

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE UN SECADOR POR ASPERSIÓN
PARA EL SECADO DE EXTRACTO DE LEVADURA**

IVÁN DAVID VIVAS RÍOS

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
SANTIAGO DE CALI**

2015

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE UN SECADOR POR ASPERSIÓN
PARA EL SECADO DE EXTRACTO DE LEVADURA**

IVÁN DAVID VIVAS RÍOS

**Trabajo de grado presentado como requisito
para optar al título de Ingeniero Químico**

Director: Mario Andrés Llano Restrepo, Ph.D.

Profesor Titular

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA

SANTIAGO DE CALI

2015

RESUMEN

Una manera rigurosa de describir los procesos físicos involucrados en un secador por aspersión es desarrollando e implementando computacionalmente un modelo matemático del funcionamiento del secador.

En este trabajo se desarrolló un modelo matemático para el secador por aspersión de la planta piloto de ingeniería de alimentos de la Universidad del Valle (Cali, Colombia), etapa de un proyecto de investigación titulado “*Evaluación de las condiciones de operación en el secado por aspersión de extracto de levadura sobre las propiedades fisicoquímicas del producto*” financiado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad del Valle y ejecutado en colaboración con la Escuela de Ingeniería de Alimentos.

Para el desarrollo del modelo matemático se plantearon un balance de materia para el agua en las gotas, un balance de materia para el agua en el sistema aire-gotas, un balance de energía para las gotas, un balance de energía para el aire, un balance de momentum para las gotas, ecuaciones de transferencia interfacial de masa y calor, ecuaciones de equilibrio de fases liquido-vapor y relaciones sicrómetricas. Se utilizó el método de integración de Runge - Kutta de cuarto orden para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que constituyen el modelo matemático y tal solución se implementó en el lenguaje de programación científico MATLAB R2012a. Adicionalmente, se determinaron experimentalmente las siguientes propiedades: densidad másica, calor específico del sólido seco, actividad de agua y humedad crítica del extracto de levadura.

Finalmente, se realizó una comparación de los resultados de la simulación con datos experimentales tomados en el secador por aspersión de la planta piloto de ingeniería de alimentos para el secado de extracto de levadura, obteniéndose desviaciones para el diámetro de partícula final del 0.54% y 1.92%, para la humedad final en base seca del aire del 9.37% y 17.17% y para la temperatura final del sistema aire + extracto de levadura, desviaciones del 51.33% y 2.73%. También se realizó un análisis de sensibilidad paramétrico para conocer la influencia de las distintas variables de operación en el funcionamiento del secador por aspersión.

CONTENIDO

	Pág
INTRODUCCIÓN.....	13
1. SECADO POR ASPERSIÓN.....	14
1.1 CONFIGURACIONES DE LA CAMARA DE SECADO.....	15
1.2 ATOMIZACIÓN.....	17
1.3 ETAPAS DE SECADO EN UN SECADOR POR ASPERSIÓN.....	17
1.4 ANTECEDENTES.....	18
2. DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO.....	21
2.1 SUPOSICIONES DEL MODELO MATEMÁTICO.....	21
2.2 BALANCE DE MATERIA PARA EL AGUA EN LAS GOTAS.....	22
2.2.1 Flux másico de agua evaporada.....	24
2.3 BALANCE DE MATERIA PARA EL AGUA EN EL SISTEMA AIRE-GOTAS.....	25
2.4 BALANCE DE ENERGÍA PARA LAS GOTAS.....	26
2.5 BALANCE DE ENERGÍA PARA EL AIRE.....	30
2.6 BALANCE DE MOMENTUM PARA LAS GOTAS.....	32
2.6.1 Coeficiente de arrastre.....	35
2.7 DIÁMETRO Y DENSIDAD DE LAS GOTAS.....	36
2.8 CÁLCULO DE PARÁMETROS INICIALES.....	39
2.8.1 Diámetro de gota inicial.....	39
2.8.2 Densidad másica de gota inicial.....	40
2.8.3 Número de gotas.....	40

2.9 PROPIEDADES FISICOQUÍMICAS Y DE TRANSPORTE DEL AGUA Y DEL AIRE.....	40
3. TRANSFERENCIA DE MASA Y CALOR.....	43
4. EQUILIBRIO EN LA INTERFASE GAS-LIQUIDO PARA EL AGUA.....	44
5. PROPIEDADES DEL EXTRACTO DE LEVADURA SECO.....	47
5.1 DENSIDAD MASICA DEL SOLIDO SECO.....	47
5.2 CALOR ESPECÍFICO DEL EXTRACTO DE LEVADURA SECO.....	47
5.3 CURVA DE SECADO Y HUMEDAD CRÍTICA DEL EXTRACTO DE LEVADURA.	48
6. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO.....	49
6.1 DIAMETRO DE LAS GOTAS.....	50
6.2 DENSIDAD DE LAS GOTAS.....	51
6.3 HUMEDAD DE LAS GOTAS Y DEL AIRE.....	52
6.4 TEMPERATURA DE LAS GOTAS Y DEL AIRE.....	53
6.5 VELOCIDAD DE LAS GOTAS.....	54
6.6 ACTIVIDAD DE AGUA DE LAS GOTAS.....	55
6.7 COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA.....	56
6.8 COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES.....	57
6.9 ANALISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICO.....	59
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	62
BIBLIOGRAFÍA.....	63
ANEXOS.....	67

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Unidades	Significado
t	[s]	Tiempo
Z	[m]	Altura del secador
m	[kg]	Masa
$\dot{n}$	[kg s ⁻¹]	Flujo másico
A_s	[m ²]	Área superficial
n_w	[kg m ⁻² s ⁻¹]	Flux de agua
v	[m s ⁻¹]	Velocidad
V	[m ³]	Volumen
d	[m]	Diámetro
C	[mol m ⁻³]	Concentración
K_c	[m s ⁻¹]	Coeficiente de transferencia de masa convectivo
y		Fracción molar
P	[atm]	Presión cámara de secado
T	[°K]	Temperatura
X	[kgw kgss ⁻¹]	Humedad en base seca de las gotas
X_b	[kgw kgAS ⁻¹]	Humedad en base seca del aire
q	[W m ⁻²]	Flux de calor que en entra a la gota
$\hat{H}$	[J kg ⁻¹]	Entalpia especifica
$\hat{U}$	[J kg ⁻¹]	Energía interna especifica
C_P	[J kg ⁻¹ °K ⁻¹]	Capacidad calorífica
q_c	[W m ⁻²]	Flux de calor convectivo

h_c	[W m ⁻² °K ⁻¹]	Coeficiente de transferencia de calor convectivo
Q_{per}	[W]	Perdidas de calor de la cámara de secado
f		Factor de pérdidas de calor ajustable
F	[N]	Fuerza
a	[m s ⁻²]	Aceleración
C_D		Coeficiente de arrastre viscoso
$\dot{V}_L$	[m ³ s ⁻¹]	Flujo volumétrico de alimentación
$\Delta\hat{H}_{vap}$	[J kg ⁻¹]	Entalpía de vaporización
k	[W m ⁻¹ °K ⁻¹]	Conductividad térmica
P^{SAT}	[atm]	Presión de vapor
$D_{V,A}$	[m ² s ⁻¹]	Difusividad binaria
a_w	[HR/100]	Actividad de agua

Letras griegas

Símbolo	Unidades	Significado
ρ	[kg m ⁻³]	Densidad
φ	[s ⁻¹]	Número de gotas
η	[Pa s]	Viscosidad
γ		Coeficiente de actividad

Subíndices

Símbolo	Significado
w	Agua
d	Gota
ss	Sólido seco (extracto de levadura)
i	En la superficie de la gota

b	Seno del aire
AS	Aire seco
A	Aire húmedo
rel	Relativa
ARR	Arrastre viscoso
E	Empuje
G	Gravitacional o peso
VMD	Promedio volumétrico
V	Vapor de Agua

Superíndices

Símbolo	Significado
(V)	Fase de vapor

Números adimensionales

Símbolo	Significado
Nu	Número de Nusselt
Sh	Número de Sherwood
Sc	Número de Schmidt
Pr	Número de Prandtl
Re	Número de Reynolds
B	Número de Spalding

Constantes

Símbolo	Significado
g	Aceleración de la gravedad
R	Constante universal de los gases
M_W	Peso molecular del agua
M_{AS}	Peso molecular del aire seco

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Diagrama de un sistema típico de secado por aspersión (Adaptada de Seader et al., 2010).....	14
Figura 2. Configuraciones de una cámara de secado por aspersión. (a) Flujo en contracorriente; (b) Flujo concurrente; (c) Flujo mixto; (d) Flujo paralelo. (Adaptada de Patsavas, 1963).....	16
Figura 3. Curva de temperatura típica y cambios de tamaño durante el secado de una gota que contiene solidos disueltos. (Adaptada de Mezhericher et al., 2008).....	19
Figura 4. Modelos de secado de gota. (a) Gota con una corteza solida seca; (b) gota con una corteza flexible y una burbuja. (Adaptada de Ali et al., 2014).....	20
Figura 5. Esquema del balance de agua una gota.....	22
Figura 6. Esquema del balance de materia para el agua en el sistema aire-gotas.....	25
Figura 7. Esquema del balance de energía para la gota.....	27
Figura 8. Esquema balance de energía para el aire. (a) Flujo concurrente; (b) Flujo en contracorriente.....	30
Figura 9. Esquema balance de momentum. Para flujo concurrente, lado derecho (caso 1); lado izquierdo (caso 2).....	33
Figura 10. Isotermas de sorción del extracto de levadura.....	46
Figura 11. Curva de secado del extracto de levadura en un secador de bandejas.....	48

Figura 12. Variación del diámetro de gota con respecto a la altura del secador. (a) Altura completa del secador; (b) Primeros 10 mm de altura.....	50
Figura 13. Variación de la densidad másica de la gota con respecto a la altura del secador. (a) Altura del secador completa; b) Primeros 10 mm de altura para la CEXP-1; (c) Primeros 10 mm de altura para la CEXP-2.....	51
Figura 14 (a) Variación de la humedad de las gotas con respecto a la altura del secador; (b) Variación de la humedad del aire con respecto a la altura del secador.....	52
Figura 15. (a) Variación de la temperatura de las gotas con respecto a la altura del secador; (b) Variación de la temperatura de la gota en los primeros 10 mm de altura; (c) Variación de la temperatura del aire con respecto a la altura del secador.....	53
Figura 16. Variación de la velocidad de las gotas con respecto a la altura del secador; (c) y (d) Variación del número de Reynolds con respecto a la altura del secador.....	55
Figura 17. Variación de la actividad de agua con respecto a la altura del secador. (a) Altura del secador completa; (b) Primeros 10 mm de altura.....	56
Figura 18. (a) Variación del coeficiente de transferencia de calor con respecto a la altura del secador; (b) Variación del coeficiente de transferencia de masa con respecto a la altura del secador.....	56
Figura 19. Dimensiones de la cámara de secado.....	67
Figura 20. Esquema experimental de entrada de flujo de aire a la cámara de secado.....	70
Figura 21. Esquema del balance de energía adiabático al final del secador.....	77
Figura 22. (Arriba) secador por aspersión. (Abajo) atomizador de disco centrífugo.....	80

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Características de los atomizadores utilizados en el secado por aspersión (Foust et al., 2006).....	18
Tabla 2. Propiedades fisicoquímicas y de transporte del agua y el aire.....	41
Tabla 3. Parámetros iniciales del modelo matemático para su implementación computacional.....	49
Tabla 4. Comparación de los datos finales de simulación con los datos experimentales	58
Tabla 5. Análisis de sensibilidad paramétrico para el diámetro inicial promedio de las gotas.....	59
Tabla 6. Análisis de sensibilidad paramétrico de la velocidad del aire.....	60
Tabla 7. Datos experimentales de la corrida experimental #1 (CEXP-1).....	68
Tabla 8. Datos experimentales de la corrida experimental #2 (CEXP-2).....	69
Tabla 9. Isotermas de sorción a 27°C y a 40°C.	71
Tabla 10. Datos experimentales para la densidad de partícula del extracto de levadura seco.....	72
Tabla 11. Datos experimentales del calorímetro de barrido diferencial.....	73

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1. Dimensiones de la cámara y del atomizador de disco centrífugo.....	67
Anexo 2. Corridas experimentales.....	68
Anexo 3. Velocidad del are y flujo de aire seco.....	70
Anexo 4. Isotermas de sorción de agua en extracto de levadura.....	71
Anexo 5. Densidad de partícula del extracto de levadura.....	72
Anexo 6. Calor específico del extracto de levadura seco.....	73
Anexo 7. Balance de energía adiabático a la salida de la cámara de secado.....	77
Anexo 8. Granulometría experimental del producto final seco.....	79
Anexo 9. Fotografías de la unidad de secado por aspersión de la planta piloto de la Escuela de Ingeniería de Alimentos.....	80

INTRODUCCIÓN

La modelación computacional es hoy en día una herramienta popular para la investigación teórica de los diferentes procesos tecnológicos, tales como el secado por aspersión. La mayoría de los modelos para el secado por aspersión se basan en la dinámica de fluidos computacional, un enfoque que utiliza métodos numéricos y algoritmos para resolver y analizar computacionalmente problemas de fenómenos de transporte complejos. Para el secado, se usa para determinar patrones de flujo del aire, temperatura, tamaño promedio de partícula y humedad que son muy difíciles de medir en un secador a gran escala (Mezhericher et al., 2010).

La complejidad del proceso de secado por aspersión radica en la inclusión de aspectos de la mecánica de fluidos, transferencia de calor y masa, termodinámica de equilibrios de fases, tecnología de partículas, ciencia de materiales; en definitiva, una gran parte de la ingeniería química, mecánica y de procesos.

A pesar de que los modelos de dinámica de fluidos computacional (CFD) son los modelos más novedosos para describir el proceso de un secador por aspersión, estos poseen una gran dificultad al incorporar modelos completos de cinética de secado de gotas, además de ser computacionalmente costosos en comparación con un enfoque de modelado más simple. Los modelos más simples pueden ser utilizados para describir y analizar el proceso de secado por aspersión rápidamente, pudiendo competir con los modelos más rigurosos de CFD (Ali et al., 2014).

1. SECADO POR ASPERSIÓN

El secado por aspersión es uno de los métodos más comunes para la fabricación de una amplia variedad de productos particulados en la industria química, de alimentos, farmacéutica, biotecnológica y de cerámicas. El secado por aspersión consiste en la evaporación del disolvente de una solución o suspensión pulverizada en gotas que contienen sólidos usando un gas caliente para transformar las gotas en partículas secas. Este secado se lleva a cabo en una torre, en el que la solución o suspensión se pulveriza en pequeñas gotas usando atomizadores. Las gotas entran en contacto con un gas caliente produciendo un intercambio de calor, masa y momentum, lo que resulta en la formación de partículas sólidas en una sola unidad (Masters, 1972).

Básicamente un secador por aspersión consta de cinco elementos esenciales como se muestra en la Figura 1: Un calentador de aire, una cámara de secado, un sistema de atomización, un sistema de recolección de partículas del seno del aire y uno o más ventiladores para mover el aire a través de todo el sistema (Barbosa et al., 2005).

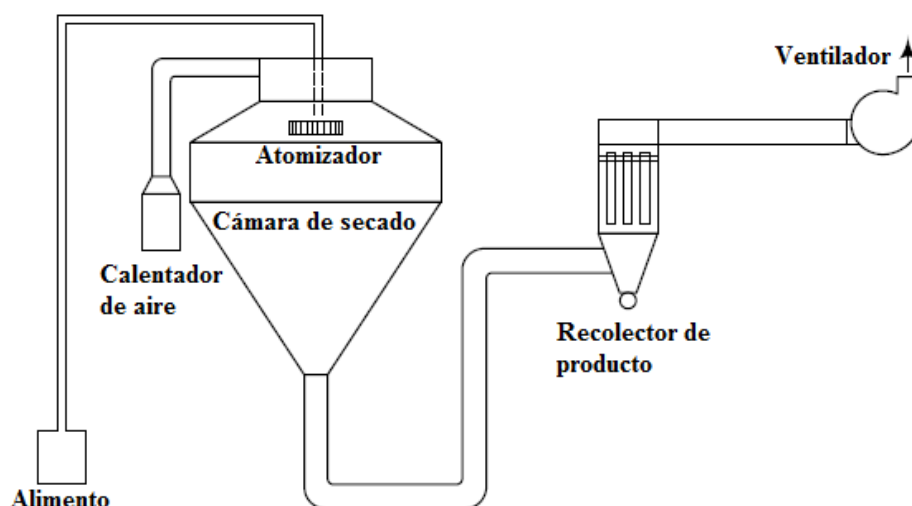


Figura 1. Diagrama de un sistema típico de secado por aspersión. (Adaptada de Seader et al., 2010).

Entre las ventajas que tiene el secado por aspersión están las siguientes:

- (1) La posibilidad de mantener las especificaciones del producto constantes a lo largo de la cámara de secado cuando las condiciones se mantienen constantes (Barbosa et al., 2005).
- (2) La facilidad de mantener una operación continua (Barbosa et al., 2005).
- (3) La adaptabilidad para una completa automatización (Barbosa et al., 2005).
- (4) La exposición por tiempos cortos del producto en un gas caliente (Foust et al., 2006).
- (5) El mantenimiento de un nivel bajo de la temperatura del producto aún en presencia de gases muy calientes debido a la evaporación del líquido en la aspersión, evitando daños en el producto. (Foust et al., 2006).

Entre sus desventajas más importantes se encuentran los altos costos de instalación, la baja eficiencia térmica, el consumo de energía, entre otros (Barbosa et al., 2005).

1.1 CONFIGURACIONES DE LA CAMARA DE SECADO

Patsavas (1963), identificó de una manera muy general cuatro configuraciones de los secadores por aspersión, dependiendo de la dirección del flujo de gas con respecto a la alimentación atomizada.

- (1) Secador por aspersión con flujo en contracorriente (Figura 2 (a)).

El líquido es atomizado en la cima de la cámara de secado y se mueve hacia abajo, mientras que el aire se introduce cerca de la parte inferior de la cámara de secado y se mueve hacia arriba a través de las gotas de líquido. El producto seco sale por el fondo de la cámara, mientras que el aire se expulsa por la parte superior de la cámara de secado. El aire de entrada, que está a una temperatura entre 180°C y 250°C se pone en contacto directo con el producto casi seco. Este tipo de secador presenta varias desventajas entre las cuales se encuentran: la reducción de la calidad del producto debido a la influencia de las temperaturas altas sobre el producto seco, y el bajo flujo de aire, con el fin de evitar el arrastre del producto hacia la parte superior de la cámara de secado.

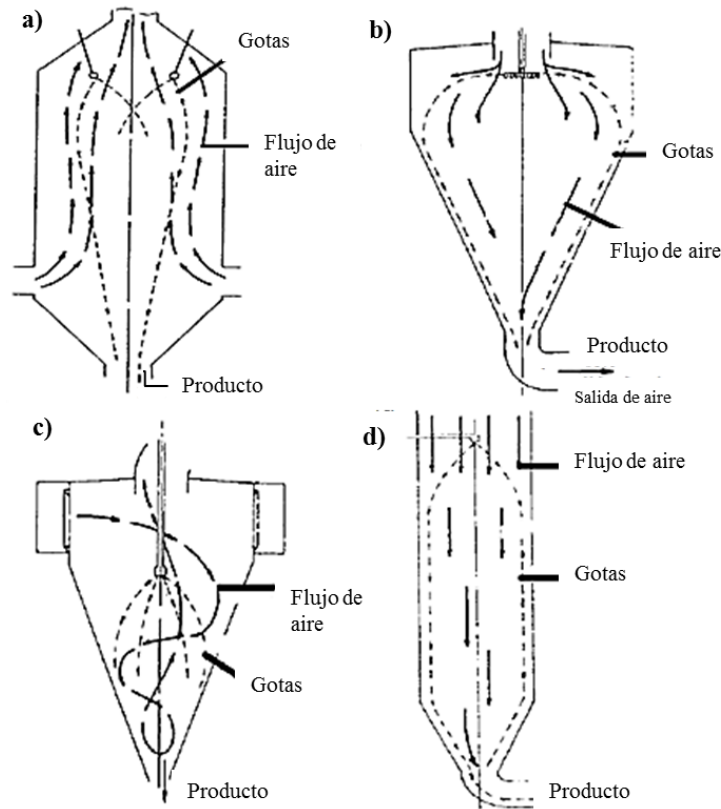


Figura 2. Configuraciones de una cámara de secado por aspersión. (a) Flujo en contracorriente; (b) Flujo concurrente; (c) Flujo mixto; (d) Flujo paralelo. (Adaptada de Patsavas, 1963).

(2) Secador por aspersión con flujo concurrente (Figura 2 (b)).

Se mezcla el aire de entrada con las gotas recién formadas en el atomizador. Después del mezclado inicial, el producto y el aire se mueven en dirección descendente. El producto y el aire salen de la cámara de secado por la parte inferior y se trasladan a un sistema de separación. Probablemente esta configuración es la mejor para productos sensibles al calor, ya que el producto deshidratado está en contacto con el aire de menor temperatura.

(3) Secador por aspersión con flujo mixto (Figura 2 (c)).

El producto es introducido por un atomizador en algún lugar cerca del centro de la cámara de secado, el aire es introducido en la parte superior y se mueve hacia la parte inferior de la cámara de secado, donde entra en contacto con el producto antes de moverse nuevamente hacia arriba. El producto sale por la parte inferior de la cámara de secado.

La temperatura alta del aire puede reducir la calidad del producto, pero el sistema tiene una alta capacidad de evaporación por unidad de volumen.

(4) Secador por aspersión con flujo paralelo (Figura 2 (d)).

Con esta configuración el producto y el aire se mueven en direcciones paralelas desde la parte superior hasta la parte inferior de la cámara de secado. El producto y el aire salen de la cámara de secado y se mueven juntos a un sistema de separación.

1.2 ATOMIZACIÓN

La atomización es el proceso más importante en la operación de secado por aspersión, ya que gobierna el tamaño del producto y la distribución inicial de tamaños de gota, características que forman la base del diseño de la cámara de secado. Los tres principales tipos de atomizadores utilizados son los de disco centrífugo, las boquillas de presión y las boquillas neumáticas (Gauvin & Katta, 1976). En la Tabla 1 se recopilan las principales características de los atomizadores nombrados anteriormente.

1.3 ETAPAS DE SECADO EN UN SECADOR POR ASPERSIÓN

El secado de las gotas que contienen sólidos disueltos o suspendidos comúnmente se ha dividido en dos etapas distintas (Figura 3). En la primera etapa el líquido se evapora de la superficie de la gota a una tasa constante. El tamaño de la gota se reduce debido a la evaporación de la humedad. La segunda etapa comienza cuando una corteza sólida cubre la superficie de la gota. La velocidad de secado en esta etapa se vuelve totalmente dependiente de la difusión de la humedad desde el interior de la gota hacia la superficie. El contenido de humedad en el que se produce la transformación de la gota a sólido se denomina humedad crítica (Masters, 1972).

Tabla 1. Características de los atomizadores utilizados en el secado por aspersión (Foust et al., 2006).

Boquillas Neumáticas	Boquillas a presión	Disco centrífugo
Se obtiene un tamaño fino de partícula.	Dan un tamaño de gota más grande y uniforme que el de la boquilla neumática.	Producen un tamaño de gota uniforme y no requieren de una alimentación a presión elevada.
Se basa en la fragmentación de las corrientes líquidas con aire.	Requiere que el fluido sometido a la aspersión fluya a través de conductos estrechos.	No son sensibles a variaciones de las propiedades de alimentación.
Aire a baja presión (menor a 30 psig), se forma una burbuja de líquido que se fragmenta formando gotas.	Produce un movimiento tangencial de alta velocidad formando un cono hueco que finalmente se rompe formando gotas.	El líquido se acelera hasta una velocidad centrifuga alta (6000-30000 rpm).
Aire a presiones mayores de 30 psig, el líquido sale de la boquilla en forma de filamentos.	Requiere alimento totalmente homogéneo como las boquillas neumáticas.	El líquido sale del disco como una película líquida que se rompe formando las gotas.

1.4 ANTECEDENTES

Muchos investigadores han estudiado experimentalmente el comportamiento del secado de una sola gota (Ranz & Marshall, 1952; Charlesworth & Marshall, 1960; Furuta et al., 1983; Cheong et al., 1986; Nesik & Vodnik, 1991; Hassan & Mumford, 1993; Hecht & King, 2000a y Lin & Gentry, 2003). Los datos obtenidos a partir de las observaciones experimentales han permitido el desarrollo de modelos matemáticos para el secado de una gota. Ranz & Marshall (1952) fueron los primeros en investigar la evaporación de gotas de agua que contienen sólidos disueltos y suspendidos. Para las gotas que contienen sólidos disueltos, llegaron a la conclusión de que antes de que se forme una estructura sólida, el disolvente se evapora a una

velocidad constante pero menor que la de un disolvente puro y la solución se satura en la superficie de la gota. Para las gotas que contienen sólidos en suspensión, la presencia de partículas sólidas no reduce la presión de vapor significativamente; por lo tanto, la tasa de evaporación inicial corresponde a la del disolvente puro. Después de la formación de una estructura sólida, la tasa de evaporación del disolvente comienza a disminuir y la temperatura empieza a incrementarse.

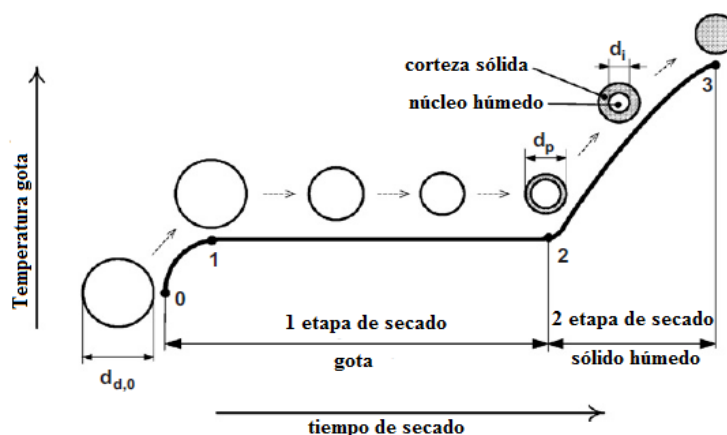


Figura 3. Curva de temperatura típica y cambios de tamaño durante el secado de una gota que contiene sólidos disueltos. (Adaptada de Mezhericher et al., 2008).

Dos mecanismos del proceso de secado de gotas se han utilizado para el desarrollo de modelos matemáticos en estudios anteriores:

- (1) Gota con una corteza sólida seca (Audu & Jeffreys, 1975; Cheong et al., 1986; Nesic & Vodnik, 1991; Elperin & Krasovitev, 1995; Farid, 2003; Kadja & Bergeles, 2003; Dalmaz et al., 2007; Mezhericher et al., 2007; Mezhericher et al., 2008; Handscomb et al., 2009 y Ali et al., 2014).
- (2) Gota con una corteza flexible y una burbuja (Hecht & King, 2000b y Handscomb et al., 2009).

Los modelos basados en estos dos mecanismos difieren en la segunda etapa del proceso de secado. En los modelos basados en el mecanismo tipo (1), se supone que se forma una corteza sólida porosa rígida y el diámetro exterior de la partícula permanece constante. La evaporación sólo se produce en la interfase entre la corteza y el núcleo húmedo. El vapor se difunde a través de la corteza sólida porosa a su superficie exterior. El espesor de la corteza sólida

aumenta hacia el interior del núcleo húmedo debido a la evaporación de la humedad (Figura 4(a)).

El núcleo húmedo sigue disminuyendo de tamaño hasta que toda la humedad se evapora dando como resultado una partícula porosa seca. En los modelos basados en el mecanismo tipo (2) (Figura 4(b)), después de la formación de la corteza sólida flexible, la humedad se difunde hacia la superficie exterior de la partícula desde donde se evapora durante todo el proceso de secado. Un aumento en la temperatura de la partícula hace que la vaporización del disolvente ocurra dentro del núcleo húmedo. Se supone que una sola burbuja de vapor saturado situada en el centro se expande debido a la vaporización del disolvente, lo que aumenta la presión interna de la partícula. Esto hace que la partícula se infle. Un tamaño de partícula máximo arbitrario se especifica con el fin de limitar la expansión de la partícula.

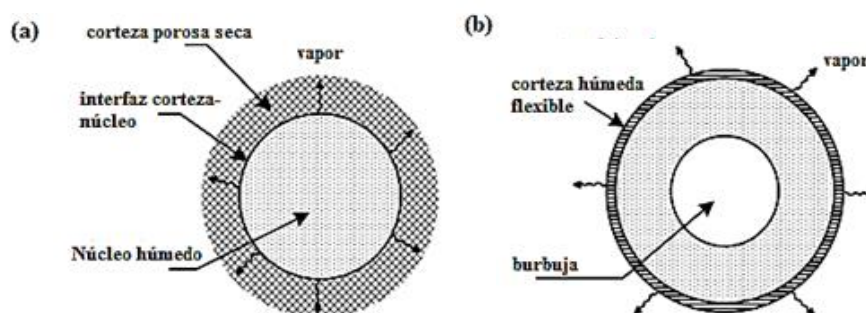


Figura 4. Modelos de secado de gota. (a) gota con una corteza sólida seca; (b) gota con una corteza flexible y una burbuja. (Adaptada de Ali et al., 2014).

Parti & Palancz (1974) desarrollaron un modelo matemático para secadores por aspersión para flujo concurrente o en contracorriente que considera gotas de igual tamaño, dispersas uniformemente sobre la sección transversal del secador por aspersión. Las velocidades de las gotas y del aire son unidimensionales y paralelas al eje del secador. La temperatura y la humedad del aire varían axialmente. El modelo considera la disminución del tamaño de gota debido a la evaporación de la humedad. El diámetro se mantiene constante una vez que se alcanza el contenido de humedad crítico. Las pérdidas de calor a través de las paredes del secador se consideran de magnitud despreciable.

2. DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO

En este trabajo se desarrolló un modelo matemático de ecuaciones diferenciales ordinarias para un secador por aspersión con flujo de aire concurrente o en contracorriente planteando un balance de materia para el agua en las gotas, un balance de materia para el agua en el sistema aire-gotas, un balance de energía para las gotas, un balance de energía para el aire, un balance de momentum para las gotas, ecuaciones de transferencia interfacial de masa y calor, ecuaciones de equilibrio de fases líquido-vapor y correlaciones semi-empíricas para evaluar algunas de las condiciones iniciales involucradas en las ecuaciones diferenciales del modelo, y para determinar las propiedades fisicoquímicas y de transporte requeridas.

Dada la inexistencia en la literatura de las propiedades fisicoquímicas del extracto de levadura, que en este trabajo son cruciales para la implementación computacional del modelo, se determinaron experimentalmente la densidad de partícula, el calor específico, la actividad de agua y la curva de secado del extracto de levadura.

2.1 SUPOSICIONES DEL MODELO MATEMÁTICO

Las suposiciones del modelo matemático desarrollado son las siguientes:

- (1) La gota es una esfera no hueca.
- (2) La gota se contrae de manera uniforme con la pérdida de agua.
- (3) La gota no se expande ni se rompe.
- (4) No hay gradientes de temperatura dentro de la gota.
- (5) No hay circulación de aire en el interior de la gota.
- (6) La gota es de composición binaria (agua y soluto).
- (7) La velocidad del aire dentro de la cámara es constante y se considera un patrón de flujo pistón para el aire.
- (8) La evaporación del agua se da en la superficie de la gota.
- (9) No hay acumulación de masa en el secador por aspersión.

2.2 BALANCE DE MATERIA PARA EL AGUA EN LAS GOTAS

Se considera la gota como el volumen de control (Figura 5):

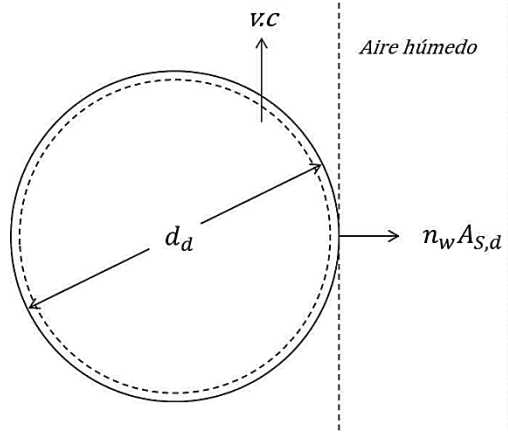


Figura 5. Esquema del balance de agua en una gota

Realizando un balance de materia en estado transitorio para el agua en una gota se tiene:

$$\frac{dm_{w,d}}{dt} = -\dot{n}_w \quad (1)$$

donde $m_{w,d}$ es la masa de agua contenida en la gota y $\dot{n}_w$ es la tasa másica de evaporación del agua.

Por definición, la humedad másica en base seca de las gotas está dada por la expresión $X = m_{w,d}/m_{ss}$, de la cual despejando a $m_{w,d}$ se obtiene:

$$m_{w,d} = m_{ss}X \quad (2)$$

donde la masa del solido seco (m_{ss}) en la gota es constante porque la gota no se desintegra.

Reemplazando la Ec.(2) en la Ec.(1) se obtiene:

$$m_{ss} \frac{dX}{dt} = -\dot{n}_w \quad (3)$$

El flujo másico de agua evaporada es igual a:

$$\dot{n}_w = A_{s,d} n_w \quad (4)$$

donde n_w es el flux masico correspondiente y $A_{s,d}$ es el area superficial de la gota.

Reemplazando la Ec.(4) en la Ec.(3),

$$m_{ss} \frac{dX}{dt} = -A_{s,d} n_w \quad (5)$$

Como el interés general está en los cambios de las propiedades físicas a través de la altura Z del secador, se tiene que la velocidad de la gota v_d puede escribirse como:

$$v_d = \frac{dZ}{dt} \quad (6)$$

Despejando a dt de la Ec.(6) y reemplazándolo en la Ec.(5) se tiene:

$$m_{ss} \frac{dX}{dZ} = -\frac{A_{s,d} n_w}{v_d} \quad (7)$$

Por definición, la densidad másica de la gota ρ_d esta dada por:

$$\rho_d = \frac{m_{ss} + m_{w,d}}{V_d} \quad (8)$$

Reemplazando la Ec.(2) en la Ec.(8) y despejando a m_{ss} , se obtiene:

$$m_{ss} = \frac{\rho_d V_d}{(1 + X)} \quad (9)$$

Reemplazando la Ec.(9) en la Ec.(7) y despejando la derivada de la humedad en base seca de la gota se tiene que:

$$\frac{dX}{dZ} = -\frac{A_{s,d}}{V_d} \left[\frac{n_w (1 + X)}{v_d \rho_d} \right] \quad (10)$$

Asumiendo que la gota es esférica, se tiene que:

$$V_d = \frac{\pi}{6} d_d^3 \quad (11)$$

$$A_{s,d} = \pi d_d^2 \quad (12)$$

donde d_d es el diámetro de la gota.

Dividiendo las Ecs.(11) y (12) miembro a miembro, se obtiene:

$$\frac{A_{s,d}}{V_d} = \frac{6}{d_d} \quad (13)$$

Finalmente, reemplazando la Ec.(13) en la Ec.(10) se obtiene:

$$\frac{dX}{dZ} = -\frac{6n_w(1+X)}{d_d v_d \rho_d} \quad (14)$$

2.2.1 Flux másico de agua evaporada

El flux másico de agua evaporada desde la gota, debido a la transferencia de masa convectiva está dado en términos de la diferencia de concentraciones entre el lado gas de la interfase y el seno del aire, así:

$$n_w = k_c (C_{w,i}^{(V)} - C_{w,b}^{(V)}) M_W \quad (15)$$

Las concentraciones molares del vapor de agua están dadas por:

$$C_{w,i}^{(V)} = y_{w,i}^{(V)} C_i \quad (16)$$

$$C_{w,b}^{(V)} = y_{w,b}^{(V)} C_b \quad (17)$$

Asumiendo que la fase gaseosa se comporta como una mezcla de gases ideales, se tiene que:

$$C_i = \frac{P}{RT_{d,i}} \quad (18)$$

$$C_b = \frac{P}{RT_b} \quad (19)$$

Reemplazando las Ecs. (16), (17), (18) y (19) en la Ec.(15) se obtiene:

$$n_w = k_c \left(\frac{P}{R} \right) M_w \left[\frac{y_{w,i}^{(V)}}{T_{d,i}} - \frac{y_{w,b}^{(V)}}{T_b} \right] \quad (20)$$

donde la fracción molar del vapor de agua en el seno del aire está dada por:

$$y_{w,b}^{(V)} = \frac{X_b \left(\frac{M_{AS}}{M_w} \right)}{1 + X_b \left(\frac{M_{AS}}{M_w} \right)} \quad (21)$$

y la fracción molar $y_{w,i}^{(V)}$ del vapor de agua en el lado gas de la interfase está dada por la Ec.(108), desarrollada más adelante, en el capítulo 4.

2.3 BALANCE DE MATERIA PARA EL AGUA EN EL SISTEMA AIRE-GOTAS

El esquema del sistema aire-gotas se ilustra en la Figura 6, en la cual φ es el número de gotas por unidad de tiempo, $\dot{n}_{AS}$ es el flujo másico de aire seco y X_b es la humedad másica en base seca del aire húmedo.

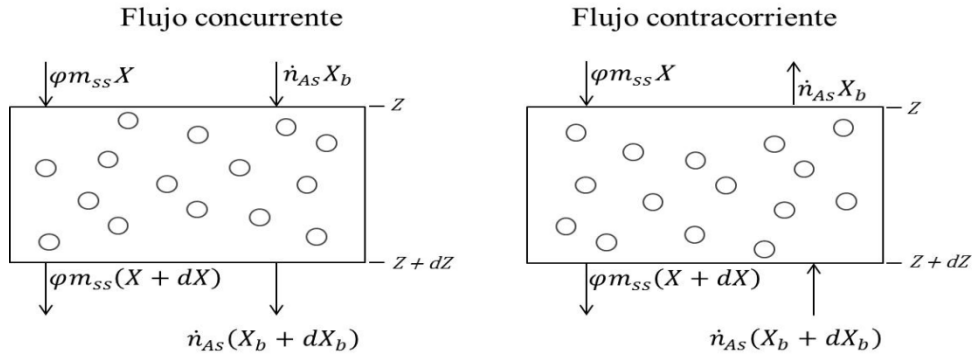


Figura 6. Esquema del balance de materia para el agua en el sistema aire-gotas

Asumiendo que no hay acumulación de materia en el elemento infinitesimal, se tiene que:

(1) Para flujo concurrente:

$$\varphi m_{ss} X + \dot{n}_{AS} X_b = \varphi m_{ss} (X + dX) + \dot{n}_{AS} (X_b + dX_b) \quad (22)$$

$$-\dot{n}_{AS}dX_b = \varphi m_{ss}dX \quad (23)$$

(2) Para flujo en contracorriente

$$\varphi m_{ss}X + \dot{n}_{AS}(X_b + dX_b) = \varphi m_{ss}(X + dX) + \dot{n}_{AS}X_b \quad (24)$$

$$\dot{n}_{AS}dX_b = \varphi m_{ss}dX \quad (25)$$

Al combinar las Ecs.(23) y (25) se obtiene:

$$\pm \dot{n}_{AS}dX_b = \varphi m_{ss}dX ; \begin{cases} (-)concurrente \\ (+)contracorriente \end{cases} \quad (26)$$

Reemplazando las Ecs. (9) y (11) en la Ec.(26),

$$\pm \dot{n}_{AS}dX_b = \frac{\pi \varphi d_d^3 \rho_d}{6(1+X)}dX \quad (27)$$

Aplicando la Ec.(27) para un cambio en la coordenada longitudinal se obtiene:

$$\pm \dot{n}_{AS} \frac{dX_b}{dZ} = \frac{\pi \varphi d_d^3 \rho_d}{6(1+X)} \frac{dX}{dZ} \quad (28)$$

Finalmente, sustituyendo la Ec.(14) en la Ec.(28) se obtiene:

$$\frac{dX_b}{dZ} = \pm \frac{\pi \varphi d_d^2 n_w}{\dot{n}_{AS} v_d} ; \begin{cases} (+)concurrente \\ (-)contracorriente \end{cases} \quad (29)$$

2.4 BALANCE DE ENERGÍA PARA LAS GOTAS

En la Figura 7 se ilustran las entradas y salidas de energía de una gota, considerando la capa límite térmica producida por el estancamiento del aire alrededor de la gota.

En la Figura 7, q es el flux calorífico convectivo desde el aire en el borde interno de la capa límite térmica hacia la gota, y q_c es el flux calorífico convectivo desde el seno del aire hacia el borde externo de la capa límite.

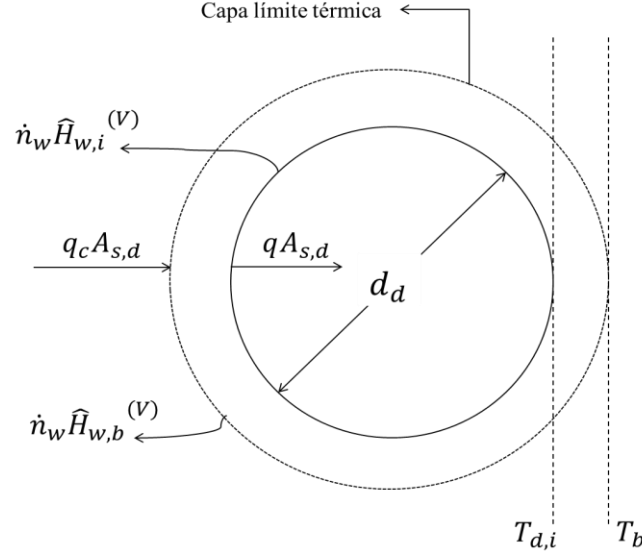


Figura 7. Esquema del balance de energía para la gota

Realizando un balance de energía en el volumen de control (la gota), se obtiene:

$$q A_{s,d} - \dot{n}_w \hat{H}_{w,i}^{(v)} = \frac{d(m_d \hat{U}_d)}{dt} \quad (30)$$

donde $\hat{H}_{w,i}^{(v)}$ es la entalpía específica del vapor de agua en la interfase (borde interno de la capa límite), $\hat{U}_d$ es la energía interna específica de la gota y m_d es la masa total de la gota.

Considerando que para líquidos y sólidos la energía interna coincide aproximadamente con la entalpía, se tiene que:

$$\hat{U}_d \cong \hat{H}_d \quad (31)$$

Además,

$$\hat{H}_d = \int_{T_{REF}}^T C_{p,d} dT \quad (32)$$

donde $C_{p,d}$ es el calor específico de la gota y T_{REF} es una temperatura de referencia.

Reemplazando la Ec.(31) en la Ec.(30) y aplicando las reglas de derivación resulta:

$$qA_{s,d} - \dot{n}_w \hat{H}_{w,i}^{(v)} = m_d \frac{d\hat{H}_d}{dt} + \hat{H}_d \frac{dm_d}{dt} \quad (33)$$

La masa total de la gota está dada por la expresión:

$$m_d = m_{w,d} + m_{ss} \quad (34)$$

Derivando con respecto al tiempo a ambos lados de la Ec.(34) y recordando que m_{ss} es constante, se tiene que:

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{dm_{w,d}}{dt} \quad (35)$$

Reemplazando las Ecs.(2) y (9) en la Ec.(35) se tiene:

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{\rho_d V_d}{(1+X)} \frac{dX}{dt} \quad (36)$$

Derivando la Ec.(32) con respecto al tiempo a ambos lados y haciendo $T = T_d$

$$\frac{d\hat{H}_d}{dt} = C_{p,d} \frac{dT_d}{dt} \quad (37)$$

Debido a que las gotas en el secador son por lo general muy pequeñas, el gradiente de temperatura en el interior de una gota es despreciable, por lo cual se infiere que la temperatura de la gota en la interfase ($T_{d,i}$) es igual a la temperatura en el interior de la gota T_d .

$$T_{d,i} = T_d \quad (38)$$

El calor específico de la gota puede escribirse como:

$$C_{p,d} = \left(\frac{m_{ss}}{m_d} \right) C_{p,ss} + \left(\frac{m_{w,d}}{m_d} \right) C_{p,w} \quad (39)$$

donde $C_{p,ss}$ es el calor específico del sólido seco y $C_{p,w}$ es el calor específico del agua líquida.

En virtud de las Ecs.(2) y (34), se tiene que $m_{w,d} = m_{ss}X$ y $m_d = m_{ss}(1 + X)$; reemplazando estas expresiones en la Ec.(39) y factorizando m_{ss}/m_d , se obtiene:

$$C_{p,d} = \frac{C_{p,ss} + XC_{p,w}}{(1 + X)} \quad (40)$$

Reemplazando las Ecs.(4), (8), (36), (37) y (38) en la Ec.(33) se obtiene:

$$\left(q - n_w \hat{H}_{w,i}^{(V)} \right) A_{s,d} = \rho_d V_d C_{p,d} \frac{dT_{d,i}}{dt} + \frac{\rho_d V_d}{(1 + X)} \hat{H}_d \frac{dX}{dt} \quad (41)$$

Realizando un balance de energía en estado estacionario en la capa límite térmica se tiene que:

$$q_c + n_w \hat{H}_{w,i}^{(V)} = q + n_w \hat{H}_{w,b}^{(V)} \quad (42)$$

El flux calorífico convectivo q_c está dado por la expresión:

$$q_c = h_c (T_b - T_{d,i}) \quad (43)$$

Reemplazando la Ec.(43) en la Ec.(42) y despejando a q resulta:

$$q = h_c (T_b - T_{d,i}) + n_w \left(\hat{H}_{w,i}^{(V)} - \hat{H}_{w,b}^{(V)} \right) \quad (44)$$

Reemplazando la Ec.(44) en la Ec.(41) y simplificando se obtiene:

$$\left[h_c (T_b - T_{d,i}) - n_w \hat{H}_{w,b}^{(V)} \right] A_{s,d} = \rho_d V_d C_{p,d} \frac{dT_{d,i}}{dt} + \frac{\rho_d V_d}{(1 + X)} \hat{H}_d \frac{dX}{dt} \quad (45)$$

Reemplazando las Ecs.(6), (10) y (13) en la Ec.(45), y despejando la derivada de la temperatura de la gota, finalmente se tiene que:

$$\frac{dT_{d,i}}{dZ} = \frac{6}{\rho_d d_d v_d C_{p,d}} \left[h_c (T_b - T_{d,i}) - n_w \left(\hat{H}_{w,b}^{(V)} - \hat{H}_d \right) \right] \quad (46)$$

2.5 BALANCE DE ENERGÍA PARA EL AIRE

La Figura 8 muestra los flujos de energía entre las gotas y el aire húmedo, además de tener en cuenta las pérdidas de calor en un elemento infinitesimal.

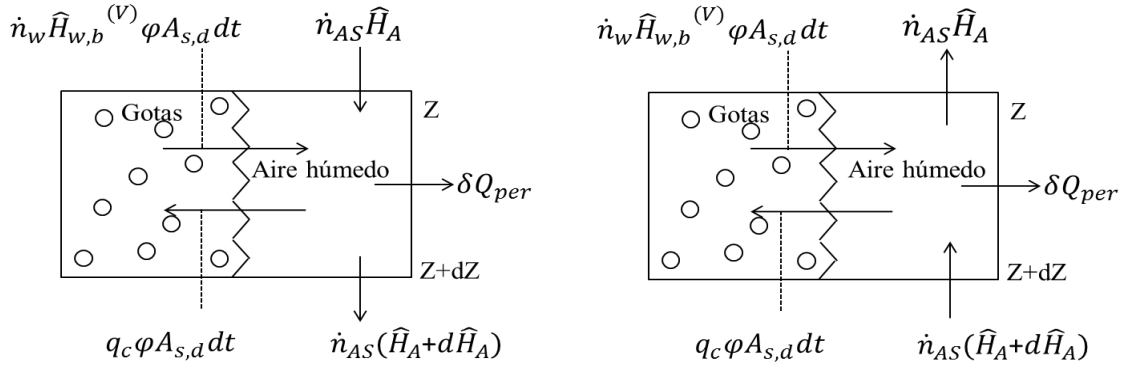


Figura 8. Esquema del balance de energía para el aire. (a) Flujo concurrente; (b) Flujo en contracorriente.

(1) Para el flujo concurrente:

$$\dot{n}_{AS}\hat{H}_A + \dot{n}_w\hat{H}_{w,b}^{(v)}\phi A_{s,d}dt = \dot{n}_{AS}(\hat{H}_A + d\hat{H}_A) + q_c\phi A_{s,d}dt + \delta Q_{per} \quad (47)$$

$$-\dot{n}_{AS}d\hat{H}_A = q_c\phi A_{s,d}dt + \delta Q_{per} - \dot{n}_w\hat{H}_{w,b}^{(v)}\phi A_{s,d}dt \quad (48)$$

(2) Para el flujo en contracorriente:

$$\dot{n}_{AS}(\hat{H}_A + d\hat{H}_A) + \dot{n}_w\hat{H}_{w,b}^{(v)}\phi A_{s,d}dt = \dot{n}_{AS}\hat{H}_A + q_c\phi A_{s,d}dt + \delta Q_{per} \quad (49)$$

$$\dot{n}_{AS}d\hat{H}_A = q_c\phi A_{s,d}dt + \delta Q_{per} - \dot{n}_w\hat{H}_{w,b}^{(v)}\phi A_{s,d}dt \quad (50)$$

Combinando las Ecs.(48) y (50) se obtiene:

$$\pm \dot{n}_{AS}d\hat{H}_A = q_c\phi A_{s,d}dt + \delta Q_{per} - \dot{n}_w\hat{H}_{w,b}^{(v)}\phi A_{s,d}dt \quad (51)$$

$$\begin{cases} (-) \text{concurrente} \\ (+) \text{contracorriente} \end{cases}$$

Dividiendo por el diferencial de tiempo a ambos lados de la Ec.(51) y simplificando se obtiene:

$$\pm \dot{n}_{AS} \frac{d\hat{H}_A}{dt} = \left(q_c - n_w \hat{H}_{w,b}^{(V)} \right) \varphi A_{s,d} + \frac{\delta Q_{per}}{dt} \quad (52)$$

Pero la entalpía específica del aire húmedo (por unidad de masa de aire seco), se puede escribir como:

$$\hat{H}_A = \left(\frac{m_{AS}}{m_{AS}} \right) \hat{H}_{AS} + \left(\frac{m_{w,b}}{m_{AS}} \right) \hat{H}_{w,b}^{(V)} \quad (53)$$

donde $\hat{H}_{AS}$ es la entalpía específica del aire seco y $\hat{H}_{w,b}^{(V)}$ es la entalpía específica del vapor de agua contenido en el aire húmedo.

Por definición, la humedad másica en base seca del aire húmedo esta dada por:

$$X_b = \frac{m_{w,b}}{m_{AS}} \quad (54)$$

Reemplazando la Ec.(54) en la Ec.(53) se obtiene:

$$\hat{H}_A = \hat{H}_{AS} + X_b \hat{H}_{w,b}^{(V)} \quad (55)$$

Reemplazando la Ec.(55) en la Ec.(52) y aplicando reglas de derivación se obtiene:

$$\begin{aligned} & \pm \dot{n}_{AS} \left[\frac{d\hat{H}_{AS}}{dt} + X_b \frac{d\hat{H}_{w,b}^{(V)}}{dt} + \hat{H}_{w,b}^{(V)} \frac{dX_b}{dt} \right] \\ & = \left(q_c - n_w \hat{H}_{w,b}^{(V)} \right) \varphi A_{s,d} + \frac{\delta Q_{per}}{dt} \end{aligned} \quad (56)$$

Ahora bien,

$$\frac{d\hat{H}_{AS}}{dt} = c_{p,AS} \frac{dT_b}{dt} \quad (57)$$

$$\frac{d\hat{H}_{w,b}^{(V)}}{dt} = c_{p,w}^{(V)} \frac{dT_b}{dt} \quad (58)$$

Reemplazando las Ecs.(57) y (58) en la Ec.(56), se tiene que:

$$\begin{aligned}
& \pm \dot{n}_{AS} \left[C_{p,AS} \frac{dT_b}{dt} + X_b C_{p,w}^{(V)} \frac{dT_b}{dt} + \hat{H}_{w,b}^{(V)} \frac{dX_b}{dt} \right] \\
& = \left(q_c - n_w \hat{H}_{w,b}^{(V)} \right) \phi A_{s,d} + \frac{\delta Q_{per}}{dt}
\end{aligned} \tag{59}$$

Al sustituir la Ec.(6) en la Ec.(59), se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \pm \left[v_d (C_{p,AS} + X_b C_{p,w}^{(V)}) \frac{dT_b}{dZ} + v_d \hat{H}_{w,b}^{(V)} \frac{dX_b}{dZ} \right] \\
& = \frac{\left(q_c - n_w \hat{H}_{w,b}^{(V)} \right) \phi A_{s,d}}{\dot{n}_{AS}} + \frac{v_d}{\dot{n}_{AS}} \frac{\delta Q_{per}}{dZ}
\end{aligned} \tag{60}$$

Reemplazando las Ecs.(12), (29) y (43) en la Ec.(60) se obtiene:

$$\frac{dT_b}{dZ} = \pm \left[\frac{\pi \phi d_d^2 h_c (T_b - T_{d,i})}{\dot{n}_{AS} v_d (C_{p,AS} + X_b C_{p,w}^{(V)})} + \frac{1}{\dot{n}_{AS} (C_{p,AS} + X_b C_{p,w}^{(V)})} \frac{\delta Q_{per}}{dZ} \right] \tag{61}$$

Debido a que experimentalmente no se pudieron cuantificar las pérdidas de calor por radiación al exterior y por infiltración de aire frío a la cámara de secado, se define un factor ajustable f de tal forma que:

$$\frac{dT_b}{dZ} = \pm (1 + f) \left[\frac{\pi \phi d_d^2 h_c (T_b - T_{d,i})}{\dot{n}_{AS} v_d (C_{p,AS} + X_b C_{p,w}^{(V)})} \right]; \begin{cases} (-) \text{concurrente} \\ (+) \text{contracorriente} \end{cases} \tag{62}$$

2.6 BALANCE DE MOMENTUM PARA LAS GOTAS

La Figura 9 muestra las fuerzas que están involucradas en el balance de momentum de las gotas. En la Figura 9, la dirección de la fuerza de arrastre es igual a la dirección de la velocidad relativa (Wilkes, 1999).

El vector velocidad relativa está definido como:

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_A - \vec{v}_d \tag{63}$$

Si se considera positivo el sentido descendente del movimiento de las gotas y $\hat{j}$ es el vector unitario en esa dirección, entonces se tiene que:

(1) Para flujo en contracorriente, $\vec{v}_A = -v_A\hat{j}$ y $\vec{v}_d = v_d\hat{j}$, entonces:

$$\vec{v}_{rel} = -(v_A + v_d)\hat{j} \quad (64)$$

Lo cual quiere decir que en un secador por aspersión con flujo en contracorriente, la fuerza por arrastre viscoso siempre será opuesta al movimiento de las gotas (o sea, hacia arriba).

(2) Para flujo concurrente, $\vec{v}_A = v_A\hat{j}$ y $\vec{v}_d = v_d\hat{j}$, entonces:

$$\vec{v}_{rel} = (v_A - v_d)\hat{j} \quad (65)$$

Para la Ec. (65) se presentan dos casos:

1. Si $v_A > v_d$, la fuerza por arrastre viscoso actuará en el mismo sentido del movimiento de las gotas (o sea, hacia abajo).
2. Si $v_A < v_d$, la fuerza por arrastre viscoso actuará en sentido opuesto al movimiento de las gotas (o sea, hacia arriba).

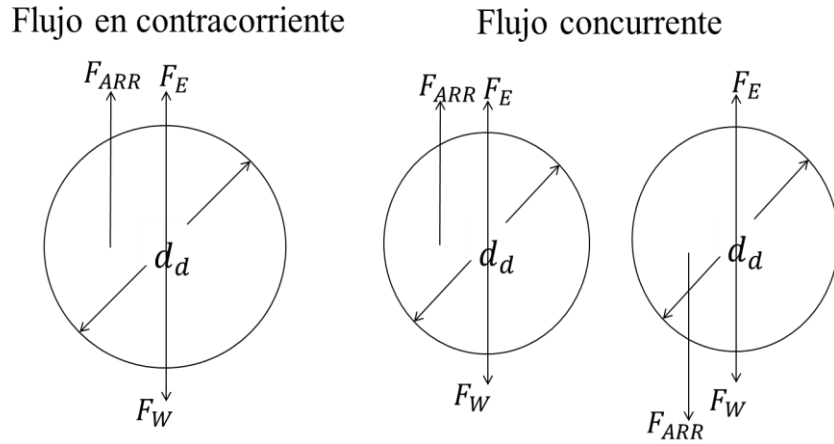


Figura 9. Esquema balance de momentum. Para flujo concurrente, lado derecho (caso 1); lado izquierdo (caso 2).

La fuerza por arrastre viscoso está dado por:

$$F_{ARR} = \frac{\pi}{8} C_D d_d^2 v_{rel}^2 \rho_A \quad (66)$$

donde ρ_A es la densidad másica del aire húmedo.

La fuerza de empuje está dada por el principio de Arquímedes, así:

$$F_E = \frac{\pi}{6} d_d^3 \rho_A g \quad (67)$$

El peso de la gota está dado por:

$$F_W = \frac{\pi}{6} d_d^3 \rho_d g \quad (68)$$

Por la segunda ley de Newton se tiene que:

$$m_d \vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \quad (69)$$

$$m_d \vec{a} = \vec{F}_W + \vec{F}_E + \vec{F}_{ARR} \quad (70)$$

Como el modelo es unidimensional, entonces la aceleración está dada por su componente vertical, así:

$$\vec{a} = a_y (\hat{j}) = \frac{dv_d}{dt} \quad (71)$$

Sustituyendo las Ecs.(66), (67), (68) en la Ec.(70) y utilizando la Ec.(6) y la expresión $m_d = \frac{\pi}{6} d_d^3 \rho_d$ se obtiene:

(1) Para flujo en contracorriente,

$$\frac{dv_d}{dZ} = g \frac{(\rho_d - \rho_A)}{v_d \rho_d} - \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_A (v_A + v_d)^2}{d_d \rho_d v_d} \quad (72)$$

(2) Para flujo concurrente,

1. Si $v_A > v_d$

$$\frac{dv_d}{dZ} = g \frac{(\rho_d - \rho_A)}{v_d \rho_d} + \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_A (v_A - v_d)^2}{d_d \rho_d v_d} \quad (73)$$

2. Si $v_A < v_d$

$$\frac{dv_d}{dZ} = g \frac{(\rho_d - \rho_A)}{v_d \rho_d} - \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_A (v_A - v_d)^2}{d_d \rho_d v_d} \quad (74)$$

2.6.1 Coeficiente de arrastre

Beard & Pruppacher (1969) realizaron mediciones experimentales del arrastre en un túnel de viento para pequeñas gotas de agua que descendían en aire saturado. Para números de Reynolds entre 0.2 y 200, la correlación que encontraron fue:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} & ; \quad Re < 0.2 \\ \frac{24}{Re} (1 + 0.1Re^{0.99}); & 0.2 < Re < 2 \\ \frac{24}{Re} (1 + 0.11Re^{0.81}); & 2 < Re < 21 \\ \frac{24}{Re} (1 + 0.1Re^{0.632}); & 21 < Re < 200 \end{cases} \quad (75)$$

Beard & Pruppacher (1969) compararon sus resultados con los obtenidos por Pruppacher & Steinberg (1968), llegando a la conclusión de que en el intervalo $0.2 < Re < 21$, la correlación de Pruppacher & Steinberger se ajusta mejor a los datos experimentales. Realizando la combinación de las dos correlaciones, se tiene como resultado final para el cálculo del coeficiente de arrastre:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} & ; \quad Re < 0.2 \\ \frac{24}{Re} (1 + 0.102Re^{0.955}); & 0.2 < Re < 2 \\ \frac{24}{Re} (1 + 0.115Re^{0.802}); & 2 < Re < 21 \\ \frac{24}{Re} (1 + 0.189Re^{0.632}); & 21 < Re < 200 \end{cases} \quad (76)$$

2.7 DIÁMETRO Y DENSIDAD DE LAS GOTAS

Para los cálculos anteriores es necesario conocer la relación entre la densidad másica y el contenido de humedad en base seca de las gotas y la relación entre la densidad másica y el diámetro de las gotas.

En la primera etapa de secado, se debe tener en cuenta que la disminución del volumen de la gota se debe a la disminución del volumen de agua por efecto de la evaporación:

$$dV_d = dV_{w,d} \quad (77)$$

La densidad del agua en la gota está definida por:

$$\rho_w = \frac{dm_{w,d}}{dV_{w,d}} \quad (78)$$

En virtud de la Ec.(77), la Ec.(78) toma la forma,

$$dm_{w,d} = \rho_w dV_d \quad (79)$$

Reemplazando las Ecs.(2) y (9) en la Ec.(79) se obtiene:

$$dX = \rho_w d \left(\frac{1 + X}{\rho_d} \right) \quad (80)$$

Integrando la Ec.(80) a ambos lados con los siguientes límites de integración: para $X = 0, \rho_d = \rho_{ss}$ y para $X = X, \rho_d = \rho_d$, se tiene que:

$$\int_0^X dX = \int_{\rho_{ss}}^{\rho_d} \rho_w d\left(\frac{1+X}{\rho_d}\right) \quad (81)$$

Del resultado de la integración se despeja a ρ_d , para dar:

$$\rho_d = \frac{\rho_{ss}(1+X)}{1 + \frac{\rho_{ss}}{\rho_w}X} \quad (82)$$

La Ec.(82) establece la relación entre la densidad y la humedad másica en base seca de las gotas. La relación entre el diámetro de gota y la densidad puede ser determinada de manera similar, así:

En virtud de las Ecs.(35) y (77), la Ec.(78) toma la forma:

$$dm_d = \rho_w dV_d \quad (83)$$

Por definición, la densidad de la gota está dada por $\rho_d = m_d/V_d$, despejando a m_d de la expresión anterior y reemplazando en la Ec.(83) se obtiene:

$$d(\rho_d V_d) = \rho_w dV_d \quad (84)$$

Aplicando las reglas de derivación y despejando el dV_d de la Ec.(84) se obtiene:

$$\frac{dV_d}{V_d} = \frac{d\rho_d}{\rho_w - \rho_d} \quad (85)$$

Integrando la Ec.(85) a ambos lados con los siguientes límites de integración: para $V_d = V_{d(0)}, \rho_d = \rho_{d(0)}$ y para $V_d = V_d, \rho_d = \rho_d$, se tiene que:

$$\int_{V_{d(0)}}^{V_d} \frac{dV_d}{V_d} = \int_{\rho_{d(0)}}^{\rho_d} \frac{d\rho_d}{\rho_w - \rho_d} \quad (86)$$

Despejando a V_d del resultado de la integración de la Ec.(86), se tiene que:

$$V_d = V_{d(0)} \left[\frac{\rho_{d(0)} - \rho_w}{\rho_d - \rho_w} \right] \quad (87)$$

Reemplazando la Ec.(11) en la Ec.(87) tanto para el volumen de la gota V_d como para el volumen de gota inicial $V_{d(0)}$ y despejando d_d se obtiene:

$$d_d = d_{d(0)} \sqrt[3]{\frac{\rho_{d(0)} - \rho_w}{\rho_d - \rho_w}} \quad (88)$$

donde $d_{d(0)}$ y $\rho_{d(0)}$ son los valores iniciales de d_d y ρ_d , respectivamente. La Ec.(88) establece la relación entre el diámetro de gota y la densidad.

Cuando se alcanza el contenido de humedad crítica en la superficie de la gota, ésta se solidifica (formación de costra) y el diámetro de gota permanece constante y se forman poros en el interior de la gota.

$$\frac{d(d_d)}{dZ} = 0 \quad (89)$$

Haciendo un balance de materia global para la gota:

$$\frac{dm_d}{dt} = -n_w A_{s,d} \quad (90)$$

Considerando la definición de m_d ,

$$m_d = \rho_d V_d \quad (91)$$

Como el diámetro de gota es constante, el volumen de gota V_d también es constante. Reemplazando la Ec.(91) en la Ec.(90) se tiene:

$$\frac{d\rho_d}{dt} = -n_w \frac{A_{s,d}}{V_d} \quad (92)$$

Finalmente, reemplazando las Ec.(6) y (13) en la Ec.(92) se obtiene:

$$\frac{d\rho_d}{dZ} = \frac{-6n_w}{d_d v_d} \quad (93)$$

2.8 CÁLCULO DE PARÁMETROS INICIALES

Para la implementación computacional del modelo matemático se necesita conocer el diámetro inicial de gota ($d_{d(0)}$), la densidad inicial de la gota ($\rho_{(0)}$), el número de gotas por unidad de tiempo (φ), la velocidad del aire (v_A) y el flujo másico de aire seco ($\dot{n}_{AS}$). La metodología de cálculo de los tres primeros parámetros se describe a continuación; el cálculo de los dos últimos se realiza en el Anexo (3), ya que dependen en su mayoría de datos experimentales obtenidos en el secador por aspersión de la planta piloto de la Escuela de Ingeniería de Alimentos.

2.8.1 Diámetro de gota inicial

Herring & Marshall (1955), desarrollaron una expresión para estimar el tamaño de gota para los atomizadores rotatorios, utilizando el diámetro promedio volumétrico, de la siguiente forma:

$$d_{VMD} = \frac{K G_L^{0.24}}{(N' d_D)^{0.83} (n' h')^{0.12}} \quad (94)$$

donde d_{VMD} es el diámetro promedio volumétrico en μm , K es una constante que es función del tamaño del secador con un valor promedio de 92.5×10^4 aceptado comúnmente, G_L es el flujo másico de la alimentación en lbm/min , N' es la velocidad del atomizador en rpm , d_D es el diámetro del atomizador en in , h' es el diámetro de los agujeros del atomizador en in , y n' es el número de agujeros del atomizador.

En el Anexo (1) se encuentran las especificaciones del atomizador de disco centrifugo.

2.8.2 Densidad másica inicial de las gotas

Para calcular la densidad de gota inicial se utiliza la ecuación de densidad de la gota para la primera etapa de secado, Ec.(82), evaluada a condiciones iniciales, así:

$$\rho_{d(0)} = \frac{\rho_{ss}(1 + X_{(0)})}{1 + \frac{\rho_{ss}}{\rho_{w(0)}} X_{(0)}} \quad (95)$$

donde $X_{(0)}$ es la humedad másica en base seca de la alimentación y $\rho_{w(0)}$ es la densidad másica del agua líquida evaluada a la temperatura del flujo de alimentación.

2.8.3 Número de gotas

Dada la suposición de que las gotas no colisionan ni se rompen, el número de gotas por unidad de tiempo a través de la longitud de secado es constante y está dado por la siguiente relación:

$$\varphi = \frac{\dot{V}_L}{V_{d(0)}} = \frac{6\dot{V}_L}{\pi d_{d(0)}^3} \quad (96)$$

La Ec.(96) hace referencia a que la sumatoria de volumen de todas las gotas generadas por el atomizador, si no hay acumulación, debe ser igual al flujo volumétrico de alimentación ($\dot{V}_L$).

2.9 PROPIEDADES FISICOQUÍMICAS Y DE TRANSPORTE DEL AGUA Y DEL AIRE

En la Tabla (2) se muestran las referencias de donde se tomaron las ecuaciones para el cálculo de las propiedades fisicoquímicas y de transporte del agua y el aire, además de mostrar las condiciones a las cuales se evalúan estas propiedades.

Tabla 2. Propiedades fisicoquímicas y de transporte del agua y el aire.

Propiedad	Consideraciones	Bibliografía
Capacidad calorífica del agua líquida ($C_{p,w}$)	Se evalúa a la temperatura de gota $T_{d,i}$	Yaws (1999)
Capacidad calorífica del vapor de agua ($C_{p,w}^{(V)}$)	Se evalúa a la temperatura de gota T_b	Yaws (1999)
Densidad del agua líquida (ρ_w)	Se evalúa a la temperatura de gota $T_{d,i}$	Yaws (1999)
(1) Se asume que el aire húmedo es un gas ideal. (2) Se evalúa a las condiciones de película.		
Densidad del aire húmedo (ρ_A)	$\bar{y}_w^{(V)} = \frac{y_{w,i}^{(V)} + y_{w,b}^{(V)}}{2}$	(97)
	$\bar{T}_A = \frac{T_{d,i} + T_b}{2}$	(98)
Entalpía de vaporización del agua ($\Delta\hat{H}_{vap,w}$)	Se evalúa a la temperatura de gota $T_{d,i}$	Yaws(1999)
Capacidad calorífica del aire seco ($C_{p,AS}$)	$C_{p,AS} = 0.79C_{p,N_2} + 0.21C_{p,O_2}$ Se evalúa a la temperatura del seno del aire T_b .	(99) Yaws(1999)

Capacidad calorífica del aire húmedo ($C_{p,A}$)	$C_{p,A} = (1 - \bar{y}_w^{(V)}) (0.79C_{p,N_2} + 0.21C_{p,O_2}) + \bar{y}_w^{(V)} C_{p,w}^{(V)}$ (100) Yaws(1999) Se evalúa a condiciones de película.	
Viscosidad del aire húmedo (η_A)	Se utiliza el modelo de Wilke (1950). Se evalúa a las condiciones de película.	Wilke (1950)
Conductividad térmica del aire húmedo (k_A)	Se calcula por analogía del método de Wilke (1950) para la viscosidad. Se evalúa a las condiciones de película.	Wilke (1950)
Presión de vapor del agua (P_w^{sat})	Se evalúa a la temperatura de gota $T_{d,i}$	Yaws (1999)
Difusividad binaria del vapor de agua en el aire seco ($D_{V,A}$)	Debido a que la presión del secador es baja (<0.89 atm) se utilizó el método de Fuller-Ensley-Schettler-Giddings (1965-1969) Se evalúa a la temperatura de película	Fuller et al. (1966)

3. TRANSFERENCIA DE MASA Y CALOR

Los primeros estudios significativos en el área de la transferencia de masa y calor en evaporación de gotas fueron realizados por Frössling (1938) y por Ranz & Marshall (1952). Estos últimos, quizá los más citados en artículos de secadores por aspersión, determinaron las siguientes correlaciones para los coeficientes de transferencia de masa y calor en evaporación de gotas:

$$Nu = 2 + 0.6 Re^{1/2} P_r^{1/3} \quad (101)$$

$$Sh = 2 + 0.6 Re^{1/2} S_c^{1/3} \quad (102)$$

Frazier & Hellier (1969) y Van der Lijn J. (1976) afirman que las ecuaciones de Ranz y Marshall dan valores demasiado altos para los números de Nusselt y Sherwood para la evaporación de gotas a altas temperaturas, debido a que la transferencia de masa causa una disminución en la tasa de transferencia de calor, así como en el coeficiente de transferencia de masa. Levi-Hevroni et al. (1995), determinaron los coeficientes de transferencia de masa y calor con la ayuda de una correlación de Ranz & Marshall modificada:

$$Nu = \frac{d_a h_c}{k_A} = (2 + 0.6 Re^{1/2} P_r^{1/3})(1 + B)^{-0.7} \quad (103)$$

$$Sh = \frac{d_a k_c}{D_{V,A}} = (2 + 0.6 Re^{1/2} S_c^{1/3})(1 + B)^{-0.7} \quad (104)$$

donde k_c y h_c son los coeficientes de transferencia de masa y calor respectivamente, k_A es la conductividad térmica del aire húmedo, $D_{V,A}$ es la difusividad ordinaria del vapor de agua en el aire húmedo y B es el número de Spalding y está dado por:

$$B = \frac{C_{p,w}^{(V)}(T_b - T_{d,i})}{\Delta \hat{H}_{vap,w}} \quad (105)$$

donde $\Delta \hat{H}_{vap,w}$ es el calor latente de vaporización del agua líquida.

4. EQUILIBRIO EN LA INTERFASE GAS- LÍQUIDO PARA EL AGUA

A presiones bajas, los gases tienden a comportarse como un gas ideal, por lo que el equilibrio líquido-vapor se puede escribir de la siguiente manera:

$$Py_{w,i}^{(V)} = x_{w,i}\gamma_w P_w^{SAT}(T_{d,i}) \quad (106)$$

Si la gota que está siendo expuesta a condiciones de secado solo contuviera agua, el comportamiento en la fase líquida sería ideal y el equilibrio líquido-vapor estaría dado por la ley de Raoult:

$$y_{w,i}^{(V)} = \frac{P_w^{SAT}(T_{d,i})}{P} \quad (107)$$

Pero si la gota además de contener agua, contiene sólidos disueltos (extracto de levadura), el comportamiento en la fase líquida ya no es ideal y el equilibrio líquido-vapor está dado por:

$$y_{w,i}^{(V)} = \frac{a_w P_w^{SAT}(T_{d,i})}{P} \quad (108)$$

donde $a_w = x_{w,i}\gamma_w$ es la actividad del agua y es una función fuerte de la temperatura y la humedad en base seca de la gota.

Para implementar computacionalmente el modelo matemático, fue necesario determinar experimentalmente la actividad del agua en el extracto de levadura debido a la inexistencia de datos experimentales en la literatura. Obtenidos los datos experimentales de actividad del agua en el extracto de levadura, estos se ajustaron al modelo de isotermas de sorción GAB el cual es ampliamente usado para ajustar datos de actividad del agua en alimentos (Ceballos et al., 2009).

La ecuación del modelo GAB aplicada a una gota es:

$$X = \frac{X_0 C K a_w}{[(1 - K a_w)(1 - K a_w + C K a_w)]} \quad (109)$$

donde X_0 es el contenido de humedad en base seca de la monocapa, y C y K están dados por:

$$C = C_0 \exp\left(\frac{H_1 - H_n}{RT_{d,i}}\right) \quad (110)$$

$$K = K_0 \exp\left(\frac{H_n - H_L}{RT_{d,i}}\right) \quad (111)$$

donde H_1 es el calor de adsorción en la monocapa, H_n es el calor de adsorción en las demás capas y H_L es el calor de condensación del vapor de agua. La Ec.(109) puede escribirse del siguiente modo:

$$X = \frac{a_w}{b_0 + b_1 a_w + b_2 a_w^2} \quad (112)$$

donde,

$$b_0 = \frac{1}{X_0 C K} \quad (113)$$

$$b_1 = \frac{(C - 2)}{X_0 C} \quad (114)$$

$$b_2 = \frac{(1 - C)K}{X_0 C} \quad (115)$$

En este trabajo, se realizó la medición experimental de dos isotermas de sorción (27°C y 40°C). Los datos experimentales obtenidos se ajustaron a la Ec.(112) en el software computacional Polymath 6.0. En el Anexo (4) se reportan los datos experimentales obtenidos. Las isotermas de sorción experimentales y predichas por el método GAB se observan en la Figura 10.

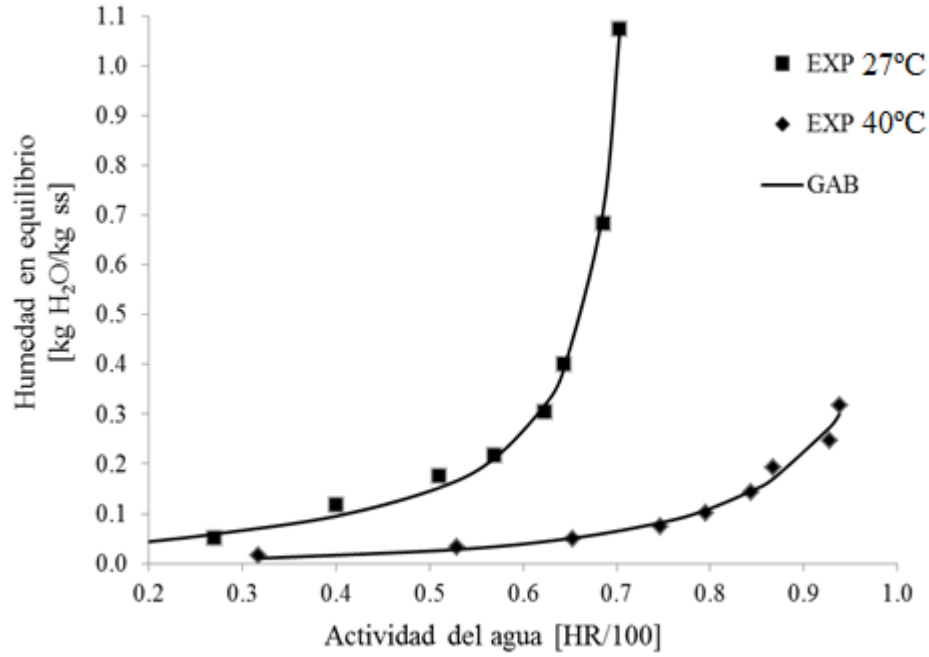


Figura 10. Isothermas de sorción del extracto de levadura

Las expresiones obtenidas para la dependencia con la temperatura de los parámetros ajustables del modelo GAB para la actividad del agua en el extracto de levadura son las siguientes:

$$C = 8.7565 \times 10^{-27} \exp\left(\frac{18454.48}{T_{d,i}}\right) \quad (116)$$

$$K = 1.2680 \times 10^{-4} \exp\left(\frac{2784.24}{RT_{d,i}}\right) \quad (117)$$

$$X_0 = 5.7769 \times 10^{-4} T_{d,i} - 0.1216 \quad (118)$$

5. PROPIEDADES DEL EXTRACTO DE LEVADURA SECO

Debido a la necesidad de conocer las propiedades del sólido seco (extracto de levadura) para la implementación computacional del modelo y su posterior comparación con los datos de operación obtenidos para el secador por aspersión, se determinaron experimentalmente la densidad de partícula (ρ_{ss}), el calor específico ($C_{p,ss}$) y la curva de secado.

5.1 DENSIDAD MÁSIKA DEL SÓLIDO SECO

La densidad másica del extracto de levadura se determinó experimentalmente en el laboratorio de docencia e investigación de la Escuela de Ingeniería Química de la Universidad del Valle. El valor promedio que se obtuvo es el siguiente:

$$\rho_{ss} = 1255.4 \text{ kg/m}^3 @ 25^{\circ}\text{C}$$

Para medir la densidad se usó el principio: “lo semejante disuelve a lo semejante”. Dado que el extracto de levadura se disuelve en el agua, los solventes ideales para determinar la densidad de partícula del extracto de levadura son los solventes apolares, como el hexano, tolueno, éter de petróleo, entre otros. En el Anexo (5) se describe detalladamente la metodología usada para determinar la densidad másica y los datos obtenidos para el extracto de levadura.

5.2 CALOR ESPECÍFICO DEL EXTRACTO DE LEVADURA SECO

El calor específico del extracto de levadura es importante conocerlo dada su aparición en la ecuación de balance de energía de la gota (Ecs.(40) y (46)). Esta propiedad se determinó experimentalmente en un calorímetro de barrido diferencial (DSC) de la Escuela de Ingeniería de Alimentos. El cálculo detallado de esta propiedad, así como los resultados experimentales obtenidos se detallan en el Anexo (6). La expresión polinómica en temperatura obtenida para el calor específico del extracto de levadura es la siguiente:

$$C_{pss} = -40.9104 + 0.2712T - 4.3206 \times 10^{-4}T^2 - 1.2883 \times 10^{-9}T^3 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{K}}$$

5.3 CURVA DE SECADO Y HUMEDAD CRÍTICA DEL EXTRACTO DE LEVADURA

Determinar el contenido de humedad crítica durante el secado del extracto de levadura es de suma importancia dado que este parámetro permite distinguir las dos etapas de secado, permitiendo a su vez determinar los cambios de tamaño de la gota durante el secado. A pesar de que la humedad crítica depende del tipo de secador, se determinó la curva de secado del extracto de levadura en un secador de bandejas, debido a las limitaciones experimentales para hacerlo directamente en el secador por aspersión.

En la Figura 11 se muestra la curva de secado para el extracto de levadura obtenida experimentalmente en un secador de bandejas.

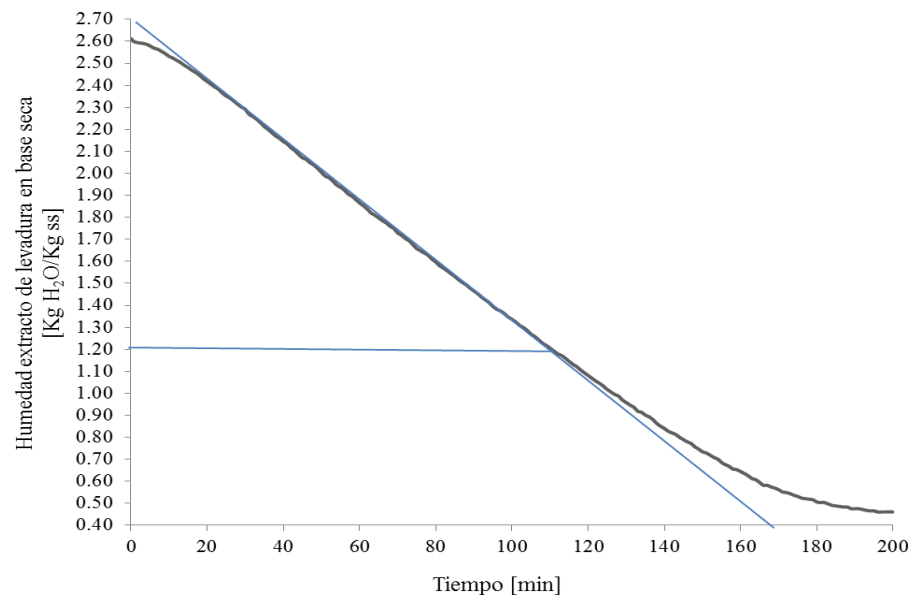


Figura 11. Curva de secado del extracto de levadura en un secador de bandejas

En la Figura 11 se observa que la humedad crítica del extracto de levadura es aproximadamente igual a 1.2 kg agua/kg extracto de levadura seco.

IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO

El modelo matemático presentado en las secciones anteriores se implementó en el lenguaje de programación científico MATLAB R2012a mediante la rutina *secadorporaspersion.m*. Se resolvieron de manera conjunta las ecuaciones diferenciales ordinarias por medio del método numérico de integración de Runge-Kutta de cuarto orden. El modelo matemático se compara con los datos experimentales obtenidos en el secador por aspersión disponible en la planta piloto de la escuela de Ingeniería de Alimentos. Los parámetros iniciales de las dos corridas experimentales (CEXP-1 y CEXP-2) son usados para la implementación computacional y se compilan en la Tabla 3.

Tabla 3. Parámetros iniciales del modelo matemático para su implementación computacional

Parámetros	CEXP-1	CEXP-2
Presión de la cámara de secado [atm]	0.8803	0.8804
Velocidad del aire [m/s]	11.10	10.78
Número de gotas por unidad de tiempo [1/s]	4,089,393	4,052,030
Flujo másico de aire seco [kg/s]	0.0189	0.0184
Diámetro de gota inicial [μm]	55.022	55.532
Densidad inicial de las gotas [kg/m^3]	1061.0911	1082.3345
Humedad inicial de las gotas [$\text{kg H}_2\text{O}/\text{kg ss}$]	2.3333	1.5641
Humedad del aire inicial [$\text{kg H}_2\text{O}/\text{kg AS}$]	0.0219	0.0236
Temperatura inicial de las gotas [$^{\circ}\text{C}$]	24.7	26.3
Temperatura inicial del aire [$^{\circ}\text{C}$]	200.8	200.1
Velocidad inicial de las gotas [m/s]	0	0

Altura de secado: 1.40 m.

Secador por aspersión con flujo concurrente.

Atomizador de disco centrífugo.

Los datos finales de la simulación se contrastaron con los datos que experimentalmente se determinaron al final de la longitud del secador, los cuales son: humedad en base seca del extracto de levadura, humedad en base seca del aire, temperatura del aire con extracto de levadura y diámetro volumétrico promedio.

6.1 DIÁMETRO DE LAS GOTAS

En la Figura 12 se muestra la variación del diámetro de las gotas a lo alto de la cámara de secado, para las dos corridas de operación del secador.

En la Figura 12(b) se observa para ambas corridas de simulación que cuando las gotas se atomizan y se ponen inmediatamente en contacto con el aire a 200°C, sufren una expansión debido a una disminución de la densidad del agua presente en las gotas, provocado por un incremento de la temperatura de las gotas. Después del incremento del tamaño de las gotas que ocurre en los primeros 3 mm de altura de la cámara de secado, el diámetro de las mismas empieza a disminuir debido a la evaporación del agua. Como se observa en la Figura 12(a), las gotas de la CEXP-1 tienen una mayor disminución de tamaño que la CEXP-2, debido a que la CEXP-1 alcanza la humedad crítica para una mayor altura recorrida en el secador (aproximadamente 40 cm más que la CEXP-2).

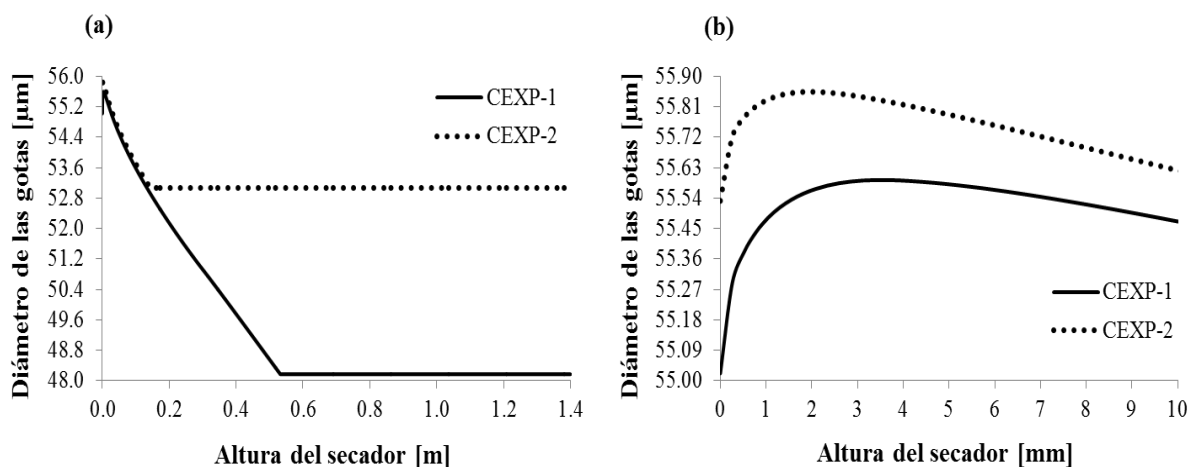


Figura 12. Variación del diámetro de gota con respecto a la altura del secador. (a) Altura completa del secador; (b) Primeros 10 mm de altura.

Finalmente, cuando las gotas llegan a la humedad crítica, en la superficie de estas se forma una corteza sólida de extracto de levadura que empieza a crecer hacia el interior de la gota, haciendo que el diámetro de las gotas permanezca constante en lo que resta del secado.

6.2 DENSIDAD DE LAS GOTAS

En la Figura 13 se muestra la variación de la densidad másica de las gotas a lo alto de la cámara de secado.

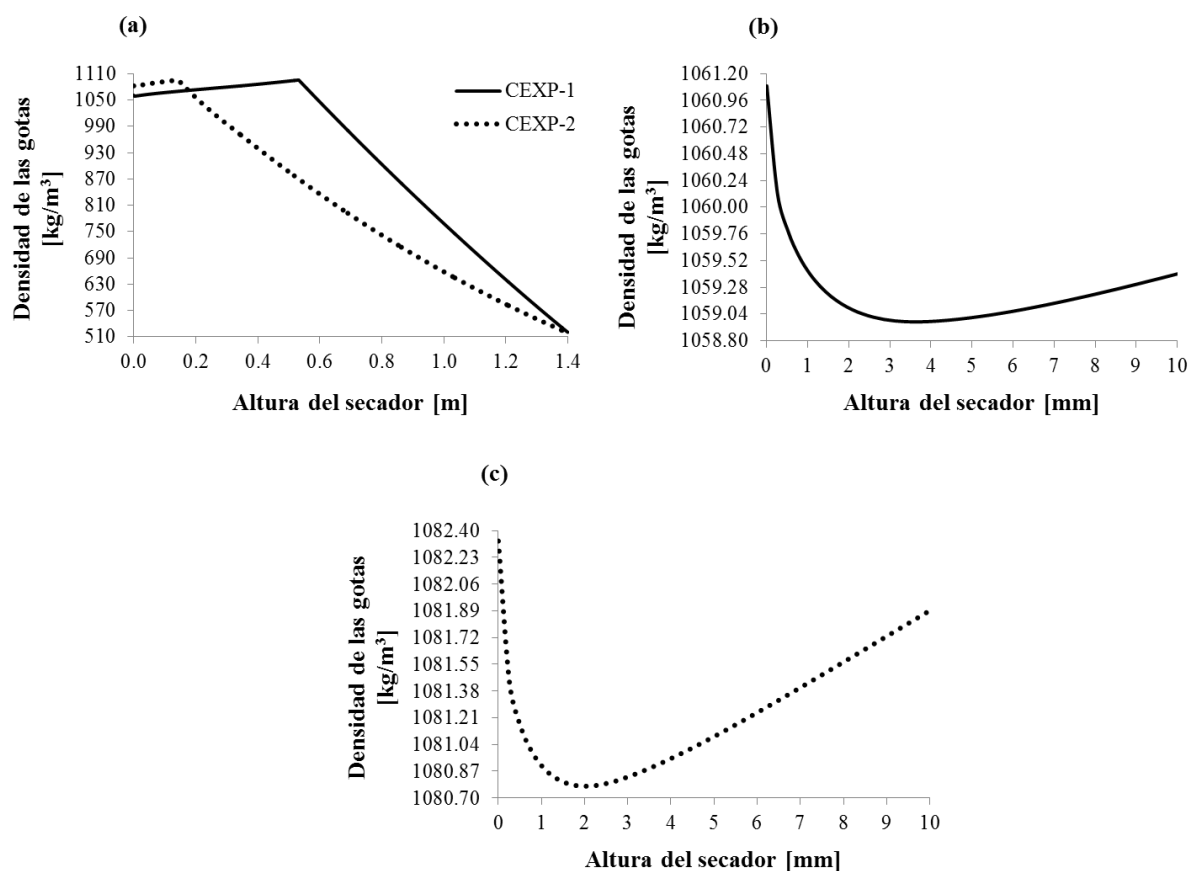


Figura 13. Variación de la densidad másica de la gota con respecto a la altura del secador. (a) Altura del secador completa; (b) Primeros 10 mm de altura para la CEXP-1; c) Primeros 10 mm de altura para la CEXP-2.

En las Figuras 13(a) y 13(b) se observa (para ambas corridas de la simulación) que en los primeros 4 mm de altura en la cámara de secado, la densidad de las gotas disminuye debido al incremento del tamaño de las gotas. Después de esta disminución la densidad de las gotas aumenta hasta alcanzar la humedad crítica, debido a que el cambio másico de las gotas por la evaporación del agua es menor que el cambio de tamaño de las gotas. Cuando se llega a la humedad crítica y se forma la corteza sólida en la superficie, el volumen de las gotas permanece constante pero la evaporación del agua sigue ocurriendo, generando una disminución en la densidad de las gotas a lo largo de la altura restante de la cámara de secado (Figura 13(a)).

6.3 HUMEDAD DE LAS GOTAS Y DEL AIRE

En la Figura 14 se muestra la variación de la humedad másica en base seca de las gotas y del aire a lo alto de la cámara de secado.

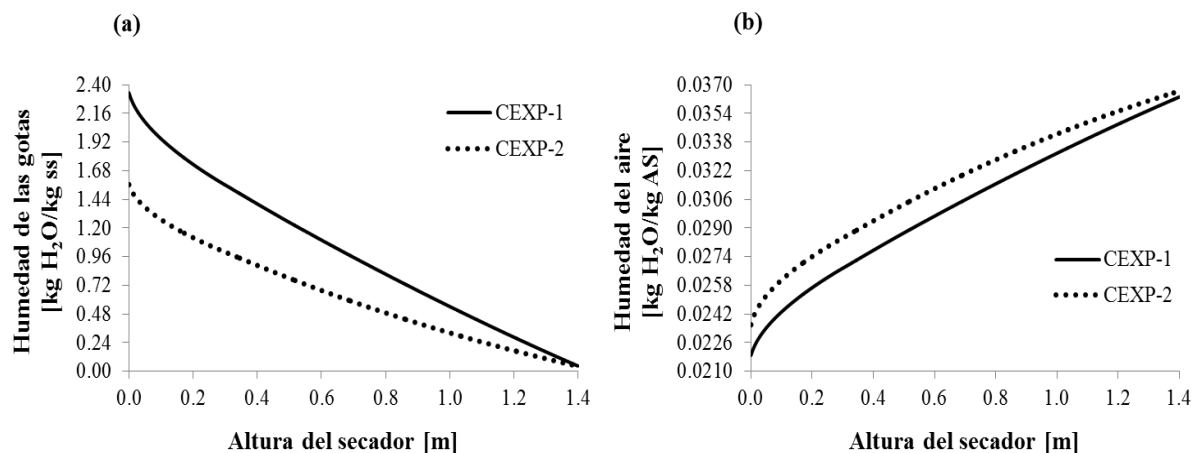


Figura 14 (a) Variación de la humedad de las gotas con respecto a la altura del secador; (b) Variación de la humedad del aire con respecto a la altura del secador.

En la Figura 14(a) se observa (para ambas corridas de simulación) que la humedad en base seca de las gotas disminuye debido a la evaporación del agua. Ese flujo másico de agua que sale de las gotas en fase de vapor lo gana el aire, provocando el aumento de la humedad en base seca del aire como se muestra en la Figura 14(b).

6.4 TEMPERATURA DE LAS GOTAS Y DEL AIRE

En la Figura 15 se muestra la variación de la temperatura de las gotas y del aire a lo alto de la cámara de secado.

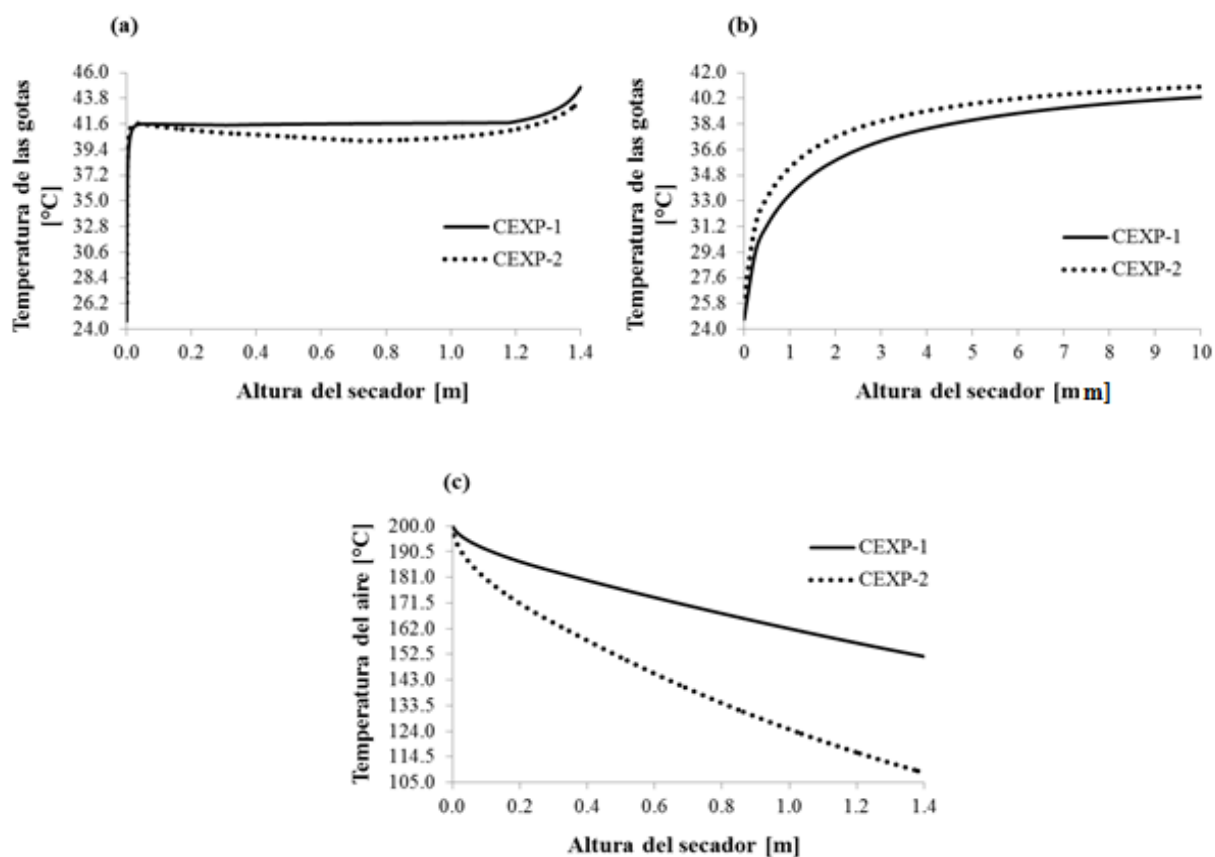


Figura 15. (a) Variación de la temperatura de las gotas con respecto a la altura del secador; (b) Variación de la temperatura de las gotas en los primeros 10 mm de altura; c) Variación de la temperatura del aire con respecto a la altura del secador.

En la Figura 15 (b) se observa (para ambas corridas de la simulación) que en los primeros 10 mm de altura la temperatura de las gotas aumenta debido al alto gradiente de temperatura entre las gotas y el aire (temperatura del aire de 200°C y del líquido 25°C). Después del incremento inicial de temperatura se observa que la temperatura de las gotas en CEXP-2 disminuye y en CEXP-1 permanece constante (Figura 15(a)), debido a que las gotas deben invertir la energía que reciben del aire para lograr alcanzar el calor de vaporización

(a temperatura constante) que tiene el agua y por ende propiciar su evaporación. Prácticamente al final de la altura del secador, la temperatura de las gotas se incrementa aproximadamente unos 3°C para ambas corridas debido a la dificultad que presenta el agua de las gotas para evaporarse.

En la Figura 15(c) se observa que la temperatura del aire disminuye para ambas corridas, este comportamiento se debe a:

- (1) La transferencia de calor convectivo desde el aire hacia las gotas por la diferencia de temperatura entre el aire y las gotas.
- (2) El enfriamiento que produce el vapor de agua, el cual se genera a una menor temperatura que el aire y se difunde a través de la capa límite térmica hasta el seno del aire.
- (3) Las pérdidas de calor que hay por radiación hacia el ambiente.
- (4) El enfriamiento que producen colchones de aire ambiente que ingresan a la cámara de secado, debido a la carencia de un sello hermético en la puerta del secador y la operación del secador a presión de vacío.

6.5 VELOCIDAD DE LAS GOTAS

En la Figura 16 se muestra la variación de la velocidad de las gotas y del número de Reynolds a lo alto de la cámara de secado.

La velocidad vertical de las gotas cuando salen expulsadas de un atomizador centrífugo es aproximadamente igual a 0 m/s (las gotas salen en dirección horizontal). Cuando las gotas se ponen en contacto con el aire que viene a alta velocidad (aproximadamente 11 m/s), las gotas son arrastradas y su velocidad se incrementa rápidamente hasta llegar a una “velocidad terminal ficticia” que es cuando las gotas y el aire se mueven a la misma velocidad a través de la cámara de secado ($Re \cong 0$) (Figura 16(a), 16(c) y 16(d)). El término “velocidad terminal ficticia” hace referencia a que las gotas no solo aumentan su velocidad por el arrastre que genera el aire sino también por la fuerza gravitacional, provocando que la velocidad de la gota llegue a ser mayor que la del aire (11.10 m/s para la CEXP-1 y 10.78 m/s para la CEXP-2) (Figura 16(b)) ; cuando sucede esto, la fuerza por arrastre viscoso cambia de sentido, ya no va en el mismo sentido del movimiento de las gotas sino que va en sentido opuesto (o sea, hacia

arriba), produciendo una desaceleración de las gotas que se traduce en una reducción de la velocidad de las gotas (Figura 16(b)).

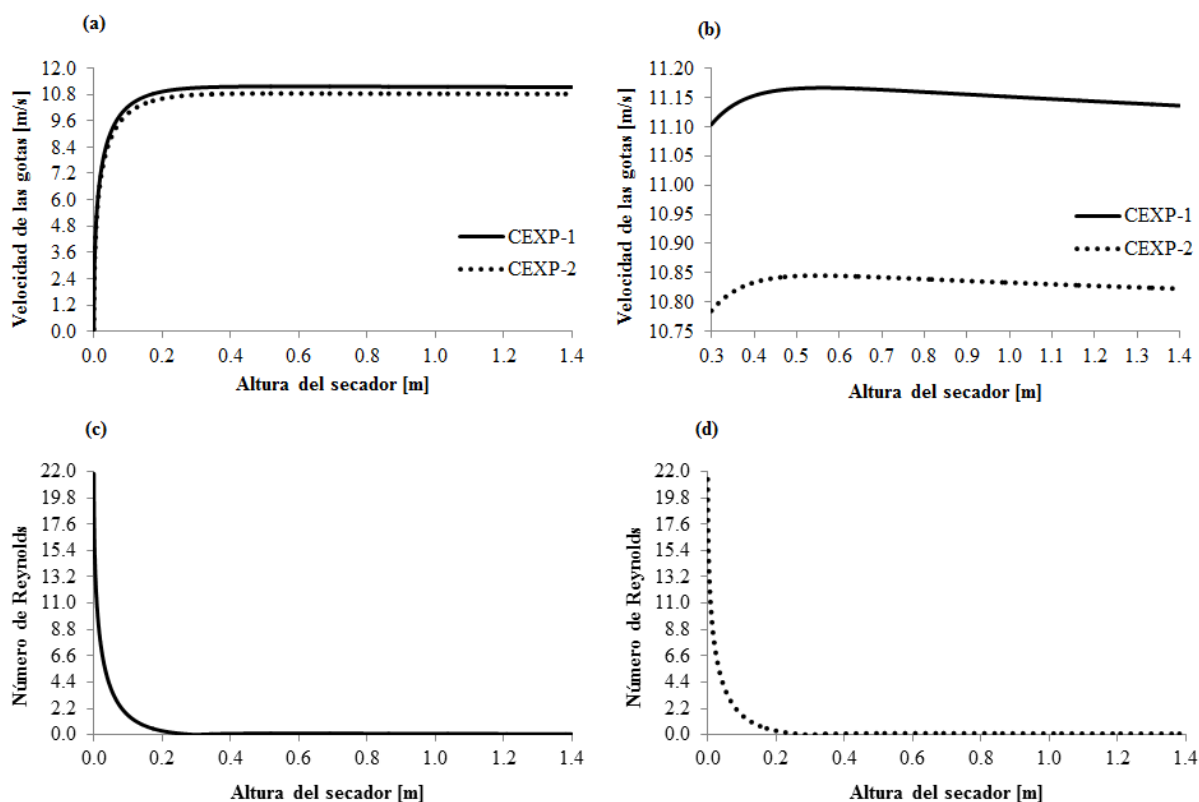


Figura 16. (a) y (b) Variación de la velocidad de las gotas con respecto a la altura del secador; (c) y (d) Variación del número de Reynolds con respecto a la altura del secador.

6.6 ACTIVIDAD DE AGUA DE LAS GOTAS

En la Figura 17 se muestra la variación de la actividad de agua de las gotas a lo alto del secador.

En la Figura 17(a) se observa (para ambas corridas de la simulación) que en los primeros 6 mm de altura, la actividad de agua aumenta hasta un valor de 1 debido al incremento de la temperatura de las gotas. En la Figura 17(b) se nota que prácticamente el equilibrio líquido-vapor del agua tuvo un comportamiento ideal ($a_w \cong 1$) a lo alto del secador, propiciando que la temperatura de las gotas permaneciera prácticamente constante.

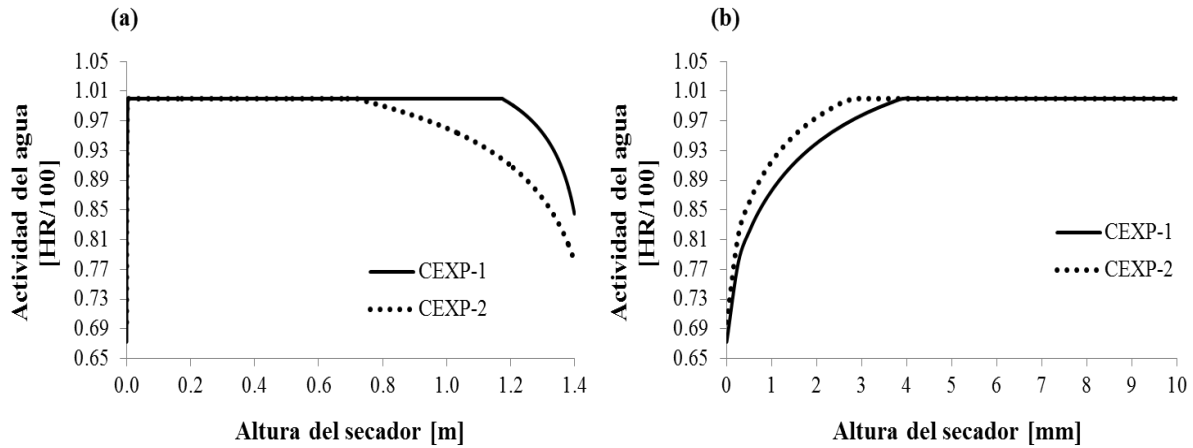


Figura 17. Variación de la actividad de agua con respecto a la altura del secador. (a) Altura del secador completa; b) Primeros 10 mm de altura.

6.7 COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA

En la Figura 18 se muestra la variación de los coeficientes de transferencia de masa y de calor a lo alto de la cámara de secado.

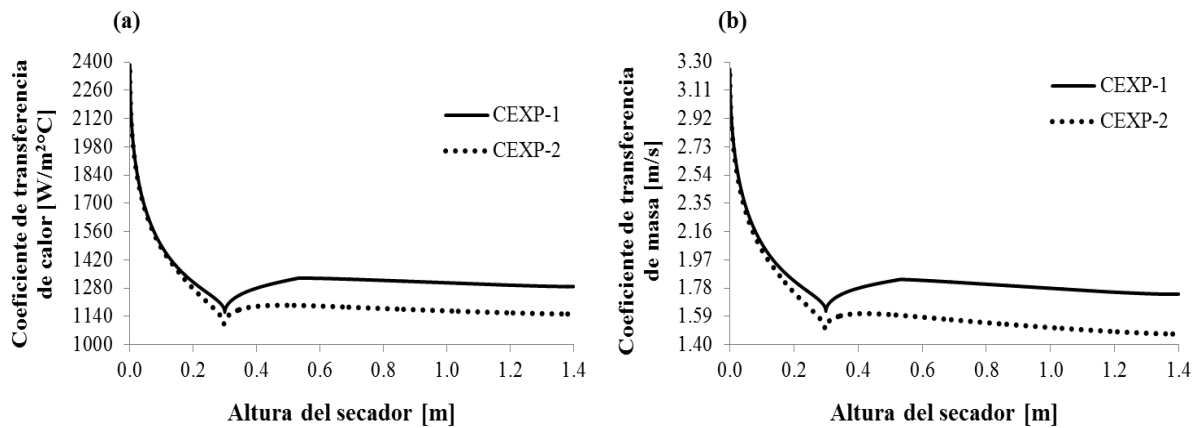


Figura 18 (a) Variación del coeficiente de transferencia de calor con respecto a la altura del secador; (b) Variación del coeficiente de transferencia de masa con respecto a la altura del secador.

En las Figuras 18 (a) y (b), se observa que los perfiles de los coeficientes de transferencia de calor y masa son muy parecidos debido a que uno se obtiene por analogía del otro. Se observa

que el valor de los coeficientes de transferencia de masa y de calor disminuye debido a la disminución del diámetro de las gotas que ocasiona una disminución del número de Reynolds. Cuando el número de Reynolds se vuelve casi nulo, la transferencia de masa y de calor deja de ser convectiva y se convierte meramente en difusional o natural. Se puede inferir de las figuras que prácticamente el 60% del proceso de secado se da bajo condiciones de transferencia de masa y de calor natural o difusional.

6.8 COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES

En la Tabla 4 se reportan los datos finales de la simulación, de la experimentación y sus respectivas discrepancias. El valor del factor f , que cuantifica las pérdidas de calor por radiación e infiltración de aire frío a la cámara de secado, se determinó ajustando las simulaciones computacionales de tal forma que la humedad del producto en base seca determinada experimentalmente fuera igual a la predicha por la simulación del modelo matemático. Obtenido el valor del factor f , se procede a comparar los resultados obtenidos por simulación para la humedad en base seca del aire, la temperatura del aire junto con el extracto de levadura y el diámetro volumétrico promedio del producto seco, con los valores medidos experimentalmente.

En la Tabla 4 se observa que el enfoque de las dos etapas de secado y la ecuación para el diámetro inicial de gota de un atomizador centrífugo de Herring y Marshall (1955) fueron adecuados para describir y cuantificar la variación de tamaño de las gotas a lo alto del secador, obteniéndose errores para el diámetro final de las gotas de 0.54% para la CEXP-1 y de 1.92% para la CEXP-2.

Con respecto a la humedad en base seca del aire, el modelo matemático predice una humedad final inferior a la experimental, obteniéndose errores del 9.37% para la CEXP-1 y de 17.17% para la CEXP-2.

La temperatura del sistema aire + sólido seco se midió experimentalmente a la salida de la cámara de secado; dado que el modelo matemático reporta por separado la temperatura del sólido seco y la del aire, se hace necesario realizar un balance de energía adiabático,

presentado en el Anexo (7), con el fin de determinar la temperatura del sistema aire + sólido seco predicho por el modelo y así comparar con los datos experimentales.

El error para la temperatura del sistema aire + sólido seco en la CEXP-1 y en la CEXP-2 es de 51.33% y 2.73%, respectivamente. Cabe resaltar que la temperatura del sistema aire + sólido seco es la más susceptible a error debido a que fue necesario introducir el parámetro ajustable f de pérdidas de calor por radiación e infiltración de aire frío en la cámara de secado.

Tabla 4. Comparación de los datos finales de simulación con los datos experimentales.

Variables	(CEXP-1) Simulación	(CEXP-1) Exp.	% error	(CEXP-2) Simulación	(CEXP-2) Exp.	% Error
f	0.333	-----	-----	1.786	-----	-----
ρ_a [kg/m ³]	520.6	-----	-----	519.7	-----	-----
v_a [m/s]	11.14	-----	-----	10.82	-----	-----
d_a [μm]	48.174	48.432	0.54	53.069	52.068	1.92
X [kg H ₂ O/kg SS]	0.0453	0.0453	-----	0.0434	0.0434	-----
X_b [kg H ₂ O/kg AS]	0.0363	0.0397	9.37	0.0367	0.0430	17.17
$T_{d,i}$ [°C]	44.8	-----	-----	43.6	-----	-----
T_b [°C]	151.7	-----	-----	108.7	-----	-----
$T_{d,b}$ [°C]	141.8	93.7	51.33	97.8	95.2	2.73

6.9 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICO

Con el fin de determinar la influencia que tienen algunas variables en el secado por aspersión, se planteó un análisis de sensibilidad paramétrico tomando como base las variables diámetro inicial de gota y velocidad del aire. La CEXP-2 se escoge como punto de comparación debido a que los resultados de simulación reprodujeron mejor a los datos experimentales de esa corrida.

Dado que la correlación de Herring & Marshall (1955) no es la única ecuación empírica para calcular el diámetro inicial promedio de gota en un atomizador de disco centrífugo, la determinación de ese diámetro está sujeta a incertidumbre. Masters (1980,1991) reportó dos ecuaciones empíricas para determinar el diámetro inicial promedio de gota de un atomizador de disco centrífugo. Con estas otras dos ecuaciones se realiza el análisis de sensibilidad determinando para cada caso la altura de secado necesaria a la que el sólido seco (extracto de levadura) alcanza una humedad final en base seca de 0.0434 kgW/kgSS (CEXP-2). En la Tabla 5 se reportan los resultados obtenidos para el análisis paramétrico del diámetro inicial promedio de las gotas.

Tabla 5. Análisis de sensibilidad paramétrico para el diámetro inicial promedio de las gotas.

	Herring & Marshall (1955)	Masters (1980)	Masters (1991)
Parámetros iniciales			
$d_d(0)$ [μm]	55.532	41.211	60.849
φ [1/s]	4,052,030	9,914,318	3,079,940
Variables finales			
ρ_d [kg/m^3]	519.7	519.7	519.7
X_b [$\text{kgH}_2\text{O}/\text{kgAS}$]	0.0367	0.0366	0.0366
$T_{d,i}$ [$^{\circ}\text{C}$]	43.6	43.6	43.6
T_b [$^{\circ}\text{C}$]	108.7	108.7	108.7
v_d [m/s]	10.82	10.81	10.83
d_d [μm]	53.069	39.383	58.152
Z	1.40	0.79	1.66

Un diámetro de gota inicial mayor (Masters, 1991), se traduce en un menor número de gotas por unidad de tiempo y por ende en una menor área superficial para la transferencia de masa y de calor, necesitándose una mayor altura de secado para llegar a la humedad final en base seca del extracto de levadura de la CEXP-2. Un diámetro inicial menor (Masters, 1980) se traduce en un mayor número de gotas por unidad de tiempo y por ende en una mayor área superficial, necesitándose una altura de secado menor. Lo anterior muestra que debido a que la determinación del diámetro promedio de gota es algo incierta podría ser necesario usar otro enfoque como el de distribución de diámetros de gota.

Con respecto a la velocidad del aire, la incertidumbre existente recae sobre el sensor de velocidad del secador por aspersión de la planta piloto de ingeniería de alimentos. Dos ingenieros mecánicos de la Universidad Nacional de Colombia revisando ese sensor de velocidad se dieron cuenta de que estaba descalibrado y desarrollaron una ecuación empírica (Anexo 3) para determinar la velocidad real con respecto a la medida por el sensor. Con los dos valores de velocidad del aire (el valor medido directamente y el valor corregido), se realiza un análisis de sensibilidad como el desarrollado para el diámetro inicial promedio de gota. En la Tabla 6 se reportan los resultados obtenidos (CEXP-2).

Tabla 6. Análisis de sensibilidad paramétrico para la velocidad del aire

	Con corrección	Sin corrección
Parámetros iniciales		
v_A [m/s]	10.78	9.55
$\dot{n}_{AS}$ [kg/s]	0.0184	0.0162
Variables finales		
ρ_d [kg/m ³]	519.6	519.7
X_b [kgH ₂ O/kgAS]	0.0367	0.0384
$T_{d,i}$ [°C]	43.6	43.4
T_b [°C]	108.7	96.8
v_d [m/s]	10.82	9.5924
d_d [μm]	53.069	53.066
Z	1.40	1.36

Una velocidad de aire menor (valor sin corrección), se traduce en un flujo másico de aire seco menor generando una humedad final en base seca del aire mayor. También el arrastre generado por la menor velocidad del aire es menor, haciendo que las gotas necesiten una menor altura de secado debido a que los procesos de transferencia de masa y calor se vuelven más prominentes (más rápidos) que el arrastre producido por el aire.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se desarrolló satisfactoriamente un modelo matemático riguroso de un secador por aspersión para el secado de extracto de levadura. El modelo de ecuaciones diferenciales ordinarias se implementó computacionalmente en el lenguaje de programación científico MATLAB R2012a y los resultados de simulación obtenidos se compararon con dos corridas experimentales realizadas en el secador por aspersión de la planta piloto de la Escuela de Ingeniería de Alimentos.

El enfoque de dos etapas de secado fue adecuado para describir la variación de tamaño de las gotas a lo alto del secador. Los procesos de transferencia de masa, calor y momentum no necesitan grandes distancias en el interior de la cámara de secado para causar grandes cambios de tamaño, humedad y temperatura de las gotas.

Con respecto a la humedad en base seca del aire y la temperatura del producto (aire + sólido seco) se observó que son variables muy sensibles a parámetros ajustables como el de pérdidas de calor por radiación e infiltración de aire frío a la cámara de secado. La desviación obtenida para el diámetro final promedio de gota fue de 0.54% para la CEXP-1 y de 1.92% para la CEXP-2; para la humedad final en base seca del aire las desviaciones fueron de 9.37% para la CEXP-1 y 17.17% para la CEXP-2; para la temperatura del producto el error para la CEXP-1 fue de 51.33% y para la CEXP-2 del 2.73%.

Como primera recomendación, se debería determinar experimentalmente la distribución de tamaños de gota para un atomizador de disco centrífugo para eliminar la incertidumbre en el cálculo del diámetro promedio inicial de gota que mostró el análisis de sensibilidad paramétrico. Como segunda recomendación, se debería hermetizar la cámara de secado para eliminar las pérdidas de calor por los colchones de aire ambiente que ingresan a la cámara de secado; eliminando estas pérdidas, se podrían modelar las pérdidas de calor por radiación usando un enfoque de paredes compuestas (acero-aislante-acero), eliminando así la necesidad de usar el factor ajustable f .

BIBLIOGRAFÍA

- Ali M., Mahmud T., Heggs P.J., Ghadiri M., Djurdjevic D., Ahmadian H., de Juan L.M., Amador C., Bayly A. (2014). "A one-dimensional plug-flow model of a counter-current spray drying tower". Chemical Engineering Research and Design, Vol.92, p.826-841.
- Audu T.O.K., Jeffreys G.V. (1975). "The drying of drops of particulate slurries". Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol.53, p. 165-172.
- Barbosa G.V., Ortega E., Juliano, P., Xan H. (2005). "Food Powders: physical properties, processing, and functionality". Kluwer Academic/Plenum Publishers, Estados Unidos.
- Beard K.V., Pruppacher H.R. (1969). "A determination of the terminal velocity and drag of small water drops by means of a wind tunnel". Journal of the Atmospheric Sciences, Vol 26 , p. 1066-1072.
- Ceballos A.M., Giraldo G.I., Orrego C.E. (2009). "Evaluación de varios modelos de isotermas de adsorción de agua en un polvo de fruta deshidratada". Vector, Vol.4, p. 107-116.
- Charlesworth D.H., W.R. Marshall W.R. (1960). "Evaporation from drops containing dissolved solids". American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol.6, p. 9-23.
- Cheong H.W., Jeffreys G.V., Mumford C.J. (1986). "A receding interface model for the drying of slurry droplets". American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol.32, p. 1334-1346.
- Dalmaz N., Ozbelge H.O., Eraslan A.N., Uludag Y. (2007). "Heat and mass transfer mechanisms in drying of a suspension droplet: a new computational model". Drying Technology, Vol.25, p. 391-400.
- Elperin T., Krasovitev B. (1995). "Evaporation of liquid droplets containing small solid particles". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.38, p. 2259-2267.

- Farid M. (2003). "A new approach to modelling of single droplet drying". Chemical Engineering Science, Vol.58, p. 2985–2993.
- Foust A.S., Wenzel L.A., Clump C.W., Maus L., Andersen L.B. (2006). "Principios de operaciones unitarias". Compañía Editorial Continental S.A., México.
- Frazier G.C., Hellier W.W. (1969). "Vaporization of liquid droplets in high temperature air streams". Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, Vol.8, p.807-810.
- Frössling N. (1938). "The evaporation of falling drops (en Alemán)". Gerlands Beltrage zur Geophysik, Vol.52, p. 170-216.
- Fuller E.N., Schettler P.O., Giddings J.L. (1966). "A new method for prediction of binary gas phase diffusion coefficients". Industrial and Engineering Chemistry, Vol.58, p. 19-27.
- Furuta T., Tsujimoto S., Okazaki M., Toei R. (1983). "Effect of drying on retention of ethanol in maltodextrin solution during drying of a single droplet". Drying Technology, Vol.2, p. 311–327.
- Gauvin W.H., Katta S. (1976). "Basic concepts of spray dryer design". American Institute of Chemical Engineers Journal, Vol. 22, p. 713-724.
- Handscomb C.S., Kraft M., Bayly A.E. (2009). "A new model for the drying of droplets containing suspended solids after shell formation". Chemical Engineering Science, Vol.64, p. 228–246.
- Hassan H.M., Mumford C.I. (1993). "Mechanisms of drying of skin-forming materials. 1. Droplets of materials which gelatinised at high temperature". Drying Technology, Vol.11, p. 1730–1750.
- Hecht J.P., King C.J. (2000a). "Spray drying: influence of developing drop morphology on drying rates and retention of volatile substances. 1. Single-drop experiments". Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol. 39, p. 1756–1765.
- Hecht J.P., King C.J. (2000b). "Spray drying: influence of developing drop morphology on drying rates and retention of volatile substances. 2: Modeling". Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol.39, p. 1766–1774.

- Herring W.M., Marshall W.R (1955). "Performance of vaned-disk atomizers". American Institute of Chemical Engineers Journal. Vol. 1, p. 200-209.
- Kadja M., Bergeles G. (2003). "Modelling of slurry droplet drying". Applied Thermal Engineering, Vol.23, p. 829–844.
- Levi-Hevroni D., Levy A., Borde I. (1995). "Mathematical modeling of drying of liquid/solid slurries in steady state one-dimensional flow". Drying Technology, Vol.13, p. 1187-1201.
- Lin J.C., Gentry J.W. (2003). "Spray drying drop morphology: experimental study". Aerosol Science and Technology, Vol.37, p. 15–32.
- Masters K. (1972). "Spray Drying: An Introduction to Principles, Operational Practice and Applications". Leonard Hill Books, London.
- Masters K. (1980, 1991). "Spray drying handbook". John Wiley & Sons, Estados Unidos.
- Mezhericher M., Levy A., Borde I. (2007). "Theoretical drying model of single droplets containing insoluble or dissolved solids". Drying Technology, Vol.25, p. 1035–1042.
- Mezhericher M., Levy A., Borde I. (2008). "Heat and mass transfer of single droplet/wet particle drying". Chemical Engineering Science, Vol. 63, p. 12–23.
- Mezhericher M., Levy A., Borde I. (2010). "Spray drying modelling based on advanced droplet drying kinetics". Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, Vol.49, No.11, p. 1205-1213.
- Nesic S., Vodnik J. (1991). "Kinetics of droplet evaporation". Chemical Engineering Science, Vol. 46, p. 527–537.
- Parti M., Paláncz, B. (1974). "Mathematical model for spray drying". Chemical Engineering Science, Vol.29, p. 355–362.
- Patsavas A.C. (1963). "The spray dryer". Chemical Engineering Progress, Vol.59, No.4, p. 65-70.

- Pruppacher H.R., Steinberger E.H. (1968) "An experimental determination of the drag on a sphere at low Reynolds numbers". Journal of Applied Physics. Vol. 39, p. 4129-4132.
- Ranz W.E., Marshall W.R. (1952). "Evaporation from drops". Chemical Engineering Progress, Vol.48, p. 141-146, 173-180.
- Seader J.D., Henley E.J., Roper D.K. (2011). "Separation Process Principles: Chemical and Biochemical Operations". John Wiley & Sons, Inc. Estados Unidos.
- Van der Lijn J. (1976). "Simulation of heat and mass transfer in spray drying". Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wageningen: The Netherlands.
- Wilke C.R. (1950) "A viscosity equation for gas mixtures". Journal of Chemical Physics. Vol.18, No.4, p. 517-519
- Wilkes J.O. (1999) "Fluid Mechanics for Chemical Engineers". Prentice Hall, Estados Unidos;
- Yaws C. (1999). "Chemical Properties Handbook". McGraw-Hill, Estados Unidos.

ANEXO 1. DIMENSIONES DE LA CÁMARA DE SECADO Y DEL ATOMIZADOR DE DISCO CENTRÍFUGO

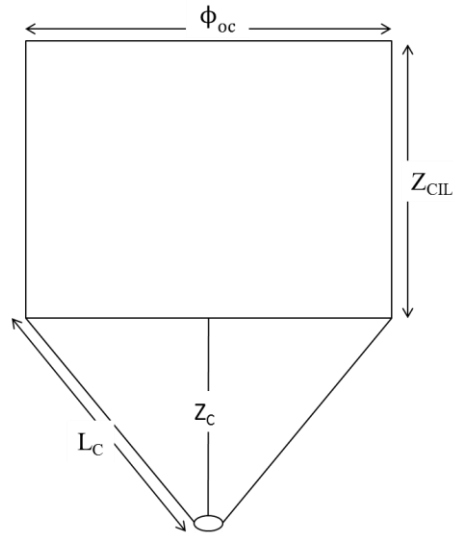


Figura 19. Dimensiones de la cámara de secado

Dimensiones de la cámara de secado

$\phi_{oc} = 76.6$ cm (diámetro de la cámara de secado)

$L_c = 75$ cm (longitud lateral de la sección cónica)

$Z_{CIL} = 74$ cm (altura de la sección cilíndrica)

$Z_c = 66$ cm (altura de la sección cónica)

Dimensiones del atomizador de disco centrífugo

$\phi = 49.81$ mm (diámetro del atomizador)

$a = 1.91$ mm (anchura de los orificios rectangulares)

$b = 5.80$ mm (altura de los orificios rectangulares)

$\phi_{orificio} = 3.76$ mm (diámetro equivalente de los orificios)

Número de orificios = 10

ANEXO 2. CORRIDAS EXPERIMENTALES

Corrida 1 (CEXP-1)

Condiciones de operación:

Porcentaje de sólidos=30%

Velocidad del disco centrifugo=25000 rpm

Temperatura de bulbo húmedo del aire a la entrada de la unidad de secado (antes de ser calentado): 25°C

Temperatura de bulbo seco del aire a la entrada de la unidad de secado (antes de ser calentado): 27.5°C

Humedad másica en base seca del aire que entra: 0.0219 kg H₂O/kg aire seco

Humedad másica en base seca del aire que sale: 0.0397 kg H₂O/kg aire seco

Humedad másica en base seca del sólido seco obtenido: 0.0453 kg H₂O/kg sólido seco

Tabla 7. Datos experimentales de la corrida experimental #1 (CEXP-1)

Medición No.	Flujo alimento (mL/min)	Temperatura del alimento (°C)	Temperatura aire entrada cámara (°C)	Temperatura del aire a la salida de la cámara (°C)	Velocidad del aire* (m/s)	Presión de vacío (pulg H ₂ O)
1	24	24.3	198.7	90.9	4.09	-0.52
2	22	24.6	201.2	93.6	4.09	-0.48
3	21	24.6	201.6	93.8	4.13	-0.54
4	20	24.8	201.7	95.4	4.07	-0.55
5	20	25.1	200.6	94.8	4.03	-0.58
Promedio	21.4	24.7	200.8	93.7	4.08	-0.53

*Medida a la entrada de la unidad de secado y sin corrección.

Corrida 2 (CEXP-2)

Condiciones de operación:

Porcentaje de sólidos=39%

Velocidad de disco centrifugo=25000 rpm

Temperatura de bulbo húmedo del aire a la entrada de la unidad de secado (antes de ser calentado): 26°C

Temperatura de bulbo seco del aire a la entrada de la unidad de secado (antes de ser calentado): 27.5°C

Humedad másica en base seca del aire que entra: 0.0236 kg H₂O/kg aire seco

Humedad másica en base seca del aire que sale: 0.0430 kg H₂O/kg aire seco

Humedad másica en base seca del sólido seco obtenido: 0.0434 kg H₂O/kg sólido seco

Tabla 8. Datos experimentales de la corrida experimental #2 (CEXP-2)

Medición No.	Flujo alimento (mL/min)	Temperatura del alimento (°C)	Temperatura aire entrada cámara (°C)	Temperatura del aire a la salida de la cámara (°C)	Velocidad del aire* (m/s)	Presión de vacío (pulg H ₂ O)
1	21	26.0	199.3	94.1	3.96	-0.47
2	23	26.1	200.3	96.1	3.93	-0.50
3	21	26.3	200.9	94.4	3.95	-0.49
4	21	26.5	200.5	96.6	3.98	-0.48
5	23	26.7	199.4	94.8	4.04	-0.51
Promedio	21.8	26.3	200.1	95.2	3.97	-0.49

*Medida a la entrada de la unidad de secado y sin corrección.

ANEXO 3. VELOCIDAD DEL AIRE Y FLUJO DE AIRE SECO

En la siguiente figura se muestra el esquema experimental de entrada de flujo de aire a la cámara de secado.

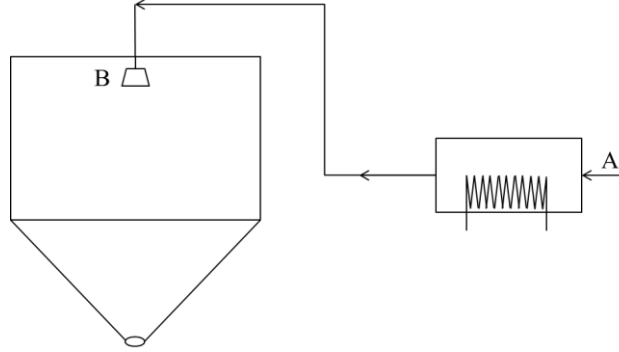


Figura 20. Esquema experimental de entrada de flujo de aire a la cámara de secado

Por la ecuación de continuidad

$$v_{A,B} \rho_{A,B} A_{\perp B} = v_{A,A} \rho_{A,A} A_{\perp A} \quad (119)$$

Asumiendo que el aire se comporta como un gas ideal y despejando $v_{A,B}$ se tiene:

$$v_{A,B} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right) \left(\frac{T_B}{T_A} \right) \left(\frac{A_{\perp A}}{A_{\perp B}} \right) v_{A,A} \quad (120)$$

donde $v_{A,A}$ es la que velocidad que mide el sensor. Ingenieros mecánicos de la Universidad Nacional de Colombia desarrollaron una ecuación de corrección de lectura del sensor de velocidad y obtuvieron la siguiente expresión:

$$v_{A,A} \left(\frac{m}{s} \right) = 1.1464 v_{A,A} |_{Medida} - 0.1674 \quad (121)$$

La cual es válida para velocidades medidas en el intervalo de 2.5 a 4.5 m/s. El flujo de aire seco está dado por:

$$\dot{n}_{AS} = \dot{n}_A - \dot{n}_{H_2O} \quad (122)$$

donde,

$$n_A = \rho_A v_{A,A} A_{\perp A} \quad (123)$$

ANEXO 4. ISOTERMAS DE SORCIÓN DE AGUA EN EXTRACTO DE LEVADURA

La actividad de agua en el extracto de levadura se determinó experimentalmente midiendo humedades relativas de equilibrio usando un termo- higrómetro Vaisala HM70. Inicialmente se prepararon soluciones de extracto de levadura a diferentes contenidos de humedad (Tabla 9) que fueron colocadas en erlenmeyers herméticos. Luego los erlenmeyers se colocaron en un baño termostático para mantener constante la temperatura de las soluciones (Isotermas de sorción a 27°C y 40°C). Por último, se introdujo el termo-higrómetro en la fase gaseosa confinada en los erlenmeyers y se esperó a que el sistema alcanzará el equilibrio. En la Tabla 9 se reportan los valores experimentales para las isotermas de sorción a 27°C y 40°C y se comparan con los predichos por el modelo GAB.

Tabla 9. Isotermas de sorción a 27°C y a 40°C.

T=27°C				T=40°C			
a_w	X	X_{cal}	%error	a_w	X	X_{cal}	%error
0.196	0.015	0.043	+183.7	0.317	0.015	0.010	-33.3
0.270	0.052	0.059	+13.5	0.529	0.032	0.029	-12.5
0.400	0.117	0.095	-18.8	0.653	0.050	0.050	+2.0
0.510	0.175	0.152	-13.1	0.717	0.075	0.082	+9.3
0.569	0.217	0.211	-2.8	0.795	0.102	0.107	+4.9
0.623	0.304	0.318	+4.6	0.844	0.142	0.146	+2.8
0.643	0.401	0.388	-3.2	0.867	0.192	0.171	-11.5
0.685	0.684	0.703	+2.8	0.928	0.246	0.274	+11.4
0.703	1.074	1.067	-0.7	0.938	0.318	0.299	-5.7
X_0	0.05176			X_0	0.05927		
C	4.41137			C	0.34361		
K	1.35425			K	0.92142		

ANEXO 5. DENSIDAD DE PARTÍCULA DEL EXTRACTO DE LEVADURA

Metodología utilizada:

- (1) Se pesan las muestras de extracto de levadura seco y se depositan en un picnómetro de 25 mL.
- (2) Se agrega el hexano al picnómetro y se afora hasta los 25 mL; después de aforar se pesa el picnómetro y por diferencia de masas se calcula la masa de hexano agregada al picnómetro.
- (3) Con la densidad del hexano conocida (0.6548 g/mL a 25°C) y la masa de hexano agregada al picnómetro se determina el volumen de hexano agregado.
- (4) Con el volumen de hexano agregado y el volumen del picnómetro, por diferencia se halla el volumen que ocupa el extracto de levadura.
- (5) Con la masa y el volumen del extracto de levadura, se determina su densidad de partícula. En la Tabla (10) se reportan los datos obtenidos experimentalmente.

Tabla 10. Datos experimentales para la densidad de partícula del extracto de levadura seco.

	1	2	3
Masa de levadura [g]	0.7252	1.0598	0.9817
Masa de hexano [g]	15.951	15.8116	15.9076
Volumen de hexano [mL]	24.3601	24.1472	24.293
Volumen del extracto de levadura [mL]	0.6399	0.8528	0.7062
Densidad de solido seco [g/mL]	1.1333	1.2427	1.3901

Densidad del sólido seco promedio = 1255.4 kg/m³ a 25°C

ANEXO 6. CALOR ESPECÍFICO DEL EXTRACTO DE LEVADURA SECO

El calor específico del extracto de levadura seco se determinó en un calorímetro de barrido diferencial (DSC) Mettler Toledo de la Escuela de Ingeniería de Alimentos de la Universidad del Valle, Cali-Colombia.

Inicialmente se pesó en una balanza analítica 8.4 mg de extracto de levadura con una humedad de 0.0434 kg de agua/kg de sólido seco e inmediatamente después la muestra se depositó en una cápsula estándar de aluminio que luego se tapó y sello en una prensa selladora. Mediante el software Mettler STARe se llevó al DSC con una cápsula testigo a una temperatura estable de -25°C, momento en el cual se colocó la cápsula con la muestra. El DSC fue mantenido en una etapa isotérmica a -25°C por 2 minutos, para permitir la congelación instantánea del extracto de levadura en la cápsula. Posteriormente se inició la etapa de calentamiento hasta alcanzar una temperatura de 90°C a una tasa de 10 °K/min. Una vez alcanzada la temperatura de 90°C, esta se mantuvo por 2 minutos para finalizar con el barrido. En la Tabla 11 se reportan los resultados obtenidos.

Tabla 11. Datos experimentales del calorímetro de barrido diferencial.

TIEMPO [s]	TEMPERATURA [°K]	ENTALPÍA DEL EXTRACTO DE LEVADURA
		[mJ]
0	294.0999	0.00000
9	295.5986	18.32526
18	297.0973	37.26738
27	298.5960	56.83770
36	300.0946	77.06520
45	301.5933	97.85700
54	303.0920	119.06676
63	304.5908	140.70420
72	306.0897	162.68544

81	307.5886	184.79178
90	309.0876	207.12240
99	310.5866	229.39983
108	312.0859	251.42832
117	313.5851	273.30966
126	315.0845	294.95340
135	316.5840	316.25370
144	318.0835	337.12992
153	319.5831	357.58242
162	321.0827	378.06426
171	322.5823	398.61297
180	324.0819	419.20380
189	325.5814	439.92207
198	327.0809	460.89252
207	328.5805	481.56894
216	330.0801	502.04016
225	331.5796	522.67050
234	333.0792	543.17718
243	334.5787	563.73570
252	336.0783	583.83108
261	337.5779	603.24147
270	339.0776	622.54170
279	340.5767	646.72479
288	342.0780	651.17088
297	343.5780	666.94617

El calor específico está dado por:

$$C_p = \frac{1}{m} \frac{\partial H}{\partial T} = \frac{1}{m} \frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial T}{\partial t}} \quad (124)$$

Mediante una regresión se halla $T=f(t)$ y se deriva analíticamente, la regresión obtenida ($R^2=1$) es:

$$T = 0.1666t + 294.0959 \quad (125)$$

Derivando analíticamente se obtiene que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.1666 \frac{^{\circ}\text{K}}{\text{s}} \quad (126)$$

Mediante una regresión polinómica se halla $H=f(t)$ y se deriva analíticamente. La regresión obtenida ($R^2=0.9999$) es:

$$H = -2.2758 + 2.1914t + 1.8632 \times 10^{-3}t^2 - 5.3683 \times 10^{-6}t^3 \quad (127)$$

Derivando analíticamente la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = 2.1914 + 3.7264 \times 10^{-3}t - 1.6105 \times 10^{-5}t^2 \frac{\text{mJ}}{\text{s}} \quad (128)$$

Dividiendo las Ecs. 123 y 121 a ambos lados:

$$\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial T}{\partial t}} = 13.1537 + 2.2367 \times 10^{-2}t - 9.6668 \times 10^{-5}t^2 \frac{\text{mJ}}{^{\circ}\text{K}} \quad (129)$$

Dividiendo la Ec. (124) por la masa de 8.4 mg de muestra introducida al DSC, se obtiene:

$$C_{P,sh} = 1.5659 + 2.6627 \times 10^{-3}t - 1.1508 \times 10^{-5}t^2 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{K}} \quad (130)$$

Pero lo habitual es tener un polinomio de temperaturas para determinar el calor específico, por lo tanto de la Ec. (120) se despeja al tiempo t y se reemplaza en la Ec.(130) obteniéndose:

$$C_{P,sh} = -38.9960 + 0.2599T - 4.1462 \times 10^{-4}T^2 \quad (131)$$

Pero el $C_{P,sh}$ es el del extracto de levadura con una humedad de 0.0416 kg agua/kg extracto de levadura húmeda. Para calcular el C_p del sólido seco se utiliza la regla de aditividad:

$$C_{P,sh} = (1 - x)C_{P,ss} + xC_{P,w} \quad (132)$$

donde x es la fracción másica del agua en el sólido húmedo y $C_{P,w}$ es el calor específico del agua líquida. Despejando $C_{p,ss}$ de la Ec. (127) se obtiene:

$$C_{P,ss} = \frac{C_{P,sh} - xC_{P,w}}{(1 - x)} \quad (133)$$

Finalmente se obtiene el $C_{P,ss}$ (en J/kg°K) para un rango de temperatura entre 295°K – 342°K.

$$C_{p,ss} = -40.9104 + 0.2712T - 4.3206 \times 10^{-4}T^2 - 1.2883 \times 10^{-9}T^3 \quad (134)$$

Para mostrar la magnitud que tiene el $C_{P,ss}$ se calcula un valor promedio entre 295°K – 342°K de la siguiente forma:

$$C_{P,ss}^{(PROM)} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} C_{P,ss} dT}{\int_{T_1}^{T_2} dT} \quad (135)$$

Obteniéndose como resultado:

$$C_{P,ss}^{(PROM)} = 1515 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{K}}$$

ANEXO 7. BALANCE DE ENERGÍA ADIABÁTICO A LA SALIDA DE LA CÁMARA DE SECADO

En la Figura 21 se muestra el esquema del balance de energía adiabático a la salida del secador para determinar la temperatura del sistema (aire + extracto de levadura).

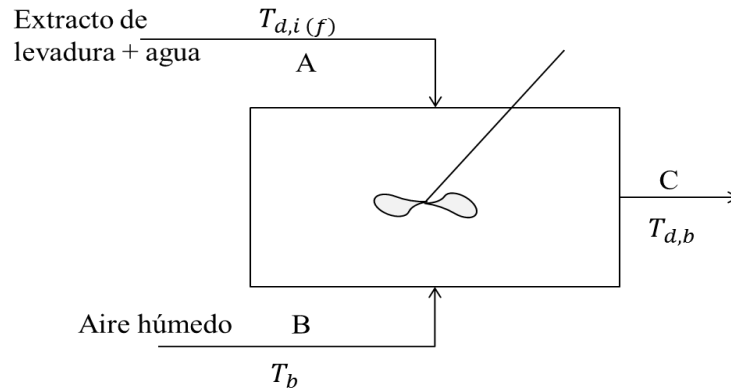


Figura 21. Esquema del balance de energía adiabático al final del secador.

Realizando un balance de materia se tiene que:

$$m_A + m_B = m_C \quad (136)$$

Pero:

$$m_B = m_{AS} + m_W^{(V)} \quad (137)$$

$$m_W^{(V)} = m_{AS} X_b \quad (138)$$

$$m_B = m_{AS}(1 + X_b) \quad (139)$$

$$m_A = m_{SS} + m_W \quad (140)$$

$$m_W = m_{SS} X \quad (141)$$

$$m_A = m_{SS}(1 + X) \quad (142)$$

Realizando un balance de energía

$$m_A \hat{H}_A + m_B \hat{H}_B = m_C \hat{H}_C \quad (143)$$

Consideraciones: Sistema adiabático, no hay generación ni consumo de energía por reacción química, no hay acumulación de masa.

La entalpía se puede escribir como:

$$\hat{H}_k = \int_{T_{REF}}^{T_k} C_{pk} dT \quad (144)$$

Entonces, si la temperatura de referencia es $T_{REF} = T_{d,i}(f)$, se tiene que:

$$\hat{H}_A = 0 \quad (145)$$

El balance de energía queda dado por:

$$m_B \hat{H}_B = m_C \hat{H}_C \quad (146)$$

$\hat{H}_B$ está dada por:

$$\hat{H}_B = (1 - x_b) \hat{H}_{AS} + x_b \hat{H}_W^{(V)} \quad (147)$$

$$\hat{H}_B = (1 - x_b) \int_{T_{d,i}(f)}^{T_{b(f)}} C_{p,AS} dT + x_b \left[\Delta \hat{H}_{vap,w(T_{d,i}(f))} + \int_{T_{d,i}(f)}^{T_b} C_{p,W}^{(V)} dT \right] \quad (148)$$

$\hat{H}_C$ está dada por:

$$\hat{H}_C = x_W \hat{H}_W + x_{SS} \hat{H}_{SS} + x_W^{(V)} \hat{H}_W^{(V)} + x_{AS} \hat{H}_{AS} \quad (149)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_C = & x_W^{(L)} \int_{T_{d,i}(f)}^{T_{d,b}} C_{p,W} dT + x_{SS} \int_{T_{d,i}(f)}^{T_{d,b}} C_{p,SS} dT \\ & + x_W^{(V)} \left[\Delta H_{vap,w(T_{d,i}(f))} + \int_{T_{d,i}(f)}^{T_b} C_{p,W}^{(V)} dT \right] + x_{AS} \int_{T_{d,i}(f)}^{T_{d,b}} C_{p,AS} dT \end{aligned}$$

Se desarrollan las integrales y después por iteración numérica de la ecuación (141) se obtiene el valor de $T_{d,b}$

ANEXO 8. GRANULOMETRÍA EXPERIMENTAL DEL PRODUCTO FINAL SECO

Página | 1 de 1



Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería de Materiales
Laboratorio de Caracterización del Grupo Materiales Compuestos – LaC-GMC
Edificio 349 Espacio 2009

FECHA: Santiago de Cali, 21 de Mayo de 2015
CLIENTE: Claudia Isabel Ochoa Martínez
Escuela de Ingeniería de Alimentos
ENSAYO: Distribución de Tamaño de Partícula
METODO: Difracción Láser- Vía Líquida
EQUIPO: Analizador de Tamaño de Partículas
Mastersizer 2000 (0.02 -2000 μm) Malvern Instruments

RESULTADO

Adjuntamos la distribución porcentual de Tamaño de Partícula a dos muestras de Extracto de Levadura referenciadas así: CEXP-1 y CEXP-2. En la siguiente Tabla se resumen algunas características que pueden ser de su interés.

MUESTRA	d(0.1) μm	d(0.5) μm	d(0.9) μm	D[3,4] μm
Extracto de Levadura CEXP-1	16.412	45.385	84.774	48.432
Extracto de Levadura CEXP-3	20.286	48.731	89.987	52.068

Percentil d(0,1): es el tamaño de partícula por debajo del cual queda el 10% de la muestra.
Percentil d(0,5): es el tamaño de partícula en el que el 50% de la muestra está por debajo y el 50% está por encima.
Percentil d(0,9): es el tamaño de partícula por debajo del cual queda el 90% de la muestra.
D[3,4]: Es el diámetro medio de la distribución, considerado en volumen.

Notas:

Los resultados reportados en este informe son válidos únicamente para las muestras analizadas y no para otras de la misma procedencia o función.
Las muestras analizadas han sido seleccionadas y suministradas por el cliente bajo su responsabilidad.

RUBY MEJIA DE GUTIERREZ
Coordinadora LaC-GMC
Escuela de Ingeniería de Materiales

ANEXO 9. FOTOGRAFÍAS DE LA UNIDAD DE SECADO POR ASPERSIÓN DE LA PLANTA PILOTO DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA DE ALIMENTOS



Figura 22. (Arriba) secador por aspersión. (Abajo) atomizador de disco centrífugo.