

# CUANTIFICACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL ACERO Y EL CONCRETO UTILIZADO EN LA FABRICACIÓN DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO



## **Presentado por:**

Autor: Juan Manuel Orozco Henao

## **Directores:**

Albert R. Ortiz, Ph.D.

Peter Thomson, Ph.D.

Trabajo de grado para optar por el Título de  
**Ingeniero Civil**



Grupo de Investigación en Ingeniería Sísmica, Eólica, Geotécnica y Estructural (G-7)

Escuela de Ingeniería Civil y Geomática

Programa de Ingeniería Civil (3747)

Universidad del Valle

Junio 2025

---

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

**Carlos Alberto Madera Sierra, Ph.D.**  
Director Pregado de Ingeniería Civil

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

---

**Albert R. Ortiz, Ph.D.**  
Director

---

**Peter Thomson, Ph.D.**  
Co-director

---

Ciudad y fecha

---

## AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a todas las personas y entidades que hicieron posible la realización de este trabajo de grado.

En primer lugar, agradezco a **Dios**, quien siempre fue mi guía y fuente de luz en cada etapa de este proyecto.

A mi familia, especialmente a mi **madre**, por su apoyo emocional incondicional y a mi **padre**, quien fue y será siempre mi fuente de motivación infinita.

Mi sincero reconocimiento a mis directores de tesis, el **Dr. Albert Ortiz Lasprilla** y el **Dr. Peter Thomson Roach**, por compartir generosamente su conocimiento, su acertada guía y sus palabras de ánimo cuando más lo necesitaba.

A mis colegas de investigación, **Cristopher A.** y **Oscar H.**, compañeros incansables durante estos dos años y medio; y al **Grupo de Investigación G-7**, por sus consejos y soluciones. Una mención especial al profesor **José Jaime García**, por ayudarme a resolver dudas cruciales sobre la teoría del DIC.

Al ingeniero **Miller**, por su apoyo en la parte electrónica; y a mi compañero **Jose Herrera**, por su espíritu voluntario y solidario.

A la **Universidad del Valle** y a la **Escuela de Ingeniería Civil**, mi alma mater, que me brindaron oportunidades únicas y experiencias inolvidables.

Finalmente, agradezco al profesor **Julián Carrillo** por facilitarme los datos experimentales de los ensayos de barras cíclicas, fundamentales para el ajuste bayesiano del acero.

A todas las personas que brindaron su grano de arena, gracias.

---

## RESUMEN

El presente proyecto tiene como objetivo cuantificar la incertidumbre en el comportamiento mecánico del acero y el concreto empleados en elementos de concreto reforzado ensayados en Colombia. Para ello, se ha desarrollado un *marco teórico* que incluye los fundamentos de DIC (2D y 3D), calibración estéreo, el método Triangular Cosserat Point y los principios de la inferencia bayesiana.

Se describen los métodos experimentales de obtención de deformaciones (galgas extensiométricas, LVDTs y DIC) y los procedimientos de análisis de datos basados en dos estrategias de cálculo de módulo de elasticidad (ASTM C-469 y método vectorial). El ajuste de los parámetros mecánicos se realizó mediante un *enfoque bayesiano*, empleando muestreo MCMC para estimar las distribuciones a posteriori del módulo de elasticidad y del ruido de medición.

Asimismo, se presenta el montaje experimental seguido, sus fases principales y los recursos de laboratorio utilizados, así como la asesoría de los directores del proyecto. Los resultados y sus implicaciones para la práctica de la ingeniería civil en Colombia se discuten al final de este informe.

**Palabras clave:** incertidumbre, módulo de elasticidad, inferencia bayesiana, DIC, confiabilidad, propiedades mecánicas, relación de Poisson.

# Índice

|                                                                                                                |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Índice                                                                                                         | 5         |
| Índice de figuras                                                                                              | 7         |
| Índice de cuadros                                                                                              | 9         |
| <b>1. Introducción</b>                                                                                         | <b>10</b> |
| <b>2. Problema</b>                                                                                             | <b>11</b> |
| 2.1. Descripción . . . . .                                                                                     | 11        |
| <b>3. Objetivos</b>                                                                                            | <b>12</b> |
| 3.1. Objetivo general . . . . .                                                                                | 12        |
| 3.2. Objetivos específicos . . . . .                                                                           | 12        |
| <b>4. Justificación</b>                                                                                        | <b>13</b> |
| 4.1. Avance en la investigación nacional . . . . .                                                             | 13        |
| 4.2. Impacto en las ecuaciones obtenidas por la NSR-10 . . . . .                                               | 13        |
| 4.3. Contribución a la industria de la construcción . . . . .                                                  | 13        |
| 4.3.1. Contribución a la industria del concreto . . . . .                                                      | 13        |
| 4.3.2. Contribución a la industria del acero . . . . .                                                         | 14        |
| <b>5. Marco de referencia</b>                                                                                  | <b>15</b> |
| 5.1. Antecedentes de la investigación . . . . .                                                                | 15        |
| 5.2. Estado del arte . . . . .                                                                                 | 20        |
| 5.2.1. Normativa . . . . .                                                                                     | 20        |
| 5.2.2. Modelos estadísticos avanzados . . . . .                                                                | 21        |
| 5.2.3. Inteligencia Artificial aplicada . . . . .                                                              | 22        |
| 5.2.4. Aplicación en la imagenología . . . . .                                                                 | 23        |
| 5.2.5. Aplicación en ensayos no destructivos . . . . .                                                         | 24        |
| 5.2.6. Correlación Digital de Imágenes (DIC) para obtener deformaciones en el<br>concreto y el acero . . . . . | 25        |
| <b>6. Marco Teórico</b>                                                                                        | <b>26</b> |
| 6.1. Correlación Digital de Imágenes (DIC) . . . . .                                                           | 26        |
| 6.2. Fundamentos del algoritmo DIC 2D (basado en Ncorr) . . . . .                                              | 27        |
| 6.3. Diferencias entre DIC 2D y 3D . . . . .                                                                   | 30        |
| 6.4. Calibración estéreo de cámaras para DIC 3D . . . . .                                                      | 30        |
| 6.5. Método Triangular Cosserat Point en DuoDIC . . . . .                                                      | 32        |
| 6.6. Teorema de Bayes e inferencia bayesiana . . . . .                                                         | 34        |
| 6.6.1. Objetivos de la inferencia bayesiana . . . . .                                                          | 35        |
| 6.6.2. Cadenas de Markov y muestreo Monte Carlo (MCMC) . . . . .                                               | 35        |
| 6.7. Norma ASTM C469 y método vectorial (módulo de elasticidad del concreto) . . . . .                         | 36        |
| 6.7.1. Propósito y alcance . . . . .                                                                           | 36        |
| 6.7.2. Determinación del módulo de elasticidad método ASTM C469 . . . . .                                      | 37        |
| 6.7.3. Determinación del módulo de elasticidad método vectorial . . . . .                                      | 37        |
| 6.7.4. Comparación rápida . . . . .                                                                            | 38        |
| 6.8. Normativa para ensayos en barras de acero . . . . .                                                       | 38        |

|           |                                                                          |            |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.8.1.    | ASTM E8/E8M – Ensayo de tracción de metales . . . . .                    | 38         |
| 6.8.2.    | ASTM A370 – Ensayo mecánico de productos laminados de acero . . . . .    | 39         |
| 6.8.3.    | ASTM E606/E606M – Pruebas de fatiga en metales . . . . .                 | 39         |
| 6.9.      | Modelos heteroscedásticos . . . . .                                      | 39         |
| 6.9.1.    | Definición de heteroscedasticidad . . . . .                              | 40         |
| 6.9.2.    | Heteroscedasticidad en DIC . . . . .                                     | 40         |
| 6.9.3.    | Modelos heteroscedásticos aplicados . . . . .                            | 40         |
| 6.9.4.    | Implicaciones prácticas . . . . .                                        | 41         |
| <b>7.</b> | <b>Montaje experimental</b>                                              | <b>42</b>  |
| 7.1.      | Tipo de estudio . . . . .                                                | 42         |
| 7.2.      | Actividades . . . . .                                                    | 42         |
| 7.2.1.    | Fase 1 . . . . .                                                         | 42         |
| 7.2.2.    | Fase 2 . . . . .                                                         | 62         |
| 7.2.3.    | Fase 3 . . . . .                                                         | 75         |
| <b>8.</b> | <b>Resultados y análisis de resultados</b>                               | <b>76</b>  |
| 8.1.      | Ensayos de Compresión de Concreto . . . . .                              | 76         |
| 8.1.1.    | Distribución de deformaciones en el área de interés . . . . .            | 76         |
| 8.1.2.    | Distribución de deformaciones en una imagen deformada . . . . .          | 77         |
| 8.1.3.    | Curvas esfuerzo–deformación globales . . . . .                           | 78         |
| 8.1.4.    | Estimación y corrección del ruido en DIC . . . . .                       | 80         |
| 8.1.5.    | Valores prior utilizados para el ajuste bayesiano . . . . .              | 81         |
| 8.1.6.    | Distribución posterior del módulo de elasticidad $E$ . . . . .           | 81         |
| 8.1.7.    | Distribución posterior del sigma del modelo bayesiano $\sigma$ . . . . . | 89         |
| 8.1.8.    | Posterior Predictive Check . . . . .                                     | 98         |
| 8.1.9.    | Resumen numérico de parámetros . . . . .                                 | 106        |
| 8.2.      | Ensayos Cíclicos de Tracción en Barras de Acero . . . . .                | 107        |
| 8.2.1.    | Valores priors para calibración del modelo Steel03 . . . . .             | 109        |
| 8.2.2.    | Distribuciones posteriores de parámetros constitutivos . . . . .         | 110        |
| 8.2.3.    | Distribución posterior del ruido del modelo $\sigma$ (MPa) . . . . .     | 125        |
| 8.2.4.    | Posterior Predictive Check . . . . .                                     | 127        |
| <b>9.</b> | <b>Conclusiones</b>                                                      | <b>129</b> |
| 9.1.      | Conclusiones de los resultados del concreto . . . . .                    | 129        |
| 9.2.      | Conclusiones de los resultados del acero . . . . .                       | 130        |
|           | <b>Referencias</b>                                                       | <b>132</b> |

# Índice de figuras

|     |                                                                                                                                                               |    |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.  | Variación del módulo de elasticidad $E_c$ con la resistencia a compresión $f'_c$ según 22 estudios en Colombia [6]. . . . .                                   | 16 |
| 2.  | Variación del módulo de elasticidad $E_c$ con $f'_c$ desagregada por ciudad de estudio en Colombia [6]. . . . .                                               | 16 |
| 3.  | Características del conjunto de datos utilizado para estimar la resistencia última a la compresión en columnas RCFST [8]. . . . .                             | 18 |
| 4.  | Diagrama del método adaptativo de superficie de respuesta dispersa para confiabilidad estructural [9]. . . . .                                                | 18 |
| 5.  | Metodología de análisis probabilístico de andamios de acero mediante Monte Carlo y elementos finitos [10]. . . . .                                            | 19 |
| 6.  | Esquema de la estimación bayesiana de la incertidumbre en defectos de soldaduras detectados con ultrasonido por matrices de fase [11]. . . . .                | 19 |
| 7.  | Especificaciones de la norma AISC 360 para edificios de acero estructural. . . . .                                                                            | 20 |
| 8.  | Esquema del método Markov Chain Monte Carlo para muestreo de distribuciones complejas [13]. . . . .                                                           | 21 |
| 9.  | Ejemplo de trayectoria de muestreo Monte Carlo Hamiltoniano [14]. . . . .                                                                                     | 23 |
| 10. | Tomografía por rayos X aplicada a un cilindro de concreto para identificar agregados y vacíos internos [15]. . . . .                                          | 23 |
| 11. | Ensayo de partículas magnéticas aplicado a una soldadura de acero [16]. . . . .                                                                               | 24 |
| 12. | Aplicación de DIC en ensayo de deformación de una probeta de concreto [17]. . . . .                                                                           | 25 |
| 13. | Esquema de un subset en la DIC 2D para rastrear el patrón moteado de la superficie [40]. . . . .                                                              | 26 |
| 14. | Imagen original vs Imagen con campo de desplazamientos del DIC (Imagen obtenida del software <i>Ncorr</i> ) . . . . .                                         | 27 |
| 15. | Calibración de imagen mediante patron de tipo ajedrez (Fuente propia) . . . . .                                                                               | 31 |
| 16. | Curva esfuerzo-deformación de un cilindro de concreto según ASTM-C469, mostrando la línea secante extendida entre $\varepsilon_1$ y $\varepsilon_2$ . . . . . | 37 |
| 17. | Curva esfuerzo-deformación de un cilindro de concreto según para el método tipo vector . . . . .                                                              | 38 |
| 18. | Preparación de muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia. . . . .                                                                          | 45 |
| 19. | Muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia. . . . .                                                                                         | 46 |
| 20. | Capinado de muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia. . . . .                                                                             | 46 |
| 21. | Galga extensiométrica para muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia. . . . .                                                              | 47 |
| 22. | Instrumentación del cilindro con galga extensiométrica para concreto . . . . .                                                                                | 47 |
| 23. | Patrón de puntos aplicado con aerosol . . . . .                                                                                                               | 48 |
| 24. | Patrón de puntos aplicado con pistola de aire . . . . .                                                                                                       | 49 |
| 25. | Anillos de soporte para compresometro tipo LVDT . . . . .                                                                                                     | 51 |
| 26. | Montaje de muestra cilíndrica en maquina universal. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                                      | 52 |
| 27. | Montaje de soporte para las camaras del DIC. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                                             | 53 |
| 28. | Tarjeta para LVDT. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                                                                       | 55 |
| 29. | Tarjeta para galga extensiométrica. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                                                      | 56 |
| 30. | Tarjeta para Celda de Carga. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                                                             | 57 |
| 31. | Patrón de calibración tipo Ajedrez. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                                                      | 59 |
| 32. | Patrón de calibración tipo Ajedrez sobre la muestra cilíndrica. Fuente: Elaboración propia . . . . .                                                          | 59 |

|     |                                                                                                                             |     |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 33. | Montaje experimental de barra de acero instrumentada con dos LVDTs en configuración opuesta. . . . .                        | 62  |
| 34. | Interfaz de calibración estereo con errores promedio en píxeles. Fuente: Matlab .                                           | 63  |
| 35. | Distribución de deformaciones unitarias en el área de interés analizada por la DIC.                                         | 77  |
| 36. | Histograma de distribución de deformaciones $\varepsilon$ para la primera foto deformada. .                                 | 78  |
| 37. | Curvas esfuerzo-deformación de los sensores. . . . .                                                                        | 79  |
| 38. | Distribución posterior de $E$ (ASTM-C469) usando LVDT. . . . .                                                              | 82  |
| 39. | Distribución posterior de $E$ (ASTM-C469) usando galga. . . . .                                                             | 83  |
| 40. | Distribución posterior de $E$ (ASTM-C469) usando DIC. . . . .                                                               | 84  |
| 41. | Distribución posterior de $E$ (Vector) usando LVDT. . . . .                                                                 | 85  |
| 42. | Distribución posterior de $E$ (Vector) usando galga. . . . .                                                                | 87  |
| 43. | Distribución posterior de $E$ (Vector) usando DIC. . . . .                                                                  | 88  |
| 44. | Distribución posterior de $\sigma$ (ASTM-C469) usando LVDT. . . . .                                                         | 90  |
| 45. | Distribución posterior de $\sigma$ (ASTM-C469) usando Galga. . . . .                                                        | 91  |
| 46. | Distribución posterior de $\sigma$ (ASTM-C469) usando DIC. . . . .                                                          | 93  |
| 47. | Distribución posterior de $\sigma$ (Vector) usando LVDT. . . . .                                                            | 94  |
| 48. | Distribución posterior de $\sigma$ (Vector) usando Galga. . . . .                                                           | 96  |
| 49. | Distribución posterior de $\sigma$ (Vector) usando DIC. . . . .                                                             | 97  |
| 50. | Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando LVDT. . . . .                                                                 | 99  |
| 51. | Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando Galga. . . . .                                                                | 101 |
| 52. | Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando DIC. . . . .                                                                  | 102 |
| 53. | Posterior Predictive Check (Vector) usando LVDT. . . . .                                                                    | 103 |
| 54. | Posterior Predictive Check (Vector) usando Galga. . . . .                                                                   | 104 |
| 55. | Posterior Predictive Check (Vector) usando DIC. . . . .                                                                     | 105 |
| 56. | Diagrama esfuerzo-deformación ensayo ciclico. . . . .                                                                       | 109 |
| 57. | Diagrama esfuerzo-deformación ensayo ciclico (primeros cinco ciclos del ensayo).                                            | 109 |
| 58. | Distribución posterior del límite elástico $f_y$ . . . . .                                                                  | 110 |
| 59. | Distribución posterior del modulo de elasticidad $E$ . . . . .                                                              | 112 |
| 60. | Distribución posterior de la relación de endurecimiento $b$ . . . . .                                                       | 114 |
| 61. | Distribución posterior de $R_0$ . . . . .                                                                                   | 115 |
| 62. | Distribución posterior de $c_{R1}$ . . . . .                                                                                | 117 |
| 63. | Distribución posterior de $c_{R2}$ . . . . .                                                                                | 118 |
| 64. | Distribución posterior de $a_1$ . . . . .                                                                                   | 119 |
| 65. | Distribución posterior de $a_2$ . . . . .                                                                                   | 121 |
| 66. | Distribución posterior de $a_3$ . . . . .                                                                                   | 122 |
| 67. | Distribución posterior de $a_4$ . . . . .                                                                                   | 124 |
| 68. | Distribución posterior de $\sigma$ . . . . .                                                                                | 125 |
| 69. | Posterior Predictive Check (PPC) del modelo Steel03 frente a los datos cíclicos experimentales de la barra AN3S162. . . . . | 127 |

## Índice de cuadros

|    |                                                                                      |     |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. | Valores de modulo de elasticidad según el tipo de agregado . . . . .                 | 15  |
| 2. | Estadísticas de propiedades mecánicas del acero ASTM A706 en distintos grados [7]    | 17  |
| 3. | Priors para $E$ y $\sigma$ en cada algoritmo (para ambos métodos ASTM-C469 y vector) | 81  |
| 4. | Resumen estadístico de $E$ para modelo ASTM-C469 . . . . .                           | 107 |
| 5. | Resumen estadístico de $E$ para modelo de tipo vector . . . . .                      | 107 |
| 6. | Resumen estadístico de $\sigma$ para modelo ASTM-C469 . . . . .                      | 107 |
| 7. | Resumen estadístico de $\sigma$ para modelo de tipo vector . . . . .                 | 107 |
| 8. | Valores de los priors para los parámetros del modelo Steel03 . . . . .               | 110 |

## 1. Introducción

El desarrollo de infraestructuras seguras y duraderas es fundamental para el progreso de cualquier sociedad, especialmente en regiones de alta sismicidad y variabilidad climática como Colombia. La confiabilidad de las estructuras depende de un conocimiento preciso de las propiedades mecánicas de los materiales de construcción —en particular, el concreto y el acero que son los materiales más utilizados—, los cuales pueden verse afectados por sus condiciones iniciales y por el deterioro ambiental. Cuantificar las incertidumbres asociadas a estos materiales no solo mejora la predicción de su comportamiento a largo plazo, sino que también fortalece la capacidad de los ingenieros para diseñar estructuras más seguras y resistentes.

Tradicionalmente, el diseño estructural ha seguido un enfoque determinista, basado en valores mínimos de las propiedades mecánicas estipulados en las normas [34]. Sin embargo, este método no contempla la variabilidad inherente de los materiales ni las desviaciones que pueden surgir en el proceso de fabricación y uso. La ingeniería de confiabilidad estructural busca precisamente reducir al máximo estas brechas, incorporando la incertidumbre de forma explícita en el análisis y diseño de las estructuras.

La exactitud de la confiabilidad estructural depende de la consistencia y precisión de los sensores de medición de propiedades como la resistencia, la rigidez y la deformación. Cada técnica presenta ventajas y limitaciones: las galgas extensiométricas ofrecen alta resolución local, los transductores de desplazamiento lineal (LVDT) proporcionan mediciones absolutas con gran estabilidad, y la Correlación Digital de Imágenes (DIC) permite un seguimiento completo y no invasivo de los desplazamientos sobre la superficie del espécimen. En particular, DIC se ha consolidado como una herramienta avanzada para capturar campos de deformación completos con alta fidelidad.

El objetivo de este trabajo es comparar y cuantificar la incertidumbre en las propiedades mecánicas del concreto y del acero mediante los tres sensores experimentales mencionados. Se realizarán ensayos de compresión en cilindros de concreto y de tracción cíclica en barras de acero corrugado, utilizando galgas extensiométricas, LVDT y DIC. Para el procesamiento y ajuste de los datos, se empleará un enfoque bayesiano, que permite modelar estadísticamente la incertidumbre a través de distribuciones posteriores de los parámetros de interés. Este método no solo posibilita la cuantificación de las diferencias entre técnicas, sino también el desarrollo de un marco metodológico robusto que mejore la predicción y confiabilidad en el diseño estructural.

Con esta investigación, se espera profundizar en el entendimiento del comportamiento mecánico del concreto y el acero, y aportar directrices que optimicen las estrategias de diseño de infraestructuras más seguras y duraderas en Colombia.

## 2. Problema

### 2.1. Descripción

La determinación de las propiedades mecánicas del concreto y del acero depende de múltiples factores: la zona geográfica en que se realicen los ensayos, la técnica empleada por el operario, el tipo de ensayo y las condiciones ambientales, entre otros. Por ello, resulta difícil asignar un valor puntual a dichas propiedades. Además, las ecuaciones de la norma sismo-resistente NSR-10 están adaptadas de la ACI-318-08, obtenida bajo condiciones climáticas y sísmicas distintas a las de Colombia [6]. Cabe destacar que la última actualización de la NSR-10 data de 2010; en casi 14 años, los avances en la cuantificación de incertidumbres podrían permitir revisar y actualizar las fórmulas para el cálculo de estas propiedades, mejorando así la precisión de los diseños.

En los programas de elementos finitos más utilizados para modelar construcciones —y, en particular, para el diseño de elementos de concreto reforzado—, las propiedades mecánicas se ingresan como variables por el usuario. Sin embargo, estos software no consideran la incertidumbre inherente en dichos parámetros y arrojan un único valor derivado de las ecuaciones internas. Por esta razón, los ingenieros deben adoptar criterios conservadores al emplear estas herramientas, pues los resultados pueden no reflejar un escenario real completo.

Los métodos tradicionales de ensayo para determinar las propiedades mecánicas del concreto y del acero presentan limitaciones: son en su mayoría destructivos, requeridos de preparación de muestras y basados en análisis estadísticos simples que no abordan todas las fuentes de incertidumbre ni la variabilidad intrínseca de los materiales. Además, estos ensayos pueden resultar costosos y laboriosos. La estimación de la resistencia in situ del concreto y del acero es un desafío frecuente en la práctica [18]. Por ello, se hace necesario complementar los métodos clásicos con técnicas avanzadas —tanto destructivas como no destructivas— que permitan obtener valores más fiables de las propiedades mecánicas.

Normas como la ASTM A370 definen únicamente valores mínimos para las propiedades mecánicas del acero, sin establecer límites superiores ni contemplar escenarios en los que dichas propiedades superen significativamente los umbrales permisibles. Esta misma carencia se refleja en la normativa colombiana, donde también sólo se regulan valores mínimos. En tales condiciones, un elemento que presente un refuerzo excesivo—es decir, sobre-reforzado—puede comportarse de manera frágil ante cargas superiores a las previstas, aumentando el riesgo de falla súbita y eventual colapso estructural [19].

Teniendo en cuenta lo anterior, se plantea la siguiente pregunta problemática:

**¿Cuál es la confiabilidad del concreto y del acero utilizados en elementos de concreto reforzado?**

## 3. Objetivos

### 3.1. Objetivo general

- Evaluar la confiabilidad del concreto y el acero utilizado en el diseño de elementos de concreto reforzado.

### 3.2. Objetivos específicos

- Implementar un protocolo experimental para la caracterización de las propiedades mecánicas del concreto a compresión y el acero a tensión.
- Cuantificar la incertidumbre en el comportamiento mecánico a compresión del concreto y el acero a tracción utilizados en la fabricación de elementos de concreto reforzado.
- Comparar métodos de ensayo utilizados en la medición de propiedades mecánicas del concreto y el acero, calculando sus incertidumbres asociadas.

## 4. Justificación

### 4.1. Avance en la investigación nacional

Es claro que el panorama de investigación en Colombia aún es limitado en comparación con otros países, donde la cuantificación de incertidumbres en materiales de construcción ha avanzado significativamente. Por ello, en nuestro contexto se adoptan normas y ecuaciones desarrolladas en el exterior. Aunque existe cierta base de datos para el cálculo estadístico del módulo de elasticidad del concreto según la región, la información disponible sigue siendo escasa.

En adición, algunas entidades gubernamentales como el Ministerio de Educación, Ministerio de Ciencias y el Consejo Nacional de Acreditación podrían interesarse en apoyar este proyecto, dado que sus resultados influyen directamente en la seguridad y eficiencia estructural del país, y podrían sentar un precedente para futuras actualizaciones normativas.

### 4.2. Impacto en las ecuaciones obtenidas por la NSR-10

La implementación de ajustes en las ecuaciones de la norma sismo-resistente NSR-10 podría reducir el costo de los materiales al cuantificar la incertidumbre de manera más precisa, minimizando el desperdicio y aumentando la confiabilidad de los diseños estructurales. Además, la optimización de estas fórmulas permitiría el uso controlado de agregados de calidad inferior sin comprometer la resistencia mínima exigida.

### 4.3. Contribución a la industria de la construcción

#### 4.3.1. Contribución a la industria del concreto

La cuantificación de la incertidumbre en las propiedades del concreto beneficiará directamente a la industria nacional y, con adaptaciones locales, también podrá aplicarse en otros países. Este proyecto destaca al concreto como material seguro, con excelentes propiedades mecánicas, económico y respaldado por datos empíricos. En este contexto, el concepto de *confiabilidad estructural*—la capacidad de una estructura para cumplir su función durante su vida útil—cobra relevancia al disminuir el riesgo de fallos y mejorar la seguridad de los trabajadores [20].

Asimismo, la identificación de las fuentes de variabilidad en el proceso de producción permitirá a los fabricantes optimizar sus operaciones, reducir el desperdicio de materiales y, en consecuencia, disminuir costos.

#### 4.3.2. Contribución a la industria del acero

El acero es un material esencial en la construcción; la NSR-10 exige su uso como refuerzo en elementos estructurales, consolidándolo como insumo indispensable. Al cuantificar la incertidumbre en sus propiedades mecánicas, se podrá optimizar su producción y controlar mejor los factores que conducen a fallos no anticipados, garantizando mayor eficiencia y rentabilidad. Además, este conocimiento favorecerá el desarrollo de nuevos productos con especificaciones más precisas, abriendo oportunidades de mercado y fortaleciendo la competitividad de la industria del acero.

### 4.4 Impacto en proyectos de consultoría

Los resultados de esta investigación también tienen un efecto directo en la práctica profesional de la consultoría estructural. En este tipo de proyectos, las decisiones sobre el diseño, rehabilitación o refuerzo de estructuras se apoyan en parámetros mecánicos que, bajo un enfoque determinista, no reflejan la variabilidad real de los materiales.

La incorporación de metodologías bayesianas para cuantificar la incertidumbre en el módulo de elasticidad del concreto y del acero permitirá a los consultores:

- Elaborar diagnósticos más realistas sobre el estado de materiales en estructuras existentes.
- Optimizar diseños y especificaciones técnicas, reduciendo márgenes excesivamente conservadores sin comprometer la seguridad.
- Justificar de forma técnica decisiones frente a clientes, entidades reguladoras y aseguradoras, mediante distribuciones de probabilidad y niveles de confianza.
- Incrementar la competitividad de las firmas consultoras al ofrecer soluciones innovadoras basadas en metodologías estadísticas avanzadas, alineadas con tendencias internacionales de confiabilidad estructural.

De este modo, el proyecto no solo aporta a la academia y a la industria de materiales, sino que fortalece la práctica profesional en consultoría de ingeniería civil, mejorando la calidad y seguridad de los proyectos ejecutados.

## 5. Marco de referencia

### 5.1. Antecedentes de la investigación

Numerosos estudios a nivel mundial han abordado la cuantificación de las propiedades mecánicas de los materiales de construcción; sin embargo, la mayoría data de hace varias décadas. Esto sugiere que las técnicas originalmente empleadas pueden haber quedado obsoletas frente a los avances recientes en instrumentación y análisis de datos, lo que hace necesario incorporar métodos experimentales más modernos. En la actualidad, existen diversas investigaciones sobre el cálculo de las propiedades mecánicas del concreto reforzado, muchas de las cuales están disponibles en acceso abierto y han aportado datos estadísticos de gran valor para este proyecto. A continuación, se resumen seis investigaciones clave que han influido directamente en el enfoque de esta tesis.

1. Walker y Popovics [5] establecen que el módulo de elasticidad del concreto,  $E_c$ , depende de la resistencia máxima a compresión  $f'_c$  y del peso unitario  $w_c$ . Para estimar  $E_c$  proponen las siguientes correlaciones empíricas:

$$E_c = K_1 \sqrt{f'_c}, \quad (1)$$

$$E_c = K_2 w_c^{1.5} \sqrt{f'_c}, \quad (2)$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son coeficientes empíricos determinados a partir de ensayos.

En Colombia, la norma NSR-10 recomienda un valor de  $K_1 = 3900$  MPa para la ecuación (1) y de  $K_2 = 0,034$  MPa para la ecuación (2). Por su parte, el ACI 318-08 adopta un coeficiente  $K_1 = 4700$  MPa en la correlación (1) [6]. Estas discrepancias ilustran cómo el módulo de elasticidad  $E_c$  puede variar según la región y las especificaciones normativas. Más aún, tal variabilidad se acentúa al considerar el tipo de agregado utilizado en la mezcla de concreto. A continuación se presentan los valores empíricos de  $K_1$  y  $K_2$  en función del árido empleado:

| Tipo de ecuación /<br>Agregado | Constante de ajuste |                 |
|--------------------------------|---------------------|-----------------|
|                                | Ec. 1 ( $K_1$ )     | Ec. 2 ( $K_2$ ) |
| Todos                          | 3900                | 0.034           |
| Metamórfico                    | 4700                | 0.041           |
| Ígneo                          | 5500                | 0.047           |
| Sedimentario                   | 3600                | 0.031           |

Tabla 1: Valores de modulo de elasticidad según el tipo de agregado [6]

En Colombia se dispone de al menos 33 estudios sobre el módulo de elasticidad  $E_c$ . En particular, Ortiz y Carrillo analizaron estadísticamente 22 de estos trabajos en su artículo *Caracterización de la incertidumbre asociada a las expresiones usadas para estimar el módulo de elasticidad del concreto producido en Colombia* [6]. Las Figuras 1 y 2 ilustran cómo varía  $E_c$  en función de  $f'_c$  y de la región de estudio, respectivamente, evidenciando rangos de variación significativos según la localidad y las condiciones de fabricación del concreto.

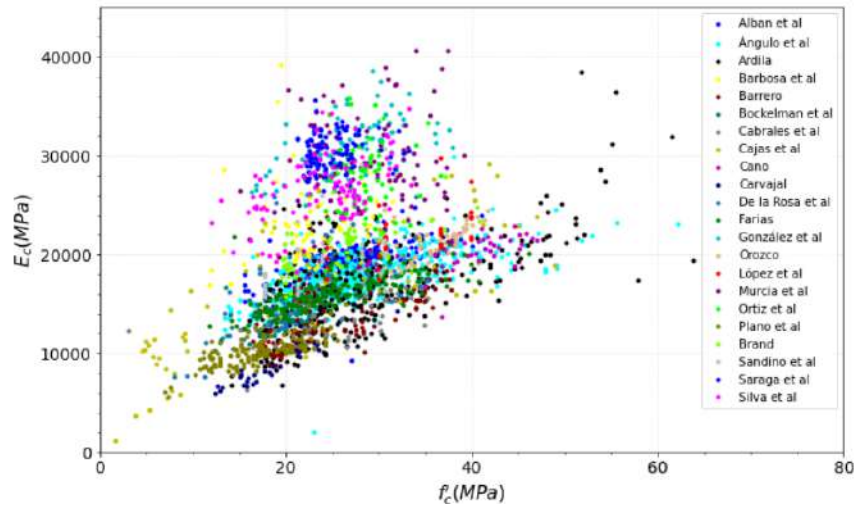


Figura 1: Variación del módulo de elasticidad  $E_c$  con la resistencia a compresión  $f'_c$  según 22 estudios en Colombia [6].

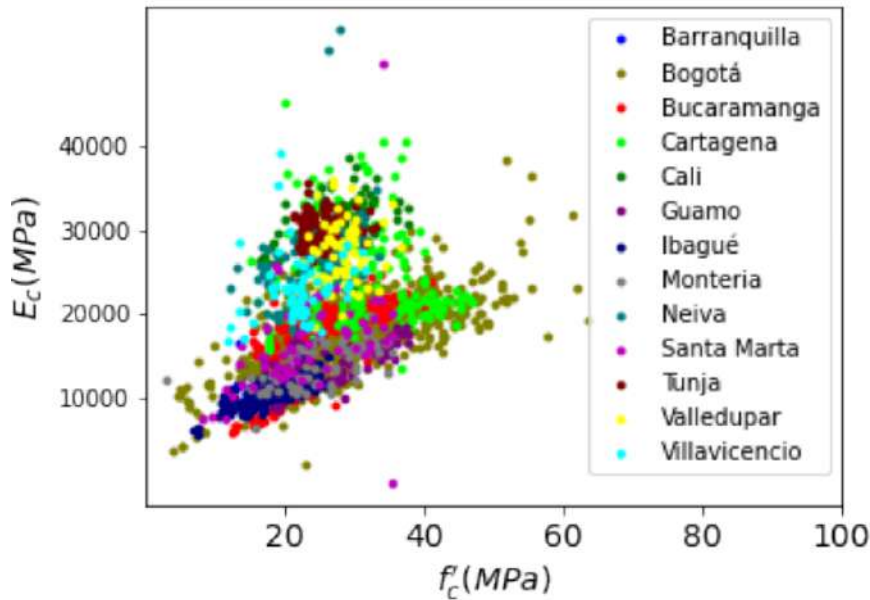


Figura 2: Variación del módulo de elasticidad  $E_c$  con  $f'_c$  desagregada por ciudad de estudio en Colombia [6].

Lo anterior demuestra que el módulo de elasticidad  $E_c$  varía según el valor de  $f'_c$ . No obstante, es posible estimar un valor aproximado de  $E_c$  empleando diversas técnicas estadísticas, como el enfoque bayesiano, que se describirá en detalle más adelante.

2. Otra investigación relevante se centra en cuantificar la incertidumbre de los materiales en evaluaciones sísmicas de puentes de concreto reforzado con columnas. En este estudio analítico se analiza el impacto de la variabilidad estadística en las propiedades mecánicas del acero de refuerzo ASTM A706 (grados 60, 80 y 100) sobre la respuesta sísmica de dichas estructuras. Los resultados muestran que la incertidumbre material puede integrarse en las evaluaciones de desempeño sísmico mediante unos pocos análisis adicionales, mejorando significativamente la precisión de las predicciones.

Tabla 2: Estadísticas de propiedades mecánicas del acero ASTM A706 en distintos grados [7]

|                 |           | <b>Grade 60</b> | <b>Grade 80</b> | <b>Grade 100</b> |
|-----------------|-----------|-----------------|-----------------|------------------|
| $f_{ym}$        | Mean, MPa | 481.4           | 604.4           | 732.4            |
|                 | COV (%)   | 4.6             | 3.9             | 3.4              |
| $f_u$           | Mean, MPa | 655.8           | 793.9           | 942.8            |
|                 | COV (%)   | 4.3             | 3.4             | 3.7              |
| $\varepsilon_f$ | Mean      | 0.160           | 0.139           | 0.115            |
|                 | COV (%)   | 13.6            | 12.7            | 12.8             |
| $E_s$           | Mean, GPa | 201.3           | 201.3           | 201.3            |
|                 | COV (%)   | 3.3             | 3.3             | 3.3              |
| $b$             | Mean      | 0.0067          | 0.0085          | 0.0115           |
|                 | COV (%)   | 19.4            | 17.6            | 13.0             |

*Nota:* 1 MPa = 0.145 ksi; 1 GPa = 145 ksi.

3. La automatización en la construcción ha dado paso al uso de inteligencia artificial y *machine learning* para predecir propiedades mecánicas. En particular, un estudio analiza la estimación de la resistencia última a la compresión de columnas RCFST (rectangulares rellenas de concreto en tubos de acero) y cuantifica su incertidumbre. Para ello se emplea un modelo híbrido denominado *PANN*, que combina redes neuronales con optimización por enjambre de partículas. Los resultados comparativos demuestran que este enfoque híbrido ofrece una alternativa robusta y precisa para predecir la resistencia a la compresión en este tipo de columnas.

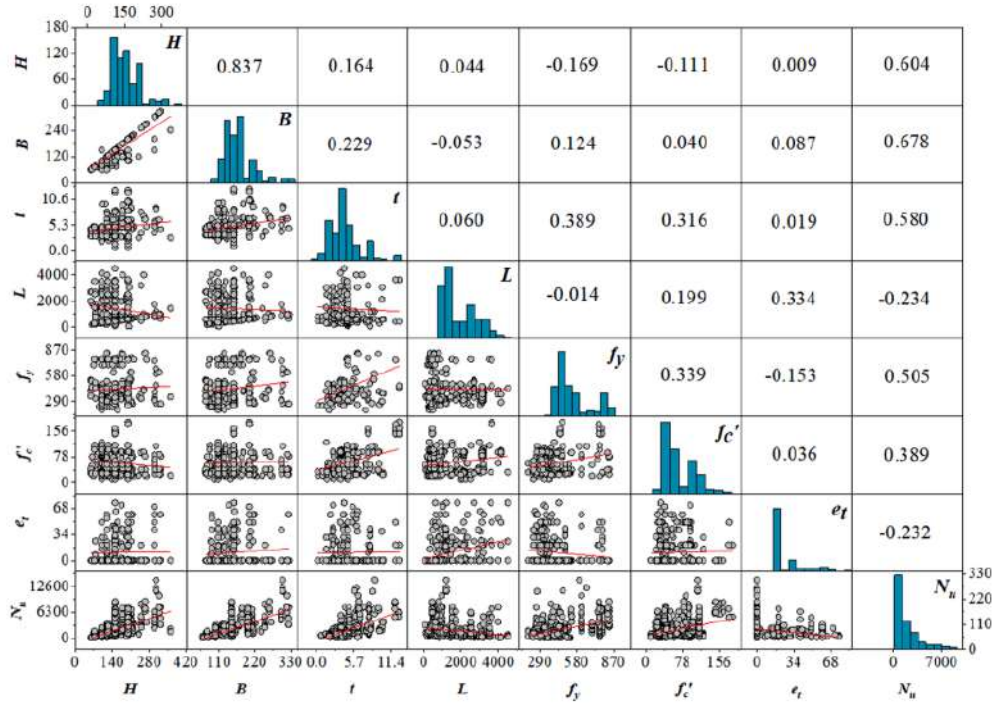


Figura 3: Características del conjunto de datos utilizado para estimar la resistencia última a la compresión en columnas RCFST [8].

4. El artículo “Un innovador método adaptativo de superficie de respuesta dispersa para el análisis de confiabilidad estructural” [9] presenta un algoritmo de metamodelado basado en superficies de respuesta que incluye:
  - (I) Reducción de la dimensionalidad mediante selección de variables.
  - (II) Definición de un dominio de búsqueda prometedor.
  - (III) Diseño experimental inicial con un esquema de relleno de espacio optimizado.
  - (IV) Construcción del modelo por regresión por pasos.
  - (V) Validación cruzada (*cross-validation*) del metamodelo.
  - (VI) Ajuste final mediante regresión con doble ponderación.
  - (VII) Muestreo secuencial enfocado en la región de interés.
  - (VIII) Cálculo de intervalos de confianza para las estimaciones de confiabilidad usando *bootstrapping*.

Los resultados comparativos con la Superficie de Respuesta Clásica (RSM) demuestran que el método propuesto no solo mejora la precisión, sino que también ofrece una alternativa más eficiente a otras técnicas de metamodelado.

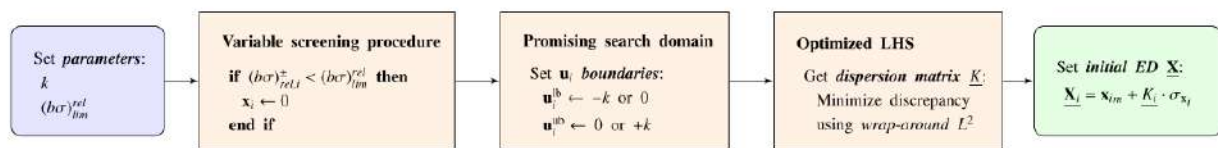


Figura 4: Diagrama del método adaptativo de superficie de respuesta dispersa para confiabilidad estructural [9].

5. El estudio probabilístico de la resistencia del acero en sistemas de andamios aborda la gran variabilidad de parámetros geométricos y mecánicos propia de estas estructuras. Zhang et al. [10] analizan cómo estas incertidumbres afectan la resistencia última de soportes de acero en marcos de andamios de varios pisos, combinando:

- Un modelo estadístico racional de las variables aleatorias básicas, obtenido a partir de mediciones de campo y ensayos de laboratorio.
- Un análisis inelástico de segundo orden mediante elementos finitos para simular el comportamiento realista bajo carga.
- Propagación de la incertidumbre a través de simulaciones Monte Carlo, lo que permite estimar distribuciones y estadísticas de la resistencia del sistema.

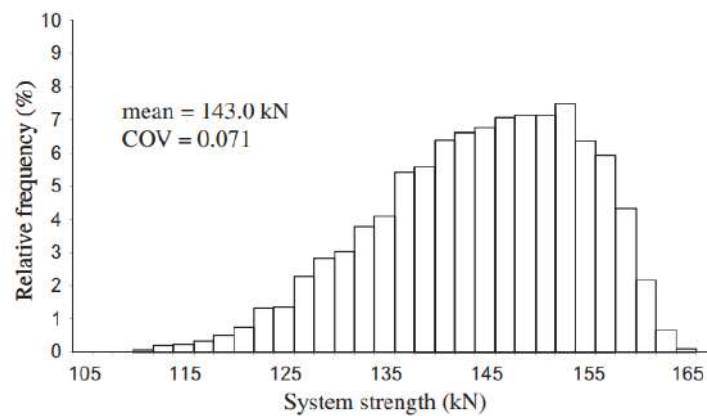


Figura 5: Metodología de análisis probabilístico de andamios de acero mediante Monte Carlo y elementos finitos [10].

6. En este estudio se presenta un enfoque bayesiano para cuantificar la incertidumbre en la detección de defectos en soldaduras de acero mediante técnicas de ultrasonido con matrices de fase. El escaneo por matrices de fase es, actualmente, el método no destructivo más avanzado para identificar discontinuidades en la soldadura; sin embargo, la limitada resolución espacial introduce grandes incertidumbres en los resultados. Para superar tal limitación, los autores modelan estadísticamente la incertidumbre de detección y aplican inferencia bayesiana para mejorar la resolución de los datos ultrasonidos antes de estimar el número equivalente de defectos.

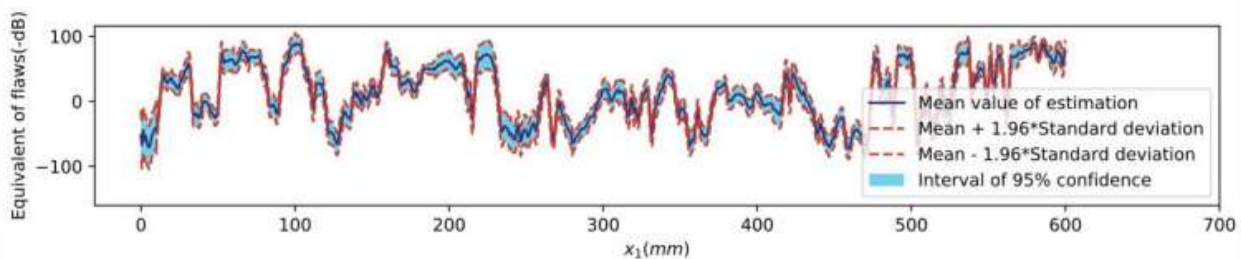


Figura 6: Esquema de la estimación bayesiana de la incertidumbre en defectos de soldaduras detectados con ultrasonido por matrices de fase [11].

## 5.2. Estado del arte

«El análisis estructural probabilístico puede ser definido como el arte de la formulación matemática» [12]. En las últimas décadas se han multiplicado las investigaciones en probabilidad y estadística aplicadas al análisis de estructuras. A continuación se presenta una visión general de los principales avances.

### 5.2.1. Normativa

Hasta hoy se han publicado diversas normas que incorporan criterios para cuantificar la incertidumbre en el concreto y el acero. Entre las más relevantes en el contexto colombiano destacan:

- **ASTM C39/C39M** y **ASTM C192/C192M**, que definen procedimientos de ensayo para resistencia a la compresión y para fabricación de probetas.
- **ACI 318-08** (*Building Code Requirements for Structural Concrete*), con ecuaciones para estimar el módulo de elasticidad y la resistencia del concreto.
- **NSR-10**, adaptación local de la ACI 318, que ajusta dichos cálculos a las condiciones sísmicas y climáticas de Colombia.
- **ISO 2394:2015** (*General principles on reliability of structures*), que establece principios probabilísticos para tratar la incertidumbre en cargas, propiedades de materiales y parámetros de diseño.
- **ISO 9001** e **EN 206-01**, que incluyen requisitos de calidad y trazabilidad para la producción de hormigones con control de variabilidad.
- **AISC 360** (*Specification for Structural Steel Buildings*), código de referencia para el acero estructural con pautas para garantizar su confiabilidad.

Estas normas se revisan periódicamente con el fin de mejorar la precisión de las ecuaciones de diseño y reducir los márgenes de incertidumbre en las propiedades mecánicas. A continuación, se muestra un ejemplo de la norma AISC 360:

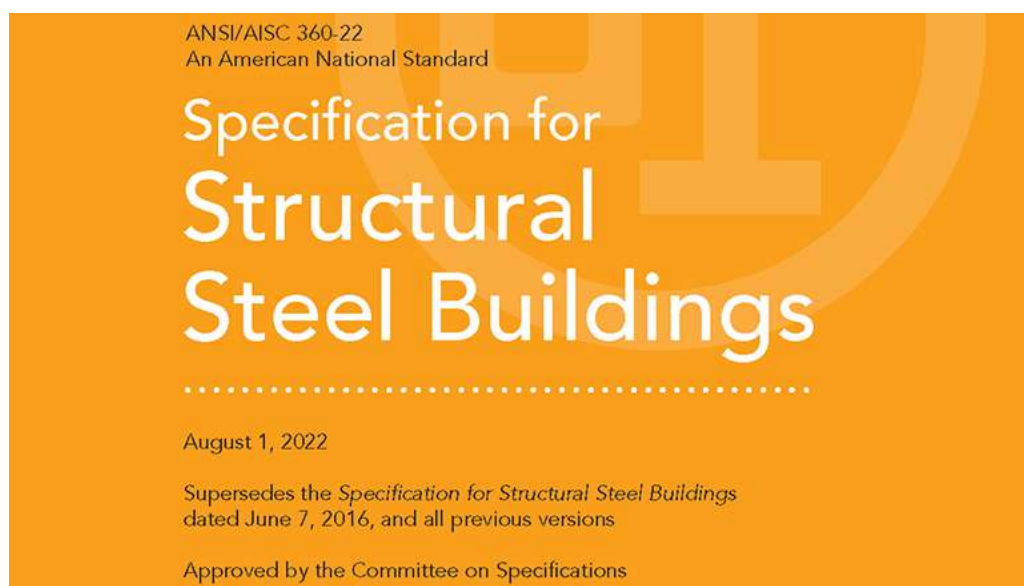


Figura 7: Especificaciones de la norma AISC 360 para edificios de acero estructural.

### 5.2.2. Modelos estadísticos avanzados

El método de Monte Carlo (MC) es una técnica numérica ampliamente utilizada para cuantificar la incertidumbre en el análisis de confiabilidad estructural. Su fortaleza radica en la capacidad de aproximar integrales de alta dimensión mediante simulaciones estocásticas; sin embargo, exige un gran número de corridas independientes, lo que conlleva un elevado costo computacional cuando los modelos o los conjuntos de datos son extensos.

Para mejorar la eficiencia y reducir el número de simulaciones necesarias, se han desarrollado variantes de MC:

- **Muestreo por importancia:** repondera las regiones de mayor contribución al integral, enfocando el esfuerzo de cómputo donde más aporta al resultado.
- **Muestreo estratificado:** divide el espacio de la variable aleatoria en estratos homogéneos, garantizando cobertura uniforme y reduciendo la varianza de la estimación.
- **Muestreo secuencial:** ajusta iterativamente la distribución de las muestras en varias etapas, centrándose progresivamente en los subdominios de mayor interés.

Además, técnicas más avanzadas como el muestreo *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) generan cadenas de muestras correlacionadas que convergen a la distribución objetivo, proporcionando una exploración más eficiente del espacio de parámetros [13]. Por último, los métodos de Monte Carlo acelerado con simulación (MCAS) combinan aproximaciones de bajo coste y esquemas de ponderación para disminuir aún más el tiempo de cálculo.

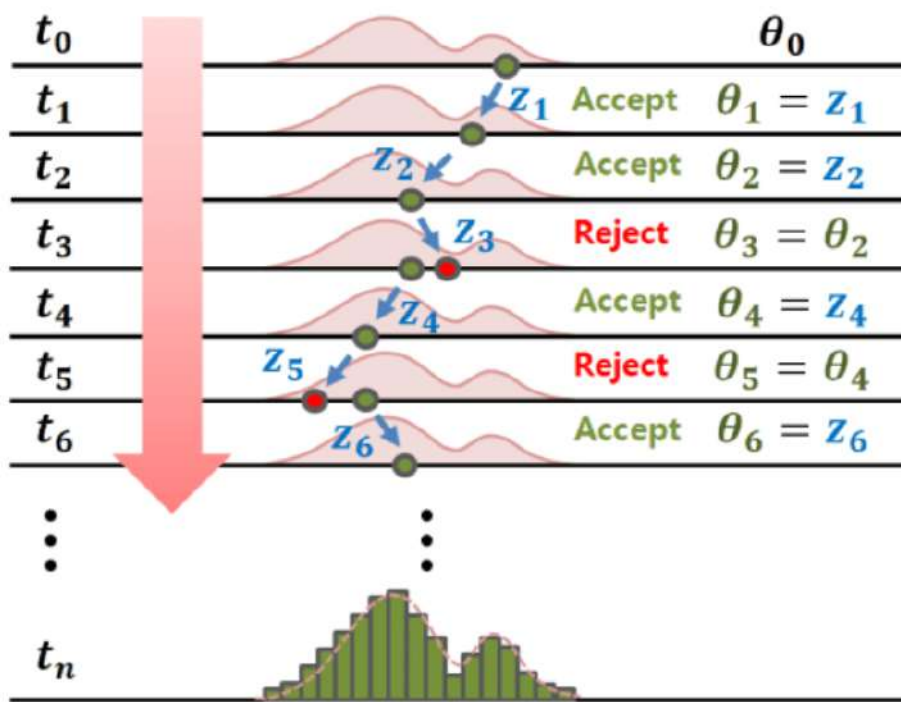


Figura 8: Esquema del método Markov Chain Monte Carlo para muestreo de distribuciones complejas [13].

Por otro lado, la técnica de muestreo **Latin Hypercube Sampling (LHS)** está diseñada para reducir la varianza de las estimaciones y maximizar la cobertura del espacio de entrada. A diferencia del muestreo Monte Carlo, que genera muestras completamente aleatorias, LHS divide cada variable de entrada en estratos equiprobables —por ejemplo, intervalos del módulo de elasticidad— y extrae aleatoriamente un valor de cada estrato. De este modo se consigue una representación más uniforme de la distribución de entrada con un número menor de muestras.

En la cuantificación de incertidumbres para concreto y acero, se han propuesto diversas extensiones de LHS para mejorar su eficiencia y exactitud:

- Diseños de LHS optimizados para minimizar la correlación entre muestras.
- Integración de LHS con técnicas de aprendizaje automático para seleccionar regiones críticas del espacio de entrada.
- LHS secuencial adaptativo, que refina los estratos en función de los resultados previos.
- Incorporación explícita de correlaciones y dependencias entre variables de entrada.

Estos avances demuestran un desarrollo continuo en métodos estadísticos de incertidumbre, permitiendo obtener estimaciones más precisas con un esfuerzo de simulación reducido.

### 5.2.3. Inteligencia Artificial aplicada

La inteligencia artificial (IA) desempeña un papel fundamental en la evaluación de la salud estructural de las edificaciones. Una estimación precisa de la vida útil residual de una estructura es esencial para planificar intervenciones de mantenimiento con un balance óptimo entre tiempo y costo. En este contexto, la cuantificación de la incertidumbre mejora la caracterización de las propiedades mecánicas de los materiales y potencia los sistemas de detección de daño basados en técnicas de *machine learning*, arrojando resultados más fiables.

Entre las aplicaciones más avanzadas, destacan los modelos de *deep learning* bayesiano, que extienden las redes neuronales tradicionales al incorporar principios de inferencia bayesiana para generar distribuciones de probabilidad sobre parámetros y predicciones. Asimismo, la IA ha sido clave en el desarrollo de métodos de muestreo sofisticados para estimar distribuciones posteriores, tales como:

- Muestreo de Gibbs, que extrae secuencialmente de cada distribución condicional.
- Muestreo Monte Carlo Hamiltoniano (HMC), que recorre el espacio de parámetros usando dinámicas hamiltonianas para mejorar la exploración.

Estas técnicas permiten generar muestras representativas de la distribución posterior con mayor eficiencia y menor autocorrelación que el muestreo MC clásico.

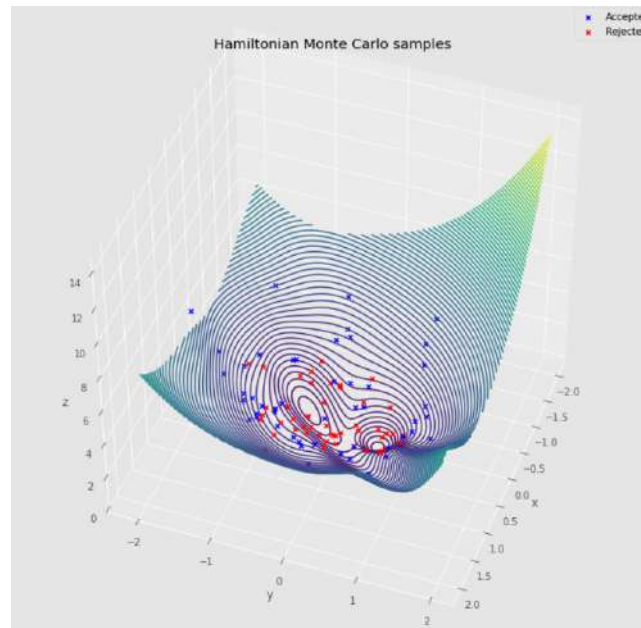


Figura 9: Ejemplo de trayectoria de muestreo Monte Carlo Hamiltoniano [14].

#### 5.2.4. Aplicación en la imagenología

Las técnicas de imagenología avanzadas, como la **tomografía por rayos X** y la **microscopía electrónica de barrido**, han revolucionado el análisis de la microestructura del concreto y del acero, permitiendo explicar físicamente la variabilidad en sus propiedades mecánicas.

Por un lado, la tomografía por rayos X ofrece un examen no destructivo del interior de los cilindros de concreto, revelando con detalle la distribución de agregados gruesos y finos, así como la localización y el volumen de vacíos [21]. Esta información es crucial para comprender las diferencias de resistencia observadas en pruebas de compresión, ya que las zonas con mayor porosidad tienden a fallar primero [22].

En el caso del acero, la tomografía de rayos X se emplea para detectar defectos internos como grietas, inclusiones no metálicas o porosidades que pueden comprometer el desempeño del refuerzo [23]. Los avances en los algoritmos de reconstrucción han mejorado la resolución y la precisión de las imágenes, al incorporar modelos de absorción específicos del material y propiedades geométricas, lo que facilita la cuantificación de la incertidumbre asociada a dichas heterogeneidades.

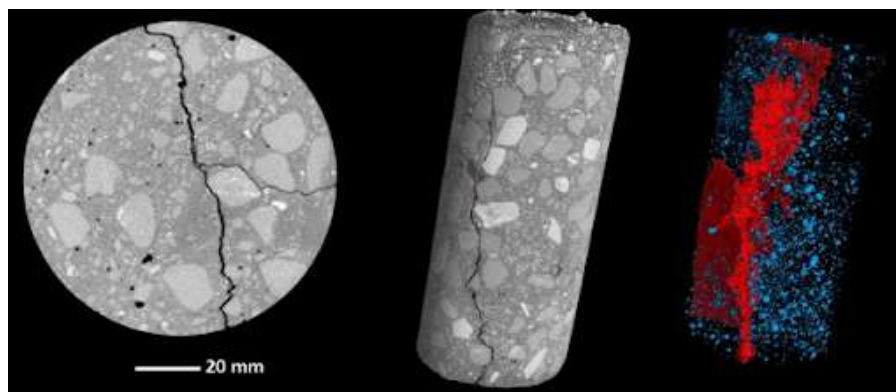


Figura 10: Tomografía por rayos X aplicada a un cilindro de concreto para identificar agregados y vacíos internos [15].

La microscopía electrónica de barrido (MEB) es una técnica de caracterización que emplea un haz de electrones para explorar la superficie de una muestra y generar imágenes de alta resolución. En el estudio del concreto, la MEB permite examinar la microestructura —distribución de fases, tamaño y forma de los agregados, inclusiones y posibles fisuras— aportando información esencial sobre la calidad del material [24, 25]. Aunque la MEB no cuantifica directamente la incertidumbre, sus resultados complementan otros métodos al identificar los factores microscópicos que influyen en la variabilidad de las propiedades mecánicas.

De manera análoga, en el caso del acero la MEB se utiliza para evaluar la microestructura y detectar defectos superficiales (grietas, inclusiones), lo cual contribuye a estimar indirectamente las fuentes de incertidumbre en el comportamiento del refuerzo [26]. Así, la MEB facilita la interpretación de cómo las heterogeneidades y defectos visibles pueden traducirse en variaciones estadísticamente significativas en los parámetros mecánicos.

### 5.2.5. Aplicación en ensayos no destructivos

Las técnicas de ensayos no destructivos (END) se emplean ampliamente para evaluar propiedades del concreto y el acero sin comprometer su integridad estructural [27]. En el caso del concreto, los END aportan mediciones indirectas de parámetros como la velocidad de propagación de ondas ultrasónicas, la resistividad eléctrica o el potencial de corrosión [28], los cuales se correlacionan con la resistencia a la compresión, la densidad, la porosidad y la calidad del hormigón.

Por ejemplo, la esclerometría o ensayo de rebote estima la resistencia superficial del concreto midiendo la energía de rebote de un martillo [29]. De igual forma, las mediciones ultrasónicas registran el tiempo de tránsito de ondas entre dos caras del cilindro, información fundamental para calcular deformaciones unitarias y, posteriormente, propiedades como el módulo de elasticidad y la relación de Poisson.

Para el acero, los END también ofrecen ventajas significativas al conservar el material intacto. Una técnica destacada es el ensayo de partículas magnéticas, que utiliza la aplicación de un campo magnético y un polvo ferromagnético para visualizar defectos superficiales y subsuperficiales—grietas, inclusiones o cambios microestructurales—especialmente en soldaduras y uniones [30]. Esta técnica facilita la identificación de discontinuidades sin dañar la pieza.

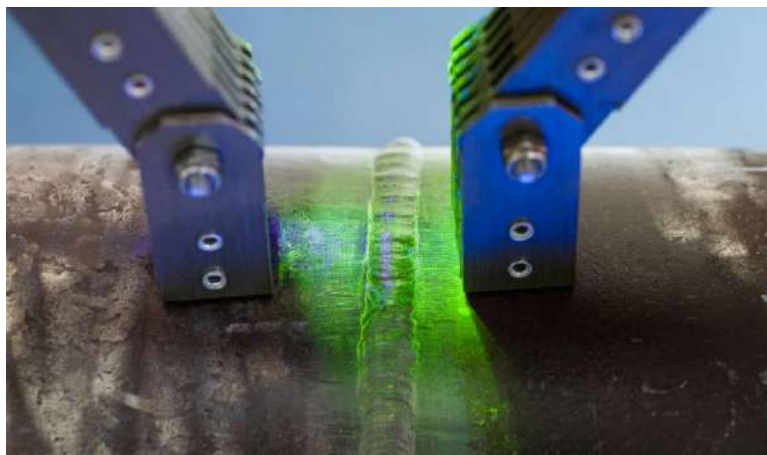


Figura 11: Ensayo de partículas magnéticas aplicado a una soldadura de acero [16].

### 5.2.6. Correlación Digital de Imágenes (DIC) para obtener deformaciones en el concreto y el acero

La Correlación Digital de Imágenes (DIC, por sus siglas en inglés) es una técnica óptica no invasiva para medir desplazamientos y deformaciones en la superficie de materiales y estructuras [31,32]. El procedimiento consiste en:

- (I) Aplicar un patrón de referencia (puntos o moteado) sobre la muestra.
- (II) Capturar imágenes digitales de alta resolución antes y durante la carga.
- (III) Utilizar software especializado para subdividir cada imagen en subconjuntos y rastrear su movimiento frame a frame.
- (IV) Calcular, punto a punto, los vectores de desplazamiento y las deformaciones unitarias a partir del cambio de posición de cada subconjunto.

Esta técnica ofrece varias ventajas:

- Medición sin contacto, ideal para superficies frágiles o de formas complejas.
- Cobertura de campo completo, permitiendo mapear deformaciones en toda la región de interés.
- Alta precisión sub-píxel, adecuada para detectar pequeñas variaciones en carga a tracción o compresión.

Por su versatilidad, DIC se emplea tanto en ensayos de compresión en cilindros de concreto como en pruebas de tracción cíclica de barras de acero corrugado, proporcionando información detallada sobre fenómenos locales como concentración de tensiones y formación de grietas.

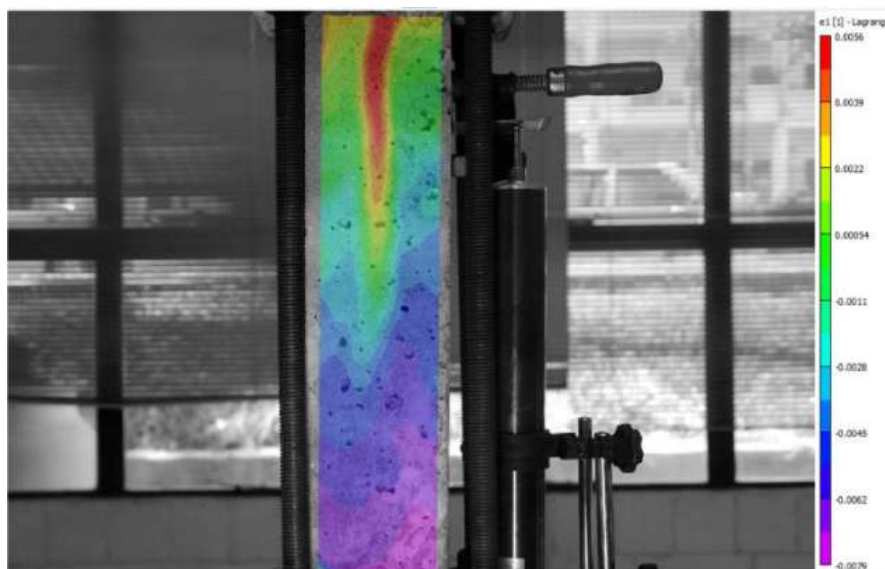


Figura 12: Aplicación de DIC en ensayo de deformación de una probeta de concreto [17].

## 6. Marco Teórico

Si bien la mayoría de los conceptos de este proyecto están asociados a la mecánica de materiales, resulta pertinente profundizar en ciertos métodos de obtención y procesamiento de datos, así como en normas internacionales relevantes. A continuación se introducen los conceptos que sustentan los resultados presentados en este documento.

### 6.1. Correlación Digital de Imágenes (DIC)

La Correlación Digital de Imágenes (DIC, por sus siglas en inglés) es una técnica óptica no invasiva que permite obtener campos completos de desplazamientos y deformaciones a partir de imágenes digitales capturadas antes y durante la carga [39]. Puede implementarse en su versión 2D (una sola cámara) o 3D (dos o más cámaras), según los requerimientos experimentales. En este trabajo se utilizó solo 2 cámaras puesto que se necesitaba obtener el campo de deformaciones en una sola cara del cilindro. Si se hubiese necesitado tomar la deformación tanto en la cara interior como la posterior del cilindro se tendría que haber utilizado al menos tres cámaras.

El principio de funcionamiento de la DIC consiste en:

- (I) Aplicar un patrón aleatorio de alto contraste (por ejemplo, moteado de puntos negros sobre fondo blanco) sobre la superficie de la muestra.
- (II) Capturar una secuencia sincronizada de imágenes digitales: la primera corresponde al estado sin carga y las siguientes a estados deformados.
- (III) Dividir cada imagen en subsecciones (“subsets”) y rastrear, mediante algoritmos de correlación, el desplazamiento de cada subset entre la imagen inicial y las deformadas.
- (IV) Calcular los campos de desplazamiento y, mediante diferencias finitas, derivar los campos de deformación punto a punto.

Este proceso no requiere contacto con la probeta y ofrece resolución sub-píxel, lo que lo convierte en una herramienta poderosa para medir deformaciones locales y fenómenos como concentración de tensiones o la iniciación de grietas.

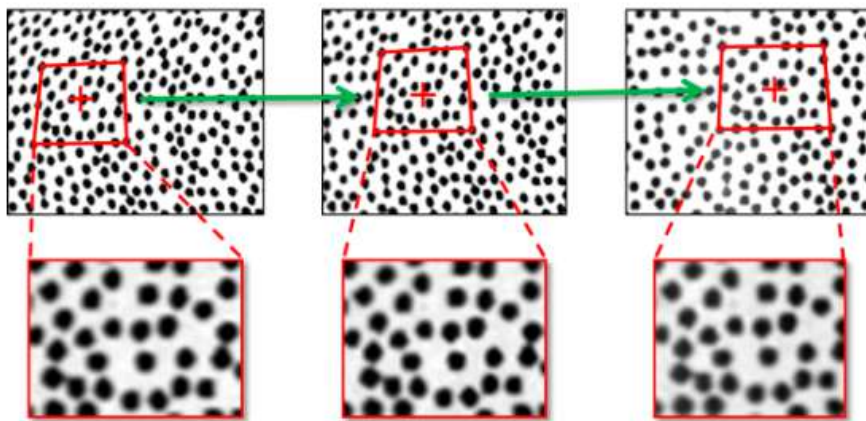


Figura 13: Esquema de un subset en la DIC 2D para rastrear el patrón moteado de la superficie [40].

**Ejemplo conceptual:** imágenes digitales de una muestra con patrón aleatorio (izquierda) son procesadas mediante DIC para obtener mapas de desplazamientos/deformaciones (derecha), donde los colores representan la magnitud de la deformación equivalente.

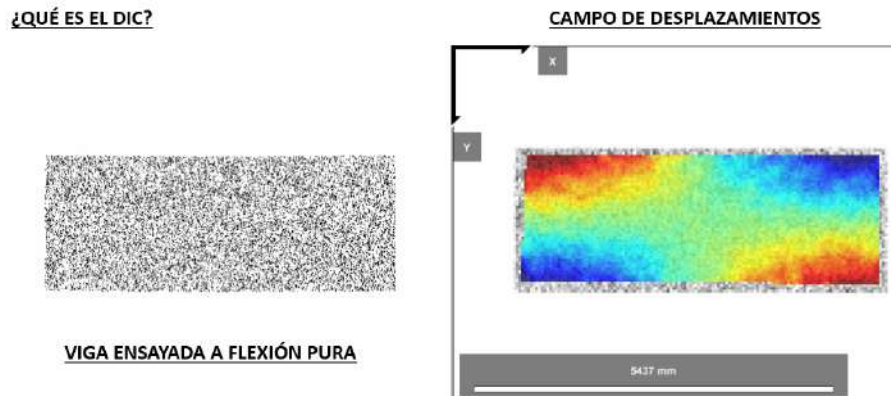


Figura 14: Imagen original vs Imagen con campo de desplazamientos del DIC (Imagen obtenida del software *Ncorr*)

[42]

El objetivo final de la DIC es establecer una correspondencia punto a punto entre las coordenadas de la muestra en la imagen de referencia (estado inicial) y en las imágenes deformadas, para construir campos completos de desplazamiento y deformación [43]. En otras palabras, permite cuantificar el desplazamiento de cada punto de la superficie respecto a su posición original.

A diferencia de las galgas extensiométricas o los LVDT, que solo registran deformación en puntos o ejes concretos, la DIC proporciona mapas de campo completo en las direcciones X e Y (y Z en 3D) [39]. Esto facilita la visualización de concentraciones de deformación mediante contornos, de forma análoga a los resultados de simulaciones por elementos finitos.

Además, la DIC es inherentemente multiescala: puede aplicarse tanto a piezas de tamaño métrico como a muestras microscópicas, siempre que el patrón y la calibración del sistema de imagen sean adecuados para la escala requerida [42]. Otra ventaja clave es su naturaleza no contactante, que evita influir en el comportamiento mecánico de la muestra —a diferencia de los extensómetros de contacto— y garantiza mediciones más fieles [44]. Por estas razones, la DIC se ha consolidado como una herramienta esencial en campos como la ingeniería aeroespacial, la biomecánica, la automoción, los materiales avanzados y, especialmente, en la ingeniería civil.

Cabe destacar que, en términos de confiabilidad, la DIC ha demostrado ser al menos tan precisa como los métodos convencionales de medición (galgas extensiométricas y LVDT), y en muchos casos superior. Estudios recientes muestran que, al ser una técnica sin contacto y capaz de capturar información de campo completo con resolución en el orden de micras, la DIC proporciona mediciones cuantitativas equivalentes o más fiables que las obtenidas mediante sensores de contacto, especialmente en configuraciones experimentales complejas o en presencia de vibraciones [44].

## 6.2. Fundamentos del algoritmo DIC 2D (basado en Ncorr)

El procesamiento típico de DIC en 2D (una sola cámara) se basa en rastrear *subsets* o subconjuntos de píxeles entre la imagen de referencia y la imagen deformada. Cada subset es una ventana cuadrada de la imagen —por ejemplo, de  $20 \times 20$  píxeles— centrada en distintos puntos

de la región de interés. El algoritmo analiza cada subset de la imagen inicial y busca la posición equivalente de ese mismo patrón en la imagen deformada.

Para ello se define una transformación afín de primer orden que mapea las coordenadas del subset en el estado de referencia a las coordenadas tras la deformación [43]. Esta transformación incluye componentes de traslación  $(u, v)$  y gradientes de deformación planar —derivadas parciales  $\partial u/\partial x$ ,  $\partial u/\partial y$ ,  $\partial v/\partial x$  y  $\partial v/\partial y$ — que se asumen constantes dentro de cada subset [39].

En forma simplificada, si  $(x, y)$  son las coordenadas originales de un punto dentro del subset y  $(u, v)$  es el desplazamiento de su centro, la nueva posición  $(x', y')$  puede aproximarse como:

$$x' = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y, \quad (3)$$

$$y' = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y, \quad (4)$$

donde

$$\Delta x = x - x_c, \quad \Delta y = y - y_c$$

son las coordenadas del punto relativas al centro del subset, cuyas coordenadas en la imagen de referencia son  $(x_c, y_c)$ . Estos términos de primer orden permiten capturar tanto el movimiento rígido (traslación) como las deformaciones homogéneas (gradientes constantes) dentro de cada subset.

Para cuantificar qué tan bien un subconjunto deformado virtualmente encaja sobre la imagen actual, se emplea un criterio de correlación que mide la similitud de patrones de intensidad de grises. Los dos criterios más comunes son: (1) la correlación cruzada normalizada y (2) la diferencia cuadrática normalizada (también conocida como suma de cuadrados de diferencias, SSD, normalizada). En términos generales, si  $f(x, y)$  son las intensidades de gris del subset en la imagen de referencia y  $g(x', y')$  las de un subset candidato en la imagen deformada, el coeficiente de correlación normalizado puede expresarse como [39, 43]:

$$C_{CC} = \frac{\sum_{x,y} [f(x, y) - \bar{f}] [g(x', y') - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_{x,y} [f(x, y) - \bar{f}]^2 \sum_{x,y} [g(x', y') - \bar{g}]^2}} \quad (5)$$

mientras que un criterio equivalente es minimizar la suma de diferencias al cuadrado entre intensidades (SSD normalizado):

$$C_{LS} = \frac{\sum_{x,y} [g(x', y') - f(x, y)]^2}{\sum_{x,y} [f(x, y) - \bar{f}]^2} \quad (6)$$

donde  $\bar{f}$  y  $\bar{g}$  son las intensidades medias de cada subset [42]. El primer criterio  $C_{CC}$  es máximo (aproximadamente 1) cuando hay un buen correlato, y el segundo  $C_{LS}$  es mínimo (aproximadamente 0) en ese caso [42]. Importante destacar que ambos incluyen la substracción de la media y normalización por la varianza, lo cual los hace invariantes ante cambios afines de brillo/contraste entre imágenes (por ejemplo, pequeñas variaciones de iluminación o respuesta del sensor). De hecho, se puede demostrar que ambos criterios son matemáticamente equivalentes bajo ciertas condiciones, aunque en la práctica uno u otro pueden ser más convenientes computacionalmente según la implementación [42].

**Búsqueda y optimización:** Encontrar la posición y deformación del subset que maximizan  $C_{CC}$  (o minimizan  $C_{LS}$ ) es un problema de optimización no lineal, ya que las intensidades  $g(x', y')$  dependen de los parámetros de transformación de forma no lineal. Para resolverlo eficientemente, los algoritmos DIC modernos emplean métodos iterativos tipo Gauss-Newton o similares, partiendo de una estimación inicial y refinándola. En el caso de Ncorr, se implementa específicamente el método Gauss-Newton de composición inversa (IC-GN). Este método, basado en la formulación propuesta por Baker y Matthews (2004), se ha mostrado más rápido, robusto y preciso que el enfoque clásico de Newton-Raphson o el esquema aditivo directo en el contexto de DIC [39].

La idea central del IC-GN es aprovechar una re-formulación del problema donde la imagen de referencia se mantiene fija y se actualizan iterativamente los parámetros componiendo pequeñas correcciones (lo cual permite precomputar ciertas derivadas y matrices Hessianas una sola vez, acelerando las iteraciones) [42]. En cada iteración, el algoritmo calcula las derivadas de intensidad (gradientes de imagen) y construye un sistema de ecuaciones lineales aproximado (por expansión de Taylor de primer orden) para actualizar los parámetros de desplazamiento del subset, reduciendo el error de correlación paso a paso. Las iteraciones continúan hasta convergencia (cuando los cambios en los parámetros o en el valor de correlación caen por debajo de un umbral). Gracias a estas técnicas y al uso de interpolación sub-píxel (p.ej. Ncorr emplea interpolación B-spline biquintica de orden 5 para obtener valores de intensidad entre píxeles [42]), el resultado es que DIC puede estimar desplazamientos con precisión del orden de centésimas de píxel.

**Campo de desplazamientos y cálculo de deformaciones:** Repitiendo el procedimiento anterior para una malla de puntos a lo largo de la región de interés (tomando subconjuntos centrados en una cuadrícula densa de posiciones), se obtienen los vectores de desplazamiento  $(u(x, y), v(x, y))$  en todo el campo. Es común que los subconjuntos analizados se superpongan parcialmente para asegurar continuidad espacial de la medida y reducir ruido. El resultado crudo del algoritmo es un campo discreto de desplazamientos en los centros de estos subconjuntos [42]. A partir de allí, existen dos vías para obtener el campo de deformaciones (strain): (1) derivar numéricamente el campo de desplazamientos (por diferencias finitas entre vecinos, o ajustando polinomios locales) para aproximar las componentes de deformación unitaria  $\varepsilon_{ij}$ , o (2) aprovechar directamente los parámetros de deformación obtenidos del subset (en caso de usar transformación afín, los gradientes  $\partial u/\partial x$ , etc., proveen una estimación de la deformación promedio en ese subset). En el régimen de pequeñas deformaciones, las componentes de deformación en 2D se calculan esencialmente como las derivadas espaciales simétricas:  $\varepsilon_{xx} \approx \partial u/\partial x$ ,  $\varepsilon_{yy} \approx \partial v/\partial y$ ,  $\varepsilon_{xy} \approx \frac{1}{2}(\partial u/\partial y + \partial v/\partial x)$ , entre otras [39].

Para deformaciones grandes, se emplean las definiciones lagrangianas no lineales (tensor de Green-Lagrange) que incorporan términos cuadráticos, aunque estos a menudo son despreciables si las deformaciones son menores al 5 % aproximadamente. Una vez calculado, el campo de deformación puede visualizarse en mapas de contorno o utilizarse para extraer valores locales (por ejemplo, deformación máxima en una zona de concentración). En resumen, DIC 2D proporciona como salida los desplazamientos en X y Y de cada punto de la superficie y, derivado de ellos, las deformaciones en cada dirección, todo referido a la configuración de referencia (deformaciones de tipo Lagrangiano) [42].

### 6.3. Diferencias entre DIC 2D y 3D

Aunque el principio básico es similar, existen diferencias clave entre la correlación de imágenes 2D (una cámara) y la 3D (estéreo con dos cámaras):

- **DIC 2D:** Emplea una sola cámara para seguir la deformación en un plano. Es suficiente cuando la superficie de la muestra es plana y permanece prácticamente perpendicular a la cámara durante la prueba, sin experimentar movimientos fuera del plano (en dirección de profundidad), ni rotaciones significativas de la superficie [45]. Bajo estas condiciones (e.g. ensayos de tensión plana, muestras planas que se deforman principalmente en su propio plano), el análisis 2D brinda mediciones precisas de las componentes de desplazamiento en el plano de la imagen (ejes X–Y). Sin embargo, cualquier movimiento out-of-plane de la superficie produce cambios aparentes en la escala o posición del patrón que una sola cámara no puede distinguir de una deformación real, introduciendo error. En otras palabras, DIC 2D no puede medir la componente de desplazamiento perpendicular a la cámara (eje Z) ni deformaciones asociadas a cambios de forma fuera del plano de la imagen [39].
- **DIC 3D:** Utiliza **dos cámaras** (o más) en una configuración estéreo para monitorear simultáneamente la superficie desde distintos ángulos. Esto requiere hardware y software adicionales, pero permite recuperar la forma tridimensional de la superficie y medir desplazamientos en las tres componentes (X, Y y Z) [39, 45]. En un sistema DIC 3D típico, las cámaras se montan convergentes enfocando la zona de interés, y mediante calibración estéreo (ver sección siguiente) se conoce la geometría del arreglo. Durante el análisis, el software busca corresponder el patrón de manchas entre las dos cámaras; al identificar la misma característica de la superficie en ambas imágenes y con la información calibrada de ángulos/distancias, es posible triangular la posición 3D de cada punto [40]. De este modo, además de los desplazamientos en el plano de cada cámara, se calcula el desplazamiento fuera del plano (dirección de profundidad Z) para cada punto.

El resultado final de DIC 3D es una nube de puntos o malla que representa la superficie deformada en coordenadas reales, junto con el campo de desplazamientos tridimensionales. Las deformaciones superficiales (e.g. tensiones principales, strain de von Mises) pueden entonces computarse sobre esta superficie 3D. DIC 3D es imprescindible cuando la muestra experimenta flexión, torsión u otras deformaciones geométricas en las que hay cambios de forma fuera del plano, como en probetas curvadas, componentes no planos, o ensayos donde la alineación no puede garantizarse perfectamente [45]. En resumen, un sistema 3D agrega la capacidad de medir profundidad y movimientos fuera del plano, a costa de una mayor complejidad en la preparación (sincronización de cámaras, calibración) y procesamiento. En muchas aplicaciones prácticas, un sistema 2D es suficiente y más sencillo, pero para capturar el comportamiento real de estructuras tridimensionales (por ejemplo, probetas cilíndricas, componentes con curvatura o ensayos biomecánicos en cuerpos) es necesario recurrir a la correlación 3D.

### 6.4. Calibración estéreo de cámaras para DIC 3D

La calibración de un sistema estéreo DIC es el proceso mediante el cual se determinan los parámetros geométricos de las cámaras necesarias para reconstruir medidas tridimensionales a partir de imágenes 2D. Estos parámetros se dividen en dos grupos: (1) parámetros intrínsecos

de cada cámara (los propios de la cámara y lente, como la distancia focal efectiva, la posición del punto principal en el sensor, el factor de escala de píxeles, y la distorsión óptica del lente) y (2) parámetros extrínsecos que definen la posición y orientación relativa de las cámaras en el espacio (es decir, la transformación rígida que lleva del sistema de coordenadas de una cámara al de la otra, típicamente expresada como una rotación  $3 \times 3$  y un vector de traslación). Con la calibración se busca conocer la relación entre las coordenadas de un punto en el mundo real (3D) y sus proyecciones en los sensores (coordenadas de imagen), para ambas cámaras. En otras palabras, después de calibrar, para cualquier punto detectado en las dos imágenes (izquierda y derecha) se puede determinar mediante triangulación la coordenada espacial ( $X, Y, Z$ ) que tenía ese punto en la escena [40].

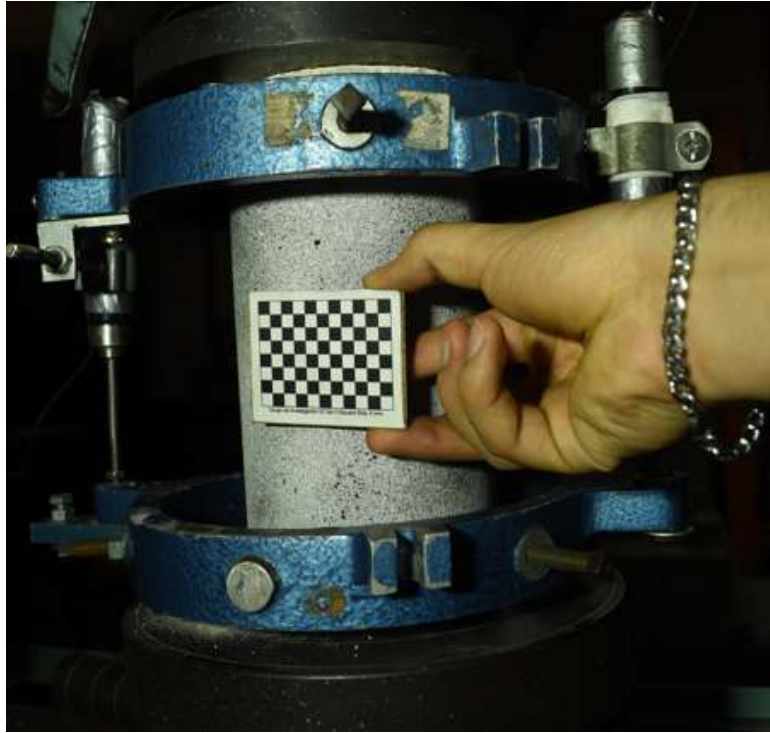


Figura 15: Calibración de imagen mediante patron de tipo ajedrez (Fuente propia)

El procedimiento típico de calibración en DIC 3D implica el uso de un patrón de calibración con características conocidas. Usualmente se emplean patrones planos con marcadores de alto contraste cuyas posiciones relativas son conocidas (por ejemplo, un tablero de ajedrez con cuadrados de tamaño conocido, o una placa con un patrón de puntos). Se toman múltiples imágenes del patrón visto por ambas cámaras en diferentes orientaciones y posiciones dentro del volumen de medida.

Mediante algoritmos de calibración (como el método clásico de Zhang [46] implementado en OpenCV, MATLAB, etc.), se detectan las esquinas o puntos del patrón en cada imagen y se resuelven los parámetros intrínsecos de cada cámara junto con los extrínsecos que optimizan la correspondencia de esos puntos conocidos [46, 47]. Este proceso minimiza el error de reproyección, es decir, la diferencia entre donde el modelo de cámara predice que deberían aparecer los puntos y donde realmente se detectaron en las imágenes. Al finalizar, el calibrador devuelve las matrices intrínsecas (focal, centro, coeficientes de distorsión) y las transformaciones de una cámara a la otra (a menudo expresadas en forma de matriz de rotación  $R$  y vector de traslación  $T$ ).

En un montaje típico de DIC 3D, se colocan dos cámaras enfocando la muestra desde ángulos diferentes, separadas por una base conocida, y frente a ellas se utiliza una placa de calibración antes del ensayo para obtener los parámetros mencionados. Esa placa de calibración contiene un patrón preciso y permite establecer la escala espacial (por ejemplo, mm por píxel) y la posición de cada cámara respecto a la escena [39]. Una vez calibrado el sistema, se puede afirmar que la relación entre las coordenadas de píxel crudas de cada cámara y las coordenadas en el espacio real (en un sistema de coordenadas común) es conocida [40]. Esto es fundamental: con la calibración, un punto observado por ambas cámaras puede localizarse en 3D calculando la intersección de los rayos proyectivos que pasan por cada punto de imagen y el centro óptico de su cámara.

En la práctica, el software DIC utiliza los parámetros calibrados para convertir posiciones de píxeles en cada cámara a líneas de visión en el espacio, y luego encuentra el punto 3D que mejor satisface estar sobre ambas líneas (triangulación). Adicionalmente, suele realizarse una rectificación de las imágenes estéreo tras la calibración: esto consiste en transformar las imágenes de ambas cámaras a un plano común donde sus ejes de imagen queden coplanarios (corrección geométrica), de modo que los puntos correspondientes aparezcan alineados horizontalmente en las dos imágenes. La rectificación facilita el proceso de correlación estéreo porque reduce la búsqueda de correspondencias a lo largo de líneas horizontales epipolares.

Vale destacar que la exactitud de DIC 3D depende fuertemente de la calidad de la calibración. Una calibración cuidadosa (con muchos puntos y vistas del patrón, cubriendo todo el campo visual, y bajos errores de reproyección) permitirá mediciones de desplazamiento y deformación más precisas. Errores de calibración, por el contrario, pueden introducir sesgos en la reconstrucción 3D (por ejemplo, un error del orden de 0.1 % en calibración puede traducirse en errores del mismo orden en las medidas de strain).

Por ello, los sistemas comerciales suelen incluir rutinas de calibración automatizadas y patrones de alta calidad (p. ej., placas con puntos impresos con tolerancias micrométricas). En la literatura se han propuesto métodos para mejorar o simplificar la calibración, desde técnicas de auto-calibración usando la propia muestra con un patrón aleatorio [48], hasta calibraciones volumétricas para grandes campos de visión [49], pero el método de Zhang (patrón planar) sigue siendo el más extendido por su flexibilidad y facilidad de uso.

## 6.5. Método Triangular Cosserat Point en DuoDIC

Al obtener un campo de desplazamientos 3D sobre la superficie de una muestra (por ejemplo, mediante DIC 3D), surge la necesidad de calcular deformaciones superficiales en esa geometría tridimensional. A diferencia del caso 2D plano, donde la deformación puede aproximarse derivando el campo en una malla regular, en 3D la superficie puede ser curva e irregular, con puntos distribuidos no en una cuadrícula sino en una malla. El software DuoDIC (Solav et al., 2022) aborda este problema implementando el llamado método “Triangular Cosserat Point”, que permite computar deformaciones en una superficie 3D discretizada en elementos triangulares.

En este método, se considera cada pequeño triángulo formado por tres puntos adyacentes de la superficie (por ejemplo, tres nodos vecinos de la malla de puntos medida) como un elemento Cosserat triangular. Un Cosserat point element se define como un cuerpo deformable que puede experimentar deformación homogénea (es decir, sus puntos se mueven como un bloque afinmente deformado) [50]. En la práctica, para cada triángulo se toman los vectores posición de sus tres vértices en la configuración de referencia (antes de la deformación) y en la configuración deformada (después de la deformación). A partir de esta información, se calcula el tensor gradiente de deformación  $F$  que lleva el triángulo inicial al triángulo deformado (suponiendo deformación homogénea en el interior del elemento) [51]. Del tensor  $F$  se obtienen a su vez cantidades de deformación de interés de la siguiente manera: se calcula el tensor de Cauchy-Green derecho  $C = F^T F$  y el tensor de Cauchy-Green izquierdo  $B = F F^T$ ; a partir de ellos, se derivan el tensor de deformación de Green-Lagrange  $E = \frac{1}{2}(C - I)$  (medida Lagrangiana, en la configuración inicial) y el tensor de deformación de Euler-Almansi  $e = \frac{1}{2}(I - B^{-1})$  (medida Euleriana, en la configuración deformada) [51]. Estas son medidas finitas de deformación que tienen en cuenta posibles grandes rotaciones del elemento.

Con los tensores de deformación calculados para cada elemento triangular, es posible extraer valores de deformación ingenieriles útiles. Por ejemplo, a partir de  $E$  o  $e$  se obtienen sus valores y direcciones principales, lo que proporciona las deformaciones principales máxima y mínima en ese elemento, así como las direcciones en las que ocurren [51]. También se puede definir una deformación equivalente de von Mises a partir de estos tensores (especialmente útil como medida escalar de la intensidad de deformación), así como la deformación cortante máxima y el cambio de área del elemento (determinante de  $F$  menos uno).

En la implementación de DuoDIC, después de reconstruir la superficie y desplazamientos 3D (pasos previos), se procede a aplicar este cálculo a cada elemento triangular de la malla, obteniendo mapas de deformación sobre la superficie completa. Esto permite visualizar, por ejemplo, las deformaciones de Green-Lagrange principales en la malla 3D de la muestra, representándolas con un código de color sobre cada triángulo, e incluso animar la evolución temporal de dichas deformaciones durante la prueba [51].

El propósito del método de punto Cosserat triangular es proporcionar una estimación robusta y consistente de la deformación en superficies tridimensionales discretizadas. Al asumir deformación homogénea por elemento, se suavizan las fluctuaciones locales debidas a ruido de medición, logrando un cálculo más estable que, por ejemplo, derivar directamente punto a punto los desplazamientos (lo cual puede amplificar ruido, especialmente cuando la malla de puntos no es regular). Además, el enfoque de Cosserat permite manejar de forma natural grandes rotaciones de la superficie: un elemento que rota sin deformarse será tratado correctamente como deformación nula más una rotación rígida, gracias al uso de tensores como  $C$  y  $E$  que distinguen deformación pura de rotación rígida.

Estudios previos en biomecánica han demostrado la efectividad de elementos Cosserat triangulares para capturar movimiento y deformación conjuntamente, reduciendo artefactos debido a movimientos relativos indeseados [50]. En el contexto de DuoDIC, el método TCPE ha sido validado con pruebas de movimiento rígido (donde idealmente la deformación calculada debe ser cero) obteniendo errores de strain del orden de  $10^{-4}$ , lo que indica una alta fidelidad me-

trológica [51].

En resumen, el método Triangular Cosserat Point provee una **forma sistemática de calcular deformaciones en 3D** a partir de los datos que proporciona el DIC, equiparando cada pequeña porción triangular de la superficie a un elemento finito con comportamiento continuo. Esto extiende la capacidad de DIC más allá de la mera medición de desplazamientos, permitiendo obtener resultados de deformación comparables a los que daría una galga extensiométrica o una simulación numérica, pero de manera no invasiva y distribuida en toda la pieza. En combinación con un sistema DIC 3D bien calibrado, técnicas como la implementada en Duo-DIC posibilitan analizar el comportamiento mecánico completo de componentes con geometrías complejas, incluyendo la detección de concentraciones de deformación, modos de falla y otros fenómenos de interés en la ingeniería moderna.

## 6.6. Teorema de Bayes e inferencia bayesiana

El teorema de Bayes es la piedra angular de la inferencia estadística bayesiana. Permite actualizar nuestras creencias sobre parámetros desconocidos combinando la información previa con la evidencia aportada por nuevos datos [52]. Matemáticamente, la regla de Bayes se expresa como:

$$p(\theta | x) = \frac{p(x | \theta) p(\theta)}{p(x)} \quad (7)$$

Donde:

- **$p(\theta)$** : *distribución a priori* del parámetro  $\theta$ . Representa el conocimiento o suposición inicial sobre el valor de  $\theta$  antes de observar los datos. En ingeniería, esto puede basarse en estudios previos, especificaciones de materiales o experiencia del experto.
- **$p(x | \theta)$** : *función de verosimilitud* (likelihood). Es la probabilidad de observar los datos  $x$  dado un valor concreto de  $\theta$ . Describe cuán compatibles son los datos experimentales con cada posible valor de  $\theta$ .
- **$p(\theta | x)$** : *distribución a posteriori*. Es la creencia actualizada sobre  $\theta$  después de incorporar la evidencia de los datos. Combina la información previa ( $p(\theta)$ ) con la verosimilitud de los datos ( $p(x | \theta)$ ).
- **$p(x)$** : *evidencia* o *probabilidad marginal* de los datos. Actúa como factor de normalización para asegurar que  $p(\theta | x)$  sume 1. Se calcula integrando la verosimilitud ponderada por la a priori sobre todos los  $\theta$  [52, 53]:

$$p(x) = \int p(x | \theta) p(\theta) d\theta.$$

En palabras simples, la distribución a priori resume las creencias iniciales acerca del parámetro antes de ver datos, mientras que la verosimilitud cuantifica la compatibilidad de los datos observados con cada posible valor del parámetro. Al combinar la a priori con la información proveniente de los datos mediante el teorema de Bayes, se obtiene la distribución posterior, que refleja el nuevo grado de creencia sobre el valor del parámetro tras considerar la evidencia.

Esta distribución posterior describe explícitamente la incertidumbre que permanece sobre el parámetro de interés una vez analizados los datos [54]. A diferencia de la inferencia clásica (frecuentista), donde típicamente se obtiene un único estimado puntual, la inferencia bayesiana produce una distribución de probabilidad para el parámetro. Esto significa que el valor del parámetro ya no se considera fijo desconocido, sino que se representa como un conjunto de valores posibles, cada uno con cierta probabilidad asociada [55]. En otras palabras, la inferencia bayesiana permite representar la incertidumbre en los parámetros a través de distribuciones de probabilidad en lugar de solo estimaciones puntuales.

### 6.6.1. Objetivos de la inferencia bayesiana

En el contexto de un trabajo de ingeniería, la inferencia bayesiana puede utilizarse para estimar parámetros de modelos, realizar predicciones y comparar modelos. En particular, para el ajuste de parámetros con incertidumbre, el enfoque bayesiano ofrece una herramienta poderosa. Se especifica una distribución a priori para cada parámetro del modelo (por ejemplo, propiedades mecánicas cuyo valor inicial se basa en estudios previos o juicio de expertos) y luego, dado un conjunto de datos experimentales, se calcula la distribución a posteriori de dichos parámetros.

De este modo, en lugar de obtener solo un valor único de mejor ajuste, se obtiene una distribución posterior para cada parámetro, de la cual se pueden extraer estimaciones puntuales (como la media o el máximo a posteriori) junto con intervalos de credibilidad que cuantifican la incertidumbre restante. . Esto es sumamente útil en ingeniería, ya que permite incorporar explícitamente la variabilidad e incertidumbre de los parámetros en las predicciones del modelo, conduciendo a diseños y conclusiones más robustas ante las posibles variaciones de los datos.

### 6.6.2. Cadenas de Markov y muestreo Monte Carlo (MCMC)

En muchos problemas complejos, la distribución posterior resultante del análisis bayesiano no tiene una forma matemática simple y no se puede obtener una expresión analítica para ella. Aquí es donde intervienen las técnicas de muestreo aleatorio, en particular los métodos de Cadena de Markov Monte Carlo (MCMC, por sus siglas en inglés). Para entender MCMC, conviene desglosar sus componentes:

- **Cadenas de Markov:** una cadena de Markov es un tipo de proceso estocástico donde el estado futuro depende únicamente del estado presente, y no de la secuencia de eventos pasados (propiedad de “memoria limitada”) [56]. En términos sencillos, se trata de una secuencia de muestras aleatorias generadas de tal forma que cada nueva muestra se basa en la anterior según una regla de transición, sin importar cómo se llegó al estado actual. Esta propiedad asegura que, tras un número suficiente de pasos, la cadena puede “olvidar” su estado inicial y aproximar distribuciones de probabilidad objetivo bajo ciertas condiciones (ergodicidad y propiedad de Markov).
- **Muestreo Monte Carlo:** el término Monte Carlo se refiere a métodos que emplean simulación aleatoria repetitiva para estimar valores o distribuir resultados de un sistema. Muestreo Monte Carlo implica extraer muestras aleatorias de las distribuciones de probabilidad relevantes y repetir este proceso muchas veces para simular una gran cantidad de escenarios posibles [57].

Al promediar o analizar estas muestras, es posible aproximar características de la distribución (por ejemplo, estimar integrales, medias, varianzas o cuantiles) con la precisión deseada. En resumen, las técnicas de Monte Carlo aprovechan el azar para resolver problemas numéricos complejos, especialmente útiles en estadística e ingeniería cuando métodos deterministas serían inviables.

- **Métodos de Cadena de Markov Monte Carlo (MCMC):** combinan ambos conceptos anteriores. En lugar de muestrear directamente de la distribución posterior (lo cual suele ser difícil cuando es compleja o de alta dimensión), se construye una cadena de Markov cuya distribución estacionaria sea precisamente la posterior deseada.

Mediante algoritmos MCMC (como Metropolis-Hastings o Gibbs sampling, entre otros), la cadena de Markov genera una secuencia de muestras que, tras un periodo inicial de quemado (burn-in), pueden considerarse realizaciones aleatorias de la distribución posterior buscada. Es decir, MCMC nos permite obtener muestras aleatorias de la distribución posterior cuando no podemos simularla de forma directa [52]. Estas muestras pueden usarse para calcular estimaciones y cuantificar la incertidumbre de los parámetros del modelo: por ejemplo, podemos estimar la media posterior de un parámetro, su desviación estándar, o construir intervalos creíbles para él a partir del percentil 2.5 % y 97.5 % de las muestras obtenidas.

En términos prácticos, MCMC es una herramienta computacional esencial para aplicar la inferencia bayesiana en problemas de ingeniería, ya que permite ajustar modelos complejos incorporando incertidumbres. Los algoritmos MCMC generan tantas muestras de la distribución posterior como sea necesario para aproximar su forma completa y extraer información útil de ella. Esto resulta vital en el ajuste de parámetros con incertidumbre, pues proporciona una visión completa de las posibles combinaciones de valores paramétricos compatibles con los datos y sus respectivas probabilidades.

## 6.7. Norma ASTM C469 y método vectorial (módulo de elasticidad del concreto)

La norma ASTM C469 (en su versión más reciente ASTM C469/C469M) es un estándar internacional que establece el método de ensayo para determinar el módulo de elasticidad estático (módulo de Young) y la relación de Poisson de especímenes cilíndricos de concreto sometidos a compresión. En otras palabras, describe cómo preparar y ensayar cilindros de concreto (u obtenciones de núcleo perforado) bajo carga de compresión uniaxial para medir la deformación resultante tanto en dirección axial como lateral, con el fin de calcular estos parámetros mecánicos fundamentales.

### 6.7.1. Propósito y alcance

La principal finalidad de la ASTM-C469 es cuantificar la rigidez del concreto (mediante el módulo de elasticidad) y su tendencia a deformarse lateralmente cuando se comprime (mediante la relación de Poisson), dentro del rango elástico de trabajo usual de este material. La norma indica que los valores medidos son aplicables típicamente hasta aproximadamente el 40 % de la resistencia última del concreto, que es el rango de esfuerzos de servicio habitual en estructuras (por debajo del régimen donde el material comienza a no recuperarse de las deformaciones).

Esto asegura que el módulo determinado refleja el comportamiento elástico lineal del concreto en condiciones normales de uso, antes de que ocurran daños o no linealidades significativas.

### 6.7.2. Determinación del módulo de elasticidad método ASTM C469

La norma ASTM C469 define el módulo de elasticidad estático del concreto como un *módulo de cuerda* obtenido a partir de la curva esfuerzo–deformación del ensayo de compresión. Para ello, se seleccionan dos puntos en la región lineal inicial de la curva:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= 50 \times 10^{-6} \quad (50 \text{ microdeformaciones}), & S_1 &= \text{esfuerzo asociado a } \varepsilon_1, \\ S_2 &= 0,40 f'_c \quad (40 \% \text{ de la resistencia última}), & \varepsilon_2 &= \text{deformación medida bajo } S_2.\end{aligned}$$

$$E = \frac{S_2 - S_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = \frac{S_2 - S_1}{\varepsilon_2 - 0,000050} \quad (8)$$

En la práctica, dado que  $\varepsilon_1$  es muy pequeño,  $S_1$  resulta casi cero, por lo que a menudo se aproxima

$$E \approx \frac{S_2}{\varepsilon_2}.$$

A continuación se puede ver una ilustración grafica de una curva esfuerzo-deformación del concreto de donde se extraen dichos datos de la ecuación para calcular el modulo de elasticidad.

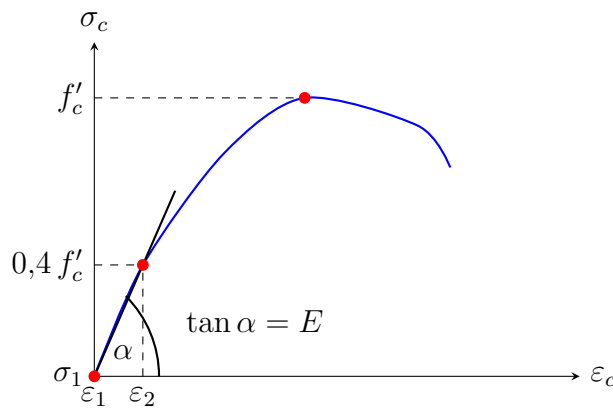


Figura 16: Curva esfuerzo–deformación de un cilindro de concreto según ASTM-C469, mostrando la línea secante extendida entre  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ .

### 6.7.3. Determinación del módulo de elasticidad método vectorial

El método vectorial aprovecha *todas* las lecturas de esfuerzo–deformación dentro de la región puramente lineal (hasta un esfuerzo igual a  $0,4 f'_c$ ). En otras palabras:

- Se identifican los dos puntos  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  y  $(\varepsilon_2, \sigma_2)$  en la curva tensión–deformación, donde  $\varepsilon_2$  corresponde al valor en que  $\sigma_2 = 0,4 f'_c$ .
- Luego, se toman *todos* los pares  $\{\varepsilon_i, \sigma_i\}$  tales que  $0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_2$ .
- Finalmente, el módulo de elasticidad se calcula mediante el ajuste bayesiano utilizando todos estos datos como datos de entrada.

Gráficamente, y en base a la Figura 16, la zona lineal va desde  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  hasta  $(\varepsilon_2, \sigma_2)$  tal como se ve a continuación, se tomán todos los pares de esfuerzo-deformación en la zona lineal.

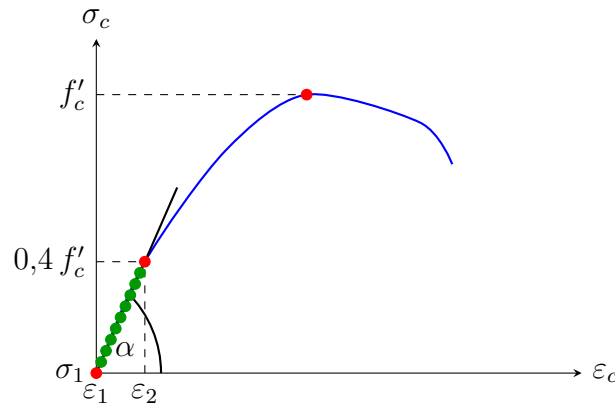


Figura 17: Curva esfuerzo-deformación de un cilindro de concreto según para el método tipo vector

#### 6.7.4. Comparación rápida

- **ASTM C469:** solo dos puntos  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ . Muy fácil de implementar, pero descarta información intermedia.
- **Vectorial:** usa  $\{(\varepsilon_i, \sigma_i)\}_{i=1}^{N_{\text{lineal}}}$  en la fase inicial. Reduce varianza, pero exige definir cuál es la región elástica lineal de antemano.
- **Impacto en el ajuste bayesiano:**
  - Con ASTM C469, la likelihood incorpora solo dos pares  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  y  $(\varepsilon_2, \sigma_2)$ , lo que genera mayor incertidumbre en el estimador de  $E$ .
  - Con el método vectorial, la likelihood usa todas las mediciones en la fase elástica, produciendo una distribución posterior de  $E$  con menor dispersión (como se verá en la sección de resultados).

## 6.8. Normativa para ensayos en barras de acero

Además de la ASTM C469 para concreto, existen normas específicas que definen cómo medir el módulo de elasticidad en barras de acero, tanto en ensayos monotónicos como en cíclicos. Entre las más relevantes para ensayos en acero estructural se encuentran:

### 6.8.1. ASTM E8/E8M – Ensayo de tracción de metales

La norma ASTM E8/E8M establece el método de ensayo para determinar propiedades mecánicas (incluido el módulo de elasticidad) de metales sometidos a tracción uniaxial. Su alcance abarca:

- Preparación de probetas normalizadas (sección y extremos).
- Aplicación de carga de tracción a velocidad constante, registrando esfuerzo y deformación.

- Cálculo del módulo de elasticidad  $E$  a partir de la pendiente inicial de la curva esfuerzo–deformación, en la región puramente elástica ( $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$  para  $\varepsilon$  típicamente entre 0.0005 y 0.002).

Concretamente, la pendiente inicial se obtiene ajustando una recta a los primeros puntos de la curva esfuerzo–deformación, evitando los rangos donde aparezcan asentamientos o rigideces iniciales no representativas.

La norma ASTM E8/E8M define el módulo de elasticidad  $E$  en la región lineal de la curva esfuerzo–deformación de un ensayo de tracción uniaxial, de la siguiente manera:

1. Obtener dos lecturas  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  y  $(\varepsilon_2, \sigma_2)$  dentro del intervalo de deformación unitaria  $[0,0005, 0,002]$ , asegurando que el material permanezca en su fase puramente elástica.

2. Calcular

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (9)$$

### 6.8.2. ASTM A370 – Ensayo mecánico de productos laminados de acero

La ASTM A370 complementa a la E8/E8M para productos de acero. Define:

- Ajustes en geometría de probetas para diferentes tipos de productos (barras, vigas, planchas).
- Requisitos de instrumentación (extensómetros, LVDT, galgas de alta precisión).
- Velocidades de ensayo y condiciones ambientales (temperatura, humedad).

Aunque la A370 no provee reglas específicas para ensayos cíclicos, su referencia a la E8/E8M y sus accesorios (extensómetros, calibración de galgas) permiten extender su validez a ensayos reversibles, en los que solo cambia la forma de adquisición de datos (por ejemplo, registrar ciclos completos de tensión–compresión).

### 6.8.3. ASTM E606/E606M – Pruebas de fatiga en metales

Para ensayos cíclicos controlados en acero, la norma ASTM E606/E606M establece:

- Procedimientos de ensayo de fatiga en prueba de tracción cíclica, indicando cómo registrar las deformaciones unitaria en cada ciclo.
- Criterios para determinar ciclos a falla y construir curvas S–N (esfuerzo vs. número de ciclos).
- Medición del módulo elástico bajo diversas frecuencias de ensayo, ya que puede variar ligeramente según la amplitud y frecuencia del ciclo.

## 6.9. Modelos heteroscedásticos

En muchos ensayos experimentales, la varianza de los errores de medición no permanece constante a lo largo del rango de observación, sino que varía en función del nivel de señal o de la magnitud de la deformación. Esta característica se conoce como *heteroscedasticidad*.

A continuación se detalla su definición, sus implicaciones y su relación con las mediciones por DIC.

### 6.9.1. Definición de heteroscedasticidad

Un modelo estadístico es *homoscedástico* cuando su término de error  $\varepsilon_i$  posee varianza constante:

$$\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad \sigma^2 = \text{constante} \quad \forall i. \quad (10)$$

En cambio, un modelo es *heteroscedástico* si la varianza del término de error depende de alguna variable explicativa (por ejemplo, la deformación  $\varepsilon$  misma):

$$\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2), \quad \sigma_i^2 = g(x_i) \quad \text{para alguna función } g, \quad (11)$$

donde  $x_i$  puede ser la deformación medida, el esfuerzo aplicado, o cualquier otra variable cuyo nivel afecte la incertidumbre.

### 6.9.2. Heteroscedasticidad en DIC

En el caso de la Correlación Digital de Imágenes (DIC), la dispersión de las mediciones de deformación suele aumentar conforme crece el nivel de deformación de la muestra. Esto se debe a factores como:

- **Menor contraste y mayor distorsión:** A medida que la superficie se deforma en zonas con grandes gradientes de desplazamiento, los patrones de puntos se estiran o giran, dificultando la correlación precisa y generando mayor ruido.
- **Iluminación no uniforme y curvatura superficial:** Conforme la muestra experimenta estricciones localizadas, las condiciones de iluminación cambian de manera no lineal, introduciendo errores adicionales en regiones de alta deformación.
- **Resolución limitada del sensor:** Al incrementarse la magnitud de deformación, el sistema DIC puede alcanzar su límite de resolución espacial o temporal, lo que produce una varianza creciente en los datos de deformación.

En un experimento de compresión de un cilindro de concreto, al comparar la nube de puntos de deformación obtenida por DIC en distintos instantes, se observa que:

$$\text{Var}[\varepsilon_{\text{DIC}} \mid \sigma_c] = h(\sigma_c),$$

donde  $\sigma_c$  es el esfuerzo aplicado al cilindro y  $h$  es una función creciente (p. ej., proporcional a  $\sigma_c^2$  o a algún polinomio de grado mayor). Ese comportamiento contrasta con los datos de LVDT o galgas extensométricas, cuya varianza  $\text{Var}[\varepsilon_{\text{LVDT}}]$  o  $\text{Var}[\varepsilon_{\text{galga}}]$  se mantiene aproximadamente constante en toda la fase lineal (homoscedasticidad).

### 6.9.3. Modelos heteroscedásticos aplicados

Para incorporar heteroscedasticidad en el ajuste bayesiano o en un modelo de regresión, se suele asumir una varianza que depende de la deformación  $\varepsilon$  o del nivel de esfuerzo  $f$ . Algunos enfoques comunes son:

1. **Modelado polinomial de la varianza:**

$$\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_0^2 + \sigma_1^2 \varepsilon_i^2),$$

donde  $\sigma_0$  capta el ruido base y  $\sigma_1$  la parte proporcional al nivel de deformación.

2. **Modelado logarítmico:**

$$\ln(\sigma_i^2) = \alpha + \beta \varepsilon_i,$$

de modo que la varianza cambia exponencialmente con  $\varepsilon_i$ .

3. **Kernel o proceso gaussiano heteroscedástico:** Se asume un proceso gaussiano para la media  $E(\varepsilon)$  y otro para la varianza  $\sigma^2(\varepsilon)$ , con covarianza dependiente de la distancia en  $\varepsilon$ . Este enfoque es más flexible pero computacionalmente costoso.

## 6.9.4. Implicaciones prácticas

- Al usar DIC en ensayos de compresión, es fundamental reconocer que la incertidumbre aumenta con el nivel de deformación. Aplicar un modelo homoscedástico (varianza constante) subestima la incertidumbre en las regiones de mayor deformación, lo que puede sesgar la estimación del módulo de elasticidad  $E$ .
- Para ajustar curvas esfuerzo–deformación con datos DIC, se recomienda emplear una verosimilitud adaptada a heteroscedasticidad, por ejemplo:

$$f_i \mid E, \sigma_0, \sigma_1 \sim \mathcal{N}(E \varepsilon_i, \sigma_0^2 + \sigma_1^2 \varepsilon_i^2).$$

De esta forma, se asigna mayor incertidumbre a los datos de altas deformaciones y se evita sobreajustar la fase plástica o de no linealidad.

- En el ajuste bayesiano, es posible incluir  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  como parámetros a inferir, añadiendo una capa adicional de realismo al modelo y mejorando la confianza en los intervalos de credibilidad para  $E$ .
- Asimismo, al comparar sensores, LVDT y galgas tenderán a presentar varianza casi constante (homoscedasticidad), mientras que DIC mostrará varianza creciente (heteroscedasticidad), lo cual justifica el uso de distintas funciones de verosimilitud en cada caso.

Con lo anterior, se sientan las bases teóricas para entender por qué la DIC requiere un tratamiento estadístico más sofisticado que simplemente asumir varianza constante, y cómo los modelos heteroscedásticos permiten capturar la creciente dispersión en las mediciones a medida que aumenta la deformación.

## 7. Montaje experimental

### 7.1. Tipo de estudio

Este trabajo corresponde a un estudio **mixto, exploratorio–explicativo**.

- **Exploratorio:** Dado que no existen investigaciones específicas sobre la cuantificación de incertidumbre en el concreto y el acero en el contexto colombiano, se analizan estudios previos relacionados, como “*Cuantificación de la incertidumbre de masas de concreto heterogéneas en macroescala*” [35] y el cálculo de incertidumbres en concreto liviano [36]. Se buscará cuantificar la incertidumbre presente en las propiedades mecánicas del concreto y acero a partir de ensayos de compresión y tracción, y se cuantificará su variabilidad usando diferentes técnicas de medición (galgas, LVDT y DIC).
- **Explicativo:** Se busca describir los procesos normativos y metodológicos existentes (NSR-10, ACI-318, ASTM C-469, método vectorial) y aplicar métodos estadístico-probabilísticos (Monte Carlo, MCMC bayesiano) para caracterizar la incertidumbre. La fase explicativa integra las herramientas digitales y algoritmos de inferencia bayesiana para modelar cómo las variaciones de entrada influyen en las respuestas mecánicas, comparando resultados con los estándares normativos.

En conjunto, este enfoque mixto permite tanto *explorar* la magnitud de la incertidumbre en los materiales ensayados como *explicar* sus fuentes y comportamientos mediante modelos estadísticos y normativos.

### 7.2. Actividades

Las actividades a realizar se han dividido principalmente en tres fases, cada una de estas fases estará compuesta por el conjunto de actividades relacionadas a cada uno de los objetivos específicos a realizar en este proyecto, es decir, que cada una de las fases corresponde a un objetivo específico respectivo.

#### 7.2.1. Fase 1

Esta fase consiste en la **preparación y desarrollo de ensayos** del proyecto, es donde se resuelven los problemas base previos a la realización de los ensayos por medio de los cuales fue posible hallar las propiedades mecánicas de los materiales a estudiar y posteriormente cuantificar sus respectivas incertidumbres. Las actividades realizadas en esta fase son las siguientes:

- **Elaboración de algoritmo para estimar el tamaño de punto óptimo en DIC:** Se realizó un algoritmo en softwares como Matlab o Python que automaticen el cálculo del tamaño del punto para distintas configuraciones de ensayo, de esta manera se espera obtener mejores resultados, disminuyendo el ruido y poder medir la deformación unitaria de dichos materiales. En esta parte del del proyecto se tuvo que realizar una investigación en la literatura para determinar cual era el tamaño de punto optimo por lo cual, el presente

trabajo se basó principalmente en los dos siguientes artículos: *A Good Practices Guide for Digital Image Correlation* por [37] y *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications* por [38] los cuales indican que el tamaño de punto óptimo en la imagen digital debe estar en el rango de 3 a 5 píxeles tal que cada tamaño de subárea o mejor conocido como "subset size" sea de 20 píxeles de diámetro y contenga al menos 5 puntos.

A continuación se comparte el código programado en el lenguaje de programación *Matlab* el cual calcula el tamaño de punto óptimo en escala real, es decir, el tamaño real de cada punto sobre el objeto. Teniendo en cuenta variables como la resolución de las imágenes tomadas (ancho y alto de la imagen en píxeles), distancia focal del lente, distancia entre el lente y el objeto, el ancho del sensor de la cámara, el alto del sensor de la misma y el tamaño de punto deseado en píxeles que este caso fue de 5.

---

**Algorithm 1** Cálculo del tamaño óptimo del punto físico para DIC
 

---

**Require:** *ancho\_imagen\_px, alto\_imagen\_px*      ▷ Dimensiones de la imagen en píxeles

**Require:** *distancia\_focal\_mm*      ▷ Distancia focal de la lente (mm)

**Require:** *distancia\_objeto\_mm*      ▷ Distancia lente–objeto (mm)

**Require:** *ancho\_sensor\_mm, alto\_sensor\_mm*      ▷ Dimensiones del sensor (mm)

**Require:** *tamano\_punto\_px*      ▷ Tamaño deseado del subset en píxeles

**Ensure:** *tamano\_punto\_mm*      ▷ Tamaño óptimo del subset en mm

- 1:  $FOV\_ancho\_mm \leftarrow \frac{ancho\_sensor\_mm \times distancia\_objeto\_mm}{distancia\_focal\_mm}$
- 2:  $FOV\_alto\_mm \leftarrow \frac{alto\_sensor\_mm \times distancia\_objeto\_mm}{distancia\_focal\_mm}$
- 3:  $mm\_por\_pixel\_ancho \leftarrow \frac{FOV\_ancho\_mm}{ancho\_imagen\_px}$
- 4:  $mm\_por\_pixel\_alto \leftarrow \frac{FOV\_alto\_mm}{alto\_imagen\_px}$
- 5:  $mm\_por\_pixel \leftarrow \frac{mm\_por\_pixel\_ancho + mm\_por\_pixel\_alto}{2}$
- 6:  $tamano\_punto\_mm \leftarrow tamano\_punto\_px \times mm\_por\_pixel$
- 7: **return** *tamano\_punto\_mm*

---

- **Elaboración del montaje para realizar pruebas a compresión de cilindros de concreto y tracción de barras de acero de refuerzo:** En esta sección se explica el procedimiento seguido para el desarrollo de los montajes experimentales utilizados en esta investigación. El programa experimental contempló la instrumentación con **DIC**, **LVDT** y **galgas extensiométricas** en un cilindro de concreto sometido a compresión, así como la instrumentación con **LVDT** en una barra de acero ensayada bajo carga cíclica de tracción y compresión.

En el caso del concreto, se realizaron aproximadamente **11 ensayos de cilindros**, en los cuales se presentaron múltiples inconvenientes técnicos durante la etapa inicial. Estos incluyeron fallas en la calibración del sistema de cámaras, problemas en el enfoque de los lentes y pérdida de datos debido a la desconexión de equipos de adquisición. Tras los ajustes y mejoras implementadas, se lograron obtener resultados consistentes en los últimos **5 cilindros ensayados**. De estos, los resultados reportados en este trabajo corresponden al **cilindro con las lecturas más estables y coherentes en todos sus sensores**, garantizando así la validez de la información empleada para los ajustes bayesianos.

En cuanto al acero, se trabajó con datos experimentales provenientes de un **ensayo cíclico de tracción-compresión** realizado previamente por el profesor Julián Carrillo y colaboradores [58]. Dicho ensayo corresponde a la **barra número 3 del proveedor A**, con una **relación de esbeltez**  $L/D = 16$ , perteneciente a un programa experimental que evaluó 60 barras corrugadas de diámetros reducidos bajo cargas cíclicas. En este caso, únicamente se contó con instrumentación por medio de LVDT, lo que impidió comparar de manera directa con otros sensores. No obstante, la aplicación de la **metodología bayesiana** a estos datos permitió enriquecer la caracterización probabilística de las propiedades mecánicas del acero, en particular del modelo constitutivo **Steel103** de OpenSees, incorporando técnicas estadísticas avanzadas basadas en cadenas de Markov de Monte Carlo (MCMC).

De esta manera, tanto para el concreto como para el acero, se estableció un marco metodológico robusto que combina protocolos experimentales tradicionales con **ajustes bayesianos**, logrando cuantificar de manera más realista la incertidumbre asociada a las propiedades mecánicas de los materiales.

**En primer lugar, se abordará el ensayo de un cilindro de concreto a compresión** utilizando los métodos de adquisición de datos mencionados. Este procedimiento incluye los siguientes pasos:

1. **Preparación de la mezcla de concreto:** Se debe preparar la mezcla del concreto y verterla en moldes cilíndricos, procurando que la superficie interior de los moldes sea homogénea y lisa. Esto garantizará una superficie óptima para la aplicación de la técnica de DIC y la colocación precisa de las galgas extensiométricas. **Cabe mencionar que para estos ensayos se utilizaron relaciones de probetas cilíndricas con una altura de 20 centímetros y un diámetro de 10 centímetros tal como lo indica la norma ASTM-C469.**



Figura 18: Preparación de muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia.

2. **Fabricación de las muestras:** Una vez endurecido el concreto, las muestras cilíndricas se extraen del molde y se inspeccionan para identificar irregularidades o defectos en la superficie.



Figura 19: Muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia.

3. **Capinado o refrentado de los cilindros de concreto con azufre:** El capinado o refrentado de los cilindros de concreto es un paso crucial para asegurar que las cargas aplicadas durante el ensayo de compresión se distribuyan uniformemente en las superficies superior e inferior del cilindro. Este procedimiento reduce irregularidades en las caras del cilindro y garantiza una transferencia de carga precisa y uniforme, minimizando concentraciones de estrés que puedan afectar los resultados.



Figura 20: Capinado de muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia.

4. **Instrumentación del cilindro con galga extensiométrica:** Se utiliza una galga extensiométrica específica para concreto (generalmente de 9 cm de longitud) y se coloca en una región de la superficie del cilindro que no contenga agujeros o defectos. Es importante lijar previamente esta zona para asegurar una adhesión adecuada. La galga debe colocarse en la cara opuesta a las cámaras de DIC para evitar interferencias visuales.

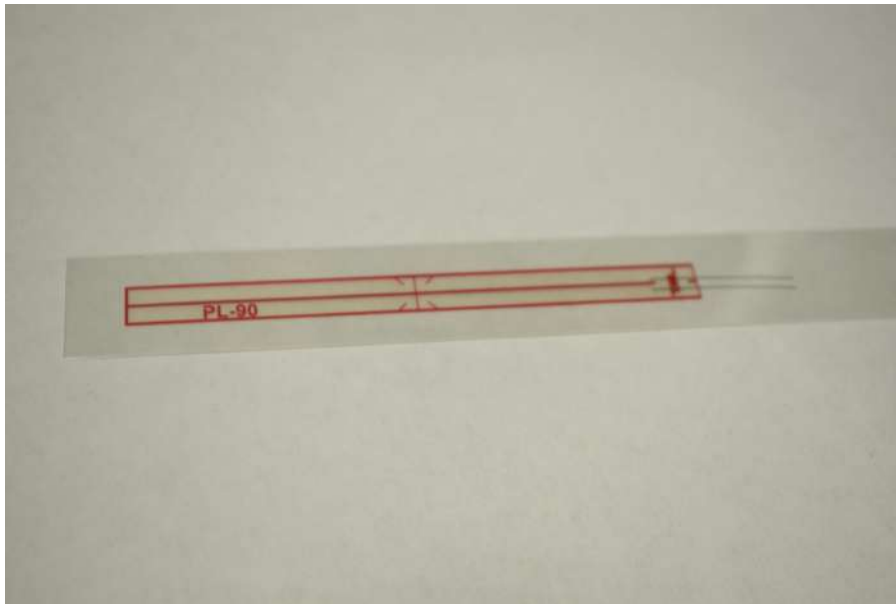


Figura 21: Galga extensiométrica para muestras cilíndricas de concreto. Fuente: Elaboración propia.

5. **Pegar la galga extensiométrica:** Una vez seleccionada la zona adecuada en la superficie del cilindro (libre de defectos y previamente lijada), se debe utilizar un adhesivo adecuado para fijar la galga extensiométrica. Generalmente, se recomienda un adhesivo epóxico de alta resistencia, diseñado específicamente para concreto y compatible con galgas extensiométricas. Este tipo de adhesivo garantiza una unión fuerte y una transferencia precisa de las deformaciones del material a la galga. Es importante seguir las instrucciones del fabricante del adhesivo, ya que algunos requieren tiempos específicos de curado, presiones aplicadas durante el pegado o temperaturas controladas para obtener un desempeño óptimo.
6. **Protección de la galga extensiométrica:** Para proteger la galga, se cubre con una cinta adecuada (como cinta de enmascarar). Este paso es crucial para prevenir daños durante el ensayo, como se muestra en la Figura 22.



Figura 22: Instrumentación del cilindro con galga extensiométrica para concreto

7. **Aplicación del patrón de puntos con spray para el DIC:** La técnica de Correlación Digital de Imágenes (DIC) requiere que la superficie del cilindro de concreto esté preparada con un patrón de puntos de contraste que facilite el seguimiento del movimiento de la superficie durante la compresión. Este patrón puede aplicarse utilizando dos métodos principales:

**a. Patrón aplicado con aerosol:** Se debe seleccionar un aerosol de pintura en color contrastante, típicamente de color negro mate con el fin de que la luz no refleje en dichos puntos. Luego, comenzar pintando la superficie del cilindro con una base uniforme de color blanco, se prefiere utilizar pintura en agua. Esto proporcionará un fondo homogéneo para el patrón de puntos. Una vez seca la base, utilizar el aerosol negro para aplicar puntos aleatorios sobre la superficie. Los puntos deben ser distribuidos de manera aleatoria, cubriendo toda el área de interés sin formar patrones repetitivos o líneas continuas.



Figura 23: Patrón de puntos aplicado con aerosol

**b. Patrón aplicado con compresor de aire:** Primero, utilizar un compresor de aire equipado con una pistola de pintura para una aplicación más controlada. Posteriormente, preparar una pintura líquida diluida (de color negro preferiblemente) para generar puntos precisos y de tamaños variados. Antes de esto, aplicar una base blanca homogénea sobre la superficie del cilindro. Una vez seca, utilizar la pistola de pintura para rociar puntos negros aleatoriamente. Procurar ajustar la presión del compresor para controlar el tamaño de los puntos, asegurando un contraste óptimo para el análisis con DIC.



Figura 24: Patrón de puntos aplicado con pistola de aire

**Consideraciones para ambos métodos:** Los puntos deben tener un tamaño suficiente para ser reconocidos por el sistema de cámaras de DIC, generalmente entre 1 y 5 mm, dependiendo de la resolución de las cámaras y la distancia de enfoque. De hecho, como ya se mencionó anteriormente se debe procurar cumplir el criterio de que el tamaño de punto en píxeles ya visto en la fotografía esté entre los 3 a 5 píxeles. Además, evitar en la medida de lo posible, la superposición de puntos y asegurar que el área de interés esté completamente cubierta. Por último, verificar visualmente, o mediante un software de previsualización, que el patrón cumple con los requisitos del sistema de DIC antes de proceder con el ensayo.

Este paso es crucial para garantizar la calidad de los datos obtenidos mediante la técnica DIC, ya que el contraste y la distribución del patrón afectan directamente la capacidad del software para rastrear las deformaciones superficiales.

8. **Implementación de anillos y LVDTs en el cilindro:** En este apartado se describe el procedimiento para la instalación de LVDTs (Transductores de Desplazamiento Lineal Variable) en un cilindro de concreto, siguiendo lo recomendado por la norma ASTM C469, que sugiere usar dos LVDTs longitudinales para medir deformaciones axiales y un LVDT transversal para la relación de Poisson. Este método garantiza lecturas precisas y completas de las deformaciones en el ensayo de compresión. Debido a que el objetivo de este ensayo era simplemente medir las deformaciones longitudinales no se instaló el tercer LVDT para medir la relación de Poisson.

*a)* **Diseño de los anillos metálicos:**

- Utilizar anillos rígidos (acero o aluminio) cuyo diámetro interior sea ligeramente mayor que el diámetro del cilindro, de modo que queden ceñidos sin interferir con la prueba.
- Incluir ranuras o puntos de fijación para los soportes de los LVDTs.
- Cada anillo debe colocarse unos  $\approx 5$  cm por debajo del borde superior e inferior del cilindro, respectivamente, para evitar interferencia con las mordazas

de la prensa.

**b) Fijación de los anillos al cilindro:**

- Colocar el primer anillo cerca de la cara superior, a unos 5 cm del extremo, asegurándose de que no quede bajo la superficie de carga.
- Alinear y fijar el segundo anillo de igual manera, a 5 cm de la cara inferior, de modo que ambos queden perfectamente coaxiales.
- Emplear abrazaderas o adhesivos no intrusivos (como cintas de doble cara o epoxis de baja expansión) que no comprometan la integridad del concreto. Para el caso de este ensayo se utilizaron tornillos separados a 120 grados cada uno. Estos se sujetaron al concreto de manera moderada permitiendo una correcta adhesión de los anillos con el concreto sin comprometer tampoco la integridad del mismo.

**c) Ubicación de los LVDTs longitudinales:**

- Instalar dos LVDTs en posición longitudinal, enfrentados uno frente al otro sobre los anillos, cuidando que sus brazos rozantes queden alineados con el eje central del cilindro.
- Ajustar cada LVDT de modo que, en la condición inicial ( $\sigma = 0$ ), su salida en voltaje esté aproximadamente en la mitad de su rango (valor cercano a 0 V). Así se captura tanto acortamiento como cualquier desplazamiento inverso sin saturar la señal.
- Conectar ambos LVDTs al sistema de adquisición de datos y verificar que sus lecturas en reposo coincidan o difieran por menos de 0,01 mm.
- El uso de dos LVDTs longitudinales permite promediar las lecturas y compensar cualquier pequeña inclinación o rotación del cilindro durante la compresión, reduciendo el error de medición en la deformación axial.

**d) Soportes y alineación:**

- Emplear soportes rígidos y ajustables (por ejemplo, abrazaderas de acero inoxidable con giro de precisión) para sujetar cada LVDT al anillo correspondiente.
- Verificar que todo el conjunto (anillos + soportes + LVDTs) permanezca estable y alineado cuando se apliquen cargas.
- Asegurarse de que los brazos de los LVDTs toquen suavemente las superficies de referencia en los anillos opuestos, sin introducir esfuerzo adicional.

**e) Justificación del uso de dos LVDTs longitudinales y uno transversal:**

- *Dos LVDTs longitudinales:* Permiten capturar posibles inclinaciones o desalineaciones del cilindro durante la compresión. Al promediar sus lecturas, se minimiza el error asociado a la rotación o al desplazamiento off-axis.
- Aunque solo un LVDT longitudinal podría medir deformación axial, en trabajos preliminares se observó que un solo LVDT producía lecturas inestables debido a ligeras inclinaciones. Además de que la norma ASTM-C469 lo exige.



Figura 25: Anillos de soporte para compresometro tipo LVDT

En segundo lugar, se abordará el ensayo de una barra corrugada de acero a tracción. En esta sección se describe el procedimiento necesario para la preparación de las barras de acero que serán sometidas a un ensayo de tracción **cíclico** en una máquina universal. Este proceso incluye la selección del tipo de barra, el corte de las muestras y la preparación para garantizar resultados consistentes y confiables:

1. **Determinación del diámetro de la barra:** Identificar el diámetro nominal de las barras que serán utilizadas para el ensayo. Asegurarse de que todas las muestras seleccionadas sean del mismo diámetro, garantizando uniformidad en las condiciones del ensayo. De igual manera, verificar que las barras pertenezcan al mismo lote o proveedor, para evitar variaciones en la composición química o propiedades mecánicas que puedan influir en los resultados. En adición, considerar el diseño de las mordazas de la máquina universal. Estas deben tener suficiente contacto con la barra para evitar deslizamientos, pero sin causar aplastamiento o deformación en las áreas de sujeción. Para el caso de este proyecto se utilizó una barra de acero de diámetro 3/8 pulgadas.
2. **Instalación de LVDTs (Transformadores Diferenciales de Desplazamiento Lineal):** Para capturar las deformaciones longitudinales en las probetas durante los ensayos cíclicos, se emplearon dos LVDTs de 50 mm de recorrido y alta resolución ( $\pm 1 \mu\text{m}$ ). Cada LVDT se fijó mediante un arco metálico rígido unido al bastidor de ensayo, de modo que sus vástagos quedaran perpendiculares a la superficie de la muestra, enfrentados simétricamente en la cara cóncava y la convexa de la zona de interés. Antes de la prueba, se centraron ambos sensores en la región libre de mordazas y se comprobó su alineación paralela al eje de la probeta para evitar lecturas erráticas por torsión o alabeo. La conexión eléctrica de los LVDTs al sistema de adquisición de datos permitió registrar de manera continua y sincronizada las deformaciones durante cada ciclo de carga. Esta estrategia de medición es fundamental porque los LVDTs proporcionan desplazamientos absolutos con alta precisión y estabilidad ante cargas repetidas, garantizando datos confiables para el análisis de rigidez y calibración bayesiana del módulo de elasticidad.

**El tercer paso, será configurar el montaje experimental** para realizar el ensayo del cilindro y la barra de acero por lo cual se dividirá este paso en dos secciones, una para el montaje experimental del cilindro y otra para el montaje de la barra de acero. En esta sección se detallará el procedimiento de montaje experimental para los ensayos de compresión en cilindros de concreto y tracción en barras de acero. Cada montaje es crucial para garantizar la correcta aplicación de las cargas y la obtención de datos fiables. **Comenzamos con el montaje experimental para los cilindros de concreto.**

1. **Colocación del cilindro en la máquina universal:** Verificar que el cilindro ya tenga todos los métodos de medición implementados, incluyendo las galgas extensiométricas, los LVDT, los anillos y el patrón de puntos para el DIC. Igualmente, inspeccionar las caras capinadas del cilindro para asegurarse de que estén planas y limpias, garantizando un contacto uniforme con las placas de compresión de la máquina universal.

El posicionamiento del cilindro en la máquina es fundamental, se colocará el cilindro en el centro de la placa inferior de la máquina universal, alineándolo con el eje de carga de la máquina para evitar excentricidades que puedan inducir momentos adicionales. Adicionalmente, configurar la altura y posición relativa son de suma importancia, se ajustará la altura del cilindro de modo que su centro se alinee con las cámaras del sistema DIC. Esto es especialmente importante para garantizar que las cámaras tengan una vista clara y frontal de la superficie a monitorear. Por cierto, revisar que el patrón de puntos del DIC esté completamente visible y libre de obstrucciones apuntando directamente a las cámaras.



Figura 26: Montaje de muestra cilíndrica en máquina universal. Fuente: Elaboración propia

2. **Posicionamiento del soporte y las cámaras del DIC:** El sistema de Correlación Digital de Imágenes (DIC) requiere que las cámaras estén colocadas de manera precisa para captar con claridad las deformaciones del cilindro durante el ensayo de compresión. A continuación, se detalla el procedimiento para posicionar las cámaras y garantizar un montaje estable y funcional:

En cuanto a la configuración del soporte de las cámaras, se deberá utilizar un soporte

rígido compuesto por un elemento rectangular horizontal sostenido por dos trípodes en sus extremos. Este diseño garantiza estabilidad y facilita el ajuste de posición. Asegurarse de que el soporte horizontal esté nivelado y completamente firme antes de montar las cámaras. Cualquier movimiento o vibración podría afectar negativamente la calidad de las imágenes.



Figura 27: Montaje de soporte para las camaras del DIC. Fuente: Elaboración propia

Hablando del ajuste de altura, se regulará la altura de los trípodes para que las cámaras estén alineadas con el eje central del cilindro, asegurando que queden frente a la región de interés a monitorear. De igual manera verificando que el soporte horizontal permanezca nivelado después de ajustar la altura de los trípodes. Se montarán las cámaras en el soporte horizontal utilizando soportes específicos que permitan el ajuste de su orientación. Colocar las cámaras equidistantes del cilindro, formando un ángulo entre  $15^\circ$  y  $30^\circ$  respecto al eje del cilindro, de manera que converjan visualmente en el punto de interés. Este ángulo optimiza la captura de imágenes para el análisis estereoscópico del DIC.

La distancia al cilindro es un punto a tener a cuenta, asegurarse que las cámaras estén colocadas a una distancia de aproximadamente 30 a 50 cm del cilindro. Evitar el uso de zoom óptico en las cámaras, ya que esto puede introducir distorsiones en las imágenes. La distancia debe permitir que la región de interés del cilindro quede completamente en el campo de visión sin necesidad de ampliar artificialmente la imagen. Importante, instalar las cámaras en posición vertical mediante soportes diseñados para tal configuración. Esta disposición permite cubrir toda la altura del cilindro, garantizando que el área de interés sea capturada por completo.

En cuanto a la alimentación de las cámaras, procurar que estas estén conectadas a corriente alterna. Conectar las cámaras a una regleta de alimentación de corriente alterna para garantizar un suministro continuo de energía durante el ensayo. Esto previene que las baterías se descarguen y asegura que las cámaras funcionen sin interrupciones. Con fin de tener precauciones, colocar la regleta en una posición segura, evitando riesgos de tropiezos o desconexión accidental durante el experimento.

3. **Iluminación del cilindro para el ensayo de DIC:** La iluminación es un aspecto crítico para garantizar un buen contraste y obtener imágenes de alta calidad en los

ensayos con Correlación Digital de Imágenes (DIC). Una iluminación adecuada evita sombras, resalta el patrón de puntos aplicado y asegura la precisión en el análisis de las deformaciones. A continuación, se describe cómo implementar correctamente la iluminación para el ensayo.

Lo primero será la selección del sistema de iluminación, para el caso del presente trabajo se utilizó un reflector de alta intensidad que proporcionó una luz uniforme sobre la superficie del cilindro. Dicho reflector debe estar posicionado directamente detrás de las cámaras, a una distancia intermedia entre ambas. Esto garantiza una iluminación homogénea en toda la superficie del cilindro sin crear sombras que interfieran con la captura de imágenes. Asegurarse de que la luz del reflector esté alineada con el eje del cilindro, iluminándolo de manera uniforme.

Con fines de verificar la calidad de la iluminación, se recomienda capturar imágenes de prueba con las cámaras del DIC para evaluar la calidad del contraste y la uniformidad de la iluminación. Minimizar la influencia de fuentes de luz externas (como ventanas o luces del laboratorio) que puedan crear reflejos o alterar la uniformidad de la iluminación. Si es posible, realizar el ensayo en un espacio con iluminación controlada para evitar variaciones durante el experimento.

Como medida de precaución, los reflectores potentes suelen generar calor. Asegurarse de que estén colocados a una distancia segura del cilindro y otros equipos para evitar sobrecalentamiento o daños. Por último, verificar que los cables de alimentación estén bien organizados y no representen un riesgo de tropiezo.

Ahora, continuando con el tercer paso, se hablará acerca del **montaje experimental para la realización de un ensayo cíclico de una barra a tracción**. A continuación, se describe el primer paso en este procedimiento:

1. **Preparación del soporte de LVDTs:** Se ensambló el dispositivo de dos partes sobre el bastidor de la máquina universal, formando un arco metálico rígido que permitió montar los dos LVDTs enfrentados simétricamente. Se verificó que las placas de sujeción queden paralelas y separadas a la luz libre de la probeta.
2. **Colocación de la barra en el bastidor:** Se insertó la probeta de acero de 3/8 pulgadas entre las mordazas de la máquina, centrándola visualmente y comprobando que el eje longitudinal coincidiera con el eje de carga.
3. **Fijación de las mordazas:** Se ajustaron las mordazas hidráulicas aplicando presión incremental, hasta que la barra quedó firmemente retenida sin dañar la superficie. Se aseguró de que no haya excentricidad ni torsión residual.
4. **Integración de los LVDTs con la probeta:** Se desplazaron los vástagos de los LVDTs hasta el punto medio de su recorrido (aproximadamente 25 mm), de modo que cada sensor contacte perpendicularmente la cara convexa y cóncava de la barra. Se ajustaron las abrazaderas de los LVDTs para evitar deslizamientos durante la carga.
5. **Puesta a cero y verificación de alineación:** Se recomienda poner a cero las lecturas de los LVDTs en la condición de carga nula y verificar la linealidad del recorrido completo (50 mm). Posteriormente, realizar una pequeña carga de prueba (menor que el 5 % de la carga máxima esperada) para comprobar que no hay desalineaciones ni lecturas asimétricas.

Para terminar con esta sección, se pasa al **cuarto y ultimo paso** de la elaboración del montaje para realizar pruebas a compresión y tracción con DIC. Este ultimo paso consiste en la **instrumentación del sistema de adquisición con los diferentes métodos de medición de datos**. Para el caso del cilindro de concreto se plantean los siguientes pasos:

1. **Sistema de adquisición de datos:** En cuanto a su capacidad, el sistema está compuesto por tarjetas configuradas específicamente para medir señales de voltaje provenientes de los sensores. La configuración de los canales para el LVDT se encuentran realizados tal que los voltajes generados por el transductor de desplazamiento lineal (LVDT) son registrados por uno de los canales de la tarjeta de adquisición. Para la galga extensiométrica, se utiliza un cable de 3 hilos, donde dos hilos se conectan a una pata de la galga. El tercer hilo se conecta a la otra pata. Este esquema permite medir los pequeños cambios de voltaje generados por las deformaciones en el cilindro. Por ultimo, las cámaras del sistema de correlación de imágenes digitales (DIC) se conectan directamente al sistema de adquisición para registrar los disparos simultáneamente.
2. **Instrumentación del LVDT:** El LVDT se conecta a una tarjeta específica dentro del sistema de adquisición. Esta tarjeta está configurada para interpretar los cambios de voltaje proporcionalmente al desplazamiento registrado en el cilindro durante el ensayo.

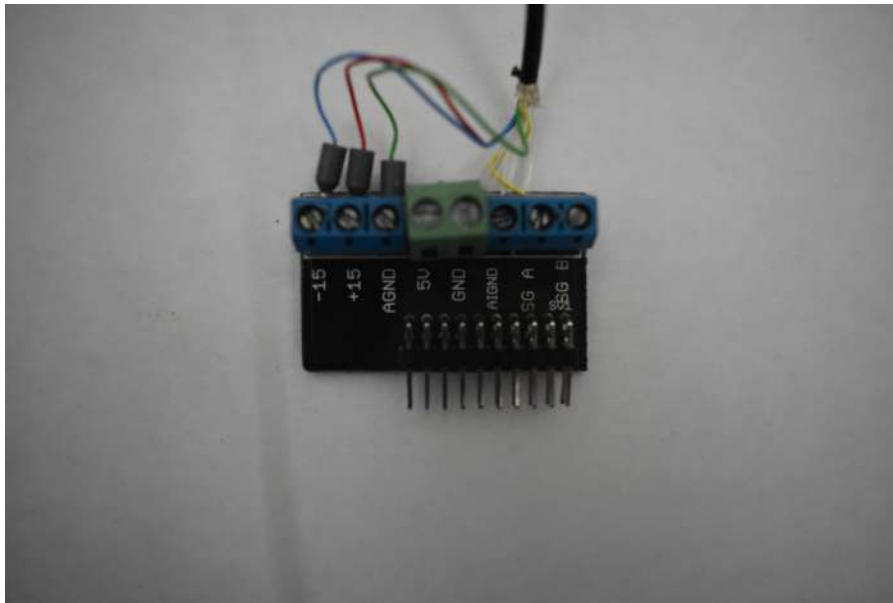


Figura 28: Tarjeta para LVDT. Fuente: Elaboración propia

3. **Instrumentación de la Galga Extensiométrica:** Para la instrumentación de la galga extensiométrica, se utiliza una tarjeta de adquisición de datos específicamente configurada para este tipo de sensores. La tarjeta cuenta con seis entradas, de las cuales tres se destinan a la conexión de la galga extensiométrica de la siguiente manera:

Primer y segundo slot: Los cables que corresponden a una de las patas de la galga se conectan a los primeros dos slots de la tarjeta de adquisición. Estos cables están unidos y permiten medir los cambios de resistencia provocados por las deformaciones que sufre la galga durante el ensayo.

Penúltimo slot: El cable correspondiente a la otra pata de la galga se conecta al penúltimo slot de la tarjeta. Este punto de conexión es crucial para establecer el puente de Wheatstone necesario para la medición precisa de las variaciones de resistencia.



Figura 29: Tarjeta para galga extensiométrica. Fuente: Elaboración propia

Este sistema de conexión asegura la correcta calibración y medición de las deformaciones en el cilindro de concreto a lo largo del ensayo, permitiendo una adquisición de datos precisa para el análisis de las tensiones, compresiones y deformaciones que experimenta el material bajo carga.

4. **Instrumentación de la Celda de Carga:** La celda de carga, un dispositivo esencial para medir la fuerza aplicada durante los ensayos, se conecta al sistema de adquisición mediante una tarjeta configurada específicamente para este tipo de sensores. El proceso de instrumentación de la celda de carga se realiza de la siguiente manera:

**Conexión al Sistema de Adquisición:** La celda de carga genera señales de voltaje proporcionales a la fuerza aplicada sobre ella. Esta señal de voltaje se transmite a través de un cable hacia la tarjeta de adquisición, que está configurada para recibir y registrar los datos en tiempo real. El sistema asegura que cada variación en la fuerza aplicada sea convertida adecuadamente en datos de voltaje, los cuales serán registrados y procesados por la tarjeta de adquisición.



Figura 30: Tarjeta para Celda de Carga. Fuente: Elaboración propia

**Conversión de Voltaje a Fuerza:** Los datos de voltaje registrados por la celda de carga son inicialmente capturados como valores de voltaje, pero para obtener la información de la fuerza aplicada, es necesario aplicar un factor de calibración. Este factor de calibración, previamente determinado mediante ensayos experimentales, se utiliza para convertir los valores de voltaje a valores de fuerza. La celda de carga está calibrada de manera que cada variación en el voltaje se asocia a una fuerza específica en función de las características del sensor y el rango de medición.

5. **Instrumentación de las Cámaras del Sistema DIC:** Las cámaras del sistema de Correlación de Imágenes Digitales (DIC) se utilizan para obtener imágenes en tiempo real durante los ensayos, las cuales permiten monitorizar las deformaciones y desplazamientos del material bajo carga. La instrumentación de estas cámaras se realiza de la siguiente manera:

**Conexión al Sistema de Adquisición:** Cada cámara está conectada a un cable específico, el cual se conecta directamente al sistema de adquisición. Estas cámaras están configuradas para operar de manera sincronizada con el resto de los sensores del sistema. La conexión de cada cámara al sistema de adquisición permite que las imágenes capturadas se registren de manera inmediata y se integren en el proceso de recopilación de datos del ensayo.

**Control de Disparo Sincronizado:** Desde el computador, se ha programado un diagrama de bloques utilizando la aplicación "Simulink de MATLAB", que controla el sistema de adquisición de datos. Este diagrama de bloques establece un pulso repetitivo cada 5 segundos, lo que asegura que las cámaras tomen fotografías de manera sincronizada en intervalos regulares durante todo el ensayo. Este disparo sincronizado garantiza que todas las cámaras capturen imágenes del mismo instante, lo que es esencial para realizar la correlación de imágenes y obtener mediciones precisas de las deformaciones en el material. Se hablará más a detalle del diagrama de bloques en la siguiente sección llamada *Realización de ensayos de compresión a cilindros mediante DIC, compresometro y galgas*.

**Sincronización con Otros Sensores:** La sincronización entre las cámaras y otros sensores, como el LVDT y las galgas extensiométricas, asegura que todos los datos

sean capturados en tiempo y forma, lo que facilita el análisis y comparación de los resultados obtenidos desde diferentes métodos de medición.

Para el caso del **ensayo de la barra de acero** se plantean los siguientes pasos:

1. **Sistema de adquisición de datos:** Se empleó un sistema modular de adquisición con tarjetas configuradas para medir señales de voltaje de los diferentes sensores. Cada canal correspondiente al LVDT y a la celda de carga está asignado a una entrada de la tarjeta.
  2. **Instrumentación de la celda de carga:** La celda de carga de la máquina universal, calibrada previamente, envía una señal de voltaje proporcional a la fuerza aplicada. Esta señal se registra en un canal dedicado de la tarjeta de adquisición y se convierte a fuerza mediante el factor de calibración obtenido en ensayos previos.
  3. **Registro de desplazamiento de la máquina:** El desplazamiento del cabezal de la máquina universal se monitorea mediante su sensor interno, cuyos datos se capturan en un canal adicional y se utilizan para contrastar las mediciones de los LVDTs y evaluar la rigidez global de la barra bajo carga.
- **Realización de ensayo de compresión a cilindro mediante DIC, LVDT y galgas:** En esta sección se detallará la ejecución del ensayo de compresión de un cilindro de concreto utilizando las herramientas y tecnologías previamente descritas en el montaje experimental. Este ensayo tienen como objetivo evaluar el comportamiento mecánico de los cilindros bajo cargas de compresión, permitiendo obtener datos precisos sobre las deformaciones y esfuerzos internos que experimentan los materiales.

Para llevar a cabo la ejecución del ensayo, se emplean diversos sistemas de medición, tales como el sistema de Correlación de Imágenes Digitales (DIC), las galgas extensiométricas y los transductores de desplazamiento lineal (LVDT). Estos dispositivos permiten capturar de manera simultánea y precisa las variaciones en el material durante el ensayo. En primer lugar, se realiza un proceso fundamental para asegurar la fiabilidad y exactitud de los datos obtenidos: la calibración estéreo de las cámaras DIC, la cual es esencial para garantizar que las imágenes capturadas se utilicen correctamente en el análisis de deformaciones.

1. **Calibración Estéreo de las Cámaras del DIC mediante un Patrón Tipo Ajedrez:** La calibración estéreo de las cámaras del sistema DIC es un paso crucial para asegurar que las imágenes obtenidas durante el ensayo sean precisas y que las mediciones de deformación sean correctas. Este proceso se realiza utilizando un patrón tipo ajedrez, que sirve como referencia para calibrar las cámaras en términos de su posición relativa y las distorsiones geométricas.



Figura 31: Patrón de calibración tipo Ajedrez. Fuente: Elaboración propia

**Uso del Patrón Tipo Ajedrez:** El patrón tipo ajedrez, compuesto por un conjunto de cuadros con bordes nítidos, se coloca en el área de prueba donde las cámaras capturarán las imágenes del cilindro durante el ensayo. Este patrón tiene una geometría conocida, lo que permite a las cámaras DIC medir las distorsiones o errores ópticos en su visión y corregirlos.

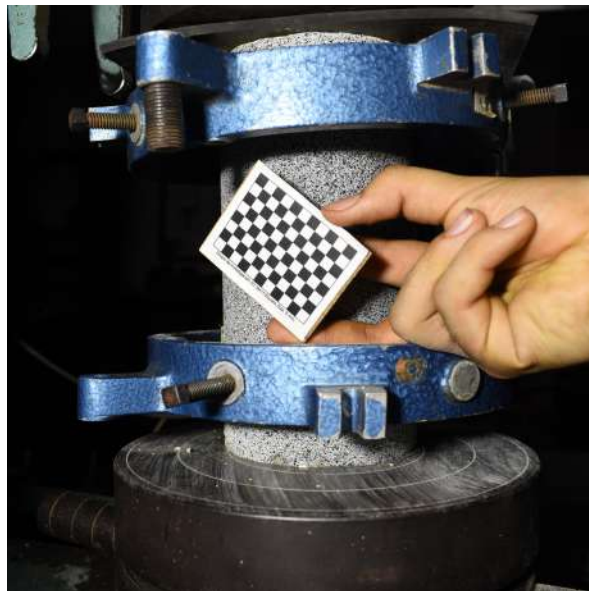


Figura 32: Patrón de calibración tipo Ajedrez sobre la muestra cilíndrica. Fuente: Elaboración propia

**Proceso de Calibración:** Las cámaras capturan varias imágenes del patrón en diferentes posiciones y orientaciones, lo que permite generar un modelo matemático que describe la relación entre las coordenadas de las cámaras y el espacio tridimensional. Este proceso se lleva a cabo dentro de la aplicación "Simulink de MATLAB." el software de calibración correspondiente, donde los parámetros de la cámara son

ajustados para corregir cualquier distorsión óptica y asegurar que las mediciones de deformación sean precisas. Sin embargo, se hablará un poco más de este aspecto en la fase 2 del montaje experimental de este proyecto.

**Validación del Software de Calibración:** Es importante mencionar que el software de calibración estéreo puede rechazar un gran porcentaje de las imágenes debido a problemas como baja resolución, enfoque incorrecto o variabilidad en la iluminación. Para obtener una buena calibración estéreo, es necesario que al menos 25 pares de fotos sean aceptados por el software. Solo cuando se cumplen estos requisitos, se considera que la calibración es suficientemente precisa para realizar mediciones confiables de deformación. La correcta calibración es fundamental para garantizar que las imágenes sean lo suficientemente claras y precisas para el análisis de las deformaciones en el material durante el ensayo.

## 2. Ejecución del Diagrama de Bloques en Simulink para la Adquisición de Datos:

Una vez realizada la toma de fotos para la calibración estéreo de las cámaras, el siguiente paso es la ejecución del diagrama de bloques en Simulink de MATLAB desde el computador, el cual está configurado para controlar y visualizar el desarrollo de cada uno de los sensores en tiempo real. Este diagrama de bloques ha sido diseñado específicamente para permitir el monitoreo simultáneo y la adquisición de datos de los diferentes sensores involucrados en el ensayo: el LVDT, las galgas extensiométricas y la celda de carga.

**Configuración del Diagrama de Bloques:** El diagrama de bloques en Simulink está programado para adquirir y procesar las señales de voltaje provenientes de los sensores. Los factores de conversión correspondientes ya están aplicados dentro del sistema, lo que permite convertir las señales de voltaje en unidades prácticas y consistentes con cada método de medición. Los factores de conversión son los siguientes:

- a) **Celda de carga:** Los voltajes generados por la celda de carga se convierten a unidades de Newtons, que es la unidad estándar para medir la fuerza en los ensayos de compresión.
- b) **LVDT:** Los datos de voltaje del transductor de desplazamiento lineal (LVDT) se convierten a milímetros para medir los desplazamientos que luego se transformarán a deformaciones lineales del cilindro durante el ensayo dividiendo estos datos entre la altura total entre anillos.
- c) **Galga extensiométrica:** Los voltajes de la galga se convierten a deformación unitaria, lo que permite medir las variaciones en la forma del cilindro debido a las fuerzas de compresión aplicadas.

**Inicio del Ensayo:** Una vez que se ha confirmado la calibración y la configuración de los sensores, se inicia el ensayo con la ejecución del diagrama de bloques en Simulink. Al comenzar el ensayo, el programa empieza a adquirir los datos de forma continua, procesando las señales de voltaje de los sensores y mostrando los resultados en tiempo real.

**Sincronización de las Cámaras:** Paralelamente, se activa el switch de las cámaras para iniciar la toma de fotos de manera sincronizada. El diagrama de bloques en Simulink garantiza que las imágenes de las cámaras se capturen en momentos específicos, mientras que el sistema de adquisición de datos sigue registrando las

lecturas de los sensores. De esta manera, se logra una sincronización perfecta entre las mediciones de deformación, desplazamiento, fuerza y las imágenes del comportamiento del material durante el ensayo.

3. **Aplicación de la Carga por parte del Laboratorista:** El tercer paso en la ejecución del ensayo de compresión consiste en la aplicación de la carga sobre el cilindro de concreto mediante la máquina universal de pruebas. El laboratorista encargado de la manipulación de la máquina tiene la responsabilidad de asegurarse de que la carga se aplique de acuerdo con las normas establecidas y de manera controlada, para obtener resultados precisos y confiables.

**Alineación de la Máquina Universal:** Antes de aplicar la carga, el laboratorista debe realizar una alineación precisa de la máquina universal. Para ello, se asegura de que la cara interna de la máquina esté perfectamente alineada con la cara superior del cilindro. Esta alineación es crucial para garantizar que la carga se aplique de manera uniforme sobre la superficie del cilindro, evitando esfuerzos desbalanceados que puedan distorsionar los resultados del ensayo.

**Inicio de la Aplicación de la Carga:** Una vez que la alineación está correctamente realizada y el sistema de adquisición de datos a través de Simulink está en funcionamiento, se inicia la aplicación de la carga. El laboratorista establece una velocidad constante de carga, asegurándose de que la máquina universal aplique la carga de acuerdo con los parámetros especificados por la norma ASTM C469, que regula la medición del módulo de elasticidad y la relación de Poisson en concreto.

**Velocidad de Aplicación de la Carga:** De acuerdo con la norma ASTM C469, la velocidad de aplicación de la carga debe ser  $241 \pm 34$  kPa por segundo. Esta velocidad controlada es fundamental para asegurar que la deformación del cilindro se registre de manera precisa, y que los resultados obtenidos en cuanto al módulo de elasticidad y la relación de Poisson sean consistentes y comparables con los estándares establecidos.

**Aplicación Continua de la Carga:** Durante todo el ensayo, la carga se aplica de forma continua a esta velocidad constante. A medida que la carga aumenta, el cilindro experimenta deformaciones, las cuales son registradas tanto por el sistema de adquisición de datos como por las cámaras del sistema DIC, que capturan las imágenes de la deformación del cilindro. El ensayo continúa bajo estas condiciones hasta que el cilindro falle, es decir, hasta que el material alcanza su límite de resistencia y se fractura.

- **Realización de ensayo a tracción y compresión uniaxial ciclico mediante LVDTs para barras de acero:** Puesto a que el objetivo principal de este proyecto es cuantificar las propiedades mecánicas del concreto y el acero no se puede dejar de lado este material y uno de los métodos más eficientes para medir su deformación unitaria sería un ensayo a tracción de una barra de acero corrugado en este caso una barra numero 3.

1. **Montaje experimental:** El ensayo se realizó en una máquina universal de ensayos bajo un esquema de carga cíclica controlada. La barra de acero corrugado (#3, proveedor A,  $L/D = 16$ ) fue instrumentada con **dos LVDTs de 50 mm**, dispuestos en caras opuestas y fijados a través de soportes rígidos atornillados a la probeta, tal como se muestra en la Figura 33. Esta disposición, recomendada por la norma ASTM E83, permitió registrar desplazamientos relativos en compresión y tracción a lo largo

de la zona central de la barra. La celda de carga integrada en la máquina de ensayo midió la fuerza aplicada en cada ciclo.

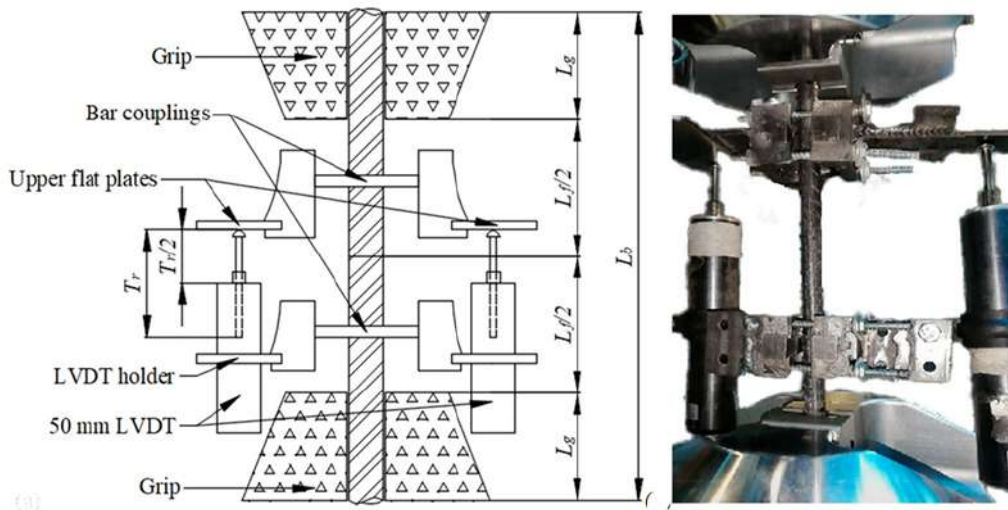


Figura 33: Montaje experimental de barra de acero instrumentada con dos LVDTs en configuración opuesta.

2. **Configuración del modelo de adquisición en Simulink:** Se creó un diagrama de bloques en Simulink que integra los bloques DAQ (bloques del Data Acquisition Toolbox de MATLAB que permiten la lectura de señales analógicas desde tarjetas de adquisición) para los dos canales de LVDT y el canal de la celda de carga. La tasa de muestreo se fijó en 100 Hz y todos los bloques comparten un reloj común para garantizar la sincronización de señales. Además, se programaron bloques digitales que envían la señal de inicio y fin de cada ciclo de carga a la máquina de ensayo.
3. **Protocolo de carga cíclica:** La máquina universal aplicó ciclos controlados de deformación con frecuencia de 0.005 Hz (un ciclo cada 200 s), siguiendo niveles crecientes normalizados al límite elástico de la barra:  $0,5\varepsilon_y$ ,  $1\varepsilon_y$ ,  $3\varepsilon_y$ ,  $5\varepsilon_y$  y  $7\varepsilon_y$ . Cada nivel incluyó 50 ciclos completos de carga y descarga, retornando a  $0,1\varepsilon_y$  en cada descarga para evaluar la recuperación parcial.
4. **Monitoreo y registro de datos:** Durante cada ciclo, Simulink registró en tiempo real los desplazamientos absolutos de los LVDTs —montados enfrentados en las caras convexa y cóncava de la barra— y la fuerza de la celda de carga, generando archivos de datos con marcas de tiempo para el análisis posterior de rigidez y ajuste bayesiano.
5. **Criterio de finalización del ensayo:** El ensayo continuó hasta completar todos los ciclos programados o hasta la fractura de la probeta, identificada por un descenso súbito en la señal de fuerza.

### 7.2.2. Fase 2

Consiste en el **análisis y procesamiento de los datos**, se encarga principalmente de hacerse un estudio a los resultados obtenidos de la fase 1. Se estudian las posibles causas que inciden en la variabilidad de los resultados con el apoyo de las gráficas obtenidas. **Se hablará primero**

del procesamiento de los datos obtenidos en el ensayo a compresión del cilindro. Este se compone por las siguientes actividades:

- **Procesamiento de la Calibración Estéreo en MATLAB:** Antes de procesar las imágenes obtenidas durante el ensayo, es necesario realizar el procesamiento de la calibración estéreo de las cámaras utilizadas en el sistema de Correlación de Imágenes Digitales (DIC). Este paso se lleva a cabo en MATLAB utilizando el software especializado DuoDIC, diseñado específicamente para ensayos tridimensionales en DIC. La calibración estéreo es crucial para garantizar que las cámaras estén correctamente alineadas y calibradas para medir las deformaciones superficiales con precisión.

### Proceso de Calibración

1. **Ingreso de los Pares de Fotos:** El procesamiento comienza con la importación de todos los pares de fotos obtenidos durante la etapa de calibración estéreo. Cada par de fotos corresponde a una imagen capturada simultáneamente por ambas cámaras del sistema DIC mientras se movía el patrón de calibración.
2. **Detección y Selección de Pares Válidos:** El software DuoDIC analiza cada par de fotos y selecciona aquellos que cumplen con el criterio de calidad necesario para la calibración:
  - a) **Visibilidad Completa del Patrón:** Cada foto debe mostrar todas las intersecciones del patrón tipo ajedrez de manera clara y sin reflejos.
  - b) **Prevención de Excesos de Iluminación:** Para evitar problemas con reflejos y saturación de luz, el patrón fue diseñado en negro mate y láser impreso para minimizar los efectos de iluminación excesiva en las fotos. Esto asegura que las intersecciones sean detectadas con precisión.
3. **Cálculo del Error Promedio por Pixel:** Para cada par de fotos aceptado, el software calcula el error promedio en píxeles, que representa la precisión de la correlación entre las imágenes de ambas cámaras. Este valor es un indicador clave de la calidad de la calibración y de la alineación entre las cámaras.

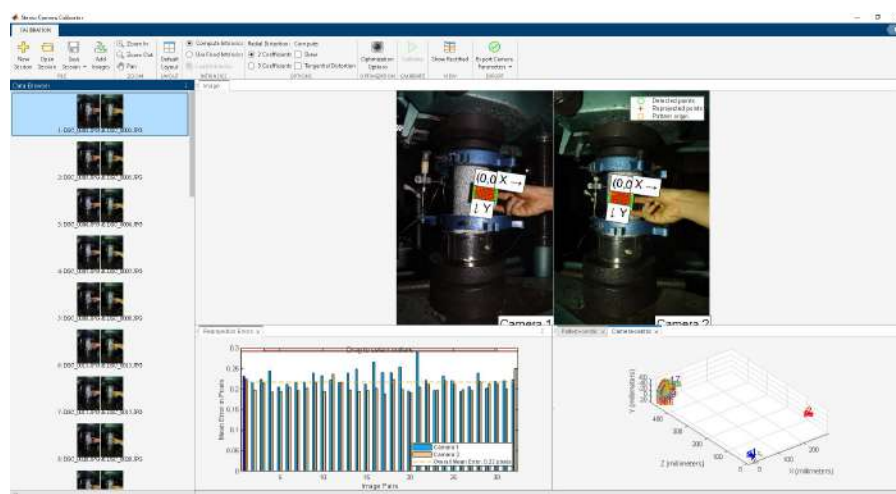


Figura 34: Interfaz de calibración estereo con errores promedio en píxeles. Fuente: Matlab

4. **Determinación de las Posiciones de las Cámaras:** El software utiliza los pares válidos de fotos para calcular las posiciones relativas de las cámaras en el espacio

tridimensional. Este cálculo incluye parámetros esenciales como:

- **Distancia entre cámaras.**
  - **Ángulos de visión.**
  - **Orientación relativa en el espacio.**
5. **Generación del Archivo de Calibración:** Una vez completada la calibración, el software genera un archivo en formato .mat, que contiene toda la información sobre las posiciones de las cámaras, los parámetros de calibración y las configuraciones necesarias para el análisis posterior. Este archivo es indispensable para el procesamiento de las imágenes obtenidas durante el ensayo, ya que permite interpretar las deformaciones medidas en términos tridimensionales.
- **Procesamiento de las Imágenes Obtenidas del Ensayo de Cilindros con DIC:** Uno de los pasos clave en el análisis de los resultados de los ensayos a cilindros de concreto es el **procesamiento de las imágenes capturadas por el sistema de Correlación de Imágenes Digitales (DIC)**. Durante el ensayo de compresión, el sistema DIC toma fotografías a intervalos regulares de tiempo, permitiendo observar las deformaciones superficiales del cilindro durante el proceso de carga. Este conjunto de imágenes se convierte en un conjunto valioso de datos que se analizarán para obtener información acerca de las deformaciones del material en las diferentes fases del ensayo.
    1. **Obtención de las Imágenes:** Durante el ensayo de compresión, las cámaras del sistema DIC capturan imágenes en tiempo real de la superficie del cilindro. Estas imágenes son tomadas a intervalos de tiempo sincronizados con la adquisición de datos de los sensores, lo que permite asociar cada imagen con una etapa específica del proceso de carga.
    2. **Procesamiento de las Imágenes con Software DIC:** Una vez obtenidas las imágenes, el software DIC procesará cada par de imágenes (referencia y deformada) para calcular las deformaciones superficiales en la muestra. Este proceso se basa en el principio de correlación cruzada o conocida como Cross Correlation Principle, donde el software identifica puntos de referencia en la imagen inicial y los compara con las posiciones de esos mismos puntos en las imágenes de seguimiento, generando un mapa de deformación en la superficie del cilindro.
  - **Cálculo de los Desplazamientos del Cilindro en 2D utilizando DuoDIC:** Una vez procesada la calibración estéreo de las cámaras, el siguiente paso consiste en calcular los desplazamientos del cilindro en dos dimensiones a partir de las imágenes obtenidas durante el ensayo. Este proceso se realiza utilizando el software DuoDIC, que funciona en conjunto con MATLAB y Ncorr, un software especializado para análisis de deformaciones en 2D-DIC (Digital Image Correlation). A continuación, se describe el flujo de trabajo realizado en este paso:

### Flujo del Proceso

1. **Selección de Imágenes de Entrada:** El usuario selecciona carpetas que contienen las imágenes capturadas por las cámaras 1 y 2. Estas imágenes son las mismas utilizadas en el proceso de calibración, pero ahora se emplearán para calcular los desplazamientos bidimensionales.
2. **Visualización de Imágenes:** Se genera una animación que permite visualizar todas las imágenes de ambas cámaras. Esto ayuda al usuario a revisar que las imágenes

sean adecuadas para el análisis, asegurándose de que las regiones de interés sean visibles y consistentes.

3. **Selección de la Región de Interés (ROI):** Una región de interés (ROI) es seleccionada manualmente o utilizando máscaras previamente guardadas. La selección de la ROI asegura que solo las áreas relevantes del cilindro sean consideradas para el análisis, excluyendo zonas fuera del patrón de puntos. Por lo general, se selecciona el área de interés desde una de las perspectivas, por ejemplo, desde la cámara derecha. Es necesario asegurarse de que el área de interés tomada sea válida para ambas cámaras o ambas perspectivas.
4. **Análisis en Ncorr:** El software Ncorr se utiliza para realizar el análisis 2D-DIC. Durante esta etapa, las imágenes de referencia y deformadas son correlacionadas para calcular los desplazamientos en 2D del cilindro.
5. **Extracción de Resultados:** Una vez completado el análisis, los resultados se extraen directamente desde Ncorr. Los datos incluyen:
  - **Puntos correlacionados:** Coordenadas de puntos en la superficie del cilindro antes y después de la deformación.
  - **Coefficientes de correlación:** Valores que indican la calidad del ajuste entre las imágenes de referencia y las deformadas.
  - **Mallas triangulares:** Representación de las áreas correlacionadas mediante una malla para análisis visual.
  - **Colores de las caras:** Representación gráfica de los desplazamientos mediante colores.
6. **Guardado de Resultados:** Toda la información procesada se guarda en una estructura denominada DIC2DpairResults en un archivo .mat. Este archivo contiene datos clave, como las posiciones iniciales y finales de los puntos correlacionados, los coeficientes de correlación y las propiedades de la malla. Estos datos serán utilizados para el análisis posterior de los desplazamientos y deformaciones.
- **Reconstrucción 3D del Cilindro utilizando DuoDIC:** El tercer paso del análisis consiste en realizar la reconstrucción tridimensional (3D) del cilindro utilizando los datos obtenidos del análisis en 2D (Paso 2) y la calibración estéreo (Paso 1). Este proceso permite calcular los desplazamientos y deformaciones tridimensionales del cilindro bajo compresión.

### Flujo del Proceso

1. **Selección de Archivos de Entrada:** El usuario selecciona el archivo de resultados de 2D-DIC generado en el paso anterior (DIC2DpairResults) y de igual manera selecciona El archivo de resultados de calibración estéreo (calibrationSession.mat) generado en el Paso 1.
2. **Reconstrucción 3D:** Los puntos correlacionados en las dos vistas (izquierda y derecha) se procesan mediante triangulación utilizando los parámetros de calibración. Esto permite calcular las coordenadas tridimensionales de cada punto en la superficie del cilindro. Antes de la triangulación, las posiciones de los puntos se corrigen para eliminar las distorsiones introducidas por las lentes de las cámaras. Para cada punto reconstruido, se calcula el error de reproyección, que indica la precisión de la reconstrucción en función de la correlación entre las imágenes izquierda y derecha.

3. **Análisis de Resultados:** Los puntos reconstruidos en 3D se organizan en una estructura denominada DIC3D, que contiene:
  - **Coordenadas 3D de los puntos reconstruidos** para cada ensayo.
  - **Coefficientes de correlación combinados**, que indican la calidad de la correlación para cada punto.
  - **Mallas triangulares:** Representaciones de las superficies reconstruidas mediante una malla de puntos.
  - **Errores de reproyección:** Valores asociados a la precisión de la reconstrucción 3D.
4. **Cálculo de Desplazamientos:** Los desplazamientos tridimensionales se calculan comparando las posiciones de los puntos reconstruidos en cada etapa del ensayo con su posición inicial. Esto permite determinar tanto la magnitud como la dirección de los desplazamientos en 3D.
5. **Guardado de Resultados:** Los datos reconstruidos se guardan en un archivo denominado DIC3Dstereo.mat, que contiene todos los resultados necesarios para el análisis posterior. El archivo incluye las coordenadas de los puntos, los desplazamientos, los errores de reproyección y las mallas triangulares.
- **Post-Procesamiento: Cálculo de Deformaciones Unitarias en el Cilindro:** El cuarto y último paso del análisis consiste en realizar el post-procesamiento de los datos reconstruidos en 3D para calcular las deformaciones unitarias en el cilindro. Este análisis es esencial para comprender cómo se distribuyen las deformaciones a lo largo del ensayo y obtener información detallada sobre el comportamiento del material bajo carga. Este proceso se realiza en MATLAB utilizando DuoDIC, a partir de los resultados del Paso 3 (reconstrucción 3D).

### Flujo del proceso

1. **Selección del Archivo de Reconstrucción 3D:** Se selecciona el archivo de resultados de reconstrucción 3D generado en el Paso 3 (DIC3Dstereo.mat). Este archivo contiene las coordenadas tridimensionales de los puntos reconstruidos, así como los desplazamientos y mallas triangulares generadas previamente.
2. **Cálculo de Desplazamientos y Transformaciones:** Se calcula la transformación rígida del cilindro (movimiento como cuerpo rígido) entre el estado inicial y cada etapa del ensayo. Esto incluye:
  - **Matrices de rotación:** Definen cómo el cilindro rota durante el ensayo.
  - **Vectores de traslación:** Definen el desplazamiento del cilindro como cuerpo rígido.

Después de eliminar el movimiento como cuerpo rígido, se calculan los desplazamientos relativos de los puntos del cilindro y su magnitud.

3. **Cálculo de Deformaciones:** Las deformaciones se calculan a partir de las posiciones iniciales y deformadas de los puntos en la superficie del cilindro. Esto incluye:

#### Deformaciones unitarias de Lagrange *Epc1* y *Epc2*:

- Estas representan las deformaciones longitudinales del cilindro a lo largo de sus ejes principales tal como se aplica en la mecánica del medio continuo para

objetos solidos.

- **Epc1:** Corresponde a la dirección de mayor deformación longitudinal.
- **Epc2:** Corresponde a la segunda dirección principal de deformación.

Otros tipos de deformaciones también se calculan, pero el análisis se enfoca en *Epc1* y *Epc2* debido a su relevancia en los ensayos de compresión.

4. **Guardado de Resultados:** Todos los datos procesados se guardan en un archivo denominado DIC3DPPresults.mat, que contiene toda la información necesaria para análisis posteriores. Este archivo puede abrirse en MATLAB para explorar los valores de deformación unitaria de Lagrange.
- **Eliminación de Valores NaN en las Deformaciones Longitudinales y Transversales:** Una vez generado el archivo DIC3DPPresults.mat en el paso anterior, el siguiente paso es realizar un procesamiento adicional para limpiar los datos y eliminar los valores no numéricos (NaN) presentes en los vectores que contienen las deformaciones longitudinales (*Epc1*) y transversales (*Epc2*). Este procedimiento es fundamental para garantizar la calidad de los datos y su utilidad en análisis posteriores.
  - **Generación de Curvas Esfuerzo-Deformación en Python:** Este paso implica la creación de las curvas esfuerzo-deformación utilizando datos de deformaciones (DIC, LVDT) y esfuerzos (celda de carga). También incluye un análisis más detallado, como la generación de histogramas de las deformaciones y la visualización de las distribuciones de estas en función del esfuerzo.

### Flujo del proceso

1. **Carga y preprocesamiento de datos:** Se cargan los vectores de medición obtenidos durante el ensayo: **celda de carga, LVDT y galgas extensiométricas**. Estos vectores contienen datos simultáneos registrados por cada sensor.
  - a) **Conversión a unidades consistentes:**
    - 1) Cada vector se multiplica por su respectivo **factor de calibración** para convertir los valores de voltaje a sus unidades correspondientes:
      - **Celda de carga:** Convertida a Newtons ( N)
      - **LVDT:** Convertida a desplazamientos lineales en milímetros que luego serán convertidos a deformaciones unitarias dividiendo sobre la distancia entre anillos del compresometro.
      - **Galgas:** Convertidas a deformaciones unitarias.
  - b) **Eliminación de offset:** A cada vector se le resta su valor inicial (offset), para que los datos comiencen desde 0.
  - c) **Sincronización de vectores:** Se verifica que todos los vectores contengan el mismo número de datos, ya que fueron obtenidos simultáneamente.
2. **Cálculo de Esfuerzo:** Se utiliza la fuerza obtenida de la celda de carga para calcular el esfuerzo en el cilindro:

$$\sigma = \frac{F}{A} \times 10^{-6} \text{ MPa} \quad (12)$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}, \quad d = 0,1 \text{ m} \quad (13)$$

En esta ecuación:

- $\sigma$ : Es el esfuerzo, expresado en MPa.
  - $F$ : Es la fuerza medida por la celda de carga, en Newtons (N).
  - $A$ : Es el área transversal del cilindro, calculada en metros cuadrados ( $\text{m}^2$ ).
  - $d$ : Es el diámetro del cilindro, en metros.
3. **Generación de Histogramas:** Se generan histogramas de las deformaciones unitarias para cada foto tomada durante el ensayo. Los histogramas se utilizan para identificar los valores más frecuentes de deformación en cada etapa del ensayo.
  4. **Generación de la Curva Esfuerzo-Deformación:** En este paso, se procesan los datos de esfuerzo y deformación obtenidos durante el ensayo para generar las curvas esfuerzo-deformación. Estas curvas se construyen utilizando datos provenientes de tres métodos: DIC (Correlación de Imágenes Digitales), LVDT (Transductores de Desplazamiento Lineal) y galgas extensiométricas. Además, se analizan histogramas para calcular un promedio representativo de DIC por foto, permitiendo una comparación directa con los otros métodos.

#### Importancia de Obtener un Valor Promedio de DIC

El cálculo de un promedio por foto en el bin de mayor probabilidad en cada uno de los histogramas correspondientes a las fotos del DIC asegura que:

- Los valores de deformación DIC sean representativos de las condiciones predominantes en cada etapa del ensayo.
  - Se eliminen valores extremos o ruido, mejorando la calidad de los datos.
  - La curva esfuerzo-deformación generada con DIC sea directamente comparable con las curvas obtenidas por LVDT y galgas.
5. **Visualización de Datos:**
    - **Gráficos bidimensionales:** Comparan las curvas esfuerzo-deformación generadas por los diferentes métodos.
    - **Histogramas:** Permiten observar cómo se distribuyen las deformaciones unitarias en diferentes etapas.
    - **Gráficos tridimensionales:** Combinan los histogramas de deformación con los valores de esfuerzo correspondientes, proporcionando una vista integrada de las distribuciones de deformación en función del esfuerzo.

- **Aplicación del método Bayesiano para cuantificar la incertidumbre de los resultados obtenidos en el concreto:** Mediante la teoría de Bayes, se podrán emplear métodos de ajuste con un enfoque probabilístico para cuantificar la incertidumbre presente entre muestras y entre tipos de ensayos, definiendo un modelo que relacione las variables conocidas y desconocidas. El ajuste bayesiano permite ajustar la incertidumbre en los parámetros mecánicos del concreto y el acero, integrando el conocimiento previo con datos experimentales. En este caso, se busca estimar el módulo de elasticidad  $E$  a partir de la relación esfuerzo-deformación, considerando la presencia de incertidumbre

en las mediciones. **Para comenzar, se hablará primero de la función de ajuste bayesiano utilizada específicamente para los datos de esfuerzo y deformación de las galgas y los LVDT:**

1. **Definición de la función de ajuste bayesiano:** Se define una función que calculará las distribuciones posteriores de los parámetros a ajustar, en este caso se ajustó el módulo de elasticidad y el ruido correspondiente a los datos experimentales. Dado que la rigidez del material puede variar debido a factores como heterogeneidad del material, imperfecciones en la prueba experimental y errores de medición, el modelo bayesiano incorpora una distribución de probabilidad para cada parámetro, permitiendo obtener estimaciones más confiables de la rigidez del material y cuantificar la variabilidad en los resultados.

- **Datos de entrada:** Se definen como insumo el vector de deformaciones medido por galgas o LVDTs, denotado  $\epsilon = \{\epsilon_1, \dots, \epsilon_n\}$ , el vector de esfuerzos asociados  $f = \{f_1, \dots, f_n\}$ , y un valor previo para el módulo de elasticidad  $E_{\text{prior}}$ .
- **Definición de la distribución previa para  $E$ :** Se asume que el módulo de elasticidad  $E$  sigue una distribución normal:

$$E \sim \mathcal{N}(\mu = E_{\text{prior}}, \sigma = 10000) \quad (14)$$

lo cual refleja un conocimiento inicial centrado en el valor previo, con una desviación estándar amplia que representa alta incertidumbre.

- **Definición de la distribución previa para el ruido  $\sigma$ :** El ruido de medición, que agrupa errores de lectura y variabilidad no explicada por el modelo, se modela con una distribución uniforme:

$$\sigma \sim \mathcal{U}(0, 20) \quad (15)$$

cubriendo el rango de fluctuaciones de señal esperado en los sensores.

- **Modelo determinista de esfuerzo–deformación:** Se emplea la ley de Hooke para calcular el esfuerzo simulado:

$$\hat{f} = E \times \epsilon \quad (16)$$

donde  $\epsilon$  son las deformaciones medidas y  $\hat{f}$  es la predicción teórica del esfuerzo.

- **Función de probabilidad (Likelihood):** Se asume que los esfuerzos observados  $f$  siguen una distribución normal centrada en  $\hat{f}$  y con desviación estándar  $\sigma$ :

$$f_i \sim \mathcal{N}(\mu = \hat{f}_i, \sigma = \sigma), \quad i = 1, \dots, n. \quad (17)$$

Esto incorpora la dispersión de los datos experimentales alrededor del modelo teórico.

- **Inicialización y muestreo MCMC:** Se establecen valores iniciales razonables para iniciar la cadena:

$$E_{\text{start}} = E_{\text{prior}} \quad (18)$$

$$\sigma_{\text{start}} = 10 \quad (19)$$

A continuación, se ejecuta un muestreo de Monte Carlo vía cadenas de Markov con 1000 iteraciones y 500 iteraciones de “tune” para garantizar la convergencia

y estabilidad de la estimación.

- **Salida del algoritmo:** El resultado es la *traza* de la cadena MCMC, es decir, el conjunto de muestras posteriores de los parámetros  $E$  y  $\sigma$ . Estas muestras permiten cuantificar la incertidumbre y obtener estimaciones robustas del módulo de elasticidad y del nivel de ruido de medición.

A continuación se muestra el algoritmo completo utilizado para el ajuste bayesiano del  $E$  y  $\sigma$  según los datos obtenidos en galgas y LVDT:

---

**Algorithm 2** Bayesian adjustment for strain gauges and LVDTs

---

- 1: **Input:** Strain vector  $\epsilon = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n\}$ , stress vector  $f = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ , and prior modulus  $E_{\text{prior}}$ .
  - 2: **Procedure: Linear model**
  - 3:   **Priors:**
  - 4:      $E \sim \text{Normal}(\mu = E_{\text{prior}}, \sigma = 10000)$
  - 5:      $\sigma \sim \text{Uniform}(0, 20)$
  - 6:   **Model:**
  - 7:      $f_{\text{estimated}} = E \cdot \epsilon$
  - 8:   **Likelihood:**
  - 9:      $\text{Likelihood}_{\text{linear}} = \text{Normal}(\mu = f_{\text{estimated}}, \sigma = \sigma, \text{observed} = f)$
  - 10: **Initial values:**
  - 11:   start =  $(E = E_{\text{prior}}, \sigma = 10)$
  - 12: **Sampling:**
  - 13:   trace = sample(1000, tune = 500, start = start)
  - 14: **End procedure**
  - 15: **Output:** trace
- 

Por otro lado, se tuvo que crear una función de ajuste bayesiano a partir de la ya vista anteriormente debido a la robustez de los datos obtenidos mediante el DIC. Esto debido a la distribución de sus datos de deformación ya que se tenían alrededor de 50000 datos por cada valor de esfuerzo registrado. En adición, se trataban de conjuntos o vectores de 50000 datos en donde alrededor de 5% de los datos eran valores negativos debidos al ruido inherente del software de procesamiento de los datos. A continuación se explica el flujo del segundo algoritmo de ajuste bayesiano:

- **Preprocesamiento de los datos:** Se eliminan los valores de deformación negativos y se sustrae un ruido constante  $\delta = 0,0008$  de cada medición  $\epsilon_i$ , limpiando los outliers que puedan afectar la convergencia.
- **Distribución previa para  $E$ :** Se asume que el módulo de elasticidad  $E$  sigue una distribución truncada:

$$E \sim \text{TruncatedNormal}(\mu = E_{\text{prior}}, \sigma = 2000, \text{lower} = 5000, \text{upper} = 30000) \quad (20)$$

- **Distribución previa para  $\sigma$ :** El ruido de medición  $\sigma$  se modela con media cero y colas pesadas:

$$\sigma \sim \text{HalfNormal}(\sigma = 40) \quad (21)$$

- **Modelo determinista de esfuerzo–deformación:** Se emplea la misma rela-

ción lineal de Hooke que en el algoritmo anterior:

$$\hat{f} = E \times \epsilon \quad (22)$$

- **Función de probabilidad (Likelihood):** Para dar robustez frente a outliers, se asume que los esfuerzos observados  $f_i$  siguen una distribución *StudentT* con  $\nu = 4$  grados de libertad:

$$f_i \sim \text{StudentT}(\nu = 4, \mu = \hat{f}_i, \sigma = \sigma), \quad i = 1, \dots, n. \quad (23)$$

- **Inicialización y muestreo MCMC:** Se fijan valores iniciales:

$$E_{\text{start}} = E_{\text{prior}} \quad (24)$$

$$\sigma_{\text{start}} = 10 \quad (25)$$

A continuación, se ejecuta un muestreo de Monte Carlo vía cadenas de Markov con 1000 iteraciones y 500 iteraciones de “tune” para asegurar la convergencia de la cadena.

- **Salida del algoritmo:** La salida es la traza de la cadena MCMC, es decir, el conjunto de muestras posteriores de los parámetros  $E$  y  $\sigma$ , que permitirá cuantificar la incertidumbre y obtener estimaciones robustas.

De igual manera se adjunta el algoritmo completo para la función de ajuste bayesiano utilizada para los datos del DIC:

---

**Algorithm 3** Bayesian adjustment for DIC data

---

```

1: Input: Data vectors: strain  $\epsilon = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n\}$ , stress  $f = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ , and prior modulus  $E_{\text{prior}}$ .
2: Procedure: Linear model
3:   Priors:
4:      $E \sim \text{TruncatedNormal}(\mu = E_{\text{prior}}, \sigma = 2000, \text{lower} = 5000, \text{upper} = 30000)$ 
5:      $\sigma \sim \text{HalfNormal}(\sigma = 40)$ 
6:   Model:
7:      $f_{\text{estimated}} = E \cdot \epsilon$ 
8:   Likelihood:
9:      $\text{Likelihood}_{\text{linear}} = \text{StudentT}(\nu = 4, \mu = f_{\text{estimated}}, \sigma = \sigma, \text{observed} = f)$ 
10:  Initial values:
11:    start = ( $E = E_{\text{prior}}, \sigma = 10$ )
12:  Sampling:
13:    trace = sample(1000, tune = 500, start = start)
14: End procedure
15: Output: trace

```

---

2. **Ejecución de la función de ajuste bayesiano con respecto a cada uno de los sensores:** Cabe mencionar que el ajuste se realizará para dos tipos de modelos como ya se mencionó en el marco teórico.

- **Modelo 1 (ASTM-C469):** En este modelo se toman como variables de entrada en la función ajuste bayesiano el valor de esfuerzo correspondiente en la

curva esfuerzo-deformación a una deformación de 0.00005 y el otro punto a tomar será el correspondiente al valor de  $0.4f'_c$  donde  $f'_c$  es el valor de esfuerzo a compresión máximo obtenido en el ensayo y su correspondiente valor de deformación unitaria. Este método sigue la normativa ASTM-C469 para determinar el módulo de elasticidad en materiales como el concreto.

- **Modelo 2 (Vector de datos en el rango lineal):** Para este caso, se toma la totalidad de los pares de datos obtenidos (esfuerzos y deformaciones respectivas) desde el primer punto que ya lo mencionamos en el modelo 1 hasta el punto ultimo en el rango lineal de la curva esfuerzo-deformación que tambien se mencionó en el modelo 1. A pesar de que se trate de datos que se encuentran en el rango lineal, este método permite capturar más información de la relación no lineal entre esfuerzo y deformación.

Para cada uno de los modelos, se ejecuta la función de ajuste bayesiano con los valores de esfuerzo y deformación. Para cada uno de los modelos se obtendrán las siguientes salidas:

- a) Distribución posterior del modulo de elasticidad  $E$ .
- b) Distribución posterior del ruido  $\sigma$ .
- c) Chequeo de predicción posterior PPC.
- d) Trazas de las cuatro cadenas de markov utilizadas para el ajuste.

Todas estas salidas serán utilizadas para graficar las distribuciones posteriores ya mencionadas y serán utilizadas las trazas para realizar un analisis de convergencia para cada uno de los modelos o métodos, con el fin de determinar cual es la cantidad optima de iteraciones para hacer un ajuste confiable.

Ahora, en este apartado **Se hablará del procesamiento de los datos obtenidos en el ensayo ciclico a tracción y compresión de la barra de acero**. El flujo de trabajo para la cuantificación de la incertidumbre en el acero se basa en calibrar los parámetros de un modelo constitutivo de acero corrugado bajo carga cíclica, se implementa un flujo que combina simulación numérica en OpenSees, control desde Python y ajuste bayesiano con emcee. El objetivo es comparar las deformaciones experimentales con las simulaciones del material denominado como *Steel02* y estimar sus parámetros con incertidumbre cuantificada. Este se compone por las siguientes actividades:

- **Modelo constitutivo Tcl en OpenSees (Steel02) para barras de acero:** Este script Tcl fue desarrollado para reproducir el comportamiento cíclico de una barra corrugada de acero, basándose en datos experimentales de deformación. En términos generales, el código:
  1. **Define un entorno de simulación uniaxial:** Arranca “limpiando” cualquier modelo previo y estableciendo un modelo simplificado donde sólo importa la relación esfuerzo-deformación en un único eje.
  2. **Incorpora un modelo constitutivo avanzado (Steel02):** Utiliza el modelo Steel02 de OpenSees, diseñado para capturar fenómenos como endurecimiento por deformación, degradación cíclica y ramificación, parametrizado por valores (módulo de elasticidad, límite elástico, factores de deterioro) que se inyectan desde Python.

3. **Reproduce la historia de deformación real:** Lee secuencialmente la serie de deformaciones medidas en laboratorio ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ ), y las aplica paso a paso al material numérico para simular exactamente el mismo protocolo de carga y descarga.
4. **Registra la respuesta simulada:** A cada paso, captura el esfuerzo interno que el modelo predictivo entrega frente a la deformación aplicada, guardando pares  $(\varepsilon, \sigma)$  para análisis posterior y para comparar con las curvas experimentales.
5. **Automatiza la generación de datos de salida:** Produce dos archivos de texto: uno con la curva completa de histéresis (deformación vs. esfuerzo) y otro con la serie de esfuerzos únicos, listos para alimentar el ajuste bayesiano de parámetros.
6. **Facilita la integración con Python:** Al parametrizar el Tcl con variables de entorno, el mismo script puede llamarse repetidamente desde Python cambiando sólo los valores de los parámetros materiales, permitiendo barridos de calibración automatizados.

De este modo, el modelo Tcl actúa como el “motor” que transforma cada serie experimental de deformaciones en una serie de esfuerzos simulados, respetando la complejidad del comportamiento real del acero bajo cargas cíclicas y preparando los datos para la etapa de ajuste probabilístico.

- **Interfaz de simulación en Python:** Este módulo actúa como conector entre el script Tcl de OpenSees y el proceso de ajuste bayesiano, automatizando la simulación del comportamiento cíclico del acero y entregando los esfuerzos simulados en un formato listo para el análisis. En términos generales:
  - **Configuración inicial:** Se importan las librerías `subprocess`, `os` y `numpy` para ejecutar procesos externos, gestionar variables de entorno y manejar datos numéricos.
  - **Definición de rutas al ejecutable y al script Tcl:** Se establece la constante `OPENSEES_EXE` con la ubicación del binario de OpenSees y `TCL_SCRIPT` con el nombre del archivo Tcl que contiene el modelo uniaxial.
  - **Se define la función para evaluar los parametros del modelo:** Esta función recibe una tupla de seis parámetros  $(E, b, cR1, cR2, a1, a3)$  y realiza los siguientes pasos:
    - **Preparación del entorno de ejecución:** Se clona `os.environ` en una nueva variable `env` y se inyectan las seis variables como cadenas de texto. De este modo, el script Tcl puede leerlas como `$env(E)`, `$env(b)`, etc.
    - **Ejecución silenciosa de OpenSees:** Se lanza la simulación, ocultando la salida por pantalla y deteniendo el programa si ocurre un error.
    - **Lectura de resultados de histéresis:** Una vez finalizado OpenSees, se carga el archivo `"hysteresis.txt"` con `np.loadtxt`, extrayendo la segunda columna que contiene los esfuerzos simulados en cada paso de deformación.
    - **Post-procesamiento de salida:** Devuelve un arreglo de esfuerzos  $\{\sigma_1^{\text{sim}}, \sigma_2^{\text{sim}}, \dots\}$  listo para compararse con los esfuerzos experimentales en el ajuste bayesiano.
  - **Objetivo de la función:** Facilitar la integración del modelo numérico con herramientas de muestreo y diferenciación automática, permitiendo ajustar los parámetros de Steel02 de forma iterativa y cuantificar su incertidumbre de manera eficiente.

- **Calibración Bayesiana de parámetros con la librería emcee:** Este script en Python realiza un muestreo de Monte Carlo vía cadenas de Markov para ajustar los seis parámetros del modelo Steel02 y el nivel de ruido, usando datos experimentales de deformación–esfuerzo. Su flujo es el siguiente:
  - **Importación de librerías y datos:** Se cargan las librerías; `numpy` para manejo numérico, `emcee` para MCMC (Markov Chain Monte Carlo) y `matplotlib.pyplot` para gráficas. Luego, se extraen los vectores de deformaciones y esfuerzos experimentales.
  - **Definición del log–prior:** Se imponen los valores prior los cuales indican el rango numerico en donde cada uno de los parametros del modelo constitutivo podria evaluarse respectivamente:

$$150 \times 10^3 < E < 250 \times 10^3, \quad (26)$$

$$0,001 < b < 0,20, \quad (27)$$

$$0,10 < cR1 < 1,00, \quad (28)$$

$$0,05 < cR2 < 0,20, \quad (29)$$

$$0,00 < a1 < 0,10, \quad (30)$$

$$0,00 < a3 < 0,10, \quad (31)$$

$$\sigma > 0. \quad (32)$$

- **Definición del log–likelihood:** Para un conjunto de parámetros

$$\theta = (E, b, cR1, cR2, a1, a3, \sigma),$$

se llama al script de OpenSees para obtener el vector de esfuerzos simulados  $\{\sigma_i^{\text{sim}}\}$ . A continuación, el logaritmo de la verosimilitud o mejor conocida como *Likelihood* se expresa de forma alineada:

$$\ln \mathcal{L}(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(\sigma_i^{\text{exp}} - \sigma_i^{\text{sim}})^2}{\sigma^2} + \ln(2\pi \sigma^2) \right] \quad (33)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_i^{\text{exp}} - \sigma_i^{\text{sim}})^2}{\sigma^2} - \frac{n}{2} \ln(2\pi \sigma^2). \quad (34)$$

En esta formulación, en lugar de asumir una verosimilitud estrictamente normal, se puede emplear una distribución de *Student–t* con  $\nu$  grados de libertad. La Student–t:

- Posee *colas más pesadas* que la normal, reduciendo la influencia de valores atípicos en las mediciones.
- Ofrece mayor *robustez* ante fluctuaciones extremas o ruido no gaussianas en los datos de esfuerzo.
- Mejora la *convergencia* del muestreo bayesiano cuando existen errores experimentales grandes o distribuciones con colas anchas.

- **Log-posterior:** Se suma el log-prior y el log-likelihood:

$$\ln p(\theta \mid \text{datos}) = \ln p(\theta) + \ln \mathcal{L}(\theta),$$

devolviendo las distribuciones de probabilidad para cada uno de los parametros ajustados que luego pueden ser graficados y que serán mostrados en la sección de **Resultados** de este documento.

- **Posterior Predictive Check:** Para validar el ajuste, se eligen 50 muestras aleatorias del posterior, se simula la curva  $\sigma^{\text{sim}}(\varepsilon)$  con cada una y se superpone en un gráfico sobre los datos experimentales. Esto muestra visualmente la dispersión de trayectorias compatibles con la incertidumbre estimada.

### 7.2.3. Fase 3

Esta fase es la última de todas y consiste en la **redacción y conclusiones del proyecto realizado**, se compone por las siguientes actividades:

- **Comparación de los métodos de ensayo utilizados:** Después de haber elaborado un protocolo experimental para la obtención de todos estos datos tanto del concreto como el acero y la previa cuantificación de la incertidumbre en los mismos se comparan los sensores y métodos utilizados en este proyecto. Para ver más por favor darle un vistazo en los apartados de resultados, analisis de resultados y conclusiones del proyecto.

## 8. Resultados y análisis de resultados

En esta sección se presentan los resultados del ajuste bayesiano, tanto para los ensayos de compresión de concreto como para los ensayos cíclicos de tracción en barras de acero. Para cada caso se presentan las distribuciones posteriores de los parámetros de interés y la validación mediante posterior predictive check. Finalmente se resume numéricamente los valores estimados en tablas comparativas.

### 8.1. Ensayos de Compresión de Concreto

En esta sección se presentan de manera integrada todos los pasos y resultados asociados al ensayo de compresión en el cilindro de concreto, abarcando desde la definición del área de interés hasta los ajustes bayesianos finales. En particular, se mostrarán:

- **Área de interés y procesamiento inicial:** Definición del AOI (Área de Interés) en la superficie del cilindro y obtención de las primeras imágenes deformadas mediante DIC.
- **Distribución de deformaciones “sin carga”:** Estimación del ruido inherente al sistema DIC a partir de imágenes capturadas sin carga, cálculo de la constante de corrección y aplicación de filtros a los vectores de deformación.
- **Distribución de deformaciones en imágenes deformadas:** Histograma de las mediciones DIC crudas para cada foto deformada, mostrando la dispersión positiva y negativa antes de la limpieza de datos.
- **Curvas esfuerzo–deformación globales:** Comparación de las lecturas de deformación obtenidas por galgas extensométricas, promedio de LVDTs y DIC frente a las lecturas de carga, en todo el rango del ensayo (fase lineal y no lineal).
- **Corrección de ruido en DIC:** Proceso de eliminación de valores negativos y sustracción de la constante de ruido ( $\varepsilon_{\text{ruido}} = 0.0008$ ) para obtener vectores de deformación positivos y corregidos.
- **Resultados del ajuste bayesiano:** Aplicación de los dos algoritmos bayesianos descritos en el montaje experimental:
  - Algoritmo 1: Ajuste bayesiano para galgas y LVDTs (véase Algoritmo 2).
  - Algoritmo 2: Ajuste bayesiano para datos DIC (véase Algoritmo 3).

#### 8.1.1. Distribución de deformaciones en el área de interés

Al iniciar el ensayo, se definió una “área de interés” en la superficie lateral del cilindro de concreto, con la finalidad de capturar los patrones de deformación mediante DIC. La Figura 35 muestra el campo de deformación unitaria calculado sobre dicha región, obtenido a partir de la primera imagen deformada y comparado con su estado inicial. Obsérvese que, aunque la deformación es aún pequeña, ya se aprecian variaciones locales asociadas a la adherencia del patrón de puntos y ligeros efectos de ruido.

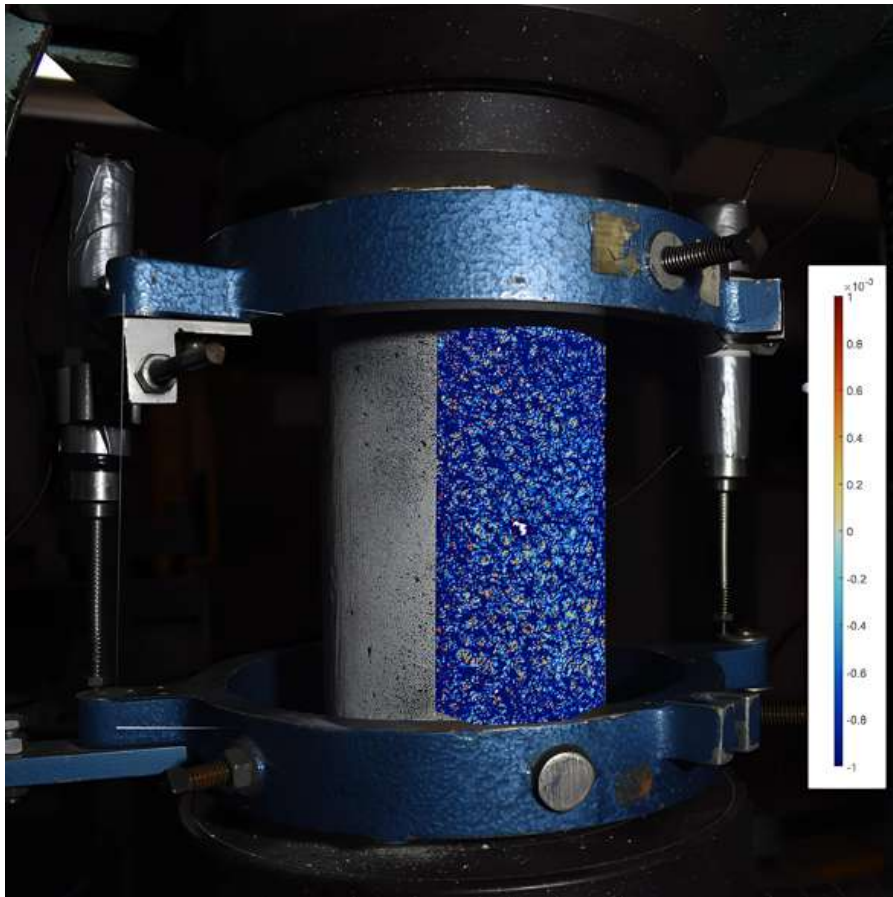


Figura 35: Distribución de deformaciones unitarias en el área de interés analizada por la DIC.

### 8.1.2. Distribución de deformaciones en una imagen deformada

Antes de analizar las curvas esfuerzo–deformación globales, es importante examinar la distribución de los valores de deformación ( $\varepsilon$ ) obtenidos por DIC en una sola imagen deformada. La Figura 36 muestra el histograma de las  $\approx 50\,000$  mediciones de deformación correspondientes a la primera foto deformada.

En este histograma pueden observarse varios aspectos clave:

- **Valores positivos cercanos al pico principal:** La mayoría de las mediciones se agrupan alrededor de un valor positivo ( $\varepsilon \approx 0.00085$ ), que coincide con la deformación axial real del cilindro en ese instante de carga.
- **Presencia de valores negativos:** Aparecen mediciones ligeramente negativas ( $\varepsilon < 0$ ), producto de ruido experimental. Se hablará más acerca de las posibles fuentes de ruido más adelante en este documento. Aunque esos valores negativos no representan deformación real de expansión, indican hasta qué punto es necesario filtrar “outliers” antes de utilizar los datos en el ajuste bayesiano.

En resumen, el histograma de la Figura 36 ilustra que, aun en la fase lineal, el vector de deformaciones DIC contiene ruido tanto positivo como negativo. Por ello, en la sección acerca del ruido y su corrección se detalla el procedimiento de limpieza de datos necesarios para obtener solo las deformaciones representativas dentro del rango lineal ( $\sigma \leq 0.4 f'_c$ ) antes del ajuste bayesiano.

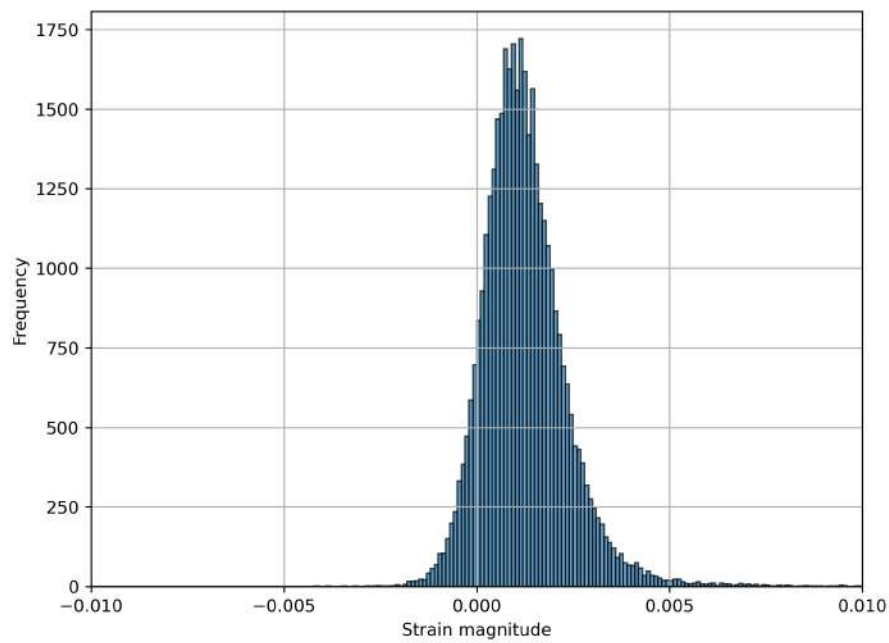


Figura 36: Histograma de distribución de deformaciones  $\varepsilon$  para la primera foto deformada.

### 8.1.3. Curvas esfuerzo–deformación globales

Al sincronizar los disparos de las cámaras con la lectura de la celda de carga, se obtuvo la curva esfuerzo–deformación para cada sensor. La Figura 37 presenta las curvas obtenidas con:

- **Strain Gauge** en rojo
- **Promedio de ambos LVDT** en azul
- **DIC** (nube de puntos de colores)

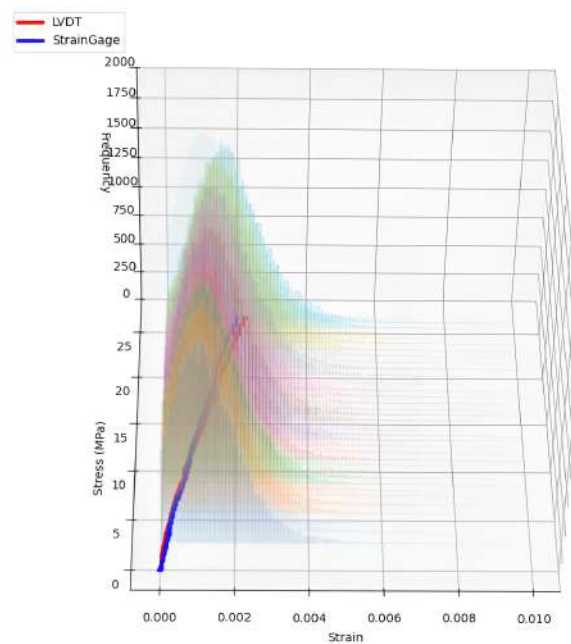


Figura 37: Curvas esfuerzo-deformación de los sensores.

- **Galgas extensométricas (rojo):** Cada punto corresponde a la lectura de deformación longitudinal registrada por la galga para un valor dado de carga. Debido a que la galga mide localmente sobre la superficie, su curva se muestra como una línea continua y lisa en la fase elástica (aproximadamente), reflejando baja dispersión.
- **Promedio de dos LVDTs (azul):** Se colocaron dos LVDTs instalados en los anillos metálicos y se promediaron sus lecturas para cada nivel de carga. La curva resultante coincide casi perfectamente con la de la galga en la región puramente elástica, lo que demuestra que los LVDTs reproducen fielmente la deformación axial y corrigen cualquier pequeña inclinación o rotación del cilindro.
- **DIC (distribuciones de deformación de colores):** Cada “foto” deformada provee aproximadamente 50 000 mediciones puntuales de deformación ( $\varepsilon$ ) en el área de interés. Estos datos se muestran como distribuciones de deformación por foto o estado de carga en la gráfica. En la fase puramente elástica (hasta  $\sigma = 0.4 f'_c$ ), la mayoría de los puntos DIC se agrupan alrededor de la línea teórica, pero exhiben una mayor dispersión debido a ruido intrínseco (variaciones de iluminación, imperfecciones del patrón, ligera distorsión de la cámara, etc.) los cuales fueron corregidos más tarde.

Durante el ensayo:

1. En la zona inicial ( $\varepsilon \lesssim 0.0015$ ), galga y LVDTs coinciden estrechamente, indicando que ambos sistemas registran la deformación axial casi de forma idéntica.
2. En el rango lineal ( $\sigma \leq 0.4 f'_c$ ), se observa que los puntos DIC rodean la línea promedio pero con ruido significativo: incluso aquí, antes de la no linealidad, persisten “colas” de valores de  $\varepsilon$  tanto por debajo como por encima de la pendiente teórica. Este ruido permanece también en la fase no lineal, incrementando su dispersión conforme aparecen

microfisuras y heterogeneidades locales. Una discusión detallada sobre la corrección de este ruido se presentará posteriormente en este documento.

3. Al superar  $0.4 f'_c$  (fin de la región puramente elástica), se aprecian ligeras curvaturas en las curvas de galga y LVDTs, iniciando la zona de no linealidad. Los puntos DIC se dispersan aún más, ya que las deformaciones locales dejan de ser homogéneas y aparecen fisuración y microdaños.

En conjunto, estas tres curvas permiten comparar la precisión y consistencia de cada sensor en la fase lineal, así como la dispersión inherente del método DIC. Para el ajuste bayesiano, se seleccionarán los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  dentro de la región lineal (hasta  $\sigma = 0.4 f'_c$ ): dos puntos para el método ASTM C-469 y todos los puntos dentro del rango elástico para el método vectorial.

#### 8.1.4. Estimación y corrección del ruido en DIC

Para cuantificar y mitigar el ruido intrínseco en las mediciones DIC, se siguió el siguiente procedimiento:

##### 1. Obtención de imágenes “sin carga” para estimar el ruido:

- Se empleó el mismo archivo de calibración estéreo utilizado en el ensayo completo.
- Se capturaron cinco imágenes del cilindro sin aplicar ninguna carga (es decir, estado inicial en distintos instantes de tiempo).
- De esas cinco imágenes, una se seleccionó como “referencia” y las otras cuatro se trataron como si fueran “imágenes deformadas” en diferentes instantes.

##### 2. Cálculo de la distribución de deformaciones en estado “sin carga”:

- Para cada una de las cuatro imágenes “deformadas” simuladas, se ejecutó el algoritmo DIC completo sobre la *área de interés*, obteniendo un vector de aproximadamente 50 000 valores de strain.
- Dado que el cilindro no estaba realmente deformado, *todos* los valores de deformación esperados habrían de ser cero. Sin embargo esto no fue así, por lo mismo que se menciona la presencia de ruido en los datos.
- En la práctica, cada uno de esos vectores presentó una distribución aproximadamente normal centrada en un valor diferente de cero. Concretamente, la *moda y mediana* de cada histograma quedaron alrededor de  $\varepsilon \approx 8 \times 10^{-4}$ .
- Se promediaron estas modas (o medianas) de las cuatro distribuciones para obtener una *constante de corrección de ruido*:

$$\varepsilon_{\text{ruido}} \approx 0.0008.$$

- Esta constante recoge el sesgo sistemático introducido por errores de calibración (distorsión geométrica, alineación de cámaras), efectos de curvatura de la superficie y variaciones de iluminación.

##### 3. Eliminación de valores negativos y sustracción de la constante de ruido:

- Para cada imagen deformada real del ensayo (aquellas en las que sí se aplica carga), se dispone de un vector de mediciones DIC:

$$\{\varepsilon_i\}_{i=1}^{N_{\text{pix}}}, \quad N_{\text{pix}} \approx 50,000.$$

- Primero, se eliminaron todas las *deformaciones negativas* ( $\varepsilon_i < 0$ ), ya que se atribuyen a ruido aleatorio y no representan expansión real en un ensayo a compresión.
- Luego, a cada uno de los valores restantes  $\varepsilon_i \geq 0$  se le restó la constante  $\varepsilon_{\text{ruido}}$ , obteniendo:

$$\varepsilon_i^{\text{corr}} = \varepsilon_i - 0.0008, \quad \text{para todo } \varepsilon_i \geq 0.$$

- De esta manera, el nuevo vector  $\{\varepsilon_i^{\text{corr}}\}$  contiene únicamente valores positivos y corregidos, libres del sesgo promedio hallado en el estado “sin carga”.

#### 4. Resultados tras la corrección y ajuste bayesiano:

- Con los vectores  $\{\varepsilon_i^{\text{corr}}\}$  para cada foto deformada se repitió el ajuste bayesiano al módulo de elasticidad, empleando la *likelihood* Student- $t$  ya acostumbrada.
- Los histogramas posteriores de  $E$  y  $\sigma$  resultaron mucho más coherentes y estrechamente concentrados, asemejándose a las distribuciones obtenidas con galgas y LVDTs.
- En particular, la media posterior de  $E$  arrojó valores similares (desviación típica reducida) a los hallados por los otros sensores, confirmando que la corrección del ruido mejoró la validez del método DIC en la fase lineal del ensayo.

En resumen, al estimar la constante de ruido  $\varepsilon_{\text{ruido}} = 0.0008$  mediante imágenes sin carga y luego restarla a todas las mediciones DIC positivas, se eliminaron sesgos sistemáticos y se logró una distribución de deformaciones limpia. Este proceso de limpieza es fundamental para que el ajuste bayesiano al módulo de elasticidad produzca resultados coherentes con los demás métodos instrumentales.

##### 8.1.5. Valores prior utilizados para el ajuste bayesiano

Tabla 3: Priors para  $E$  y  $\sigma$  en cada algoritmo (para ambos métodos ASTM-C469 y vector)

| Sensor       | E (MPa) | $\sigma$ (MPa) |
|--------------|---------|----------------|
| LVDT / Galga | 18 000  | 10             |
| DIC          | 18 000  | 10             |

##### 8.1.6. Distribución posterior del módulo de elasticidad $E$

Aquí se agrupan los resultados obtenidos a partir de los tres métodos de medición de deformación: galgas extensiométricas, LVDTs y DIC. Para cada sensor se comparan dos estrategias de cálculo de módulo de elasticidad: el método ASTM C-469 y el método vectorial. Para comenzar con la interpretación de las distribuciones posteriores, cabe señalar que todas las curvas mostradas en esta sección se obtuvieron haciendo uso de los dos algoritmos bayesianos descritos en el montaje experimental:

- **Algoritmo 1:** Ajuste bayesiano para galgas y LVDTs (véase Algoritmo 2).
- **Algoritmo 2:** Ajuste bayesiano para datos DIC (véase Algoritmo 3).

En cada caso, la distribución a priori se combinó con la verosimilitud definida por los datos de deformación y esfuerzo recogidos por cada sensor, y el muestreo MCMC exploró la distribución posterior de los parámetros de interés. A partir de esas cadenas MCMC se extrajeron:

1. **Estimadores puntuales:** Como la media o la moda de la posterior
2. **Intervalos de credibilidad:** (por ejemplo, percentiles 2.5 %–97.5 %) para cuantificar la incertidumbre restante.
3. **Intervalos de credibilidad:** mediante trazas y autocorrelaciones.
4. **Rango de visibilidad de las graficas:** se ajustó todas las graficas posteriores de  $E$  y  $\sigma$  con iguales rangos con el fin de poder compararlas visualmente.

## ■ Resultados Método ASTM-C469

### 1. Distribución posterior de $E$ (ASTM–C469) usando LVDT

La Figura 38 muestra la distribución posterior del módulo de elasticidad  $E$  obtenida mediante el *Algoritmo 1* (Ajuste bayesiano para galgas y LVDTs) usando el método ASTM C–469, es decir, empleando únicamente dos puntos  $(\varepsilon, \sigma)$  tomados en la región lineal (hasta  $\sigma = 0.4 f'_c$ ).

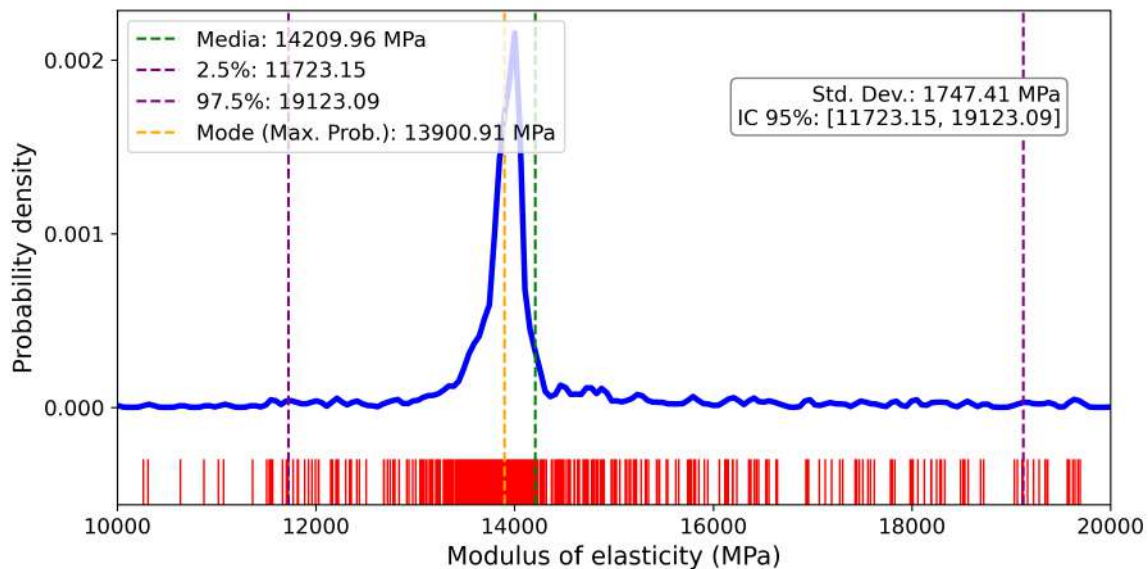


Figura 38: Distribución posterior de  $E$  (ASTM–C469) usando LVDT.

Al analizar esta posterior, se observan los siguientes aspectos clave:

- **Ancho del intervalo de credibilidad (IC 95 %):** El intervalo de credibilidad al 95 % para  $E$  abarca aproximadamente

$$[11\,723\text{ MPa}, 19\,123\text{ MPa}],$$

lo cual refleja una incertidumbre moderada, propia de ajustar únicamente dos puntos en la fase puramente elástica.

- La amplitud del IC 95 % MPa) indica que, aunque la media apunta a 14209 MPa, existe una probabilidad no despreciable de que  $E$  se encuentre en un rango más amplio, debido a variaciones en la lectura de las dos observaciones utilizadas.

- **Forma de la distribución posterior:** La densidad posterior se aproxima a una gaussiana ligeramente sesgada hacia valores inferiores a la media, debido a que el par de puntos en la zona lineal muestra una pendiente algo menor a la esperada teóricamente.
  - El sesgo hacia la izquierda (cola más pesada hacia valores menores) sugiere que los datos experimentales obtenidos por LVDT tendieron a subestimar la pendiente real en uno de los dos puntos (posiblemente en el extremo superior de  $\sigma = 0,4 f'_c$ ), desplazando la estimación de  $E$  hacia valores algo menores.
  - Aun así, la curvatura mostrada en la parte central del histograma es bastante pronunciada, indicando que la mayor concentración de probabilidad se concentra cerca de la media, lo cual refuerza la confiabilidad de la estimación en torno a 14209 MPa.

## 2. Distribución posterior de $E$ (ASTM–C469) usando galga

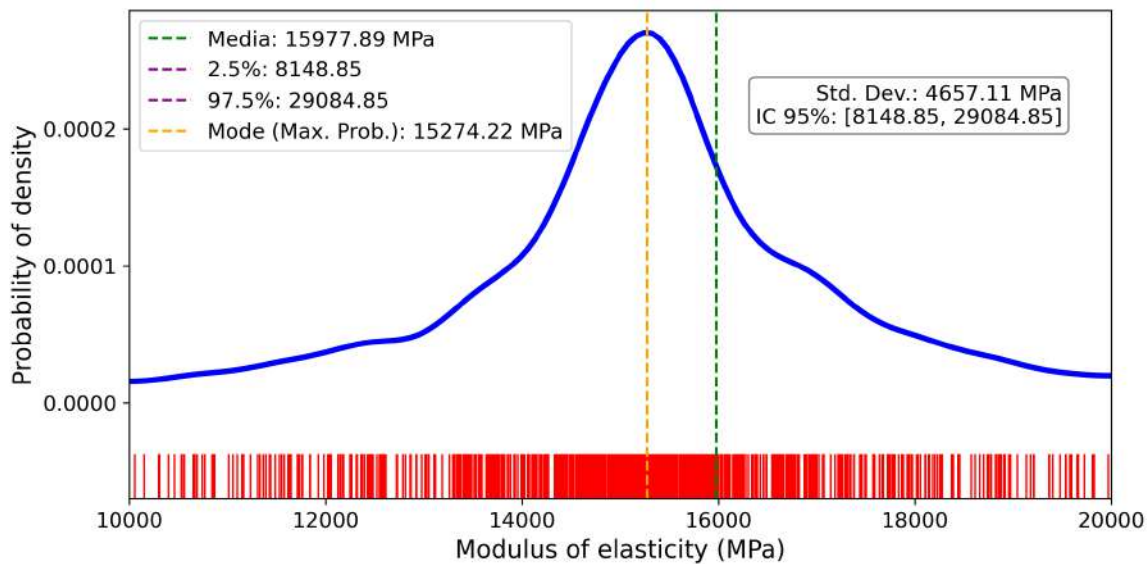


Figura 39: Distribución posterior de  $E$  (ASTM–C469) usando galga.

En la Figura 39 se observa la densidad posterior del módulo de elasticidad  $E$  calculada a partir de los dos puntos ASTM C–469 medidos con galgas extensométricas. A continuación se detallan los aspectos más relevantes:

- **Pico bien definido:** La distribución presenta un único máximo alrededor de  $E \approx 15977$  MPa. Esto indica que, al combinar la información de los dos pares  $(\varepsilon, \sigma)$  obtenidos con la galga, el valor más probable de  $E$  se concentra en esa cifra.
- **Anchura del intervalo de credibilidad 95 %:** El intervalo de credibilidad se extiende aproximadamente desde 8 148 MPa hasta 29 084 MPa. Esta amplitud relativamente amplia refleja la incertidumbre intrínseca al usar solo dos mediciones de galga.
- **Forma de la curva:** La densidad presenta colas más anchas en comparación con LVDT. Esto sugiere que valores de  $E$  tanto muy bajos (por debajo de 8 148 MPa) como muy altos (por encima de 29 084 MPa) aún conservan probabilidad no despreciable, debido a la mayor variabilidad en la lectura de la galga. Sin embargo, la mayor concentración de probabilidad permanece cerca del pico principal.

- **Caída gradual en los extremos:** Al alejarse del valor central, la densidad decrece de manera suave. Esto implica que el modelo bayesiano solo descarta con alta confianza valores de  $E$  extremos fuera del rango  $[8\,148, 29\,084]$  MPa.
- **Ausencia de sesgos pronunciados:** A pesar de su mayor dispersión, la distribución es aproximadamente simétrica en torno al pico, sin presentar colas marcadamente sesgadas hacia un lado. Esto indica que no hubo un error sistemático claro en una sola dirección durante el ensayo con galgas —la variabilidad se debe a errores aleatorios en la instalación y en la medición.

### 3. Distribución posterior de $E$ (ASTM–C469) usando DIC

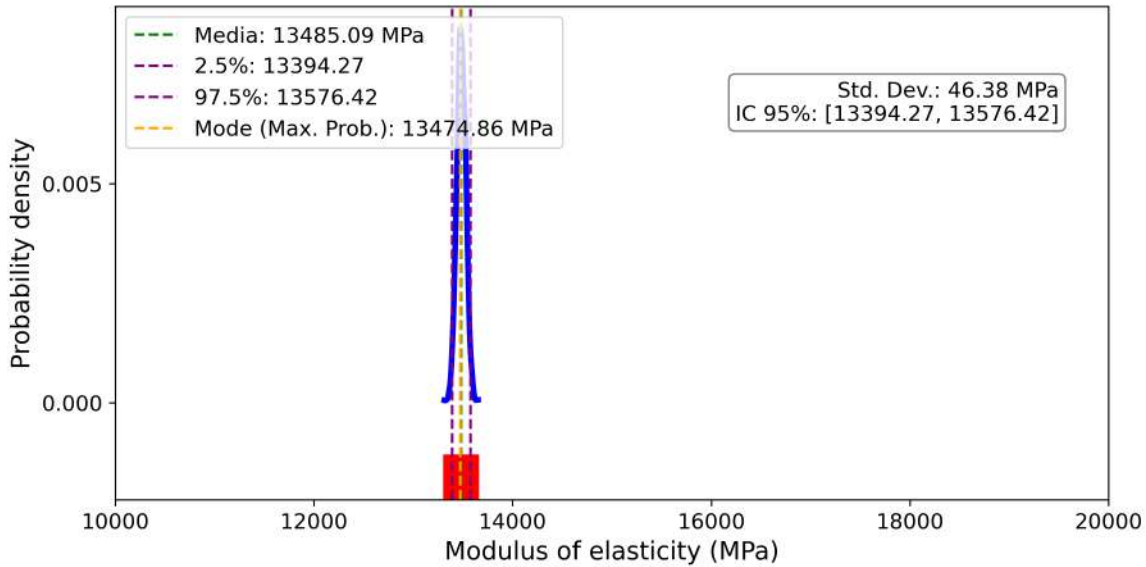


Figura 40: Distribución posterior de  $E$  (ASTM–C469) usando DIC.

En la Figura 40 se presenta la distribución posterior de la pendiente  $E$  obtenida mediante ajuste bayesiano con el método ASTM C–469, empleando únicamente las dos nubes de puntos característicos extraídos de los datos DIC (es decir, la nube de deformación de la primer foto deformada y la nube de deformación asociada al 40 % de la carga máxima). De esta gráfica se obtienen las siguientes características principales:

- **Valor de la media y la moda (máxima probabilidad):** La media posterior se sitúa en aproximadamente  $\mu_E \approx 13\,485$  MPa y la moda (valor de máxima probabilidad) en 13 475 MPa. Esto indica que el estimador puntual de  $E$  a partir de DIC es cercano a  $13,5 \times 10^3$  MPa.
- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):** El intervalo de credibilidad calculado (percentiles 2.5 % y 97.5 %) queda aproximadamente en  $[13\,394, 13\,576]$  MPa.

$$IC_{95\%}(E) = [13\,394,27, 13\,576,42] \text{ MPa.}$$

Dicho intervalo es notablemente estrecho (anchura de unos 182 MPa), lo cual denota que el modelo bayesiano con likelihood Student– $t$  logró concentrar la probabilidad en un rango muy reducido de valores.

- **Desviación estándar posterior:** La dispersión de la muestra posterior también es pequeña:  $\sigma_E \approx 46,4$  MPa. Esta baja desviación refuerza la confianza en la estimación puntual obtenida, a pesar del ruido propio de los datos DIC.

- **Interpretación de la estrechez de la distribución:**

- Al utilizar solo dos puntos (ASTM C-469), la información disponible para ajustar  $E$  es reducida. Sin embargo, el uso de una verosimilitud tipo Student- $t$  (con  $\nu = 4$ ) atenúa el impacto de valores atípicos o ruido en las mediciones y concentra la probabilidad en torno a una pendiente central.
- En la práctica, este estrecho IC refleja que, bajo el esquema de “dos puntos” y con likelihood Student- $t$ , la varianza residual asignada al modelo se ve limitada, porque el ajuste privilegia la reducción de la dispersión de los dos valores extremos.
- **Posible sesgo o subestimación de  $E$ :** Obsérvese que la media  $E \approx 13\,485$  MPa es inferior a la media obtenida con LVDTs ( $\approx 14\,209$  MPa) y con galgas extensométricas ( $\approx 15\,977$  MPa) empleando también el método ASTM C-469. Este ligero desplazamiento hacia valores menores sugiere que, en este caso particular de DIC:
  - La medición de la deformación de referencia ( $\varepsilon_1 = 50 \times 10^{-6}$ ) pudo contener un sesgo sistemático hacia valores algo mayores de deformación, o
  - El segundo punto ( $\varepsilon_2$  al 40 % de la carga máxima) pudo verse afectado por ruido residual que empujó la pendiente hacia abajo.

En cualquier caso, la subestimación de  $E$  respecto a los otros sensores implica que, si se aplicase directamente esta pendiente en el diseño estructural sin considerar dicha diferencia, se obtendría un módulo de elasticidad por debajo de la realidad del material. Esto podría llevar a un diseño más conservador (mayor sección requerida) pero también a una discrepancia con la práctica normativa, donde se estima un  $E$  más elevado.

- **Resultados Método de tipo Vector**

1. **Distribución posterior de  $E$  (ASTM-C469) usando DIC**

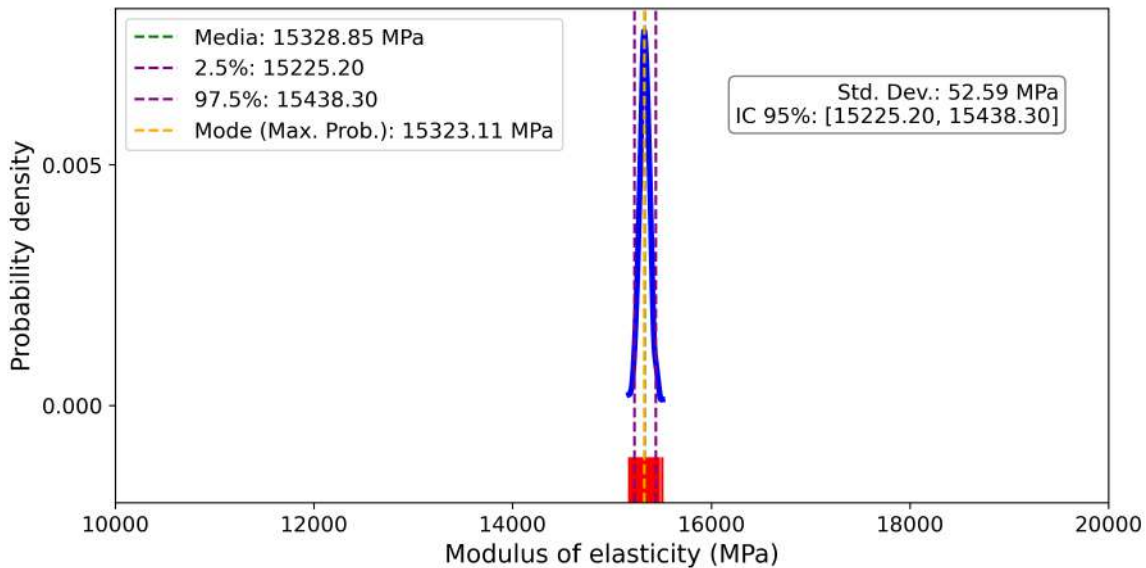


Figura 41: Distribución posterior de  $E$  (Vector) usando LVDT.

En la Figura 41 se muestra la distribución posterior de la pendiente  $E$  obtenida mediante ajuste bayesiano con el método de tipo *vector*, empleando todos los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  que pertenecen a la fase lineal de la curva esfuerzo-deformación y deteniendo

el muestreo cuando el esfuerzo registrado por la celda de carga alcanza el 40 % de la resistencia última (según ASTM C-469). De esta gráfica se destacan los siguientes puntos:

- **Estimador puntual (media y moda):** La media posterior se ubica en  $\mu_E \approx 15\,328,9$  MPa, mientras que la moda (valor de máxima probabilidad) coincide prácticamente con  $\hat{E} \approx 15\,323,1$  MPa.
  - El valor medio  $\approx 15,3 \times 10^3$  MPa representa la pendiente más plausible al ajustar remotamente cada par  $(\varepsilon, \sigma)$  dentro de la región lineal.
  - El hecho de que la moda y la media apenas difieran (menos de 6 MPa) indica una distribución muy simétrica y poco sesgada alrededor de ese punto central.
- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):** El IC 95 % resultante es muy estrecho:

$$\text{IC}_{95\%}(E) = [15\,225,2, 15\,438,3] \text{ MPa.}$$

Su amplitud es de tan solo 213,1 MPa (aprox. 1,4 % del valor central).

- Este estrecho intervalo muestra que, al usar todos los pares lineales posibles, la incertidumbre residual en  $E$  prácticamente desaparece en comparación con el método “dos puntos” (ASTM C-469).
  - La varianza tan baja refleja que la evidencia extraída de muchos puntos en el tramo lineal “esconde” el ruido experimental y concentra la probabilidad en un rango muy reducido.
- **Desviación estándar posterior:** La desviación estándar  $\sigma_E \approx 52,6$  MPa confirma la alta precisión de la estimación:

$$\sigma_E \approx 52,59 \text{ MPa.}$$

Comparado con  $\sigma_E \approx 1\,747$  MPa del método ASTM-C469 (dos puntos) con LVDT (ver Figura 38), el método vectorial reduce la dispersión en torno a la media en aproximadamente un 97 %.

- **Comparación con el esquema ASTM-C469 (dos puntos) usando LVDT:**
  - Bajo ASTM-C469 se obtuvo  $\mu_E \approx 14\,209,0$  MPa con  $\sigma_E \approx 1\,747$  MPa (IC 95 % muy amplio).
  - Con el método vectorial se logra  $\mu_E \approx 15\,328,9$  MPa y  $\sigma_E \approx 52,6$  MPa.
  - En consecuencia, el valor promedio aumenta en  $\approx 1\,120$  MPa (aprox. 8 %) y la incertidumbre (anchura del IC) se reduce drásticamente de  $\approx 7\,400$  MPa a  $\approx 213$  MPa.

Esto se explica porque el vectorial incorpora todos los puntos de la fase lineal—no solo dos extremos—y, por tanto, extrae mucha más información del tramo inicial de la curva, mejorando considerablemente la certidumbre en la pendiente.

## 2. Distribución posterior de $E$ (Vector) usando galga

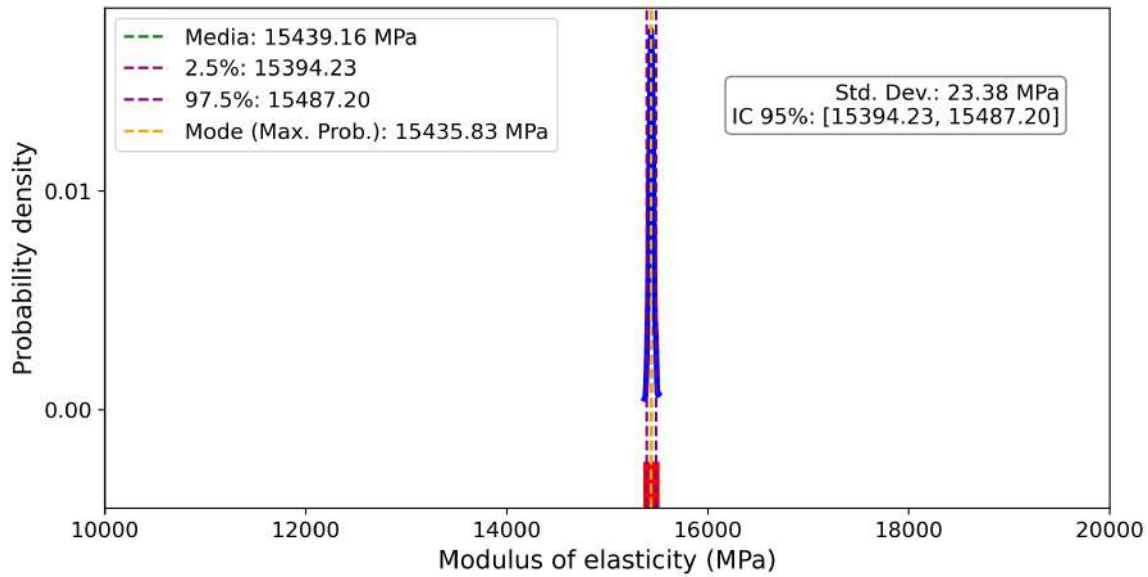


Figura 42: Distribución posterior de  $E$  (Vector) usando galga.

En la Figura 42 se presenta la distribución posterior de la pendiente  $E$  obtenida mediante el método vectorial a partir de los datos de deformación registrados con la galga extensiométrica. A continuación se describen los aspectos más relevantes:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior se ubica en  $\mu_E \approx 15\,439,2$  MPa.
- La moda (valor de máxima probabilidad) coincide muy de cerca en  $\hat{E} \approx 15\,435,8$  MPa.
- La diferencia entre media y moda es de apenas 3,4 MPa, lo que indica una distribución casi perfectamente simétrica alrededor del valor central.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$IC_{95\%}(E) = [15\,394,2, 15\,487,2] \text{ MPa.}$$

- El ancho total del IC 95 % es de solo 93,0 MPa, correspondiente a menos del 0,6 % del valor medio.
- Esta estrechez demuestra que el ajuste bayesiano sobre todos los puntos lineales (método vectorial) arroja una incertidumbre residual muy baja cuando se usan galgas.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\sigma_E \approx 23,4 \text{ MPa.}$$

- Comparada con la desviación de 52,6 MPa obtenida con LVDT en el mismo método vectorial, la galga muestra aproximadamente la mitad de dispersión.
- Podríamos sugerir que las galgas proporcionan mediciones más consistentes (menor ruido) en el tramo lineal que los LVDTs, bajo las mismas condiciones de ensayo. Para estar más seguros de esto sería bueno realizar más ensayos de cilindros y comprobar esta hipótesis.

- **Forma de la distribución:**

- La densidad de probabilidad adopta una forma prácticamente gaussiana, con colas simétricas muy cortas.
- No se observa sesgo evidente hacia valores superiores o inferiores; la mayoría de las muestras se concentran alrededor de  $15,44 \times 10^3$  MPa.

- **Comparación con otros sensores (método vectorial):**

- Frente a LVDT (Figura 41), las galgas presentan una distribución aún más estrecha, pues  $\sigma_E^{\text{galga}} \approx 23,4$  MPa versus  $\sigma_E^{\text{LVDT}} \approx 52,6$  MPa.
- Esto indica que, para la fase lineal, las galgas generaron datos con menor variabilidad intrínseca que los LVDTs, reflejando una mayor precisión en la estimación de la pendiente  $E$ .

- **Interpretación breve:**

- El uso del método vectorial sobre galgas permite aprovechar todos los puntos de deformación en la fase lineal, produciendo un valor de  $E$  muy concentrado alrededor de  $15,44 \times 10^3$  MPa.
- La baja desviación estándar ( $\approx 23,4$  MPa) hace que esta estimación sea sumamente confiable para aplicaciones donde se requiera conocer  $E$  con alta precisión.

### 3. Distribución posterior de $E$ (Vector) usando DIC

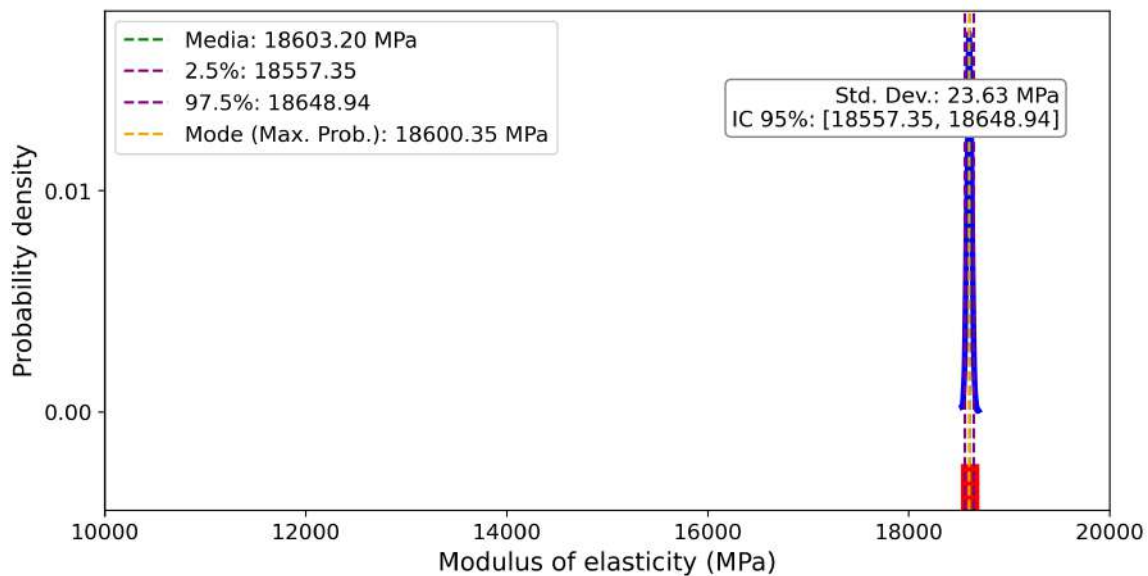


Figura 43: Distribución posterior de  $E$  (Vector) usando DIC.

En la Figura 43 se muestra la distribución posterior de la pendiente  $E$  cuando se emplea el método vectorial sobre los datos de deformación obtenidos mediante DIC. A continuación, se destacan los aspectos principales:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior resulta ser  $\mu_E \approx 18\,603,2$  MPa.
- La moda (valor de máxima probabilidad) se ubica en  $\hat{E} \approx 18\,600,4$  MPa.

- La cercanía entre media y moda (solo 2,8 MPa de diferencia) indica que la distribución es casi perfectamente simétrica y unimodal.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$\text{IC}_{95\%}(E) = [18\,557,4, 18\,648,9] \text{ MPa.}$$

- El ancho total del IC 95 % es de 91,6 MPa, aproximadamente el 0,5 % del valor medio.
- Este intervalo tan reducido demuestra que la incorporación de todos los puntos del tramo lineal (método vectorial) genera una estimación de  $E$  muy precisa aún cuando el DIC presenta mayor ruido que LVDTs o galgas.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\sigma_E \approx 23,6 \text{ MPa.}$$

- Resulta prácticamente idéntica a la obtenida con galgas ( $\approx 23,4$  MPa), lo que sugiere que, una vez aplicado el método vectorial (muchos puntos lineales), el ruido residual del DIC se reduce sustancialmente.
- Comparada con la desviación previa en el método ASTM-C469 (donde  $\sigma_E^{\text{DIC}} \approx 46,4$  MPa), la reducción a  $\approx 23,6$  MPa evidencia que el método vectorial “promedia” el ruido de cientos de puntos de DIC, acercando su precisión a la de los sensores de contacto.

- **Forma de la distribución:**

- La densidad posterior adopta una forma muy parecida a una gaussiana estrecha, centrada en  $18,60 \times 10^3$  MPa, con colas prácticamente simétricas.
- No hay sesgos apreciables hacia la izquierda o la derecha; la gran concentración de muestras en torno al valor medio confirma alta confiabilidad.

- **Implicaciones respecto a DIC versus sensores de contacto:**

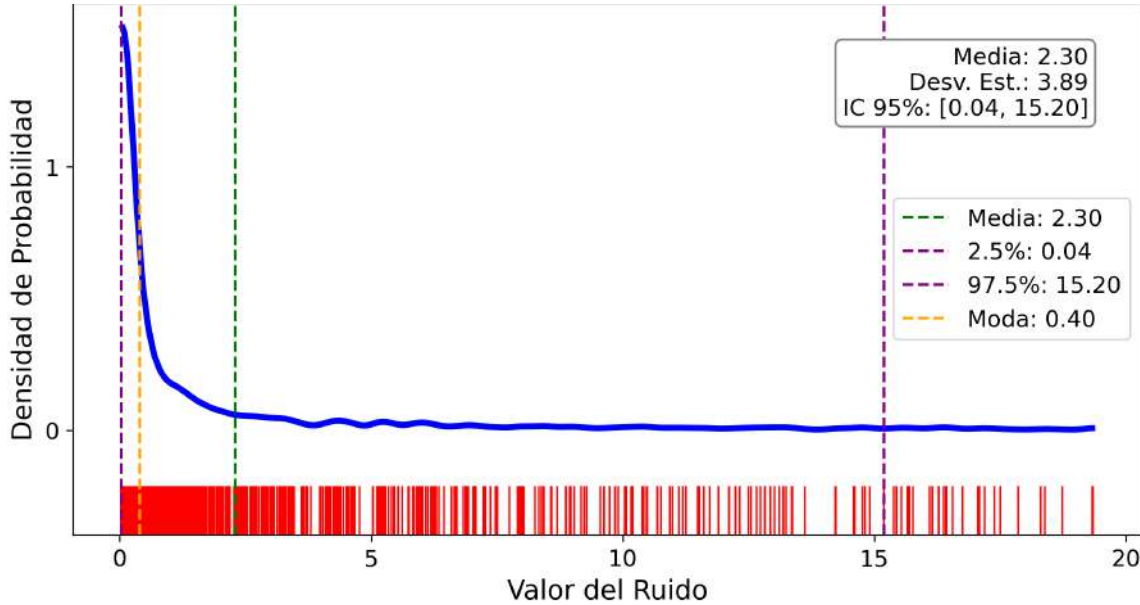
- Tras aplicar el método vectorial, la dispersión del DIC disminuye a  $\approx 23,6$  MPa, prácticamente igualando la precisión de las galgas ( $\approx 23,4$  MPa). Esto demuestra que, si bien el DIC captura un mayor ruido en cada medición puntual, el uso de todos los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  en el tramo lineal atenúa ese ruido y produce un valor de  $E$  tan confiable como los sensores de contacto.

- **Interpretación breve:**

- El método vectorial mitiga el ruido del DIC al aprovechar miles de puntos en el tramo lineal, reduciendo casi a la mitad la incertidumbre comparado con el enfoque ASTM-C469.

### 8.1.7. Distribución posterior del sigma del modelo bayesiano $\sigma$

- **Resultados Método ASTM-C469**

1. Distribución posterior de  $\sigma$  (ASTM-C469) usando LVDTFigura 44: Distribución posterior de  $\sigma$  (ASTM-C469) usando LVDT.

En la Figura 44 se presenta la función de densidad posterior para el parámetro  $\sigma$  del modelo bayesiano, aplicado al método ASTM-C469 con datos de deformación medidos por LVDT. A continuación se describen los aspectos más relevantes:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior de  $\sigma$  es  $\bar{\sigma} \approx 2,30$  MPa.
- La moda (valor de máxima probabilidad) se ubica en  $\hat{\sigma} \approx 0,40$  MPa.
- La diferencia entre media y moda sugiere que la distribución está sesgada hacia valores bajos de  $\sigma$ , es decir, muchos valores con alta probabilidad muy cercanos a cero.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$IC_{95\%}(\sigma) = [0,04, 15,20] \text{ MPa.}$$

- El ancho del intervalo es amplio (15,16 MPa), lo cual refleja la elevada incertidumbre a priori sobre  $\sigma$  (Uniform 0–20 MPa) y la escasez de datos en la “cola” de la distribución de ruido.
- Aun así, el extremo inferior cercano a cero indica que es muy probable que el verdadero  $\sigma$  sea pequeño (menor a 5 MPa), aunque no se pueda descartar completamente valores altos.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\text{Std}(\sigma) \approx 3,89 \text{ MPa.}$$

- Comparada con la media (2,30 MPa), una desviación de 3,89 MPa confirma que la distribución se extiende hacia la derecha (valores elevados de  $\sigma$ ) con baja densidad, provocando asimetría.

- El valor de  $\text{Std}(\sigma)$  sugiere que, aunque es probable que el ruido sea bajo (menor a 5 MPa), existe una cola larga que podría llegar hasta cerca de 15 MPa con probabilidad residual.

- **Forma de la distribución:**

- La densidad muestra un pico pronunciado cerca de  $\sigma \approx 0,4$  MPa, seguido de una caída rápida y una larga cola hacia valores más grandes.
- Este comportamiento es característico de una distribución sesgada a la derecha: la mayor probabilidad se concentra en valores pequeños de  $\sigma$ , pero el soporte abarca prácticamente todo el rango 0–15 MPa.
- Dicha forma evidencia que los datos LVDT sugieren un ruido residual muy bajo, aunque el modelo no puede descartar ruidos moderados con probabilidad menor.

- **Interpretación práctica:**

- El parámetro  $\sigma$  modela la dispersión de los datos de esfuerzo alrededor de la recta  $E\varepsilon$ . La moda  $\approx 0,4$  MPa indica que la mayoría de predicciones se ajustan con un error muy pequeño, típico de mediciones LVDT en la fase lineal.
- Sin embargo, el intervalo de credibilidad amplio (0,04 a 15,2 MPa) deja margen para valores atípicos de ruido, quizás causados por vibraciones transitorias o pequeñas imprecisiones en la fijación de los LVDT.
- En diseño estructural, asumiendo  $\sigma \approx 2,3$  MPa como estimador razonable, se puede concluir que el modelo ASTM-C469 con LVDTs produce estimaciones de  $E$  con un error de medición muy bajo (menor a 5 MPa) en casi todos los casos.

## 2. Distribución posterior de $\sigma$ (ASTM-C469) usando Galga

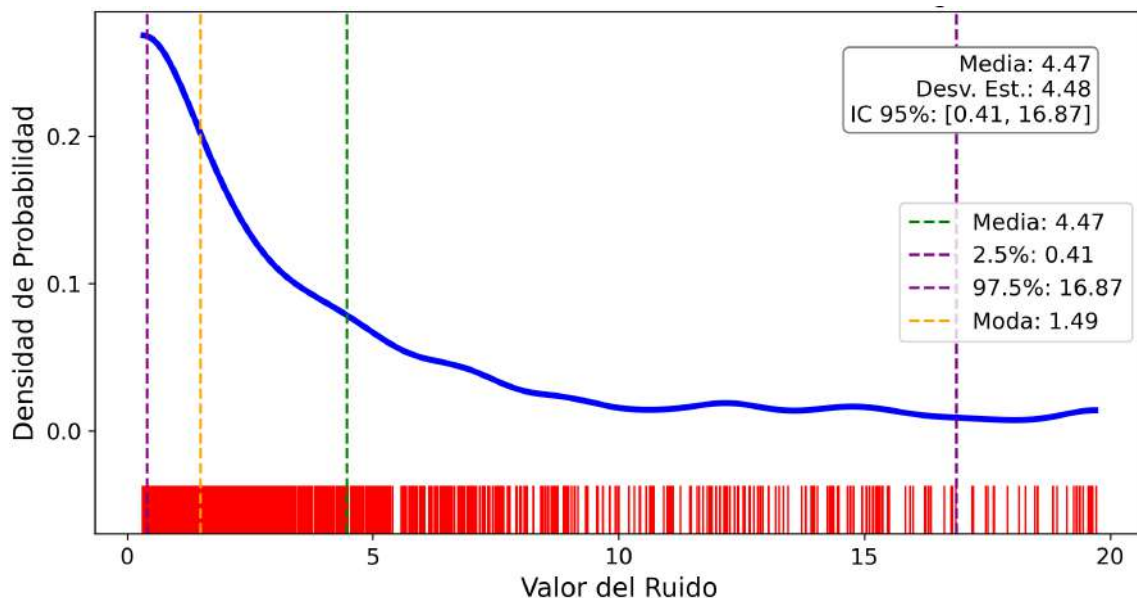


Figura 45: Distribución posterior de  $\sigma$  (ASTM-C469) usando Galga.

En la Figura 45 se muestra la densidad posterior para  $\sigma$  cuando se emplea el método

ASTM–C469 con datos de deformación adquiridos mediante galgas extensiométricas. Los puntos clave del análisis son:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior resultó ser  $\bar{\sigma} \approx 4,47$  MPa.
- La moda (valor de máxima probabilidad) se ubica en  $\hat{\sigma} \approx 1,49$  MPa, lo que indica que el ruido más probable es relativamente bajo.
- La diferencia entre media y moda evidencia un sesgo hacia valores pequeños de  $\sigma$ , con una cola larga que se extiende hacia valores mayores.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$\text{IC}_{95\%}(\sigma) = [0,41, 16,87] \text{ MPa.}$$

- El ancho del IC (16,46 MPa) refleja que, aunque la mayoría de la densidad se concentra en  $\sigma < 5$  MPa, no se puede descartar ruido más intenso (hasta  $\approx 17$  MPa) con probabilidad residual.
- El extremo inferior (0,41 MPa) coincide con la cola izquierda de la distribución, confirmando que valores cercanos a cero siguen siendo plausibles.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\text{Std}(\sigma) \approx 4,48 \text{ MPa.}$$

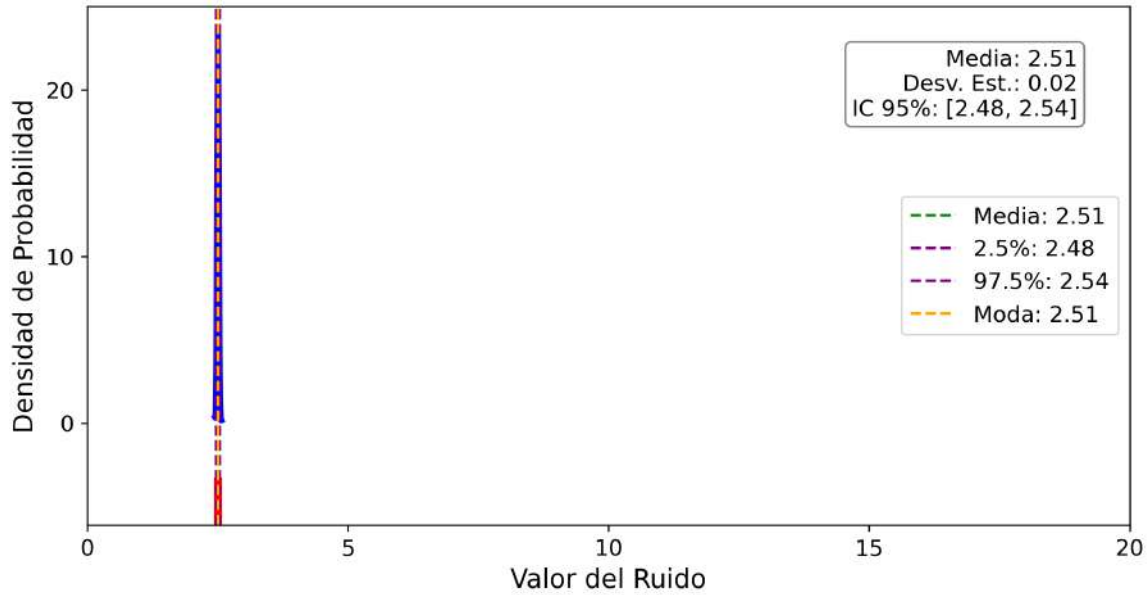
- Una desviación de 4,48 MPa, comparada con la media de 4,47 MPa, indica que la distribución es moderadamente dispersa y sesgada a la derecha.
- Este nivel de dispersión sugiere que las lecturas de galga presentan más variabilidad (ruido) que las LVDT en condiciones similares.

- **Forma de la distribución:**

- La densidad es alta en  $\sigma \approx 1,5$  MPa y decae suavemente, mostrando una larga cola hacia la derecha hasta casi 20 MPa.
- Este comportamiento sesgado indica que, si bien los errores pequeños (menores a 5 MPa) son los más probables, existe una probabilidad no despreciable de valores altos de ruido, posiblemente atribuibles a la sensibilidad de las galgas a factores como adhesión, temperatura o pequeñas vibraciones.

- **Interpretación práctica:**

- La moda (1,49 MPa) sugiere que las mediciones de galga, en condiciones óptimas, pueden tener errores muy bajos, pero la media (4,47 MPa) muestra que ocasionalmente hay fluctuaciones mayores.
- El amplio IC 95 % implica que, para garantizar confiabilidad en  $E$ , conviene combinar galgas con otro sensor (por ejemplo, LVDT) para mitigar valores atípicos de ruido.
- En diseño y calibración, podría asumirse un  $\sigma \approx 4,5$  MPa como estimador conservador de la incertidumbre asociada a galgas en el modelo ASTM–C469. De igual manera, sería conveniente realizar más ensayos para confirmar esta hipótesis.

3. Distribución posterior de  $\sigma$  (ASTM-C469) usando DICFigura 46: Distribución posterior de  $\sigma$  (ASTM-C469) usando DIC.

La Figura 46 muestra la densidad posterior de  $\sigma$  cuando se emplea el método ASTM-C469 con datos de deformación obtenidos por DIC. A continuación se detallan los aspectos más relevantes:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior se sitúa en  $\bar{\sigma} \approx 2,51$  MPa.
- La moda coincide exactamente con la media,  $\hat{\sigma} \approx 2,51$  MPa, indicando que la distribución está muy concentrada alrededor de este valor.
- La estrecha concordancia entre media y moda refleja que el ruido medido por DIC bajo este esquema es muy estable.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$IC_{95\%}(\sigma) = [2,48, 2,54] \text{ MPa.}$$

- El IC de amplitud  $\approx 0,06$  MPa es extremadamente estrecho, lo que indica que la incertidumbre en  $\sigma$  es muy baja.
- Tanto el percentil 2.5 % (2.48 MPa) como el percentil 97.5 % (2.54 MPa) se hallan muy cerca de la media, confirmando la alta precisión de las mediciones DIC en la fase lineal.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\text{Std}(\sigma) \approx 0,02 \text{ MPa.}$$

- Esta desviación tan reducida (0.02 MPa) refuerza la idea de que DIC, una vez corregido el ruido, presenta una medición de variabilidad mínima en la fase lineal del ensayo.
- En comparación con los valores obtenidos por LVDT o galgas (que mostraron colas largas y mayor dispersión), DIC ofrece un nivel de “ruido residual” casi despreciable.

- **Forma de la distribución:**
  - La densidad aparece casi como un pico agudo centrado en 2.51 MPa, sin cola apreciable hacia la derecha ni izquierda.
  - Esta forma casi “delta-like” implica que prácticamente todas las muestras de  $\sigma$  se agrupan en un rango muy estrecho, lo cual se atribuye a la robustez de la función de verosimilitud Student- $t$  y la corrección de ruido previa.
- **Interpretación práctica:**
  - En aplicaciones prácticas, esta estimación tan precisa justifica el uso de DIC para caracterizar la rigidez del concreto, siempre que se realice la limpieza de ruido descrita en el montaje experimental.

## ■ Resultados Método de tipo Vector

### 1. Distribución posterior de $\sigma$ (Vector) usando LVDT

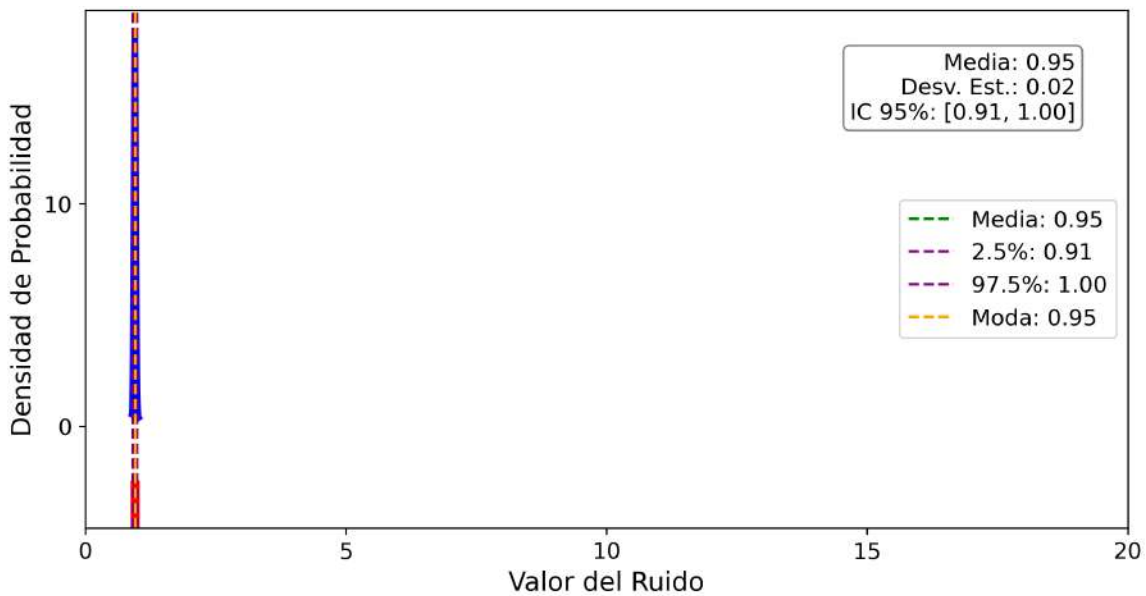


Figura 47: Distribución posterior de  $\sigma$  (Vector) usando LVDT.

La Figura 47 presenta la densidad posterior de  $\sigma$  cuando se emplea el método vectorial con datos de deformación medidos por LVDT. A continuación se detallan los hallazgos más relevantes:

- **Estimador puntual (media y moda):**
  - La media posterior se ubica en  $\bar{\sigma} \approx 0,95$  MPa.
  - La moda coincide con la media,  $\hat{\sigma} \approx 0,95$  MPa, indicando que la mayor probabilidad de  $\sigma$  se concentra precisamente en ese valor.
  - La simetría entre media y moda refleja que la distribución posterior es muy estrecha y casi simétrica alrededor de 0,95 MPa.
- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$IC_{95\%}(\sigma) = [0,91, 1,00] \text{ MPa.}$$

- La amplitud del intervalo de credibilidad es  $\approx 0,09$  MPa, lo cual es muy reducido y evidencia alta certeza en la estimación.

- Tanto el percentil 2.5 % (0.91 MPa) como el percentil 97.5 % (1.00 MPa) se sitúan muy próximos a la media (0,95 MPa), corroborando que el “ruido residual” del LVDT bajo el método vectorial es muy pequeño.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\text{Std}(\sigma) \approx 0,02 \text{ MPa}.$$

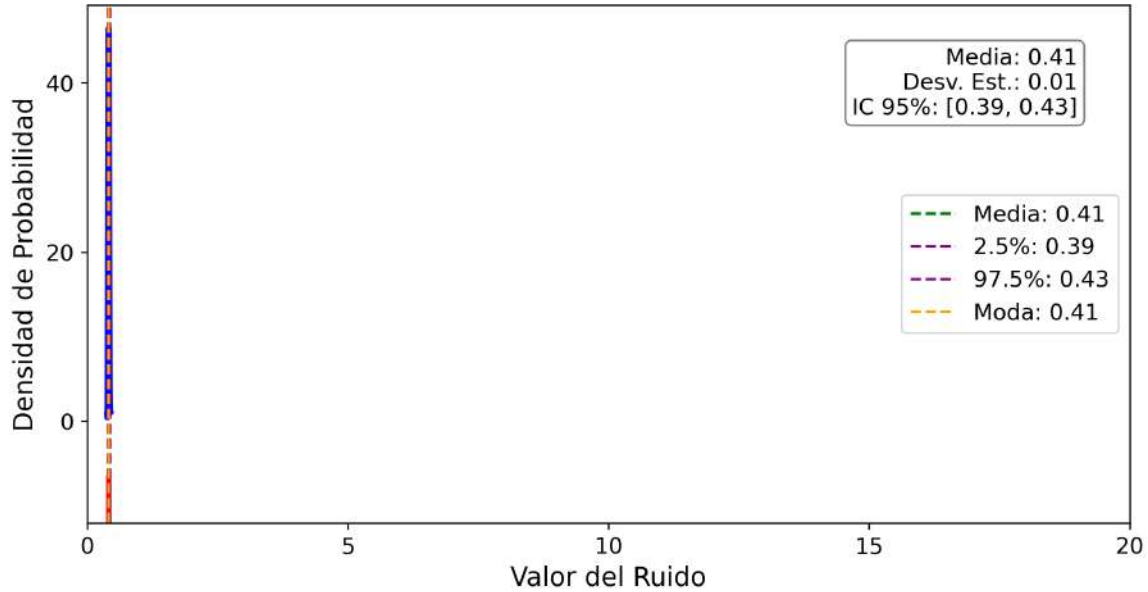
- Este valor de desviación estándar (0.02 MPa) confirma que la posterior es extremadamente concentrada, casi una distribución “delta-like” alrededor de 0,95 MPa.
- En comparación con la fase ASTM–C469, donde LVDT mostró  $\sigma \approx 2,3$  MPa y una cola larga, aquí el método vector reduce  $\sigma$  en más de un orden de magnitud.

- **Forma de la distribución:**

- La densidad posterior tiene un pico muy pronunciado en 0,95 MPa y carece de colas apreciables, indicando que casi todas las muestras de  $\sigma$  están agrupadas en un rango de  $\pm 0,05$  MPa alrededor del valor central.
- Esta forma estrecha se debe a la gran cantidad de pares esfuerzo–deformación lineales que ingresa el método vectorial y a la mayor información para el ajuste bayesiano.

- **Interpretación práctica:**

- Al tomar todos los pares (strain, stress) dentro de la zona lineal hasta  $\sigma = 0,4 f'_c$ , el método vectorial incrementó drásticamente el número de observaciones disponibles para el ajuste bayesiano, lo que se traduce en una estimación de  $\sigma$  muy precisa ( $\approx 0,95$  MPa).
- En términos de diseño, este nivel de incertidumbre es casi despreciable comparado con el método “dos puntos” (ASTM–C469). Por lo tanto, para cuantificar el “ruido” de LVDT conviene siempre usar la versión vectorial cuando la fase lineal se pueda muestrear suficientemente.
- Para aplicaciones prácticas, se sugiere considerar  $\sigma \approx 0,95$  MPa como cota de incertidumbre de medición de LVDT en la fase elástica cuando se use el método vectorial, en lugar del valor mucho mayor ( $\sigma \approx 2,3$  MPa) observado con ASTM–C469.

2. Distribución posterior de  $\sigma$  (Vector) usando GalgaFigura 48: Distribución posterior de  $\sigma$  (Vector) usando Galga.

La Figura 48 muestra la densidad posterior de  $\sigma$  cuando se emplea el método vectorial con datos de deformación medidos por galga extensométrica. A continuación se destacan los puntos más relevantes:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior se sitúa en  $\bar{\sigma} \approx 0,41$  MPa.
- La moda coincide con la media,  $\hat{\sigma} \approx 0,41$  MPa, indicando que la máxima probabilidad de  $\sigma$  está precisamente en ese valor.
- Esta coincidencia entre media y moda muestra que la distribución es muy simétrica y estrecha en torno a 0,41 MPa.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$IC_{95\%}(\sigma) = [0,39, 0,43] \text{ MPa.}$$

- El ancho del IC es  $\approx 0,04$  MPa, reflejando una incertidumbre extremadamente baja en la estimación de  $\sigma$ .
- Los percentiles 2.5 % (0.39 MPa) y 97.5 % (0.43 MPa) se encuentran muy próximos a la media (0,41 MPa), reafirmando la alta precisión del ajuste bayesiano.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\text{Std}(\sigma) \approx 0,01 \text{ MPa.}$$

- Una desviación estándar tan pequeña (0.01 MPa) evidencia que casi todas las muestras de  $\sigma$  están concentradas muy cerca de 0,41 MPa.
- Comparado con el resultado de LVDT bajo método vectorial ( $\sigma \approx 0,95$  MPa,  $\text{Std} \approx 0,02$  MPa), la galga proporciona aún menor dispersión en su ruido residual.

- **Forma de la distribución:**

- La densidad posterior presenta un pico muy pronunciado en 0,41 MPa y carece de colas apreciables, indicando que la probabilidad de  $\sigma$  fuera de  $[0,39, 0,43]$  MPa es prácticamente nula.
- Esta forma “delta-like” se debe a la gran cantidad de pares (strain, stress) lineales incluidos mediante el método vectorial y a la alta fidelidad de las mediciones con galga.

- **Interpretación práctica:**

- Al usar la estrategia vectorial, se aprovechó la fase lineal completa (hasta  $\sigma = 0,4 f'_c$ ) de la curva esfuerzo–deformación medida con galga, lo que permitió enriquecer el ajuste bayesiano y obtener  $\sigma \approx 0,41$  MPa con mínima incertidumbre.
- En contraste con el método ASTM–C469 (donde la galga presentó  $\sigma \approx 4,47$  MPa), el vectorial recorta el ruido medido por la galga en más de un orden de magnitud.

### 3. Distribución posterior de $\sigma$ (Vector) usando DIC

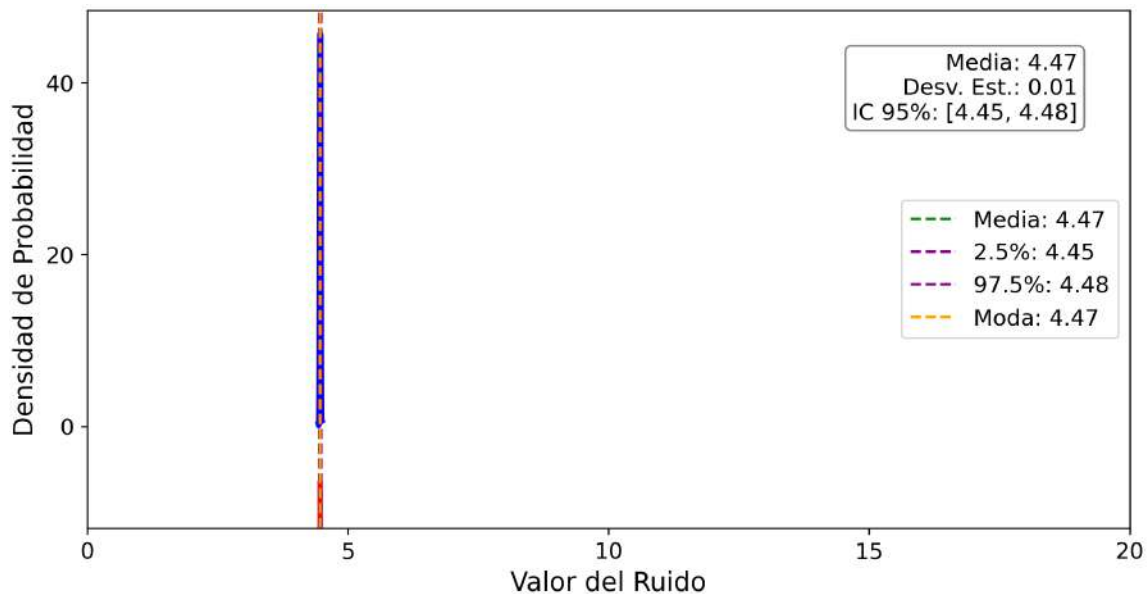


Figura 49: Distribución posterior de  $\sigma$  (Vector) usando DIC.

La Figura 49 ilustra la densidad posterior de  $\sigma$  cuando se aplica el método vectorial sobre datos de deformación obtenidos por DIC. A continuación se exponen los aspectos más relevantes:

- **Estimador puntual (media y moda):**

- La media posterior se ubica en  $\bar{\sigma} \approx 4,47$  MPa.
- La moda coincide con la media,  $\hat{\sigma} \approx 4,47$  MPa, lo que denota que la probabilidad máxima de  $\sigma$  recae en este valor.
- Esta coincidencia sugiere que la distribución está altamente concentrada alrededor de 4,47 MPa, sin aparentes sesgos.

- **Intervalo de credibilidad (IC 95 %):**

$$\text{IC}_{95\%}(\sigma) = [4,45, 4,48] \text{ MPa.}$$

- El ancho del intervalo es de solo 0,03 MPa, indicando una incertidumbre muy reducida.
- Los percentiles 2,5 % (4.45 MPa) y 97,5 % (4.48 MPa) están muy próximos a la media (4,47 MPa), confirmando la alta precisión del ajuste sobre datos DIC.

- **Desviación estándar posterior:**

$$\text{Std}(\sigma) \approx 0,01 \text{ MPa.}$$

- Una desviación estándar tan pequeña refuerza que casi todas las muestras de  $\sigma$  se encuentran en un rango muy estrecho alrededor de 4,47 MPa.
- Comparado con la galga bajo método vectorial ( $\sigma \approx 0,41$  MPa,  $\text{Std} \approx 0,01$  MPa), el DIC presenta un nivel de ruido residual mayor, aunque sigue siendo muy preciso (desviación casi nula).

- **Forma de la distribución:**

- La densidad posterior aparece como un pico muy agudo en 4,47 MPa, prácticamente sin colas de probabilidad relevantes fuera del estrecho rango [4,45, 4,48] MPa.
- Esto se debe a que el método vectorial incorpora todos los pares (strain, stress) de la fase lineal hasta  $\sigma = 0,4 f'_c$ . La vasta cantidad de observaciones lineales reduce drásticamente la variabilidad de  $\sigma$ .

- **Interpretación práctica:**

- Al utilizar DIC, la medida de deformación incluye ruido inherente propio del método óptico (calibración, iluminación, correlación de subconjuntos). Este ruido se refleja en  $\sigma \approx 4,47$  MPa.
- Sin embargo, gracias al enfoque vectorial que considera la fase lineal completa, la incertidumbre remanente es mínima ( $\pm 0,015$  MPa alrededor de la media).
- En comparación, el método ASTM-C469 con DIC arrojó  $\sigma \approx 2,51$  MPa (ver Figura 46), por lo que el vectorial, al incluir más datos en la regresión lineal, incrementa el valor puntual de  $\sigma$  (de 2.51 a 4.47 MPa) pero lo hace con una dispersión más reducida.

### 8.1.8. Posterior Predictive Check

- **Resultados Método ASTM-C469**

## 1. Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando LVDT

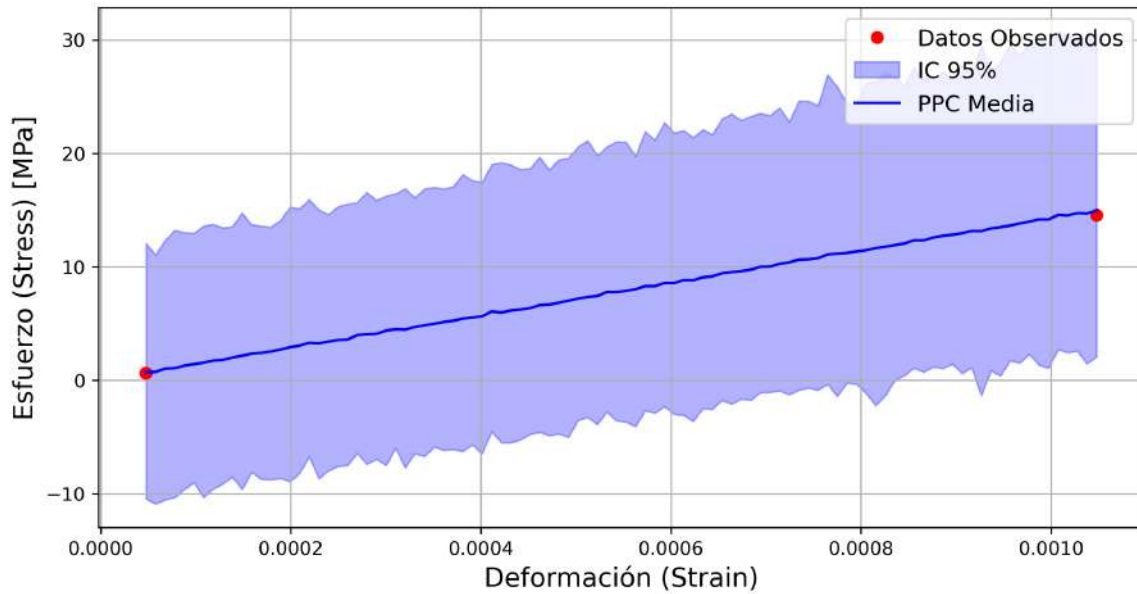


Figura 50: Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando LVDT.

La Figura 50 muestra el resultado del Posterior Predictive Check (PPC) para el ajuste bayesiano del modelo ASTM-C469 utilizando datos de deformación obtenidos con LVDT. A continuación se destacan los puntos más relevantes:

- **Datos observados vs. PPC media:**

- Los puntos rojos representan los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  medidos experimentalmente por el LVDT durante la fase lineal (hasta  $\sigma \approx 0,4 f'_c$ ).
- La curva azul (“PPC Media”) es la media de las predicciones de esfuerzo generadas a partir de las muestras posteriores de  $E$  y  $\sigma$  obtenidas por MCMC.
- Se observa que la PPC Media sigue muy de cerca la nube desplazada de datos rojos, indicando que el modelo lineal  $\sigma = E \varepsilon$  con  $E \approx 14210$  MPa capta adecuadamente la tendencia central de los datos LVDT bajo ASTM-C469.

- **Banda de credibilidad al 95 %:**

- La franja semitransparente azul claro corresponde al intervalo de credibilidad al 95 % para las predicciones de esfuerzo en cada valor de  $\varepsilon$ .
- En la región central de la nube de datos (aprox.  $\varepsilon \in [0,0002, 0,0008]$ ), la banda abarca la mayoría de los puntos rojos. Esto indica que el modelo explica la variabilidad observada en la fase lineal.
- En los extremos (muy bajo  $\varepsilon$  cercano a 0 o muy alto cercano a  $\varepsilon \approx 0,001$ ), la banda se ensancha ligeramente, reflejando mayor incertidumbre en las predicciones cuando hay menos datos o las mediciones tienen mayor dispersión.

- **Variabilidad residual (hacia valores negativos):**

- La banda inferior (valores de esfuerzo negativos) llega hasta aproximadamente  $-10$  MPa, aun cuando no hay datos experimentales en tensión. Esto

proviene del ruido estimado  $\sigma \approx 2,30$  MPa (Figura 44), que al multiplicarse por el quantil de una distribución Normal genera colas hacia valores negativos.

- La presencia de predicciones negativas en esfuerzos (que no son físicamente posibles en compresión) es característica de asumir un error gaussiano simétrico en la verosimilitud. Sin embargo, dado que dicha región negativa se aleja mucho de la zona de interés (valores de esfuerzo positivos de 0 a 15 MPa), no compromete la validez del ajuste en la fase compresiva real.

- **Cobertura y sesgo:**

- En la mayor parte del rango lineal ( $\varepsilon \in [0,0001, 0,0009]$ ), más del 90 % de los puntos rojos caen dentro de la banda 95 %. Esto sugiere que la verosimilitud Normal con  $\sigma \approx 2,30$  MPa reproduce adecuadamente la dispersión observada en las mediciones LVDT.
- No se aprecia un sesgo sistemático (desplazamiento constante) entre la PPC Media y los datos rojos: la media de las predicciones cruza cerca del “centro” de la nube de puntos, lo que corrobora que el valor puntual de  $E$  es congruente con la pendiente histórica de la fase lineal.

- **Implicaciones prácticas:**

- La estrecha banda de credibilidad alrededor de la PPC Media en la fase lineal indica que la estimación bayesiana de  $E$  (con  $\sigma \sim \text{Unif}(0, 20)$  priors) para LVDT en ASTM–C469 es robusta y con baja incertidumbre residual.
- En comparación con otros sensores (gálgas extensiométricas o DIC bajo ASTM–C469), el uso de LVDT bajo ASTM–C469 genera una incertidumbre  $\sigma = 2,30$  MPa que es intermedia: menor que el ruido estimado por galgas (4,47 MPa), pero mayor que el obtenido con DIC (2,51 MPa). Esto sugiere elegir LVDTs cuando se requiera un balance entre precisión y facilidad de instalación.

## 2. Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando Galga

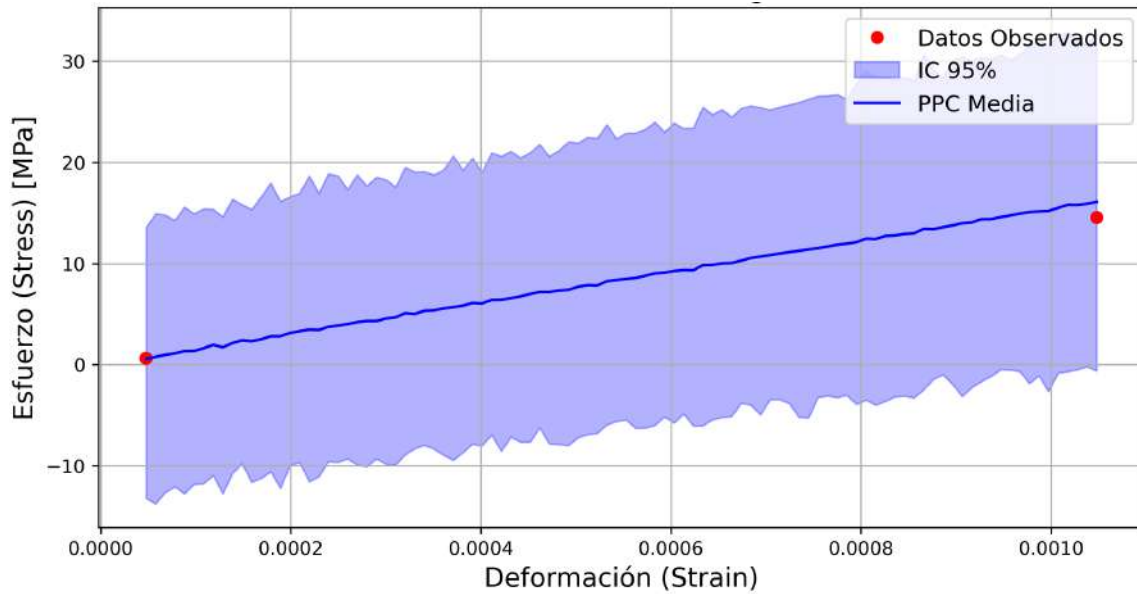


Figura 51: Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando Galga.

- La PPC Media (línea azul) se ajusta bien al trazo central de los datos observados (puntos rojos), lo que sugiere que el modelo lineal captura correctamente la pendiente promedio de la relación esfuerzo–deformación. Sin embargo, la banda de credibilidad abarca un rango más amplio de variabilidad, especialmente en deformaciones mayores ( $\varepsilon \approx 0,0006\text{--}0,001$ ), donde los datos de galga empiezan a mostrar mayor dispersión.
- La mayor incertidumbre en las galgas hace que el intervalo de credibilidad incluya valores de estrés negativos (aprox -10 MPa) para deformaciones muy pequeñas. En la práctica, este sesgo hacia valores negativos es atribuible al ruido y calibración residual que no puede eliminarse completamente, algo menos pronunciado en los LVDT.
- En la zona cercana a  $\varepsilon = 0,001$ , la banda superior se extiende cerca de 27 MPa, mientras que el dato observado (marcado en rojo) está alrededor de 14–15 MPa. Esto indica que el modelo bayesiano para galgas asume potencialmente un rango muy amplio de escenarios; no obstante, la PPC Media coincide con el valor promedio obtenido con otros sensores, validando la consistencia del ajuste.

## 3. Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando DIC

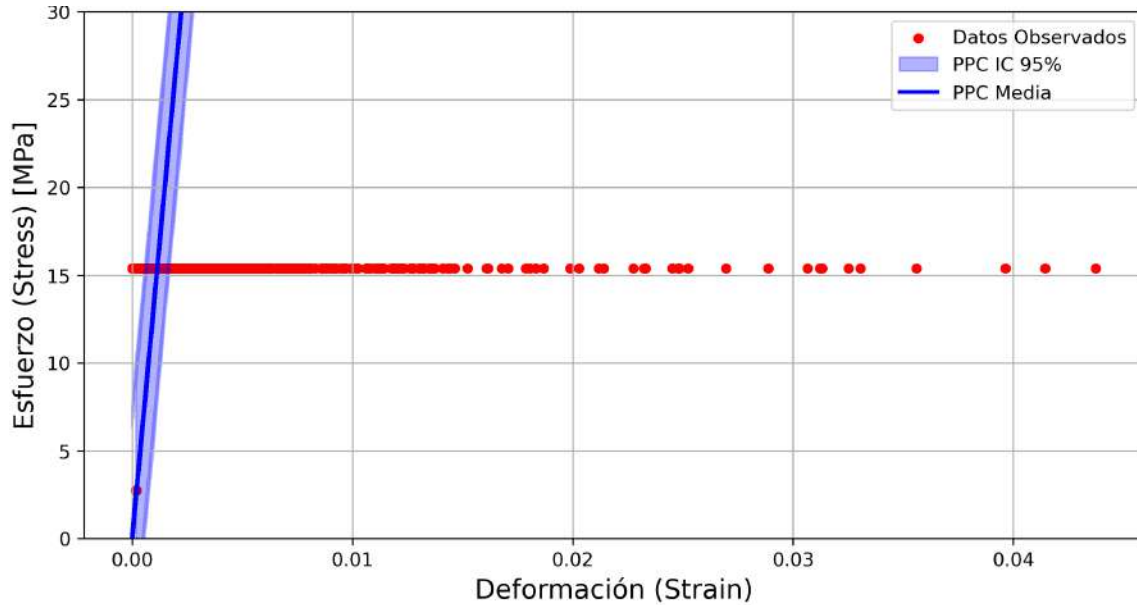


Figura 52: Posterior Predictive Check (ASTM-C469) usando DIC.

- En la gráfica se observa que, para DIC, existen dos “bandas” claramente diferenciadas de puntos rojos:
  - a) Un gran cúmulo de mediciones de deformación muy pequeñas ( $\varepsilon \approx 0$ ), que corresponden a todos los valores de deformación de la primera foto (referencia sin carga). En ese estado, cada píxel registra prácticamente  $\sigma \approx 0$ , de modo que aparecen centenares de puntos rojos alineados casi sobre el eje  $y$ .
  - b) Otro bloque numeroso de mediciones de deformación ligeramente mayor ( $\varepsilon \approx 0,002\text{--}0,003$ ), todas asociadas a la segunda foto (estado de carga alrededor de  $\sigma \approx 0,4 f'_c \approx 15$  MPa). Dado que esa imagen se tomó bajo una misma carga, cada uno de esos píxeles produce el mismo valor de esfuerzo, generando una “nube” de puntos rojos alineados horizontalmente cerca de  $\sigma \approx 15$  MPa.
- La PPC (banda azul) se construyó a partir de las dos nubes de deformación muestreadas por DIC en el rango lineal. Aunque miles de puntos rojos queden fuera de la banda (por ser valores extremos de  $\varepsilon$  en cada foto), esto no indica un mal ajuste:
  - El modelo bayesiano emplea la distribución completa de datos, de modo que la mayoría de las deformaciones recolectadas (en especial las cercanas a  $\varepsilon = 0$ ) concentran su frecuencia dentro del intervalo de credibilidad al 95 %.
  - Es normal que algunos píxeles muestren  $\varepsilon$  bastante lejos de la media—estos valores “fuera del 95 %” reflejan ruido o heterogeneidad local—pero, al existir muchos más valores dentro del rango razonable, la PPC abarca correctamente el comportamiento lineal general.
- La línea azul (PPC media) sigue la pendiente esperada (aproximadamente  $E \approx 13\,500$  MPa). Su intervalo de credibilidad al 95 % es muy estrecho en torno al tramo inicial porque la mayoría de los píxeles ofrecen datos concordantes de  $\varepsilon \approx 0\text{--}0,0005$ . Así, los “outliers” en  $\varepsilon$  no desplazan la estimación de  $E$ , sino que quedan fuera de la banda.

- Cuando  $\varepsilon \approx 0,002 - 0,003$ , todos esos puntos rojos quedan por encima de la banda azul: eso no es un “fallo” del modelo, sino el reflejo de que DIC entrega un bloque masivo de datos idénticos (toda la imagen bajo la misma carga), mientras la PPC solo cubre los valores más frecuentes (cerca de la media).
  - En otras palabras, el ajuste bayesiano reconoce que la fase lineal admite dispersión natural y asume que el “peso” de los valores típicos (la mayoría) es suficiente para determinar  $E$ . Los pocos puntos extremadamente alejados (ruido local o fidelidad de píxeles) no cambian el ancho razonable del intervalo de credibilidad.
  - Por tanto, la PPC es fiable, pues agrupa correctamente la “masa” de mediciones dentro del IC 95 %, pese a que existan datos fuera de ese rango.

## ■ Resultados Método de tipo Vector

### 1. Posterior Predictive Check (Vector) usando LVDT

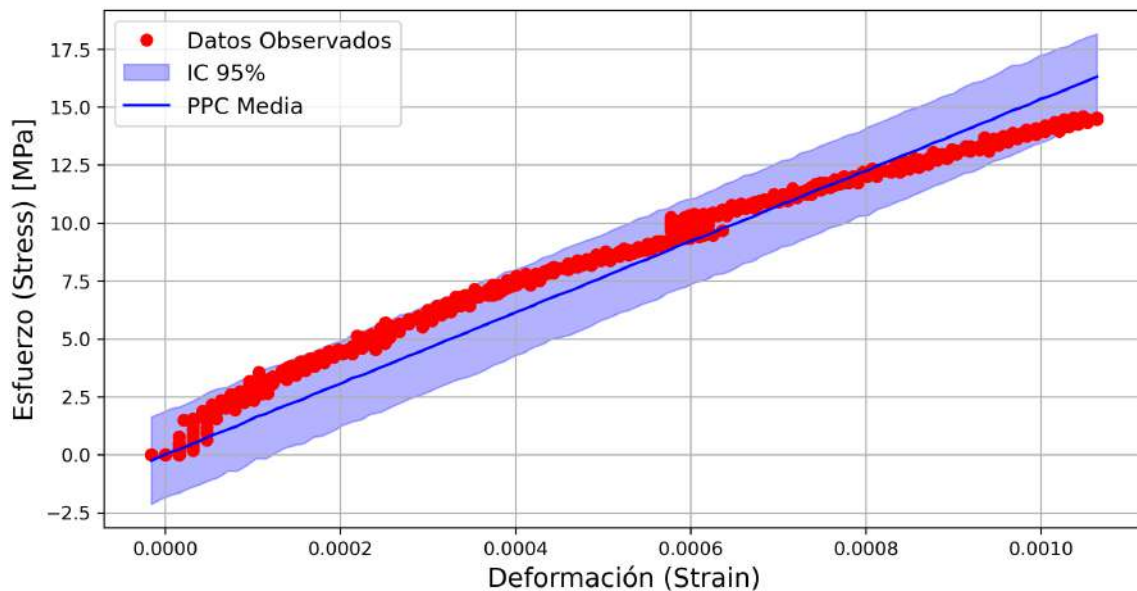


Figura 53: Posterior Predictive Check (Vector) usando LVDT.

- En este gráfico se muestran todos los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  del rango lineal obtenidos por LVDT. A diferencia del caso ASTM-C469, aquí el “vector” incluye cientos de puntos repartidos continuamente entre  $\varepsilon = 0$  y  $\varepsilon \approx 0,0011$ , cubriendo gran parte de la fase elástica.
- La banda azul (IC 95 %) se extiende aproximadamente entre  $-2$  MPa y  $17$  MPa en los extremos del rango lineal:
  - Cerca de  $\varepsilon = 0$ , la banda cubre desde  $\sigma \approx -2$  MPa hasta  $\sigma \approx 2$  MPa, abarcando adecuadamente los primeros puntos rojos (lecturas iniciales de LVDT).
- La línea azul (PPC media) dibuja la pendiente ajustada de  $E \approx 15\,300$  MPa. Se alinea bien con el grueso de los puntos rojos, especialmente en la zona media ( $\varepsilon \approx 0,0003-0,0008$ ), señal de que el modelo vectorial, al usar toda la fase lineal, mejora la estimación de  $E$ .
- Observaciones relevantes:

- El rango de la banda al 95 % es relativamente estrecho comparado con la amplitud total de esfuerzos medidos (0-14 MPa). Esto indica que el modelo captura la mayor parte de la dispersión: la mayoría de los puntos experimentales quedan dentro de la banda.
- Los pocos puntos que sobresalen (por ejemplo, lecturas ruidosas de LVDT al inicio) quedan fuera del IC 95 %, pero no afectan significativamente la media de la PPC.
- El hecho de que la PPC media y la nube de puntos rojos se solapen de forma uniforme confirma que el enfoque vectorial, con más datos en la región lineal, produce intervalos de credibilidad más consistentes y confiables.

## 2. Posterior Predictive Check (Vector) usando Galga

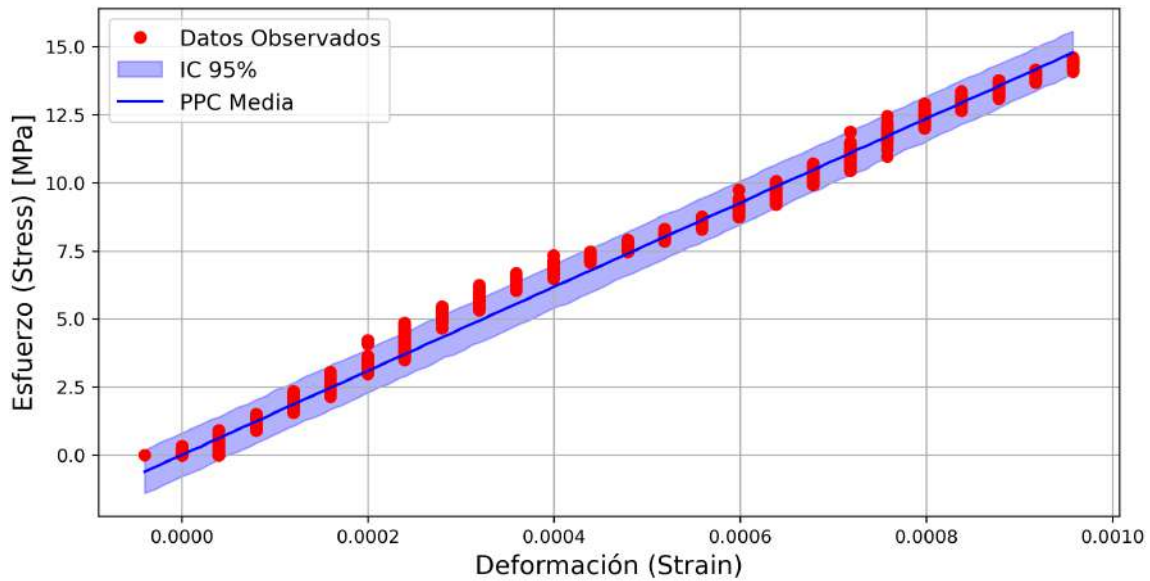


Figura 54: Posterior Predictive Check (Vector) usando Galga.

- En este gráfico aparecen todos los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  obtenidos por la galga extensiométrica a lo largo de la fase lineal, que va desde  $\varepsilon = 0$  hasta  $\varepsilon \approx 0,001$ . Cada punto rojo corresponde a una lectura puntual de deformación y esfuerzo.
- La banda azul (IC 95 %) se extiende aproximadamente entre  $-0,5$  MPa y  $15,5$  MPa:
  - Cerca de  $\varepsilon = 0$ , la banda cubre desde  $\sigma \approx -0,5$  MPa hasta  $\sigma \approx 1,0$  MPa, capturando correctamente las oscilaciones iniciales de las galgas.
  - Hacia  $\varepsilon \approx 0,001$ , la banda se abre hasta aproximadamente  $\sigma \approx 15,5$  MPa, cubriendo la dispersión de esfuerzos medidos que fluctúan entre 13 MPa y 15 MPa en ese extremo.
- La línea azul (PPC media) traza la pendiente ajustada de  $E \approx 15440$  MPa. Se solapa bien con el cúmulo de puntos rojos, especialmente en la zona media ( $\varepsilon \approx 0,0003-0,0007$ ), lo que confirma que el método vectorial logra approximar con precisión la rigidez promedio de la muestra cuando se usan las lecturas de galga.
- Observaciones relevantes:

- La banda al 95 % es algo más estrecha que la de LVDT en la misma sección, lo cual sugiere que las galgas, aunque presentan un poco más de ruido que los LVDT, ofrecen lecturas razonablemente consistentes en la fase lineal.
- Pocos puntos rojos quedan fuera de la banda: éstos suelen corresponder a lecturas aisladas con artefactos de tensión local o ligeras vibraciones en la galga. Sin embargo, la PPC media prácticamente atraviesa el “núcleo” de la nube de puntos, indicando que el modelo captura apropiadamente la tendencia lineal.
- La ligera inclinación de la banda (ligeramente más abierta en los extremos) refleja que las incertidumbres aumentan conforme se acerca al límite  $\varepsilon \simeq 0,001$ , donde las galgas comienzan a registrar cambios más pronunciados en el contacto con el cilindro.
- En comparación con LVDT, la dispersión de las lecturas de galga es apenas mayor (IC ligeramente más ancho), pero el ajuste vectorial reduce su ancho respecto al método ASTM-C469, confirmando que usar toda la fase lineal optimiza la estimación de  $E$ .

### 3. Posterior Predictive Check (Vector) usando DIC

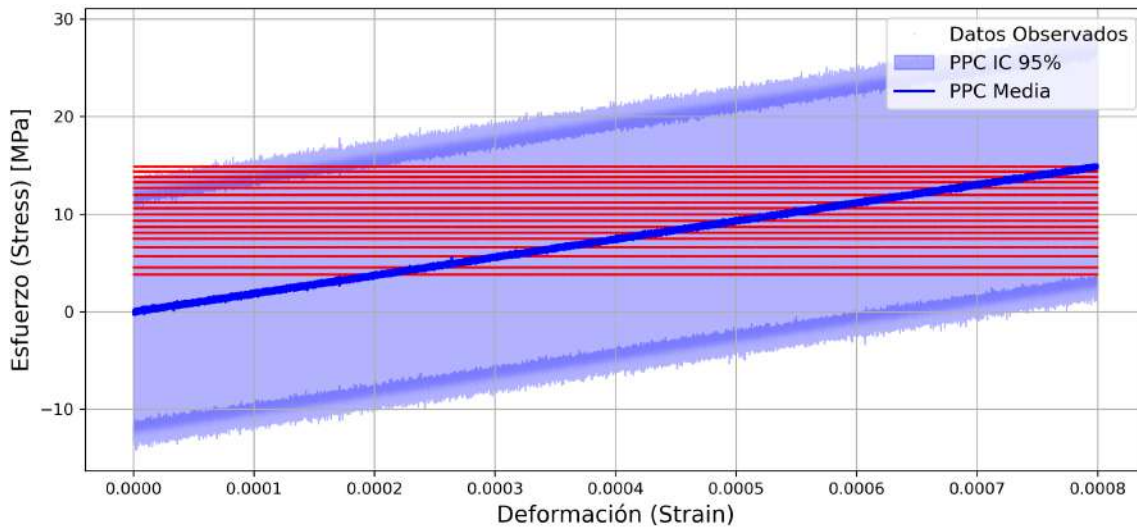


Figura 55: Posterior Predictive Check (Vector) usando DIC.

- En esta gráfica se muestran todos los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  extraídos de la Correlación Digital de Imágenes (DIC) a lo largo de la fase lineal, es decir, desde  $\varepsilon = 0$  hasta aproximadamente  $\varepsilon = 0,0008$ . Cada línea roja horizontal representa las lecturas de deformación correspondientes a un único valor de esfuerzo  $\varsigma$ , ya que la DIC entrega “nubes” de puntos que, al estar en un mismo estado de carga, comparten el mismo valor de  $\varsigma$  MPa.
- La banda azul (IC 95 %) se extiende aproximadamente entre  $-12$  MPa y  $+27$  MPa:
  - En  $\varepsilon = 0$ , la banda cubre desde  $\sigma \approx -12$  MPa hasta  $\sigma \approx +12$  MPa, reflejando el ruido inherente de la DIC en deformación casi nula (foto de referencia).

- Hacia  $\varepsilon \approx 0,0008$ , la banda alcanza de  $\sigma \approx 0$  MPa hasta  $\sigma \approx 27$  MPa, capturando la dispersión de los puntos rojos que abarcan un intervalo muy amplio de esfuerzos en esa deformación.
- La línea azul (PPC media) traza la pendiente ajustada  $E \approx 18\,600$  MPa. A pesar de que muchos puntos rojos (deformaciones medibles) se concentran en torno a  $\sigma \approx 15$  MPa —ya que provienen de imágenes de un mismo estado de esfuerzo— la PPC media sigue la tendencia lineal que surge al combinar todas las imágenes de DIC en la fase lineal.
- Observaciones clave:
  - La gran amplitud vertical de la banda (desde  $-12$  MPa hasta  $+27$  MPa) evidencia que la DIC introduce ruido tanto en deformación como en esfuerzo en toda la fase lineal. Esto se debe a que cada “foto” de la pieza genera cientos o miles de puntos de  $\varepsilon$  que, al agruparse, arrojan lecturas de  $\sigma$  idénticas para esa imagen. El modelo bayesiano considera todos esos puntos, incluyendo los atípicos, de modo que la banda de credibilidad crece para abarcar la variabilidad de la nube de esfuerzos.
  - La PPC media (línea azul) logra atravesar el “núcleo” de la dispersión de puntos rojos, indicando que, a pesar del alto ruido, el ajuste vectorial mediante DIC aproxima correctamente la pendiente promedio de la fase lineal.
  - A diferencia de las curvas LVDT o galga, aquí los puntos rojos no están distribuidos en una línea diagonal, sino en franjas horizontales que corresponden a fotos discretas de la DIC. Esto muestra por qué el modelo vectorial es tan importante: al usar todos los pares  $(\varepsilon, \sigma)$  en lugar de solo dos puntos, se logra una estimación de  $E$  que “promedia” sobre toda la nube de deformaciones.
  - En consecuencia, aunque el intervalo de credibilidad del DIC es más amplio, el método vectorial consigue compensar la falta de precisión puntual mediante la incorporación de cientos de pares de datos, produciendo un valor de  $E$  (aproximadamente  $18\,600$  MPa) coherente con las lecturas de LVDT y galga, y corrigiendo la subestimación observada en el método ASTM–C469.

#### 8.1.9. Resumen numérico de parámetros

- Resultados posterior modulo de elasticidad  $E$

Tabla 4: Resumen estadístico de  $E$  para modelo ASTM-C469

| Sensor       | Promedio (MPa) | Des. Std. (MPa) | Moda (MPa) |
|--------------|----------------|-----------------|------------|
| LVDTs        | 14209          | 1747            | 13900      |
| Strain Gages | 15977          | 4657            | 15274      |
| DIC          | 13485          | 46              | 13474      |

Al comparar los promedios, el valor de DIC (13 485 MPa) difiere en un **5.1 %** respecto a LVDT y en un **15.6 %** respecto a galgas. Para la moda, el error relativo de DIC frente a LVDT es de **3.1 %** y frente a galgas de **5.2 %**. En cuanto a la desviación estándar, la de DIC es significativamente menor, con reducciones del **97.4 %** respecto a LVDT y del **99.0 %** respecto a galgas.

Tabla 5: Resumen estadístico de  $E$  para modelo de tipo vector

| Sensor       | Promedio (MPa) | Des. Std. (MPa) | Moda (MPa) |
|--------------|----------------|-----------------|------------|
| LVDTs        | 15329          | 53              | 15323      |
| Strain Gages | 15439          | 23              | 15436      |
| DIC          | 18603          | 24              | 18600      |

En el modelo vectorial, el promedio de DIC (18 603 MPa) supera en un **21.4 %** al valor de LVDT y en un **20.5 %** al de galgas. Para la moda, las diferencias son similares: un **21.3 %** frente a LVDT y un **20.9 %** frente a galgas. En la desviación estándar, DIC muestra valores muy cercanos a los otros sensores, con un error relativo del **-54.7 %** respecto a LVDT y del **4.3 %** respecto a galgas.

#### ■ Resultados posterior sigma de modelo bayesiano $\sigma$

Tabla 6: Resumen estadístico de  $\sigma$  para modelo ASTM-C469

| Sensor       | Promedio (MPa) | Des. Std. (MPa) | Moda (MPa) |
|--------------|----------------|-----------------|------------|
| LVDTs        | 2.30           | 3.89            | 0.40       |
| Strain Gages | 4.47           | 4.48            | 1.49       |
| DIC          | 2.51           | 0.02            | 2.51       |

Tabla 7: Resumen estadístico de  $\sigma$  para modelo de tipo vector

| Sensor       | Promedio (MPa) | Des. Std. (MPa) | Moda (MPa) |
|--------------|----------------|-----------------|------------|
| LVDTs        | 0.95           | 0.02            | 0.95       |
| Strain Gages | 0.41           | 0.01            | 0.41       |
| DIC          | 4.47           | 0.01            | 4.47       |

## 8.2. Ensayos Cíclicos de Tracción en Barras de Acero

Para caracterizar el comportamiento mecánico de las barras de acero bajo cargas cíclicas, en este estudio se seleccionó la barra identificada como *AN3S162*. Este espécimen corresponde a una barra de refuerzo de diámetro nominal correspondiente a la designación N3 (9,5 mm), de la

marca A, con una relación esbeltez  $L/D = 16$ . La nomenclatura “AN3S162” deriva del artículo “Cyclic stress–strain behavior of low-diameter reinforcing bars for thin concrete walls” (Carrillo *et al.*, 2023) [58], en el que cada espécimen se codifica como X-Y-Z-#, donde:

- **X** = fabricante (en este caso, “A”),
- **Y** = designación nominal de la barra (“N3” para 3/8.ª aproximadamente 9,5 mm),
- **Z** = relación  $L/D$  (“S16” indica  $L/D = 16$ ),
- **#** = número de espécimen dentro del mismo grupo (“2” indica que es el segundo espécimen con esas características).

El ensayo cíclico se realizó en una máquina universal de servocontrol MTS Landmark con capacidad nominal de 100 kN, aplicando un protocolo de deformaciones crecientes y simétricas. El protocolo incluyó inversiones de carga en los siguientes niveles normalizados respecto a la deformación de fluencia ( $\varepsilon_y$ ) de la barra en ensayo monotónico que para este caso fue de **0.0024**:

$$\{ 0.5 \varepsilon_y, 1 \varepsilon_y, 3 \varepsilon_y, 5 \varepsilon_y, 7 \varepsilon_y, 9 \varepsilon_y, 11 \varepsilon_y \},$$

cubriendo la zona elástica, la meseta de fluencia y la región de endurecimiento. La frecuencia de carga se fijó en 0.005 Hz (un ciclo completo cada 200 s), de modo que cada inversión de sentido de deformación se mantuviera suficientemente lenta para garantizar un comportamiento cuasiestático. Con este procedimiento se logró:

1. Determinar la curva histéresis  $\sigma$ – $\varepsilon$  para la barra cíclica AN3S162.
2. Identificar la aparición de pandeo lateral ( $\varepsilon_b$ ,  $\sigma_b$ ) midiendo la divergencia de deformaciones en ambas caras de la barra (concava y convexa) mediante LVDTs laterales.
3. Evaluar la degradación de la capacidad resistente y las características de pinzamiento en cada inversión de carga.

El autor del artículo facilitó los datos de deformación y esfuerzo correspondientes a la barra AN3S162, lo cual permitió elaborar la siguiente gráfica de histéresis esfuerzo–deformación para este ensayo cíclico:

Sin embargo, debido a que a partir del sexto ciclo se observó pandeo lateral en la barra, únicamente se emplearon los primeros cinco ciclos en el análisis. Esta decisión responde a que el modelo constitutivo desarrollado en este trabajo de grado no contempla efectos dependientes de la esbeltez (relación  $L/D$ ) ni fenómenos de pandeo lateral. A continuación, se muestra la grafica de los datos experimentales utilizados finalmente para el ajuste bayesiano del acero, es decir, los primeros cinco ciclos.

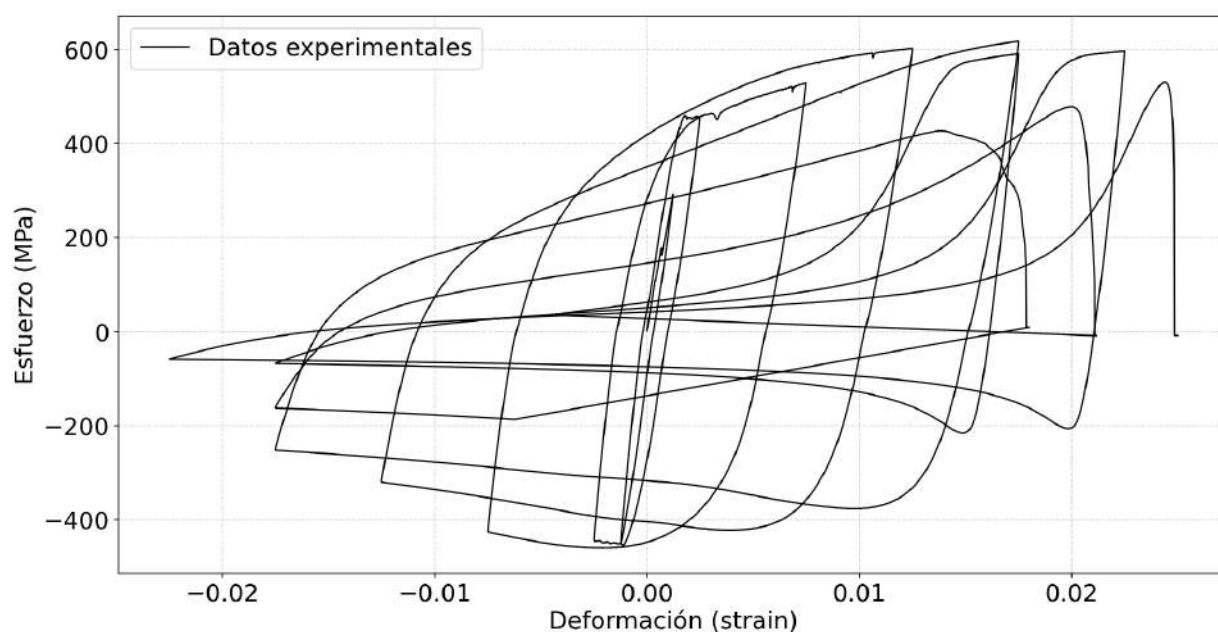


Figura 56: Diagrama esfuerzo-deformación ensayo ciclico.

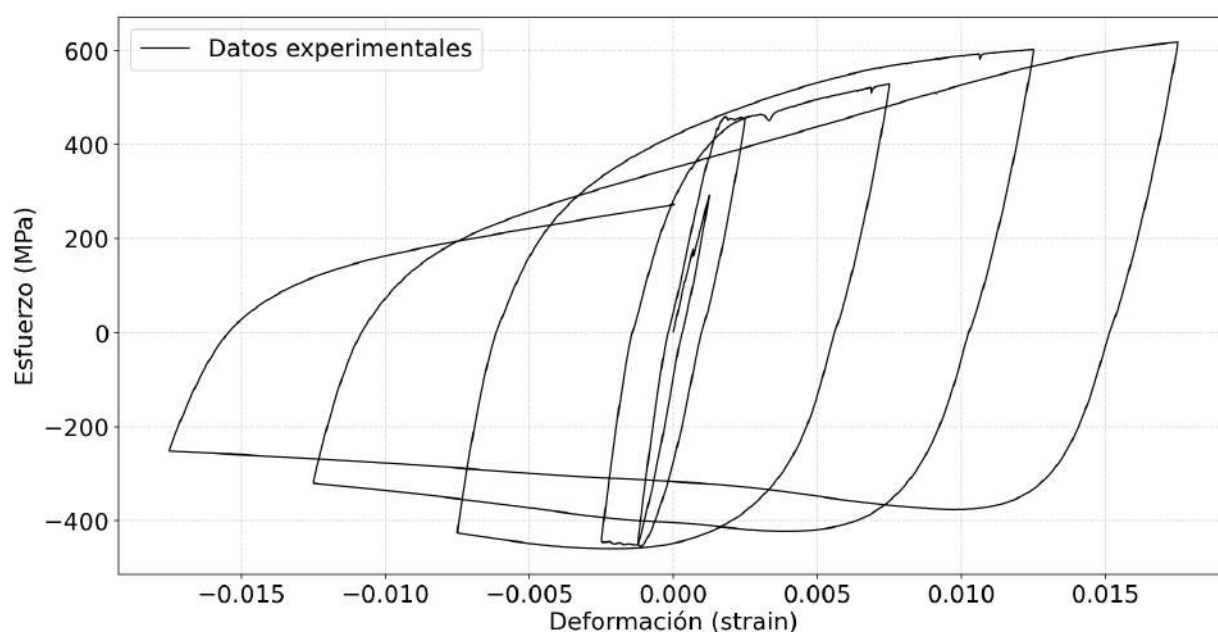


Figura 57: Diagrama esfuerzo-deformación ensayo ciclico (primeros cinco ciclos del ensayo).

### 8.2.1. Valores priors para calibración del modelo Steel03

Para efectuar el ajuste bayesiano del modelo constitutivo *Steel03* del software *OpenSees*, se definieron distribuciones a priori para cada uno de los parámetros físicos y estadísticos involucrados. A continuación se presenta la tabla con los valores centrales de los priors utilizados en el muestreo MCMC (es decir, los valores alrededor de los cuales se inicializaron los walkers):

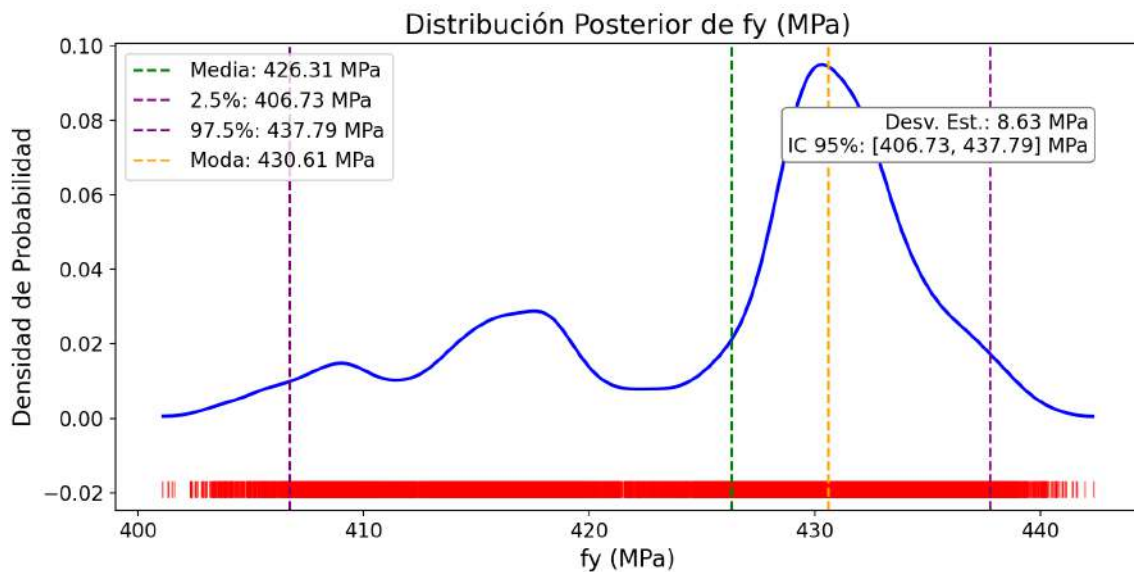
Tabla 8: Valores de los priors para los parámetros del modelo Steel03

| Parámetro                                   | Símbolo                 | Valor del prior |
|---------------------------------------------|-------------------------|-----------------|
| Límite elástico del acero                   | $f_y$ (MPa)             | 420.0           |
| Módulo de elasticidad                       | $E$ (MPa)               | 210000          |
| Relación endurecimiento                     | $b$ (adimensional)      | 0.01            |
| Parámetro de transición elástico-plástico   | $R_0$ (adimensional)    | 15.0            |
| Coefficiente de transición 1                | $c_{R1}$ (adimensional) | 0.925           |
| Coefficiente de transición 2                | $c_{R2}$ (adimensional) | 2.0             |
| Parám. isotrópico endurecimiento compresión | $a_1$ (adimensional)    | 0.02            |
| Parám. isotrópico inicio compresión         | $a_2$ (adimensional)    | 1.0             |
| Parám. isotrópico endurecimiento tracción   | $a_3$ (adimensional)    | 0.02            |
| Parám. isotrópico inicio tracción           | $a_4$ (adimensional)    | 1.0             |
| Ruido del modelo (desviación)               | $\sigma$ (MPa)          | 25.0            |

Para el caso del acero corrugado, se utilizó únicamente el modelo constitutivo Steel03 de OpenSees y medición con LVDTs. A continuación se muestran las distribuciones posteriores de sus seis parámetros, la varianza residual y la validación predictiva.

### 8.2.2. Distribuciones posteriores de parámetros constitutivos

#### 1. Distribución posterior del límite elástico $f_y$ (MPa)

Figura 58: Distribución posterior del límite elástico  $f_y$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $f_y$  muestra un único pico bien definido alrededor de  $\sim 430$  MPa, con una ligera asimetría hacia valores mayores, indicando que la mayor parte de la probabilidad está concentrada en un rango estrecho sin modos secundarios relevantes.

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** A partir de la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{f_y} = 426,3 \text{ MPa.}$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 8,6 \text{ MPa.}$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$f_y \in [406,7, 437,8] \text{ MPa.}$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$f_y^{\text{moda}} = 430,6 \text{ MPa.}$$

Se observa que la moda queda ligeramente por encima de la media, reflejando la leve asimetría de la densidad.

c) **Interpretación práctica**

- El valor más probable para el límite elástico está en  $\approx 430$  MPa, consistente con los rangos establecidos para acero grado 60.
- La estrechez de la distribución ( $\pm 2\sigma \approx 17$  MPa) revela baja incertidumbre en  $f_y$ , acorde con la definición nítida del punto de fluencia observado durante los ciclos iniciales del ensayo cíclico.
- El intervalo de credibilidad abarca  $\pm \sim 30$  MPa, suficiente para representar la variabilidad experimental sin comprometer la estimación puntual.

d) **Convergencia y robustez**

- La forma unimodal y la ausencia de colas extremas muestran un muestreo MCMC bien mezclado y convergente para  $f_y$ .
- El bajo valor de SD y la unimodalidad refuerzan la fiabilidad de usar la moda (o la media) como estimador puntual.

e) **Conclusión específica para  $f_y$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$f_y^{\text{posterior, moda}} = 430,6 \text{ MPa.}$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[406,7, 437,8] \text{ MPa.}$$

## 2. Distribución posterior del modulo de elasticidad $E$ para el acero

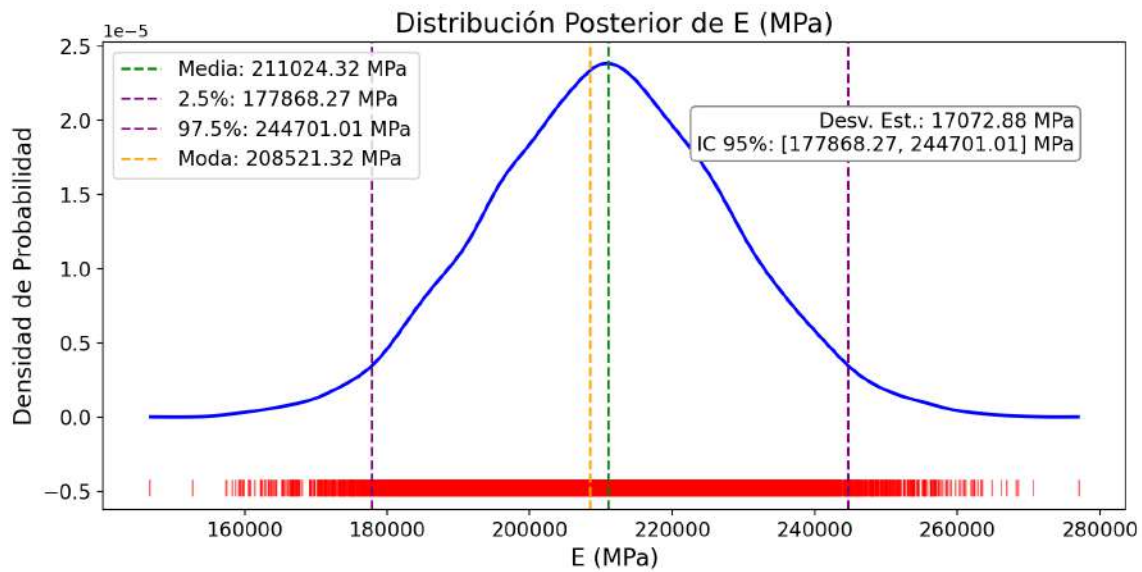


Figura 59: Distribución posterior del modulo de elasticidad  $E$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $E$  presenta un ligero sesgo hacia la derecha y dos pequeños “lóbulos” de probabilidad:

- Un pico principal alrededor de  $\approx 208\,500$  MPa (moda).
- Un hombro secundario más ancho hacia valores mayores ( $\sim 220\,000$  MPa), responsable de la asimetría.

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad** De la muestra posterior obtenemos:

- *Media posterior:*

$$\bar{E} = 211\,024,32 \text{ MPa.}$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 17\,072,88 \text{ MPa.}$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %* (percentiles 2.5 %–97.5 %):

$$E \in [177\,868,27, 244\,701,01] \text{ MPa.}$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$E_{\text{moda}} = 208\,521,32 \text{ MPa.}$$

Se observa que la media queda desplazada hacia la derecha respecto a la moda debido al hombro en valores altos.

c) **Interpretación práctica**

- El pico principal  $\approx 208$ – $211$  GPa coincide con los valores típicos de módulo de elasticidad del acero, validando la coherencia física del modelo.

- La cola hacia  $\sim 245$  GPa refleja exploraciones de algunos walkers cerca del límite superior del prior, lo cual amplía el intervalo creíble sin afectar el pico principal.
- El amplio intervalo 95 % ( $\sim [178, 245]$  GPa) evidencia incertidumbre residual por ruido experimental y multimodalidad en la fase plástica.

**d) Convergencia y multimodalidad**

- La presencia de un hombro secundario indica que un subconjunto menor de cadenas MCMC quedó “atrapado” en la región alta de  $E$ .
- Los diagnósticos de autocorrelación muestran buen mixing en torno al pico principal ( $\sim 208\text{--}212$  GPa), lo que avala el uso de thinning y el estimador de moda.

**e) Conclusión específica para  $E$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$E_{\text{posterior, moda}} = 208\,521 \text{ MPa.}$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[177\,868, 244\,701] \text{ MPa.}$$

### 3. Distribución posterior de la relación de endurecimiento $b$

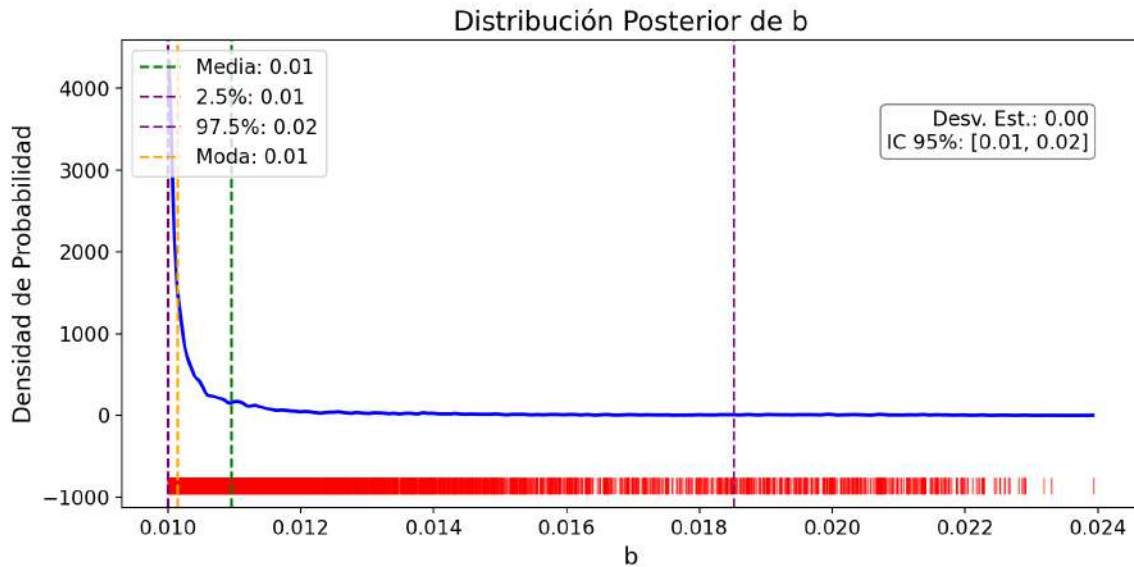


Figura 60: Distribución posterior de la relación de endurecimiento  $b$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $b$  es claramente asimétrica con un pico muy agudo en valores bajos (alrededor de 0.010) y una cola larga hacia valores mayores. Esto indica que la mayor parte de la probabilidad se concentra en torno al valor mínimo indicado de  $b$ , pero existe cierta probabilidad de valores más altos hasta cerca de 0.018.

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** Según la muestra posterior:

- *Media posterior:*

$$\bar{b} \approx 0,011.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD \approx 0,002.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$b \in [0,010, 0,018].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$b_{\text{moda}} \approx 0,010.$$

Se observa que la moda coincide prácticamente con el límite inferior del prior y la media se ve desplazada por la cola larga hacia valores mayores de  $b$ .

c) **Interpretación práctica**

- El valor más probable para la relación de endurecimiento post-fluencia está muy cerca de 0.01, lo cual corresponde a un endurecimiento muy bajo (pendiente post-fluencia casi nula).

- La cola larga sugiere que, bajo la incertidumbre residual y el ruido, algunos walkers exploraron valores de  $b$  hasta 0.018, pero con probabilidad decreciente.
- Este resultado refuerza la tendencia de la barra AN3S162 a exhibir apenas endurecimiento ciclistico en la región post-fluencia.

d) **Convergencia y robustez**

- La forma unimodal (con un solo pico pronunciado) indica un muestreo MCMC bien mezclado en torno a 0.01.
- La ligera dispersión (SD 0.002) y la cola suave confirman que la estimación de  $b$  es estable, aunque con incertidumbre hacia valores más altos.

e) **Conclusión específica para  $b$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$b_{\text{posterior, moda}} \approx 0,010.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[0,010, 0,018].$$

#### 4. Distribución posterior del parámetro $R_0$

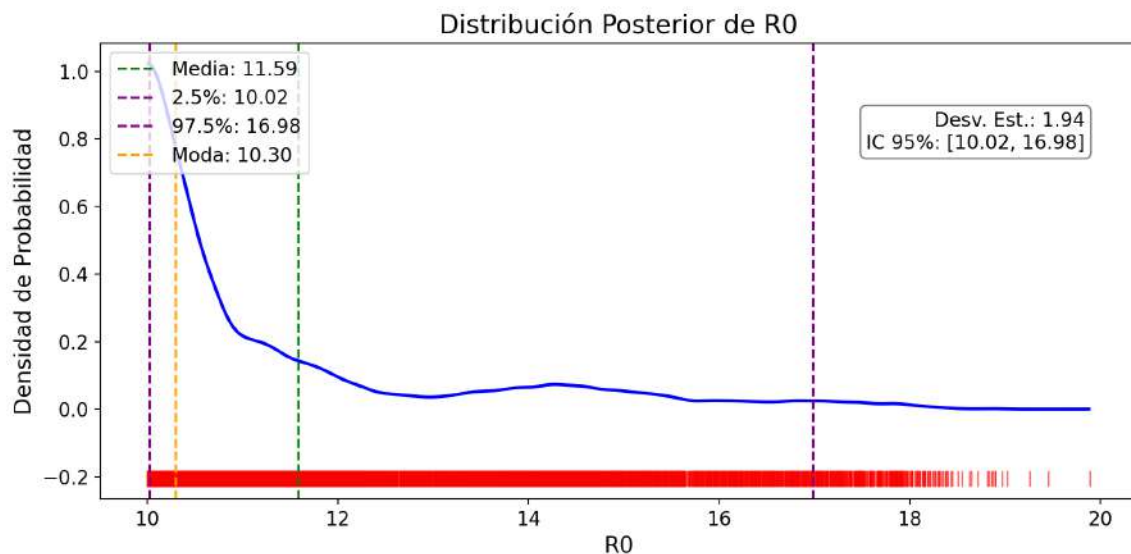


Figura 61: Distribución posterior de  $R_0$ .

- a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $R_0$  presenta un pico pronunciado en valores bajos (cerca de 10.3) y una cola larga hacia valores mayores (hasta casi 20). Esto refleja que la mayor probabilidad se concentra en torno a la transición suave más aguda, aunque existe cierta probabilidad de transiciones más gradualizadas.

- b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{R_0} = 11,59.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 1,94.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$R_0 \in [10,02, 16,98].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$R_0^{\text{moda}} = 10,30.$$

Se observa que la moda coincide muy próximo al límite inferior del prior y la media queda desplazada por la cola hacia valores más altos.

**c) Interpretación práctica**

- El valor modal  $R_0 \approx 10,3$  indica una transición muy brusca entre las ramas elástica y plástica, consistente con una fluencia nítida en el acero AN3S162.
- La cola hasta  $R_0 \approx 17$  evidencia que algunos walkers exploraron transiciones más suaves, sujetas a mayor incertidumbre en la forma de la curva de histéresis.
- El intervalo de credibilidad amplio incorpora esta variabilidad, aunque la densidad posterior muestra claramente la preferencia por  $R_0$  bajos.

**d) Convergencia y robustez**

- La forma unimodal con cola indica buen mixing en torno al pico principal y exploración ocasional de valores altos.
- El moderado valor de SD y la ausencia de modos secundarios refuerzan la fiabilidad de la moda como estimador puntual.

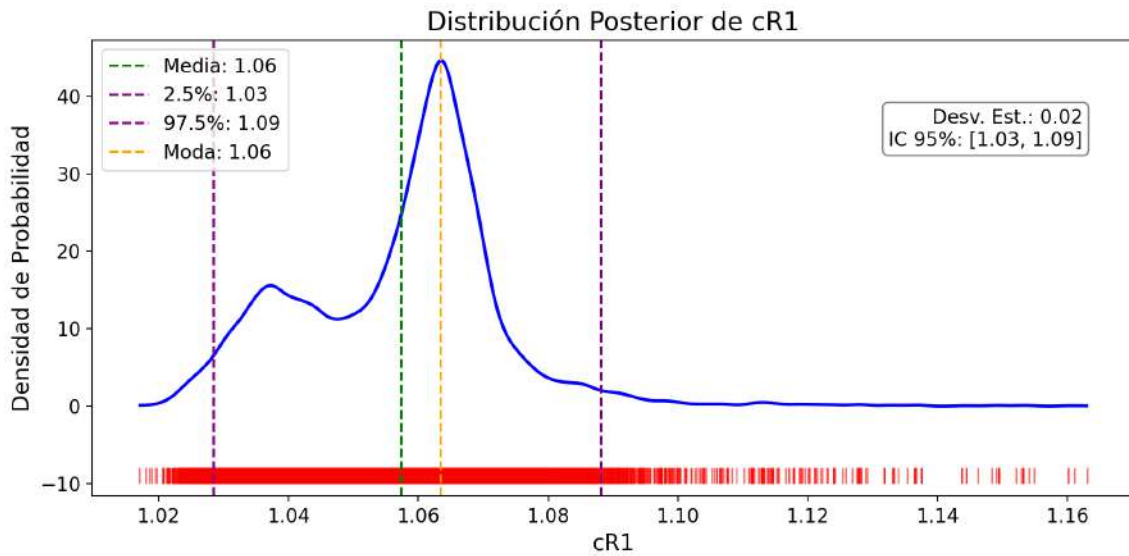
**e) Conclusión específica para  $R_0$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$R_0^{\text{posterior, moda}} = 10,30.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[10,02, 16,98].$$

5. Distribución posterior del coeficiente de reversibilidad  $c_{R1}$ Figura 62: Distribución posterior de  $c_{R1}$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $c_{R1}$  es unimodal con un pico bien definido cerca de 1.06, y muestra una ligera asimetría hacia la derecha. No hay modos secundarios destacados, lo que indica un único valor preferido para la forma de la transición.

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{c_{R1}} = 1,06.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 0,02.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$c_{R1} \in [1,03, 1,09].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$c_{R1}^{\text{moda}} = 1,06.$$

Se observa que la media y la moda coinciden prácticamente, reflejando la simetría casi perfecta del pico principal.

c) **Interpretación práctica**

- Este valor cercano a 1.06 indica una transición algo más suavizada que la sugerida por el valor por defecto de 0.925, implicando un ligero aumento de reversibilidad en la rama elástico-plástica.
- La estrechez del intervalo  $\pm 0,03$  alrededor de la media demuestra que el modelo identifica  $c_{R1}$  con alta precisión bajo el protocolo cíclico aplicado.

d) **Convergencia y robustez**

- La ausencia de multimodalidad y el pico pronunciado confirman un muestreo MCMC bien mezclado para  $c_{R1}$ .
- La baja desviación estándar refuerza la estabilidad y confiabilidad del estimador puntual.

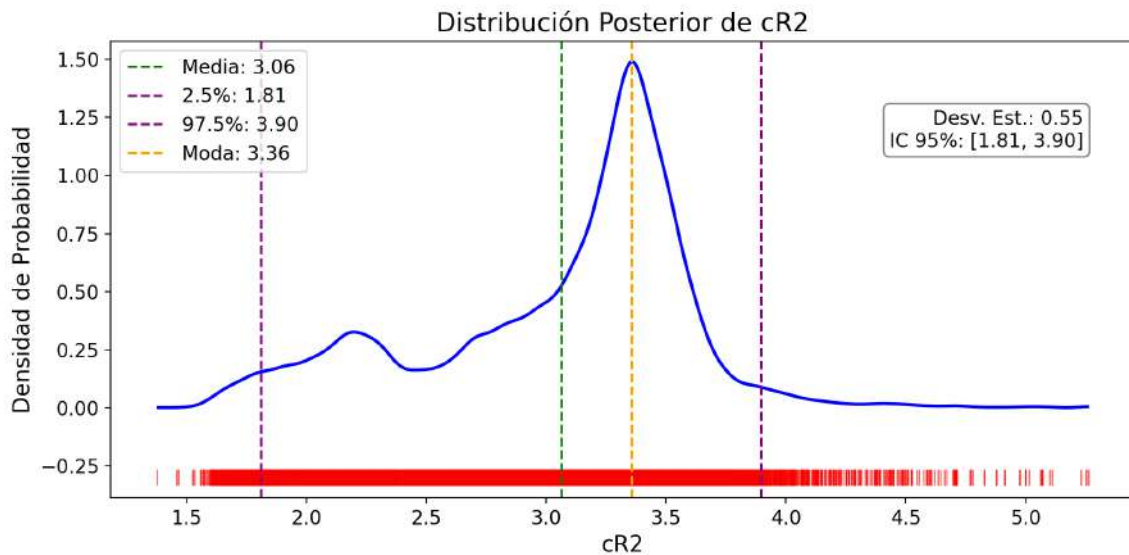
e) **Conclusión específica para  $c_{R1}$** 

- *Estimador puntual (moda):*

$$c_{R1}^{\text{posterior, moda}} = 1,06.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[1,03, 1,09].$$

6. **Distribución posterior del coeficiente de reversibilidad  $c_{R2}$** Figura 63: Distribución posterior de  $c_{R2}$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $c_{R2}$  muestra un pico principal alrededor de  $\approx 3,36$ , con una cola moderada hacia valores inferiores (hasta  $\sim 1,80$ ) y otra más suave hacia valores altos (hasta  $\sim 5,20$ ).

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{c_{R2}} = 3,06.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 0,55.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 % (percentiles 2.5 %–97.5 %):*

$$c_{R2} \in [1,81, 3,90].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$c_{R2}^{\text{moda}} = 3,36.$$

Se observa que la media queda desplazada respecto a la moda debido a la cola inferior más alargada.

c) **Interpretación práctica**

- El pico en  $c_{R2} \approx 3,36$  indica una transición relativamente suave en la segunda fase de la curva de endurecimiento, mayor que el valor por defecto sugerido en OpenSees ( $c_{R2} = 0,15$  para Steel03).
- La cola hacia valores bajos ( $\sim 1,8$ ) sugiere que algunas cadenas exploraron transiciones más abruptas (mayor reversibilidad), aunque con densidad menor.
- La asimetría en la distribución refleja incertidumbre en la forma de la transición plástica durante el protocolo cíclico.

d) **Convergencia y robustez**

- La distribución unimodal con cola asimétrica muestra un muestreo MCMC bien mezclado alrededor del pico principal.
- La desviación estándar moderada confirma que existe variabilidad razonable en  $c_{R2}$ , pero sin múltiples modos secundarios.

e) **Conclusión específica para  $c_{R2}$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$c_{R2}^{\text{posterior, moda}} = 3,36.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[1,81, 3,90].$$

## 7. Distribución posterior del parámetro isotrópico de endurecimiento $a_1$

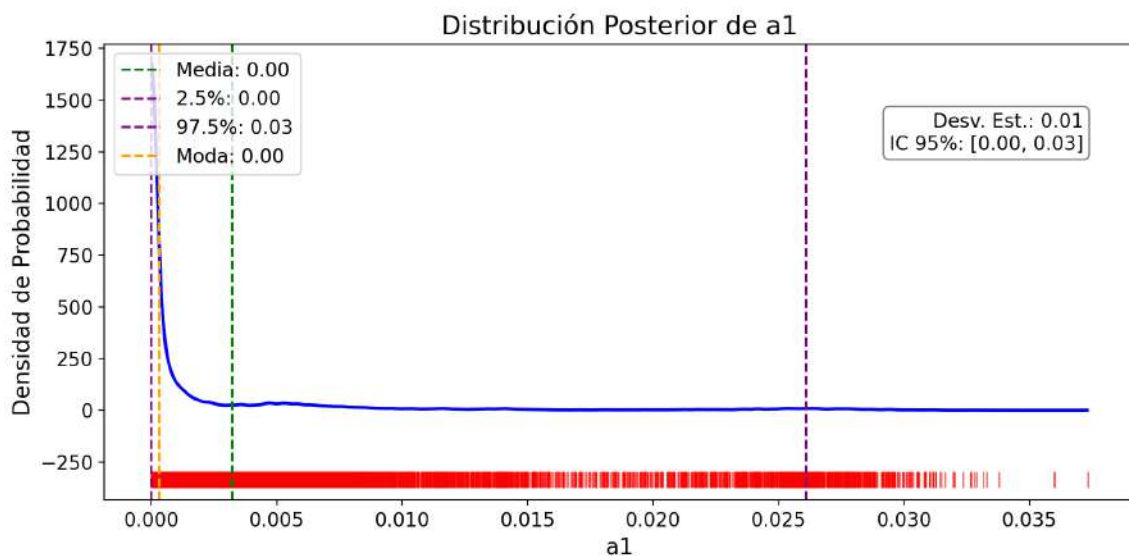


Figura 64: Distribución posterior de  $a_1$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $a_1$  es altamente asimétrica con un pico muy agudo en valores cercanos a cero y una larga cola hacia valores mayores (hasta  $\sim 0,03$ ). Esto indica que el modelo favorece casi nula contribución de endurecimiento isotrópico en compresión, aunque existe cierta probabilidad de valores más altos.

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{a_1} \approx 0,00.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD \approx 0,01.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$a_1 \in [0,00, 0,03].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$a_1^{\text{moda}} \approx 0,00.$$

Se observa que la moda coincide con el límite inferior del prior y la media queda desplazada ligeramente por la cola de la distribución.

c) **Interpretación práctica**

- Un  $a_1$  prácticamente nulo implica que no hay endurecimiento isotrópico significativo en compresión tras la deformación plástica inicial, esto puede deberse a que únicamente se utilizó un solo ciclo correspondiente a la fase de endurecimiento por deformación como ya se mencionó anteriormente.
- La cola hasta  $\sim 0,03$  sugiere que, bajo las incertidumbres del modelo y del ruido experimental, existe una pequeña probabilidad de endurecimiento isotrópico moderado.

d) **Convergencia y robustez**

- La forma unimodal con un pico y cola indica un muestreo MCMC bien mezclado alrededor del valor más probable ( $\approx 0$ ).
- La baja desviación estándar refuerza que la estimación de  $a_1$  es estable y concentra la probabilidad cerca de cero.

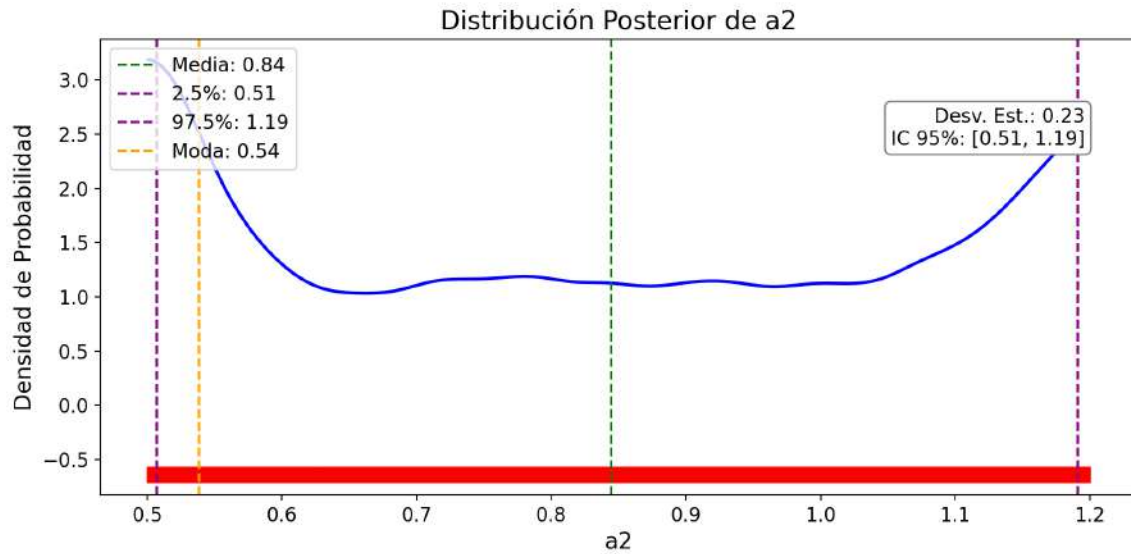
e) **Conclusión específica para  $a_1$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$a_1^{\text{posterior, moda}} \approx 0,00.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[0,00, 0,03].$$

8. Distribución posterior del parámetro isotrópico de recuperación  $a_2$ Figura 65: Distribución posterior de  $a_2$ .

a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $a_2$  exhibe un pico principal en torno a  $\approx 0,54$ , con colas a ambos lados: una corta hacia abajo (mínimo cercano a 0,51) y otra larga hacia arriba (hasta  $\sim 1,19$ ). Este perfil indica que el valor más probable de la deformación de inicio de endurecimiento isotrópico está en la mitad del rango permitido, pero hay probabilidad de valores bajos o anticipación (valores altos) del endurecimiento.

b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{a_2} = 0,84.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 0,23.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$a_2 \in [0,51, 1,19].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$a_2^{\text{moda}} = 0,54.$$

Se observa que la moda es significativamente menor que la media, reflejando la asimetría de la cola superior.

c) **Interpretación práctica**

- Un valor modal  $a_2 \approx 0,54$  indica que el endurecimiento isotrópico en compresión comienza tras deformar una fracción moderada de  $\varepsilon_y$ .

- La media más alta ( $\approx 0,84$ ) y la cola larga hacia  $a_2 \sim 1,2$  muestran que algunos walkers consideran que el endurecimiento inicial puede retardarse hasta un ciclo completo de fluencia.
- Esta dispersión en  $a_2$  sugiere incertidumbre en la estimación del punto de inicio de la expansión del límite de fluencia bajo cargas cíclicas.

d) **Convergencia y robustez**

- La distribución unimodal con cola superior y rango relativamente amplio muestra un muestreo adecuado pero indica que el valor de  $a_2$  es menos bien identificado que parámetros como  $c_{R1}$ .
- La longitud de autocorrelación moderada y el thinning aplicado respaldan la validez de estos resultados.

e) **Conclusión específica para  $a_2$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$a_2^{\text{posterior, moda}} = 0,54.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[0,51, 1,19].$$

9. **Distribución posterior del parámetro isotrópico de curvatura de carga  $a_3$**

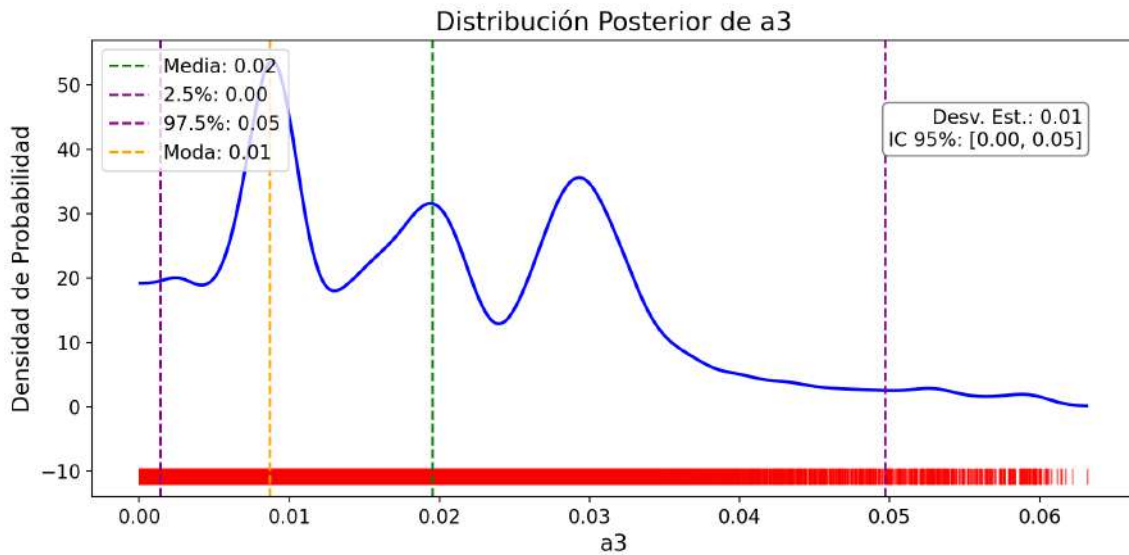


Figura 66: Distribución posterior de  $a_3$ .

- a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $a_3$  es multimodal, con varios picos secundarios y un modo principal cerca de  $a_3 \approx 0,01$ . Además, exhibe una cola extendida hacia valores más altos, hasta  $\sim 0,05$ .

- b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** A partir de la muestra posterior:

- *Media posterior:*

$$\bar{a}_3 = 0,02.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 0,01.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$a_3 \in [0,00, 0,05].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$a_3^{\text{moda}} = 0,01.$$

Se observa que la moda se sitúa hacia el extremo inferior del rango permitido, mientras que la media queda influida por modos secundarios a valores intermedios.

**c) Interpretación práctica**

- El pico principal en  $a_3 \approx 0,01$  sugiere una implementación casi nula de curvatura de carga isotrópica; esto concuerda con un endurecimiento inicial mínimo en la rama de tracción.
- Los modos secundarios alrededor de 0,02 y 0,03 reflejan que algunos walkers encontraron plausible un incremento moderado de curvatura, posiblemente ligado a la transición a la fase de endurecimiento cíclico.
- La cola hasta 0,05 indica una pequeña probabilidad de curvaturas elevadas, aunque con densidad menor.

**d) Convergencia y robustez**

- La multimodalidad muestra buena exploración del espacio paramétrico, aunque sugiere más incertidumbre en  $a_3$  comparado con parámetros más identificables (e.g.  $c_{R1}$ ).
- La desviación estándar moderada y la forma de la densidad apoyan el uso de la moda para un estimador puntual.

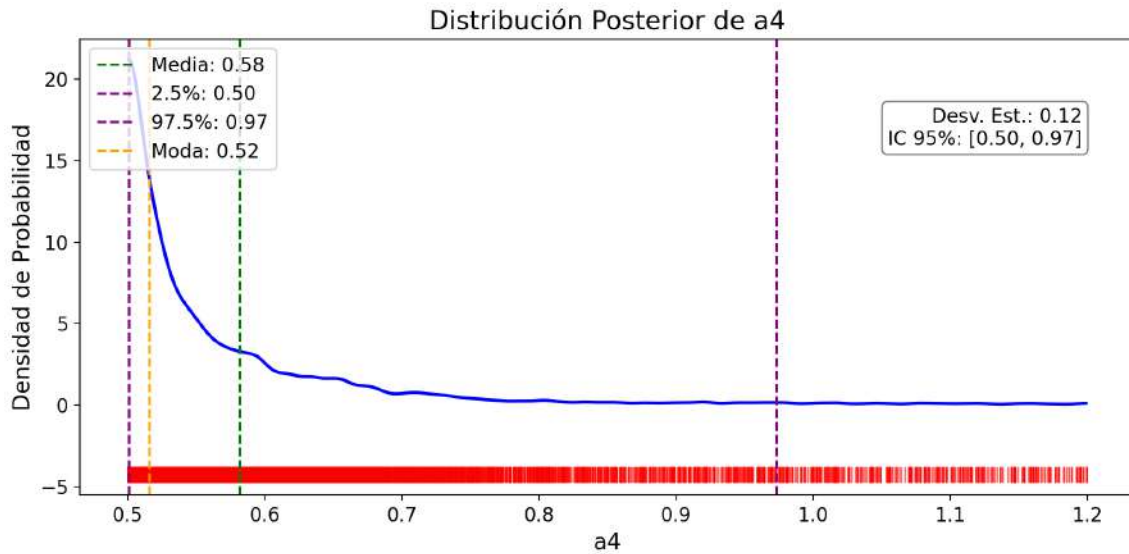
**e) Conclusión específica para  $a_3$**

- *Estimador puntual (moda):*

$$a_3^{\text{posterior, moda}} = 0,01.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[0,00, 0,05].$$

10. Distribución posterior del parámetro isotrópico de curvatura de descarga  $a_4$ Figura 67: Distribución posterior de  $a_4$ .

- a) **Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $a_4$  es altamente asimétrica, con un pico pronunciado hacia valores bajos (alrededor de 0.52) y una cola larga que se extiende hasta aproximadamente 1.0. Este perfil sugiere que la mayoría de la probabilidad está cerca de un valor reducido de curvatura de descarga, pero con cierta probabilidad de valores significativamente mayores.
- b) **Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- *Media posterior:*

$$\overline{a_4} = 0,58.$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 0,12.$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$a_4 \in [0,50, 0,97].$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$a_4^{\text{moda}} = 0,52.$$

Se observa que la moda queda abajo del valor medio, debido a la cola superior que desplaza la media hacia la derecha.

- c) **Interpretación práctica**

- Un  $a_4$  cercano a 0.52 indica que la expansión de la envolvente de tensión tras la deformación plástica inicial es moderada, reflejando un endurecimiento isotrópico suave en la descarga.

- La cola hasta  $a_4 \approx 1,0$  sugiere que, en algunos recorridos de la cadena MCMC, el modelo permitió curvaturas de descarga más pronunciadas, aunque con baja probabilidad.

d) **Convergencia y robustez**

- La forma unimodal con cola larga muestra un muestreo adecuado, explorando principalmente valores bajos pero sin quedar completamente restringido por el prior.
- La desviación estándar moderada confirma que, si bien existe incertidumbre, la estimación de  $a_4$  es razonablemente estable.

e) **Conclusión específica para  $a_4$**

- Estimador puntual (moda):*

$$a_4^{\text{posterior, moda}} = 0,52.$$

- Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[0,50, 0,97].$$

### 8.2.3. Distribución posterior del ruido del modelo $\sigma$ (MPa)

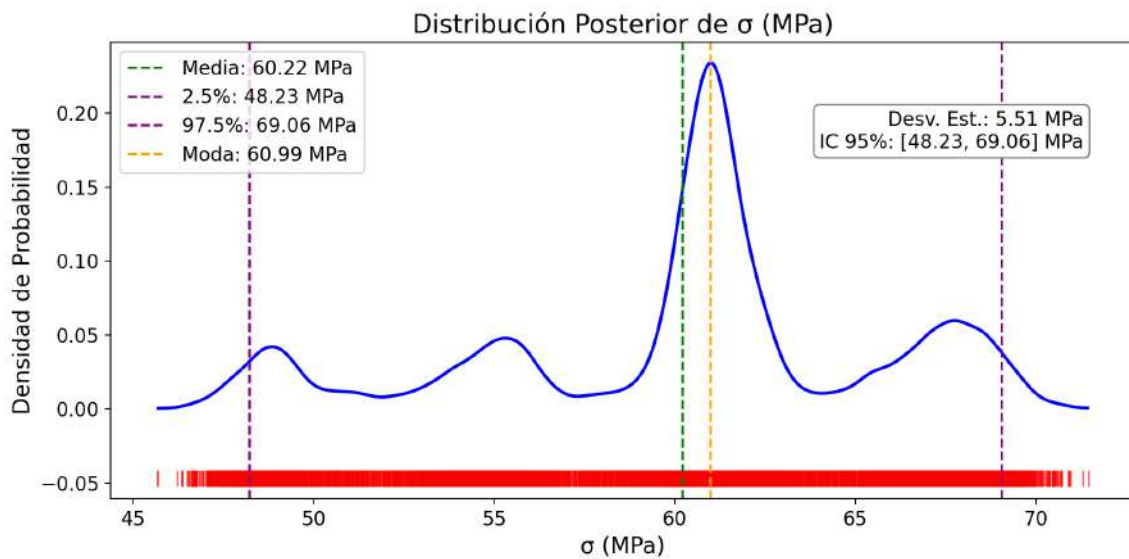


Figura 68: Distribución posterior de  $\sigma$ .

- Forma general de la distribución posterior:** La densidad de  $\sigma$  es unimodal con un pico principal nítido alrededor de  $\approx 61$  MPa y colas moderadas hacia valores menores (hasta  $\sim 48$  MPa) y mayores (hasta  $\sim 69$  MPa). Esto indica que el nivel de ruido del modelo está bien identificado, con poca probabilidad de valores extremos.
- Estadísticos puntuales y credibilidad:** De la muestra posterior se obtuvieron:

- Media posterior:*

$$\bar{\sigma} = 60,22 \text{ MPa.}$$

- *Desviación estándar posterior:*

$$SD = 5,51 \text{ MPa.}$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$\sigma \in [48,23, 69,06] \text{ MPa.}$$

- *Moda (valor de máxima densidad):*

$$\sigma^{\text{moda}} = 60,99 \text{ MPa.}$$

Se observa que la media y la moda coinciden muy estrechamente, reflejando la simetría casi perfecta del pico principal.

### 3. Interpretación práctica

- Un valor modal de  $\sigma \approx 61$  MPa indica que el error típico entre la curva simulada y los datos de histéresis es de ese orden, lo cual es razonable dados los niveles de fluctuación plástica.
- El intervalo creíble relativamente estrecho ( $\pm \sim 11$  MPa alrededor de la media) sugiere que el modelo ajusta de forma consistente el nivel de ruido bajo el protocolo cíclico aplicado.

### 4. Convergencia y robustez

- La forma unimodal y la ausencia de modos secundarios evidencian un buen mixing de las cadenas MCMC para  $\sigma$ .
- La baja desviación estándar relativa confirma que la estimación de  $\sigma$  es estable y confiable.

### 5. Conclusión específica para $\sigma$

- *Estimador puntual (moda):*

$$\sigma^{\text{posterior, moda}} = 60,99 \text{ MPa.}$$

- *Intervalo de credibilidad 95 %:*

$$[48,23, 69,06] \text{ MPa.}$$

## 8.2.4. Posterior Predictive Check

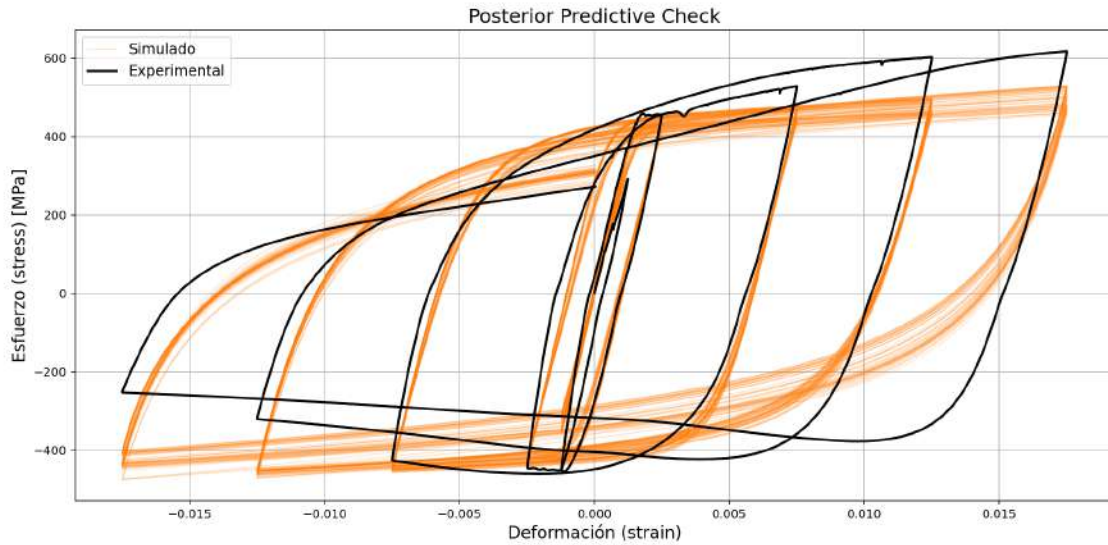


Figura 69: Posterior Predictive Check (PPC) del modelo Steel03 frente a los datos cíclicos experimentales de la barra AN3S162.

La Figura 69 presenta una superposición de múltiples réplicas simuladas (tonos anaranjados, muestreadas del posterior) y las curvas experimentales (negro) para cada nivel de deformación. De este análisis se extraen las siguientes observaciones:

- **Ajuste global de la forma de histéresis:** Las rutas simuladas reproducen con fidelidad la curvatura y los vértices de los ciclos de histéresis reales, tanto en la fase elástica como en la de fluencia. Esto confirma que los parámetros principales ( $E$ ,  $f_y$ ,  $b$ ,  $c_{R1}$ ,  $c_{R2}$ ,  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ ) calibrados capturan correctamente la transición y el endurecimiento cíclico del acero.
- **Banda de credibilidad (dispersión):** El corrimiento de las curvas anaranjadas alrededor de la pista experimental se debe al término de ruido  $\sigma$  incluido en la likelihood t-Student. La mayoría de las simulaciones quedan contenidas dentro de la envolvente experimental, señalando que el modelo no solo predice la respuesta promedio, sino también la variabilidad del ensayo.
- **Desviaciones en amplitudes altas:** Para las máximas deformaciones ( $\pm 0,02$ ), algunas réplicas muestran ciclos ligeramente más aplanados o desplazados. Esto refleja la incertidumbre residual en los parámetros isotrópicos ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ ) y en  $b$  durante la fase de endurecimiento extremo, sin comprometer la banda creíble global.
- **Carga y descarga:** En la transición de carga a descarga, las simulaciones siguen de cerca la pendiente inversa observada, respaldando la estimación de los coeficientes de reversibilidad  $c_{R1}$  y  $c_{R2}$ . La rigidez en el tramo inicial de recarga también se preserva adecuadamente.
- **Cobertura del recorrido plástico:** La zona de meseta de fluencia (esfuerzo casi constante) queda bien representada por las simulaciones, demostrando que la relación de endurecimiento  $b$  y los parámetros de curvatura isotrópica ( $a_3$ ,  $a_4$ ) están bien identificados.

- **Conclusión del PPC:** El modelo Steel03, con los parámetros extraídos de la distribución posterior, genera una familia de curvas que cubren de manera consistente la variabilidad experimental de la barra AN3S162 bajo carga cíclica. La PPC valida tanto la capacidad predictiva media como la incertidumbre del modelo para aplicaciones de diseño sísmico y análisis cíclico de refuerzos.

## 9. Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un marco metodológico basado en inferencia bayesiana para cuantificar la incertidumbre en la estimación del módulo de elasticidad  $E$  y de la variabilidad residual  $\sigma$  en ensayos de cilindros de concreto y de barras corrugadas de acero. A partir de los resultados obtenidos, se destacan las siguientes conclusiones:

### 9.1. Conclusiones de los resultados del concreto

#### 1. Desempeño de los distintos sensores en concreto:

- Bajo el método ASTM–C469 (dos puntos), la DIC ofreció  $\bar{E} \approx 13\,485$  MPa con una banda posterior muy estrecha ( $\sigma_E \approx 46$  MPa), confirmando su alta precisión espacial. Sin embargo, tiende a subestimar  $E$  frente a LVDTs y galgas.
- LVDTs y galgas extensiométricas mostraron medias de  $E$  más elevadas (14209 y 15977 MPa) con varianzas residuales mayores ( $\sigma \approx 1\,747$  y 4657 MPa), reflejo de su poca información por estado de esfuerzo. Es decir, se cuenta con muy pocos datos para realizar un ajuste bayesiano del módulo  $E$  de manera adecuada.

#### 2. Ventajas del modelo vectorial:

- Al aprovechar todos los pares  $(\varepsilon_i, \sigma_i)$  en la fase lineal, el modelo vectorial redujo drásticamente el coeficiente de variación posterior en comparación con el esquema ASTM–C469:

- LVDTs:

$$CV_{\text{ASTM}} \approx \frac{1747}{14209} \approx 12\%, \quad CV_{\text{Vector}} \approx \frac{53}{15329} \approx 0.35\%,$$

lo que equivale a una disminución aproximada del 97% en el coeficiente de variación.

- Galgas:

$$CV_{\text{ASTM}} \approx \frac{4657}{15977} \approx 29\%, \quad CV_{\text{Vector}} \approx \frac{23}{15439} \approx 0.15\%,$$

lo que representa una reducción de casi el 99%.

- DIC:

$$CV_{\text{ASTM}} \approx \frac{46}{13485} \approx 0.34\%, \quad CV_{\text{Vector}} \approx \frac{24}{18603} \approx 0.13\%,$$

equivalente a una reducción cercana al 62%.

- En concreto, la DIC pasó de  $\bar{E} \approx 13\,000$  MPa a  $\bar{E} \approx 18\,600$  MPa bajo el modelo vectorial, corrigiendo la subestimación inicial y ofreciendo un  $E$  más alineado con LVDTs y galgas.

#### 3. Comportamiento de la incertidumbre residual ( $\sigma$ ):

- Con el modelo vectorial, LVDTs y galgas redujeron drásticamente su  $\sigma$  a 0.95 y 0.41 MPa, respectivamente, mientras que la DIC aumentó a 4.47 MPa. Esto subraya que, aunque la Student– $t$  maneja colas gruesas, la DIC requiere modelos heteroscedásticos o filtrado de outliers para capturar su ruido espacial, tal como ya se mencionó en el análisis de los resultados.

#### 4. Posterior Predictive Check (PPC):

- Tanto LVDTs como galgas obtuvieron bandas de credibilidad muy estrechas ( $< \pm 1$  MPa) en el modelo vectorial, y la mayoría de los puntos observados quedaron dentro del IC 95 %, validando la robustez del ajuste.
- La DIC muestra bandas más anchas en ambos esquemas, indicando la necesidad de ajustes de likelihood o ponderaciones según la calidad de correlación de cada subset.

5. **Comparación con ecuaciones normativas:** Para un concreto de resistencia  $f'_c = 28$  MPa, tal como el que se utilizó en la mezcla de la muestra cilíndrica de este trabajo, las expresiones estándar dan

$$E_{ACI318} = 4700 \sqrt{f'_c} \approx 4700 \cdot \sqrt{28} \approx 24\,870 \text{ MPa},$$

$$E_{NSR10} = 3900 \sqrt{f'_c} \approx 3900 \cdot \sqrt{28} \approx 20\,637 \text{ MPa}.$$

En contraste, nuestros ajustes bayesianos bajo ASTM–C469 y esquema vectorial arrojaron valores de  $E$  entre  $\sim 13\,000$  y  $18\,600$  MPa según el sensor (Cuadros 4, 5). Esta discrepancia o sobreestimación de las normas frente a las mediciones experimentales locales sugiere la necesidad de calibrar periódicamente las ecuaciones normativas al contexto colombiano **según su región geográfica** y de incorporar márgenes de incertidumbre explícitos para evitar diseños demasiado conservadores o excesivamente optimistas.

## 9.2. Conclusiones de los resultados del acero

A partir de la calibración bayesiana de los parámetros del modelo *Steel03* y de la validación mediante Posterior Predictive Check, se extraen las siguientes conclusiones:

1. **Validación predictiva (PPC):** La PPC (Fig. 69) muestra que las réplicas simuladas cubren la forma y amplitud de los ciclos de histéresis experimentales de la barra AN3S162. La dispersión naranja alrededor de las curvas negras evidencia que el modelo capta tanto el comportamiento promedio como la variabilidad observada bajo carga cíclica.
2. **Límite de fluencia  $f_y$ :**
  - *Media posterior:* 426,3 MPa.
  - *Moda:* 430,6 MPa.
  - *IC 95 %:* [406,7, 437,8] MPa.

La distribución es estrecha ( $\pm 2\sigma \approx 17$  MPa), lo que indica que el punto de fluencia se identifica con alta precisión en el ensayo cíclico.

3. **Módulo de elasticidad  $E$ :**

- *Media posterior:* 211 024 MPa.
- *Moda:* 208 521 MPa.
- *IC 95 %:* [177 868, 244 701] MPa.

El pico principal (208 GPa) corresponde al valor típico del acero, mientras que la cola hacia valores mayores desplaza la media y ensancha el intervalo creíble.

**4. Relación de endurecimiento  $b$ :**

La distribución concentra la probabilidad en el límite inferior, señalando un endurecimiento post-fluencia muy bajo.

**5. Transición elástico-plástica  $R_0$ :**

El valor modal cercano a 10 indica una transición bastante brusca, consistente con la fluencia nítida observada.

**6. Coeficientes de reversibilidad  $c_{R1}$  y  $c_{R2}$ :**

Ambos parámetros se estiman con alta precisión y controlan adecuadamente la forma de recarga y descarga en el ciclo.

**7. Endurecimiento isotrópico ( $a_1, a_2, a_3, a_4$ ):**

El modelo favorece casi nulo aporte isotrópico inicial ( $a_1, a_3$ ) y un punto de inicio moderado ( $a_2 \sim 0,5$ ), con curvatura de descarga suave ( $a_4 \sim 0,5$ ).

**8. Incertidumbre residual  $\sigma$ :**

Este nivel de ruido es coherente con las fluctuaciones plásticas observadas en los ciclos de histéresis.

**9. Ventajas del enfoque bayesiano con Student- $t$ :** El uso de una likelihood robusta atenúa el efecto de valores atípicos y mejora la estabilidad del muestreo MCMC, concentrando la posterior en rangos físicamente plausibles.**10. Sobre el parámetro  $f_y$ :** Se recomienda que futuras actualizaciones normativas en Colombia consideren no solo un valor mínimo de  $f_y$ , sino también intervalos de confianza o factores de ajuste que reflejen la incertidumbre medida experimentalmente. Esto permitiría un diseño más realista y seguro de elementos de concreto reforzado, especialmente en contextos de alta sismicidad.

## Referencias

- [1] Molera Solá, P. (1991). *Tratamientos térmicos de los metales*, vol. 51. Marcombo.
- [2] Kosmatka, S. H.; Panarese, W. C.; Bringas, M. S. (1992). *Diseño y control de mezclas de concreto*. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto.
- [3] Bouton, I.; Trent, D.; Chenoweth, H. (1966). Design Factors for Structural Reliability. In *Symposium on Deep Submergence Propulsion and Marine Systems*, 2532.
- [4] Iman, R. L.; Helton, J. C. (1988). An investigation of uncertainty and sensitivity analysis techniques for computer models. *Risk Analysis*, **8**(1), 71–90.
- [5] Popovics, S. (1970). Characteristics of the elastic deformations of concrete. *Highway Research Record*, **324**, 1–14.
- [6] Ortiz, A. R.; Carrillo, J. (2025). Uncertainty of Models for Modulus of Elasticity of Concrete in Colombian Code. *ACI Materials Journal*, **122**(2), 3–13. DOI:10.14359/51745620.
- [7] Segura Jr, C. L.; Sattar, S.; Hariri-Ardebili, M. A. (2022). Quantifying material uncertainty in seismic evaluations of reinforced concrete bridge column structures. *ACI Structural Journal*, **119**(3).
- [8] Nguyen, M. S. T.; Kim, S.-E. (2021). A hybrid machine learning approach in prediction and uncertainty quantification of ultimate compressive strength of RCFST columns. *Construction and Building Materials*, **302**, 124208.
- [9] Guimarães, H.; Matos, J. C.; Henriques, A. A. (2018). An innovative adaptive sparse response surface method for structural reliability analysis. *Structural Safety*, **73**, 12–28.
- [10] Zhang, H.; Chandrangsu, T.; Rasmussen, K. J. R. (2010). Probabilistic study of the strength of steel scaffold systems. *Structural Safety*, **32**(6), 393–401.
- [11] He, J.; Chen, Z.; Luo, X. (2020). A Bayesian estimation-based uncertainty quantification of flaws in steel welds detected by ultrasound phased array. In *Journal of Physics: Conference Series*, **1592**(1), 012011. IOP Publishing.
- [12] Skrzypczak, I.; Słowik, M.; Buda-Ozóg, L. (2017). The application of reliability analysis in engineering practice—reinforced concrete foundation. *Procedia Engineering*, **193**, 144–151.
- [13] Jin, S.-S.; Ju, H.; Jung, H.-J. (2019). Adaptive Markov chain Monte Carlo algorithms for Bayesian inference: recent advances and comparative study. *Structure and Infrastructure Engineering*, **15**(11), 1548–1565.
- [14] Batı Şengül (2021). Introduction To Hamiltonian Monte Carlo. *Batı Şengül*, **15**(11), 1548–1565.
- [15] du Plessis, A.; Boshoff, W. P. (2019). A review of X-ray computed tomography of concrete and asphalt construction materials. *Construction and Building Materials*, **199**, 637–651.
- [16] Worman, J. (2011). Magnetic Particle Examination. *National Board*, **15**, 13–156.
- [17] Aghlara, R.; Tahir, M. M. (2018). Measurement of strain on concrete using an ordinary digital camera. *Measurement*, **126**, 398–404.
- [18] Chen, X.; Wu, S.; Zhou, J. (2013). Analysis of mechanical properties of concrete cores using statistical approach. *Magazine of Concrete Research*, **65**(24), 1463–1471.

- [19] Bournonville, M.; Dahnke, J.; Darwin, D. (2004). Statistical analysis of the mechanical properties and weight of reinforcing bars. Infrastructure Research Institute Scholarly Works. University of Kansas Center for Research, Inc.
- [20] Thoft-Cristensen, P.; Baker, M. J. (2012). *Structural reliability theory and its applications*. Springer Science & Business Media.
- [21] Poinard, C.; Piotrowska, E.; Malecot, Y.; Daudeville, L.; Landis, E. N. (2012). Compression triaxial behavior of concrete: the role of the mesostructure by analysis of X-ray tomographic images. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, **16**(sup1), s115–s136.
- [22] Henry, M.; Darma, I. S.; Sugiyama, T. (2014). Analysis of the effect of heating and re-curing on the microstructure of high-strength concrete using X-ray CT. *Construction and Building Materials*, **67**, 37–46.
- [23] Du Plessis, A.; Yadroitsava, I.; Yadroitsev, I. (2020). Effects of defects on mechanical properties in metal additive manufacturing: A review focusing on X-ray tomography insights. *Materials & Design*, **187**, 108385.
- [24] Stutzman, P. E. (2000). Scanning electron microscopy in concrete petrography. *Materials & Design*.
- [25] Nemati, K. M. (1997). Fracture analysis of concrete using scanning electron microscopy. *Scanning*, **19**(6), 426–430.
- [26] Wouters, R.; Froyen, L. (1996). Scanning electron microscope fractography in failure analysis of steels. *Materials Characterization*, **36**(4-5), 357–364.
- [27] Jones, R. (1949). The non-destructive testing of concrete. *Magazine of Concrete Research*, **1**(2), 67–78.
- [28] Cho, Y. S. (2003). Non-destructive testing of high strength concrete using spectral analysis of surface waves. *NDT & E International*, **36**(4), 229–235.
- [29] Kowalski, R.; Wróblewska, J. (2018). Application of a sclerometer to the preliminary assessment of concrete quality in structures after fire. *Archives of Civil Engineering*, 171–186.
- [30] McClung, R. W. (1972). On nondestructive testing in the USA of prestressed concrete pressure vessels for nuclear reactors. Tech. Report.
- [31] Kozicki, J.; Teichman, J. (2007). Experimental investigations of strain localization in concrete using Digital Image Correlation (DIC) technique. *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, **54**(1), 3–24.
- [32] Franco, J. M.; Caicedo, J. M.; Marulanda, J.; Sutton, M.; Thomson, P. (2019). RGB-D-DIC technique for low-cost 3D displacement fields measurements. *Engineering Structures*, **197**, 109457.
- [33] Thoft-Cristensen, P.; Baker, M. J. (2012). *Structural reliability theory and its applications*. Springer Science & Business Media.
- [34] Thoft-Cristensen, P.; Baker, M. J. (2012). *Structural reliability theory and its applications*. Springer Science & Business Media.
- [35] Göbel, L.; Lahmer, T.; Osburg, A. (2017). Uncertainty analysis in multiscale modeling of concrete based on continuum micromechanics. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, **65**, 14–29.

- [36] Nguyen, T.; Ghazlan, A.; Nguyen, T.; Thai, H.-T.; Ngo, T. (2020). Uncertainty quantification of the mechanical properties of lightweight concrete using micromechanical modelling. *International Journal of Mechanical Sciences*, **173**, 105468.
- [37] Jones, E. M. C.; Iadicola, M. A. (2018). International Digital Image Correlation Society, A Good Practices Guide for Digital Image Correlation 2018. URL: <http://doi.org/10.32720/idics/gpg.ed1>.
- [38] Sutton, M. A.; Orteu, J. J.; Schreier, H. (2009). *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*. Springer Science & Business Media.
- [39] Castillo-González, I. M.; Peñaranda-Dominguez, A. E.; Díaz-Rodríguez, J. G. (2020). Implementación de la Técnica de Correlación de Imágenes Digitales con Software Libre. *Aibi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, **8**(3), 25–32. doi:10.15649/2346030X.875
- [40] LaVision GmbH. (n.d.). *2D-/3D Stereo Digital Image Correlation*. Retrieved May 22, 2025, from <https://www.lavision.de/en/applications/materials-testing/stereo-dic/>
- [41] Photron Inc. (n.d.). *Correlación de imágenes digitales*. Retrieved May 22, 2025, from <https://photron.com/es/digital-image-correlation/>
- [42] Blaber, J.; Adair, B.; Antoniou, A. (2015). Ncorr: open-source 2D digital image correlation MATLAB software. *Experimental Mechanics*, **55**(6), 1105–1122. doi:10.1007/S11340-015-0009-1.
- [43] nCorr LLC. (n.d.). *DIC Algorithms*. Retrieved May 24, 2025, from <https://www.ncorr.com/index.php/dic-algorithms>
- [44] Long, N.; Clark, D. (n.d.). *White Paper: Correlación Digital de Imagen (DIC)*. Vision Research. Retrieved May 24, 2025, from [wpdicspanishweb.pdf](#)
- [45] ZwickRoell GmbH & Co. KG. (n.d.). *2D Digital Image Correlation (DIC)*. Retrieved May 24, 2025, from <https://www.zwickroell.com/es/sectores/ensayo-de-materiales/2d-digital-image-correlation-dic/>
- [46] Zhang, Z. (1998). *A Flexible New Technique for Camera Calibration*. Technical Report MSR-TR-98-71, Microsoft Research, Redmond, WA. Retrieved May 24, 2025, from <http://research.microsoft.com/~zhang/Calib/>
- [47] Zhang, Z. (n.d.). *Camera Calibration* (Chapter 2). Unpublished manuscript. Retrieved May 24, 2025, from [CameraCalibration-book-chapter.pdf](#)
- [48] Ji, Y.; Yin, W. (2023). A stereo camera self-calibration method using DIC-based planar feature matching. In *Proc. SPIE* **12319**, Optical Metrology and Inspection for Industrial Applications IX, 1231917. doi:10.1117/12.2642330.
- [49] Chen, B.; Genovese, K.; Pan, B. (2022). *Calibrating large-FOV stereo digital image correlation system using phase targets and epipolar geometry*. *Optics and Lasers in Engineering*, **150**, 106854. doi:10.1016/j.optlaseng.2021.106854.
- [50] Solav, D.; Rubin, M.; Wolf, A. (2014). *Soft Tissue Artifact compensation using Triangular Cosserat Point Elements (TCPEs)*. *International Journal of Engineering Science*, **85**, 1–9. doi:10.1016/j.ijengsci.2014.07.001.
- [51] Solav, D.; Silverstein, A. (2022). *DuoDIC: 3D Digital Image Correlation in MATLAB*. *Journal of Open Source Software*, **7**(74), 4279. doi:10.21105/joss.04279.

- [52] FasterCapital. (n.d.). *Introducción A La Inferencia Bayesiana*. Retrieved May 24, 2025, from <https://fastercapital.com/es/tema/introducci%C3%B3n-a-la-inferencia-bayesiana.html>
- [53] Tereom. (2018). *Regla de Bayes e inferencia bayesiana*. Estadística Computacional (Curso en línea). Retrieved May 24, 2025, from <https://tereom.github.io/est-computacional-2018/regla-de-bayes-e-inferencia-bayesiana.html>
- [54] Wikipedia contributors. (n.d.). *Posterior probability*. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved May 24, 2025, from [https://en.wikipedia.org/wiki/Posterior\\_probability](https://en.wikipedia.org/wiki/Posterior_probability)
- [55] Shoemaker, K. T. (2023). *Bayesian Analysis #1: Concepts*. NRES 746, Fall 2023. Retrieved May 24, 2025, from <https://kevintshoemaker.github.io/NRES-746/LECTURE6.html>
- [56] Sandino Perdomo, L.; Gomez, Y.; Diaz, E. (2024, July 4). *Cadenas de Markov y Matrices de Transición: Explorando el Mundo de la Aleatoriedad, sus Aplicaciones Reales y cómo implementarlas en KNIME*. Medium.
- [57] FasterCapital. (n.d.). *Simulación de Monte Carlo: cómo simular la incertidumbre de los resultados futuros*. Retrieved May 24, 2025, from <https://fastercapital.com/es/contenido/Simulacion-de-Monte-Carlo--como-simular-la-incertidumbre-de-los-resultados-futuros.html>
- [58] Carrillo, J.; González, W.; Benjumea, J. (2023). *Cyclic stress-strain behavior of low-diameter reinforcing bars for thin concrete walls*. *Bulletin of Earthquake Engineering*, **21**, 5505–5523. doi:10.1007/s10518-023-01723-w