

**MODELOS MULTIFACTORIALES EN COLOMBIA: UNA APLICACIÓN DEL
MODELO DE FAMA Y FRENCH CON FACTOR MOMENTUM**

ZULY TATIANA ZULETA OCAMPO

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS

PROGRAMA DE ECONOMÍA

SANTIAGO DE CALI

2016

**MODELOS MULTIFACTORIALES EN COLOMBIA: UNA APLICACIÓN DEL
MODELO DE FAMA Y FRENCH CON FACTOR MOMENTUM**

ZULY TATIANA ZULETA OCAMPO

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE ECONOMISTA

**PROFESOR
JORGE MARIO URIBE GIL
ECONOMISTA
DOCENTE ACADÉMICO**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS
PROGRAMA DE ECONOMÍA**

SANTIAGO DE CALI

2016

COMPARACIÓN ENTRE MODELOS MULTIFACTORIALES: UNA APLICACIÓN EN LA BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA

RESUMEN

Este documento hace una revisión y comparación del modelo de 3 factores de Fama y French y un segundo modelo de Fama y French enriquecido con un factor adicional denominado Momentum. Con esto se busca determinar si el factor Momentum ayuda a explicar los excesos de retornos en el mercado accionario colombiano. Con base en la metodología de Fama y French (1993) y los desarrollos de Carhart (1997) se hacen estimaciones con datos semanales en un periodo comprendido entre Julio del 2012 a agosto del 2016 para 31 acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia. Se encuentra que el modelo de Fama y French tiene un desempeño aceptable a la hora de capturar el comportamiento de los excesos de retornos y el factor Momentum no permite mejorar la capacidad explicativa de una manera significativa.

Palabras Clave: Mercados Financieros, Modelos Multifactoriales, Retornos, Capitalización Bursátil, Portafolios.

Clasificación JEL: G11, G12, G15

Contenido

1.	Introducción.....	1
2.	Revisión de Literatura	3
3.	Marco Teórico.....	7
4.	Metodología	11
4.1	Portafolios.....	12
4.2	Factores	14
4.3	Estimación	15
4.4	Datos.....	16
5.	Resultados y análisis.....	18
5.1	Análisis descriptivo.....	18
5.2	Análisis Estadístico	21
5.3	Ajuste de los modelos	24
5.4	Análisis de interceptos.....	25
6.	Conclusiones	27
	Referencia Bibliográfica.....	29

Índice de Tablas

Tabla 1. Portafolios Tamaño – Valor	13
Tabla 2. Portafolios Tamaño – Rentabilidad.....	14
Tabla 3. Descripción Variables: Factores.....	16
Tabla 4. Acciones Seleccionadas	17
Tabla 5. Retornos Promedio Semanales	18
Tabla 6. Resumen Estadísticas Factores	20
Tabla 7. Regresión Modelo Tres Factores	22
Tabla 8. Regresión Modelo Cuatro Factores.....	23
Tabla 9. R-cuadrado Ajustado	25
Tabla 10. Interceptos.....	26

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1. Frontera de Media Varianza	9
--	---

1. Introducción

La valoración de las compañías es una necesidad predominante en el contexto empresarial actual. La literatura académica financiera ha venido elaborando desde décadas una serie de herramientas fundamentadas en el uso de teorías de valoración de activos que ha servido para entender y mejorar las decisiones de inversión.

El conocimiento sobre el comportamiento de los mercados financieros se fundamenta en gran medida en Markowitz (1952), quien expuso la teoría de selección de portafolios basada en la diversificación de la cartera, que permite optimizar los rendimientos. A partir de ahí, se han desarrollado diversos modelos de valoración de activos, siendo el más representativo el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) propuesto por Sharpe (1964) y Lintner (1965). Este modelo está enfocado en predecir la rentabilidad de cada acción mediante la valoración del riesgo de mercado. Sin embargo, en los últimos años la evidencia empírica ha demostrado que el modelo tiene poca capacidad explicativa (Fama & French, 1993). Por ello, se han elaborado modelos alternativos, dentro de los cuales destaca el modelo de 3 factores de Fama y French, el cual se fundamenta en dos factores *proxy* de riesgo adicionales al factor del mercado introducido por el CAPM.

Estudios como Rubio (2004) en el mercado accionario español, Berkowitz & Qiu (2001) en el mercado Canadiense, y Gaunt (2004), en el mercado financiero australiano, han demostrado la alta capacidad explicativa del modelo de 3 factores de Fama y French para capturar los excesos de retornos de los portafolios de inversión fuera del mercado financiero de los Estados Unidos. De igual forma, en algunos países en vía de desarrollo donde predominan bajos niveles de liquidez comparados con los mercados financieros europeos, asiáticos o estadounidenses (Buitrago & Ortiz, 2014), se ha demostrado un buen desempeño del modelo como lo evidencian Rogers & Securato (2009) para Brasil, Kristjanpoller &

Liberona (2010) para el mercado accionarios chileno o Hernández & Cervantes (2010) para el mercado accionario en Shenzhen, China.

En el caso colombiano es escaso el conocimiento que se tiene sobre el mercado financiero, su bolsa se caracteriza por presentar un mercado pequeño con tan solo 72¹ empresas suscritas y donde predomina el sector primario. Hasta el momento la mayoría de estudios están basados en el CAPM como Perilla (2008), Dubova (2005), entre otros. Sin embargo, recientemente se han aplicado algunas nuevas técnicas con el objetivo de entender mejor los excesos de retornos de las acciones colombianas y ampliar su conocimiento. En este proceso, Buitrago & Ortiz (2014) hacen una evaluación a los factores de riesgo aplicada a un grupo de acciones de la Bolsa de Valores colombiana donde los resultados no favorecen la aplicabilidad del modelo de Fama French de tres factores. Sin embargo, otros estudios como el de Carmona & Vera (2015) y Cruz, Jaulín, & Carmona (2015) exponen resultados más favorables a este modelo. A pesar de ello, la comprensión sobre comportamiento de los retornos de las acciones del mercado colombiano sigue siendo escasa y los estudios que existen dejan vacíos importantes en cuanto a su capacidad explicativa.

A partir de lo anterior, es necesario seguir en la búsqueda de modelos que logren tener mejores resultados en términos explicativos con el objetivo de enriquecer la literatura y brindar un mayor conocimiento a las entidades financieras e inversionistas. Es por ello que se decide investigar el comportamiento de un nuevo factor denominado Momentum, que hasta la actualidad, no ha sido estudiado en Colombia. Se espera que el cuarto factor logre capturar una gran parte de la volatilidad de los retornos y por tanto genere un mejor ajuste que el modelo de Fama & French (1993). Para ello se llevará a cabo una estimación tanto del modelo de 3 factores como el de 4 factores con el fin de hacer una comparación entre ellos

¹ FIAB (2015): Reporta que el mercado accionario colombiano en el 2003 reportaba inscritas 108 empresas que se vieron reducidas a 72 en el año 2013.

que permita vislumbrar cómo es su comportamiento y su aporte a la explicación de los retornos en la Bolsa de Valores de Colombia.

En este proceso se encontró que el factor Momentum logra capturar parte de la variación de los retornos, sin embargo, este factor logra mejorar la capacidad explicativa del modelo en un nivel muy bajo. Adicionalmente, se puede decir que el modelo de Fama y French de 3 factores tiene un comportamiento aceptable a la hora de explicar los excesos de retorno de las acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia, pero a su vez se hace evidente que hay que usar variaciones que permitan al modelo captar las características propias del mercado.

Este documento está dividido en 5 secciones. La primera, una revisión de la literatura sobre el tema; la segunda, una exposición del marco conceptual; la tercera, la presentación de la metodología; la cuarta, muestra el análisis y los resultados; y finalmente, la última sección presenta las conclusiones.

2. Revisión de Literatura

El modelo de tres factores de Fama & French (1993) es uno de los modelos de valoración de activos más utilizados por su alta capacidad explicativa demostrada ampliamente durante los últimos años por la literatura académica, especialmente en países desarrollados como lo hicieron Rubio (2004) para el mercado accionario español, Berkowitz y Qiu (2001) para el mercado Canadiense, Gaunt (2004) para el mercado australiano o Rossi (2012) para el mercado italiano, entre muchos otros.

A pesar de las diferencias estructurales de los diversos mercados internacionales, en países en vía de desarrollo este modelo también ha sido de gran utilidad para explicar el comportamiento de los retornos de forma eficiente. Kristjanpoller & Liberona (2010) realizaron un estudio comparativo entre los tres modelos en el mercado accionario chileno:

el modelo CAPM, el modelo de tres factores de Fama y French y el modelo *Reward Beta*. Encuentran que el modelo con mayor capacidad explicativa de los retornos es el modelo de tres factores de Fama y French. Estos resultados son corroborados por Hernández & Cervantes (2010) mediante un estudio comparativo de los tres modelos de valoración de activos, pero esta vez aplicándolo sobre los rendimientos accionarios en Shenzhen, China. Sus resultados nuevamente arrojan que el modelo que mejor se comporta es el modelo de tres factores de Fama y French.

En el caso de Brasil, Rogers & Securato (2009) realizan la misma prueba comparativa entre los tres modelos para la predicción de los rendimientos esperados en el mercado de valores. El estudio emplea la metodología de dos pasos para los modelos de equilibrio general, que consiste: primero, en estimar los parámetros de los modelos con series de tiempo y, posteriormente, utilizar esos parámetros como variables explicativas en las regresiones de sección cruzada. Sus principales resultados tienden a favorecer el modelo de Fama y French sobre los otros dos para explicar los rendimientos de las acciones, siendo el factor de mercado y el factor tamaño de la empresa, los que mayor capacidad explicativa tienen.

Por el contrario, se han encontrado casos específicos en los que la capacidad explicativa del modelo de tres factores de Fama y French queda en entre dicho. López (2015), al aplicar el modelo para el mercado peruano, encuentra que sólo es significativo el factor de mercado, por lo cual determina que el modelo no tiene capacidad para explicar los rendimientos esperados de los activos financieros de ese mercado. El autor establece como una posible causa de la falta de significancia de los factores proxy de riesgo las características propias del mercado peruano, donde predomina la falta de diversidad entre el tamaño y el valor.

Es así como las diversas características de los mercados pueden llevar que unos u otros factores sean estadísticamente significativos o no. Duarte, Ramírez & Sierra (2013) evalúan el efecto del factor tamaño en los mercado bursátiles más importantes de Latinoamérica

(Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú), utilizando la metodología de sección cruzada. Los resultados obtenidos le permiten concluir que no hay evidencia de la existencia del efecto tamaño en los principales mercados bursátiles Latinoamericanos para el periodo comprendido entre el 2002 al 2012, con excepción de México y Brasil.

A nivel nacional los estudios sobre valoración de activos son escasos y se han centrado en la aplicación del modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) prevaleciendo sobre el modelo de Fama & French. Dubova (2005), presenta los resultados de la aplicabilidad del CAPM en el mercado financiero colombiano durante el periodo 1993 al 2003. Contrasta las rentabilidades de portafolios creados a partir de una optimización hecha con diversas muestras. La autora concluye que los resultados obtenidos mediante este modelo de valoración de activos son inciertos, que su aplicación en el mercado local es poco frecuente y posee poca capacidad explicativa como consecuencia de las características propias del mercado nacional.

Igualmente, Perilla (2008) pretende evaluar la aplicación del modelo CAPM y la teoría del portafolio en el mercado colombiano haciendo una comparación con el contexto internacional. Mediante la construcción de tres carteras hipotéticas (Colombia, Dow Jones, Nasdaq) se determina que la aplicabilidad del CAPM en el mercado financiero queda en entre dicho debido a la alta volatilidad en el mercado local y la incapacidad del CAPM para capturarlo. Este mismo resultado es corroborado por Peña (2011) .

Como consecuencia de la baja capacidad explicativa del CAPM sobre los retornos del mercado accionario colombiano, en los dos últimos años se ha empezado a explorar el modelo de tres factores de Fama y French en busca de mejores resultados.

De esta forma Buitrago & Ortiz (2014), evalúan la aplicabilidad en Colombia del modelo de Fama y French en el mercado de renta variable. A partir de la canasta del COLEQTY compuesto por 40 acciones vigente a septiembre del 2014, establecieron seis portafolios de inversión como proxy de los factores de tamaño (SML) y valor en Libro/Valor en Bolsa

(HML) mediante los cuales se llevó acabo la estimación de los parámetros utilizando una regresión de serie de tiempo para cada uno de los seis portafolios. Los resultados le sugieren a los autores que este modelo no puede explicar en sus tres factores de manera significativa los retornos de las seis carteras en el periodo comprendido entre el 2008 y el 2014.

Carmona & Vera (2015) bajo el desarrollo del modelo de Fama y French intentan evaluar los potenciales factores de riesgo con influencia en los retornos de los activos en el mercado accionario colombiano. Toman los activos de la canasta COLCAP para el periodo del 2009 al 2012, empleando la metodología de sección cruzada en el modelo multifactorial y concluyendo que el factor mercado y tamaño (SMB) son los más influyentes en el comportamiento de los retornos de los activos.

Finalmente, Cruz, Jaulín, & Carmona (2015) realizan una comparación entre el modelo de tres factores de Fama y French y el modelo Reward Beta para explicar los retornos de los títulos de renta variable para el mercado accionario colombiano en los sectores industrial, comercial y de servicios. Mediante su investigación concluyen que el modelo de Fama y French presenta un mejor ajuste en el periodo de análisis, que abarca desde el año 2009 al 2013.

Sin embargo, a pesar de estos estudios, el conocimiento que se tiene sobre el comportamiento de los retornos de las acciones del mercado colombiano sigue siendo escaso y sus estudios poco satisfactorios, debido a su baja capacidad explicativa. Por ende, existe la necesidad de explorar modelos novedosos en el país que busquen un mejor ajuste y permitan ampliar el conocimiento que se tiene sobre el mercado. Uno de estos modelos es el de tres factores de Fama y French en combinación con un cuarto factor denominado Momentum. El factor Momentum, documentado por primera vez Jegadeesh & Titman (1993), es considerado como una regularidad en la generación de rentabilidades anormales positivas durante un periodo importante de tiempo. Carhart (1997) a partir de esta regularidad intenta explicar los

excesos de retorno en la bolsa estadounidense y encuentra que el factor logra capturar la mayor parte de los retornos de las acciones de los Estados Unidos, logrando que al adicionarlo al modelo de Fama y French de 3 factores, su grado de ajuste llegue al 97%.

Otros estudios han utilizado el factor Momentum para otros países, Cervantes (2001) realiza un análisis comparativo entre la bolsa de valores de México y el mercado de capitales de Estados Unidos por medio de la aplicación del modelo multifactorial de Fama y French (1993) con el cuarto factor adicional. El autor muestra que este cuarto factor en la bolsa mexicana es significativo aunque no explica la mayor proporción los retornos de las acciones, a diferencia de lo encontrado por Carhart (1997) para los Estados Unidos, donde el factor Momentum explica la mayor proporción de la variabilidad de los retornos.

Cakici, Fabozzi, & Tan (2013) estiman modelos multifactores para 18 economías emergentes con los que demuestran que el factor Momentum tiene capacidad explicativa en los mercados regionales de Asia y Latino América. Esta evaluación se hizo por regiones y no por países particulares.

3. Marco Teórico

Cochrane (2005) establece que los modelos de valoración de activos se pueden aproximar de tres formas: a través del consumo, mediante un análisis de media varianza o por medio de una representación β . Argumenta que estas tres representaciones son equivalentes, por lo que es posible el paso de una representación a otra con tan solo hacer algunos supuestos adicionales.

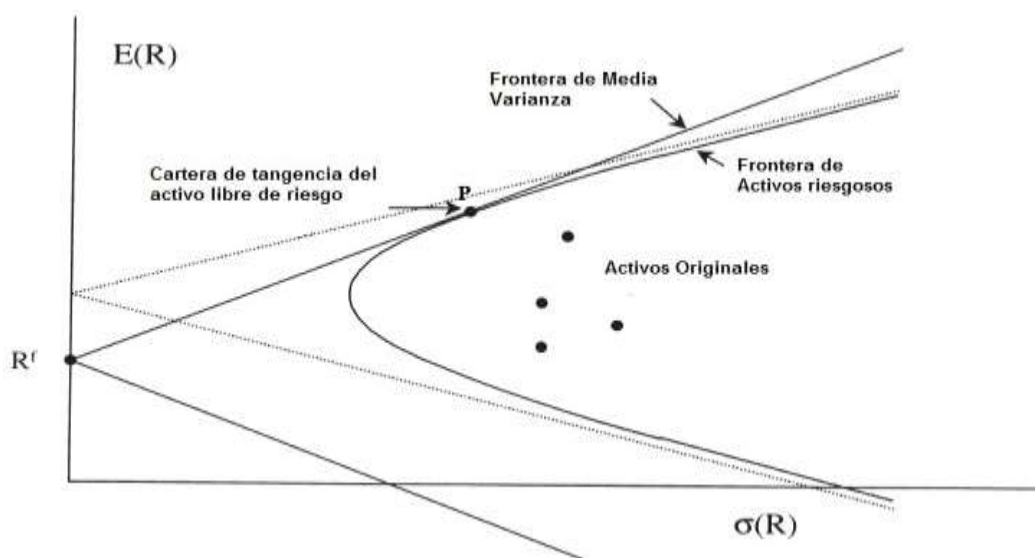
En este sentido, y siguiendo el orden cronológico, el pilar de los modelos de valoración de activos se fundamentan en Markowitz (1952), quien expone la teoría de selección de portafolios basada en la diversificación de la cartera, que permite optimizar los rendimientos. Esta teoría se instaura en el marco de mercados eficientes y la conducta racional del

inversionista, quien desea la máxima rentabilidad sin tener que asumir un mayor nivel de riesgo a la hora de seleccionar su portafolio.

De esta forma se establece que existe una tasa a la que el inversor puede obtener rentabilidad mediante la adopción de varianza o reducir la varianza al renunciar a rendimiento, lo que proporciona una serie de combinaciones entre riesgo y rentabilidad que generan un área denominada frontera factible, que consiste en todos los posibles portafolios que pueden formarse con diferentes activos riesgosos.

La Ilustración 1 muestra la Frontera de Media Varianza (F.M.V) de activos riesgosos, la cual consiste en una hipérbole en la cual la parte superior es denotada Frontera Eficiente de Media Varianza, ya que todos los portafolios ubicados sobre ella corresponden a la media de los retornos más alta dado un nivel de varianza. Cuando se tiene un activo libre de riesgo (R^f), se establece una nueva frontera eficiente que está constituida por las combinaciones entre el activo libre de riesgo y el activo riesgoso que se representan como una línea recta. El punto donde esta línea corta con la Frontera Eficiente de Activos Riesgosos es denominado portafolio eficiente (P) y es donde los activos están menos correlacionados.

Ilustración 1. Frontera de Media Varianza



Fuente: Cochrane (2005)

Si un retorno está sobre la Frontera de Media Varianza (R^{mv}) entonces:

$$E(R^i) = \gamma + \beta_1\lambda_1 + \beta_2\lambda_2 + \cdots + \beta_i\lambda_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

Donde $E(R^i)$ es la esperanza del rendimiento de la acción, γ es la tasa libre de riesgo, λ_i es el parámetro de sensibilidad del rendimiento de la acción ante el factor β_i .

Lo que implica que es posible representar cualquier retorno sobre la frontera de media varianza, como la combinación lineal de factores (Cochrane, 2005).

Adicionando el supuesto de Equilibrio General, el cual equivale a que los mercados se vacían, se puede derivar el modelo CAPM, un caso particular del análisis descrito anteriormente de Media-Varianza.

Este modelo fue desarrollado por Sharpe (1964) y Lintner (1965) de forma independiente. Está enfocado en predecir la rentabilidad de cada acción mediante la valoración del riesgo, el cual es compuesto por riesgo sistemático y riesgo no sistemático, siendo el primero propio

de la economía y segundo, propio de cada empresa. El riesgo no sistemático se elimina mediante el proceso de diversificación por lo tanto establece que la rentabilidad esperada de una acción es la tasa libre de riesgo más la prima de riesgo de mercado.

$$E(R^i) = \gamma + \beta_i[E(R^{mv} - \gamma)] \quad (2)$$

Sea R^{mv} es el portafolio eficiente (P) entonces $E(R^{mv})$ es el rendimiento esperado del mercado.

Sin embargo, este modelo presenta debilidades a la hora de ser puesto a prueba empíricamente (Fama & French, 1992). Como respuesta a ello, se desarrollaron modelos multifactoriales que pretenden identificar variables alternativas que tienen influencia en el rendimiento de las acciones y que no son captadas por el CAPM, es decir, por el factor de mercado.

Chen, Roll, & Ross (1986) utilizan algunas variables observables propias de la economía como el crecimiento del PIB y las tasas de interés. Por el contrario, Fama & French (1992) evalúan las funciones del β del mercado en conjunto con otras variables que pueden ser consideradas como formas diferentes de extraer información sobre el precio de las acciones y los rendimientos esperados, encontrando que los riesgos de las acciones son multidimensionales y que factores como el tamaño de la firma y ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa proporcionan una caracterización sencilla y poderosa de los retornos promedio de acciones, ya que tienen un alto poder predictivo y de ajuste.

Fama & French (1993) establecen una extensión del modelo de valoración de activos CAPM, el cual consiste en un modelo compuesto por tres factores de riesgos. Estos factores son determinados basándose en el estudio de Fama & French (1992)

$$E(R^i) - \gamma_t = \beta_i^m[E(R^{mv}_t - \gamma_t)] + \beta_i^{SMB}SMB_t + \beta_i^{HML}HML_t + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

El primer factor consiste en el factor de mercado, el segundo factor denominado SMB es una proxy del factor de riesgo asociado al tamaño según su capitalización bursátil. Este portafolio representa la diferencia entre el rendimiento de las carteras más pequeñas y más grandes. Y por último, el factor HML es una proxy del factor de riesgo asociado al ratio valor en Libro/Valor en Bolsa, que consiste en el cociente del valor en libro de la acción y el valor de mercado. Representa la diferencia entre el rendimiento de las carteras con más alto y más bajo ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa.

Carhart (1997) añade un factor adicional al modelo de tres factores de Fama y French denominado Momentum, que consiste en la diferencia entre el rendimiento de un portafolio de acciones que en el pasado han obtenido ganancias en la bolsa menos el rendimiento de las acciones generaron pérdidas (en los últimos 2-12 meses).

$$E(R^i) - \gamma_t = \beta_i^m [E(R^{mv}_t - \gamma_t)] + \beta_i^{SMB} SMB_t + \beta_i^{HML} HML_t + \beta_i^{MOM} MOM_t + \varepsilon_{it}$$

(4)

Se espera una relación positiva entre el factor Momentum y el rendimiento de la bolsa ya que si se adquiere un portafolio con acciones que se han comportado bien históricamente y lo siguen haciendo se tendrán ganancias. Este cuarto factor denominado Momentum posee una alta capacidad explicativa y permite adicionalmente un mayor ajuste del modelo.

4. Metodología

Este trabajo consiste en construir un modelo de cuatro factores y un modelo de Fama y French de tres factores mediante el cual se intenta vislumbrar su capacidad explicativa y si el cuarto factor realmente aporta una mejora en el entendimiento del mercado accionario colombiano. La metodología propuesta seguirá en un principio la planteada por Fama & French (1993) que consiste, primero, en la creación de diversos portafolios de inversión, y

segundo, en una estimación mediante por Mínimos Cuadrados Ordinarios. Para la estimación del modelo de cuatro factores se realizará la modificación propuesta por Carhart (1997) que radica en construir y agregar un cuarto factor, denominado Momentum.

4.1 Portafolios

La conformación de portafolios se realiza con base en la metodología de Fama & French (1992; 1993) quienes construyen 25 portafolios según su tamaño y razón Valor en Libro/Valor en Bolsa. Sin embargo, para la elaboración de este trabajo se conformaran únicamente 6 portafolios dado el bajo volumen de acciones que se transan en el mercado colombiano y la escasa disponibilidad de datos.

En Primer lugar, se organiza las acciones de la muestra por tamaño (capitalización bursátil) para el día 26 de Agosto de 2016², fecha de referencia para la conformación de portafolios, y se divide en dos grupos: *Big*, que contiene las acciones con mayor capitalización bursátil; y *Small*, compuesto por las acciones con menor capitalización bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia.

Posteriormente, cada grupo de acciones se ordena por su ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa de mayor a menor, y se divide en tres grupos denominados: *High*, acciones con alto ratio; *Middle*, acciones con ratio medio; y *Low*, acciones con un bajo ratio. Como se observa en el Anexo 1.

De acuerdo a la información reportada en el Anexo 1 se establece la creación de 6 portafolios de inversión, mediante la combinación de los diferentes grupos como se muestra en la tabla 1. Así, el primer portafolio denominado BM, está compuesto por el grupo de acciones con alta capitalización bursátil “*Big*” que poseen un alto ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa

² La elección de esta fecha como referencia fue debido a que es la fecha más reciente que a su vez facilita la clasificación del ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa.

“*High*”. El portafolio 2, BM, se conforma por el grupo de acciones “*Big*” con un ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa medio “*Middle*”. El portafolio 3, denominado BS, se compone por las acciones que pertenecen al grupo “*Big*” y que presentan un bajo ratio “*Low*”. El portafolio 4, SH, está compuesto por el grupo de acciones con baja capitalización “*Small*” que poseen un alto ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa “*High*”. El portafolio 5, SM, se compone por el grupo de acciones con baja capitalización bursátil “*Small*” y que presentan un ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa promedio “*Middle*”. Y finalmente, el portafolio 6 está compuesto por el grupo con baja capitalización bursátil “*Small*” y con un bajo ratio (*Low*). Para ver las acciones que conforman cada portafolio remitirse al Anexo 1.

Tabla 1. Portafolios Tamaño – Valor

	Big	Small
High	Portafolio 1 <i>BH</i>	Portafolio 4 <i>SH</i>
Middle	Portafolio 2 <i>BM</i>	Portafolio 5 <i>SM</i>
Low	Portafolio 3 <i>BL</i>	Portafolio 6 <i>SL</i>

Fuente: Elaboración Propia

Para la realización del segundo modelo, se sigue la metodología propuesta de Carhart (1997) que consiste en la construcción de un cuarto factor, y para ello se requiere crear cuatro nuevos portafolios.

El punto de inicio son los dos grupos de acciones denominados anteriormente *Big* y *Small*, cada grupo, se ordena de acuerdo a la rentabilidad anual de las acciones que lo componen, de mayor a menor y se divide cada uno en 3 nuevos sub grupos, las acciones que han tenido una mayor rentabilidad en último año se denominan *Winner* y las acciones que han obtenido

la menor rentabilidad se denominan *loser*. Para ver las acciones que conforman los portafolios remitirse al Anexo 2.

Tabla 2. Portafolios Tamaño – Rentabilidad

	Big	Slow
Winner	Portafolio <i>BW</i>	Portafolio <i>SW</i>
Loser	Portafolio <i>BL1</i>	Portafolio <i>SL1</i>

Fuente: Elaboración Propia

Con la información reportada en la Anexo 2 se crean cuatro nuevos portafolios como se muestra en la Tabla 2. El primero de ellos se denomina BW, que está compuesto por el grupo de acciones con alta capitalización bursátil “*Big*” que presentan alta rentabilidad “*Winner*”. El segundo portafolio BL1, está conformado por el grupo de acciones con alta capitalización “*Big*” pero que poseen rentabilidad baja “*Loser*”. El tercer portafolio SW, se compone por las acciones con baja capitalización (*Slow*) y alta rentabilidad (*Winner*). Finalmente, el cuarto portafolio, SL1, se conforma por el grupo de acciones con baja capitalización (*Slow*) y baja rentabilidad (*Loser*).

4.2 Factores

Para la conformación de los factores, se calculó los retornos semanales para el periodo comprendido entre 20 de Junio del 2012 a 26 de Agosto del 2016 para cada uno de los portafolios creados en la sección anterior, obteniendo de esta manera 218 observaciones para cada una de las carteras.

El factor *SMB*, o factor tamaño, se calcula como el diferencial de rendimiento promedio de los tres portafolios con baja capitalización bursátil (SH, SM, SL), menos el rendimiento promedio de los portafolios con alta capitalización bursátil (BH, BM, BL).

$$SMB = \left(\frac{SH + SM + SL}{3} \right) - \left(\frac{BH + BM + BL}{3} \right) \quad (5)$$

Este indicador es proxy del riesgo asociado al tamaño de la empresa, el cual indica que las empresas más pequeñas tienden a reportar una mayor rentabilidad dado un mayor nivel de riesgo en comparación con las empresas con alta capitalización bursátil, quienes reportan un menor nivel de riesgo. Esto es conocido como efecto tamaño.

El factor *HML* es el rendimiento promedio de los dos portafolios conformados por empresas con un alto ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa (BH, SH), menos el rendimiento promedio de los dos portafolios conformados por compañías que poseen un bajo ratio (BL, SL).

$$HML = \left(\frac{BH + SH}{2} \right) - \left(\frac{BL + SL}{2} \right) \quad (6)$$

Este indicador es proxy del riesgo asociado a las ganancias, las empresas con una alta razón reportan un mayor nivel de retornos dado un mayor nivel de riesgo asociado a bajas ganancias en los activos en comparación con aquellas empresas que poseen un bajo ratio como resultado a un mayor nivel de ganancias. A esto se le llama efecto valor.

El factor *MOM*, es el rendimiento promedio de los dos portafolios compuesto por empresas que han reportado una alta rentabilidad a través de la historia (BW, SW), menos el rendimiento promedio de los dos portafolios compuesto por acciones que han reportado una baja rentabilidad a través del tiempo (BL1, SL1).

$$MOM = \left(\frac{BW + SW}{2} \right) - \left(\frac{BL1 + SL1}{2} \right) \quad (7)$$

4.3 Estimación

Con base en la metodología propuesta por Fama & French (1993) y Carhart (1997), se realizó el proceso de validación empírica mediante una regresión de “series de tiempo” por Mínimos

Cuadrados Ordinarios (MCO) para cada portafolio, con lo que se pretende evaluar la capacidad de cada modelo para explicar los excesos de retorno de las carteras y la significancia de sus factores. En la Tabla 3 se presenta un resumen de las variables utilizadas en la estimación.

Tabla 3. Descripción Variables: Factores

Factor	Descripción
Factor Mercado	Proxy del riesgo de Mercado tomado para el caso colombiano como el índice COLCAP
SMB	Proxy del factor de riesgo asociado al tamaño de la empresa
HML	Proxy el factor de riesgo asociado al valor de la compañía
MOM	Factor relacionado a la persistencia

Fuente: Elaboración Propia

Posteriormente se verifica y analiza el comportamiento de los interceptos. Si un modelo captura completamente los retornos esperados, el intercepto debería ser indistinguible de cero en la regresión de excesos de retornos de los activos (Fama & French 2015). Para comprobar lo anterior se realiza una estimación de los dos modelos por Datos Panel con el objetivo de hacer una prueba de Breush Pagan. Lo que se evalúa con esta prueba es si hay presencia de efectos fijos. La hipótesis nula es que no hay presencia de efectos fijos en la varianza, lo que implica que los interceptos son iguales a cero:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \dots \dots \alpha_n = 0 \quad (8)$$

Adicionalmente, se analizan el comportamiento del valor absoluto promedio de los interceptos en los dos modelos, lo cual permite tener un criterio más para comparar su capacidad explicativa.

4.4 Datos

Los datos fueron obtenidos a través de Bloomberg. Para la conformación de portafolios se utilizó los precios de cierre semanal, la capitalización bursátil y el ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa de 31 acciones que cotizan en la bolsa de valores de Colombia y componen el índice

COLEQTY³, para el periodo del 20 de Junio de 2012 al 28 de agosto de 2016. Estas acciones elegidas están expuestas en la Tabla 3. Como tasa libre de riesgo (R^f) se tomó los TES del estado Colombiano a corto plazo con una frecuencia semanal para el mismo periodo. Además, como proxy del factor de mercado se utilizó el índice COLCAP⁴.

Tabla 4. Acciones Seleccionadas

Nemotécnico	Nombre	Nemotécnico	Nombre
ECOPETL	Ecopetrol S.A.	OCCID	Banco de Occidente S.A.
AVAL	Grupo Aval S.A	GRUPOBOL	Grupo Bolívar S.A.
BCOLO	Bancolombia S.A.	BBVACOL	BBVA Colombia S.A
PFBCOLO	Bancolombia S.A. (Preferencial)	CELSIA	Celsia S.A E.S.P
GRUPOSUR	Grupo de Inversiones Suramericana S.A.	PFAVH	Avianca Holdings S.A. (Preferencial)
BOGOTA	Banco de Bogotá S.A	ETB	ETB S.A. E.S.P
EEB	Empresas de Energía de Bogotá	ODINSA	Organización de Ingeniería Internacional S.A.
GRUPOARG	Grupo Argos S.A	CONCONC	Constructora Concreto S.A
PFGRUPOA	Grupo Argos S.A. (Preferencial)	VALOREM	Valorem S.A.
CEMARGOS	Cementos Argos S.A	MINEROS	Mineros S.A.
PFDVVND	Banco Davivienda S.A (Preferencial)	BVC	Bolsa de Valores de Colombia S.A.
NUTRESA	Grupo Nutresa S.A.	PFCARPAK	Carvajal Empaques S.A. (preferencial)
ISA	Isagen S.A. E.S.P.	ENKA	Enka de Colombia S.A.
CORFICOL	Corficolombiana	FABRI	Fabricato S.A
EXITO	Almacenes Éxito S.A	COLTEJ	Coltejer S.A.
PROMIG	Promigas S.A. E.S.P		

Fuente: Elaboración Propia

³ Índice compuesto por las 40 acciones con mejor función de selección en la Bolsa de Valores de Colombia. Recuperado de: Bolsa de Valores de Colombia.

⁴ Indicador que refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia. Recuperado de: <http://www.banrep.gov.co/es/igbc>

5. Resultados y análisis

En esta sección se abordan los principales resultados encontrados mediante las regresiones por series de tiempo para cada portafolio y un análisis descriptivo.

5.1 Análisis descriptivo

Primero se procedió a observar el comportamiento de los excesos de retornos para cada uno de los 6 portafolios formados por tamaño y Valor en Libro/Valor en Bolsa, con el fin de determinar si el comportamiento de la Bolsa de Valores de Colombia conserva características similares y típicas a las encontradas en estudios previos para otros países. El panel A de la Tabla 5 muestra el promedio de los excesos de retorno para seis portafolios formados por tamaño y ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa con una muestra de 218 observaciones semanales.

Tabla 5. Retornos Promedio Semanales

	Big	Small
Panel A: Portafolio tamaño-B/M		
High	0,002406	-0,000420
Middle	0,000966	0,000665
Low	-0,000640	-0,000297
Panel B: Portafolio tamaño-rentabilidad		
Winner	0,000947	-0,001154
Loser	0,000779	-0,000644

Fuente: Elaboración propia

En cada fila del panel A, se observa que los retornos de las acciones de compañías grandes “*Big*” son mayores que los retornos de las acciones emitidas por pequeñas empresas “*Small*”, inclusive los portafolios SH y SL reportan rentabilidades negativas, dando una señal de que no se cumple el efecto tamaño que consiste en que las empresas pequeñas reportan mayor riesgo y por tanto una mayor rentabilidad.

Al analizar las columnas del panel A se observa para el grupo “*Big*” que el promedio del retorno se incrementa a medida que el ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa crece, lo que es conocido como efecto valor. Sin embargo, para el grupo “*Small*” no se puede ver una clara relación en cuanto a este.

El panel B de la Tabla 5 muestra el promedio de los excesos de retorno para cuatro portafolios formados por tamaño y rendimiento anual de cada acción para el último año. En las filas del panel B nuevamente se visualiza que el efecto tamaño no se cumple, debido a que las acciones con mayor capitalización presentan mayor rentabilidad.

En las columnas del panel B evidencian que el retorno promedio para todos los portafolios se incrementa a medida que la rentabilidad anual es mayor, lo que hace referencia al fenómeno de persistencia que indica que las acciones que han reportado rentabilidad históricamente lo seguirán haciendo Carhart (1997).

La Tabla 6 presenta el resumen de estadísticas para cada uno de los factores. En el panel A, la media y desviación estándar permiten ver que los valores promedio de los factores son muy cercanos a cero y volátiles.

Tabla 6. Resumen Estadísticas Factores

Panel A: Promedio y desviación estándar					
	R_m	R_f	SMB	HML	MOM
Media	-0,001571	-0,000928	0,001462	-0,000171	
Std dev.	0,024204	0,021566	0,021513	0,021983	

Panel B: Correlación entre factores					
	$R_m - R_f$	SMB	HML	MOM	
$R_m - R_f$	1,000	-0,5396	-0,2717	0,3391	
SMB	-0,5396	1,00	-0,3695	-0,2122	
HML	-0,2717	-0,3695	1,00	0,2296	
MOM	0,3391	-0,2122	0,2296	1,00	

Fuente: Elaboración propia

El rendimiento promedio semanal del factor de mercado es -0,15% con una desviación estándar de 2,4% semanal. De igual forma el factor tamaño, *SMB*, reporta rentabilidad negativa con un retorno promedio semanal -0,092% con desviación estándar de 2.156%. Para el factor Momentum el retorno promedio es -0,017% con desviación estándar de 2,198 y el factor valor, *HML*, reporta una rentabilidad positiva de 0,14% con una desviación estándar de 2,151. Estos bajos promedios y las altas volatilidades de los factores serian una ventaja para recoger la variación de los retornos.

El panel B de la Tabla 6 muestra la matriz de correlación para cada conjunto de factores. Al igual que Fama y French (1993), el factor de mercado y el factor valor están negativamente correlacionados con el factor tamaño. Es decir, ante un aumento en el tamaño de la empresa debería disminuir el riesgo de mercado. Sin embargo, difiere en que la correlación entre el factor valor con el factor de mercado es negativa. Además, se observa que factor Momentum está correlacionado positivamente con el del mercado, con el factor valor y negativamente con el factor tamaño.

5.2 Análisis Econométrico

Para el análisis empírico de los modelos se regresó para cada portafolio dos modelos de series de tiempo: el modelo de 3 factores de Fama French y el modelo de 4 factores que tiene en cuenta el factor Momentum. Esto implica que se llevaron a cabo 6 regresiones por modelo, para un total de 12. La técnica de regresión, siguiendo Fama y French (1993), fue Mínimos Cuadrados Ordinarios. En estas regresiones se encontró problemas de Heterocedasticidad y Autocorrelación que fueron corregidos estimando con la matriz HAC. Con esto se solucionaron los problemas de autocorrelación, sin embargo para las estimaciones de los portafolios BH, LH y LS el problema de heterocedasticidad persiste para los dos modelos (Ver Anexo 3).

La Tabla 7 presenta la información simplificada de los betas recogidos a partir de correr el primer modelo, el modelo de 3 factores. Se encontró que los retornos tienen una mayor sensibilidad al factor de mercado que al resto de factores, dado que sus betas tienen valores mayores en todas las regresiones y, además, estadísticamente significativos en todos los casos como se puede observar con los t-estadísticos.

Con respecto a la sensibilidad de los retornos ante el factor *SMB* o tamaño, se puede observar que para el portafolio BM y BL se obtienen signos contrarios a los esperados, es decir que para estos portafolios el efecto tamaño no se cumple. Para el portafolio BH el factor tamaño no es estadísticamente significativo.

El factor *HML* no es significativo para el portafolio BM. Para los portafolios *BL* y *SL* formados por empresas con bajo ratio Valor en Libro/Valor en Bolsa, el efecto valor no se cumple ya que arrojan signos contrarios, indicando así que para estos portafolios las empresas con menores ganancias, y por tanto, más inseguras no generan en el mercado financiero colombiano mayores primas por riesgo.

Tabla 7. Regresión Modelo Tres Factores

	Big	Small	Big	Small
Panel A: Modelo 3 factores				
	b		t(b)	
High	0,6615	1,0448	13,6590	23,9641
Middle	0,8018	0,7465	17,8872	10,4616
Low	1,0171	0,6892	22,5341	11,1980
	s		t(s)	
High	0,0060	0,8082	0,1173	17,4421
Middle	-0,1002	0,8889	-2,1027	11,7215
Low	-0,1973	1,0115	-4,1123	15,4646
	h		t(h)	
High	0,2101	0,5895	5,0192	15,6439
Middle	-0,0077	0,3679	-0,1994	5,9659
Low	-0,2227	-0,9777	-5,7078	-18,3814

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 8 muestra los resultados de los betas encontrados a partir de la regresión de cuatro factores. Los retornos de los seis portafolios tienen, al igual que en el primer modelo, una mayor sensibilidad al factor de mercado que ante el resto de factores. Además, el t-estadístico reporta que los betas son significativos para todos los portafolios.

Con respecto a la sensibilidad de los retornos respecto al factor tamaño, se puede observar que BH y BM no son estadísticamente significativos cuando se agrega el factor Momentum a la regresión. También se observa que el factor HML para el portafolio BM no es estadísticamente significativo.

Para la cartera BM, el factor Momentum no es estadísticamente significativo. El portafolio BH y SL reportan signos contrarios indicando que las acciones que han tenido rentabilidad alta históricamente no lo siguen haciendo, por tanto, el efecto persistencia no se cumple.

Tabla 8. Regresión Modelo Cuatro Factores

	Big	Small	Big	Small
Panel A: Modelo 4 factores ⁵				
	b		t(b)	
High	0,7635	1,0084	14,9142*	22,0479*
Middle	0,7740	0,6466	16,3618*	8,8554*
Low	0,9447	0,8273	20,7130*	14,0379*
	s		t(s)	
High	-0,0243	0,8190	-0,4433	17,7817*
Middle	-0,0919	0,9186	-1,9296	12,4941*
Low	-0,1758	0,9705	-3,8270*	16,3542*
	h		t(h)	
High	0,3323	0,5459	6,7571*	13,1547*
Middle	-0,0410	0,2482	-0,9553	3,7465*
Low	-0,3095	-0,8123	-7,4777*	-15,1916*
	m		t(m)	
High	-0,2484	0,0885	-4,8138*	2,3870*
Middle	0,0677	0,2434	1,7636	4,1107*
Low	0,1764	-0,3363	4,7695*	-7,0366*

Fuente: Elaboración propia⁶

A partir de los resultados de las regresiones, se observa que la cartera BM reporta no significancia para todos los factores en ambos modelos. Esto implica que bajo ningún modelo, ninguno de los factores logra capturar la variación en los retornos para las acciones con alta capitalización bursátil y un Valor en Libro/Valor en Bolsa promedio.

También es evidente que el efecto tamaño solo se cumple para los portafolios conformados por acciones de empresas con baja capitalización bursátil. Además, se observa que el efecto valor no se cumple para los portafolios conformados por acciones con bajo ratio Valor en

⁵ Los valores con * indican que el p-valor es menor a 0,05

⁶ En esta tabla, b hace referencia a la pendiente y t(b) al t-estadístico del factor de mercado. s hace referencia a la pendiente y t(s) al t-estadístico del factor SML. h hace referencia a la pendiente y t(h) al t-estadístico del factor HML. m hace referencia a la pendiente y t(m) al t-estadístico del factor MOM.

Libro/Valor en Bolsa no se cumple para ambos modelos. Por lo cual resulta difícil establecer un comportamiento homogéneo que permita basar en él las decisiones de inversión, ya que como se estableció, no todas acciones de baja capitalización bursátil generarán mayores retornos que las acciones con gran capitalización bursátil. Resultado similar a Buitrago & Ortiz (2014).

De igual forma, respecto al efecto valor, no se puede determinar un comportamiento claramente definido. Este mismo fenómeno sucede en México, donde las empresas grandes y con bajo ratio, lo que indica que son más seguras, terminan pagando un mayor rendimiento que las demás (Cervantes, 2001).

Finalmente, hay que resaltar que el factor Momentum es significativo para todos los portafolios a excepción de la cartera BM, que es la cartera que ha presentado problemas para todos los factores.

5.3 Ajuste de los modelos

La Tabla 9 muestra los R cuadrados ajustados de las regresiones de cada uno de los dos modelos. El Panel A reporta el grado de ajuste del modelo de tres factores para cada uno de los portafolios. Mientras que el Panel B presenta el grado de ajuste para el modelo de cuatro factores.

Se evidencia que al incorporar un cuarto factor, en este caso el factor Momentum, el grado de ajuste del modelo mejora, sin embargo, no de una forma muy significativa ya que el ajuste promedio de los retornos del primer modelo son del 72% y pasa al 75% al incluir el factor Momentum, resultado similar a Cervantes (2001).

Tabla 9. R-cuadrado Ajustado

	Big	Small
Panel A: Modelo de 3 Factores		
High	0,665	0,727
Middle	0,820	0,395
Low	0,898	0,859
Panel B: Modelo de 4 factores		
High	0,719	0,732
Middle	0,822	0,437
Low	0,908	0,885

Fuente: Elaboración propia

5.4 Análisis de interceptos

Otra manera de observar la capacidad del modelo para explicar los excesos de retorno es revisando los interceptos derivados de las regresiones de los modelos. Fama y French (2015) establecen que el mejor modelo de valoración de activos es el que capta completamente los retornos esperados y por tanto la intercepción debe ser indistinguible de cero.

Así, con el objetivo de probar esta hipótesis, se procedió a realizar la prueba de Breusch Pagan mediante una regresión de Datos Panel con 1308 observaciones para cada modelo. Los resultados arrojados establecen con un p valor muy cercano a 1 para ambos modelos que la hipótesis nula no se rechaza, es decir, no se confirma la presencia de efectos fijos en el término de error y por tanto no hay evidencia que los interceptos para ambos modelos sea indistinguible o muy cercano a cero. Este resultado no brinda la información suficiente para determinar qué modelo se comporta mejor, por ello se procedió a realizar otro tipo análisis de los interceptos de cada modelo.

El panel A de La Tabla 10 muestra los interceptos de las regresiones del modelo de tres factores, donde se observa que todos los interceptos no son estadísticamente significativos a excepción de portafolio BH. A partir de ellos se esperaría que al agregar el cuarto factor los

intercepto se hicieran más pequeños e indistinguible de cero, sin embargo, se observa en el panel B de la Tabla 8 que contrario a lo esperados los intercepto son mayores a los del modelo de tres factores, además de presentar dos portafolios BH y SL intercepto estadísticamente significativos.

Tabla 10. Interceptos

	Big	Small	Big	Small
Panel A: Intercepto modelo 3 factores				
	a		t(a)	
High	0,00219	0,00016	3,03451	0,24269
Middle	0,00119	0,00117	1,78350	1,10243
Low	0,00015	0,00220	0,22025	2,39838
Panel B: Intercepto modelo 4 factores				
	a		t(a)	
High	0,00210	0,00019	3,30398	0,29462
Middle	0,00122	0,00126	1,82833	1,22735
Low	0,00021	0,00208	0,32968	2,51038

Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente, se calcula el valor promedio absoluto de los interceptos, $A|a_i|$, como lo hizo Fama y French (2005). Se ha encontrado que el valor de $A|a_i|$ es el mismo tanto para el modelo de tres factores como para el de cuatro, 0,00118, por lo que adicionar el factor Momentum, según este criterio, no permitió mejorar de una forma significativa la capacidad de captar la variación de los excesos de retornos.

6. Conclusiones

Una de las principales conclusiones es que el modelo de Fama y French de 3 factores tiene una capacidad explicativa en términos generales aceptable al aplicarlo al mercado colombiano, ya que aunque los resultados no son tan satisfactorios respecto a estudios como los de Fama y French (1993) para Estados Unidos, Rubio (2004) para España o Gaunt (2004) para el mercado financiero australiano, el modelo tiene un ajuste promedio de 72%, a pesar de ser un mercado pequeño, de baja liquidez y con escasa información disponible. Este resultado contrasta con el encontrado por Buitrago y Ortiz (2014) y refuerza los encontrados por Cruz, Jaulín, & Carmona (2015) y Carmona & Vera (2015).

En cuanto al comportamiento del cuarto factor denominado Momentum, objetivo principal del trabajo, se puede afirmar que es estadísticamente significativo, es decir que sí recoge una parte de la variación de los retornos. Sin embargo, su aporte al mejoramiento del modelo de Fama y French de 3 factores es muy baja, ya que el aumento en la mejora del ajuste del modelo es menor al 3% y mediante las pruebas realizadas a los interceptos no se puede inferir un mejor comportamiento.

Otros de los resultados relevantes, y que es una debilidad de ambos modelos en la aplicabilidad al mercado colombiano, es que algunos factores evidencian comportamientos diferentes a los esperados según la literatura sobre el tema, lo que desvela que el mercado colombiano tiene características idiosincráticas y asociadas al poco desarrollo de su mercado financiero que limitan el alcance de los modelos desarrollados en mercados maduros y esto lleva a que el ajuste de los modelos de valoración de activos no sean el esperado. Esto refuerza la necesidad de realizar más investigaciones en Colombia teniendo en cuenta sus particularidades propias.

Para próximos trabajos, se recomienda tener una base de datos mucho más amplia y desarrollar pruebas complementarias sobre los interceptos, como el test GRS de Gibbons, Ross y Shanken (1989).

Referencia Bibliográfica

- Berkowitz, M., & Qiu, J. (2001). Common risk factors in explaining canadian equity returns. *Discussion Paper, University of Toronto*.
- Buitrago, L. Y., & Ortiz, M. (2014). *Aplicabilidad modelo Fama French en Colombia*. Colegio de estudios Superiores de Administración- CESA.
- Cakici, Fabozzi, & Tan. (2013). Siza, value, and momentum in emerging market stock returns. *Emerging Markets Review*, 16, 46–65.
- Carhart, M. M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of Finance*, 52(1), 57–82.
- Carmona, D., & Vera, M. (2015). Evaluación de factores de riesgo con influencia en los retornos de los activos de la canasta COLCAP en C olombia, 2009-2012. *Revista Dimension Empresarial*, 13(1), 21–40.
- Cervantes, M. (2001). *Modelos Multifactoriales Aplicados a la Bolsa Mexicana de Valores*. Zapopan, México.
- Chen, N.-F., Roll, R., & Ross, S. (1986). Economic Force and the Stock Market. *The Journal of Business*, 59(3), 383–403.
- Cochrane, J. (2005). *Asset Pricing*.
- Cruz, A., Jaulín, G., & Carmona, D. (2015). Valoración de activos de renta variable para el mercado accionario colombiano en los sectores industrial, comercial y de servicios 2009-2013: Modelos Fama y French y Reward Beta. *Sinapsis*, 7, 174–201.
- Duarte, J. B., Ramírez, Z., & Sierra, K. (2013). Evaluación del efecto tamaño de empresa en los mercados bursátiles de América Latina. *Ecos de Economía*, 37, 5–28.
- Dubova, I. (2005). La validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio en el caso

- colombiano. *Cuadernos de ADMINISTRACIÓN*, 18(30), 241–279.
- Fama, E., & French, K. (1992). The Cross Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 7(2), 427–465.
- Fama, E., & French, K. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116(1), 1–22.
- Fama, F., & French, R. (1993). Common risk factors in the returns stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3–56.
- Gaunt. (2004). Size and book to market effects and the Fama French three factor asset pricing model: evidence from the australian stock market. *Accounting and Finance*, 44(1), 27–44.
- Hernández, C., & Cervantes, M. (2010). Rendimientos Accionarios en Shenzhen, China: en la búsqueda del mejor modelo de predicción. *PORTES Revista Mexicana de Estudios Sobre La Cuenca Del Pacífico*, 4(7), 109–130.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *The Journal of Finance*, 48(1), 65–91.
- Kristjanpoller, W., & Liberona, C. (2010). Comparación de modelos de predicción de retornos accionarios en el Mercado Accionario Chileno: *EconoQuantum*, 7(1).
- Lintner, J. (1965). The Evaluation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portafolios and Capital Budgets. *The Riview of Economics and Statistics*, 47(1), 13–37.
- López, J. G. (2015). El modelo de tres factores de fama & french: aplicación en el mercado de valores peruano. *Observatorio de La Economía Latinoamericana*. Retrieved from <http://www.eumed.net/cursecon/ecolat/la/15/mercado-peruano.html>

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection Harry Markowitz. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

Peña, A. M. (2011). *Análisis de la Rentabilidad-Riesgo de Acciones que Cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia para el Periodo 2002-2008*. Universidad del Valle.

Perilla, E. (2008). *Aplica el Modelo CAPM en el Caso Colombiano Validación Empírica y su Pertenencia para Colombia*. Universidad de la Salle.

Rogers, P., & Securato, J. R. (2009). Comparative Study of CAPM, Fama and French Model and Reward Beta Approach in the Brazilian Market. *RAC-Eletronica*, 3.1.

Rubio, F. (2004). *Modelo de Tres Factores en España*. Viña del Mar, Chile.

Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *American Finance Association*, 19(3), 425–442.

Anexo 1.

Conformación Portafolios Tamaño – Valor

	Big	Slow
High	CORFICOL	BVC
	PROMIG	ODINSA
	CEMARGOS	OCCID
	AVAL	MINEROS
	EEB	CELSIA
Middle	PFDVVND	ETB
	NUTRESA	BBVACOL
	ISA	PFCARPAK
	PFBICOLO	VALOREM
	BOGOTA	CONCONC
	BICOLO	
Low	ECOPETL	PFAVH
	GRUPOARG	GRUPOBOL
	PFGRUPOA	ENKA
	GRUPOSUR	FABRI
	EXITO	COLTEJ

Fuente: Elaboración Propia

Anexo 2

Conformación Portafolios Tamaño – Rentabilidad

	Big	Small
Winner	ISA	PFCARPAK
	PFDVVND	PFAVH
	CEMARGOS	MINEROS
	NUTRESA	CELSIA
	EXITO	BVC
Loser	EEB	FABRI
	CORFICOL	CONCONC
	BOGOTA	GRUPOBOL
	PROMIG	BBVACOL
	ECOPETL	COLTEJ

Fuente: Elaboración propia

Anexo 3

Prueba de Heterocedasticidad y Autocorrelación

	Test de White	Test de Breusch-Godfrey
Panel A: Modelo de Tres Factores		
BH	0,00	0,79
BM	0,07	0,20
BL	0,15	0,30
SH	0,00	0,20
SM	0,29	0,30
SL	0,00	0,058
Panel B: Modelo de Cuatro Factores		
BH	0,00	0,12
BM	0,26	0,13
BL	0,06	0,20
SH	0,00	0,06
SM	0,08	0,06
SL	0,00	0,20

Fuente: Elaboración Propia