

**CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE PERFILES METÁLICOS
POSTENSADOS**

ANDRÉS MONDRAGÓN DUQUE

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CON ÉNFASIS EN INGENIERÍA CIVIL
ÁREA ACADÉMICA DE INGENIERÍA CIVIL
SANTIAGO DE CALI
2016**

**CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE PERFILES METÁLICOS
POSTENSADOS**

ANDRÉS MONDRAGÓN DUQUE

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR
AL TÍTULO DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA CON ÉNFASIS EN INGENIERÍA CIVIL**

**PROFESOR TITULAR
ALEJANDRO CRUZ**

PROFESOR TITULAR ALTERNO

PETER THOMSON

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CON ÉNFASIS EN INGENIERÍA CIVIL
ÁREA ACADÉMICA DE INGENIERÍA CIVIL
SANTIAGO DE CALI**

2016

Tabla de contenido

pág

Listado de Figuras.....	vi
Listado de Fotos	viii
Listado de Tabla	ix
1 Resumen.....	10
2 Capítulo I – Situación de estudio.....	11
2.1 Descripción del problema	11
2.2 Objetivos	13
2.2.1 General	13
2.2.2 Específicos	13
2.3 Justificación	14
2.4 Estado del arte	16
3 Capítulo II – Marco Teórico	27
3.1 Teoría general de cables	27
3.1.1 Movimientos fuera del plano.	29
3.2 Efectos de segundo orden.....	30
3.2.1 Teoría clásica del método de los elementos finitos	30
3.2.1.1 Interpolación de deformaciones	30
3.2.1.2 Matriz B	31
3.2.1.3 Matriz de rigidez elástica.....	32
3.2.1.4 Matriz de rigidez geométrica	32
3.3 Elementos sometidos a carga axial	33
3.4 Comportamiento de las frecuencias y los niveles de preesfuerzo.....	34
3.4.1 Primer evento: disminución de la frecuencia cuando se incrementa el preesfuerzo	34
3.4.2 Segundo evento: no variación de la frecuencia cuando se incrementa el preesfuerzo	35
3.4.3 Tercer evento: incremento de la frecuencia natural cuando se incrementa el preesfuerzo	35

3.4.4	Ablandamiento por compresión	36
3.5	Frecuencia natural y modos de vibración	37
3.6	Normatividad.....	38
3.6.1	Cargas Peatonales	38
3.6.2	Frecuencias.....	39
4	Capítulo III – Procedimiento experimental	40
4.1	Materiales y métodos	40
4.2	Resultados y análisis.....	57
4.2.1	Deflexiones	57
4.2.2	Frecuencias.....	63
5	Capítulo IV – Conclusiones	71
6	Capítulo V – Recomendación	72
7	Capítulo VI – Referencias	73
8	Capítulo VII – Anexo	76
8.1	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 76	
8.2	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 77	
8.3	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 78	
8.4	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 79	
8.5	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 80	
8.6	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 81	
8.7	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 82	
8.8	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 8 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 83	
8.9	Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 9 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3. 84	
8.10	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	85
8.11	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	86
8.12	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	87
8.13	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	88

8.14	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	89
8.15	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	90
8.16	Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3...	91
8.17	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	92
8.18	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	93
8.19	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	94
8.20	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	95
8.21	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	96
8.22	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	97
8.23	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	98
8.24	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 8 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	99
8.25	Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 9 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	100
8.26	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	101
8.27	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	102
8.28	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	103
8.29	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	104
8.30	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	105
8.31	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	106
8.32	Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3	107
8.33	Discretización el elemento viga.....	108

Listado de Figuras

pág

Figura 1. Dimensiones viga tipo H sección 200 x 200 x 8 x 12 mm y localización de tensionamiento	17
Figura 2. Vigas metálicas Tipo I (300x300x10x15 mm) (alto x ancho x espesor alma x espesor patín) preesforzadas.	18
Figura 3. Sección transversal vigas metálicas Tipo I.....	19
Figura 4. Viga ondulada pensada utilizada en el experimento.	19
Figura 5. Secciones transversales de viga ondulada.	20
Figura 6. Esquemas de las vigas 194 x 150 x 6 x 9 mm	21
Figura 7. Esquema de la viga de concreto sección 25 x 30 x 395 mm	22
Figura 8. Configuración de las vigas tipo I analizadas con 2, 5 y 11 desviadores.....	23
Figura 9. Pretensado del cable no adherido en viga tubular laminado en frio de 60 x 60 x 4 mm. .	24
Figura 10. Viga tipo utilizadas en la investigación RHS 120x60x3 mm y (2) RHS 50x30x3 mm.	25
Figura 11. Diagrama de desplazamiento de un cable.	27
Figura 12. Cambio de la frecuencia natural cuando se incrementa la carga axial de compresión y sensibilidad de los cambios de la frecuencia natural.....	37
Figura 13. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-0.	42
Figura 14. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-1.	42
Figura 15. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-2.	43
Figura 16. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-3.	43
Figura 17. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga HEA-100 escenario Es-0.....	44
Figura 18. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga HEA-100 escenario Es-1.....	45
Figura 19. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga HEA-100 escenario Es-2.....	45
Figura 20. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga HEA-100 escenario Es-3.....	46
Figura 21. Sección transversal de viga HEA-100	47
Figura 22. Sección transversal de viga IPE-200	47
Figura 23. Curva esfuerzo deformación alambre de tensionamiento $\varnothing$ 3 mm.....	50
Figura 24. Gráfica de frecuencias vs tensionamiento alambre diámetro de 4,1 mm	52
Figura 25. Instrumentación de viga HEA-100.....	54
Figura 26. Instrumentación de viga IPE-200.	55
Figura 27. Deflexión vs carga axial. Viga IPE-200	59
Figura 28. Deflexión vs carga axial. Viga HEA-100	60
Figura 29. Comparativo de deflexiones experimentales y el efecto P-delta viga IPE-200	61
Figura 30. Comparativo de deflexiones experimentales y el efecto P-delta viga HEA-100	62
Figura 31. Variación de la frecuencia para diferentes escenarios de carga viga IPE-200	65
Figura 32. Frecuencias Vs escenarios de carga viga IPE-200.....	65
Figura 33. Variación de la frecuencia para diferentes escenarios de carga viga HEA-100	66

Figura 34. Frecuencia Vs. Escenarios de carga viga HEA-100.....	67
Figura 35. Comparativo de frecuencias experimentales y teóricas para diferentes escenarios de carga viga IPE-200	69
Figura 36. Comparativo de frecuencias teóricas y experimentales para diferentes escenarios de carga viga HEA-100.....	70
Figura 38. Discretización de la viga 16 elementos	108

Listado de Fotos

pág

Foto 1. Dispositivo de destensionamiento de vigas metálicas	49
Foto 2. Ensamble del suck y cuñas para tensado de viga IPE 200	50
Foto 3. Prueba estática dinámica de alambre de tensionamiento L=580 mm.	51
Foto 4. Ensamble de acelerómetro al alambre de tensionamiento.	54

Listado de Tabla

	pág
Tabla 1. Características de modelo Abaqus IPE-200 y HEA-100	40
Tabla 2. Propiedades vigas metálicas HEA-100 e IPE-200.....	46
Tabla 3. Excentricidades viga HEA-100	48
Tabla 4. Excentricidades viga IPE-200	48
Tabla 5. Propiedades del acero de tensionamiento.....	49
Tabla 6. Cargas laterales necesarias para cumplir LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges ASSTHO 2008.....	52
Tabla 7. Asignación de cargas laterales promedio a los escenarios de carga para las vigas HEA-100 e IPE-200	53
Tabla 8. Descripción de los cuatro escenarios de carga.....	53
Tabla 9. Especificaciones de parámetros de los aparatos utilizados en la viga	55
Tabla 10. Descripción de ensayos a realizar en la viga IPE-200	56
Tabla 11. Descripción de ensayos a realizar en la viga HEA-100.....	56
Tabla 12. Deflexiones viga IPE-200 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial.	57
Tabla 13. Deflexiones viga HEA-100 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial.....	57
Tabla 14. Deflexiones efecto P-delta viga IPE-200 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial.....	60
Tabla 15. Deflexiones efecto P-delta viga HEA-100 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial.....	62
Tabla 16. Frecuencias de la viga IPE-200 para diferentes escenarios de carga lateral y cargas axiales.....	63
Tabla 17. Frecuencias de la viga HEA-100 para diferentes escenarios de carga lateral y cargas axiales.....	64
Tabla 18. Frecuencias teóricas de la viga IPE-200 considerando ablandamiento por compresión..	68
Tabla 19. Frecuencias teóricas de la viga HEA-100 considerando ablandamiento por compresión.	68

1 Resumen

Cuando se presentan deficiencias en el servicio en estructuras metálicas existen diferentes alternativas de solución como es el aumento de la sección de los elementos estructurales, lo que genera que este procedimiento altere la geometría y genere incomodidad a los usuarios. Existe otra alternativa de solución como es utilizando el tensionamiento de perfiles metálicos el cual mejora el comportamiento estructural del elemento. Partiendo de lo anterior, el presente trabajo de investigación tuvo como finalidad evaluar el comportamiento estructural de perfiles metálicos postensados para diferentes cargas axiales y laterales. Para tal fin se utilizaron dos perfiles metálicos HEA-100 e IPE-200, a los cuales se le soldaron una platina superior y la longitud de las vigas fue de 6.000 mm. Para el tensionamiento se utilizaron cuatro y seis cables de acero para las vigas HEA-100 e IPE-200 respectivamente. Se realizaron para la viga HEA-100 siete ensayos y para la viga IPE-200 nueve ensayos de tensionamiento, a cada uno de ellos se les realizaron cuatro ensayos estáticos que representaba cada uno una condición de carga lateral; y seguidamente para cada tensionamiento y cada ensayo estático se realizó un análisis dinámico utilizando un actuador mecánico shaker.

Los resultados obtenidos mostraron que el efecto del tensionamiento generó una disminución de la deflexión del orden, en promedio, para la viga IPE-200 del 64% y para la HEA-100 del 44,50%. En cuanto al comportamiento dinámico se evidenció que el incremento del tensionamiento en la viga IPE-200 generó una sensible reducción de la frecuencia de un 5,06% y para la viga HEA-100 fue del 9,38%, ocurriendo el efecto conocido como ablandamiento de compresión.

Finalmente, para analizar de manera cualitativa la concentración de esfuerzos y pandeo lateral en las vigas IPE-200 y HEA-100 se realizó un modelo en abaqus. Se observó que solamente existe concentración de esfuerzos en las platinas donde se aplicó la carga axial; en cuanto al pandeo lateral no se presentó ni en la viga IPE-200 ni en la HEA-100 debido en parte a que el patín superior de las vigas estuvo restringido y además, las cargas axiales aplicadas a las vigas fue del 1,56% y 5,52% de la carga crítica de pandeo para las vigas IPE-200 y HEA-100 respectivamente.

Palabras claves: perfiles metálicos postensados, ablandamiento por compresión

2 Capítulo I – Situación de estudio

2.1 Descripción del problema

En la construcción se han utilizado tradicionalmente sistemas convencionales los cuales tiene ciertas limitaciones cuando se desea disminuir el tiempo de ejecución de la obra, básicamente porque la composición de los materiales utilizados en la construcción requieren de un tiempo para adquirir su resistencia. Por tal motivo es conveniente buscar diferentes alternativas con las cuales se pueda reducir el tiempo de ejecución de las obras. En aras de optimizar los tiempos de ejecución se han buscado diferentes alternativas como por ejemplo la utilización de diferentes materiales sintéticos, adiciones o cambiando el proceso constructivo como es utilizando estructuras metálicas.

Partiendo de lo anterior, en el país ha existido un incremento de este tipo de construcción debido principalmente a la eficiencia en el proceso constructivo; representado por la disminución de los tiempos de ejecución de obra como consecuencia de la rapidez del montaje si se comparan con los tiempos requeridos de otros sistemas constructivos tradicionales. Particularmente se ve reflejado en edificaciones que utilizan principalmente elementos metálicos y construcción de estructuras compuestas por perfiles metálicos y losas de concreto.

Utilizando este sistema constructivo se obtienen construcciones más eficientes no solamente en el aspecto económico sino también técnico; en lo económico se presentan reducción de los costos porque los tiempos de ejecución de obra se reducen y técnicamente se ven beneficiados porque se mejora las propiedades estructurales de los elementos de una manera rápida. No obstante de las potencialidades que tiene las estructuras metálicas, si se presentan cambios en el uso de las edificaciones se generan deficiencias en su servicio como son: altas deflexiones, grandes vibraciones, concentraciones de esfuerzos lo que se traduce en una pérdida de funcionalidad de la estructura. Por tal razón es pertinente buscar diferentes alternativas de solución lo más eficientemente posible.

Existen diferentes alternativas para mejorar las pérdidas de funcionalidad de las estructuras metálicas como por ejemplo incrementar las secciones de las vigas y columnas. Esta solución implica que se altere la geometría de la sección de las edificaciones, lo que genera un incremento de las cargas sobre las edificaciones; esta alternativa mejora las propiedades estructurales de una manera invasiva. Otra alternativa con la cual se podría mejorar las propiedades estructurales de los elementos metálicos sin necesidad de incrementar la sección de los elementos es generando una contra flecha, mediante la aplicación de un momento provocado por el tensionamiento de un

cable; esta técnica que se emplea a menudo en estructuras civiles, sobre todo en sistemas prefabricados, puentes u otras estructuras que demandan grandes distancias entre apoyos logrando mejorar las propiedades estructurales de este tipo de construcciones.

Areiza (1999) investigó el mejoramiento de la capacidad de carga del tramo central de un puente, cuya superestructura estaba conformada por vigas metálicas y el tablero una losa de concreto reforzado; esta superestructura presentaba deflexiones mayores a las permitidas y además altas vibraciones. Mediante un reforzamiento con una platina en el patín inferior y tensionamiento con torones de alta resistencia se logró una mejoría en la funcionalidad del puente mediante la técnica de tensado de perfiles metálicos, disminuyendo las deflexiones y vibraciones.

Tomando como base que se ha incrementado la construcción de estructuras metálicas y debido al cambio del uso de la edificación se pueden presentar deficiencias en la funcionalidad en la estructura; es conveniente realizar investigaciones que caractericen el comportamiento estructural de las edificaciones que utilizan perfiles metálicos postensados como una alternativa de solución, ya que se convertiría en una alternativa para mejorar la funcionalidad de la estructura disminuyendo deflexiones y vibraciones en edificaciones cuyas técnicas de reparación sean lo menos invasivas posibles.

Finalmente, lo anterior denota la importancia que tiene caracterizar el comportamiento estructural de perfiles postensados, pero debido que no se conoce cuál es su comportamiento cuando varía el tensionamiento y la carga lateral, es conveniente plantearse ¿cuál es el comportamiento estructural de perfiles metálicos postensados a medida que se varía la carga de tensionamiento y diferentes condiciones de carga lateral de servicio?

2.2 Objetivos

2.2.1 General

Caracterizar el comportamiento estructural de un perfil metálico postensado de longitud constante, para diferentes niveles de tensionamiento y carga lateral.

2.2.2 Específicos

1. Analizar de manera cualitativa la concentración de esfuerzos en el perfil metálico postensado.
2. Cuantificar el comportamiento de las deflexiones para cargas representativas de servicio de un perfil metálico tipo I antes y después del tensionamiento.
3. Determinar la variación de las propiedades dinámicas del perfil metálico para diferentes niveles de tensionamiento.

2.3 Justificación

En el diseño de cualquier estructura uno de los criterios fundamentales es definir las cargas, convirtiéndose en uno de los aspectos más importante para determinar la vida útil de una estructura; inclusive al tener errores en la asignación de las cargas o errores en el proceso constructivo se pueden presentar deficiencias en el servicio de la edificación lo que genera problemas en su funcionamiento e inclusive el colapso progresivo.

Existen diferentes alternativas que pueden solucionar los problemas de funcionamiento de una edificación, como por ejemplo incrementar la capacidad de la estructura consistente en el aumento de las secciones de vigas o columnas o incrementar columnas en la edificación. Estas alternativas pueden ser costosas y causar incomodidad a los usuarios razón por la cual se debe buscar diferentes alternativas con las cuales solucionen dichos problemas de funcionamiento.

En este sentido se han implementado la utilización de tensionamiento en estructuras para mejorar las propiedades de los materiales como es el caso de las vigas de puentes de grandes luces, en muros estructurales, en vigas de madera como lo realizado por De Luca & Marano (2012), losas de entrepiso y estructuras de concreto. Lo anterior muestra la variedad de usos que tiene el tensionamiento en diferentes estructuras el cual tiene como principio involucrar fuerzas internas al elemento que son contrarias a las fuerzas gravitacionales externas y las deflexiones por peso propio.

Tomando como base que los mismos principios del tensionamiento del concreto también se pueden utilizar en estructuras de acero; generando una reducción de la altura de los elementos, del peso de la estructura, su costo y además existe un mejoramiento de las propiedades estructurales del elemento; se convierte el tensionamiento en una alternativa de solución para las deficiencias del servicio en estructuras metálicas.

Existen referencias del uso del tensionamiento en estructuras metálicas como es el caso del reforzamiento de puentes vehiculares tal como se muestra en el Informe Final Center for Transportation Research and Education (2003) y también en estructuras metálicas de acuerdo con la investigación de Garlock, Sause, & Ricles (2004). Estas aplicaciones del tensionamiento en estructuras metálicas genera un mejoramiento de las propiedades de las estructuras y además sus reparaciones generan la menor incomodidad a los usuarios en la edificación. Lo anterior indica que se ha empezado a utilizar el tensionamiento en estructuras metálicas con la intención de solucionar las deficiencias del servicio que se puedan presentar en estas estructuras.

No obstante de lo anterior, no se tiene una caracterización del comportamiento de perfiles metálicos postensados en donde se determine el incidencia del tensado sobre las propiedades dinámicas de las estructuras. Por tal motivo es conveniente realizar una investigación que tenga como finalidad estudiar el comportamiento estructural de perfiles metálicos, cuando tienen diferentes cargas de tensionamiento y cargas laterales para una viga metálica de longitud definida. Dicho estudio fortalecerá el conocimiento acerca del comportamiento del sistema estructural, lo que a su vez mejorará las herramientas disponibles para disminuir las deflexiones y vibraciones en diferentes estructuras que utilicen perfiles metálicos que tengan deficiencias en el servicio.

2.4 Estado del arte

La técnica del tensionamiento se ha utilizado comúnmente en el campo de la construcción porque aparte de optimizar el proceso constructivo es aplicable a diferentes tipos de estructuras. Los antecedentes indican que el mayor campo de acción del tensionamiento ha sido en el concreto principalmente, obteniendo como ventaja la reducción de la altura de los elementos al igual que permite la construcción de vigas de grandes luces. No obstante se han utilizado los mismos criterios del postensado del concreto en el acero con la intención de evaluar el comportamiento que tiene sobre las estructuras metálicas cuando se le aplica un tensionamiento. En las referencias siguientes se presenta el estado del arte del tensionamiento de elementos estructurales analizando diferentes aspectos que son de utilidad para el campo de la ingeniería.

Uno de los primeros casos de tensionamiento de perfiles metálicos reportados a nivel nacional es el realizado por Areiza (1999) donde evaluó el comportamiento del reforzamiento de un puente que tenía altas vibraciones y una deflexión mayor de lo permitido. El puente se localiza sobre el río Bolo, en San Isidro, su construcción fue en la década de los cincuentas y debido a que en la zona predomina la actividad agrícola, la vía es de alto nivel de tráfico. Las especificaciones del puente son: ancho 11,20 m, longitud de 42 m con tres tramos simplemente apoyados de 9, 24 y 9 m. La superestructura del puente, el tramo de 9 m, es de concreto y el tramo de 24 m está conformado por vigas metálicas longitudinales y transversales y la losa de concreto reforzado. Esta estructura central está conformada por 6 vigas longitudinales W265x57 separadas 1,15 m entre ejes y apoyadas en siete vigas de acero fabricadas en taller de 930 mm de altura y separadas 3,85 m entre ejes, se apoyan sobre dos vigas longitudinales principales fabricadas de altura 1,88 m, su alma sobresale del tablero y sirve como baranda de protección del andén peatonal.

El estudio de vulnerabilidad de la superestructura arrojó que las vigas principales, altura 1,88 m, presentaban insuficiencia de capacidad a flexión y las deflexiones en el centro de la luz fueron de 0,067 m y de 0,082 m para la carga viva. La solución consistió en reforzar la viga con una platina de 950x200x7,9 mm en el patín inferior; adicionalmente se realizó el tensionamiento en el patín inferior con torones de 15 mm de diámetro y la carga aplicada fue de 1.870 kN antes de pérdidas. Con estas soluciones se obtuvo una reducción de más del 50% de la deflexión y se alcanzó la capacidad estructural adecuada del puente.

Miyamoto, Tei, Nakamura & Bull (2000) realizaron una investigación para determinar el comportamiento de las frecuencias naturales de una viga compuesta de longitud 3000 mm a medida que se varía la excentricidad de la carga axial. La viga de sección compuesta la conforma una viga tipo H sección 200 x 200 x 8 x 12 mm (altura x ancho ala x espesor del alma x espesor ala)

y una losa de concreto de 500 x 60 mm. Se utilizaron dos tipos de tensionamiento: 1) un torón de acero de diámetro 10,8 mm (SWPR7A) y 2) un torón de fibra reforzada de polietileno de diámetro 14,7 mm (FA-15).

Se analizaron dos grupos, cada uno conformado por dos vigas: el primero tenía una excentricidad pequeña ($e/y_{st} = 0,1$) y el segundo una excentricidad grande ($e/y_{st} = 1,0$) (Figura 1), donde e/y_{st} es la relación de la excentricidad (e) y la distancia al eje neutro (y_{st}) de la sección compuesta tomada del patín inferior de la viga. El tensionamiento del primer grupo fue realizado con torones de acero mientras que el otro grupo se utilizó torones de fibra reforzada. La investigación estableció que la frecuencia natural de la viga está influenciada por el tensionamiento, la ubicación de la carga axial, la relación entre la rigidez del torón y la rigidez de la sección compuesta; además del ángulo entre el torón y el desviador.

En el caso de una pequeña excentricidad la frecuencia natural decrece porque la fuerza domina (fuerza de compresión), en el caso de una mayor excentricidad la frecuencia natural se incrementa porque la fuerza de preesfuerzo es restringida, por lo tanto excentricidades mayores incrementa la rigidez aparente de la viga.

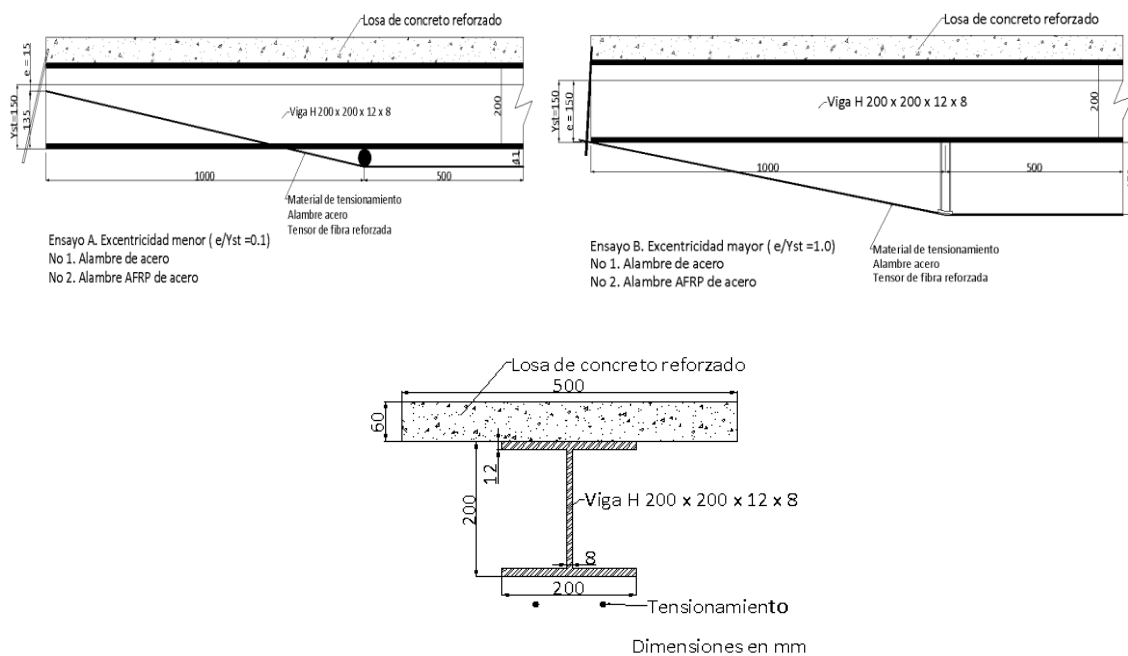


Figura 1. Dimensiones viga tipo H sección 200 x 200 x 8 x 12 mm y localización de tensionamiento
 Fuente: Bull et al. (2000)

Park, Kim, Kim & Hong (2009) investigaron el comportamiento a flexión en vigas metálicas cuando se le aplica una carga axial y se coloca un desviador. Para tal fin se evaluaron once vigas metálicas tipo I: alto 300 mm, ancho del patín 300 mm, espesor del alma 10 mm y 15 mm espesor del patín, con una longitud de 4.000 mm. Para el tensado utilizaron dos barras de tensionamiento de 25 mm de diámetro con una carga de 98 kN localizado a 100 mm debajo del patín inferior y dos torones de 12,4 mm de diámetro cada uno con 49 kN. La investigación se dividió en dos grupos: el primer grupo lo conformó el tensado con barras de tensionamiento con y sin la colocación de un desviador y el segundo grupo el tensado fue realizado mediante torones con y sin la colocación de un desviador.

La investigación consistió en evaluar en cada viga, bajo cargas verticales, (Figura 2 y 3) cual es el comportamiento de los esfuerzos de la viga cuando se varía el tipo de tensionamiento y la colocación de desviadores, realizando una comparación de los resultados experimentales y teóricos. En conclusión la investigación arroja, que existe una significativa mejora de la carga última de las vigas metálicas tipo I; representada por la capacidad de flexión de la viga metálica tipo I debido a un incremento de la rigidez cuando la fuerza de preesfuerzo es aplicada. En cuanto al efecto del desviador al ser ubicado en el centro de la luz, se incrementa la capacidad de flexión de la viga metálica entre un 30% y un 40%. En general la fuerza de preesfuerzo aplicada, la instalación de un desviador y el tensionamiento son factores que influyen en la capacidad a flexión de la viga metálica tipo I.

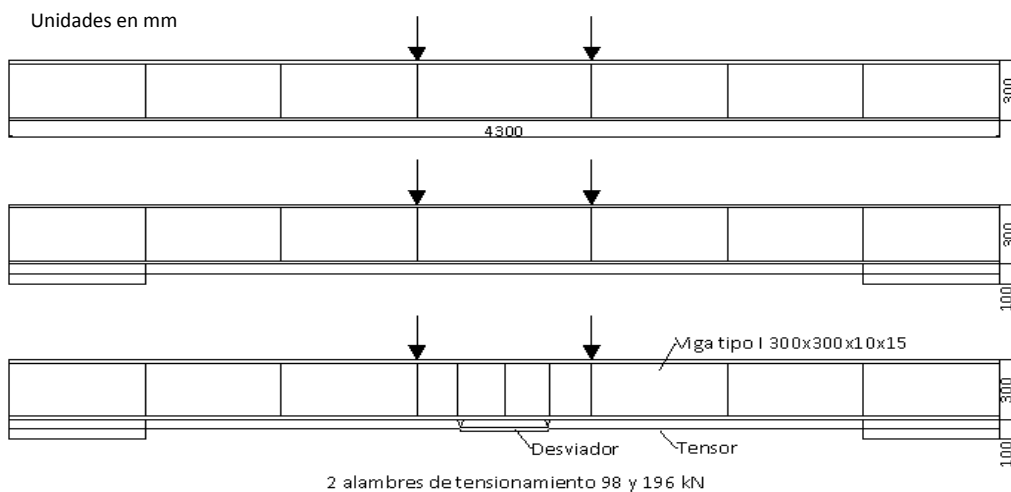


Figura 2. Vigas metálicas Tipo I (300x300x10x15 mm) (alto x ancho x espesor alma x espesor patín) preesforzadas.

Fuente: Hong et al. (2009)

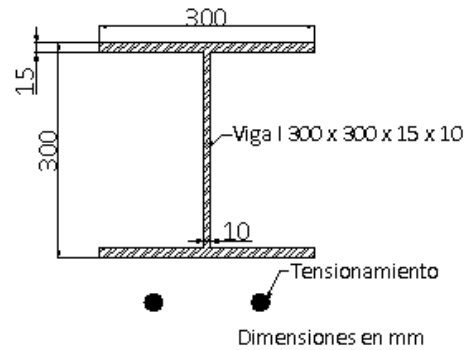


Figura 3. Sección transversal vigas metálicas Tipo I
Fuente: Hong et al. (2009)

Oh, Lee & Kim (2012) en esta investigación utilizaron cuatro vigas tipo I híbridas conformadas por la ondulación de su alma (Figura 4 y 5), la longitud fue de 7.240 mm y para el preesfuerzo utilizaron alambres de tensionamiento de 12,7 mm de diámetro y el A_{ps} fue de 98,21 mm² con una carga de 128 kN. El propósito de la investigación fue realizar dos modelos: un teórico y otro racional, para conocer cuál es el efecto de la ondulación del alma de la viga cuando se le aplica un preesfuerzo y compararlo con una viga típica con alma no ondulada. Las mediciones de los esfuerzos se realizaron mediante strain gauges y celda de carga.

La ondulación del alma en vigas metálicas genera un incremento entre un 18% y 45% de la resistencia a flexión de la viga y las deformaciones son inferiores comparadas con una viga que no tenga el alma ondulada. Adicionalmente encontraron que el efecto de ondulación del alma genera que el área efectiva y la rigidez efectiva de la viga se modifiquen, lo que genera que tenga un significativo efecto en la rigidez axial y a flexión. Concluye la investigación que al realizar el preesfuerzo en una viga de alma ondulada éste es un factor clave en la resistencia a flexión, incrementándose considerablemente si se compara con una viga de alma no ondulada; en cuanto a las deflexiones se reducen cuando se tiene un alma ondulada en vez de un alma no ondulada.

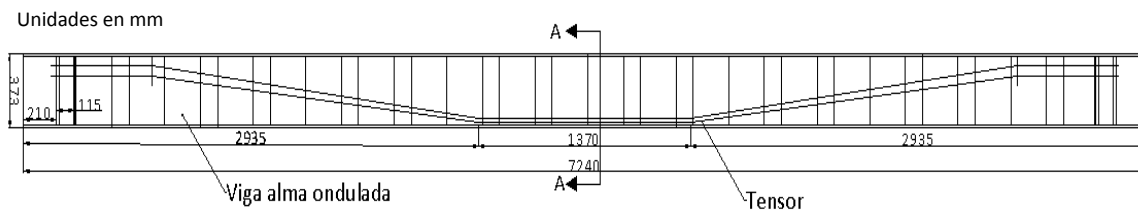


Figura 4. Viga ondulada pensada utilizada en el experimento.
Fuente: Kim et al. (2012)

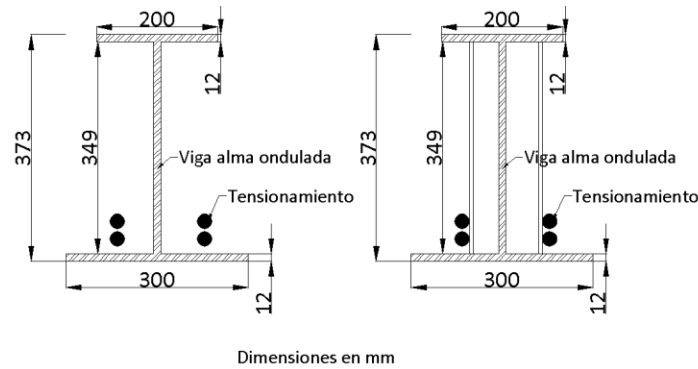


Figura 5. Secciones transversales de viga ondulada.

Fuente: Kim et al. (2012)

Park, Kim & Hong (2010) en esta investigación evaluaron el comportamiento a flexión de 7 vigas metálicas continuas tipo I de longitud 5.600 mm conformadas por tres luces, la luz central era de 2.000 mm mientras que las dos de los extremos eran de 1.600 mm; consideraron tres aspectos: 1) incrementar o no la sección transversal, 2) el tipo de tensionamiento utilizado en la viga y 3) la cantidad de preesfuerzo aplicado. El tensionamiento fue realizado con un torón de 15,2 mm de diámetro y se manejaron dos tensiones de 50 y 100 kN. La viga continua tenía una sección de 194 x 150 x 6 x 9 mm mientras que la sección de viga tipo I utilizada para reforzar la sección fue de 150 x 150 x 7 x 10 mm (altura x ancho del ala x espesor del alma x espesor del ala). (Figura 6).

Las cargas aplicadas a las vigas fueron una carga de servicio de 390 kN y carga última de 830 kN; para las mediciones de la carga se utilizaron strain gauges y celda de carga. Adicionalmente se realizó una modelación con elementos finitos SAP 2000. En general concluye la investigación que existe una reducción de las deflexiones y los esfuerzos en las vigas cuando se aumenta la sección transversal de la viga, mientras que el tensionamiento genera una significativa reducción de las deflexiones. En los puntos débiles de la viga continua el incremento de la sección de la viga genera un mejoramiento del 30% al 35% de la capacidad a flexión, mientras que el tensionamiento provoca en la viga una reducción de la deflexión del 15% al 20% en el centro de la luz y adicionalmente existe una reducción del 40% en los esfuerzos de la viga.

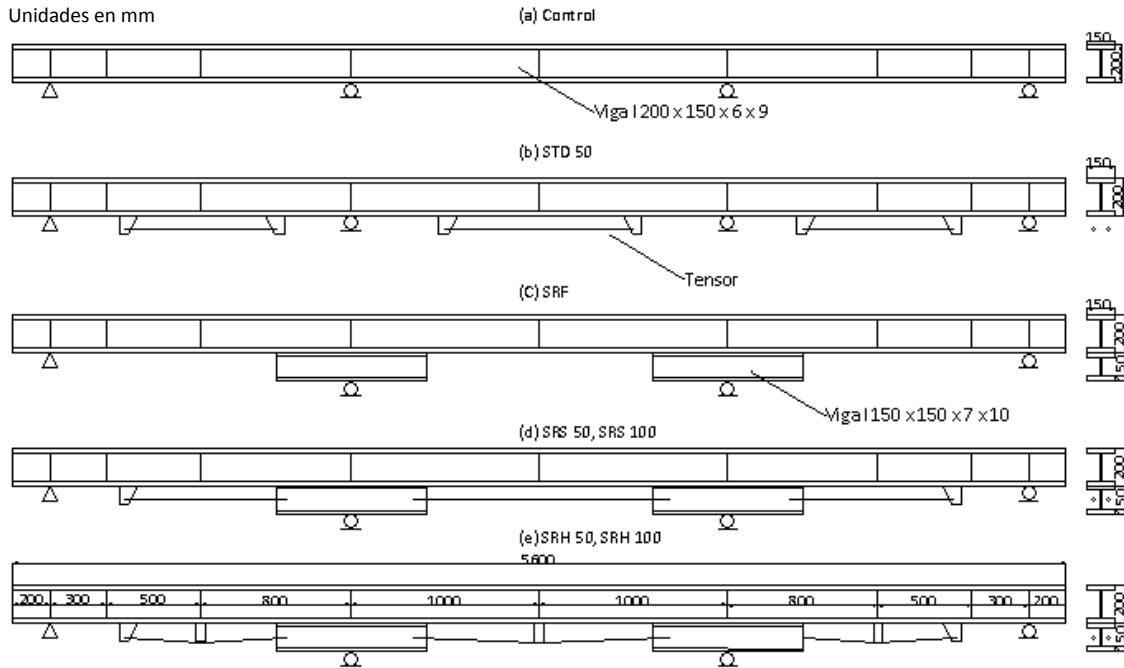


Figura 6. Esquemas de las vigas 194 x 150 x 6 x 9 mm
Fuente: Hong et al. (2010)

Vélez (2010) realizó un estudio de una viga de concreto de dimensiones (250 x 300 x 3.950) mm, simplemente apoyada, la cual estaba postensada con un torón de 16 mm, este torón se ubicó en un ducto de 25,4 mm localizado en el centroide de la sección. El cable no estaba adherido. (Figura 7) Con la ayuda de un gato hidráulico se realizó el tensado del torón con una fuerza de 200 kN y para conocer la carga real en el torón se instaló una celda de carga la cual registró una fuerza de 157 kN.

Para conocer la frecuencia de resonancia de la viga se realizó un barrido de frecuencias de 0 a 100 Hz, la cual fue 27 Hz, de esta manera se ajusta el barrido de frecuencias de 26 a 29 Hz. Con la ayuda de la función de respuesta en frecuencias FRF se estableció que la frecuencia de resonancia era de 27,68 Hz. Posteriormente se realizó un análisis modal a través del método de ajuste circular que emplea el modelo de amortiguamiento histerético, de acuerdo al análisis el amortiguamiento del primer modo es de 3,24%. La fuerza axial fue variada mediante un desplazamiento del torón repitiéndose los mismos pasos anteriores, las variaciones no fueron significativas en la frecuencia y el amortiguamiento.

Para la identificación de la fuerza axial se utilizó un algoritmo genérico para ello se tenía que definir parámetros genéricos propios del modelo, como resultado encontró que para la fuerza axial de 157 kN fue identificado con un error máximo de 4,47% y un error mínimo del 1%, mientras

que el amortiguamiento fue calculado con un error máximo de 34,8% y con un error mínimo de 1,7%. En cuanto al amortiguamiento se determinó que no se podían identificar exitosamente. Considera la investigación que la utilización del algoritmo genérico LA es viable para identificar el preesfuerzo con base en datos de respuesta dinámica y en presencia de incertidumbre de parámetros, por lo tanto el desempeño del algoritmo fue satisfactorio.

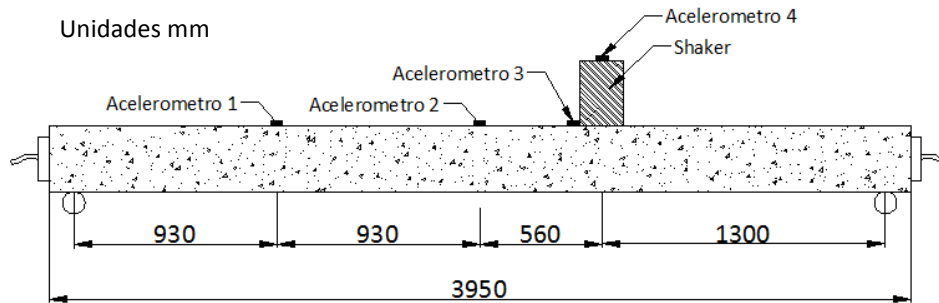


Figura 7. Esquema de la viga de concreto sección 25 x 30 x 395 mm
Fuente: Vélez (2010)

Belletti & Gasperi (2010) mediante una modelación con un análisis no lineal de elementos finitos evaluaron el comportamiento de una viga metálica tipo I simplemente apoyada de longitud de 4.000 mm, específicamente determinaron el efecto que tiene la cantidad de desviadores, la ubicación entre ellos en la viga y la fuerza de preesfuerzo. Consideraron dos fases de carga: la primera correspondiente al tensionamiento y a la carga vertical del peso propio de la viga; y la segunda fase correspondió a incrementar las cargas verticales cuando la viga está tensada.

Analizaron cinco vigas con dos, cinco y once desviadores y además consideraron seis combinaciones de carga entre ellas, carga por peso propio, carga permanente y debido a la nieve. (Figura 8). Cada viga tenía diferentes cargas de tensionamiento hasta que se alcanzara la falla de pandeo lateral. Se midieron los desplazamientos de la viga, para determinar la incidencia de los desviadores sobre la viga bajo diferentes condiciones de carga. Concluye la investigación que la utilización de dos desviadores son insuficientes para que la viga con carga lateral sea estable, y la utilización de once desviadores dificulta su construcción por lo tanto la utilización de cinco desviadores tiene un buen comportamiento de la viga evaluando su construcción y estabilidad.

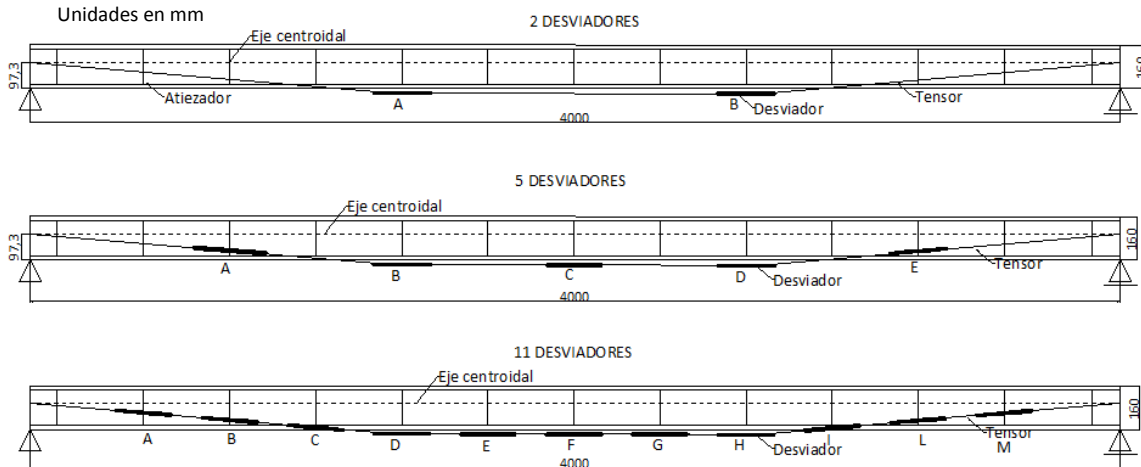


Figura 8. Configuración de las vigas tipo I analizadas con 2, 5 y 11 desviadores.
Fuente: Belletti & Gasperi (2010)

Liu, Wang, Tan & Cheng (2013) realizaron la modelación mediante elementos finitos de una viga metálica simplemente apoyada para diferentes cargas de preesfuerzo a diferentes excentricidades. El modelo en elementos finitos lo conformó una viga tipo I de sección 250 x 120 x 6 x 6 mm (altura de viga x ancho patín x espesor el alma x espesor del ala) de longitud 4.150 mm.

La carga axial se ubicó en el centroide de área de la viga, se aplicaron diferentes cargas de preesfuerzo iniciando en 0 kN hasta 20 kN con incrementos de 2 kN, encontraron que a medida que se incrementa el preesfuerzo se incrementa la frecuencia natural hasta un 10,03%. Adicionalmente la investigación varió la excentricidad y analizó el comportamiento de la frecuencia natural a medida que varía la carga axial. Concluye la investigación que colocando la fuerza de preesfuerzo en el centroide de área de la viga, la frecuencia fundamental de la viga metálica se incrementa de una manera cuadrática no lineal con el incremento del preesfuerzo. Con algunas excentricidades se obtiene que la frecuencia natural se incremente cuando se incrementa el preesfuerzo.

Gosaye, Garner, Wadee & Ellen (2014) en esta investigación evaluaron el comportamiento de una viga tipo tubular laminada en frío de 60 x 60 x 4 mm de sección y de longitud 2.000 mm; para el tensionamiento de la viga se utilizó un cable interno. (Figura 9). Se ensayaron 7 vigas donde cuatro tenían el cable no adherido y las restantes tres vigas tenían cable adherido, a cada una de las vigas se aplicaron tres niveles de tensionamiento. De los resultados obtenidos se encontró que cuando se realiza un preesfuerzo de 96 kN mediante un cable no adherido, el esfuerzo a flexión es el 13% del esfuerzo axial y si este preesfuerzo es aplicado directamente sobre la viga tubular encontraron que el esfuerzo a flexión fue del 27% del esfuerzo axial.

Concluye la investigación que para un cable de tensionamiento, no adherido, y un incremento de tensionamiento del cable de 5 kN a 68 kN se incrementa el rango elástico del sistema, tubo y cable, reduciendo la deflexión para la carga última en un 30%. Ahora, si se incrementa la carga de preesfuerzo del alambre a 126 kN se alcanzan reducciones del 60% de la deflexión tomando como referencia el tensionamiento de 5 kN. En cuanto a la incidencia del cable adherido en la viga, en general tiene un comportamiento similar que con el cable no adherido.

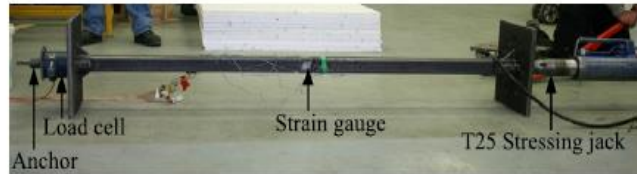


Figura 9. Pretensado del cable no adherido en viga tubular laminada en frío de 60 x 60 x 4 mm.
Fuente: Ellen et al. (2014)

Noble, Nogal, O'Connor & Pakrashi (2015) en esta investigación evalúan las circunstancias con las cuales ocurre el efecto de ablandamiento por compresión en vigas metálicas sometidas a cargas axiales. Para tal fin analizan dos tipos de vigas metálicas ambas de una longitud de 1.500 mm: (1) RHS 120 x 60 x 3 mm y (2) RHS 50 x 30 x 3 mm para la primera se realiza un tensionamiento externo generando que la fuerza sea excéntrica al eje axial de la viga y para la segunda el tensionamiento se ubica en el eje axial mediante un torón de 15,7 mm de diámetro. (Figura 10).

Para la primera viga se realizaron 12 ensayos de carga iniciando de 0 kN hasta 180 kN con incrementos de 20 kN, y para la segunda viga se realizaron 7 ensayos de 0 kN hasta 50 kN con incrementos de 5 kN; para una misma carga axial de 3.000 kN aplicada mediante un gato hidráulico. A cada ensayo se le realizó cinco pruebas dinámicas de vibración libre. Concluye la investigación que para cargas axiales externas y vigas de poco espesor ocurre el efecto de ablandamiento por compresión es decir que a medida que decrece la frecuencia natural se incrementa la carga axial.

Caso contrario si la viga tiene un espesor considerable no ocurre el efecto de ablandamiento por compresión, y estadísticamente comprobaron que se incrementa la frecuencia natural y de igual manera la carga axial aumenta. Finalmente en todos los casos se presentó que el amortiguamiento de las vigas decrece cuando se incrementa la carga axial.

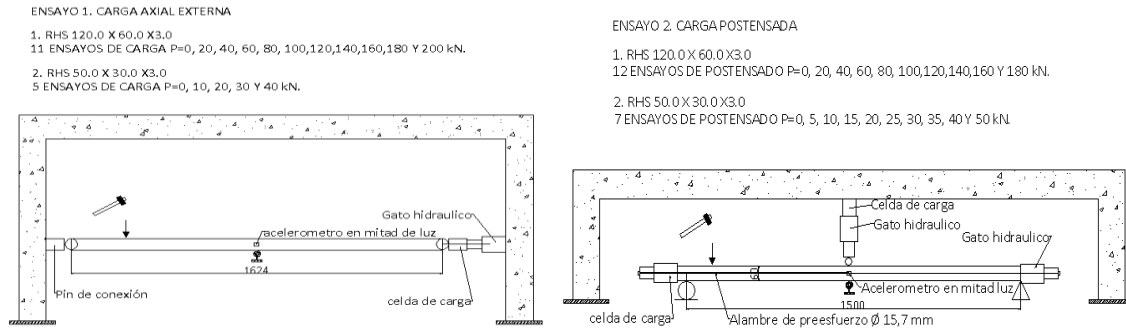


Figura 10. Viga tipo utilizadas en la investigación RHS 120x60x3 mm y (2) RHS 50x30x3 mm.
Fuente: D. Noble et al. (2015)

Con base en lo anterior se observa que las investigaciones corresponden a varios tipos de tensionamiento para diferentes vigas metálicas, es necesario complementar estas investigaciones con una que evalúe el tensionamiento de vigas metálicas considerando las cargas debidas al peso propio y carga de servicio. Razón por la cual esta investigación considera realizar la caracterización del comportamiento estructural de perfiles metálicos postensados particularmente determinando el comportamiento de las frecuencias naturales y deflexiones, cuando se varía la carga de tensionamiento para diferentes cargas laterales.

En las referencias bibliográficas presentadas se evidencian diferencias de criterios en cuanto al comportamiento de las frecuencias cuando se somete un elemento a carga axial. Particularmente se presenta que a medida que se incrementa la carga axial las frecuencias disminuyen y existe otro criterio, contrario el cual formula que a medida se incrementa la carga axial la frecuencia natural aumenta.

En teoría se tiene que un elemento cuando es sometido a carga axial y carga lateral se genera los efectos $P - \delta$ que implica un incremento de los desplazamientos y por ende de las deflexiones. Lo anterior es debido a la disminución de la rigidez global $[K_{GLO}]$ del elemento ocasionado por la resta que le se hace a la rigidez elástica $[K_{ELA}]$ de la rigidez geométrica $[K_{GEO}]$, debido a que la carga axial a compresión que está asociada a la rigidez geométrica, genera en el elemento que su periodo fundamental de vibración se incremente y por lo tanto su frecuencia disminuya con el incremento de la carga axial.

Cuando se analiza la matriz de rigidez geométrica se evidencia la relación directa que tiene con la carga axial; por lo tanto es de esperarse a mayor carga axial se incremente la matriz de rigidez geométrica generando que la matriz global del sistema se vea disminuida presentándose una reducción de las frecuencias.

No obstante la matriz de rigidez geométrica no considera el factor de la excentricidad de la carga axial sobre el elemento; razón por la cual es de vital importancia determinar la posición de la carga axial, su excentricidad, ya que dependiendo de su excentricidad genera un momento estático equivalente en el centro de la viga, el cual contrarresta los efectos de las cargas laterales que actúan sobre el elemento.

3 Capítulo II – Marco Teórico

En el presente marco teórico se mencionan tres conceptos que son la base para el análisis de resultados: el primero la teoría general de cables debido a que es importante conocer el comportamiento de la tensión del cable para diferentes frecuencias; segundo el efecto de segundo orden que se presenta cuando un elemento es sometido a carga axial y carga lateral simultáneamente, dicho efecto genera una reducción en la matriz global del sistema y finalmente en tercer lugar se presenta el comportamiento de las frecuencias para diferentes niveles de preesfuerzo y se presentan las frecuencias exigidas por la normatividad vigente.

3.1 Teoría general de cables

En ingeniería civil el uso de los cables es muy utilizado tanto para elementos postensados como para sostener cargas verticales. Un primer parámetro importante es la relación área/longitud debido a que un estudio detallado ayuda a determinar el comportamiento de la curvatura generada por el efecto de la catenaria; este es el parámetro que condiciona la rigidez del elemento y está asociado por la deformación del cable como consecuencia del peso propio. Avellaneda, Noguera & Muñoz (2012).

Otro parámetro es la tensión del cable la cual es inversamente proporcional a la deformación como resultado del peso propio. Cuando un cable es ligeramente excitado sus desplazamientos se representan en la Figura 11.

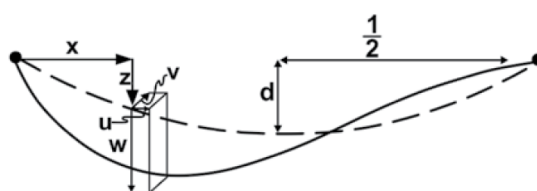


Figura 11. Diagrama de desplazamiento de un cable.
Fuente: Avellaneda et al. (2012)

El equilibrio se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ (T + \tau) \left(\frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial s} \right) \right\} = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ (T + \tau) \left(\frac{dz}{ds} + \frac{\partial w}{\partial s} \right) \right\} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - mg$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ (T + \tau) \frac{\partial v}{\partial s} \right\} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

Donde u y w son las componentes horizontal y vertical respectivamente del plano en movimiento, v es la componente que sale del plano y es la tensión adicional generada por la vibración.

Simplificando las ecuaciones y descartando la componente horizontal, se reduce a

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad 1$$

Donde

$$H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad 2$$

Según la respuesta estática, h es la componente horizontal adicional de tensión y está en función del tiempo. La ecuación del primer orden del cable puede ser escrita como:

$$h \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \frac{1}{EA} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \quad 3$$

Integrando

$$\frac{hL_e}{EA} = \frac{mg}{H} \int_0^1 w dx \quad 4$$

Las ecuaciones 2 y 4 constituyen un sistema lineal homogéneo en w . Con las ecuaciones 1, 2 y 4 las características fundamentales de la teoría lineal de las vibraciones libres pueden comenzar a ser explotadas.

Debido a que el modo horizontal del cable no genera una amplitud suficientemente grande en comparación con los modos que consideran las componentes verticales, este es descartado, por lo que solo se trabaja en el plano vertical.

3.1.1 Movimientos fuera del plano.

Los modos de vibración serán considerados inicialmente debido a su facilidad de análisis. Escribiendo $v(x, t) = \tilde{v}(s)e^{i\omega t}$, donde ω es la frecuencia angular de vibración. La ecuación 2 puede ser reducida a

$$H \frac{d^2 \tilde{v}}{dx^2} + m\omega^2 \tilde{v} = 0 \quad 5$$

Teniendo condiciones iniciales que $\tilde{v}(0) = \tilde{v}(l) = 0$, donde se determina que las frecuencias naturales y los modos asociados son:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \left(\frac{H}{m} \right)^{1/2} \quad 6$$

Dependiendo de si se tiene en cuenta el efecto de la catenaria y de rigidez a flexión, los métodos de vibración puede ser clasificado en dos categorías. La primera categoría no tiene en cuenta el efecto de catenaria ni la rigidez a flexión, se puede escribir como la siguiente ecuación

$$T = 4mL^2 \left(\frac{f_n}{n} \right)^2 \quad 7$$

Donde

T es la tensión del cable

m masa del cable

L longitud del cable

fn frecuencia natural

Esta fórmula es válida para un cable delgado y largo.

La segunda categoría se refiere a la teoría moderna de cables. Cuando se considera la rigidez a flexión en el cable se debe utilizar la siguiente:

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \left(\frac{1}{4ML^2}\right)T + \left(\frac{n^2\pi^2}{4ML^2}\right)EI \quad 8$$

Donde

El rigidez a flexión del cable

M masa del cable

3.2 Efectos de segundo orden

El análisis estructural de una edificación se puede clasificar como de primer y segundo orden: un análisis de primer orden se considera cuando las deformaciones y los desplazamientos de la estructura son pequeños es decir la estructura incursiona en el rango elástico, mientras que los análisis de segundo orden considera que las deformaciones no son pequeñas y que los desplazamiento no se pueden despreciar.

En la etapa de diseño de estructuras se considera que las deformaciones son pequeñas y de esta manera se puede considerar su equilibrio sin que exista errores significativos, sin embargo cuando se desea determinar la capacidad de la estructura bien sea en términos de resistencia o de deformaciones se hace necesario considerar las deformaciones de la estructura como consecuencia de la acción de las cargas, implica lo anterior que se debe considerar los efectos de segundo orden o los efectos P-Delta.

3.2.1 Teoría clásica del método de los elementos finitos

3.2.1.1 Interpolación de deformaciones

Se emplean cuatro grados de libertad en el elemento: la deformación y el giro en cada nudo extremo. Para los cuatro grados de libertad, se puede emplear una ley cúbica de interpolación generando las cuatro funciones de interpolación que se muestran

$$N_1 = \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) \quad N_2 = \frac{1}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \quad 9$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) \quad N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \quad 10$$

Siendo ξ una coordenada local normalizada que vale -1 en el nudo inicial de la viga, y +1 en el nudo final, con lo que la interpolación de coordenadas es lineal:

$$x = x_1 \left(\frac{1-\xi}{2} \right) + x_2 \left(\frac{1+\xi}{2} \right) \quad 11$$

Se cumple que el Jacobiano de la transformación de $dx/d\xi = L/2$, siendo L la longitud del elemento. Chandrupatla & Belegundu (1999)

3.2.1.2 Matriz B

Sustituyendo la ley del desplazamiento lateral v en la expresión de la deformación unitaria se obtiene:

$$\epsilon_x = -\frac{d^2v}{dx^2}y = -y \left(\frac{d^2N_1}{dx^2}V_1 + \frac{d^2N_2}{dx^2}\theta_1 + \frac{d^2N_3}{dx^2}V_2 + \frac{d^2N_4}{dx^2}\theta_2 \right) \quad 12$$

Esta expresión define la matriz B como:

$$\epsilon = B\delta^e \quad 13$$

$$B = -y \left[\frac{d^2N_1}{dx^2} \quad \frac{d^2N_2}{dx^2} \quad \frac{d^2N_3}{dx^2} \quad \frac{d^2N_4}{dx^2} \right] \quad 14$$

Las derivadas de las funciones de interpolación son:

$$\frac{dN_i}{dx} = \frac{dN_i}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{dN_i}{d\xi} \frac{2}{L} \quad 15$$

$$\frac{d^2N_i}{dx^2} = \frac{d^2N_i}{d\xi^2} \frac{d\xi}{dx} \frac{2}{L} = \frac{d^2N_i}{d\xi^2} \frac{4}{L^2} \quad 16$$

La matriz B puede ponerse como:

$$B = -y \left[\frac{d^2N_1}{d\xi^2} \quad \frac{d^2N_2}{d\xi^2} \quad \frac{d^2N_3}{d\xi^2} \quad \frac{d^2N_4}{d\xi^2} \right] \frac{4}{L^2} = -yB_s \quad 17$$

En esta expresión se han separado los términos que dependen solo de la coordenada longitudinal ξ , para lo que se introduce la matriz:

$$B_s = \begin{bmatrix} \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi-1}{L} & -\frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi+1}{L} \end{bmatrix} \quad 18$$

3.2.1.3 Matriz de rigidez elástica

Utilizando la teoría de elementos finitos y considerando el material en un estado unidimensional de tensiones se encuentra que la matriz de rigidez se expresa de la siguiente forma:

$$K_{ij} = EI \int_{-1}^{+1} \left(\frac{4}{L^2} \right)^2 \frac{d^2 N_i}{d\xi^2} \frac{d^2 N_j}{d\xi^2} \left(\frac{L}{2} \right) d\xi \quad 19$$

Integrando se obtiene:

$$[K_E] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad 20$$

3.2.1.4 Matriz de rigidez geométrica

Para determinar la matriz de rigidez geométrica se utiliza el método de la energía potencial.

La energía de un elemento pórtico se define como

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EA \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l P \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)^2 dx \quad 21$$

Se definen cuatro funciones de forma de elemento viga en coordenadas x son:

$$[N] = \left[1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \quad x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \quad \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} \quad -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \right] \quad 22$$

Aplicamos primera derivada:

$$[G] = \left[-\frac{3x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3} \quad 1 - \frac{4x}{l^2} + \frac{3x^2}{l^2} \quad \frac{6x}{l^2} - \frac{6x^2}{l^3} \quad -\frac{2x}{l} + \frac{3x^2}{l^2} \right] \quad 23$$

La ecuación queda de siguiente manera:

$$\frac{1}{2} [\Delta] [K_G] \{\Delta\} = \frac{1}{2} [\Delta] \left[P \int_0^l \{G\} [G] dx \right] \{\Delta\} \quad 24$$

$$[\Delta] = [\vartheta_1 \quad \theta_1 \quad \vartheta_2 \quad \theta_2] \quad 25$$

Con esta ecuación podemos determinar la matriz de rigidez geométrica.

$$[K_G] = -\frac{P}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3 \\ 3L & L^2 & -3 & 4L \end{bmatrix} \quad 26$$

Donde P es la carga axial que resulta positiva si es de compresión.

Los componentes de la matriz de rigidez geométrica del elemento viga se sumaran con los componentes de elemento viga en la matriz de rigidez elástica. De esta forma queda conformada la matriz global que será la suma de las dos matrices.

$$[K_{GLO}] = [K_{ELA}] + [K_{GEO}] \quad 27$$

3.3 Elementos sometidos a carga axial

Para una columna con sus extremos articulados la carga crítica de pandeo está dada por

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad 28$$

Con base con esta carga crítica se puede expresar el esfuerzo crítico con la siguiente ecuación

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \quad 29$$

Donde I es el momento de inercia para el eje principal respecto al cual se presenta el pandeo, ahora involucrando el radio de giro de la sección transversal en el plano de flexión, entonces la ecuación del esfuerzo crítico queda representado de la siguiente manera

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad 30$$

Donde L/r es la razón adimensional llamada relación de esbeltez. Beer & Jhonston (1993)

3.4 Comportamiento de las frecuencias y los niveles de preesfuerzo.

En el artículo de D. Noble et al. (2015) se presenta una revisión bibliográfica del comportamiento de las frecuencias con el preesfuerzo, se identifican tres eventos: el primero es el que existe una disminución de las frecuencias cuando se incrementa el preesfuerzo, el segundo formula que no existen diferencias de la frecuencia cuando se varía el preesfuerzo y el tercero presenta un criterio contrario al primero es decir existe un incremento de la frecuencia con el preesfuerzo.

3.4.1 Primer evento: disminución de la frecuencia cuando se incrementa el preesfuerzo

Autores como Chan & Yung (2000) y Bull et al. (2000) (ambos citados por D. Noble et al. 2015) indican que la frecuencia natural disminuye cuando se incrementa la fuerza de preesfuerzo. Para identificar este comportamiento utilizaron diferentes tipos de modelos siendo el modelo cinemático de Kirchhoff's el más adecuado. Este modelo utiliza la teoría de las pequeñas deflexiones, no considera grandes desplazamientos y las rotaciones son moderadas. La ecuación de "ablandamiento por compresión" está dada por la siguiente ecuación 31.

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{\ell}\right)^4 \frac{EI}{m} - \left(\frac{n\pi}{\ell}\right)^2 \frac{N}{m}} \quad 31$$

Donde ω_n es la frecuencia natural de la viga en radianes por unidad de tiempo, n es el número del modo, ℓ longitud de la viga, N es la fuerza de compresión (positiva), m es la masa por unidad de longitud, E es el módulo de elasticidad Young's e I es el segundo momento de área tomando como referencia el centroide de la sección.

3.4.2 Segundo evento: no variación de la frecuencia cuando se incrementa el preesfuerzo

Hamed & Forsting (citado por D. Noble et al. 2015), prueban un riguroso método matemático indicando que las frecuencias naturales de las vigas no se ven afectadas por las fuerzas de preesfuerzo del concreto preesforzado. Un modelo cinemático no lineal fue adoptado el cual es contrario al modelo cinético presentado anteriormente, el modelo permitía grandes desplazamiento y rotaciones.

Otras investigaciones proponen otros tipos de modelos como son los casos de Dall'Asta & Dezi y Kerr concluyen que cambia la frecuencia natural cuando la fuerza de preesfuerzo varía, sin embargo sugieren al igual que Hamed & Frosting que los cambios son insignificante entre el preesfuerzo sobre las frecuencias naturales de estructuras de concreto preesforzado (citado por D. Noble et al. 2015).

3.4.3 Tercer evento: incremento de la frecuencia natural cuando se incrementa el preesfuerzo

Zhang & Li (2007) estudiaron el comportamiento de una viga de concreto pretensado cuando se varía el tensionamiento y la carga axial, concluyeron que a medida que se incrementa el preesfuerzo de igual manera se incrementa la frecuencia natural de la viga. Adicionalmente se tiene a Douglas, Feng & Saiidi (1994), Hop, (1991) (citado por D. Noble et al. 2015), quienes realizaron un análisis modal experimental, identificaron que los modos de vibración medidos en sitio y en el laboratorio mostraban un incremento de la frecuencia cuando se incrementa la fuerza de tensionamiento.

Además, este argumento evidencia que las frecuencias naturales de las estructuras de concreto pretensado no solamente son sensibles a la fuerza del preesfuerzo, también son sensibles tanto a la sección y a la excentricidad del cable. La sección y la excentricidad del cable alteran el segundo momento de área de la sección afectando la rigidez y por ende la frecuencia natural de la sección de la viga. Los modelos muestran un incremento de la frecuencia natural cuando se incrementa el

preesfuerzo lo que genera que se modifique la rigidez o se incremente la rigidez a flexión, EI , de la sección cuando se incrementa el preesfuerzo. (Citado por D. Noble et al. 2015).

3.4.4 Ablandamiento por compresión

El concepto de *ablandamiento por compresión* fue formulado por Tse et al. (citado por D. Noble et al. 2015), es válido en las vigas de Euler - Bernoulli cuando se le aplica una carga axial y son susceptibles de tener una falla por pandeo. Se fundamenta en la teoría de pandeo de Euler y la carga crítica de pandeo, establece que a una menor rigidez del elemento viga genera que su frecuencia natural decrezca. Asumiendo un movimiento armónico sin amortiguamiento, con unas condiciones de borde y los modos de vibración de una viga simplemente apoyada, puede demostrarse que la frecuencia natural de una viga cargada axialmente está dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \frac{T}{m} + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 \frac{EI}{m}} \quad 32$$

Donde ω_n es la frecuencia natural de la viga en radianes por unidad de tiempo, n es el número del modo, l longitud de la viga, T es la fuerza de compresión (positiva), m es la masa por unidad de longitud, E es el módulo de elasticidad Young's e I es el segundo momento de área tomando como referencia el centroide de la sección.

Donde T es la carga axial de tensión. Si $T = 0$ la ω_n es la que corresponde a una viga simplemente apoyada. Si $EI=0$, la ecuación resultante es la del cable cuando tensiona la viga lo que genera un aumento de la rigidez de la viga, por lo tanto se incrementa su frecuencia natural. Sustituyendo $T=-N$ se introduce una fuerza de compresión en lugar de una de tensión lo que ocasiona el efecto de *ablandamiento por compresión*.

En la figura 12 se muestra los cambios en porcentajes de la frecuencia natural con el incremento de la carga axial de acuerdo con la ecuación 31. La magnitud de la fuerza axial aplicada es incrementada en un porcentaje del 10 % de la carga crítica P_{cr} , para las tres frecuencias modales de la viga. El decrecimiento se observa en la frecuencia natural.

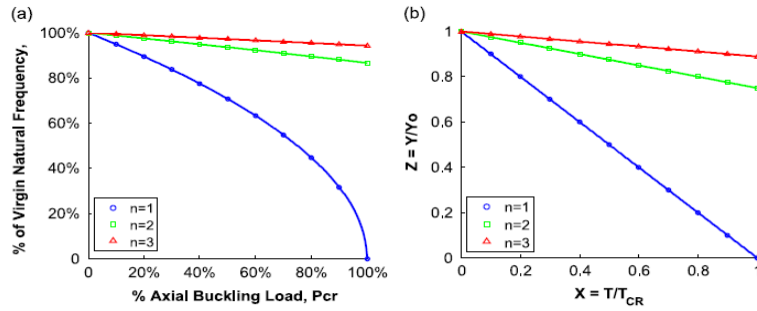


Figura 12. Cambio de la frecuencia natural cuando se incrementa la carga axial de compresión y sensibilidad de los cambios de la frecuencia natural.

Fuente: D, Noble et al. (2015)

En el caso que $n=1$ y $N=P_{cr}$ la frecuencia natural tiende a cero. Este es un caso especial de la ecuación 32 donde la frecuencia natural $\omega_n = 0$ para $n=1$ y $P_{cr} = \pi^2 EI / l^2$. La ecuación 31 se puede expresar de una forma adimensional como

$$Z = 1 - \frac{1}{n^2} X$$

33

Donde Z muestra el índice de sensibilidad de los cambios de la frecuencia al cuadrado para un cambio de la fuerza axial. $Z = Y/Y_0$ donde $Y = [\omega_n^2 / (EI/ml^4)]$ y $Y_0 = (n\pi)^4$

El parámetro X es la relación entre la carga axial y la carga crítica de pandeo y está dada por $X = [N / (\pi^2 EI / l^2)]$, esto indica la sensibilidad de los cambios de frecuencia con el decrecimiento significativo de la carga axial para altos modos de vibración Figura 12 b. D, Noble et al. (2015).

3.5 Frecuencia natural y modos de vibración

La ecuación que gobierna el movimiento de una viga simplemente apoyada y con una fuerza externa dinámica $p(x,t)$ está definida por la siguiente ecuación. Chopra, (1995)

$$m(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] = p(x, t)$$

34

Considerando vibración libre se tiene la siguiente solución tipo $u(x, t) = \phi(x)q(t)$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \phi(x)\ddot{q}(t) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \phi''(x)q(t) \quad 35$$

Sustituyendo se tiene que la ecuación 34, queda de la siguiente forma

$$m(x)\phi(x)\ddot{q}(t) + q(t)[EI(x)\phi''(x)]'' = 0 \quad 36$$

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0 \quad [EI(x)\phi''(x)]'' - \omega^2 m(x)\phi(x) = 0 \quad 37$$

$$EI\phi^{ii}(x) - \omega^2 m\phi(x) = 0 \quad \phi^{ii}(x) - \beta^4 \phi(x) = 0 \quad 38$$

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m}{EI} \quad 39$$

La solución general a esta ecuación está dada por

$$\phi(x) = C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x \quad 40$$

De la ecuación de la frecuencia natural de vibración está dada por la ecuación

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 41$$

3.6 Normatividad

3.6.1 Cargas Peatonales

En LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges, AASHTO 2008 indica que en puentes peatonales deberán estar diseñados para una carga uniforme peatonal de 90 psf libras por pie cuadrado (440 kgf/m² o 4.400 N/m²).

Por su parte en el Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes CCP14 3.6.1.6 Cargas Peatonales debe aplicarse una carga peatonal de 3,6 kN/m² a todas las aceras de más de 600 mm

de ancho considerada simultáneamente con la carga vehicular de diseño en el carril para vehículos.

3.6.2 Frecuencias

Según la AASHTO LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges, AASHTO 2008 establece que la frecuencia fundamental vertical del puente peatonal sin carga viva deberá ser superior a 3,0 Hz a evitar el primer armónico. En el sentido lateral la frecuencia fundamental del puente peatonal deberá ser mayor que 1,3 Hz.

4 Capítulo III – Procedimiento experimental

4.1 Materiales y métodos

Las vigas utilizadas fueron el resultado de un análisis de sensibilidad realizado con un modelo de elementos finitos Abaqus (2009). En dicha modelación se utilizaron varios perfiles comerciales como vigas, variando la longitud y la carga axial, clasificaron aquellas vigas que no presentaran pandeo lateral.

Posteriormente de los perfiles seleccionados se les realizó un filtro adicional consistente en el que tuviera menor peso por metro, por una parte para que permitiera su manejabilidad y por la otra los costos fueran viables. Finalmente se seleccionaron dos perfiles: HEA 100 e IPE 200 con una longitud de 6.000 mm.

Para identificar el comportamiento de las vigas cuando se coloca una platina sobre el patín superior y se varían las cargas axiales y laterales, se realizó la modelación con el programa Abaqus para las vigas IPE-200 y HEA-100. En la Tabla 1 se presentan las características utilizadas en los modelos.

Tabla 1. Características de modelo Abaqus IPE-200 y HEA-100

Parámetro	Valor
Material	Acero
E (N/m ²)	200x10 ⁹
Longitud, m	6 m
Elemento tipo	C8
Malla generada	500 puntos
Partes de modelo	IPE-200, Platina superior, Platinas 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
Malla	Estructurada
Número de elementos	100.090
Numero de nodos	145.328

En el modelo de Abaqus de la viga IPE-200, las cargas axiales se representaron mediante presiones en las platinas fijas en cada extremo de la viga y las cargas laterales se distribuyeron uniformemente sobre la platina superior.

En el Capítulo VII - Anexo 1 se resumen las 36 modelaciones realizadas para cada escenario de carga lateral y diferentes tensionamientos aplicadas a la viga IPE-200, de esta manera se evalúa cual es la concentración de esfuerzos que se generan en la viga para cada uno de los distintos escenarios de carga lateral y tensionamiento que se genere en la viga.

De acuerdo a las modelaciones se evidenció que para ningún tensionamiento ni escenario de carga se presentó concentración de esfuerzos en la viga IPE-200, exceptuando las platinas fijas donde se aplicaban las cargas axiales. Adicionalmente no se presentó pandeo lateral debido a la restricción que generó la platina superior sobre el patín superior de la viga.

Para determinar la incidencia entre la carga axial de la viga y su inestabilidad, se compara la carga axial aplicada la cual fue de 34.090 N con la carga crítica (Tabla 2); se determinó que dicha carga axial representa un 1,56% de la carga crítica, razón por la cual la posibilidad de generar inestabilidad en la viga es baja.

Para conocer el comportamiento interno de la viga para cada una de las modelaciones, se realizó en el centro de la luz un perfil de esfuerzos, para cada uno de los escenarios de carga lateral. Se encontró que el mayor esfuerzo de Von Mises se obtiene en las fibras inferiores de la viga para cada escenario de carga y se disminuyen a medida que se acerca al eje centroidal.

Ahora si se analiza cada escenario de carga se encuentra que los mayores esfuerzos se obtienen cuando el escenario no tiene carga axial, lo anterior se comprobó para cada uno de los cuatro escenarios de carga mostrados en las Figuras 14, 15, 16 y 17. Una justificación de lo anterior radica en que el tensionamiento genera una disminución de la deformación en la viga debido a la disminución de la deflexión, al realizar el destensionamiento genera que las deformaciones en la viga aumenten generando que las fuerzas debidas al peso propio generen un incremento de los esfuerzos internos en la viga.

Figura 13. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-0.

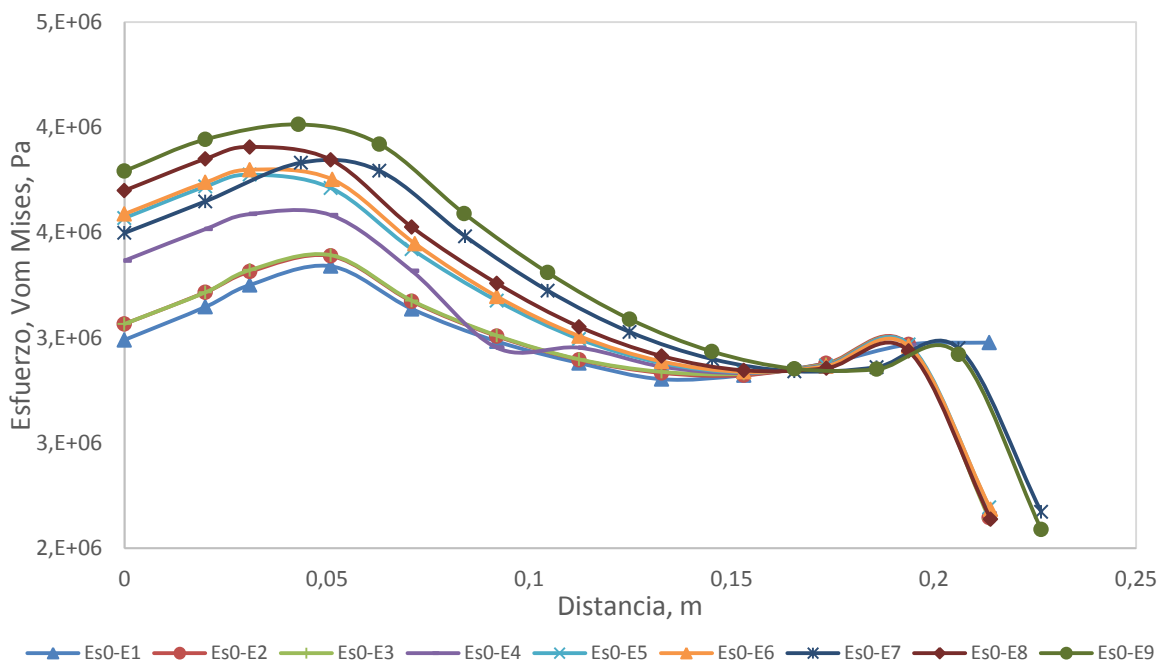


Figura 14. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-1.

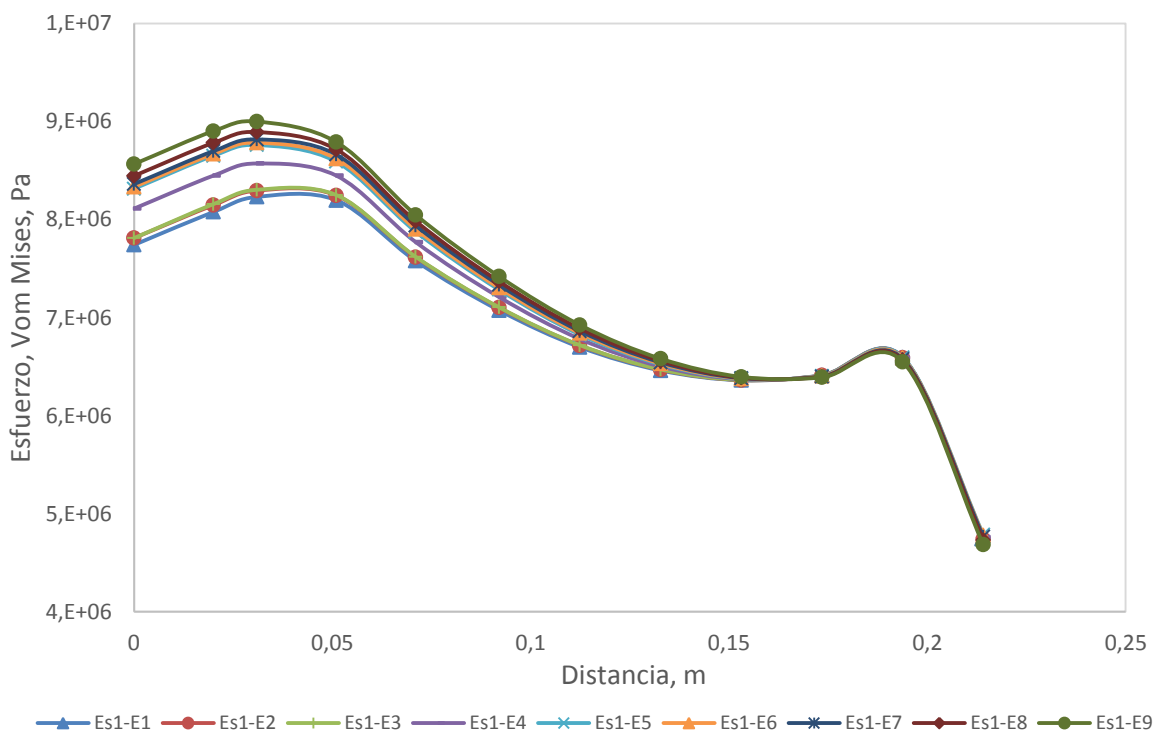


Figura 15. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-2.

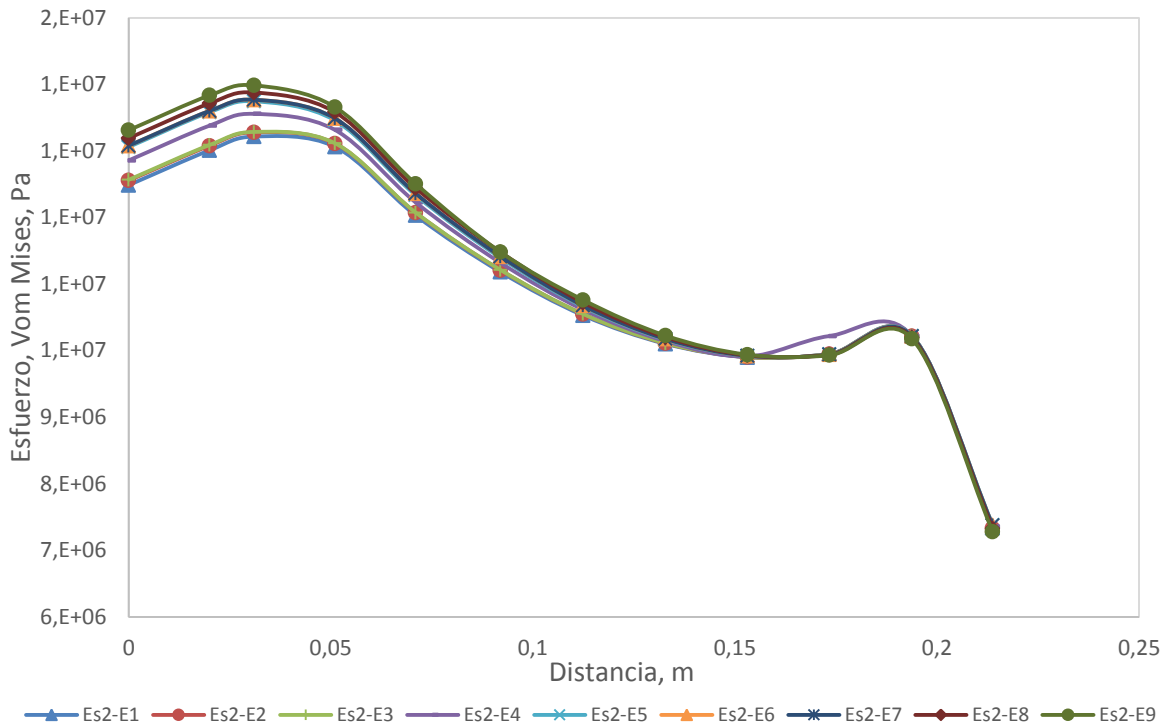
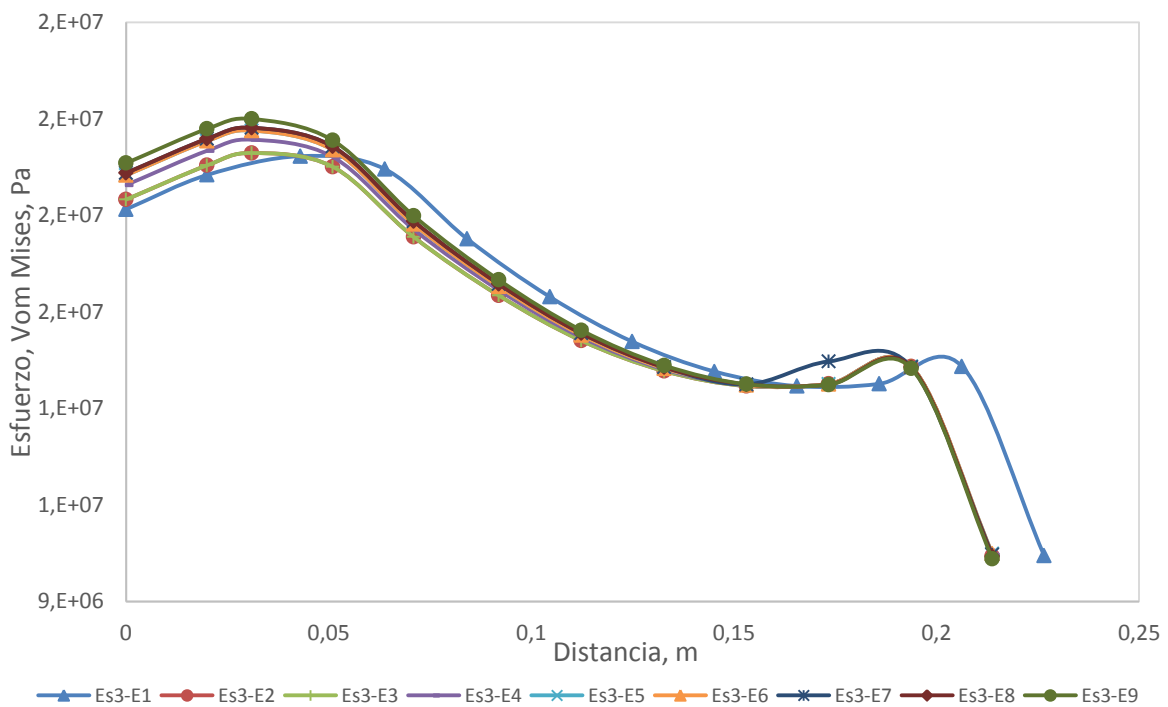


Figura 16. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga IPE-200 escenario Es-3.



Para conocer el comportamiento de los esfuerzos Von Mises en el eje de la viga se muestran las Figuras 18, 19, 20 y 21, se observa que al igual que en la viga IPE-200, se presentan los mayores esfuerzos internos cuando la viga no tiene carga lateral para los cuatro escenarios. Por otra parte se tiene que los mayores esfuerzos ocurren en las fibras inferiores existiendo una disminución de los esfuerzos hasta 8 cm del patín inferior de la viga y posteriormente existe un leve incremento de los esfuerzos internos.

The graph displays the Von Mises stress distribution along a distance of 0 to 0.14 meters for seven different cases. The y-axis represents the stress in Pascals (Pa), ranging from 0 to 9,000,000. The x-axis represents the distance in meters, ranging from 0 to 0.14. All cases show a similar trend: a sharp decrease in stress from 0 to 0.08 meters, followed by a slight increase and then a plateau or slight decrease towards 0.12 meters.

Distancia, m	Es0-E1	Es0-E2	Es0-E3	Es0-E4	Es0-E5	Es0-E6	Es0-E7
0.00	7,200,000	7,400,000	7,500,000	7,600,000	7,800,000	8,000,000	8,100,000
0.01	7,300,000	7,400,000	7,500,000	7,600,000	7,800,000	8,000,000	8,100,000
0.02	7,000,000	7,300,000	7,100,000	7,200,000	7,700,000	7,800,000	7,600,000
0.03	5,800,000	6,800,000	5,600,000	5,700,000	7,400,000	7,500,000	6,000,000
0.04	4,200,000	5,400,000	4,100,000	4,200,000	5,800,000	5,900,000	4,700,000
0.05	3,400,000	4,200,000	3,300,000	3,400,000	4,400,000	4,500,000	3,700,000
0.06	2,600,000	3,300,000	2,500,000	2,600,000	3,500,000	3,600,000	2,800,000
0.07	1,800,000	2,400,000	1,700,000	1,800,000	2,500,000	2,600,000	1,900,000
0.08	0,600,000	1,000,000	0,500,000	0,600,000	1,200,000	1,300,000	0,700,000
0.09	1,000,000	1,200,000	1,100,000	1,000,000	0,600,000	0,700,000	1,000,000
0.10	2,300,000	2,400,000	2,400,000	2,300,000	1,100,000	1,200,000	2,300,000
0.11	2,300,000	2,500,000	2,400,000	2,300,000	2,300,000	2,400,000	2,300,000
0.12	-	2,400,000	-	-	-	-	-

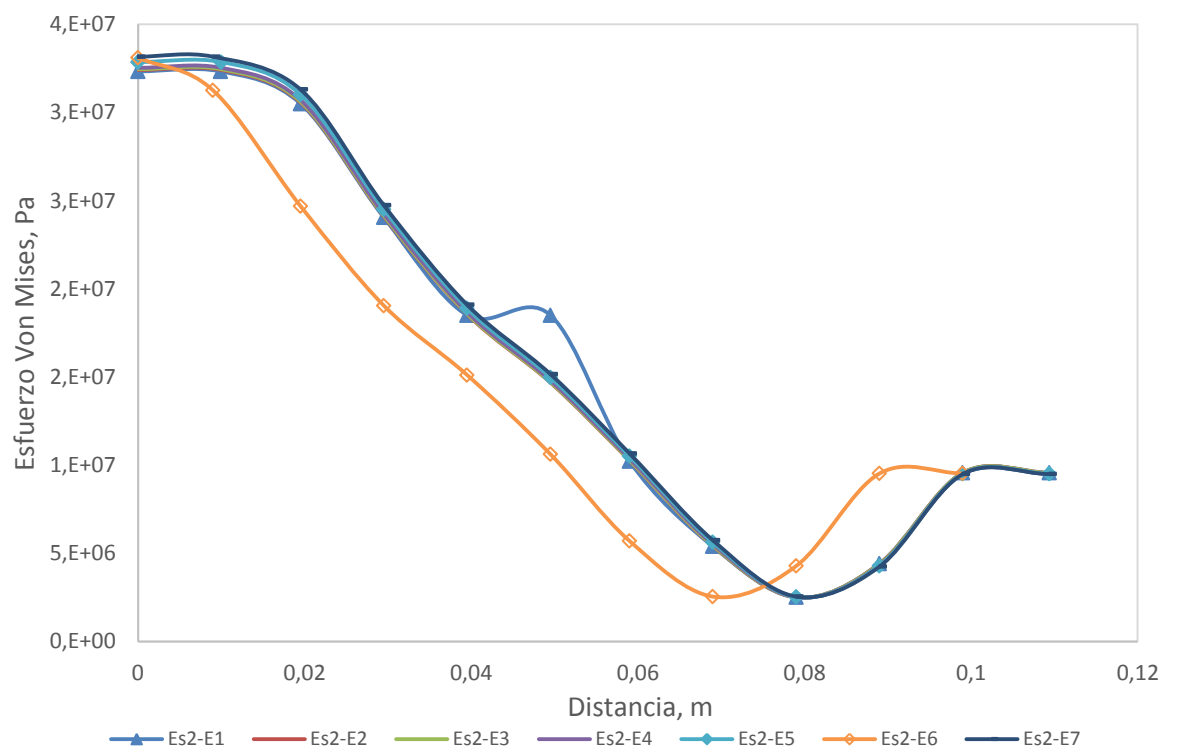
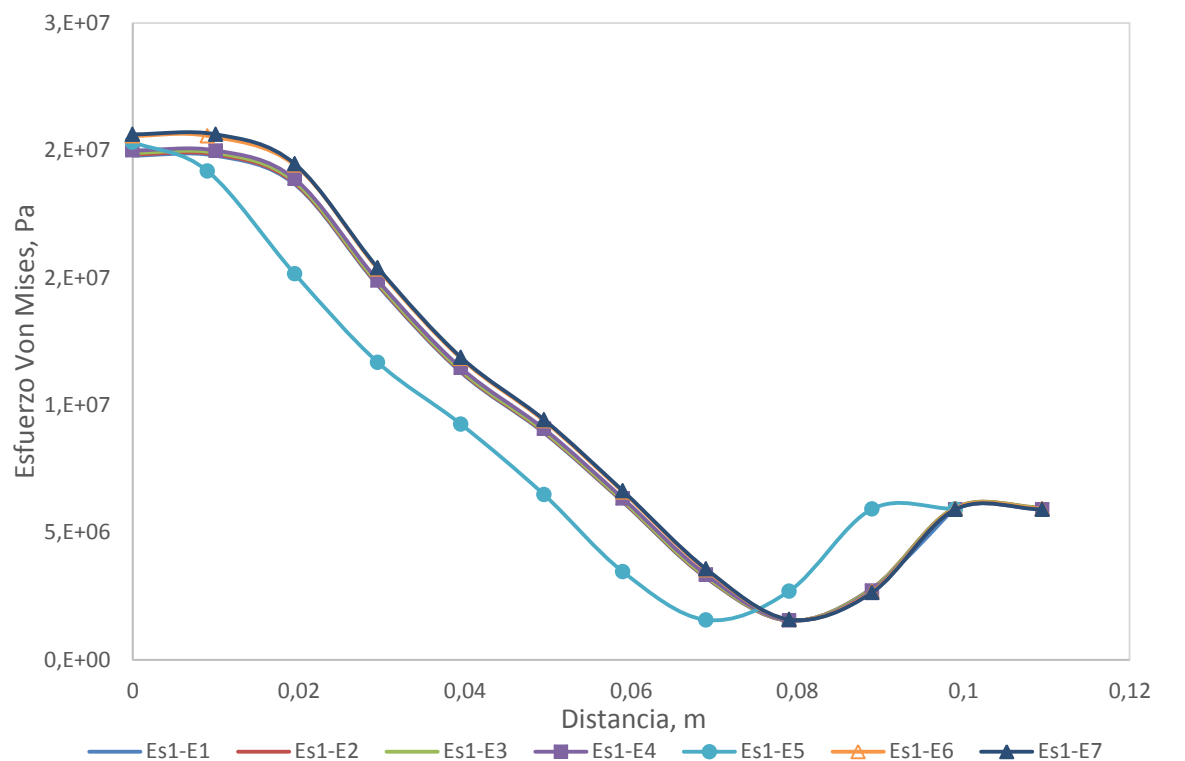
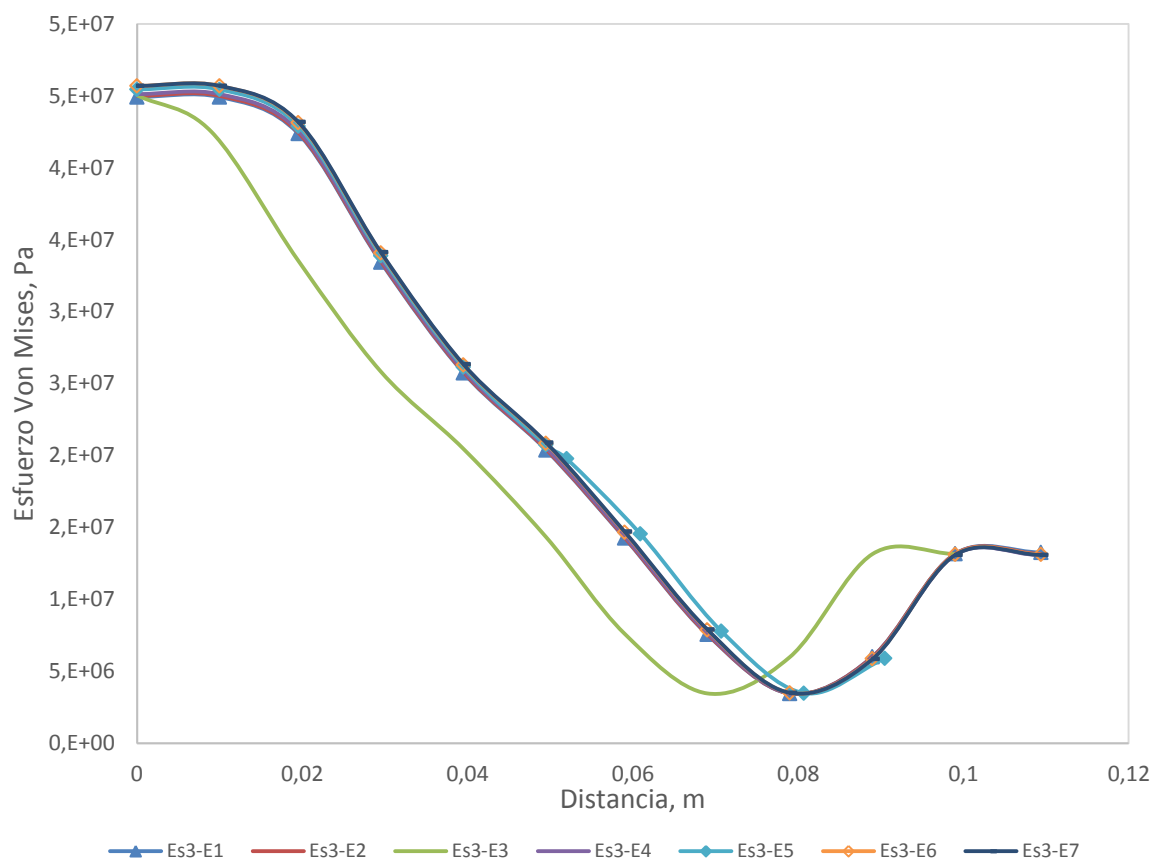


Figura 20. Variación del comportamiento de Von Mises en el eje viga HEA-100 escenario Es-3.



De acuerdo a las modelaciones realizadas se definen las siguientes propiedades de las vigas Tabla 2, un aspecto importante es que se define la carga crítica de pandeo para cada una de las vigas.

Tabla 2. Propiedades vigas metálicas HEA-100 e IPE-200

Propiedad	HEA-100	IPE-200
Viga No	1	2
Peso (N/m)	293,4	437,5
Área, m ²	3,440 x 10 ⁻³	4,615 x 10 ⁻³
I _{xx} (m ⁴)	7,221 x 10 ⁻⁶	3,979 x 10 ⁻⁶
Pcr (N)	3,950 x 10 ⁵	2,181 x 10 ⁶

La I_{xx} corresponde a la sección compuesta de la viga

Para representar la carga de la losa de un puente sobre una viga metálica, se consideró una separación entre vigas de 1,6 m y un espesor de losa de 0,20 m. De esta manera se realizó un evalúo de carga entre la losa y la viga metálica obtuvo una relación de 0,78. Con base en lo

anterior, a cada viga se le soldó a lo largo del patín superior una platina de 8 mm de espesor, un ancho de 180 mm y 250 mm para las vigas HEA 100 e IPE 200 respectivamente. (Figuras 21 y 22).

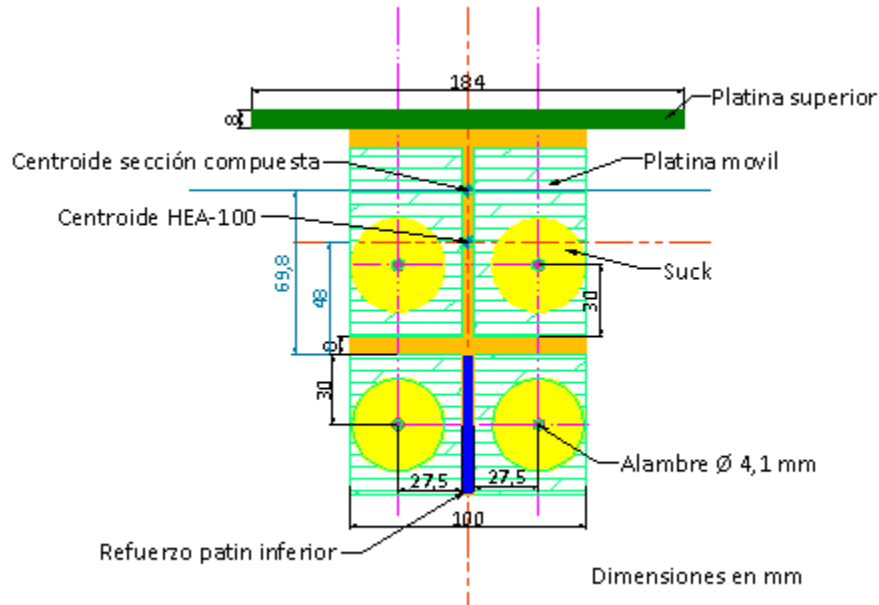


Figura 21. Sección transversal de viga HEA-100

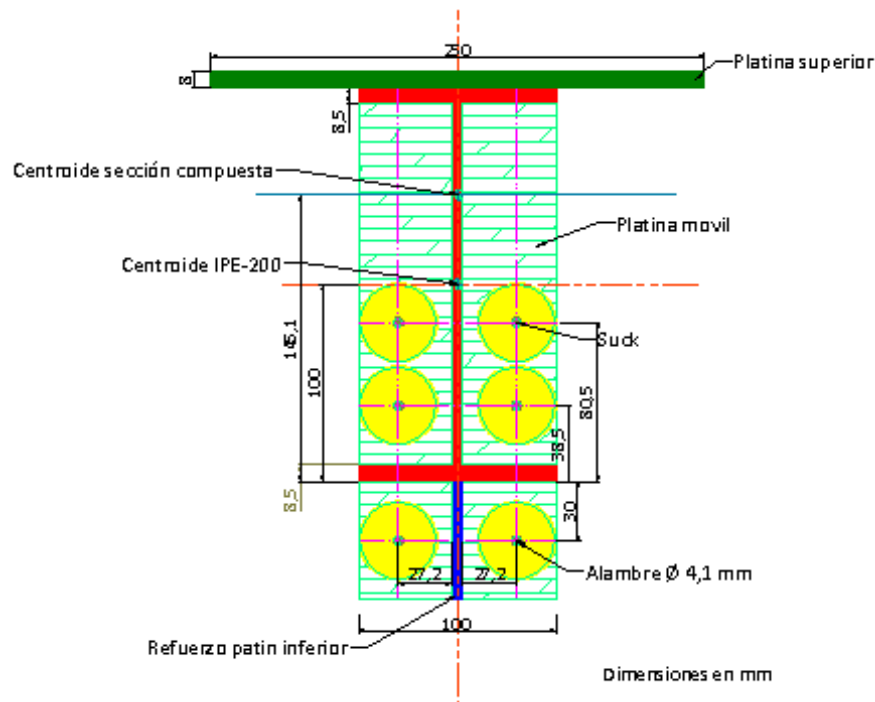


Figura 22. Sección transversal de viga IPE-200

En las Figuras 21 y 22 se identifica que para la viga HEA-100 se utilizaron cuatro cables y para la viga IPE-200 seis cables, en las Tablas 3 y 4 se muestran las diferentes excentricidades de cada cable tomando como referencia el centroide elástico de la sección compuesta de cada viga.

Tabla 3. Excentricidades viga HEA-100

Excentricidades viga HEA-100		
Cable No	Excentricidad	Coordenadas (x,y)
1	Exc-C1	(-30;-31,8)
2	Exc-C2	(30;-99,8)
3	Exc-C3	(-30;-99,8)
4	Exc-C4	(-30;-31,8)

Eje referencia centroide sección compuesta (dimensiones en mm)

Tabla 4. Excentricidades viga IPE-200

Excentricidades viga IPE-200		
Cable No	Excentricidad	Coordenadas (x,y)
1	Exc-C1	(-30;-064,6)
2	Exc-C2	(30;-064,6)
3	Exc-C3	(30;-106,6)
4	Exc-C4	(30;-175,1)
5	Exc-C5	(-30;-175,1)
6	Exc-C6	(30;-106,6)

Eje referencia centroide sección compuesta (dimensiones en mm)

Posteriormente a cada viga se le soldaron tres platinas fijas de 8 mm a 100 mm de cada extremo, las cuales tenían perforaciones avellanadas para el pase del alambre de tensionamiento de las vigas IPE-200 y HEA-100. Para el destensionamiento de la viga se ensambló un dispositivo conformado por tres platinas móviles unidas a cada platina fija mediante dos tornillos (Foto 1).

Debidamente ensambladas las vigas con su respectivo dispositivo de destensionamiento, se realizó el tensado con un alambre de acero de alta resistencia con las especificaciones indicadas en la Tabla 5; la curva esfuerzo deformación del alambre que se utilizó en el tensionamiento se muestra en la Figura 23, el límite de fluencia aparente al 1% de ϵ $f_{py} = 19$ kN y resistencia última garantizada $f_{pu} = 23,4$ kN.

Tabla 5. Propiedades del acero de tensionamiento

Propiedad	Valor
E, GPa	$200 \pm 0,07$
Diámetro, mm	4,1
Área, m ²	$1,32 \times 10^{-5}$
Carga mínima al 1 %, N	19.000
Carga de rotura, N	23.400
Elongación min %	3,5
Longitud, mm	6.000

Fuente: Empresa colombiana de cables EMCOCABLES S.A.



Foto 1. Dispositivo de destensionamiento de vigas metálicas

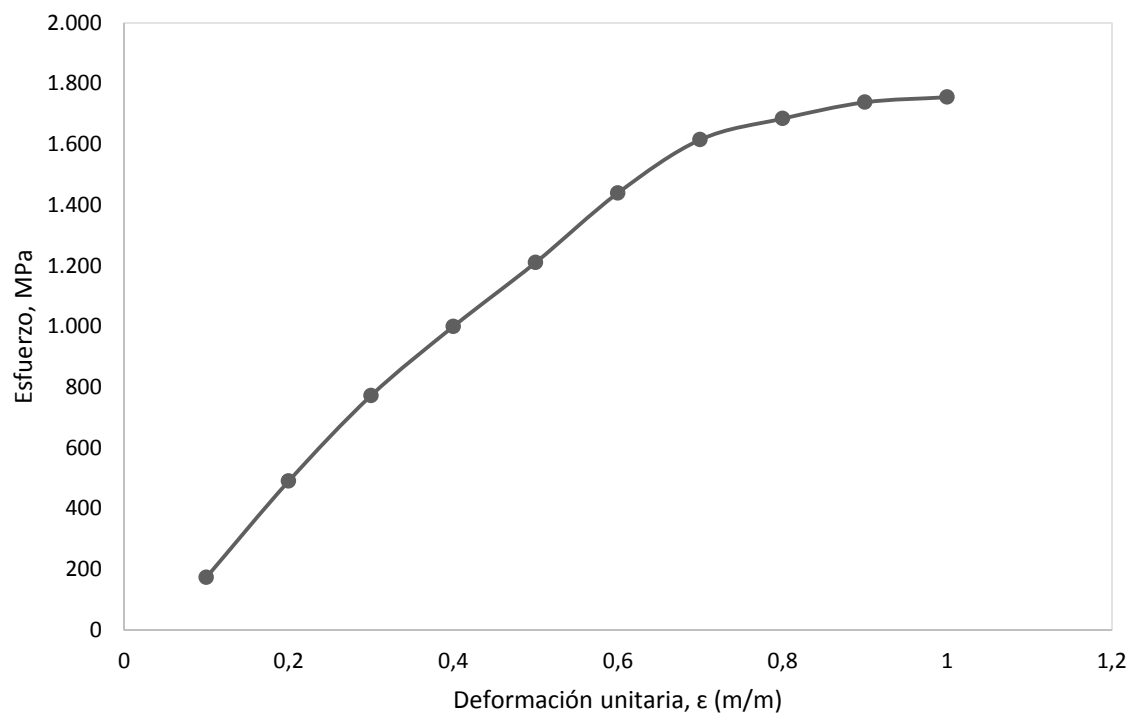


Figura 23. Curva esfuerzo deformación alambre de tensionamiento $\varnothing$ 3 mm.

Fuente: Adaptado de ensayo realizado por EMCOCABLES

Posteriormente se realizó el tensado de los alambres con equipo mecánico, la tensión de cada cable fue aproximadamente de 20 kN. (Foto 2).



Foto 2. Ensamble del suck y cuñas para tensado de viga IPE 200

Para determinar la carga última de rotura del alambre se utilizó la maquina universal para realizar una prueba estática dinámica a un alambre de 580 mm de longitud y diámetro 4,1 mm. La prueba consistió en someter el alambre a diferentes cargas axiales realizando para cada carga axial su ensayo de vibración libre; la carga axial del alambre inició con 1.000 N y se incrementó cada vez en 1.000 N y para cada incremento se realizó su ensayo dinámico. La falla del alambre ocurrió a 23,4 kN que corresponde a una frecuencia de 40 Hz. (Foto 3).



Foto 3. Prueba estática dinámica de alambre de tensionamiento $L=580$ mm.

Para conocer la relación entre la frecuencia natural y el tensionamiento del cable se realizó un ensayo a escala real en el marco de pruebas y homologaciones (MaP-H). Este ensayo consistió en el montaje de un alambre de 6.400 mm de longitud y diámetro 4,1 mm, el cual fue debidamente anclado con sus respectivas cuñas y suck al marco de pruebas. Para registrar las aceleraciones se ensambló una platina con un acelerómetro ubicada a $L/2$ del alambre, en cuanto a las fuerzas aplicadas al cable se midieron mediante una celda de carga.

Los datos se procesaron mediante un código de MATLAB y se observó que son acordes con la literatura, Ecuación 8, en cuanto a la relación entre frecuencia y la tensión del cable. En la Figura 24 se muestra la curva del comportamiento de la frecuencia y el tensionamiento aplicado al cable.

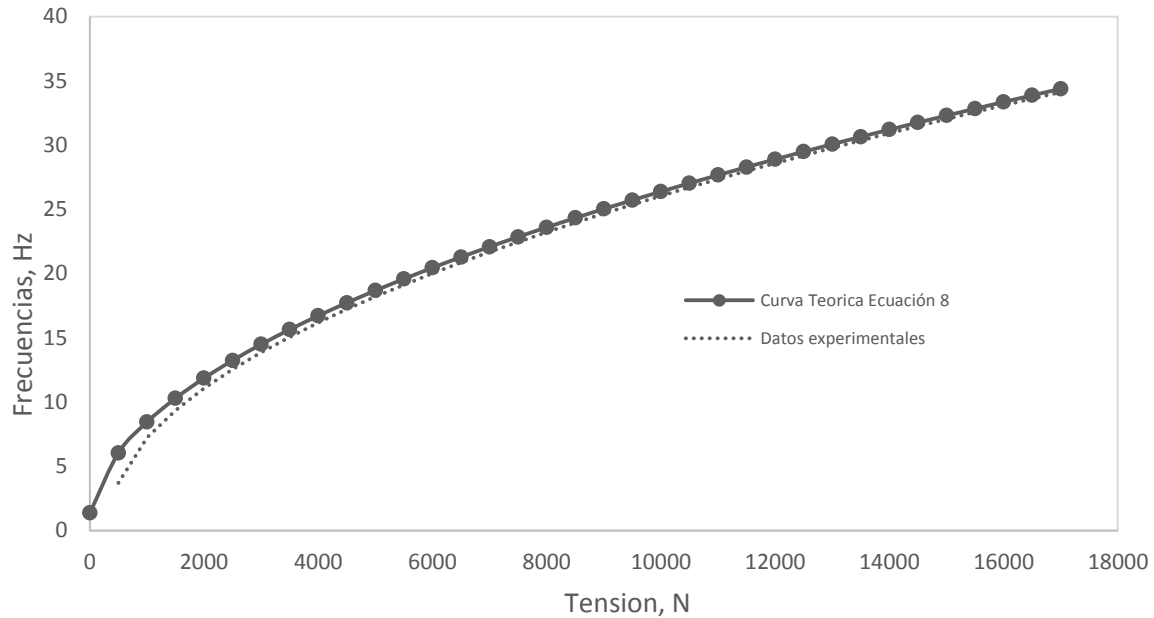


Figura 24. Gráfica de frecuencias vs tensionamiento alambre diámetro de 4,1 mm

El material utilizado para la prueba estática de las vigas fue la arena la cual fue debidamente pesada y empacada en bultos de 26 kg cada uno, de esta manera se aplicarán las cargas laterales a las vigas. Para definir las cargas representativas de servicio, se utilizó la carga peatonal (PL) de LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges ASSTHO 2008 la cual es de 90 psf (440 kg/m^2 o 4.400 N/m^2).

De las Figuras 21 y 22 se tiene que el ancho de la platina superior para las vigas HEA-100 e IPE-200 es de: 184 mm y 250 mm respectivamente y la longitud de las vigas es de 6.000 m; genera que las áreas de las platinas superiores, donde se aplicará la carga lateral, sean de $1,10 \text{ m}^2$ y $1,50 \text{ m}^2$ para las vigas HEA-100 e IPE-200 respectivamente. Ahora para cumplir la carga peatonal de 4.400 N/m^2 se asigna carga a cada una de las vigas de manera que se cumpla la carga/ m^2 de la norma tal como se presenta en la Tabla 6.

Tabla 6. Cargas laterales necesarias para cumplir LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges ASSTHO 2008

Área platina superior, m^2		Carga peatonal N/m^2	Carga requerida, N	
HEA -100	IPE 200		HEA -100	IPE 200
1,10	1,50	4.400	4.840	6.600

Se definieron cuatro escenarios de carga lateral: el Es-0 tenía el 0%, el Es-1 el 74,49%, el Es-2 el 148,98% y Es-3 el 223,83% de la carga peatonal, estos porcentajes corresponden a la carga lateral promedio para las vigas HEA-100 e IPE-200 tal como se muestra en la Tabla 7.

Tabla 7. Asignación de cargas laterales promedio a los escenarios de carga para las vigas HEA-100 e IPE-200

Escenario	Carga lateral aplicada, N	% de carga lateral, N		
		HEA 100	IPE 200	Promedio
Es - 0	0	0,00 %	0,00 %	0,00%
Es - 1	4.160	85,95 %	63,03 %	74,49 %
Es - 2	8.320	171,90 %	126,06 %	148,98 %
Es - 3	12.500	258,26 %	189,39 %	223,83 %

Con base en lo anterior los cuatro escenarios de carga quedan conformados como se describe en la Tabla 8. Cabe resaltar que la carga del shaker, actuador mecánico, es una carga puntual en el centro de la viga, las otras cargas: el peso de la viga, la platina superior y la arena son cargas uniformemente distribuidas.

Tabla 8. Descripción de los cuatro escenarios de carga

Escenario	Descripción	Carga aplicada, N	
		HEA 100	IPE 200
Es - 0	Peso propio + platina superior + shaker	2.690	3.350
Es - 1	Peso propio + platina superior + shaker + 4.160 N	6.850	7.510
Es - 2	Peso propio + platina superior + shaker + 8.320 N	11.010	11.670
Es - 3	Peso propio + platina superior + shaker + 12.500 N	15.190	15.850

Para conocer el comportamiento estructural de los perfiles metálicos postensados se define un primer grupo de ensayos dinámicos y estáticos para cada viga. Para los ensayos dinámicos se dividieron en dos etapas: el primero consistente en realizar un ensayo de vibración libre en cada cable y el segundo consistió en realizar un barrido de frecuencias con el shaker para cada escenario de carga de cada viga. Para los ensayos estáticos lo conforma cuatro subgrupos de ensayos uno por cada escenario de carga.

Los ensayos dinámicos de la viga HEA - 100 para el primer escenario de carga inicial (Es-0), se hicieron en dos etapas: la primera etapa consistió en someter cada alambre a vibración libre, las aceleraciones fueron registradas con un acelerómetro que estaba adosado a una platina debidamente anclada al alambre, posteriormente se utilizó la ecuación 8 para determina el tensionamiento del cable. (Foto 4).



Foto 4. Ensamble de acelerómetro al alambre de tensionamiento.

La segunda etapa consistió en realizar los ensayos dinámicos a la viga, para tal fin se instrumentó con un shaker y cuatro acelerómetros. El shaker se ubicó a $L/2$ y los acelerómetros se ubicaron: el primero en el shaker, el segundo a $L/2$ de la viga, el tercero a 2 m del apoyo y el cuarto se ubicó en el alambre a 2 m de la platina fija. El segundo y el tercer acelerómetro se instalaron en el patín inferior para disminuir las interferencias ocasionadas por las cargas laterales en el registro de la señal. (Figuras 25 y 26). Terminada la instrumentación de la viga se ajustan todos los equipos con las especificaciones que se indican en la Tabla 9.

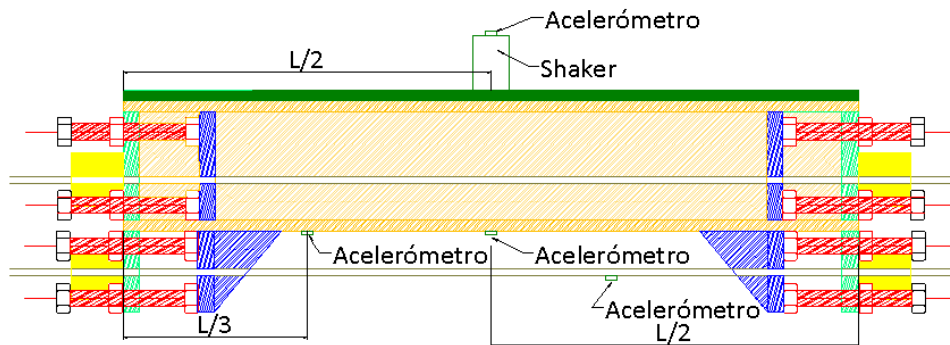


Figura 25. Instrumentación de viga HEA-100.

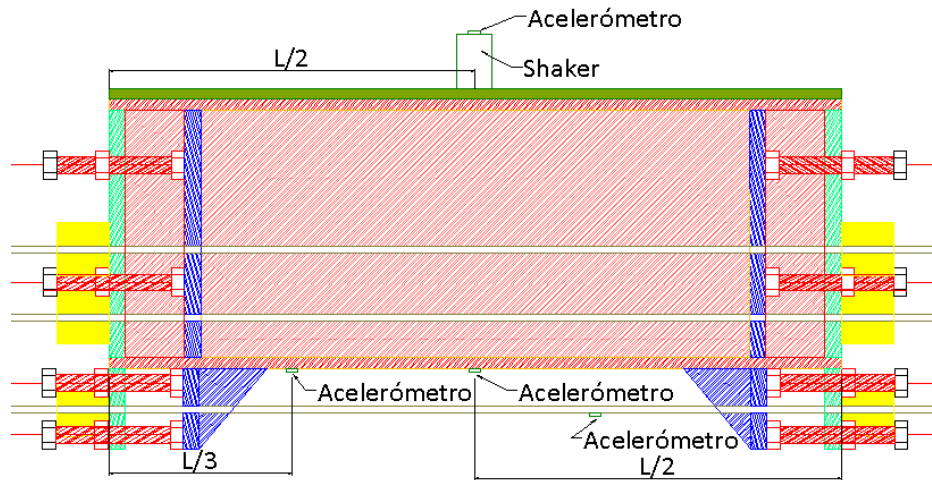


Figura 26. Instrumentación de viga IPE-200.

Tabla 9. Especificaciones de parámetros de los aparatos utilizados en la viga

Parámetro	Valor
Frecuencia de muestreo	256 Hz
Filtro	100 Hz
Tiempo de muestro	120 s
Barrido de frecuencias para cada escenario	1-30 Hz
Amplificador para el Shaker y en L/2	10
Amplificador en L/3	100
Amplificador en el cable	100

Al realizar el ensayo estático de la viga HEA-100 se presentaron altas deflexiones y al utilizar el deformímetro de carátula sobrepasaba la tolerancia definida por el aparato, por tal motivo se optó por medir la deflexión con un instrumento de precisión en el centro de la luz, donde previamente se conocía el nivel de referencia para la toma de las mediciones. Esta actividad se realizó después de cargar la viga con el shaker (Es-0).

Terminado este ensayo para el primer escenario de carga Es-0, se realizó el mismo procedimiento para los escenarios de carga Es-1, Es-2 y Es-3. Posteriormente se realiza los mismos ensayos dinámicos y estáticos realizados anteriormente, de esta manera se concluye el primer grupo de ensayos realizados para el primer tensionamiento de la viga HEA - 100. Terminados estos ensayos, se realizó el mismo procedimiento efectuado para cada uno de los escenarios de carga de la viga HEA – 100 para la viga IPE – 200.

Viga	Escenario	Carga lateral (kN)	Tensionamiento (Carga axial, kN)								
			1	2	3	4	5	6	7	8	9
IPE-200	Es-0	0	34,1	31,4	30,5	24,6	21,0	17,8	13,3	7,8	0
	Es-1	4,16									
	Es-2	8,32									
	Es-3	12,50									

Viga	Escenario	Carga lateral (kN)	Tensionamiento (Carga axial, kN)						
			1	2	3	4	5	6	7
HEA-100	Es-0	0	21,9	20,0	18,7	12,5	6,8	3,0	0
	Es-1	4,16							
	Es-2	8,32							
	Es-3	12,50							

4.2 Resultados y análisis

4.2.1 Deflexiones

Una vez realizados los ensayos estáticos a las vigas HEA-100 e IPE-200 se presentan en las Tablas 12 y 13 los resultados obtenidos para cada escenario de carga lateral de cada viga y cada tensionamiento, al final del cuadro se presenta el porcentaje de reducción de la deflexión el cual fue calculado tomando como referencia las deflexiones obtenidas en la viga sin tensionamiento es decir para la IPE-200 y la HEA-100 son los tensionamientos 9 y 7 respectivamente.

Tabla 12. Deflexiones viga IPE-200 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial.

Tensionamiento No	Fuerza axial, N	Deflexión, mm			
		Es-0	Es-1	Es-2	Es-3
1	34.092	1,60	3,00	4,20	5,65
2	31.365	1,60	3,00	4,20	5,65
3	30.541	1,70	3,05	4,20	5,65
4	24.553	3,95	4,60	6,45	7,95
5	21.046	4,60	6,75	7,80	8,85
6	17.752	5,65	6,15	8,40	10,05
7	13.313	6,45	7,25	8,65	9,80
8	7.819	6,70	7,85	9,05	10,35
9	0	7,50	9,05	10,40	11,50
Porcentaje de reducción de la deflexión para cada escenario %		78,67%	66,85%	59,62%	50,87%

Tabla 13. Deflexiones viga HEA-100 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial

Tensionamiento No	Fuerza axial, N	Deflexión, mm			
		Es-0	Es-1	Es-2	Es-3
1	21.860	9,75	19,65	23,90	32,10
2	19.992	11,90	21,85	26,70	31,65
3	18.715	14,95	26,80	33,45	36,65
4	12.539	20,35	29,20	34,20	38,40
5	6.755	21,85	30,20	35,10	42,02
6	3.009	24,05	31,60	37,65	43,85
7	0	27,10	33,65	39,95	47,35
Porcentaje de reducción de la deflexión para cada escenario %		64,02%	41,60%	40,18%	32,21%

En los análisis estáticos de la viga IPE-200 las deflexiones del tensionamiento 1, para cada uno de los cuatro escenarios de carga, son iguales o inferiores a 5,65 mm y se puede observar que a medida que disminuye el tensionamiento de la viga se tiene un incremento de las deflexiones siendo menores o iguales a 11,5 mm para el tensionamiento 9. (Tabla 12)

La sección de la viga IPE-200, Figura 22, muestra que todos los tensionamientos se encuentra por debajo del centroide de la sección, lo que implica que se genere un momento negativo en la viga lo que tiene una incidencia marcada en la disminución de las deflexiones. Adicionalmente Hong et al. (2009) indica que el tensionamiento genera un aumento de la rigidez aparente de la viga ocasionando una disminución de las deflexiones. Por tal motivo es de esperarse que las deflexiones a medida que se disminuye la carga axial de la viga se incrementen las deflexiones debido a la disminución de la rigidez aparente como consecuencia del destensionamiento de la viga.

Realizando una comparación de las deflexiones de la viga IPE-200 para un mismo escenario de carga, cuando varía el tensionamiento, se puede observar que el mayor porcentaje de reducción de las deflexiones está en el escenario Es-0 con un 78,67% mientras que los escenarios que tenían carga lateral, Es-1, Es-2 y Es-3, se obtienen valores de 66,85%, 59,62% y 50,87% respectivamente. Comparando las cargas laterales con las deflexiones se tiene que en el escenario Es-2 se incrementa la carga en dos veces la carga del escenario Es-1 y se obtiene un aumento de 7,23 puntos porcentuales de la deflexión respecto a la deflexión de Es-1, en Es-3 se incrementa tres veces la carga del Es-1 y se obtiene un incremento de 15,98 puntos porcentuales de la deflexión tomando como referencia la deflexión Es-1. Significa lo anterior que el tensionamiento tiene un aporte en la reducción de la deflexión ocasionada por el efecto de las cargas de servicio en la viga.

Por su parte las deflexiones de la viga HEA-100 mostradas en la Tabla 13, se observa que efectivamente el tensionamiento realizado a la viga ayuda a disminuir su deflexión para diferentes escenarios de carga entre un rango entre 64,02% al 32,21%. Adicionalmente se encuentra que el mayor porcentaje de reducción de la deflexión ocurre cuando la viga no está cargada escenario Es-0, mientras que los tres escenarios restantes Es-1, Es-2 y Es-3 tienen un menor porcentaje de reducción con valores de 41,60%, 40,18% y 32,21% respectivamente. Comparando las cargas laterales con las deflexiones se tiene que al incrementar en un 100% la carga lateral de Es-1 a Es-2 se obtiene un aumento de 1,42 puntos porcentuales de la deflexión, mientras que si se tiene un incremento adicional al 200% de la carga lateral de Es-1 a Es-3 se obtiene un aumento de 9,39% de la deflexión.

Comparando las deflexiones presentadas en las vigas HEA-100 e IPE-200 se puede considerar que el efecto del tensionamiento de los perfiles metálicos ayuda a disminuir las deflexiones; debido a que la excentricidad que tiene cada cable genera una rigidez aparente sobre la viga, la cual va a significar que a medida que se disminuya la carga axial se disminuya la rigidez aparente y por ende aumente las deflexiones como lo reporta la literatura.

Analizando las deflexiones en las vigas IPE-200 y HEA-100 se encuentra que las mayores reducciones de las deflexiones se presentaron en la viga IPE-200 en comparación con la viga HEA-100, debida principalmente a la inercia de la sección compuesta (Tabla 2) y al tensionamiento aplicado. Si se consideran los valores promedios de los porcentajes de reducción de las deflexiones cuando las vigas están cargadas lateralmente, escenarios Es-1, Es-2 y Es-3, se encuentra que para la viga IPE-200 se alcanza a reducir en promedio un 64% mientras que para la viga HEA-100 es un 44,50%; estos valores son consistentes con lo reportado por Hong et al. (2010) los cuales demostraron que con el tensionamiento de una viga metálica se obtiene una reducción de la deflexión del 15 al 20 % en la mitad de la luz.

Figura 27. Deflexión vs carga axial. Viga IPE-200

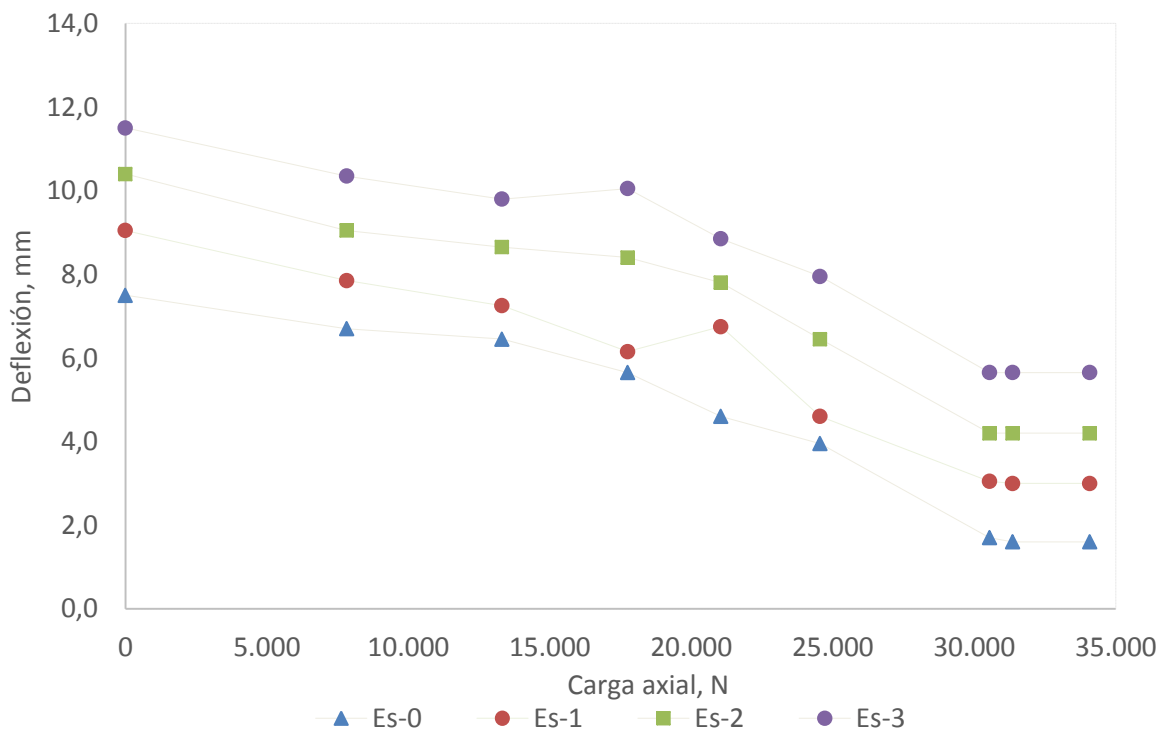
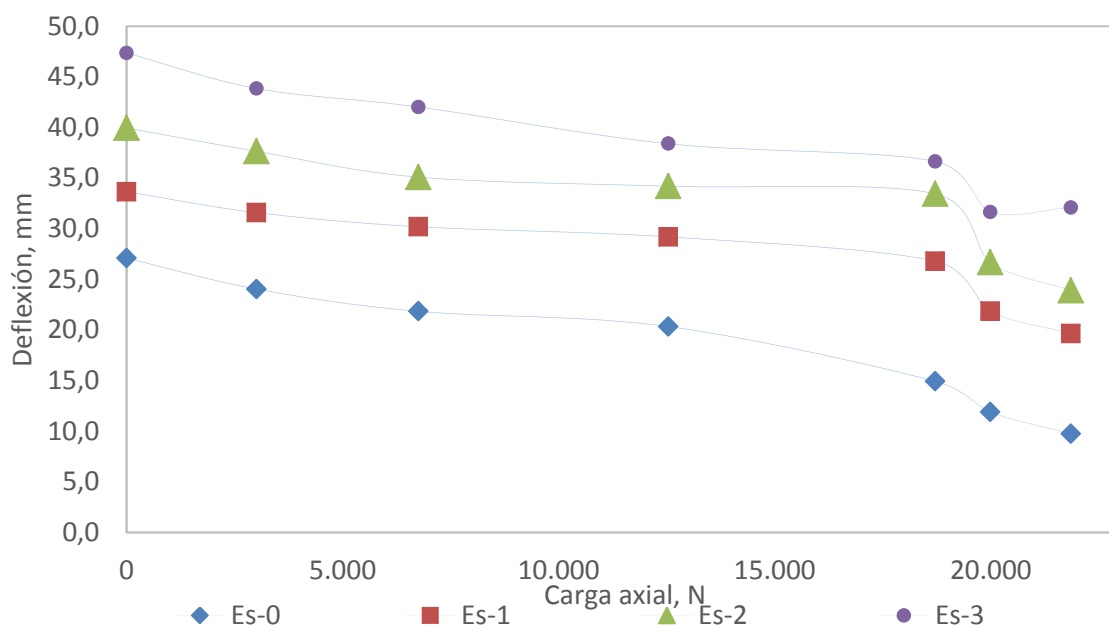


Figura 28. Deflexión vs carga axial. Viga HEA-100



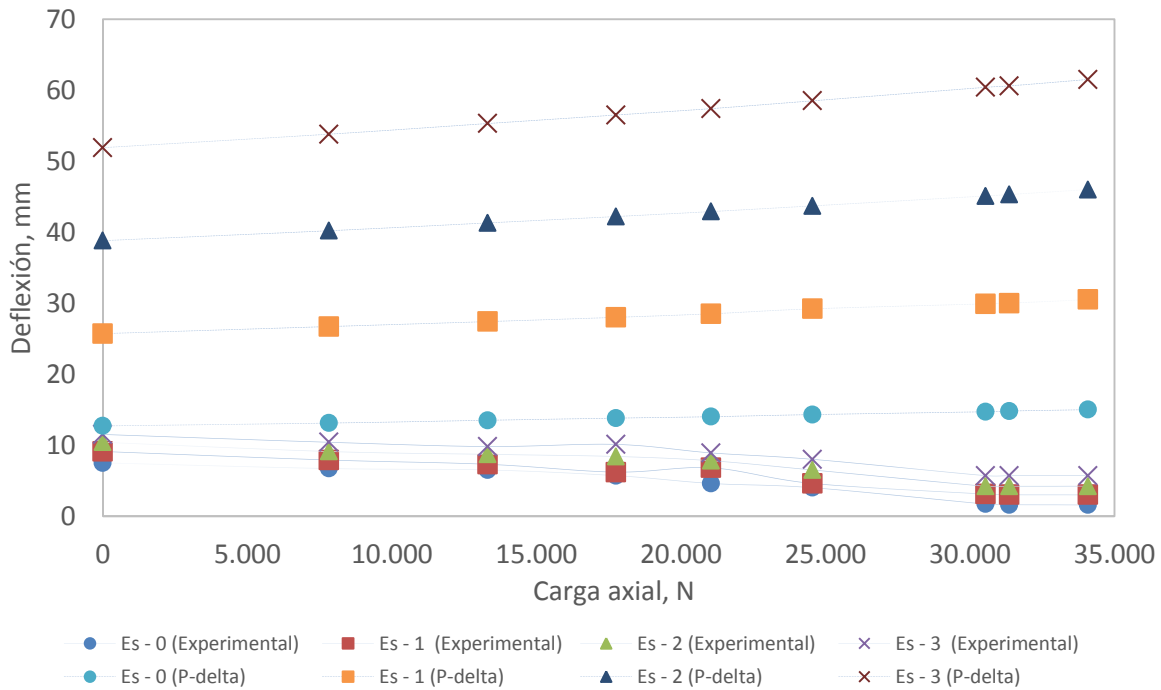
Analizando las Figuras 27 y 28 se puede observar que en ambas vigas a medida que se incrementa el tensionamiento las deflexiones tienden a disminuir. Para determinar el comportamiento de las deflexiones bajo las condiciones del efecto P-delta se realizó una discretización de la viga (Anexo Discretización del elemento viga) y los resultados se resumen en la Tabla 14 para la viga IPE-200.

Tabla 14. Deflexiones efecto P-delta viga IPE-200 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial

Tensionamiento No	Fuerza axial, N	Deflexiones P -delta, mm			
		Es - 0	Es - 1	Es - 2	Es - 3
1	34.092	15,0	30,5	46,0	61,5
2	31.365	14,8	30,0	45,3	60,6
3	30.541	14,7	29,9	45,1	60,4
4	24.553	14,3	29,2	43,7	58,5
5	21.046	14,0	28,5	42,9	57,4
6	17.752	13,8	28,0	42,2	56,5
7	13.313	13,5	27,4	41,3	55,3
8	7.819	13,1	26,7	40,2	53,8
9	0	12,7	25,7	38,8	51,9

En la Figura 29 se muestra el comparativo de las deflexiones experimentales y las del efecto P delta para la viga IPE-200, se identifica que existe una tendencia del incremento de las deflexiones en el efecto P delta, mientras que las deflexiones experimentales tienden a disminuir a medida que se incrementa la carga axial.

Figura 29. Comparativo de deflexiones experimentales y el efecto P-delta viga IPE-200



Comparando las deflexiones experimentales y las obtenidas del efecto P-delta, se comprueba que efectivamente en la viga IPE-200 no se dan las condiciones para que se generen los efectos P-delta. Lo anterior se debe a que el tensionamiento genera sobre la viga una disminución de las deflexiones, debido a que las fuerzas fueron aplicadas a diferentes excentricidades lo que generó un momento flector negativo sobre las vigas aminorando el efecto de las cargas laterales.

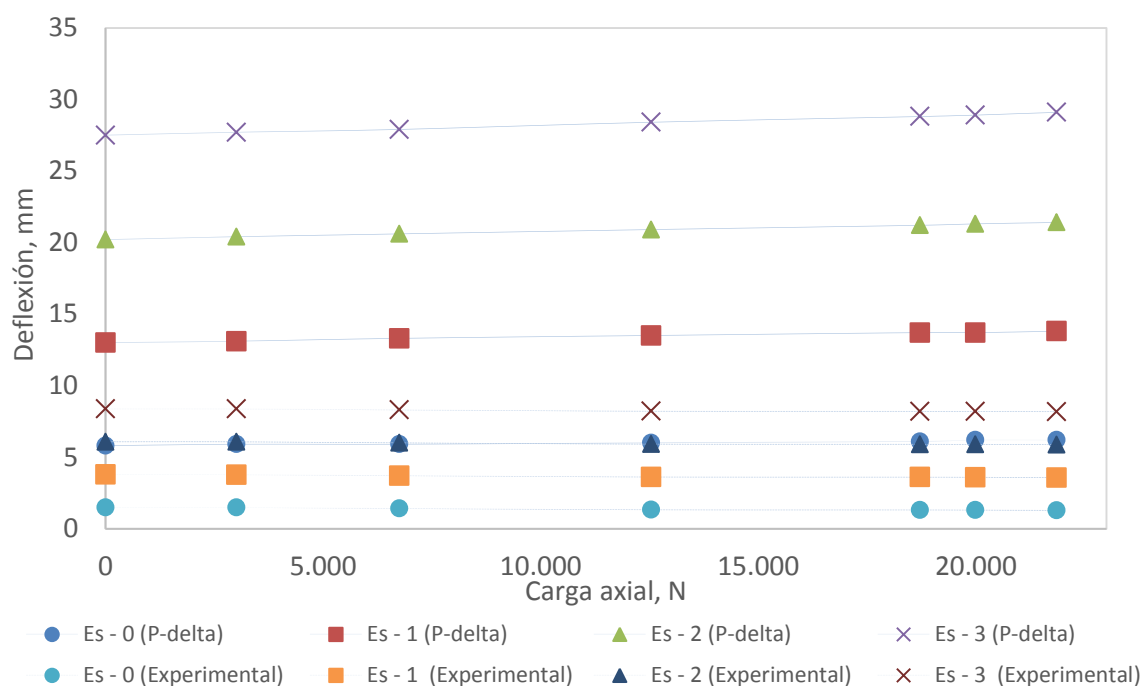
De manera análoga se realizó un modelo de discretización para la viga HEA -100, con el cual se determina el comportamiento de las deflexiones para diferentes cargas axiales, los resultados se resumen en la Tabla 15.

Tabla 15. Deflexiones efecto P-delta viga HEA-100 para diferentes escenarios de carga lateral y carga axial

Tensionamiento No	Fuerza axial, N	Deflexiones P - delta, mm			
		Es - 0	Es - 1	Es - 2	Es - 3
1	21.860	6,20	13,80	21,40	29,10
2	19.992	6,20	13,70	21,30	28,90
3	18.715	6,10	13,70	21,20	28,80
4	12.539	6,00	13,50	20,90	28,40
5	6.755	5,90	13,30	20,60	27,90
6	3.009	5,90	13,10	20,40	27,70
7	0	5,80	13,00	20,20	27,50

Los resultados obtenidos en la Tabla 15 muestran que para cada escenario de carga a medida que se disminuye la carga axial existe una disminución de las deflexiones. En la Figura 30 se identifica la tendencia que tiene las deflexiones experimentales de disminuir con el incremento de la carga axial, mientras que las deflexiones del efecto P-delta tienden a aumentar con el incremento de la carga axial.

Figura 30. Comparativo de deflexiones experimentales y el efecto P-delta viga HEA-100



Con base en los resultados de las deflexiones de las vigas se concluye que el tensionamiento genera una disminución de las deflexiones de las vigas en promedio del orden entre un 64% y un

44,5% para las vigas IPE-200 y HEA-100. Estos resultados acordes con las referencias en donde el tensionamiento generó un aumento de la rigidez en la viga razón por la cual ayuda a disminuir la deflexión que se generan en la viga como consecuencia de las cargas actuantes sobre ella.

Finalmente se encontró que en las vigas IPE-200 y HEA-100 no se presentaron los efectos P-delta debido a que las diferentes excentricidades de los cables provocaron un momento negativo en las vigas contrarrestando los efectos del peso propio y las cargas laterales de cada viga. Comparando las deflexiones experimentales y las del efecto P-delta, se encontró que mientras las deflexiones experimentales tienden a disminuir a medida que se incrementa el tensionamiento las deflexiones debido al efecto P-delta tienden a aumentar, lo anterior es debido a que el efecto P-delta no considera las excentricidades de los diferentes cables utilizados en las vigas.

4.2.2 Frecuencias

En las Tablas 16 y 17 se presentan los resultados de los ensayos dinámicos realizados a las vigas HEA-100 e IPE-200, al final de cada Tabla se encuentra el porcentaje de reducción de la frecuencia natural de las vigas. Para el cálculo se tomó como referencia la frecuencia del ensayo que no presentaba tensionamiento que para la viga HEA-100 es el tensionamiento 7 y para la IPE-200 es el tensionamiento 8. Adicionalmente se calculó un porcentaje de variación de la frecuencia para cada tensionamiento tomando como referencia el escenario sin carga lateral Es-0.

Tabla 16. Frecuencias de la viga IPE-200 para diferentes escenarios de carga lateral y cargas axiales.

Tensionamiento, No	Fuerza axial, N	Frecuencias, Hz				Porcentaje de variación de Hz para cada tensionamiento
		Es-0	Es-1	Es-2	Es-3	
1	31.365	14,49	10,63	8,56	7,73	46,65%
2	30.541	13,09	10,04	8,50	7,42	42,35%
3	24.553	13,01	10,04	8,55	7,50	42,35%
4	21.046	12,50	10,59	9,41	7,77	37,84%
5	17.752	12,60	10,66	8,87	7,78	38,25%
6	13.313	13,71	10,39	8,71	7,38	46,17%
7	7.819	14,10	10,82	9,49	7,89	44,04%
8	0	13,48	10,16	9,02	7,97	40,88%
Porcentaje de reducción de la frecuencia para cada escenario de carga lateral		7,49 %	4,63 %	5,10%	3,01%	42,32 %

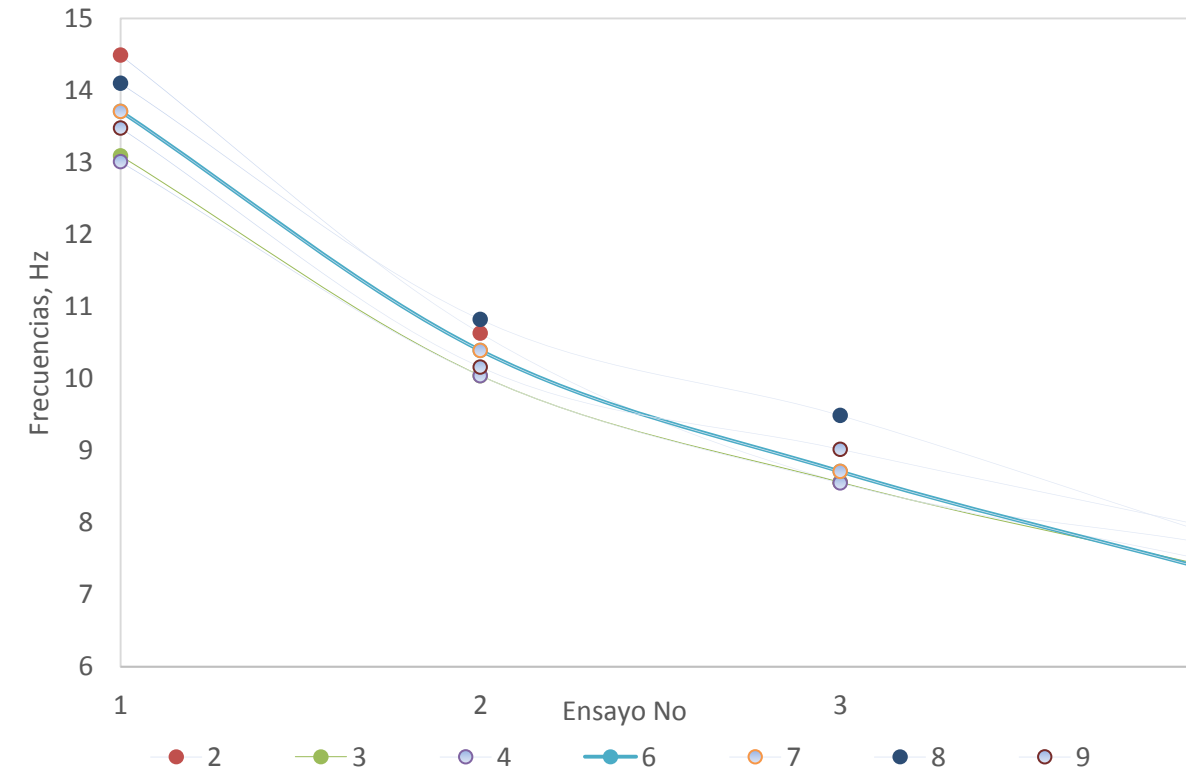
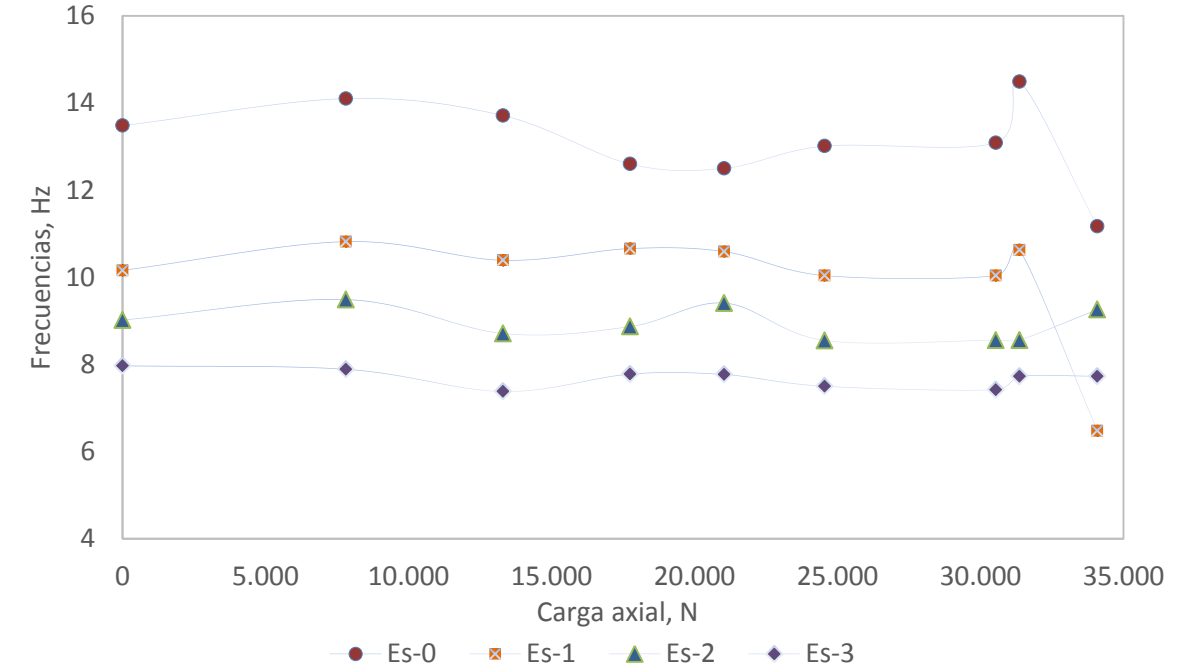
Tabla 17. Frecuencias de la viga HEA-100 para diferentes escenarios de carga lateral y cargas axiales.

Tensionamiento, No	Fuerza axial, N	Frecuencias, Hz				Porcentaje de variación de Hz para cada tensionamiento
		Es-0	Es-1	Es-2	Es-3	
1	21.860	6,07	5,08	4,10	3,47	42,83%
2	19.992	7,07	5,12	3,91	3,32	53,04%
3	18.715	6,95	5,51	3,87	3,28	52,81%
4	12.539	7,34	5,16	4,12	3,44	53,13%
5	6.755	7,23	5,23	5,00	5,11	29,32%
6	3.009	7,50	5,23	4,26	3,55	52,67%
7	0	7,18	5,16	4,26	4,26	40,67%
Porcentaje de reducción de la frecuencia para cada escenario de carga lateral		15,46%	1,55%	3,76%	18,54%	46,35 %

Analizando las frecuencias de la viga IPE-200 (Tabla 16) se observa que para cada uno de los tensionamientos a medida que se aumenta la carga lateral sobre la viga existe una disminución de la frecuencia de la viga, estos datos son acordes con la literatura debido a que la frecuencia es inversamente proporcional a la masa. En cuanto a los porcentajes de reducción de las frecuencias para los diferentes tensionamientos se encuentran entre 38,25% y el 46,65% se puede considerar que los resultados reflejaron una leve diferencia entre los datos, como se muestra en la Figura 32.

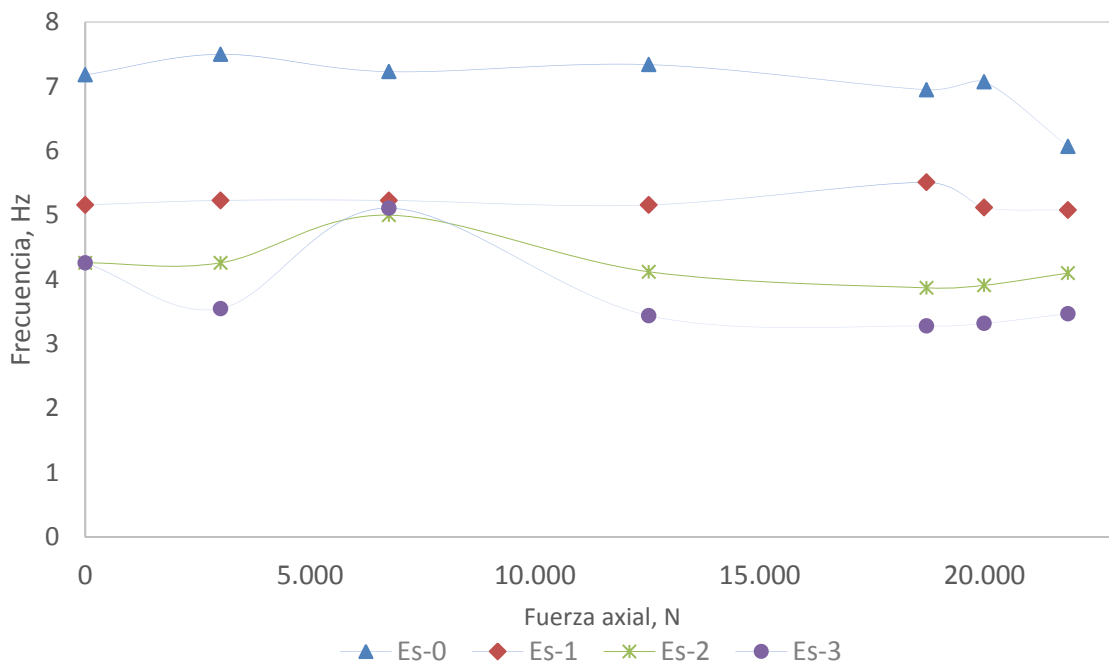
De los porcentajes de reducción de las frecuencias para un mismo escenario de carga, se encuentra que para el escenario Es-0 se obtiene un 7,49% y para los escenarios que tienen carga lateral Es-1, Es-2 y Es-3 el mayor porcentaje se presenta para el escenario Es-2 con 5,10% y para los escenarios Es-1 y Es-3 se obtienen 4,63% y 3,01% respectivamente. Indica lo anterior, que cuando las vigas están sometidas a carga lateral el efecto del tensionamiento genera una ligera reducción en la frecuencia natural del orden del 3 al 5%. Figura 31.

Las excentricidades de los cables que se muestran en la Tabla 4 para la viga IPE-200 se convierten en un factor de importancia para que exista una disminución de la frecuencia de la viga; son acordes con la referencia de Bull J et al. (2000), los cuales plantean que para diferentes excentricidades pequeñas, cercanas al centroide, del tensionamiento tienden a generar que la frecuencia natural de la viga disminuya ya que domina la fuerza de compresión en la viga. Adicionalmente D. Noble et al. (2015) indica que cuando se incrementa el preesfuerzo la frecuencia natural disminuye fenómeno conocido como ablandamiento por compresión.



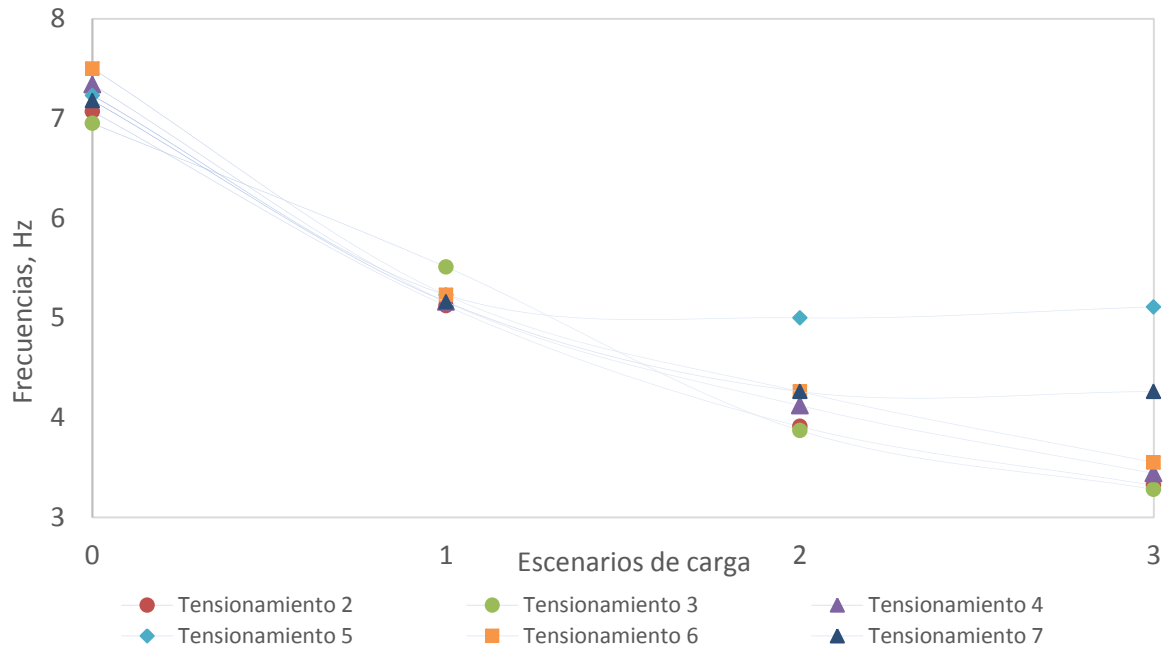
De acuerdo con la Tabla 17, al igual que el comportamiento de las frecuencias en la viga IPE-200, se observa que en la viga HEA-100 sus frecuencias tienden a disminuir ligeramente a medida que se incrementa la carga axial (Figura 33); el mayor porcentaje de disminución de las frecuencias ocurre para el escenario Es-3 con 18,54% seguido del Es-0 con 15,46% el Es-2 con 3,76% y por último Es-1 con 1,55%. Se puede considerar que las frecuencias de las vigas sometidas a carga lateral muestran que las reducciones de la frecuencia están entre 1,55 y 18,54% para los escenarios Es-2 y Es-3; es de resaltar que Es-3 se alcanza el 18,54%, resultado que es distante a los anteriores y es debido en parte a que las altas deflexiones que presentó la viga generó que el alambre estuviera en contacto con el tapín inferior existiendo interferencia en el registro de aceleraciones.

Figura 33. Variación de la frecuencia para diferentes escenarios de carga viga HEA-100



Analizando los porcentajes de reducción de las frecuencias de la viga HEA-100 para una misma carga axial, las reducciones de las deflexiones para cada ensayo oscilan entre 29,32% y el 53,13%. Independiente de la diferencia que existe en estos porcentajes en la Figura 34 muestra que todos los ensayos tienen la misma tendencia sin existir alteraciones en los resultados. Adicionalmente es de resaltar que estos resultados se conservan la relación inversa entre la carga y la frecuencia de la viga como se expresa en la ecuación 31.

Figura 34. Frecuencia Vs. Escenarios de carga viga HEA-100



Comparando las frecuencias de las vigas IPE-200 y HEA-100 para una misma carga axial se evidencia una reducción de las frecuencias a medida de que se incrementa la carga lateral a la viga, dichos resultados son acordes con la teórica clásica de frecuencias en cuanto a la relación inversa de la masa con la frecuencia. En cuanto al comportamiento de las frecuencias cuando varía la carga axial, se encontró que para las dos vigas no es tan evidente el efecto de ablandamiento por compresión es decir que a medida que se incrementa la carga axial disminuye la frecuencia de la viga no siendo tan representativo dicha reducción de las frecuencias.

Las Tablas 18 y 19 muestran las frecuencias de las vigas IPE-200 y HEA-100 considerando la ecuación de ablandamiento por compresión, ecuación 31, se evidencia que para cada escenario de carga a medida que se incrementa la carga axial la frecuencia natural tiende a disminuir no de una manera representativa.

Tabla 18. Frecuencias teóricas de la viga IPE-200 considerando ablandamiento por compresión.

Tensionamiento, No	Carga axial, N	Primer modo de vibración			
		Frecuencia, Hz			
		Es - 0	Es - 1	Es - 2	Es - 3
1	34.092	5,55	3,40	2,66	2,26
2	31.365	5,59	3,42	2,68	2,28
3	30.541	5,60	3,43	2,69	2,28
4	24.553	5,69	3,48	2,73	2,32
5	21.046	5,74	3,51	2,76	2,34
6	17.752	5,79	3,54	2,78	2,36
7	13.313	5,85	3,58	2,81	2,39
8	7.819	5,93	3,63	2,85	2,42
9	0	6,04	3,70	2,90	2,46

Tabla 19. Frecuencias teóricas de la viga HEA-100 considerando ablandamiento por compresión.

Tensionamiento, No	Carga axial, N	Primer modo de vibración			
		Frecuencia, Hz			
		Es - 0	Es - 1	Es - 2	Es - 3
1	21.860	9,23	5,10	3,92	3,30
2	19.992	9,25	5,11	3,93	3,31
3	18.715	9,27	5,12	3,94	3,31
4	12.539	9,34	5,16	3,97	3,34
5	6.755	9,41	5,20	4,00	3,36
6	3.009	9,46	5,23	4,02	3,38
7	0	9,49	5,25	4,03	3,39

Para conocer el comportamiento de las frecuencias teóricas con las experimentales se presentan las Figuras 35 y 36. Es de resaltar que en la Figura 35 las frecuencias experimentales son distantes de las teóricas, pero ambas frecuencias tienen la misma tendencia de disminuir a medida que se incrementa la carga axial.

Comparando estas frecuencias experimentales con la normatividad AASHTO, 2008 la cual establece que la frecuencia debe ser mayor de 3 Hz para evitar vibraciones en puentes peatonales; se puede determinar las frecuencias experimentales de la viga IPE-200 no tendrían problemas de vibración porque sus valores son mayores a 3 Hz.

En la Figura 35 se observa que tanto las frecuencias experimentales como teóricas tienen un comportamiento similar, las frecuencias tienden a disminuir a medida que se incrementa la carga axial. Comparando las frecuencias de la viga HEA-100 con la norma AASHTO, 2008 se observa que las frecuencias de todos los escenarios no presentan problemas de vibraciones debido a que sus frecuencias son mayores a 3 Hz.

Figura 35. Comparativo de frecuencias experimentales y teóricas para diferentes escenarios de carga viga IPE-200

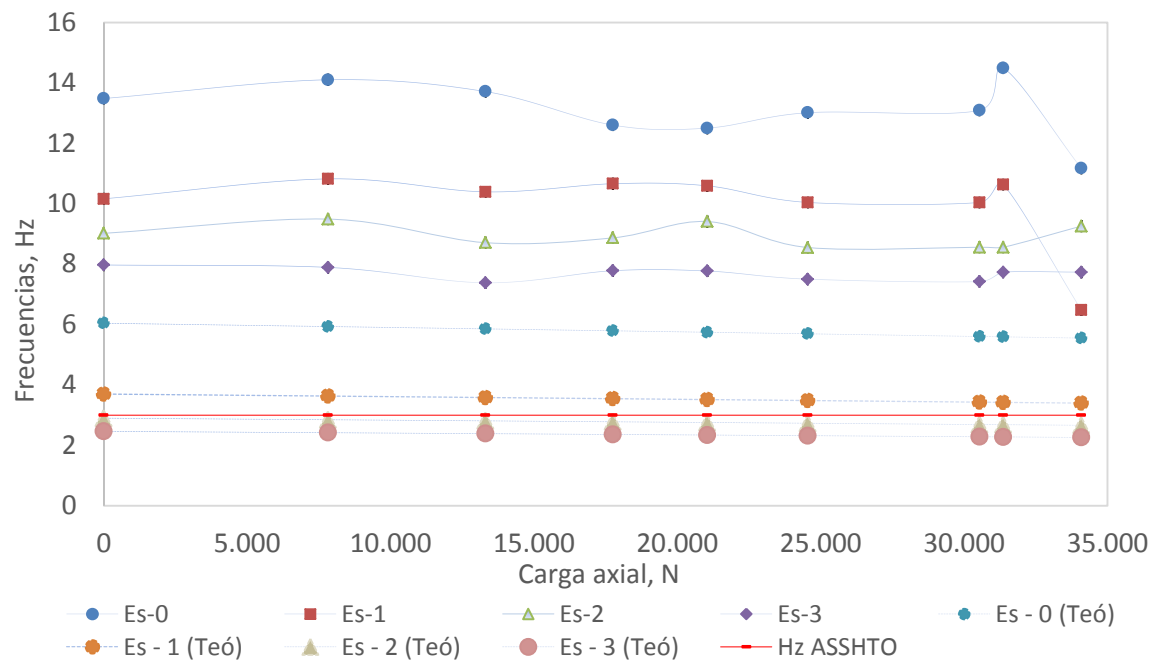
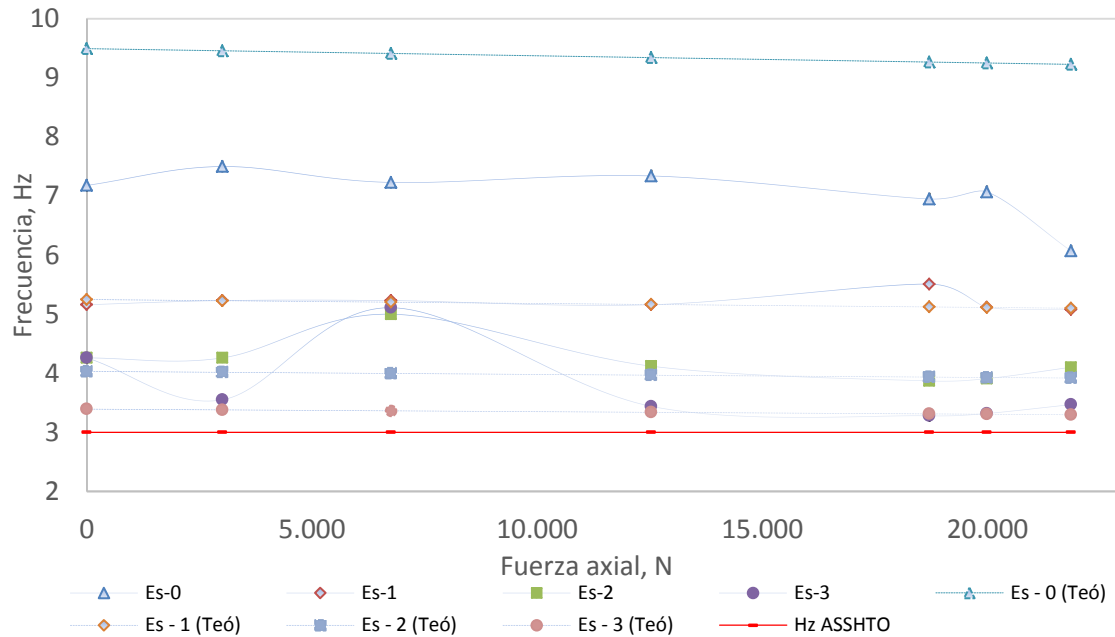


Figura 36. Comparativo de frecuencias teóricas y experimentales para diferentes escenarios de carga viga HEA-100



Analizando las frecuencias obtenidas para las vigas IPE-200 y HEA-100 se encontró que cada viga para un mismo tensionamiento las frecuencias tienden a disminuir debido al incremento de la carga lateral; mientras que un mismo escenario de carga lateral, a medida que se incrementa el tensionamiento existe una leve disminución de las frecuencias en donde no es tan evidente el efecto de ablandamiento por compresión.

Comparando las frecuencias teóricas y experimentales se presentan diferencias sin embargo ambas tienen la misma tendencia de disminuir a medida que se incrementa el tensionamiento. Ahora comparando las frecuencias obtenidas con la normatividad se obtuvo que para todos los escenarios tanto para las vigas IPE-200 y HEA-100 están de acuerdo con la ASHTO 2008.

5 Capítulo IV – Conclusiones

1. Considerando los escenarios de carga lateral Es-1, Es-2 y Es-3 se encontró que el tensionamiento genera en las vigas metálicas HEA-100 e IPE-200 una reducción promedio de la deflexión del 44,50% y del 64% respectivamente. Estos resultados son acordes con la literatura reportada por Hong et al. (2009) y Bull et al. (2000) en lo referente a que el tensionamiento disminuye la deflexión en un 15 al 20%, además las excentricidades de los cables en las vigas incrementa la rigidez aparente disminuyendo las deflexiones generadas en la viga.
2. Para cada uno de los escenarios Es-1, Es-2 y Es-3 de las vigas IPE-200 y HEA-100 se encontró que el incremento del tensionamiento genera una ligera disminución de la frecuencia del orden en promedio de un 5,06% y un 9,38% respectivamente, lo que es conocido como ablandamiento por compresión.
3. De las modelaciones realizadas a las vigas HEA-100 e IPE-200 para cada tensionamiento se comprobó que en los únicos lugares donde se presentaron concentración de esfuerzos fue en la platina en donde se aplicó la carga axial. Adicionalmente no se presentó pandeo lateral en las vigas debido principalmente a la restricción del patín superior de la viga y además las cargas axiales aplicadas representaron un 1,56% y un 5,52% de las cargas críticas de pandeo para las vigas HEA-100 e IPE-200 respectivamente.

6 Capítulo V – Recomendación

1. Se recomienda investigar las razones por las cuales existe una diferencia entre las frecuencias obtenidas en esta investigación, disminución de la frecuencia cuando se incrementa el tensionamiento, con las obtenidas de manera teórica porque cuando se incrementar el tensionamiento genera un aumento de la rigidez aparente de la viga y por lo tanto un incremento de su frecuencia.

7 Capítulo VI – Referencias

Abaqus 6.9. Theory manual. Simulia. (2009)

Areiza, G. (1999). Mejoramiento de la capacidad de carga de puente metálico mediante tensionamiento con torones de alta resistencia. *V congreso iberoamericano de patología de las construcciones. VII congreso de control de calidad*, 1051-1056.

Avellaneda G., Noguera, R. & Muñoz, E. (2012). Development of an computational algorith for estimating cables tensile stress on cable-stayed bridges based on experimental laboratory and job site measurements on their natural vibration modes and frequencies. *Ingeniería de Construcción*, 27 (3), 150-180.

Belletti, B & Gasperi, A. (2010). Behavior of Prestressed Steel Beams. *Journal of structural engineering ASCE*, 36 (9), 1131 – 1139. doi: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000208

Beer, F. P y Johnnston, E. R. (1993). *Mecánica de materiales*. México D.F.: Mc Graw Hill

De Luca, V. & Marano, C. (2012). Prestressed glulam timbers reinforced with steel bars. *Construction and Building Materials*. 30, 206-217.

Norma Colombiana de Diseño de Puentes – LRFD –CCP14. Ministerio de Transporte. Instituto Nacional de Vías. (2014).

AASHTO Guide Specifications for Design of FRP Pedestrian Bridges, 1st Edition. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC. (2008)

Chopra, Anil K. (1995). *Dynamics of Structures*. Prentice Hall. United States of America.

Chandrupatla, T. & Belegundu, A. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. Mexico: Pearson Hall.

Center for Research and Education. Bridge Engineering Center. Iowa State University. Final Report (2003). Evaluation of post-tension strengthened steel girder bridge using frp bars. Department of Transportation and the Federal Highway Administration.

Maria Garlock, Richard Sause & James M. Ricles (2004). Design and behavior of post-tensioned steel moment fram. 13th World Conference on Earthquake Engineering. 2560

Jae-Yuel Oh, Deuck Hang Lee & Kang Su Kim. (2012). Accordion effect of prestressed steel beams with corrugated webs. *Thin-Walled Structures*, 57, 49-61.

Sunkyu Park, Taewan Kim, kwangsoo Kim & Sung-Nam Hong. (2009). Flexural behavior of steel I-beam prestressed with externally unbonded tendons. *Journal of Constructional Steel Research*, 66, 125-132

Sunkyu Park, Taewan Kim & Sung-Nam Hong. (2010). Flexural behavior of continuous steel girder with external post-tensioning and section enhancement. *Journal of Constructional Steel Research*, 66, 248-255

Vélez W. (2010). Identificación de fuerza de tensionamiento en vigas Preesforzadas a partir de mediciones de respuesta dinámica y Matrices genéricas. Tesis de Maestría. Escuela de Ingeniería Civil y Geomática. Universidad del Valle, Colombia.

Miyamoto. A, Tei K., Nakamura H. & Bull J. W. (2010). Behavior of prestressed beam strengthened with external tendons. *Journal of structural engineering*, 1033-1044.

Gosaye, J, Garner L, Wadee M. A. & Ellen M. E. (2014). Tensile performance of prestressed steel elements. *Engineering Structures*, 79, 234-243

Noble D., Nogal, M., O'Connor, A. & Pakrashi, V. (2015). Dynamic impact testing on post-tensioned Steel rectangular hollow sections; An investigation into the "compression-softening effect". *Journal of Sound and Vibration*, 355, 246–263

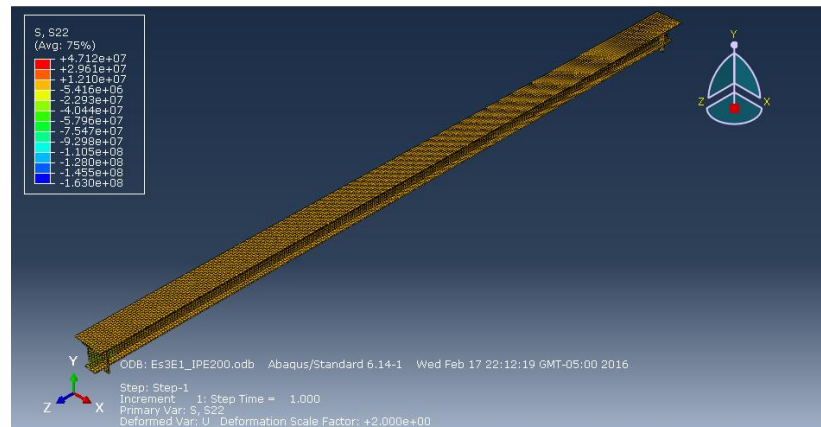
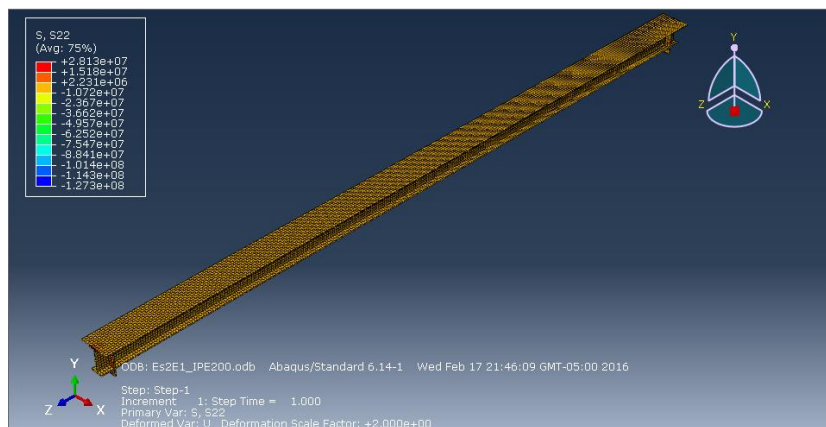
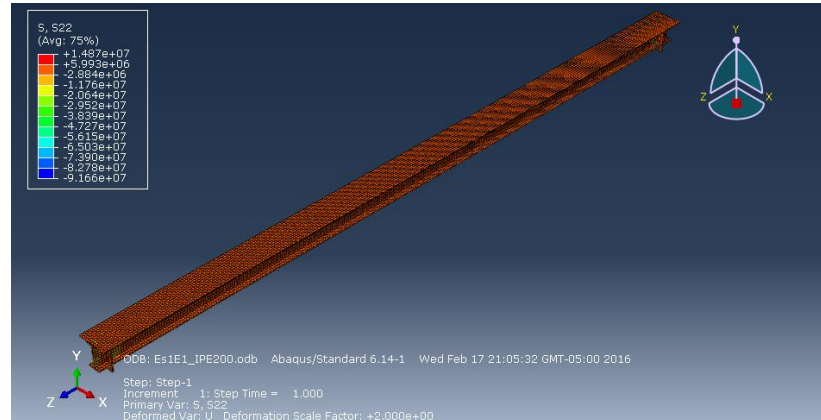
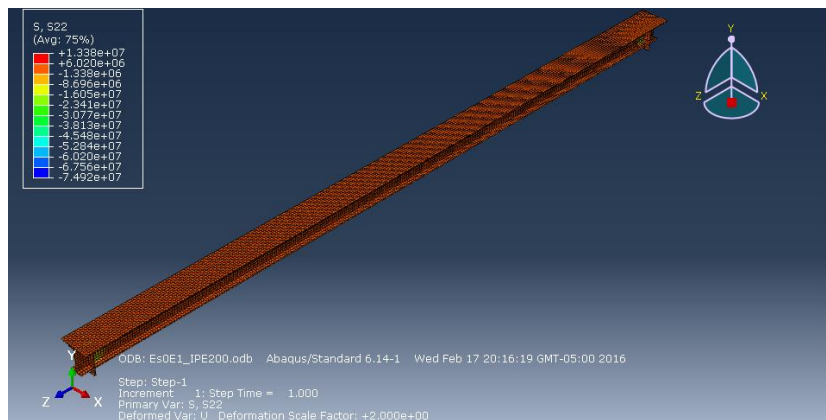
Liu H., Wang L., Tan G. & Cheng Y. (2013). Prestress force effect on natural frequencies of simply supported beams. *Applied mechanics and materials*, 275-277.

Zhang Y & Li R. (2007). Natural frequency of full- Prestressed concrete beam. *Transactions of Tianjin University*. 13 (5), 354-359

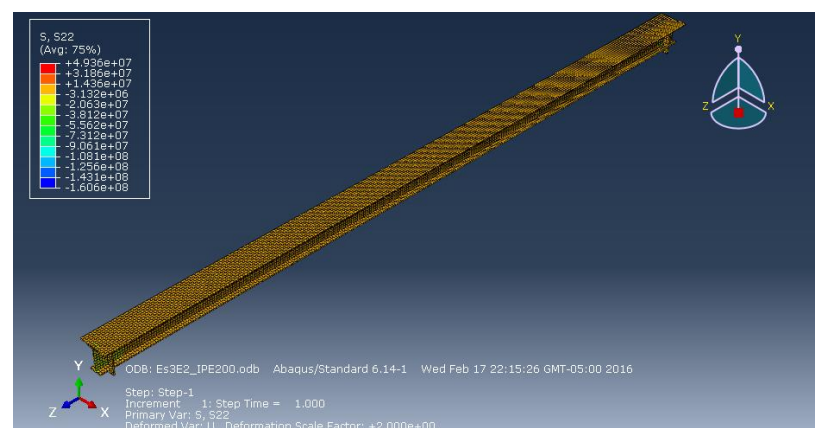
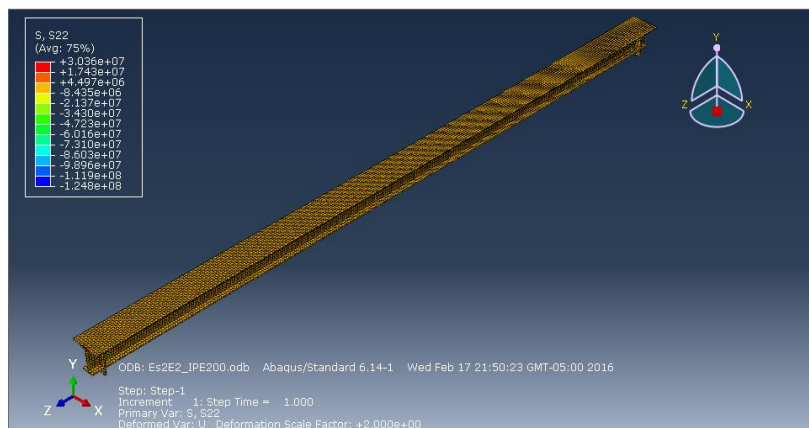
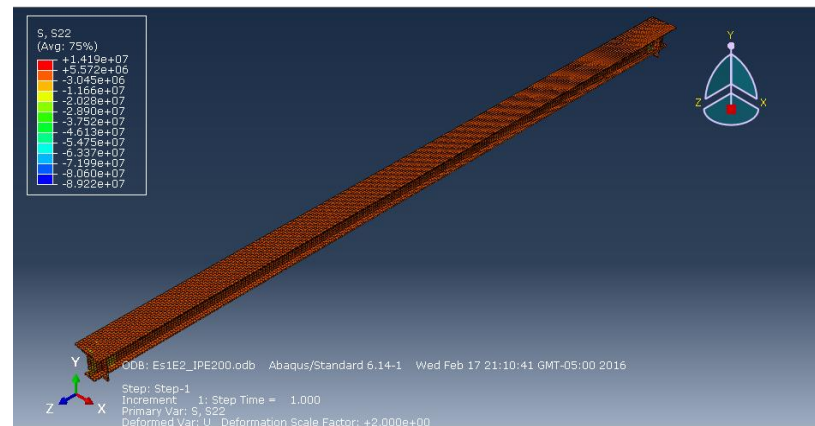
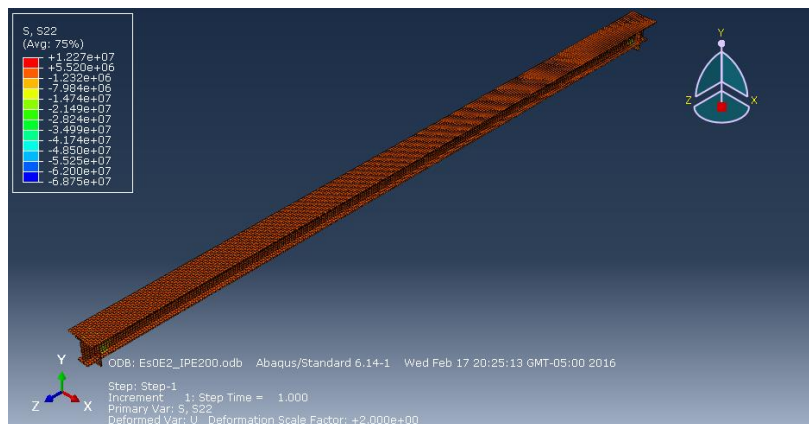
Matlab. Matrix Laboratory. R2015b. Mathworks

8 Capítulo VII – Anexo

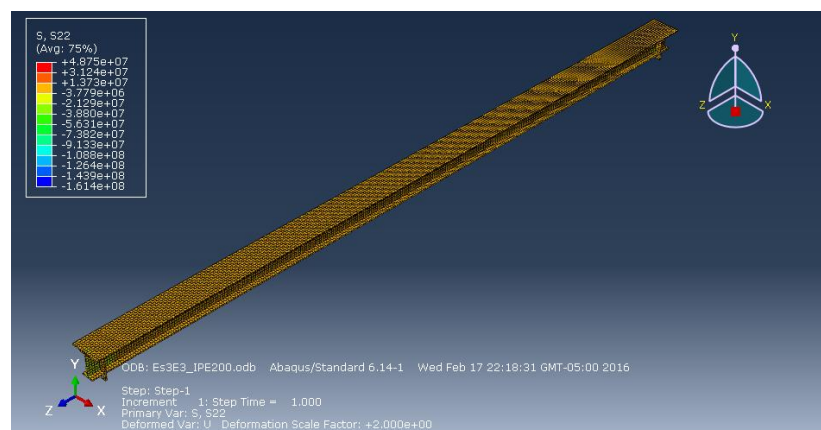
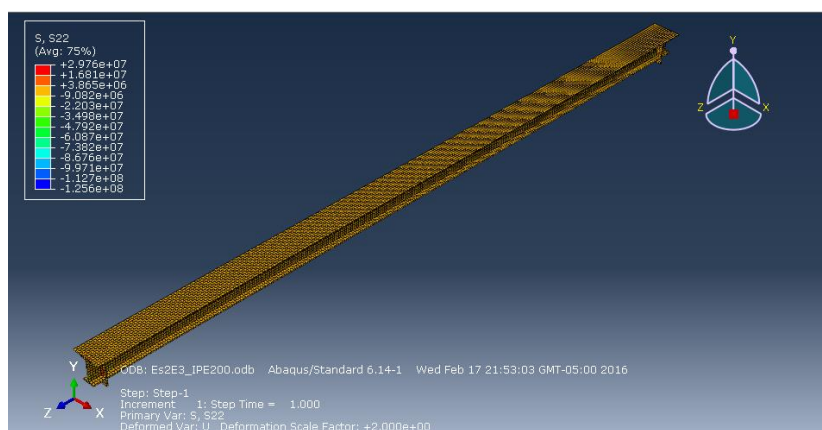
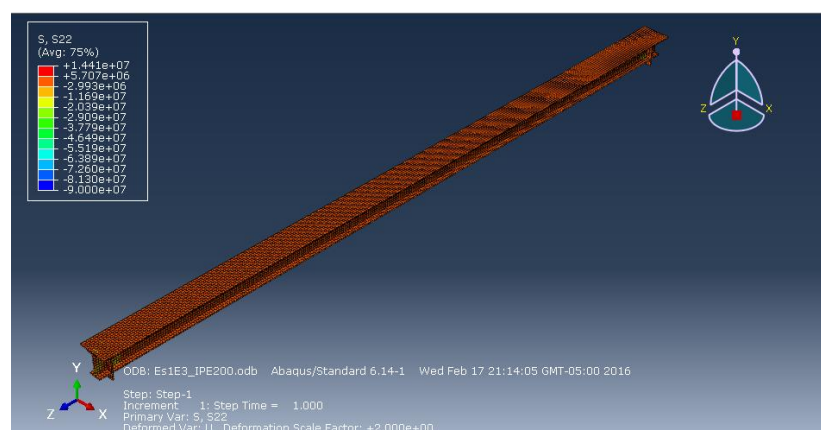
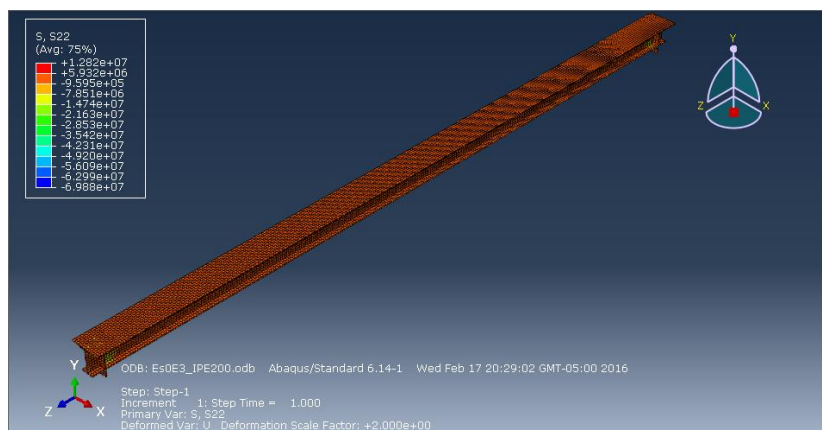
8.1 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



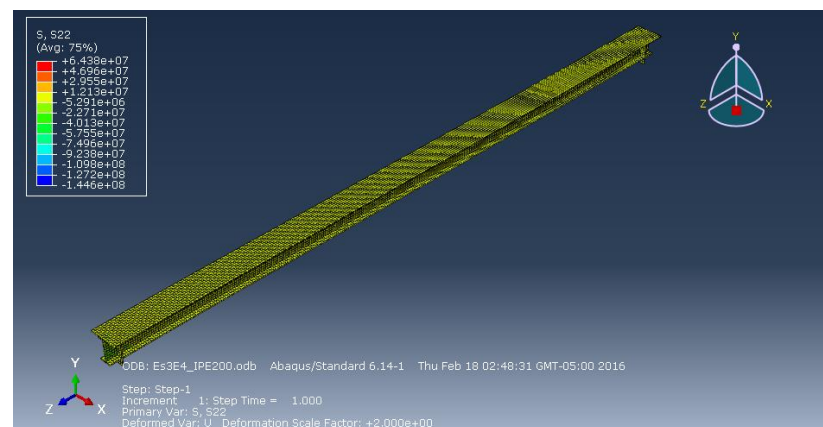
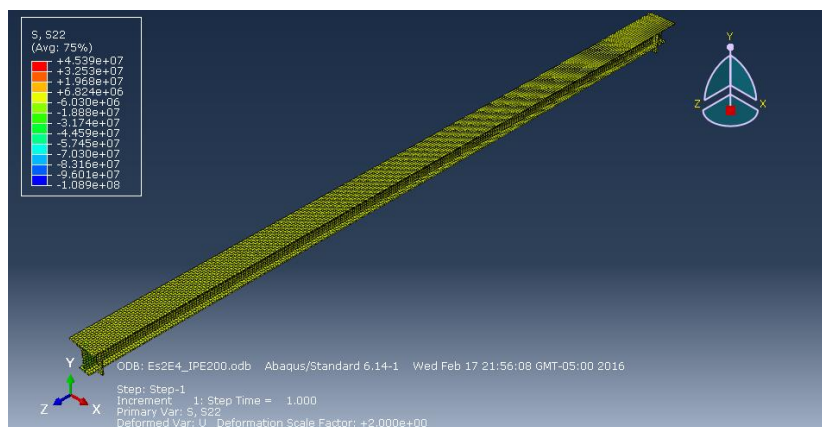
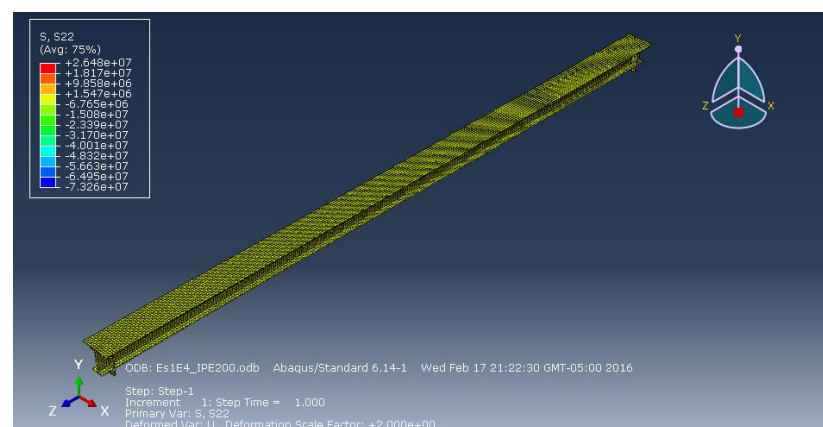
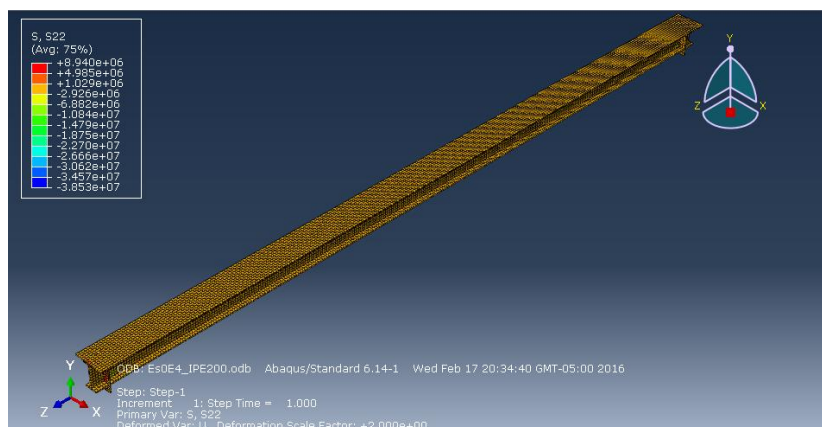
8.2 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



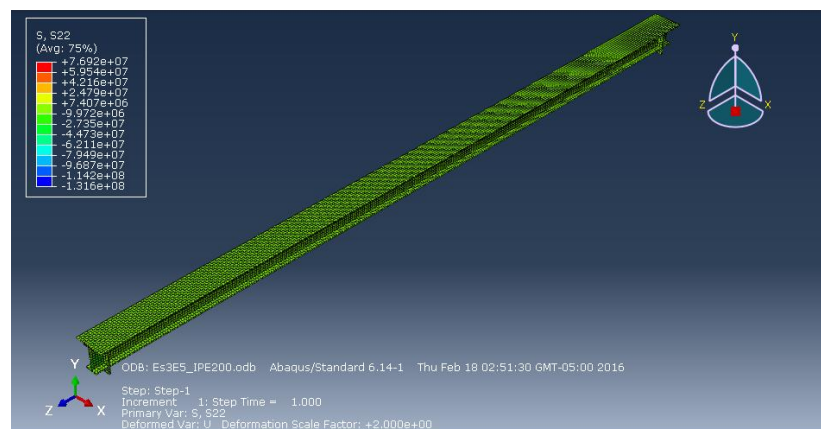
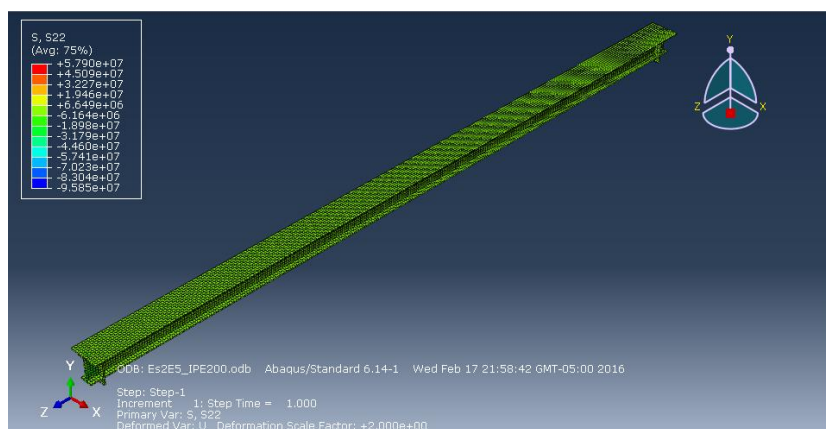
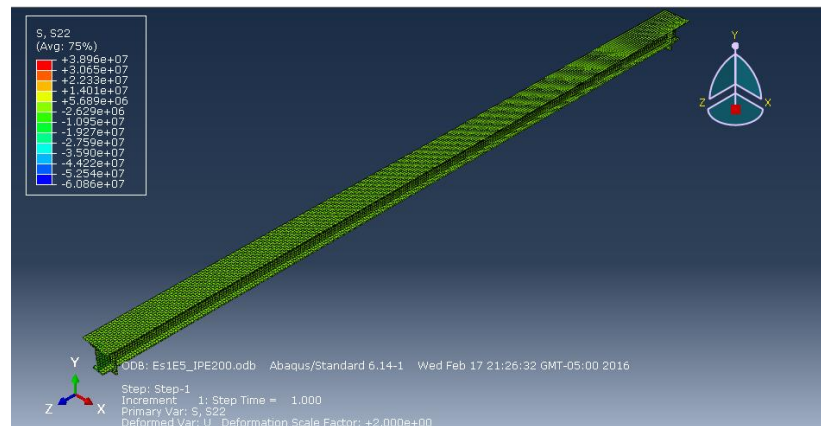
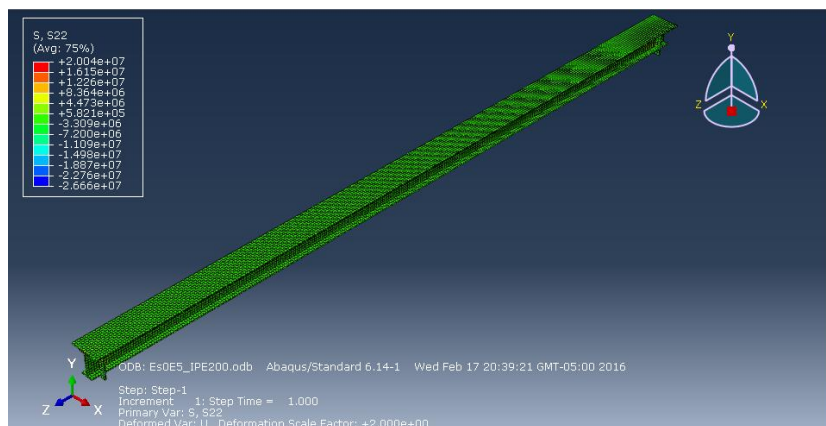
8.3 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



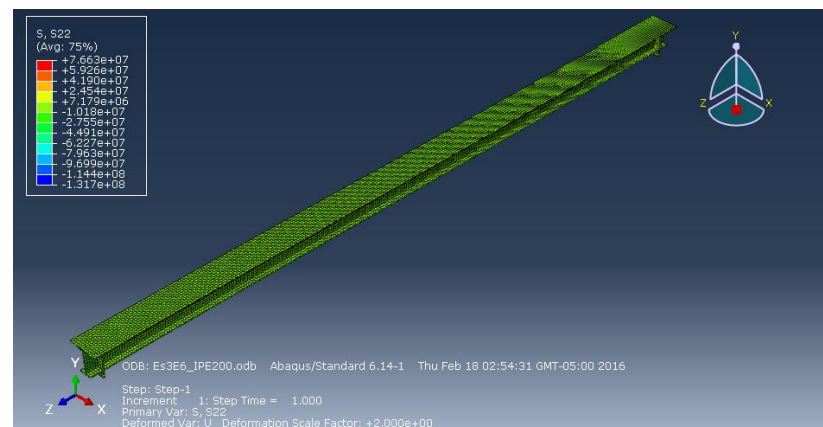
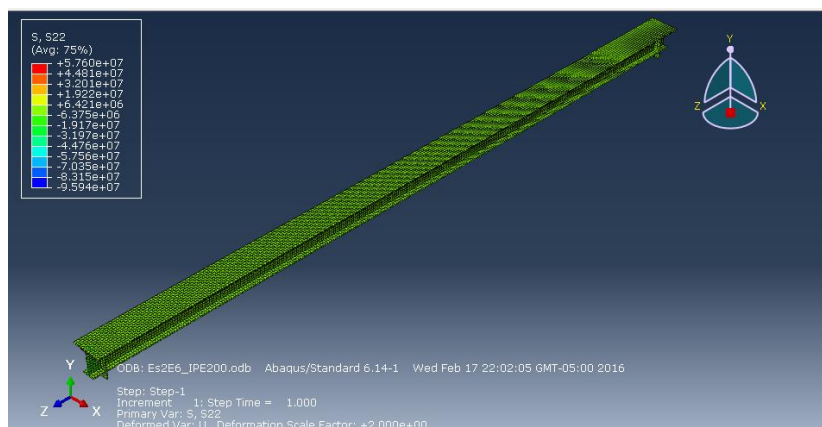
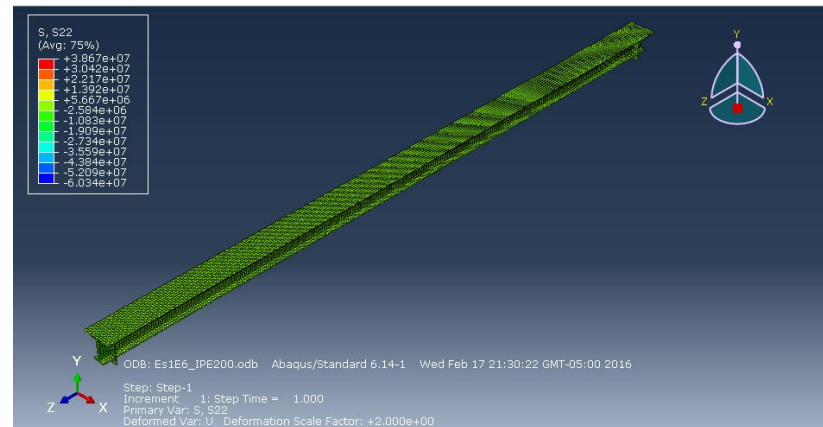
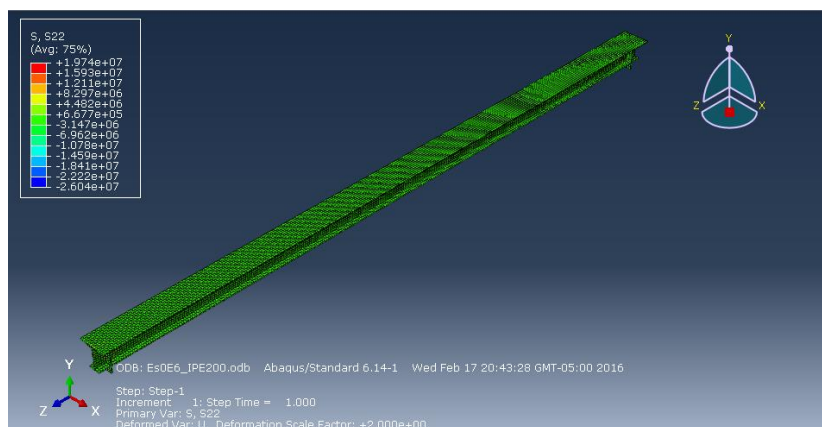
8.4 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



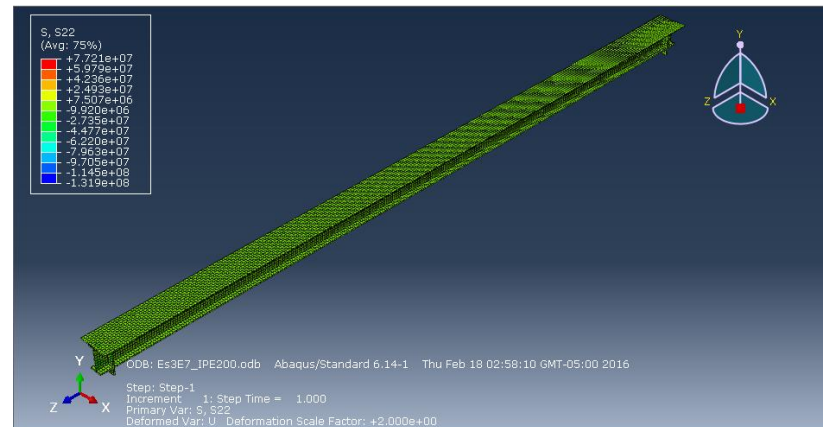
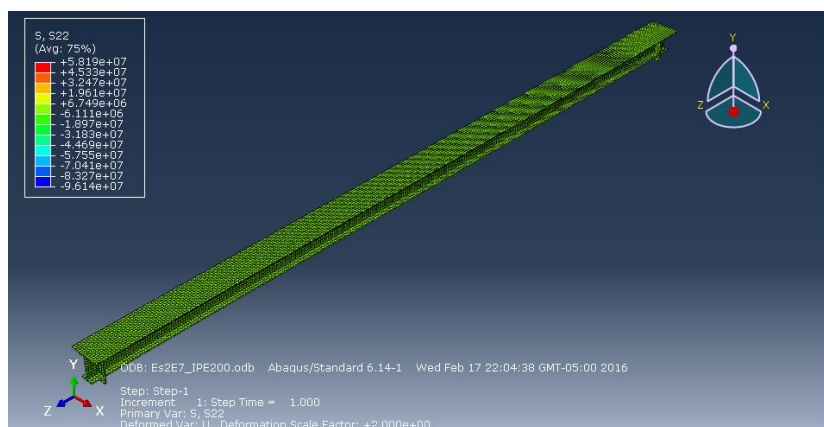
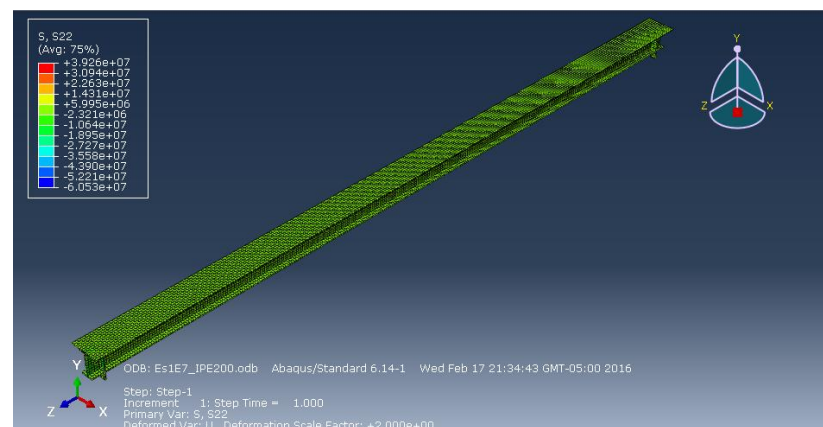
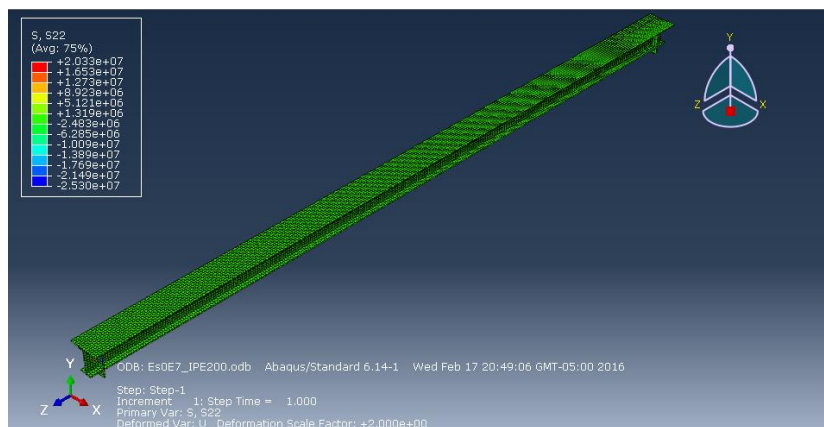
8.5 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



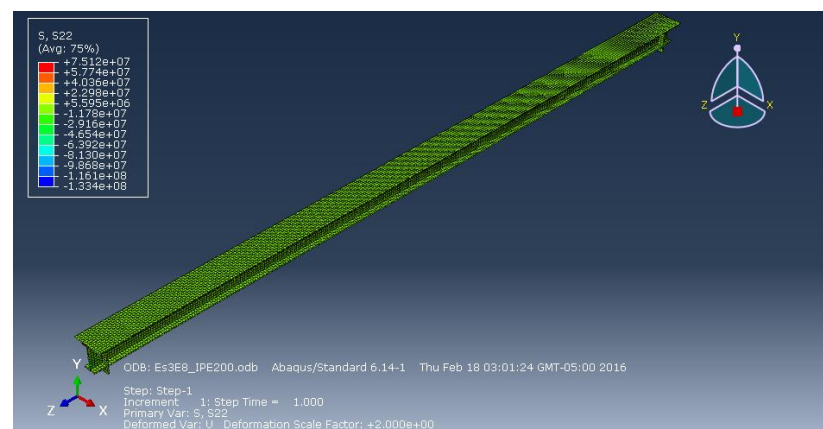
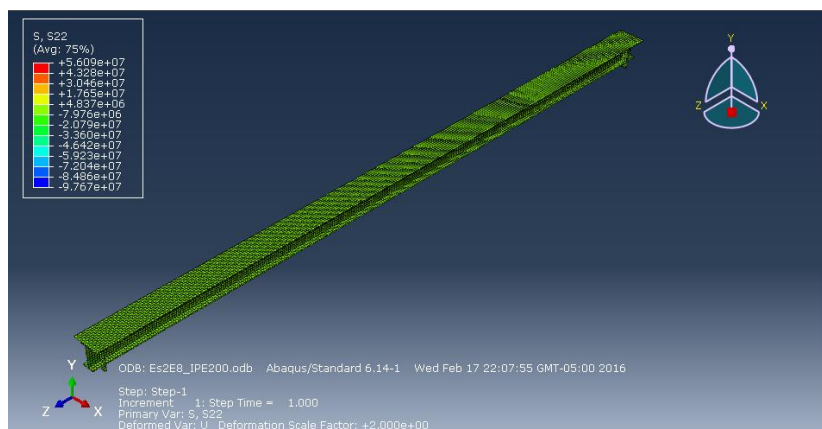
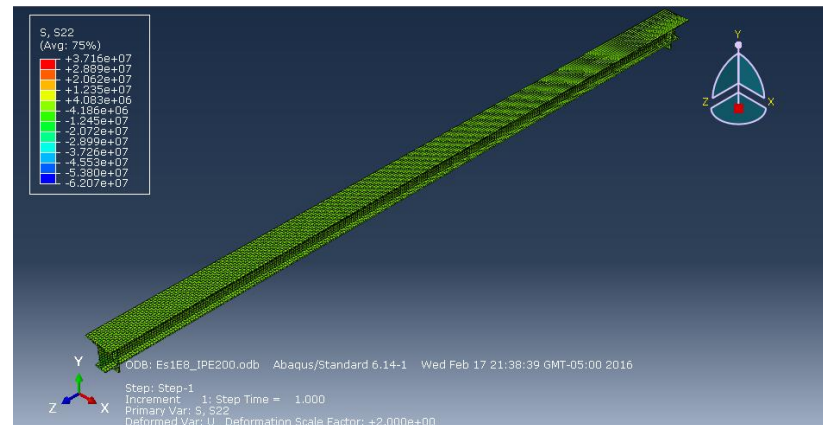
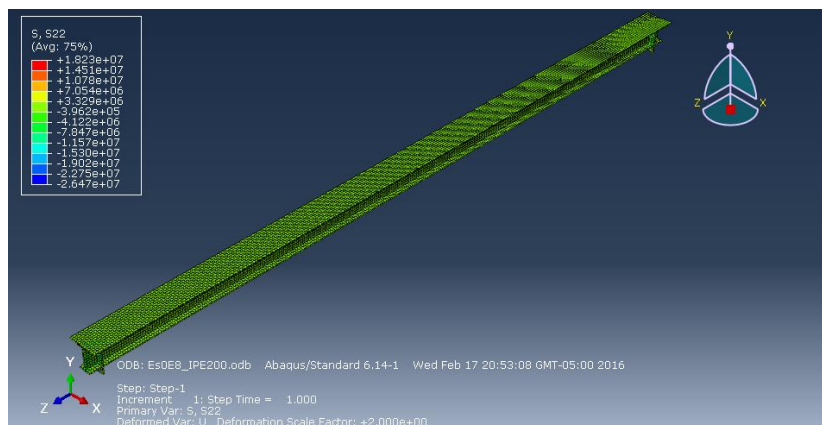
8.6 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



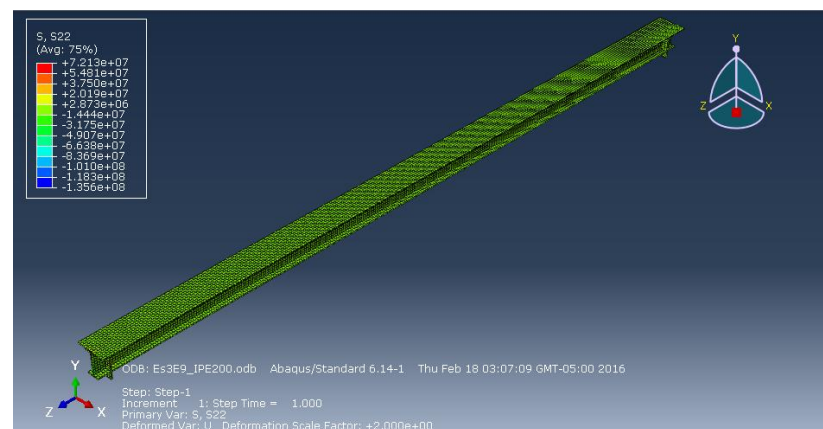
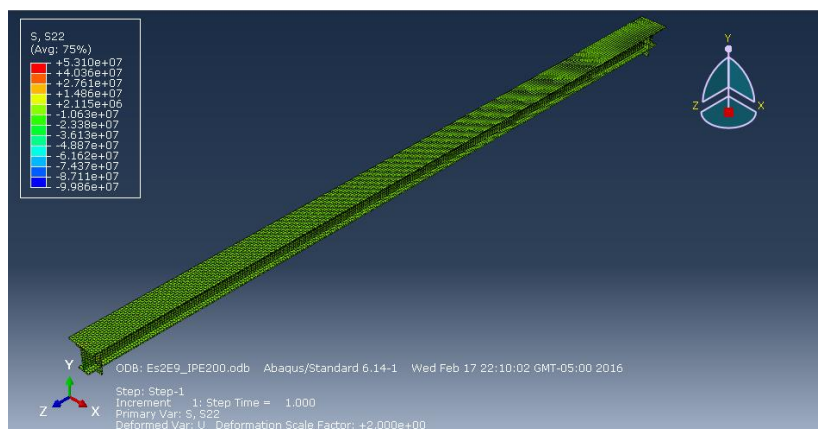
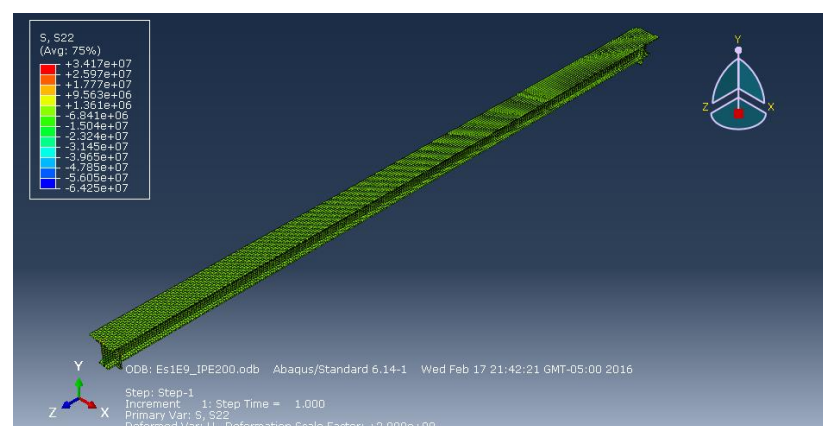
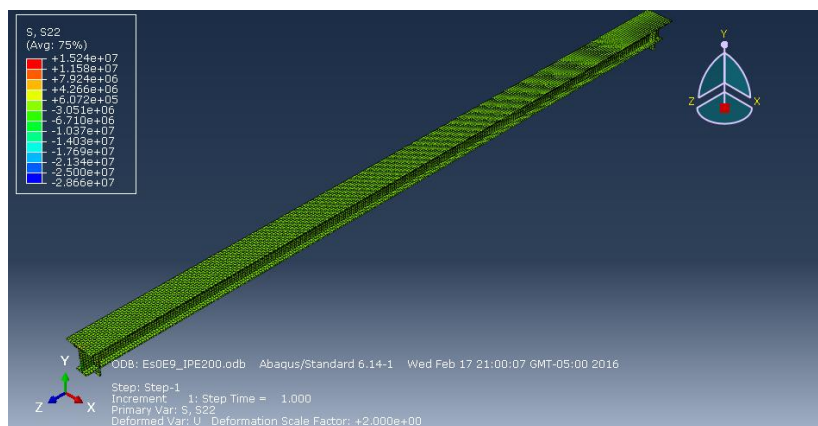
8.7 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



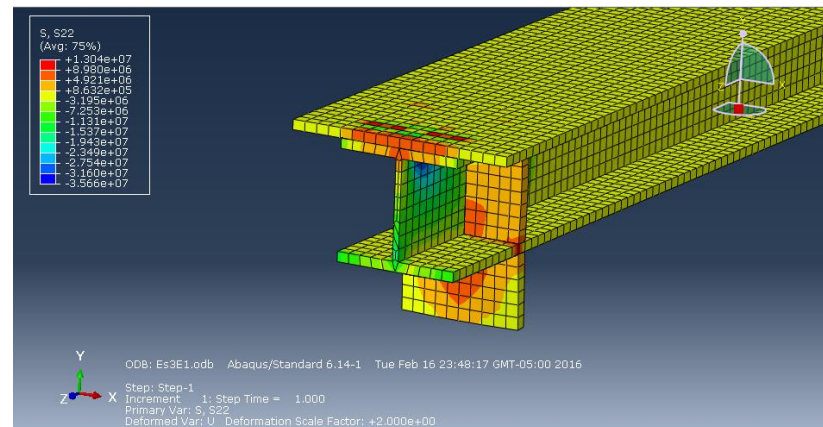
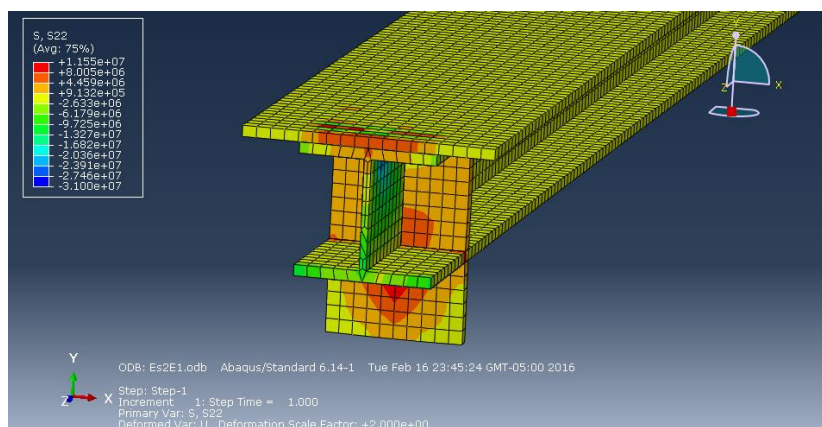
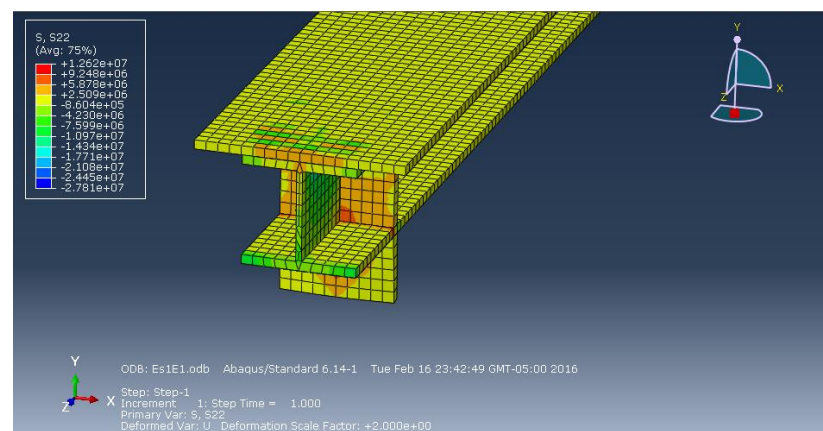
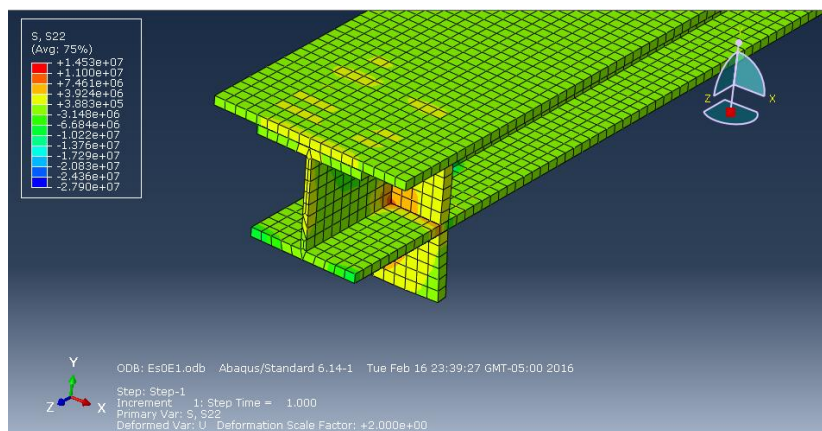
8.8 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 8 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



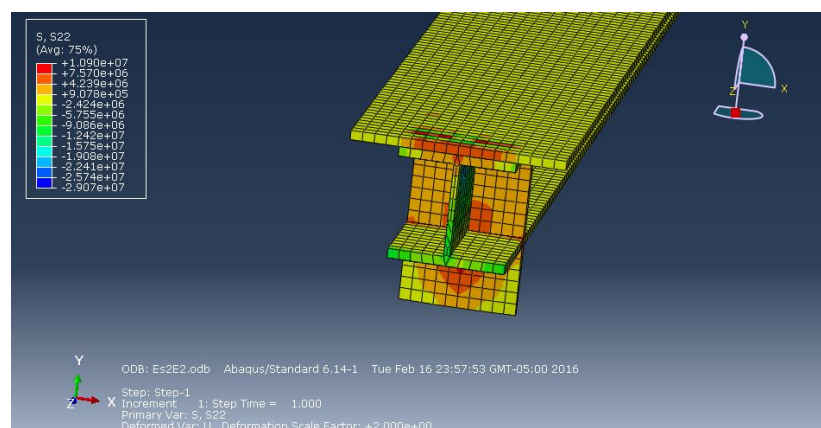
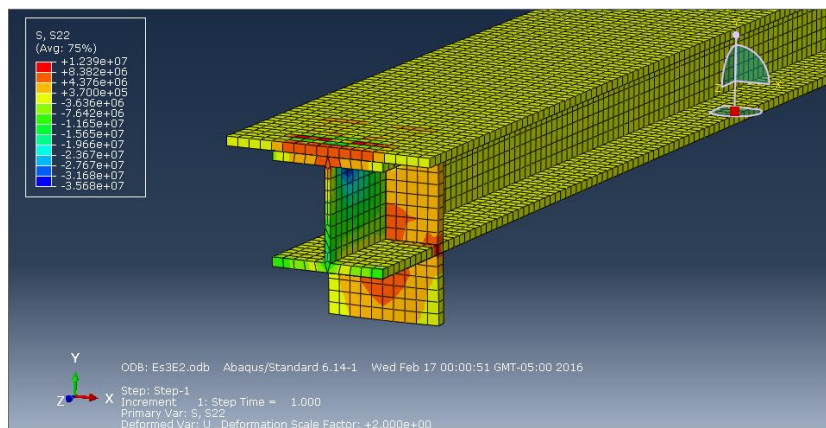
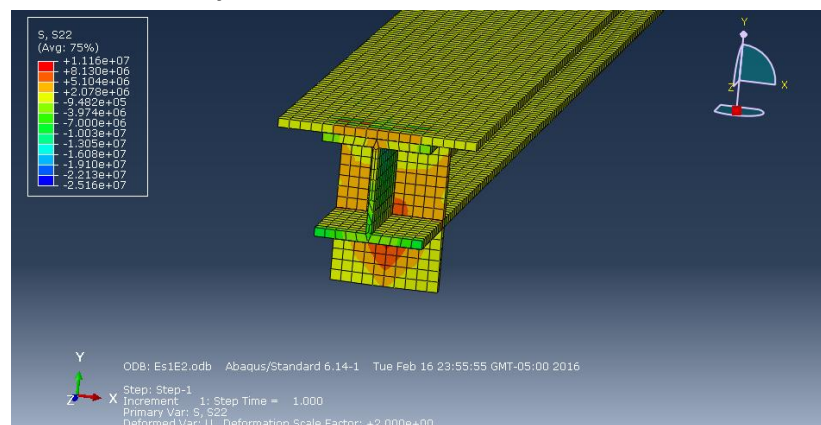
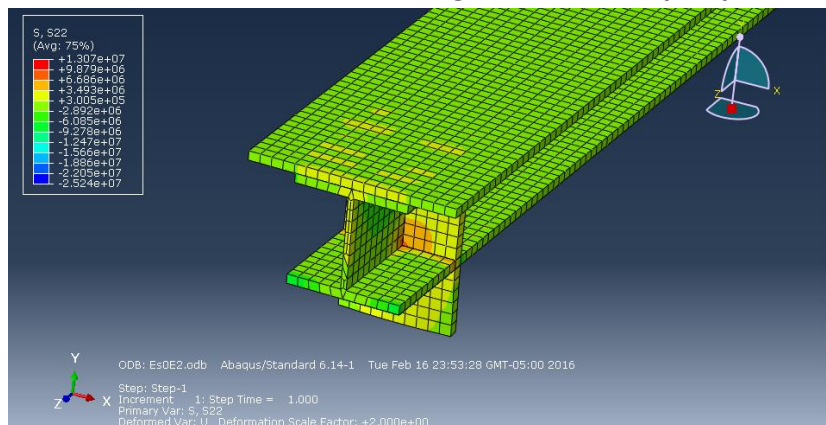
8.9 Concentración de esfuerzos Viga IPE-200. Ensayo 9 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



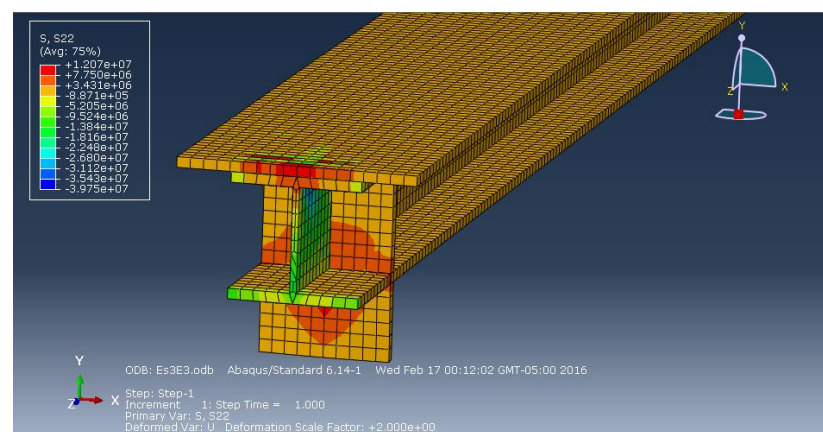
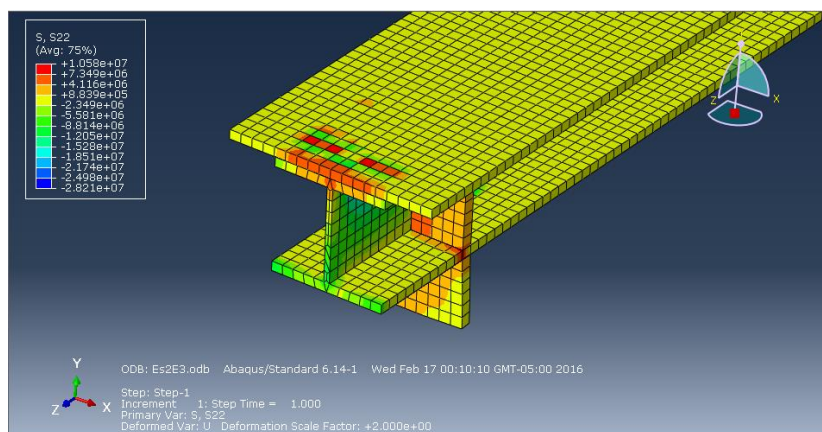
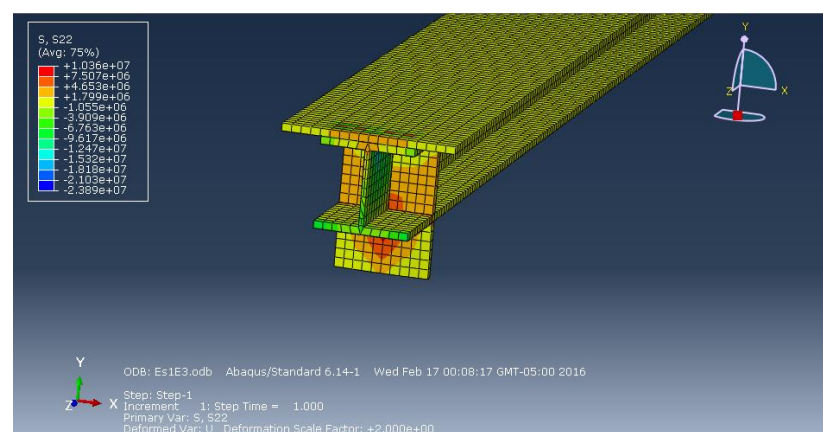
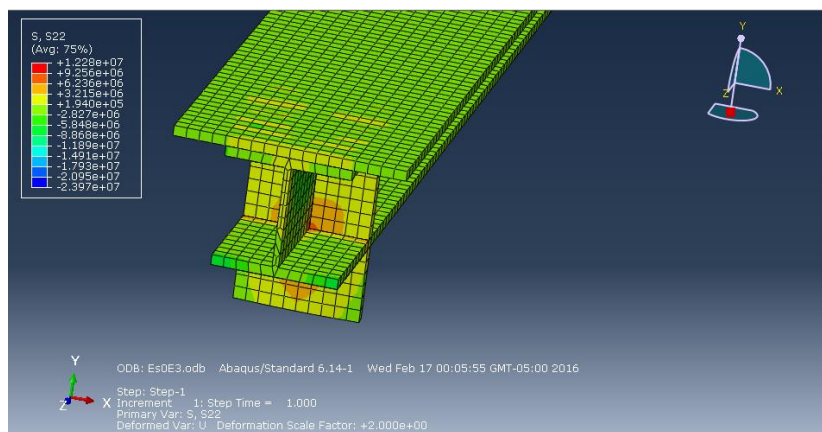
8.10 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



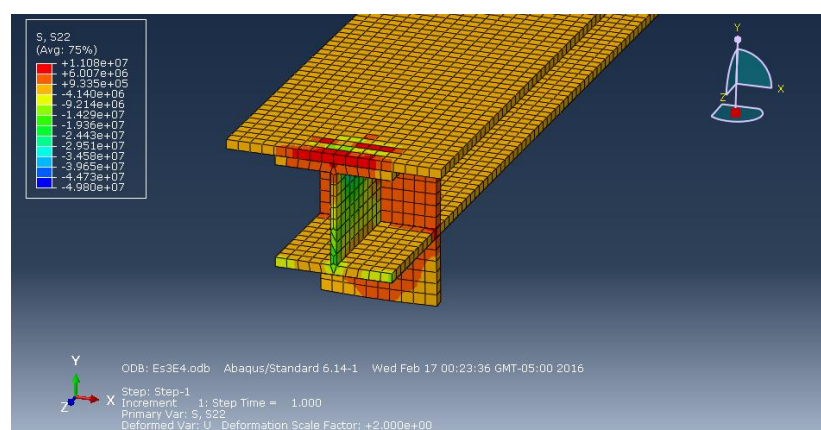
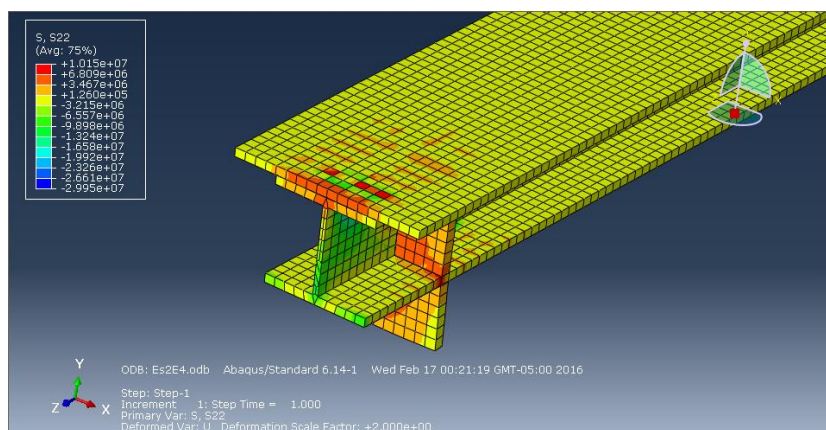
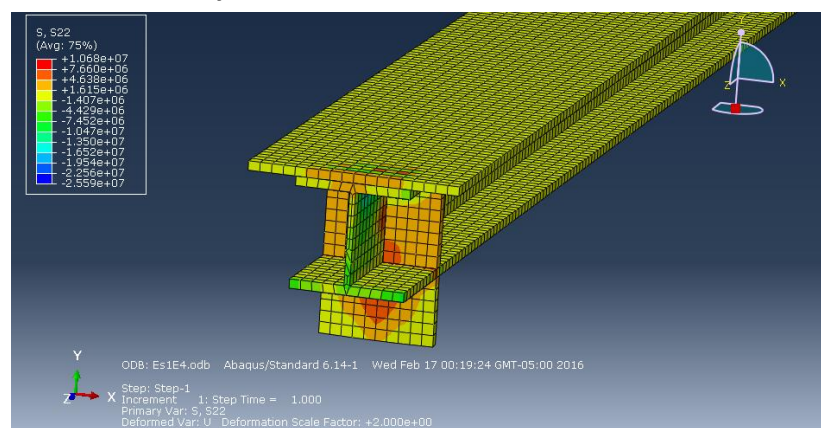
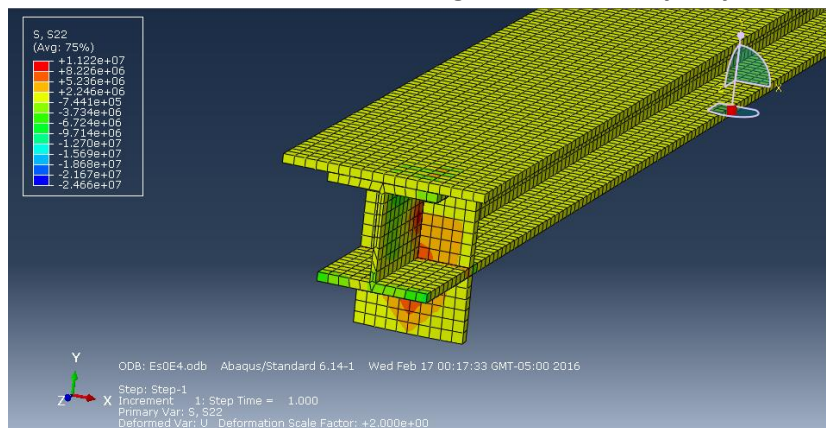
8.11 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



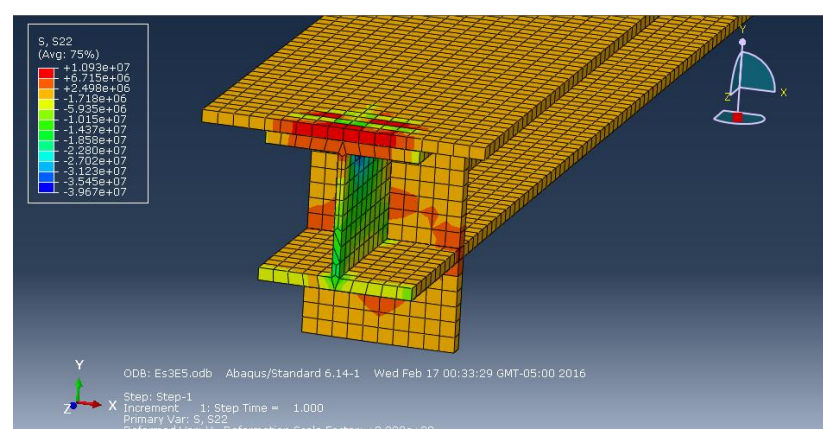
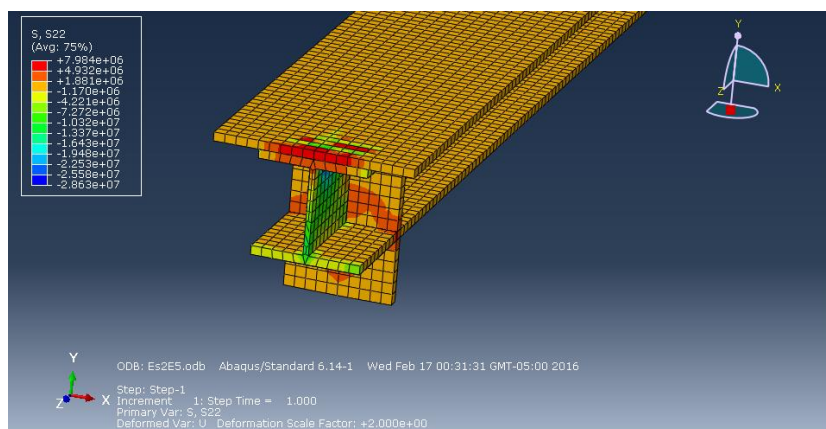
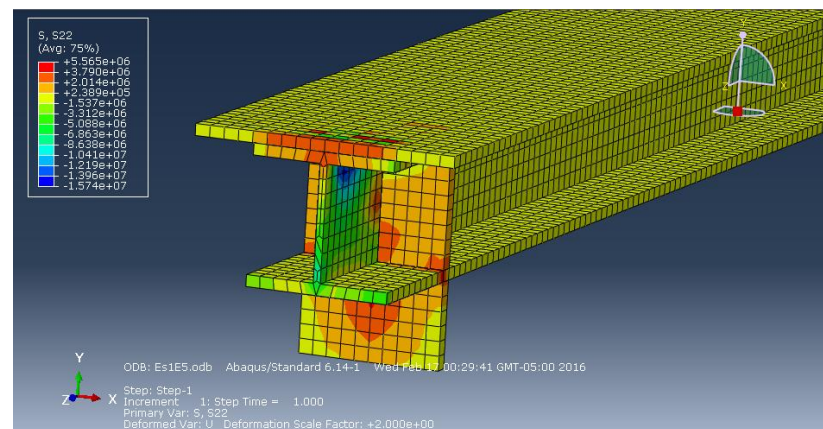
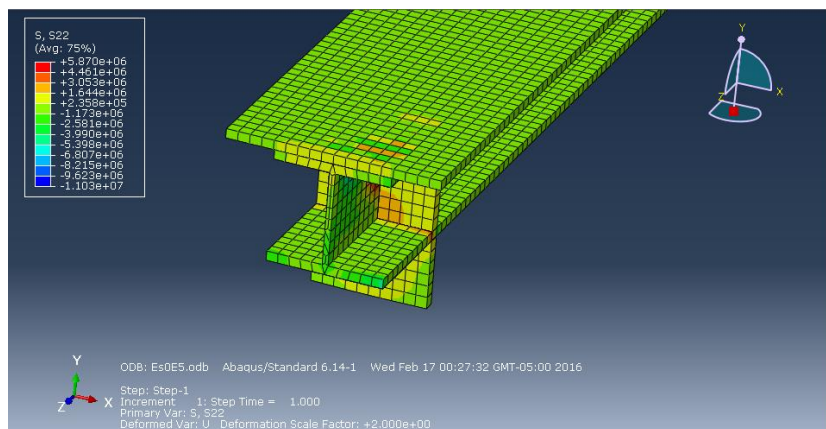
8.12 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



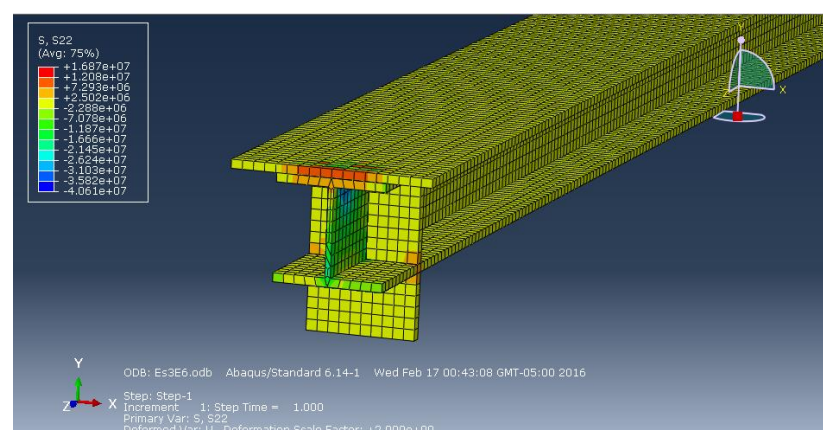
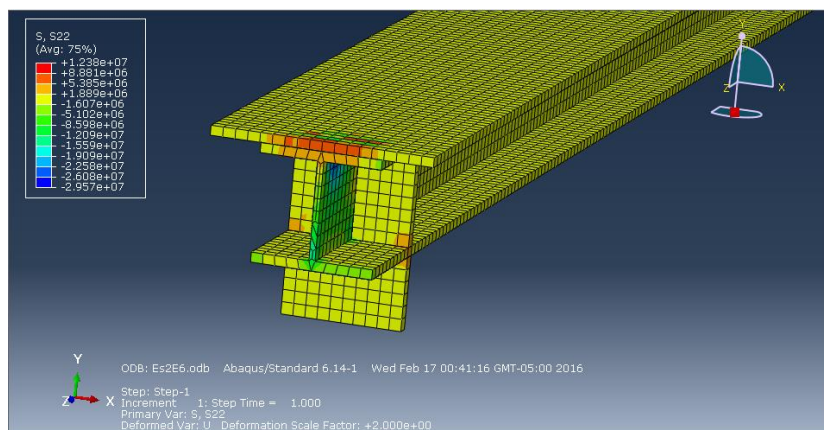
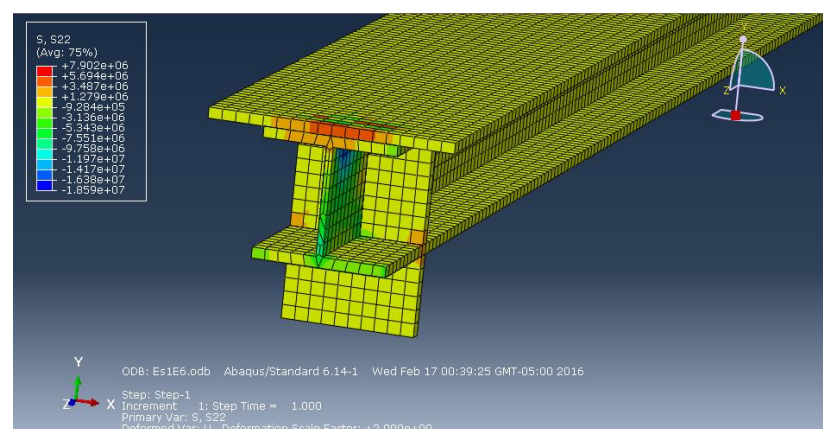
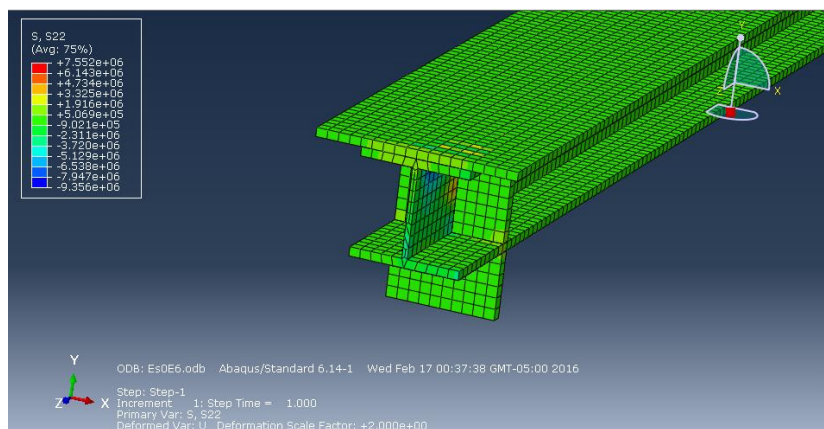
8.13 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



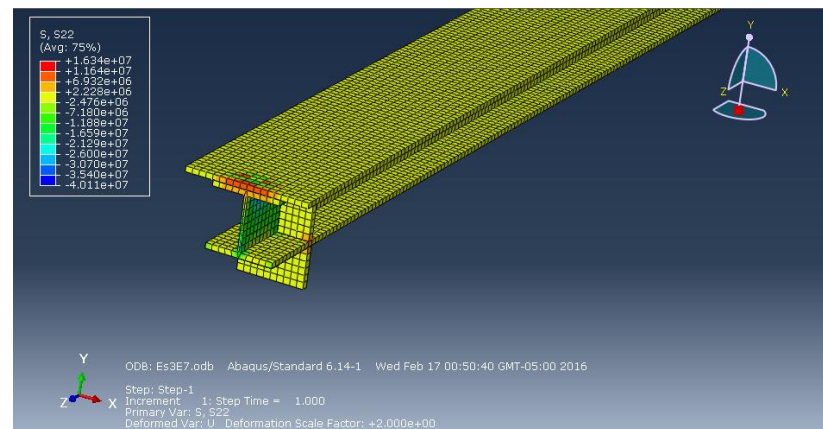
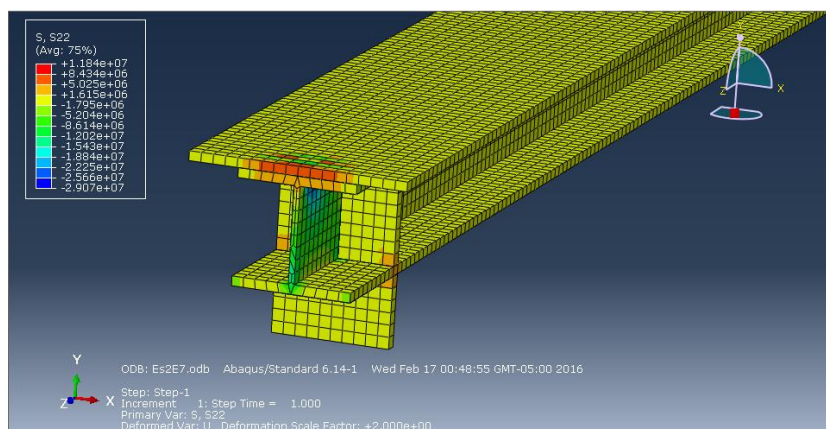
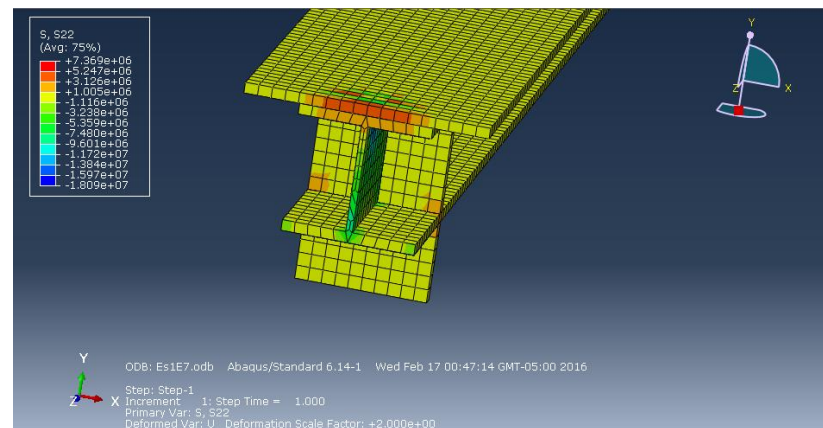
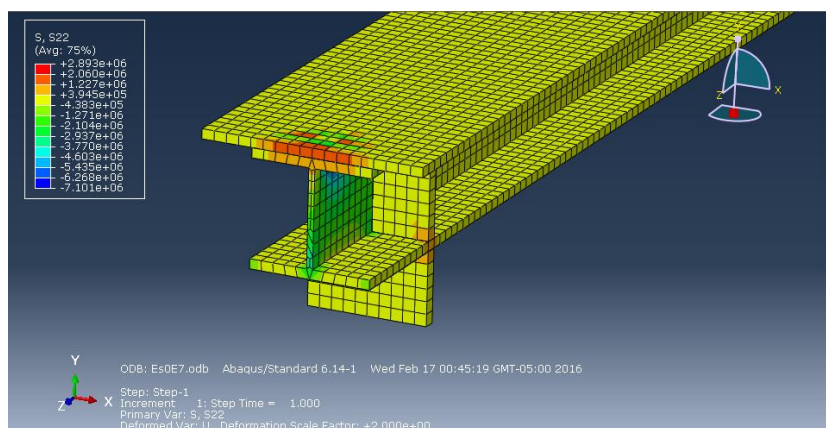
8.14 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



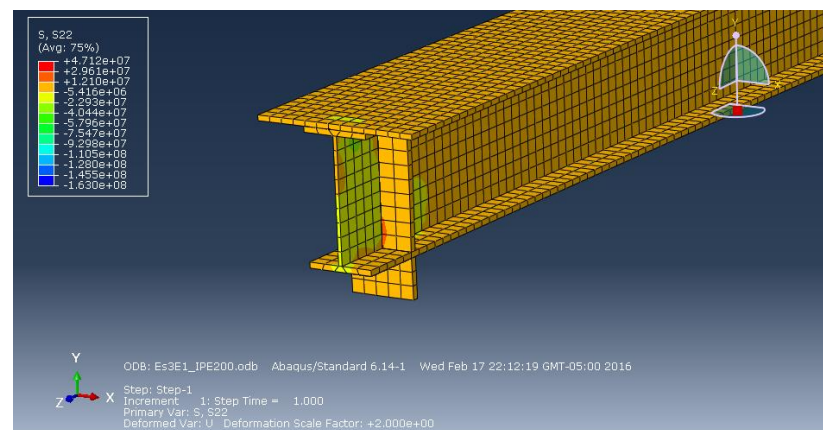
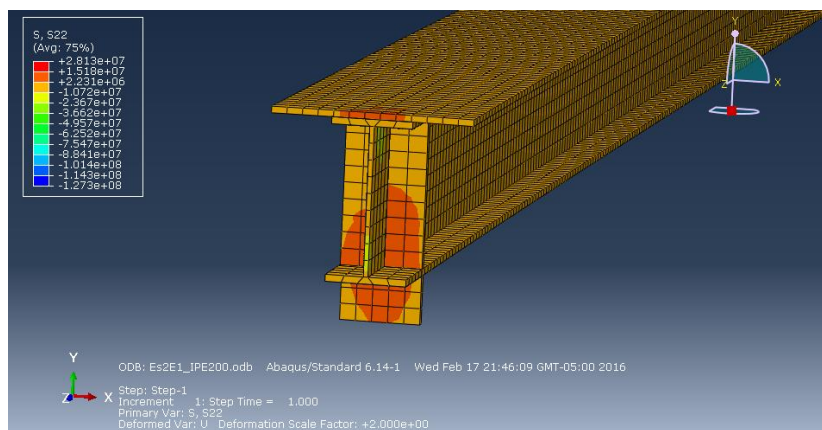
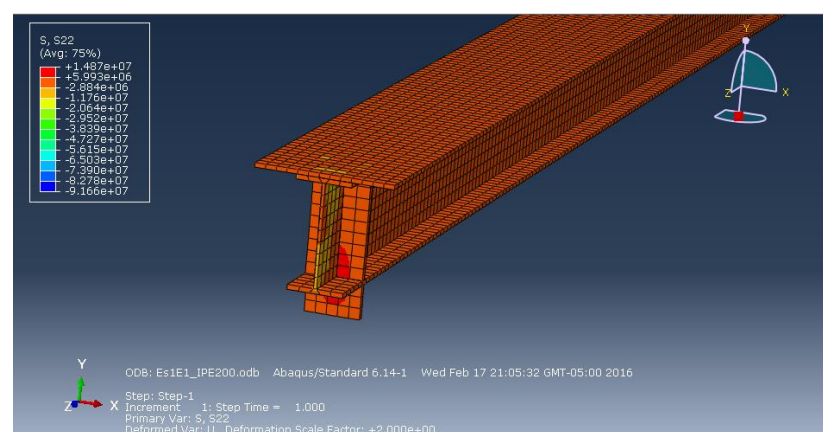
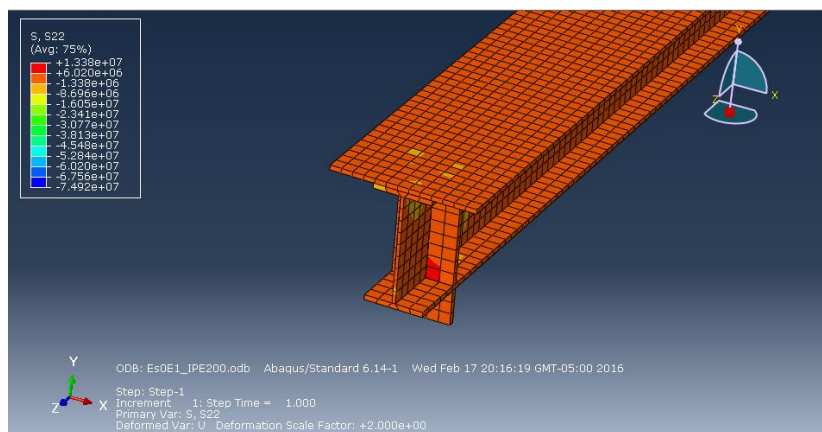
8.15 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



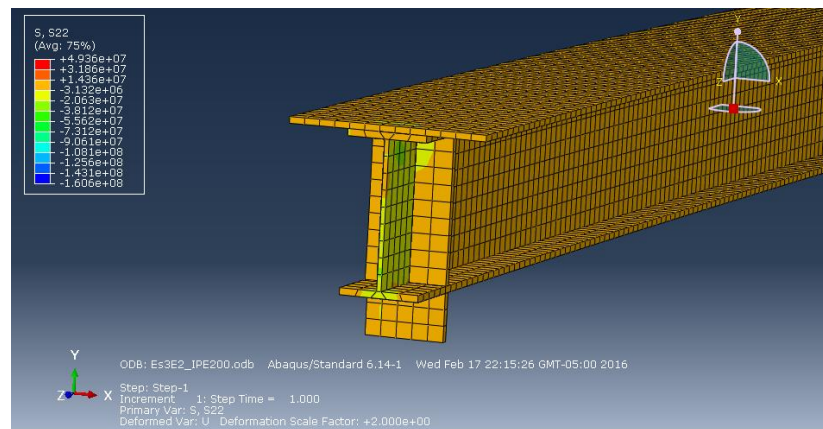
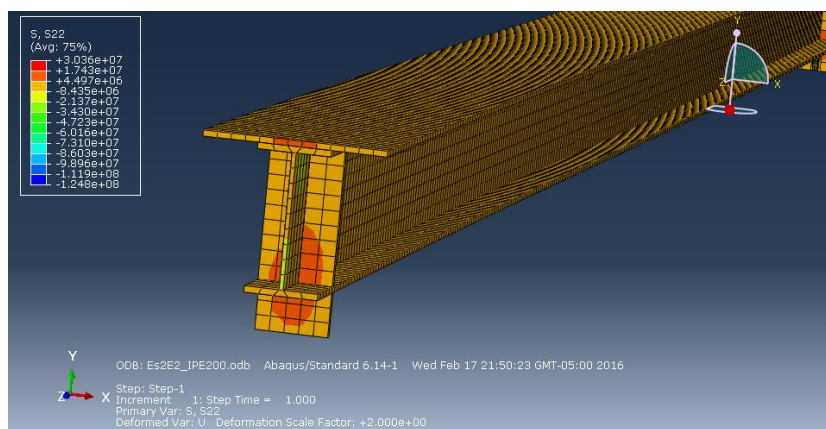
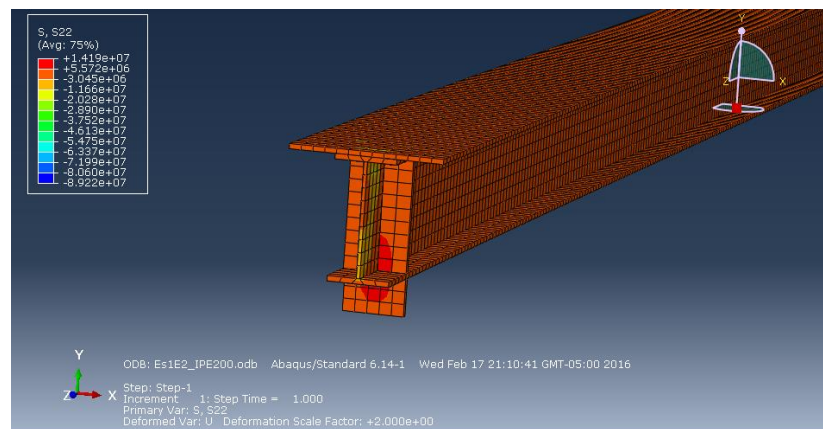
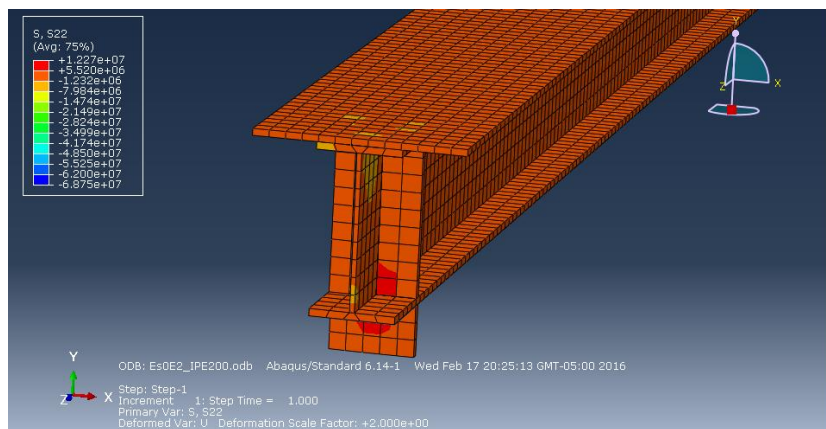
8.16 Concentración de esfuerzos Viga HEA-100. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



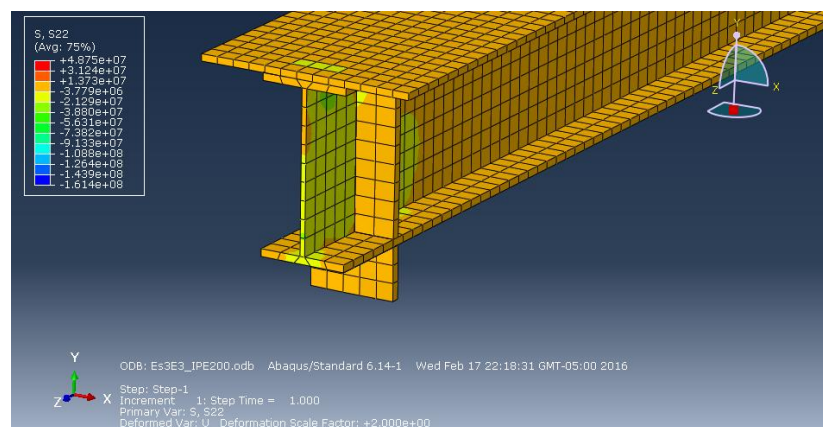
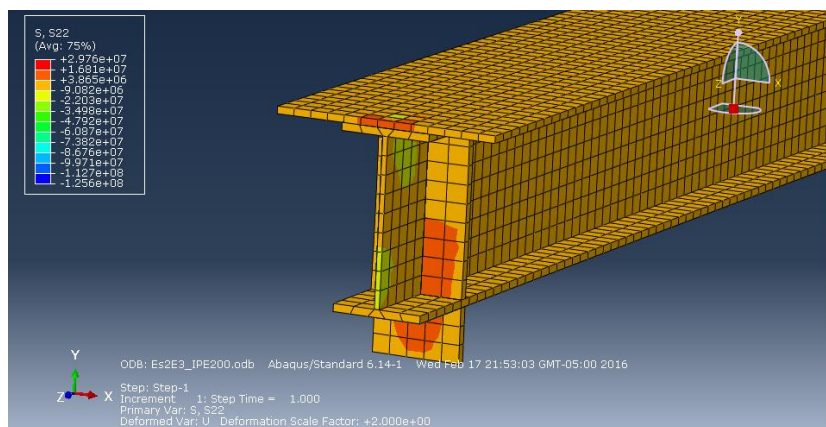
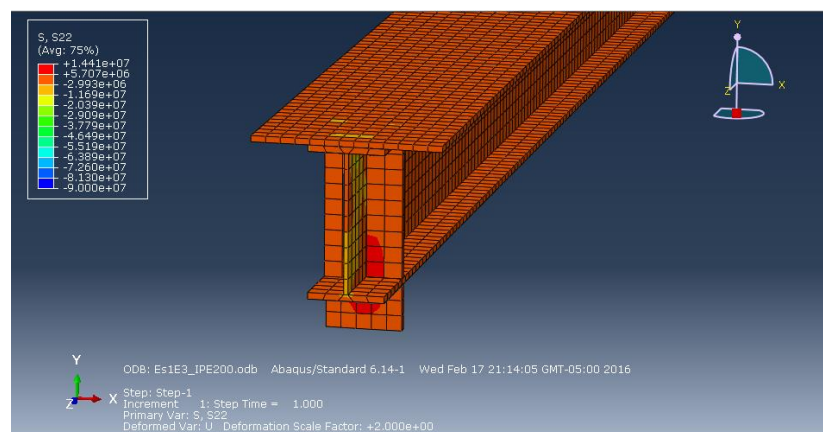
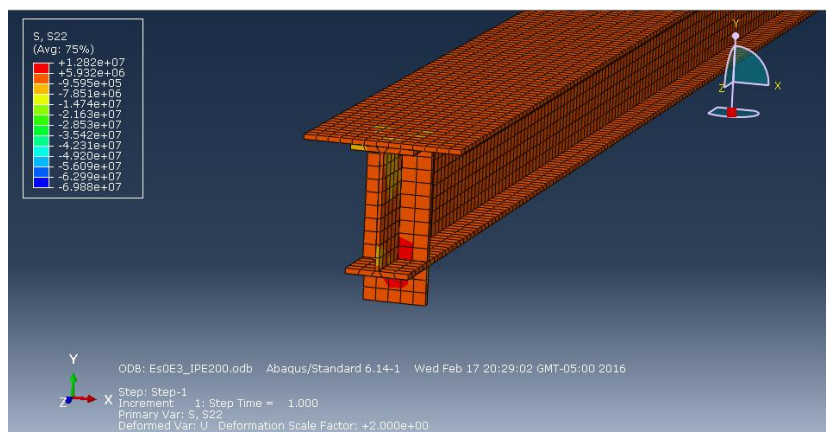
8.17 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



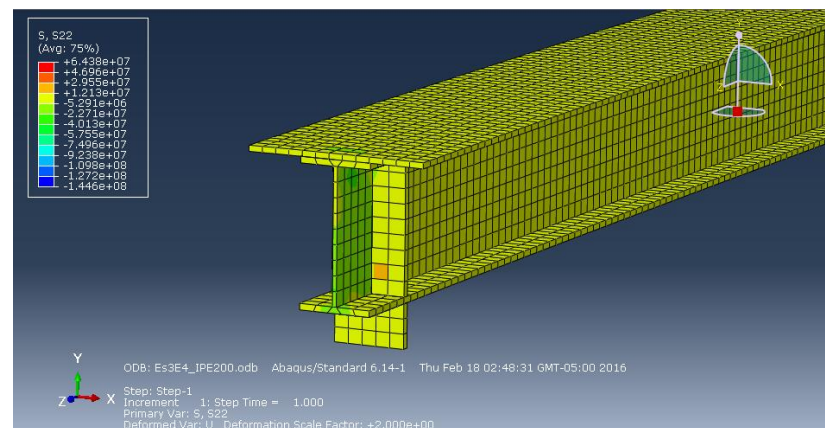
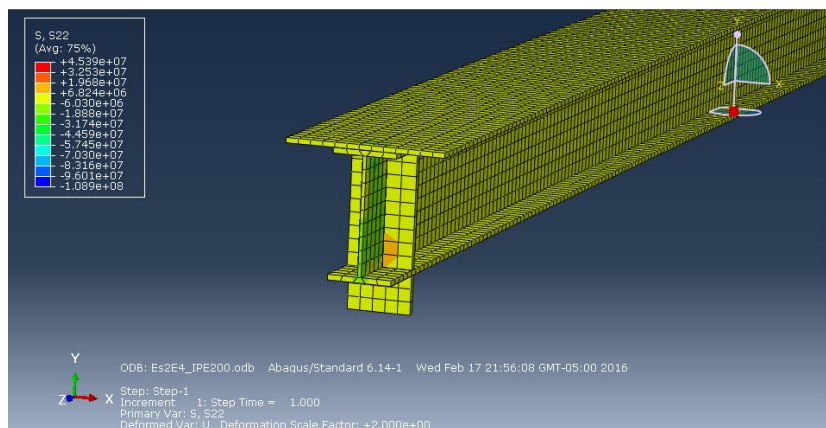
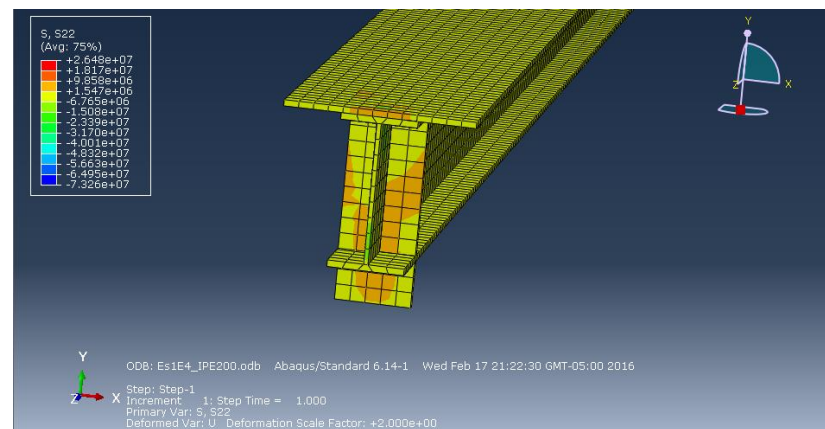
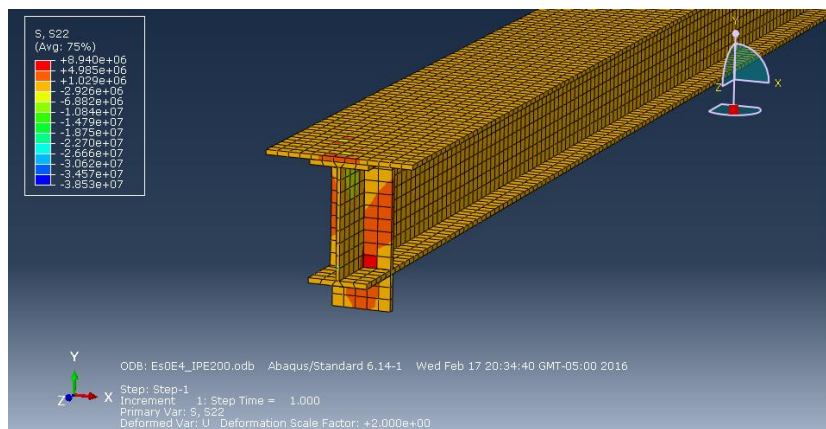
8.18 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



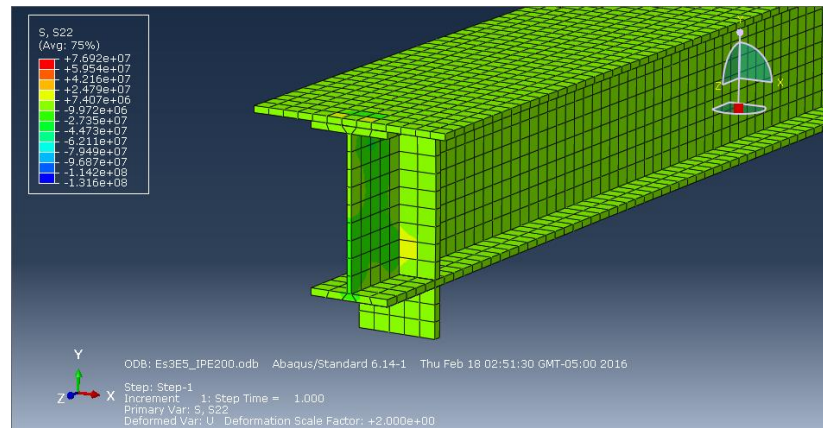
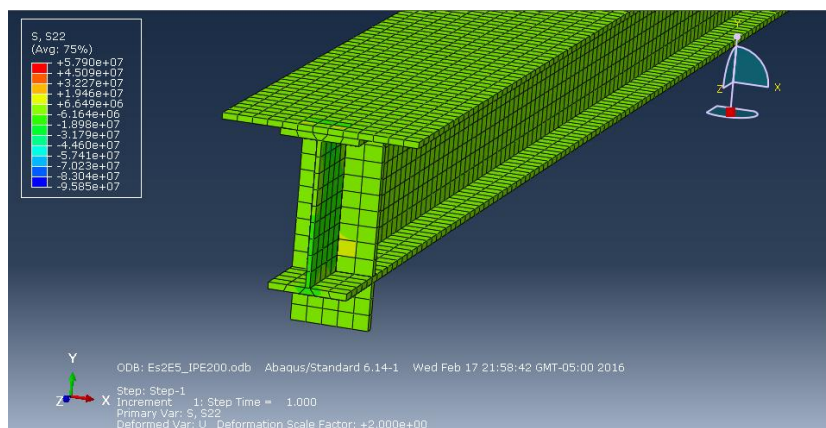
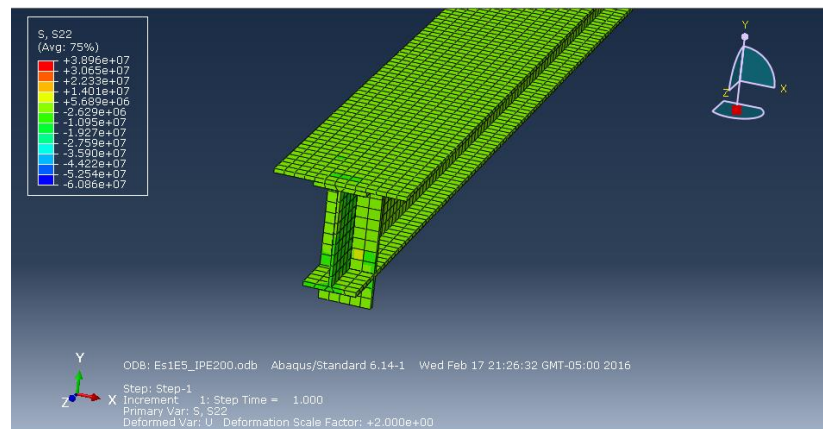
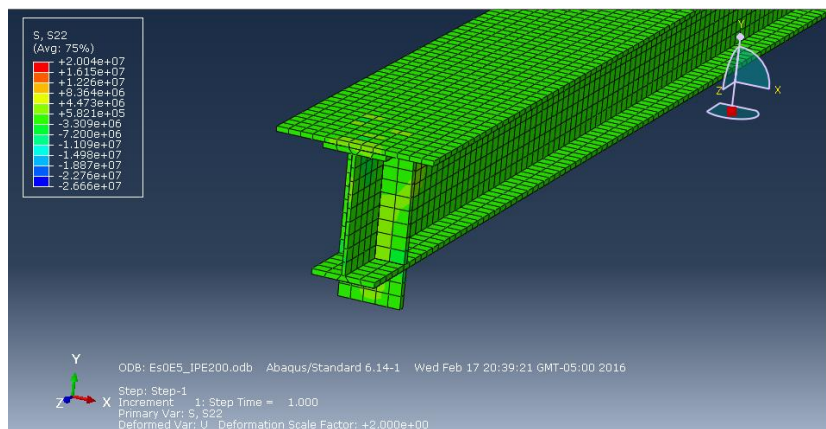
8.19 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



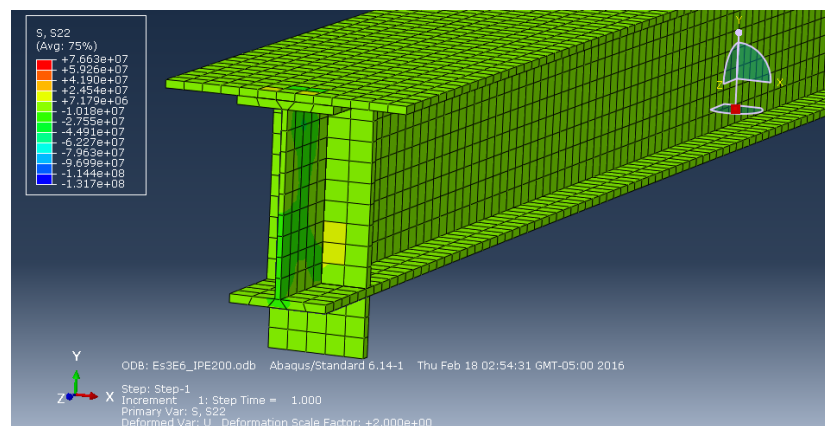
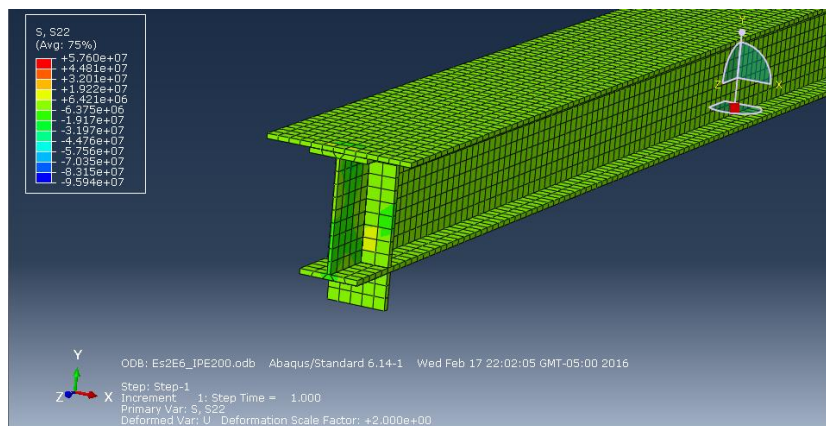
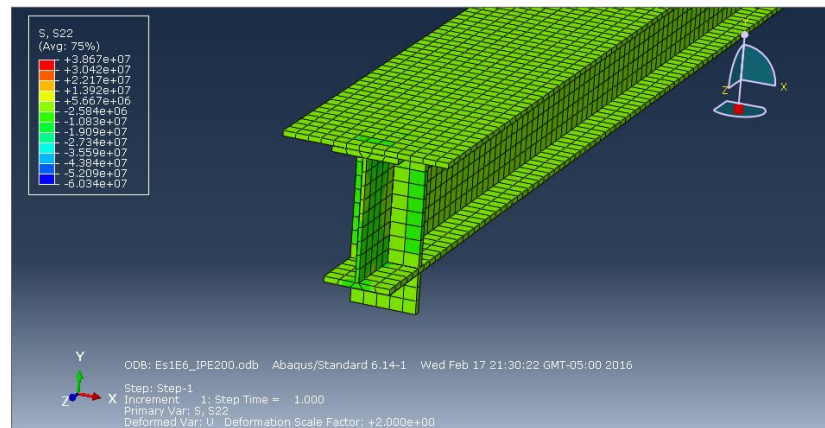
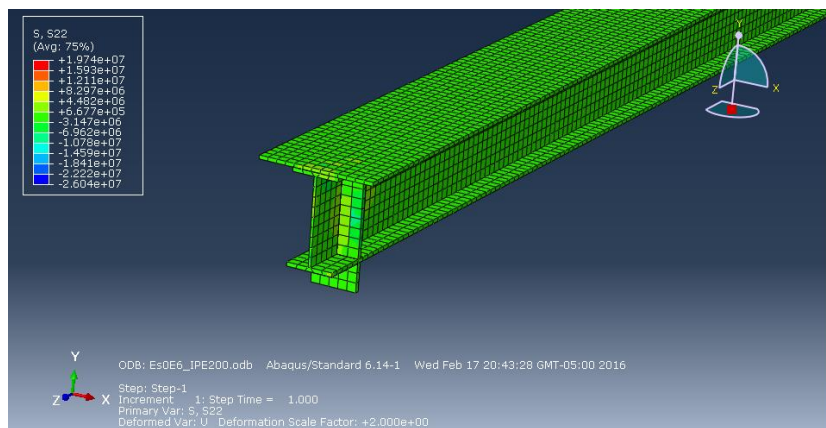
8.20 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



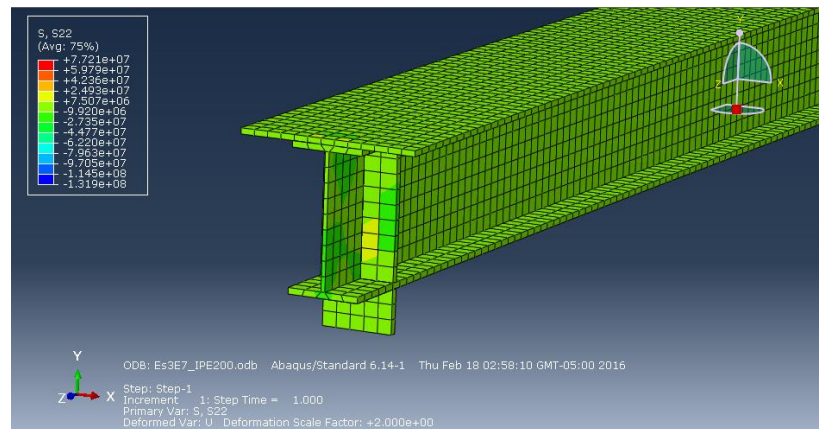
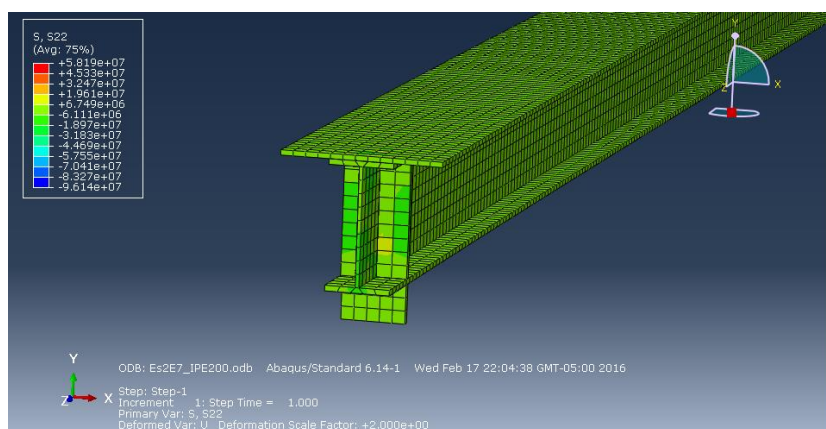
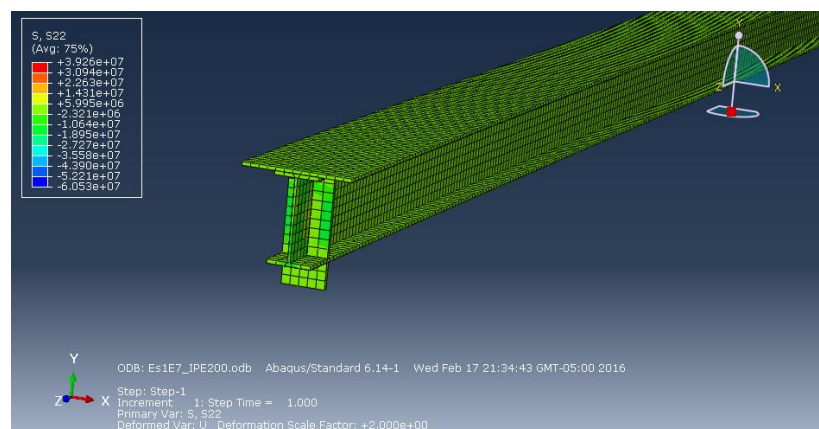
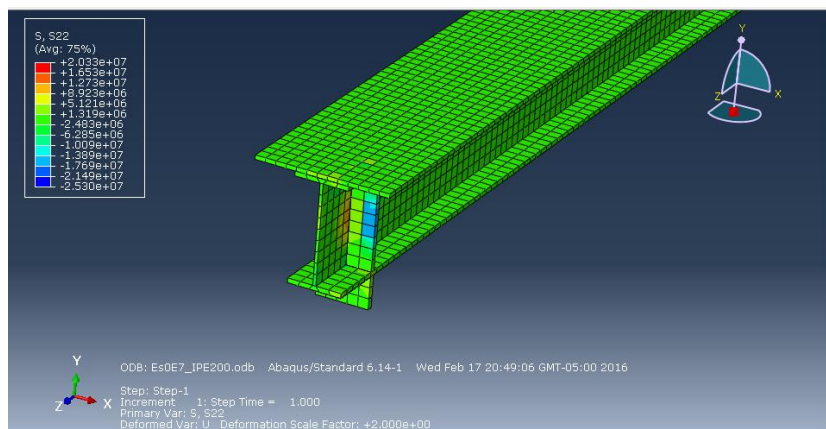
8.21 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



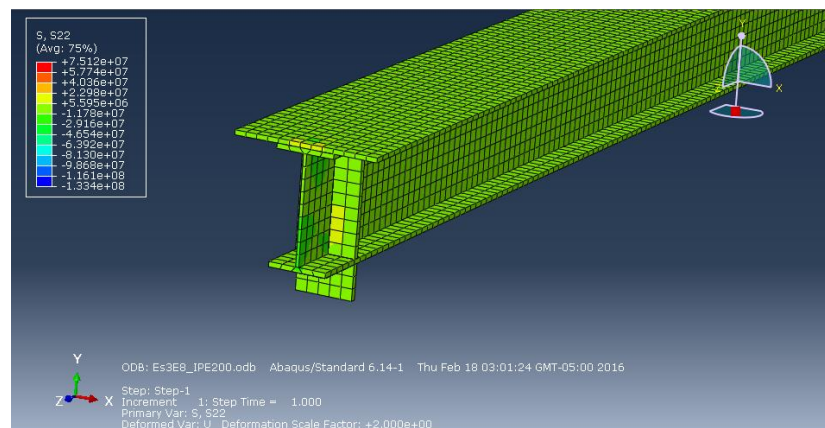
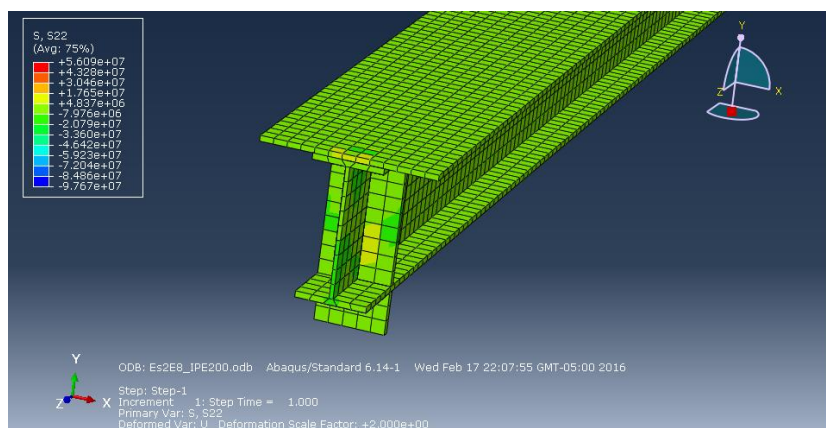
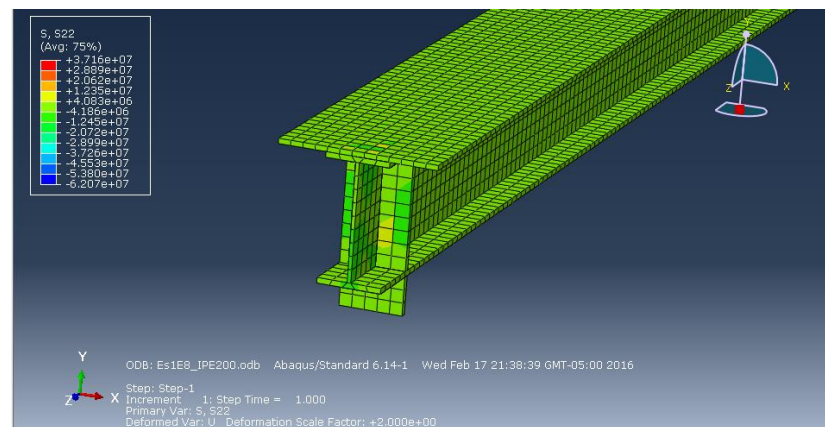
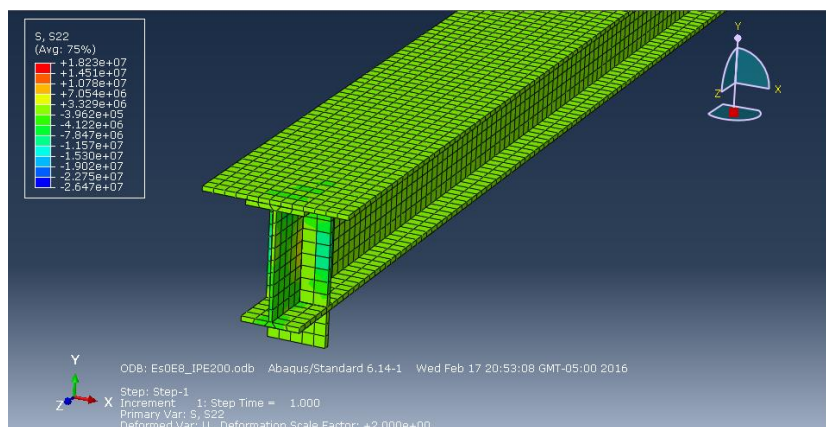
8.22 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



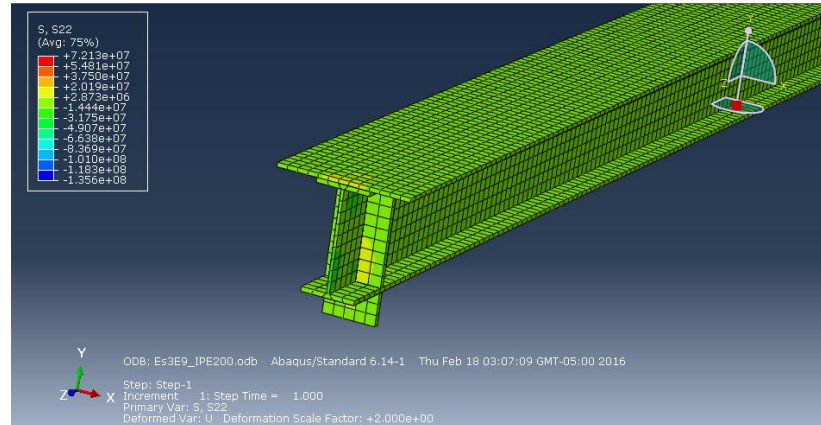
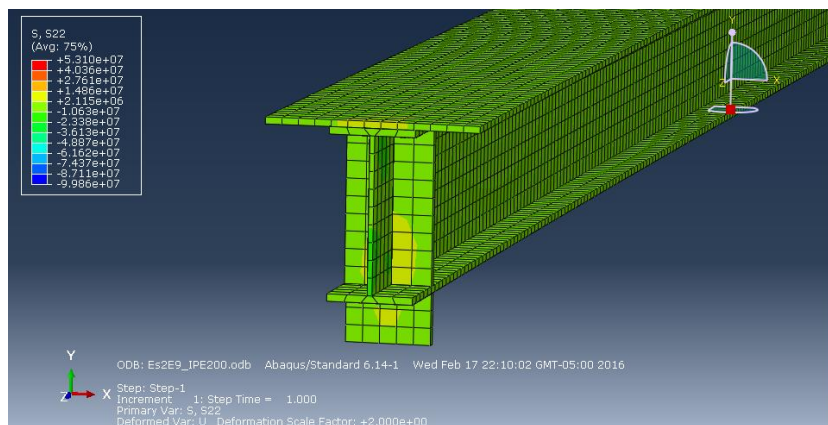
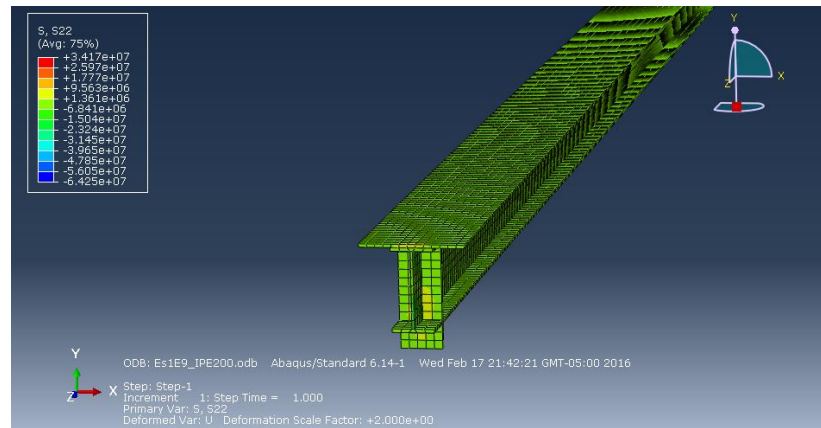
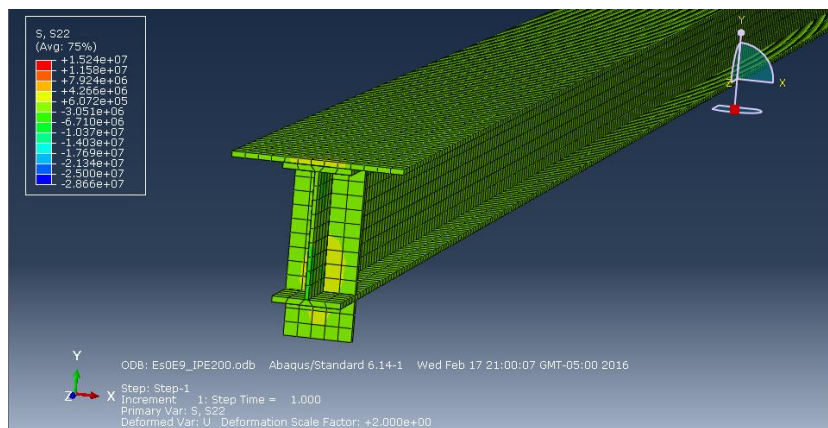
8.23 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



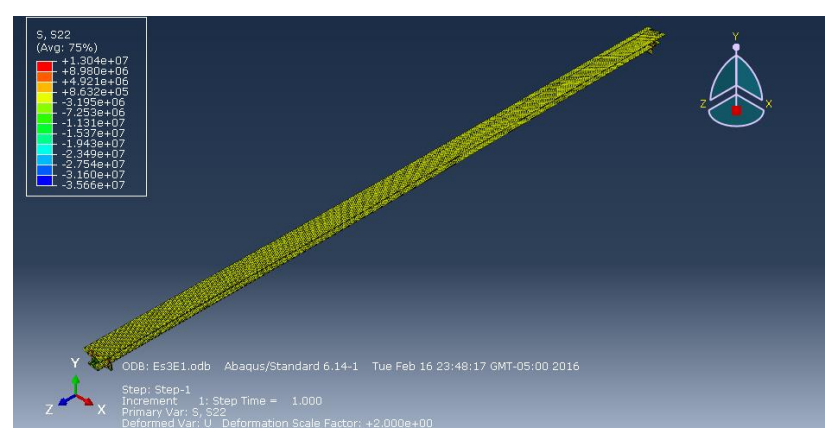
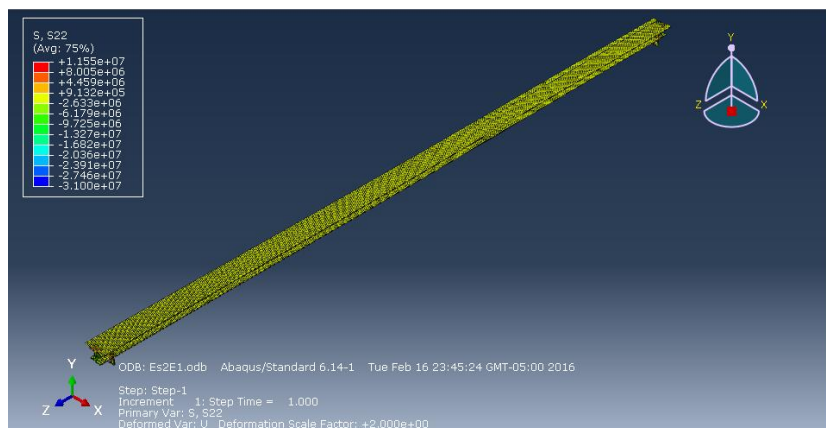
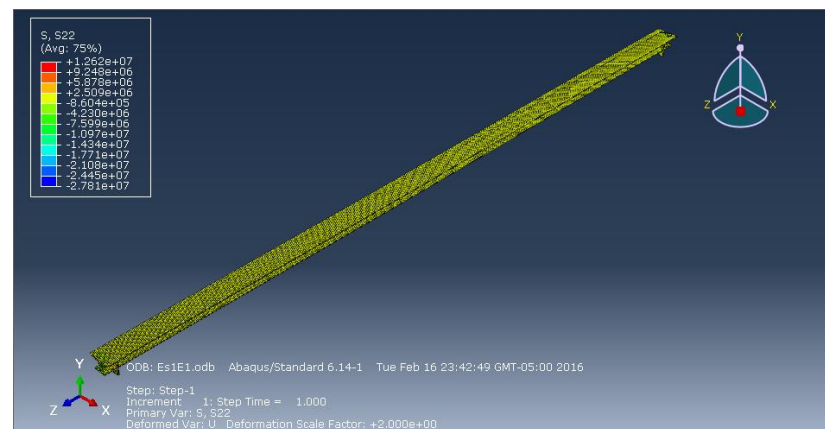
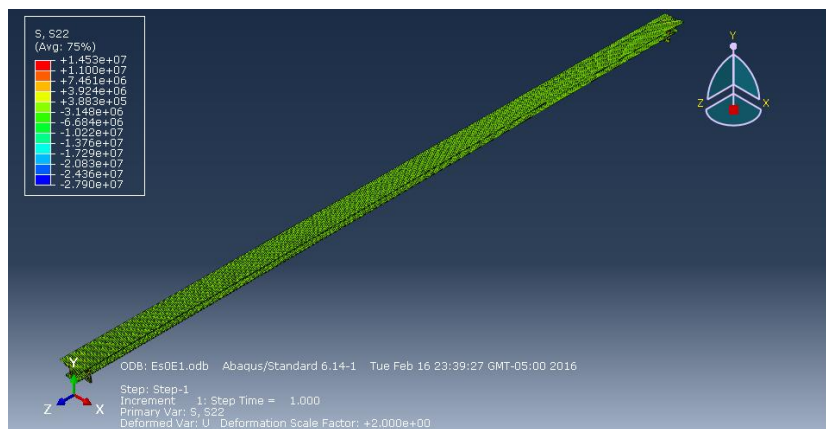
8.24 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 8 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



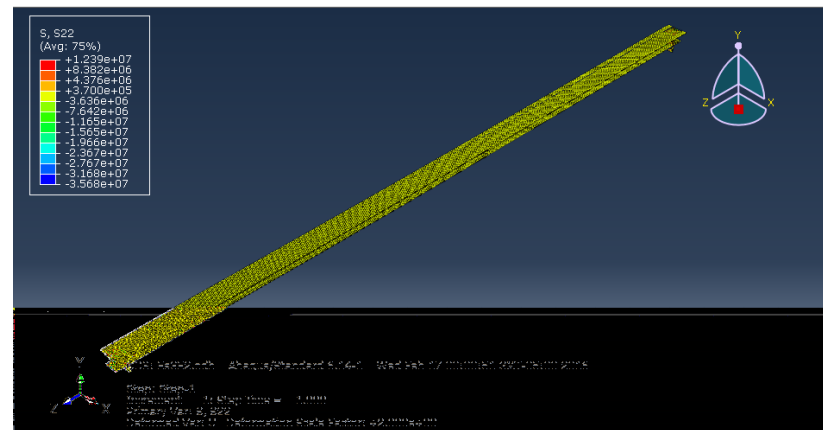
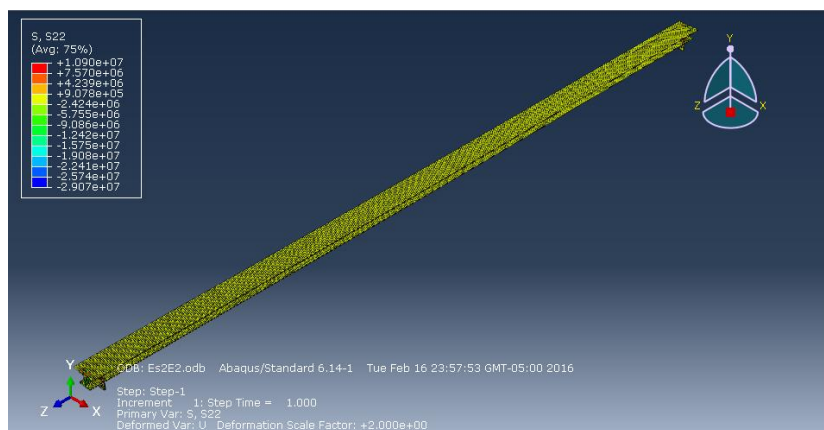
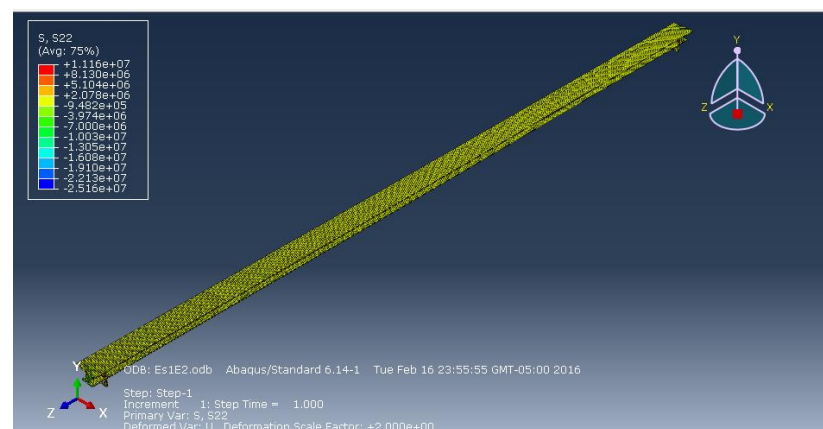
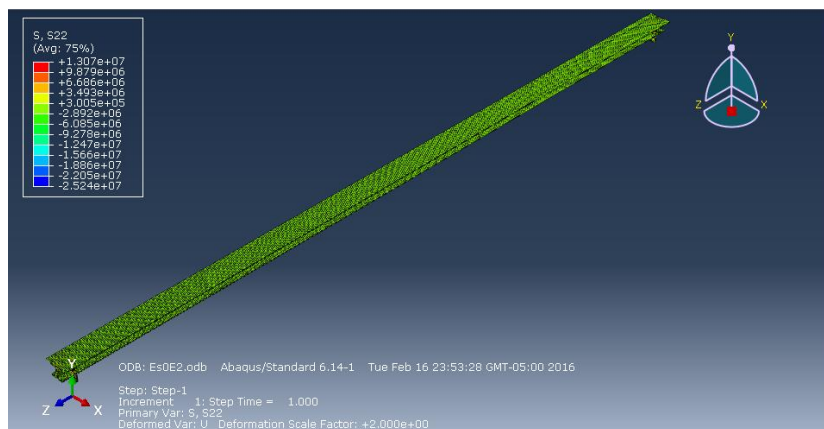
8.25 Comparativo de σ_{22} Viga IPE-200. Ensayo 9 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



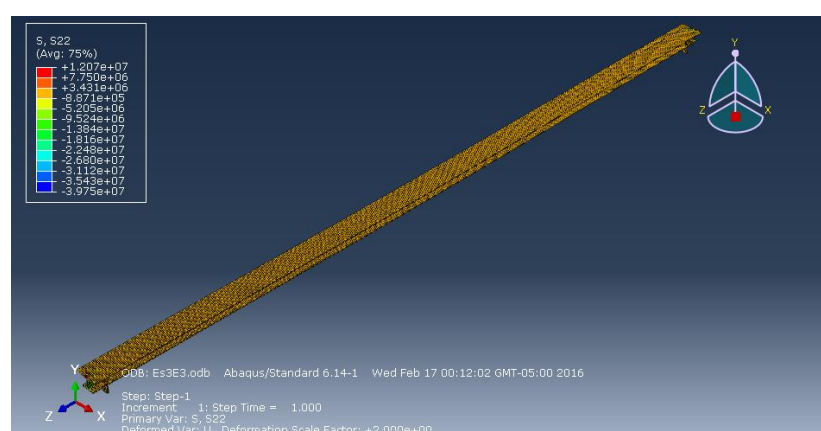
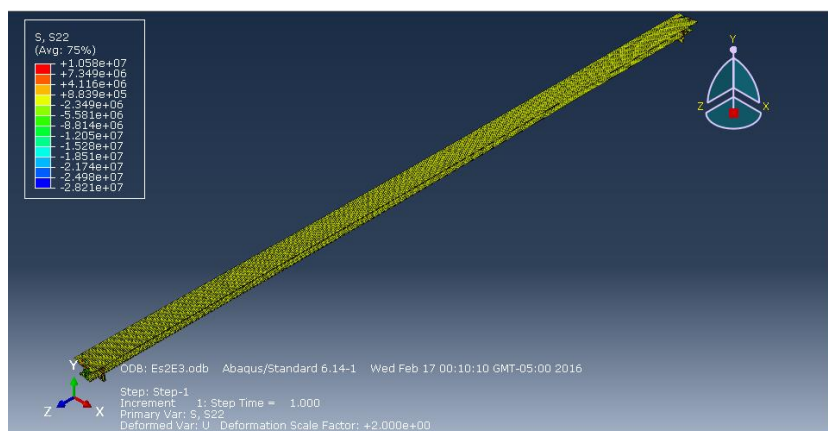
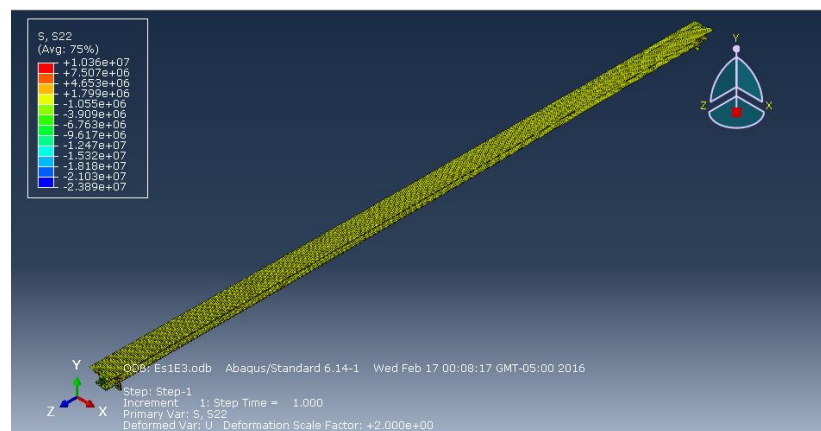
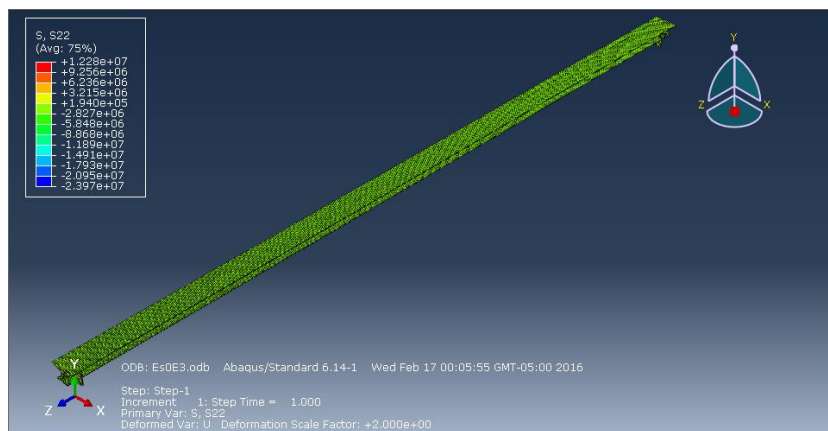
8.26 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 1 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



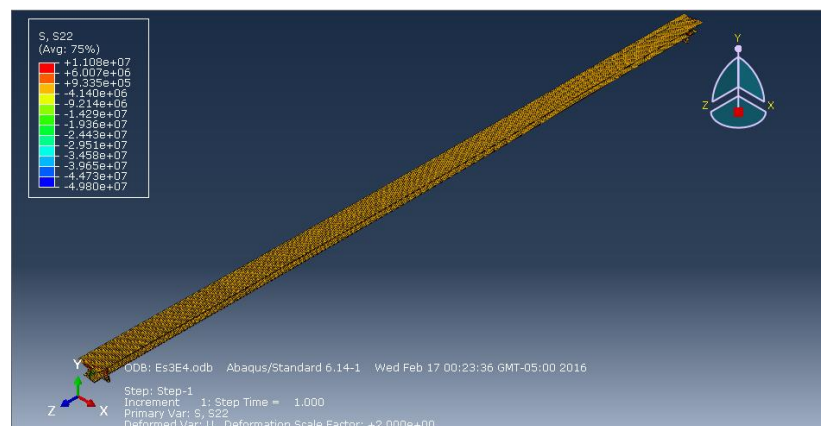
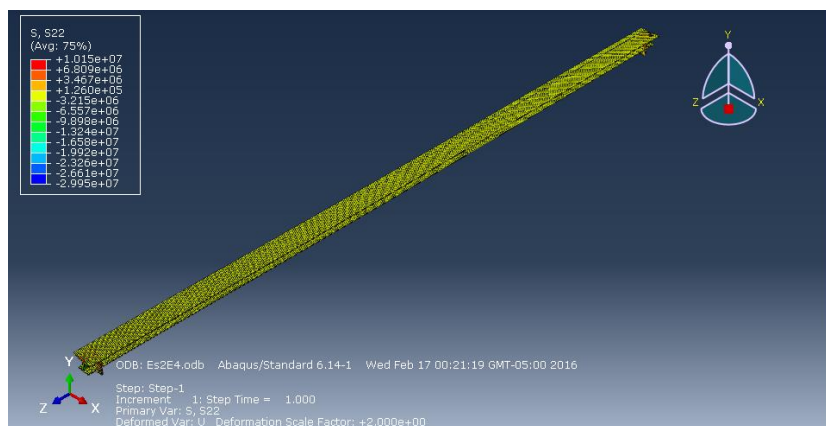
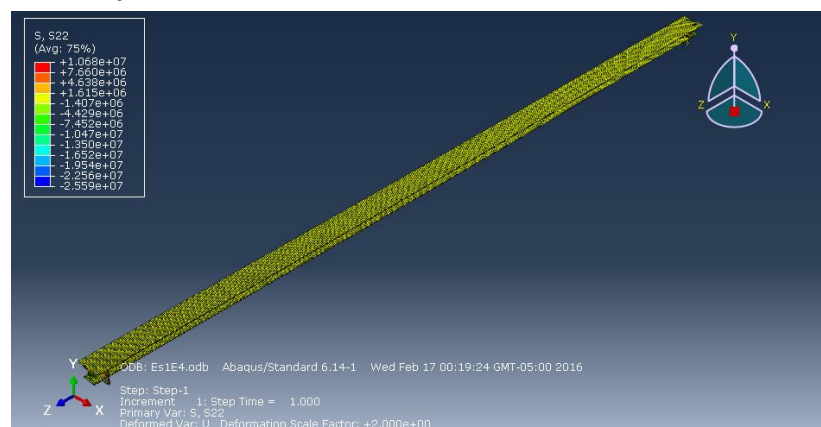
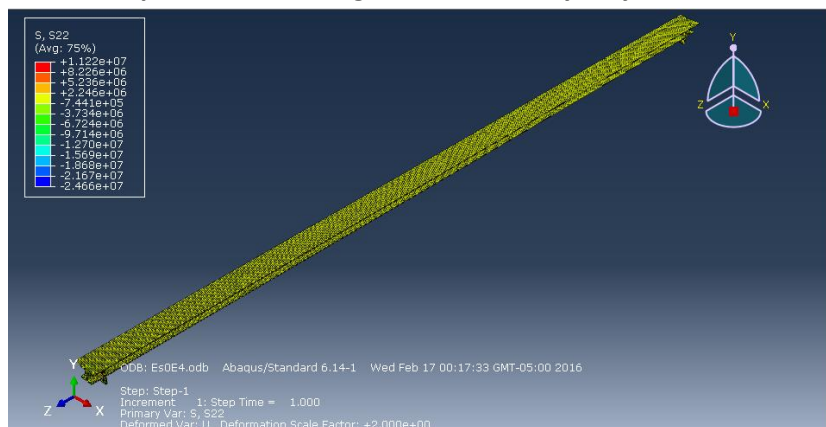
8.27 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 2 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



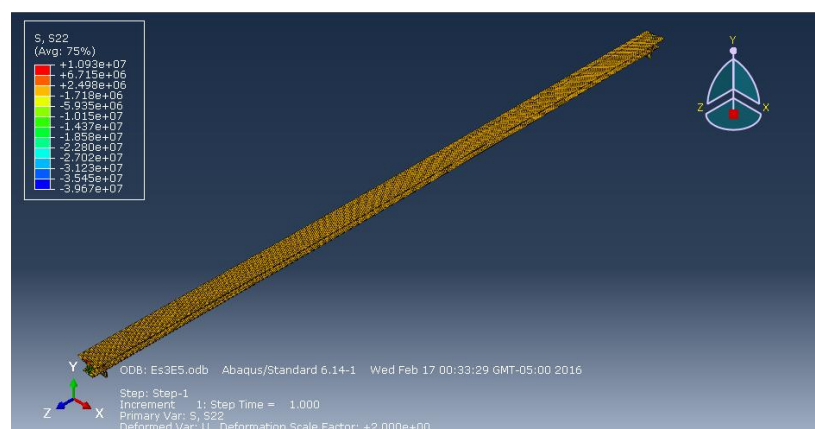
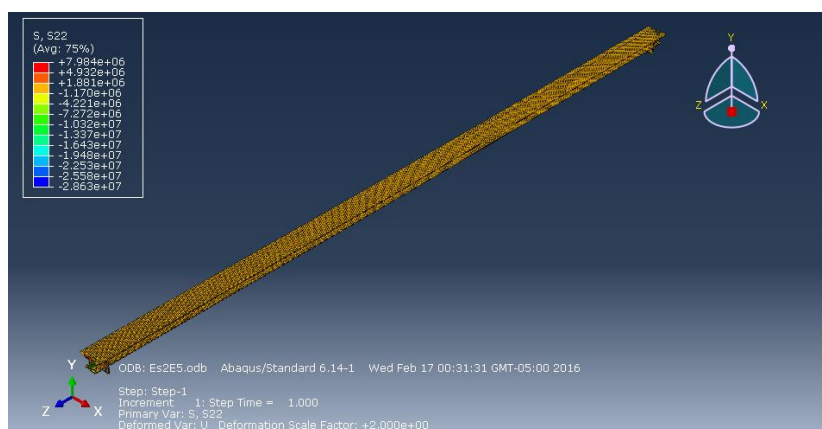
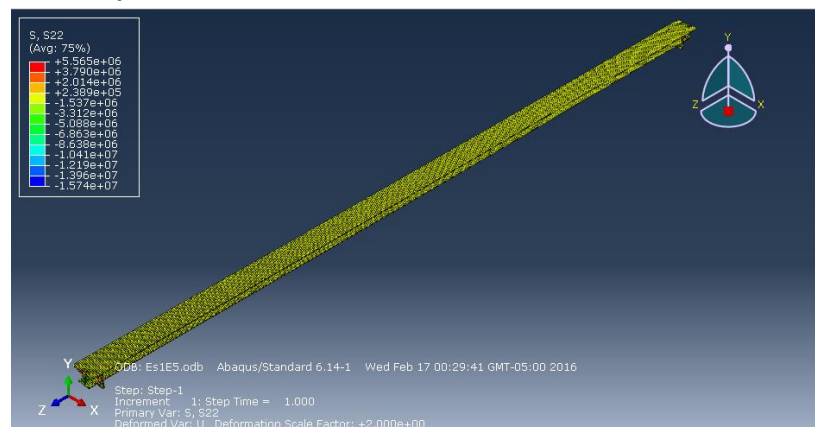
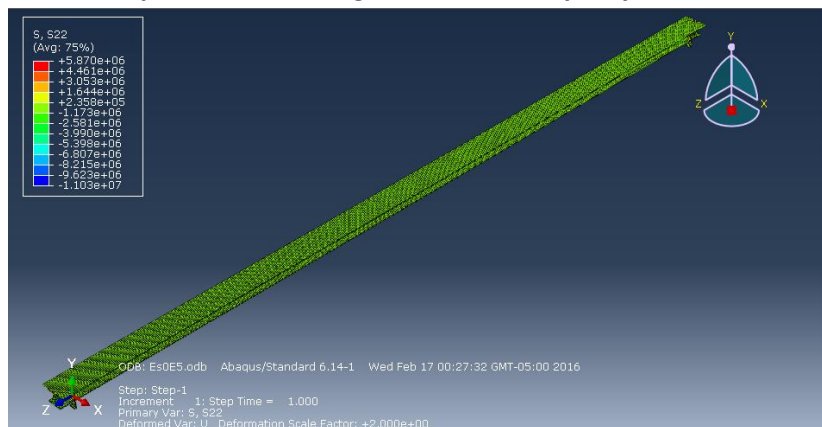
8.28 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 3 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



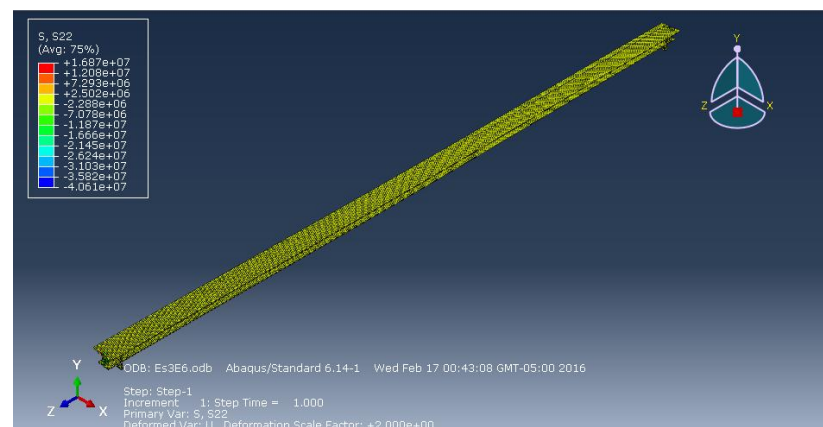
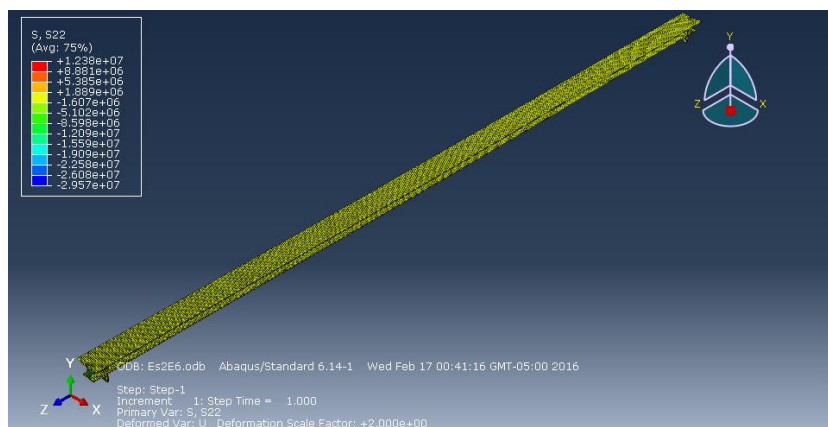
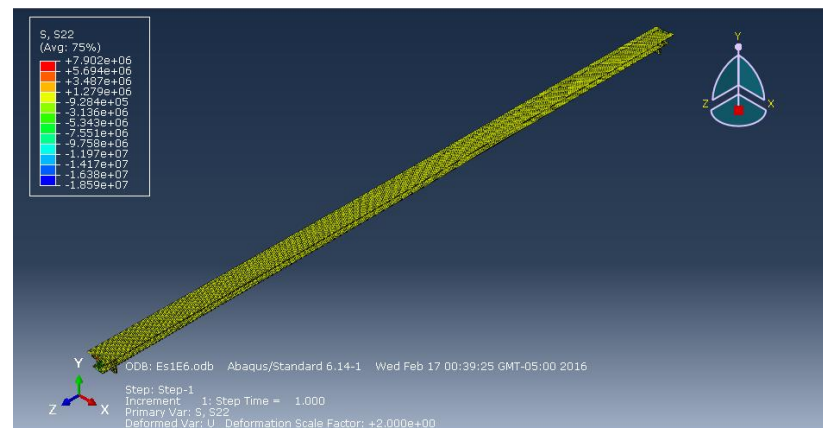
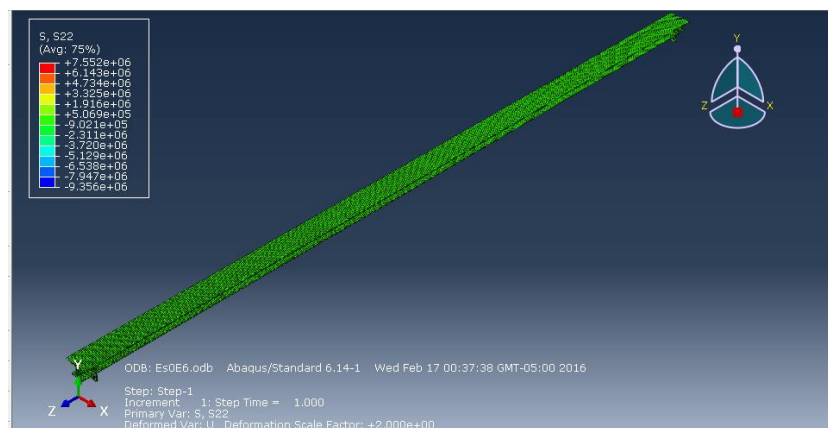
8.29 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 4 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



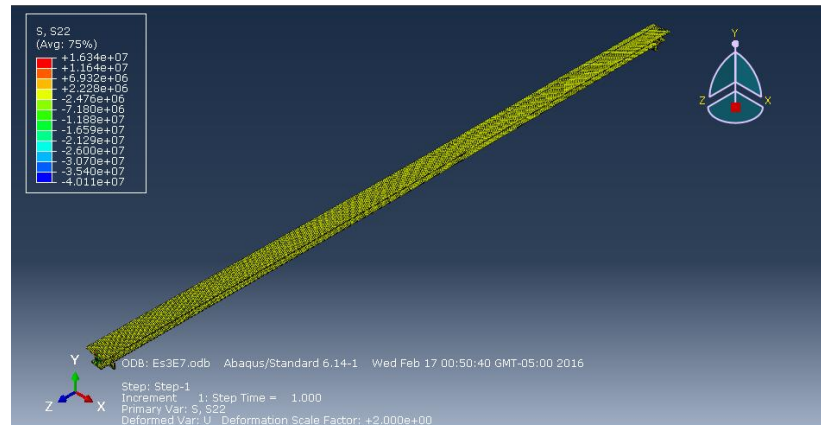
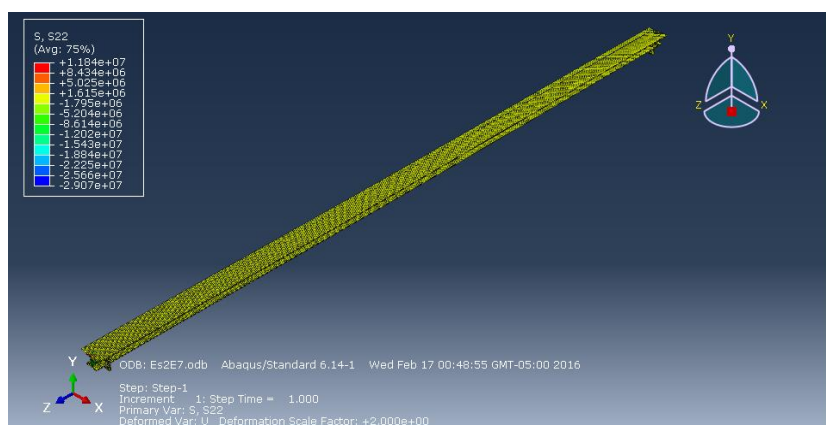
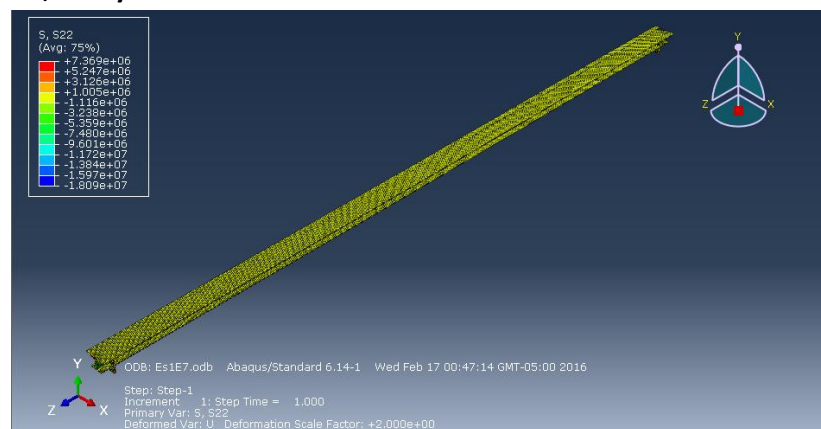
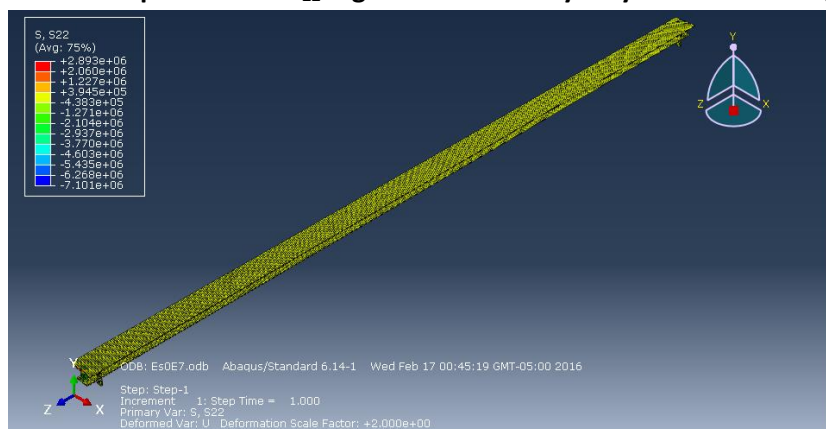
8.30 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 5 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



8.31 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 6 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



8.32 Comparativo de σ_{22} Viga HEA-100. Ensayo 7 y Escenarios Es-0, Es-1, Es-2 y Es-3



8.33 Discretización el elemento viga.

Para identificar el efecto P-delta sobre las vigas se realizó un proceso de discretización de 16 elementos de la viga, con lo cual se realizaban igual número matrices de rigidez elástica y geométrica para realizar posteriormente el ensamble de la matriz general del sistema. Dicho procedimiento se realizó con un código en MATLAB para conocer las deflexiones para cada nivel de carga axial y carga lateral. En la Figura 30 se muestra un esquema la discretización realizada.

Figura 37. Discretización de la viga 16 elementos

