simétricamente alrededor del núcleo.

Para encontrar la simetría geométrica de la estructura núcleo-devanados del motor se usará un corte transversal de una máquina de inducción con devanado entero de doble capa en el estator y el rotor y de paso recortado, como muestra la figura 2.1.

Se observa que si gira 120° la estructura del estator no se observa ningún cambio. Lo mismo ocurrirá para 240 ° y 360 °. Por lo tanto la simetría del estator es el grupo C_3. (ver anexo 2). También se observa que debido al acortamiento del paso en este caso no existirá simetría de reflexión. El mismo

análisis se hace para la estructura del rotor. Por lo tanto se puede decir que la estructura geométrica núcleo-devanados del motor trifásico de inducción tienen simetría cíclica de 120 grados correspondiente al grupo cíclico C_3.

Figura 2.1. Vista de un corte transversal de la Máquina de Inducción Trifásica



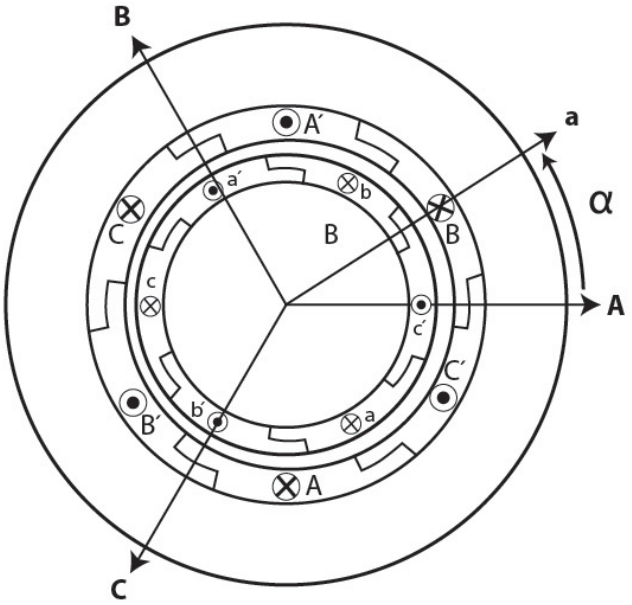
2.4 MODELO EN VARIABLES NATURALES Ó PRIMITIVAS

Considerando las hipótesis realizadas, la máquina de inducción puede ser estudiada como un sistema de circuitos eléctricos y magnéticos los cuales están acoplados eléctricamente y/o magnéticamente. Con este criterio se obtienen ecuaciones matriciales que relacionan las variables de tensión, corriente, resistencia, auto-inductancia e inductancia mutua.

El modelo general de la máquina de inducción puede establecerse para devanados de “m” fases en el estator y “n” fases en el rotor. Sin embargo la mayoría de los motores de inducción de uso industrial tienen tres fases en el estator, asimismo el devanado del rotor puede ser de tipo jaula de ardilla ó un devanado trifásico con anillos deslizantes. Como la jaula de ardilla está compuesta de barras uniformemente distribuidas, ésta puede ser considerada como un bobinado de “n” fases donde el número de fases depende del número de barras y del número de pares de polos.
Como el rotor está construido simétricamente es posible representar la jaula por un bobinado equivalente trifásico simétrico [1], [5], [12]. Por lo tanto se realizará el modelo para el caso particular donde el rotor y el estator tienen tres fases.

En la figura 2.2 se muestra la sección transversal y los ejes magnéticos del estator y del rotor de una máquina de inducción trifásica con devanados de doble capa y de paso recortado. Los devanados de las fases A, B y C están distribuidos simétricamente a 120° eléctricos uno respecto al otro, por lo tanto los ejes magnéticos de la fase A, B y C del estator también están desfasados 120° eléctricos. El eje magnético de la fase "**a"** del rotor está desfasado un ángulo α grados eléctricos respecto a la fase A del estator; la magnitud de α varia con la posición del rotor.

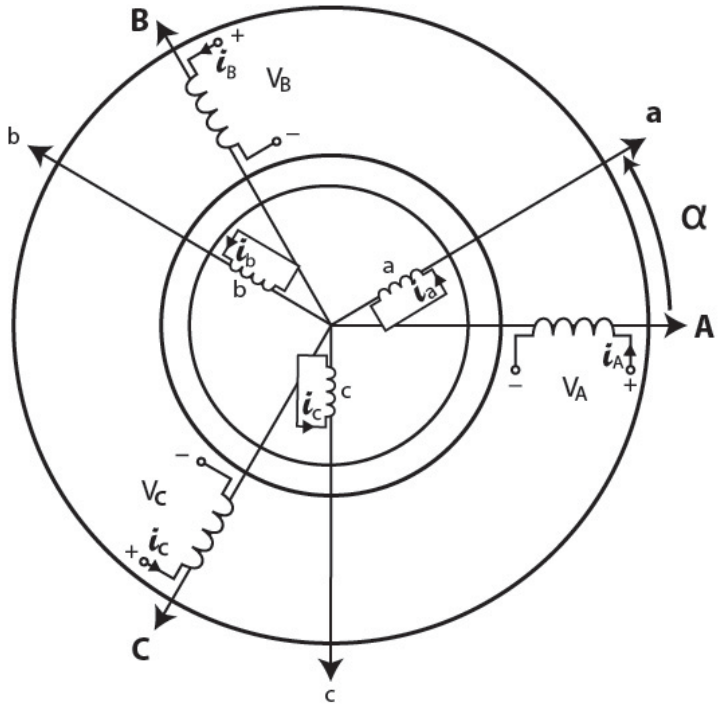
Figura 2.2. Ejes magnéticos del estator y rotor de la Maquina de Inducción Trifásica



La máquina de inducción trifásica, figura 2.2, puede ser representada esquemáticamente por la figura 2.3. El devanado de cada fase es reemplazado por una bobina concentrada que va colocada en el eje magnético de la fase. Entonces los devanados distribuidos son reemplazados por seis bobinas concentradas, tres en el estator y tres en el rotor. Así la máquina es representada por seis circuitos ó fases, cada una de las fases esta caracterizada por una resistencia, una auto-inductancia y cinco inductancias mutuas.

El modelo se analiza para una máquina de inducción con bobinados trifásicos simétricos de p-periodos en el estator y en el rotor. Con la finalidad de simplificar el modelado de la máquina se asume un motor de inducción con un bobinado de dos polos (un periodo) pues en este caso los grados geométricos coinciden con los grados eléctricos. El bobinado del rotor gira en sentido antihorario respecto al bobinado del estator. El esquema se muestra en la figura 2.3.

Figura 2.3. Diagrama esquemático de una máquina de inducción trifásica.



Las ecuaciones diferenciales de tensión para los bobinados del estator y del rotor serán:

$$
\begin{aligned}
v_A &= r_e\, i_A + \frac{d\psi_A}{dt} \\
v_B &= r_e\, i_B + \frac{d\psi_B}{dt} \\
v_C &= r_e\, i_C + \frac{d\psi_C}{dt} \\
v_a &= r_r\, i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \\
v_b &= r_r\, i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \\
v_c &= r_e\, i_c + \frac{d\psi_c}{dt}
\end{aligned}
\qquad (2.1)
$$

Donde:

v_A : Tensión aplicada a la fase A del devanado del estator.
v_B : Tensión aplicada a la fase B del devanado del estator.
v_C : Tensión aplicada a la fase C del devanado del estator.
r_e : Resistencia de una fase del devanado del estator.
i_A : Corriente en la fase A del devanado del estator.
i_B : Corriente en la fase B del devanado del estator.
i_C : Corriente en la fase C del devanado del estator.
r_e : Resistencia de una fase del devanado del rotor.
i_a : Corriente en la fase a del devanado del rotor.
i_b : Corriente en la fase b del devanado del rotor.
i_c : Corriente en la fase c del devanado del rotor.
ψ_A : Enlace de flujo total en a fase A del devanado del estator.
ψ_B : Enlace de flujo total en a fase B del devanado del estator.
ψ_C : Enlace de flujo total en a fase C del devanado del estator.
ψ_a : Enlace de flujo total en a fase a del devanado del rotor.
ψ_b : Enlace de flujo total en a fase b del devanado del rotor.
ψ_c : Enlace de flujo total en a fase c del devanado del rotor.

Para determinar las corrientes en el proceso transitorio a partir de los datos de las condiciones iniciales, debe resolverse el sistema de ecuaciones diferenciales para las tensiones instantáneas de fase del devanado del estator y del rotor (2.1). En el sistema (2.1) se consideran las magnitudes del rotor, reducidas al devanado del estator.

Como se ha despreciado el efecto de la saturación, los enlaces de flujo total en las fases de los bobinados del estator y del rotor se expresan por medio de las corrientes de las fases y las inductancias correspondientes. Así, el enlace total de flujo en cada fase está en función de una auto-inductancia y cinco inductancias mutuas. El enlace de flujo para los seis circuitos de escribe en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \left[L_{ABC,abc}(\alpha_{er}) \right] \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Entonces, la matriz de inductancia $L_{ABC,abc}(\alpha_{er})$ es:

$$\left[L_{ABCabc}(\alpha_{er})\right]=\begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} [L_{ee}] & [L_{er}] \\ [L_{re}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}$$

Donde:

$[L_{ee}]$ Submatriz de Inductancias debidas a los acoplamientos propios y mutuos entre las fases del estator.

$[L_{rr}]$ Submatriz de Inductancias debidas a los acoplamientos propios y mutuos entre las fases del rotor.

$[L_{er}]$ Submatriz de Inductancias debidas a los acoplamientos mutuos entre las fases del estator y del rotor.

$[L_{re}]$ Submatriz de Inductancias debidas a los acoplamientos mutuos entre las fases del rotor y del estator.

Por lo tanto la ecuación (2.1) puede escribirse en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} [V_e] \\ [V_r] \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} [R_e] & [0] \\ [0] & [R_r] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [I_e] \\ [I_r] \end{bmatrix}+p\begin{bmatrix} [L_{ee}] & [L_{er}] \\ [L_{re}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [I_e] \\ [I_r] \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

ó

$$\begin{bmatrix} [V_e] \\ [V_r] \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} [R_e]+p[L_{ee}] & p[L_{er}] \\ p[L_{re}] & [R_r]+p[L_{rr}] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [I_e] \\ [I_r] \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} [Z_{ee}] & [Z_{er}] \\ [Z_{re}] & [Z_{rr}] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [I_e] \\ [I_r] \end{bmatrix}$$

donde:

$$[V_e]=[v_A \quad v_B \quad v_C]^T;\ [V_r]=[v_a \ v_b \ v_c]^T;\ [I_e]=[i_A \quad i_B \quad i_C]^T;\ [I_r]=[i_a \ i_b \ i_c]^T$$

$$[R_e]=r_e[I];\ [R_r]=r_r[I] \quad \text{y} \qquad I=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las auto-inductancias de las fases A, B, C, a, b, c, no dependen de la posición del rotor pues se ha despreciado la apertura de las ranuras y el entrehierro se considera uniforme. Ellas pueden ser expresadas como la suma de una

inductancia de magnetización L_m que corresponde a los flujos de magnetización que cruzan el entrehierro y enlazan todas las bobinas sobre el estator y el rotor, y una inductancia de dispersión L_σ que corresponde a los flujos de dispersión que no cruzan el entrehierro y se enlazan en las ranuras, en las bobinas y en las cabezas de bobina. Entonces:

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{me} + L_{\sigma e} = L_e \qquad \text{y} \qquad L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{mr} + L_{\sigma r} = L_r$$

Las inductancias mutuas entre dos fases del estator ó entre dos fases del rotor pueden ser expresadas en términos de la inductancia de magnetización L_m y el coseno del ángulo entre las fases. Debido a que los bobinados tienen una distribución de FMM sinusoidal a lo largo del entrehierro y están desplazados 120° eléctricos entre si, la fracción de los flujos de magnetización de las fases B y C que alcanzaran a la fase A y serán proporcionales a $\cos(120°) = -1/2$ y $\cos(240) = -1/2$ respectivamente. Por lo tanto las inductancias mutuas entre dos fases del estator ó entre dos fases del rotor pueden ser expresadas, así:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = L_{me}\, cos(120) = -\frac{L_{me}}{2}$$

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = L_{mr}\, cos(120) = -\frac{L_{mr}}{2}$$

Las inductancias mutuas entre las fases del estator y del rotor dependen de la posición del rotor, la cual puede expresarse por el ángulo $\alpha = p\alpha_{er}$ que hay entre los ejes magnéticos de las fases A y a. Debido a que la FMM tiene una distribución sinusoidal las inductancias mutuas entre las fases del estator y del rotor se pueden expresar en función del coseno del ángulo α; así:

$$\begin{aligned}
L_{Aa} &= L_{Bb} = L_{Cc} = L_m \cos\alpha \\
L_{Ab} &= L_{Bc} = L_{Ca} = L_m \cos(\alpha + 120°) \\
L_{Ac} &= L_{Ba} = L_{Cb} = L_m \cos(\alpha + 240°)
\end{aligned}$$

Usando estos resultados, las submatrices de inductancias propias y mutuas del estator y del rotor son:

$$[L_{ee}] = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{me} + L_{\sigma e} & -\frac{1}{2}L_{me} & -\frac{1}{2}L_{me} \\ -\frac{1}{2}L_{me} & L_{me} + L_{\sigma e} & -\frac{1}{2}L_{me} \\ -\frac{1}{2}L_{me} & -\frac{1}{2}L_{me} & L_{me} + L_{\sigma e} \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}]=\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} L_{mr}+L_{\sigma r} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{mr}+L_{\sigma r} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{mr}+L_{\sigma r} \end{bmatrix}$$

Y las submatrices de inductancias mutuas del estator – rotor serán:

$$[L_{er}]=\begin{bmatrix} L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \end{bmatrix}=L_m\begin{bmatrix} \cos\alpha & \cos(\alpha+120°) & \cos(\alpha+240°) \\ \cos(\alpha+240°) & \cos\alpha & \cos(\alpha+120°) \\ \cos(\alpha+120°) & \cos(\alpha+240°) & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$[L_{re}]=\begin{bmatrix} L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} \end{bmatrix}=L_m\begin{bmatrix} \cos\alpha & \cos(\alpha+240°) & \cos(\alpha+120°) \\ \cos(\alpha+120°) & \cos\alpha & \cos(\alpha+240°) \\ \cos(\alpha+240°) & \cos(\alpha+120°) & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

Se observa que la submatriz de inductancias mutuas estator-rotor $[L_{er}]$ es la traspuesta de la submatriz de inductancias mutuas rotor-estator $[L_{re}]$.

Con las consideraciones realizadas la ecuación matricial de tensión (2.2) puede escribirse:

$$\begin{bmatrix}[V_e]\\ [V_r]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r_e[I]+pL_{me}[S]+pL_{\sigma e}[I] & pL_m[C(\alpha)] \\ pL_m[C(\alpha)]^T & r_r[I]+pL_{mr}[S]+pL_{\sigma r}[I] \end{bmatrix}\begin{bmatrix}[I_e]\\ [I_r]\end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix}[V_e]\\ [V_r]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[Z_{ee}] & [Z_{er}]\\ [Z_{re}] & [Z_{rr}]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[I_e]\\ [I_r]\end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

donde:

$$[I]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad [0]=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad [S]=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}$$

$$[C(\alpha)]=\begin{bmatrix}\cos\alpha & \cos(\alpha+240°) & \cos(\alpha+120°)\\ \cos(\alpha+120°) & \cos\alpha & \cos(\alpha+240°)\\ \cos(\alpha+240°) & \cos(\alpha+120°) & \cos\alpha\end{bmatrix}$$

Las matrices [Z_{ee}], [Z_{rr}] y [S] tienen la estructura matemática de una matriz simétrica y representa los acoplamientos simétricos entre los devanados del estator ó del rotor, los términos 1 en la diagonal de la matriz [S] corresponden a las magnetizaciones de la bobina propia y el termino -1/2 representa las magnetizaciones mutuas entre las fases que se encuentran separadas 120° ó 240°.

Las matrices [Z_{er}], [Z_{re}] y [C(α)] tienen la estructura matemática de una matriz circulante o cíclica simétrica que representa el comportamiento cíclico de los acoplamientos mutuos entre las bobinas del estator y del rotor, por esta razón aparece el ángulo α , que da la posición del rotor respecto al estator, como argumento de la función coseno. Es interesante anotar que si en éstas matrices se hace reemplaza el ángulo α por cero (α=0), las matrices [Z_{er}], [Z_{re}] y [C(α)] se transforman de cíclicas en simétricas.

Para completar el sistema se agrega la ecuación de movimiento:

$$T_e - T_{mr} = \frac{1}{2}\left[[I_e]^T [I_r]^T\right]\frac{\partial}{\partial\alpha}\begin{bmatrix}L_{ee} & L_{er}\\ L_{re} & L_{rr}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[I_e]\\ [I_r]\end{bmatrix} - T_{mr} = J\frac{d^2\alpha}{dt} \qquad (2.4)$$

Donde:

T_e : Par electromagnético
T_{mr} : Par mecánico resistente
J : Momento de inercia del rotor

Las ecuaciones diferenciales (2.3) y (2.4) constituyen el modelo matemático que rige el comportamiento de la maquina de inducción en el sistema de coordenadas naturales ó primitivas.

2.5 SELECCIÓN DE LA TRANSFORMACIÓN PARA EL ESTUDIO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN CONDICIONES DE DESEQUILIBRIO DE TENSIONES.

El modelo matemático representado por el las ecuaciones diferenciales (2.3) y (2.4) es un modelo no-lineal de octavo orden, pues tiene coeficientes variables en el tiempo que aparecen debido a que la matriz de inductancias depende de la posición del rotor. El sistema de ecuaciones de tensión (2.3) está fuertemente acoplado pues las tensiones inducidas en una de las fases dependen de lo que ocurre en las otras fases.

El primer paso para simplificar la solución del modelo matemático es desacoplar las ecuaciones de tensión. Esto en la teoría matricial de máquinas eléctricas se realiza mediante la aplicación de la transformación de coordenadas.

2.5.1 Transformaciones y Métodos usados en Máquinas Eléctricas

Las transformaciones de coordenadas reducen el número de ecuaciones, parámetros, variables y eliminan los coeficientes variables en el tiempo ó desacoplan las ecuaciones. Las transformaciones más usadas en máquinas eléctricas son la Transformación de Clarke, la Transformación de Conmutador, la Transformación de Park y la Transformación de Componentes Simétricas, cuyas matrices se muestran en el Anexo B.

La Transformación de Clarke, sustituye un devanado de trifásico (ejes abc) por un devanado bifásico equivalente (ejes $\alpha\beta$), el devanado trifásico puede ser estático o giratorio [1], [2], [4]-[7], [16]. Esta transformación, reduce el número de impedancias y ecuaciones simplificando su solución. Físicamente remplaza un devanado simétrico de tres fases por un devanado simétrico de dos fases, el devanado real es el trifásico y el devanado bifásico es ficticio, es solo un modelo para simplificar los cálculos.

La Transformación de Conmutador, elimina las inductancias y los coeficientes variables en el tiempo [2], [4]-[7], [10]. Físicamente la transformación reduce una máquina primitiva bifásica de anillos deslizantes (ejes $\alpha\,\beta$ giratorios) a una máquina primitiva bifásica de conmutador (ejes dq estacionarios) con inductancias constantes.

La Transformación de Park, permite reemplazar un bobinado trifásico giratorio (ejes abc) por un devanado bifásico de conmutador (ejes dq) [1], [2], [4]-[7], [10], [12]. Físicamente reemplaza a un bobinado trifásico giratorio en un bobinado bifásico de ejes fijos tipo conmutador. Esta transformación es una transformación compuesta pues puede obtenerse multiplicando la

Transformación de Clarke por la Transformación de Conmutador, como se muestra en el Anexo B.

La Transformación de Componentes Simétricas permite eliminar los acoples remanentes entre los elementos de las fases dq y entonces simplifica aun más el sistemas de ecuaciones diferenciales. Físicamente reemplaza un bobinado trifásico simétrico acoplado por tres devanados trifásicos independientes [1]-[5], [16]-[20].

En el lenguaje del análisis matricial, estas transformaciones son conocidas como transformaciones pasivas, pues contrariamente a las transformaciones activas, no cambian la conexión de los devanados. Asimismo la transformación de conmutador es llamada “transformación viva” pues incluye el ángulo del rotor, en contraste con las transformaciones de Clarke y de Componentes Simétricas, que son llamadas “ transformaciones muertas” que no lo incluyen.

En el análisis de las máquinas de inducción en condiciones de desequilibrio el método de las componentes simétricas propuesto por Fortescue [16]-[19], es el más usado por los investigadores, es importante remarcar que Fortescue propuso la transformación de componentes simétricas para el análisis del motor en estado estacionario. Posteriormente Lyon extendió la aplicación de las componentes simétricas al estudio de fenómenos transitorios proponiendo las Componentes Simétricas Instantáneas [20].

En la literatura también se encuentra el trabajo de Stanley [21], quien aplicó la transformación de Park para analizar la operación de la máquina de inducción en estado transitorio simétrico. Entre otros métodos propuestos para el tema están el “método de los campos rotatorios” aplicado en los trabajos de Morrill [22], Guru [23] y de Armas [24] que permite obtener ecuaciones sencillas y de fácil manejo, la “Reference-Frame Theory” propuesta por Krause en 1985 como un método alternativo al de componentes simetricas [25], el “Phase Frame Analysis” propuesto por Kersting [26], que elimina el cálculo de las componentes simétricas reemplazándolo por una transformación en el dominio de las fases; el método del vector espacial propuesto por Kovacs [27] y aplicado también por Vas [28] y Aller [29] y el “método de los fasores dinámicos” formulado por Stankovic [30] para el análisis en estado transitorio y estacionario de máquinas eléctricas y sistemas polifásicos.

2.5.2 Determinación de la transformación que desacopla la ecuación de tensión usando el concepto de autovalores y autovectores

Para el análisis de maquinas de inducción se aplica generalmente la Transformación de Park para simplificar las ecuaciones en variables naturales, reduciéndose la matriz de impedancias de 36 a 16 y eliminando los coeficientes variables en el tiempo producidos por el acople de las inductancias mutuas entre estator rotor que dependen de la posición del rotor. Sin embargo la

transformación de Park solo desacopla las ecuaciones de tensión cuando la alimentación es simétrica. En esas condiciones la simetría de las corrientes permite desacoplar totalmente las ecuaciones de tensión, pero cuando la alimentación es asimétrica ésta transformación no desacopla las ecuaciones. Por lo tanto en el caso de alimentación desequilibrada ¿Cuál será la transformación más adecuada?. Es evidente que debe ser una transformación que desacople totalmente el sistema de las ecuaciones de tensión (2.3).

Una metodología para encontrar la transformación que permite desacoplar las ecuaciones de tensión es aplicar el concepto de autovalores y autovectores, también llamado análisis modal, cuya metodología se presenta en el Anexo C.

La ecuación de tensión tiene la forma:

$$(y) = [A](x)$$

Donde (y) es el vector de tensiones, (x) es el vector de corrientes y $[A]$ es la matriz de impedancias del sistema. En la matriz de impedancias de la ecuación (2.3) se presentan acoplamientos simétricos entre bobinas del estator ó rotor y acoplamientos mutuos cíclicos entre las bobinas del estator y del rotor.

Para aplicar el análisis modal es necesario analizar la estructura de la matriz de impedancias del sistema (2.3). La matriz de impedancias consta de 36 elementos y representa el acoplamiento magnético entre las fases del estator y del rotor. Para el análisis se pueden subdividir en cuatro submatrices, cada una de 9 elementos, que representan el acoplamiento estator-estator y el acoplamiento rotor–rotor, con esta consideración la ecuación matricial de tensiones se expresa así:

$$\begin{bmatrix} [V_e] \\ [V_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{ee}] & [Z_{er}] \\ [Z_{re}] & [Z_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_e] \\ [I_r] \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

La submatriz $[Z_{ee}]$ representa los acoplamientos entre los devanados del estator y la submatriz $[Z_{rr}]$ representa los acoplamientos entre los devanados del rotor. El análisis realizado muestra que ambas son matrices simétricas debido a que entre las bobinas del estator ó del rotor ocurren acoplamientos simétricos, los términos iguales en la diagonal corresponden a las magnetizaciones de la bobina propia y el termino -1/2 representa las mutuas entre las fases que se encuentran separadas 120° ó 240°. Estas submatrices tienen de la forma:

$$[Z_{ii}] = \begin{bmatrix} Z & Z_1 & Z_1 \\ Z_1 & Z & Z_1 \\ Z_1 & Z_1 & Z \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

La submatriz $[Z_{er}]$ y la submatriz $[Z_{re}]$ representan los acoplamientos magnéticos entre los devanados estator-rotor y rotor-estator, respectivamente. Tal como se mostró anteriormente estos acoplamientos presentan una propiedad cíclica debido a que las bobinas del rotor giran alrededor de las bobinas del estator, por esta razón aparece el ángulo α, que da la posición del rotor respecto al estator, como argumento de la función coseno. Estas submatrices tienen la estructura de una matriz cíclica y tienen la forma.

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} Z & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z & Z_1 \\ Z_1 & Z_2 & Z \end{bmatrix} \qquad (2.7)$$

Dada la matriz $[Z_{ij}]$ el análisis modal permite encontrar la matriz modal de $[Z_{ij}]$, que al ser aplicada a ésta, la transforma en una matriz diagonal, lo que en el caso del motor significa el desacople de las ecuaciones de tensión. Debido a que la matriz simétrica es un caso especial de la matriz cíclica, la transformación que desacopla la matriz cíclica también desacoplara la matriz simétrica, por lo tanto es suficiente hacer el análisis con la matriz cíclica.

Los autovalores de la matriz cíclica $[Z_{ij}]$ son definidos por la ecuación:

$$[Z_{ij}](x) = \lambda\,(x)$$

$$([Z_{ij}] - \lambda[I])(x) = (0) \qquad (2.8)$$

Los autovalores pueden ser obtenidos solucionando la ecuación característica

$$\det([Z_{ij}] - \lambda[I]) = (0) \qquad (2.9)$$

Los autovalores que corresponden a la matriz cíclica son iguales a las raíces de la ecuación característica, que es este caso es la cúbica siguiente:

$$\begin{vmatrix} Z-\lambda & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z-\lambda & Z_1 \\ Z_1 & Z_2 & Z-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Siguiendo la metodología de Retter [2], se calculan los autovalores de la ecuación característica (2.9). Sumando a la primera columna la segunda y tercera columna se obtiene la ecuación:

$$(Z + Z_1 + Z_2 - \lambda)\begin{vmatrix} 1 & Z_1 & Z_2 \\ 1 & Z - \lambda & Z_1 \\ 1 & Z_2 & Z - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Por lo tanto el primer autovalor es:

$\lambda_1 = Z + Z_1 + Z_2$.

Los otros dos autovalores se obtienen de:

$$1\begin{vmatrix} Z - \lambda & L_1 \\ L_2 & Z - \lambda \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z - \lambda \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z - \lambda & Z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolviendo la ecuación las raíces son:

$$\lambda_{2,3} = \frac{-Z_1 - Z_2 + 2Z \pm \sqrt{-3(Z_1 - Z_2)^2}}{2} = Z + Z_1\left(-\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + Z_2\left(-\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

definiendo:

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{y} \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Así, los tres autovalores son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= Z + Z_1 + Z_2 \\ \lambda_2 &= Z + a^2 Z_1 + aZ_2 \\ \lambda_3 &= Z + aZ_1 + a^2 Z_2 \end{aligned} \qquad (2.10)$$

Los autovectores correspondientes pueden obtenerse de la ecuación:

$$\left[Z_{ij}\right](x)_i = \lambda_i (x)_i$$

Para la matriz cíclica la ecuación es:

$$\begin{bmatrix} Z & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z & Z_1 \\ Z_1 & Z_2 & Z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ x_{3i} \end{pmatrix} - \lambda_i \begin{pmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ x_{3i} \end{pmatrix} = (0) \qquad (2.11)$$

Donde i = 1, 2, 3

La ecuación (2.11) es un sistema de ecuaciones lineales homogéneas y permite hallar los autovectores que forman la matriz modal, aplicando el método propuesto por Pipes [31], Derusso [32], Hildebrant [33], que muestran que el autovector será proporcional a los coeficientes de una fila de la matriz de cofactores, como se muestra en el Anexo 1.

Así, el autovector se calcula de la siguiente forma:

$$(x)_i = \begin{pmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ x_{3i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} Z-\lambda_i & Z_1 \\ Z_2 & Z-\lambda_i \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} Z_2 & Z_1 \\ Z_1 & Z-\lambda_i \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} Z_2 & Z-\lambda_i \\ Z_1 & Z_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} \qquad (2.12)$$

Este método se aplica sólo cuando los autovalores del sistema son diferentes, porque de lo contrario las columnas de la matriz modal podrían ser iguales o tal vez podrían ser cero y la matriz no sería invertible. El subíndice i que aparece en las componentes x_{1i}, x_{2i}, x_{3i} del autovector, denota que éste autovector corresponde al autovalor λ_i.

El primer autovector correspondiente al autovalor $\lambda_1 = Z + Z_1 + Z_2$, es:

$$(x)_1 = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1^2 + Z_1Z_2 + Z_2^2 \\ Z_1^2 + Z_1Z_2 + Z_2^2 \\ Z_1^2 + Z_1Z_2 + Z_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_1 \\ k_1 \end{pmatrix}$$

El segundo autovector correspondiente al autovalor $\lambda_2 = Z + a^2Z_1 + aZ_2$ resulta:

$$(x)_2 = \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(aZ_1^2 + Z_1Z_2 + a^2Z_2^2\right) \\ a^2\left(aZ_1^2 + Z_1Z_2 + a^2Z_2^2\right) \\ a\left(aZ_1^2 + Z_1Z_2 + a^2Z_2^2\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_2 \\ a^2k_2 \\ a\,k_2 \end{pmatrix}$$

El tercer autovector correspondiente al tercer autovalor $\lambda_3 = Z + aZ_1 + a^2 Z_2$, es:

$$(x)_3 = \begin{pmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(a^2 Z_1^2 + Z_1 Z_2 + a\, Z_2^2\right) \\ a\,\left(a^2 Z_1^2 + Z_1 Z_2 + a\, Z_2^2\right) \\ a^2\left(a^2 Z_1^2 + Z_1 Z_2 + a\, Z_2^2\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_3 \\ a\,k_3 \\ a^2 k_3 \end{pmatrix}$$

Se observa que los autovectores que forman la matriz modal de transformación están expresados en función de las impedancias del sistema, y por lo tanto si se aplica una matriz modal de esta forma se complicarían las expresiones de las corrientes y tensiones transformadas. Por lo tanto, es conveniente utilizar una matriz modal que sea independiente de las impedancias.

Cada columna de la matriz modal es un autovector y los múltiplos de los autovectores son también autovectores. Como lo que importa es la dirección del autovector los múltiplos pueden ser omitidos y así la matriz de transformación consistirá en los autovectores independientemente de los elementos de la impedancia.

Por lo tanto la matriz modal de transformación correspondiente a la matriz cíclica tendrá la siguiente forma general:

$$[C] = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ k_1 & a^2 k_2 & a\,k_3 \\ k_1 & a\,k_2 & a^2 k_3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Si se hace que $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ se obtiene la transformación de componentes simétricas en su forma clásica, tal como la propuso Fortescue [16]-[19], en este caso.

$$[CS] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [CS]^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Si en cambio se hace que $k_1 = k_2 = k_3 = 1/\sqrt{3}$ se obtiene la transformación de componentes simétricas de potencia invariante. También conocida como componentes simétricas instantáneas, [2], [4]. [5], [20].

$$[CS]=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [CS]^{-1}=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a\end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Para el análisis en estado estacionario usando fasores se aplica la trasformación (2.14). Así las tensiones y corrientes en coordenadas primitivas expresadas en función de componentes simétricas son:

$$\begin{bmatrix}V_a\\ V_b\\ V_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ V_1\\ V_2\end{bmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{bmatrix}I_a\\ I_b\\ I_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ I_1\\ I_2\end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Asimismo, para el análisis de variables instantáneas se usa la trasformación (2.15). Así las tensiones y corrientes en coordenadas primitivas expresadas en función de componentes simétricas instantáneas son:

$$\begin{bmatrix}V_a\\ V_b\\ V_c\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ V_1\\ V_2\end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix}I_a\\ I_b\\ I_c\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ I_1\\ I_2\end{bmatrix} \quad (2.17)$$

La condición de la potencia invariante se establece en la teoría matricial de maquinas eléctricas para lograr que el nuevo sistema de ecuaciones, expresado con las nuevas variables, tenga la misma potencia que el sistema de ecuaciones con las variables originales. Como se muestra en el Anexo C, esta condición implica que la matriz de transformación sea una matriz ortogonal hermitiana, pues cumple la siguiente condición:

$$[C]^{-1}=[C^*]^T,\ [C][C^*]^T=[C^*]^T[C]=[I] \qquad (2.18)$$

Como la transformación de componentes simétricas de potencia invariante, cumple la condición de la matriz hermitiana ortogonal, se le conoce con el nombre de transformación hermitiana de componentes simétricas [1], [2], entonces:

$$[CS]^{-1}=[CS^*]^T=[CS]^H=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a\end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Usando el método de autovalores y autovectores se pueden obtener los autovectores de la matriz circulante de n-fases y a partir de ellos la

transformación de componentes simétricas de n-fases, también llamada las componentes simétricas generalizadas, como es presentada por White and Woodson [5]. En el anexo C se muestra que a partir de la transformación de n-fases se obtiene fácilmente la transformación de componentes simétricas trifásicas y las bifásicas ó semi-cuatrifasicas, ésta última tiene la forma:

$$\left[CS_{2\phi}\right]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ -j & j\end{bmatrix} \qquad (2.20)$$

2.6 DESACOPLAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE TENSIÓN MEDIANTE LA APLICACIÓN DE LA TRANSFORMACIÓN DE COMPONENTES SIMÉTRICAS

Para el desacoplamiento de las ecuaciones de tensión se usará la transformación de componentes simétricas de potencia invariante. La trasformación de componentes simétricas permite hacer un cambio de variables, así las tensiones en variables naturales (a, b, c) pueden ser expresadas en función de las tensiones en las componentes de secuencia (0, 1 y 2), así:

$$\left[V_{abc}\right]=\left[CS\right]\left[V_{012}\right] \qquad \left[I_{abc}\right]=\left[CS\right]\left[I_{012}\right]$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix}\left[CS\right]\left[V_{e012}\right]\\ \left[CS\right]\left[V_{r012}\right]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\left[Z_{ee}\right] & \left[Z_{er}\right]\\ \left[Z_{re}\right] & \left[Z_{rr}\right]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\left[CS\right]\left[I_{e012}\right]\\ \left[CS\right]\left[I_{r012}\right]\end{bmatrix}$$

Multiplicando a ambos lados de la ecuación por la matriz inversa de componentes simétricas hermitiana.

$$\left[C\right]^{H}=\begin{bmatrix}\left[CS\right]^{H} & \left[0\right]\\ \left[0\right] & \left[CS\right]^{H}\end{bmatrix}$$

Se obtiene la ecuación:

$$\begin{bmatrix}\left[V_{e012}\right]\\ \left[V_{r012}\right]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\left[CS\right]^{H}\left[Z_{ee}\right]\left[CS\right] & \left[CS\right]^{H}\left[Z_{er}\right]\left[CS\right]\\ \left[CS\right]^{H}\left[Z_{re}\right]\left[CS\right] & \left[CS\right]^{H}\left[Z_{rr}\right]\left[CS\right]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\left[I_{e012}\right]\\ \left[I_{r012}\right]\end{bmatrix} \qquad (2.21)$$

Ejecutando las transformaciones a la matriz de impedancias de la ecuación (2.3) se llega a:

$$[CS]^H[Z_{ee}][CS]=\begin{bmatrix} r_e+pL_{\sigma e} & 0 & 0 \\ 0 & r_e+p\left(L_{\sigma e}+\frac{3}{2}L_{me}\right) & 0 \\ 0 & 0 & r_e+p\left(L_{\sigma e}+\frac{3}{2}L_{me}\right) \end{bmatrix}$$

$$[CS]^H[Z_{er}][CS]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}pL_m e^{j\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}pL_m e^{-j\alpha} \end{bmatrix}$$

$$[CS]^H[Z_{re}][CS]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}pL_m e^{-j\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}pL_m e^{j\alpha} \end{bmatrix}$$

$$[CS]^H[Z_{rr}][CS]=\begin{bmatrix} r_r+pL_{\sigma r} & 0 & 0 \\ 0 & r_r+p\left(L_{\sigma r}+\frac{3}{2}L_{mr}\right) & 0 \\ 0 & 0 & r_r+p\left(L_{\sigma r}+\frac{3}{2}L_{mr}\right) \end{bmatrix}$$

La transformación de componentes simétricas ha desacoplado la matriz de impedancias original de 36 elementos en una matriz completamente desacoplada de 10 elementos.

Como generalmente los motores de uso general tienen el neutro del devanado aislado, se cumple que: $v_{AB}+v_{BC}+v_{CA}=0$ y $i_A+i_B+i_C=0$

Y por lo tanto no existirá componente de secuencia cero de tensión ni de corriente, así: $v_{e0}=0$ y $i_{e0}=0$

Por lo tanto el sistema de ecuaciones de tensión se reduce a cuatro ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} v_{e1} \\ v_{e2} \\ v_{r1} \\ v_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + p\left(L_{\sigma e} + \frac{3}{2}L_{me}\right) & 0 & \frac{3}{2}pL_m e^{j\alpha} & 0 \\ 0 & r_e + p\left(L_{\sigma e} + \frac{3}{2}L_{me}\right) & 0 & p\frac{3}{2}L_m e^{-j\alpha} \\ \frac{3}{2}pL_m e^{-j\alpha} & 0 & r_r + p\left(L_{\sigma r} + \frac{3}{2}L_m\right) & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}pL_m e^{j\alpha} & 0 & r_r + p\left(L_{\sigma r} + \frac{3}{2}L_m\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e1} \\ i_{e2} \\ i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix}$$

Definiendo:

$L_{e+} = L_{\sigma e} + \frac{3}{2}L_{me}$: Inductancia del estator

$L_{r+} = L_{\sigma r} + \frac{3}{2}L_{mr}$: Inductancia del estator

$M_{er} = \frac{3}{2}L_m$: Inductancia de magnetización estator-rotor

La ecuación queda:

$$\begin{bmatrix} v_{e1} \\ v_{e2} \\ v_{r1} \\ v_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + pL_{e+} & 0 & pM_{er}e^{j\alpha} & 0 \\ 0 & r_e + pL_{e+} & 0 & M_{er}e^{-j\alpha} \\ pM_{er}e^{-j\alpha} & 0 & r_r + pL_{r+} & 0 \\ 0 & pM_{er}e^{j\alpha} & 0 & r_r + pL_{r+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e1} \\ i_{e2} \\ i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Para eliminar la dependencia del ángulo en las ecuaciones se debe de convertir los ejes giratorios del rotor en ejes estáticos, lo cual se puede realizar aplicando la transformación forward-backward propuesta por Ku [35], [36] ó también mediante la transformación de vectores espaciales [27]-[29]. La transformación forward-backward transforma las componentes simétricas de ejes rotatorios, en componentes simétricas de ejes estáticos. Esta transformación es:

$$\left[C_{fb}\right] = \begin{bmatrix} e^{j\alpha} & 0 \\ 0 & e^{-j\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Aplicando la transformación forward-backward, la ecuación (2.22) se transforma en:

$$\begin{bmatrix} v_{e1} \\ v_{e2} \\ v_{rf} \\ v_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + L_{e+}p & 0 & M_{er}p & 0 \\ 0 & r_e + L_{e+}p & 0 & M_{er}p \\ M_{er}(p - j\omega) & 0 & r_r + L_{r+}(p - j\omega) & 0 \\ 0 & M_{er}(p + j\omega) & 0 & r_r + L_{r+}(p + j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e1} \\ i_{e2} \\ i_{rf} \\ i_{rb} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Arreglando las ecuaciones por orden de secuencia para el estator y el rotor, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v_{e1} \\ v_{rf} \\ v_{e2} \\ v_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + L_{e+}p & M_{er}p & 0 & 0 \\ M_{er}(p - j\omega) & r_r + L_{r+}p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_r + L_{r+}(p - j\omega) & M_{er}p \\ 0 & 0 & M_{er}(p + j\omega) & r_r + L_{r+}(p + j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e1} \\ i_{rf} \\ i_{e2} \\ i_{rb} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Así, se han obtenido dos sistemas de ecuaciones de tensión totalmente desacoplados uno del otro, uno en cada sistema de coordenadas. El sistema de ecuaciones de tensión en las coordenadas de secuencia positiva es:

$$\begin{bmatrix} v_{e1} \\ v_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + L_{e+}p & M_{er}p \\ M_{er}(p - j\omega) & r_r + L_{r+}(p - j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e1} \\ i_{r1} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

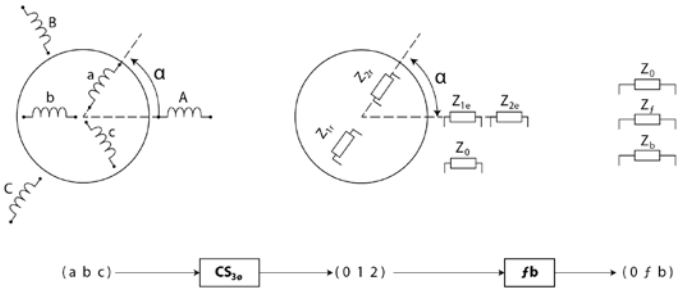
y el sistema de ecuaciones de secuencia negativa:

$$\begin{bmatrix} v_{e2} \\ v_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + L_{e+}p & M_{er}p \\ M_{er}(p + j\omega) & r_r + L_{r+}(p + j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e2} \\ i_{r2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Se observa que el sistema de tensión de secuencia negativa (2.27) es el conjugado de la ecuación de tensión de secuencia positiva (2.26).

En la figura 2.4 se muestra el proceso seguido para el desacoplamiento de las ecuaciones de tensión desde las variables naturales (a,b,c) a las componentes forward-bacward. Es interesante decir que si se multiplica la Transformación de componentes simetricas y la transformación forward-backward se obtiene la transformación de Ku, como se muestra en el Anexo B.

Figura 2.4. Proceso de Transformación de la Maquina de Inducción de las variables



2.7 MODELO EN ESTADO ESTACIONARIO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN EN CONDICIONES DE DESEQUILIBRIO

A partir de las ecuaciones diferenciales de tensión desacopladas de la máquina de inducción operando en estado estacionario, se obtienen los circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa. Luego para mejorar la exactitud del circuito se introducen en el circuito las pérdidas en el hierro y el efecto del desplazamiento de corriente en el rotor.

2.7.1 Circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa.

El modelo en estado estacionario del motor de inducción en condiciones de desequilibrio se obtiene a partir de las ecuaciones (2.26) y (2.27). Para este fin se considera el estado estacionario para una velocidad constante ω, así:

$$\omega = \omega_1(1-s),\ p = j\omega_1,\ j\omega_1 L_{e1} = jx_{e1} \quad \text{y} \quad j\omega_1 M_{er} = jx_m$$

Donde:

s: deslizamiento y ω_1: velocidad sincrónica

Además considerando que el rotor está en cortocircuito $v_{rf} = v_{rb} = 0$, la ecuación de tensión para la componente de secuencia positiva, se transforma en:

$$\begin{bmatrix} V_{e1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + jx_{e1} & jx_m \\ sjx_m & r_r + sjx_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{e1} \\ I_{r1} \end{bmatrix} \qquad (2.28)$$

Así las ecuaciones de tensión son:

$$V_{e1} = (r_e + jx_{e1})I_{e1} + jx_m I_{r1}$$
$$0 = sjx_m I_{e1} + (r_r + sjx_r)I_{r1}$$

Agregando a ambas ecuaciones la cantidad $0 = jx_m - jx_m$, y haciendo $x_1 = x_{e1} - x_m$ y $x_2 = x_r - x_m$, se obtiene:

$$V_{e1} = (r_e + jx_1)I_{e1} + jx_m(I_{e1} + I_{r1}) \quad (2.29)$$

$$0 = jx_m(I_{e1} + I_{r1}) + \left[\frac{r_r}{s} + jx_2\right]I_{r1} \quad (2.30)$$

De las ecuaciones (2.29) y (2.30) se obtiene el circuito equivalente de secuencia positiva mostrado en la figura 2.4. En el circuito se ha cambiado la notación de la corriente del rotor I_{r1}.=I_{21}. Las ecuaciones indican que existe un campo giratorio de secuencia positiva de amplitud constante que induce tensiones de tipo rotacionales.

Siguiendo el mismo procedimiento para la ecuación de tensión de secuencia negativa, partiendo de la ecuación (2.27) se llega a:

$$\begin{bmatrix} V_{e2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e + jx_{e1} & jx_m \\ jx_m(2-s) & r_r + jx_r(2-s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{e2} \\ I_{r2} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

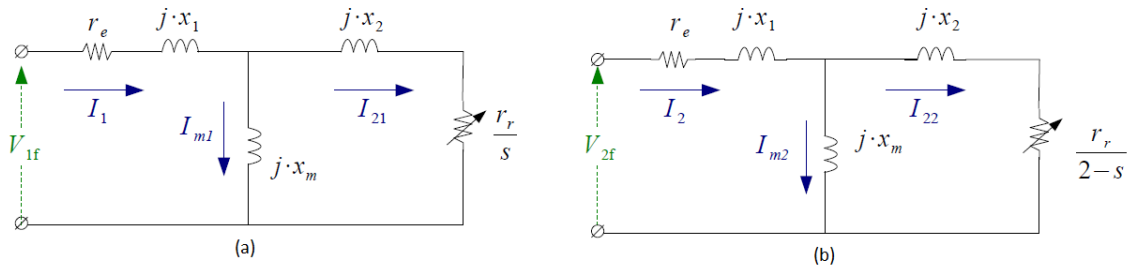
Y acomodando los términos en forma similar se obtiene:

$$V_{e2} = (r_e + jx_2)I_{e2} + jx_m(I_{e2} + I_{r2}) \quad (2.32)$$

$$0 = jx_m(I_{e2} + I_{r2}) + \left[\frac{r_r}{2-s} + jx_2\right]I_{r2} \quad (2.33)$$

Asimismo de las ecuaciones (2.32 y (2.33) se obtiene el circuito equivalente de secuencia negativa mostrado en la figura 2.5 I_{r2} = I_{22}. Las ecuaciones indican que existe un campo giratorio de secuencia negativa, (de dirección contraria al de secuencia positiva), de amplitud constante que induce tensiones de tipo rotacionales.

Figura 2.5. Circuito equivalente correspondiente a la ecuación de tensión

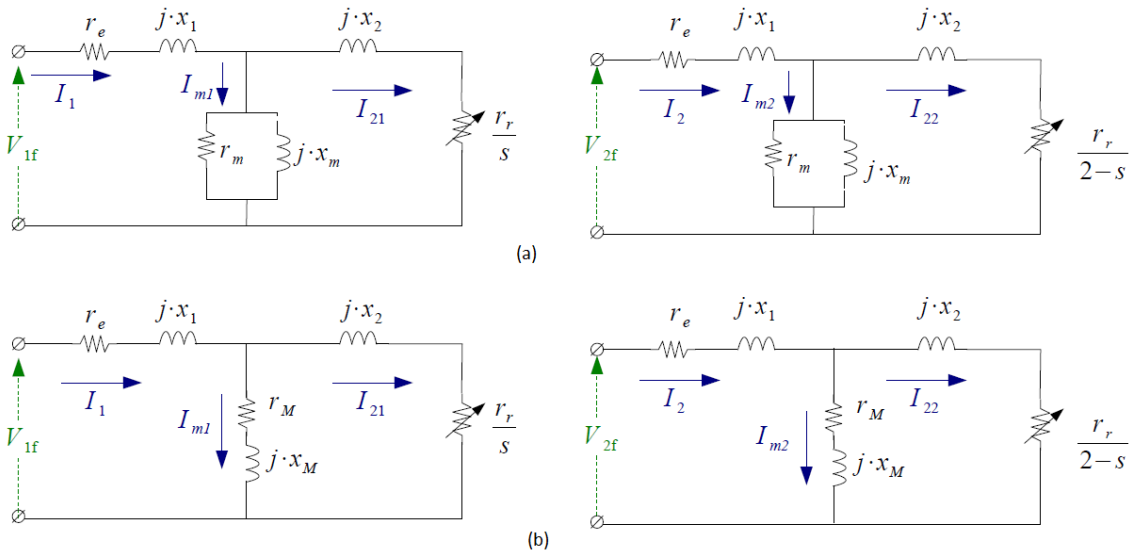


Sea ω la velocidad angular del rotor y ω_1 la velocidad angular del flujo de secuencia positiva, que es la velocidad sincrónica. La velocidad angular relativa entre el flujo de secuencia positiva y el rotor será de $\omega_1 - \omega$ y entre el flujo de secuencia negativa y el rotor será de $\omega_1 + \omega$.

Los circuitos equivalentes deducidos no incluyen las pérdidas en el hierro del motor debido a que se han despreciado las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas, por lo tanto será necesario introducir estas pérdidas mediante una resistencia en la rama de magnetización.

Para el circuito de secuencia positiva las pérdidas en el hierro son causadas por el flujo magnético giratorio producido por el bobinado del estator cuando es alimentado un sistema simétrico de tensiones, es decir por un sistema de tensiones de secuencia positiva. Por consiguiente se introduce una resistencia r_m en paralelo con la reactancia de magnetización x_m, como se muestra en la figura 2.6.a. Asimismo también se puede considerar representar por la rama de magnetización en serie, y en este caso se denomina circuito en T, como se muestra en la figura 2.6.b. De esta manera el circuito equivalente del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones queda representado en estado estacionario por dos circuitos equivalentes desacoplados, el circuito de secuencia positiva y el circuito de secuencia negativa.

Figura 2.6. Circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa para el motor de inducción incluyendo las pérdidas en el hierro. (a) Considerando la rama de magnetización en paralelo y (b) Considerando la rama de magnetización en serie (circuito en T).



2.7.2 Inclusión del efecto de desplazamiento de corriente en el circuito equivalente de secuencia negativa

En el circuito equivalente deducido por la teoría matricial los parámetros de resistencia y reactancia son los mismos para ambas secuencias, sin embargo

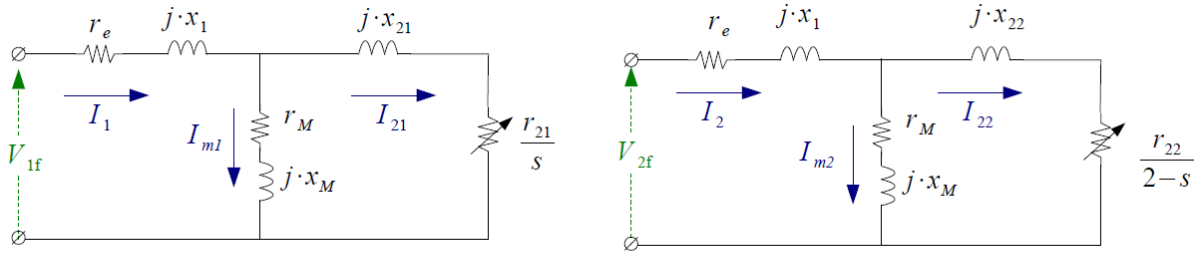
debido a que las frecuencias del rotor en los circuitos de secuencia positiva y negativa son diferentes, tanto las reactancias como las resistencias serán diferentes para ambas secuencias.

Entonces, los parámetros de resistencia del estator (r_e), reactancia de dispersión del estator (x_1), resistencia del hierro (r_M) y reactancia de magnetización (x_M) permanecen iguales para ambas secuencias. Sin embargo los parámetros de resistencia y reactancia de dispersión del rotor para la secuencia negativa son sustancialmente diferentes a los de secuencia positiva, debido a que la frecuencia de las corrientes del rotor para la secuencia negativa es más alta. En la zona de operación de los motores el deslizamiento esta entre 0.02 y 0.05, por lo tanto se cumple:

$f_{r2} = f_1 \cdot (2 - s) \approx 2 \cdot f_1$ y $f_{r1} = s \cdot f_1$ por lo tanto $f_{r2} \rangle\rangle f_{r1}$

Por lo tanto para una frecuencia en la red de 60 Hz, la frecuencia de secuencia negativa en el rotor será de aproximadamente 120 Hz y la frecuencia inducida de secuencia positiva será de aproximadamente 1 a 3 Hz. Esta situación de alta frecuencia de la corriente de secuencia negativa en el devanado del rotor crea el fenómeno de desplazamiento de corriente en las barras del rotor lo que produce un aumento en la resistencia y una disminución de la reactancia, fenómeno que ha sido estudiado por varios autores [9], [12], [37], [38]. Con estas consideraciones el circuito equivalente del motor en condiciones de desequilibrio de tensiones, se muestra en la figura 2.7. 7

Figura 2.7. Circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa para el motor de inducción considerando el efecto de desplazamiento de corriente por efecto de las frecuencias de los campos de secuencia positiva y negativa.



Para incluir el efecto del desplazamiento de corriente es conveniente calcular los factores k_r el coeficiente que tiene en cuenta el aumento de la resistencia y k_x coeficiente que tiene en cuenta la reducción de la inductancia, estos coeficientes se calculan con las siguientes ecuaciones [37]:

$$k_r = \xi \frac{sh\,2\xi + sen\,2\xi}{ch\,2\xi - \cos 2\xi} \qquad \text{y}$$

$$k_x = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{sh\,2\xi - sen\,2\xi}{ch\,2\xi - \cos 2\xi} \qquad (2.34)$$

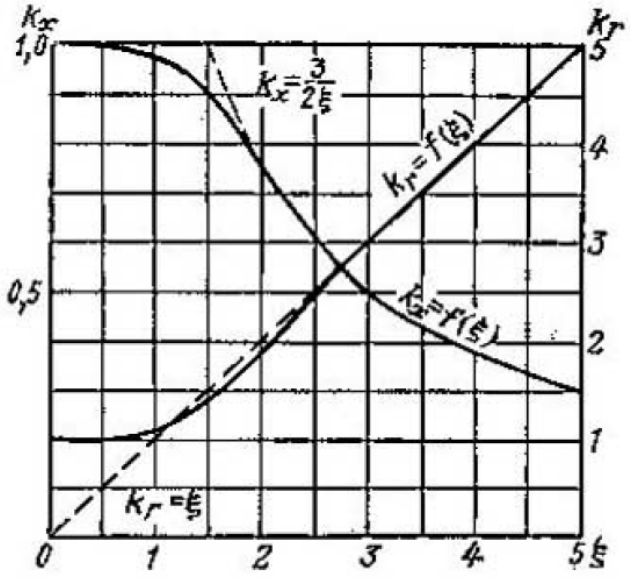
Donde: $\xi = h \cdot \sqrt{\pi \cdot \mu_0 \cdot \frac{b_{barra}}{b_{ranura}} \cdot \frac{f}{\rho}}$

Siendo h la altura de la barra, b_{barra} y b_{ranura} son las anchuras de la barra y la ranura del rotor, f es la frecuencia de la corriente en la barra y ρ es la resistencia específica del material de la barra. En la figura 2.8 se dan las curvas de las relaciones $k_r = f(\xi)$ y $k_x = f(\xi)$, calculadas con las ecuaciones (2.34) [37].

Sobre este tema Kostic [38] ha presentado una relación práctica que relaciona la resistencia y reactancia del rotor de secuencia negativa, respecto a la resistencia y reactancia del rotor estimada en la prueba de rotor bloqueado. Como la frecuencia de secuencia negativa es aproximadamente dos veces la frecuencia de rotor bloqueado, entonces el efecto de penetración del campo de las corrientes de secuencia negativa será $\sqrt{2}$ veces menor, y por lo tanto se tendrá una reactancia más baja y a una resistencia mayor en $\sqrt{2}$ veces. Entonces:

$$r_{22} = \sqrt{2} \cdot r_{rotorbloqueado} \quad \text{y} \quad x_{22} = \sqrt{2} \cdot x_{rotorbloqueado}$$

Figura 2.8. Coeficientes kr y kx en función de para el circuito de secuencia negativa.



Fuente: KOSTENKO, M. P. y PIOTROVSKI. Máquinas Eléctricas. Volumen 2. Editorial MIR. 1976 [37].

También se puede estimar experimentalmente la resistencia y reactancia de secuencia negativa realizando la prueba de secuencia inversa, adicionalmente a la prueba de vacío y rotor bloqueado, como se muestra en el Anexo D.

2.8 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

El método de autovalores y autovectores permite mostrar que la transformación de componentes simétricas es la que mejor se ajusta al estudio de la máquina de inducción simétrica alimentada con tensiones desequilibradas, pues permite construir una Transformación de Similitud que diagonaliza la matriz de impedancias y desacopla la ecuación de tensión del motor.

La matriz de impedancias de la ecuación de tensión de una máquina simétrica tiene matemáticamente una estructura cíclica y el método de autovalores y autovectores permite mostrar que su matriz modal es la transformación de componentes simétricas, por lo que permite construir una Transformación de Similitud. Esto explica porque Fortescue encontró la transformación de componentes simétricas cuando estudiaba la operación del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones [17].

El análisis matricial de la máquina de inducción permite establecer las relaciones entre todas las transformaciones usadas en máquinas eléctricas simétricas (Figura B.1).

Desde el punto de vista de la simetría geométrica, la razón de que las componentes simétricas se ajustan al análisis de la máquina de inducción es que ambas presentan simetría cíclica, matemáticamente los grupos de simetría de la transformación de componentes simétricas son los mismos que la estructura geométrica de la máquina de inducción, grupo C_3.

Aplicando consecutivamente la transformación de componentes simétricas y la transformación forward-backward se obtiene tres circuitos eléctricos independientes, totalmente desacoplados: secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa. Para el caso de motores de inducción donde el neutro de la maquina es aislado, se elimina la componente de secuencia cero y solo se trabaja con el circuito de secuencia positiva y el circuito de secuencia negativa.

El circuito eléctrico de secuencia positiva representa la presencia de un campo magnético giratorio de amplitud constante en el sentido de giro del rotor, llamado campo de secuencia positiva. Asimismo el circuito de secuencia negativa representa la presencia de un campo magnético giratorio de amplitud constante en el sentido de giro contrario al rotor, llamado campo de secuencia negativa. Los campos de secuencia positiva y negativa tienen la velocidad sincrónica y en el modelo solo inducen fuerzas electromotrices de rotación.

Esto indica que el método de componentes simétricas y el método de campos giratorios en el fondo son el mismo método.

En el cálculo de la resistencia y la reactancia de secuencia negativa es importante considerar el efecto del desplazamiento de la corriente de secuencia negativa. Este efecto se debe a que la frecuencia de la corriente de secuencia negativa es, $f_{r2} \approx 2 \cdot f_1$, mucho mayor que la frecuencia de la corriente de secuencia positiva, $f_{r1} \approx 0.03 \cdot f_1$. Una aproximación práctica es considerar que la resistencia será $\sqrt{2}$ veces mayor y una reactancia más baja en $\sqrt{2}$ veces los valores de rotor bloqueado. También se pueden evaluar estos parámetros experimentalmente, a partir de la prueba de secuencia inversa, ver Anexo D.

BIBLIOGRAFÍA

[1] ALLER CASTRO, J. M., Métodos para el Análisis y Control Dinámico de la Máquina de Inducción, Trabajo presentado a la Universidad Simón Bolívar como requisito para ascender a la categoría de Profesor Titular, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 1997, 173 p. Disponible en: http://prof.usb.ve/jaller/investigacion.html

[2] RETTER, G. J., Matrix and Space-Phasor Theory of Electrical Machines. Published by Muszaki Konyvkiado, Budapest, 1987, Académiai Kiadó, Budapest, 1987. Printed in Hungary, 411 p.

[3] ALGER, Philip L., The Nature of Polyphase Induction Machines. Published by John Wiley & Sons, Inc., New York and Chapman & Hall, Ltd., London, Inc., Copyright, 1951, by General Electric Company. Printed in USA, 397 p.

[4] KU, Y. H., Electric Energy Conversion, Published by The Ronald Press Company, Printed in New York, 1959, 522 p.

[5] WHITE, D. C. and WOODSON, H. H., Electromechanical Energy Conversion. Published by The Technology Press of MIT and John Wiley & Sons, Inc., New York, 1959, 646 p.

[6] ADKINS, Bernard and HARLEY, Ronald G., The General Theory of Alternating Current Machines: Application to Practical Problems, Published by Chapman and Hall Ltd., Print in London, U. K. First published 1975, First published as a Science Paper back 1978, Reprinted 1979, 279 p.

[7] CHATELAIN, Jean, Machines Électriques (Traité d'électricité Volume X de l'École Polytechnique Fedérale de Lausanne). Le Traité d'électricité est une publication des Presses Polytechniques romandes, Lausane. Imprimé en Suisse, 1983, 628 p.

[8] IVANOV-SMOLENSKY, A. V. Maquinas Eléctricas. Tomo 3. Impreso en la URSS. Editorial MIR Moscú. Primera Edición 1984. Primera Reimpresión 1988. 288 p.

[9] COCHRAN, Paul C., Polyphase Induction Motors: Analysis, Desing and Application, Copyright 1989 by Marcel Dekker, Inc., Print in USA, New York, 1989. 678 p.

[10] KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O. and SUDHOFF, S.D., Analysis of Electric Machinery, Published in the United States by IEEE Press, Print in USA, New York, 1995. 564 p.

[11] LEONHARD, Werner, Control of Electrical Drives, Third Edition. Published by Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Printed in Berlin, Germany, 2001. 460 p.

[12] BOLDEA, Ion and NASAR, Syed. The Induction Machine Handbook. (The Electric Power Engineering Series) Printed in the USA by CRC Press LLC, 2002. 950 p.

[13] CHIASSON, John. Modeling and High-Performance Control of Electric Machines. Printed in the USA. John Wiley & Sons, Inc., 2005. 709 p. (IEEE Series on Power Engineering, M.E. El-Hawary, Series Editor). ISBN 0-471-68449-X

[14] AMIN, Bahram. Induction Motors. Analysis and Torque Control. Published by Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Printed in Berlin, Germany, 2001. 262 p.

[15] PYRHONEN, Juha, JOKINEN, Tapani and HRABOVCOVÁ, Valéria. Design of Rotating Electrical Machines. Published in 2008 by John Wiley & Sons, Ltd. Printed in Great Britain, 512 p.

[16] CLARKE, E., Circuit Analysis of A-C Power Systems. Volume I. Symmetrical and Related Components. John Wiley & Sons, Inc., New York. Copyright, 1943, by General Electric Company. Printed in USA. Seventh Printing 1961. 540 p.

[17] FORTESCUE, C. L., Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Poliphase Networks, *AIEE Transaction Vol*. 37, Part II, pp. 1027-1140, 1918.

[18] WAGNER, C. F. and EVANS R.D., Symmetrical Components. As Applied to the Analysis of Unbalanced Electricas Circuits. First Edition. Sixth Impression. New York: Mc Graw-Hill, 1933. 437 p.

[19] LYON, W. B., Application of the Method of Symmetrical Components (book), Mc Graw Hill Book Company *AIEE*, Inc., New York, N.Y., 1937.

[20] LYON, W. V., Transient Analysis of Alternating-Current Machinery. An Application of the Method of Symmetrical Components. Published by The Technology Press of MIT and John Wiley & Sons, Inc., New York. Copyright, 1954, by The Massachusetts Institute of Technology. Library of Congress Catalog Card Number:54-7857, 1954. 310 p.

[21] STANLEY, H. C., An Analysis of the Induction Machine, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE,* Vol. 57, Issue: 12, 1938, pp.751-757.

[22] MORRILL, W. J., The Revolving Field Theory of the Capacitor Motor, *Transaction of the American Institute of Electrical Engineers, 1929*, pp. 614-629.

[23] GURU, B. S., Revolving-field Analysis of Asymmetric and its extension to single and Two-phase Machines, *Electric Power Applications,* Vol. 2, No.1, 1979, pp.37-44.

[24] DE ARMAS, M. A. de y GOMEZ, J., Análisis Generalizado de los Motores Asíncronos con alimentación desbalanceada o no mediante la Teoría de los Campos Rotatorios, *Revista Energética*, No. 39, Revista Universidad Nacional de Colombia, Julio 2007, pp. 5-11.

[25] KRAUSE, P. C., The Method of Symmetrical Components derived by Reference Frame Theory, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems,* Vol. PAS-104, No.6, June 1985, pp.1492-1499.

[26] KERSTING, W.H. and PHILLIPS, W.H., Phase Frame Analysis Effects of Voltage Unbalance on Induction Machines, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.33, No.2, March/April 1997, pp. 415-420.

[27] KOVÁCS, Pál K., Transient Phenomena in Electrical Machines, Published by Elsevier Science Publishers, Printed in Hungary 1984, 391 p.

[28] VAS, Peter, Electrical Machines and Drives. A Space-vector Theory approach, Published in the United States by Oxford University Press, New York, 1992. 808 p.

[29] ALLER, J. M.; BUENO, A. and PAGÁ, T., Power Systems Analysis using Space-vector Transformation, *IEEE Transactions on Power Systems,* Vol.17, No. 4, November 2002, pp. 957-965.

[30] STANKOVIC, A.M.; SANDERS, S.R. and AYDIN, T., Dynamic Phasors in Modeling and Analysis of Unbalanced Polyphase AC Machines, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.17, No.1, March 2002, pp. 107-113.

[31] PIPES, Louis A., Matrix Methods for Engineering. Published by Prentice-Hall, Inc., Printed in N. J. USA 1963, second printing August 1964, 427 p.

[32] DERUSSO, Paul M., ROY, Rob J. and CLOSE, Charles M. State Variables for Engineers. Published by John Wiley & Sons, Inc., Printed in New York, USA, June 1967, 607 p.

[33] HILDEBRAND, Francis B., Methods of Applied Mathematics. Published by Dover Publications, Inc., Printed in USA in 1992, 362 p.

[34] PIPES, Louis A., Cyclical Functions and Permutation Matrices, *Journal of The Franklin Institute,* Vol. 287, Issue: 4, April 1969, pp.285-296.

[35] KU, Y. H., Transient Analysis of A-C Machinery, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE,* Vol. 48, Issue: 3, July 1929, pp.707-715.

[36] KU, Y. H., Transient Analysis of Rotating Machines and Stationary Networks by Means of Rotating Reference Frames, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE,* Vol. 70, Issue: 1, July 1951, pp.943-957.

[37] KOSTENKO, M. P. y PIOTROVSKI, L.M., Máquinas Eléctricas. Tomo II. Editado por la Editorial MIR, Moscú, Impreso en la URSS 1976, 720 p.

[38] KOSTIC, M. and NICOLIC, A., Negative Consequence of Motor Voltage Asymmetry and Its Influence to the Unefficient Energy Usage, WSEAS *Transaction on Circuits and Systems,* Issue 8, Vol. 9, August 2010, pp.547-552.

[39] WILLIAMS, J. E., Operation of Three-Phase Induction Motors on Unbalanced Voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol. 73, pp. 125-133, April 1954.

CAPÍTULO 3

CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO DE UN SISTEMA TRIFÁSICO DE TENSIONES. PROPUESTA DE CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO EN RELACIÓN A LOS EFECTOS SOBRE EL MOTOR DE INDUCCIÓN

Los estudios muestran que el sistema de tensiones que alimenta al motor es generalmente desequilibrado [1]-[4]. Las causas del desequilibrio pueden ocurrir en la etapa de transmisión, distribución y en el interior de la instalación eléctrica industrial. En los sistemas de transmisión la transposición incompleta de las líneas de transmisión eléctrica causa impedancias asimétricas que desequilibran la tensión. En los sistemas de distribución la causa puede ser la conexión de bancos de transformadores conectados en triángulo abierto ó fallas de contactos (malos ó flojos), al respecto el estudio realizado por EPRI [1] mostró que en el sistema de distribución de USA el 32 % del sistema tiene un PVU (Porcent Voltage Unbalance) entre 1 y 3 % y el 2% del sistema presenta un PVU mayor al 3% [1], [3]. Pero las causas principales del desequilibrio de tensiones, que afectan a los motores eléctricos, ocurren en el interior de las instalaciones industriales y son: conexión asimétrica de cargas monofásicas, conexión de cargas asimétricas, instalación de cables de diferente calibre, etc. [2], [4]. Por consiguiente, el sistema trifásico de tensiones que alimenta al motor presentara desequilibrios y su nivel de tensión dependerá de la ubicación del motor y del nivel de tensiones que sale del transformador, por lo tanto las magnitudes de tensión que llegan al motor pueden ser mayor a la tensión nominal (sobretensión), menor a la tensión nominal (subtensión) ó una combinación de ambas.

El efecto que tiene el sistema trifásico de tensiones sobre la operación del motor de inducción hace imprescindible su caracterización. En este aspecto las normas técnicas caracterizan los sistemas de tensión simétricos por el valor eficaz de la tensión de línea y en sistemas desequilibrados se usa un factor de desequilibrio de tensiones.

En este capítulo se presenta un análisis del sistema trifásico de tensiones mediante el método de las componentes simétricas. Luego se realiza una evaluación crítica de los actuales índices de desequilibrio de tensiones definidos por las normas internacionales IEC (Voltage Unbalance Factor VUF) y NEMA (Percent Voltage Unbalance PVU) y se presenta una comparación entre éstos, también se evalúa el índice Complex Voltage Unbalance Factor CVUF. Finalmente se propone una forma de caracterización del desequilibrio de tensiones relacionada con los efectos sobre el motor trifásico de inducción.

3.1 CONSIDERACIONES PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES.

3.1.1 Límites de las desviaciones de tensión y del desequilibrio según las normas técnicas.

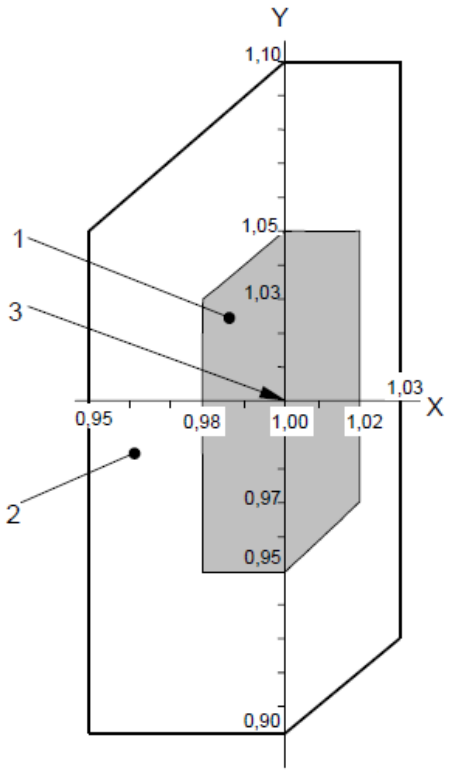
Las normas técnicas especifican las tensiones nominales de operación y la magnitud de las desviaciones y desequilibrios de tensión con que pueden operar los motores de inducción. La norma IEC 60034-1 [5] y la norma NEMA MG1 [6] especifican los límites de la tensión de alimentación sobre los motores de corriente alterna, ambas normas coinciden al especificar que los limites de variación de la tensión de un sistema trifásico simétrico a frecuencia nominal están entre ±10% la tensión nominal ó de placa del motor.

Si existen variaciones combinadas de frecuencia y tensión la norma IEC 60034-1 presenta dos regiones de operación como se muestra en la Figura 3.1 y recomienda que el motor solo opere en forma continúa en la zona A (1) y no recomienda funcionamiento prolongado en la zona B (2), el punto óptimo es el de las características nominales (3) .

En cuanto al desequilibrio de tensiones la norma IEC 60034-1 [5] menciona que el desequilibrio de tensiones puede ser tal que la componente de tensión de secuencia negativa no sobrepase el 1% de la componente de secuencia positiva.

Respecto a las variaciones de tensión y frecuencia la norma NEMA MG1 [6] menciona que el motor puede operar con un sistema trifásico simétrico con las siguientes variaciones de tensión y frecuencia:
±10% de la tensión nominal con frecuencia nominal
± 5% de la frecuencia nominal con tensión nominal
Variación combinada de tensión y frecuencia (suma absoluta de valores) de 10% el valor nominal, que no exceda más o menos 5% de la tensión nominal.
Sobre el desequilibrio de tensión la Norma MG1 recomienda que el desequilibrio del motor (índice PVU) no exceda el 1%.

Figura 3.1. Limites de tensión y frecuencia para motores según IEC. 1= zona A, 2= zona B, 3= punto de características nominales.



Fuente: INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-1, Rotating electrical machines – Part 1: Rating and performance, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2004.

3.1.2 Importancia de la tensión nominal en la caracterización del sistema de tensiones.

Las características de operación del motor de inducción (potencia y par en el eje, corriente, velocidad, eficiencia, factor de potencia) están especificadas para la alimentación del motor con tensiones equilibradas de magnitud igual a la tensión nominal y a la frecuencia nominal, en la Figura 3.1 se le llama punto de características nominales. Por lo tanto la tensión nominal es un parámetro importante para clasificar las diversas situaciones de desequilibrio de tensión [7], [8], respecto a sus efecto sobre el motor.

En el lenguaje de las componentes simétricas, el punto de características nominales de la Figura 3.1, corresponde al caso cuando el motor de inducción tiene solo la componente de tensión de secuencia positiva con una magnitud igual a la tensión nominal, por lo tanto solo existirá campo magnético giratorio de secuencia positiva que girara a la velocidad sincrónica correspondiente a la frecuencia nominal. En este caso tanto la componente de tensión de secuencia negativa, como el campo giratorio de secuencia negativa y el desequilibrio son

cero. Para estas condiciones el fabricante da las características de operación del motor que aparecen en el catálogo.

3.1.3 Determinación de los fasores de las tensiones de línea a partir de las magnitudes de las tensiones de línea.

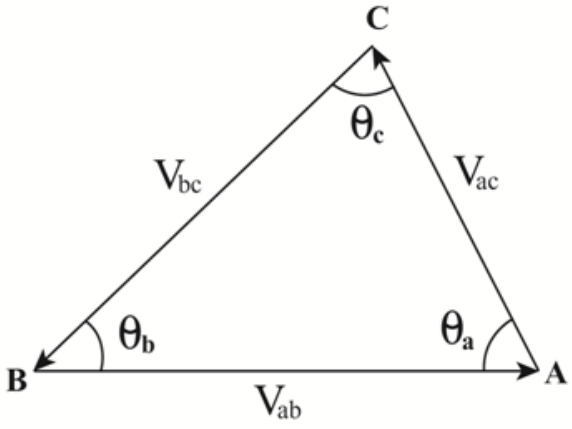
En la práctica industrial en un sistema trifásico es común que los equipos de mantenimiento midan directamente la magnitud de las tensiones de línea de los sistemas trifásicos y generalmente no se dispone de aparatos que midan los ángulos de los fasores de tensión. Sin embargo cuando el sistema de tensiones tiene el neutro aislado es posible determinar completamente los tres fasores de tensión de línea.

Sean $|V_{ab}|, |V_{bc}|, |V_{ca}|$ las magnitudes de las tensiones de línea, como el sistema tiene el neutro aislado los tres fasores de tensión cumplen la condición:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0 \qquad (3.1)$$

Para simplificar se puede considerar el fasor V_{ab} como referencia y considerando la Ecuación (3.1) el sistema de tensiones se puede representar por el gráfico de la Figura 3.2.

Figura 3.2. Sistema de tres fasores de tensión aplicados al motor de inducción,



Por lo tanto los fasores de las tensiones de línea se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= |V_{ab}| \\ V_{bc} &= |V_{bc}| \angle \theta_{bc} \\ V_{ca} &= |V_{ca}| \angle \theta_{ca} \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Donde:

$$\theta_{bc} = \pi + \theta_b$$
$$\theta_{ca} = \pi - \theta_a \qquad (3.3)$$

Y los ángulos θ_b y θ_a se determinan a partir de la ley de cosenos mediante las siguientes relaciones:

$$\theta_b = \cos^{-1}\left(\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2|V_{ab}||V_{bc}|}\right) \qquad (3.4)$$

$$\theta_a = \cos^{-1}\left(\frac{V_{ca}^2 + V_{ab}^2 - V_{bc}^2}{2|V_{ca}||V_{ab}|}\right) \qquad (3.5)$$

Como la suma de los ángulos internos del triangulo suman $180°$, entonces θ_c vendrá definido por:

$$\theta_c = 180 - (\theta_a + \theta_b)$$

Por lo tanto cuando el sistema de tensiones trifásico tiene el neutro aislado es posible determinar completamente los tres fasores de tensión de línea a partir de las magnitudes de las tres tensiones de línea, es decir solo se necesitan tres parámetros.

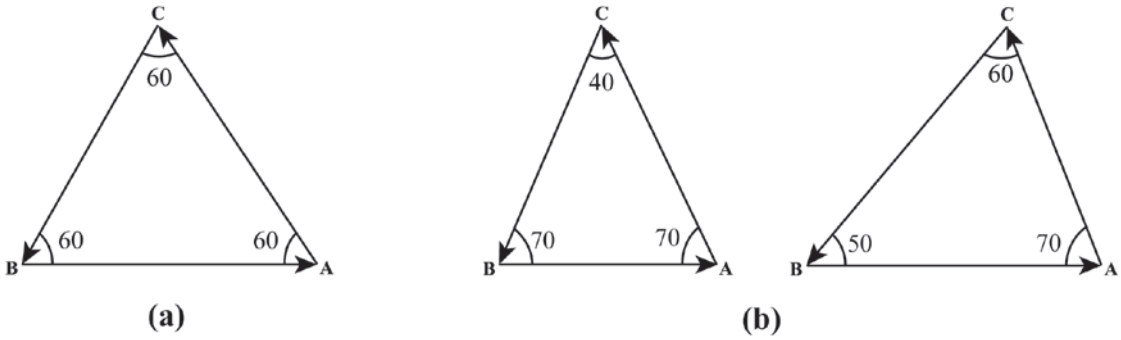
3.1.4 El sistema de tensiones desequilibrado y el concepto geométrico de simetría.

Como se expone en el Apéndice A, y fue aplicado en el capítulo 2, las simetrías de una figura geométrica vienen determinadas por el grupo de simetría que posee. Entonces la simetría de un sistema de tensiones se puede definir a partir de las simetrías que tenga la figura formada por los fasores de las tensiones de línea. Como los fasores son números complejos que se representan en un espacio de dos dimensiones, las simetrías centrales posibles son las de rotación y reflexión.
La Figura 3.3 muestra tres sistemas trifásicos, un sistema equilibrado (3.3.a) y dos sistemas desequilibrados (3.3.b). Usando la definición de simetría, el sistema de tensiones equilibrado, que tiene sus tres tensiones de línea iguales en magnitud y los tres ángulos internos iguales a $60°$, tiene 3 transformaciones que lo dejan invariante, estas son: rotación de $120°$, rotación de $240°$ y la trivial que es una rotación de $360°$, así la simetría del sistema trifásico equilibrado

viene definida por el grupo cíclico C_3. Debido a la dirección de los fasores de las tensiones de línea no existe simetría de reflexión.

Para hallar la simetría de los dos triángulos de tensiones desequilibrados de la Figura 3.3.b, se sigue el mismo criterio. El triángulo que presenta dos magnitudes de tensión de línea iguales (triángulo isósceles de tensiones) solo tendrán una simetría que es la rotación de 360° y no tendrá simetría de reflexión, su simetría está definida por C_1. Asimismo el sistema que presenta las tres magnitudes de tensiones de línea diferentes (triángulo escaleno de tensiones) también tendrá una simetría que es la rotación de 360°. Por consiguiente ambos triángulos presentan como simetría a C_1, es decir no tienen simetría alguna, son asimétricos y tienen el mismo grado de asimetría pues vienen definidos por el mismo grupo de simetría.

Figura 3.3. Casos de sistemas trifásicos de tensión: sistema de tensión equilibrado (a) y sistema de tensión desequilibrado (b).



Este análisis muestra que si al menos una las magnitudes de tensión es diferente el sistema de tensiones pierde su simetría y se vuelve asimétrico. Los ángulos y las magnitudes están relacionados y no se puede conservar simetría en ángulos si se varían las magnitudes de las tensiones, es decir no puede existir simetría angular con magnitudes de tensión diferentes.

Por lo anterior el análisis que presentó Lee [7], donde presenta seis casos posibles de desequilibrio en las tensiones de un motor de inducción merecen ser revisados. En ellos Lee menciona que puede haber tensiones de fase diferentes y ángulos iguales, lo cual no es aplicable al motor de inducción. A continuación se realizará este análisis.

3.1.5 Efecto de la simetría y conexión del devanado del motor sobre la componente de secuencia cero de tensión y corriente.

Cuando un sistema de tensiones trifásico desequilibrado se aplica a un motor de inducción trifásico con neutro aislado, las componentes de secuencia cero de fase y línea, de la corriente y la tensión se anulan. Generalmente los devanados del estator usan conexión estrella ó conexión triángulo. Por lo tanto en los terminales del motor se cumplen las siguientes dos ecuaciones:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$

$$I_a + I_b + I_c = 0 \qquad (3.6)$$

La simetría del núcleo magnético y del devanado hace que el motor se comporte como un sistema de impedancias simétricas, y entonces sólo pueden aparecer desequilibrios entre las corrientes de las fases del estator si existen desequilibrios en las tensiones. Por lo tanto, la componente de corriente de una determinada secuencia sólo será originada por la componente de tensión de la secuencia correspondiente.

Para el caso de la conexión estrella con neutro aislado no existe circulación de corriente por el neutro, ecuación (3.6), por lo tanto la componente de secuencia cero de la corriente de fase será cero y entonces la componente de secuencia cero de la tensión de fase será cero. Es decir se cumplirá que:

$$V_a + V_b + V_c = 0 \qquad (3.7)$$

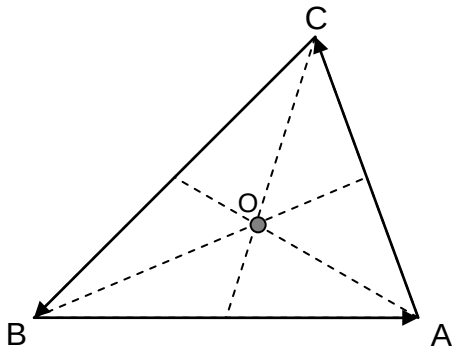
Para el caso de la conexión triangulo, se cumple que las tres tensiones de fase suman cero en todo momento, ecuación (3.7), lo que obliga a que la componente se secuencia cero de las tensiones de fase sea siempre nula y por lo tanto la componente de secuencia cero de la corriente de fase será cero.

Por lo tanto no existirá en el motor la componente de secuencia cero de la tensión de línea y de fase. Es decir se cumple que:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$
$$V_a + V_b + V_c = 0$$

Como no existe componente de tensión de fase de secuencia cero, entonces el neutro del sistema de tensiones de fase estará ubicado en punto de intersección de las medianas del triangulo ABC, es decir en el baricentro del triangulo de tensiones de línea ABC, como se muestra en la Figura 3.4.

Figura 3.4. Triangulo de tensiones de línea y de fase de un motor de inducción con neutro aislado. El punto neutro está ubicado en el baricentro del triangulo.



Debido a que el neutro está ubicado en el baricentro del triángulo, entonces se cumplirán las siguientes relaciones entre las tensiones de fase y de línea:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} \qquad (3.8)$$

La Ecuación (3.8) permite hallar las tensiones de fase en el motor a partir de las tensiones de línea aplicadas al motor. Por lo tanto para conocer toda la información de las tensiones de línea y fase aplicadas a un motor, solo se necesita conocer la magnitud de las tres tensiones de línea aplicadas al motor de inducción.

Puede concluirse que la simetría del bobinado del motor hace que las tensiones de fase lleguen a un estado de equilibrio en que la suma de todas las tensiones de frase es cero. En otras palabras la condición de simetría del devanado se trasmite a las tensiones de fase haciendo que el punto neutro se ubique en el baricentro del triángulo. Al respecto es interesante recordar el enunciado de Weyl [9], cuando dice que: “Si las condiciones que determinan un efecto poseen cierta simetría, el efecto poseerá esa misma simetría”.

El efecto del corrimiento del neutro al baricentro del triángulo del motor, fue verificado experimentalmente en laboratorio con el motor de 4 KW. En la tabla 3.1 se muestra los valores de las tensiones medidas en el transformador, con neutro aterrizado, y en el motor con neutro aislado. Las mediciones verifican el corrimiento del neutro hacia el baricentro del triángulo de tensiones, en condiciones de desequilibrio.

Tabla 3.1. Medición que verifica que el neutro del motor alimentado con tensiones desequilibradas, está en el baricentro del triangulo de tensiones.

Tensión en el Transformador con neutro a tierra (Valores Medidos)		Tensión en el Motor de 4 KW con neutro aislado (Valores-Medidos y Calculados)		
Línea - Línea	Línea - Neutro	Línea – Línea **(medido)**	Línea – Neutro **(medido)**	Línea-Neutro **(calculado)**
V_{AB} : 392 V	V_{AN} : 209 V	V_{AB} : 392 V	V_{AN} : 222 V	V_{AN} : 221.3 V
V_{BC} : 419 V	V_{BN} : 241 V	V_{BC} : 419 V	V_{BN} : 236 V	V_{BN} : 236.6 V
V_{CA} : 393 V	V_{CN} : 244 V	V_{CA} : 393 V	V_{CN} : 238 V	V_{CN} : 237.2 V

Como se presentó en el capítulo 1, en 1998 el profesor Lee [7] propuso que al menos se pueden presentar ocho tipos de desequilibrio, caracterizándolos por sus tensiones de fase. Lee propone que pueden existir al menos seis casos en que las magnitudes de las tensiones de fase sean diferentes (desequilibrio de magnitud) manteniendo el ángulo entre las fases iguales a 120° (3ϕ--UV, 2ϕ--UV, 1ϕ--UV, 1ϕ--OV, 2ϕ--OV, 3ϕ--OV) y por otro lado pueden existir al menos dos casos en que los ángulos entre las tensiones de fase sean diferentes y las magnitudes de las tensiones sean iguales (2ϕ--A, 1ϕ--A). Sin embargo en los cálculos que presenta este artículo, tabla 1.1, se observa que para los tipos de desequilibrio propuestos los valores de los índices VUF y PVU son aproximadamente iguales pero éstos tienen una gran diferencia respecto al índice PVUR. Por ejemplo para el tipo desequilibrio 3ϕ--UV, de la Tabla 1.1, el PVU es 3.96, el VUF es 4 y el PVUR es 7.85; asimismo para el tipo de desequilibrio 2ϕ--A, el PVU es 3.96, el VUF es 4 y el PVUR es 0.

Las grandes diferencias que existen en el cálculo de Lee, no significan que el índice PVUR no pueda ser aplicado al cálculo del desequilibrio, sino que Lee no consideró en su trabajo el reacomodo que ocurre en las tensiones de fase del motor de inducción cuando se le aplica una tensión trifásica desequilibrada. Es decir debido a que el motor de inducción tiene una estructura simétrica y además se deben de cumplir las ecuaciones (3.6) y (3.7), ocurre que en el motor no existirán tensiones ni corrientes de secuencia cero y por lo tanto el punto neutro del motor, en condiciones de desequilibrio, se traslada al baricentro del triángulo de tensiones.

Lo anterior plantea que es más adecuado caracterizar las tensiones usando las tensiones línea-línea y si se desea aplicar el índice PVUR, se debe de considerar que el neutro del motor esta en el baricentro del triangulo formado por las tensiones línea-línea; con estas consideraciones por ejemplo para el tipo desequilibrio 3ϕ--UV, el PVU es 3.96, el VUF es 4 y el PVUR es 3.89. La Tabla 3.2 muestra el cálculo de los índices de desequilibrio PVU, PVUR y VUF para todos los casos mencionados por Lee.

Los resultados de la Tabla 3.2 muestran que independientemente del factor usado, sea éste VUF, PVU ó PVUR, el desequilibrio estimado es prácticamente

el mismo, contrariamente a lo presentado por Lee [7] (véase Tabla 1.1). Por lo tanto se puede usar cualquier de los factores de desequilibrio definidos en las normas. Pero como generalmente el neutro del motor no está disponible, es más práctico usar las tensiones de línea y calcular VUF ó PVU, que darán el mismo valor que el PVUR. Debido a que el neutro, por la simetría de las impedancias del motor, se colocara en el baricentro del triangulo de tensiones.

Tabla 3.2. Comparación de los Índices de desequilibrio VUF, PVU y PVUR. Para el cálculo del PVUR se considera que el neutro del motor esta en el baricentro del triangulo de tensiones de línea.

Tipo de desequilibrio	PVU	PVUR	VUF	V_a	V_b	V_c	V_1	V_2
Equilibrado	0,00	0,00	0	127,0∠0°	127,0∠240°	127,0∠120°	127,00	0,00
3ϕ--BV	3,96	3,89	4	113,0∠0°	114,4∠244°	120,5∠121.4°	115,88	4,64
2ϕ--BV	3,99	3,91	4	114,8∠0°	116,1∠244°	122,35∠121.5°	117,70	4,71
1ϕ--BV	3,94	4,02	4	117,3∠0°	124,6∠241.9°	124,6∠118.1°	122,12	4,89
2ϕ--A	3,96	4,04	4	129,4∠0°	129,4∠236.1°	121,7∠118.1°	126,79	5,09
1ϕ--A	3,41	3,50	4	122,5∠0°	131,3∠239.8°	126,8∠116.5°	126,80	5,07
1ϕ--SV	4,04	3,96	4	137,6∠0°	129,7∠238°	129,73∠122°	132,29	5,29
2ϕ--SV	3,64	3,70	4	141,5∠0°	137,8∠236.4°	132,1∠119.6°	137,06	5,48
3ϕ--SV	3,55	3,61	4	143,6∠0°	139,4∠236.5°	134,0∠119.8°	138,98	5,56

3.2 REPRESENTACIÓN DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS DE TENSIÓN Y DEL VUF A PARTIR DE LAS TENSIONES DE LÍNEA.

En los sistemas industriales que alimentan a los motores, generalmente están disponibles para su medición las tensiones línea-línea mientras que las tensiones línea-neutro del motor no son disponibles, por lo tanto es más adecuado clasificar el desequilibrio en función de las tensiones de línea, ó relacionar la definición de desequilibrio dadas en tensiones de fase con las tensiones de línea, como proponen Jeong [10] y Kim [11].

La transformación de componentes simétricas relaciona las componentes de secuencia de la tensión de fase con las tensiones de fase del sistema mediante la ecuación:

$$\begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \qquad (3.9)$$

Entonces el factor de desequilibrio de las tensiones de fase ($CVUF_f$) en su forma compleja viene dado por la ecuación:

$$CVUF_f = \frac{V_{2f}\angle\theta_{2f}}{V_{1f}\angle\theta_{1f}} = VUF_f\angle\theta_{2f} - \theta_{1f} = VUF_f e^{j(\theta_{2f}-\theta_{1f})} \qquad (3.10)$$

Considerando que para un sistema trifásico con neutro aislado, se cumple que $V_{ab}+V_{bc}+V_{ca}=0$. La transformación de componentes simétricas que relaciona las componentes de secuencia de la tensión de línea con las tensiones de línea del sistema, es:

$$\begin{bmatrix}0\\V_1\\V_2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&a&a^2\\1&a^2&a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{ab}\\V_{bc}\\V_{ca}\end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

Entonces el factor de desequilibrio de tensiones de línea en su forma compleja es de la forma:

$$CVUF=\frac{V_2\angle\theta_2}{V_1\angle\theta_1}=VUF\angle\theta_2-\theta_1=VUF\ e^{j(\theta_2-\theta_1)} \qquad (3.12)$$

Para hallar la relación entre el Factor Complejo de Desequilibrio de Tensión de línea y fase, se aplica el diagrama fasorial de las componentes de secuencia de línea y fase de la Figura 3.5.

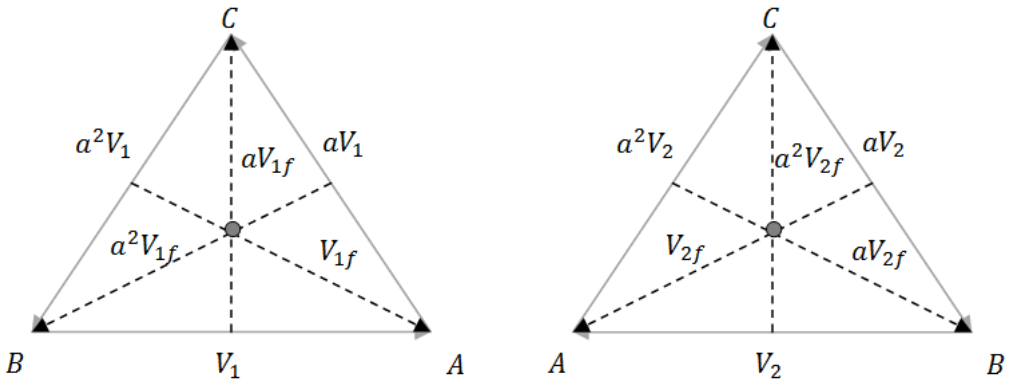
Del diagrama fasorial de tensiones de secuencia positiva, Figura 3.5, la relación entre la componente de tensión de línea de secuencia positiva (V_1**)** y la tensión de fase de secuencia positiva (V_{1f} **)** es:

$$V_1=\sqrt{3}V_{1f}\cdot(1\angle 30°) \qquad (3.13)$$

Asimismo, del diagrama fasorial de tensiones de secuencia negativa la relación entre la tensión de secuencia negativa de las tensiones de línea (V_2**)** y la tensión de secuencia negativa de las tensiones de fase (V_{2f} **)** es:

$$V_2=\sqrt{3}V_{2f}\cdot(1\angle -30°) \qquad (3.14)$$

Figura 3.5. Diagrama fasorial de las componentes de secuencia positiva y negativa de las tensiones de fase y línea.



Reemplazando (3.13) y (3.14) en (3.12) se encuentra que la relación ente los factores de desequilibrio de tensión de línea y fase es:

$$CVUF = CVUF_f \cdot (1\angle -60°) = CVUF_f \; e^{j(-60°)} \quad (3.15)$$

$$VUF\angle\theta_2 - \theta_1 = (VUF_f\angle\theta_{2f} - \theta_{1f}) \cdot (1\angle -60°) \quad (3.16)$$

$$VUF\angle\theta = VUF_f\angle\theta_f - 60° \quad (3.17)$$

Por lo tanto se encuentra lo siguiente:

- La magnitud de los factores complejos de desequilibrio de tensión de fase y de línea son iguales, $VUF = VUF_f$, es decir se pueden usar valores de línea o fase para calcular el índice VUF.
- Los factores complejos de desequilibrio están desfasados en 60 grados. $\theta - \theta_f = -60°$.

3.3 ANÁLISIS DE LOS ÍNDICES DE DESEQUILIBRIO DE TENSIONES ACTUALMENTE USADOS

3.3.1 Análisis del índice VUF

El factor de desequilibrio de tensión VUF (Voltage Unbalance Factor) es el índice más aceptado para caracterizar el desequilibrio de tensión. Esta definición usa el método de las componentes simétricas y fue propuesta por Fortescue en 1920 [12], cinco años después Evans y Pierce [13] patentaron una metodología de medición. Posteriormente fue adoptada por la Norma IEC

61000-4-27 [14], y por la Norma NEMA MG1 [15], también se le conoce como: “the true definition”.

Dado un conjunto de tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} el VUF viene dado por la relación:

$$VUF = \frac{|V_2|}{|V_1|}$$

Donde:

$|V_2|$: valor r.m.s. de la componente de secuencia negativa de la tensión aplicada.

$|V_1|$: valor r.m.s. de la componente de secuencia positiva de la tensión aplicada.

Como se menciono en el capitulo uno, el índice VUF ha recibido críticas porque para un mismo VUF pueden existir muchas situaciones de desequilibrio que tienen el mismo factor. En este sentido están las publicaciones de Lee [7] que menciona que al menos existen 8 tipos de desequilibrio que tienen el mismo VUF, y las publicaciones posteriores de Faiz [18], [19], Siddique [20], Quispe [8], Mantilla [21], [22], Giridhar [23] y Makbul [24], que encuentran que existen infinitas situaciones que presentan el mismo valor de VUF.

El principal inconveniente del factor de desequilibrio VUF para caracterizar el sistema de tensiones desequilibrado, es que está definido como una relación entre magnitudes de la componente de tensión de secuencia positiva y la componente de tensión de secuencia positiva. Y por lo tanto es independiente del nivel de la tensión que alimenta al motor. Estando las características fundamentales del motor definidas a una tensión de secuencia positiva de magnitud nominal, el VUF no da información sobre el punto de operación del motor.

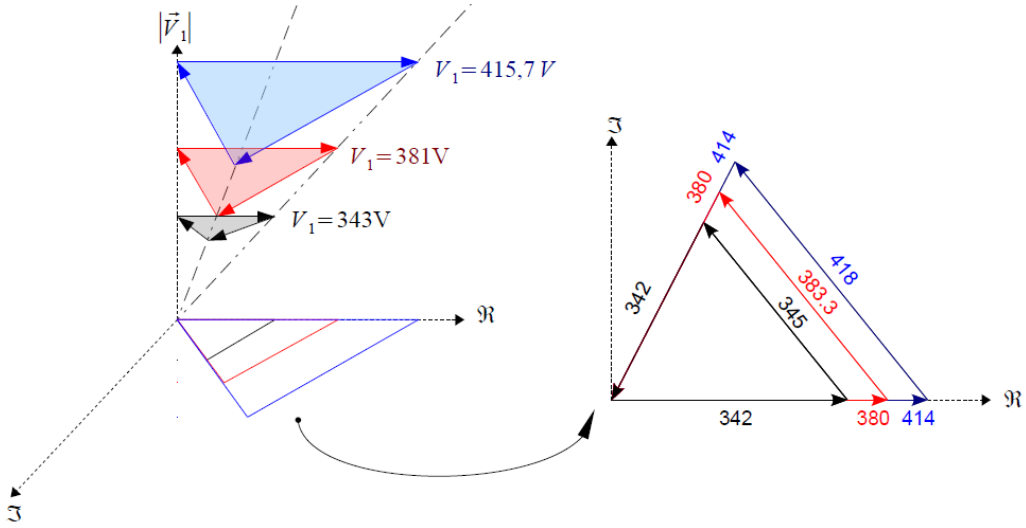
Para mostrar el hecho de que el VUF no da información sobre el punto de operación del motor, se presentara el caso de tres conjuntos de tensiones de línea que tienen el mismo VUF, pero con diferente magnitud de la tensión de secuencia positiva. En la Tabla 3.3 se muestran los tres casos de desequilibrio, para sistema con tensión nominal de 380 V. En el primer caso, las tensiones tienen una magnitud menor a la nominal, siendo la magnitud de secuencia positiva de 343 V y del VUF de 0.58. En el segundo caso, las tensiones están alrededor del valor nominal, siendo la magnitud de la secuencia positiva de 381 y del VUF de 0.58. En el tercer caso, las tensiones tienen una magnitud mayor a la nominal, siendo la magnitud de secuencia positiva de 415.7 V y del VUF de 0.58. Asimismo en la Tabla 3.3 se observa que para todos los casos el índice se mantiene constante, sea el índice VUF, PVU ó CVUF.

Tabla 3.3. Tres situaciones de desequilibrio que tienen el mismo VUF, PVU y CVUF, pero tienen diferente magnitud de tensión.

V_{ab} V_{bc} V_{ca}	V_1	V_2	V_{prom}	MDV	PVU	VUF	CVUF
342, 342, 345	$343\angle 0.29°$	$2\angle 60.29°$	343	2	0.58	0.58	$0.58\angle 60°$
380, 380, 383.3	$381\angle 0.29°$	$2.2\angle 60.29°$	381.1	2.2	0.58	0.58	$0.58\angle 60°$
414.4, 414.4,418	$415.7\angle 0.29°$	$2.43\angle 60.29°$	415.6	2.4	0.58	0.58	$0.58\angle 60°$

En la figura 3.6 se grafican, en un plano complejo, los tres triángulos de tensión y luego los triángulos se grafican en diferentes planos definidos por la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1.

Figura 3.6. Diferentes triángulos de tensiones, todos los triángulos tienen el mismo VUF, PVU y CVUF. Pero tienen diferente nivel de V1. En la figura de la izquierda están ordenados por la magnitud de V1.



Usando el método de las componentes simétricas es posible encontrar las variables que caracterizan completamente el sistema de tensiones. Sea un conjunto desequilibrado de tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, con neutro aislado, las relaciones entre las tensiones de línea y las componentes de tensión secuencia positiva V_1 y negativa V_2 , son:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \qquad (3.18)$$

La Ecuación (3.18) muestra que las tres tensiones de línea quedan totalmente definidas por dos fasores: V_1 (componente de secuencia positiva) y V_2 (componente de secuencia negativa). A partir de la Ecuación (3.18) estos

fasores se pueden expresar en función de los fasores de tensión de línea, así:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} \qquad (3.19)$$

La ecuación (3.19) muestra que los tres fasores de tensión de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} definen los fasores: V_1 y V_2. Es decir el sistema queda definido ó por los tres fasores de tensión de línea ó por dos fasores de secuencia positiva y negativa de línea.

Para introducir el factor de desequilibrio VUF, se divide el fasor V_2 entre V_1. Debido a que V_2 y V_1 son fasores su división será también un fasor, que se define como el Factor Complejo de Desequilibrio de Tensiones CVUF así:

$$CVUF = \frac{V_2\angle\theta_2}{V_1\angle\theta_1} = VUF\angle\theta_2 - \theta_1 = VUF\, e^{j(\theta_2-\theta_1)} \qquad (3.20)$$

$$\left|CVUF\right| = VUF \qquad (3.21)$$

Las ecuaciones (3.20) y (3.21) muestran que el VUF es la magnitud del factor complejo CVUF.

$$V_2\angle\theta_2 = CVUF \cdot V_1\angle\theta_1 \qquad (3.22)$$

Reemplazando la ecuación (3.22) en (3.18) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ V_1 \cdot CVUF \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot V_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ VUF\angle\theta_2 - \theta_1 \end{bmatrix} \qquad (3.23)$$

La Ecuación (3.23) muestra que dados la tensión de secuencia positiva V_1 y el Factor Complejo de Desequilibrio CVUF quedan definidas las tres tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}. Si se toma como referencia V_1, ésta ecuación expresa que puede caracterizarse adecuadamente el desequilibrio de tensiones usando tres parámetros:

- $\left|V_1\right|$: La magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1, que establece

el nivel de tensión del sistema

- VUF: el factor de desequilibrio de tensiones *VUF,* que establece el grado de desequilibrio de tensión es decir que tan grande es la componente de tensión de secuencia negativa respecto a la secuencia positiva,
- $\angle\theta_{21}$: el ángulo del CVUF, que establece que tan separados están los fasores de tensión de secuencia positiva y negativa.

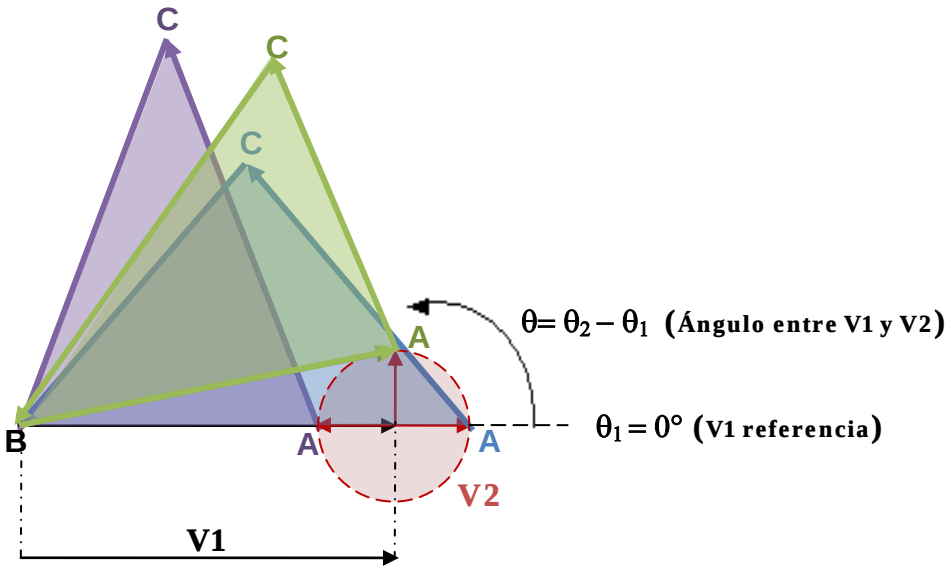
La Ecuación (3.23) permite hallar el grupo de tensiones V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} que corresponden a un mismo valor de VUF, es decir el lugar geométrico de las tensiones que tienen el mismo VUF. Se pueden evaluar dos casos:

a) Lugar Geométrico de las Tensiones de Línea para V_1 y VUF constantes.

Si V_1 y VUF permanecen fijos, entonces la magnitud de V_2 también permanecerá fija, pero el ángulo entre las componentes de secuencia V_2 y V_1, $\theta = \theta_2 - \theta_1$ puede variar de 0 a 360 grados.

En la Figura 3.7 se muestra este caso, para facilitar la construcción del gráfico se ha tomado como referencia V_1, entonces $\theta_1 = 0$, y el ángulo entre las componentes de tensión de secuencia negativa y positiva será $\theta = \theta_2$, la Figura 3.7 muestra tres triángulos de tensiones para tres ángulos de tensión $\theta = 0°, 90°\ y\ 180°$.

Figura 3.7. Variación de la forma del triángulo de tensiones para un mismo VUF.



En la Figura 3.7 se observa que al variar el ángulo del CVUF también varían los fasores de las tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, pues al permanecer V_1 y VUF constantes y al variar el ángulo θ, cambia la forma del triángulo. Para hallar la variación de las magnitudes de las tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, al variar el ángulo θ, a partir de la Ecuación (3.23) se encuentra la siguiente ecuación:

$$V_{ab} = V_1(1 + VUF \angle \theta) \quad (3.24)$$

Para facilitar el cálculo se ha considerado $\theta_1 = 0$, figura 3.7, y en este caso se cumple que: $V_1 = |V_1| \angle 0°$ y la ecuación (3.24) toma la forma:

$$V_{ab} = |V_1| \cdot (1 + VUF \cdot \cos\theta + jVUF \cdot sen\theta)$$

Para hallar las variaciones de la magnitud de V_{ab} en función del ángulo θ, se graficara en el eje vertical la magnitud de V_{ab} y en el eje horizontal el ángulo θ. Entonces:

$$|V_{ab}| = |V_1| \cdot \sqrt{(1 + VUF \cdot \cos\theta)^2 + (VUF \cdot sen\theta)^2}$$

$$|V_{ab}| = |V_1| \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot VUF \cdot \cos\theta + VUF^2} \quad (3.25)$$

De aquí se deduce que los valores máximos y mínimos que toma V_{ab} son:

$$|V_{ab}|_{\max} = |V_1| + |V_2|$$
$$|V_{ab}|_{\min} = |V_1| - |V_2| \quad (3.26)$$

Análogamente se procede con la ecuación para el fasor V_{bc}, que en función de las componentes de secuencia viene dado por:

$$V_{bc} = V_1(a^2 + a \cdot VUF \angle \theta)$$

Para hallar las variaciones de la magnitud de V_{bc} en función del ángulo θ, se graficará en el eje vertical la magnitud de V_{ab} y en el eje horizontal el ángulo θ. Entonces:

$$|V_{bc}| = |V_1| \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot VUF \cdot (\cos(\theta + 120) \cdot \cos(240) + sen(\theta + 120) \cdot sen(240)) + VUF^2}$$

Aplicando la identidad trigonométrica

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+sen\alpha\cdot sen\beta$$

La ecuación se transforma en:

$$|V_{bc}|=|V_1|\cdot\sqrt{1+2\cdot VUF\cdot\cos(\theta-120)+VUF^2} \qquad (3.27)$$

El valor máximo de V_{bc} ocurre cuando $\cos(\theta-120)=1$ y el valor mínimo cuando $\cos(\theta-120)=-1$. Y entonces se cumple:

$$|V_{bc}|_{\max}=|V_1|+|V_2|$$
$$|V_{bc}|_{\min}=|V_1|-|V_2|$$

Aplicando el mismo procedimiento se halla las variaciones de la magnitud de V_{ca} en función del ángulo θ:

$$V_{ca}=V_1(a^2+a\cdot VUF\angle\theta)$$

$$|V_{ca}|=|V_1|\times\sqrt{1+2\cdot VUF\cdot\cos(\theta+120)+VUF^2} \qquad (3.28)$$

El valor máximo de V_{ca} ocurre cuando $\cos(\theta+120)=1$ y el valor mínimo cuando $\cos(\theta+120)=-1$. Y entonces se cumple:

$$|V_{ca}|_{\max}=|V_1|+|V_2|$$
$$|V_{ca}|_{\min}=|V_1|-|V_2|$$

Por lo tanto si un sistema trifásico de tensiones tiene el V_1 y el VUF constantes, existirán infinitos valores de tensiones de línea que cumplen esta condición pues el ángulo θ del CVUF puede variar cumpliendo esta condición. Para graficar la variación de las tensiones de línea, en éstas condiciones, se sigue la metodología mostrada en la Figura E1 del Anexo E, usando las Ecuaciones (3.25), (3.27) y (3.28) para graficar en dos dimensiones, tomando el eje vertical para el módulo de las tensiones de línea y el eje horizontal para el ángulo θ del CVUF, el resultado se observa en la Figura 3.8. Los valores de tensión que cumplen esta condición varían en forma alternante y tendrán un valor máximo de $|V_1|+|V_2|$ y un valor mínimo de $|V_1|-|V_2|$. Asimismo los valores máximos y mínimos están desfasados 120°. También se observa que el valor máximo de la tensión aumenta al aumentar el factor de desequilibrio de tensiones VUF.

Asimismo las tensiones de línea que cumplen la condición de V_1 y VUF constantes forman un lugar geométrico y como varían en forma alternante y su lugar geométrico tendrá una forma circular. Para graficar el lugar geométrico de

las tensiones que cumplen la condición de V1 y VUF constantes, se usa las ecuaciones (3.25), (3.27) y (3.28) siguiendo la metodología mostrada en la Figura E1 del Anexo E y se grafican tomando como ejes de coordenadas los valores de tensión de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}. En la Figura 3.9 se ha graficado el lugar geométrico en tres dimensiones.

Figura 3.8. Variación de las Tensiones de Línea para y VUF constante

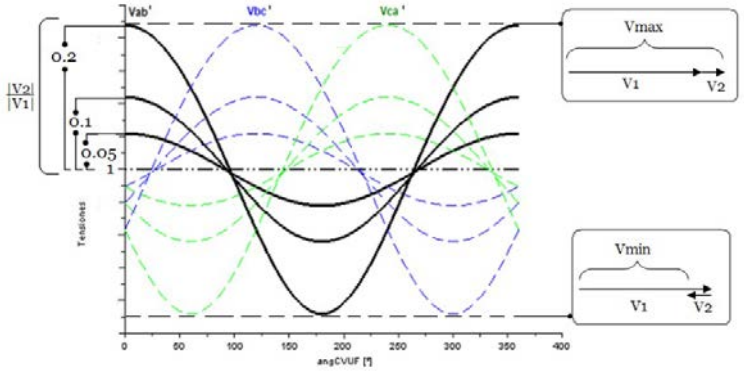
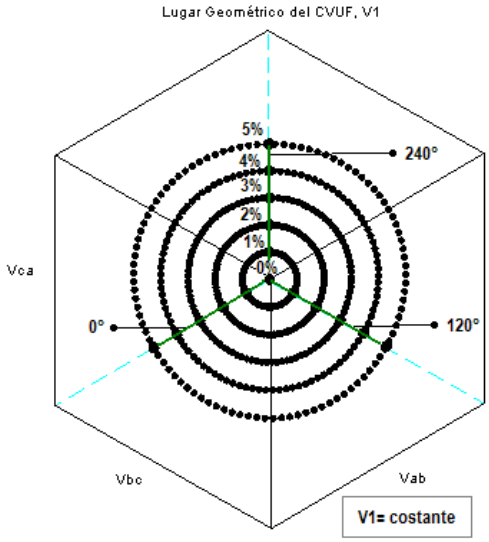
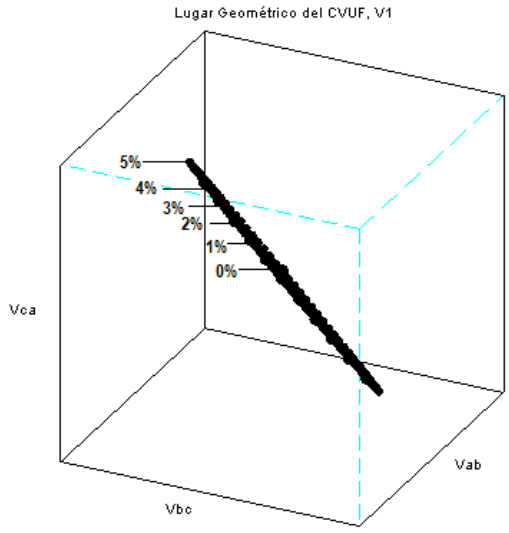


Figura 3.9. Lugar Geométrico del VUF con V1 constante para VUF menor a 5%



La figura 3.9 muestra que el lugar geométrico de las tensiones de línea que cumplen la condición de V1 y VUF constantes es aproximadamente un círculo para VUF menor a 5%. Estos círculos están aproximadamente en un plano se según se muestra en la figura 3.10.

Figura 3.10. Aproximación en un plano de las Tensiones de Línea. VUF < 5%, V1 constante,



Es interesante mostrar que si el VUF es mayor a 5% el lugar geométrico pierde la forma circular a medida que el VUF aumenta, tal como se observa en la Figura 3.11. Además cuando VUF es mayor a 5% los planos del lugar geométrico ocupan diferente lugar en el espacio, como se muestra en la Figura 3.12.

Figura 3.11. Lugar Geométrico del VUF con V1 constante.

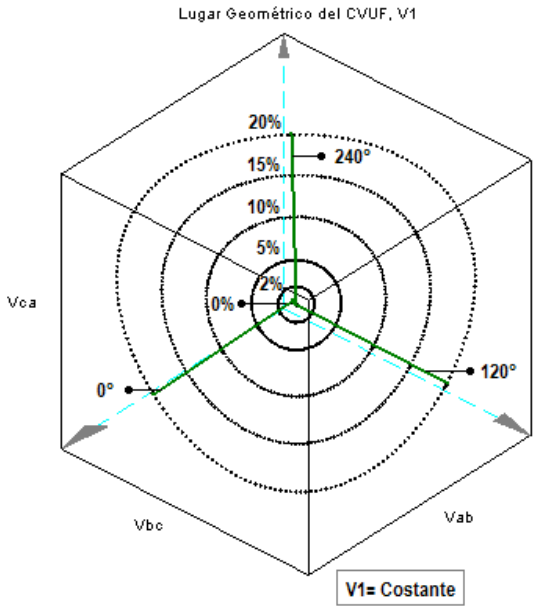
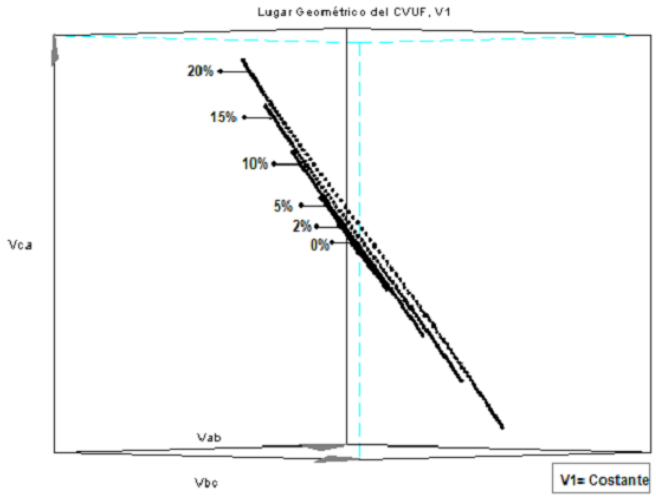


Figura 3.12. Diferencia en los Planos Formados por las Tensiones de Línea. CVUF variable, V1 constante.



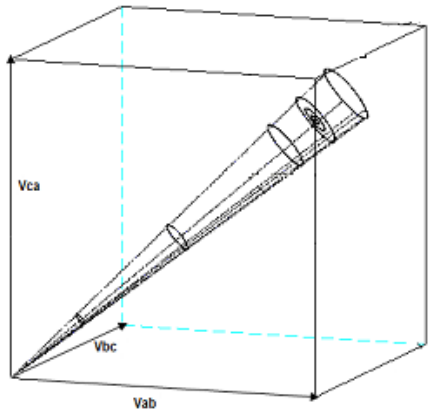
b) Tensiones de Línea para V_1 **variable *y VUF constante.***

En este caso al variar la magnitud de V_1 , la magnitud de V_2 variará proporcionalmente de tal forma que el VUF se mantenga constante. Adicionalmente el ángulo entre las componentes de secuencia V_2 y V_1 , $\theta = \theta_2 - \theta_1$ puede variar de 0 a 360 grados.

Si el valor de V_1 varia y VUF permanece constante, entonces V_1 y V_2 disminuyen ó aumentan de tal forma que VUF no cambie. Para un V_1 constante se tendrá el mismo caso que el analizado en (a), pero si V_1 disminuye, también disminuirá V_2 y la circunferencia será más pequeña conforme se acerque al origen de las coordenadas. Por lo tanto el lugar geométrico de las tensiones para V_1 variable y VUF constante tendrá la forma de un cono, como se observa en la Figura 3.13.

Como el caso (b) incluye el caso (a), se tiene que el lugar geométrico de las tensiones que tienen el mismo VUF será un cono, es decir existen infinitas tensiones que dan el mismo valor de VUF. Entonces para un mismo VUF existen infinitos valores de tensión de secuencia positiva y negativa, y por lo tanto infinitos conjuntos de tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} que cumplen ésa condición. Asimismo el VUF no da información si el motor está alimentado con sobre tensión ó baja tensión. Por lo tanto el factor VUF no caracteriza adecuadamente el desequilibrio de tensiones de un sistema trifásico de tensiones, respecto a la operación del motor de inducción.

Figura 3.13. Lugar Geométrico de las Tensiones de Línea con un VUF constante.



3.3.2 Análisis del índice PVU

El índice PVU ó Desequilibrio de Tensiones en Porcentaje fue propuesto por el comité que edita la norma NEMA MG1 [6] y está definido por la Ecuación (1.6). El PVU es una aproximación al VUF pero es más simple de calcular, pues no requiere el uso del algebra compleja. Por ser más sencillo de calcular el PVU está muy difundido en las prácticas industriales.

Para un conjunto de tres tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, el PVU está definido por:

$$PVU = Percent\ Voltage\ Unbalance = \frac{MDV}{VP} \times 100$$

Donde:

$$MDV = Máxima\ Desviación\ de\ Tensión = Max\left\{\left|V_{ab} - VP\right|, \left|V_{bc} - VP\right|, \left|V_{ca} - VP\right|\right\}$$

VP = Tensión Promedio.

La MDV, que aparece en el numerador, es el valor absoluto de la máxima desviación de tensión de línea respecto a la tensión promedio y es aproximadamente igual a la magnitud de la tensión de secuencia negativa V_2 **.** Así a mayor desequilibrio de tensión se tendrá un mayor valor de MDV y un mayor valor de V_2 . Asimismo para un sistema equilibrado la MDV será cero lo mismo que V_2 **.**

El VP, que aparece en el denominador, es el valor promedio de las tensiones de línea y es aproximadamente igual a la magnitud de la tensión de secuencia

positiva V_1 . Para un sistema equilibrado la magnitud de VP es igual a la magnitud de V_1 **.**

Al ser el PVU un índice aproximado para el cálculo del VUF es evidente que tampoco no caracteriza adecuadamente el desequilibrio de tensiones. Sin embargo queda por responder la siguiente pregunta: ¿Para un valor fijo de PVU las tensiones de línea (V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}) son las mismas que para el VUF?, ó ¿El lugar geométrico de las tensiones de línea que tienen el mismo VUF será diferente al de las tensiones que tienen el mismo PVU?

Para evaluar el lugar geométrico de las tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}; que dan el mismo valor de PVU, se usa la ecuación (1.6) y las definiciones de MDV y VP. Sin embargo, en este caso obtener una ecuación analítica de cómo varían las tensiones V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} para un PVU fijo, es más complicado dado que la ecuación (1.6) es no lineal. Pues involucra el MDV que es una función de valor absoluto, que escoge la máxima diferencia de tensión respecto al VP de alguna de las tres tensiones de línea. Por lo tanto se puede aplicar un proceso iterativo de cálculo para el cual es importante suponer que la tensión de línea V_{ca} es la mayor de las 3 tensiones de línea. Así se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$PVU = \frac{MDV}{VP} \times 100$$

$$VP = \frac{|V_{ab}| + |V_{bc}| + |V_{ca}|}{3}$$

$$MDV = Max\left\{\left||V_{ab}| - VP\right|, \left||V_{bc}| - VP\right|, \left||V_{ca}| - VP\right|\right\}$$

$$|V_{ca}| = 3 \cdot VP - \left(|V_{ab}| + |V_{bc}|\right) \qquad (3.29)$$

El lugar geométrico de las tensiones de línea tienen el mismo valor de PVU, puede ser graficado por iteraciones a partir de las cuatro ecuaciones mostradas y usando como ejes de coordenadas los valores de tensión de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}.

En la Figura E.2 del Anexo E se muestra la metodología seguida para el cálculo, donde tiene mucha importancia la Ecuación (3.29) que permite hallar la tensión V_{ca} asegurando que la tensión promedio que mantenga constante para valores de tensión V_{ab}, V_{bc} generados. Luego se grafica las tensiones de línea que cumplen con la condición de que tengan el mismo PVU para un VP constante; en este caso el lugar geométrico es un hexágono como se observa en la figura 3.14, asimismo se observa que a mayor desequilibrio el hexágono

es mayor. Es interesante observar, como se muestra en la figura 3.15, que todos los hexágonos están en un mismo plano.

En segundo lugar se grafican las tensiones que tienen el mismo PVU pero variando el valor de VP. Si el VP es mayor a la tensión nominal, entonces aumenta el valor del MDV y se tiene que se agranda el hexágono; y si VP es menor al valor nominal el valor del MDV disminuirá y el hexágono será más pequeño, así se genera una pirámide hexagonal, como se observa en la Figura 3.16.

Por lo tanto existirán infinitas tensiones de línea que tienen el mismo PVU y el lugar geométrico de éstas es una pirámide hexagonal. Por lo tanto puede afirmarse que el factor PVU no caracteriza adecuadamente el desequilibrio de tensiones de un sistema trifásico de tensiones.

Figura 3.14. . Lugar Geométrico de las Tensiones de Línea con PVU y VP Constantes.

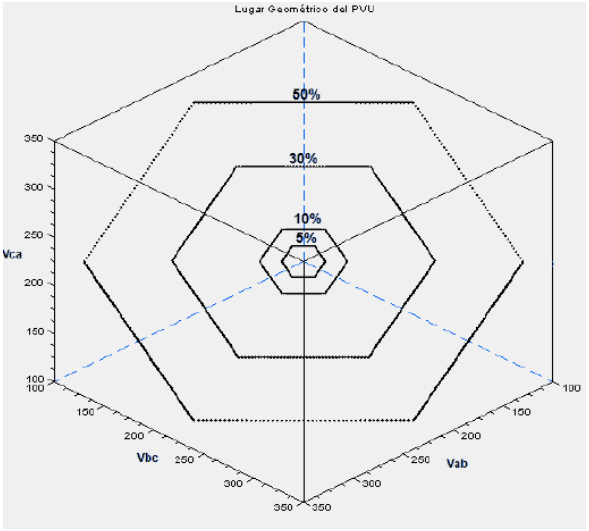


Figura 3.15. Vista que muestra que el Lugar Geométrico para PVU y V1 constante están un plano.

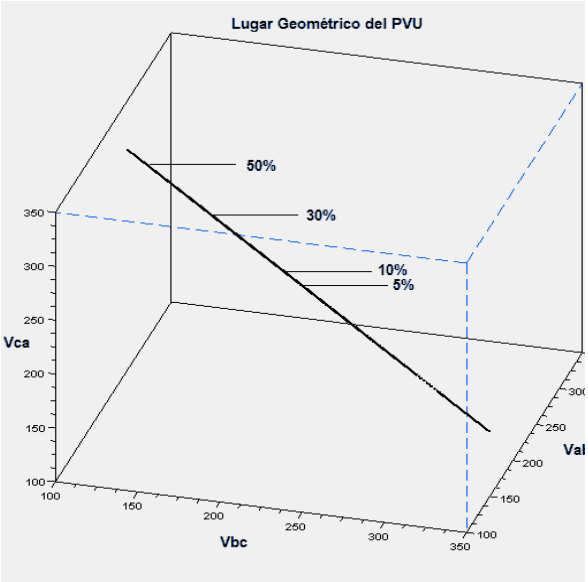
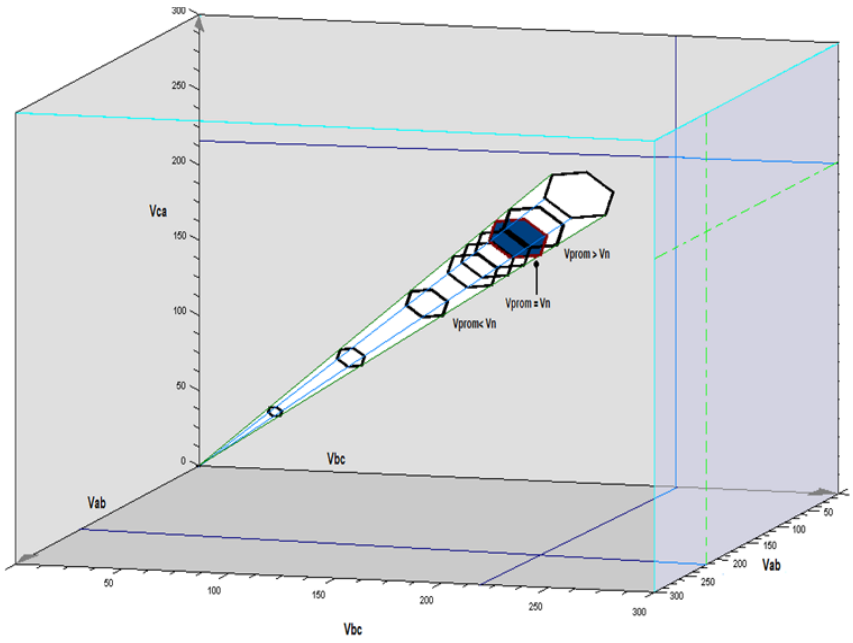


Figura 3.16. Lugar Geométrico de las tensiones que tienen el mismo PVU.



3.3.3 Análisis del índice CVUF

El factor complejo de desequilibrio de tensión CVUF (Complex Voltage Unbalance Factor) fue propuesto por Wang [16], [17] para analizar el motor trifásico de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones. Wang considera que con este factor se puede estudiar completamente los efectos del desequilibrio de tensiones sobre el motor de inducción [17].

Tal como se mostro en el acápite 3.3.1, el CVUF es un fasor y está definido por las Ecuaciones (3.20) y (3.21), estas son:

$$CVUF = \frac{V_2 \angle \theta_2}{V_1 \angle \theta_1} = VUF \angle \theta_2 - \theta_1 = VUF\ e^{j(\theta_2 - \theta_1)}$$

$$\left|CVUF\right| = VUF$$

Como se observa, el VUF es la magnitud del Factor Complejo de Desequilibrio de Tensión CVUF.

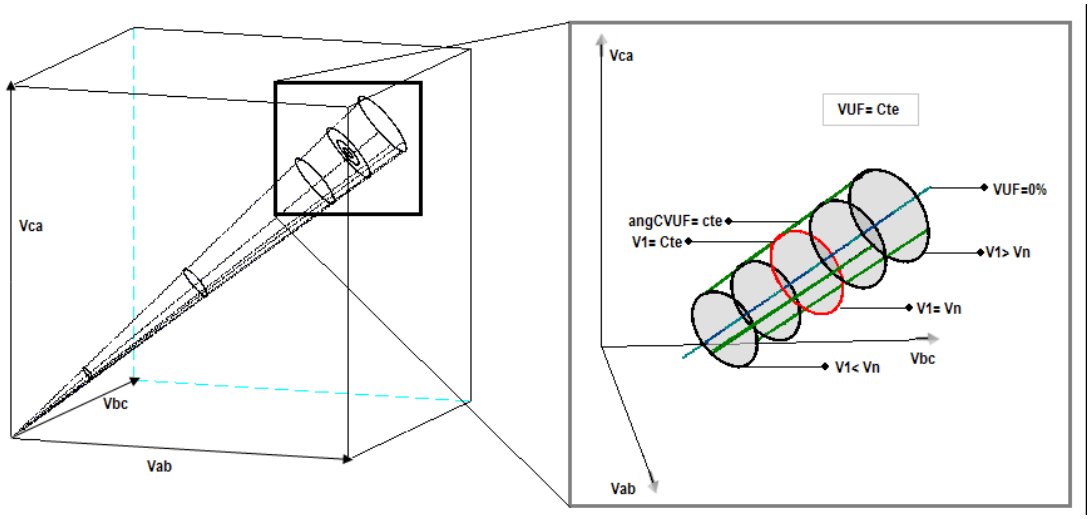
Para el análisis del CVUF se seguirá el mismo procedimiento que para el análisis del VUF, con el objetivo de responder la pregunta: ¿Para un valor fijo de CVUF cuantas tensiones de línea (V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}) existirán?

La Ecuación (3.23) relaciona las tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, el CVUF y la tensión de secuencia positiva V_1. De ésta ecuación se observa que las tensiones de línea no están definidas solo por el CVUF y por lo tanto para un valor fijo de CVUF existirán también infinitas tensiones de línea que cumplen la condición.

Las ecuaciones (3.25), (3.27) y (3.28) permiten calcular los valores de las tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, para valores de CVUF y V_1 dados. En primer lugar el CVUF, mediante el VUF, define el grado de desequilibrio del sistema de tensiones y geométricamente define la magnitud del perímetro del lugar geométrico que tiene forma aproximadamente circular para VUF menores a 5%. En segundo lugar el CVUF, mediante el ángulo $\theta = \theta_2 - \theta_1$ entre las componentes de secuencia V_2 y V_1, define la forma del triángulo formado por las tensiones de línea V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} para el VUF dado, como se observa en la Figura 3.7. Por lo tanto para un V_1 determinado, el CVUF define el ángulo, y entonces el lugar geométrico queda reducido a un punto.

Si se varía la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1, se genera una recta en la superficie del cono, como puede observarse en la Figura 3.17. Entonces el lugar geométrico del CVUF, en las coordenadas V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, está representado por una recta que es la generatriz de un cono, Figura 3.17. Esta recta representa triángulos de la misma forma y diferente magnitud, como se observa en la Figura 3.6.

Figura 3.17. . El lugar geométrico del CVUF está dado por una recta del cono.



3.4 COMPARACIÓN DEL ERROR DEL PVU RESPECTO AL VUF.

Los índices de desequilibrio, definidos por las Normas, más usados son el VUF (Voltage Unbalance Factor) y el PVU (Percent Voltage Unbalance). Aunque el VUF está definido como la verdadera definición de desequilibrio, en la práctica industrial es más usado el PVU de la Norma NEMA MG1 [6], pues es más simple de aplicar al no requerir el uso del algebra compleja. Por lo tanto es interesante saber cuál es el error que se comete al usar este factor respecto al VUF.

Para determinar el error relativo del PVU respecto al VUF se calculará punto a punto cada factor en función del ángulo del CVUF. La ecuación del error será:

$$\%\,Error_{PVU} = \frac{PVU - VUF}{VUF} \cdot 100 \qquad (3.30)$$

Asimismo se pueden definir el error relativo que ocurre entre la tensión promedio VP respecto a la magnitud de la tensión de secuencia positiva $|V_1|$, y el error entre la MDV y la magnitud de la tensión de secuencia negativa $|V_2|$:

$$\%\,Error_{VP} = \frac{VP - |V_1|}{|V_1|} \cdot 100 \qquad (3.31)$$

$$\%\,Error_{MDV} = \frac{MDV - |V_2|}{|V_2|} \cdot 100 \qquad (3.32)$$

Para el cálculo, a partir de valores de VUF, $|V_1|$ y ángulo del CVUF dados, se calculan las tensiones de línea $|V_{ab}|, |V_{bc}|, |V_{ca}|$ y con ellos se realiza el cálculo del VP, MDV y el PVU y se realiza la comparación, metodología que se muestra en la Figura E.3 del anexo E. Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 3.18.

La Figura 3.18, muestra que el error absoluto que se comete usando el PVU respecto al VUF. Se observa que el PVU varía con el ángulo y es diferente para todas las tensiones de línea con VUF constante. Asimismo que existen zonas donde el PVU se aleja más de la referencia y que el error es mayor para VUF mayores. Los errores relativos máximos en valor absoluto del PVU respecto al VUF, se muestran en la Tabla 3.4, para valores de VUF de 5%, 10% y 20%.

Figura 3.18. Error Absoluto del PVU respecto al VUF para diferentes ángulos del CVUF.

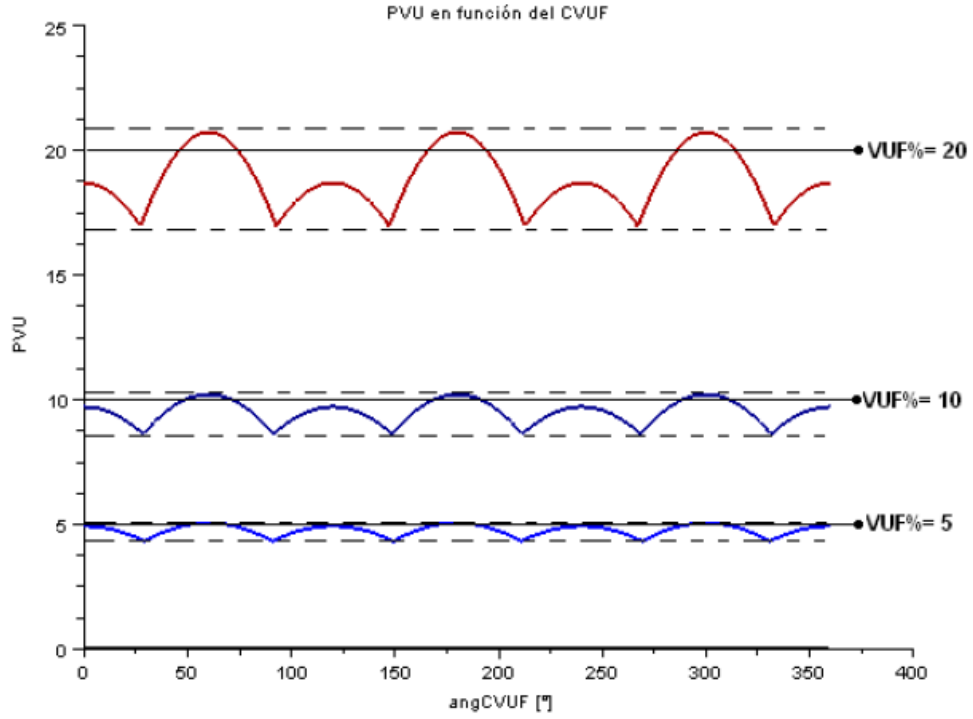


Tabla 3.4. Máximo Error Relativo del PVU respecto al VUF (en Valor Absoluto)

VUF %	$\lvert\% Error_{PVU}\rvert_{MAX}$
Cercano a 0	No menor a 13%
5	13.509
10	13.853
20	15.232

La Tabla 3.4 indica que el máximo error relativo del PVU respecto al VUF tiene valores no menores a 13%, aún para desequilibrios cercanos al 0%.

3. 5 CLASIFICACIÓN DE LOS POSIBLES CASOS DE DESEQUILIBRIO DE LAS TENSIONES DE LÍNEA.

Si las tensiones de línea varían entre magnitudes de ±10% de la tensión nominal existirán numerosas combinaciones entre las tensiones del sistema trifásico. La Tabla 3.5, muestra una lista de nueve tipos de desequilibrio de tensión donde la tensión nominal es la referencia, la segunda columna presenta la magnitud de la tensión de línea respecto a la tensión nominal y la tercera columna muestra la naturaleza de este tipo de desequilibrio.

3.5.1 Tipos de Desequilibrio de Tensión

Considerando la importancia de la tensión nominal en la definición de las características de operación del motor, se tomara éste parámetro para clasificar las diversas situaciones de desequilibrio. Si las tensiones de línea varían entre magnitudes de ±10% de la tensión nominal existirán numerosas combinaciones entre las tensiones del sistema trifásico. Por otro lado considerando que los sistemas industriales, la tensión línea a línea es la de más fácil disposición, se clasificara el desequilibrio en función de tensiones de línea. La Tabla 3.5 muestra una lista de nueve tipos de desequilibrio de tensión, donde la tensión nominal es la referencia, la segunda columna presenta la magnitud de la tensión de línea respecto a la tensión nominal y la tercera columna muestra la naturaleza de este tipo de desequilibrio.

Tabla 3.5. Tipos de situaciones de desequilibrio de tensión

Tipo	Magnitudes de las Tensiones de Línea desequilibradas	Naturaleza

1	Tres tensiones de línea con magnitud mayor a la Tensión Nominal.	Sobretensión Desequilibrada V1>Vn
2	Dos Tensiones de línea con magnitud mayor a la Tensión Nominal y una igual a la Tensión Nominal.	Sobretensión Desequilibrada V1>Vn
3	Una Tensión de línea mayor a la Tensión Nominal y Dos iguales a la Tensión Nominal.	Sobretensión Desequilibrada V1>Vn
4	Dos Tensiones de línea con magnitud mayor a la Tensión Nominal y una menor a la Tensión Nominal.	Mixta
5	Una Tensión de línea mayor a la Tensión Nominal, una menor y una igual a la Tensión Nominal.	Mixta.
6	Una Tensión de línea mayor a la Tensión Nominal y Dos menores a la Tensión Nominal.	Mixta.
7	Una Tensión de línea menor a la Tensión Nominal y dos iguales a la Tensión Nominal.	Subtensión Desequilibrada V1<Vn
8	Dos Tensiones de línea menores a la Tensión Nominal y una igual a la Tensión Nominal.	Subtensión Desequilibrada V1<Vn
9	Tres Tensiones de línea menores a la Tensión Nominal.	Subtensión Desequilibrada V1<Vn

3.5.2 Tensiones Desequilibradas Equivalentes

Con la finalidad de simplificar el análisis de la operación en desequilibrio es importante reducir los tipos de desequilibrio de tensión mencionados en la Tabla 3.6, con este fin es importante tomar en cuenta la magnitud de la secuencia positiva del sistema de tensiones y la tensión nominal del sistema, este criterio también ha sido usado por otros autores [23]-[26]. Siguiendo este criterio, se puede reducir las nueve situaciones de desequilibrio a solo tres situaciones equivalentes de desequilibrio de tensión, ver Tabla 3.6: sobretensión equivalente desequilibrada, tensión nominal equivalente desequilibrada y subtensión equivalente desequilibrada. Con este criterio se ha definido el Factor de Magnitud de Tensión Equivalente FMTE como:

$$FMTE = \frac{|V_1|}{V_n} \approx \frac{VP}{V_n} \qquad (3.33)$$

El FMTE se ha definido como la relación entre la magnitud de la tensión de secuencia positiva sobre la magnitud de la tensión nominal. Sin embargo debido a que el valor promedio de las tensiones de línea VP, para desequilibrios menores a 5%, da valores muy cercanos al $|V_1|$, para fines prácticos es suficiente usar el VP.

Las situaciones 1, 2 y 3 de la Tabla 3.5 corresponden a la sobretensión equivalente desequilibrada porque la magnitud de la tensión de secuencia positiva es mayor que la tensión nominal, y el FMTE es mayor que la unidad. Las situaciones 7, 8 y 9 corresponden a la subtensión equivalente desequilibrada, pues la magnitud de la tensión de secuencia positiva es menor a la tensión nominal, y el FMTE es menor que la unidad. Las situaciones 4, 5 y 6 son clasificadas considerando la magnitud de la tensión de secuencia

positiva, pues en estas situaciones el FMTE puede ser mayor ó menor que uno. Por lo tanto para caracterizar el desequilibrio de tensión equivalente se requiere de dos parámetros: la magnitud de la tensión de secuencia positiva para considerar el estado de sobretensión ó subtensión y el índice VUF para considerar el grado del desequilibrio.

Tabla 3.6. Tensiones desequilibradas equivalentes en el motor de inducción.

Tipo	Factor de Magnitud de Tension Equivalente	Nombre	Parámetros para la caracterización
I	$FMTE = \frac{V_1}{V_n} > 1$	Sobretensión Equivalente Desequilibrada.	$\frac{V_1}{V_n}$ y VUF
II	$FMTE = \frac{V_1}{V_n} = 1$	Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada.	$\frac{V_1}{V_n}$ y VUF
III	$FMTE = \frac{V_1}{V_n} < 1$	Subtensión Equivalente Desequilibrada.	$\frac{V_1}{V_n}$ y VUF

3.6 PROPUESTA PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES

La ecuación (3.23) expresa que puede caracterizarse adecuadamente el desequilibrio de tensiones usando tres parámetros. La magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1, el factor de desequilibrio de tensiones *VUF* y el ángulo que existe entre los fasores de tensión de secuencia positiva y negativa. Para introducir la referencia de la tensión nominal se usará el factor de magnitud de tensión equivalente FMT. Por lo tanto los tres parámetros son:

- El factor de magnitud de tensión equivalente FMTE , que relaciona la tensión de secuencia positiva V_1 con la tensión nominal V_n, establece el nivel de tensión del sistema desequilibrado y lo clasifica como: Sobretensión Equivalente Desequilibrada, Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada ó Subtensión Equivalente Desequilibrada.
- El VUF, establece el grado de desequilibrio de tensión, es decir que tan grande es la componente de tensión de secuencia negativa respecto a la secuencia positiva.
- El ángulo del CVUF establece que tan separados están los fasores de tensión de secuencia positiva y negativa y define la forma del triangulo de tensiones.

Entonces un sistema de tensiones desequilibrado, queda caracterizado en magnitud, desequilibrio y forma, por los siguientes tres elementos: $(FMTE, VUF, \theta)$

3.7 RECOMENDACIONES PRÁCTICAS PARA EL CÁLCULO DEL VUF EN CAMPO

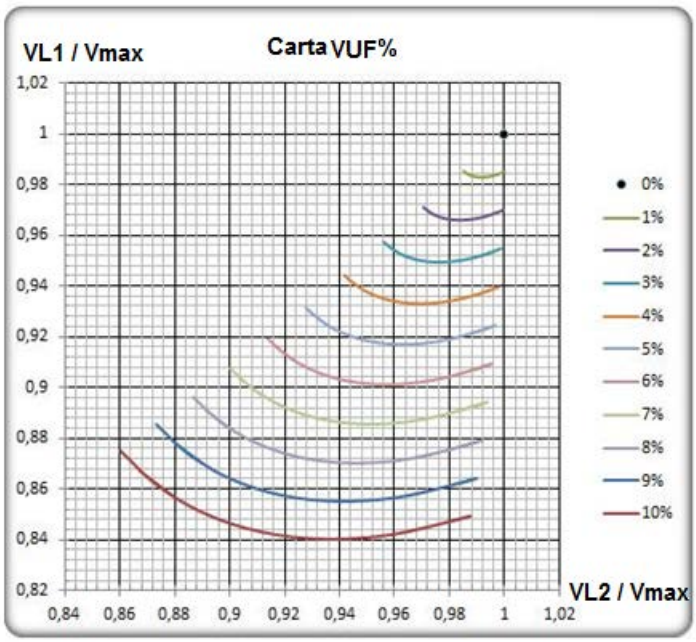
Como se ha mostrado, el índice VUF, es el recomendado para calcular el desequilibrio de tensiones. Sin embargo, debido a que su cálculo involucra operaciones con números complejos, resulta tedioso para ser usado en la práctica industrial. En general esa es la razón por lo cual en la industria es más usado el índice PVU dado por NEMA, lo que puede dar errores respecto al VUF. Por lo tanto para resolver esta dificultad se puede recurrir a métodos de cálculo más sencillos como cartas gráficas donde con simplemente ubicar un punto en un plano de dos dimensiones se obtiene el VUF%, y posiblemente hasta el ángulo del factor complejo de desequilibrio de tensiones (CVUF) si se necesitara.

A continuación se describen algunas cartas gráficas para el cálculo del VUF%, las que se generan a partir de las ecuaciones teóricas.

3.7.1 Carta con referencia a la máxima tensión de línea

Para usar esta carta, basta con tener las magnitudes de las tres tensiones de línea. Se selecciona el valor máximo y se divide las otras dos por esa tensión máxima. Esto genera dos valores de tensiones en PU (por unidad) teniendo como base la máxima tensión de línea, uno que corresponde al eje horizontal y otro al eje vertical del plano, Figura 3.19. Esta carta no provee ninguna información sobre el ángulo del CVUF.

Figura 3.19. Carta del VUF usando el valor máximo de las tensiones de línea como base.



Como se puede observar en la Figura 3.19, la ubicación de los puntos en el plano se realiza a través de las curvas isovalentes de tensiónes y sus correspondientes intersecciones. Para las desviaciones de tensión permitidas por las normas, el desequilibrio de tensiones toma valores máximos de 7%. Por lo tanto los valores de VUF% entre 0 y 10% que esta figura presenta son suficientes para su aplicación en la practica industrial

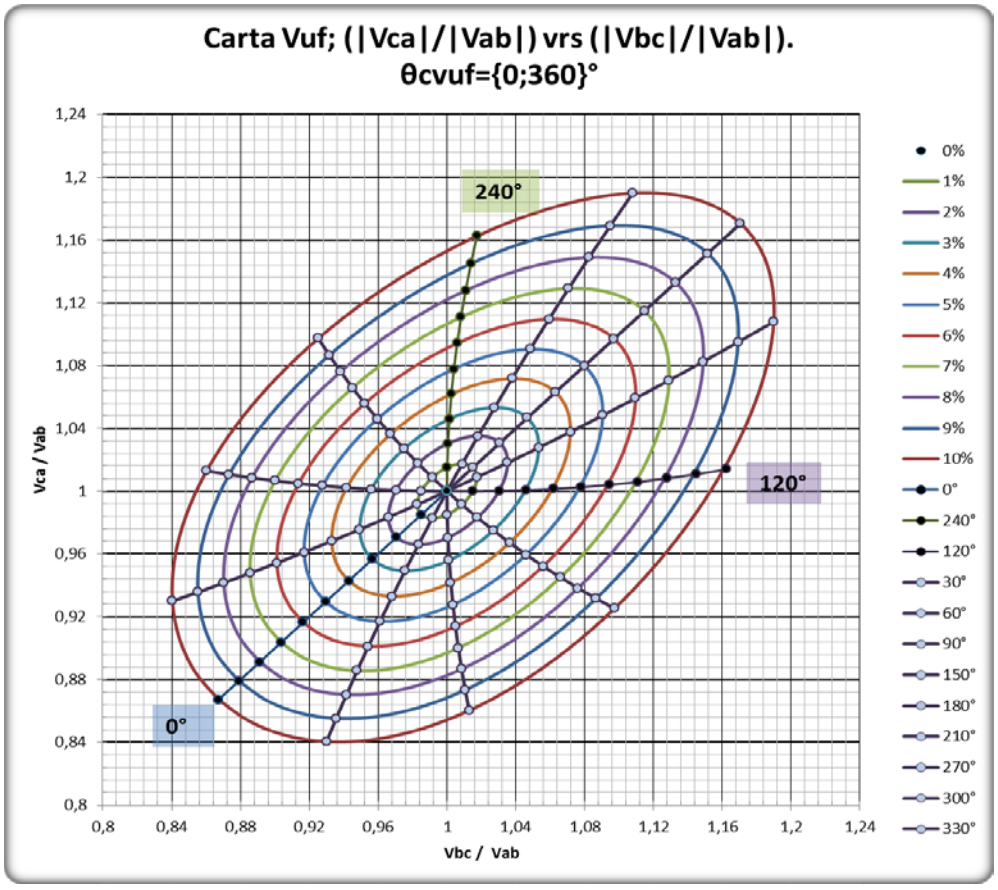
3.7.2 Carta con referencia en la tensión de línea Vab. Cálculo del CVUF.

Igualmente que en el caso anterior se tienen las magnitudes de las tres tensiones de línea, con la diferencia que el valor como referencia es la tensión de línea V_{ab} (no necesariamente el valor máximo), por lo tanto:

$$\frac{V_{bc}}{V_{ab}} \; y \; \frac{V_{ca}}{V_{ab}}$$

Estos dos valores son los que corresponden a la pareja de coordenadas en el plano mostrado en la Figura 3.20.

Figura 3.20. Carta del CVUF de 0 a 360°. Usando la tensión Vab como base.



Esta carta sirve para calcular directamente el factor complejo de desequilibrio de tensiones (CVUF), es decir la magnitud (VUF) y el ángulo. De forma práctica si no se quiere obtener el ángulo se puede eliminar las líneas radiales que representan el ángulo.

3.8 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Cuando un motor de inducción trifásico con neutro aislado es alimentado por tensiones desequilibradas, el neutro del bobinado se ubica en el baricentro del triángulo de las tensiones de línea aplicadas al motor, y por lo tanto se eliminan las componentes de secuencia cero de corriente y tensión.

Los tipos de desequilibrios propuestos por Lee [7], para las tensiones de fase: magnitudes de tensión iguales a ángulos diferentes, y magnitudes de tensión diferentes a ángulos iguales, si bien pueden existir en el sistema de alimentación, no se trasladan a los devanados del motor. Pues implicaría la existencia de tensiones de secuencia cero, que no existen por las características del motor. Por lo tanto cuando el sistema de tensiones es desequilibrado, el sistema de tensiones de los devanados del motor, de fase y de línea serán asimétricos, y no ocurrirán los tipos de desequilibrio propuestos por Lee.

Para hallar el desequilibrio de las tensiones aplicadas al motor, se puede usar cualquiera de los índices que dan las normas: VUF, PVU ó PVUR. Se recomienda que al usar el PVUR se use las tensiones línea neutro del motor y no del sistema de alimentación, pues podría dar errores en el cálculo del desequilibrio.

Los índices de desequilibrio actualmente usados VUF, PVU y CVUF, no caracterizan con adecuadamente el sistema de tensiones desequilibrado pues para un índice dado existirán infinitas tensiones que dan el mismo índice. El principal inconveniente de éstos índices es que están definidos como una relación entre las magnitudes de tensión de secuencia negativa y positiva. Y por lo tanto son independientes del nivel de la tensión que alimenta al motor.

Si se toma como referencia un sistema de coordenadas ortogonales cuyos ejes son las tensiones de línea, se encuentra que:

- El lugar geométrico de las tensiones que dan el mismo valor del VUF tiene la forma aproximada de un cono. Si además se fija la tensión de secuencia positiva, el lugar geométrico toma la forma de un círculo.
- El lugar geométrico de las tensiones que dan el mismo valor del PVU tiene la forma una pirámide hexagonal. Si además se fija la tensión de secuencia positiva el lugar geométrico toma la forma de un hexágono.
- El lugar geométrico de las tensiones que tienen el mismo CVUF es una recta, es la recta generatriz de un cono. Si además se fija la tensión de secuencia positiva, el lugar geométrico se reduce a un solo punto, es decir el sistema queda completamente caracterizado.

Estando las características fundamentales del motor definidas para una tensión de secuencia positiva de magnitud nominal. Es importante tener como un parámetro de caracterización del sistema a la magnitud de la secuencia positiva respecto al valor nominal.

El sistema de tensiones trifásico desequilibrado puede ser caracterizado por tres parámetros, estos pueden ser:

- Las magnitudes de tres tensiones de línea, ó
- Las magnitudes de dos tensiones de línea y el ángulo entre éstas, ó
- Las magnitudes de las tensiones de secuencia positiva V_1 y negativa V_2, y el ángulo entre éstas θ_{21}, ó
- El VUF, el ángulo del CVUF θ_{21} y la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1.
- El FMTE, el VUF y el ángulo del CVUF θ_{21}. El FMTE define el nivel de tensión del sistema, el VUF el desequilibrio y el ángulo θ_{21} la forma del triangulo de tensiones. Esta es la propuesta de este trabajo.

Para unas magnitudes dadas de las tensiones de secuencia positiva V_1 y negativa V_2, el valor máximo que puede alcanzar la tensión entre líneas es de $|V_1|+|V_2|$ y un valor mínimo de $|V_1|-|V_2|$.

La magnitud del voltaje promedio VP, es muy aproximado a la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1 y para fines prácticos puede ser usado.

La tensión de secuencia positiva V_1 es fundamental en la caracterización de un *sistema de tensiones desequilibrado, además permite definir si la magnitud de* la tensión de secuencia positiva es mayor o menor a la nominal. Si la magnitud es mayor a la nominal se dirá que es una sobretensión equivalente desequilibrada, si es igual a la nominal de tensión nominal equivalente desequilibrada y si es menor a la nominal de subtensión equivalente desequilibrada.

BIBLIOGRAFÍA

[1] ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE EPRI, Voltage Unbalance: Power Quality Issues, Related Standards and Mitigation Techniques. Effect on Unbalanced Voltage on End Use Equipment Performance. Final Report, June 2000, Publishing by EPRI Distribution Center, California, USA.

[2] JOUANNE, A. and BANERJEE, B., Assessment of Voltage Unbalance, *IEEE Transaction on Power Delivery,* Vol. 16, No. 4, pp. 782-790, October 2001.

[3] AMERICAN NATIONAL STANDARD, ANSI C84.1-2006 Electric Power System and Equipment - Voltage Ratings (60 Hertz), Revision of ANSI C84.1-1995 (R2001, R2005), Secretariat: NEMA Approve December 2006, Publishing by NEMA, 2006, USA.

[4] KERSTING, W.H., Causes and Effects of Unbalanced Voltages Serving an Induction Motor, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.37, No.1, January/February 2001, pp. 165-170.

[5] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-1, Rotating electrical machines – Part 1: Rating and performance, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2004.

[6] NATIONAL ELECTRICAL MANUFACTURERS ASSOCATION NEMA, Standard Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generators, Revision 1-2004, Publishing by NEMA, Rosslyn, USA, 2003.

[7] LEE, Ching-Yin, Effects of Unbalanced Voltage on Operation Performance of a Three-Phase Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion*, Vol.14, No.2, 1999, pp. 202-208.

[8] QUISPE, E. y PALACIOS, J., Análisis de las definiciones de desequilibrio de Tensión y su Influencia con los Efectos en la Operación de Motores Trifásicos de Inducción: La necesidad de una nueva definición, *Memorias del II Congreso Internacional sobre Uso Racional y Eficiente de la Energía CIUREE2006*, Cali - Colombia, 2-4 Noviembre 2006, ISBN 978-958-670-553-0

[9] WEYL, Hermann. Simetría. Impreso en Madrid, España. Editorial McGraw Hill/Interamericana de España S.A., 1990, 130 p.

[10] JEONG, Seung-Gi, Representing Line Voltage Unbalance, Conference Record of the Industry Applications Conference 2002, 37th IAS Annual Meeting, 13-18 Oct., Pittsburgh, Pennsylvania, USA, Volume 3, pp.1724-1732.

[11] KIM, J. G.; LEE, E. W.; LEE, D. J. and LEE, J. H., Comparison of voltage unbalance factor by line and phase voltage, en Proceedings of the VIII International Conference on Electric Machine and Systems 2005 ICEMS 2005, September, Volume 3, pp.1998-2001.

[12] FORTESCUE, C. L., Polyphase Power Representation by means of Symmetrical Coordinates, *AIEE Transaction* Vol. 39, Part II, pp. 1481-1484, 1920.

[13] WAGNER, C. F. and EVANS R.D., Symmetrical Components. As Applied to the Analysis of Unbalanced Electrical Circuits. First Edition. Sixth Impression. New York: Mc Graw-Hill, 1933. 437 p.

[14] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 61000-4-27, Electromagnetic Compatibility (EMC) – Part 4-27: Testing and Measurement Techniques – Unbalance, Immunity Test, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2000.

[15] NATIONAL ELECTRICAL MANUFACTURERS ASSOCATION NEMA, Standard Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generators, Revision 1-2004, Publishing by NEMA, Rosslyn, USA, 2003.

[16] WANG, Y.J., An Analytical Study on Steady-State performance of an Induction Motor connected to Unbalance three-phase Voltage, *Proceeding of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting 2000,* Singapore, January 2000, pp. 23-27.

[17] WANG, Y.J., Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalance on Induction Motors with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalance Factor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.16, No.3, September 2001, pp. 270-275.

[18] FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. and PILLAY, P., Influence of Unbalanced Voltage on the Steady-State Performance of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.19, No.4, 2004, pp.657-662.

[19] FAIZ, J. and EBRAHIMPOUR, H., Precise Derating of Three-Phase Induction Motor with Unbalanced Voltages, Proceeding of IEEE Industry Applications Conference 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005, Volume 1, 2-6 Oct 2005, pp.481-491.

[20] SIDDIQUE, A., YADAVA, G. S. AND SINGH, B., Effect of Voltage Unbalance on Induction Motors, Conference Record of the 2004 IEEE International Symposium on Electrical Insulation, Indianapolis, in USA, 19-22 September 2004, pp.26-29.

[21] MANTILLA, L. F., An analytical and graphical study of the symmetrical components in an induction motor supply in relation to the voltage unbalance parameters, *Electrical Engineering*, Vol. 89, No. 7, July 2007, pp. 535-545.

[22] MANTILLA, L. F., Analysis of the voltage phasors characteristics for motor unbalanced supplies under constant voltage level, *Electrical Engineering*, Vol. 90, No. 6, June 2008, pp. 395-406.

[23] KINI, G. P., BANSAL, R. C., and AITHAL R. S., A Novel Approach Toward Interpretation and Application of Voltage Unbalance Factor, *IEEE*

Transaction on Industrial Electronics, Vol.54, No.4, pp.2315-2322, August 2007.

[24] ANWARI, M. and HIENDRO, A., New Unbalanced Factor for Estimating Performance of a Three-Phase Induction Motor With Under- and Overvoltage Unbalanced, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.25, No.3, pp.619-625, September 2010.

[25] MENDES, A. M. S., QUISPE, E.C., LOPEZ-FERNANDEZ, X.M. and MARQUEZ CARDOSO, A. J., Influence of the Positive Sequence Voltage on the Temperature of Three-Phase Induction Motors, *Proceeding of the XIX International Conference on Electrical Machines ICEM 2010,* September 6-8, 2010, Italy, pp. 1-6.

[26] QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M., MENDES, A. M. S.; MARQUES CARDOSO, A. J. and PALACIOS, J. A., Experimental Study of the Effect of Positive Sequence Voltage on the Derating of Induction Motors under Voltage Unbalance, *Proceedings of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2011). May* 15-18, 2011, Niagara Falls, Canada, pp. 908-911.

CAPÍTULO 4

EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES EN LA OPERACIÓN DEL MOTOR EN ESTADO ESTACIONARIO

Cuando el motor de inducción es alimentado por un sistema de tensiones trifásico desequilibrado, las corrientes en las fases del motor serán diferentes y producirán en cada fase, campos magnéticos pulsantes de diferente magnitud. Por lo tanto en el entrehierro del motor se tendrá como resultante dos campos giratorios, un flujo magnético giratorio en el sentido de giro del motor (secuencia positiva) y otro en sentido opuesto al giro del motor (secuencia negativa). Obteniéndose como resultante un campo elíptico [1].

Consecuentemente para un determinado porcentaje de desequilibrio de tensión y una carga dada, las corrientes en las fases y la elevación de temperatura serán mucho mayores que cuando opera bajo las mismas condiciones de carga pero con tensiones equilibradas, afectando por lo tanto el desempeño del motor. El efecto del desequilibrio de tensiones sobre el motor ha sido estudiado por varios autores, los que destacan los principales efectos sobre el motor: corrientes desequilibradas en los bobinados, elevación de temperatura en el devanado, incremento de las pérdidas, disminución de la potencia y el par, pulsaciones del par, reducción de la velocidad, vibraciones fundamentalmente a una frecuencia igual al doble de la frecuencia nominal, etc. [2]-[14]. Estos estudios generalmente están centrados en los efectos causados por la componente de tensión de secuencia negativa.

En este capítulo, usando el método de las componentes simétricas, se presenta un análisis cualitativo y cuantitativo del efecto del desequilibrio de tensiones sobre las corrientes, las pérdidas, la eficiencia, la potencia y el factor de potencia. El análisis considera el efecto de la componente de tensión de secuencia positiva y negativa y del ángulo entre ellas.

4.1. DIAGRAMA ENERGÉTICO Y ECUACIONES DEL MODELO.

4.1.1 Diagrama energético del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones.

Tal como se presentó en el capitulo dos, el circuito equivalente del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones queda representado en estado estacionario por dos circuitos equivalentes desacoplados: de secuencia positiva y secuencia negativa, Figura 2.7. El circuito considera el efecto de

desplazamiento de corriente por efecto de la frecuencia de la corriente de secuencia negativa.

La potencia activa que ingresa al motor P_{ent} tiene dos componentes: P_1 potencia activa de secuencia positiva y P_2 la potencia activa de secuencia negativa. Entonces, se cumple que: $P_{ent}=P_1+P_2$.

La potencia de salida del motor es P_{eje} y está compuesta por la suma de potencias de salida que aporta cada secuencia.

Usando el circuito de secuencia positiva se obtiene:

$$P_{Perd\_1} = 3 \cdot r_e \cdot I_1^2 + 3 \cdot r_M \cdot I_{m1}^2 + 3 \cdot r_{21} \cdot I_{21}^2 \qquad (4.1)$$

$P_{Entreh\_1} = 3 \cdot \frac{r_{21}}{s} \cdot I_{21}^2$ y se cumple que: $P_{Cu21} = s \cdot P_{Entreh\_1}$

Así, la potencia mecánica convertida por la secuencia positiva es:

$$P_{mec\_1} = 3 \cdot r_{21} \cdot \left(\frac{1-s}{s} \right) \cdot I_{21}^2 \qquad (4.2)$$

Y la potencia mecánica de salida, $P_{eje1,}$ será la potencia mecánica convertida menos las pérdidas por fricción y ventilación:

$$P_{eje\_1} = 3 \cdot r_{21} \cdot \left(\frac{1-s}{s} \right) \cdot I_{21}^2 - P_{fv} \qquad (4.3)$$

Del circuito de secuencia negativa se obtiene:

$$P_{Perd\_2} = 3 \cdot r_e \cdot I_2^2 + 3 \cdot r_M \cdot I_{m2}^2 + 3 \cdot r_{22} \cdot I_{22}^2 \qquad (4.4)$$

$P_{Entreh\_2} = 3 \cdot \frac{r_{22}}{(2-s)} \cdot I_{22}^2$ y se cumple que: $P_{Cu22} = (2-s) \cdot P_{Entreh\_2}$

La potencia mecánica convertida por la secuencia negativa es:

$$P_{mec\_2} = 3 \cdot r_{22} \cdot \left(\frac{s-1}{2-s} \right) \cdot I_{22}^2 = (s-1) \cdot P_{Entrh\_2} \qquad (4.5)$$

Por lo tanto, la potencia de salida del motor, $P_{eje,}$ es:

$$P_{eje} = 3 \cdot r_{21} \cdot \frac{(1-s)}{s} \cdot I_{21}^{2.} + 3 \cdot r_{22} \cdot \left(\frac{s-1}{2-s} \right) \cdot I_{22}^2 - P_{fv} \qquad (4.6)$$

En la zona de operación del motor, el deslizamiento varía entre 0.01 y 0.05. Entonces, de la Ecuación (4.6), en esta zona la potencia mecánica que genera el campo de secuencia negativa P_{mec2} será negativa, y puede ser interpretada como la potencia que se gasta en vencer el par producido por el flujo magnético de secuencia negativa. Ésta potencia se disipa en forma de pérdidas del cobre del circuito de secuencia negativa.

Del flujo de potencia en el circuito de secuencia negativa, se puede mostrar que:

$$P_{Entreh\_2} - P_{mec\_2} = 3 \cdot r_{22} \cdot I_{22}^2$$

$$3 \cdot \frac{r_{22}}{(2-s)} \cdot I_{22}^2 - 3 \cdot \left(\frac{s-1}{2-s} \right) \cdot r_{22} \cdot I_{22}^2 = 3 \cdot r_{22} \cdot I_{22}^2 \qquad (4.7)$$

La Ecuación (4.7) muestra que la potencia disipada como pérdidas en los devanados del rotor de secuencia negativa tiene dos fuentes: la potencia eléctrica de secuencia negativa que transfiere la fuente $P_{entreh2}$ y la potencia mecánica que se gasta en vencer el par producido por el flujo magnético de secuencia negativa. Ambas se disipan en P_{Cu22} en forma de pérdidas.

Si se aplica la Ecuación (4.6) para la zona de operación del motor, valores de deslizamiento entre 0.01 y 0.05, se obtiene:

$$P_{Eje} = 3 \cdot r_{21} \cdot \left(\frac{1-s}{s} \right) \cdot I_{21}^2 - \frac{3}{2} \cdot r_{22} \cdot I_{22}^2 - P_{fv} \qquad (4.8)$$

La Ecuación (4.8) muestra que el desequilibrio de tensiones tiene un efecto en la reducción de la potencia en el eje del motor. Asimismo se observa que éste efecto de reducción es independiente del deslizamiento del motor, por lo tanto será más notorio, si el motor opera a una potencia menor a la nominal.

Las pérdidas totales del motor son:

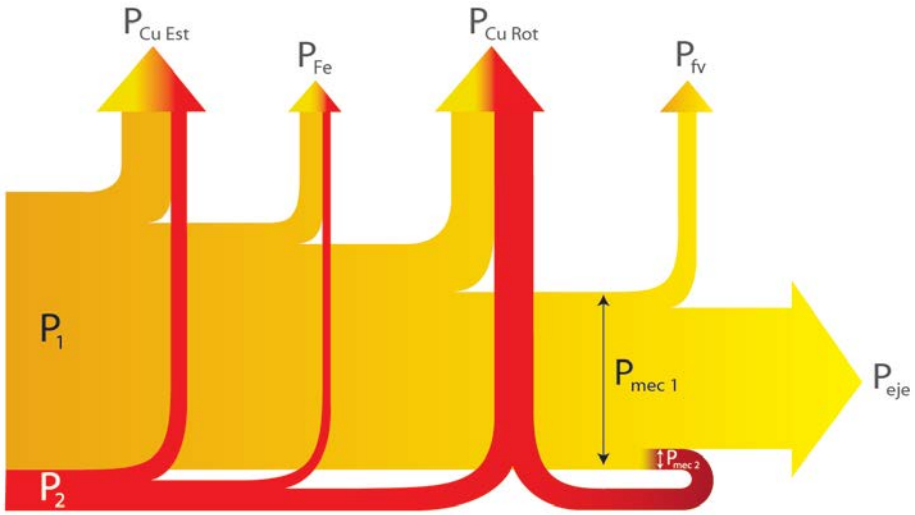
$$P_{Perd\_Tot} = 3 \cdot (r_e I_1^2 + r_M I_{m1}^2 + r_{21} \cdot I_{21}^2 + r_e I_2^2 + r_M \cdot I_{m2}^2 + r_{22} \cdot I_{22}^2) + P_{fv} \quad (4.9)$$

Y, la eficiencia del motor es:

$$\eta = \frac{P_{eje}}{P_1 + P_2} = \frac{P_{eje}}{P_{eje} + P_{Perd\_Tot}} \qquad (4.10)$$

En la Figura 4.1, se muestra el flujo de potencia que ocurre en el motor en condiciones de desequilibrio de tensiones siendo P_1 y P_2 las potencias activas de secuencia positiva y negativa, que ingresan al motor.

Figura 4.1. Flujo de Potencia del motor de inducción operando en condiciones desequilibradas mediante el circuito equivalente de secuencia positiva y negativa.



4.1.2 Ecuaciones del modelo y método de cálculo.

Con el objetivo de expresar las ecuaciones de análisis en función de las tensiones de secuencia positiva y negativa se usará el circuito equivalente preciso con la rama de magnetización ubicado en los terminales del circuito, también llamado “L invertida” [15]. Este circuito tiene la ventaja de tener prácticamente la misma precisión del circuito “T” pero las corrientes del estator y del rotor se calculan fácilmente, al estar en función de la tensión en terminales. Los parámetros de este circuito se calculan a partir de los parámetros del circuito equivalente de la figura 2.7, como se muestra en la Figura 4.2.

Los parámetros del circuito equivalente “L invertida”, se expresan en función del circuito equivalente “T”. Así:

$$R_1 = c \cdot r_e, \qquad X_1 = c \cdot x_1, \qquad R_M = r_e + r_M, \qquad X_M = x_1 + x_M$$

$$R_{21} = c^2 \cdot r_{21}, \quad X_{21} = c^2 \cdot x_{21}, \quad R_{22} = c^2 \cdot r_{22}, \qquad X_{22} = c^2 \cdot x_{22}$$

Donde: $c = 1 + \dfrac{x_1}{x_M}$

La impedancia de magnetización es:

$$Z_M = R_M + j \cdot X_M \tag{4.11}$$

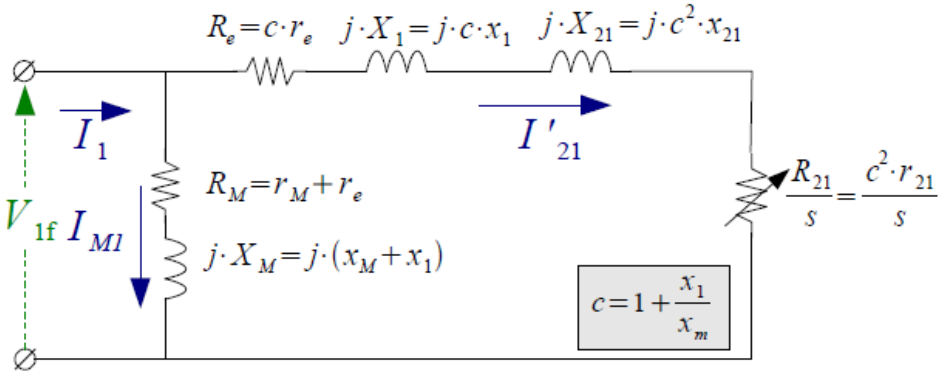
Y las impedancias estator-rotor referidas al estator son:

$$Z_{21} = \left(R_1 + \frac{R_{21}}{s} \right) + j \cdot \left(X_1 + X_{21} \right), \quad Z_{22} = \left(R_1 + \frac{R_{22}}{(2-s)} \right) + j\left(X_1 + X_{22} \right) \qquad (4.12)$$

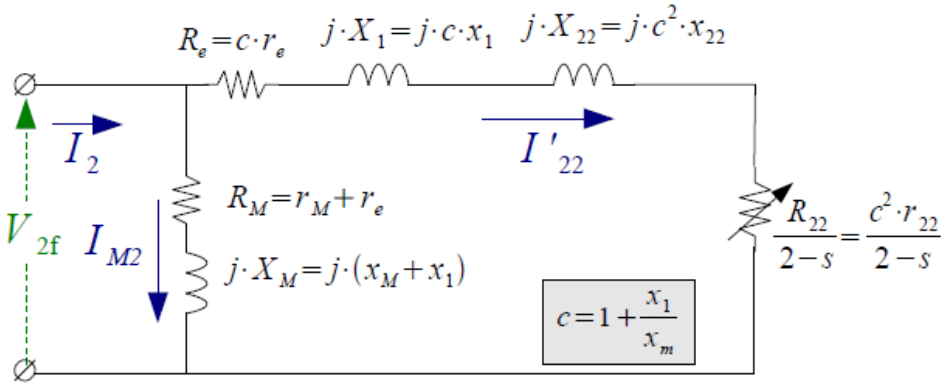
Así, las impedancias de secuencia positiva y negativa son:

$$Z_1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{Z_M} + \frac{1}{Z_{21}} \right)}, \quad Z_2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{Z_M} + \frac{1}{Z_{22}} \right)} \qquad (4.13)$$

Figura 4.2. Circuitos equivalentes precisos con la rama de magnetización sacada a los terminales ó circuito “L invertida”: (a) de secuencia positiva y (b) secuencia negativa.



(a)



(b)

Para los cálculos se sigue el diagrama de flujo mostrado en el Anexo E. En primer lugar se calculan las tensiones de línea de secuencia positiva y negativa usando la Ecuación (3.11):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix}$$

Luego de las Ecuaciones (3.13) y (3.14) se calculan las tensiones de fase de secuencia positiva y negativa V_{1f} y V_{2f}. A continuación se determinan, las corrientes de secuencia positiva y negativa, así:

$$I_1 = \frac{V_{1f}}{Z_1} \quad y \quad I_2 = \frac{V_{2f}}{Z_2} \qquad (4.14)$$

Así, las corrientes de línea se calculan usando la transformación de componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

La ecuación (4.15) supone que el motor está conectado en conexión estrella, pues los motores de potencia entre 2 a 9 Kw generalmente usan esta conexión, sin embargo se puede usar la misma metodología para la conexión triangulo.

Entonces, la potencia mecánica convertida por la secuencia positiva y negativa son:

$$P_{mec\_1} = 3 \cdot R_{21} \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right)\left|\frac{V_{1f}}{Z_{21}}\right|^2 \qquad (4.16)$$

$$P_{mec\_2} = 3 \cdot R_{22} \cdot \left(\frac{s-1}{2-s}\right)\left|\frac{V_{2f}}{Z_{22}}\right|^2 \qquad (4.17)$$

Por lo tanto, la potencia de salida del motor P_{eje} es:

$$P_{eje} = 3 \cdot R_{21} \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right) \cdot \left|\frac{V_{1f}}{Z_{21}}\right|^2 + 3 \cdot R_{22} \cdot \left(\frac{s-1}{2-s}\right) \cdot \left|\frac{V_{2f}}{Z_{22}}\right|^2 - P_{fv} \qquad (4.18)$$

Las pérdidas de secuencia positiva y negativa son:

$$P_{Perd\_1} = 3 \cdot R_M \cdot \left|\frac{V_{1f}}{Z_M}\right|^2 + 3 \cdot \left(R_1 + R_{21}\right) \cdot \left|\frac{V_{1f}}{Z_{21}}\right|^2 + P_{fv} \qquad (4.19)$$

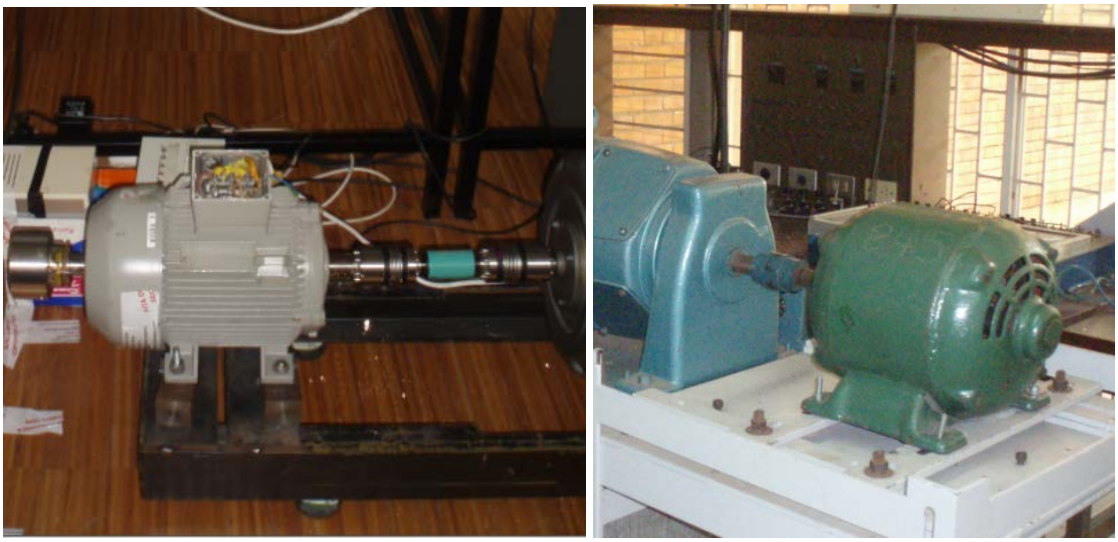
$$P_{Perd\_2} = 3 \cdot R_M \cdot \left| \frac{V_{2f}}{Z_M} \right|^2 + 3 \cdot (R_1 + R_{22}) \cdot \left| \frac{V_{2f}}{Z_{22}} \right|^2 \qquad (4.20)$$

Las Ecuaciones (4.18) a (4.20) muestran la potencia de salida del motor y las pérdidas, en condiciones de desequilibrio, expresadas en función de las tensiones e impedancias de secuencia positiva y negativa.

4.1.3 Datos y parámetros de los motores de inducción usados para el análisis experimental.

Para realizar el análisis experimental se usaron dos motores trifásicos de inducción: un motor de 380 V, 4 Kw, 50 hz en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Universidad de Coimbra en Portugal, y un motor de 220V, 3 HP, 60 Hz en el laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Universidad del Valle, Colombia, como se muestra en la Figura 4.3.

Figura 4.3. Motores usados para el estudio experimental (a) motor 4KW, 380 V, Norma IEC (Laboratorio U. de Coimbra) (b) motor 3 HP, 220 V, Norma NEMA (Laboratorio U. del Valle).



(b)

Los parámetros de los motores se calcularon siguiendo el procedimiento del Anexo E. Asimismo las pruebas realizadas se muestran en el Anexo F. Los datos y los parámetros calculados para los motores se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Datos y Parámetros de los dos motores usados en el análisis experimental.

Datos y Parámetros	Motor 1: 380V, 4 KW, 50 Hz	Motor 2: 220V, 3 HP, 60 Hz
Norma de Fabricación	IEC	NEMA
Datos de Placa	4 KW, 220/380 V, 16/9.2 A, 1435 RPM, Frame IEC112M	3 HP, 220/440V, 8.4/4.2 A, 1740 RPM, Frame 225, Diseño B
r_e	0.808	0.78
r_m	6.6	1.573
r_{21}	1.45	0.599
r_{22}	4.748	1.054
x_1	1.952	0.951
x_M	40.194	26.447
x_{21}	3.099	1.509
x_{22}	3.01	1.473
P_{fv}: Pérdidas Mec. (w)	18	28

4.2 EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES SOBRE LAS CORRIENTES DE LÍNEA

La magnitud y el desequilibrio de las corrientes de línea tienen un papel importante en el desempeño del motor, por lo tanto es necesario analizar cómo se ven afectadas por el desequilibrio de tensiones.

Las corrientes de línea (I_a, I_b, I_c), se calculan a partir de las tensiones de línea mediante las Ecuaciones (3.11), (4.14) y (4.15). Asimismo el desequilibrio de corrientes viene dado por el Factor Complejo de Desequilibrio de Corriente (Complex Current Unbalance Factor, CCUF), tal como lo propuso De Oliveira [16], es:

$$CCUF = \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{V_{2f}}{V_{1f}}\right)\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = CVUF\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) \qquad (4.21)$$

$$CCUF = VUF\angle\theta_2 - \theta_1 \times \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\angle\theta_{Z1} - \theta_{Z2} = \left(VUF \times \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\right)\angle\theta_{I2} - \theta_{I1} \qquad (4.22)$$

De donde se obtiene que:

$$CCUF = CUF\angle\theta_{I2} - \theta_{I1} \qquad (4.23)$$

A partir de la Ecuación (4.22), el factor de desequilibrio de corrientes CUF se puede expresar como:

$$CUF = \left|\frac{I_2}{I_1}\right| = \left|\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{Z_1}{Z_2}\right| = VUF\cdot\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| \qquad (4.24)$$

La Ecuación (4.22) muestra que el Factor Complejo de Desequilibrio de Tensiones CCUF depende del CVUF y de las impedancias de secuencia. La Ecuación (4.24), relaciona las magnitudes de la ecuación (4.22).

De la Ecuación (4.23), la relación entre las corrientes de secuencia positiva y negativa es:

$$I_2 = I_1\cdot CUF\angle\theta_{I2} - \theta_{I1} \qquad (4.25)$$

A partir de las Ecuaciones (4.15) y (4.25) se puede deducir las corrientes de línea:

$$I_a = I_1 + I_2 = I_1\left(1 + CUF\cdot\angle\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) \qquad (4.26)$$

$$I_b = a^2\cdot I_1 + a\cdot I_2 = I_1\left(1\angle 240° + 1\angle 120°\cdot CUF\angle\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) \qquad (4.27)$$

$$I_c = a\cdot I_1 + a^2\cdot I_2 = I_1(1\angle 120° + 1\angle 240°\cdot CUF\cdot\angle\theta_{I2} - \theta_{I1}) \qquad (4.28)$$

Las ecuaciones (4.26) a (4.28), muestran que las corrientes de línea dependen del factor complejo de desequilibrio de corrientes CCUF. Por lo tanto las corrientes de línea dependerán del factor de desequilibrio de tensiones VUF, el ángulo entre las componentes de tensión de secuencia positiva y negativa y de las impedancias de secuencia.

Aplicando la ley de cosenos a las ecuaciones (4.26) a (4.28) y considerando la Ecuación (4.24), se encuentra la magnitud de las corrientes de línea en función del ángulo entre las corrientes de secuencia positiva y negativa, así:

$$\left|I_a\right| = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right|\cdot\sqrt{1 + 2\cdot VUF\cdot\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\cdot\cos\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) + VUF^2\cdot\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|^2} \qquad (4.29)$$

$$\left|I_b\right| = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right|\cdot\sqrt{1 + 2\cdot VUF\cdot\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\cos\left(\theta_{I2} - \theta_{I1} - 120°\right) + VUF^2\cdot\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|^2} \qquad (4.30)$$

$$\left|I_c\right| = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right| \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| \cos\left(\theta_{I2} - \theta_{I1} - 240°\right) + VUF^2 \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|^2} \qquad (4.31)$$

De las ecuaciones (4.29) a (4.31) se observa que las corrientes dependen de la magnitud de V_1, VUF y de las impedancias de secuencia.

El valor máximo de la corriente en la fase 'a' ocurre cuando la corriente de secuencia positiva y negativa están en fase, es decir cuando $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 0$. Para la fase 'b' el valor máximo ocurre cuando $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 120°$ y para la fase ocurre cuando $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 240°$.
Nótese que si $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 0$, entonces: $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = \left(\theta_2 - \theta_{Z2} - \left(\theta_1 - \theta_{Z1}\right)\right) = 0$ y
$\left(\theta_2 - \theta_1\right) = \left(\theta_{Z2} - \theta_{Z1}\right)$ (4.32)

Entonces, esta situación se presenta cuando en ángulo entre las tensiones de secuencia es igual al ángulo entre las impedancias de secuencia. En estas condiciones, la Ecuación (4.29), se transforma en:

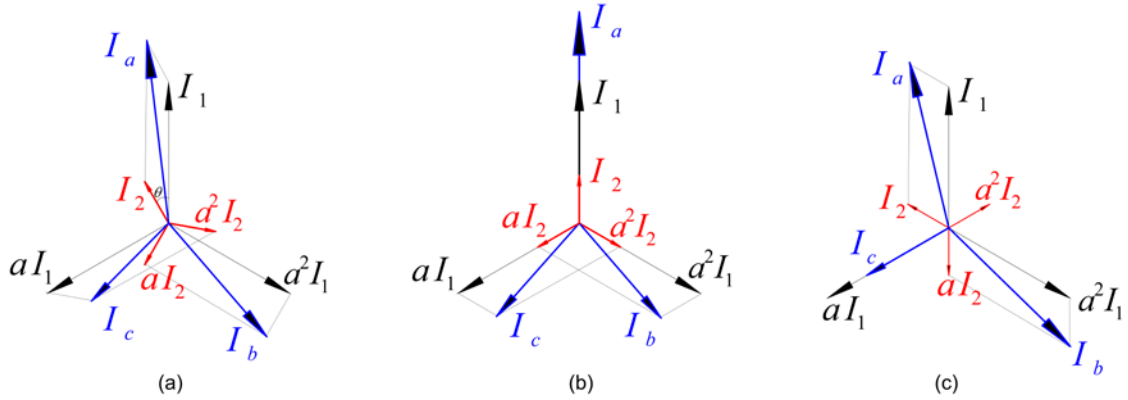
$$I_{a\max} = \left|I_1\right| + \left|I_2\right| = \left|I_1\right| \cdot \left(1 + CUF\right) = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right| \cdot \left(1 + VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\right) \quad (4.33)$$

La ecuación (4.33) estima la máxima sobrecarga que alcanzara la corriente en la fase 'a', fase para un VUF y V_1 dados y para una velocidad de operación determinada. Este caso ocurre cuando las componentes de corriente de secuencia positiva y negativa, están en fase y sería el caso más crítico para el motor, como se muestra en la Figura 4.4.b.

En forma análoga se puede calcular el caso más favorable para el motor. De las ecuaciones (4.29) a (4.31), el valor mínimo de la corriente en la fase 'a' ocurre cuando las corrientes de secuencia positiva y negativa están en contrafase fase, es decir cuando $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 180°$. Para la fase 'b' el valor máximo ocurre cuando $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 300°$ y para la fase 'c' ocurre cuando $\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) = 60°$. En la Figura 4.4.c, se observa que el caso más favorable para el motor, cuando la corriente mínima ocurre en la fase 'c'. En estos casos la magnitud máxima de la corriente, queda determinado por:

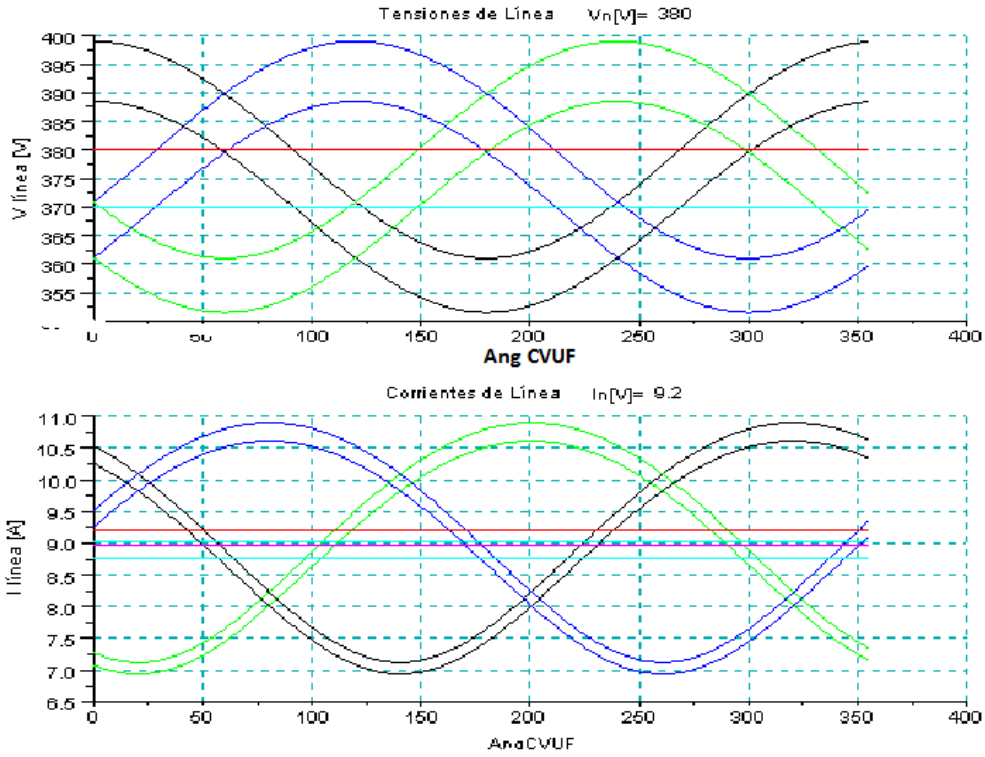
$$I_{a\min} = \left|I_1\right| - \left|I_2\right| = \left|I_1\right| \cdot \left(1 - CUF\right) = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right| \cdot \left(1 - VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\right) \qquad (4.34)$$

Figura 4.4. Variación de las corrientes de acuerdo entre el ángulo entre las corrientes de secuencia positiva y negativa: (a) caso general (b) caso más crítico para el motor.



En la Figura 4.5 se observa la variación de las corrientes de línea para todo el rango de variación del ángulo del CVUF. Los casos críticos ocurren para la fase 'a' a 80°, para la fase 'b' a 200° y para la fase 'c' a 320°. Asimismo, los casos más favorables ocurren en 20°, 140° y 260°. En éste gráfico la componente de componente de secuencia positiva de tensión es de 380 V, la corriente nominal de 9.2 A, la corriente de secuencia positiva es de 8.8 A y la corriente equivalente es de 8.9 A.

Figura 4.5. Variación de las tensiones y corrientes en el estator en función del ángulo entre las corrientes de secuencia positiva y negativa.



4.3 EFECTO DE LA CARGA EN EL DESEQUILIBRIO DE CORRIENTES

Las ecuaciones (4.30) a (4.32) muestran que la magnitud de las corrientes dependen de la magnitud de V_1, VUF y de las impedancias de secuencia. Por lo tanto es importante analizar la variación de las impedancias de secuencia en función del deslizamiento.

Asimismo, la Ecuación (4.24) muestra que el factor de desequilibrio de corrientes CUF se puede expresar como:

$$CUF = \left|\frac{I_2}{I_1}\right| = \left|\frac{V_{2f}}{V_{1f}} \cdot \frac{Z_1}{Z_2}\right| = VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|$$

Por lo tanto para un desequilibrio dado, siendo V_{1f} y V_{2f} fijos, los valores de I_1 e I_2 dependerán de la variación de las impedancias con la carga. Como las impedancias son función del deslizamiento, es importante evaluar como varían las impedancias en función de éste.

Análisis de la variación de las impedancias de secuencia con el deslizamiento

La impedancia de secuencia positiva Z_1, a partir de la ecuación (4.13), está dada por la siguiente expresión:

$$Z_1(s) = \frac{R_M \cdot \left(R_1 + \frac{R_{21}}{s}\right) - X_M \cdot (X_1 + X_{21}) + j\left[X_M \cdot \left(R_1 + \frac{R_{21}}{s}\right) + R_M \cdot (X_1 + X_{21})\right]}{\left(R_M + R_1 + \frac{R_{21}}{s}\right) + j(X_M + X_1 + X_{21})} \quad (4.34)$$

Si se evalúa la impedancia Z_1, desde el arranque del motor (s=1) hasta la condición de vacio (s≈0,001). Se observa que el término, $\frac{R_{21}}{s}$ varía desde R_{21} hasta 1000 veces R_{21}. Por lo tanto el valor de Z_1 depende fuertemente del deslizamiento y su valor aumentara desde el arranque hasta el punto de vacío.

En cuanto a la impedancia de secuencia negativa Z_2, a partir de la ecuación (4.13), se expresa en la forma:

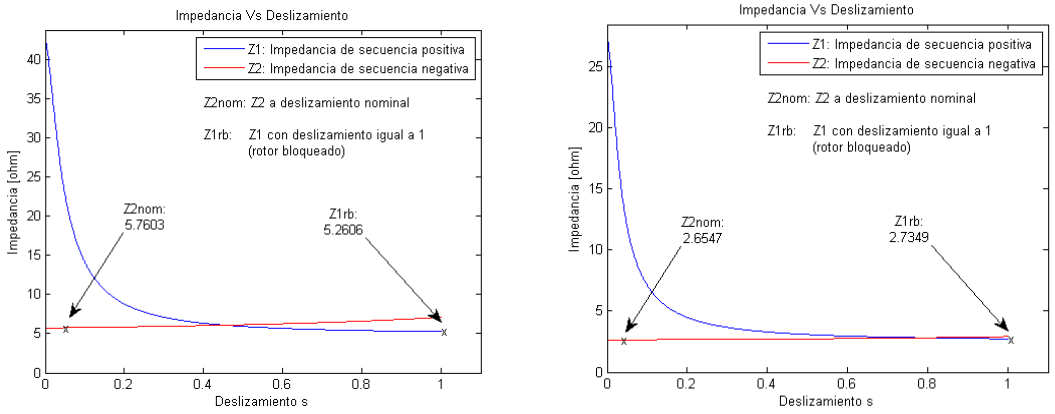
$$Z_2(s) = \frac{R_M \cdot \left(R_1 + \frac{R_{21}}{2-s}\right) - X_M \cdot (X_1 + X_{21}) + j\left[X_M \cdot \left(R_1 + \frac{R_{21}}{2-s}\right) + R_M \cdot (X_1 + X_{21})\right]}{\left(R_M + R_1 + \frac{R_{21}}{2-s}\right) + j(X_M + X_1 + X_{21})} \quad (4.35)$$

Si se evalúa la impedancia Z_2, desde el arranque del motor (s=1) hasta la condición de vacio (s≈0,001). Se observa que el término, $\frac{R_{22}}{2-s}$ varía desde R_{22} hasta $\frac{R_{22}}{2}$. Por lo tanto, el valor de Z_2 varía muy poco con el deslizamiento y su valor disminuirá levemente desde el arranque hasta el punto de vacío.

Para analizar cuantitativamente la variación de las impedancias, se usaron los motores de inducción cuyos datos y parámetros aparecen en la Tabla 4.1. La Figura 4.6 muestra la variación de las impedancias de secuencia positiva y negativa en función del deslizamiento, para los motores de la Tabla 4.1.

La Figura 4.6 muestra que la impedancia de secuencia positiva Z_1, depende fuertemente del deslizamiento, teniendo su mayor valor en vacio y su menor valor en rotor bloqueado. Asimismo se observa, en concordancia con la Ecuación (4.34), que la mayor variación de Z_1 ocurre a bajos deslizamientos, es decir en la zona de operación del motor.

Figura 4.6. Variación de las impedancias de secuencia con el deslizamiento. Comparación de la impedancia de secuencia negativa a deslizamiento nominal con la impedancia de rotor bloqueado: (a) motor de 380 V, 50 Hz, 4 KW y (b) motor 220, 60 Hz y 3 HP.



La Figura 4.6, también muestra que la impedancia de secuencia negativa Z_2, prácticamente no depende del deslizamiento y puede ser para fines prácticos considerada como constante. Además muestra que el valor de Z_2, es ligeramente mayor en el arranque, como se había previsto.

Otro dato interesante que muestra la Figura 4.6, es que la impedancia de secuencia negativa Z_{22N} a deslizamiento nominal, tiene un valor muy cercano a la impedancia de la secuencia positiva Z_1 en el punto de rotor bloqueado, Z_{1RB} (aquí se desprecia la rama de magnetización). Este fenómeno se explica por el efecto del desplazamiento de la corriente de secuencia negativa, presentado en el capitulo dos, que hace que la resistencia de secuencia negativa del rotor sea

mayor que la resistencia de secuencia positiva, [15], [17], [18]. Por lo tanto, se cumple la siguiente ecuación:

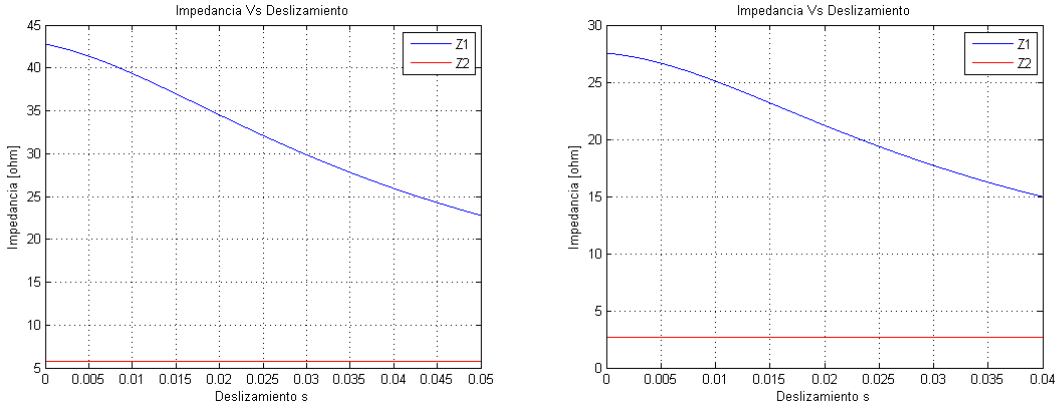
$$Z_{22N} = \left(R_1 + \frac{R_{22}}{2} \right) + j\left(X_1 + X_{22} \right) \approx \left(R_1 + R_{21} \right) + j\left(X_1 + X_{21} \right) = Z_{1RB} \quad (4.36)$$

Adicionalmente, debido a que el deslizamiento en la zona de operación varía entre 0 y 0.05, y es mucho menor que 2, se pude aproximar que:

$$\left(R_1 + \frac{R_{22}}{2-s} \right) \approx R_1 + \frac{R_{22}}{2}$$

Por lo tanto, se puede considerar que en la zona de operación del motor, la impedancia de secuencia negativa Z_2 no depende del deslizamiento, es decir es independiente de la carga del motor. Lo cual se verifica en la Figura 4.7, donde se muestra la variación de las impedancias Z_1 y Z_2 en la zona de operación del motor, para los motores de 4 KW y 3 HP.

Figura 4.7. de las impedancias se secuencia positiva y negativa del motor en la zona de operación del motor: (a) motor de 380 V, 50 Hz, 4 KW y (b) motor 220, 60 Hz y 3 HP.



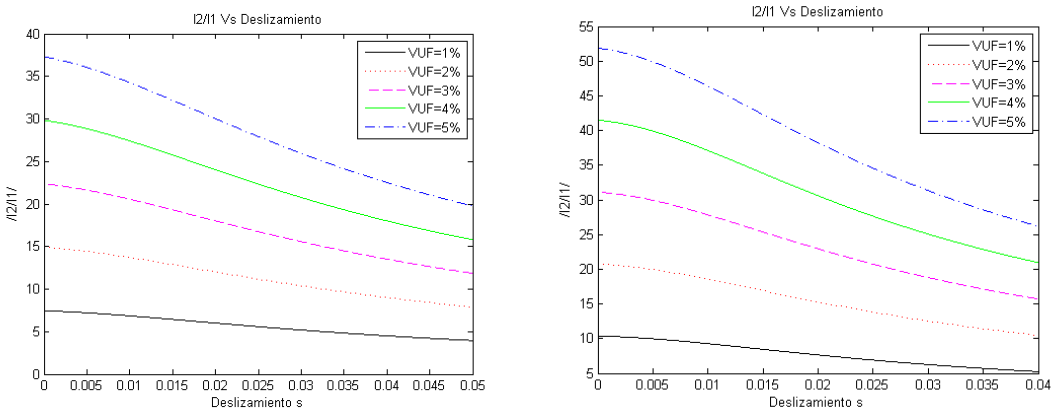
(b)

Para un desequilibrio dado, (CVUF, V_1), las componentes de tensión de secuencia positiva y negativa son fijas y las corrientes se calculan usando la Ecuación (4.14). Por lo tanto en la zona de operación, las corrientes tendrán la misma tendencia que las impedancias. Así, mientras la componente de corriente de secuencia positiva varia con la carga (disminuye con la carga), la componente de corriente de secuencia negativa, se mantiene constante, es decir no depende de la carga.

La Ecuación (4.34) establece que el desequilibrio de corrientes (CUF) es igual al desequilibrio de tensiones (VUF) multiplicado por la relación de impedancias.

Como se ha visto anteriormente, en la zona de operación del motor, $|Z_2|$ se mantiene constante mientras $|Z_1|$ aumenta al disminuir la carga. Por consiguiente se tendrá como resultado que el desequilibrio de corrientes CUF aumentara fuertemente al disminuir la carga del motor. En la Figura 4.8 se muestra la variación del CUF en % con el deslizamiento del motor, para los motores de 4 KW y 3 HP.

Figura 4.8. Variación del factor de desequilibrio de corrientes CUF% para: (a) motor de 380 V, 50 Hz, 4 KW y (b) motor 220, 60 Hz y 3 HP.



(a) (b)

La Tabla 4.2, muestra como varía la relación $\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|$, para los tres regímenes típicos del motor: vacio, carga nominal y rotor bloqueado. Se evidencia que en vacio el valor del desequilibrio de corrientes es 7 a 11 veces el desequilibrio de corrientes.

Tabla 4.2. Evolución de los valores de la relación de impedancias de secuencia, los diversos regímenes de carga.

Tipo Motor	Motor 1: Norma IEC, 4 KW			Motor 2: Norma NEMA, 3 HP		
Régimen	Vacio	Carga nominal	Rotor Bloqueado	Vacio	Carga nominal	Rotor Bloqueado
$\left\|\frac{Z_1}{Z_2}\right\|$	7.4	3.96	0.79	10.4	5.66	0.99

La tabla, 4.2, muestra los siguientes resultados:
En vacio el CUF puede ser de 7 a 11 veces el VUF.
En carga el CUF es de 4 a 6 veces el VUF.
En rotor bloqueado el CUF es prácticamente igual al VUF.

Estos resultados concuerdan con la Norma NEMA MG1 [19], cuando enuncia que el desequilibrio de corrientes, puede ser de 6 a 10 veces el desequilibrio de tensiones.

Por lo tanto un desequilibrio de corrientes CUF de 10 %, en vacio, puede ser causado por un VUF de 1% (que está dentro de lo permitido). Por lo que el desequilibrio de corrientes en vacio no puede interpretarse como un problema de falla del motor, entonces en el mantenimiento se debe de medir el desequilibrio de corrientes en carga.

4.4 EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSION EN LAS PÉRDIDAS DEL MOTOR

Las pérdidas de operación del motor de inducción determinan la eficiencia y la energía consumida por el motor. En condiciones de desequilibrio de tensiones, las pérdidas se incrementan, pues la componente de tensión de secuencia negativa genera un campo magnético en dirección opuesta a la rotación del motor, creando efectos negativos en su operación. El efecto del desequilibrio de tensiones sobre las pérdidas del motor de inducción es importante por su efecto sobre la eficiencia y el consumo energético y económico [2], [20]-[22].

El método de componentes simétricas permite analizar el efecto del desequilibrio en las pérdidas, mediante los circuitos de secuencia positiva y negativa. Las pérdidas en el motor a partir de la Figura 4.2, son:

$$P_{Perd\_Tot} = 3\cdot\left(R_M \cdot \left|\frac{V_{1f}}{Z_M}\right|^2 + \left(R_1 + R_{21}\right)\cdot\left|\frac{V_{1f}}{Z_{21}}\right|^2 + R_M \cdot \left|\frac{V_{2f}}{Z_M}\right|^2 + \left(R_1 + R_{22}\right)\cdot\left|\frac{V_{2f}}{Z_{22}}\right|^2 \right) + P_{fv} \qquad (4.37)$$

De esta ecuación las pérdidas en el hierro pueden ser expresadas en función del desequilibrio de tensiones:

$$P_{Fe} = 3\cdot R_M \cdot \left(\left|\frac{V_{1f}}{Z_M}\right|^2 + \left|\frac{V_{2f}}{Z_M}\right|^2 \right) = 3\cdot R_M \cdot \left|\frac{V_{1f}}{Z_M}\right|^2 \left(1 + VUF^2\right) \qquad (4.38)$$

La ecuación (4.38) muestra que las pérdidas en el hierro del motor dependen del cuadrado de la magnitud de la componente de tensión de secuencia positiva y del cuadrado del factor de desequilibrio VUF. Debido a que el factor de desequilibrio VUF elevado al cuadrado es mucho menor que la unidad, estas pérdidas son causadas fundamentalmente por la componente de secuencia positiva.

En relación a las pérdidas en el cobre, de la Ecuación (4.37) se observa que:
Las pérdidas producidas por la tensión de secuencia positiva dependen de la magnitud de V_1 y de la carga del motor, pues Z_{21} varía fuertemente con el deslizamiento, como se mostró anteriormente.

Las pérdidas producidas por la tensión de secuencia negativa son prácticamente constantes con la carga del motor, pues Z_{22} no es afectado por el deslizamiento en la zona de operación.

Por lo tanto, la ecuación (4.37) indica que para un desequilibrio dado por la tensión de secuencia positiva $\left|V_{1f}\right|$ y el factor VUF. Las pérdidas del circuito de secuencia negativa se mantienen constantes en toda la zona de operación del motor, independientes de la carga del motor. Estas pérdidas son definidas fundamentalmente de la magnitud de la tensión de secuencia negativa. $\left|V_{2f}\right|$ Este hecho hace que el efecto del desequilibrio de tensiones sea más notorio cuando el motor tiene menos carga. Por otro lado el desequilibrio de tensiones tiene poca influencia en las perdidas de fricción y ventilación.

Por lo tanto se puede concluir que en condiciones de desequilibrio, se adiciona al motor una pérdida independiente de la carga, adicional a las perdidas en el hierro y las mecánicas, y éstas son las pérdidas ocasionadas por la corriente de secuencia negativa.

Estimación de las pérdidas de secuencia negativa:

Las pérdidas resistivas causadas por la tensión de secuencia negativa se pueden estimar aproximadamente. Debido a que la tensión de secuencia negativa es pequeña para los desequilibrios permitidos por las Normas, la componente de la corriente en la rama de magnetización es muy pequeña y puede despreciarse, entonces la ecuación aproximada será:

$$P_{Perd\_Cu\_2} = 3 \cdot (R_1 + R_{22}) \cdot \left| \frac{V_{2f}}{Z_{22}} \right|^2 \qquad (4.39)$$

La Ecuación (4.39) indica, que las pérdidas en los devanados producidos por la corriente de secuencia negativa son proporcionales al cuadrado de la tensión de secuencia negativa.

En la zona de operación del motor Z_{22} es aproximadamente igual a la impedancia de rotor bloqueado Z_{RB} del motor, como se mostró anteriormente en la Ecuación (4.36).

Además $I_2 = I_{M2} + I_{22} \approx I_{22} = Cte$

Por consiguiente, la corriente de secuencia negativa I_2 se puede estimar a partir del circuito de secuencia negativa, así:

$$I_2 = \frac{V_{2f}}{Z_2} \approx \frac{V_{2f}}{Z_{RB}} = \frac{V_{2f}}{V_{1f}} \cdot \frac{V_{1f}}{V_{1n}} \cdot \frac{V_{1n}}{Z_{RB}}$$

$$I_2 \approx \frac{V_{1f}}{V_{1n}} \cdot VUF \cdot I_{RB} \qquad (4.40)$$

$$\left|I_2\right| \approx FMTE \cdot VUF \cdot \left|I_{RB}\right|$$

Donde:

$\left|I_{RB}\right|$: Corriente de rotor bloqueado del motor de inducción.

FMTE: Relación entre la tensión de secuencia positiva y la tensión nominal.

La Ecuación (4.41) permite evaluar la magnitud de la corriente de secuencia negativa a partir del factor de desequilibrio de tensiones VUF y la corriente de rotor bloqueado del motor de inducción. Por lo tanto la potencia de secuencia negativa, puede ser estimada por la ecuación:

$$P_{Perd\_Cu\_2} = 3 \cdot \left(R_1 + R_{22}\right) \cdot VUF^2 \cdot FMTE \cdot \left|I_{RB}\right|^2 \qquad (4.41)$$

En condiciones de campo el VUF y FMTE se puede determinar por mediciones de las tensiones de línea, y la $\left|I_{RB}\right|$ se puede obtener directamente del catalogo del fabricante.

4.5 EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES EN LA EFICIENCIA Y EL FACTOR DE POTENCIA

La eficiencia y el factor de potencia son factores importantes que determinan el consumo energético del motor de inducción. Un trabajo presentado por Quispe et. al. [23] muestra que estos factores dependen tanto de la secuencia positiva como de la secuencia negativa.

La potencia aparente absorbida por el motor, en condiciones de desequilibrio de tensiones es:

$$S_{ent} = 3 \cdot V_{1f} \cdot I_1^* + 3 \cdot V_{2f} \cdot I_2^* = 3 \cdot \frac{\left|V_{1f}\right|^2}{Z_1^*} + 3 \cdot \frac{\left|V_{2f}\right|^2}{Z_2^*} = P_{ent} + jQ_{ent} \qquad (4.42)$$

Siendo:

$$P_{ent} = \mathrm{Re}\left[S_{ent}\right] \qquad Q_{ent} = \mathrm{Im}\left[S_{ent}\right] \qquad (4.43)$$

La Ecuación (4.43) muestra que la Potencia Aparente de entrada S_{ent}, en condiciones de desequilibrio, tiene dos componentes y depende de las magnitudes de las componentes de tensión y de las impedancias de secuencia.

La componente de secuencia positiva varia con la carga del motor, mientras la componente de secuencia negativa se mantiene aproximadamente constante, pues su impedancia no varía con la carga.

Por lo tanto, reemplazando (4.44) en la ecuación (4.10), la eficiencia es:

$$\eta = \frac{P_{eje}}{\mathrm{Re}[S_{ent}]} \qquad (4.44)$$

Y el factor de Potencia es:

$$FP = \frac{\mathrm{Re}[S_{ent}]}{|S_{ent}|} \qquad (4.45)$$

Las ecuaciones (4.44) y (4.45) muestran que la eficiencia y el factor de potencia dependen del factor de desequilibrio de tensiones VUF, de la magnitud de la secuencia positiva V_1 y de la carga del motor, por eso la tensión de secuencia positiva debe ser una variable más en el análisis de la eficiencia y el factor de potencia.

Para un VUF dado si la tensión de secuencia positiva es mayor a la nominal aumentaran las pérdidas en el hierro del motor, así si el motor está fabricado con una densidad de flujo magnético muy cerca de la zona de saturación el aumento de las pérdidas en el hierro puede ser considerable.

La Tabla 4.3 presenta el efecto del desequilibrio de tensiones sobre la eficiencia y el factor de potencia del motor de 380 V, 4 KW, 50 Hz, en función del desequilibrio VUF y la tensión de secuencia positiva V_1. Se han considerado tres valores de V_1 ($0.95V_n$, V_n y $1.05\ V_n$) y para cada valor de V_1 se ha simulado 6 valores de VUF % (0% (equilibrio), 1%, 2%,3%,4%y5%).

Tabla 4.3. Efecto del desequilibrio en la eficiencia y el factor de potencia para el motor de 380 V, 4 KW, operando a potencia nominal y con diferente secuencia positiva V1=380, 361 y 399 V

Vab	Vbc	Vca	Ia	Ib	Ic	V1	% VUF	Perd	% EF	FP	S (desliza)
380	380	380	9,23	9,23	9,23	380	0	908,15	80,93	0,7594	0,047
383,8	378,11	378,11	9,53	9,3	8,87	380	1	910,44	80,89	0,7593	0,047
387,6	376,26	376,26	9,84	9,4	8,51	380	2	917,39	80,76	0,7592	0,047
391,4	374,43	374,43	10,16	9,51	8,16	380	3	928,93	80,54	0,759	0,0468
395,2	372,63	372,63	10,49	9,64	7,82	380	4	945,14	80,24	0,7587	0,0469
399	370,87	370,87	10,83	9,78	7,48	380	5	965,93	79,86	0,7584	0,047
Vab	Vbc	Vca	Ia	Ib	Ic	V1	% VUF	Perd	%EF	FP	S (desliza)
361	361	361	9,44	9,44	9,44	361	0	889,47	81,25	0,7777	0,0527

364,61	359,21	359,21	9,74	9,51	9,11	361	1	891,55	81,22	0,7776	0,0527
368,22	357,44	357,44	10,04	9,58	8,77	361	2	897,87	81,1	0,7775	0,0528
371,83	355,71	355,71	10,35	9,68	8,45	361	3	908,42	80,9	0,7772	0,0528
375,44	354	354	10,67	9,79	8,13	361	4	923,22	80,63	0,7769	0,053
379,05	352,32	352,32	10,99	9,92	7,81	361	5	942,18	80,28	0,7765	0,0531
Vab	Vbc	Vca	Ia	Ib	Ic	V1	% VUF	Perd	%EF	FP	S (desliza)
399	399	399	9,07	9,08	9,08	399	0	936,79	80,43	0,7397	0,0417
402,99	397,02	397,02	9,39	9,17	8,69	399	1	939,3	80,38	0,7396	0,0417
406,98	395,07	395,07	9,71	9,28	8,32	399	2	946,92	80,24	0,7395	0,0418
410,97	393,15	393,15	10,04	9,41	7,95	399	3	959,57	80,01	0,7394	0,0418
414,96	391,26	391,26	10,38	9,56	7,58	399	4	977,25	79,69	0,7392	0,0419
418,95	389,41	389,41	10,73	9,73	7,22	399	5	1000	79,28	0,7389	0,0421

La Figura 4.9, es la representación gráfica de la Tabla 4.3, en cuanto al efecto del desequilibrio y la tensión de secuencia positiva sobre la eficiencia del motor. Se observa que para el motor de 4 KW, norma IEC, la eficiencia del motor disminuye en 1% para un desequilibrio de VUF%= 5%. Asimismo que la eficiencia del motor es mayor para menor valor de la tensión de secuencia positiva. Esto indica que el motor está diseñado muy cerca de la zona de saturación magnética, con una densidad de flujo alta.

La Figura 4.10, muestra el efecto del desequilibrio y la tensión de secuencia positiva sobre el factor de potencia del motor de 4 KW, norma IEC. Se observa que el desequilibrio afecta muy poco el factor de potencia, para una V_1 constante. Asimismo que el factor de potencia aumenta al disminuir la tensión de secuencia positiva, el mayor factor de potencia se consigue con 361V y el menor con 399 V.

Figura 4.9. 9 Variación de la Eficiencia con la Tensión de secuencia positiva V1 y el índice de desequilibrio VUF. Motor 380 V, 4 KW, IEC.

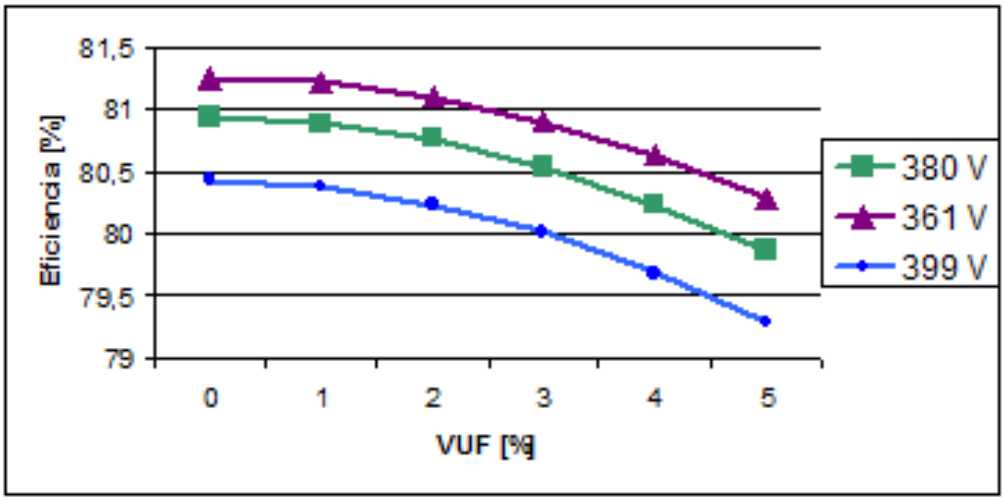
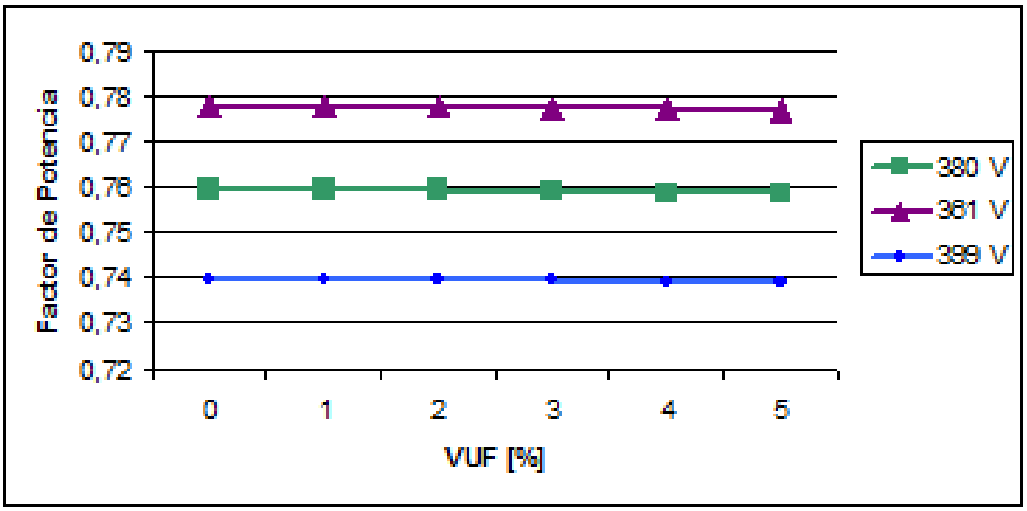


Figura 4.10. Variación del Factor de Potencia con la Tensión de secuencia positiva V1 y el índice de desequilibrio VUF. Motor 380 V, 4 KW, IEC.



La Tabla 4.4, presenta el efecto del desequilibrio de tensiones sobre la eficiencia y el factor de potencia para el motor de 220V, 3 HP, 60 Hz, norma NEMA, con el mismo procedimiento realizado para el motor de 4 KW. La Figura 4.11, muestra el efecto del desequilibrio y la tensión de secuencia positiva sobre la eficiencia del motor. Se observa que para el motor de 3 HP, norma NEMA, la eficiencia del motor disminuye en 1% para un desequilibrio de VUF%= 5%. Asimismo que la eficiencia del motor es mayor para el mayor valor de la tensión de secuencia positiva, contrariamente al motor de 4 KW,

IEC. Esto indica que el motor está diseñado con baja densidad de flujo, y no está cerca de la zona de saturación magnética.

Tabla 4.4. Efecto del desequilibrio en la eficiencia y el factor de potencia para el motor de 220 V, 3 HP, operando a potencia nominal y con diferente secuencia positiva V1=220, 209 y 231 V.

Vab	Vbc	Vca	Ia	Ib	Ic	V1	% VUF	Perd	% EF	FP	S (desliza)
220	220	220	8,41	8,41	8,41	220	0	349,25	86,626	0,7694	0,0353
222,2	218,91	218,91	8,8	8,47	7,98	220	1	350,4	86,584	0,7693	0,0353
224,4	217,83	217,83	9,21	8,56	7,55	220	2	353,88	86,457	0,769	0,0353
226,6	216,78	216,78	9,62	8,67	7,14	220	3	359,78	86,245	0,7684	0,0353
228,8	215,73	215,73	10,04	8,81	6,73	220	4	367,95	85,952	0,7676	0,0354
231	214,71	214,71	10,47	8,98	6,34	220	5	378,49	85,577	0,7666	0,0355
Vab	Vbc	Vca	Ia	Ib	Ic	V1	% VUF	Perd	% EF	FP	S (desliza)
209	209	209	8,64	8,64	8,64	209	0	357,36	86,342	0,7907	0,0398
211,09	207,96	207,96	9,02	8,68	8,24	209	1	358,41	86,303	0,7906	0,0399
213,18	206,94	206,94	9,41	8,75	7,84	209	2	361,62	86,189	0,7903	0,0399
215,27	205,94	205,94	9,81	8,84	7,46	209	3	366,92	85,998	0,7897	0,0399
217,36	204,95	204,95	10,22	8,96	7,08	209	4	374,38	85,732	0,7889	0,04
219,45	203,98	203,98	10,63	9,09	6,71	209	5	383,99	85,393	0,7879	0,04
Vab	Vbc	Vca	Ia	Ib	Ic	V1	% VUF	Perd	% EF	FP	S (desliza)
231	231	231	8,24	8,24	8,24	231	0	345,97	86,74	0,7466	0,0315
233,31	229,85	229,85	8,65	8,32	7,78	231	1	347,25	86,694	0,7465	0,0315
235,62	228,72	228,72	9,06	8,44	7,33	231	2	351,12	86,554	0,7461	0,0315
237,93	227,61	227,61	9,49	8,58	6,89	231	3	357,54	86,322	0,7456	0,0316
240,24	226,52	226,52	9,96	8,75	6,45	231	4	366,51	85,999	0,7448	0,0316
242,55	225,45	225,45	10,37	8,94	6,03	231	5	378,08	85,588	0,7439	0,0317

La Figura 4.12, muestra el efecto del desequilibrio y la tensión de secuencia positiva sobre el factor de potencia del motor de 3 HP, norma NEMA. Se observa que el desequilibrio prácticamente no afecta el factor de potencia. Asimismo que el factor de potencia aumenta al disminuir la tensión de secuencia positiva, el mayor factor de potencia se consigue con 209 V y el menor con 231V.

Figura 4.11. Variación de la eficiencia con la Tensión de secuencia positiva V1 y el índice de desequilibrio VUF. Motor 220 V, 3 HP, NEMA.

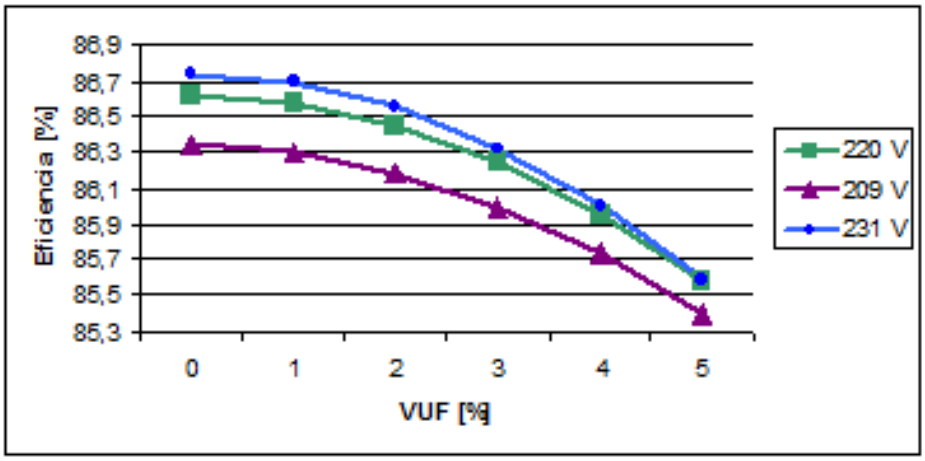
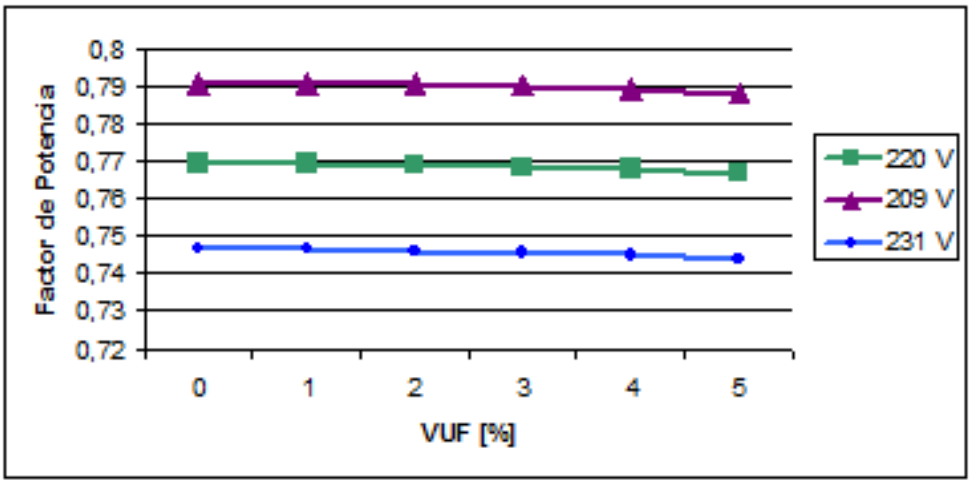


Figura 4.12. Variación del Factor de potencia con la Tensión de secuencia positiva y el índice de desequilibrio VUF.



4.6 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

El diagrama energético obtenido de los circuitos de secuencia muestra que las pérdidas en el rotor del motor de inducción en condiciones de desequilibrio, muestra que las pérdidas en los devanados del rotor de secuencia negativa tiene dos fuentes: la potencia eléctrica de secuencia negativa que transfiere la fuente $P_{entreh2}$ y la potencia mecánica que se gasta en vencer el par producido por el flujo magnético de secuencia negativa.

En la zona de operación del motor, la resistencia del rotor de secuencia negativa es varias veces la resistencia de secuencia positiva y la reactancia de secuencia negativa se reduce. Esto se debe al efecto de desplazamiento de corriente, pues mientras la frecuencia inducida de secuencia positiva en el rotor es para una frecuencia de 60 Hz de $f_1 = s \cdot f_{red} \approx 1-3\,Hz$, la frecuencia inducida de secuencia negativa es $f_1 = (2-s) \cdot f_{red} \approx 117-119.4\,Hz$.

En condiciones de desequilibrio de tensiones, la magnitud de las corrientes de línea del motor dependen de: el factor de desequilibrio VUF, la componente de tensión de secuencia positiva, el ángulo del CVUF y de las impedancias del circuito equivalente del motor (que dependen de la velocidad de operación). Si se fija el VUF y la tensión de secuencia positiva V_1, existirán tres situaciones de desequilibrio (definidos por el ángulo del CVUF) que darán una máxima corriente de línea que ocurren cuando las componentes corriente de secuencia están en fase. Asimismo existirán tres situaciones que darán una mínima corriente de línea que se presentan cuando las componentes de corriente están en contrafase.

Para un desequilibrio dado (V_1, VUF y ángulo CVUF definidos), en la zona de operación del motor la magnitud de la corriente de secuencia positiva depende fuertemente de la carga (deslizamiento), mientras la corriente de secuencia negativa se mantiene constante. Por eso el desequilibrio de corrientes CUF es fuertemente dependiente de la carga del motor y será mayor cuando menos cargado este el motor. Se ha verificado analítica y experimentalmente que, en la zona de operación del motor el CUF puede variar entre 4 a 11 veces el VUF.

En la zona de operación del motor, las pérdidas en el cobre producidas por la secuencia negativa dependen fundamentalmente de la magnitud de la tensión de secuencia negativa y no de la carga del motor. Por lo tanto las pérdidas de secuencia negativa, actúan como una pérdida independiente de la carga, adicional a las perdidas en el hierro y las mecánicas, afectando la eficiencia del motor.

Las pérdidas de secuencia negativa son proporcionales al cuadrado de la tensión de secuencia negativa. Asimismo como en la zona de operación la impedancia de secuencia negativa Z_{22} es aproximadamente igual a la impedancia de rotor bloqueado Z_{RB}, es posible evaluar la corriente de secuencia negativa y las pérdidas de secuencia negativa a partir de medidas y de datos de catálogo del fabricante.

El efecto del desequilibrio de tensiones sobre el factor de potencia, para una tensión de secuencia positiva constante, no es muy notorio en el rango del VUF de 0 a 5%. En general el factor de potencia aumenta cuanto menor sea la magnitud de la componente de secuencia positiva.

El desequilibrio de tensiones, para una magnitud de tensión de secuencia positiva constante, afecta la eficiencia aproximadamente en 1% para un VUF

de 5%. El efecto de la secuencia positiva sobre la eficiencia depende tipo de diseño del motor. Para motores diseñados con flujo magnético debajo de la zona de saturación, la eficiencia aumenta al disminuir la magnitud de la secuencia positiva y ocurre lo contrario para motores diseñados cerca a la zona de saturación magnética. Si el motor está diseñado muy cerca a la saturación magnética, es posible que un aumento de la tensión de secuencia positiva ocasione una variación mayor de las pérdidas en el hierro que las del cobre, esto generalmente sucede con motores IEC. Contrariamente si los motores están debajo de la zona de saturación, las pérdidas en el cobre pesarán más en el total de pérdidas que las perdidas en el núcleo.

Para desequilibrios de VUF menores a 2% en regímenes cercanos al deslizamiento nominal la corriente de secuencia positiva tiene gran influencia sobre el comportamiento del motor pues en estos casos la corriente de secuencia negativa es pequeña.

BIBLIOGRAFÍA

[1] RETTER, G. J., Matrix and Space-Phasor Theory of Electrical Machines. Published by Muszaki Konyvkiado, Budapest, 1987, Académiai Kiadó, Budapest, 1987. Printed in Hungary, 411 p.

[2] WILLIAMS, J. E., Operation of Three-Phase Induction Motors on Unbalanced Voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol. 73, pp. 125-133, April 1954.

[3] GAFFORD, B.N.; DUESTERHOEF, W.C. and MOSHER, C.C., Heating of Induction Motors on unbalanced voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol.PAS-78, pp. 282-297, June 1959.

[4] LINDERS, J. R., Effect of Power Supply Variations on AC Motor Characteristics, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.IA-8, No.4, pp. 383-400, July/August 1972.

[5] WOLL, R. F., Effect of Unbalanced Voltage on the Operation of Polyphase Induction Motors, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.IA-11, No.1, pp. 38-42, January/February 1975.

[6] CUMMINGS, P.B.; DUNKI-JACOBS, J.R. and KERR, R.H., Protection of Induction Motors Against Unbalanced Voltage Operation, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol. IA-21, pp. 778-792, May/June 1985.

[7] LEE, Ching-Yin, Effects of Unbalanced Voltage on Operation Performance of a Three-Phase Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion*, Vol.14, No.2, 1999, pp. 202-208.

[8] WANG, Y.J., Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalance on Induction Motors with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalance Factor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.16, No.3, September 2001, pp. 270-275.

[9] FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. and PILLAY, P., Influence of Unbalanced Voltage on the Steady-State Performance of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.19, No.4, 2004, pp.657-662.

[10] QUISPE, E. C.; GONZALEZ, G. and AGUADO, J. Influence of Unbalanced and Waveform Voltage on the Performance Characteristics of Three-phase Induction Motors. En: Proceeding of ICREPQ 2004, March 2004. [consultado 15 septiembre 2011]. Disponible en http://www.icrepq.com/PONENCIAS/4.279.QUISPE.pdf

[11] COSTA, A. and LOPEZ FERNANDEZ, X. M., Effects of Unbalanced Power Supply on Efficient Performance of Three Phase Induction Motors, Proceedings of XL International Symposium on Electrical Machines SME'2004, Hajnowka, Poland, 15-18 June 2004.

[12] SIDDIQUE, A., YADAVA, G. S. AND SINGH, B., Effect of Voltage Unbalance on Induction Motors, Conference Record of the 2004 IEEE International Symposium on Electrical Insulation, Indianapolis, in USA, 19-22 September 2004, pp.26-29.

[13] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-26, Rotating Electrical Machines - Part 26: Effects on Unbalanced Voltages on the Performance of Induction Motors, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2006.

[14] DE ARMAS, M. A. de y GOMEZ, J., Análisis Generalizado de los Motores Asíncronos con alimentación desbalanceada o no mediante la Teoría de los Campos Rotatorios, *Revista Energética*, No. 39, Revista Universidad Nacional de Colombia, Julio 2008, pp. 5-11.

[15] KOSTENKO, M. P. y PIOTROVSKI, L.M., Máquinas Eléctricas. Tomo II. Editado por la Editorial MIR, Moscú, Impreso en la URSS 1976, 720 p.

[16] DE OLIVEIRA, S.E.M., Operation of Three-Phase Induction Connected to One-Phase Supply, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol. 5, No. 4, pp. 713-718, December 1990.

[17] COCHRAN, Paul C., Polyphase Induction Motors: Analysis, Desing and Application, Copyright 1989 by Marcel Dekker, Inc., Print in USA, New York, 1989. 678 p.

[18] KOSTIC, M. and NICOLIC, A., Negative Consequence of Motor Voltage Asymmetry and Its Influence to the Unefficient Energy Usage, WSEAS *Transaction on Circuits and Systems,* Issue 8, Vol. 9, August 2010, pp.547-552.

[19] NATIONAL ELECTRICAL MANUFACTURERS ASSOCATION NEMA, Standard Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generators, Revision 1-2004, Publishing by NEMA, Rosslyn, USA, 2003.

[20] QUISPE, E., Una Visión Integral para el Uso Racional de la Energía en la Aplicación de los Motores Eléctricos de Inducción. Revista El Hombre y la Maquina, Año XV, No. 20-21, Jul/Dic 2003, Colombia, p.52-59.

[21] ELTOM, A. and AZIZ, M.A., The Economics of Energy Efficient Motors during Unbalanced Voltage Condition*. Proceedings of the Inagural IEEE Power Engeneering Society PES Conference and Exposition in Africa,* July 11-15, 2005, pp. 378-384.

[22] FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. and PILLAY, P., Influence of unbalanced voltage supply of three phase squirrel cage induction motor and economic analysis, *Energy Conversion and Management, Volume 47, Issue 3, February 2006,* pp. 289-302.

[23] QUISPE, E.; VIEGO, P. and COGOLLO, J., Statistical Equations to Evaluate the Effects of Voltage Unbalance on the Efficiency and Power Factor of a Three-Phase Induction Motors. WESEAS Transaction on Circuit and Systems. Issue 4, Volume 4, April 2005, ISSN 1109-2734, pp 234-239.

CAPÍTULO 5

EFECTO DEL DESEQUILIBRIO DE TENSIONES SOBRE LA DESCLASIFICACIÓN DE LA POTENCIA DEL MOTOR

El motor de inducción es un elemento fundamental en los procesos productivos industriales, pues es el encargado de poner en movimiento los mecanismos de trabajo. Por lo tanto es importante realizar acciones encaminadas a que su desempeño sea eficiente y confiable, de tal forma que se logre un equilibrio entre la eficiencia de la operación y el tiempo de vida del motor. Evidentemente, las acciones para cumplir con éste objetivo se integran en todo el ciclo de vida del motor: proceso de selección, instalación, protección, buenas prácticas de operación y el mantenimiento.

Una de las actividades del mantenimiento que asegura la correcta operación del motor, es el monitoreo periódico de sus variables de operación. Cuando el sistema de tensiones es desequilibrado, muchas variables del motor se afectan y el desequilibrio de corrientes puede causar un calentamiento excesivo en el devanado del motor. Así, en condiciones de desequilibrio, la desclasificación de la potencia del motor es una medida que protege al motor contra fallas imprevistas que pueden ser causadas por las corrientes desequilibradas.

En este capítulo se presentan tres criterios para la desclasificación de la potencia del motor mediante el método de las componentes simétricas, de tal forma que el motor opere sin peligro en condiciones de desequilibrio de tensiones. Se estudia el efecto que la tensión de secuencia positiva V_1, el factor de desequilibrio VUF y el ángulo del CVUF, tienen sobre el motor. Finalmente se presentan los resultados experimentales sobre el efecto de la tensión de secuencia positiva V_1 en la desclasificación de la potencia del motor, la eficiencia y el factor de potencia. Para la realización de las pruebas de calentamiento y desclasificación, se uso un sistema preciso de medición en línea de la temperatura en las zonas claves del motor.

5.1 EL CRITERIO FUNDAMENTAL DE LA DESCLASIFICACIÓN DE POTENCIA

Cuando el motor opera alimentado con un sistema de tensiones desequilibrado a una carga dada, las corrientes en las fases y la elevación de temperatura serán mucho mayores que cuando opera bajo las mismas condiciones de carga pero con tensiones equilibradas. Lo anterior debido al incremento de las pérdidas producidas por la componente de corriente de secuencia negativa, por lo tanto la potencia permisible del motor será menor que la potencia nominal para reducir la posibilidad de daño del motor. El hecho de determinar la

potencia permisible del motor en condiciones de desequilibrio, se le llama desclasificación de la potencia del motor.

Las Normas NEMA MG1 [1] y la IEC 600034-26 [2], establecen un criterio para realizar la desclasificación. El criterio puede enunciarse así: “En condiciones de desequilibrio de tensiones, las corrientes en el devanado del motor pueden exceder considerablemente la corriente nominal del motor. Entonces para evitar que un calentamiento excesivo afecte el aislamiento del bobinado y disminuya el tiempo de vida del motor, es necesario reducir la potencia de operación del motor, hasta un valor tal que el aumento de temperatura en condiciones de desequilibrio sea igual al aumento de temperatura nominal del devanado del motor”.

Este criterio es muy importante para la desclasificación de la potencia y está relacionado directamente con la temperatura del devanado. Por lo tanto el problema de la desclasificación de potencia, es fundamentalmente un problema de transferencia de calor, y su estudio detallado necesitaría la solución de las ecuaciones en tres dimensiones mediante modelos multifisicos. Sin embargo estos métodos son aplicados cuando se conocen todas las características de diseño y construcción del motor, condición que raramente se cumple en la industria. El método de las componentes simétricas no está relacionado en forma directa con la temperatura pero si está relacionado con las variables que producen las fuentes de calor, como son las pérdidas del motor.

5.2 EVOLUCIÓN EN LOS MÉTODOS PARA LA DESCLASIFICACIÓN DE POTENCIA

Tal como se mostró en el estado del arte del capítulo uno, el tema de la desclasificación de potencia ante desequilibrio de tensiones ha sido estudiado por varios autores en el transcurso de los años.

Una de las primeras propuestas fue la de Tracy, quien en la sección de discusión del artículo presentado por Williams en 1954 [3], propone el uso de una ecuación aproximada para la potencia desclasificada:

$$Potencia\ Desclasificada = Potencia\ Placa \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V_2}{V_n} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2}$$

En la ecuación de Tracy la relación (Z_1 / Z_2) es aproximadamente la misma que la relación de la corriente de rotor bloqueado a plena tensión a la corriente nominal, como se mostró en el capítulo cuatro.

En 1959 Gafford [4] muestra la corriente de secuencia negativa puede causar una distribución espacial desequilibrada de las pérdidas y el calentamiento y propone una ecuación experimental para estimar la elevación máxima de temperatura en el motor. Asimismo menciona que la alta conductancia térmica

del hierro respecto a la conductancia térmica del aire tiende a uniformizar la temperatura promedio en las fases aún haya un calentamiento no uniforme en las bobinas y recomienda usar termistores dentro de las bobinas para las pruebas.

En 1963 Berndt [5] presenta una metodología para calcular factores de desclasificación basado en experimentos de laboratorio y propone que la desclasificación sea incluida en la Norma MG1. Lee [11], al discutir el artículo de Berndt, propone calcular los factores de desclasificación considerando que la resistencia térmica de los bobinados del motor es despreciable y entonces el calentamiento adicional causado por el desequilibrio es distribuido en las tres fases.

En 1968 Rama [6] desarrolla dos métodos para calcular los factores de desclasificación y los compara con los factores propuestos por Berndt y Lee usando ensayos experimentalmente, concluye que los efectos del calentamiento se expresan mejor usando el factor de desequilibrio de corrientes que el desequilibrio de tensiones. En 1976 Seematter [7] desarrolla un programa de computador para calcular los factores de desclasificación usando los métodos de Lee y Berndt.

In 1978 la National Electrical Manufacturers Association incluye en la Norma NEMA MG1 [1], una curva para calcular los factores de desclasificación en función del PVU, ver Figura 5.1.a. NEMA construye ésta curva en base a resultados experimentales que indican que el porcentaje de incremento de la temperatura del motor debido al desequilibrio de tensiones es aproximadamente igual a dos veces el PVU elevado al cuadrado [8].

La IEC en su Standard 60034-26 [2] presenta una curva similar a la curva NEMA para la desclasificación del motor de inducción, la única diferencia es que en la curva IEC el factor de desclasificación está en función del índice VUF y está limitado a motores diseño N. Ver Figura 5.1.b.

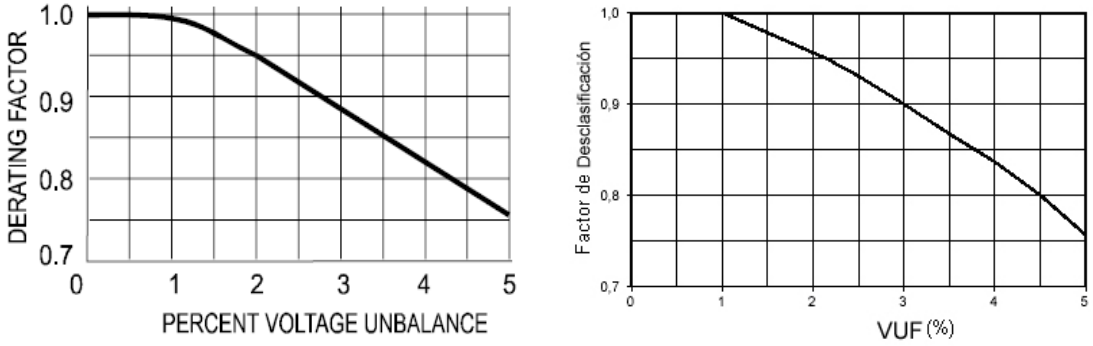
La curva de desclasificación NEMA se ha convertido en el método más usado en la industria para la desclasificación de motor con desequilibrio de tensiones, debido a la sencillez de su aplicación. Tal vez esta fue la causa para que a partir de 1978 no se reportaran publicaciones en este campo por casi 20 años.

En 1997 Kersting [9] menciona que la desclasificación de la potencia no sólo depende del grado de desequilibrio dado por el PVU, sino también de la forma del triángulo de tensiones, esto es equivalente a decir que depende del ángulo entre las componentes de secuencia positiva y negativa. La propuesta de Kersting es generalizada por Wang [10]- [11] que investiga el efecto del factor complejo de desequilibrio de tensiones CVUF, considerando el efecto de la magnitud y el ángulo del CVUF, en la capacidad de carga del motor.

El año 2002 Pillay [8] y el 2004 Faiz [12] presentan críticas la Curva de Desclasificación NEMA y también consideran que los índices PVU, VUF y

CVUF no dan información suficiente para considerar la desclasificación del motor. En ese sentido el 2006 Quispe [13] propone que para la desclasificación es necesario considerar tanto el voltaje nominal como el voltaje de secuencia positiva.

Figura 5.1. Curva para la desclasificación de la potencia del motor de inducción de mediana potencia en condiciones de desequilibrio de tensiones. (a) Curva desclasificación NEMA MG1 (b) Curva desclasificación IEC para motores de jaula de ardilla diseño N (uso general)



(a) (b)

Fuente: (a) NEMA Standards Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generator. Part 14, Page 11, Publishing by NEMA, USA, 2003. (b) IEC Standard IEC 60034-26, Rotating Electrical Machines Part-26, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2006.

La desclasificación de la potencia es un problema complejo pues esta definida por el fenómeno térmico que ocurre al interior del motor, por lo tanto es muy importante la realización de estudios experimentales, sin embargo en la literatura se reportan pocos trabajos en este aspecto. En el campo experimental están los trabajos de Wallace [14] que en 1997 presenta pruebas en tres motores de inducción, presentándose algunas diferencias de la Curva NEMA. En 1998 López-Fernández [15] presenta un estudio experimental sobre el efecto del desequilibrio en las temperaturas del motor y desarrolla un sistema de medición en línea de temperaturas, pero sin centrarse en la desclasificación de la potencia. El año 2006 Reinieri [16] presenta curvas de desclasificación de un motor de rotor bobinado considerando variaciones del CVUF en magnitud y ángulo. En 2007 Farahani [17] muestra los resultados de pruebas de un motor de jaula de ardilla, el año 2009 Gnacinski [18] y Springer [19] realizan pruebas de desclasificación que no coinciden totalmente con las curva NEMA. Sin embargo los estudios experimentales mencionados anteriormente, no consideran el efecto de la tensión de secuencia positiva en la desclasificación. El año 2011 Quispe [21], presentó un estudio experimental sobre la influencia de la tensión de secuencia positiva en la desclasificación de la potencia.

5.3 ANÁLISIS DE LA CURVA DE DESCLASIFICACIÓN NEMA MG1

Para aplicar la curva de desclasificación NEMA MG1 [1], en primer lugar se calcula el índice de desequilibrio del sistema PVU y en segundo lugar se recurre a la Curva de Desclasificación NEMA para determinar el factor de desclasificación y la potencia desclasificada. Con la curva de desclasificación propuesta por la IEC 60034-26 [2], el proceso es el mismo pero se usa el índice VUF.

El primer problema que se observa en esta metodología es que, como se demostró en el capitulo tres, los índices de desequilibrio PVU y VUF son insuficientes para caracterizar adecuadamente el desequilibrio del sistema trifásico de tensiones respecto a sus efectos sobre la operación del motor. Como se mostró en la Figura 3.6 del capítulo 3, los índices de desequilibrio no dan información sobre la magnitud del triangulo de tensiones. Por lo tanto, para un mismo índice de desequilibrio se presentarán puntos de operación mayores o menores a la tensión nominal de la máquina. La Norma IEC 60034-26 [2] aclara que este método es válido solo si la tensión promedio es la tensión nominal, pero no da recomendaciones cuando esta condición no se cumple.

De acuerdo al estudio realizado por Pillay [8], la curva de desclasificación de la potencia propuesta por NEMA se construyó tomando como base la siguiente ecuación empírica, construida para motores alimentados con sistemas equilibrados:

$$1+\frac{\%\Delta\theta_{bob}}{100}=\left(\frac{\%c\arg a}{100}\right)^{-1.7} \quad (5.1)$$

Para el caso del desequilibrio de tensiones se supone que el incremento porcentual de la elevación de temperatura en el devanado del motor, respecto a la elevación de temperatura nominal, es aproximadamente dos veces el factor de desequilibrio al cuadrado, así:

$$\%\Delta\theta_{bob}=2\cdot PVU^2 \quad (5.2)$$

Donde:

$\%\Delta\theta_{bob}$ = Incremento porcentual de la temperatura en el devanado

Este supuesto se basa en que sólo la tensión de secuencia negativa aporta pérdidas extras al motor y por lo tanto la tensión de secuencia positiva debería tener una magnitud igual a la nominal.

Así la ecuación experimental es la siguiente:

$$1+\frac{2(PVU)^2}{100}=\left(\frac{\%c\arg a}{100}\right)^{-1.7} \qquad (5.3)$$

En base a esta ecuación la curva de desclasificación NEMA da una relación entre el factor de desclasificación y el índice PVU, como se observa en la Figura 5.1.

La curva de desclasificación NEMA, establece que cuando un motor de inducción es conectado a un sistema de tensiones trifásico que tiene una componente de tensión de secuencia negativa que excede el 1% de componente de tensión de secuencia positiva, en un largo periodo de tiempo (al menos la constante térmica de la máquina), la potencia permisible del motor debe ser menor que la potencia nominal para reducir la posibilidad de daño del motor.

Los trabajos experimentales realizados por Wallace [14], Reinieri [16], Farahani [17], Gnacinski [18], Springer [19], muestran que la curva NEMA no se cumple completamente. El año 2011 Quispe [21], presentó un estudio experimental donde se muestra la influencia de la tensión de secuencia positiva en la desclasificación de la potencia.

5.4 CONCEPTOS PARA LA DESCLASIFICACIÓN DE LA POTENCIA

5.4.1 Concepto de Corriente Equivalente

Las pérdidas en el cobre del devanado del estator son:

$$P_{PerdCuEst}=r_e\cdot\left|I_a\right|^2+r_e\cdot\left|I_b\right|^2+r_e\cdot\left|I_c\right|^2=r_e\cdot\left(\left|I_a\right|^2+\left|I_b\right|^2+\left|I_c\right|^2\right) \qquad (5.4)$$

Estas mismas pérdidas, expresadas en función de los circuitos equivalentes de secuencia, son:

$$P_{PerdCuEst}=3\cdot r_e\cdot I_1^2+3\cdot r_e\cdot I_2^2=3\cdot r_e\cdot\left(I_1^2+I_2^2\right) \qquad (5.5)$$

Si consideramos que existe un sistema simétrico de corrientes que produce las mismas pérdidas en el devanado, que en las condiciones de asimetría. Entonces, las pérdidas del devanado con esta corriente ficticia, se expresaran así:

$$P_{PerdCuEst}=3\cdot r_e\cdot I_{eq}^2 \qquad (5.6)$$

Donde I_{eq} es la corriente equivalente.

Po lo tanto, de las Ecuaciones (5.4), (5.5) y (5.6), la corriente equivalente se puede expresar así:

$$I_{eq} = \sqrt{\frac{(|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2)}{3}} = \sqrt{(|I_1|^2 + |I_2|^2)} \qquad (5.7)$$

Es evidente que en régimen simétrico nominal, de la Ecuación (5.7), se deduce que: $I_{eq} = I_n$.

5.4.2 Concepto de "aumento nominal de temperatura en el devanado".

Las normas MG1 [1], la IEC 60034-1 [22] y la ICONTEC NTC 2805 [23], definen el concepto de 'aumento de temperatura', $\Delta\theta$, (temperature rise) para un elemento de una máquina, como la diferencia de la temperatura de ese elemento y la temperatura del refrigerante. Asimismo estas normas definen el concepto de valor nominal (rated value) como el valor de una magnitud, atribuida generalmente por el fabricante, para una condición específica de funcionamiento de la máquina.

Así, el "aumento de temperatura en el devanado del motor" (winding temperature rise), es la elevación de temperatura del devanado por encima de la temperatura del refrigerante. Por lo tanto la temperatura total en el devanado será la suma de la temperatura del refrigerante mas el 'aumento de temperatura´ $\Delta\theta$ del devanado. Este criterio es clave para la selección de la clase térmica del sistema de aislamiento del motor.

Se define el "aumento nominal de temperatura del devanado" (winding rated temperature rise), $\Delta\theta_{nom}$, como el aumento de temperatura por encima de la temperatura del refrigerante, que alcanza el devanado del motor, cuando llega al equilibrio térmico operando a condiciones nominales. Así, el concepto de "aumento nominal de temperatura del devanado" $\Delta\theta_{nom}$ es clave para seleccionar la clase térmica del aislamiento del motor. Por ejemplo, si el $\Delta\theta_{nom}$ = 80 °C y si se considera una temperatura ambiente máxima de 40 °C (NEMA e IEC), en operación nominal la temperatura del devanado alcanzara 120 °C y la clase térmica del aislamiento seleccionada será la clase térmica B.

Por lo tanto, si durante la operación del motor el $\Delta\theta$ en sus devanados nunca es mayor al $\Delta\theta_{nom}$, se asegura que el tiempo de vida del motor sea el previsto por el fabricante y el motor tenga confiabilidad en su operación.

5.5 CRITERIOS DE DESCLASIFICACIÓN DE POTENCIA.

En base a los parámetros definidos por el fabricante del motor se puede considerar tres criterios para la desclasificación del motor en condiciones de desequilibrio: el criterio de la Corriente Nominal, el criterio de la Corriente Equivalente Nominal y el criterio de las Pérdidas Nominales Totales.

A continuación se presentan estos criterios, que pueden ser calculados mediante las ecuaciones de componentes simétricas presentado en el capitulo cuatro. Estos criterios se analizaran en función del VUF, del ángulo del CVUF y de la componente de tensión de secuencia positiva.

5.5.1 El criterio de la Corriente Nominal

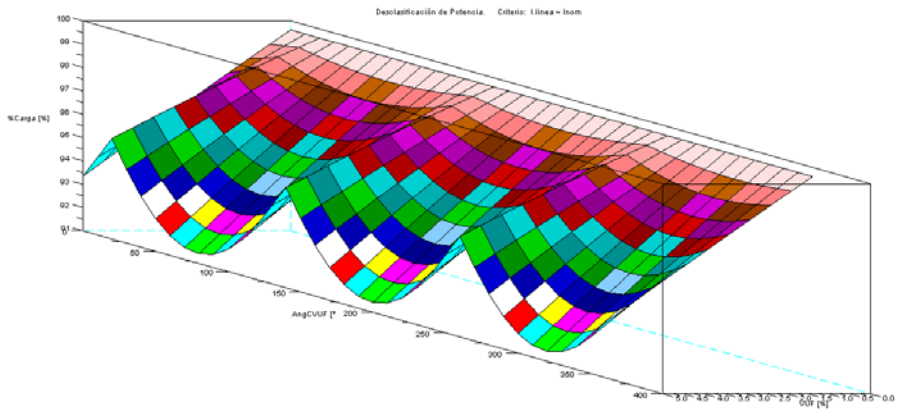
El criterio de la corriente nominal para la desclasificación de la potencia, se basa en considerar que la máxima potencia que puede entregar el motor, en condiciones de desequilibrio, ocurre cuando la corriente en alguna de sus fases es la corriente nominal. Entonces, debido a que en las otras dos fases la corriente será menor a la nominal, la potencia del motor será menor a la nominal.

De acuerdo a lo analizado en el capitulo cuatro, dado un desequilibrio VUF y una tensión de secuencia positiva V_1. A partir de las ecuaciones (4.29), (4.30) y (4.31), la magnitud de la corriente varía según el ángulo del CVUF, y de acuerdo a este criterio su valor máximo será la corriente nominal. Por lo tanto el criterio de la Corriente Nominal se expresa por la relación:

$$\left|I_a\right| = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right| \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| \cdot \cos\left(\theta_{I2} - \theta_{I1}\right) + VUF^2 \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|^2} \leq I_n \qquad (5.8)$$

Por lo tanto para aplicar este criterio de desclasificación, para un V_1 y VUF fijos, se varía el ángulo del CVUF de 0° a 360° y se va aumentando la carga del motor hasta que el valor máximo de la corriente sea la corriente nominal. Los resultados de la desclasificación de la potencia en tres dimensiones (% carga, VUF y ángulo del CVUF) para el motor de 4 KW, 380 V, se muestra en la Figura 5.2.

Figura 5.2. Simulación de la desclasificación de la potencia usando el criterio de la corriente nominal para el motor 4 KW, 380 V, IEC. En tres dimensiones: porcentaje de carga, VUF y ángulo del CVUF.



En la Figura 5.2, se observa que se presentaran tres valores de ángulo del CVUF (uno para cada fase) donde la potencia que entrega el motor es mínima, por lo que Berndt [5] lo llama caso mas desfavorable. Esto ocurre cuando la corriente de secuencia positiva y negativa están en fase, Figura 4.4.b, y entonces la corriente en la fase 'a' alcanzara la corriente nominal mientras las corrientes en las fases 'b' y 'c' serán iguales y pequeñas. Este caso ocurre, para este motor, cuando el ángulo del CVUF es 80°, 200° y 320°, y en ese caso la corriente en la fase a viene dado por la expresión:

$$I_{a\max} = |I_1| + |I_2| = |I_1| \cdot (1 + CUF) = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right| \cdot \left(1 + VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\right) = I_n \qquad (5.9)$$

Igualmente en la Figura 5.2 se observa que se presentan tres valores del ángulo del CVUF donde la potencia que entrega el motor es máxima y son 20°, 140° y 260°. Estos casos ocurren cuando las corrientes de secuencia positiva y negativa están en contra-fase. Así la corriente en la fase 'a' será minima y las corrientes en las otras dos fases serán iguales y más grandes, Figura 4.4.c, así el motor entregará una potencia mayor. La magnitud de la corriente de la fase 'a' en este caso es:

$$I_{a\min} = |I_1| - |I_2| = |I_1| \cdot (1 - CUF) = \left|\frac{V_1}{Z_1}\right| \cdot \left(1 - VUF \cdot \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|\right)$$

Por lo tanto cuando se aplica el criterio de la Corriente Nominal el ángulo del CVUF es una variable importante para la desclasificación de la potencia.

5.5.2 El criterio de la Corriente Equivalente Nominal

El criterio de la Corriente Equivalente Nominal para la desclasificación de la potencia, se basa en considerar que la máxima potencia que puede entregar el motor, en condiciones de desequilibrio, ocurre cuando las pérdidas en los devanados del estator del motor son iguales a las pérdidas que produce en ellos la corriente nominal. En este caso se debe de cumplir que: $I_{eq} = I_n$

Por lo tanto, igualando las ecuaciones (4.4), (4.5) y (4.6):

$$P_{PerdCuEst} = r_e \cdot \left(|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2 \right) = 3 \cdot r_e \cdot \left(|I_1|^2 + |I_2|^2 \right) = 3 \cdot r_e \cdot I_n^2$$

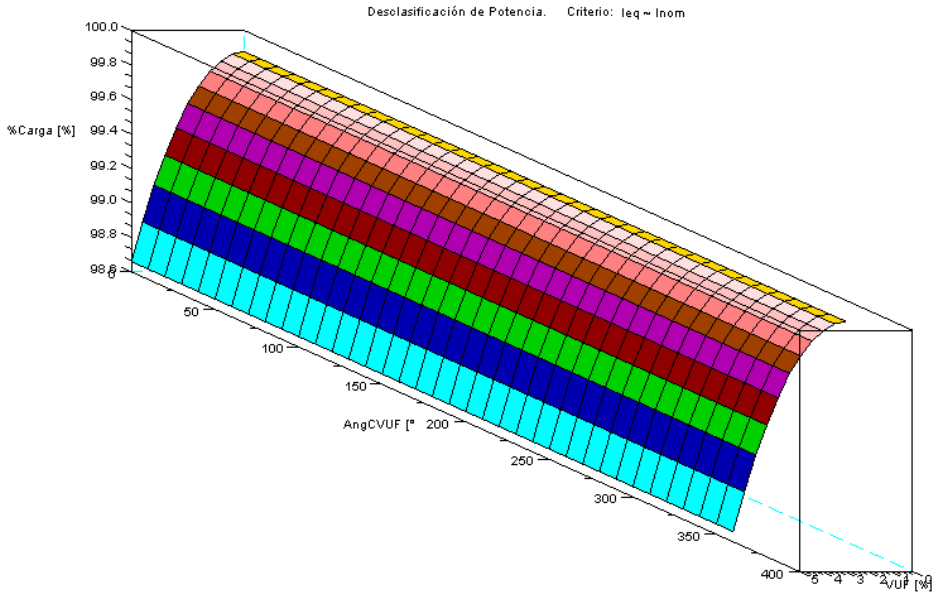
Así, la Ecuación (5.7) se transforma en:

$$I_{eq}^2 = I_n^2 = |I_1|^2 + |I_2|^2 = \sqrt{\frac{\left(|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2 \right)}{3}} \quad (5.10)$$

La ecuación (5.10) asegura que las pérdidas del devanado, en condición de desequilibrio de tensiones, sean las mismas que las nominales. Debido a que las pérdidas son cantidades escalares y están en función de la magnitud de las corrientes de secuencia elevadas al cuadrado, la desclasificación por este criterio no dependerá del ángulo del CVUF.

La Figura 5.3, muestra la desclasificación de la potencia en tres dimensiones (% carga, VUF y ángulo del CVUF), se observa que la potencia desclasificada no depende del ángulo entre las tensiones de secuencia negativa y positiva. Este criterio no considera en forma directa el efecto de las pérdidas en el rotor y en el núcleo, aunque las considera indirectamente. Asimismo, el hecho de no depender del ángulo del CVUF, puede interpretarse como si las pérdidas en el devanado se distribuyen uniformemente en éste. Este supuesto es aproximado y se basa en que la conductancia térmica del hierro y del cobre es mucho mayor a la conductancia térmica del aire.

Figura 5.3. Simulación de la desclasificación de la potencia usando el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal para el motor 4 KW, 380 V, IEC. En tres dimensiones:



5.5.3 El criterio de las Pérdidas Nominales Totales.

El criterio de las Pérdidas Nominales Totales, considera que la potencia máxima que puede dar el motor en condiciones de desequilibrio, son las pérdidas nominales del motor. Las pérdidas nominales del motor se obtienen cuando el motor es alimentado por un sistema de tensiones simétrico y en su operación cumple los valores nominales de tensión, corriente, potencia, y velocidad.

Las pérdidas que ocurren en la operación de los motores son fuentes de calor que causan la elevación de temperatura del motor. Operando en condiciones nominales y de simetría, el motor alcanzara el "aumento nominal de temperatura en los devanados", $\Delta\theta_{nom}$, valor que viene en la placa de datos de los motores NEMA como "temperature rise".

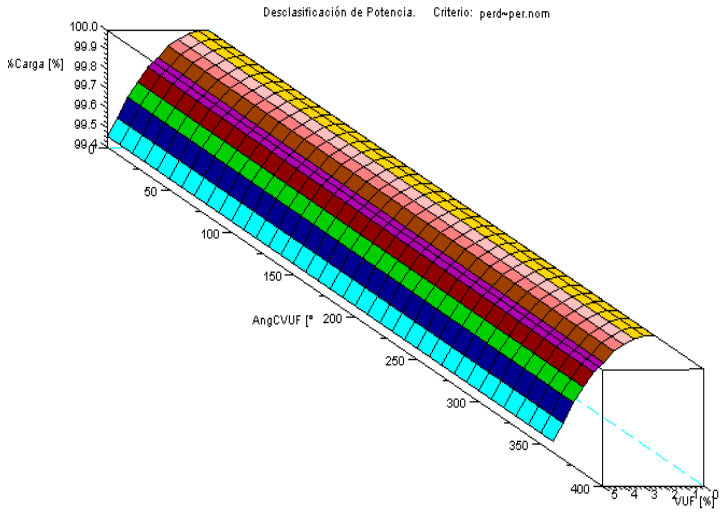
Igualando la Ecuación (4.37) a las pérdidas nominales del motor, se obtiene:

$$P_{Perd\_Tot} = 3\cdot\left(R_M \cdot \left|\frac{V_{1f}}{Z_M}\right|^2 + (R_1 + R_{21})\cdot\left|\frac{V_{1f}}{Z_{21}}\right|^2 + R_M \cdot \left|\frac{V_{2f}}{Z_M}\right|^2 + (R_1 + R_{22})\cdot\left|\frac{V_{2f}}{Z_{22}}\right|^2 \right) + P_{fv} = P_{Perd\ Nom}$$

Por lo tanto, al usar este criterio se están considerando las principales fuentes de calor, que en condiciones de desequilibrio, generaran el aumento de temperatura en el motor.

La Figura 5.4, muestra la desclasificación de la potencia en tres dimensiones (% carga, VUF y ángulo del CVUF). Se observa que con este criterio, la potencia desclasificada no depende del ángulo del CVUF. En este caso la no dependencia del ángulo del CVUF, igual que en el criterio de la Corriente Equivalente, se debe a que las pérdidas totales son magnitudes escalares.

Figura 5.4. Simulación de la desclasificación de la potencia usando el criterio de las pérdidas totales nominales, para el motor 4 KW, 380 V, IEC. En tres dimensiones:



5.6 SIMULACIÓN DE LOS CRITERIOS DE DESCLASIFICACIÓN PARA LOS MOTORES DE ESTUDIO.

Los tres criterios de desclasificación expuestos, se aplicaron para hallar la desclasificación de la potencia de los dos motores de estudio de 4KW y de 3 HP. Los motores fueron sometidos a pruebas de laboratorio, véase Anexo F, y los parámetros de los circuitos equivalentes de secuencia fueron calculados conforme al Anexo D.

La simulación de la desclasificación se hizo considerando los parámetros que definen el desequilibrio: el VUF, ángulo del CVUF y la tensión de secuencia positiva V_1.

5.6.1 Resultados de la Desclasificación para el Motor de 4 KW, 50 Hz, IEC.

5.6.1.1 Criterio de la Corriente Nominal para el motor 4 KW.

Usando el Criterio de la Corriente Nominal, se realizaron las simulaciones para tres magnitudes de V_1 (secuencia positiva) $380(V_n), 399(1.05 \cdot V_n), 361(0.95 \cdot V_n)$,

y para los casos críticos del ángulo del CVUF (20° y 80°), que se detectaron en la simulación.

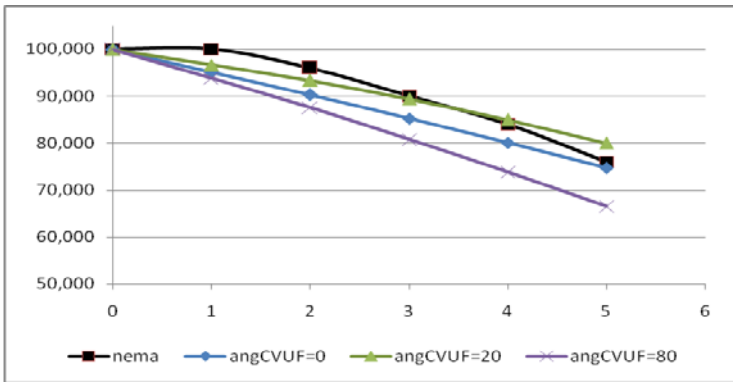
Resultados para $V_1 = V_n = 380$ V.

La Tabla 5.1 presenta los resultados de la desclasificación de potencia para el motor de 4 Kw, para una $V_1 = 380$ V, los ángulos críticos de CVUF 20° y 80°, la corriente nominal de 9.2 A y para seis valores de VUF y se compararon con la curva de desclasificación NEMA. La Figura 5.5, es el gráfico correspondiente a la Tabla 5.1. Se observa que la desclasificación de la potencia por el Criterio de Corriente Nominal, es más conservador que la curva NEMA, sobre todo para el caso más crítico de 80°.

Tabla 5.1. Desclasificación de la potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para V1 = 380 V y corriente nominal de 9.2 A.

CURVA NEMA		Angulo CVUF=0°		Angulo CVUF=20°		Angulo CVUF=80°	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	99,87172	0	99,87172	0	99,87172
1	100,000	1	95,10116	1	96,65125	1	93,80228
2	96,000	2	90,31724	2	93,33191	2	87,53241
3	90,000	3	85,25804	3	89,38985	3	80,78948
4	84,000	4	80,05452	4	84,93733	4	73,83542
5	76,000	5	74,70936	5	79,95296	5	66,52858

Figura 5.5. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia por el Criterio de la Corriente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 380 V y IN =9.2 A. Para ángulos CVUF= 0°,20° y 80°.

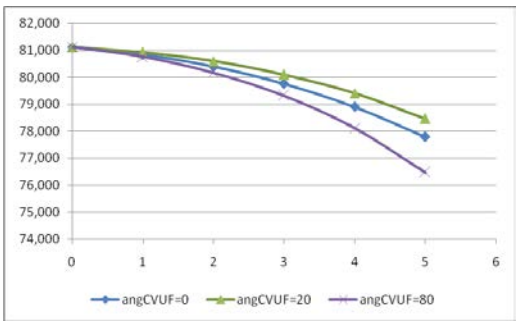


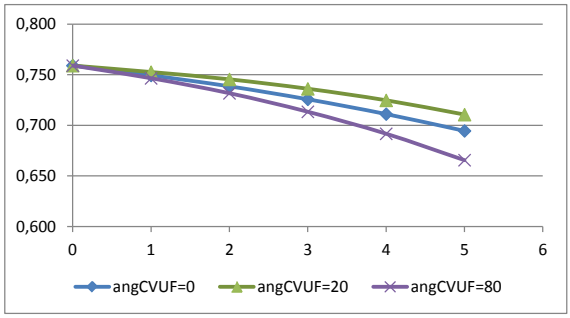
La Tabla 5.2, muestra como varía la Eficiencia y el Factor de Potencia para una $V_1 = 380$ V y los ángulos críticos de 20° y 80°, cuando VUF% varia de 0 a 5%. Asimismo, la Figura 5.6, muestra el gráfico de correspondiente a la Tabla 5.2, se observa que el motor presenta mayor eficiencia (EF) y factor de potencia (FP) para el caso más favorable (20°), lo que era de esperarse pues en ese punto el motor entrega más potencia activa.

Tabla 5.2. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para los ángulos del CVUF: 0°, 20° y 80°, In= 9.2 A y V1=380.

	0°	20°	80°	0°	20°	80°
%VUF	EF %	EF %	EF %	FP	FP	FP
0	81,117	81,117	81,117	0,759	0,759	0,759
1	80,831	80,917	80,754	0,749	0,753	0,747
2	80,391	80,595	80,178	0,739	0,745	0,732
3	79,755	80,1	79,317	0,726	0,736	0,713
4	78,901	79,404	78,12	0,711	0,725	0,692
5	77,79	78,46	76,474	0,695	0,711	0,666

Figura 5.6. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=380 V, In= 9.2 A y





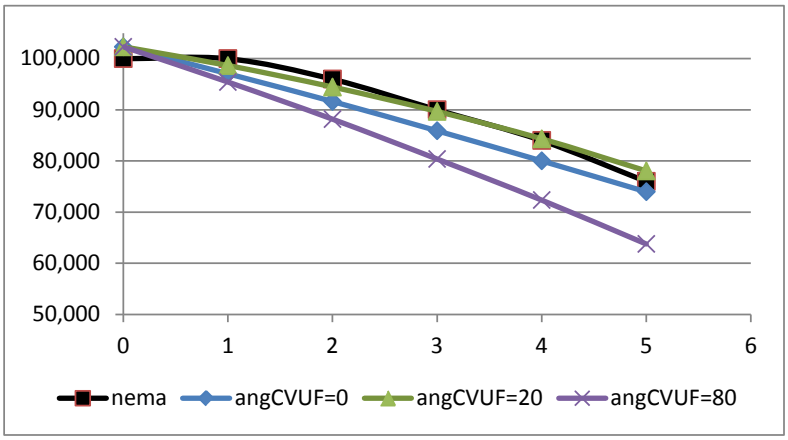
Resultados para V_1= 1.05 V_n= 399 V.

La Tabla 5.3 muestra los resultados de la desclasificación de potencia para V_1=399, los ángulos de CVUF críticos 20° y 80°y para valores de VUF% de 0 a 5%. La Figura 5.7, gráfica los resultados de la Tabla 5.3 y los compara con la curva NEMA. Se observa nuevamente este criterio es más conservador que la curva de desclasificación NEMA, pero aparece un acercamiento con la NEMA para el ángulo más favorable de 20°.

Tabla 5.3. Desclasificación de la potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para una V1 de 399 V y In = 9.2 A.

CURVA NEMA		Angulo CVUF=0°		Angulo CVUF=20°		Angulo CVUF=80°	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	102,296	0	102,296	0	102,296
1	100,000	1	97,033	1	98,642	1	95,414
2	96,000	2	91,616	2	94,441	2	88,160
3	90,000	3	85,894	3	89,670	3	80,375
4	84,000	4	80,014	4	84,317	4	72,352
5	76,000	5	73,977	5	78,042	5	63,773

Figura 5.7. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia por el criterio de la Corriente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 399 V y IN =9.2 A. Para ángulos CVUF= 0°,20° y 80°.

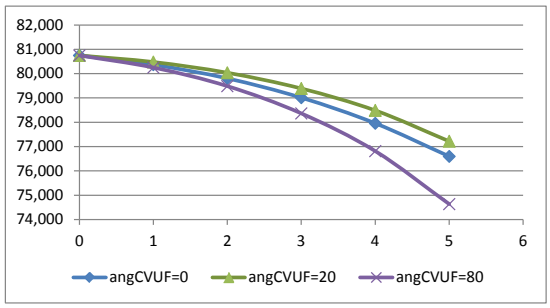


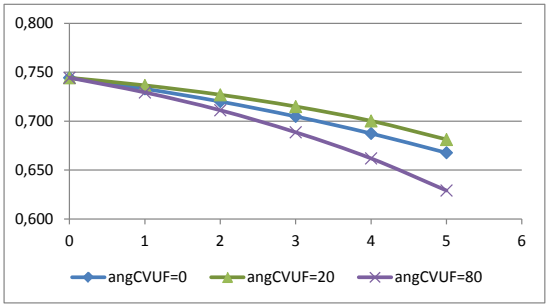
La Tabla 5.4, muestra la variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia para la tensión de secuencia positiva V_1= 399 V y los ángulos críticos de 20° y 80°. Asimismo, la Figura 5.8, muestra el gráfico de correspondiente a la Tabla 5.4. Se distingue que para V_1=399 V, los valores de eficiencia (EF) y factor de potencia (FP) disminuyen respecto a la tabla 5.2 donde V_1 =380 V.

Tabla 5.4. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para los ángulos del CVUF: 0°, 20° y 80°, In= 9.2 A y V1=399.

	0°	20°	80°	0°	20°	80°
%VUF	EF %	EF %	EF %	FP	FP	FP
0	80,747	80,747	80,747	0,744	0,744	0,744
1	80,366	80,477	80,249	0,733	0,737	0,729
2	79,803	80,036	79,485	0,720	0,727	0,711
3	79,009	79,389	78,363	0,705	0,715	0,689
4	77,956	78,488	76,813	0,687	0,700	0,662
5	76,595	77,221	74,633	0,668	0,681	0,629

Figura 5.8. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=399 y In= 9.2 A y los ángulos críticos 20° y 80°.





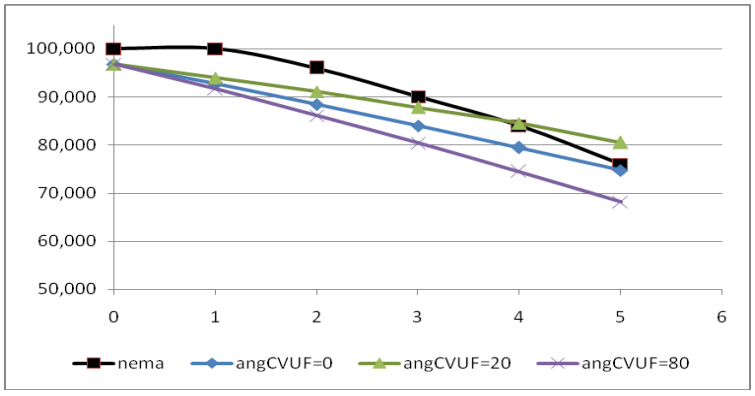
Resultados para V_1= 0.95 V_n= 361 V.

La Tabla 5.5 muestra los resultados de la desclasificación de potencia para una V_1= 361 V y los ángulos críticos 20° y 80°. La Figura 5.9, grafica los resultados de la Tabla 5.5 y los compara con la curva NEMA. Se observa claramente que la potencia desclasificada será menor en este caso en que V_1 se redujo a 361 V, respecto a cuando V_1 era mayor.

Tabla 5.5. Desclasificación de la potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para una V1 de 361 V y In= 9.2 A.

CURVA NEMA		Angulo CVUF=0°		Angulo CVUF=20°		Angulo CVUF=80°	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	96,790	0	96,790	0	96,790
1	100,000	1	92,731	1	93,973	1	91,595
2	96,000	2	88,428	2	91,068	2	86,108
3	90,000	3	83,994	3	87,848	3	80,437
4	84,000	4	79,429	4	84,531	4	74,463
5	76,000	5	74,736	5	80,530	5	68,178

Figura 5.9. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia por el criterio de la Corriente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 361 V y IN =9.2 A. Para ángulos CVUF= 0°,20° y 80°.

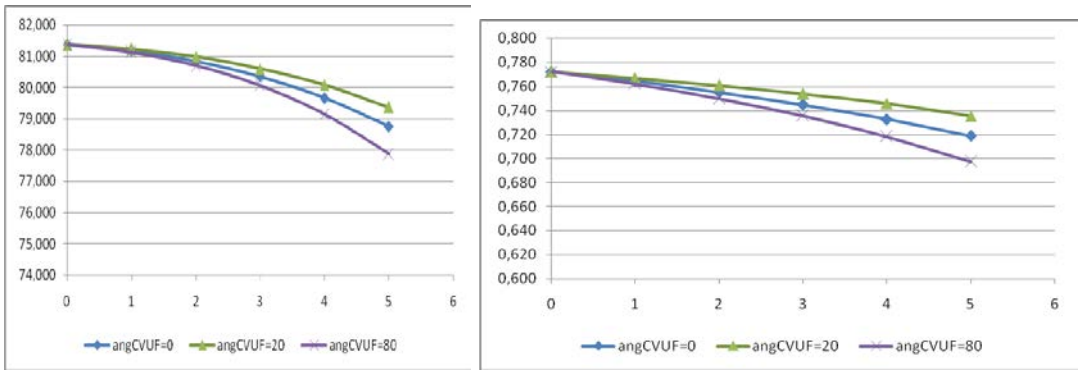


La Tabla 5.6, muestra la variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia para la tensión de secuencia positiva 361 V y los ángulos críticos de 20° y 80°. Asimismo, la Figura 5.10, muestra el gráfico de correspondiente a la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para los ángulos del CVUF: 0°, 20° y 80°, In= 9.2 A y V1=361.

	0°	20°	80°	0°	20°	80°
%VUF	EF %	EF %	EF %	FP	FP	FP
0	81,377	81,377	81,377	0,772	0,772	0,772
1	81,184	81,236	81,133	0,764	0,767	0,762
2	80,846	80,986	80,706	0,755	0,761	0,750
3	80,347	80,604	80,064	0,745	0,754	0,735
4	79,661	80,086	79,148	0,733	0,746	0,718
5	78,761	79,365	77,887	0,719	0,735	0,697

Figura 5.10. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=361 y In=9.2 A y los ángulos críticos 20° y 80°.



La Figura 5.10, muestra que los valores de Eficiencia y Factor de Potencia para V_1=361 son mayores que cuando la tensión V_1 era 380 ó 399, aunque es importante recordar que la potencia desclasificada es menor para V_1= 361 V.

5.6.1.2 Criterio de la Corriente Equivalente Nominal para el motor de 4 KW.

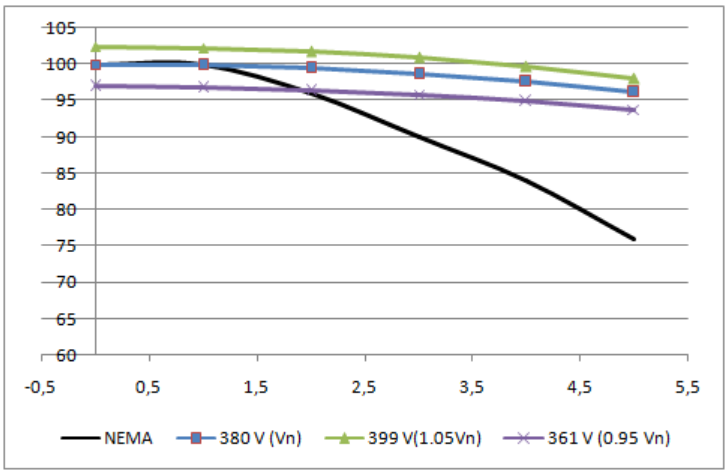
Aplicando el criterio de la Corriente Nominal, se realizaron las simulaciones para hallar la Desclasificación de Potencia, la Eficiencia y el Factor de Potencia del motor, para tres magnitudes de tensión de secuencia positiva V_1 $380(V_n), 399(1.05 \cdot V_n), 361(0.95 \cdot V_n)$, variando el VUF% de 0 a 5%.

La Tabla 5.7 presenta los resultados de la desclasificación de potencia para el motor de 4 Kw, para las tres tensiones de secuencia positiva y para seis valores de VUF y una corriente equivalente nominal de 9.2 A. Asimismo la Figura 5.11, muestra la gráfica de los resultados del cálculo, comparándolos con la curva de desclasificación NEMA. La gráfica muestra que con este criterio El motor da una mayor potencia desclasificada que las Normas NEMA para valores de V_1=380 y 399. Sin embargo para V_1=361 la potencia desclasificada es menor en el rango del 0 a 2%.Es decir para VUF de 0 a 2% la curva NEMA no está protegiendo al motor si V_1=361 V.

Tabla 5.7. Desclasificación de la Potencia por el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal, para V1 = 380 V, 399 V, 361 V y Corriente Equivalente Nominal de 9.2 A.

CURVA NEMA		380 V (V_n)		399 V(1.05V_n)		361 V (0.95 V_n)	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	100,000	0	102,427	0	96,915
1	100,000	1	99,847	1	102,253	1	96,781
2	96,000	2	99,385	2	101,734	2	96,374
3	90,000	3	98,614	3	100,862	3	95,809
4	84,000	4	97,533	4	99,641	4	94,972
5	76,000	5	96,136	5	98,065	5	93,746

Figura 5.11. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio de la Corriente Equivalente Nominal, comparado con la curva NEMA para V1 = 380 V, 399 V, 361 V y Iequiv =9.2 A

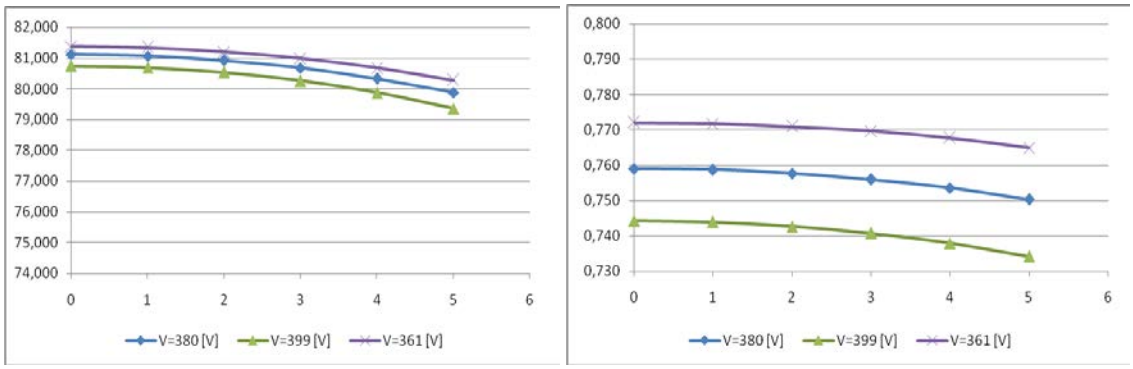


Respecto a la variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, la Tabla 5.8, muestra este comportamiento para las magnitudes de tensión de secuencia positiva V_1 =380 V, 399 V y 361 V. Asimismo, la Figura 5.12, muestra el grafico correspondiente que señala que la Eficiencia y el Factor de Potencia serán mayores para menores magnitudes de tensión de secuencia positiva V_1.

Tabla 5.8. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Corriente Equivalente, para V1=380, 399, 361V y Ieq=9.2

	380 V (V_n)		399 V(1.05V_n)		361 V (0.95 V_n)	
%VUF	EF %	FP	EF %	FP	EF %	FP
0	81,117	0,759	80,747	0,744	81,377	0,772
1	81,069	0,759	80,693	0,744	81,334	0,772
2	80,924	0,758	80,531	0,743	81,203	0,771
3	80,679	0,756	80,259	0,741	80,988	0,770
4	80,332	0,754	79,871	0,738	80,682	0,768
5	79,876	0,750	79,361	0,734	80,276	0,765

Figura 5.12. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V_1=380, 399 y 361 V y I_{eq}=9.2 A.



5.6.1.3 Criterio de las Pérdidas Nominales Totales para el motor de 4 KW.

El Criterio de las Pérdidas Nominales Totales se aplicó para hallar la desclasificación de potencia, la eficiencia y el factor de potencia del motor, para tres magnitudes de V_1: $380(V_n), 399(1.05 \cdot V_n), 361(0.95 \cdot V_n)$, variando el VUF% de 0 a 5%.

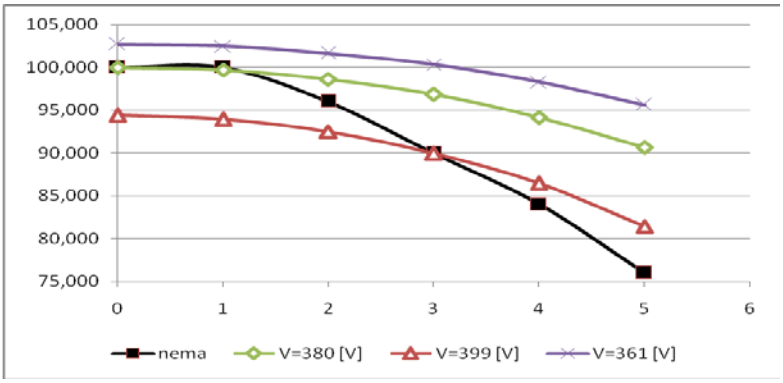
La Tabla 5.9 presenta los resultados de la desclasificación de potencia para el motor de 4 Kw, para las tres tensiones de V_1 , las Perdidas Nominales Totales del motor y para seis valores de VUF. Asimismo la Figura 5.13, muestra la gráfica de los resultados del cálculo, comparándolos con la curva de desclasificación NEMA.

La grafica, Figura 5.13, muestra que la potencia desclasificada es mayor que la curva NEMA si V_1 es 380 V y 361 V, mientras que si V_1 =399 la potencia disminuye entre 0 y 3%. Esto puede significar que al aumentar la tensión V_1 las pérdidas en el hierro aumentan de tal forma que se disminuye la capacidad de potencia del motor.

Tabla 5.9. Desclasificación de la Potencia por criterio de Pérdidas Totales Nominales, para los Valores de V1 de 380 V, 399 V, 361 V.

CURVA NEMA		380 V (V_n)		399 V(1.05V_n)		361 V (0.95 V_n)	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	100,000	0	94,409	0	102,697
1	100,000	1	99,719	1	93,936	1	102,456
2	96,000	2	98,621	2	92,511	2	101,628
3	90,000	3	96,822	3	89,972	3	100,315
4	84,000	4	94,184	4	86,447	4	98,287
5	76,000	5	90,681	5	81,444	5	95,638

Figura 5.13. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio Pérdidas Nominales, comparado con la curva NEMA para Valores de V1 de 380 V, 399 V, 361 V.

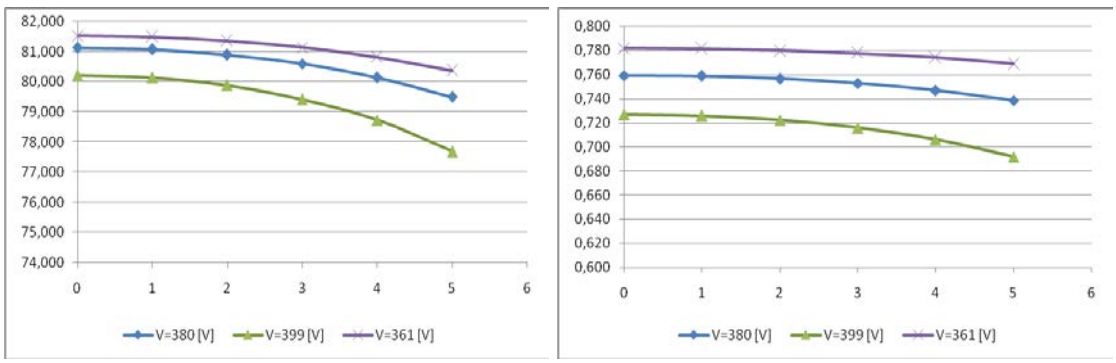


En relación al efecto sobre la Eficiencia y el Factor de Potencia, la Tabla 5.10, presenta los resultados para tres magnitudes de tensión de secuencia positiva V_1 =380 V, 399 V y 361 V. Resultados que son graficados en la Figura 5.14. Se observa claramente que la tensión de secuencia positiva V_1 tiene una clara influencia sobre la Eficiencia y el Factor de Potencia. Así, la EF y el FP serán mayores para menores magnitudes de tensión de secuencia positiva V_1.

Tabla 5.10. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Pérdidas Totales Nominales, para V1=380, 399, 361V.

	380 V (V_n)		399 V(1.05V_n)		361 V (0.95 V_n)	
%VUF	EF %	FP	EF %	FP	EF %	FP
0	81,123	0,759	80,219	0,727	81,526	0,782
1	81,069	0,759	80,135	0,726	81,484	0,781
2	80,893	0,756	79,879	0,722	81,356	0,780
3	80,590	0,753	79,417	0,716	81,138	0,778
4	80,135	0,747	78,726	0,706	80,814	0,774
5	79,498	0,739	77,688	0,692	80,369	0,769

Figura 5.14. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=380, 399 y 361 V. Criterio Pérdidas Nominales Totales.



5.6.2 Resultados de la Desclasificación para el Motor de 3 HP, 60 Hz, NEMA

5.6.2.1 Criterio de la Corriente Nominal para el motor 3 HP, 220V.

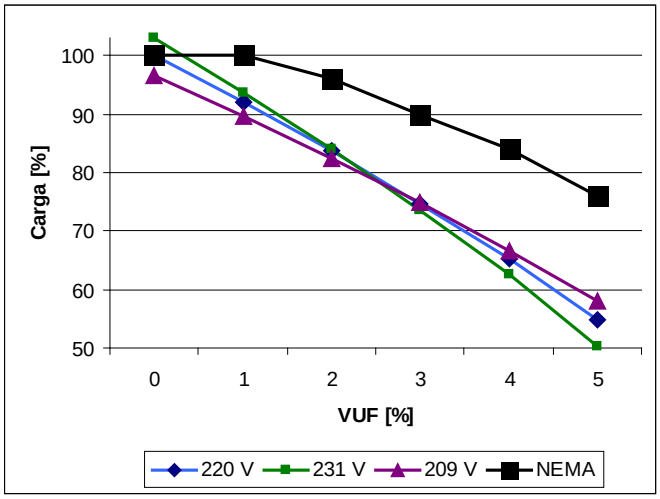
Empleando el criterio de la Corriente Nominal, se realizaron las simulaciones para tres magnitudes de V_1: $220V(V_n)$, $231V(1.05 \cdot V_n)$, $209V(0.95 \cdot V_n)$ y para el ángulo de 80°, que se encontró que da la situación más desfavorable para el motor.

La Tabla 5.11 presenta los resultados de la Desclasificación de Potencia para el motor de 3 HP, para las tensiones de secuencia positiva de $220V(V_n)$, $231V(1.05 \cdot V_n)$, $209V(0.95 \cdot V_n)$, el ángulo del CVUF de 80°, la corriente nominal de 8.4 A y para seis valores de VUF de 0 a 5%. Asimismo la Figura 5.15, muestra la gráfica de los resultados del cálculo, comparándolos con la curva de desclasificación NEMA. Se observa que el Criterio de la Corriente Nominal proporciona una potencia desclasificada menor que la dada por la curva NEMA, que la magnitud de la tensión V_1 solo afecta levemente la desclasificación y que el VUF afecta considerablemente la potencia del motor.

Tabla 5.11. Desclasificación de la Potencia con el Criterio de la Corriente Nominal, para V1 : 220 V, 231 V, 209 V , ángulo critico más desfavorable de 80° y In =8.4 A.

CURVA NEMA		220 V (V_n)		231 V(1.05V_n)		209 V (0.95 V_n)	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	100,000	0	102,881	0	96,476
1	100,000	1	92,052	1	93,735	1	89,628
2	96,000	2	83,689	2	84,113	2	82,407
3	90,000	3	74,739	3	73,662	3	74,804
4	84,000	4	65,183	4	62,516	4	66,679
5	76,000	5	54,834	5	50,284	5	58,004

Figura 5.15. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia con el Criterio de la Corriente Nominal comparado con la curva NEMA para V1=220 V, 231 V, 209 V y In =8.4 A

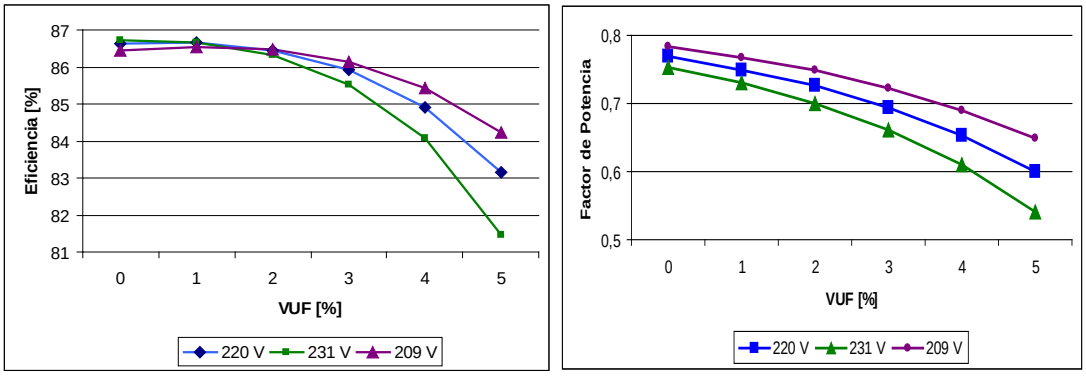


La Tabla 5.12, muestra la variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia para las magnitudes de V_1 de 220 V, 231 V, 209 V y el ángulo critico de 80°. Asimismo, la Figura 5.16 muestra el gráfico de correspondiente. Se observa que el desequilibrio afecta la Eficiencia para VUF mayores al 3%, siendo mayor el efecto para la mayor magnitud de V_1= 231 V. El Factor de Potencia (FP) es afectado por el VUF y es mayor para menores valores de V_1.

Tabla 5.12. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, criterio Corriente Nominal para V1=220, 231, 209 V y I=8.4 A, ángulo CVUF=80°

	220 V (V_n)		231 V(1.05V_n)		209 V (0.95 V_n)	
%VUF	EF %	FP	EF %	FP	EF %	FP
0	86,626	0,769	86,733	0,754	86,447	0,784
1	86,652	0,750	86,662	0,730	86,551	0,768
2	86,450	0,726	86,309	0,700	86,467	0,748
3	85,925	0,694	85,530	0,661	86,132	0,723
4	84,921	0,653	84,090	0,610	85,441	0,690
5	83,139	0,599	81,462	0,541	84,220	0,648

Figura 5.16. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=220 V, 231 V, 209 V y I=8.4 A y el ángulo crítico más desfavorable 80°.



5.6.2.2 Criterio de la Corriente Equivalente Nominal para el motor 3 HP.

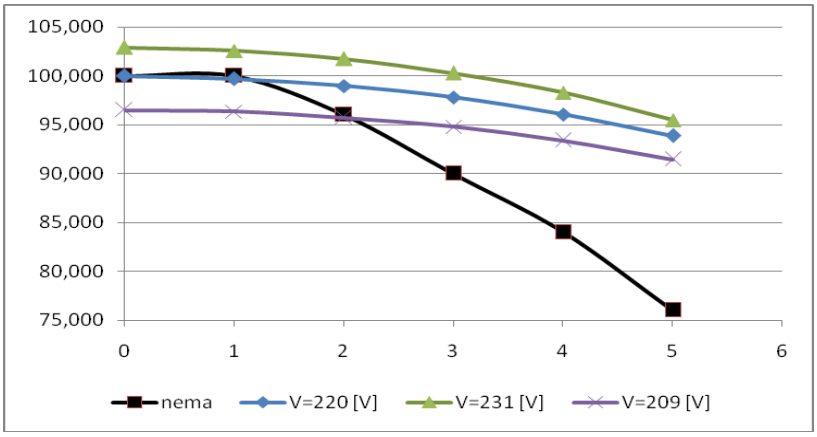
Usando este criterio y con la corriente equivalente nominal I_{eq}= 8.4 A, se realizaron las simulaciones para hallar la desclasificación de potencia, la eficiencia y el factor de potencia del motor. Se consideraron tres magnitudes de tensión de secuencia positiva $220(V_n), 231(1.05 \cdot V_n), 209(0.95 \cdot V_n)$, variando el VUF% de 0 a 5%.

La Tabla 5.13 presenta los resultados de la desclasificación de potencia para el motor de 3HP. Asimismo la Figura 5.17, muestra la gráfica de los resultados del cálculo, comparándolos con la curva de desclasificación NEMA. Se observa lo siguiente:
La desclasificación de potencia aumenta con el desequilibrio VUF%.
La desclasificación depende de V_1. Es mejor para valores mayores de V_1=220 V y 231 V. Para estos valores la curva NEMA esta sobreprotegiendo al motor, en todo el rango de variación del VUF.
Para V_1=209 V y VUF% entre 0 y 2%, la desclasificación es menor que la NEMA. Así la curva NEMA no protegería al motor en este rango.

Tabla 5.13. Desclasificación de la Potencia por criterio de la Corriente Equivalente, para los Valores de V1 de 220 V, 231 V, 209 V y Corriente equivalente de 8.4 A.

CURVA NEMA		220 V (V_n)		231 V(1.05V_n)		209 V (0.95 V_n)	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	99,872	0	102,296	0	96,790
1	100,000	1	99,719	1	102,122	1	96,657
2	96,000	2	99,257	2	101,604	2	96,250
3	90,000	3	98,487	3	100,732	3	95,686
4	84,000	4	97,408	4	99,514	4	94,850
5	76,000	5	96,013	5	97,939	5	93,626

Figura 5.17. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio de la Corriente Equivalente, comparado con la curva NEMA para V1=220, 231, 209 V y Iequiv =8.4 A



El efecto del desequilibrio sobre la Eficiencia y el Factor de Potencia, se muestra en la Tabla 5.14, para las magnitudes de V_1= 220 V, 231 V, 209 V y para valores de VUF de 0 a 5%. Los gráficos se presentan en la Figura 5.18. Se observa lo siguiente:

El factor de desequilibrio de tensiones VUF% afecta la eficiencia y el factor de potencia.

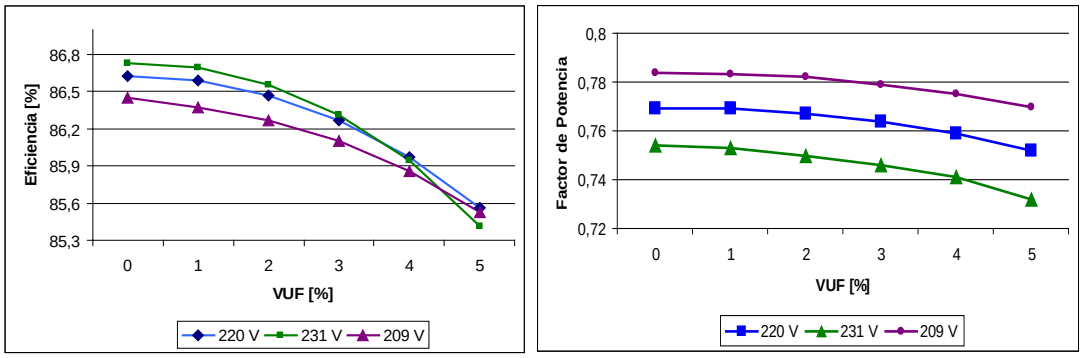
La tensión de secuencia positiva tiene un marcado efecto sobre la eficiencia, es superior a una mayor tensión V_1.

El factor de potencia aumenta a medida que la tensión de secuencia positiva disminuye.

Tabla 5.14. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Corriente Equivalente, para V1=220, 231, 209V y Ieq=8.4

	220 V (V_n)		231 V(1.05V_n)		209 V (0.95 V_n)	
%VUF	EF %	FP	EF %	FP	EF %	FP
0	86,626	0,769	86,733	0,754	86,447	0,784
1	86,588	0,769	86,689	0,753	86,411	0,783
2	86,470	0,767	86,554	0,750	86,308	0,782
3	86,267	0,764	86,323	0,746	86,128	0,779
4	85,973	0,759	85,986	0,741	85,871	0,775
5	85,576	0,752	85,523	0,732	85,527	0,770

Figura 5.18. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=220, 231 y 209 V y Ieq=8.4 A.



5.6.2.3 Criterio de las Pérdidas Nominales Totales para el motor 3 HP.

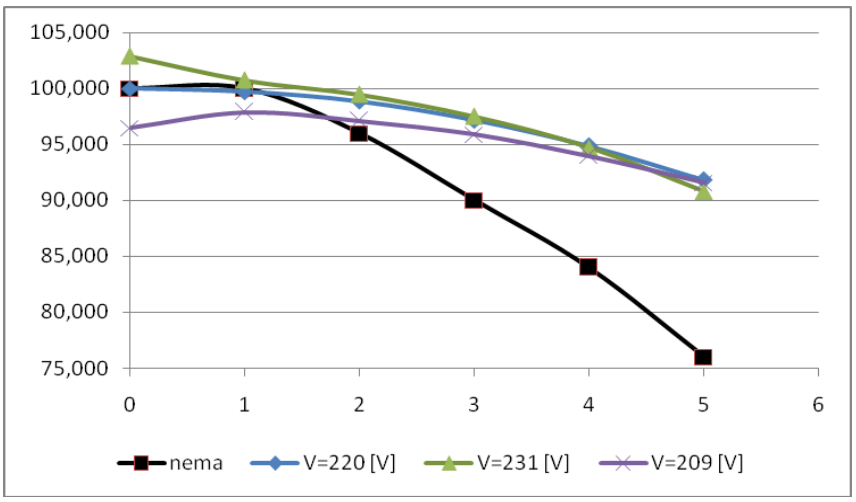
Mediante el Criterio de la Perdidas Nominales Totales se realizaron las simulaciones para hallar la desclasificación de potencia, la eficiencia y el factor de potencia del motor de 3 HP, 220 V, 60 Hz, fabricado con Norma NEMA. Considerando las pérdidas nominales del motor, se realizó el cálculo para tres magnitudes de V_1: $220(V_n)$, $231(1.05 \cdot V_n)$, $209(0.95 \cdot V_n)$ y variando el VUF% de 0 a 5%. Los resultados se presentan en la Tabla 5.15 y los gráficos en la Figura 5.19, donde se comparan con la curva de desclasificación NEMA. Se pueden hacer las siguientes observaciones:

El factor de desequilibrio de tensiones VUF% afecta la potencia del motor, pero en menor medida que la propuesta por la norma NEMA.
Si la magnitud de V_1 es igual o mayor que la tensión nominal, la curva NEMA esta sobreprotegiendo al motor para cualquier VUF.
Si la magnitud de V_1 es menor a la tensión nominal V_n=220, la curva NEMA esta desprotegiendo al motor, para VUF% en el rango de 0 a 2%.

Tabla 5.15. Desclasificación de la Potencia por criterio de Pérdidas Totales Nominales, para los Valores de V1 de 220 V, 231 V, 209 V.

CURVA NEMA		220 V (V_n)		231 V(1.05V_n)		209 V (0.95 V_n)	
PVU	**%Carga**	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga	%VUF	%Carga
0	100,000	0	100,000	0	102,881	0	96,476
1	100,000	1	99,711	1	100,723	1	97,874
2	96,000	2	98,853	2	99,436	2	97,124
3	90,000	3	97,142	3	97,492	3	95,870
4	84,000	4	94,844	4	94,718	4	93,982
5	76,000	5	91,796	5	90,775	5	91,572

Figura 5.19. Gráfico de la Desclasificación de la Potencia. Criterio Pérdidas Nominales, comparado con la curva NEMA para Valores de V_1 de 220 V, 231 V, 209 V.



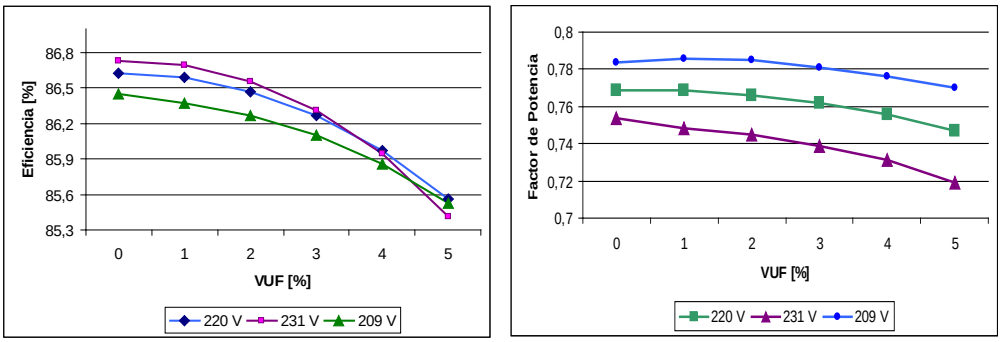
El efecto del desequilibrio sobre la Eficiencia y el Factor de Potencia, se muestra en la Tabla 5.16, para las magnitudes de V_1= 220 V, 231 V, 209 V y para valores de VUF de 0 a 5%. Los gráficos se presentan en la Figura 5.20.

Se observa lo siguiente:
El factor de desequilibrio de tensiones VUF% afecta la eficiencia. La disminuye en 1% para un VUF de 5%.
La tensión de secuencia positiva tiene un marcado efecto sobre la eficiencia, es superior a una mayor tensión V_1. El resultado es el mismo que con el criterio de la Corriente Equivalente Nominal.
El factor de potencia aumenta a medida que la tensión de secuencia positiva disminuye.

Tabla 5.16. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia. Criterio Pérdidas Totales Nominales, para V1=220, 231, 209V.

	220 V (V_n)		231 V(1.05V_n)		209 V (0.95 V_n)	
%VUF	EF %	FP	EF %	FP	EF %	FP
0	86,626	0,769	86,733	0,754	86,447	0,784
1	86,588	0,769	86,693	0,748	86,369	0,786
2	86,471	0,766	86,553	0,745	86,272	0,785
3	86,272	0,762	86,308	0,739	86,105	0,781
4	85,975	0,756	85,941	0,731	85,862	0,776
5	85,560	0,747	85,414	0,719	85,526	0,770

Figura 5.20. Variación de la Eficiencia y el Factor de Potencia, para V1=220, 231 y 209 V y Pérdidas Nominales.



5.7 VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE LA INFLUENCIA DE LA TENSIÓN DE SECUENCIA POSITIVA EN LA DESCLASIFICACIÓN DE LA POTENCIA

En las simulaciones realizadas para los motores ensayados se observa una importante influencia de la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1 en la potencia, eficiencia y el factor de potencia del motor. Para verificar experimentalmente esta característica era preciso contar con un equipo específicamente diseñado para este fin, para poder simular los diversos tipos de desequilibrio de tensión. Para luego hallar experimentalmente los factores de desclasificación y compararlos con la curva de desclasificación NEMA.

Existen pocos trabajos experimentales en el tema de la desclasificación de potencia, entre los reportados en los últimos años están los trabajos Reinieri [16], Farahani [17], Gnacinski y Springer [19], estos autores muestran resultados que no coinciden totalmente con las curva NEMA [1] e IEC [2]. Sin embargo los estudios experimentales mencionados anteriormente, no consideran el efecto de la tensión de secuencia positiva en la desclasificación. Un estudio experimental fue desarrollado por el autor para evaluar el efecto de la secuencia positiva en la desclasificación, estudio que fue reportado el año 2011 [21].

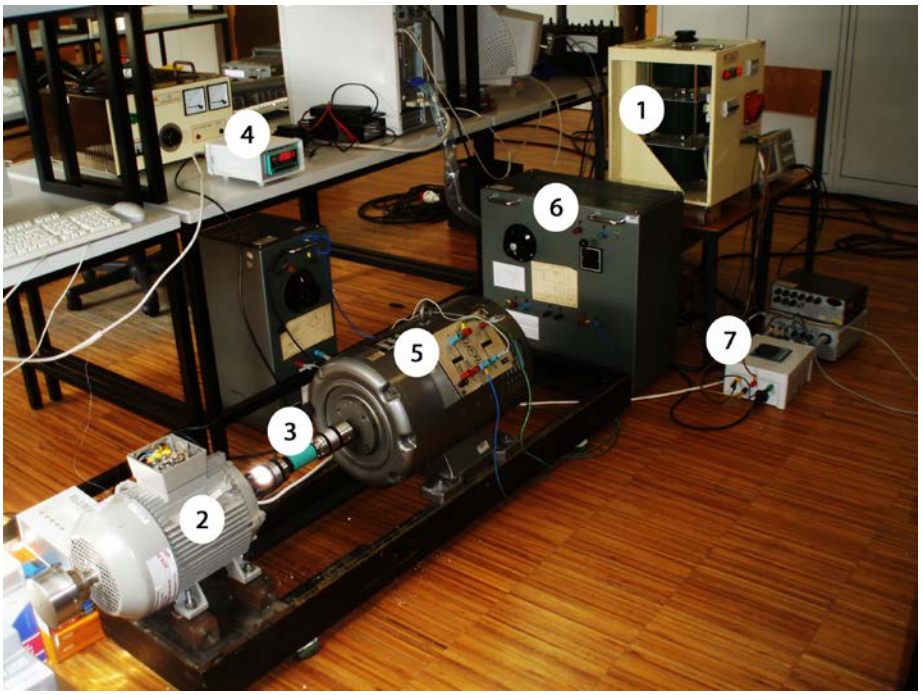
Las pruebas de desclasificación solo se realizaron en el motor de 4 Kw, pues contaba con el sistema de medición de temperatura implementado. El motor de 3 HP, no tenía el sistema de medición requerido por lo que solo se le realizó las pruebas electromecánicas.

Para la realización de las pruebas de calentamiento se uso un sistema preciso de monitoreo en línea con nueve termocuplas ubicadas en puntos clave del rotor y estator del motor. Las pruebas de desclasificación se realizaron sobre el motor de 4 kW, 1435 RPM, 50 Hz y sus resultados se compararon con la curva de desclasificación NEMA. Las pruebas se realizaron en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas de la Universidad de Coímbra con un motor especialmente adaptado desarrollado en la Universidad de Vigo [15], [24].

5.7.1 Equipos y elementos de laboratorio.

La descripción de los equipos usados en las pruebas de calentamiento y los resultados de las pruebas se encuentra en el Anexo E. Aquí se describirán brevemente los equipos usados.

Figura 5.21. Vista parcial del montaje usado para las pruebas de calentamiento del motor de 4 kW en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas de la Universidad de Coímbra.



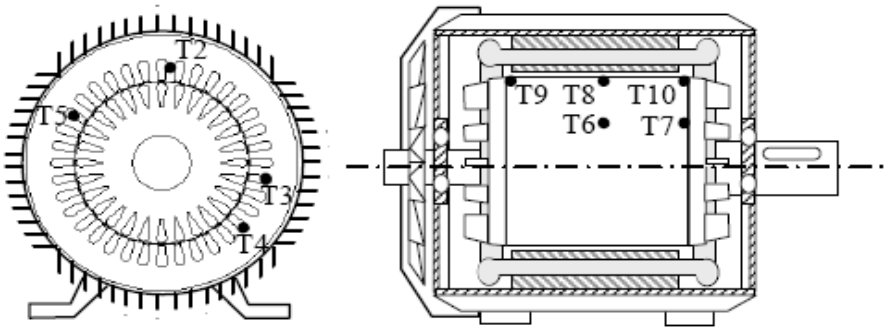
1: Autotransformador trifásico, 2: Motor de 4 Kw, 3: Torquímetro digital, 4: Traductor del Torquímetro, 5: Generador DC que simula la carga, 6: Resistencia de descarga del generador DC, 7: Analizador de Potencia.

La Figura 5.21 muestra el montaje usado en el laboratorio. El motor esta mecánicamente acoplado a un generador de corriente continua de excitación independiente, el cual actúa como carga mecánica descargando la potencia generada en un banco de resistencias. El par de salida del motor es medido mediante un sensor digital, acoplado entre los ejes del motor y el generador, y la velocidad se midió con un tacómetro digital.

Para causar el desequilibrio de tensiones sobre el motor, se uso un autotransformador trifásico, con tensiones fase-neutro independientemente controladas en el rango de 0 a 440V. Así para cada prueba se ajustaba el desequilibrio de tensiones deseado. Las variables eléctricas como tensión, corriente, potencia activa y reactiva, se midieron con un analizador de energía SENTRON PAC 3200, marca Siemens.

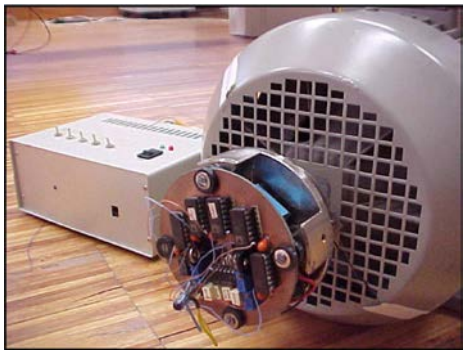
Para las pruebas se uso el motor de 4 Kw, 380 V, 50 Hz. El sistema de medición de temperatura de este motor fue desarrollado por el Dr. López-Fernández [15], [24], de la Universidad de Vigo, específicamente para este tipo de pruebas. El motor esta acondicionado con diez termocuplas instaladas en sitios claves en su interior, la localización espacial de éstas se muestra en la Figura 5.22. Las termocuplas T2, T3, T4 y T5 miden la temperatura en el estator; T2 está ubicado en los dientes del estator sobre el lado de acople de la carga y las otras tres están localizadas en las ranuras de las U, V y W, respectivamente. La termocupla T1 se usa para medir la temperatura ambiente del cuarto de prueba del motor. Las termocuplas T6, T7, T8, T9 y T10 están instaladas para medir la temperatura en lugares claves del rotor. Las termocuplas T8, T9 y T10estan ubicadas en la superficie del rotor, mientras T6 y T7 están ubicadas a 5 cm de la superficie del rotor.

Figura 5.22. . Localización del sistema de termocuplas instalado en el estator y el rotor del motor. Sistema desarrollado por el profesor López-Fernández [24].



El monitoreo de la temperatura se obtiene en-línea por un sistema de adquisición de datos. Para el estator por conexión directa de las termocuplas y para las temperaturas del rotor mediante un sistema de transmisión infra-roja, sistema desarrollado también por el profesor López-Fernández [15], [24]. El sistema de medición de la temperatura del rotor esta puesto en el eje del rotor en el lado del ventilador, como puede observarse en la Figura 5.23.

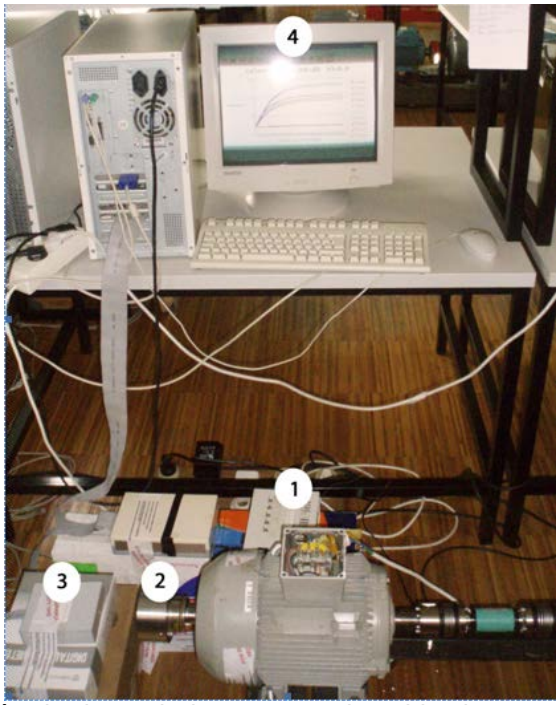
Figura 5.23. Sistema de transmisión infra-rojo.



Fuente: Lopez-Fernandez [15], [24].

El sistema de adquisición de datos de temperatura está conectado del motor a una computadora para grabar los datos de temperatura. Para las pruebas se uso un tiempo de muestreo de 15 minutos. Figura 5.24.

Figura 5.24. Vista completa del sistema de medición de temperatura del motor, el sistema de adquisición de datos esta conectado a un computador que grafica las temperaturas medidas.



1: Sistema de adquisición de datos de las termocuplas ubicadas en el estator, 2: Sistema de transmisión infrarrojo de las termocuplas ubicadas en el rotor, 3: Sistema de adquisición de datos del las rotor, 4: Computador que recibe los datos y los almacena periódicamente.

5.7.2 Metodología del trabajo experimental.

Determinación del "aumento nominal de temperatura" ($\Delta\theta_{nom}$)

Para la realización de las pruebas se uso el criterio fundamental de la desclasificación de potencia [1]. Por lo tanto en primer lugar se determino experimentalmente el "aumento nominal de temperatura del devanado", $\Delta\theta_{nom}$, que luego fue tomado como límite del calentamiento para los diferentes desequilibrios de tensión.

Para determinar experimentalmente el "aumento nominal de temperatura del devanado", $\Delta\theta_{nom}$, el motor trifásico de 4 KW, 380 V, fue sometido al ensayo de calentamiento a carga nominal, alimentándolo con tensiones equilibradas de magnitud nominal y a la frecuencia nominal, hasta que se alcanzo el equilibrio térmico. Para determinar la eficiencia y el factor de potencia, se siguieron los procedimientos normalizados por la IEC 34-2-1 [25].

A partir de la prueba de calentamiento, se determinó experimentalmente que la constante térmica del motor. Fue estimada en de 25 minutos, lo que indica que el motor se estabilizaba en aproximadamente 2 horas, por seguridad el tiempo de la prueba se extendió a 4 horas. Con el sistema de medición de temperatura en línea, se determinó que el "aumento nominal de temperatura del devanado" del motor de 4 kw es de 76°C ($\Delta\theta_{nom}$).

Determinación de las diferentes tipos de desequilibrio de prueba.

Para determinar la influencia de la secuencia positiva en la desclasificación de la potencia, el motor fue ensayado con tres diferentes valores de secuencia positiva para los mismos factores de desequilibrio de tensiones VUF, tal como se muestra en la Tabla 5.17.

Tabla 5.17. Tipos de desequilibrio de tensiones desequilibradas usados en las pruebas de calentamiento para la desclasificación de la potencia.

Tipo	Factor de Magnitud de Tension Equivalente	Tipo de desequilibrio	VUF% probados
I	$FMTE = \frac{V_1}{V_n} = 1.05$	Sobretensión Equivalente Desequilibrada.	1%, 2%, 3%, 4% y 5%
II	$FMTE = \frac{V_1}{V_n} = 1$	Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada.	1%, 2%, 3%, 4% y 5%
III	$FMTE = \frac{V_1}{V_n} = 0.95$	Subtensión Equivalente Desequilibrada.	1%, 2%, 3%, 4% y 5%

Para estudiar la condición de Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada, la tensión de secuencia positiva V_1 fue fijada al valor de la tensión nominal (380V) y las pruebas de calentamiento fueron realizadas para siete diferentes valores del factor VUF% entre 0% y 5%.

Para estudiar la condición de Sub-tensión Equivalente Desequilibrada, la tensión de secuencia positiva V_1 fue fijada en 95% la tensión nominal (361 V) y las pruebas de calentamiento fueron realizadas para siete diferentes valores del factor VUF% entre 0% y 5%.

Para estudiar la condición de Sobretensión Equivalente Desequilibrada, la tensión de secuencia positiva V_1 fue fijada al valor de 105% de la tensión nominal (399 V) y las pruebas de calentamiento fueron realizadas para siete diferentes valores de VUF % entre 0% y 5%.

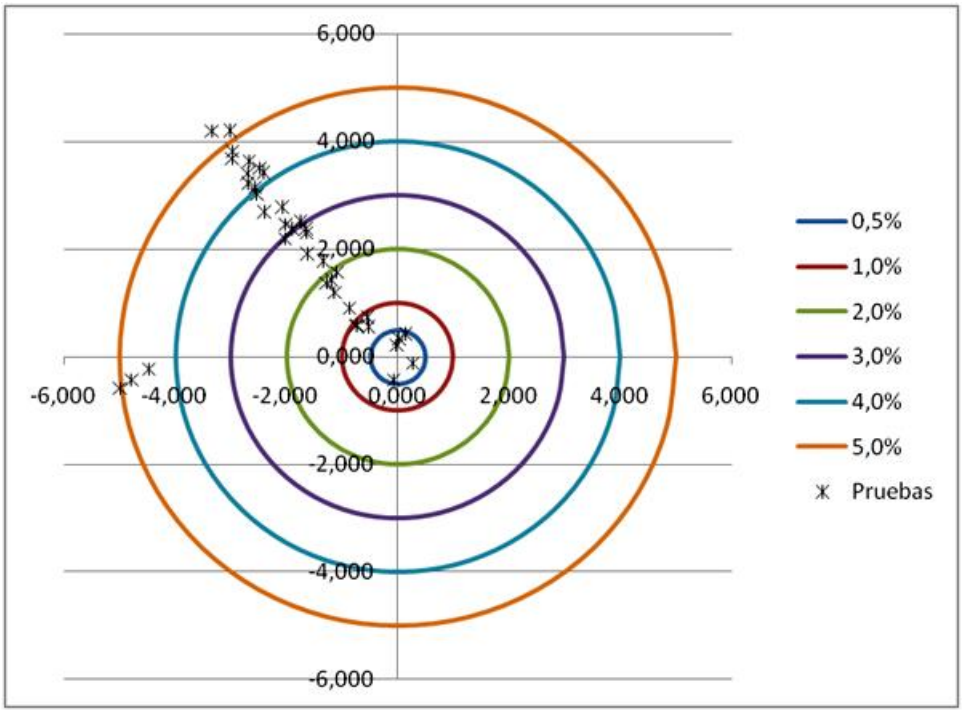
En todas las pruebas se mantuvo fijo el ángulo entre la tensión de secuencia negativa y positiva (ángulo del CVUF), para evitar alguna influencia del valor del ángulo. Esto se consiguió variando primero la tensión en una fase para lograr el VUF% y luego se procedía a variar todo el conjunto para encontrar la magnitud de V_1 deseada. El ángulo del CVUF usado en las pruebas vario

alrededor de 130 °, la ubicación del ángulo de las pruebas en el plano complejo se puede observar en la Figura 5.25.

Determinación de los factores de desclasificación

Los factores de desclasificación de la máquina, fueron determinados experimentalmente. En cada prueba, para cada VUF% y V_1 establecido, se procedía a cargar la maquina hasta que el valor de temperatura se estabilizara en $\Delta\theta_{nom}$ = 76°C (aumento nominal de temperatura). Una vez estabilizada la temperatura se procedía a esperar el equilibrio térmico, cada prueba duraba entre 3.5 a 4 horas. Luego con los datos obtenidos al final de cada prueba, se calculó la potencia entregada por el motor y luego el factor de desclasificación.

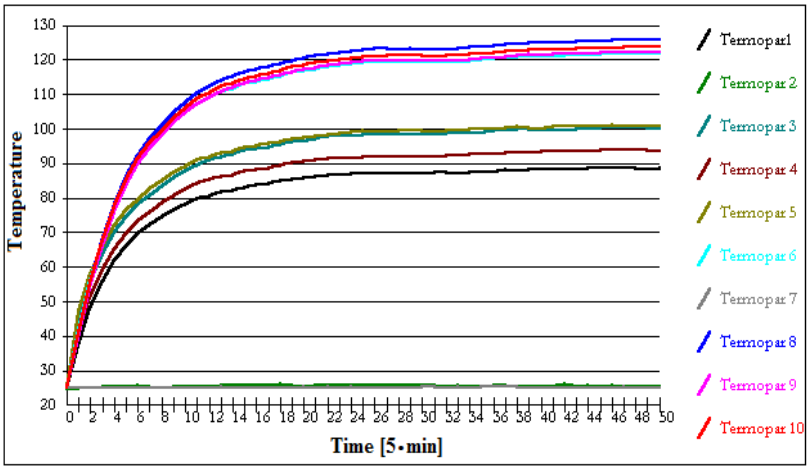
Figura 5.25. Gráfico en el plano complejo del CVUF de las pruebas realizadas en el motor de 4KW.



5.7.3 Resultados experimentales.

En total se realizaron veintidós pruebas de calentamiento en condiciones de desequilibrio, cada prueba tuvo una duración de aproximadamente 4 horas. La Figura 5.26 muestra el resultado de la prueba para un VUF de 4% y una magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1 de 380 V. El sistema de medición de temperatura en-línea permitió controlar la temperatura continuamente y se gravaron las mediciones en intervalos de 15 minutos.

Figura 5.26. Curvas de calentamiento en las diferentes partes del motor para VUF=4% y V1 =380 V



Los resultados parciales de las pruebas de calentamiento y desclasificación para los tres valores de tensión de secuencia positiva y para diferentes valores de VUF% entre 0 y 5%, se muestran en la Tabla F.2, Tabla E.3 y Tabla F.4.

La Tabla F.2 muestra los resultados de los factores de desclasificación obtenidos para la zona denominada de Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada, esta zona está caracterizada por que la tensión de secuencia positiva del sistema es de 380 V. La Tabla F.3 muestra los factores de desclasificación obtenidos experimentalmente para la zona denominada Sobretensión Equivalente Desequilibrada, para las pruebas se uso una tensión de secuencia positiva de 399 V. Finalmente, la Tabla F.4 muestra los factores de desclasificación obtenidos en las pruebas para la zona denominada Subtensión Equivalente Desequilibrada, para las pruebas se uso una tensión de secuencia positiva de 361 V.

La Figura 5.27, grafica los resultados obtenidos en las tablas F.2, F.3 y F.4. De la Figura se pueden realizar las siguientes observaciones:

- Para magnitudes de tensión de secuencia positiva igual o mayor a la tensión nominal. Los factores de desclasificación son iguales a la curva NEMA hasta un VUF% de 1%. Pero a partir de 1% la curva NEMA esta sobreprotegiendo al motor.
- Cuando la V_1 tiene un valor igual al 95% de la tensión nominal, para desequilibrios entre 0 y 2%, la curva NEMA no protege adecuadamente a la maquina.

  Esto se puede explicar usando el concepto de flujo de potencia en condiciones de desequilibrio de tensiones, ver la Figura 4.1. La tensión de secuencia positiva V_1 produce un flujo de potencia activa que puede convertirse en potencia mecánica, mientras la tensión de secuencia negativa V_2 produce un flujo de potencia activa que solo se convierte en pérdidas. Como la potencia nominal está definida cuando el motor es alimentado, a frecuencia nominal, con un sistema de tensiones

simétrico, de magnitud igual a la nominal, es decir: $V_1 = V_n$ y $V_2 = 0$. Si $V_1 = 0.95\ V_n$ el flujo de potencia de secuencia positiva no tendrá capacidad para entregar la potencia nominal con la corriente nominal y solo podrá alcanzar la potencia nominal con una corriente mayor a la nominal lo que implica un aumento de temperatura en el devanado mayor a la nominal, considerando además que la velocidad del motor disminuye al disminuir V_1. Por lo tanto para conservar el aumento de temperatura nominal en el devanado el motor debe dar menos potencia que la nominal, es decir del factor de desclasificación debe ser menor a 1.

- La tendencia de la curva es similar a la simulación teórica obtenida aplicando el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal.
- La curva permite verificar que la desclasificación del motor en condiciones de desequilibrio está fuertemente influenciado por la magnitud de secuencia positiva.

Asimismo la Figura 5.28 y 5.29, presentan los resultados experimentales del efecto del VUF% y de V_1 la Eficiencia y el Factor de Potencia, estos son:

- Se observa que el VUF% afecta tanto el EF como el FP.
- El motor presenta mayor eficiencia a menor tensión de secuencia positiva. Lo que indica que su diseño esta realizado con alto flujo magnético.
- El Factor de Potencia mejora si la magnitud de la secuencia positiva disminuye.
- La eficiencia disminuye en 1% para un VUF de 5%.

Figura 5.27. Curvas de desclasificación experimentales para tres diferentes valores de tensión de secuencia positiva. Comparación con la curva de desclasificación NEMA.

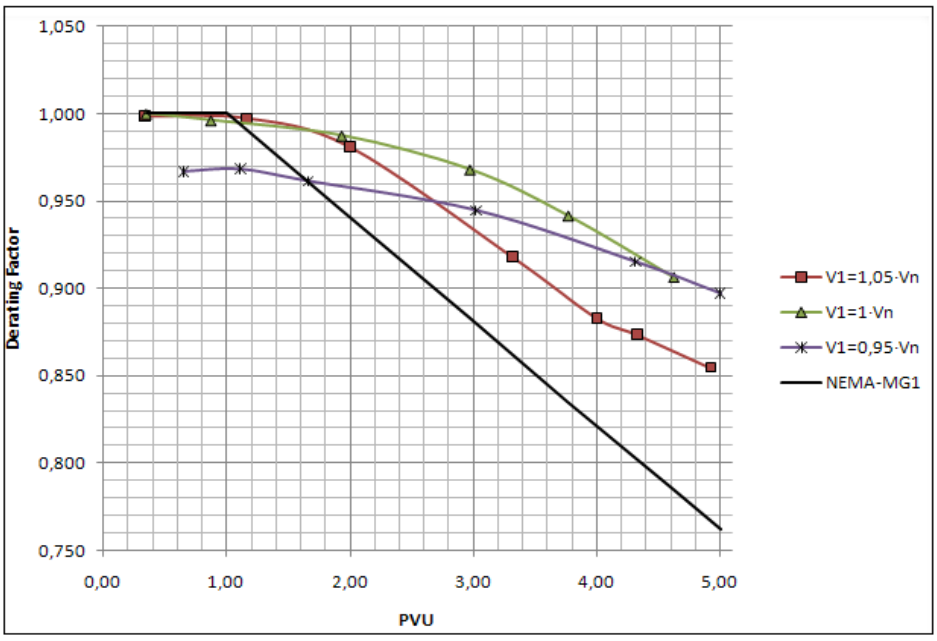


Figura 5.28. Variación de la eficiencia del motor en función del factor de desequilibrio y la tensión de secuencia positiva.

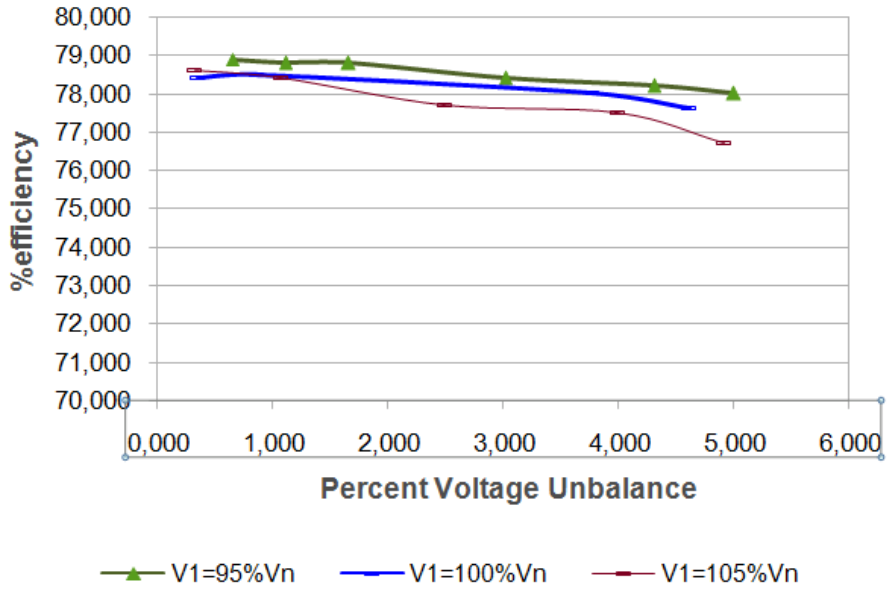
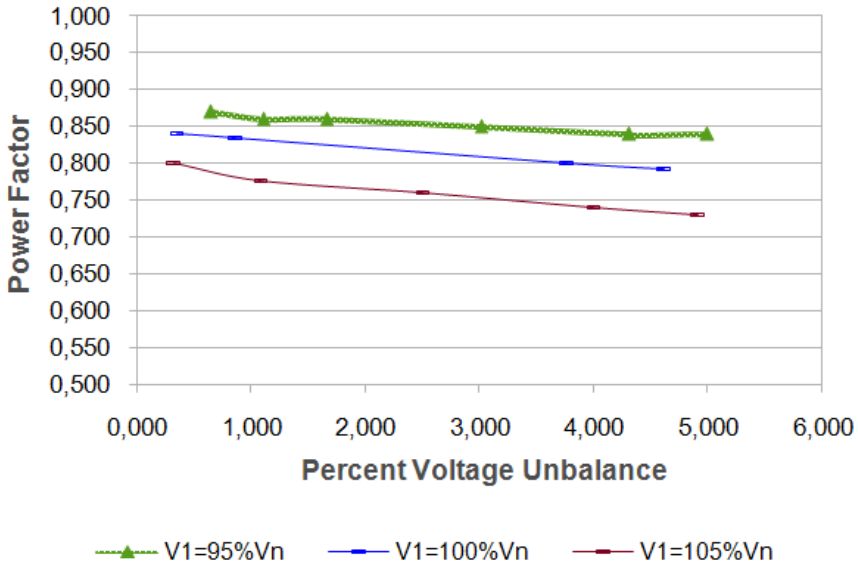


Figure 5.29. Variación del Factor de Potencia del motor en función del factor de desequilibrio y la tensión de secuencia positiva.



5.8 RECOMENDACIONES PRÁCTICAS PARA EL MONITOREO DEL MOTOR EN CONDICIONES DE CAMPO.

Las siguientes recomendaciones prácticas pueden ser de utilidad para que el personal de la industria examine la operación de los motores de inducción que operan con desequilibrio de tensiones, y realice acciones para protegerlos de fallas.

El factor de desequilibrio de tensiones VUF% puede ser calculado a partir de las magnitudes de las tensiones de línea y aplicando la carta de la Figura 3.19. El uso de esta carta evita el cálculo de las componentes simétricas de tensión.

La magnitud de la tensión de secuencia positiva de línea, es aproximadamente igual a la tensión promedio de las tensiones de línea (VP). Así, calculando VP, se conoce si el sistema tiene sobre tensión ó subtensión. En condiciones de desequilibrio es más perjudicial tener una tensión promedio menor a la tensión nominal. Por lo tanto se puede usar la Ecuación (3.33):

$$FMTE = \frac{|V_1|}{|V_n|} \approx \left(\frac{VP}{V_n} \right)$$

El desequilibrio de corrientes del motor en vacío, necesariamente no es un indicador de fallas en el motor, pues en esta condición un desequilibrio de tensiones de 1% puede generar desequilibrios de corriente del 11%. En cambio el desequilibrio de corrientes en carga esta en el rango de 4 a 7 veces el desequilibrio de tensiones. Por lo tanto la medición del desequilibrio de corrientes debe de medirse en carga.

La corriente de secuencia negativa, se puede estimar aproximadamente, pues para la zona de operación la impedancia de secuencia negativa es aproximadamente igual a la impedancia de rotor bloqueado de secuencia positiva. Por consiguiente la corriente de secuencia negativa se puede estimar usando la Ecuación (4.40):

$$|I_2| \approx FMTE \cdot VUF \cdot |I_{RB}|$$

Donde, la $|I_{RB}|$ se puede obtener directamente del catalogo del fabricante.

La velocidad de operación del motor debe de ser cercana a la velocidad nominal.

Se recomienda que se verifique la corriente equivalente sea menor ó igual a la corriente nominal, Ecuación (5.11). Relación que asegura que las pérdidas en los devanados sean iguales o menores a las nominales:

$$I_{eq} = \sqrt{\frac{\left(|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2 \right)}{3}} \leq I_n \qquad (5.11)$$

5.9 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Aplicando el método de las componentes simétricas, se presentan los fundamentos físicos y analíticos de tres criterios para la desclasificación de la potencia del motor de inducción en condiciones de desequilibrio de tensiones. El Criterio de la Corriente Nominal, el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal y el Criterio de las Pérdidas Nominales Totales. Estos criterios se obtienen directamente de los datos de placa del motor.

El análisis de la desclasificación, para los criterios mencionados, se puede realizar a partir de los parámetros de los circuitos de secuencia del motor, los que se calculan a partir de pruebas.

Los tres criterios de desclasificación fueron simulados para los dos motores de estudio. Los resultados muestran que la desclasificación de potencia, en todos los casos, depende del VUF y del V_1.

El Criterio de la Corriente Nominal es el que más protege al motor y en este caso la desclasificación de la potencia depende del ángulo del CVUF. Las impedancias de secuencia permiten calcular el ángulo del CVUF más favorable y más desfavorable para el motor. Sin embargo, los resultados experimentales muestran que con este criterio el aumento de temperatura del motor es menor al nominal.

En el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal y el Criterio de las Pérdidas Nominales Totales, la desclasificación no depende del ángulo del CVUF, entonces queda dependiendo del factor de desequilibrio VUF y de la magnitud de la secuencia positiva V_1.

El Criterio de la Corriente Equivalente Nominal muestra que la curva NEMA no protege al motor en el rango del 0 a 2%, si la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1 es menor a la nominal. Este hecho fue verificado experimentalmente.

Los resultados experimentales muestran que la magnitud de la tensión de secuencia positiva tiene una fuerte influencia en la desclasificación de la potencia del motor. Para pequeños desequilibrios (menores al 2%) la tensión de secuencia positiva incide mas en la potencia del motor que la secuencia negativa.

Se propone que tanto, la tensión de secuencia positiva V_1 como el factor de desequilibrio VUF%, deben ser considerados para los efectos de realizar la desclasificación de la potencia del motor. Si solo se tiene en cuenta el factor VUF% el usuario no puede desclasificar apropiadamente la potencia del motor.

Los resultados muestran que al aplicar la curva de desclasificación NEMA MG1 se está dando una protección complete al motor solo si la magnitud de tensión de secuencia positiva es igual o mayor que la tensión nominal.

Los resultados sugieren que la aplicación de la curva de desclasificación NEMA para condiciones de desequilibrio de tensiones debe ser reconsiderada con el propósito de proponer límites más adecuados.

El criterio de la corriente equivalente es el que coincide mas con los resultados experimentales, por lo tanto un método sencillo para asegurar la vida útil del motor en campo, es que se verifique la siguiente ecuación, que asegura que las pérdidas en los devanados sean iguales o menores a las nominales:

$$\sqrt{\frac{(|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2)}{3}} \leq |I_n|$$

Debido a que a partir del año 2009, las Normas Internacionales IEC [26] y NEMA MG1, redefinieron el diseño de los motores de inducción por su eficiencia, en tres tipos de motores. Se recomienda aplicar la metodología desarrollada para evaluar la desclasificación de la potencia en estos nuevos diseños.

BIBLIOGRAFÍA

[1] NATIONAL ELECTRICAL MANUFACTURERS ASSOCATION NEMA, Standard Publication ANSI/NEMA MG1-2003, Motors and Generators, Revision 1-2004, Publishing by NEMA, Rosslyn, USA, 2003.

[2] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-26, Rotating Electrical Machines. Part 26: Effects on Unbalanced Voltages on the Performance of Induction Motors, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2006.

[3] WILLIAMS, J. E., Operation of Three-Phase Induction Motors on Unbalanced Voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol. 73, pp. 125-133, April 1954.

[4] GAFFORD, B.N.; DUESTERHOEF, W.C. and MOSHER, C.C., Heating of Induction Motors on unbalanced voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pt.III-A,* Vol.PAS-78, pp. 282-297, June 1959.

[5] BERNDT, M. M. and SCHMITZ, N. L., Derating of Polyphase Induction Motors Operated with Unbalanced Line Voltages, *AIEE Transaction on Power Apparatus and Systems,* Vol. 81, pp. 680-686, February 1963.

[6] RAMA RAO, N. and JYOTHI RAO, P.A.D., Rerating Factors of Polyphase Induction Motors under Unbalanced Line Voltage conditions, *IEEE*

Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-87, No.1, pp. 240-249, January 1968.

[7] SEEMATTER, S. C. and RICHARDS, E. F., Computer Analysis of 3-Phase Induction Motor Operation on rural Open-Delta Distribution Systems, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-12, No.5, pp. 479-486, September/October 1976.

[8] PILLAY, P., Derating of Induction Motors Operating with a Combination of Unbalanced Voltages and Over and Undervoltages, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.17, No.4, 2002, pp.485-491.

[9] KERSTING, W.H. and PHILLIPS, W.H., Phase Frame Analysis Effects of Voltage Unbalance on Induction Machines, *IEEE Transaction on Industry Applications,* Vol.33, No.2, March/April 1997, pp. 415-420.

[10] WANG, Y.J., An Analytical Study on Steady-State performance of an Induction Motor connected to Unbalance three-phase Voltage, *Proceeding of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting 2000,* Singapore, January 2000, pp. 23-27.

[11] WANG, Y.J., Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalance on Induction Motors with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalance Factor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.16, No.3, September 2001, pp. 270-275.

[12] FAIZ, J.; EBRAHIMPOUR, H. and PILLAY, P., Influence of Unbalanced Voltage on the Steady-State Performance of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor, *IEEE Transaction on Energy Conversion,* Vol.19, No.4, 2004, pp.657-662.

[13] QUISPE, E. y PALACIOS, J., Análisis de las definiciones de desequilibrio de Tensión y su Influencia con los Efectos en la Operación de Motores Trifásicos de Inducción: La necesidad de una nueva definición, *Memorias del II Congreso Internacional sobre Uso Racional y Eficiente de la Energía CIUREE2006*, Cali - Colombia, 2-4 Noviembre 2006, ISBN 978-958-670-553-0

[14] WALLACE, A.; JOUANNE, A.; WIEDENBRUG, E.; ANDREWS, P.; WOHLGEMUTH, C.; DOUGLAS, J. and WAINWRIGHT, G. The Measured Effects of Under-Voltage, Over-Voltage and Unbalanced Voltage on the Efficiency and Power Factor of Induction Motor Over Wide Ranges of Load, *Proceeding of IEE 8th International Conference on Electrical Machines and Drives EMD97*, Vol 444, 1997, 1-3 September 1997, pp.258-262.

[15] LOPEZ FERNANDEZ, X.M.; COIMBRA, A.P.; PINTO, J.A.D.; ANTUNES, C.L. and DONSION, M. P., Thermal Analysis of an Induction Motor Fed by Unbalanced Power Supply Using a Combined Finite Element – Symmetrical Components Formulation, Proceedings of POWERCON´98. 1998

International Conference on Power System Technology, 1998, Volume 1, 18-21 August 1998, pp.620-624.

[16] REINERI, C. A; GOMEZ, J.C.; BALAGUER, E.B. and MORCOS, M. M., Experimental Study of Induction Motor Performance with Unbalanced Supply, *Electric Power Components and Systems,* Volume Number 34, December 2006, pp.817-829.

[17] FARAHANI, H. F.; HAFEZI, H. R.; JALILEAN, A.R. and SHOULAEI, A., Investigation of Unbalance Supplying Voltage on the Thermal Behavior of Squirrel Cage Induction Motor Using Monitoring System, *Proceedings of the 42nd International Universities Power Engineering Conference IEEE, UPEC 2007,* September 2007, Brighton, United Kingdom, pp. 210-216.

[18] GNACINSKI, P., Derating of an Induction Machine under voltage unbalance combined with over or undervoltages, *Energy Conversion and Management, Volume 50, Issue 4, April 2009,* pp. 1101-1107.

[19] SPRINGER, D.; STOLZ, E. and WIEDENBRUG, E., Experimental Analysis of Industry Standards on Derating of a Three-Phase Induction Motor due to Thermal Stress Caused by Voltage Unbalance, *Proceedings of the IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009.* September 20-24, 2009, pp. 1304-1308.

[20] MENDES, A. M. S.; QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M. and MARQUEZ CARDOSO, A. J., Influence of the Positive Sequence Voltage on the Temperature of Three-phase Induction, *Proceedings of the XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM 2010). Sept* 6-8, 2010, Rome, Italy.

[21] QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M., MENDES, A. M. S.; MARQUEZ CARDOSO, A. J. and PALACIOS, J. A., Experimental Study of the Effect of Positive Sequence Voltage on the Derating of Induction Motors under Voltage Unbalance, *Proceedings of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2011). May* 15-18, 2011, Niagara Falls, Canada.

[22] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-1, Rotating Electrical Machines. Part 1: Rating and Performance, Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2004.

[23] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS ICONTEC, Norma Técnica Colombiana NTC 2805, Máquinas Eléctricas Rotatorias. Características nominales y características de funcionamiento. Editada por el ICONTEC, Bogotá D.C., Colombia, 2005.

[24] LOPEZ FERNANDEZ, X. M.; DONSION, M. P. and DEL RIO, G., Measurement and Monitoring of Temperature of Induction Motor, *Proceedings*

*of the XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM 1996), pp. 439-442, Sept*ember, 1996, Vigo, Spain.

[25] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-2-1, Rotating Electrical Machines. Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests (excluding machines for traction vehicles), Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2007.

[26] INTERNATIONAL ELECTROTEHNICAL COMMISSION IEC, International Standard IEC 60034-30, Rotating Electrical Machines - Part 30: Efficiency classes of single-speed, three-phase, cage induction motors, (IE-Code), Publishing by IEC, Geneva, Switzerland, 2008.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

En esta investigación se ha validado la hipótesis de trabajo según la cual, mediante la aplicación del método de componentes simétricas, es posible caracterizar de una forma más precisa el desequilibrio de tensiones, cuantificar el efecto sobre la operación del motor de inducción y establecer una metodología para la desclasificación de la potencia del motor. Asimismo se ha evidenciado que el concepto matemático de simetría resulta fundamental para el estudio simplificado y práctico de la máquina de inducción.

Aunque las conclusiones se han presentado en cada capítulo, se considera importante presentar unas conclusiones generales de la investigación realizada.

1. El método de autovalores y autovectores permite revelar que la Transformación de Componentes Simétricas es la única transformación, del análisis matricial de máquinas eléctricas, que desacopla completamente las ecuaciones de tensión de la máquina de inducción. Pues la Transformación de Componentes Simétricas es la matriz modal de la matriz de impedancias de la máquina y entonces permite construir la Transformación de Similitud, que transforma la matriz de impedancias de la máquina, en coordenadas naturales, en una matriz de impedancias diagonal, en las coordenadas de secuencia. Por lo tanto, otras transformaciones que consigan desacoplar totalmente la ecuación de tensión de la máquina, estarán relacionadas necesariamente con la Transformación de Componentes Simétricas.

2. La estructura de la Transformación de Componentes Simétricas (matriz modal) se debe a los auto-vectores que la forman, son las soluciones de una matriz de simetría cíclica. Asimismo los autovectores de la matriz, representan las componentes de cada secuencia. La simetría cíclica de la matriz impedancias de la máquina de inducción se origina por la simetría que presenta la distribución espacial de sus devanados del estator y del rotor.

3. Al aplicar la Transformación de Componentes Simétricas a las variables naturales del rotor se obtienen componentes de secuencia giratorias, debido al giro de los devanados del motor. Por eso es necesario aplicar la transformación forward-bakcward que convierte las componentes simétricas giratorias en estáticas, ó variables forward-backward. Este cambio de referencia también se puede hacer usando otras transformaciones con la de vectores espaciales.

4. El método de las componentes simétricas modela la situación del motor en condiciones de desequilibrio, como si la máquina estuviera alimentado por dos

sistemas de tensiones simétricos de secuencia contraria, es decir como si el desequilibrio estableciera un sistema de secuencia negativa. El sistema de secuencia positiva creará un campo magnético giratorio de amplitud constante en el sentido de giro del rotor, cuyo lugar geométrico es un círculo. Asimismo el sistema de secuencia inversa establecerá un campo magnético giratorio de amplitud constante en el sentido de giro contrario al rotor. Los campos de secuencia positiva y negativa tienen la velocidad sincrónica y su resultante será un campo elíptico, que es lo que sucede en el motor en desequilibrio. Por lo tanto, el método consiste en calcular lo que sucede con cada condición simétrica y aplicar el principio de superposición para obtener el efecto del motor en la condición de desequilibrio.

5. Es importante incluir en el circuito de secuencia negativa del rotor, el efecto de desplazamiento de la corriente de secuencia negativa. Pues al ser la frecuencia de secuencia negativa mucho mayor que la frecuencia de la corriente de secuencia positiva. La resistencia del rotor aumentará y la reactancia disminuirá. Los valores de la resistencia y reactancia de secuencia negativa se pueden estimar mediante cálculos ó se pueden calcular a partir de pruebas como se realizó en este trabajo.

6. Los índices de desequilibrio actualmente usados VUF, PVU y CVUF, no caracterizan adecuadamente el sistema de tensiones desequilibrado, pues para un índice dado existirán infinitas tensiones que dan el mismo índice. Así estos índices son independientes del nivel de tensión que alimenta el motor. Usando un sistema de coordenadas ortogonales cuyos ejes son las tensiones de línea (cada punto representa un triángulo de tensiones de línea), se ha mostrado que:

- Existen infinitos puntos que dan el mismo VUF y su lugar geométrico tiene la forma aproximada de un cono.

- Existen infinitos puntos que dan el mismo PVU y su lugar geométrico tiene la forma de una pirámide hexagonal.

- Existen infinitos puntos que dan el mismo CVUF y su lugar geométrico tiene la forma de una recta (generatriz de un cono).

7. El sistema de tensiones queda completamente caracterizado si se usan tres parámetros, estos son: $(FMTE, VUF, \theta)$.

- FMTE: establece el nivel de tensión del sistema desequilibrado y lo clasifica como: Sobretensión Equivalente Desequilibrada (FMTE>1), Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada (FMTE=1) ó Subtensión Equivalente Desequilibrada (FMTE<1).
- VUF: el factor de desequilibrio de tensiones, que establece el grado de desequilibrio de tensión, es decir que tan grande es la componente de tensión de secuencia negativa respecto a la secuencia positiva.
- El ángulo del CVUF, que establece que tan separados están los fasores de tensión de secuencia positiva y negativa y define la forma del

triangulo de tensiones.

8. Los tipos de desequilibrios que pueden existir en el sistema de tensiones (magnitudes de tensión iguales a ángulos diferentes, y magnitudes de tensión diferentes a ángulos iguales), no se trasladan a los devanados del motor. Pues la simetría del motor y el neutro aislado del devanado, actúan como un filtro que elimina la tensión de secuencia cero y sitúa al neutro en el baricentro del triángulo de las tensiones de línea aplicadas.

9. De la conclusión anterior se deduce que para hallar el índice de desequilibrio PVUR (que requiere las magnitudes de las tensiones de fase), se deberá usar las tensiones de fase del devanado del motor. El uso de las tensiones de fase del sistema, puede llevar a grandes errores. Por eso es recomendable usar los índices VUF ó PVU que están en función de las tensiones de línea.

10. El efecto del desequilibrio de tensiones sobre las variables electromecánicas del motor, se pueden calcular a partir de los siguientes parámetros: VUF (factor de desequilibrio), V_1 (tensión de secuencia positiva), el ángulo CVUF (ángulo entre las tensiones de secuencia negativa y positiva) y las impedancias de los circuitos de secuencia.

11. Las magnitudes de las tensiones y las corrientes de línea para un VUF y V_1 dados, dependen del ángulo del CVUF y varían en forma sinusoidal alrededor de la componente de secuencia positiva. Con desfase de 120° ente las magnitudes de cada línea. Esto permite hallar el ángulo del CVUF más favorable (cuando las corrientes de secuencia están en fase) y más desfavorable (cuando las corrientes de secuencia están en contra-fase) para la operación del motor.

12. Para un desequilibrio dado, la magnitud de la corriente de secuencia negativa es independiente de la carga. Por eso el desequilibrio de corrientes, CUF, es fuertemente dependiente de la carga del motor (ya que la I_1 si depende de la carga) y será mayor cuando menos cargado este el motor.

13. Para un desequilibrio dado, las pérdidas en el cobre producidas por la secuencia negativa dependen fundamentalmente de la magnitud de la tensión de secuencia negativa y no de la carga del motor. Por lo tanto las pérdidas de secuencia negativa, actúan como una pérdida independiente de la carga, adicional a las perdidas en el hierro y las mecánicas, afectando la eficiencia del motor.

14. La corriente de secuencia negativa puede ser estimada en campo, a partir de mediciones (para determinar el VUF yV_1) y de la corriente de rotor bloqueado del motor (datos de catálogo), Ecuación 4.40.

15. La eficiencia y el factor de potencia dependen de la magnitud de V_1 y del VUF. El factor de potencia aumenta a medida que la magnitud de V_1 disminuye.

Para un V_1 constante, variaciones de VUF% de 5% disminuye la eficiencia aproximadamente en 1%. Asimismo el efecto de la magnitud de V_1 sobre la eficiencia depende del tipo de diseño del motor.

16. Para un mismo VUF, es mas crítico el efecto sobre el motor si la tensión de secuencia positiva V_1 es menor a la nominal. En este caso considerar que la corriente equivalente del motor es igual o menor a la nominal, es una medida práctica para proteger al motor.

17. Se han presentado tres criterios para la desclasificación de la potencia del motor de inducción en condiciones de desequilibrio: el Criterio de la Corriente Nominal, el Criterio de la Corriente Equivalente Nominal y el Criterio de las Pérdidas Nominales Totales. Estos criterios se obtienen directamente de los datos de placa del motor. El criterio de la Corriente Equivalente Nominal es el que mas concuerda con los resultados experimentales, pues es el que está mas directamente relacionado con la temperatura de los devanados.

18. Para la realización de las pruebas de desclasificación de potencia, es necesario contar con un sistema preciso de monitoreo en línea de las temperaturas de las partes internas del motor y un sistema preciso de la medición de las variables eléctricas y mecánicas del motor, como las usadas en la parte experimental de este trabajo.

19. Los resultados analíticos y experimentales muestran que la desclasificación de la potencia depende tanto del factor de desequilibrio VUF y de la magnitud de la secuencia positiva V_1. Para desequilibrios VUF % menores al 2%, la tensión de secuencia positiva V_1 incide más en la desclasificación que el índice de desequilibrio VUF.

20. Los resultados experimentales muestran que la curva NEMA no protege al motor en el rango del 0 a 2%, si la magnitud de la tensión de secuencia positiva V_1 es menor a la nominal. Asimismo que NEMA da una protección complete al motor solo si la magnitud de tensión de secuencia positiva es igual o mayor que la tensión nominal. Sin embargo también se observa que para VUF mayores a 2% la curva NEMA sobreprotege al motor.

21. Se propone que tanto, la tensión de secuencia positiva V_1 como el factor de desequilibrio VUF%, deben ser considerados para los efectos de realizar la desclasificación de la potencia del motor. Si solo se tiene en cuenta el factor VUF%, el usuario no puede desclasificar apropiadamente la potencia del motor.

22. Actualmente a nivel industrial la curva de desclasificación NEMA es la más aplicada para la desclasificación de la potencia en condiciones de desequilibrio de tensiones. Esta curva publicada en 1978 por la NEMA MG1, esta basada en pruebas experimentales sobre motores diseñados en la década del 60. La evolución en los diseños de motores en la última década y los resultados obtenidos en este estudio, sugieren que la aplicación de la curva de

desclasificación NEMA para condiciones de desequilibrio de tensiones debe ser reconsiderada con el propósito de proponer límites más adecuados.

6.2 RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS

1. En los últimos años se han desarrollado cambios en el diseño de motores de inducción, debido a que la crisis energética y ambiental ha obligado al uso de motores más eficientes. El año 2009 se implementaron normas en Europa y USA que clasifican a los motores de acuerdo a su eficiencia. Así la Norma IEC clasifica a los motores en: IE1 (eficiencia standard), IE2 (alta eficiencia) e IE3 (eficiencia premium). Por otro lado en USA la norma NEMA MG1 los clasifica en: motores de alta eficiencia (EPACT) y los motores NEMA Premium.

En este nuevo contexto se considera importante iniciar investigaciones sobre el efecto del desequilibrio en la desclasificación de potencia de estos nuevos tipos de motores. Considerando motores de diferente tipo de diseño y tamaño, el rango de 3 a 10 Kw se propone como objeto de estudio. Esto daría mayor información para proponer una nueva curva de desclasificación que permita que los motores operen en forma más eficiente y confiable. En esta nueva curva debe considerar tanto el efecto del factor de desequilibrio VUF% como el de la tensión de secuencia positiva V_1.

2. Es importante realizar estudios experimentales y teóricos sobre el efecto del ángulo del CVUF en la desclasificación de la potencia. La metodología aquí desarrollada puede ser aplicada para encontrar los ángulos críticos del CVUF, para luego realizar las pruebas de calentamiento para determinar cual es su influencia en la desclasificación. También se pueden hacer modelado magneto-térmico mediante técnicas de elementos finitos en tres dimensiones para la estimación del efecto del ángulo en la temperatura.

3. El circuito equivalente y las ecuaciones desarrolladas en este trabajo pueden ser mejorados si se introducen parámetros variables en la rama de magnetización y las perdidas adicionales en el rotor.

4. Es importante desarrollar métodos prácticos que puedan usarse en la industria para proteger al motor en casos de desequilibrio de tensiones. El método de las componentes simétricas y los resultados experimentales pueden ser aplicados para desarrollar estas recomendaciones.

5. El estudio desarrollado en esta tesis supone que la red de alimentación tiene forma sinusoidal. Pero debido a que en la actualidad los problemas de la calidad de la potencia en los sistemas eléctricos pueden generar la presencia de armónicos de tensión en la red, lo que también puede ocurrir cuando el motor es alimentado por variadores de frecuencia. Entonces otro tema futuro de trabajo es el estudio de la desclasificación de potencia que incluya el efecto del desequilibrio de tensiones y de los armónicos de tensión.

ANEXO A

EL CONCEPTO MATEMÁTICO DE SIMETRÍA

La idea de simetría ha estado en el hombre desde los inicios de nuestra civilización y se ha usado es diversas actividades tales como la arquitectura, la filosofía, la música, la geometría, etc. En el lenguaje cotidiano la palabra simetría se usa para denotar equilibrio, armonía, proporción, belleza etc., y como concepto es impreciso. Sin embargo el concepto matemático de simetría es totalmente preciso y es el que ha permitido desarrollos transcendentales en varios campos de las ciencias y en la comprensión de las leyes del universo.

Hermann Weyl, en su libro "Simetría" [1], define la simetría como "la invariancia de una configuración de elementos bajo un grupo de automorfismos" y también dice que un automorfismo es "una transformación que preserva la estructura del espacio". Es decir matemáticamente la noción de simetría es precisa y está relacionada con los conceptos de grupo y transformación, por lo tanto la simetría no es una forma ó un número sino que está relacionada con un grupo de transformaciones, por lo tanto es más correcto hablar de "una simetría" que de "simetría", pues los objetos tienen generalmente muchas simetrías. Como ejemplo de transformaciones tenemos las rotaciones, las traslaciones, las reflexiones, los estiramientos o las reducciones de tamaño de un objeto [2].

Siguiendo la definición dada por Weyl se puede decir que dada una estructura matemática, una simetría es una transformación que la deja invariante, es decir que conserva su estructura. Por lo tanto una estructura matemática puede tener varias simetrías y éstas forman un grupo, así el grupo de simetría de una estructura matemática es el conjunto de todas las transformaciones que dejan la estructura invariante. Debido a que la simetría de un objeto se puede caracterizar mediante grupos, fue la teoría de grupos que permitió la aplicación del concepto de simetría a las leyes de la física y la química.

Para el caso del estudio del desequilibrio de tensiones en la máquina de inducción se usara fundamentalmente el concepto geométrico de simetría. En primer lugar, porque la simetría de la estructura geométrica del motor de inducción puede estudiarse en un plano. En segundo lugar, porque la simetría de las tensiones que alimentan el motor se pueden estudiar a partir de los tres fasores de tensión que los representan, y como los fasores son números complejos, también se representan en un plano.

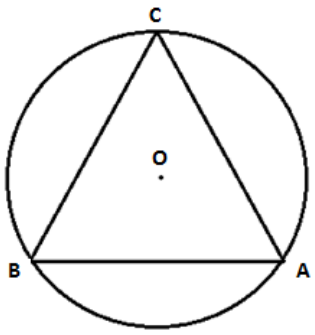
Desde el punto de vista geométrico se puede decir que una simetría, de una figura dada, es una transformación que la deja invariante. En el sentido de que, tomada en su conjunto, la figura parece la misma después de la transformación que antes de ella, aunque los puntos individuales de dicha figura se hayan desplazado a causa de la transformación. Por lo tanto la simetría de la figura geométrica en un plano está definida por el grupo que forman las

transformaciones del espacio que la dejan invariante. En el plano estas transformaciones son las rotaciones y las reflexiones.

En general en dos dimensiones, considerando los grupos de rotaciones y reflexiones respecto al centro 0, una figura puede tener grupo de simetrías correspondientes a: 1) el grupo cíclico C_n, formado por las aplicaciones consecutivas de una rotación única propia de la figura un ángulo $\alpha = 360/n$ respecto a un centro; 2) el grupo diedral D_n, formado por las rotaciones combinadas con las reflexiones respecto a los ejes de simetría de la figura. Para una figura en un plano, C_1 significa que no tiene simetría y D_1 que solo tiene una simetría bilateral.

Por ejemplo, considérese el triángulo equilátero ABC de la figura A.1. Si se analiza las rotaciones que se pueden realizar al triángulo en torno al punto O sin que su forma varíe, se verá que el triángulo se mantiene invariante bajo rotaciones de un ángulo α=360°/3=120° y sus iteraciones. Para obtener las simetrías de rotación se aplica el principio siguiente: si se combinan dos simetrías el resultado será otra simetría. La primera simetría de rotación es de 120°. Si se combinan dos simetrías de rotación de 120°, se obtiene una nueva simetría de rotación de 240°. Si se combina la simetría de rotación de 120° con la simetría de 240° se obtiene la simetría de rotación de 360° o de ángulo 0°. Si combinamos las simetría 240° dos veces obtenemos una simetría de 480°, que si le restamos 360° da la simetría de 120°, es decir no es una simetría nueva. Entonces se observa que el triangulo equilátero tiene tres simetrías de rotación 0°, 120° y 240°. La simetría 0° ó de 360° transforma el triangulo ABC en ABC. La simetría de 120° transforma el triangulo ABC en BCA. La simetría de 240° transforma el triangulo ABC en CAB. Estas tres simetrías de rotación forman el grupo cíclico C_3. También se observa que el triangulo permanece invariante bajo tres reflexiones respecto a las rectas que unen el centro O con cada uno de los vértices.

Figura A. 1. Triángulo equilátero inscrito en una circunferencia.



Así, para el triangulo de la figura A.1 se tendrá seis transformaciones que lo dejan invariante. En primer lugar tres rotaciones de 120°, 240° y 360°, que forman el grupo C_3. En segundo lugar el grupo de las reflexiones respecto a las rectas que unen los vértices con el centro para cada rotación propia, que

forman el grupo D_3. Estas seis transformaciones forman un grupo y este grupo nos dice la simetría que tiene el triangulo.

Aquí solo se ha presentado la aplicación del concepto geométrico de simetría en dos dimensiones. Sin embargo el concepto matemático de simetría se extiende a tres dimensiones y luego a estructuras matemáticas [1]. Así, la simetría relacionada con la teoría de grupos se ha convertido en una herramienta poderosa para el análisis y la comprensión de la naturaleza y constituye por si mismo en un campo de investigación en la matemática y la física [1], [2].

BIBLIOGRAFÍA

[1] WEYL, Hermann. Simetría. Impreso en Madrid, España. Editorial McGraw Hill/Interamericana de España S.A., 1990, 130 p.

[2] FEYNMAN, Richard P. El Carácter de la Ley Física. Impreso en Barcelona, España. Colección Metatemas. Editorial Tusquets Editores, S.A., 2005, 190 p.

ANEXO B

COMPONENTES SIMÉTRICAS DE N-FASES. RELACIÓN ENTRE LA TRANSFORMACIÓN DE COMPONENTES SIMÉTRICAS Y OTRAS TRANSFORMACIONES

B.1 CONDICIÓN DE POTENCIA INVARIANTE

La condición de potencia invariante se aplica en máquinas eléctricas para lograr que en el sistema de variables transformado, la forma ó estructura de la ecuación de potencia se mantenga invariante luego de la transformación.

Debido a que las leyes de transformación son las mismas para las tensiones y las corrientes, se cumplirá lo siguiente:
Si la ley de transformación de corrientes es: $[I_e] = [C][I_e']$, entonces la ley de transformación de tensiones es: $[V_e] = [C][V_e']$

La condición de potencia invariante asegura que: $[V_e]^T [I_e] = [V_e']^T [I_e']$

Reemplazando $[I_e] = [C][I_e']$ y $[V_e]^T = [V_e']^T [C]^T$ en la condición de potencia invariante se obtiene:

$$[V_e']^T [C]^T [C][I_e'] = [V_e']^T [I_e']$$

Por lo tanto para cumplir que la ley de transformación es la misma para las tensiones y corrientes y además que la potencia sea invariante, se requiere que:

$$[C]^T [C] = [I] \qquad \text{ó} \qquad [C]^T = [C]^{-1}$$

Las transformaciones ó matrices reales que cumplen éstas condiciones se denominan transformaciones ortogonales y cumplirán la condición:

$$[C]^{-1} = [C]^T, \; [C][C]^T = [C]^T [C] = [I]$$

Entonces: $(V_e') = [C]^T (V_e) = [C]^{-1}(V_e)$ y la ley de transformación de impedancias será: $[Z_e'] = [C]^T [Z_e][C]$

Para el caso de transformaciones complejas, como la transformación de componentes simétricas, $[C^*]^T$ reemplaza a $[C]^T$ y se cumplirá que:

$$[C]^{-1} = [C^*]^T \,,\; [C][C^*]^T = [C^*]^T [C] = [I]$$

Las transformaciones ó matrices complejas que cumplen éstas condiciones son llamadas matrices hermitiana ortogonales.

Por lo anterior, a la transformación de potencia invariante se le conoce con el nombre de transformación invariante, transformación tensorial ó transformación ortogonal [1].

B.2 TRANSFORMACIONES EN MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Las transformaciones más comúnmente usadas en el análisis de máquinas eléctricas son:

La Transformación de Clarke

$$[Clarke] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \qquad \text{(B.1)}$$

La Transformación de Conmutador

$$[Conmutador] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & sen\alpha \\ 0 & -sen\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \qquad \text{(B.2)}$$

La Transformación de Park

$$[Park] = \begin{bmatrix} 1 & \cos\alpha & sen\alpha \\ 1 & \cos(\alpha + 120°) & sen(\alpha + 120°) \\ 1 & \cos(\alpha + 240°) & sen(\alpha + 240°) \end{bmatrix} \qquad \text{(B.3)}$$

La Transformación de Componentes simetrices

$$[CS] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \qquad \text{(B.4)}$$

B.2 COMPONENTES SIMETRICAS DE N-FASES

Usando el método de autovalores y autovectores se pueden obtener los autovectores de la matriz circulante de n-fases y a partir de ellos la transformación de componentes simétricas de n-fases, también llamada las componentes simétricas generalizadas [2].

Esta transformación también se puede obtener por un método más sencillo considerando que los autovectores de una matriz circulante de n-fases son iguales a los vectores columna correspondientes a la raíz n-ésima de la unidad ($\sqrt[n]{1}$), tal como demostró Pipes [3], así:

$$g_k = \left(\sqrt[n]{1}\right)_k = e^{j\frac{2\pi}{n}k} \qquad k = 0,1,2.....,n-1$$

Aplicando la metodología de Pipes la transformación de componentes simétricas generalizada tiene la forma:

$$\left[CS_{n\phi}\right] = \frac{1}{\sqrt{n}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & g^{-1} & g^{-2} & \dots & g^{-2(n-1)} & g^{-(n-1)} \\ 1 & g^{-2} & g^{-4} & \dots & g^{-2(n-2)} & g^{-2(n-1)} \\ \dots & & & & & \\ \dots & & & & & \\ \dots & & & & & \\ 1 & g^{-(n-1)} & g^{-2(n-1)} & \dots & g^{-(n-2)(n-1)} & g^{-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \qquad \text{(B.5)}$$

Aplicando la ecuación (B.5) se obtiene la transformación de componentes simétricas trifásicas y la bifásica (semi-cuatrifasica):

$$\left[CS\right] = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$\left[CS_{2\phi}\right] = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \qquad \text{(B.6)}$$

Como la transformación de componentes simétricas de potencia invariante, cumple la condición de la matrices hermitiana ortogonal se le conoce con el nombre de transformación hermitiana de componentes simétricas.

$$[CS]^{-1} = [CS^*]^T = [CS]^H = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

B.3 RELACIÓN ENTRE TRANSFORMACIÓN DE COMPONENTES SIMÉTRICAS Y LA TRANSFORMACIÓN DE CLARKE

La Transformación de Clarke puede ser deducida aplicando el método de autovalores y autovectores a una matriz simétrica, tal como lo desarrollan Retter [4] y Aller [5]. Usando este método se encuentra la Transformación de Clarke mostrada en la Ecuación (B.1). Combinado la Transformación de Clarke con la Transformación de CS bifásicas se obtiene la CS trifásicas:

$$[CS]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -j & j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

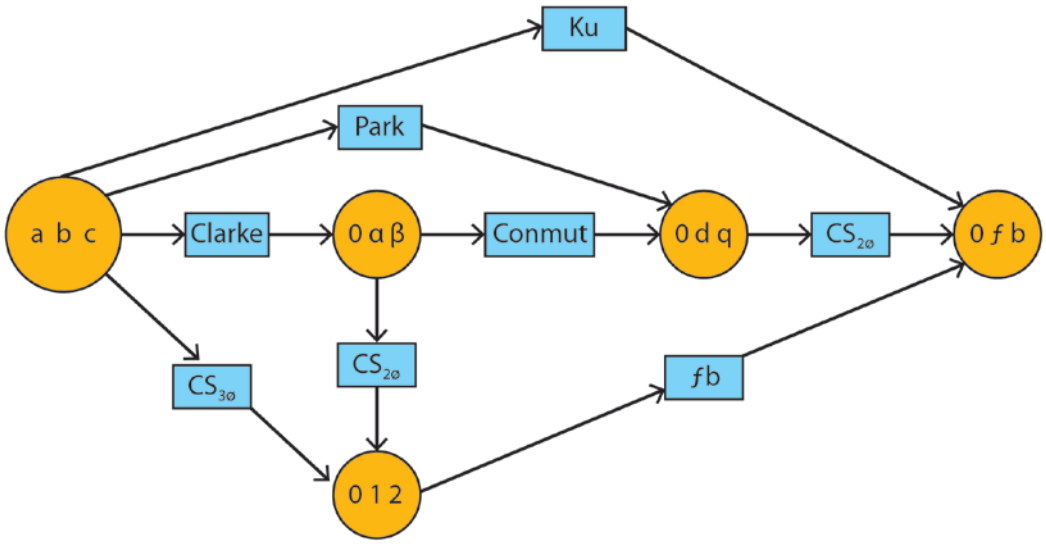
B.4 RELACIÓN ENTRE LA TRANSFORMACIÓN DE COMPONENTES SIMÉTRICAS Y OTRAS TRANSFORMACIÓNES.

A partir del estudio realizado en el capitulo dos, se puede establecer la relación entre las diferentes transformaciones que se usan en el análisis matricial de maquinas eléctricas, tal como se muestra en la Figura B.1. Se observa que la transformación de Ku se obtiene de multiplicar la CS trifásicas por la Transformación Forward-bacward.

$$[Ku]^{-1} = [CS_{3\phi}]^{-1}[C_{fb}]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{j\alpha} & e^{j\alpha}a & e^{j\alpha}a^2 \\ e^{-j\alpha} & e^{-j\alpha}a^2 & e^{-j\alpha}a^2 \end{bmatrix}$$

La Figura B.1 permite observar que, para pasar del sistema de variables naturales (abc) al sistema de componentes simétricas estáticas (0fb), necesariamente hay que aplicar la Transformación de Componentes Simétricas.

Figura B. 1. Relación entre las diferentes transformaciones que se aplican en el análisis de la máquina de inducción y su relación con las componentes simétricas.



BIBLIOGRAFÍA

[1] KU, Y. H., Electric Energy Conversion, Published by The Ronald Press Company, Printed in New York, 1959, 522 p.

[2] WHITE, D. C. and WOODSON, H. H., Electromechanical Energy Conversion. Published by The Technology Press of MIT and John Wiley & Sons, Inc., New York, 1959, 646 p.

[3] PIPES, Louis A., Cyclical Functions and Permutation Matrices, *Journal of The Franklin Institute,* Vol. 287, Issue: 4, April 1969, pp.285-296.

[4] RETTER, G. J., Matrix and Space-Phasor Theory of Electrical Machines. Published by Muszaki Konyvkiado, Budapest, 1987, Académiai Kiadó, Budapest, 1987. Printed in Hungary, 411 p.

[5] ALLER CASTRO, J. M., Métodos para el Análisis y Control Dinámico de la Máquina de Inducción, Trabajo presentado a la Universidad Simón Bolívar como requisito para ascender a la categoría de Profesor Titular, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 1997, 173 p. Disponible en: http://prof.usb.ve/jaller/investigacion.html

ANEXO C

ANÁLISIS MODAL. MATRICES Y EL PROBLEMA DE VALORES PROPIOS. LA TRANSFORMACIÓN DE SIMILITUD

El análisis modal está relacionado con el cálculo de los autovalores y autovectores de una matriz cuadrada $[A]$, y debe su nombre a que los modos del comportamiento dinámico de un sistema lineal pueden ser expresados en términos del movimiento a lo largo de los autovectores del sistema. A partir de los autovectores se puede determinar la matriz modal del sistema $[M]$ que permite diagonalizar la matriz $[A]$ encontrando una matriz equivalente.

Considérese en general, una matriz $[A]$ cuadrada de orden n y (x) un vector columna de orden (n). La multiplicación de la matriz $[A]$ por el vector (x) genera un nuevo vector (y) tal que:

$$[A](x)=(y) \qquad \text{(C.1)}$$

Esta ecuación matricial puede ser vista como una transformación del vector original (x) en el vector (y). Si existe un vector (y) que tenga la misma dirección que el vector (x), entonces (y) será proporcional al vector (x) y tendremos:

$$(y)=[A](x)=\lambda\cdot(x) \qquad \text{(C.2)}$$

Donde λ es un escalar de proporcionalidad, así la ecuación matricial toma la forma:

$$([A]-\lambda\cdot[I])\cdot(x)=(0) \qquad \text{(C.3)}$$

El problema consiste en hallar los valores de la constante λ para los que existe una solución no trivial de la ecuación homogénea (C.3). Los valores de λ para los que existe una solución no trivial se denominan los autovalores de la matriz [A] y el correspondiente vector solución se llama autovector de la matriz [A]. La columna formada por un autovector se denomina columna modal [1]-[3].

La ecuación (C.3) tiene solución no trivial solo si el determinante de la matriz de coeficientes $([A]-\lambda[I])$ es nulo, así:

$$\det([A]-\lambda[I])=0 \qquad \text{(C.4)}$$

La matriz $[K]=([A]-\lambda[I])$ se llama matriz característica del sistema. Y la ecuación (A.4) se denomina ecuación característica de la matriz $[A]$. En general la ecuación característica es un polinomio en λ de grado n y tiene la forma:

$$p(\lambda)=\lambda^n+a_1\lambda^{n-1}+a_2\lambda^{n-2}+...+a_{n-1}\lambda+a_n=0 \quad \text{(C.5)}$$

Las raíces λ_i de la ecuación característica $p(\lambda)=0$ son los autovalores de la matriz $[A]$. En general la ecuación característica tendrá n raíces $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,...,\lambda_n$; y en algunos casos las raíces pueden ser raíces múltiples y deben ser contadas de acuerdo a su grado de multiplicidad. Cuando los autovalores de $[A]$ son diferentes, se dice que la matriz tiene raíces distintas. Los autovalores de la matriz pueden ser números reales o complejos. Asumiendo que los autovalores son diferentes, el polinomio se puede escribir en forma factorizada así:

$$p(\lambda)=(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)\dots(\lambda-\lambda_n)=0$$

Para cada uno de los n autovalores $\lambda_i\,(i=1,2,...,n)$ de $[A]$, puede encontrase la solución de la ecuación homogénea (A.3) y hallar un vector solución $(x)_i$ conocido como autovector de la matriz $[A]$. Sea $(x)=(x)_i$ el vector asociado con $\lambda=\lambda_i$ de la ecuación (C.3), se puede escribir:

$$([A]-\lambda_i[I])(x)_i=(0) \qquad \text{(C.6)}$$

Si asumimos que la ecuación característica $p(\lambda)=0$ tiene raíces distintas existirán n autovectores diferentes que satisfagan la ecuación (C.3).

Dado que los autovectores $(x)_i$ son la solución de la ecuación homogénea (A.6), la solución determina solo la dirección del autovector $(x)_i$ y por lo tanto su longitud y valor absoluto son arbitrarios.

A partir de los autovectores columna $(x)_i$ se puede construir la matriz $[M]$, de la siguiente manera:

$$[M] = [(x)_1 (x)_2 (x)_3 \ldots (x)_n] \quad \text{(C.7)}$$

Es decir las columnas de la matriz cuadrada $[M]$ son los autovalores de $[A]$ y $[M]$ se denomina matriz modal de $[A]$.

Usando la matriz modal $[M]$, es fácil mostrar que el conjunto de n ecuaciones (A.6) se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} a_{11}\ a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22} \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\ a_{n2} \ldots a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}\ x_{12} \ldots x_{1n} \\ x_{21}\ x_{22} \ldots x_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1}\ x_{n2} \ldots x_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 x_{11}\ \lambda_2 x_{12} \ldots \lambda_n x_{1n} \\ \lambda_1 x_{21}\ \lambda_2 x_{22} \ldots \lambda_n x_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_1 x_{n1}\ \lambda_2 x_{n2} \ldots \lambda_n x_{nn} \end{bmatrix}$$

Ó en forma simplificada:

$$[A][M] = [M][D] \qquad \text{(C.8)}$$

Donde $[D]$ es la matriz diagonal de autovalores de orden n.

$$[D] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & .. & 0 \\ . & . & . & \ldots. & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \lambda_n \end{bmatrix} \qquad \text{(C.9)}$$

Si los autovalores de [A] son diferentes, puede mostrase que la matriz modal $[M]$ es no singular y tiene inversa $[M]^{-1}$ entonces la ecuación (A.8) se puede premultiplicar por $[M]^{-1}$, y el resultado de la operación es:

$$[M]^{-1}[A][M] = [D] \quad \text{(C.10)}$$

La ecuación (A.10) constituye una transformación de similitud y las matrices $[M]^{-1}[A][M]$ y $[A]$ son equivalentes y tienen los mismos autovalores.

La ecuación (A.10) indica que dado un sistema representado por una matriz $[A]$ es posible encontrar una matriz equivalente totalmente desacoplada si podemos calcular la matriz modal de la matriz $[A]$.

Las columnas de la matriz modal son proporcionales a alguna columna no cero de $Adj(\lfloor A_{ij} \rfloor - \lambda_i [I])$. Como las columnas de la matriz $Adj(\lfloor A_{ij} \rfloor - \lambda_i [I])$ están linealmente relacionadas para un determinado autovalor λ_i, cada elección de un autovalor λ_i especifica solamente una columna de la matriz modal. Por consiguiente para cada autovalor λ_i existirá al menos un vector solución ó columna modal de la ecuación (C.6), los que son determinados solo en dirección y son proporcionales a una constante arbitraria. Las componentes de esta autovector solución pueden expresarse como un múltiplo arbitrario de los cofactores de los elementos en una fila de la matriz $(\lfloor A_{ij} \rfloor - \lambda_i [I])$ a menos que todos los cofactores desaparezcan [1]-[3].

BIBLIOGRAFÍA

[1] HILDEBRAND, Francis B., Methods of Applied Mathematics. Published by Dover Publications, Inc., Printed in USA in 1992, 362 p.

[2] DERUSSO, Paul M., ROY, Rob J. and CLOSE, Charles M. State Variables for Engineers. Published by John Wiley & Sons, Inc., Printed in New York, USA, June 1967, 607 p.

[3] PIPES, Louis A., Matrix Methods for Engineering. Published by Prentice-Hall, Inc., Printed in N. J. USA 1963, second printing August 1964, 427 p.

ANEXO D

MÉTODO PARA EVALUAR LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE A PARTIR DE PRUEBAS

El circuito eléctrico equivalente en estado estacionario del motor de inducción alimentado con un sistema trifásico de tensiones desequilibradas está representado por dos circuitos eléctricos: el circuito equivalente de secuencia positiva (secuencia 1) y el circuito equivalente de secuencia negativa (secuencia 2). Cada circuito representa una fase del motor.

La Figura 2.7.b, del capítulo2, muestra los circuitos equivalentes para la secuencia positiva y negativa:

Los parámetros a determinar son:
r_e = Resistencia de fase del bobinado del estator.
x_1 = Reactancia de dispersión del bobinado del estator.
x_m= Reactancia de magnetización del motor.
r_m = Resistencia de perdidas en el hierro del núcleo del estator
r_{21} = Resistencia de fase del bobinado del rotor de secuencia 1
x_{21} = Reactancia de fase del bobinado del rotor de secuencia 1
r_{22} = Resistencia de fase del bobinado del rotor de secuencia 2
x_{22} = Reactancia de fase del bobinado del rotor de secuencia 2
s = Deslizamiento

Los parámetros del circuito equivalente del motor de inducción en condiciones de desequilibrio pueden ser evaluados mediante la medición directa de la resistencia del bobinado del estator y las pruebas de vacío, rotor bloqueado y de secuencia inversa.

D.1 Determinación de r_e

La resistencia de fase del bobinado del estator (r_e) se determina directamente a partir de la medición la resistencia entre dos líneas de motor, R_{L1-L2}.

Si la conexión es estrella se cumple que: $r_e=0.5*R_{L1-L2}$
Se la conexión es triangulo se cumple que: $r_e=1.5*R_{L1-L2}$

Es importante considerar la temperatura en que se midió la resistencia, pues como la resistencia aumenta con la temperatura, es importante corregir el valor de la resistencia con la temperatura de acuerdo a la aplicación que se realice.

D.2 Determinación de las Pérdidas Mecánicas por separación de pérdidas

Las pérdidas mecánicas son ocasionadas por la fricción de los rodamientos y por la resistencia del aire al sistema de ventilación del motor. Mientras las pérdidas en el hierro son debidas a las corrientes de Eddy y al ciclo de histéresis ambas debidas al flujo magnético giratorio del estator. Las pérdidas mecánicas y en el hierro pueden separarse usando varios puntos de la curva de vacio del motor. Para ello se hace funcionar el motor sin carga, tomando medidas de tensión (V_0), intensidad (I_0) y potencia absorbida (W_0) para diferentes valores decrecientes de la tensión, que van del 115% la tensión nominal hasta el 50% la tensión nominal del motor.

Usando los valores de fase de las mediciones (V_{0f}, $I_{0f,}$ W_{0f}), para cada punto de la prueba de vacio se calcula la potencia consumida en las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el hierro, usando la siguiente ecuación:

$$W_{0f} - r_1 \times I_{0f}^2 = PM + P_{hierro} \qquad \text{(D.1)}$$

Usando el circuito equivalente se puede demostrar que:

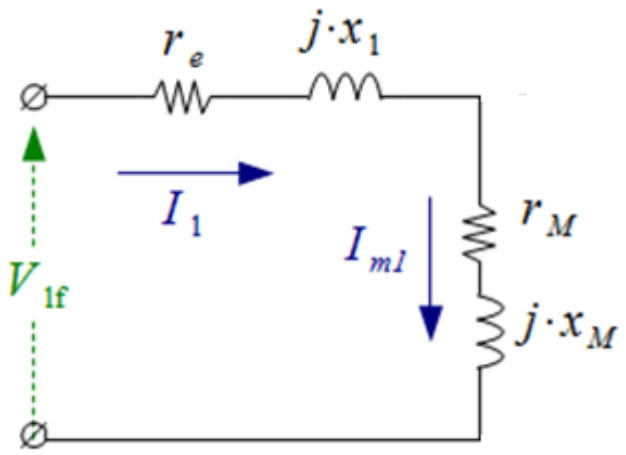
$$W_{0f} - r_1 \times I_{0f}^2 = PM + \frac{V_{of}^2}{R_m} \qquad \text{(D.2)}$$

De la ecuación (2) se observa que si se grafica en el eje vertical los puntos "$y = W_{0f} - r_1 \times I_{of}^2$" y en el eje horizontal los valores "$x = V_{0f}^2$" se obtendrá los puntos de una recta de pendiente "$1/R_m$". Entonces usando el método de mínimos cuadrados de las variables Y vs. X, encontramos una recta cuya intersección con el eje x será las perdidas mecánicas PM, por fase.

D.3 Determinación de r_m

El parámetro r_m se determina a partir de la prueba de vacío a tensión nominal. En condiciones de vacio la velocidad del rotor es aproximadamente la velocidad sincrónica y por lo tanto el deslizamiento será prácticamente cero. Como las perdidas mecánicas en vacio pueden ser representadas por el circuito del rotor, podemos eliminar el circuito del rotor si descontamos a la potencia absorbida las pérdidas mecánicas del motor.
Entonces el circuito equivalente en vacio se representa por la figura D.1

Figura D. 1. Circuito Equivalente en vacío.



Para el cálculo usamos los siguientes valores: V_{0f}, I_{0f}, $W_{0f}' = W_{0f} - PM$

$$Z_0 = \frac{V_{0f}}{I_{0f}}$$

$$R_0 = \frac{W_{0f}'}{3 \times I_{0f}^2} = r_1 + r_m$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = x_1 + x_m \qquad \text{(D.3)}$$

Por lo tanto:

$$r_m = R_0 - r_1 \qquad \text{(D.4)}$$

A4.4 Determinación de x_1 y x_m

En el ensayo de rotor bloqueado el deslizamiento es la unidad. Al reducir la tensión de alimentación el flujo se reduce y la rama de magnetización se puede despreciar, quedando solo las resistencias y las reactancias de dispersión del estator y del rotor en serie.

La Norma NEMA MG1.1 da recomendaciones para estimar la distribución de los valores de las reactancias del estator y del rotor en función de las características geométricas del devanado. Asi ésta norma clasifica a los motores de inducción de jaula de ardilla en cuatro tipos constructivos, según las características de corriente y par de arranque según la Tabla D.1.

Tabla D. 1. Relación entre las reactancias de dispersión del estator y del rotor

Diseño NEMA	Características de operación	X_1/X_{rb}	X_2/X_{rb}
A	Par y corriente de arranque normales, bajo deslizamiento.	0.5	0.5
B	Uso general, Par y corriente de arranque normal, bajo deslizamiento	0.4	0.6
C	Alto Par de arranque, baja corriente de arranque	0.3	0.7
D	Alto Par de arranque, alto deslizamiento	0.5	0.5

Teniendo en cuenta la tabla D.1:

$$Z_{rb} = \frac{V_{rbf}}{I_{rbf}}$$

$$R_{rb} = \frac{W_{rb}^{'}}{3 \times I_{rbf}^2}$$

$$X_{rb} = \sqrt{Z_{rb}^2 - R_{rb}^2}$$

$$x_1 = 0.5 \cdot X_{rb} \qquad (5)$$

Entonces de la ecuación (D.3), se calcula x_m, así:

$$x_m = X_0 - x_1 \qquad (6)$$

A4.5 Evaluación de x_{21} y r_{21}

En la prueba de rotor bloqueado las pérdidas mecánicas son cero y las pérdidas en el hierro se pueden despreciar, entonces usando el circuito equivalente de la figura 2.7.b se llega a las siguientes ecuaciones:

$$R_{rb\ eq1} = r_1 + \frac{\left(\frac{r_{21}}{s}\right) \cdot x_m^2}{\left(\frac{r_{21}}{s}\right)^2 + \left(x_{21} + x_m\right)^2}$$

$$X_{rb\ eq1} = x_1 + \frac{\left(\frac{r_{21}}{s}\right)^2 \cdot x_m^2 + x_m \cdot x_{21} \cdot \left(x_m + x_{21}\right)}{\left(\frac{r_{21}}{s}\right)^2 + \left(x_{21} + x_m\right)^2}$$

Como los valores de $R_{rb\ eq1}, r_1, X_{rb\ eq1}, x_1, x_m$ son conocidos se tendrá dos ecuaciones no lineales y dos incógnitas, las que se solucionan por métodos numéricos:

$$0 = r_1 - R_{rb\ eq1} + \frac{\left(\frac{r_{21}}{s}\right) \times x_m^2}{\left(\frac{r_{21}}{s}\right)^2 + \left(x_{21} + x_m\right)^2}$$

$$0 = x_1 - X_{rb\ eq1} + \frac{\left(\frac{r_{21}}{s}\right)^2 \times x_m^2 + x_m \times x_{21} \times \left(x_m + x_{21}\right)}{\left(\frac{r_{21}}{s}\right)^2 + \left(x_{21} + x_m\right)^2}$$

A4.6 Evaluación de x_{22} y r_{22}

Para evaluar la resistencia y reactancia de dispersión del rotor, del circuito de secuencia negativa, es necesario realizar la prueba de secuencia negativa. Ésta prueba consiste en alimentar el motor con una tensión equilibrada de baja magnitud (20% la tensión nominal), mientras el rotor se gira en sentido inverso al campo giratorio mediante un primotor. La velocidad de giro del motor debe ser aproximadamente igual a la velocidad nominal del motor, para simular la frecuencia de secuencia negativa del motor en operación normal.

Usando el circuito equivalente de secuencia negativa se llega a las siguientes ecuaciones:

$$0 = r_1 - R_{rb\ eq2} + \frac{\left(\frac{r_{21}}{2-s}\right) \times x_m^2}{\left(\frac{r_{21}}{2-s}\right)^2 + \left(x_{21} + x_m\right)^2}$$

$$0 = x_1 - X_{rb\ eq2} + \frac{\left(\frac{r_{21}}{2-s}\right)^2 \times x_m^2 + x_m \times x_{21} \times \left(x_m + x_{21}\right)}{\left(\frac{r_{21}}{2-s}\right)^2 + \left(x_{21} + x_m\right)^2}$$

Como los valores de $R_{rb\ eq\,SI}, r_e, X_{rb\ eq\,SI}, x_1, x_m$ son conocidos se tendrá dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas $r_{22}, x_{22},$, las que se solucionan por métodos numéricos.

ANEXO E

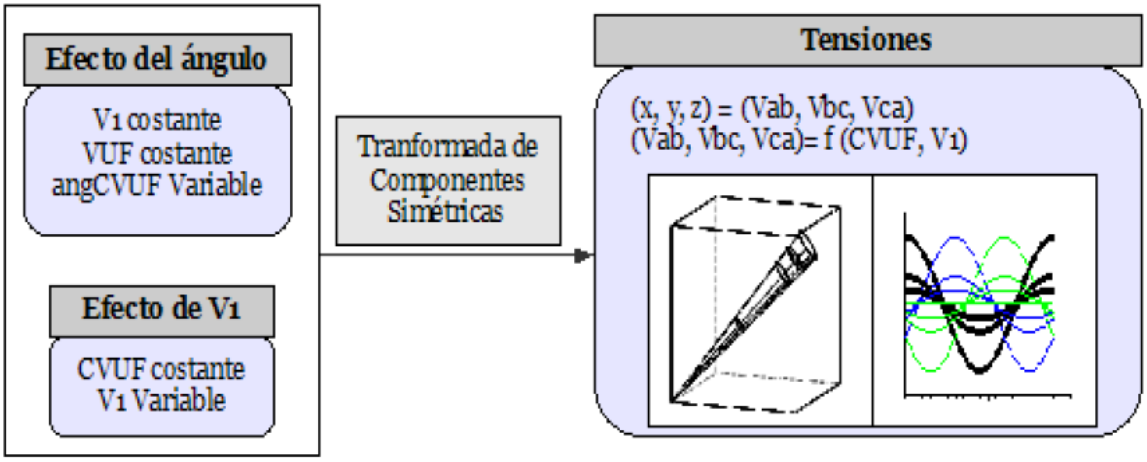
METODOLOGÍAS USADAS PARA LAS SIMULACIONES

Las simulaciones realizadas en este documento se realizaron usando los software de cálculo Scilab y Matlab. A continuación se presentan los diagramas de flujo usados en las simulaciones.

E.1 GENERACIÓN DE LAS TENSIONES DE LÍNEA A PARTIR DE V_1 Y VUF DADOS.

La Figura E.1, muestra la metodología para hallar las tensiones de línea que se obtienen para un V_1 *y* VUF constantes y el ángulo θ (del CVUF) variable. Asimismo la metodología permite para hallar el lugar geométrico de éstas tensiones.

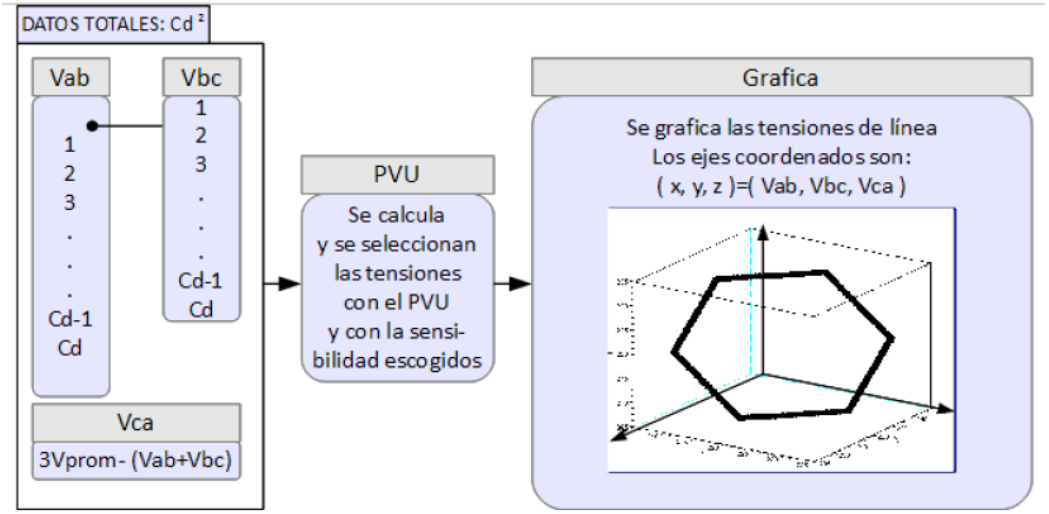
Figura E. 1. Metodología para generar las tensiones de línea a partir de V1 y VUF.



E.2 GENERACIÓN DE LAS TENSIONES DE LÍNEA A PARTIR DE VP Y PVU DADOS.

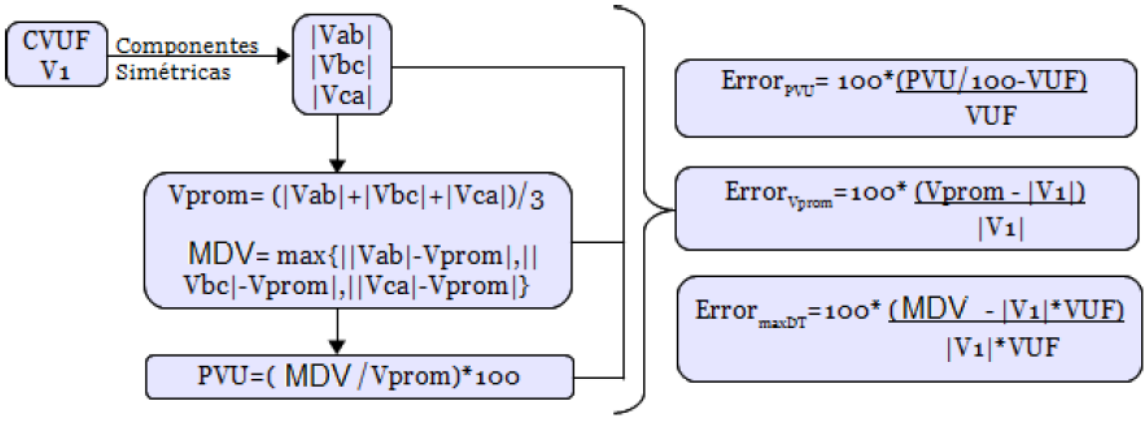
La Figura E.2, muestra la metodología para hallar las tensiones de línea que se obtienen para un VP *y PVU* constantes y el ángulo θ (del CVUF) variable. Asimismo la metodología permite para hallar el lugar geométrico de éstas tensiones.

Figura E. 2. Metodología para generar las tensiones de línea a partir de VP y PVU



E.3 ERROR DEL PVU RESPECTO AL VUF, DEL VP RESPECTO AL $|V_1|$ Y DEL MDV RESPECTO A $|V_2|$.

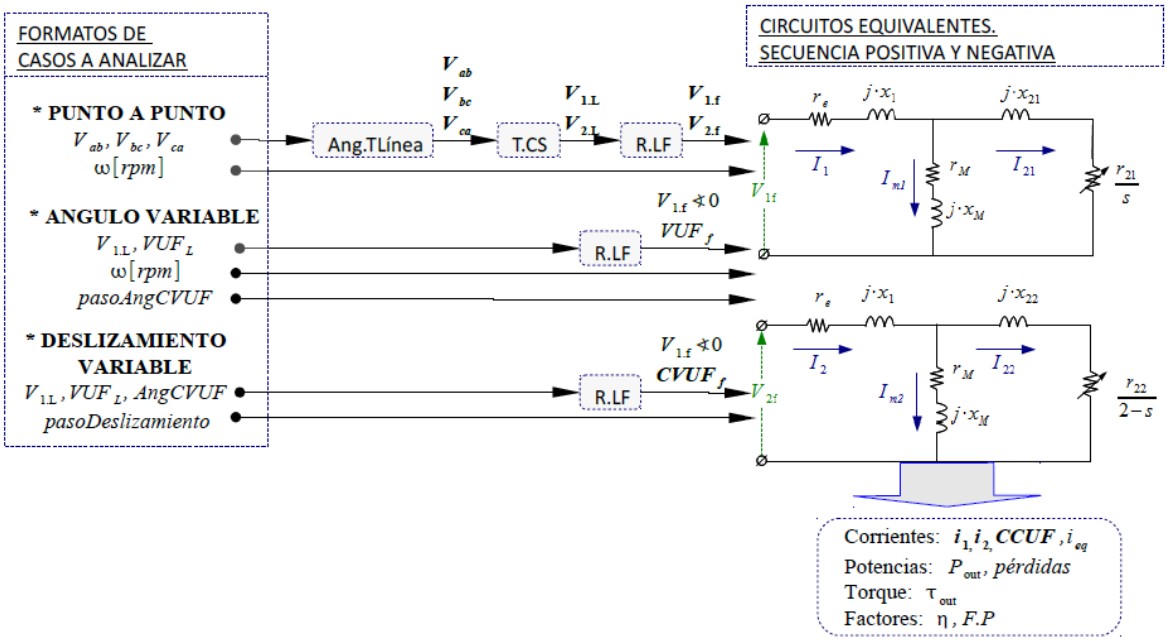
Figura E. 3. Metodología para el cálculo del error del PVU respecto al VUF, del VP respecto al $|V_1|$ y del MDV respecto $|V_2|$.



E.4 METODOLOGÍA PARA LA SIMULACIÓN DE LA OPERACIÓN DEL MOTOR EN CONDICIONES DE DESEQUILIBRIO.

Caso1: A partir de las tensiones de línea y la velocidad. Caso2: A partir de la tensión de secuencia positiva, el factor de desequilibrio y la velocidad, se calcula la operación del motor en función del ángulo del CVUF. Caso 3: A partir de la tensión de secuencia positiva, el factor de desequilibrio y el ángulo del CVUF, se calcula la operación del motor en función del deslizamiento.

Figura E. 4. Metodología para la simulación de la operación del motor en condiciones de desequilibrio.



ANEXO F

PRUEBAS EXPERIMENTALES: EQUIPOS Y RESULTADOS

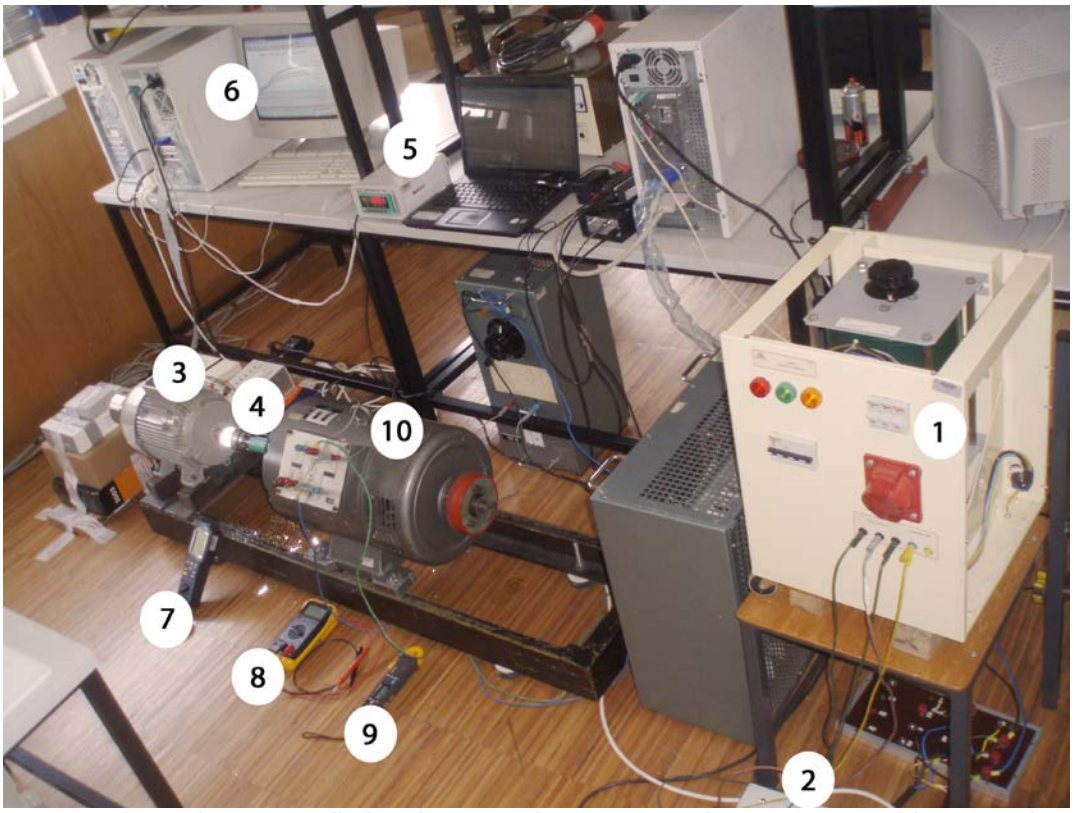
Los ensayos experimentales se realizaron en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Universidad de Coímbra, Portugal y en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Universidad del Valle, Colombia.

F.1 EQUIPOS USADOS Y PRUEBAS REALIZADAS EN EL LABORATORIO DE LA UNIVERSIDAD DE COÍMBRA.

En la Universidad de Coímbra, las pruebas se realizaron en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas del Departamento de Ingeniería Electrotécnica y Computadores en coordinación del Grupo de Investigación Diagnostico y Análisis de Fallas en Sistemas Electromecatrónicos DIANA.

Equipos usados

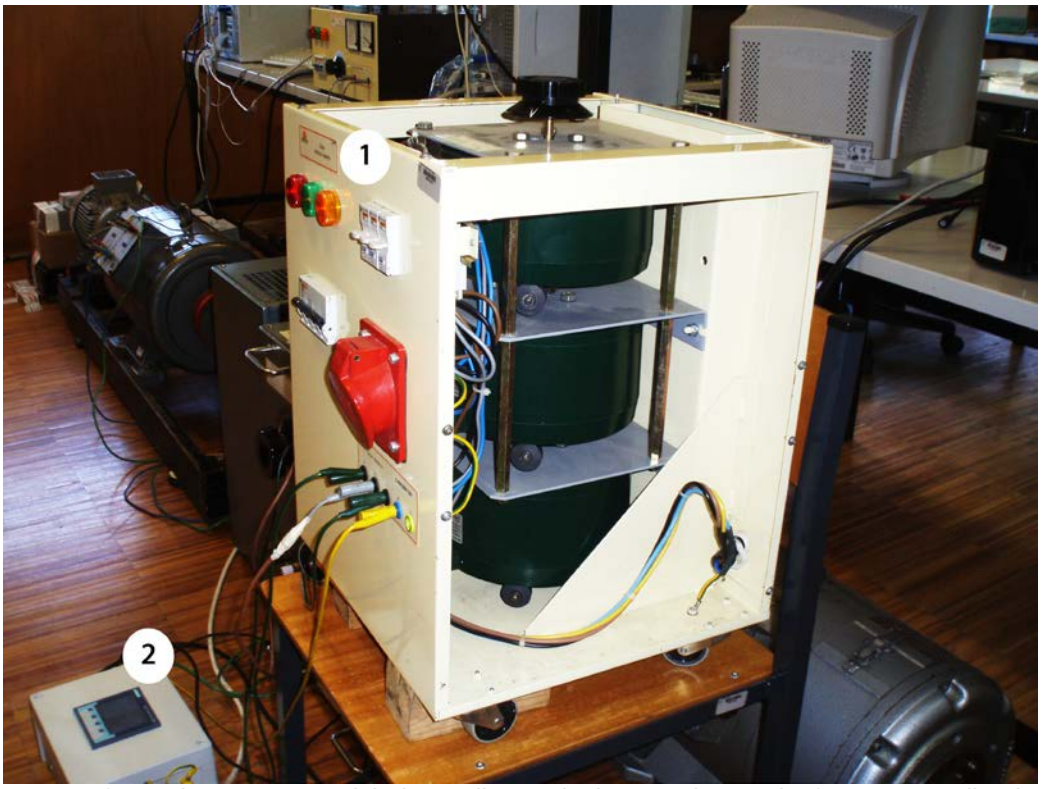
Figura F. 1. Equipos de Prueba y sistema de medición usado en los ensayos del motor de 4 w.



1: Autotransformador, 2: Analizdor de Potencia, 3: Motor de 4 KW sometido a prueba, 4: Torquímetro Digital, 5: Traductor del Torquímetro 6: Computador que recibe datos de temperatura, 7: Tacómetro digital, 8: Voltímetro digital, 9: Amperímetro digital.

Se uso para las pruebas el motor de inducción trifásico jaula de ardilla, fabricado bajo norma IEC, 4 KW, 220/380 V, 16/9.2 A, 1435 RPM, Frame IEC112M, Diseño Rotor KL16, totalmente encerrado. El motor se acoplo a un generador de corriente continua que actúa como carga y en el acople se coloco un dinamómetro digital para medir el par del motor, Figura F.1.

Figura F. 2. Vista del Autotransformador y el Analizador de Potencia.



1: Autotransformador con control independiente de las tensiones de fase, 2: Analizador de Potencia.

El desequilibrio de tensiones se produjo mediante un autotransformador con bobinas independientes que permiten variar las tensiones de fase del autotransformador, ver Figura F.2. El sistema de mediciones se realizo con un analizador de energía SENTRON PAC 3200, marca Siemens, ver Figura F.2.

Pruebas realizadas.

La medición de la resistencia de una fase del devanado. r_1=0.0.80 a 20 °C

La Tabla F.1 muestra los resultados de las pruebas de rotor bloqueado, vacio y secuencia inversa. Estas pruebas se usaron para determinar el circuito equivalente.

Tabla F. 1. Pruebas de rotor bloqueado, vacio y secuencia inversa. Datos nominales: 380V, 4 KW, 50 Hz, 1435 RPM. Norma IEC 600034.

	V_{ab}(V)	V_{bc}(V)	V_{ca}(V)	I_a(A)	I_b(A)	I_c(A)	P(W)	S(VA)	RPM
Prueba Rotor Bloqueado	91	93	96	9.5	9.1	8.9	760	1480	0
	89	93	95	9.1	8.9	8.7	730	1420	0
Prueba de Vacio	440	440	440	10.2	10.9	10.7	1370	8130	1498.5
	420	420	420	8.0	8.6	9.4	1040	6150	1498
	410	409	410	7.2	7.6	7.3	900	5220	1498
	400	400	400	6.3	6.7	6.6	800	4490	1498
	391	391	391	5.6	6.1	5.9	720	3910	1498
	380	380	380	5.0	5.3	5.1	640	3370	1498
	370	370	370	4.5	4.8	4.5	590	2970	1498
	360	359	361	4.1	4.3	4.0	530	2600	1498
	350	350	350	3.7	3.9	3.7	490	2290	1498
	340	339	340	3.5	3.7	3.4	460	2080	1497.5
	320	320	320	3.1	3.2	3.0	410	1710	1497
	280	281	280	2.6	2.6	2.5	330	1240	1497
	240	239	240	2.2	2.2	2.1	270	910	1496
Prueba de Secuencia Inversa	89	98	98	9.1	9.1	9.2	790	1510	1445
	92	100	100	9.4	9.4	9.5	850	1590	1437
	89	98	98	9.2	9.2	9.3	790	1520	1435
	90	99	99	9.4	9.4	9.5	820	1560	1432

Las pruebas de calentamiento y desclasificación, se realizaron para determinar experimentalmente los factores de desclasificación de la máquina y compararlos con la Curva de Desclasificación NEMA. La Tabla F.2 muestra los resultados para una tensión de secuencia positiva de 380 V y diferentes valores de VUF%. La Tabla F.3 muestra los resultados para una tensión de secuencia positiva de 399 V y diferentes valores de VUF%. La Tabla F.4 muestra los resultados para una tensión de secuencia positiva de 361 V y diferentes valores de VUF%. Estos valores de V_1 permiten cubrir los diferentes tipos de desequilibrios en que pueden presentarse en los sistemas eléctricos, tal como se definió en la Tabla 3.6: Tensión Nominal Equivalente Desequilibrada, Sobretensión Equivalente Desequilibrada y Subtensión Equivalente Desequilibrada.

Tabla F. 2. Factores de Desclasificación experimental (Δθ=76°C) para diferentes valores de VUF% y una tensión de secuencia positiva igual a la tensión nominal, V1=380 V.

Vab	Vbc	Vca	V1	Tiempo Prueba	Δθ	VUF	FP	EF%	D. F. NEMA	D. F. Exper
380	380	382	380.6	3.5 h	76°C	0.35	0.84	78.4	1	1
379	385	381	381.6	3.5	76°C	0.93	0.835	78.5	0.99	1.0
374	387	378	380	3.5	76°C	2.03	0.835	78.8	0.96	0.98
375	392	376	381.6	3.5	76°C	3.0	0.82	78.0	0.90	0.95
371	395	376	380.5	3.5	76°C	3.87	0.80	78.3	0.84	0.94
371	400	376	382.1	3.5	76°C	4.73	0.792	77.6	0.78	0.9

Tabla F. 3. Factores de Desclasificación experimental (Δθ=76°C) para diferentes valores de VUF% y una tensión de secuencia positiva de 105% la tensión nominal V1=399 V.

Vab	Vbc	Vca	V1	Tiempo Prueba	Δθ	VUF	FP	EF %	D. F. NEMA	D. F. Exper
397	399	399	398.4	3.5 h	76°C	0.33	80	78.6	1	1
398	406	400	401.6	3.5	76°C	1.09	77.7	78.4	0.99	1
395	408	397	400	3.5	76°C	2.0	78	78.6	0.96	0.986
394	411	398	400.3	3.5	76°C	2.47	76	77.5	0.93	0.94
393	412	398	400.9	3.5	76°C	2.85	75	77.2	0.92	0.92
390	416	394	399.8	3.5	76°C	4.08	74	77.6	0.83	0.88
387	419	392	399	3.5	76°C	5.04	73	76.7	0.76	0.86

Tabla F. 4. Factores de Desclasificación experimental (Δθ=76°C) para diferentes valores de VUF% y una tensión de secuencia positiva de 95% la tensión nominal V1 =361 V.

Vab	Vbc	Vca	V_1	Tiempo Prueba	Δθ	VUF	FP	EF%	D.F. NEMA	D. F. Exper
357	361	360	359.5	3.5 h	76°C	0.66	0.87	78.9	1	0.967
357	364	359	360	3.5	76°C	1.16	0.86	78.8	0.98	0.97
357	367	359	360.9	3.5	76°C	1.70	0.86	78.8	0.97	0.96
357	375	360	360.9	3.5	76°C	3.08	0.85	78.4	0.9	0.94
353	379	358	363	3.5	76°C	4.41	0.84	78.2	0.8	0.91
349	378	353	360	3.5	76°C	5.1	0.84	78.0	0.75	0.89

F.2 EQUIPOS USADOS Y PRUEBAS REALIZADAS EN EL LABORATORIO DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE.

En la Universidad del Valle se realizó las pruebas en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas en coordinación del Grupo de Investigación Conversión de Energía CONVERGIA.

Equipos usados

Se uso para las pruebas el motor de inducción trifásico jaula de ardilla fabricado bajo norma NEMA, 3 HP, 220/440V, 8.4/4.2 A, 1740 RPM, Frame 225, Diseño B, Código J, marca Westinghouse. El motor se acoplo a un generador de corriente continua que actúa como carga y esta adecuado con un dinamómetro analógico para medir el par del motor, figura F.3.a.

El sistema de medición estuvo formado por un Analizador de Energía Power 4405 marca Dranetz, para medir las variables eléctricas, amperímetro y voltímetro digital, un sincronoscopio para la medición de la velocidad y un medidor de temperatura infrarrojo para medición a distancia de la temperatura, Fig. F.3.b.

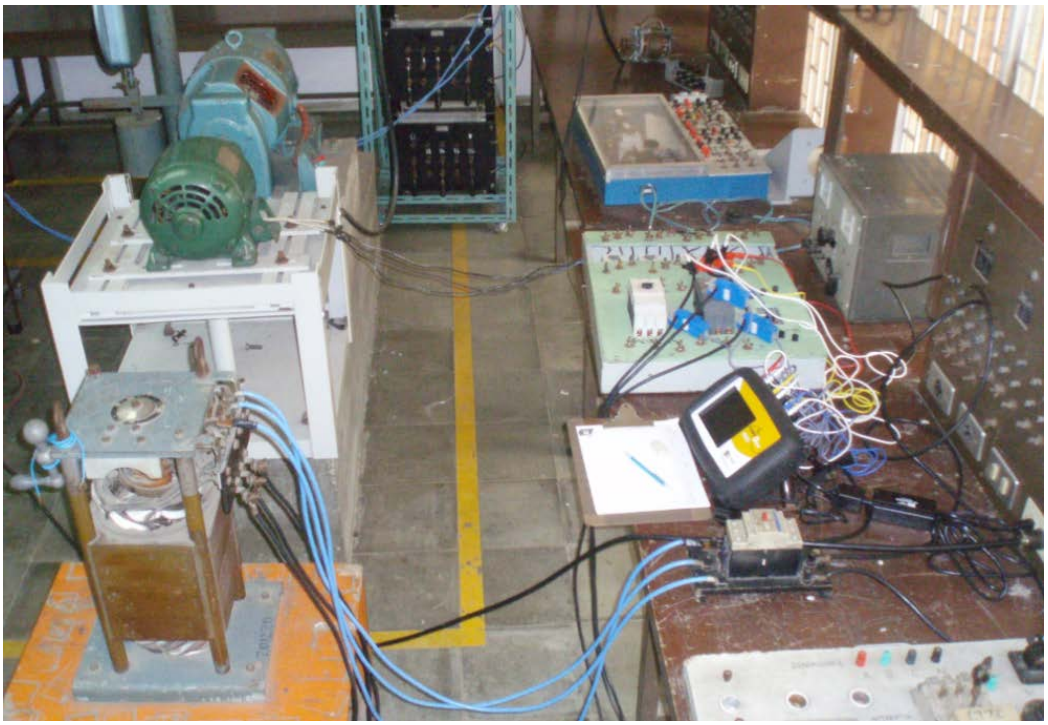
Figura F. 3. Equipos Usados: (a) Motor de inducción 3 HP, (b) Sistema de medición



(a) (b)

El motor de inducción fue sometido a las pruebas de vacío, rotor bloqueado y secuencia inversa. El montaje para las pruebas se observa en la Figura F.4

Figura F. 4. Montaje de los equipos para las pruebas motor 3 HP.



Pruebas realizadas

Medición de la resistencia de una fase del devanado. r_1=0.645 a 25.5 °C
La Tabla F.5 muestra los resultados de las pruebas de rotor bloqueado, vacio y secuencia inversa.

Tabla F. 5. Pruebas de rotor bloqueado, vacio y secuencia inversa. Datos nominales: 220V, 3 HP, 60 Hz, 1740 RPM. Norma NEMA MG1.

	V_{ab}(V)	V_{bc}(V)	V_{ca}(V)	I_a(A)	I_b(A)	I_c(A)	P(W)	S(VA)	RPM
Prueba de Rotor Bloqueado	44.4	42.78	42.33	8.65	8.69	8.77	306.1	642.7	0
	41.1	41.45	40.89	8.42	8.41	8.55	286.3	606.9	0
	34.9	34.77	34.77	7.05	7.15	7.18	206.6	432.7	0
Prueba de Vacio	250.3	249.6	248.4	5.98	5.94	5.90	237.9	2694	1795
	240	239.5	238.5	5.44	5.46	5.37	216.6	2276	1795
	230.4	229.9	228.7	4.95	5.04	4.93	192.7	2001	1795
	220.3	220.1	218.7	4.58	4.67	4.57	175.5	1798	1794
	210.9	210.8	209.6	4.26	4.39	4.24	158.2	1605	1794
	201	200.8	199.5	3.98	4.08	3.95	146.9	1404	1793
	180.6	180.4	179.4	3.45	3.56	3.43	121.5	1114	1793
	160	159.9	158.9	2.96	3.09	2.95	101.5	878.4	1790
	140	140.1	139.9	2.51	2.63	2.56	84.1	682.4	1787
	120.6	121.1	119.9	2.18	2.28	2.18	70.8	516.8	1784
	100.2	100.4	99.4	1.77	1.86	1.81	58.4	401.3	1776
Prueba de Secuencia Inversa	39.26	38.87	39.05	8.39	8.51	8.45	249.8	572.1	1750
	39.45	39.07	39.22	8.40	8.48	8.43	250.6	574.1	1739
	38.82	38.54	39.59	8.42	8.50	8.43	241.8	561.8	1727

ANEXO G

PUBLICACIONES DEL AUTOR

El autor ha realizado las siguientes publicaciones, relacionadas con el tema de la tesis:

QUISPE, E.; VIEGO, P. and COGOLLO, J., Statistical Equations to Evaluate the Effects of Voltage Unbalance on the Efficiency and Power Factor of a Three-Phase Induction Motors. WESEAS Transaction on Circuit and Systems. Issue 4, Volume 4, April 2005, ISSN 1109-2734, pp 234-239.

QUISPE, E. y PALACIOS, J., Análisis de las definiciones de desequilibrio de Tensión y su Influencia con los Efectos en la Operación de Motores Trifásicos de Inducción: La necesidad de una nueva definición, *Memorias del II Congreso Internacional sobre Uso Racional y Eficiente de la Energía CIUREE2006*, Cali - Colombia, 2-4 Noviembre 2006, ISBN 978-958-670-553-0

MENDES, A. M. S.; QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M. and MARQUEZ CARDOSO, A. J., Influence of the Positive Sequence Voltage on the Temperature of Three-phase Induction, *Proceedings of the XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM 2010). Sept* 6-8, 2010, Rome, Italy.

QUISPE, E. C.; LÓPEZ-FERNÁNDEZ, X. M., MENDES, A. M. S.; MARQUEZ CARDOSO, A. J. and PALACIOS, J. A., Experimental Study of the Effect of Positive Sequence Voltage on the Derating of Induction Motors under Voltage Unbalance, *Proceedings of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2011). May* 15-18, 2011, Niagara Falls, Canada.