



DISEÑO DE UN DISPOSITIVO ACÚSTICO PARA LA AGLOMERACIÓN DE PARTÍCULAS EN AGUA

Diego Alejandro Marín Vásquez

Estudiante de ingeniería Mecánica

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica
Cali, Colombia
2025

DISEÑO DE UN DISPOSITIVO ACÚSTICO PARA LA AGLOMERACIÓN DE PARTÍCULAS EN AGUA

Diego Alejandro Marín Vásquez

Estudiante de ingeniería Mecánica

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:
Ingeniero Mecánico

Director:

MSc. Jhon Fernando Acevedo Espinosa

Co-Director:

Ph.D. Joao Ealo Cuello

Laboratorio de vibraciones y acústica
(LaVa)

Centro de Investigación en Innovación en Bioinformática y Fotónica
(CIBIoFI)

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica
Cali, Colombia
2025

Dedicatoria

A mi familia, por su apoyo a lo largo de mi formación académica.

A los profesores con vocación que contribuyeron a mi formación.

A mis dos hermanos, Samuel y Coral, quienes son mi motivación para cada día ser un mejor ser humano.

A mi novia Alejandra, por su amor y apoyo durante esta etapa.

A mi abuela Marina, mi ángel en la tierra, que me ha cuidado y brindado amor durante cada etapa de mi vida.

Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad

Albert Einstein

Agradecimientos

Agradezco a mi director Jhon Fernando Acevedo por guiarme con gran voluntad y paciencia durante la realización de este proyecto. También a mi Co-director Joeao Ealo cuello por sus buenas observaciones y motivación por la investigación y el desarrollo tecnológico. A mi familia y amigos por su apoyo y comprensión en esta etapa.

Resumen

Palabras Clave: Elementos finitos, ultrasonido, diseño, acustoflúidica, micropartículas, Lab-on-a-chip, manipulación acústica.

La manipulación acústica de micropartículas en dispositivos Lab-on-a-chip (LOC) ofrece una alternativa sin contacto, versátil y potencialmente económica frente a técnicas convencionales de aglomeración y separación de micropartículas en agua. Sin embargo, el diseño de dispositivos acustoflúidicos eficientes requiere geometrías de cavidad y condiciones de operación que favorezcan la formación de campos estacionarios adecuados, así como modelos numéricos fiables que describan el acoplamiento entre el transductor y el fluido. En este trabajo se diseña y simula un dispositivo acustoflúidico para la aglomeración de micropartículas en agua, basado en una cavidad resonante de geometría cilíndrica acoplada a un transductor piezoeléctrico comercial tipo disco PZT-5H que opera alrededor de 2.4 MHz.

En una primera etapa se realiza la caracterización experimental eléctrica y vibratoria del transductor y se ajusta su curva de impedancias y respuesta mecánica a un modelo numérico que incluye las ecuaciones constitutivas de los materiales piezoeléctricos. Estos parámetros se incorporan posteriormente en un modelo numérico del dispositivo acustoflúidico completo formulado en COMSOL Multiphysics®[®], que acopla las físicas de piezoelectricidad, mecánica de sólidos y acústica en el dominio de la frecuencia. A partir del campo de presión obtenido en la cavidad se calculan el potencial de Gorkov y las fuerzas de radiación acústica, lo que permite determinar las zonas de atrapamiento estable de partículas.

En este proyecto se lleva a cabo un barrido paramétrico de la geometría, expresando la altura y el radio de la cavidad como múltiplos de la semilongitud de onda en agua, y el espesor de la capa de adaptación del dispositivo como múltiplo de un cuarto de la longitud de onda en el material de la cavidad. Los resultados muestran que la frecuencia de resonancia del sistema se mantiene en el intervalo 2.25–2.44 MHz y está dominada por la altura de la cavidad, mientras que el radio tiene un efecto secundario. Asimismo, se observa una relación proporcional entre la altura de la cavidad y el número de trampas axiales, así como configuraciones de capa de adaptación que maximizan el factor de calidad eléctrico y minimizan la impedancia en resonancia. La comparación entre el modelo analítico de cavidad rígida y las simulaciones numéricas indica una buena concordancia en la componente axial de las fuerzas de radiación, y pone de manifiesto el papel de las pérdidas y de las condiciones de borde reales en la modificación del campo radial. En conjunto, los resultados proporcionan lineamientos de diseño y una metodología integrada de modelado que sirven de base para la futura fabricación experimental de dispositivos LOC acustoflúidicos para la aglomeración de partículas en agua.

Abstract

Keywords: finite elements method, ultrasound, design, acoustofluidics, microparticles, Lab-on-a-chip, acoustic manipulation.

The acoustic manipulation of microparticles in Lab-on-a-chip (LOC) devices offers a contactless, versatile, and potentially low-cost alternative to conventional techniques for the aggregation and separation of microparticles in water. However, the design of efficient acoustofluidic devices requires cavity geometries and operating conditions that favor the formation of suitable standing wave fields, as well as reliable numerical models that describe the coupling between the transducer and the fluid. In this work, an acoustofluidic device for the aggregation of microparticles in water is designed and simulated, based on a cylindrical resonant cavity coupled to a commercial PZT-5H disc-type piezoelectric transducer operating around 2.4 MHz.

In a first stage, the experimental electrical and vibrational characterization of the transducer is carried out, and its impedance and vibration curves are fitted to a numerical model using constitutive models and equations of piezoelectric materials. These parameters are subsequently incorporated into a numerical model of the complete LOC device formulated in COMSOL Multiphysics®, which couples piezoelectricity, solid mechanics, and acoustics in the frequency domain. From the pressure field obtained in the cavity, the Gorkov potential and the acoustic radiation forces are computed, which makes it possible to determine the stable particle trapping regions.

A parametric sweep of the geometry is performed, expressing the height and radius of the cavity as multiples of half the wavelength in water, and the thickness of the matching layer of the device as a multiple of a quarter of the wavelength in cavity's material. The results show that the resonance frequency of the system remains in the range 2.25–2.44 MHz and is dominated by the cavity height, while the radius has a secondary effect. Likewise, a proportional relationship is observed between the cavity height and the number of axial traps, as well as matching-layer configurations that maximize the electrical quality factor and minimize the impedance at resonance. The comparison between the rigid-cavity analytical model and the numerical simulations indicates good agreement in the axial component of the radiation forces and highlights the role of losses and real boundary conditions in modifying the radial field. Taken together, the results provide design guidelines and an integrated modeling methodology that serve as a basis for the future experimental fabrication of acoustofluidic LOC devices for particle aggregation in water.

Índice General

Dedicatoria	I
Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
Lista de figuras	VII
Lista de tablas	VIII
1 Introducción	1
1.1 Planteamiento del problema	2
1.2 Antecedentes y justificación	4
1.3 Objetivos	5
1.4 Metodología	6
1.5 Estado del arte de dispositivos acustofluídicos para la manipulación de partículas	6
2 Marco Referencial	8
2.1 Dispositivos Lab-on-Chip	8
2.2 Dispositivos LOC acustofluídicos para la manipulación de partículas	9
2.2.1 Dispositivos acústicos para la manipulación y aglomeración de partículas	10
2.3 Fundamentos de acústica	13
2.3.1 Ecuación de onda	14
2.3.2 Velocidad del sonido	14
2.3.3 Ecuación de onda en fluidos	14
2.3.4 Impedancia acústica y propagación en varios medios	15
2.3.5 Campo acústico estacionario	16
2.3.6 Principio de atrapamiento de partículas en un campo acústico	17
2.4 Modelo analítico del campo acústico y fuerza de radiación acústica en una cavidad cilíndrica resonante	20
2.5 Modelos y ecuaciones constitutivas de materiales piezoeléctricos	23
2.5.1 Modelo unidimensional	26
2.5.2 Modelo eléctrico de cerámicas piezoeléctricas	26
2.5.3 Modelo electromecánico	29
2.5.4 Modos de vibración de discos piezoeléctricos	30
2.5.5 Modelo numérico en COMSOL	32

3	Materiales y métodos	35
3.1	Elección de la configuración del dispositivo	35
3.1.1	Requerimientos del dispositivo	35
3.1.2	Configuración del dispositivo	36
3.1.3	Transductor piezoeléctrico	37
3.1.4	Materiales y geometría del dispositivo	37
3.2	Caracterización eléctrica del transductor	39
3.3	Caracterización vibratoria del transductor por medio de vibrometría laser . .	40
3.4	Modelos numéricos y algoritmos	41
3.4.1	Simulación del transductor piezoeléctrico	42
3.4.2	Algoritmo de Ajuste de la impedancia eléctrica	43
3.4.3	Simulación del dispositivo	45
3.4.4	Análisis paramétrico del modelo numérico de simulación	45
4	Resultados y análisis	49
4.1	Caracterización eléctrica del transductor.	49
4.2	Caracterización vibratoria del transductor	50
4.3	Algoritmo de ajuste de impedancias del transductor	52
4.4	Simulación numérica del transductor piezoeléctrico	54
4.5	Simulación del dispositivo	56
4.5.1	Análisis de la curva de impedancia del dispositivo en función de varia- ciones geométricas.	56
4.5.2	Análisis de los campos obtenidos mediante simulación	60
5	Conclusiones	65
6	Trabajos futuros	66

Índice de Figuras

1-1	Dispositivo acustofluídico para la aglomeración de partículas en agua. Fuente: Autor	2
1-2	Arbol del problema. Fuente: Autor	3
1-3	Levitación de partículas en aire. Fuente (a): Adaptado de [5] , Fuente (b): [1]	5
2-1	Esquema general dispositivo Lab-on-Chip. Fuente: Autor.	9
2-2	Dispositivo basado en SAW. Fuente: [33]	10
2-3	Dispositivo basado en BAW. Fuente: [17]	11
2-4	Dispositivo basado en pinzas acústicas. Fuente: [9]	11
2-5	Dispositivo basado en arreglos en fase. Fuente: [10]	12
2-6	Campo estacionario formado entre un elemento Transmisor y un Reflector. Fuente: Autor	18
2-7	Campo de presión, velocidad, potencial de Gorkov y fuerza de radiación acústica obtenida a partir de un campo estacionario. Fuente: Autor	19
2-8	Diagrama de cavidad acústica. Fuente: Autor	20
2-9	Campos analíticos normalizados para los modos (0,0,1) y (0,1,0). Fuente: Autor	22
2-10	Curvas 1D de los campos en $r = 0.5a$ y $z = 0.5h$ para los modos (0,0,1) y (0,1,0). Fuente: Autor	22
2-11	Esquema de cerámica piezoeléctrica. Fuente: Autor	23
2-12	Circuito equivalente de Van Dyke. Fuente: Autor	27
2-13	Curvas de impedancia y fase. Fuente: Autor	28
2-14	Circuito equivalente con elementos complejos. Fuente: Autor	29
2-15	Vibración modo espesor del transductor. Fuente: Autor	31
3-1	Configuración del dispositivo. Fuente: Adaptado de [34]	36
3-2	Transductor empleado en el dispositivo. Fuente: [4]	37
3-3	Geometría y materiales del dispositivo. Fuente: Autor	38
3-4	Circuito empleado para determinar la curva de impedancias del transductor. Fuente: Autor	39
3-5	Montaje experimental implementado para la caracterización eléctrica del transductor. Fuente: Autor	40
3-6	Montaje experimental implementado para la caracterización vibratoria del transductor. Fuente: Autor	41
3-7	Condiciones de borde de la simulación del transductor. Fuente: Autor	42
3-8	Convergencia de la malla de la simulación basada en la velocidad máxima en z .	43
3-9	Diagrama de flujo del procedimiento llevado a cabo para ajustar la curva de impedancias numérica. Fuente: Autor	44
3-10	Condiciones de borde del dominio axisimétrico de simulación del dispositivo. Fuente: Autor	45

3-11	Transmisión de ondas en el dispositivo. Fuente: Autor.	47
4-1	Curva de impedancia y fase del transductor piezoeléctrico obtenidas experimentalmente. Fuente: Autor	50
4-2	Caracterización por vibrometría laser del transductor a una frecuencia por debajo de la resonancia. Fuente: Autor	51
4-3	Caracterización por vibrometría del transductor a la frecuencia de resonancia. Fuente: Autor	52
4-4	Curvas de impedancia, fase y vibración del transductor ajustadas mediante el algoritmo de optimización. Fuente: Autor.	54
4-5	Amplitud y fase del transductor a una frecuencia de 2.37 MHz . Fuente: Autor	55
4-6	Amplitud y fase del transductor a la frecuencia de resonancia 2.396 MHz . Fuente: Autor .	56
4-7	Métricas en función de la variación de n_c , n_d y n_t , frecuencia de resonancia f_{res} , factor de calidad Q , y mínimo de impedancia Z_{min} . Fuente: Autor. . . .	57
4-8	Curvas de impedancia para $n_t = 1$, $n_d = 1$ y $n_t = 2$, $n_d = 1$. Fuente: Autor. .	58
4-9	Curvas de impedancia para $n_t = 1$, $n_c = 1$ y $n_t = 2$, $n_c = 1$. Fuente: Autor. .	58
4-10	Comparación de los campos numéricos y analíticos normalizados obtenidos para $n_t = 1$, $n_c = 1$, $n_d = 1$	61
4-11	Curvas 1D normalizadas $n_t = 1$, $n_c = 1$, $n_d = 1$	61
4-12	Comparación de campos obtenidos para $n_t = 2$, $n_c = 2$, $n_d = 2$	62
4-13	Curvas 1D normalizadas para $n_t = 2$, $n_c = 2$, $n_d = 2$	62
4-14	Comparación de campos obtenidos para $n_t = 1$, $n_c = 3$, $n_d = 5$	63
4-15	Curvas 1D normalizadas para $n_1 = 2$, $n_c = 3$, $n_d = 5$	63

Índice de Tablas

2-1	Clasificación de dispositivos acústicos según tecnología de transducción . . .	12
2-2	Clasificación de dispositivos acústicos según geometría y flujo	13
2-3	Relación entre notación tensorial y notación de Voigt según la convención IEEE y ANSYS.	23
3-1	Requerimientos de diseño del dispositivo acústico	35
3-2	Geometría y materiales de los dominios del dispositivo.	38
3-3	Propiedades mecánicas y acústicas de los materiales del dispositivo.	38
3-4	Propiedades acústicas de los materiales y coeficientes de reflexión (R) y transmisión (T) en amplitud de presión para distintas interfaces, considerando una onda incidente que se propaga del medio 1 al medio 2.	48
3-5	Resumen de las fases relativas de las ondas de presión en la capa de resina, tomando como referencia la fase de la onda incidente p_i en la interfaz 1. . . .	48
4-1	Parámetros obtenidos a partir del algoritmo de optimización de ajuste de impedancias.	53
4-2	Pérdidas presentes en el transductor.	53
4-3	Impedancias a la frecuencia de resonancia y factores de calidad de las curvas experimental, analítica y numérica.	54

1 Introducción

Los sistemas microelectromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés) son dispositivos que combinan componentes electrónicos, mecánicos o electromecánicos a escala miniaturizada para realizar tareas específicas, tales como el control de flujo en sistemas microfluídicos, la actuación en microrrobótica o la generación de ultrasonidos en equipos médicos. Dentro de esta familia, los dispositivos *Lab-on-Chip* (LOC) se enfocan en la miniaturización de procesos que involucran fluidos, permitiendo llevar a cabo múltiples tipos de análisis y procedimientos en aplicaciones como la síntesis química, el análisis biomédico, el monitoreo ambiental y la separación o aglomeración de células biológicas. Su valor radica en la reducción del volumen de muestras y de reactivos, la disminución de los tiempos de respuesta y la posibilidad de realizar pruebas fuera de un laboratorio convencional [2, 18].

Una de las aplicaciones más relevantes de los dispositivos LOC es la manipulación de partículas, tales como células, gotas o partículas sintéticas; ya sea para separarlas o aglomerarlas con el fin de analizarlas o someterlas a un determinado procedimiento. Existen múltiples métodos para la separación y aglomeración de partículas basados en diferentes interacciones físicas, entre los que se encuentran técnicas hidrodinámicas, eléctricas, magnéticas y ópticas [35]. Estas estrategias aprovechan contrastes en propiedades como tamaño, forma, densidad, conductividad o carga eléctrica, y han permitido el desarrollo de plataformas altamente especializadas. Sin embargo, muchas de estas tecnologías implican contacto directo con la muestra, el uso de reactivos adicionales o sistemas ópticos y electrónicos complejos, lo que puede aumentar el costo y la complejidad del dispositivo.

En este contexto, el uso de ondas acústicas a frecuencias ultrasónicas para manipular partículas en medios líquidos ha cobrado un creciente interés. De hecho, la manipulación acústica permite actuar de manera aséptica y sin contacto, lo que resulta especialmente adecuado para muestras sensibles como células vivas. Además, ofrece una gran versatilidad en términos de tamaño y densidad de las partículas que pueden ser manipuladas y se considera una de las tecnologías de separación y aglomeración potencialmente más económicas [6]. No obstante, el diseño de dispositivos acustofluídicos eficientes plantea retos importantes: es necesario definir geometrías de cavidades y condiciones de operación que generen campos acústicos favorables para la aglomeración de partículas, así como desarrollar modelos numéricos fiables que permitan predecir y optimizar dicho comportamiento [33].

El problema que se aborda en este trabajo se sitúa precisamente en este punto: aunque la literatura reporta diversos dispositivos acustofluídicos para separación y aglomeración de partículas, existe aún la necesidad de contar con metodologías integradas de diseño, modelado y validación que faciliten la implementación física de estas tecnologías, asegurando la compatibilidad con transductores comerciales y adaptadas a las capacidades experimenta-

les disponibles. En particular, se busca disponer de un dispositivo que permita aglomerar micropartículas en regiones bien definidas del volumen de la cavidad, así como de modelos numéricos que describan de forma consistente el acoplamiento entre el transductor piezoeléctrico y el resto de dominios físicos presentes en el dispositivo acustofluídico.

En este trabajo se diseña y simula un dispositivo acustofluídico para la aglomeración de micropartículas en agua, basado en una cavidad resonante de geometría cilíndrica acoplada a un transductor piezoeléctrico comercial tipo disco (ver figura 1-1). A partir de la caracterización eléctrica y vibratoria del transductor, se formula un modelo numérico mediante el método de elementos finitos que permite predecir la frecuencia de resonancia del dispositivo, la distribución de presión acústica, la fuerza de radiación y las zonas de atrapamiento estable de partículas en el interior de la cavidad. Los resultados obtenidos constituyen un aporte de ingeniería para el diseño y posterior implementación experimental de dispositivos LOC acustofluídicos.

Este documento se organiza de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presentan los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo del trabajo, incluyendo una introducción a los dispositivos LOC, los principios básicos de acústica, la fuerza de radiación acústica y los modelos de transducción piezoeléctrica empleados; en el Capítulo 3 se describen los materiales y métodos utilizados, desde la selección de la configuración del dispositivo hasta los procedimientos de caracterización del transductor y la formulación del modelo numérico. El Capítulo 4 contiene los resultados de simulación y su análisis, haciendo énfasis en la relación entre las configuraciones geométricas de la cavidad, la resonancia del transductor y las zonas de atrapamiento de partículas. Finalmente, en los capítulos 5 y 6, se presentan las conclusiones principales del trabajo y se proponen posibles líneas de investigación futura.

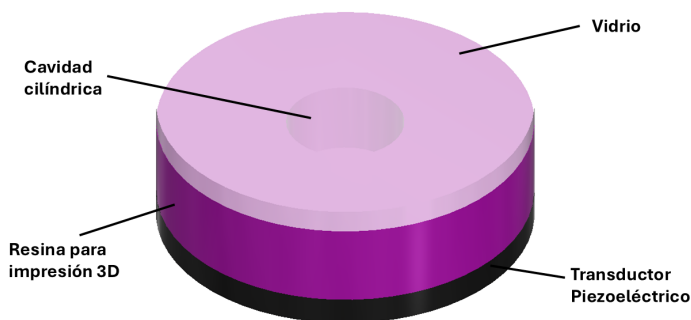


Figura 1-1: Dispositivo acustofluídico para la aglomeración de partículas en agua. Fuente: Autor

1.1. Planteamiento del problema

La aglomeración de partículas en fluidos es un proceso crucial en diversas aplicaciones industriales y científicas, que van desde el análisis biomédico hasta la síntesis de materiales

avanzados. Sin embargo, las técnicas convencionales de aglomeración de partículas, como la centrifugación, la filtración basada en membranas, la magnetoforesis, la electroforesis y los métodos ópticos presentan limitaciones significativas en términos de eficiencia, consumo de energía, selección de materiales y de la posibilidad de daño a muestras sensibles [6,8].

En este contexto, el uso de ondas ultrasónicas se presenta como una alternativa prometedora debido a su capacidad para aglomerar partículas de manera precisa y sin contacto, minimizando el riesgo de daños y permitiendo una mayor versatilidad en el control de partículas de diferentes tamaños y densidades. A pesar de sus ventajas, la mayoría de los estudios y aplicaciones prácticas de la manipulación acústica de partículas en agua no se ha popularizado en comparación de sus otras competidoras debido a que es una tecnología emergente, y aún se están sentando las bases para su entendimiento e implementación [8].

La aglomeración de partículas en medios líquidos empleando ondas acústicas implica un acoplamiento de múltiples fenómenos físicos, que incluyen la disipación de energía, la interacción con las condiciones de borde, y los acoplamientos acústica-estructura y fluido-estructura. Los modelos analíticos existentes resultan insuficientes para describir con precisión estos fenómenos debido a la complejidad de las interacciones entre las diferentes físicas involucradas [29]. Por lo tanto, es necesario desarrollar modelos numéricos y experimentales que permitan no solo entender mejor estos procesos, sino también optimizar su diseño e implementación.

En este contexto surge la siguiente pregunta, la cual guiará el desarrollo de este proyecto: ¿Cómo llevar a cabo el diseño y simulación de un dispositivo que haga uso de ondas ultrasónicas para aglomerar partículas en agua?

En la figura 1-2 se presenta el árbol del problema de este proyecto.

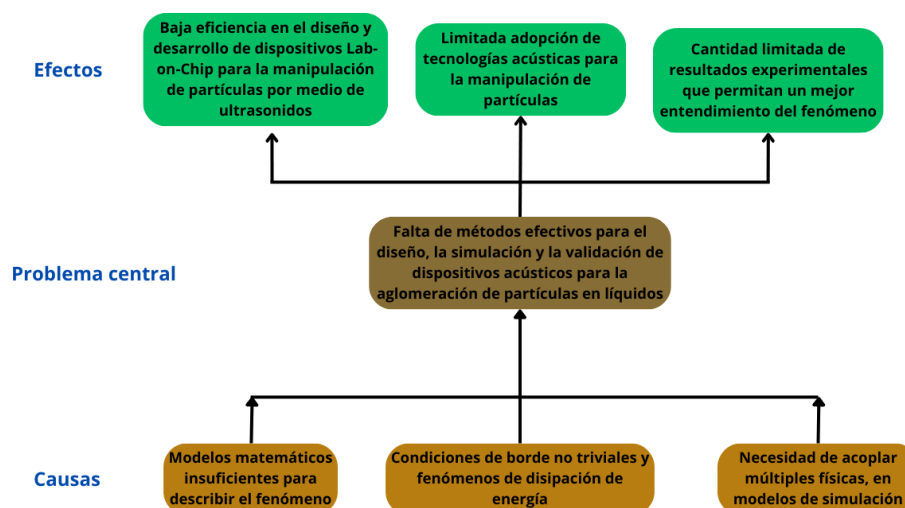


Figura 1-2: Árbol del problema. Fuente: Autor

1.2. Antecedentes y justificación

En el laboratorio de Vibraciones y Acústica (LaVa) de la Universidad del Valle adscrito al centro de Investigación en Innovación en Bioinformática y Fotónica (CIBIoFI), se han realizado múltiples investigaciones relacionadas con la manipulación de partículas mediante ondas ultrasónicas en aire (ver figura 1-3). Estos estudios han demostrado el potencial de esta tecnología para manipular partículas sin contacto, destacando su precisión y versatilidad en aplicaciones experimentales y prácticas. Entre los avances más relevantes se encuentran la caracterización de campos acústicos y el desarrollo de dispositivos diseñados para manipular la posición y el movimiento de partículas en aire [1, 22, 26].

El traslado de estas tecnologías al contexto de medios líquidos representa una oportunidad aún inexplorada que plantea nuevos desafíos científicos y tecnológicos. En un medio líquido, las propiedades del fluido, como su mayor densidad y velocidad del sonido en comparación con el aire, afectan la propagación de las ondas acústicas y su interacción con las partículas. Además, fenómenos como el acoplamiento fluido-estructura, la disipación energética y las condiciones de borde no triviales introducen dificultades adicionales que deben ser abordadas a través del desarrollo de modelos de simulación confiables.

A pesar de estos retos, la manipulación acústica en líquidos ha mostrado un alto potencial de impacto en una amplia gama de aplicaciones. Entre ellas se incluyen:

■ **Biomedicina**

- Separación y clasificación celular.
- Manipulación de biomoléculas para análisis y diagnóstico.
- Procesamiento de muestras biológicas sensibles sin contacto físico directo (creación de tejido celular como esferoides, organoides y asenbloides).

■ **Síntesis de materiales avanzados**

- Ensamblaje controlado de partículas en estructuras micro y nanoescala.
- Formación de agregados con propiedades específicas mediante manipulación acústica.

■ **Monitoreo ambiental**

- Separación de contaminantes en agua.
- Detección y control de partículas en medios acuosos.

Estas aplicaciones reflejan la relevancia práctica de extender los conocimientos actuales del equipo de trabajo en relación con la manipulación acústica a medios líquidos. Particularmente, este proyecto de grado busca aportar mediante el diseño, simulación y validación analítica del funcionamiento de estos dispositivos. Al abordar los desafíos técnicos y ampliar

las capacidades de esta tecnología, el proyecto no solo fortalecerá el conocimiento científico en acustoflúidica, sino que también abrirá nuevas oportunidades para aplicaciones prácticas en sectores biomédicos, industriales y ambientales.



((a)) Levitación de partículas en aire haciendo uso de campos acústicos estacionarios



((b)) Levitación de partículas en aire mediante vórtices acústicos

Figura 1-3: Levitación de partículas en aire. Fuente (a): Adaptado de [5] , Fuente (b): [1]

1.3. Objetivos

Los objetivos que guían el desarrollo de este proyecto se presentan a continuación:

Objetivo General

Diseñar un dispositivo para la aglomeración de partículas en agua basado en la emisión de ondas ultrasónicas.

Objetivos Específicos

- Establecer la configuración geométrica del dispositivo, sus componentes y materiales.
- Simular el dispositivo mediante un modelo basado en elementos finitos.
- Validar los modelos de simulación empleando la teoría existente y/o resultados experimentales del dispositivo.

1.4. Metodología

La metodología de este trabajo se estructura en tres fases articuladas con los objetivos específicos. En la primera fase se define la configuración geométrica del dispositivo, sus componentes y materiales, a partir de una revisión bibliográfica sobre métodos de manipulación y aglomeración acústica de partículas, configuraciones de dispositivos acustoflúidicos y tecnologías de transducción, así como del establecimiento de los requisitos de desempeño y las principales restricciones de diseño. En la segunda fase se formula e implementa en un software de elementos finitos el modelo numérico del dispositivo propuesto, especificando la geometría, las propiedades de los materiales, las físicas acopladas y las condiciones de borde, con el fin de predecir la distribución de presión acústica, las fuerzas de radiación y las regiones de atrapamiento de partículas, y ajustar el diseño con base en estos resultados. Finalmente, en la tercera fase se valida el modelo mediante la comparación de los resultados numéricos con modelos analíticos disponibles en la literatura, identificando las discrepancias y analizando sus posibles causas.

1.5. Estado del arte de dispositivos acustoflúidicos para la manipulación de partículas

En 2006, Oberti et al. [23] construyeron un dispositivo para atrapar partículas de un copolímero de 9.6 y 26 μm de diámetro suspendidas en agua desionizada, donde los patrones de atrapamiento obtenidos eran cúmulos de forma ovalada y circular. La geometría del dispositivo consistía en una cámara cuadrada de silicio con dimensiones de 5 x 5 x 0.2 mm, fabricada mediante un proceso de grabado en seco. La cámara mencionada anteriormente fue sellada con una placa de vidrio y excitada con una placa piezoeléctrica adherida debajo de ella. Al excitar dos electrodos alineados ortogonalmente en el piezoeléctrico, se generaba un campo de presión bidimensional, lo que permitía la manipulación de partículas en un patrón bidimensional. Sus resultados experimentales mostraron que las partículas se recolectaban en líneas o cúmulos, dependiendo de la orientación de los electrodos utilizados para excitar el piezoeléctrico, encontrando diferentes configuraciones de campo dependiendo de la frecuencia y la diferencia de voltaje entre las señales aplicadas a los electrodos.

En 2009, Gonzales et al. [11] desarrollaron un chip polimérico fabricado mediante fotolitografía estándar de SU-8 para separar partículas de poliestireno con un diámetro de 20 μm de una suspensión acuosa que contenía partículas de 6 μm . Los resultados mostraron una eficiencia superior al 95 % para diferentes tasas de flujo bajo condiciones laminares. Su método consistía en la activación de una cerámica piezoeléctrica pegada a uno de los bordes externos del canal microflúidico para generar ondas ultrasónicas. En este canal, dos medios diferentes fluían en trayectorias paralelas: un "flujo colector", en el que las partículas más

susceptibles a las ondas ultras3nicas ($20\mu m$) eran guiadas, y un "flujo de transporte", por donde las partculas a separar ingresaban al dispositivo. La frecuencia de 1 MHz utilizada para excitar el piezoelectrico era relativamente baja en comparaci3n con lo que normalmente se implementa en microdispositivos, lo que permiti3 la manipulaci3n sin inducir efectos no deseados, como el movimiento de partculas diferentes a las objetivo, la cavitaci3n acustica y los efectos de calentamiento.

En 2016, Zhichao et al. [20] crearon un dispositivo desmontable para separar partculas de $10\mu m$ y $15\mu m$ utilizando fuerzas de radiaci3n acustica en microcanales. La relevancia de su trabajo consisti3 en implementar un microcanal de polidimetilsiloxano (PDMS) desmontable, producido mediante litograf3a blanda, y un transductor acustico reutilizable fabricado depositando transductores interdigitales (IDTs) en un sustrato piezoelectrico de $LiNbO_3$. Esta configuraci3n permite la separaci3n de partculas sin contacto mediante ondas acusticas superficiales viajeras (TSAW). Una de las ventajas de este dispositivo desmontable es su aplicaci3n biom3dica en la preparaci3n de muestras, gracias al componente econ3mico del canal y a la posibilidad de reutilizar el transductor.

En 2017, Ahmed et al. [3], dise1naron un dispositivo lab-on-chip sin bomba, utilizando una bomba de jeringa externa. Su dispositivo consist3a en un canal microflu3dico recto de polidimetilsiloxano (PDMS) de una sola capa y dos transductores interdigitales (IDTs) paralelos colocados debajo del microcanal. Se demostr3 la separaci3n sin bomba de micropartculas de $12\mu m$, $4.8\mu m$ y $2.1\mu m$ mediante el atrapamiento exitoso de partculas de $12\mu m$ y $4.8\mu m$, operando a 73 MHz y 140 MHz, respectivamente. Sin embargo, una porci3n significativa de las partculas de $2.1\mu m$ pas3 sobre los IDTs sin verse afectada. Su dispositivo mostr3 un buen rendimiento para soluciones de concentraci3n extremadamente baja (1-10 partculas/ml), como es el caso de las c3lulas tumorales circulantes (CTCs) en la sangre humana.

En 2021, Kyriacos et al. [3] desarrollaron una manipulaci3n bidimensional en bucle cerrado de partculas dentro de un chip microflu3dico, controlando la frecuencia de un solo transductor ultras3nico mediante mediciones de visi3n artificial de las posiciones de las partculas y algoritmos de aprendizaje autom3tico. El estudio mostr3 que los algoritmos permitieron la manipulaci3n sin conocimiento previo del campo acustico generado, resultando en un m3todo vers3til que puede adaptarse a diferentes propiedades de microchips y partculas. La aplicaci3n pr3ctica de este m3todo se demostr3 en el dispositivo, guiando cada partcula para que saliera del chip a trav3s de una de las tres salidas diferentes del canal, mostrando su potencial para la manipulaci3n de c3lulas.

2 Marco Referencial

Este capítulo comprende una revisión de los principios fundamentales necesarios para llevar a cabo este trabajo. Inicialmente se realiza una descripción de los dispositivos Lab-on-Chip para la manipulación de partículas en agua y posteriormente se presentan los fundamentos teóricos de acústica, fuerzas de atrapamiento y transducción piezoeléctrica necesarios para llevar a cabo la implementación y validación de los modelos numéricos.

2.1. Dispositivos Lab-on-Chip

Los Sistemas Microelectromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés) integran en un mismo dispositivo componentes mecánicos, eléctricos y, en muchos casos, microfluídicos, permitiendo realizar funciones complejas en escalas micrométricas [15]. Dentro de esta familia, los dispositivos *Lab-on-Chip* (LOC) corresponden a sistemas miniaturizados que incorporan en un solo chip una o varias etapas típicas de un laboratorio convencional, tales como transporte, mezcla, reacción, separación y detección de muestras fluidas [19]. El manejo de volúmenes muy pequeños reduce el consumo de reactivos, acorta los tiempos de análisis y facilita la portabilidad de los equipos, lo que ha impulsado su uso en diagnóstico médico, síntesis química y monitoreo ambiental, entre otras aplicaciones

En términos generales, un dispositivo LOC combina una red de microcanales y cámaras donde circulan los fluidos, elementos de actuación que permiten mover o manipular las muestras (bombas, válvulas o transductores), y sistemas de detección para registrar las variables de interés. La geometría de los canales, la elección de materiales y la forma en que se suministra energía al sistema (eléctrica, térmica, acústica, etc.) se diseñan de acuerdo con la aplicación específica. En la Figura **2-1** se presenta un esquema ilustrativo de un dispositivo LOC típico, que sirve como referencia conceptual para el diseño del dispositivo acustofluídico desarrollado en este trabajo.

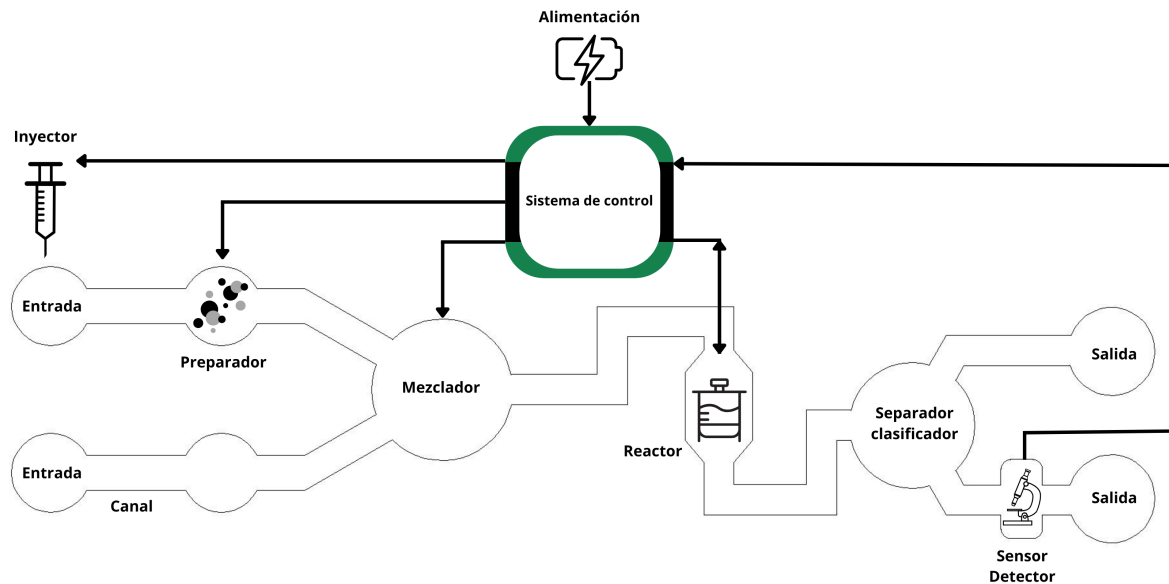


Figura 2-1: Esquema general dispositivo Lab-on-Chip. Fuente: Autor.

2.2. Dispositivos LOC acustofluidicos para la manipulaci3n de partculas

En los dispositivos LOC acustofluidicos, la manipulaci3n de partculas en un medio lquido se realiza mediante campos acsticos generados por transductores ultras3nicos acoplados al chip. Estos transductores convierten una se1al elctrica alternante en ondas acsticas en el fluido, las cuales pueden organizarse en campos estacionarios que producen fuerzas de radiaci3n capaces de concentrar, separar u ordenar partculas segun su tama1o, densidad o propiedades mecnicas [8]. Dependiendo de la aplicaci3n y del tipo de onda utilizada, se emplean transductores piezoelctricos volumetricos (BAW) o estructuras interdigitales para la generaci3n de ondas acsticas de superficie (SAW) directamente sobre el dispositivo [31].

El dise1o de un dispositivo acustofluidico implica definir la geometrfa de las cavidades y microcanales donde se formarn los campos acsticos, seleccionar materiales compatibles con el fluido y con la integraci3n del transductor, y establecer las condiciones de operaci3n (frecuencia, amplitud y modo de excitaci3n) que favorezcan la aparici3n de zonas de atrapamiento o aglomeraci3n de partculas [29]. Para ello, es habitual apoyarse en modelos numéricos basados en el m3todo de elementos finitos, que permiten predecir la distribuci3n de presi3n acstica y de fuerzas de radiaci3n en el interior del dispositivo antes de su fabricaci3n [36]. De esta manera, los dispositivos LOC acustofluidicos combinan las ventajas de la miniaturizaci3n y la microfluídica con una herramienta de actuaci3n no invasiva y altamente controlable, como es la acstica, lo que los hace especialmente atractivos para aplicaciones en bioingenierfa y análisis de partculas en suspensi3n.

2.2.1. Dispositivos acústicos para la manipulación y aglomeración de partículas

En el ámbito de la manipulación acústica de partículas y células, se han desarrollado diversos tipos de dispositivos que emplean ondas ultrasónicas para generar fuerzas de radiación capaces de atrapar, aglomerar o transportar objetos en suspensión. Estos dispositivos pueden clasificarse según dos enfoques principales: la **tecnología de transducción utilizada** y la **geometría y condiciones de flujo** [8]. A continuación, se describen ambas clasificaciones, resaltando sus ventajas y aplicaciones.

Clasificación según la tecnología de transducción

Los dispositivos acústicos pueden dividirse según el tipo de transductor y el modo de propagación de las ondas acústicas:

- **Dispositivos de ondas acústicas de superficie (Surface acoustic wave)(SAW):** Utilizan transductores interdigitales (IDTs) sobre sustratos piezoeléctricos para generar ondas acústicas que se propagan sobre la superficie del medio. Son especialmente adecuados para el transporte y clasificación de partículas [33].

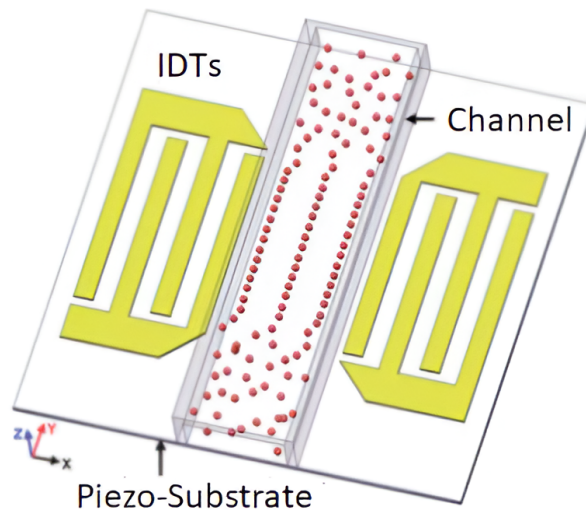


Figura 2-2: Dispositivo basado en SAW. Fuente: [33]

- **Dispositivos de ondas acústicas volumétricas (Bulk acoustic wave)(BAW):** Emplean transductores piezoeléctricos convencionales para generar ondas estacionarias dentro de un volumen lleno de un fluido, este tipo de dispositivos se benefician de la reflexión de las ondas en la cavidad donde se están propagando. Son ideales para separación y aglomeración celular o alineación de partículas [17].

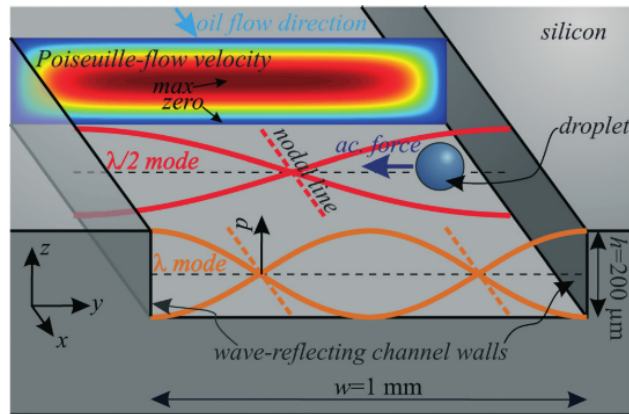


Figura 2-3: Dispositivo basado en BAW. Fuente: [17]

- **Pinzas acústicas (Acoustic Tweezers):** Generan haces acústicos enfocados capaces de atrapar y mover partculas individuales . Se suelen utilizar en manipulaci3n sin contacto de c3lulas o microesferas celulares [9].

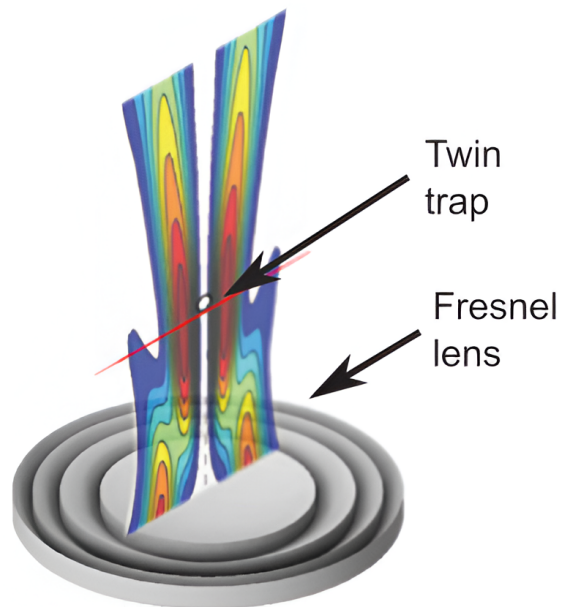


Figura 2-4: Dispositivo basado en pinzas acústicas. Fuente: [9]

- **Dispositivos arreglos en fase (Planar Array Manipulators):** Compuestos por m3ltiples transductores distribuidos en una superficie, permitiendo controlar de forma independiente la fase y amplitud de cada uno. Son ideales para crear patrones acústicos complejos y manipular m3ltiples partculas de forma coordinada [10].

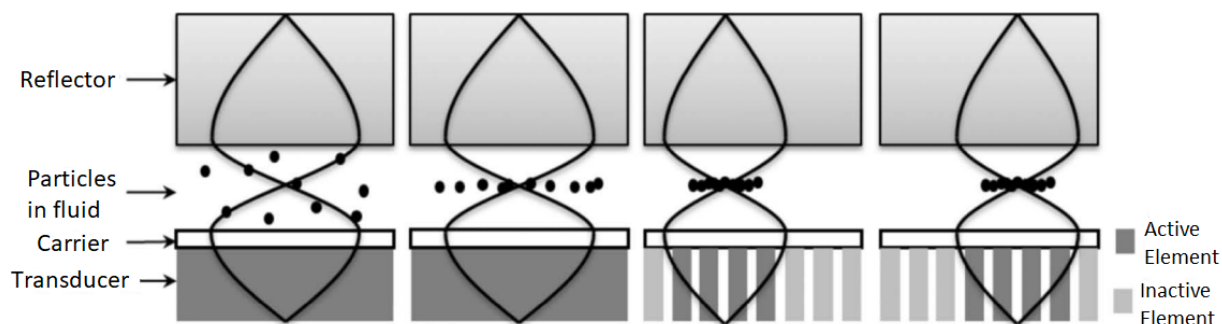


Figura 2-5: Dispositivo basado en arreglos en fase. Fuente: [10]

En la Tabla 2-1 se resumen las principales ventajas, desventajas y aplicaciones recomendadas para cada tecnología.

Tabla 2-1: Clasificación de dispositivos acústicos según tecnología de transducción

Tecnología	Ventajas	Desventajas	Aplicaciones
SAW	Alta integración, compatibles con microfluidos	Baja penetración acústica	Transporte y mezcla de microgotas
BAW	Alta eficiencia, buena penetración	Modos acústicos fijos, menor flexibilidad a la hora de alterar el campo	Separación, aglomeración y alineación de partículas
Pinzas acústicas	Manipulación individual sin contacto, alta precisión	Difícil alineación, alta potencia	Manipulación de partículas únicas
Arreglos en fase	Control flexible de campos acústicos	Alta complejidad y costo	manipulación de partículas de forma coordinada, desplazamiento controlado de partículas

Clasificación según la geometría y flujo

Además de la tecnología de transducción, la geometría del dispositivo y la presencia (o ausencia) de flujo continuo son factores clave en el comportamiento acústico y la funcionalidad. A continuación, se presenta una clasificación basada en la geometría de la cavidad y la dinámica de flujo [8].

- **Cavidades resonantes cerradas:** Volúmenes confinados, típicamente cilíndricos o cúbicos, donde el fluido permanece estático y se forman modos acústicos estacionarios. Son ideales para trampas acústicas 3D y aglomeración de partículas.
- **Microcanales acústicos:** Canales rectangulares por los que fluye el fluido mientras es sometido a un campo acústico (generalmente generado por SAW o BAW). Son adecuados para separación celular continua o alineación de partículas.
- **Cámaras abiertas:** Cavidades parcialmente abiertas, donde el fluido está en contacto con el aire o un gas específico. Son utilizadas principalmente para levitación acústica de gotas o partículas.
- **Matriz de pozos (array wells):** Conjunto de múltiples cavidades o micro-pozos individuales, cada uno con su propio transductor. Permiten procesar múltiples muestras simultáneamente, siendo útiles en aglomeración de partículas.
- **Geometrías híbridas:** Combinan cavidades resonantes con flujo controlado, permitiendo capturar y liberar partículas de manera secuencial. Son ideales para procesos combinados de separación, análisis y liberación.

La Tabla 2-2 resume las características clave de cada configuración geométrica.

Tabla 2-2: Clasificación de dispositivos acústicos según geometría y flujo

Geometría	Campo acústico	Flujo	Aplicaciones
Cavidad resonante	Estacionario	Sin flujo	Aglomeración 3D, levitación de partículas
Microcanal acústico	Estacionario o dinámico	Flujo continuo	Separación y alineación de partículas
Cámara abierta	Estacionario	Sin flujo	Levitación de gotas o partículas
Matriz de pozos	Estacionario	Sin flujo	Screening y aglomeración independiente
Geometría híbrida	Estacionario + dinámico	Controlado	Captura y liberación secuencial de partículas

2.3. Fundamentos de acústica

En esta sección se presentan todos los conceptos y ecuaciones relevantes del área de acústica necesarias para el desarrollo de este trabajo.

2.3.1. Ecuación de onda

La acústica es una rama de la ciencia encargada de estudiar el sonido, con aplicaciones en áreas como la física, biología, neurociencia e ingeniería. El sonido se define como una onda mecánica, ya que necesita un medio elástico para propagarse [16].

Una ecuación de onda es una expresión matemática que describe la propagación de una onda a través del tiempo y el espacio. La ecuación de onda lineal se presenta en la Ecuación 2-1, donde ϕ es el desplazamiento de las partículas del medio, t es el tiempo, x es la posición espacial y c es la velocidad de la onda. Esta ecuación puede resolverse mediante métodos como separación de variables, transformada de Fourier o métodos numéricos.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (2-1)$$

2.3.2. Velocidad del sonido

La velocidad del sonido en un fluido puede calcularse usando la Ecuación 2-2, donde K es el módulo de elasticidad volumétrica del fluido y ρ es su densidad [16]. Para el agua a temperatura ambiente, $K \approx 2.2$ GPa y $\rho \approx 998.2$ kg/m³, resultando en $c_0 \approx 1485$ m/s.

$$c_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2-2)$$

2.3.3. Ecuación de onda en fluidos

La ecuación de onda para fluidos se puede deducir a partir de las ecuaciones de conservación de masa y momento, bajo la suposición de pequeñas perturbaciones en la presión, densidad y velocidad. Se considera que el fluido sin perturbar está en reposo ($\vec{v} = 0$) con una presión de referencia p_0 y densidad ρ_0 . Las perturbaciones se denotan como campos de primer orden $p_1, \vec{u}_1, \rho_1$, como se muestra en las Ecuaciones 2-3-2-5.

$$p = p_0 + p_1 \quad (2-3)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}_1 \quad (2-4)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad (2-5)$$

A partir de las ecuaciones de conservación linealizadas, se puede deducir la ecuación de onda para fluidos, como se presenta en la Ecuación 2-6. La ecuación de momentum linearizada permite relacionar la presión con la velocidad de partícula en el medio, tal como se muestra en la ecuación 2-7.

$$\nabla^2 p_1 = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \quad (2-6)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 \quad (2-7)$$

2.3.4. Impedancia acústica y propagación en varios medios

La impedancia acústica (z) es una propiedad fundamental que caracteriza cómo un medio resiste la propagación de ondas acústicas. Se define como la relación entre la presión acústica y la velocidad de las partículas generadas por la onda. Para ondas planas, la impedancia característica de un medio está dada por la Ecuación 2-8, donde ρ es la densidad del medio y c_0 es la velocidad del sonido [28]:

$$\zeta = \frac{p}{u} = \rho c_0 \quad (2-8)$$

La impedancia acústica es crucial para comprender cómo las ondas acústicas se comportan en diferentes medios y cómo interactúan en sus interfaces:

Reflexión y transmisión

Si se tiene la propagación normal de una onda plana desde un medio 1 hacia un medio 2, con impedancias acústicas ζ_1 y ζ_2 , respectivamente, y sea p_i la amplitud de presión de la onda incidente en la interfaz. La interacción con la interfaz genera una onda reflejada, de amplitud p_r , que permanece en el medio 1, y una onda transmitida, de amplitud p_t , que se propaga en el medio 2. Estas amplitudes se relacionan con la onda incidente mediante los coeficientes de reflexión y transmisión en amplitud de presión:

$$p_r = R p_i, \quad p_t = T p_i, \quad (2-9)$$

$$R = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\zeta_2 + \zeta_1}, \quad T = \frac{2 \zeta_2}{\zeta_2 + \zeta_1}, \quad (2-10)$$

donde R y T dependen únicamente de la relación entre las impedancias de ambos medios. Para medios lineales, sin pérdidas y con impedancias reales y positivas, T es siempre positivo, de modo que la onda transmitida p_t queda en fase con la onda incidente p_i . En cambio, el signo de R puede ser positivo o negativo: si $\zeta_2 > \zeta_1$, entonces $R > 0$ y la onda reflejada p_r está en fase con la incidente; mientras que si $\zeta_2 < \zeta_1$, se obtiene $R < 0$ y la onda reflejada queda desfasada 180° respecto a la onda incidente y, por tanto, también respecto a la onda transmitida.

Absorción acústica

A medida que la onda acústica se propaga, su amplitud disminuye debido a la absorción de energía por parte del medio. Este fenómeno se describe mediante la Ecuación 2.3.4.

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x} \quad (2-11)$$

donde A_0 es la amplitud inicial, α es el coeficiente de atenuación, y x es la distancia recorrida.

Relevancia en dispositivos acustofluidicos

En los dispositivos acustofluidicos, la correcta adaptación de impedancias acústicas entre el transductor, el medio de propagación y los materiales circundantes es fundamental para maximizar la transmisión de energía y minimizar las reflexiones no deseadas. La interacción de las ondas acústicas con las partículas manipuladas también depende de las propiedades acústicas de las partículas y el fluido circundante, como su densidad, compresibilidad y relación de impedancia.

2.3.5. Campo acústico estacionario

Un campo acústico estacionario se genera cuando dos ondas acústicas de la misma frecuencia y amplitud, que viajan en direcciones opuestas, se superponen, creando un patrón estacionario caracterizado por nodos (puntos de mínima presión) y antinodos (puntos de máxima presión). Matemáticamente, el campo de presión acústico de una onda estacionaria unidimensional se describe mediante la Ecuación 2-12:

$$p(x, t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \sin(2\pi ft) \quad (2-12)$$

donde λ es la longitud de onda, f es la frecuencia de la onda, A es la amplitud, x es la posición espacial y t es el tiempo.

En el contexto de los dispositivos acustofluidicos, los campos acústicos estacionarios juegan un papel fundamental en la manipulación de partículas. Estos dispositivos están diseñados para aprovechar los nodos y antinodos generados en el campo estacionario, permitiendo el control preciso de las partículas suspendidas en el medio líquido. Por ejemplo, las partículas pueden ser atrapadas en los nodos debido a la fuerza de radiación acústica, que actúa sobre ellas como resultado del gradiente de presión en el campo.

Los campos estacionarios en los dispositivos acustofluidicos son cuidadosamente diseñados para maximizar la eficiencia en la manipulación de partículas. Esto se logra mediante el ajuste de parámetros como:

- La frecuencia de las ondas acústicas, que determina la separación entre nodos y antinodos.
- La amplitud, que influye en la magnitud de las fuerzas de radiación.
- La geometría de la cámara de manipulación, que afecta la formación y distribución del campo estacionario.

Esta capacidad de generar y controlar campos acústicos estacionarios es una de las principales ventajas de los dispositivos acustofluidicos, ya que permite realizar procesos de separación, agrupación y transporte de partículas con alta precisión y sin contacto físico directo.

2.3.6. Principio de atrapamiento de partículas en un campo acústico

El principio de atrapamiento de partículas pequeñas con respecto a la longitud de onda en campos acústicos se basa en la interacción entre ondas y partículas suspendidas en un fluido. Las ondas, al propagarse a través del medio, generan variaciones en la presión que afectan a las partículas presentes en el fluido. Este fenómeno puede ser utilizado para manipular dichas partículas sin contacto físico directo.

El mecanismo fundamental detrás del atrapamiento de partículas es el gradiente de presión generado por las ondas acústicas. A medida que las ondas acústicas viajan a través del fluido, se crean zonas de alta y baja presión. Las partículas suspendidas en el fluido experimentan fuerzas debido a estas diferencias de presión. En los campos acústicos estacionarios, se forman nodos (puntos de baja presión) y antinodos (puntos de alta presión). Las partículas tienden a moverse hacia estas zonas de alta o baja presión, dependiendo de las características del campo acústico y de las propiedades de las partículas.

Fuerza de radiación acústica

La fuerza de radiación acústica es un fenómeno no lineal causado por la transferencia de momento de una onda a una partícula. Se puede expresar como un campo de presión de segundo orden promedio en el tiempo $\langle p_2 \rangle$, derivado de los campos lineales p_1 y $\vec{u}_1$. La fuerza que actúa sobre un objeto pequeño está dada por la ecuación 2-13, donde $\vec{n}$ es el vector normal a la superficie S_0 del objeto [5].

$$\vec{F}_{rad} = - \int_{S_0} \langle p_2 \rangle \vec{n} dS \quad (2-13)$$

Para el caso de una pequeña esfera (partícula), la fuerza de radiación acústica puede determinarse utilizando el potencial de Gorkov U , definido en la Ecuación 2-14. Los coeficientes f_1 y f_2 , dependientes de las propiedades del medio y de la esfera, se presentan en las ecuaciones 2-15 y 2-16.

$$U = 2\pi R^3 \left[\frac{f_1}{3\rho_0 c_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{f_2 \rho_0}{2} \langle \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_1 \rangle \right] \quad (2-14)$$

$$f_1 = 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho_p c_p^2} \quad (2-15)$$

$$f_2 = 2 \left(\frac{\rho_p - \rho_0}{2\rho_p + \rho_0} \right) \quad (2-16)$$

La ecuación 2-14 tiene como restricción que el diámetro de la esfera debe ser considerablemente menor que la longitud de onda del campo acústico ($R \ll \lambda$), debido a que esferas de un tamaño considerable interactuarían con el campo acústico y lo afectarían [12].

La fuerza de radiación acústica está definida como una fuerza conservativa, por lo que se puede obtener a partir del gradiente del potencial de Gorkov, tal como se muestra en la ecuación 2-17.

$$\vec{F}_{rad} = -\nabla U \quad (2-17)$$

Si se tiene un sistema conformado por un elemento transmisor y un elemento reflector de ondas se puede llegar a conformar un campo acústico estacionario como el mostrado en la figura 2-6. La distribución de este campo viene dada por la ecuación 2-18, donde p_0 corresponde a la amplitud del campo, ω es su frecuencia angular y k es el número de onda ($k = \omega/c_0$).

$$p_1 = p_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \quad (2-18)$$

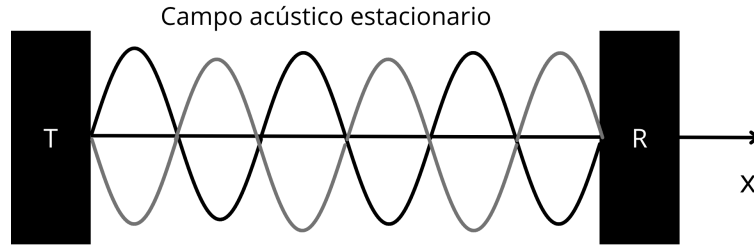


Figura 2-6: Campo estacionario formado entre un elemento Transmisor y un Reflector.
Fuente: Autor

A partir de la ecuación 2-7 es posible obtener una expresión para la velocidad de partícula en el campo, la cual se presenta en la ecuación 2-19.

$$\vec{u}_1 = \frac{p_0}{\rho_0 c_0} \sin(\omega t) \sin(kx) \hat{\mathbf{i}} \quad (2-19)$$

A continuación se presentan los términos de presión y velocidad de partícula ponderados mostrados en la ecuación 2-14:

$$\langle p_1^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p_0^2 \cos^2(\omega t) \cos^2(kx) dt = \frac{p_0^2}{2} \cos^2(kx) \quad (2-20)$$

$$\langle \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_1 \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left(\frac{p_0}{\rho_0 c_0} \right)^2 \sin^2(\omega t) \sin^2(kx) dt = \frac{1}{2} \left(\frac{p_0}{\rho_0 c_0} \right)^2 \sin^2(kx) \quad (2-21)$$

Al remplazar las expresiones 2-21 y 2-22 y asumir $f_1 = f_2 = 1$ en la ecuación 2-14 es posible obtener el potencial de Gorkov para este campo:

$$U = \frac{p_0^2 \pi R^3}{\rho_0 c_0^2} \left[\frac{\cos^2(kx)}{3} - \frac{\sin^2(kx)}{2} \right] \quad (2-22)$$

Finalmente, la fuerza de radiación acústica se puede obtener a partir del gradiente del potencial de Gorkov, tal como establece la ecuación 2-17.

$$\vec{F}_{\text{rad}} = \frac{5\pi R^3 k p_0^2}{6\rho_0 c_0^2} \sin(2kx) \hat{\mathbf{i}} \quad (2-23)$$

En la figura 2-7 se muestran el campo de presión, la velocidad de las partículas del medio, el potencial de Gorkov y la fuerza de radiación acústica calculada. La ecuación 2-23 permite deducir que la fuerza de radiación acústica experimentada por una pequeña esfera en un campo estacionario se orienta hacia los nodos de presión. En dicha figura se observa que, en los puntos donde el potencial de Gorkov presenta un antinodo negativo (es decir, un mínimo local), la fuerza de radiación acústica también se anula, lo cual da lugar a regiones de atrapamiento, ya que las partículas se encuentran en condiciones de equilibrio estable. En este caso, dichos puntos están dados por la relación $x_n = n\lambda/2 + \lambda/4$. No obstante, también se evidencian otros puntos donde la fuerza de radiación acústica es cero, pero estos coinciden con máximos locales del potencial de Gorkov, lo que implica un equilibrio inestable. Por este motivo, desde un punto de vista matemático, los verdaderos puntos de atrapamiento en el campo acústico deben cumplir simultáneamente las condiciones de *equilibrio* y *estabilidad*, es decir: $\nabla U = 0$ y $\nabla^2 U < 0$.

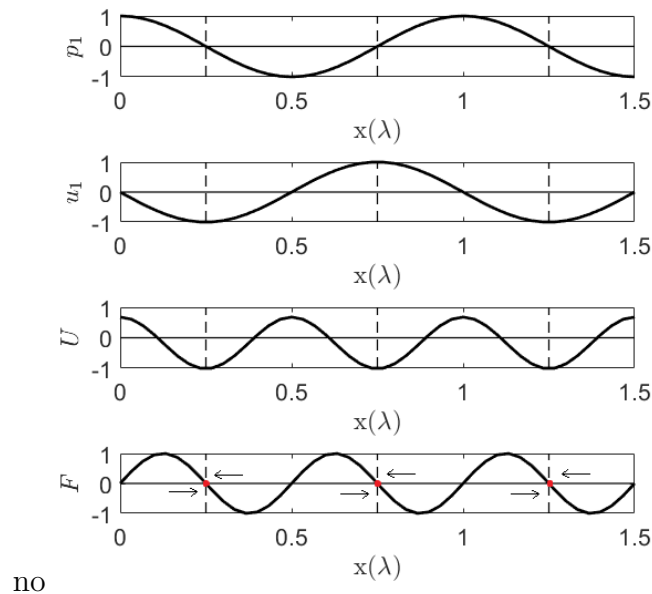


Figura 2-7: Campo de presión, velocidad, potencial de Gorkov y fuerza de radiación acústica obtenida a partir de un campo estacionario. Fuente: Autor

2.4. Modelo analítico del campo acústico y fuerza de radiación acústica en una cavidad cilíndrica resonante

Con el fin de comparar los resultados de simulación, se considera una cavidad cilíndrica rígida de radio a y altura L (ver figura 2-8) [34]. Bajo estas condiciones, se pueden excitar modos armónicos de resonancia en las direcciones radial, axial y azimutal. El campo de presión correspondiente a un modo (m, n, l) , donde m es el entero positivo asociado al modo azimutal n es el entero positivo asociado al modo radial y l es el entero positivo asociado al modo axial, en coordenadas cilíndricas el campo de presión en la cavidad se puede expresar como:

$$p = A_{mnl} J_m(k_{mn}r) \cos(m\phi + \phi_m) \cos(k_{zl}z + \varphi_{zl}) e^{i\omega t} \quad (2-24)$$

Donde:

- J_m es la función de Bessel de primer tipo y orden m .
- $k_{mn} = \frac{j'_{mn}}{a}$ es el número de onda radial, asociado al n -ésimo cero de la derivada de J_m .
- $k_{zl} = \frac{l\pi}{h}$ es el número de onda axial.
- $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular.
- A_{mnl} es una constante de amplitud arbitraria.
- ϕ_m, φ_{zl} son las fases iniciales para las componentes azimutal y axial.

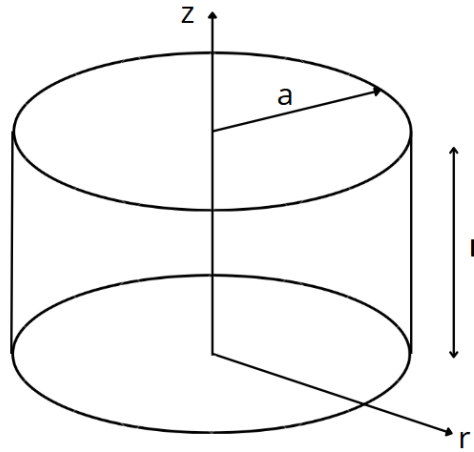


Figura 2-8: Diagrama de cavidad acústica. Fuente: Autor

Con base al campo de presión presentado en la ecuación 2-24 es posible obtener la velocidad de las partículas del medio mediante la ecuación 2-7, con el fin de determinar la ponderación temporal de la presión y la velocidad de partícula que permiten calcular el potencial

de Gorkov haciendo uso de la ecuación 2-14, permitiendo obtener el potencial de Gorkov normalizado para una cavidad cilíndrica resonante:

$$\begin{aligned} \bar{U}^{\text{rad}} = & \frac{f_1}{3} J_m^2(\chi) \cos^2 m\phi \cos^2 \zeta - \frac{f_2}{2} \left(\frac{k_{mn}}{k} \right)^2 \left[\left(\frac{m J_m(\chi)}{\chi} \right)^2 \cos^2 \zeta \right. \\ & - \frac{2m J_m(\chi) J_{m+1}(\chi)}{\chi} \cos^2 m\phi \cos^2 \zeta + J_{m+1}^2(\chi) \cos^2 m\phi \cos^2 \zeta \Big] \\ & + \left(\frac{k_{zl}}{k} \right)^2 J_m^2(\chi) \cos^2 m\phi \sin^2 \zeta \end{aligned} \quad (2-25)$$

donde $\chi = k_{mn}r$, $\zeta = k_{zl}z + \varphi_{zl}$ y $k = \sqrt{k_{zl}^2 + k_{mn}^2}$.

A partir del gradiente del potencial de Gorkov es posible obtener la fuerza de radiación acústica en dirección r , y en dirección z ; la fuerza de radiación acústica en dirección azimutal no se considera debido a que se asume simetría axial ($\phi = \text{cte} = 0$):

$$\begin{aligned} \bar{F}_r = & 2J_m(\chi)k_{mn} \left(\frac{m J_m(\chi)}{\chi} - J_{m+1}(\chi) \right) \cos^2 m\phi \left(-\frac{f_1}{3} \cos^2 \zeta + \frac{f_2}{2} \left(\frac{k_{zl}}{k} \right)^2 \sin^2 \zeta \right) \\ & - \frac{f_2}{2} \left(\frac{k_{mn}}{k} \right)^2 \cos^2 \zeta \left\{ \frac{2m}{r} \left[\frac{(m-1)J_m(\chi)}{\chi} - J_{m+1}(\chi) \right] \left[\frac{m J_m(\chi)}{\chi} - \cos^2 m\phi J_{m+1}(\chi) \right] \right. \\ & \left. + \cos^2 m\phi [J_m(\chi) - J_{m+2}(\chi)] \left[k_{mn} J_{m+1}(\chi) - \frac{m J_m(\chi)}{r} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-26)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_z = & k_{zl} \sin 2\zeta \left\{ J_m^2(\chi) \left[\left(\frac{f_1}{3} + \frac{f_2}{2} \left(\frac{k_{zl}}{k} \right)^2 \right) \cos^2 m\phi - \frac{f_2}{2} \left(\frac{m}{kr} \right)^2 \right] \right. \\ & \left. + \frac{f_2}{2} \left(\frac{k_{mn}}{k} \right)^2 J_{m+1}(\chi) \left[\frac{2m J_m(\chi)}{\chi} - J_{m+1}(\chi) \right] \cos^2 m\phi \right\} \end{aligned} \quad (2-27)$$

En la figura **2-9** se puede observar los campos de presión, potencial de Gorkov y fuerza calculados para los modos (0,1,0) y (0,0,1) que corresponden a los primeros modos radial y axial respectivamente. En los campos de fuerza mostrados en esta figura se muestran los vectores de fuerza que sirven como guía para interpretar la dirección de la fuerza de radiación acústica, estos vectores son clave para apreciar que alrededor de las posiciones de equilibrio (fuerza cero y potencial de Gorkov mínimo) las fuerzas de radiación acústica tienden a trasladar las partículas de regreso a las posiciones de equilibrio.

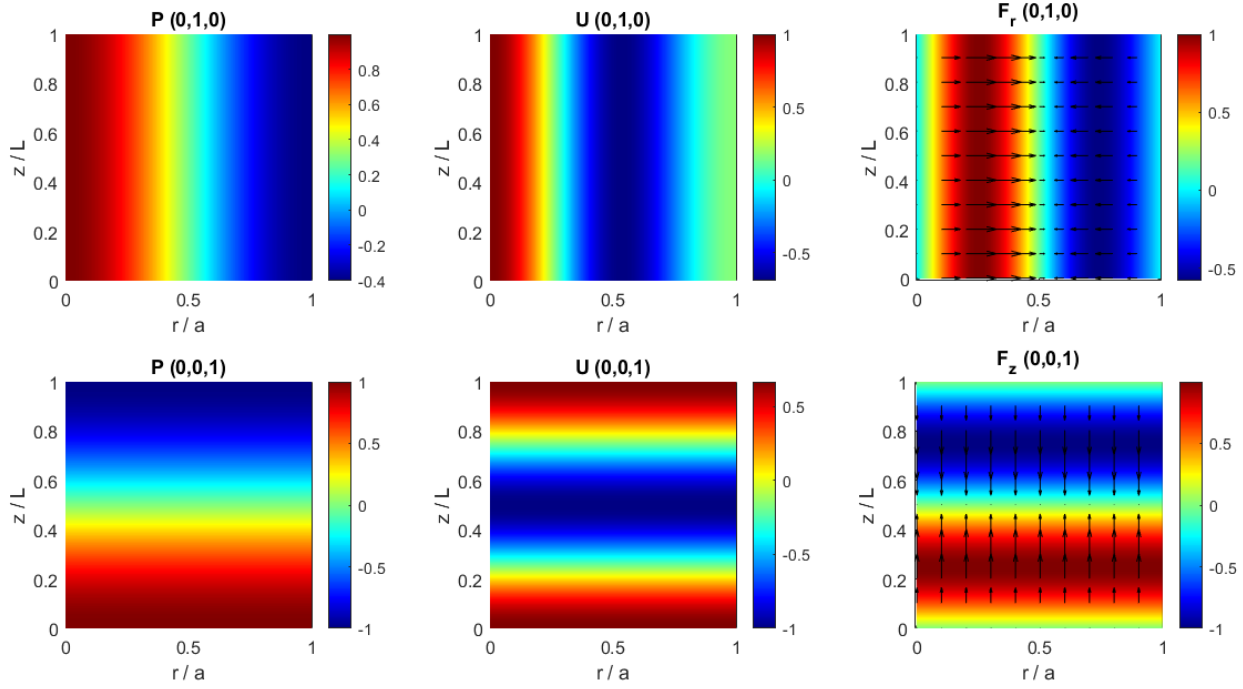


Figura 2-9: Campos analíticos normalizados para los modos $(0,0,1)$ y $(0,1,0)$. Fuente: Autor

Por otro lado, en la figura 2-10 se aprecian las curvas 1D de los campos calculador para ambos modos. A lo largo de las rectas $z = 0.5L$ y $r = 0.5a$, donde se puede apreciar que los mínimos del potencial de Gorkov coinciden con las posiciones de equilibrio donde la fuerza es 0.

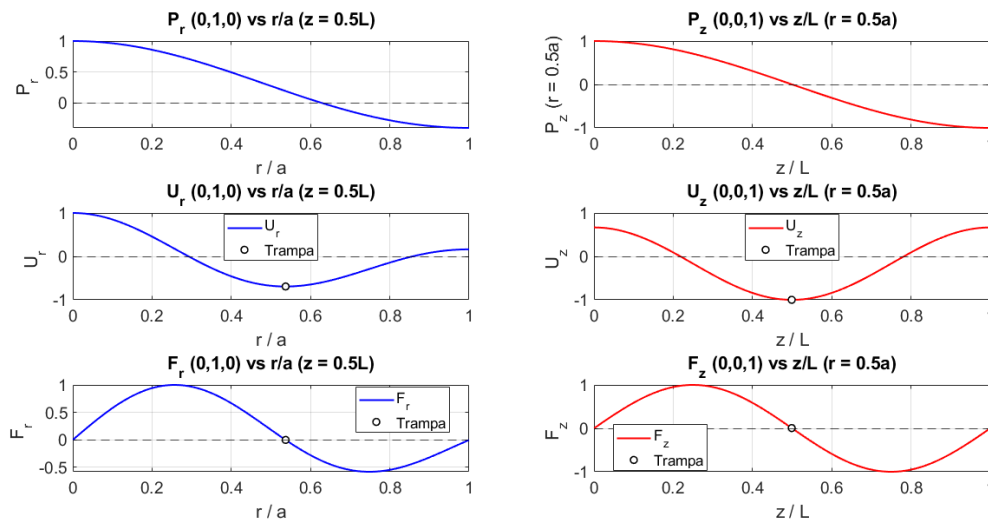


Figura 2-10: Curvas 1D de los campos en $r = 0.5a$ y $z = 0.5h$ para los modos $(0,0,1)$ y $(0,1,0)$. Fuente: Autor

2.5. Modelos y ecuaciones constitutivas de materiales piezoeléctricos

Las cerámicas piezoeléctricas son materiales que tienen la capacidad de deformarse ante la aplicación de un voltaje de excitación, y, del mismo modo, pueden generar un voltaje cuando se les aplica una deformación mecánica. Estas cerámicas se encuentran en una amplia variedad de dispositivos electrónicos y electromecánicos, y se utilizan en diversas aplicaciones como teléfonos móviles, equipos de ultrasonido médico, nebulizadores ultrasónicos, sensores, entre otros [27]. Estas cerámicas generalmente cuentan con una geometría cilíndrica y están diseñadas para vibrar en modo espesor. En la figura 2-11 se muestra un esquema general de una cerámica piezoeléctrica.

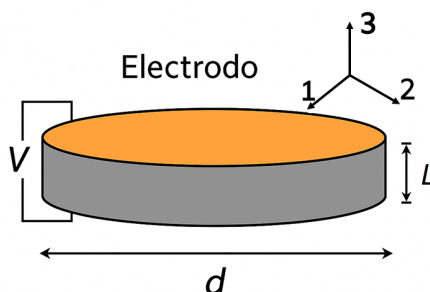


Figura 2-11: Esquema de cerámica piezoeléctrica. Fuente: Autor

El comportamiento mecánico de estos materiales puede describirse mediante dos tensores de segundo orden: el tensor de deformaciones S_{ij} y el tensor de esfuerzos T_{ij} . Ambos son tensores simétricos, lo que permite reducir sus nueve componentes a una forma vectorial de seis componentes, denotada como S_p y T_p . Esta representación vectorial se conoce como notación de Voigt [27]. En la tabla 2-3 se muestra la equivalencia entre la notación tensorial de las componentes de los tensores mencionados, y su equivalente en la notación de Voigt [27].

Tabla 2-3: Relación entre notación tensorial y notación de Voigt según la convención IEEE y ANSYS.

Índice numérico	Índice alfabético	Índice IEEE	Índice ANSYS
11	xx	1	1
22	yy	2	2
33	zz	3	3
23 = 32	$yz = zy$	4	5
13 = 31	$xz = zx$	5	6
12 = 21	$xy = yx$	6	4

Las ecuaciones constitutivas en los materiales piezoeléctricos relacionan T_p y S_p con el campo eléctrico E_i y el desplazamiento eléctrico D_i , el cual determina cuánta carga eléctrica por unidad de área atraviesa un material cuando se aplica un campo eléctrico o una deformación mecánica (flujo de carga inducido por un campo eléctrico o una deformación). Donde se asume que el índice p puede tomar valores entre 1 y 6, mientras que el índice i puede tomar valores entre 1 y 3. De forma general, las ecuaciones constitutivas se pueden expresar de la siguiente forma:

$$T_p = T_p(S, E), \quad p = 1, \dots, 6 \quad (2-28)$$

$$D_i = D_i(S, E), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2-29)$$

Para el caso de pequeñas deformaciones y campos eléctricos de magnitud pequeña, las expresiones 2-28 y 2-29 se pueden linealizar, dando como resultado las ecuaciones 2-30 y 2-31, donde i, k toman los valores de 1,2,3 y p, q toman los valores de 1,2,3,4,5,6.

$$T_p = c_{pq}^E S_q - e_{kp} E_k \quad (2-30)$$

$$D_i = \epsilon_{ik}^S E_k + e_{iq} S_q \quad (2-31)$$

Los coeficientes c_{pq}^E , ϵ_{ik}^S y e_{kp} son la matriz elástica (c^E), dieléctrica (ϵ^S) y piezoeléctrica (e) respectivamente. El superíndice E representa el campo eléctrico constante (corto circuito) y el superíndice S representa la deformación mecánica constante (mecánicamente fija) de la cerámica. La matriz piezoeléctrica relaciona las variables mecánicas y eléctricas del material, y puede ser determinada mediante la ecuación 2-32.

$$e_{kp} = - \left(\frac{\partial T_p}{\partial E_k} \right)_S = \left(\frac{\partial D_k}{\partial S_p} \right)_E \quad (2-32)$$

Cuando se aplica un campo eléctrico externo a un material, parte de este se disipa de manera irreversible. Varios autores reconocen la existencia de mecanismos de disipación dieléctrica, mecánica y piezoeléctrica [27]. Para los parámetros elásticos, dieléctricos y piezoeléctricos, existe una definición aceptada descrita en el estándar IEEE [21], que considera a los materiales piezo eléctricos sin pérdidas. Sin embargo, existe una alternativa denominada: parámetros de Rayleigh, que consiste en introducir las pérdidas utilizando números complejos en los parámetros de las ecuaciones constitutivas [13]. El uso de parámetros complejos permite ajustar los datos teóricos a los experimentales en una amplia banda de frecuencias. Como inconveniente, el número de parámetros para identificar en el modelo aumenta de 10 a 20 (10 partes reales y 10 partes imaginarias). A continuación, se presentan las expresiones de las matrices elástica, piezoeléctrica y dieléctrica teniendo en cuenta estos parámetros complejos asociados a las pérdidas:

$$c^E = \begin{bmatrix} c_{11} + i\bar{c}_{11} & c_{12} + i\bar{c}_{12} & c_{13} + i\bar{c}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} + i\bar{c}_{13} & c_{11} + i\bar{c}_{11} & c_{13} + i\bar{c}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} + i\bar{c}_{13} & c_{13} + i\bar{c}_{13} & c_{33} + i\bar{c}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} + i\bar{c}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} + i\bar{c}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} + i\bar{c}_{66} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} + i\bar{e}_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} + i\bar{e}_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} + i\bar{e}_{31} & e_{31} + i\bar{e}_{31} & e_{33} + i\bar{e}_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

$$\epsilon^S = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} + i\bar{\epsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} + i\bar{\epsilon}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} + i\bar{\epsilon}_{33} \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

donde $c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2$ y $\bar{c}_{66} = (\bar{c}_{11} - \bar{c}_{12})/2$. La parte imaginaria de las propiedades se distingue usando una barra superior, y los superíndices E y S se omiten para simplificar la notación.

En resumen, el principio de funcionamiento de un transductor piezoeléctrico se basa en la conversión de energía eléctrica en energía mecánica, y posteriormente en energía acústica. Cuando se aplica un voltaje alterno $V(t)$ entre los electrodos del material piezoeléctrico, se genera un campo eléctrico alternante E a lo largo de su eje de polarización. Este campo eléctrico produce una polarización periódica en el material, descrita mediante el desplazamiento eléctrico D , que representa la densidad de carga inducida dentro de la cerámica.

Debido al efecto piezoeléctrico inverso, el campo eléctrico aplicado origina una deformación mecánica S proporcional a su magnitud, expresada por la relación $S = \delta E$, donde δ es el coeficiente piezoeléctrico que acopla ambos dominios ($\delta = \frac{e}{c^E}$). La deformación genera esfuerzos internos T que hacen que el material se expanda y contraiga alternativamente. Dado que el voltaje aplicado es alternante, el material vibra de forma periódica con un desplazamiento ($u(t)$), transformando parte de la energía eléctrica almacenada en energía mecánica de deformación.

Finalmente, el movimiento del transductor se transmite al medio acoplado (agua, aire, sólido), donde las oscilaciones de su superficie generan variaciones periódicas de presión $p(t)$, que se propagan en forma de ondas acústicas.

En síntesis, el proceso de conversión energética puede describirse mediante la secuencia:

$$V(t) \Rightarrow E \Rightarrow D \Rightarrow S, T \Rightarrow u(t) \Rightarrow p(t)$$

donde el voltaje aplicado produce un campo eléctrico (E) y un desplazamiento eléctrico (D), que inducen una deformación mecánica (S) y un esfuerzo (T) en la cerámica, dando lugar al desplazamiento o velocidad de su superficie ($u_z(t)$) y finalmente a la generación de una onda

acústica ($p(t)$) en el medio circundante. Este mecanismo de conversión energética constituye la base del funcionamiento de los transductores piezoeléctricos, y su eficiencia depende directamente del acoplamiento entre las variables eléctricas y mecánicas del material, así como de la coincidencia entre la frecuencia de excitación y la frecuencia de resonancia del modo espesor.

2.5.1. Modelo unidimensional

Una delgada lámina de cerámica piezoeléctrica ($d \gg L$), polarizada en dirección normal con electrodos en ambos extremos (ver figura 2-11) puede simularse mediante modelos unidimensionales [27]. Debido a la simetría del problema, todas las magnitudes vectoriales son perpendiculares a las caras de la cerámica y solo dependen de su componente en dirección axial (3). En este modelo unidimensional, la cerámica se deforma únicamente en la dirección z y todos los parámetros constitutivos se encuentran en esta dirección ($c_{33}, e_{33}, \epsilon_{33}$). La condición de borde eléctrica es un circuito abierto; por lo tanto, el campo eléctrico interno E compensa el vector de polarización P , produciendo una condición de desplazamiento eléctrico nulo $D = 0$. La Ecuación constitutiva 2-31 para la componente 3 puede expresarse como:

$$D_3 = \epsilon_{33}^S E_3 + e_{33} S_3 = 0 \quad (2-36)$$

Si se despeja el campo eléctrico de la ecuación 2-36 y se reemplaza en la ecuación 2-30 es posible determinar la constante elástica efectiva c^D :

$$T_3 = \left(c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} \right) S_3 = c_{33}^D S_3 \quad (2-37)$$

$$c_{33}^D = c_{33}^E \left(1 + \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^S} \right) \quad (2-38)$$

Usando esta constante elástica y haciendo uso de la ecuación de onda 2-1 es posible determinar la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en la cerámica:

$$v_l = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho_c}} \quad (2-39)$$

2.5.2. Modelo eléctrico de cerámicas piezoeléctricas

La resonancia en una cerámica piezoeléctrica involucra magnitudes tanto eléctricas como mecánicas. Sin embargo, en la práctica, la cerámica es excitada por una fuente eléctrica y toda la cerámica actúa como un sistema eléctrico equivalente visto desde los terminales de entrada (electrodos).

En una red eléctrica lineal, el voltaje y la corriente se relacionan mediante la impedancia eléctrica Z . Cuando se aplica un voltaje sinusoidal al circuito, la corriente también es sinusoidal con la misma frecuencia angular ω . La impedancia eléctrica es una función compleja

de la frecuencia angular. Su magnitud es la relación entre el módulo del voltaje y el de la corriente, mientras que su fase es el desfase entre la corriente y el voltaje en cada frecuencia. Las partes real e imaginaria de la impedancia son la resistencia R y la reactancia X , respectivamente, tal como se muestra en la ecuación 2-40.

$$Z = R + jX \quad (2-40)$$

La potencia promedio suministrada por el voltaje de excitación es inversamente proporcional a la resistencia R . Por esta razón, el valor mínimo R está asociado a la frecuencia de resonancia del sistema. En la región de resonancia, el comportamiento de una cerámica piezoeléctrica puede ser representado mediante un circuito equivalente de Van Dyke [32]. Este circuito está compuesto por dos ramas en paralelo, un capacitor C_o , una rama formada por una resistencia R_m , un inductor L_m y un capacitor C_m , ver figura 2-12.

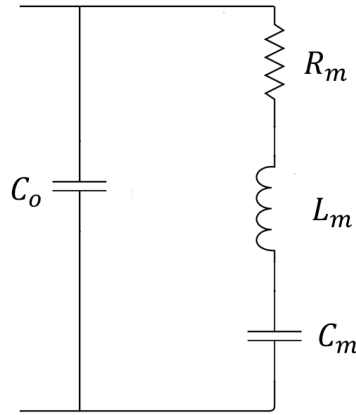


Figura 2-12: Circuito equivalente de Van Dyke. Fuente: Autor

El uso del circuito equivalente de Van Dyke está ampliamente extendido en la literatura y las definiciones básicas en la norma IEEE pueden interpretarse a partir de él. El primer paso para caracterizar una cerámica es determinar los parámetros C_o , R_m , L_m , C_m a partir de la curva de impedancia. En la ecuación 2-41 se presenta la expresión para determinar la magnitud de la impedancia del circuito equivalente de Van Dyke. En la figura 2-13 se presenta la curva de impedancia y fase para un circuito con valores $C_o = 1.32 \text{ nF}$, $C_m = 0.28 \text{ nF}$, $L_m = 88.5 \text{ } \mu\text{F}$ y $R_m = 4.56 \text{ } \Omega$.

$$Z = \frac{(1 - \omega^2 L_m C_m) + j\omega R_m C_m}{-\omega^2 R_m C_m C_o + j\omega[(C_m + C_o) - \omega^2 L_m C_m C_o]} \quad (2-41)$$

A partir de la ecuación 2-41 es posible establecer dos frecuencias relevantes en el sistema, la frecuencia de resonancia en serie (f_s) y la frecuencia de resonancia en paralelo f_p , ambas son también conocidas como frecuencia de resonancia y frecuencia de antiresonancia respectivamente, y se pueden identificar en los picos de mínima y máxima impedancia mostrados

en la figura 2-13. Dichas frecuencias se pueden determinar mediante las ecuaciones 2-42 y 2-43.

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_m C_m}} \quad (2-42)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{L_m C_m}{C_m + C_0}}} \quad (2-43)$$

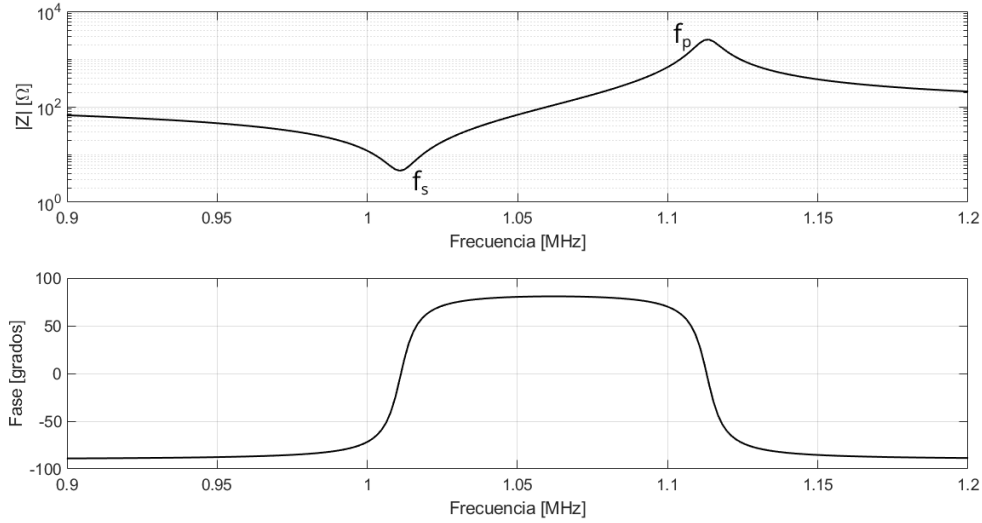


Figura 2-13: Curvas de impedancia y fase. Fuente: Autor

En el modelo de Van Dyke, todos los elementos reactivos en el sistema tienen valores reales, y el componente asociado a las pérdidas es el componente resistivo (R_m). Sin embargo, se ha demostrado que una alternativa más general para modelar el comportamiento de los sistemas es prescindir del componente resistivo, permitiendo que los demás componentes del sistema tengan valores complejos [30]. En este caso, la parte imaginaria de los componentes complejos es responsable de las pérdidas debido al desfase con la parte real (desfase respecto a algún tipo de excitación). En la figura 2-14 se muestra el circuito en cuestión, donde los elementos C_o , C_1 y L_1 tienen tanto parte real como compleja. En este modelo las ecuaciones 2-41, 2-42 y 2-43 siguen aplicando; en este caso, la parte real de f_s y f_p siguen representando las frecuencias de resonancia en serie y paralelo del sistema, y su parte imaginaria está relacionada con el ancho de banda de dicha resonancia [30]. En la ecuación 2-44 se presenta la impedancia del sistema en términos de las variables del circuito con elementos complejos.

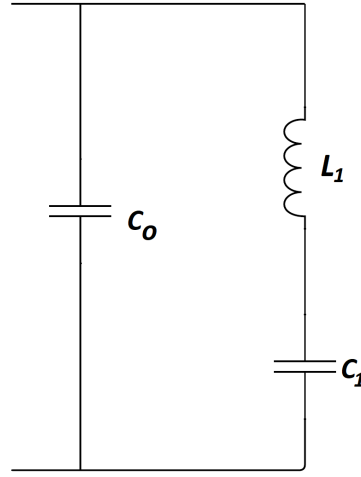


Figura 2-14: Circuito equivalente con elementos complejos. Fuente: Autor

$$Z = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j \omega [(C_1 + C_0) - \omega^2 L_1 C_1 C_0]} \quad (2-44)$$

El factor de calidad Q es una medida adimensional que describe cuán “aguda” o selectiva es la resonancia de un transductor. Un valor alto de Q indica que el sistema presenta un pico de resonancia estrecho (almacena energía de forma eficiente y la libera lentamente), mientras que un valor bajo de Q corresponde a una resonancia más amortiguada y de banda más ancha. En la práctica, Q permite cuantificar el compromiso entre eficiencia y ancho de banda: transductores con Q alto son muy selectivos en frecuencia pero menos versátiles, mientras que transductores con Q bajo responden en un rango de frecuencias más amplio, a costa de una menor conversión de energía.

A partir de la curva de impedancias $|Z(f)|$, el factor de calidad puede estimarse mediante la regla de los 3 dB. Se identifica la frecuencia de resonancia f_{res} (mínimo de $|Z(f)|$ en el caso de resonancia serie) y las frecuencias f_1 y f_2 a ambos lados de la resonancia donde la impedancia ha caído 3 dB. En términos de ancho de banda $\Delta f_{3\text{dB}} = f_2 - f_1$, el factor de calidad se define como:

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{\Delta f_{3\text{dB}}} = \frac{f_{\text{res}}}{f_2 - f_1} \quad (2-45)$$

2.5.3. Modelo electromecánico

El modelo de Mason vincula las variables mecánicas con las variables eléctricas del piezoeléctrico [25]. En este modelo se asume que el material cerámico piezoeléctrico es una placa infinita. Gracias a esta simetría, todas las variables dependen únicamente de la dirección del espesor (dirección 3). Bajo estas condiciones, la impedancia eléctrica de la cerámica

puede expresarse como se muestra en la ecuación 2-46, donde A es el área de la cerámica ($A = \pi d^2/4$) y L es su espesor.

$$Z = \frac{L}{j\omega A \varepsilon_{33}^S} \left(1 - \frac{2(c_{33}^D - c_{33}^E)}{\omega L \sqrt{\rho c_{33}^D}} \tan \left(\frac{\omega L}{2} \sqrt{\frac{\rho}{c_{33}^D}} \right) \right) \quad (2-46)$$

La constante de acoplamiento electromecánico del piezoeléctrico se define como:

$$k_t^2 = \frac{(c_{33}^E)^2 \varepsilon_{33}^S}{c_{33}^D} \quad (2-47)$$

La frecuencia de resonancia en paralelo en función de las variables electromecánicas se puede determinar mediante la ecuación 2-48, por otro lado, la frecuencia de resonancia puede ser obtenida al resolver la función trascendental 2-49.

$$f_p = \left(\frac{c_{33}^E}{4(1 - k_t^2)\rho L^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{c_{33}^D}{4\rho L^2} \right)^{1/2} \quad (2-48)$$

$$f_s = \frac{2}{\pi} k_t^2 f_p \cot \left(\frac{\pi}{2} \frac{f_p - f_s}{f_p} \right) \quad (2-49)$$

La relación entre las variables electromecánicas y las variables del circuito equivalente complejo se presentan a continuación [30]:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_{33}^S (A/L) (f_p^2 - f_s^2)}{(1 - k_t^2) f_p^2} \quad (2-50)$$

$$L_1 = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C_1} \quad (2-51)$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33}^S (A/L)}{1 - k_t^2} - C_1 \quad (2-52)$$

2.5.4. Modos de vibración de discos piezoeléctricos

Los discos piezoeléctricos pueden vibrar de diferentes maneras según sus dimensiones, propiedades mecánicas, condiciones de borde y frecuencia de excitación. Cada forma de vibración, o *modo*, depende de cómo se distribuyen los desplazamientos dentro del material y de la dirección principal en la que éste se deforma. En general, los modos más representativos son el *modo espesor*, el *modo radial* y el *modo flexural*. De todos ellos, el modo espesor es el más importante en aplicaciones ultrasónicas y acustoflúidicas, pues garantiza una conversión de energía eléctrica en energía acústica altamente eficiente [14].

Modo espesor

En el modo espesor, la deformación se produce en la dirección normal a las caras del disco. El material se expande y contrae de manera alternada, de modo que la mitad superior

e inferior del disco vibran en contrafase, generando una onda estacionaria a lo largo del espesor. Este comportamiento permite que toda la superficie del transductor se desplace en fase, produciendo un campo acústico uniforme y simétrico. Por esta razón, los discos comerciales se diseñan de modo que su espesor coincida con una fracción de la longitud de onda acústica en el material, condición que maximiza el acoplamiento piezoeléctrico.

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2-53)$$

El caso $n = 1$ corresponde al *modo fundamental*, en el cual se forma un nodo de desplazamiento (mínimo de velocidad) en el plano medio del disco y antinodos de presión en las superficies. La frecuencia de resonancia asociada se calcula como:

$$f_r = \frac{v_l}{2L} \quad (2-54)$$

El modo espesor es el responsable de la radiación ultrasónica y es el que se busca excitar en la mayoría de los transductores piezoeléctricos, ya que los medios fluidos, como el aire o el agua, no tienen la capacidad de resistir esfuerzos cortantes. Por tal motivo, los diseñadores de este tipo de transductores definen el espesor del disco como $L = \frac{v_l}{2f_r}$ dependiendo de cuál sea la frecuencia de resonancia de diseño.

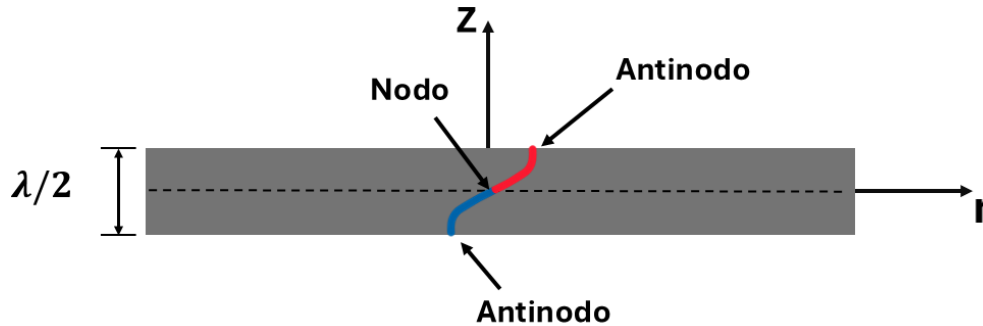


Figura 2-15: Vibración modo espesor del transductor. Fuente: Autor

Modo radial

En el modo radial, la vibración se produce principalmente en el plano del disco. El material se expande y se contrae a lo largo del radio, originando una serie de anillos concéntricos que oscilan con diferente fase. Estos modos aparecen a frecuencias más bajas que el modo espesor y pueden coexistir con él si el disco es delgado o si sus bordes están parcialmente restringidos. Aunque los modos radiales también pueden contribuir a la vibración del transductor, su eficiencia para generar un campo acústico direccional es menor, por lo que suelen considerarse no deseados en aplicaciones de enfoque o atrapamiento.

Modos flexurales

Los modos flexurales se caracterizan por una deformación fuera del plano, en la cual el disco se arquea adoptando una curvatura visible. En este tipo de vibración, el centro y los bordes del disco se mueven en direcciones opuestas, produciendo una flexión de la placa. Estos modos aparecen generalmente a frecuencias más bajas o más altas a la de resonancia y pueden activarse cuando el transductor no está perfectamente libre o presenta fijaciones asimétricas. Desde el punto de vista acústico, generan campos de presión no uniformes y menos estables, por lo que su aparición debe evitarse para asegurar una operación controlada del transductor.

2.5.5. Modelo numérico en COMSOL

COMSOL Multiphysics® es un software de simulación numérica basado en el Método de los Elementos Finitos (FEM), mediante el cual es posible modelar el comportamiento acoplado mecánico, eléctrico y acústico de dispositivos piezoeléctricos. En esta sección se presentan las físicas y ecuaciones fundamentales utilizadas en los modelos implementados durante las simulaciones de este trabajo.

Mecánica de sólidos

La interfaz *Solid Mechanics*, incluida en el módulo de Mecánica Estructural de COMSOL, permite modelar el desplazamiento mecánico de materiales sólidos, incluidos los piezoeléctricos. El comportamiento se basa en la ley de elasticidad lineal de Hooke:

$$\mathbf{T} = \mathbf{C} : \mathbf{S} \quad (2-55)$$

donde $\mathbf{T}$ es el tensor de esfuerzos, $\mathbf{C}$ el tensor de rigidez elástica (dependiente del material), y $\mathbf{S}$ el tensor de deformaciones infinitesimales. Éste último se relaciona con el campo de desplazamientos $\mathbf{u}$ mediante:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (2-56)$$

La ecuación de movimiento, derivada de la segunda ley de Newton, se expresa como:

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (2-57)$$

donde ρ es la densidad del material y $\mathbf{f}$ es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen.

Efectos eléctricos

La física *Electrostatics*, del módulo AC/DC de COMSOL, permite modelar el campo eléctrico dentro del material piezoeléctrico bajo el régimen cuasiestático. La relación constitutiva se expresa como:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2-58)$$

donde $\mathbf{D}$ es el desplazamiento eléctrico, ε_0 la permitividad del vacío, $\mathbf{E}$ el campo eléctrico, y $\mathbf{P}$ la polarización eléctrica. Para medios lineales sin polarización libre, se considera $\mathbf{P} = 0$, por lo que: $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$. Aplicando la ley de Gauss para medios sin cargas libres:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2-59)$$

Y el campo eléctrico se relaciona con el potencial eléctrico V mediante:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (2-60)$$

Efecto piezoeléctrico

El acoplamiento entre el campo eléctrico y la respuesta mecánica del material piezoeléctrico se modela mediante las ecuaciones constitutivas acopladas del efecto piezoeléctrico lineal:

$$\mathbf{T} = \mathbf{C} : \mathbf{S} - \mathbf{e}^\top \cdot \mathbf{E} \quad (2-61)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} : \mathbf{S} + \varepsilon \cdot \mathbf{E} \quad (2-62)$$

donde $\mathbf{e}$ es el tensor piezoeléctrico (forma matriz 3×6), ε el tensor de permitividad (3×3), y los demás símbolos ya fueron definidos en la sección 2.5. Estas ecuaciones se aplican en el dominio piezoeléctrico del modelo y permiten simular tanto el efecto directo (deformación genera carga) como el inverso (campo eléctrico genera desplazamiento).

Presión acústica

Para simular el medio fluido (agua) se utiliza la interfaz *Pressure Acoustics, Frequency Domain* del módulo Acoustics. En esta formulación el fluido se modela como un medio lineal, ligeramente compresible y no viscoso, y el campo de presión acústica se describe mediante la ecuación de Helmholtz en el dominio de la frecuencia:

$$\nabla^2 p + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 p = 0, \quad (2-63)$$

donde p es la presión acústica compleja, ω la frecuencia angular y c la velocidad del sonido en el fluido. Esta ecuación describe la propagación de ondas armónicas en un fluido sin pérdidas viscosas ni térmicas en el volumen. En el caso del agua, aunque desde el punto de vista hidrodinámico se considera prácticamente incompresible, las ondas acústicas implican variaciones pequeñas de presión y densidad sobre un estado de reposo, por lo que es válido tratarla como un fluido *ligeramente compresible*. La hipótesis de fluido no viscoso también es razonable en estas simulaciones por varias razones:

- Las amplitudes acústicas son pequeñas (p es una perturbación respecto al estado de reposo), de modo que la descripción lineal es adecuada y los efectos disipativos por viscosidad son de segundo orden.
- A las frecuencias de trabajo (del orden de los MHz), el espesor de la capa límite viscosa en el agua es del orden de submicras, mucho menor que las dimensiones características de la cavidad (decenas o centenas de micras). Por tanto, las pérdidas viscosas se concentran en una delgada región cercana a las paredes, mientras que en el volumen del fluido la propagación puede considerarse prácticamente sin pérdidas.
- El objetivo principal de este modelo es obtener el campo de presión acústica *primario* en el volumen de la cavidad, que es el que determina el potencial de Gorkov y las fuerzas de radiación acústica sobre las partículas. Para este propósito, la aproximación de fluido no viscoso proporciona una buena primera aproximación y simplifica significativamente el modelo numérico.

Los efectos asociados directamente a la viscosidad del fluido (como el campo de *acoustic streaming* cerca de las paredes) requieren una formulación termo-viscosa más detallada, pero exceden el alcance del modelo de *Pressure Acoustics, Frequency Domain* utilizado en este trabajo.

Interacción acústico estructura

En la interfaz *Acoustic-Structure Boundary*, se modela la interacción entre el sólido vibrante y el fluido. Se asume que las vibraciones del sólido inducen ondas acústicas en el fluido, y que el efecto de retroacción del fluido sobre el sólido es despreciable.

Las condiciones de acoplamiento se expresan como:

$$\mathbf{T} \cdot \hat{n} = -p\hat{n} \quad (2-64)$$

$$\hat{n} \cdot \nabla p = -\rho_f \omega^2 \hat{n} \cdot \mathbf{u} \quad (2-65)$$

donde $\hat{n}$ es el vector normal a la superficie, ρ_f la densidad del fluido, y $\mathbf{u}$ el desplazamiento de la superficie del sólido. Estas condiciones aseguran la continuidad de las variables físicas en la interfaz sólido-fluido.

3 Materiales y métodos

En este capítulo se presentan los materiales y métodos implementados para cumplir los objetivos plasmados en el documento. Inicialmente, se definen criterios de diseño para elegir la configuración geométrica del dispositivo y su tecnología de transducción. Posteriormente, se realiza la caracterización experimental del transductor seleccionado con el fin de emular su funcionamiento en los modelos de simulación mediante un algoritmo de ajuste de impedancias numérico. Luego, se define el modelo de simulación del dispositivo donde están presentes las distintas físicas involucradas en su funcionamiento junto con la variación geométrica definida para obtener diferentes configuraciones de atrapamiento dentro de la cavidad.

3.1. Elección de la configuración del dispositivo

En esta sección se expone la elección de la configuración del dispositivo basado en la clasificación por medio de la tecnología de transducción y geometría realizada y a requerimientos de diseño definidos. La elección del tipo de transductor y configuración geométrica dan lugar a la definición de los métodos implementados para diseñar y caracterizar el dispositivo.

3.1.1. Requerimientos del dispositivo

En la tabla 3-1 se muestran los requerimientos de diseño a que debe satisfacer el dispositivo.

Tabla 3-1: Requerimientos de diseño del dispositivo acústico

Requerimiento	Tipo	Descripción
Bajo costo	No funcional	El costo total de fabricación del dispositivo debe ser inferior a \$5 USD.
Manufactura sencilla	No funcional	Los procesos de fabricación deben poder realizarse con equipos disponibles en la escuela de ingeniería mecánica de la Universidad del Valle (impresora 3D, máquinas herramientas, etc.).
Diseño modular	Funcional	El diseño debe permitir intercambiar partes con el fin de realizar pruebas con diferentes configuraciones y/o geometrías de la zona donde se atraparán las partículas.
Eficiencia energética	No funcional	El dispositivo debe operar a la frecuencia de resonancia del transductor.
Diseño compacto	No funcional	El dispositivo ensamblado debe estar restringido a un volumen máximo de 2x2x2 cm.
Frecuencia de operación	Funcional	El dispositivo debe operar en frecuencias entre 1 MHz y 5 MHz.
Accesibilidad óptica	No funcional	La zona de aglomeración debe ser observable mediante microscopía óptica durante la operación del dispositivo.
Acoplamiento electro-acústico eficiente	No funcional	La geometría de la cavidad debe maximizar la transmisión de energía desde el transductor hacia el fluido.
Trampas acústicas estables	Funcional	El dispositivo debe generar un campo acústico estacionario que produzca trampas acústicas (mínimos del potencial de Gorkov) en posiciones bien definidas.

3.1.2. Configuración del dispositivo

Los dispositivos que emplean cavidades resonantes cerradas suelen presentar una mayor eficiencia, ya que en su interior se establecen ondas estacionarias que se superponen de manera constructiva y aumentan la amplitud del campo acústico. Esto permite un control más preciso de la aglomeración de partículas y explica que este tipo de configuración sea ampliamente utilizada en dispositivos acústico-microfluídicos. Además, la elección de una cavidad cilíndrica, excitada por un transductor tipo disco, favorece la aparición de modos axisimétricos bien definidos y patrones de campo acústico simétricos, lo que simplifica la predicción y el análisis de las zonas de aglomeración. El confinamiento geométrico de la cavidad también contribuye a concentrar la energía acústica en un volumen reducido, reduciendo la potencia necesaria para generar trampas estables. Por estas razones, en este trabajo se implementa un dispositivo que opera con *BAW* en una cavidad resonante cerrada de geometría cilíndrica. En la figura 3-1 se muestra un esquema de la configuración básica del dispositivo.

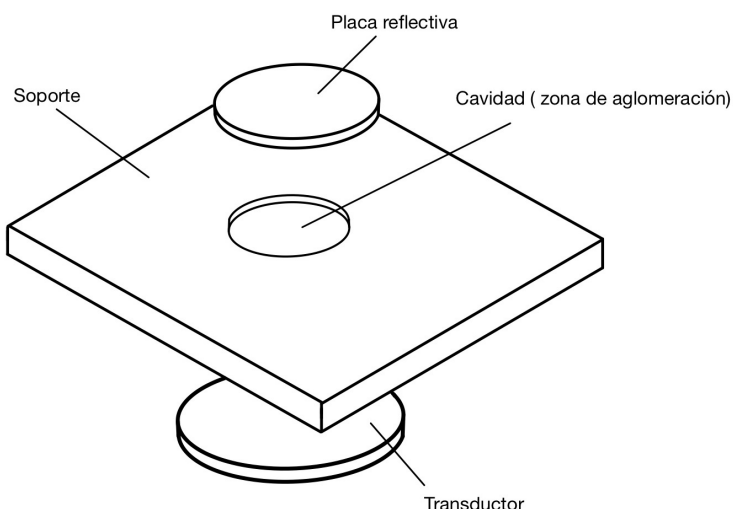


Figura 3-1: Configuración del dispositivo. Fuente: Adaptado de [34]

Descripción de los Componentes del dispositivo

A continuación, se describen las funciones de los componentes del dispositivo mostrados en la figura 3-1.

- **Placa Reflectiva:** La placa reflectiva se utiliza para reflejar las ondas acústicas generadas por el transductor. Su principal propósito es redirigir las ondas de vuelta a la cavidad, permitiendo que la mayor cantidad de energía se quede en la cavidad donde se genera el atrapamiento de las partículas.
- **Cavidad (Zona de Aglomeración):** La cavidad es el área donde se produce la interacción principal entre las ondas acústicas y las partículas suspendidas en el fluido.

En este espacio, las ondas acústicas inducen fuerzas de radiación que permiten que las partículas se agrupen o se aglomeren.

- **Soporte:** El soporte tiene como principal tarea mantener en su lugar tanto la cavidad como el transductor, dependiendo del diseño, la cavidad puede estar maquinada directamente en el soporte. Este componente garantiza la estabilidad del sistema y permite acoplar las demás partes del dispositivo.
- **Transductor:** El transductor es el componente que convierte las señales eléctricas en ondas acústicas, que luego se propagan a través del fluido y permiten aglomerar las partículas.

3.1.3. Transductor piezoeléctrico

El transductor implementado en el dispositivo es piezoeléctrico tipo disco PZT-5H comúnmente usado en humidificadores, que opera a una frecuencia de 2.4 MHz, tiene 16 mm de diámetro y un espesor de 0.85 mm. Este transductor es ideal para la aplicación debido a su tamaño, frecuencia de operación, modo de vibración (modo espesor), y precio (aproximadamente \$2 USD). En la figura 3-2 se muestra el transductor en cuestión, donde se pueden apreciar el electrodo positivo que se adhiere a la cerámica, este electrodo cuenta con un diametro de 8 mm.



Figura 3-2: Transductor empleado en el dispositivo. Fuente: [4]

3.1.4. Materiales y geometría del dispositivo

En la figura 3-3 se presenta la geometría y los materiales del dispositivo basado en una cavidad cilíndrica resonante. Las dimensiones presentadas en el diagrama corresponden a las dimensiones que se deben optimizar mediante simulación con el fin de encontrar distintas configuraciones del dispositivo.

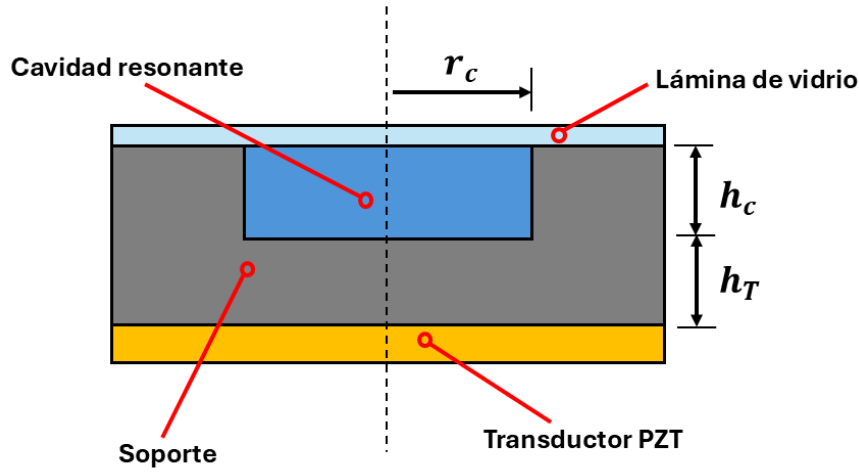


Figura 3-3: Geometría y materiales del dispositivo. Fuente: Autor

A continuación se presenta una descripción de los materiales y dimensiones mostradas en la figura:

Tabla 3-2: Geometría y materiales de los dominios del dispositivo.

Dominio	Material	Parámetros geométricos	Variables geométricas
Transductor PZT	PZT-5H	Espesor y diámetro del disco piezoeléctrico	$L = 0.85 \text{ mm}$, $d = 16 \text{ mm}$
Lámina de vidrio	Vidrio	Espesor de la lámina reflectora	$h_g = 1 \text{ mm}$
Soporte	Resina fotopolimérica	Separación entre la cavidad y la superficie del transductor (capa de adaptación).	h_T
Cavidad resonante	Agua	Radio y altura de la cavidad	r_c , h_c

Por otro lado, las propiedades mecánicas de la resina y el vidrio se presentan en la tabla **3-3**. Estas propiedades se tomaron de referencias bibliográficas donde se realizaron pruebas de caracterización de estos materiales [7,24]. En esta tabla se presenta la densidad (ρ), módulo de elasticidad (E), coeficiente de Poisson (ν) y coeficientes de atenuación longitudinal y transversal (α_l, α_s) por unidad de longitud de onda para una frecuencia de 2.4 MHz .

Tabla 3-3: Propiedades mecánicas y acústicas de los materiales del dispositivo.

Material	ρ (kg/m ³)	E (GPa)	ν	c_l (m/s)	α_l (dB/ λ)	α_s (dB/ λ)
Resina (Gray resine)	1190	3.2	0.397	2406	1.93	2.15
Vidrio (S-L glass)	2203	73.1	0.170	5860	0.051	0.057

3.2. Caracterización eléctrica del transductor

Para realizar la simulación adecuada de un dispositivo acustofluídico, resulta crucial conocer la curva de impedancia eléctrica del transductor. A continuación se muestra una metodología experimental para obtener dicha curva a partir de una excitación con amplio contenido frecuencial.

En la figura 3-4 se presenta el circuito empleado para esta caracterización. La metodología consistió en medir el voltaje entre los terminales 2 y 3, correspondiente al voltaje del transductor (V_T), y el voltaje entre los terminales 1 y 2, correspondiente al voltaje en la resistencia en serie conectada al transductor (V_R).

Aplicando la ley de Ohm, la impedancia del transductor se determina como $Z_T = \frac{V_T}{I_T}$. Dado que la resistencia y el transductor están en serie, la corriente que pasa por ambos es la misma, por lo que $I_T = \frac{V_R}{R}$, siendo $R = 2\ \Omega$ en el circuito empleado.

Tal como se mencionó en la selección del transductor, este opera a 2.4 MHz según el fabricante. Por lo tanto, el voltaje de excitación V_s consistió en una señal tipo chirp de 10 V de amplitud, enviada en una banda de frecuencias entre 2300 kHz y 2550 kHz.

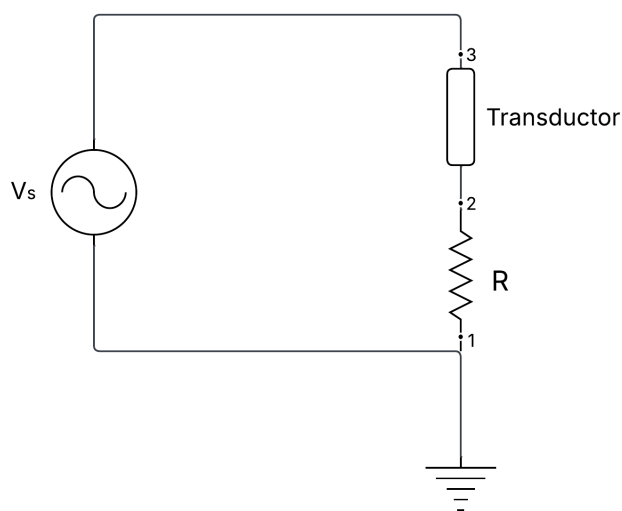


Figura 3-4: Circuito empleado para determinar la curva de impedancias del transductor.
Fuente: Autor

En la figura 3-5 se muestra el montaje experimental implementado para obtener la curva de impedancias del transductor.

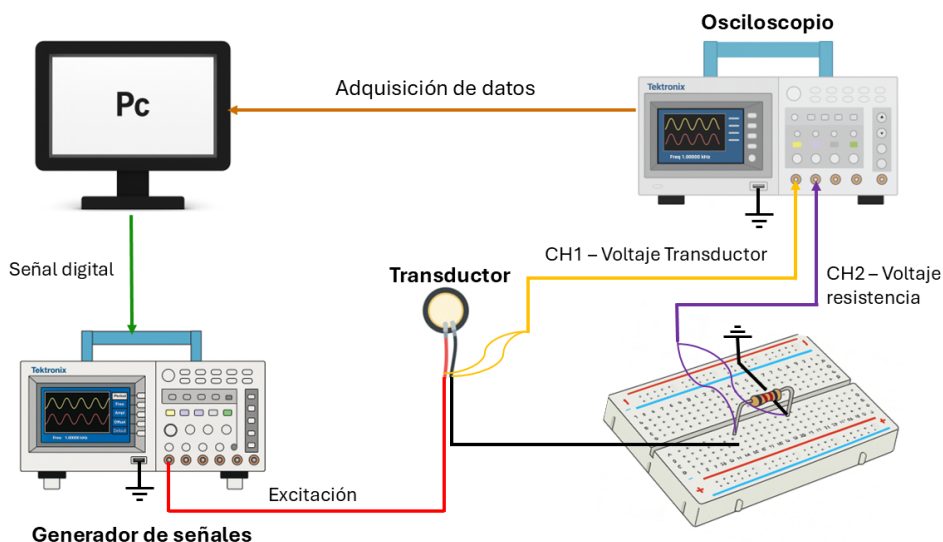


Figura 3-5: Montaje experimental implementado para la caracterización eléctrica del transductor. Fuente: Autor

3.3. Caracterización vibratoria del transductor por medio de vibrometría laser

La caracterización vibratoria del transductor se realiza con el fin de obtener el campo vibratorio en la superficie del transductor para diferentes frecuencias, esto con el fin de confirmar que el modo excitado a la frecuencia de resonancia obtenido en la caracterización eléctrica corresponde a un *modo espesor* de máxima amplitud, caracterizado por una fase constante en la superficie.

Descripción del procedimiento

A continuación se realiza la descripción del procedimiento experimental del montaje mostrado en la figura 3-6. La medición de la vibración en el transductor se realizó mediante un vibrómetro láser de efecto Doppler (Modelo OFV-505, Polytec) con el que se midió punto a punto la velocidad en la superficie del transductor. El control, configuración y adquisición de datos se realizó a través de MATLAB®. El control de la unidad de desplazamiento XYZ presente en este procedimiento se realizó mediante un Arduino MEGA.

1. Preparación y alineación

Ubicar el transductor en el soporte de la unidad XYZ, asegurando la normalidad de la cara activa respecto al haz láser. Encender el controlador del vibrómetro y realizar la alineación del punto láser con el centro geométrico de la cara del transductor. En este caso, se definió una sensibilidad del vibrómetro láser de 200 mm/s/V para una frecuencia máxima de 2.5 MHz .

2. Excitación del transductor

Excitar el transductor con la misma señal tipo chirp empleada en el procedimiento de la caracterización electromecánica del transductor.

3. Definir puntos de medición

Programar en la unidad XYZ una grilla con puntos (x,y) dentro de un círculo que contenga la superficie del transductor.

4. Barrido y adquisición de datos.

Excitar el transductor con la señal tipo chirp y capturar la señal de velocidad normal obtenida con el vibrómetro laser ajustada en los puntos de medición.

5. Reconstrucción de la vibración del transductor

Realizar el post-procesamiento de las señales de velocidad capturadas con el fin de obtener el patrón de vibración del transductor en el ancho de banda definido en la señal tipo chirp. Este procedimiento se realiza a partir del uso de la transformada rápida de Fourier (FFT) en las señales de velocidad capturadas.

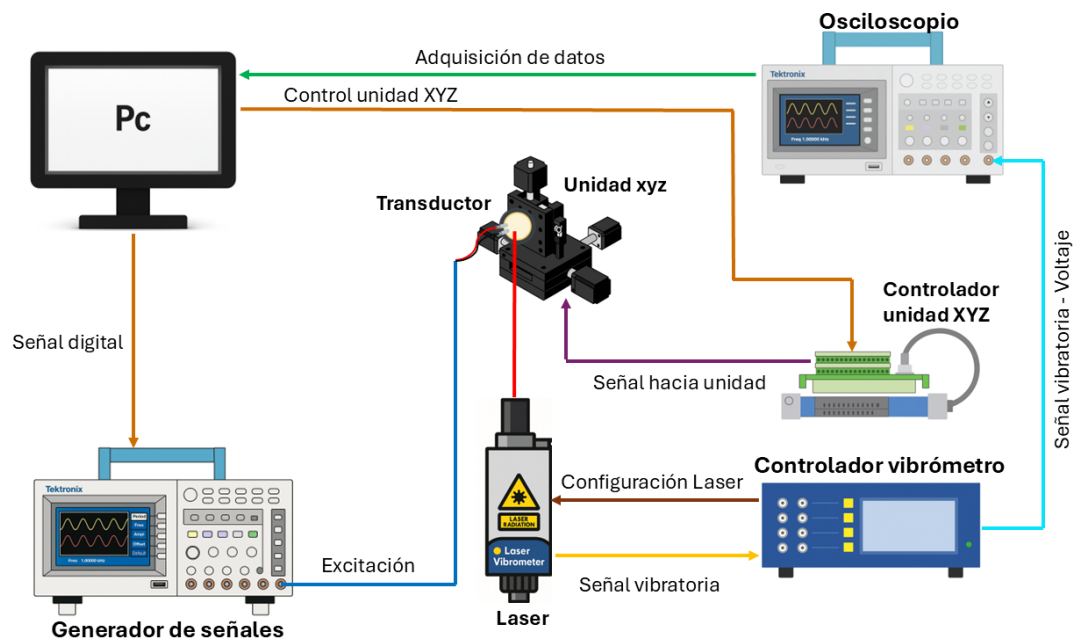


Figura 3-6: Montaje experimental implementado para la caracterización vibratoria del transductor. Fuente: Autor

3.4. Modelos numéricos y algoritmos

En este trabajo se empleó el software **COMSOL Multiphysics®** (versión 6.2) como herramienta principal de simulación. Este software permite analizar el comportamiento de los

materiales y del campo acústico en la cavidad resonante. A su vez, posibilita determinar la distribución de las fuerzas de radiación acústica responsables del atrapamiento de partículas en la cavidad. La descripción de las físicas empleadas para realizar las simulaciones se presentó en la Sección 2.5.5.

3.4.1. Simulación del transductor piezoeléctrico

Con el fin de verificar que el comportamiento simulado del transductor se asemeje al obtenido experimentalmente, se establece un estudio en el dominio de la frecuencia. El dominio considerado en esta simulación corresponde íntegramente al transductor piezoeléctrico de tipo PZT-5H, cuyo material se encuentra disponible en las bibliotecas de materiales de COMSOL. Las físicas implementadas son *Mecánica de Sólidos* y *Electrostática*, acopladas mediante la interfaz de *Piezoelectricidad*, que permite modelar la interacción entre los campos mecánico y eléctrico.

En la figura 3-7 se ilustran las condiciones de borde aplicadas en la simulación. Además de las mostradas, se incluye la condición de borde *Conservación de carga (piezoeléctrico)*, la cual garantiza la correcta aplicación de la ecuación de conservación de carga dentro del material piezoeléctrico. Esta condición contempla tanto las cargas libres como la contribución de la deformación mecánica al desplazamiento eléctrico, siendo fundamental para una representación precisa del acoplamiento electro-mecánico en el transductor. Los terminales corresponden al voltaje de excitación del transductor (Terminal 1) y la tierra (Terminal 2).

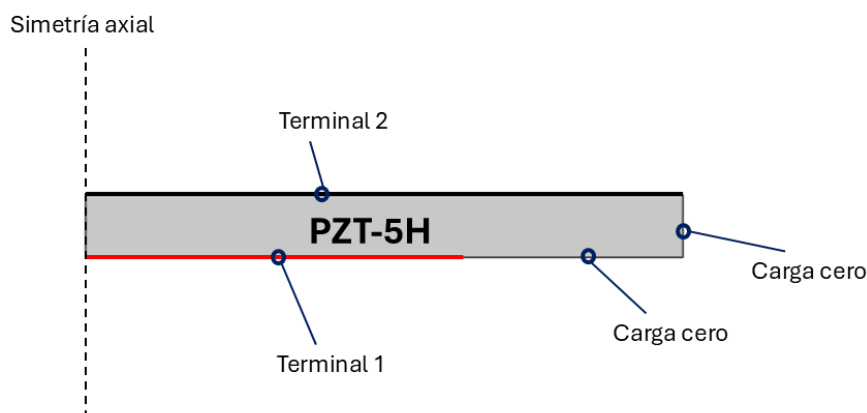


Figura 3-7: Condiciones de borde de la simulación del transductor. Fuente: Autor

El enmallado de esta simulación requirió un análisis de convergencia con el fin de encontrar la cantidad de elementos que garanticen la independencia de la solución con respecto a la calidad de la malla. Este análisis se realizó con respecto a la velocidad máxima en z del transductor. En la figura 3-8 se puede observar la convergencia de la malla. Donde se observa un cambio porcentual del 2.68 % de la velocidad máxima a partir de 354 elementos.

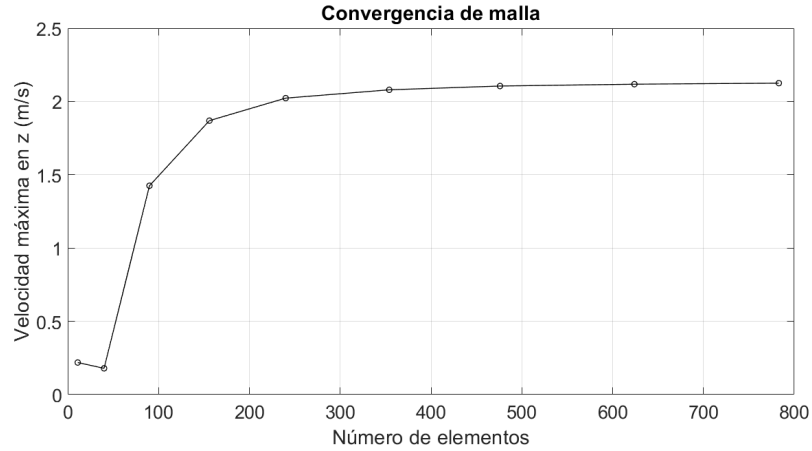


Figura 3-8: Convergencia de la malla de la simulación basada en la velocidad máxima en z.

3.4.2. Algoritmo de Ajuste de la impedancia eléctrica

Con el fin de que la curva de impedancias del transductor obtenida experimentalmente coincida con la curva de impedancias numérica, se estableció un procedimiento basado en algoritmos de optimización implementados en MATLAB mediante la función `fmincon`. A continuación se describe dicho procedimiento (ver diagrama de flujo en la figura 3-9):

1. Se parte de los parámetros conocidos del transductor como la densidad de la cerámica (ρ), diámetro (d), espesor (L), curva de impedancias experimental (Z_{exp}) y una semilla con valores típicos de los elementos del circuito del modelo eléctrico complejo.
2. Se calcula la impedancia eléctrica analítica (Z_e) con base a los parámetros definidos en el paso anterior haciendo uso de la ecuación 2-44 (modelo eléctrico complejo).
3. Se define una función error objetivo que se debe minimizar con el fin de que Z_{exp} y Z_e sean lo más semejante posible. Esta función se basa en minimizar el error existente entre las frecuencias de resonancia en serie y en paralelo de las curvas, y las impedancias evaluadas a estas frecuencias.
4. Se obtienen los parámetros del circuito que ajustan la impedancia experimental con el fin de calcular las constantes del modelo electromecánico (c_{33}^D , e_{33} y ε_{33}^S).
5. Se determina la impedancia eléctrica numérica Z_s a partir del modelo de simulación usando como semilla los parámetros electromecánicos calculados en el paso anterior.
6. Se define una función de error a minimizar con el fin de que Z_{exp} y Z_s sean lo más semejantes posible.
7. Finalmente, se determinan los parámetros electromecánicos que se deben definir en la simulación para que la curva de impedancias numérica coincida con la experimental.

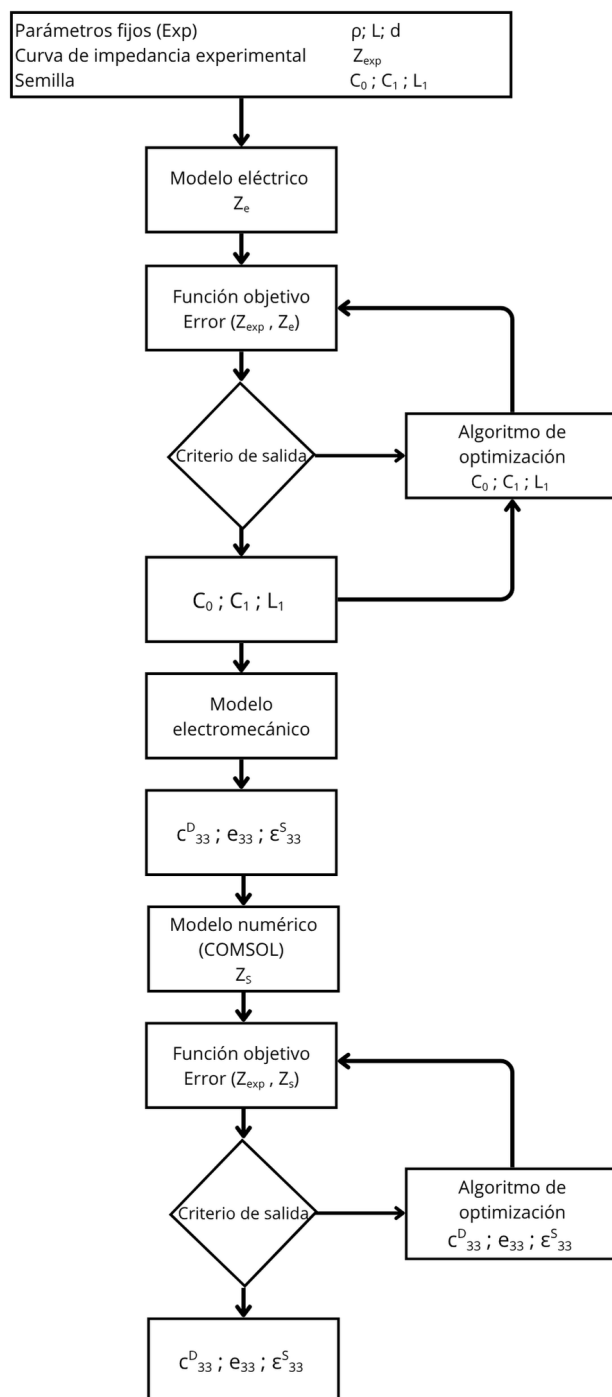


Figura 3-9: Diagrama de flujo del procedimiento llevado a cabo para ajustar la curva de impedancias numérica. Fuente: Autor

3.4.3. Simulación del dispositivo

En las simulaciones del dispositivo se implementó un estudio en el dominio de la frecuencia, con el que se busca hallar el campo acústico y las fuerzas de atrapamiento dentro de la cavidad resonante. En la figura 3-10 se muestran los materiales y condiciones de frontera presentes en la interfaz de los materiales.

Tal como establece la configuración del dispositivo, los dominios del dispositivo están divididos en cuatro elementos principales: lámina de vidrio, cavidad resonante (agua), soporte del dispositivo y transductor.

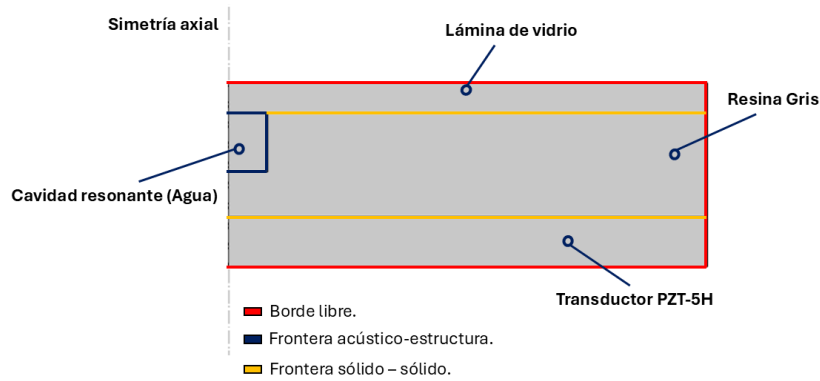


Figura 3-10: Condiciones de borde del dominio axisimétrico de simulación del dispositivo. Fuente: Autor

Para el caso de la resina y la lámina de vidrio se implementa el modelo de mecánica de sólidos (*Solid Mechanics*) asumiendo un comportamiento de tipo elástico lineal. Por otro lado, se incluyeron coeficientes de atenuación de ondas longitudinales (α_l) y transversales (α_s). Las propiedades mecánicas: densidad, módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson de la resina y el vidrio se presentan en la tabla 3-3. Por otro lado, para el dominio del agua se establece un estudio de simulación de tipo *Pressure acoustics*. Que consistió en agua a temperatura ambiente. La velocidad del sonido y densidad del agua en estas condiciones se toma directamente de la librería de materiales de COMSOL, $\rho_w = 998.2 \text{ kg/m}^3$ y $c_w = 1482 \text{ m/s}$. Finalmente, las físicas y condiciones del transductor son las mismas descritas en la sección 3.4.1.

El resultado más relevante de estas simulaciones es el campo de presión acústica (p) en la cavidad, mediante el cual es posible determinar las fuerzas de radiación acústica, el potencial de Gorkov y las zonas de atrapamiento de partículas en la cavidad.

3.4.4. Análisis paramétrico del modelo numérico de simulación

En la siguiente sección se plantea la elección de la variación de la geometría del dispositivo, donde se aborda la forma en que se realiza la variación de las 3 variables geométricas mos-

tradas en la figura **3-3** (r_c , h_c y h_t). Estas variaciones se realizan con el fin de comprender la influencia de la geometría de la cavidad en la curva de impedancias del transductor, con el objetivo de encontrar las configuraciones que maximicen la transferencia de energía del transductor hacia la cavidad.

Variación de la geometría de la cavidad r_c , h_c

Con el fin de explorar diferentes configuraciones de campo acústico en la cavidad, se decidió variar el radio y la altura en múltiplos de $\lambda_w/2$, donde λ_w es la longitud de onda en agua a la frecuencia de operación ($\lambda_w = 0.625\text{ mm}$). En una cavidad con paredes rígidas, las ondas estacionarias sólo pueden formarse cuando la distancia entre las fronteras es un múltiplo entero de la semilongitud de onda. Bajo esta condición aparecen nodos y antinodos de presión bien definidos, y cada múltiplo entero corresponde a un armónico (modo propio) distinto de la cavidad.

Para parametrizar este comportamiento, se introducen los enteros n_c y n_d , que controlan el tamaño efectivo de la cavidad en las direcciones axial y radial, respectivamente, de acuerdo con:

$$r_c = n_d \frac{\lambda_w}{2}, \quad h_c = n_c \frac{\lambda_w}{2}.$$

Al variar sistemáticamente n_c y n_d se desean recorrer diferentes combinaciones de armónicos radiales y axiales, lo que permite identificar qué modos del campo acústico generan configuraciones de atrapamiento más favorables en el interior de la cavidad.

Variación de la capa de adaptación h_t

En la interfaz entre el transductor y el fluido existe, en general, un desacople de impedancias acústicas que provoca que una fracción importante de la energía incidente se refleje de vuelta hacia el transductor en lugar de transmitirse al agua. La capa de resina se introduce precisamente como una *capa de adaptación*, cuyo objetivo es modificar la fase y la amplitud de las reflexiones internas para aumentar la energía transferida. La Figura **3-11** ilustra el paso de la onda acústica desde el transductor hacia la resina y posteriormente hacia el agua, mientras que en la Tabla **3-4** se resumen las impedancias acústicas de cada material y los coeficientes de reflexión y transmisión en amplitud de presión para las interfaces relevantes, asumiendo independientemente cada interfaz de un frente de onda plano.

Sea p_i la presión incidente en la interfaz transductor–resina (interfaz 1); esta genera una onda reflejada p_{R1} , que permanece en el transductor, y una onda transmitida p_{T1} , que entra a la resina. Como la impedancia de la resina es menor que la del PZT, el coeficiente de reflexión en esta primera interfaz es negativo (ver coeficientes R en la Tabla **3-4**), de modo que p_{R1} queda desfasada 180° respecto a p_i y a p_{T1} . La onda p_{T1} se propaga a través de la capa de

resina de espesor h_t y llega a la interfaz resina-agua (interfaz 2), donde se transmite hacia el fluido (p_{T2}) y se refleja parcialmente de vuelta hacia la resina (p_{R2}). Cuando el espesor de la resina se elige igual a un cuarto de longitud de onda en ese material ($h_t \approx \lambda_r/4$), la onda que entra desde el transductor p_{T1} recorre la capa acumulando un desfase de 90° antes de llegar a la interfaz resina-agua. La onda reflejada p_{R2} tendría entonces una fase de 270° debido a que la impedancia de la resina es mayor a la impedancia del agua (la onda reflejada se desfasa 180° respecto a la onda incidente). Posteriormente, recorre nuevamente la capa de resina en sentido contrario, acumulando otros 90° de desfase debido a la condición del espesor de $\lambda_r/4$. De este modo, la contribución reflejada en la interfaz resina-agua p_{R2} vuelve a la interfaz transductor-resina con una fase total igual 0° , es decir, en contrafase (180°) con respecto a la reflexión directa p_{R1} . En la tabla 3-5 se muestra un resumen de las fases relativas de las ondas antes mencionadas para dar una mayor claridad.

En términos físicos, esto implica que las dos contribuciones principales de la onda reflejada hacia el transductor, la reflexión directa en la primera interfaz y la reflexión que ha viajado hasta la segunda interfaz y de vuelta, tienden a interferir de forma destructiva, es decir, se “restan” entre sí. Como resultado, la amplitud efectiva de la onda que regresa al transductor disminuye, y una mayor fracción de la energía original se transmite a través de la capa de resina hacia el fluido, a través de la onda p_{T2} . Por esta razón, un espesor de resina cercano a $\lambda_r/4$ se considera una configuración adecuada de capa de adaptación entre el transductor y la cavidad llena de agua. En este trabajo, el espesor de resina se parametrizó como $h_t = n_t \frac{\lambda_r}{4}$ ($\lambda_r = 1 \text{ mm}$), donde el caso $n_t = 1$ corresponde a la capa clásica de un cuarto de longitud de onda, asociada a una adaptación de impedancias más eficiente. Valores impares mayores ($n_t = 3, 5, \dots$) corresponden a capas de $3\lambda_r/4, 5\lambda_r/4, \dots$, que conservan ciertas propiedades de fase pero introducen resonancias adicionales en la propia capa. Por el contrario, cuando n_t es par ($n_t = 2, 4, \dots$), el espesor se hace múltiplo de $\lambda_r/2$ y las reflexiones internas tienden a reforzarse en lugar de cancelarse, lo que empeora el acoplamiento y aumenta la energía reflejada hacia el transductor.

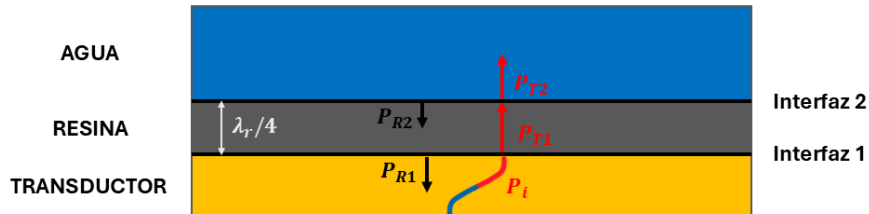


Figura 3-11: Transmisión de ondas en el dispositivo. Fuente: Autor.

Tabla 3-4: Propiedades acústicas de los materiales y coeficientes de reflexión (R) y transmisión (T) en amplitud de presión para distintas interfaces, considerando una onda incidente que se propaga del medio 1 al medio 2.

Interfaz	ρ_1 [kg/m ³]	c_1 [m/s]	ζ_1 [MRayl]	ρ_2 [kg/m ³]	c_2 [m/s]	ζ_2 [MRayl]	R	T
PZT-resina	7750	3935	30.50	1190	2406	2.86	-0.828	0.172
Resina-agua	1190	2406	2.86	1000	1482	1.48	-0.318	0.682
Vidrio-agua	2203	5860	12.91	1000	1482	1.48	-0.794	0.206

Tabla 3-5: Resumen de las fases relativas de las ondas de presión en la capa de resina, tomando como referencia la fase de la onda incidente p_i en la interfaz 1.

Onda	Descripción	Fase relativa
p_i	Onda incidente en la interfaz 1	0°
p_{T1} (int. 1)	Onda transmitida a la resina en la interfaz 1	0°
p_{R1}	Onda reflejada en la interfaz 1	180°
p_{T1} (int. 2)	p_{T1} al llegar a la interfaz 2	90°
p_{T2}	Onda transmitida al agua en la interfaz 2	90°
p_{R2} (int. 2)	Onda reflejada en la interfaz 2 (al nacer)	270°
p_{R2} (int. 1)	p_{R2} al volver a la interfaz 1	0°

La importancia de este análisis radica en que las ondas que se reflejan en las interfaces y regresan hacia el transductor representan, en primer lugar, energía que no se ha acoplado de forma efectiva al fluido, por lo que disminuye la presión acústica disponible en la cavidad y reduce la eficiencia global de conversión electroacústica. Además, estas reflexiones modifican la impedancia mecánica de carga que percibe el piezoeléctrico en su cara emisora, introduciendo componentes reactivas adicionales (aparente masa y rigidez) que alteran la posición y la forma de las resonancias, así como el factor de calidad del transductor (Q). En consecuencia, la respuesta eléctrica se vuelve más dependiente de las condiciones de borde y aparecen modos de vibración menos controlados. Por otra parte, cuando las ondas reflejadas retornan al transductor pueden reforzar localmente las deformaciones y aumentar las tensiones internas en la cerámica, favoreciendo el calentamiento y la fatiga del material. Por estas razones, resulta deseable minimizar la energía reflejada hacia el transductor mediante una capa de adaptación adecuada, de modo que la mayor parte de la energía se transmita al fluido y el transductor opere sobre una carga acústica más estable y predecible.

El análisis previo de impedancias y de los coeficientes de reflexión y transmisión se basa en el modelo clásico de propagación normal de onda plana en medios sin pérdidas. Aunque en las simulaciones del dispositivo esta hipótesis no se cumple estrictamente, el campo no es puramente planar, la geometría es tridimensional y los materiales presentan atenuación, sin embargo el modelo de onda plana sigue siendo una aproximación válida y útil como herramienta conceptual para interpretar el acoplamiento entre transductor, resina y fluido.

4 Resultados y análisis

En este capítulo se presentan los resultados de cada uno de los componentes planteados en la metodología. Inicialmente, se muestra la caracterización eléctrica del transductor que permite obtener la curva de impedancias del mismo. Posteriormente se presenta la respuesta vibratoria del transductor, para explicar su operación a la frecuencia de resonancia. A su vez, se incluyen los resultados del ajuste de impedancias realizado mediante simulación que dan paso a emular el comportamiento del transductor a través de los modelos desarrollados. Finalmente, se seleccionan las configuraciones más óptimas para aglomerar partículas usando el dispositivo diseñado.

4.1. Caracterización eléctrica del transductor.

En la figura 4-1 se muestra la curva de impedancia y fase del transductor obtenidas experimentalmente. La frecuencia de resonancia en serie se determinó en $f_s = 2395.63\text{kHz}$, correspondiente a una impedancia mínima de $Z_r = 5.89\Omega$. En esta gráfica, se observan picos pronunciados de resonancia y antiresonancia, característicos del modo espesor en transductores piezoeléctricos tipo disco.

El resultado evidencia un ligero corrimiento de la frecuencia de resonancia con respecto al valor nominal del fabricante (2.4MHz), con una diferencia porcentual del 3.9 %, la cual puede atribuirse a tolerancias en el espesor del disco, variaciones en las propiedades del material, condiciones ambientales (como la temperatura), imprecisiones en el montaje experimental o efectos eléctricos ligados a las conexiones del montaje experimental.

Por otro lado, en la frecuencia de resonancia en serie (f_s) se observa que la fase de la impedancia es aproximadamente cero, lo cual indica que el voltaje aplicado y la corriente se encuentran en fase. En estas condiciones, la impedancia es puramente resistiva y la energía eléctrica suministrada se transfiere de forma eficiente al sistema mecánico del transductor, alcanzándose la máxima conversión piezoeléctrica. Para el caso de la frecuencia de antiresonancia ($f_p = 2457\text{kHz}$) también se tiene una impedancia puramente resistiva con un valor muy alto ($Z_p = 490\Omega$); en esta condición el transductor se opone al paso de corriente haciendo que la magnitud de la vibración sea pequeña.

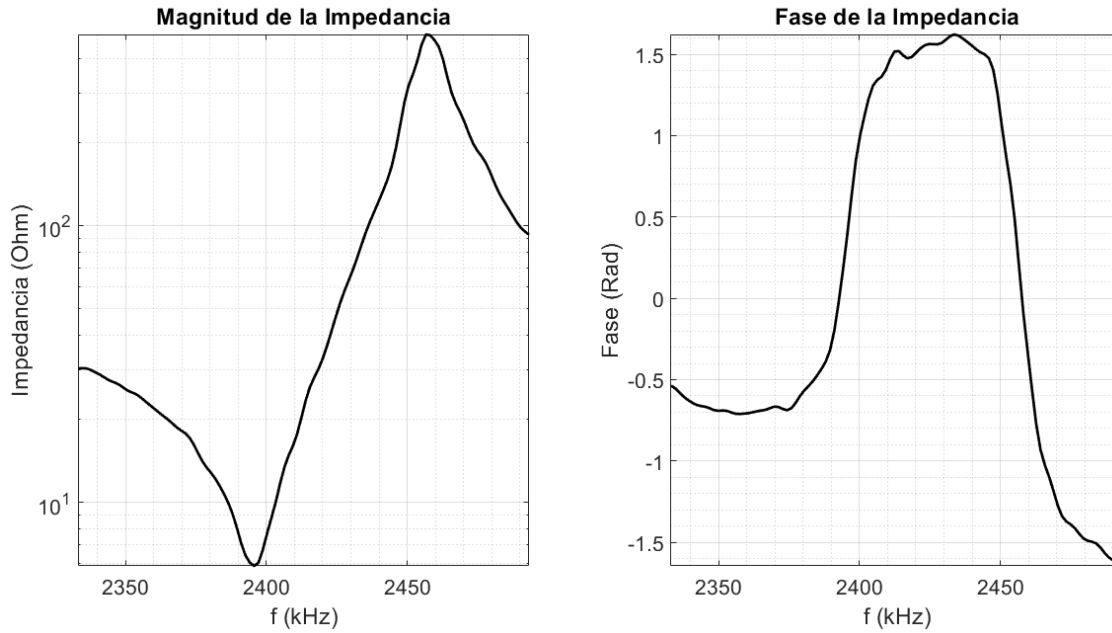


Figura 4-1: Curva de impedancia y fase del transductor piezoeléctrico obtenidas experimentalmente. Fuente: Autor

4.2. Caracterización vibratoria del transductor

En la figura ?? se presenta la caracterización vibratoria del transductor a una frecuencia por debajo de la resonancia ($f = 2374.27 \text{ kHz}$). En esta región, el comportamiento eléctrico del transductor es predominantemente capacitivo, por lo que la corriente adelanta al voltaje y la transferencia de energía hacia el dominio mecánico aún no es máxima. Esto se refleja en la curva de impedancia, donde el punto analizado se encuentra antes del mínimo resistivo, y en la curva de velocidad normal, que muestra una amplitud creciente conforme la frecuencia se aproxima a la resonancia serie.

La distribución de la magnitud de la vibración evidencia una respuesta no uniforme sobre la superficie del disco. Se observan zonas anulares de distinta amplitud, con un desplazamiento relativamente bajo en el centro y valores mayores hacia la periferia, lo cual indica que el modo espesor todavía no se encuentra completamente establecido. En esta condición, pueden coexistir componentes de vibración radiales o flexurales de baja intensidad. La distribución de fase, por su parte, muestra un patrón irregular con variaciones radiales, lo que sugiere que distintas regiones del transductor oscilan con ligeros desfases relativos. Este comportamiento confirma que, a esta frecuencia, la vibración del disco no es aún completamente coherente y que la energía eléctrica se almacena parcialmente en el campo elástico del material sin transferirse de forma eficiente al medio al que se acoplaría el transductor. A medida que la frecuencia se aproxima a la resonancia, estas diferencias de fase tienden a desaparecer, dando

lugar a una vibración axial uniforme característica del modo espesor fundamental.

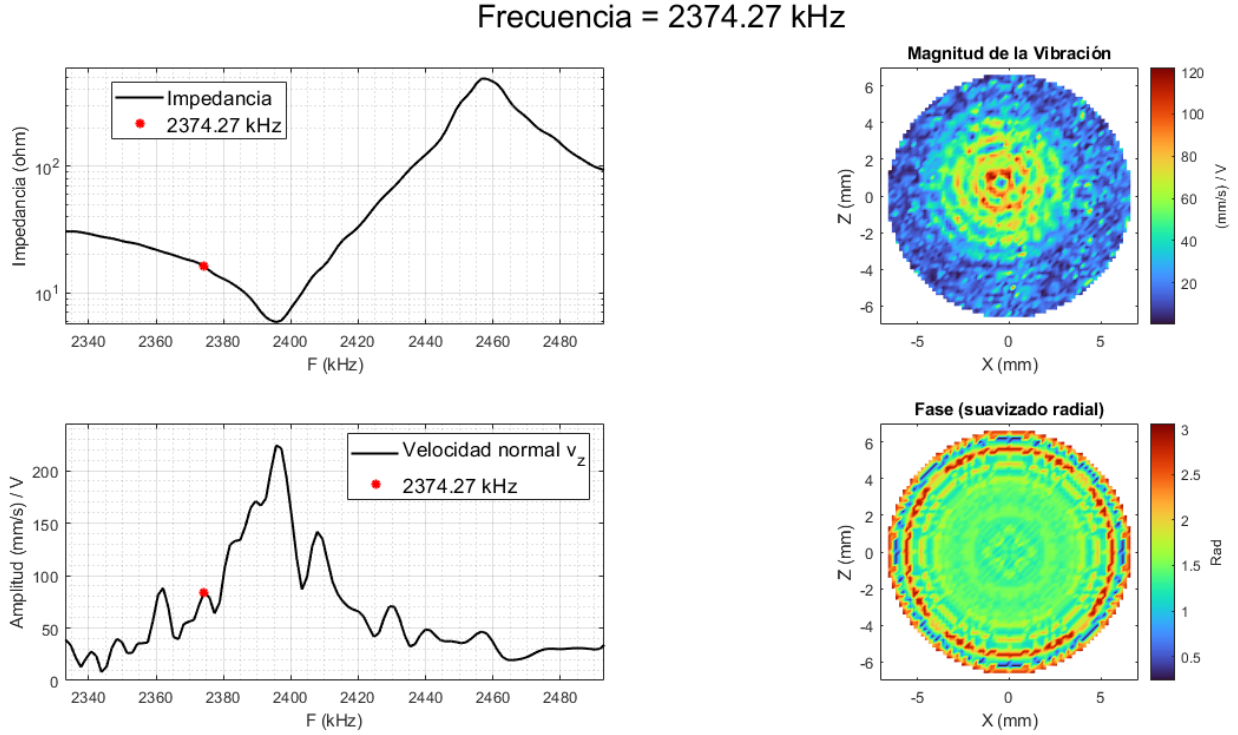


Figura 4-2: Caracterización por vibrometría laser del transductor a una frecuencia por debajo de la resonancia. Fuente: Autor

En la figura 4-3 se presenta la caracterización vibratoria del transductor a la frecuencia de resonancia ($f_s = 2395.63 \text{ kHz}$), correspondiente al modo espesor fundamental. La distribución de magnitud de la vibración muestra un comportamiento prácticamente uniforme sobre toda la superficie del disco, con valores máximos en el centro y una leve disminución hacia los bordes. Esta respuesta es característica del modo espesor, en el cual las mitades superior e inferior del disco oscilan en contrafase, dando lugar a una deformación axial pura y simétrica.

En este modo, la vibración se desarrolla principalmente en la dirección normal al plano del transductor, sin la presencia de nodos radiales que indiquen algún modo flexural. En cuanto al mapa de fase, se observa una distribución homogénea en casi toda la superficie, lo que indica que el desplazamiento del material ocurre de forma coherente y simultánea. La uniformidad de fase confirma que el transductor vibra como un pistón rígido, propio del régimen de resonancia en modo espesor. En esta condición, la energía acústica generada se irradia eficientemente hacia el medio fluido acoplado, alcanzándose el máximo acoplamiento electro-mecánico del sistema.

En conjunto, estos resultados confirman que a la frecuencia de 2.395 MHz el transductor

opera en el modo espesor fundamental, condición en la que se obtiene una vibración axial coherente y una radiación ultrasónica estable y uniforme.

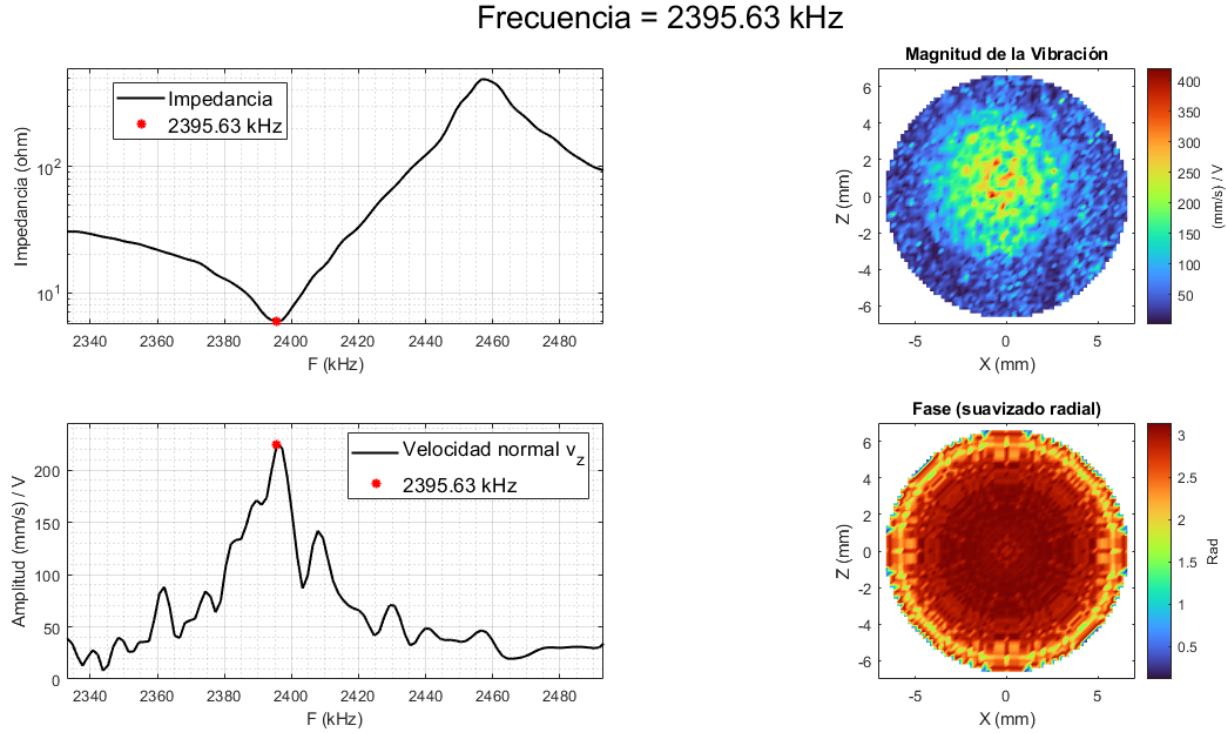


Figura 4-3: Caracterización por vibrometría del transductor a la frecuencia de resonancia.
Fuente: Autor

4.3. Algoritmo de ajuste de impedancias del transductor

Con el fin de simular correctamente el comportamiento del transductor, se implementó un algoritmo que ajusta los parámetros eléctricos y electromecánicos del transductor a partir de la curva de impedancia experimental. El procedimiento consistió en minimizar la diferencia entre la impedancia medida y la calculada mediante los modelos eléctrico complejo y electromecánico (simulación), definidos en las ecuaciones 2-44 y 2-46, respectivamente. De esta forma, los parámetros obtenidos representan los valores efectivos del material y del circuito equivalente bajo las condiciones reales de operación.

En la tabla 4-1 se presentan los parámetros óptimos obtenidos mediante el ajuste. Los resultados muestran que los parámetros del modelo eléctrico complejo mostrado en la figura 2-14 presentan pequeñas componentes imaginarias, las cuales están asociadas a las pérdidas dieléctricas y mecánicas del sistema. Por otro lado, los parámetros del modelo electromecánico (c_{33}^D , e_{33} y ε_{33}^S) muestran también partes complejas, que representan las pérdidas intrínsecas del material piezoeléctrico y su acoplamiento con el campo eléctrico.

Tabla 4-1: Parámetros obtenidos a partir del algoritmo de optimización de ajuste de impedancias.

Parámetro	Valor numérico obtenido	Unidad	Modelo
C_0	$1.2844 \times 10^{-9} - 5.0083 \times 10^{-11} i$	F	Modelo eléctrico (circuito complejo)
C_1	$6.6749 \times 10^{-11} - 1.5777 \times 10^{-17} i$	F	Modelo eléctrico (circuito complejo)
L_1	$6.6092 \times 10^{-5} + 3.5051 \times 10^{-7} i$	H	Modelo eléctrico (circuito complejo)
c_{33}^D	$1.2011 \times 10^{11} + 7.1780 \times 10^8 i$	Pa	Modelo electromecánico
e_{33}	$12.3408 + 0.2172 i$	C/m ²	Modelo electromecánico
ε_{33}^S	$1.7006 \times 10^{-8} - 6.8843 \times 10^{-11} i$	F/m	Modelo electromecánico

A partir de las partes imaginarias de estos parámetros se calcularon las pérdidas mecánicas, dieléctricas y de acoplamiento, las cuales se resumen en la tabla **4-2**. Se observa que las pérdidas por acoplamiento presentan el mayor valor (1.76 %), lo que sugiere que la eficiencia del transductor está principalmente limitada por el proceso de conversión entre los dominios eléctrico y mecánico. Las pérdidas mecánicas y dieléctricas son menores al 1 %, indicando un comportamiento estable del material PZT-5H en el rango de operación.

Tabla 4-2: Pérdidas presentes en el transductor.

Tipo de pérdida	Valor (%)
Mecánica (asociada a c_{33}^D)	0.5976
Dieléctrica (asociada a ε_{33}^S)	0.4048
Acoplamiento (asociada a e_{33})	1.7600

En la figura **4-4** se comparan las curvas de impedancia, fase y vibración obtenidas experimentalmente con las calculadas mediante los modelos optimizados. Se observa una coincidencia adecuada entre las tres respuestas, lo que confirma la validez del proceso de ajuste y la representatividad de los modelos empleados para describir el comportamiento dinámico del transductor.

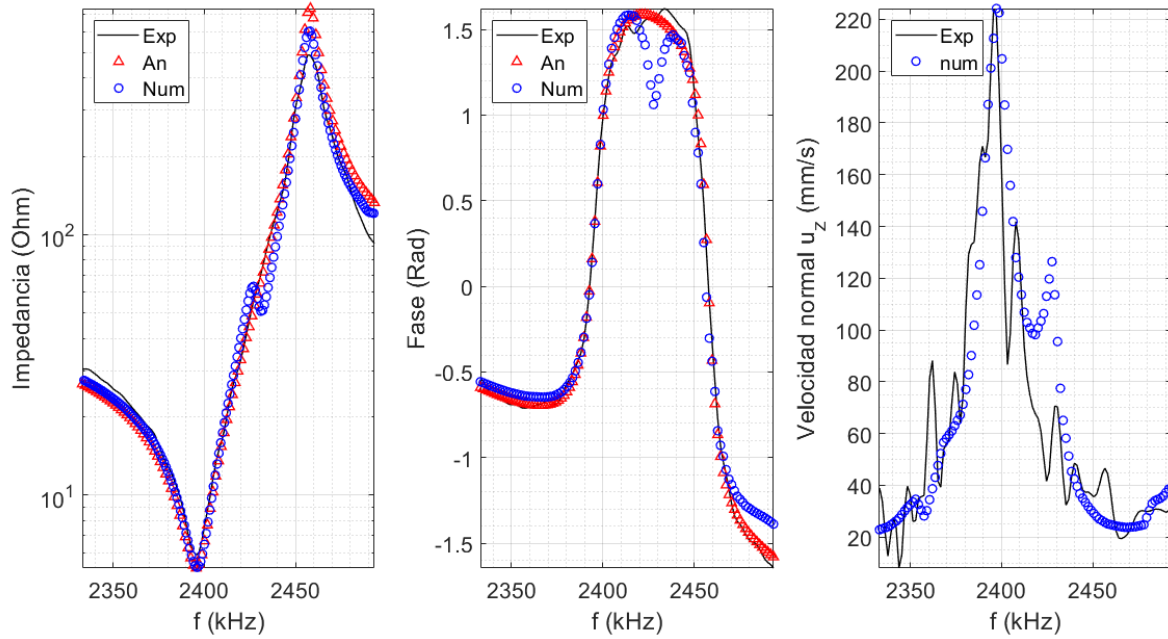


Figura 4-4: Curvas de impedancia, fase y vibración del transductor ajustadas mediante el algoritmo de optimización. Fuente: Autor.

Por último, la tabla 4-3 presenta la comparación de los valores de impedancia mínima, frecuencia de resonancia y factor de calidad obtenidos para las curvas experimental, analítica y numérica. Se observa que el error porcentual del mínimo de impedancia de los modelos analítico y numérico respecto a la medición experimental es del 10.93 % y del 6.17 %, respectivamente. Estos resultados demuestran que el modelo numérico reproduce con mayor precisión la respuesta real del transductor, validando la consistencia del procedimiento de ajuste implementado.

Tabla 4-3: Impedancias a la frecuencia de resonancia y factores de calidad de las curvas experimental, analítica y numérica.

Curva	Impedancia mínima (Ω)	Frecuencia (kHz)	Factor Q	Error (%)
Experimental	5.8854	2395.6	196.25	—
Analítica	5.2424	2395.6	174.44	10.93
Numérica	5.5225	2395.6	196.25	6.17

4.4. Simulación numérica del transductor piezoeléctrico

En la figura 4.5(a) se presentan los resultados de la simulación del transductor a una frecuencia por debajo de la resonancia (2.37 MHz). La amplitud de la vibración u_z muestra un patrón irregular con zonas anulares de distinta magnitud, donde la máxima amplitud no se concentra en el centro del disco.

La distribución de fase evidencia variaciones radiales, lo que confirma que distintas regiones del disco no vibran de manera sincronizada. Este comportamiento indica que el transductor aún no opera en su modo de resonancia y que la respuesta está dominada por componentes flexurales de baja intensidad.

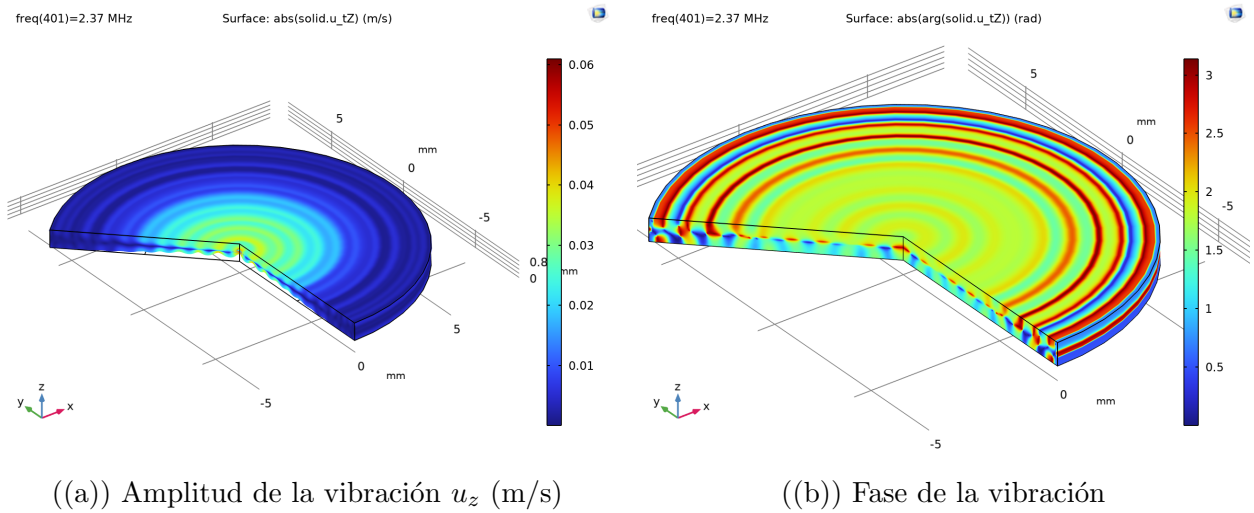


Figura 4-5: Amplitud y fase del transductor a una frecuencia de 2.37 MHz . Fuente: Autor

En la figura 4-6 se observan los resultados correspondientes a la frecuencia de resonancia (2.396 MHz). A esta frecuencia, la amplitud de la vibración alcanza su valor máximo y se distribuye de manera prácticamente uniforme sobre toda la superficie del disco, con un perfil axial característico del modo espesor fundamental. En este modo, las caras del disco oscilan en contrafase, estableciendo un nodo de desplazamiento en el plano medio y antinodos en las superficies, lo que genera una vibración axial pura. El mapa de fase confirma esta condición: se observa una distribución homogénea, donde toda la superficie vibra con la misma fase, indicando una oscilación coherente del material. En esta condición resonante, la impedancia del transductor es puramente resistiva, el voltaje y la corriente se encuentran en fase, y la transferencia de energía eléctrica a energía mecánica es máxima.

Los resultados de la simulación concuerdan con las mediciones experimentales, tanto en la frecuencia de resonancia identificada como en la forma modal observada. Esto confirma que el modelo numérico implementado reproduce adecuadamente el comportamiento dinámico del transductor piezoeléctrico en la región del modo espesor fundamental.

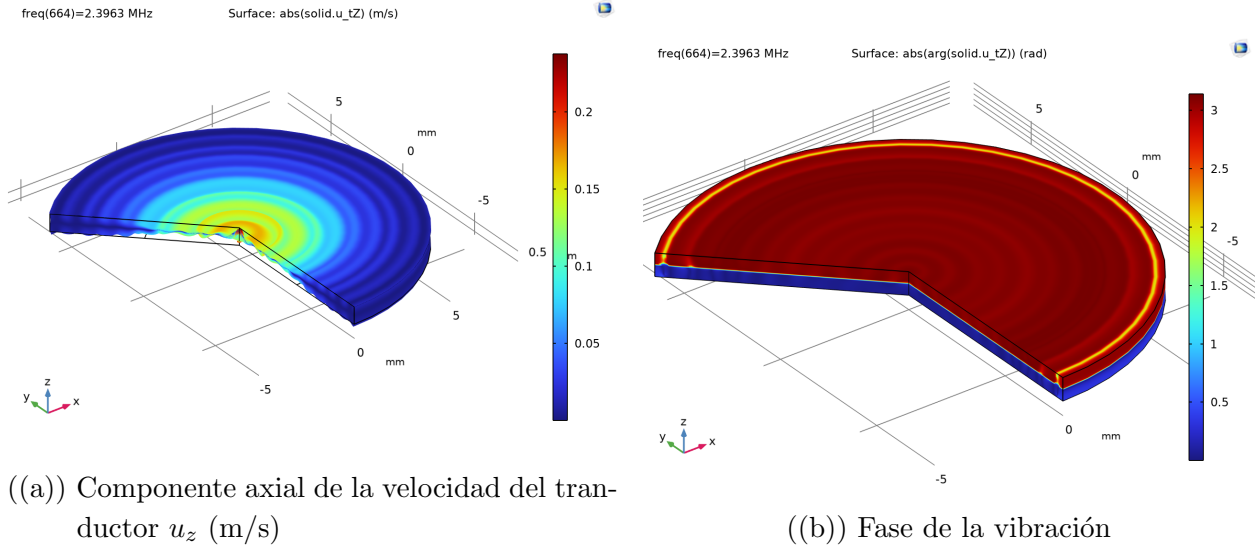


Figura 4-6: Amplitud y fase del transductor a la frecuencia de resonancia 2.396 MHz. Fuente: Autor

4.5. Simulación del dispositivo

En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos mediante simulación que permiten predecir el comportamiento del dispositivo en función de las variaciones geométricas del mismo. Inicialmente, se realiza el análisis de la curva de impedancias del transductor en función de estas variaciones y se definen las métricas que permiten encontrar las configuraciones más eficientes en términos de la respuesta en frecuencia del transductor. Posteriormente se eligen tres configuraciones y se analizan los campos obtenidos mediante simulación y su potencial de atrapamiento.

4.5.1. Análisis de la curva de impedancia del dispositivo en función de variaciones geométricas.

Con el fin de cuantificar el efecto de la geometría de la cavidad (ver figura 3-3) sobre la respuesta eléctrica del sistema transductor–chip, se realizó un análisis de los parámetros adimensionales n_t , n_c y n_d , donde n_c y n_d se variaron en el rango de 1-5 (ver sección 3.4.4). Para cada combinación se calculó, a partir de la curva de impedancia $|Z(f)|$, la frecuencia de resonancia eléctrica f_{res} , el valor mínimo de la impedancia $Z_{\text{mín}}$ y el factor de calidad eléctrico Q . En la Figura 4-7 se representan estas tres métricas en función de n_d (eje horizontal) y n_c (eje vertical), separando los resultados para $n_t = 1$ y $n_t = 2$.

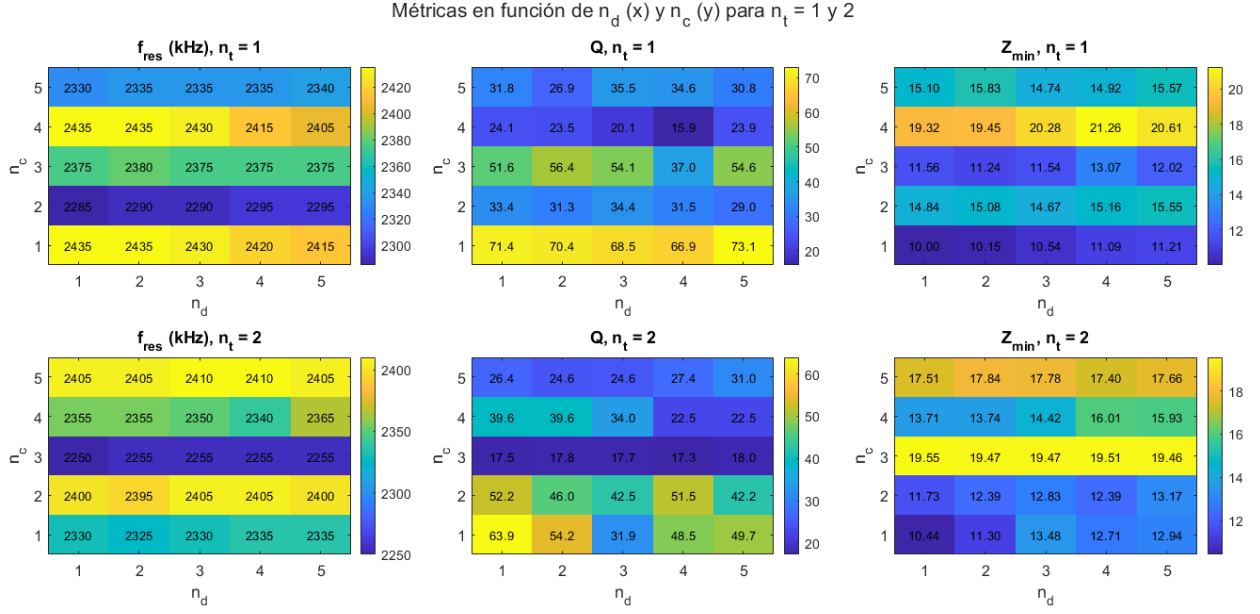


Figura 4-7: Métricas en función de la variación de n_c , n_d y n_t , frecuencia de resonancia f_{res} , factor de calidad Q , y mínimo de impedancia Z_{min} . Fuente: Autor.

Los mapas de f_{res} muestran que, para todas las configuraciones analizadas, la frecuencia de resonancia se mantiene en un intervalo relativamente estrecho (aproximadamente 2.25–2.44 MHz). La variación está dominada principalmente por la altura de la cavidad (n_c), mientras que el radio de la cavidad (n_d) sólo introduce cambios menores. Es decir, para un mismo n_c , modificar n_d apenas desplaza f_{res} , Z_{min} y Q , mientras que al aumentar n_c se observan saltos discretos en la frecuencia de resonancia, factor de calidad y mínimo de impedancia, asociados a cambios en la curva de impedancias del transductor. Este resultado es coherente con la interpretación modal de la cavidad: la altura efectiva determina el orden del modo axial dominante y, por tanto, la frecuencia de acoplamiento principal con el transductor. En las figuras 4-8 y 4-9 se puede apreciar este efecto con mayor claridad, donde el parámetro n_c es el determinante en los cambios de la curva de resonancia del sistema, mientras que n_d no genera cambios significativos.

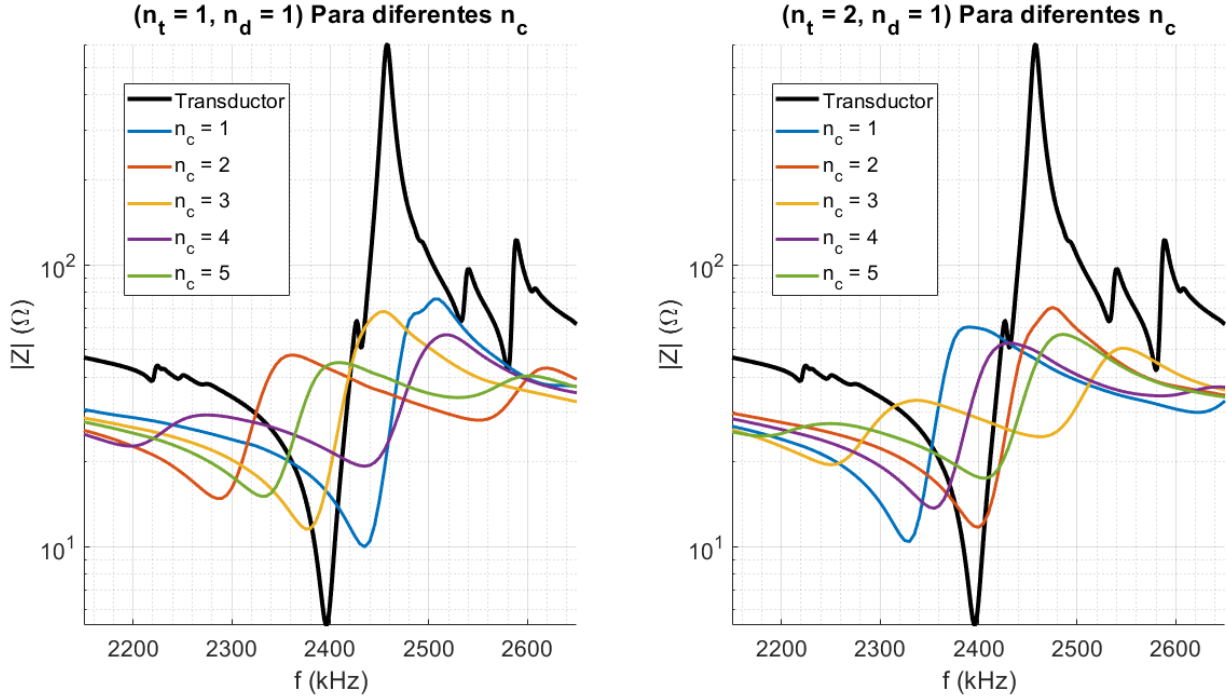


Figura 4-8: Curvas de impedancia para $n_t = 1, n_d = 1$ y $n_t = 2, n_d = 1$. Fuente: Autor.

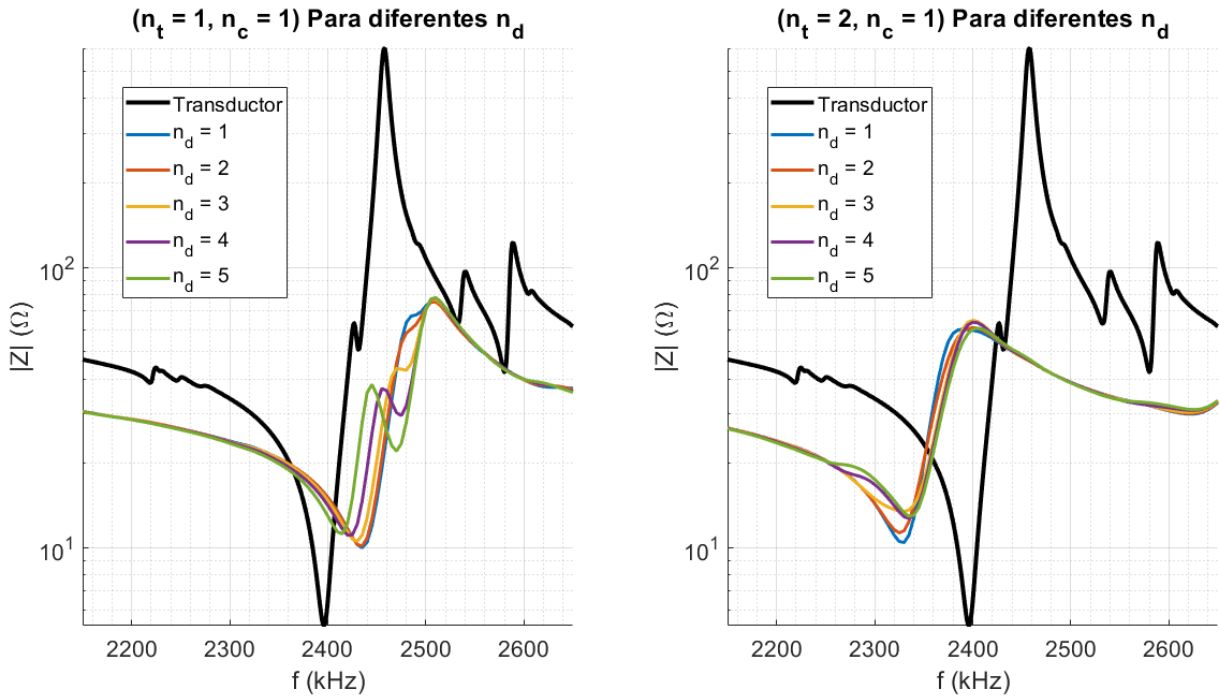


Figura 4-9: Curvas de impedancia para $n_t = 1, n_c = 1$ y $n_t = 2, n_c = 1$. Fuente: Autor.

Para $n_t = 1$ se observa que las configuraciones con $n_c = 1$ exhiben los valores más altos de Q ($Q \approx 70$) y, simultáneamente, los valores más bajos de $Z_{\min}$ ($10\text{--}11 \Omega$). Esta combinación indica una resonancia eléctrica bien definida y un acoplamiento eficiente entre el transductor y la cavidad. Para $n_c = 3$ el factor de calidad disminuye a valores intermedios ($Q \approx 50\text{--}55$), mientras que $Z_{\min}$ aumenta ligeramente, sugiriendo una redistribución de la energía en modos adicionales y un acoplamiento menos eficiente. Al incrementar aún más n_c (por ejemplo $n_c = 4$ o 5), tanto Q como $Z_{\min}$ empeoran de forma sistemática, lo cual es consistente con una cavidad menos selectiva desde el punto de vista de la excitación eléctrica.

Aunque la teoría de transmisión sugiere que el mejor acoplamiento acústico debería alcanzarse para $n_t = 1$ (espesor $\simeq \lambda_r/4$), las simulaciones muestran que, para ciertas combinaciones de n_c y n_d , el factor de calidad Q y el mínimo de impedancia $Z_{\min}$ resultan más óptimos cuando $n_t = 2$, particularmente se puede apreciar que para valores impares de n_c se genera un mejor acoplamiento eléctrico del transductor con $n_t = 1$, sin embargo, para valores pares de n_c se genera un mejor acoplamiento con $n_t = 2$. Esta aparente discrepancia se explica por dos motivos. En primer lugar, la condición de $\lambda_r/4$ se deriva de un modelo unidimensional, de onda plana y medios sin pérdidas, que optimiza la reflexión en la interfaz transductor–resina a una frecuencia fija. En el dispositivo simulado, la frecuencia de resonancia del sistema varía con la geometría de la cavidad, de modo que la fase acumulada en la resina ya no coincide exactamente con el caso ideal de cuarto de longitud de onda. En segundo lugar, el factor Q no depende sólo de la adaptación local en la interfaz, sino del modo global del conjunto transductor–resina–cavidad, que incluye las resonancias axiales y radiales controladas por n_c y n_d , así como las pérdidas en los materiales. Como consecuencia, para algunas configuraciones de (n_c, n_d) la configuración con $n_t = 2$ produce un modo más confinado (mayor Q).

En resumen, el análisis global de estas métricas permite identificar de manera objetiva las zonas del espacio geométrico donde el acoplamiento transductor–cavidad es más favorable: Q elevado y $Z_{\min}$ bajo. Estas condiciones se cumplen, de forma robusta, para n_c pequeños (en particular $n_c = 1$ y, en menor medida, $n_c = 2\text{--}3$), mientras que cavidades más altas tienden a dispersar la energía en múltiples modos y a deteriorar el comportamiento resonante global del sistema.

Selección de geometrías representativas

A partir de los mapas de la Figura 4-7 se definió un subconjunto de geometrías representativas sobre el cual se analizarán en detalle, el potencial de Gorkov y las fuerzas de radiación. La selección se basó en los siguientes criterios cuantitativos:

- f_{res} dentro de la banda de operación deseada, cercana a la frecuencia de resonancia del transductor piezoeléctrico.

- Factor de calidad Q elevado, de modo que la resonancia eléctrica sea suficientemente estrecha y genere campos acústicos intensos.
- Impedancia mínima $Z_{\min}$ relativamente baja, como indicador de un buen acoplamiento eléctrico entre el transductor y la cavidad.
- Cantidad de zonas de atrapamiento, a medida de que los valores de n_c aumenta, el número de zonas nodales aumenta, junto con la cantidad de zonas de atrapamiento.

Bajo estos criterios, se analizaron las siguientes combinaciones:

- $n_t = 1$, $n_c = 1$, $n_d = 1$, $f_{res} = 2435$ kHz: Representa la configuración fundamental del dispositivo en términos de las variaciones geométricas evaluadas. Por otro lado, se trata de la configuración evaluada con menor impedancia eléctrica.
- $n_t = 2$, $n_c = 2$, $n_d = 2$, $f_{res} = 2395$ kHz. Las configuraciones más eficientes para un valor de $n_c = 2$ corresponden a un valor de $n_t = 2$. A su vez, se selecciona $n_d = 2$ con el fin de evaluar una cavidad de un diámetro mayor que la configuración fundamental.
- $n_t = 1$, $n_c = 3$, $n_d = 5$, $f_{res} = 2375$ kHz. Las configuraciones más eficientes para un valor de $n_c = 3$ corresponden a un valor de $n_t = 1$. por otro lado, se selecciona un valor de $n_d = 5$ con el fin de evaluar la configuración de mayor diámetro.

4.5.2. Análisis de los campos obtenidos mediante simulación

A continuación se presenta el análisis de los campos obtenidos a partir de los modelos de simulación de las configuraciones seleccionadas. Cada uno de los análisis de los campos está acompañado del análisis 1D de los campos en las direcciones r y z de los campos en la posición de la primera trampa ubicada a lo largo del eje Z . La comparación de estos resultados con el modelo analítico, se realiza tomando como referencia los modos correspondientes a $(0, 1, n_c)$. El cálculo del potencial de Gorkov y de las fuerzas de radiación acústica se realizaron asumiendo la aglomeración de micropartículas de vidrio de $50\mu m$ de radio ($R = 50\mu m$, $\rho_p = 2203 kg/m^3$, $c_p = 5860 m/s$). En los campos numéricos se muestran las posiciones de las trampas, que deben satisfacer tanto atrapamiento axial como atrapamiento radial, garantizando una posición de equilibrio en ambas direcciones. Para el caso analítico se muestra la ubicación de las trampas con el mismo criterio se resaltan en color rosado las trampas que coinciden con el modelo numérico.

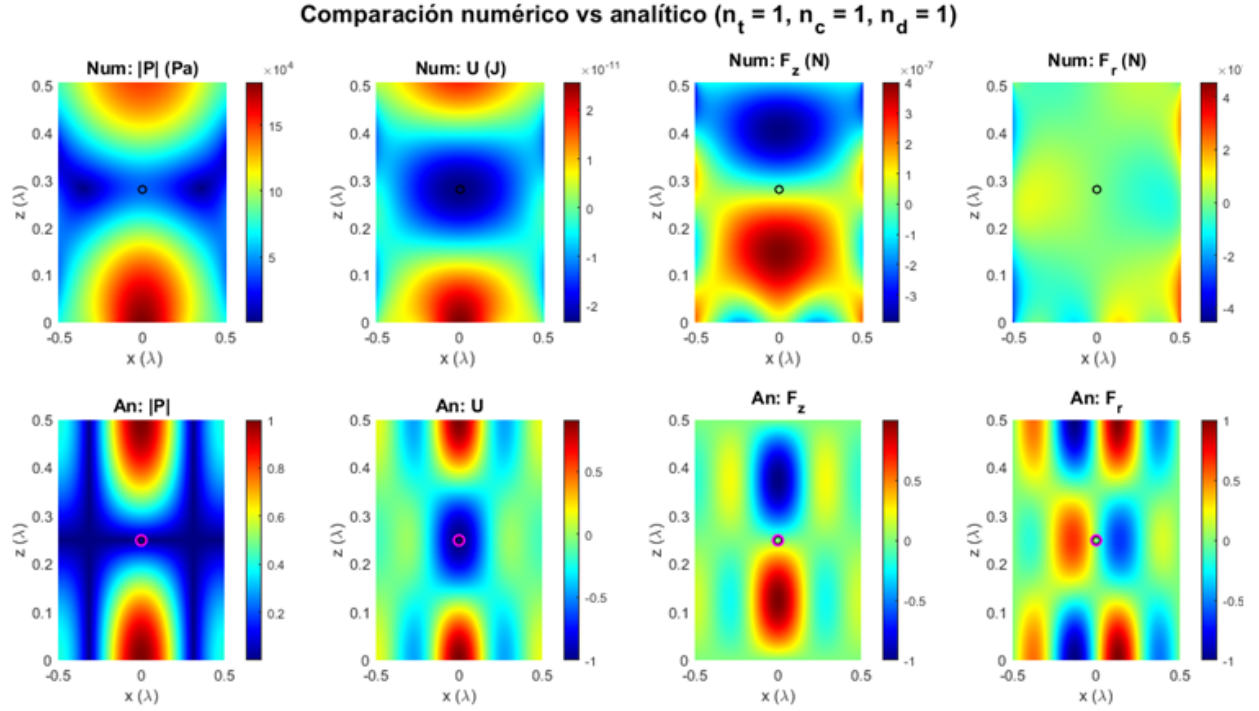


Figura 4-10: Comparación de los campos numéricos y analíticos normalizados obtenidos para $n_t = 1, n_c = 1, n_d = 1$.

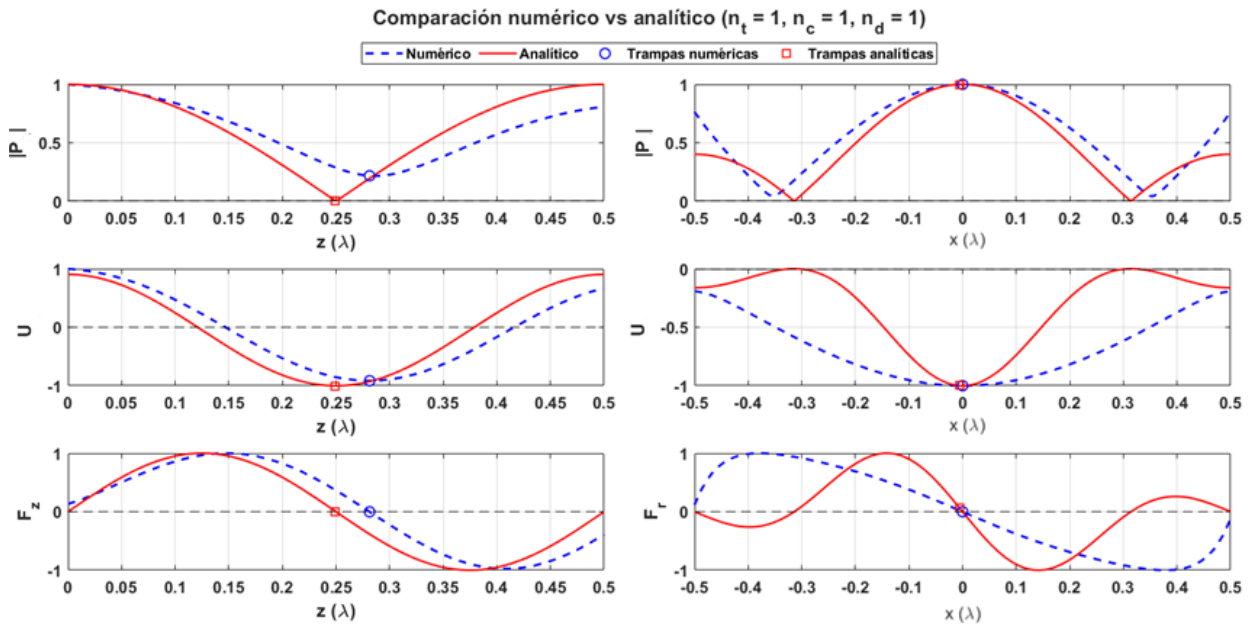


Figura 4-11: Curvas 1D normalizadas $n_t = 1, n_c = 1, n_d = 1$.

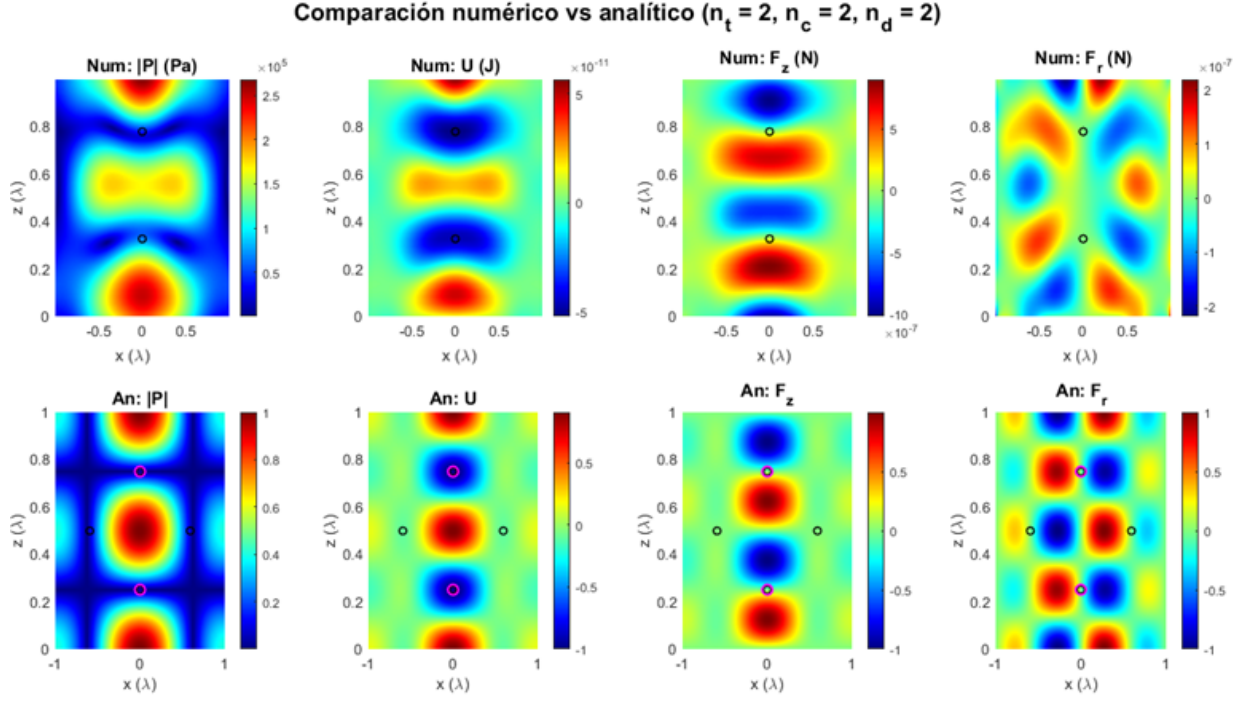


Figura 4-12: Comparación de campos obtenidos para $n_t = 2, n_c = 2, n_d = 2$.

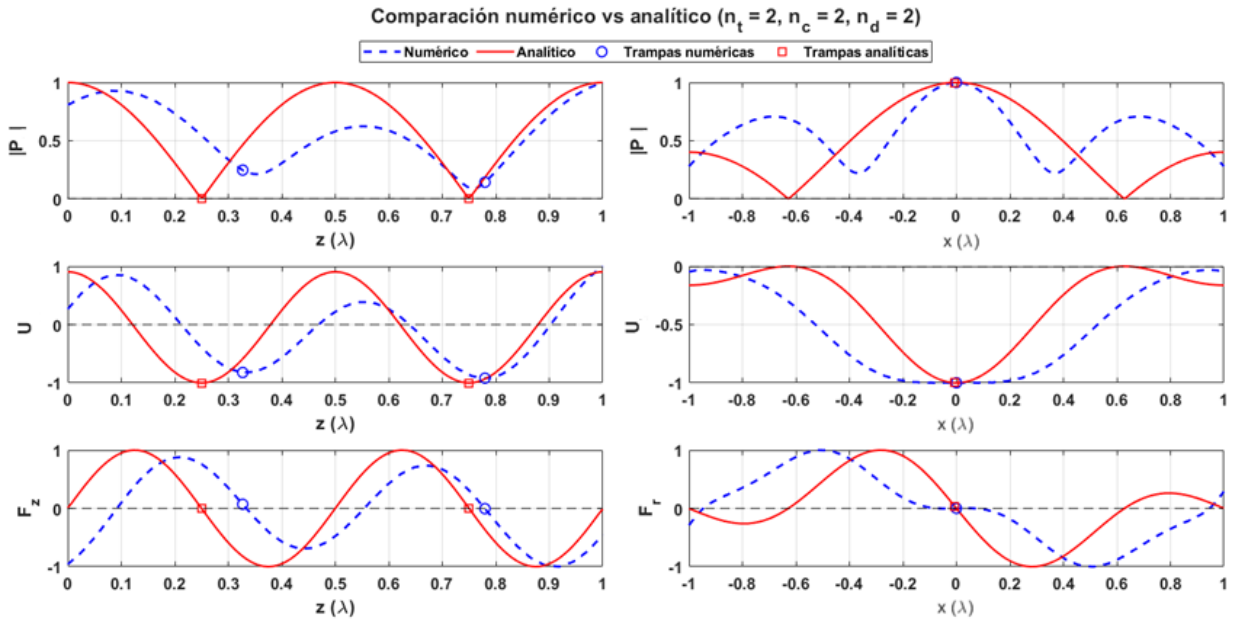


Figura 4-13: Curvas 1D normalizadas para $n_t = 2, n_c = 2, n_d = 2$.

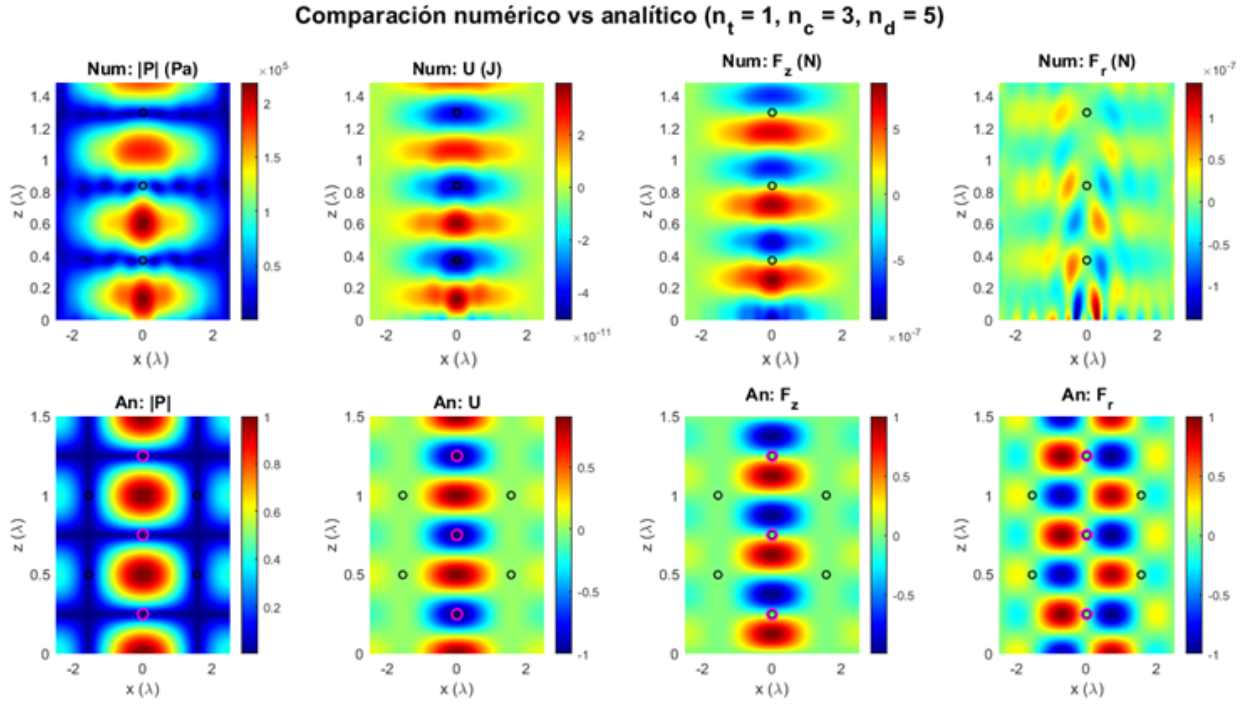


Figura 4-14: Comparación de campos obtenidos para $n_t = 1, n_c = 3, n_d = 5$.

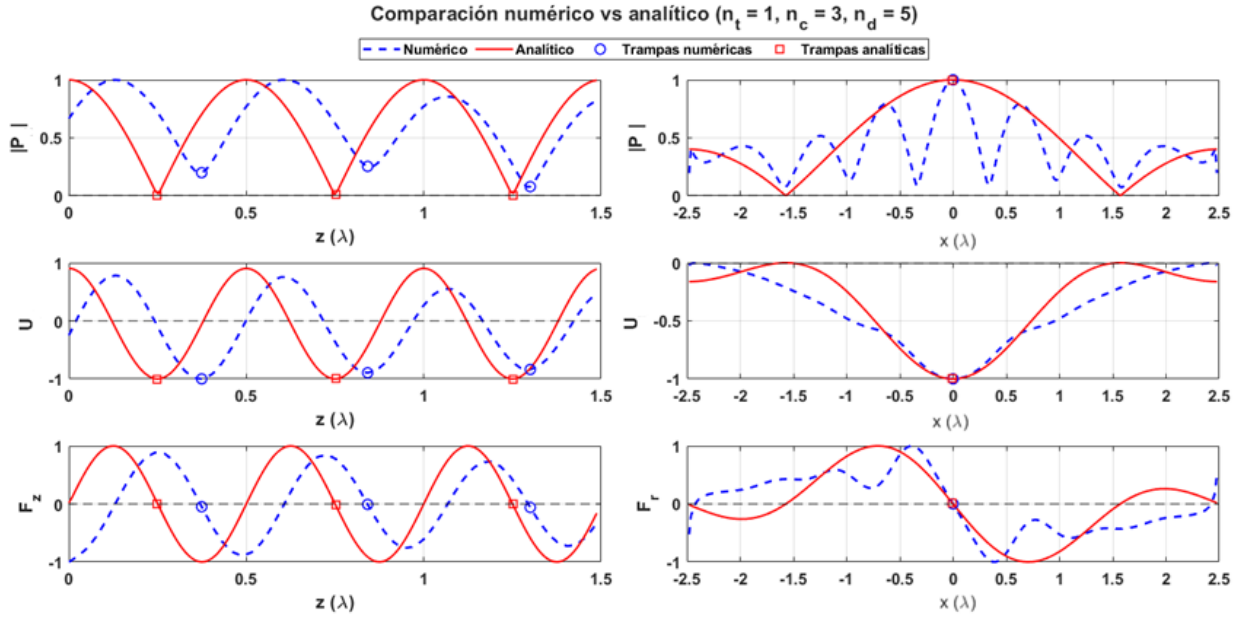


Figura 4-15: Curvas 1D normalizadas para $n_1 = 2, n_c = 3, n_d = 5$

Los resultados numéricos muestran una relación proporcional entre el valor del parámetro n_c (altura de la cavidad) y el número de trampas obtenidas en la dirección axial. Además,

se observa una mayor concordancia entre los campos asociados a la componente axial de la fuerza de radiación, F_z , que en el caso de la componente radial F_r . Esta diferencia se interpreta a partir de las hipótesis del modelo analítico, que asume paredes perfectamente rígidas en toda la cavidad. En el modelo numérico, en cambio, la resina no emula una condición completamente rígida en las fronteras, lo que modifica de forma apreciable el campo radial. En la dirección axial, la presencia de la lámina de vidrio en la parte superior (material significativamente más rígido que la resina) favorece la formación de un campo estacionario más uniforme a lo largo del eje z , lo que explica la mejor coincidencia entre los perfiles analíticos y numéricos de F_z .

En las curvas 1D evaluadas a lo largo de las trampas se observa que, para todas las configuraciones analizadas, sólo aparece una zona de atrapamiento radial alrededor $r = 0$. Por otro lado, al analizar las curvas 1D de las componentes axiales se aprecia un desfase sistemático entre los campos numéricos y los analíticos. Como consecuencia, la posición de las trampas numéricas se desplaza respecto a la predicción analítica, que sitúa los puntos de equilibrio en $r = 0$ y $z = n\lambda/4$, con n impar. Estos desfases pueden atribuirse tanto al incumplimiento de la condición de paredes perfectamente rígidas como a las pérdidas asociadas a la disipación de energía en los materiales.

Un aspecto adicionalmente interesante es la rigidez de las trampas radiales obtenidas numéricamente. En el contexto de las trampas acústicas, la rigidez puede definirse por analogía con un resorte, como la pendiente local de la fuerza de radiación acústica, $k \sim -dF/dx$. Este parámetro permite relacionar la forma de la curva de fuerza con la capacidad de la trampa para retener partículas. En las figuras **4-11** y **4-13** se aprecia que la trampa radial numérica es menos rígida que la predicción del modelo analítico, mientras que en la figura **4-15** la rigidez numérica resulta comparable a la analítica. Sin embargo, en los campos 2D de la fuerza radial numérica (figura **4-14**) se observa que la distancia entre las regiones de fuerza positiva y negativa alrededor de las trampas aumenta a medida que las partículas se desplazan en la dirección axial, lo que indica una disminución progresiva de la rigidez radial de la trampa.

En conjunto, estas comparaciones indican que el modelo analítico reproduce adecuadamente la forma general de los modos propios (número y disposición de lóbulos, alternancia de signo de las fuerzas, aparición de trampas en posiciones aproximadamente periódicas) y, por tanto, resulta útil como herramienta rápida para explorar combinaciones de (n_c, n_d) y predecir regiones de atrapamiento. No obstante, la cuantificación precisa de amplitudes, el valor exacto de la frecuencia de resonancia y la descripción detallada de los campos requieren del modelo numérico, que incorpora la geometría real, los diferentes materiales y las pérdidas. Desde el punto de vista del diseño, esto sugiere un uso complementario de ambos enfoques: el modelo analítico como guía conceptual y para análisis paramétricos iniciales, y el modelo numérico para refinar la geometría y evaluar con mayor fidelidad la profundidad de las trampas, las fuerzas efectivas y el impacto de la capa de adaptación.

5 Conclusiones

El presente trabajo incluyó el diseño y simulación de un dispositivo de bajo costo para aglomerar micropartículas en agua basado en la emisión de ondas ultrasónicas en una cavidad cilíndrica cerrada. El diseño y optimización de este dispositivo se realizó mediante la caracterización experimental del transductor empleado y al ajuste de su curva de impedancias y vibración que permitieron emular el comportamiento vibratorio del transductor mediante simulación. El uso de la herramienta COMSOL permitió modelar el comportamiento vibratorio y acústico del prototipo, encontrando la influencia de las variables geométricas del mismo en la resonancia y la distribución de los campos y trampas acústicas obtenidas, permitiendo obtener una relación proporcional entre el número de trampas axiales obtenidas y la altura de la cavidad.

Los resultados obtenidos mediante simulación demostraron que la altura de la cavidad presenta una mayor influencia en la curva de impedancias del transductor empleado en el dispositivo, mientras que el diámetro tiene un rol secundario a la hora de analizar la resonancia del mismo. Por otro lado, se observó que para valores de altura de la cavidad en la que se tengan valores impares de media longitud de onda en agua una capa de adaptación equivalente a un cuarto de longitud de onda en el material del soporte (resina) genera un mejor acoplamiento del transductor, mientras que para valores pares de media longitud de onda en agua una capa de adaptación equivalente a media longitud de onda en el material del soporte genera un mejor acoplamiento del transductor. Estos resultados permitieron seleccionar las frecuencias a las cuales el transductor opera de manera más eficiente dependiendo de la configuración geométrica.

Respecto a los campos de presión, potencial de Gorkov, y fuerzas de radiación acústica se observó que el modelo numérico presenta una mayor similitud al modelo analítico cuando se trata de analizar las componentes en la dirección axial, ya que el modelo analítico contempla una propagación de ondas ideal, sin pérdidas y con paredes completamente rígidas, cosa que no se satisface en el modelo numérico.

El diseño y simulación de este dispositivo presenta resultados prometedores que permiten seguir apuntando hacia la adopción de tecnologías basadas en la emisión de ondas ultrasónicas. El dispositivo estudiado en este trabajo representa un primer paso en la comprensión del funcionamiento de dispositivos que permitan manipulación de micropartículas en agua, sentando las bases para el diseño de otro tipo de dispositivos con características geométricas y tecnologías de transducción distintas.

6 Trabajos futuros

Como trabajo futuro se propone, en primer lugar, profundizar en el estudio de la influencia de otros parámetros de diseño sobre la curva de impedancias y sobre los campos acústicos obtenidos. En particular, sería de interés analizar de forma sistemática el efecto del material y la rigidez del soporte y la placa reflectora, así como las dimensiones y la frecuencia de operación del transductor piezoeléctrico. Este análisis podría extenderse a una etapa de optimización geométrica, donde se definan métricas de desempeño (por ejemplo, rigidez de las trampas, número de trampas útiles, potencia requerida) y se empleen barridos paramétricos avanzados o algoritmos de optimización para identificar configuraciones de cavidad que maximicen la calidad del atrapamiento. Por otro lado, resulta interesante analizar configuraciones que no necesariamente se exciten a la frecuencia de resonancia del transductor, con el fin de analizar diferentes configuraciones del campo acústico en un mismo dispositivo.

En segundo lugar, se plantea la construcción de los dispositivos simulados con el fin de validar experimentalmente tanto la curva de impedancias como el potencial de atrapamiento para diferentes tipos de micropartículas en agua (por ejemplo, microesferas de vidrio y de polímeros con distintas propiedades mecánicas). Esta etapa permitiría explorar también el régimen de validez de la aproximación de partícula test de la teoría de Gorkov ($R \ll \lambda$), evaluando el efecto del tamaño y de la concentración de partículas sobre la respuesta acústica y sobre la formación de trampas.

Como línea complementaria, se propone implementar un montaje experimental que permita validar los campos acústicos obtenidos numéricamente. En particular, se plantea el uso de técnicas ópticas de medición de vibración (por ejemplo, vibrometría laser doppler) combinadas con un modelo acústico inverso, de manera que las mediciones de la frontera vibrante puedan emplearse para reconstruir y contrastar de forma indirecta el campo de presión en el interior de la cavidad. De forma más ambiciosa, podrían explorarse también técnicas ópticas de visualización del campo acústico basadas en variaciones del índice de refracción para obtener mapas cualitativos de nodos y antinodos que complementen las simulaciones numéricas.

Una extensión natural del modelo sería incluir explícitamente otras fuerzas que actúan sobre las micropartículas además de la radiación acústica: el arrastre hidrodinámico debido al flujo y al streaming acústico, el peso efectivo (gravedad menos flotabilidad), las interacciones con las paredes (adhesión en superficies parcialmente hidrofóbicas o efectos electrostáticos) y, a mayores concentraciones, las fuerzas de radiación secundarias entre partículas. Evaluar cuantitativamente la competencia entre estos términos para distintos tamaños, materiales y concentraciones permitiría precisar mejor el rango de validez de la teoría de Gorkov usada aquí y definir criterios de diseño más realistas para aplicaciones experimentales.

Bibliografía

- [1] Jhoan Fernando Acevedo Espinosa. Diseño, construcción y puesta en marcha de un dispositivo tipo hal para la generación de vórtices acústicos en aire. *Universidad del Valle*, 2020.
- [2] Hadi Afsaneh and Rasool Mohammadi. Microfluidic platforms for the manipulation of cells and particles. *Talanta Open*, page 100092, 2022.
- [3] Husnain Ahmed, Ghulam Destgeer, Jinsoo Park, Jin Ho Jung, Raheel Ahmad, Kwangseok Park, and Hyung Jin Sung. A pumpless acoustofluidic platform for size-selective concentration and separation of microparticles. *Analytical chemistry*, 89(24):13575–13581, 2017.
- [4] Aliexpress. Amazon, generador de niebla ultrasónica, 5 uds., 16mm, 2,4 mhz, transductor atomizador, hoja oscilante, acceso humidificador de aire de cerámica piezoeléctrica, url = <https://es.aliexpress.com/item/1005002922564925.html?gatewayAdapt=glo2espnavigation>, urldate = 2025-05-18.
- [5] Marco AB Andrade, Nicolás Pérez, and Julio C Adamowski. Review of progress in acoustic levitation. *Brazilian Journal of Physics*, 48:190–213, 2018.
- [6] Catia Contado. *Particle Separation Techniques: Fundamentals, Instrumentation, and Selected Applications*. Elsevier, 2022.
- [7] Timoteo F de Oliveira, André CM Cavaleiro, Flávio Buiochi, Marcos SG Tsuzuki, José P Leão-Neto, Giclênio C Silva, Glauber T Silva, and J Henrique Lopes. Ultrasonic characterization of 3d-printed polymer objects. *Ultrasonics*, 149:107572, 2025.
- [8] Bruce W Drinkwater. Dynamic-field devices for the ultrasonic manipulation of microparticles. *Lab on a Chip*, 16(13):2360–2375, 2016.
- [9] Bruce W Drinkwater. A perspective on acoustical tweezers—devices, forces, and biomedical applications. *Applied Physics Letters*, 117(18), 2020.
- [10] Peter Glynne-Jones, Christine EM Demore, Congwei Ye, Yongqiang Qiu, Sandy Cochran, and Martyn Hill. Array-controlled ultrasonic manipulation of particles in planar acoustic resonator. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 59(6):1258–1266, 2012.
- [11] Icíar González, Luis José Fernández, Tomás Enrique Gómez, Javier Berganzo, Jose Luis Soto, and Alfredo Carrato. A polymeric chip for micromanipulation and particle sorting by ultrasounds based on a multilayer configuration. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 144(1):310–317, 2010.
- [12] Lev Petrovich Gor’kov. On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid. In *Sov. Phys.-Doklady*, volume 6, pages 773–775, 1962.

- [13] Richard Holland. Representation of dielectric, elastic, and piezoelectric losses by complex coefficients. *IEEE transactions on Sonics and Ultrasonics*, 14(1):18–20, 1967.
- [14] Chi-Hung Huang, Yu-Chih Lin, and Chien Ching Ma. Theoretical analysis and experimental measurement for resonant vibration of piezoceramic circular plates. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 51(1):12–24, 2004.
- [15] Jack W Judy. Microelectromechanical systems (mems): fabrication, design and applications. *Smart materials and Structures*, 10(6):1115, 2001.
- [16] Lawrence E Kinsler, Austin R Frey, Alan B Coppens, and James V Sanders. *Fundamentals of acoustics*. John Wiley & sons, 2000.
- [17] Ivo Leibacher, Peter Reichert, and Jürg Dual. Microfluidic droplet handling by bulk acoustic wave (baw) acoustophoresis. *Lab on a Chip*, 15(13):2896–2905, 2015.
- [18] Paul CH Li. *Fundamentals of microfluidics and lab on a chip for biological analysis and discovery*. CRC Press, 2010.
- [19] Yang Choon Lim, Abbas Z Kouzani, and Wei Duan. Lab-on-a-chip: a component view. *Microsystem Technologies*, 16:1995–2015, 2010.
- [20] Zhichao Ma, David J Collins, and Ye Ai. Detachable acoustofluidic system for particle separation via a traveling surface acoustic wave. *Analytical chemistry*, 88(10):5316–5323, 2016.
- [21] TR Meeker. Publication and proposed revision of ansi/IEEE standard 176-1987 ansi/IEEE standard on piezoelectricity. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, 43(5):717–772, 1996.
- [22] H Ruben Dario Muelas, JF Pazos-Ospina, and Joao L Ealo. A non-expensive massive transducer array to generate helical wavefronts in air. *Physics Procedia*, 70:932–935, 2015.
- [23] Stefano Oberti, Adrian Neild, and Jürg Dual. Manipulation of micrometer sized particles within a micromachined fluidic device to form two-dimensional patterns using ultrasound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(2):778–785, 2007.
- [24] Kanji Ono. Dynamic viscosity and transverse ultrasonic attenuation of engineering materials. *Applied Sciences*, 10(15):5265, 2020.
- [25] EMMANUEL P PAPADAKIS, CLYDE G OAKLEY, and BRUCE MAXFIELD. Fabrication and characterization of. *Reference for Modern Instrumentation, Techniques, and Technology: Ultrasonic Instruments and Devices II: Ultrasonic Instruments and Devices II*, 24:43, 1998.
- [26] Jhon F Pazos-Ospina, Joao L Ealo, and Ediguer E Franco. Characterization of phased array-steered acoustic vortex beams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 142(1):61–71, 2017.
- [27] Nicolás Pérez, Flávio Buiochi, Marco Aurelio Brizzotti Andrade, and Julio Cezar Adamowski. Numerical characterization of piezoceramics using resonance curves. *Materials*, 9(2):71, 2016.

-
- [28] Philip J Pritchard and John W Mitchell. *Fox and McDonald's introduction to fluid mechanics*. John Wiley & Sons, 2016.
- [29] Yongqiang Qiu, Han Wang, Christine EM Demore, David A Hughes, Peter Glynne-Jones, Sylvia Gebhardt, Aleksandrs Bolhovitins, Romans Poltarjonoks, Kees Weijer, Andreas Schönecker, et al. Acoustic devices for particle and cell manipulation and sensing. *Sensors*, 14(8):14806–14838, 2014.
- [30] S Sherrit, HD Wiederick, BK Mukherjee, and M Sayer. An accurate equivalent circuit for the unloaded piezoelectric vibrator in the thickness mode. *Journal of Physics d: applied physics*, 30(16):2354, 1997.
- [31] Shuren Song, Qi Wang, Jia Zhou, and Antoine Riaud. Design of interdigitated transducers for acoustofluidic applications. *Nanotechnology and Precision Engineering (NPE)*, 5(3), 2022.
- [32] Karl S Van Dyke. The piezo-electric resonator and its equivalent network. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 16(6):742–764, 2006.
- [33] Zhuochen Wang and Jiang Zhe. Recent advances in particle and droplet manipulation for lab-on-a-chip devices based on surface acoustic waves. *Lab on a Chip*, 11(7):1280–1285, 2011.
- [34] Di Xu, Feiyan Cai, Mian Chen, Fei Li, Chen Wang, Long Meng, Dehui Xu, Wei Wang, Junru Wu, and Hairong Zheng. Acoustic manipulation of particles in a cylindrical cavity: Theoretical and experimental study on the effects of boundary conditions. *Ultrasonics*, 93:18–25, 2019.
- [35] Shuaizhong Zhang, Ye Wang, Patrick Onck, and Jaap den Toonder. A concise review of microfluidic particle manipulation methods. *Microfluidics and Nanofluidics*, 24(4):24, 2020.
- [36] K. Zhou et al. Acoustic microfluidics for environmental monitoring. *Environmental Science & Technology*, 54:2302–2312, 2020.