

PROPUESTA PARA FAVORECER LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE
NÚMERO ENTERO A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMAS DEL CONTEXTO
PROPIO DE LOS ESTUDIANTES DE GRADO 7º DE LA INSTITUCION EDUCATIVA
JOSÉ MARIA CABAL DEL DISTRITO DE BUENAVENTURA

BRENDA YULIETH CAICEDO VALENCIA

YINEY NATALIA COLORADO ZUÑIGA

MADLIN NAYIBER HINESTROZA ANGULO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICA
2018

PROPUESTA PARA FAVORECER LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE
NÚMERO ENTERO A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMAS DEL CONTEXTO
PROPIO DE LOS ESTUDIANTES DE GRADO 7º DE LA INSTITUCION EDUCATIVA
JOSÉ MARIA CABAL DEL DISTRITO DE BUENAVENTURA

BRENDA YULIETH CAICEDO VALENCIA

Cód. 201352686-3469

YINEY NATALIA COLORADO ZUÑIGA

Cód. 201353152-3469

MADLIN NAYIBER HINESTROZA ANGULO

Cód. 201353111-3469

Trabajo de Grado para optar el título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis En
Matemática

Director:

CESAR CASTILLO ÁNGULO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICA
2018

Agradecimientos

Le doy gracias principalmente a Jehová Dios por sus grandes bendiciones, por ser un guía en esta carrera que me permite terminar y fortalecerme en mi vida. A mis padres quienes me dieron la vida y han estado con migo en todos los momentos de este proceso, infinitas gracias por su gran amor y apoyo incondicional. A mi pareja y familiares que siempre me apoyaron y me llenaron de ánimo para salir adelante. A mis evaluadores y tutor por guiarme y apoyarme. A la universidad del valle sede pacífico y sus docentes por brindarme un gran conocimiento en estos cinco años de gran trabajo. Finalmente mis compañeros por ser amigos maravillosos y ayudarme en cada situación presentada durante estos cinco años, en especial a la pandilla mosquetera.

Brenda Yulieth Caicedo

Agradezco a Dios que me ha iluminado y llenado de sabiduría para alcanzar mis metas; a mis padres, tíos y hermanos por acompañarme en este proceso; a mi pareja por su apoyo incondicional y comprensión; a mi gran amigo Jhon E, Mosquera por llenarme de motivación para conseguir este logro; a mis evaluadores por guiarme y ayudarme hacer esto posible; a mí tutor por su colaboración y sus enseñanzas; a mis profesores por sus enseñanzas, su comprensión y dedicación; y finalmente a mis compañeros y amigos que estuvieron con migo en mis momentos de alegrías y tristezas.

Yiney Natalia Colorado

Doy gracias a Dios principalmente por iluminarme y llenarme de sabiduría cada día; a mi madre y padre por acompañarme en este proceso y ayudarme hacer esto posible; a mis hermanos, tíos, y abuelos por su acompañamiento en este proceso; a mis evaluadores por guiarme y ayudarme hacer esto posible; a mi tutor por su colaboración, y finalmente a mis compañeros y amigos que estuvieron con migo en mis momentos de alegrías y tristezas.

Madlin Nayiber Hinestroza



INSTITUTO DE EDUCACION Y
PEDAGOGIA
Subdirección Académica

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO
DE GRADO

Programa Académico Lic. Edu. Básica con énfasis Mat.

Fecha

Código del programa: 3469

Resolución del programa: _____

Día	Mes	Año
26	02	2018

Título del Trabajo o Proyecto de Grado					
<u>Propuesta para favorecer la comprensión del concepto de número Entero</u>					
Se trata de:					
Proyecto ☐		Informe Final ☒			
Director <u>Cesar Castillo Angulo</u>					
Nombre del Primer Evaluador <u>Hernán Andrés Palacios</u>					
Nombre del Segundo Evaluador <u>Gorge Galeano Cano</u>					
Estudiantes					
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto	
<u>Brenda Caicedo</u>	<u>1352686</u>	<u>3469</u>	<u>brenda.caicedo@caronvalle.edu.co</u>		
<u>Natalia Colorado</u>	<u>1353152</u>	<u>3469</u>	<u>nina.colado@caronvalle.edu.co</u>		
<u>Madlin Hincirozo</u>	<u>1353111</u>	<u>3469</u>	<u>madlin.hincirozo@caronvalle.edu.co</u>		
Evaluación					
Aprobado ☒	Mentorío ☐	Laureado ☐			
Aprobado con recomendaciones ☐	No Aprobado ☐	Incompleto ☐			
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente) éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:					
Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐		Primer Evaluador ☐		Segundo Evaluador ☐	
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente) se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación de:					
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes, presentar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente)					
Firmas					
Director del Trabajo o Proyecto de Grado		Primer Evaluador		Segundo Evaluador	

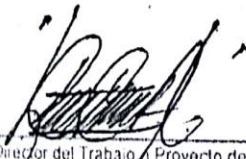
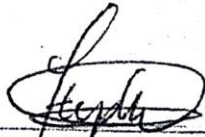
Recomendaciones ☐	Observaciones ☐	Razón de desacuerdo - Alternativas ☐
Si se considera necesario, usar hojas adicionales Primero dado el artículo 06 de la Resolución OSS de 2011 del IEP, los jurados consideran que el trabajo realizado cumple con los requisitos para ser elaborado por tres estudiantes. Hay ajustes necesarios en la presentación del texto, que ya han sido explicados y serán atendidos por los estudiantes. Se hicieron sugerencias para mejorar el desarrollo de los análisis y su relación con los capítulos precedentes.		
Firmas		
		
Director del Trabajo / Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Tabla de contenido

Resumen	11
Introducción	1
Capítulo 1: Aspectos generales de la investigación	4
Planteamiento del problema	4
Objetivos	9
Objetivo general	9
Objetivos Específicos	9
Justificación	10
Capítulo 2: Marco teórico	18
Dimensión matemática	18
Presentación de los números Enteros	20
Operaciones usuales con los números Enteros	22
Orden y representación de los números Enteros $\mathbb{Z}$	24
Dimensión didáctica	25
Propuesta respecto a la visión unitaria de Bruno	29
Las transferencias entre las dimensiones	30
El aprendizaje conceptual y la resolución de problemas	33
Referente curricular.	36
Capítulo 3: Metodología de la investigación	41
Métodos	41

Contexto	42
Fases de la investigación	43
Observación, planeación y descripción de la propuesta	44
Análisis a priori de las situaciones	45
Situación 1: introducción a los números Enteros	46
Situación 2: comparación de números Enteros	50
Situación 3: estructuras aditivas	53
Acción:	59
Capítulo IV: resultados y conclusiones	61
Análisis a posteriori de la prueba diagnostica	62
Dificultades en la comprensión del concepto de número Entero.	62
Características a tener en cuenta en el diseño de las situaciones problemas	65
Resultados y análisis de resultados de las situaciones	65
Situación 1: introducción a los números Enteros	65
Situación 2: comparación de números Enteros	72
Situación 3: suma y resta de números Enteros.	77
Conclusiones	82
Reflexiones finales	84
Bibliografía	85
Anexos	88

Índice de ilustraciones

<i>Ilustración 1: resultados pruebas Saber 2015 grado noveno en el área de matemáticas, comparación de porcentajes entre Buenaventura y Colombia</i>	13
<i>Ilustración 2: resultados 2015 de la prueba saber noveno en el área de matemática de la Institución Educativa José María Cabal</i>	14
<i>Ilustración 3: aprendizaje por mejorar en la competencia de Resolución de problemas noveno</i>	15
<i>Ilustración 4: aprendizaje por mejorar en la competencia resolución de problema noveno</i>	15
<i>Ilustración 5: categoría de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas tomada de (Socas, 1997)</i>	26
<i>Ilustración 6: dimensiones</i>	30
Ilustración 7: transferencia entre las tres dimensiones	31
<i>Ilustración 8: transferencias a trabajar en la propuesta</i>	33
<i>Ilustración 9: forma en que están formulados los estándares.</i>	37
Ilustración 10: la familia	48
Ilustración 11: tabla de posiciones Eliminatorias Rusia 2018	54
<i>Ilustración 12: evidencias de la representación en la recta realizada por los estudiantes.</i>	62
<i>Ilustración 13: evidencias de la representación de los movimientos del minero, hecha por los estudiantes.</i>	63
<i>Ilustración 14: evidencia de respuesta dada a la pregunta "a" del problema 3</i>	64
<i>Ilustración 15: evidencias respuesta dada al punto 9</i>	64
<i>Ilustración 16: evidencias de respuestas al punto 3</i>	65
Ilustración 17: estudiantes realizando la lectura (Evolución de los medios de comunicación)	66
Ilustración 18: estudiantes desarrollando la actividad 2 (Mi familia)	66
<i>Ilustración 19: evidencia respuesta punto "a" de la primera actividad, sesión 1</i>	69
<i>Ilustración 20: evidencias respuestas punto "b" de la primera actividad, sesión 1</i>	69
<i>Ilustración 21: evidencias respuestas punto "a" de la segunda actividad, situación 1</i>	71
<i>Ilustración 22: uso de recta o tabla para separar las temperaturas Positivas y Negativas.</i>	73

Ilustración 23: evidencias respuestas actividad 1, sesión 2 _____ 76

Ilustración 24: evidencias de respuestas segunda actividad, sesión 3 _____ 81

Índice de tablas

<i>Tabla 2: Ejemplos de las transferencias entre las tres dimensiones</i>	31
<i>Tabla 3: respuestas punto 1 de la primera actividad, sesión 1</i>	67
<i>Tabla 4: respuestas punto b de la primera actividad, sesión 1</i>	67
<i>Tabla 5: respuestas punto c de la primera actividad, sesión 1</i>	68
<i>Tabla 6: respuesta punto "a" de la segunda actividad, situación 1</i>	70
<i>Tabla 7: respuestas punto "b" de la segunda actividad, situación 1</i>	71
<i>Tabla 8: respuestas punto "a" de la primera actividad, sesión 2</i>	72
<i>Tabla 9: respuestas punto "b" de la primera actividad, sesión 2</i>	73
<i>Tabla 10: respuestas punto "c" de la primera actividad, sesión 2</i>	73
<i>Tabla 11: respuestas punto "d" de la primera actividad, sesión 2</i>	74
<i>Tabla 12: respuestas punto "e" de la primera actividad, sesión 2</i>	74
<i>Tabla 13: respuestas punto "a" de la primera actividad, sesión 3</i>	77
<i>Tabla 14 : respuestas punto "b" de la primera actividad, sesión 3</i>	78
<i>Tabla 15 : respuestas punto "c" de la primera actividad, sesión 3</i>	78
<i>Tabla 16 : respuestas punto "d" de la primera actividad, sesión 3</i>	78
<i>Tabla 17 : respuestas punto "e" de la primera actividad, sesión 3</i>	79
<i>Tabla 18 respuesta punto 1 de la segunda actividad, sesión 3.</i>	79
<i>Tabla 19: respuesta punto "b" segunda actividad, sesión 3.</i>	80
<i>Tabla 20: respuesta punto c segunda actividad, sesión 3.</i>	80
<i>Tabla 21: identificación y caracterización de las dificultades encontradas en el desarrollo de la prueba diagnóstica</i>	110

Resumen

El presente trabajo aborda las problemáticas que están inmersas en el entorno de la enseñanza y aprendizaje del concepto del número Entero en la escuela; a partir de algunos referentes teóricos y metodológicos se presenta el diseño e implementación de la propuesta. El objetivo principal de esta investigación, fue favorecer la comprensión del concepto de número Entero a través de una propuesta didáctica enfocada en situaciones problemas contextualizadas, lo cual interesó saber ***¿Cómo a través de situaciones problemas contextualizados se puede favorecer la comprensión del concepto de número Entero en estudiantes de 7° de la Institución Educativa José María Cabal del distrito de Buenaventura?*** Se toma como base la visión unitaria de Bruno (1997) teniendo en cuenta los distintos sistemas numéricos (recta, contextual y abstracta).

Se planteó una prueba diagnóstica a 10 estudiantes de 7° de la Institución Educativa José María Cabal de Buenaventura, que contiene problemas de aplicación y preguntas sobre el concepto de número Entero, con el objetivo de determinar e identificar las dificultades que presentan los estudiantes. Para el desarrollo de la propuesta se realizaron 3 sesiones de clase, en la cual contienen actividades que pudiesen mejorar la comprensión el concepto de número Entero tales como: temperatura, listado de eliminatoria del mundial Rusia 2018, pérdida y ganancia, medios de comunicación, la familia; el objetivo de dichas actividades fue identificar si mejoraron las debilidades que se observaron en la prueba diagnóstica. Los resultados finales muestran que fueron provechosas las sesiones ya que un gran número de estudiantes logró mejorar su comprensión en el tema, respondiendo al objetivo planteado. Por último, se espera con esta investigación mejore el proceso de formación de los profesores en matemáticas, e influya en la introducción del concepto de número Entero.

Palabras Claves: Número Entero, contextualización, situación, problema, comprensión.

Introducción

La presente investigación se inscribe en la *Línea de formación Didáctica de las Matemáticas*, del programa Licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle-sede Pacífico, en el que se plantea una propuesta de aula con educandos del grado 7° de la Institución Educativa José María Cabal del Distrito de Buenaventura.

Así pues, el estudio aborda la comprensión del concepto de número Entero a través de situaciones problemas, dado que tradicionalmente, la enseñanza de los números Enteros se reduce a presentar el concepto, a partir de algoritmos y propiedades y no se hace una reflexión sobre los cambios conceptuales, por ejemplo: “*el paso de los números Naturales a los números enteros Positivos, Negativos y el cero, implica realizar cambios conceptuales en las operaciones*” (MEN, 2006, pág. 60). Uno de los cambios en el que se identifica dificultades es el signo menos, ya que este en los Naturales tiene un significado de disminución y en los Enteros no.

Con esta propuesta de aula se brinda al estudiante una de entre muchas otras herramientas, para comprender los conceptos y no solo aprender un algoritmo, con el fin de que desarrolle un aprendizaje matemático significativo que permita a los estudiantes hacer uso de lo aprendido en diferentes contextos y en distintas asignaturas.

Respecto a lo anterior este trabajo se divide en 4 capítulos.

El primer capítulo obedece a la presentación de los aspectos generales de la investigación como la contextualización del objeto de estudio, los objetivos a alcanzar en el transcurso de la

investigación y por último la justificación que permite dar cuenta de algunos elementos que favorecen al mejoramiento de algunos de los problemas presentes en la enseñanza y aprendizaje del número Entero.

En el segundo capítulo se encuentran los referentes teóricos que fundamentan la estructura de la investigación, en la cual se contemplan aspectos relativos a la dimensión matemática, además la dimensión didáctica, la cual permite dar cuenta de algunas dificultades, obstáculos y errores en relación al número Entero, y por último la dimensión curricular, en la que se exponen algunas investigaciones hechas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

En el tercer capítulo se presenta el marco metodológico de la investigación, en el cual se describe la propuesta de enseñanza, su planeación, las fases, y la descripción de cada una de las actividades. Este trabajo está apoyado en la investigación acción y la visión unitaria en la enseñanza del número de Bruno (1997).

Finalmente, se presentan los resultados obtenidos, sus respectivas conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 1

ASPECTOS GENERALES

Capítulo 1: Aspectos generales de la investigación

En este capítulo se aborda la problemática en torno a la comprensión de los números enteros y las dificultades que se generan al momento de introducir este concepto, teniendo como referencia algunas investigaciones se busca favorecer la comprensión de dicho concepto a través de una propuesta de aula, enfocada en situaciones problemas que involucren el contexto en el cual los estudiantes interactúan. Además de los objetivos orientados a favorecer la comprensión del concepto de número Entero.

Planteamiento del problema

El concepto de números Naturales como medidas en las que el cero representa ausencia de cantidad, (Cid, 2000, pág. 12) se ha trabajado involucrándolo con las prácticas cotidianas que realizaban las personas (comercio y medición de tierras entre otras). Pero con el pasar del tiempo la matemática, y dentro de ella los conceptos matemáticos, fueron evolucionando, a tal punto de encontrar un conjunto numérico que extiende la estructura de los Naturales, dando lugar al conjunto de los números Enteros, en el que la solución de ecuaciones de tipo $x + a = b$ con $a > b$ tengan sentido, o situaciones de la vida real como: deudas, pérdidas, temperaturas bajo cero entre otras, ya que en los Naturales son imposibles representarlas (Stewart, 2007).

A partir de lo planteado anteriormente, autores como (Bruno, 1997, 2001), (Cid, 2000), (Iriarte, 1990) , han realizado investigaciones en las que se pueden evidenciar errores, obstáculos y dificultades en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de los números Enteros, las cuales han sido objeto de estudio durante muchos años; ellos manifiestan que los problemas que se presentan se deben, entre otras variables, a entender el número como expresión de cantidad e ignorar el signo que lo precede, a la idea de número Positivo y Negativo como número relativo y

además, presentar el concepto de número Entero de forma aislada en relación con otros conjuntos numéricos, como los Naturales.

A partir de nuestra experiencia como estudiantes, y además gracias a algunas observaciones realizadas a una clase acerca de los números Enteros; hemos podido evidenciar que la manera en que se introducen los números Negativos en las aulas de clase, se basa en reglas y algoritmos que se usan para operar en el conjunto de los Naturales, lo que puede llevar más adelante a una confusión en los estudiantes, y presentar dificultades al momento de comprender el paso de un sistema numérico a otro, es el caso de los números Naturales a los números Enteros; esto quiere decir que al enseñar los números Negativos, se presentan solo como opuestos a los positivos, esto da lugar a otra dificultad que tiene que ver con la representación gráfica sobre la recta, porque los estudiantes pueden considerar la recta numérica como dos semirrectas y no considerar la extensión de un sistema numérico a otro.

(Bruno, 1997) menciona que es necesario conectar los conjuntos numéricos de forma que los alumnos no construyan un conocimiento de los números como núcleos aislados, el conocimiento numérico abarca diversos aspectos relativos a los números, por lo que se hace necesario trabajar con los estudiantes tres de estos aspectos, que se han denominado *dimensiones*: abstracta, de recta y contextual; además, es importante que exista una transferencia entre ellas, lo que permite la expresión de la dimensión de un conocimiento dado en otra, dando lugar a unificar los conjuntos numéricos de una forma adecuada.

De acuerdo con lo anterior, se puede considerar importante la enseñanza de los números Negativos a partir de las tres dimensiones, siguiendo una secuencia de extensiones que avance a los números Reales.

La idea de número Positivo y Negativo como número Relativo es otra de las problemáticas, esta consiste en ubicar estos en varios contextos (temperatura, deudas, nivel del mar, pérdidas, entre otras) como una representación de cantidades, suponiendo la disminución o aumento de una cantidad inicial, ubicación posicional en un contexto linealmente organizado según una referencia. De este modo es importante que el estudiante tenga conocimiento acerca de la noción de número no solo como cantidades positivas, sino que además existen cantidades relativas que pueden ser positivas, negativas, o cero de acuerdo con un punto de referencia o una posición (Navia y Orozco, 2012).

Entender el número como expresión de cantidad, es otra de las dificultades en la construcción y la operatividad del conjunto de los Enteros; algunos autores como (Iriarte, 1990) han trabajado acerca de esta problemática que es común en los estudiantes, debido a que esta identificación del número como cantidad obstaculiza la generalización de las operaciones aritméticas y de orden; por ejemplo: la suma como acción de añadir una cantidad a otra, lo que lleva a que algunos estudiantes no encuentren sentido a preguntas como ¿puedes encontrar un número que sumado a 7 de 5? En este momento el estudiante tal vez no recuerde los números Negativos, ni ninguna característica de los mismos, lo cual es evidencia de que existe una confusión a la hora de pasar de los números Naturales a los Enteros.

Otra dificultad que es común al trabajar con algunos conjuntos numéricos, es que existe poca habilidad de representación en la recta por parte de los estudiantes, por lo que es necesario trabajar el modelo de recta en las aulas de clases, ya que a partir de este, puede lograr una amplia comprensión del conjunto de los números Enteros, además si las actividades se asocian con situaciones reales del contexto en el que interactúan los estudiantes y se proporcione elementos que sean conocidos para ellos, el conocimiento adquirido será significativo.

Las situaciones problemas como camino a la conceptualización, permitirán a los estudiantes desarrollar procesos de exploración como son la formulación de hipótesis, la validación, y la reformulación si es necesario, pues se asume que a partir de las situaciones problemas el estudiante podrá lograr la elaboración conceptual de los objetos matemáticos presentes en ellas. La importancia de dichas situaciones es que vinculan activamente al estudiante en la elaboración teórica, pero además permiten la contextualización como herramienta didáctica de aprendizaje, a partir de lo cual se pueden relacionar los conceptos con ciertas situaciones que se presentan en su entorno social; es decir, una situación problema es importante en la medida que ayude al estudiante a razonar, comprender, a construir su propio conocimiento sin que este esté alejado del formal. A partir de una situación problema el estudiante entra en juego con sí mismo y con sus conocimientos previos formulándose preguntas y apoyándose en ejemplos que pueden llevarlo finalmente a la conceptualización. (Zapata y Múnera, 2003).

Lo anterior pone de manifiesto que la falta de contextualización e incorporación de situaciones problemas en la enseñanza de las matemáticas puede causar una barrera para que la comprensión de conceptos, como el de número Entero, sea más significativa. Esto se puede observar claramente en las aulas de clases, debido a que en la mayoría de los casos no se toma como referencia el contexto, el cual hace posible relacionar las matemáticas con fenómenos y situaciones propias de las prácticas sociales de los estudiantes

Por otro lado, debido a las dificultades en torno a la comprensión de los números Enteros es necesaria una buena intervención por parte del maestro como facilitador con el fin de que los estudiantes adquieran un aprendizaje significativo (Patiño, 2011), lamentablemente, la preparación y ejecución de las clases se continúan desarrollando de manera tradicional, dejando

de lado la búsqueda de nuevas alternativas de enseñanza (Canfux, 2000) a esto él (MEN, 1998) propone:

Una educación matemática que favorezca aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no solo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos, sino también en procesos de pensamientos ampliamente aplicables y útiles para aprender como aprender. (pág. 18).

Es importante recalcar que esta problemática en cuanto a la comprensión y conceptualización de los números Enteros, no solo se ve reflejada en la Educación Básica y Media sino también, en la educación superior, a partir de nuestra experiencia como estudiantes universitarias hemos podido evidenciar ciertas dificultades en el manejo de este y otros conceptos.

Todo lo anterior da paso a que la propuesta que se presenta en este trabajo se fundamente en la teoría de (Bruno, 1997) la cual considera que para la enseñanza de la matemática se deben tener en cuenta aspectos importantes como son los conocimientos previos de los estudiantes acerca de los números Naturales, situaciones concretas en las que ellos puedan apoyarse, hacer traslaciones entre símbolos escritos y otras representaciones de los números en una dimensión abstracta, recta y contextual desarrollar sentido numérico, dedicar más tiempo a comprender los conceptos, que a los aspectos procedimentales, debido a que, como ella menciona *“los alumnos terminan su aprendizaje escolar obligatorio con ideas confusas sobre los números, no relacionan los sistemas numéricos, pero a pesar de esto utilizan con un cierto grado de precisión las operaciones dentro de cada sistema numérico”* (Bruno, 1997, pág. 6). De acuerdo a lo anterior se plantea el siguiente interrogante.

¿Cómo a través de situaciones problemas contextualizados se puede favorecer la comprensión del concepto de número Entero en estudiantes de 7° de la Institución Educativa José María Cabal del distrito de Buenaventura?

Objetivos

Objetivo general

Favorecer la comprensión del concepto de número Entero a través de una propuesta de aula enfocada en situaciones problemas contextualizadas con estudiantes de 7° de la Institución Educativa José María Cabal del distrito de Buenaventura.

Objetivos Específicos

- Identificar las dificultades que se presentan en la comprensión del concepto de número Entero, particularmente, en la solución de situaciones problemas por parte de los alumnos.
- Identificar características que se deben tener en cuenta para diseñar situaciones problemas contextualizadas que aporten a la comprensión del concepto de número Entero.
- Determinar algunas reflexiones alrededor de la apropiación del concepto de número Entero, mediante el análisis de los resultados que arroje la aplicación de la propuesta.

Justificación

El Ministerio de Educación Nacional ha venido trabajando en distintas estrategias y herramientas como los lineamientos curriculares (MEN, 1998) estándares básicos de competencia (MEN, 2006) derechos básicos de aprendizajes (MEN, 2015), entre otros, que sirven como guía para el diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares, la evaluación y la enseñanza en el aula; además han servido como referente para indagar sobre elementos que aporten al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La comprensión del concepto de número Entero origina algunas dificultades en el proceso de aprendizaje en el grado 7° de la Educación Básica, las cuales se han podido evidenciar en nuestra experiencia en el aula, al momento de trabajar con dicho conjunto numérico, particularmente con los números Negativos, ya que se puede ver que los estudiantes presentan un bajo nivel de comprensión acerca de estos.

La pertinencia de la temática abordada en esta investigación, tiene que ver con la importancia de la comprensión del concepto número Entero, ya que este conjunto numérico como parte del currículo escolar, y del cual se hace uso desde el inicio de la educación secundaria, se encuentran pues en el proceso de enseñanza dificultades que son visibles por ejemplo a la hora de trabajar con un subconjunto de los números Enteros, los números Negativos, los cuales generan dudas, errores y contradicción en los estudiantes. En relación con esto afirma el (MEN, 2006)

El paso de los números Naturales a los números Enteros Positivos y Negativos (con el cero como Entero) no sólo amplía el concepto de número, sino que también obliga a cambios conceptuales en las operaciones y las relaciones entre ellos, configurando así sistemas numéricos diferentes. (pág. 60)

En relación con lo anterior, es necesario proponer ideas que beneficien los procesos de enseñanza y aprendizaje, y que respondan a las necesidades de los estudiantes al momento de presentar una dificultad en la construcción y comprensión de este u otros conceptos. Es importante que al momento de abordar el tema de números Enteros no ignoren los conocimientos previos que poseen los estudiantes acerca del conjunto de los Naturales, ya que estos sirven como referente o herramienta para propiciar un mejor acercamiento a lo que es dicho conjunto. Esto pone de manifiesto la importancia de las estructuras matemáticas, la escritura de los números, su representación en la recta, y el uso de estos en diferentes contextos, pues su manejo adecuado permite la comprensión del conjunto numérico.

La utilización del contexto es también un aspecto importante a la hora de presentar un nuevo concepto matemático, según lo planteado por el (MEN, 1998)

el contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no solo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas”(pág. 24)

De este modo, es importante que, a la hora de presentar un nuevo concepto matemático, se pueda contextualizar con el fin de que el estudiante no solo conozca la parte abstracta de los objetos matemáticos, sino que además pueda relacionarlos con situaciones de la vida cotidiana.

También, autores como (Bishop, 1999) apoyan la idea de que la enseñanza matemática debe relacionarse con el entorno social del estudiante, y que las matemáticas como fenómeno cultural ofrecen maneras de hacerlo. De lo anterior se puede deducir que el contexto es un instrumento que permite modelar los saberes matemáticos, para lo que tener en consideración algunas actividades sociales realizadas por los estudiantes como jugar, ir de compras, etc., podrían servir de referencia para ajustar el proceso de enseñanza, con el fin de que los

estudiantes relacionen las situaciones que les propone el docente en el aula de clase con las que se presentan en su quehacer diario, y de esta manera obtener un aprendizaje significativo el cual le dé sentido a las matemáticas.

Ahora bien, “*las situaciones problemas ayudan a que el estudiante encuentre la necesidad de asumir con inquietud lo desconocido*” (Rodríguez y Pineda, 2009, pág. 51) además estas pueden facilitar el desarrollo del análisis, la observación, y la reflexión de elementos bien sean intelectuales o afectivos, los procesos de enseñanza, la actividad del maestro, que conllevan al desarrollo del pensamiento y ampliar el conocimiento, creando así entornos socioculturales que favorecen las actividades que se pueden relacionar en la vida cotidiana de los estudiantes; por ejemplo, resolver alguna situación problema relacionada con deudas, temperaturas bajo cero, nivel del mar, entre otras, en las que puede hacer uso de la recta numérica para resolverlas.

Ante esto el (MEN, 1998) plantea lo siguiente:

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. (pág. 24)

Podemos afirmar que las situaciones problemas son un camino fundamental para que el estudiante pueda llegar a la conceptualización, debido a que la creación de conceptos es un proceso activo, no mecánico en el que solo se manejan reglas y algoritmos (Vygotsky, 1997, pág. 119)

Ahora bien, ¿se puede trabajar el concepto de número Entero sin haberlo comprendido?

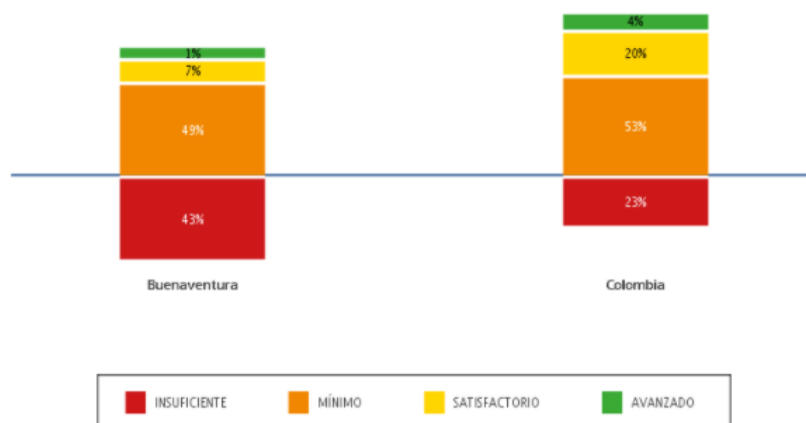
Después de haber hablado de la importancia que se le atribuye a las situaciones problemas, la conceptualización y la contextualización a la hora de presentar el concepto de

número Entero, es importante no dejar de lado la comprensión que deberían tener los estudiantes respecto a este, ya que una buena comprensión de los conceptos permitirá al estudiante el uso de este en diferentes situaciones, sean abstractas o de su contexto social.

El último argumento importante hace referencia a las pruebas externas realizadas por el ICFES en el grado 9° en el área de matemáticas, en estas, se pueden evidenciar los aspectos mencionados anteriormente son pruebas en las que Buenaventura presenta un bajo nivel de desempeño¹ en comparación a Colombia, como muestra la ilustración 1 en la que se puede ver que el 92% de los estudiantes de Buenaventura presentaron un bajo desempeño en la prueba realizada en el 2015.

Ilustración 1: resultados pruebas Saber 2015 grado noveno en el área de matemáticas, comparación de porcentajes entre Buenaventura y Colombia

1.1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño en la entidad territorial certificada y el país en matemáticas, noveno grado



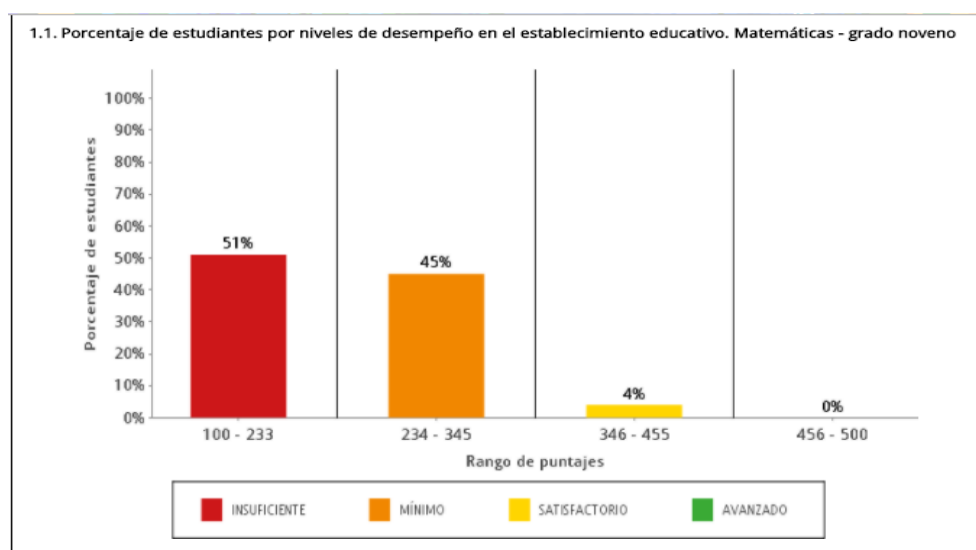
Fuente 1: Icfes interactivo (2015)

Esta propuesta va dirigida particularmente a la Institución Educativa José María Cabal del distrito de Buenaventura, Institución en la cual se llevó a cabo el trabajo de práctica, además

¹ Los niveles de desempeños que evalúa el ICFES son: (Insuficiente, Mínimo, Satisfactorio y Avanzado).

en general el nivel de desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas, según los resultados de las Pruebas Saber grado 9º, está por debajo del promedio nacional, ya que el 96% de los estudiantes se encuentran en el nivel mínimo e insuficiente.

Ilustración 2: resultados 2015 de la prueba saber noveno en el área de matemática de la Institución Educativa José María Cabal

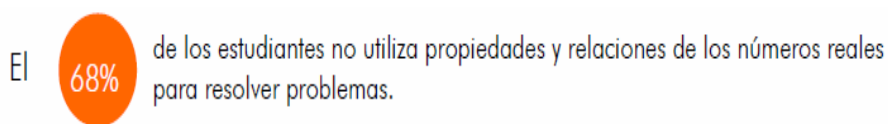


Fuente 2: Icfes interactivo (2015)

El MEN, en el informe por colegio SIEMPRE DIA e del 2015, muestra por cada competencia (comunicación, razonamiento, y resolución de problemas) los aprendizajes que deben mejorar los estudiantes:

En razonamiento matemático el informe muestra que el 68% de los estudiantes presentaron dificultades en el uso de propiedades y relaciones de los números Reales, lo que da cuenta de que más que trabajar las propiedades y las relaciones de los números se debe asegurar una amplia comprensión de los mismos, que le permita usarlos adecuadamente al momento de resolver problemas.

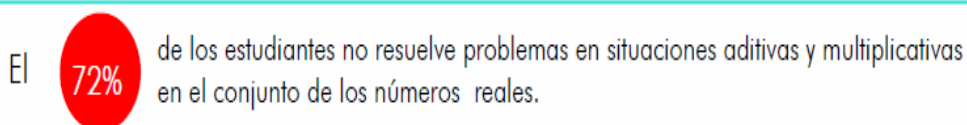
Ilustración 3: aprendizaje por mejorar en la competencia de Resolución de problemas noveno



Fuente 3: Icfes interactivo

En resolución de problemas se muestra que el 72% de los estudiantes presentaron dificultades en la adición y multiplicación de números Reales.

Ilustración 4: aprendizaje por mejorar en la competencia resolución de problema noveno



Fuente 4: Icfes interactivo

En resolución de problemas, el 72% de los estudiantes presentaron dificultad a la hora de resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números Reales, donde se encuentra inmerso los números Enteros; se deduce que solo un 28% logró resolver este tipo de situaciones.

Los resultados en matemáticas de estas pruebas también han servido como referente para esta propuesta de enseñanza en la que se pretende trabajar la comprensión del concepto de número Entero, con el fin de involucrar otros aspectos importantes como el contexto, la conceptualización, y las situaciones problemas mencionados anteriormente, debido a que el proceso de enseñanza de las matemáticas sigue centrando su atención en procesos algorítmicos de rutinas, faltos de contextualización, ignorando en ocasiones la importancia de la conceptualización, lo que refleja un aprendizaje mecánico y memorístico en los estudiantes. Por lo que es necesario que los docentes busquen estrategias y diseñen propuestas didácticas que

aporten un mejor aprendizaje, en el cual el estudiante sea el propio protagonista de este y no solo un receptor que repite lo que el docente le transmite, y así preparar a los estudiantes para que exploren sus habilidades, interpreten y pongan en práctica lo que saben en cualquier situación; dándole sentido al nuevo conocimiento.

Capítulo 2

MARCO TEORICO DE REFERENCIA

Capítulo 2: Marco teórico

En este capítulo se presentan los elementos teóricos en la cual se aprecian algunos aspectos referentes a la *dimensión matemática* la cual da cuenta del concepto de número Entero, su historia, y su presentación, la *dimensión didáctica* que presenta algunos factores referentes a la enseñanza y aprendizaje de los números Enteros, y la *dimensión curricular*.

Dimensión matemática

Según (Stewart, 2007) las matemáticas no nacieron plenamente formadas, ellas surgieron debido a la necesidad humana de contar, ordenar, medir, y representar que tenían las diferentes culturas, para ello utilizaban marcas o símbolos hechos por los recursos de su entorno.

El conocimiento matemático dio al hombre la posibilidad de ser pensante y creador de ideas abstractas, ideas primarias de figuras, formas, número, y áreas, surgieron en la convivencia del hombre con la naturaleza y fueron perfeccionándose con el transcurso de los siglos. Es conveniente decir que el progreso de las matemáticas no se debe a un solo autor o cultura, sino a un sinnúmero de esfuerzos acumulativos. Algunas ideas matemáticas que se siguen utilizando hoy datan de hace más de 4.000 años.

Sin embargo el hombre se percató de la necesidad de expresar las cantidades de magnitudes que presentaban un doble sentido: uno positivo, otro negativo, dentro de un sistema de medida, los números Negativos antiguamente conocidos como “números deudos” o “números absurdos”, datan de una época donde el interés central era la de convivir con los problemas cotidianos a la naturaleza.

Respecto a los números Negativos estos aparecieron particularmente como resultado de la no posibilidad de resolver ecuaciones de tipo $x + 1 = 0$, y otras situaciones de la vida real

como, deudas, nivel bajo del mar, temperaturas bajo cero etc. Esta aparición de los números Negativos en comparación con los números Naturales fue tardía considerando su surgimiento, aceptación y legitimación lo cual duró aproximadamente 100 años, periodo en el cual los números Negativos no eran considerados como “artificios de cálculo” y se llevaron a cabo muchos intentos infructuosos por dotarlos de una existencia real. (González, 1999, págs. 21,22)

La creación de los números Negativos tuvo su origen en la práctica matemática y además en las manipulaciones algebraicas, lo que dio lugar a que los matemáticos realizaran múltiples intentos con el fin de relacionar nuevas ideas con aquellas que ya se conocían, por lo que surge la necesidad de extender el conjunto numérico de los Naturales a uno más amplio, este tipo de situaciones tuvieran un sentido matemático, fue así como se dio paso a un nuevo conjunto denominado números Enteros, el cual trajo algunos cambios conceptuales y en sus propiedades.

El paso de los números Naturales a los números Enteros Positivos y Negativos (con el cero como Entero) no sólo amplía el concepto de número, sino que también obliga a cambios conceptuales en las operaciones y las relaciones entre ellos, configurando así sistemas numéricos diferentes (MEN, 2006, pág. 60)

Teniendo en cuenta lo anterior y algunos aspectos de tipo matemático encontrados en Recalde, L. Hínestroza, D. Vargas, L. & Moreno como axiomas, teoremas, definiciones y propiedades; a continuación se fundamenta en la construcción formal del conjunto numérico de los números Enteros.

Presentación de los números Enteros²

El teorema según el cual para dos números Naturales m y n , con $m < n$, existe un número Natural s tal que $m + s = n$, permite incorporar la resta como operación entre números Naturales. El número s se denomina la diferencia entre n y m y se representa como $n - m$. Tenemos entonces que $s = n - m$ si y solo si $n = m + s$. Al número n se le llama el *minuendo* y a m el *sustraendo*. Observemos que $n - 0 = n$.

La resta entre Naturales solo es posible si el minuendo es mayor que el sustraendo. La generalización de la resta, a dos cualesquiera números Naturales, obliga a extender el sistema numérico de los números Naturales a los números Enteros.

Vale la pena resaltar que, históricamente, esta extensión no fue inmediata; la razón es que da origen a los números Negativos y desde la antigüedad clásica, el número estaba ligado al proceso de contar donde lo Negativo no tenía cabida. Incluso hasta mediados del siglo pasado muchos famosos matemáticos se negaban a reconocerles la ciudadanía numérica. Sin embargo, algunos aspectos vencieron la resistencia. Se podían extender las operaciones de suma y producto sin ningún sacrificio teórico. La existencia de fenómenos físicos, como el movimiento, que llevaban al planteamiento de ecuaciones del tipo $3 + x = 2$, o $x^2 + x - 6 = 0$. La matematización de ciertos fenómenos como la altitud y la medida de la temperatura. El desarrollo de sistemas contables por parte de comerciantes, que exigían un método de consignar las deudas, incluyendo la acumulación progresiva de las mismas. Para ello se precisaba de la

² Construcción tomada de: Recalde, L. Hinestroza, D. Vargas, L. & Moreno, O año 2010. En este libro se presentan herramientas conceptuales de los conjuntos numéricos.

ampliación de las operaciones de suma y producto. Surge la necesidad de representar de alguna forma la diferencia $n - m$ para dos naturales cualesquiera.

Definición. Sean los números Naturales m y n tales que $m < n$ y s tal que $m + s = n$, lo cual significa que $n - m = s$. Definimos $m - n$ como el opuesto de s y lo designamos como $-s$ (menos s).

Según la definición anterior, como $9 - 4 = 5$, entonces $4 - 9 = -5$; la expresión -5 será el opuesto de 5. Como $n + 0 = n$, es decir, $n - n = 0$, se tiene que:

Definición. Para cada número Natural n , se define el opuesto de n como $-n$.

La expresión $n - n = 0$, se puede representar como $n + (-n) = 0$, de lo cual se sigue el siguiente teorema:

Teorema. La suma de cualquier número Natural n y su opuesto $-n$, es cero; es decir, para todo n se tiene que $n + (-n) = 0$

Observación. Dado que $0 + 0 = 0$, entonces $-0 = 0$, lo cual significa que el cero es igual a su opuesto. El número cero es el único con esta propiedad. Por otra parte como $n + (-n) = 0$ y se debe cumplir la propiedad conmutativa, tenemos que $(-n) + n = 0$, por lo tanto el opuesto de $-n$ es n , es decir $-(-n) = n$.

Con base a lo anterior, tenemos que cada opuesto de un número Natural genera a su vez un nuevo número. Esto permite ampliar nuestro universo numérico, de los números Naturales a los números Enteros.

Definición. Diremos que el conjunto de los números Enteros, representado por $\mathbb{Z}$ está conformado por la unión del conjunto de los números naturales y el conjunto de sus opuestos.

De esta forma, el conjunto de los números Enteros quedará conformado de la siguiente manera:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$$

Además, se acostumbra las simbolizaciones:

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3 \dots\} \text{ y } \mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3 \dots\}$$

Operaciones usuales con los números Enteros

La suma y el producto entre los elementos de $\mathbb{Z}$ se definen con base a las siguientes operaciones entre Naturales.

Definición. Sean n y m números Naturales, definamos $n + (-m)$ y $(-n) + (-m)$ de la siguiente manera:

1. El resultado de la operación $n + (-m) = (-m) + n$ se define como:
 - a) Si $m \leq n$, $n + (-m) = s$, donde $s + m = n$
 - b) Si $n < m$, $n + (-m) = -s$, donde $s + n = m$
2. El resultado de la operación $(-n) + (-m) = -n - m = -m - n$ se define como $-(n + m)$

El producto entre Enteros sigue los mismos delineamientos del producto entre números Naturales, solo debemos tener cuidado con el producto entre números de diferentes signos y con el producto entre números negativos. Si partimos de las propiedades básicas de los números Naturales, tenemos que el producto entre números Enteros debe cumplir las siguientes propiedades:

Teorema. Sea a número Entero, entonces: $0 \cdot a = 0$

Demostración:

$$a \cdot 0 = a \cdot (0 + 0) \quad \text{Propiedad modulativa}$$

$$= a \cdot 0 + a \cdot 0 \quad \text{Propiedad distributiva}$$

$$(a \cdot 0) + (-a \cdot 0) = (a \cdot 0 + a \cdot 0) + (-a \cdot 0) \quad \text{Propiedad uniforme}$$

$$0 = a \cdot 0 + (a \cdot 0 + (-a \cdot 0))$$

$$= a \cdot 0 + 0 \quad \text{Propiedad del inverso aditivo}$$

$$0 = a \cdot 0 \quad \text{Propiedad modulativa}$$

Veamos un teorema que nos permite realizar productos entre Enteros, los siguientes enunciados, en conjunto, constituyen las llamadas reglas de los signos.

Teorema. Sea a y b números Naturales, entonces:

1. $(-1)a = -a$.
2. $(-a)(b) = -(ab) = -ab$.
3. $(-a)(-b) = ab$

Demostración de la propiedad 1.

$$1. \quad (-1) \cdot a = -a.$$

$$0 \cdot a = 0, \text{ por el teorema anterior.}$$

$$(1 + (-1))a = 0, \text{ puesto que } 1 + (-1) = 0.$$

$$1a + (-1)a = 0, \text{ por la propiedad distributiva.}$$

$a + (-1)a = 0$, el 1 es el modulo del producto.

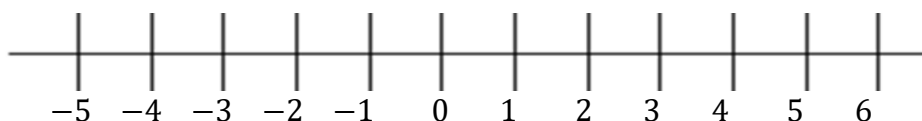
$(-1) = -a$, definición del opuesto.

Orden y representación de los números Enteros $\mathbb{Z}$

Como lo anotamos antes, los números Enteros $\mathbb{Z}$, constituyen una extensión de los números Naturales. De esta manera, conjuntistamente hablando, se cumple que:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}.$$

Nuestro objetivo, ahora, es definir un orden en $\mathbb{Z}$ que conserve el orden de los Naturales $\mathbb{N}$, y además que incluya los elementos de $\mathbb{Z}^-$. Para ello se recurre a la representación típica que ubica el cero como punto referencial; a su derecha se colocan, de manera progresiva, los elementos de $\mathbb{Z}^+$, y a su izquierda, los elementos de $\mathbb{Z}^-$. Ésta es una denominación nominal que permite una visualización integral de $\mathbb{Z}^-$ y $\mathbb{Z}^+$:



De esta forma $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$, y dado un número Entero $x \in \mathbb{Z}$, se presenta uno y sólo uno de los tres casos siguientes:

$$x \in \mathbb{Z}^-, \quad x = 0, \quad \text{ó} \quad x \in \mathbb{Z}^+.$$

Además, hay que tener en cuenta que si $x \in \mathbb{Z}^+$, entonces $-x \in \mathbb{Z}^-$, y si $x \in \mathbb{Z}^-$, entonces $-x \in \mathbb{Z}^+$.

Se suele denominar a los elementos de $\mathbb{Z}^+$ los Enteros Positivos y a los elementos de $\mathbb{Z}^-$ los Enteros Negativos. Este orden de los Enteros permite definir formalmente el orden de todo $\mathbb{Z}$ a través de la resta.

Definición. Dados dos números Enteros a y b pertenecientes a $\mathbb{Z}$, decimos que $a < b$ si $b - a \in \mathbb{Z}^+$. Cuando $a < b$ también escribimos $b > a$. Además escribimos $a \leq b$ si $a < b$ o $a = b$

Dimensión didáctica

En el aprendizaje de las matemáticas y, particularmente, en el aprendizaje de los números Enteros se podido evidenciar un sin número de dificultades en los estudiantes que son la causa de que estos no presenten un buen desempeño en relación a este u otros conceptos matemáticos. Autores como (Socas, 1997), (Cid, 2003), (Bruno, 1997), e Iriarte (1991) han realizado algunas investigaciones en las que serán objeto de estudio estas problemáticas, unas en relación con las matemáticas en general y otras particularmente en relación con los números Enteros, especialmente el número Negativo. (Socas, 1997)³ En su apartado “Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria” expone algunas razones por las cuales se generan dificultades, obstáculos y errores en los estudiantes, por tanto conocer sus causas, permite diseñar e implementar un modelo de enseñanza que considere ciertos aspectos que le brinde al estudiante mejorar en su aprendizaje. (Cid, 2003) y su trabajo “la investigación didáctica sobre los números Negativos: estado de la cuestión” en la que se plantea a que están asociadas las dificultades que se presentan en el aprendizaje de los números Enteros Negativos, las propuestas de enseñanza de los números Enteros, y la crítica de la introducción

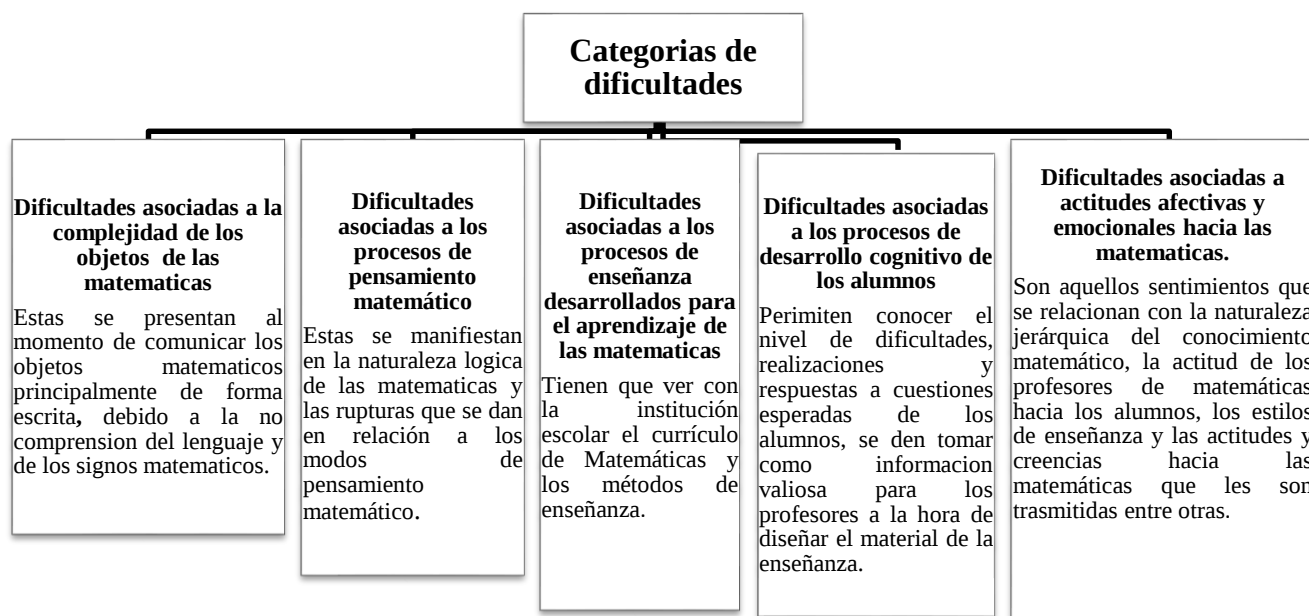
³ Para Socas un error es considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste. Pág. 1. Un obstáculo es un conocimiento adquirido, no una falta de conocimiento. No se trata de una falta de conocimiento, sino de algo que se conoce positivamente, o sea, ésta constituyendo un conocimiento. Pág. 16.

escolar de los números Enteros a partir de modelos concretos. Luego (Bruno, 1997) trabajos realizados en cuanto a la “enseñanza de los números Negativos aportes de una investigación”

(Socas, 1997) Expone que

El aprendizaje de las matemáticas genera muchas dificultades a los alumnos y éstas son de naturalezas distintas, las cuales se conectan y se refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores. Aceptando que la naturaleza de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas es de diversa índole y se conectan y se refuerzan en redes complejas, éstas pueden ser agrupadas en cinco grandes categorías.

Ilustración 5: categoría de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas tomada de (Socas, 1997)



Ahora bien, Cid (2003) plantea que las dificultades en el aprendizaje de los números Enteros Negativos pueden estar asociadas a que:

- Los números Enteros se manejan como si se estuviera trabajando con números Naturales, esto se presenta cuando el estudiante ignora el signo que precede al número y

es interpretado como símbolo que indica la resta entre dos números Naturales, lo que lleva a que el estudiante produzca respuestas erróneas al resolver un problema matemático o bien sea un algoritmo.

- El número como expresión de cantidad, cuando este es considerado como la medida de una cantidad y no puede ser negativa.

Bruno (1997) En sus estudios referentes a los números Enteros dice que las dificultades que se presentan en ellos tienen que ver con:

- Modificación de ideas fuertemente arraigadas construidas a lo largo de la enseñanza. Por ejemplo, los significados más familiares de los números Positivos y de las operaciones con ellos conducen a que los alumnos tengan la idea de que no existen números menores que cero.
- Cambios en la simbología o las reglas de los paréntesis ($+a = a$).

Ahora bien Iriarte (1991) indica que: la enseñanza del número Entero no admite ser enteramente tratada, de forma creíble; pues exige la ruptura de algunas ideas que están muy ligadas al conocimiento que se posee de la aritmética práctica.

1. Lo real como obstáculos: el apego a la evidencia inmediata, la intuición primaria de número como cantidad, obstaculiza de múltiples formas la construcción de $\mathbb{Z}$. dentro de estas dificultades se derivan las siguientes:

- El número como expresión de cantidad, ¿puedes encontrar una situación real en la que tenga sentido $-(-3)$?
- La suma como aumento, ¿pueden encontrar un número que sumado a 5 *de* 2?

- La multiplicación como multiplicación natural, ¿es posible encontrar un múltiplo de 5 menor que 3 y distinto de cero?
 - La división como división natural, se hace por defecto y admite ser interpretada como reparto o agrupamiento de objeto
 - La sustracción como disminución, ¿es posible encontrar un número que restado de 7 *de* 10?
 - El orden entre los Negativos es el mismo que el orden Natural, en la serie Natural los números van aumentando a medida que van estando más alejados del origen.
 - Ignorar el signo, consiste en ignorar sistemáticamente el signo que precede.
 - Identificación de los símbolos literales con números Positivos, ¿si a es positivo y b es negativo, $a - b$ es un número Positivo?
2. La imposición de lo formal como obstáculo: la construcción del conocimiento formal es un logro que requiere la ruptura de concepciones previas. Si no es así, lo formal queda vacío de significado, y se convierte en mera apariencia que o tarda en desvanecerse. dentro de estas dificultades se derivan las siguientes:
- En el manejo de orden lineal, están provocados porque no realizan las inversión de relaciones “más que” y “menos que”
 - Las reglas de cálculo como formalismo vacío, si regla estas se encuentran vacías de contenido y significados son fáciles de olvidar y confundir
 - Los Enteros estudiados y olvidados, ¿qué número sumado a 5 *da* 3?

Finalmente se observa que son varias las dificultades, obstáculos y errores presentes en la enseñanza y aprendizaje de los enteros, los cuales se deben tener en cuenta para no caer en ellos a la hora de abordar el tema. A esto el (MEN, 1998) expone

El docente modifica y enriquece los elementos presentes en el boceto con base en las estrategias, en aprendizajes no previstos, en dificultades y errores de los estudiantes; podría decirse que para él la experiencia de enseñar es al mismo tiempo la oportunidad de aprender con los estudiantes.

Las dificultades reportadas por las investigaciones se tendrán en cuenta para estructuración de la propuesta didáctica que se implementará en estudiantes de grado séptimo.

Propuesta respecto a la visión unitaria de Bruno

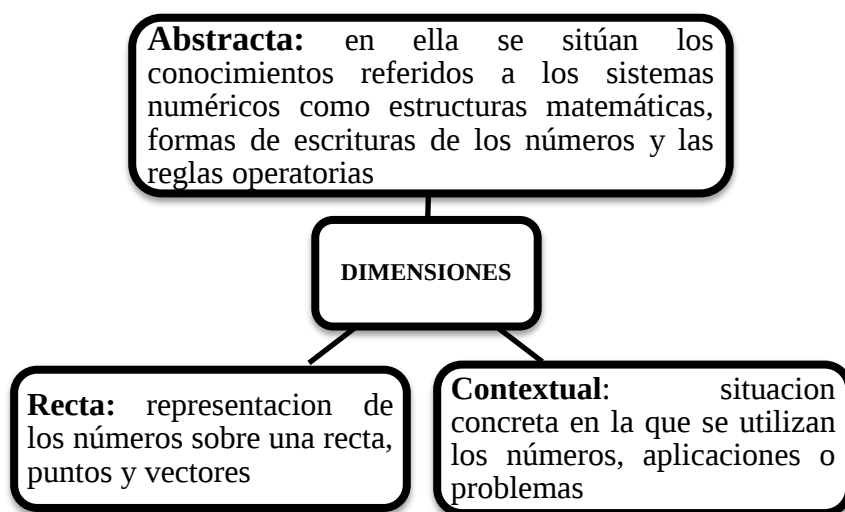
(Bruno, 1997) menciona en sus investigaciones que no suele establecerse correctamente la relación entre los diferentes sistemas numéricos, por ello gran parte de los alumnos terminan su aprendizaje con ideas confusas sobre los números; por lo tanto, sugiere que la visión unitaria de la enseñanza de los números contribuiría a la conexión entre cada uno de ellos de manera que el nuevo conocimiento suponga la ampliación del antiguo y que el antiguo se integre en el nuevo; es decir, que el estudiante pueda relacionar aquellos conocimientos que ha adquirido durante el proceso de aprendizaje. Para ampliar esta idea se expone la siguiente cita

Lo que se aprende acerca de los números, tanto en los primeros años como cuando se cursa la Educación Secundaria Obligatoria, forma parte de un único *conocimiento numérico*, que debe tener un hilo conductor que lo unifique y lo haga homogéneo. Es necesario conectar los conjuntos numéricos de forma que los alumnos no construyan un conocimiento de los números como núcleos aislados (Bruno, 1997, p.11).

Por su parte, el aprendizaje numérico es importante en la enseñanza de la matemática, por lo que se espera que esta centre parte de su atención en ciertos elementos que ayuden a dicho aprendizaje, en los cuales es necesario un proceso continuo en el que se puedan realizar las

conexiones pertinentes entre las limitaciones y potencialidades de cada sistema numérico, de esta manera la enseñanza de los números Enteros no puede realizarse desconectada de los conocimientos previos de los estudiantes ni tampoco de los que adquiere más adelante. Así, se hace necesario utilizar situaciones numéricas, representaciones gráficas, modelos, propiedades numéricas, etc., para dar cuenta de esto la autora plantea tres dimensiones que propician las conexiones entre los diferentes sistemas numéricos.

Ilustración 6: dimensiones

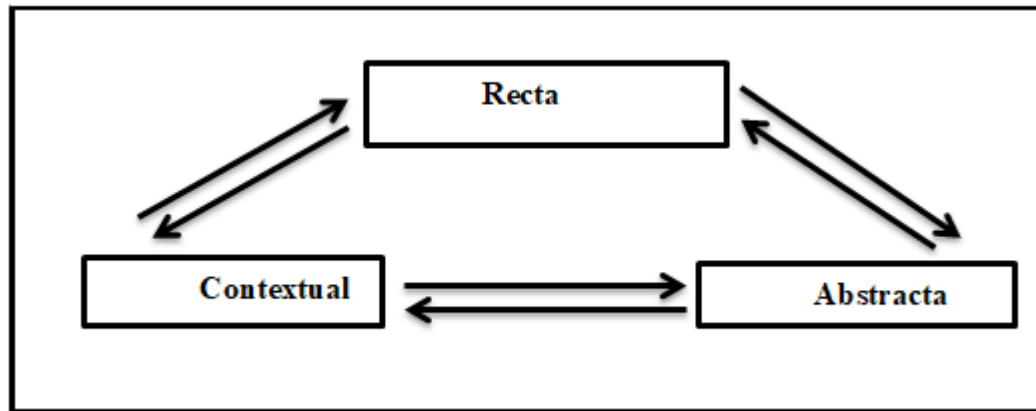


Fuente 5: Elaboración propia con base en la propuesta de (Bruno, 1997)

Las transferencias entre las dimensiones

El conocimiento numérico no se limita solo al conocimiento de las tres dimensiones, sino también abarca las transferencias entre ellas; es decir, la expresión en una dimensión de un conocimiento dado en otra.

Ilustración 7: transferencia entre las tres dimensiones

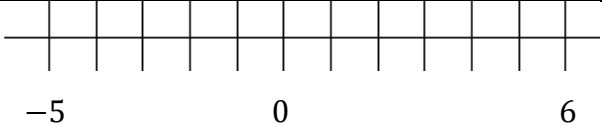
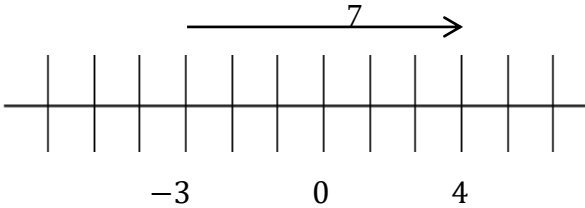


Fuente 6: Elaboración propia con base en la propuesta de (Bruno, 1997)

La ilustración 8, muestra cómo se presenta las transferencias entre las dimensiones; es decir, hacer transferencias entre representaciones de los números y situaciones problemas, por ejemplo expresar en la dimensión de recta y abstracta una situación dada en la dimensión contextual. Esto permite una visión unificada de los sistemas numéricos y de los procesos que con ellos se trabajen, facilitando una construcción adecuada de los sistemas numéricos. Si en la enseñanza de los números se pusiera más énfasis en los aspectos abstractos, gráficos y contextuales comunes a los distintos sistemas de números, los alumnos construirían una visión más integrada de los mismos. A continuación se muestran algunos ejemplos de actividades que permiten ver las transferencias entre las dimensiones.

Tabla 1: Ejemplos de las transferencias entre las tres dimensiones

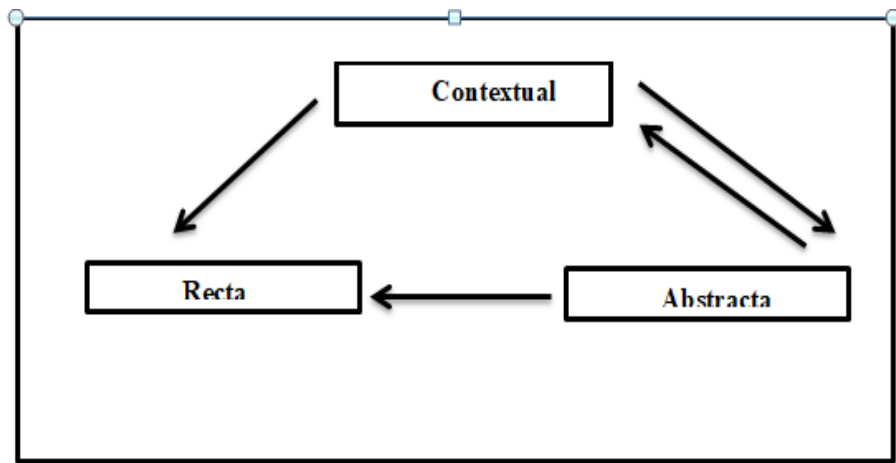
Transferencias abstracto → recta Representa en una recta la operación: $-4 + 10 = 6$	Transferencia recta → abstracto Dime una operación que pueda ser representada en la recta de la siguiente forma $\longleftarrow 11$
---	--

	
Transferencias abstracto → contextual Dime una situación que pueda ser resuelta con la siguiente operación $-4 + 7 = 3$	Transferencias contextual → abstracto Dime una operación que pueda resolver la siguiente situación <i>La temperatura en Madrid es de 9 grado sobre cero. En París hay 12 grado menos que en Madrid. ¿Cuál es la temperatura en París?</i>
Transferencias contextual → recta Representa la siguiente situación en la recta Un ascensor estaba en el piso 5 del sótano y subió 7 pisos. ¿Cuál era la posición del ascensor después de esta subida?	Transferencias recta → contextual Dime una situación que pueda ser representada de la siguiente forma: 

Fuente 7: Elaboración tomada de: **números Enteros Bruno 1997**

Por consiguiente, Bruno (1997) plantea que dicha visión se concreta en el caso de los números Negativos, donde la enseñanza de estos considere las tres dimensiones y que siga una secuencia de extensiones que avance hacia los números Reales. Por ello introducir los números Negativos supone ampliar un sistema numérico A, que los alumnos conocen, a un nuevo sistema que lo contiene.

Ilustración 8: transferencias a trabajar en la propuesta



Fuente 8: elaboración propia con base en la propuesta de (Bruno. 1997)

Esta propuesta describe la importancia de reconocer el sentido que tiene los números enteros para la enseñanza de las matemáticas, además la necesidad de desarrollar este concepto, en el cual se priorice las transferencia entre las tres dimensiones con todas sus relaciones e interpretaciones en el entorno escolar conlleva un proceso a largo plazo, por ello es fundamental tener en cuenta que se pretenden desarrollar en los estudiantes en el manejo de este concepto, no serán de fácil apropiación si no se crea un modelo a partir de propuestas concretas. Por lo tanto este trabajo propone una serie de actividades que favorezcan la comprensión del concepto de número Entero.

El aprendizaje conceptual y la resolución de problemas

Piaget (como se citó en Carvajal y Castro, 2016) En la educación matemática los procesos de enseñanza y aprendizaje dependen de un grado complejo de factores como: la concepción que adopte el estudiante y el maestro sobre las matemáticas, la interpretación que se acepte de la adquisición de las operaciones y estructuras lógico-matemáticas.

Considerando las matemáticas como conocimientos de las percepciones humanas sobre el mundo y que los conocimientos surgen a partir de una relación entre el sujeto y el objeto, los conceptos por ejemplo de 2, de 3 o de 526 nacen de condiciones de la realidad, pero estos poseen referentes en la realidad material. No se debe olvidar que la creación de conceptos y además la percepción de objetos empíricos que sustentan estos conceptos depende en gran parte de la mente humana la cual condiciona lo que vemos, es decir que vemos y conocemos lo que nuestra realidad permite, en este punto hay una participación de factores físicos, biológicos pero también sociales (Ruiz, 2000, pág. 21)

De este modo, se considera oportuno tener una visión de la enseñanza de las matemáticas como un proceso de construcción a partir de situaciones problemas en las que el alumno tenga un papel activo, en el que ponga en juego sus conocimientos previos en la búsqueda de estrategias de solución y que además le permita adquirir un aprendizaje significativo.

Así mismo es fundamental hacer un análisis de las situaciones problemas a partir de la teoría de campos conceptuales⁴. (Vernaud, 1990), este define concepto como una tripleta en la que se consideran tres conjuntos $C(S,I,R)$, en el que S es el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto, I representa las invariantes sobre las cuales reposa la operatividad de los esquemas, y R es el conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten la representación simbólica del concepto, sus propiedades, las situaciones, y los procedimientos de tratamiento. (Vernaud, 1990) Plantea que las situaciones son las que dan sentido al concepto; son las situaciones las responsables por el sentido atribuido al concepto; un concepto se torna

⁴ Es una teoría cognitivista, que pretende proporcionar un marco coherente y algunos principios de base para el estudio del desarrollo y el aprendizaje de competencias complejas.

significativo a través de una variedad de situaciones. Pero el sentido no está en las situaciones en sí mismas, así como no está en las palabras ni en los símbolos.

Toda situación puede ser analizada como una combinación de tareas, para las cuales es importante conocer sus naturaleza y dificultades propias, la complejidad de estas tareas recae en los conceptos matemáticos; por lo que la forma en que se planteen los enunciados y el número de elementos en juego tendrán un papel secundario (Vernaud, 1990). Se debe tener en cuenta que hay ciertas situaciones que el estudiante resuelve sencillamente usando solo un esquema, pero hay otras para las que el estudiante hará uso de varios esquemas. (Polya, 1995) plantea que: para la resolución de un problema es necesario el uso de conocimientos previos, además de recordar teoremas y definiciones, este proceso es llamado **movilización**, pero no basta sólo con ésta, el estudiante deberá además combinar estos conocimientos y adaptarlos al problema que se haya propuesto, a este proceso de combinación y adaptación se denomina **organización**.

Un problema matemático exige muchos más factores que la solución de algoritmos, pero ambos son importantes, uno para la ejercitación, y para adquirir destrezas, y el otro como medio para implicar al estudiante con la situación, dar sentido al concepto sobre el cual se está trabajando, descubrir cosas nuevas etc.

De acuerdo a esto, Polya plantea que para resolver un problema es necesario atravesar cuatro etapas:

1. *Comprender el problema*; en este momento se espera que el estudiante se plantee problemas como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuáles son las condiciones? etc. El estudiante debe contextualizar el problema, debe expresar los procedimientos que estén acorde a la naturaleza que enmarca el problema.

2. *Concebir un plan*; momento en el cual el estudiante se ponen en la búsqueda de estrategias que le permitan llegar a la solución, por ejemplo; resolver un problema similar más simple, hacer un diagrama, hacer una figura, usar propiedades, usar una variable etc.
3. *Ejecutar el plan*; llevar acabo las estrategias que se han seleccionado y observar los resultados, si no se obtienen resultados positivos puede haber una transferencia con el fin de buscar otras estrategias.
4. *Examinar la solución obtenida*; reflexionar acerca de la solución obtenida, dar cuenta de que esta satisface lo establecido en el problema, probar el método de solución con otros casos.

Referente curricular.

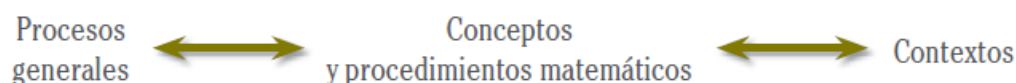
Los referentes curriculares tienen como objetivo brindar apoyo pedagógico a las instituciones educativas y mejorar su quehacer en el proceso de aprendizaje, por lo tanto son unas herramientas que posibilitan a la comunidad educativa realizar reflexiones sobre la forma adecuada de guiar el proceso académico. En esta dirección se evidencia que los documentos creados para cumplir el propósito antes mencionado son los siguientes:

- Lineamientos curriculares.
- Estándares básicos de competencia.
- Orientaciones pedagógicas.
- Matrices de referencia.
- DBA.

Los lineamientos curriculares plantean, que el estudio de los números debe potenciar el desarrollo del pensamiento numérico, es así como centra su atención en la comprensión, representación, el uso, el sentido y significado de los números, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico; de esta forma ellos presentan de manera general el quehacer matemático en las aulas de clase, organiza los procesos generales, conocimientos básicos y el contexto.

Por otro lado, los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) , estudian los diferentes sistemas numéricos sobre el cual se estructura el currículo de matemáticas, visualiza la importancia del desarrollo centrado en los procesos de conceptualización de los alumnos que los lleven a la construcción de un pensamiento fuerte y flexible con sentido y significado para su vida cotidiana integrado en unidades complejas que le brinden autonomía intelectual.

Ilustración 9: forma en que están formulados los estándares.



Fuente 9: Estándares Básicos de Aprendizaje

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) plantea los números Enteros en el aula para grado 6° y 7°, con otros conjuntos numéricos como los Racionales ya que los Enteros están dentro de los Racionales, es así como se evidencia que los números Enteros no están de forma explícita en los contenidos matemáticos de esos grados, por ejemplo: *Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.*

El presente trabajo de grado se centra en varios Estándares Básicos de Competencia de grado 7° que son:

- ✓ Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- ✓ Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- ✓ Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

En esta dirección el (MEN, 1998) afirma que *“Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”*. (p.35). Por lo que los estudiantes tendrán la oportunidad de utilizar los números en contextos significativos ya que el pensamiento numérico mejora a través de los métodos de cálculo que sea, mental, escrito, en los procesos de estimación, aproximación y construcción conceptual de las operaciones matemáticas que están ligadas en la resolución de problemas. También se puede decir que MEN pretende que los estudiantes desarrollen procesos descriptivos, explicativos, argumentativos, que estén asociados a los sistemas numéricos.

Además, la matriz de referencia del ICFES (2015) diseñada con base en los lineamientos curriculares y Estándares Básicos de Competencias, para la elaboración de las pruebas SABER. La investigación se ubica principalmente dentro de la organización de la matriz en la relación de competencia resolución y componente numérico-variacional, a través del aprendizaje *“utilizar diferentes modelos y estrategias en la solución de problemas con contenido numérico variacional”*.

Y finalmente con la relación de la versión dos de los DBA en matemáticas grado 7° MEN (2016) el aprendizaje dado, comprende y resuelve problemas, que involucran los números Racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares; además las evidencias más acordes del aprendizaje describe situaciones en las que los números enteros y racionales con sus operaciones están presentes y utiliza los signos “positivo” y “negativo” para describir cantidades relativas con números Enteros y Racionales.

Capítulo 3

METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION

Capítulo 3: Metodología de la investigación

En este apartado, se presenta la propuesta de aula, su planeación, las fases que la componen, las situaciones que conforman la propuesta y se hace la descripción de cada una de las actividades, y los momentos que se llevarán a cabo en el desarrollo de la propuesta.

Métodos

Tipo de investigación:

La investigación es de tipo cualitativa, lo cual permite estudiar la naturaleza profunda de los fenómenos, su estructura dinámica y además posibilita la explicación detallada de los comportamientos y manifestaciones que ocurren dentro de dichos fenómenos (Martínez, 2006)

Método del estudio de caso

(Pérez, 1994) Define el estudio de caso como:

Una metodología de análisis grupal, cuyo aspecto cualitativo nos permite extraer conclusiones de fenómenos reales o simulados en una línea formativa experimental, de investigación y/o desarrollo de la personalidad humana o de cualquier otra realidad individualizada y única (pág. 83).

El estudio de caso puede ser de tipo “descriptivo si se pretende identificar los elementos clave o variables que inciden en un fenómeno; explicativo si se busca descubrir los vínculos entre las variables y el fenómeno a la vez que dotar a las relaciones observadas de suficiente racionalidad teórica; y predictivo, si se examinan las condiciones límites de una teoría” (Martínez, 2006). Por lo anterior, este trabajo de grado se ubica en los dos tipos de estudio, el descriptivo y el explicativo, para el descriptivo se tomarán situaciones del contexto de los estudiantes, que permiten identificar los procesos que desarrollan los estudiantes a la hora de comprender y asimilar algún concepto matemático, y el explicativo que permite visualizar las

dificultades que se presentan en la comprensión de estos y observar los resultados de la propuesta planteada.

Diseño de estudio de caso

En todo trabajo de investigación es fundamental precisar de qué manera se recolectará la información, esto quiere decir, explicitar los instrumentos que se utilizaran para la recolección de estas, para luego proceder a relacionar los datos recolectados con las proposiciones indicadas. Posteriormente presentar los resultados obtenidos de la investigación por medio de conclusiones que lleven a fortalecer las teorías o modelos planteados en el marco teórico de la investigación, se describen además las técnicas de recolección de la información, contexto en el cual se desarrolló la investigación, las unidades de análisis, las actividades que se llevaron a cabo con los estudiantes.

Contexto

La Institución José María Cabal de carácter oficial, fue fusionada por la Resolución No 1817 de Septiembre 4 de 2002 y en la actualidad funciona con la Resolución No 1588 de agosto 9 de 2011, actualmente cuenta con 44 docentes, 5 Directivos-docentes (1 Rector y 4 coordinadores), 2 secretarías, 3 asesoras y 3 porteros.

Está ubicada en la comuna 10, Barrio Independencia 2da etapa, Cra 62 No 11-01. Esta alberga 2.198 (Dos mil ciento noventa y ocho) estudiantes, incluidos la jornada nocturna y sabatino. Presta atención en los niveles de Pree-escolar, básica secundaria y media vocacional y actualmente se tiene firmada la articulación con el Sena. Los estudiantes residen en los barrios la independencia, Camilo Torres, 6 de enero, 12 de abril, y otros barrios aledaños. Existen las 4 jornadas matinal, vespertina, nocturna y sabatina. El 95% de los representantes de estudiantes de

esta sede son madres cabeza de hogar, abuelas y hermanos mayores, estas madres en su mayoría trabajan en casa de familia y ventas ambulantes. Cuenta con 21 salones disponibles para aulas de clases, una Infoaula, un pequeño laboratorio de física y química, un salón para audiovisuales donde se acondicionan para sala de informática alterna, y una biblioteca en la que se ha mejorado su dotación por parte del MEN de Educación con el Programa todos a Aprender y la Fundación Carvajal con el programa jornada complementaria.

En esta Institución, se realizó nuestra práctica profesional en los periodos Febrero- Junio y Agosto- Diciembre del 2017 en el grado 7-1, donde la edad promedio de los estudiantes esta entre los once y los trece años, el salón contaba con 35 estudiantes entre los cuales se escogieron 7 en la cual 4 eran niñas y 3 eran niños.

Fases de la investigación

El presente trabajo consta de tres momentos, para lo que nos apoyamos en el modelo de (Kemmis, 1989) quien apoyándose en el modelo de Lewin elabora otro para aplicarlo a la enseñanza. Es un proceso organizado sobre dos ejes, uno estratégico constituido por la acción y la reflexión, y otro organizativo constituido por la observación y la planificación. Ambas dimensiones están en continua interacción, de manera que establece una dinámica que contribuye a resolver los problemas y a comprender las prácticas que tienen lugar en la vida cotidiana de la escuela, es importante aclarar que existe una transferencia entre la fase 1 y 2 debido a que después de la observación se lleva a cabo la construcción de las actividades a partir de las cuales se va recoger la información acerca de los conocimientos previos de los estudiantes, para luego a partir de los resultados obtenidos en estas actividades, diseñar las situaciones problemas a considerar en la propuesta.

Fase de observación y planeación: en este momento se lleva a cabo un acercamiento con el grupo con el cual se va a trabajar, con el fin de conocer la metodología que desarrolla el docente en la clase y la manera en que los estudiantes responden a ella. Además se plantean algunos ejercicios y problemas que tuvieron como fin identificar los conocimientos previos de los estudiantes acerca de la temática a trabajar, y las dificultades que presentan, para luego dar paso a la creación de situaciones que le permitan al estudiante adquirir un saber.

Fase de acción: en esta las situaciones diseñadas son llevadas a la Institución José María Cabal y aplicadas a un grupo de estudiantes de 7° de básica secundaria; se seleccionó esta Institución porque fue la asignada para el trabajo de práctica, y este grupo de estudiantes en particular porque son los estudiantes con los que se está llevando a cabo la misma, y esto facilita el acercamiento a ellos.

Fase de reflexión: la cual consta del análisis que estudia la información recogida en cada una de las actividades propuestas.

Observación, planeación y descripción de la propuesta

Teniendo en cuenta los elementos teóricos, los resultados obtenidos a partir de una observación de la clase de matemáticas en la cual se abordaba el tema de números Enteros, y una actividad para conocer los saberes previos de los estudiantes y sus dificultades, se llevó a cabo el diseño de las situaciones matemáticas referente a los números Enteros, apoyadas en el modelo de Bruno (1997), con el objetivo de favorecer la comprensión de los estudiantes respecto a los mismos a través de la resolución de situaciones problemas. Es importante señalar que cada una de las situaciones propuestas parte de una situación real o del contexto de los estudiantes.

Orientar cada una de las situaciones diseñadas hacia una propuesta de aula que pueda favorecer no solo la comprensión por parte de los estudiantes en relación al objeto de investigación, sino que además, dar cuenta de cómo podemos tomar como referencia el contexto de los estudiantes, sus saberes previos, para saber cómo plantear situaciones o problemas de un tema en específico, que sean significativas para los estudiantes, nos permitió saber cómo los estudiantes aplican sus conocimientos para resolver situaciones de la vida diaria, e identificar el medio más propicio para conducir al estudiante al aprendizaje

Por consiguiente, la **situación 1** (Reconociendo y representando los números Enteros), consta de 2 actividades. En esta situación los estudiantes introducen sus conocimientos y estrategias para identificar y descubrir las matemáticas en cada una de las actividades propuestas, además de representarlas sobre la recta; la **situación 2** (Relación de orden entre números Enteros), esta consta de 1 actividad, en esta situación los estudiantes usan las relaciones de orden mayor que, menor que e igual para llevar a cabo una comparación y además de usar la recta para representar esta comparación; y la **situación 3** (adición y sustracción de números Enteros) que consta de 2 actividades en las cuales se debe tener en cuenta la exploración en las situaciones anteriores y deberán hacer generalizaciones, que no solo le sirvan para situaciones particulares, sino también para otras muy formales que le permitan aplicar conceptos y procedimientos.

Análisis a priori de las situaciones

En este apartado se discuten algunas de las posibles respuestas que darán los estudiantes, y estrategias que probablemente usen para llegar a ellas, cada una de estas asociadas a las dimensiones propuestas por Bruno (1997), con el propósito de identificar y definir algunas características de la visión unificada del aprendizaje numérico cuando se trabaje con las actividades planteadas, de tal manera que permita caracterizar en una análisis a posteriori la

manera como los estudiantes utilizan sus conocimientos previos para trabajar con el modelo de las tres dimensiones y la transferencia entre ellas.

Situación 1: introducción a los números Enteros

En esta situación se enfatiza específicamente en el uso de la dimensión de recta y el uso de los signos menos y más, para representar situaciones particulares para ellos, se diseñaron dos actividades para esta situación. Los estudiantes deberán realizar la lectura planteada y dar respuesta a las preguntas a partir de dicha lectura.

Objetivo: reconocer los números Enteros a partir de la interacción con actividades que involucre el contexto en el cual los estudiantes interactúan.

Actividad 1: Evolución de los medios de comunicación



Tomando como referencia a Paguay y Utreras (2012) en historia y evolución de la comunicación se presentó un desarrollo de la comunicación. Está a lo largo del tiempo, ha ido evolucionando y mejorando para que las personas tengan, una manera simple, y fácil de la información que requieran. Para establecer un balance de cómo se ha ido desarrollando a través de la historia, por consiguiente, se muestra a continuación un pequeño resumen de los medios comunicativos utilizados.

Los Egipcios: fueron los primeros que plasmaban sobre piedra o pared mediante unas figuras llamadas jeroglíficos las actividades que realizaban para evitar que se les olvidara. Ellos fueron los primeros en introducir la escritura.

Los Romanos: utilizaban a personas para que llevaran una noticia de un lugar a otro.

Los Indios: se bastaban de fogatas para identificar donde se encontraban o para comunicarse con otra aldea.

Algunos medios de comunicación: el **telégrafo** fue un medio de comunicación a distancia, en el cual se transmitían los mensajes con un código llamado Clave Morse, fue inventado por Claude Chappe en 1794 d.c, las **palomas mensajeras** fue otro medio de comunicación, eran utilizadas aproximadamente en los años 776 a.c para enviar mensajes de una ciudad a otra, la paloma llevaba la carta enredada en una de sus patas, el **arte rupestre** son símbolos antiguos creados con el propósito de la comunicación a través del tiempo que data del Paleolítico superior, la intención era pasar información a través de pinturas, se hizo uso de este aproximadamente en el año 30.000 a.c, los **pictogramas** son símbolos que representan un concepto, un objeto, actividad, lugar o evento mediante una ilustración. La pictografía es una forma de proto-escritura mediante el cual las ideas se transmiten a través del dibujo. Estos fueron utilizados alrededor de los años 6000 y 5000 a.c, el **teléfono** es hoy una de las mejores herramientas de la comunicación ya que convierte el habla en impulso que viaja por la línea telefónica hasta llegar a su destino donde es nuevamente transformado, el primer teléfono fue inventado aproximadamente en el año 1871 d.c por Antonio Meucci, también tenemos **La televisión** que además de permitir escuchar un sonido permite proyectar una imagen de un suceso que esté ocurriendo en el momento de forma instantánea. La televisión comenzó siendo de blanco y negro evolucionando años más tarde en televisión a color, la televisión surgió alrededor de los años 1927 d.c. En el 2002 d.c comienzan a aparecer **sitios web** promocionando las redes de círculos de amigos en línea cuando el término se empleaba para describir las relaciones en las comunidades virtuales, y se hizo popular en 2003 d.c con la llegada de sitios tales como MySpace o Xing, Facebook a partir del 2005 d.c, Instagram en el 2010 d.c, entre otros. Hay más de 200 sitios de redes sociales.

- a. Construya una tabla donde relacione, en una fila los recursos de comunicación a.c y en otra fila, aquellos d.c.
- b. De acuerdo al texto historia y evolución de la comunicación, dibuja una línea de tiempo, donde ubiques según el año, cada uno de los medios de comunicación involucrados.
- c. ¿con que símbolos representarías cada uno?

Actividad 2: Mi familia

Ilustración 10: la familia



Fuente: <https://mx.depositphotos.com/vector-images/familia.html>

En relación con tu núcleo familiar y tomando el “0” de referencia como el año en que naciste, vamos a realizar una línea de tiempo que dé cuenta de cuáles son tus familiares que nacieron antes y después de ti, vas a tener en cuenta a tus padres, tus hermanos, y tus abuelos.

- a. Realiza tu línea de tiempo y ubicaras primero el año en que tu naciste, (recuerda que tu año de nacimiento es el “0”) luego vas a ubicar el nacimiento de cada uno de tus familiares, no olvides que debes tener presente cuales nacieron antes y cuales nacieron después.
- b. ¿Con que símbolo marcarías la diferencia entre los nacidos antes de ti y los nacidos después de ti?

Análisis: En la actividad 1 y 2 se espera que los estudiantes usando los números enteros sobre la recta con acontecimientos importantes sobre su vida, como el nacimiento de sus hermanos, sus padres, sus abuelos, y además acontecimientos sobre la evolución de los medios de

comunicación logren; expresar la cantidad de una magnitud a partir de un punto de referencia, representar una situación que esta expresada en la dimensión contextual a la dimensión de recta. Se espera esto a partir de lo trabajado con los estudiantes referente a la ubicación de los números enteros sobre una recta de forma ascendente y descendente, y su posición según el signo.

En la pregunta “a” de la actividad 1 se espera que después de que el estudiante realice la lectura sobre la evolución de los medios de comunicación, este pueda expresar con números Enteros positivos los acontecimientos después del nacimiento de cristo y con números Enteros Negativos los acontecimientos antes del nacimiento de cristo, tomando el cero como la fecha en que sucedió el nacimiento de cristo, se espera que organicen en orden ascendente cada una de las fechas en una tabla, y que se vea la transferencia entre la dimensión contextual y la dimensión de recta.

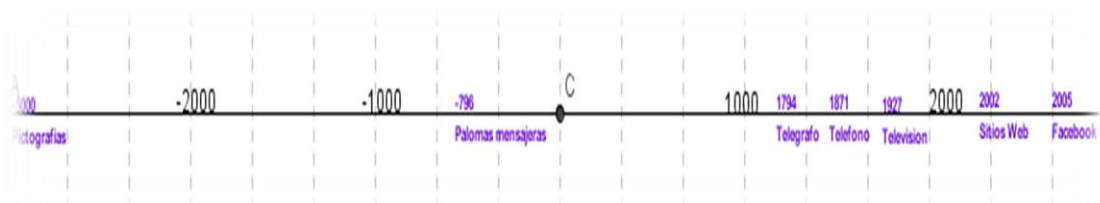
Se presenta a continuación un tipo de respuestas esperadas de los puntos a y b de las actividades 1 y 2 de la primera sesión.

Tipo de respuesta a la pregunta “a” de la actividad 1

Instrumentos antes de cristo A.C	Fechas después de cristo D.C
El arte rupestre 30000 a.c	El Telégrafo 1794 d.c
La pictografía 5000 a.c	El Teléfono 1871 d.c
Las palomas mensajeras 776 a.c	La Televisión 1927 d.c
	Sitios Web 2002 d.c
	My Space 2003 d.c
	Facebook 2005 d.c

	Instagram 2010 d.c
--	--------------------

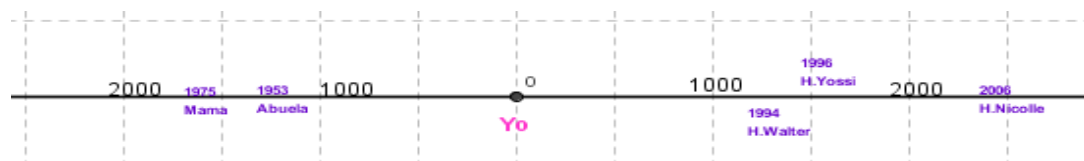
Tipo de respuesta a la pregunta b de la actividad 1



En las preguntas a y b de la actividad 2 se espera que los estudiantes, a partir de la información recogida sobre los años en que nacieron sus padres, sus abuelos, y sus hermanos realicen el mismo ejercicio de representar sobre una recta cada una de las fechas según los que nacieron antes de él ubicarlos a la izquierda y los que nacieron después ubicarlos a la derecha.

Se presenta a continuación un ejemplo de respuesta para los puntos a y b de la segunda actividad, hecho con información de una de las integrantes del trabajo.

Tipo de respuesta de la pregunta “a” con respecto a la actividad 2 de la situación 1:



Situación 2: comparación de números Enteros

En esta situación se enfatiza en la relación de orden entre los números Enteros ($<$, $>$, $=$), y el uso de la dimensión de recta. Se diseñó 1 actividad (temperatura en algunos países), los estudiantes deberán realizar una lectura y luego a partir de lo leído proceder a dar respuesta a las preguntas planteadas.

Actividad 1: Temperaturas en algunos países

La Temperatura es una propiedad de la materia que está relacionada con la sensación de calor o frío que se siente en contacto con ella. Cuando tocamos un cuerpo que está a menos temperatura que el nuestro sentimos una sensación de frío, y al revés de calor. Sin embargo, aunque tengan una estrecha relación, no debemos confundir la temperatura con el calor.

Cuando dos cuerpos, que se encuentran a distinta temperatura, se ponen en contacto, se producen una transferencia de energía, en forma de calor, desde el cuerpo caliente al frío, esto ocurre hasta que las temperaturas de ambos cuerpos se igualan. En este sentido, la temperatura es un indicador de la dirección que toma la energía en su tránsito de unos cuerpos a otros.

Las escalas más comunes para medir la temperatura son; la **Celsius**, la **Fahrenheit**, y la **Kelvin**.

A continuación se presentan temperaturas que marcan algunos países en un día:

En Brasil en el día la temperatura puede marcar aproximadamente 27°C, en Chile la temperatura en el día puede ser de aproximadamente 20°C, en Perú en el día puede ser de 19°C, en Colombia puede ser 26°C, en Canadá la temperatura en el día puede ser de 40°C bajo cero, en Estados Unidos (Alaska) en el día 62°C bajo cero, en Moscú Rusia 0°C, en Finlandia la temperatura en el día puede ser 25°C bajo cero.

De acuerdo al texto anterior responder las siguientes preguntas:

- a) Si Sayi se encuentra en Canadá y no quiere sentir mucho frío, y quiere irse al lugar donde hace más calor, ¿en qué lugar debería ubicarse?

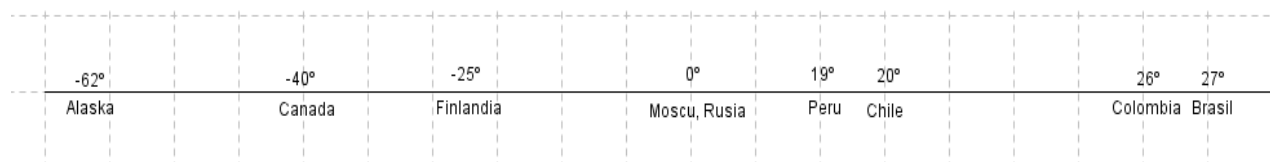
- b) ¿En cuál de los lugares hace más calor? ¿Por qué?
- c) ¿En qué lugar hace más frío?
- d) ¿Qué lugar tiene mayor temperatura?
- e) Represente gráficamente en una recta numérica cada una de las temperaturas

Análisis: En esta actividad se espera que los estudiantes puedan identificar cantidades mayores y menores según un punto de referencia, que apliquen lo estudiado en la sesión anterior y tengan en cuenta que según en donde se ubiquen sobre la recta, serán mayores los números que se encuentren a la derecha de él y menores los que se encuentren a la izquierda, además de hacer uso de esta relación de orden en situaciones de un contexto particular más que en un planteamiento numérico.

Se presenta continuación un tipo de respuesta correcta para cada pregunta de la actividad 1 de la sesión 2:

Análisis: Se esperaría que el estudiante primero realice la ubicación sobre la recta de cada una de las temperaturas, lo cual es una estrategia para dar respuesta a las preguntas de la “a” a la “d” y con esta ubicación en la recta estaría de entrada dando respuesta a la pregunta “e”

La forma en que se espera que realicen la ubicación es la siguiente:



Según la recta la respuesta para la pregunta “a” sería:

- a. Sayi deberá ubicarse en Brasil si quiere estar en el lugar donde hace más calor.

La respuesta para la pregunta “b” sería:

- b.** El lugar donde hace más calor es en Brasil por que está más a la derecha en la recta numérica.

La respuesta para la pregunta “c” sería:

- c.** Alaska es el lugar donde hace más frío.

La respuesta para la pregunta “d” sería:

- d.** El lugar donde hay mayor temperatura es en Brasil

La respuesta para la pregunta “e” sería la recta realizada inicialmente.

Los estudiantes pueden presentar cierta dificultad al ubicar los signos más (+) y menos (-) a los valores de la recta, lo que podría llevarlos a dar respuestas erróneas, se esperaría que al menos sean conscientes de ubicar el signo menos a cada valor ubicado a la izquierda del cero.

Situación 3: estructuras aditivas

En esta situación se hace énfasis en la suma y resta de números Enteros, y el uso de la dimensión de recta y la dimensión contextual para representar algunas operaciones, además del uso de la dimensión abstracta para dar respuesta o representar una situación problema particular para los estudiantes. Para esta situación se diseñaron 2 actividades para las que deberá tener en cuenta los conocimientos adquiridos en las situaciones anteriores.

Actividad 1: Estudiemos con el futbol

Ilustración 11: tabla de posiciones Eliminatorias Rusia 2018

TABLA DE POSICIONES							
POS	EQUIPO	PT	PI	PG	PE	PP	DG
1	 Brasil		18	12	5	1	
2	 Uruguay		18	9	4	5	
3	 Argentina		18	7	7	4	
4	 Colombia		18	7	6	5	
5	 Perú		18	7	5	6	
6	 Chile		18	8	2	8	
7	 Paraguay		18	7	3	8	
8	 Ecuador		18	6	2	10	
9	 Bolivia		18	4	2	12	
10	 Venezuela		18	2	6	10	

Convenciones: POS: Posición, PT: Puntos, PI: Partidos jugados, PG: Partidos ganados, PE: Partidos empatados, PP: Partidos perdidos, DG: Diferencia de gol

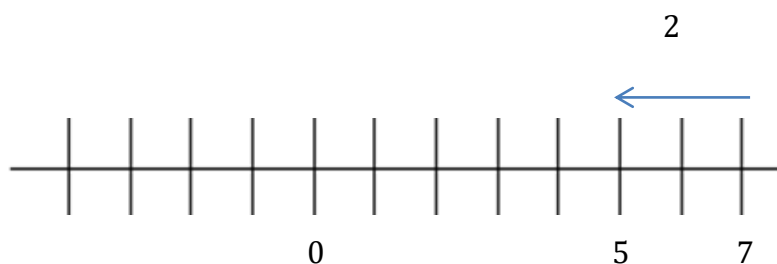
Fuente: <http://www.futbolred.com/eliminatorias/estadisticas>

Teniendo en cuenta la tabla de Eliminatorias al Mundial de Rusia 2018, resuelve las siguientes situaciones:

Además debes tener en cuenta que por cada partido ganado el equipo recibe 3 puntos, por partido empatado recibe 1 punto y los partidos perdidos no suman ningún punto.

- ¿Cuál de los equipos tiene mayor puntaje?
- ¿Cuál de los equipos es el que ha acumulado menos puntos?
- Calcula la diferencia entre partidos ganados y partidos perdidos, para cada equipo.
- Calcula la diferencia de goles para cada equipo, recuerda que resulta de restar los goles a favor menos los goles en contra.
- Teniendo en cuenta los resultados de la pregunta C, propone una forma de representar estos.

- f. A partir de la siguiente representación gráfica, en la que se muestran los partidos ganados por dos selecciones, escriba el enunciado que represente la información y formule una pregunta que permita calcular la diferencia entre los valores.



Análisis: En esta actividad se espera que los estudiantes usen la dimensión de recta y la dimensión abstracta para dar respuesta a cada una de las preguntas planteadas. No sobra decir que construir una recta numérica no es un proceso simple, y mucho menos cuando la usan para dar respuesta a alguna operación planteada, deberán tener una claridad conceptual con respecto a ¿cuál es el punto de referencia según la operación?, tener en cuenta un patrón de medida. Se busca que el estudiante no solo ubique puntos en la recta sino que además la construya y pueda usarla como medio para realizar algunas operaciones.

Para esta actividad se plantearon 6 preguntas de acuerdo a la tabla de eliminatorias al Mundial de Rusia 2018.

- a. ¿Cuál de los equipos tiene mayor puntaje?

Análisis: Para dar respuesta a esta pregunta el estudiante deberá tener en cuenta que por cada partido ganado el equipo recibe 3 puntos, por partido empatado 1 punto y por partido perdió no recibe ningún punto, entonces debe trabajar solo con la columna 3 y 4 de la tabla para poder llenar la columna 1, deberá realizar las sumas correspondientes según la cantidad de partidos ganados y la de partidos empatados, teniendo en cuenta los puntos que acumula por cada uno de

ellos; o puede que el estudiante revise bien la tabla y solo compare la cantidad de partidos ganados y empatados por cada equipo y no encuentre la necesidad de realizar todos los cálculos. También puede darse el caso que el estudiante trabaje con la columna 2 de partidos jugados y la columna 3 de partidos ganados, de esta manera también podría dar con la respuesta correcta, ya que lo que se pide es solo el nombre del equipo con mayor puntaje y no la cantidad, pero deberá justificar su respuesta. La respuesta correcta debe ser: el equipo con mayor puntaje es Brasil.

b. ¿Cuál de los equipos es el que ha acumulado menos puntos?

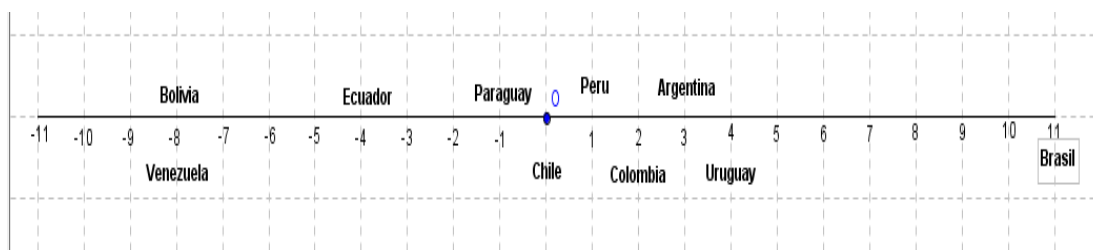
Análisis: Para dar respuesta a esta pregunta el estudiante podría realizar los mismos análisis o cálculos que uso para dar respuesta a la pregunta anterior, teniendo en cuenta que en la anterior pregunta se pedía el mayor puntaje y en esta el menor. La respuesta correcta sería: el equipo con menor puntaje es Venezuela.

c. Calcula la diferencia entre partidos ganados y partidos perdidos, para cada equipo.

En este caso para dar respuesta a la pregunta, el estudiante si deberá realizar los cálculos correspondientes para cada equipo.

d. Teniendo en cuenta los resultados de la pregunta C, propone una forma de representar estos.

Análisis: Se espera que los estudiantes den respuesta a este punto haciendo uso de la dimensión de recta, aunque puede darse el caso que algunos de los estudiantes lo hagan por medio de una tabla o algún otro medio de representación que ellos consideren válido.



- e. A partir de la siguiente representación gráfica, en la que se muestran los partidos ganados por dos selecciones, escriba el enunciado que represente la información y formule una pregunta que permita calcular la diferencia entre los valores.



Para dar respuesta a esta pregunta los estudiantes debían fijarse en la tabla y ver cuáles de los equipos tenían los valores ya dados. Las posibles respuestas podrían ser las siguientes:

Si Colombia tiene 7 partidos ganados y Venezuela tiene 5 partidos menos que Colombia.
¿Cuántos partidos ha ganado Venezuela?

Si Argentina tiene 7 partidos ganados y Venezuela tiene 5 partidos menos que Colombia.
¿Cuántos partidos ha ganado Venezuela?

Si Paraguay tiene 7 partidos ganados y Venezuela tiene 5 partidos menos que Colombia.
¿Cuántos partidos ha ganado Venezuela?

Si Perú tiene 7 partidos ganados y Venezuela tiene 5 partidos menos que Colombia. ¿Cuántos partidos ha ganado Venezuela?

I. La merienda de Fredy.

Fredy un niño de 12 años, está preocupado ya que la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo \$ 2.500 en la cafetería de la escuela, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre \$ 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le sucediera igual.

Fredy le contó lo ocurrido a su amiga Katy y ella le sugirió que comenzara pagando lo que debía, y que distribuyera luego lo que le quedara en sus gastos para la semana, de esa manera Fredy realizó una tabla de dos columnas que le muestra en una de ellas lo que tiene y en otra lo que debe:

a. Llena la tabla, ¿qué signo usarías para las cantidades de cada columna?

Análisis: Para dar respuesta a esta pregunta se espera que el estudiantes tenga en cuenta la información dada sobre la merienda de Fredy, además de tener presente que **debe** significa deuda la cual podría representar con el signo menos (-) y **tiene** significa el valor que posee en el momento, el cual podría representarlo con el signo más (+).

Debe	Tiene
-2.500	+25.000
-1.000	
-3.000	

b. ¿Cómo puedes conocer la cantidad total de dinero que debe Freddy?

En este punto el estudiante puede realizar una suma de todos los valores de la deuda que tiene Fredy, lo cual sería **\$ 6.500**

- c. ¿Cuánto dinero le quedara a Freddy para los gastos de la semana después de haber pagado las deudas?

Para resolver esta pregunta el estudiante deberá realizar una resta entre el valor de la deuda de Fredy y el valor de su merienda para llegar al resultado que es **\$18.500**.

Acción:

Luego de la planeación de las actividades, se llevan a cabo con 10 estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa José María Cabal, se trabajaron sesiones de 2 horas por cada situación. Para el desarrollo de las sesiones se trabajó un modelo de clase que propone el Ministerio de Educación el cual consta de unos momentos a llevar a cabo en el aula, estos se dividen en 3:

Momento de exploración: en este se llevó a cabo una retroalimentación acerca del tema de números Enteros, a partir de preguntas como; ¿Cuáles son los números Enteros?, ¿Qué diferencia hay entre los números Naturales y los números Enteros?, ¿Existen números negativos?, ¿Estos números negativos hacen parte de los números Enteros?, ¿En qué situaciones de tu vida puedes hacer uso de los números Enteros?

Momento de práctica y ejecución: momento en el cual se llevan a cabo las acciones de aprendizaje en relación a las situaciones propuestas, es el paso del saber al saber hacer.

Momento de estructuración: el docente entra en acción y con la participación de los estudiantes se lleva a cabo la conceptualización y enseñanza explícita.

Capítulo 4

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Capítulo IV: resultados y conclusiones

En el presente capítulo se presentan los resultados que se obtuvieron en el desarrollo de las actividades desarrolladas por los estudiantes que participaron en la investigación. Para el análisis se consideró la información más relevante.

El análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica y en las actividades realizadas por los estudiantes, se hace en relación con los supuestos discutidos en el análisis a priori y así poder determinar si los estudiantes pueden comprender mejor el concepto de número Entero a partir de la solución de situaciones problemas usando el modelo de las tres dimensiones. Es importante señalar que con el presente trabajo, más que querer hacer un aporte para el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de número Entero, se intenta comprender qué aspectos relacionados al contexto del estudiante se pueden considerar al momento de trabajar con dicho conjunto, además que los estudiantes vean la matemáticas como útil para trabajar situaciones cotidianas y no solo como algo abstracto.

En este sentido se presentarán los resultados obtenidos de la propuesta de aula a través de unas tablas donde se clasifica: la pregunta, la respuesta dada por el estudiante, la cantidad de estudiantes y el porcentaje.

Análisis a posteriori de la prueba diagnóstica

Dificultades en la comprensión del concepto de número Entero.

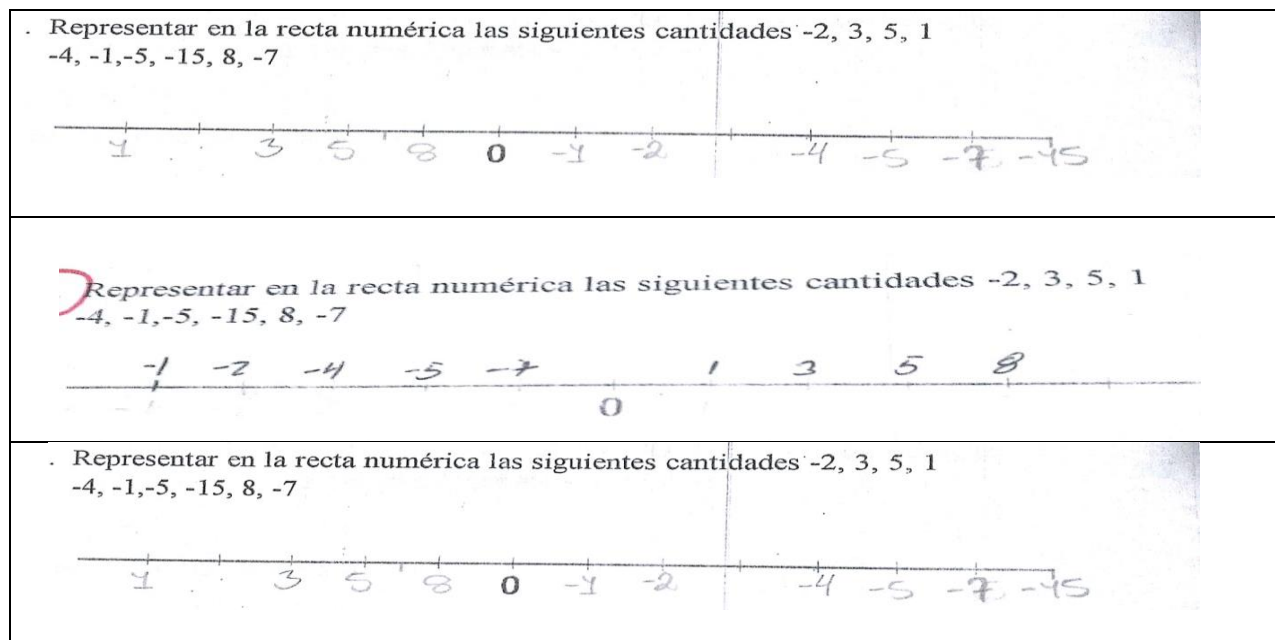
Prueba diagnóstica.

1. La ilustración número 13 da cuenta de las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de ubicar los números Enteros en la recta numérica:

Extrapolan el orden de los números Enteros Negativos.

Ubican de manera incorrecta los números sobre la recta situando Negativos a la derecha de cero y Positivos a la izquierda.

Ilustración 12: evidencias de la representación en la recta realizada por los estudiantes.



2. La ilustración 14 da cuenta de las dificultades en la organización de los números Enteros y la operatividad:

No consideran un movimiento sobre un solo eje sino en ambos.

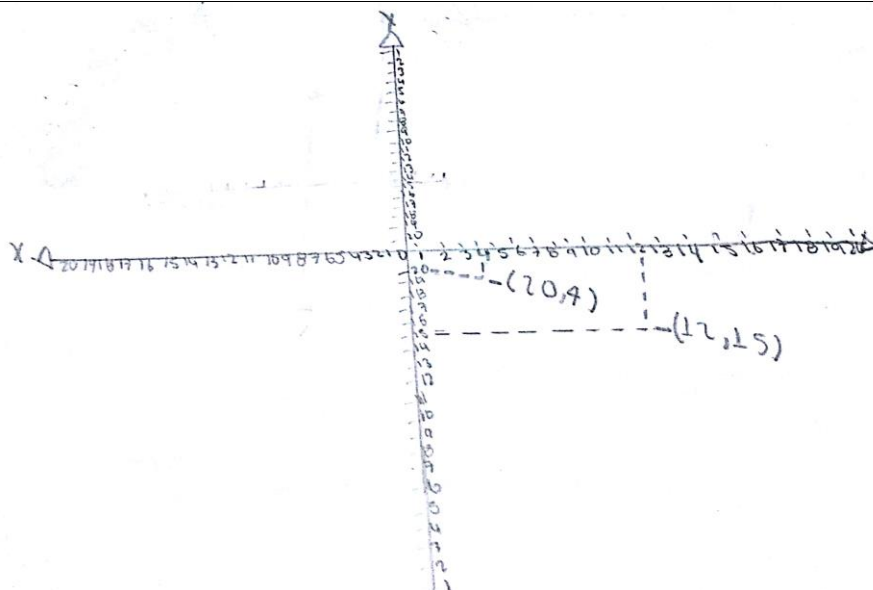
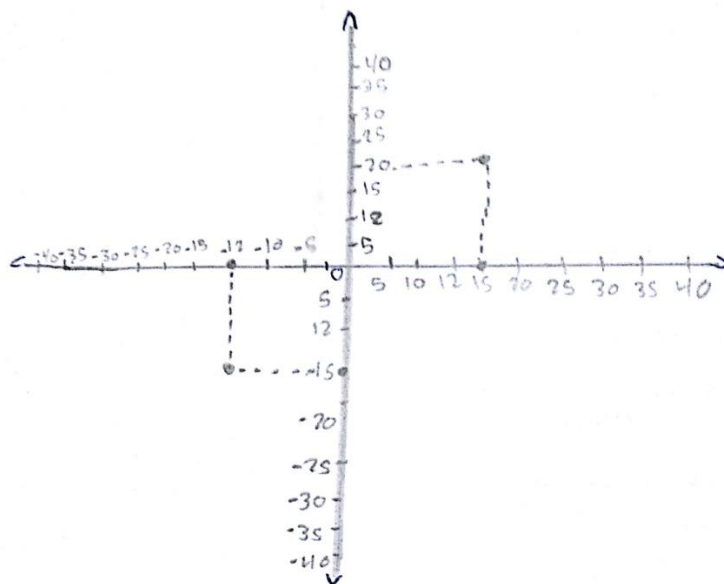
Ilustración 13: evidencias de la representación de los movimientos del minero, hecha por los estudiantes.

4. Tenga en cuenta la siguiente situación:

Un minero está a 12 metros bajo tierra. El minero desciende 15 metros más y luego debe subir 20 metros a dejar materiales a un depósito ubicado en esta posición. ¿A Cuántos metros bajo tierra se encuentra el minero?

Se encuentra en 17 metros

a. Realiza un gráfico donde se pueda visualizar los desplazamientos del minero.



3. La ilustración 15 muestra, las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de resolver un problema.

No interpretan de forma correcta la intención del problema, lo cual lleva a una respuesta errónea.

Ilustración 14: evidencia de respuesta dada a la pregunta "a" del problema 3

3. Juan y Miguel juegan cartas, las partidas ganadas se representan con el signo + y las perdidas con el signo – calcula y responde.

a) Si Juan y Miguel han jugado 5 partidas de las cuales solo Miguel gano 3, ¿Quién perdió en este juego, y cuantas partidas perdió? *Juan Perdió 2*

4. La ilustración 16 muestra Las dificultades con respecto al punto 9.

Ignoran las propiedades de la suma.

Desconocen el concepto de valor absoluto.

Ilustración 15: evidencias respuesta dada al punto 9

9. El valor absoluto de $-8 + 5$ es a. -3 b. 13 c. 3 d. 2 <i>8-5=3</i>	9. El valor absoluto de $-8 + 5$ es a. -3 b. 13 c. 3 d. 2
---	---

5. La ilustración 17 da cuenta de las dificultades que presentan en el cambio del lenguaje verbal al simbólico y las propiedades de la suma

Ilustración 16: evidencias de respuestas al punto 3

3. La suma de dos números enteros que tienen signos negativos es: a. No se puede determinar ☒ b. Siempre es un número positivo ☐ c. Siempre cero d. Siempre un número negativo	3. La suma de dos números enteros que tienen signos negativos es: ☒ a. No se puede determinar b. Siempre es un número positivo c. Siempre cero d. Siempre un número negativo
3. La suma de dos números enteros que tienen signos negativos es: a. No se puede determinar b. Siempre es un número positivo ☒ c. Siempre cero d. Siempre un número negativo	

Características a tener en cuenta en el diseño de las situaciones problemas

Con base a los resultados de la prueba diagnóstica se tuvieron en cuenta las siguientes características para la formulación de la propuesta de aula.

- Contenido matemático (relación de orden, operaciones entre números Enteros, ley de signo).
- Los conocimientos previos.
- Trabajar situaciones que den cuenta en los cambios de registros a demás en lo posible situaciones del contexto, para generar asocio y significancia.

Resultados y análisis de resultados de las situaciones

Situación 1: introducción a los números Enteros

Esta situación se desarrolló en la primera sesión de la aplicación. En esta sesión se trabajaron dos actividades, para la primera actividad los estudiantes realizaron una lectura acerca de la evolución de los medios de comunicación. La lectura se presentó con el objetivo de

contextualizar a los estudiantes y lograr una mejor comprensión en el desarrollo de las situaciones, luego en la segunda actividad los estudiantes a partir de una información personal sobre ellos recogida antes de la sesión respondieron algunas preguntas, cada una de estas actividades se realizaron de manera individual.



Ilustración 17: estudiantes realizando la lectura (Evolución de los medios de comunicación)



Ilustración 18: estudiantes desarrollando la actividad 2 (Mi familia)

Resultados y análisis de los resultados situación 1: introducción a los números Enteros

Punto “a”: construye una tabla donde relacione en una fila los recursos de comunicación a.c y en otra fila aquellos d.c		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que realizaron la tabla con dos columnas para separar los recursos de comunicación a.c y d.c pero no tuvieron en cuenta el signo más (+) y el signo menos (-)	4	57%
Estudiantes que realizaron		

la tabla con dos columnas y que usaron el signo más (+) y el signo menos (-) para identificar los años antes de cristo y los después de cristo en la tabla.	3	43%
---	---	-----

Tabla 2: respuestas punto 1 de la primera actividad, sesión 1

Teniendo en cuenta la tabla 3, se deduce que la mayoría de los estudiantes no reconocen y comprenden el orden de los Enteros, dado que, no identifican cuando una evolución ha sido mayor o menor que la otra en relación con (a.c y d.c). En esta dirección el 53% de los estudiantes no logran dar respuesta de forma correcta a la pregunta, ya que olvidan los signos (+) y (-) en la organización de los datos; sin embargo el 43% de los estudiantes logran responder de forma apropiada.

Punto “b”: De acuerdo al texto historia y evolución de la comunicación, dibuja una línea de tiempo, donde ubiques según el año, cada uno de los medios de comunicación involucrados.		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Realiza correctamente la recta y ubica sobre ella los años teniendo en cuenta los valores negativos para los años antes de cristo y los positivos para los años después de cristo.	2	29%
Ubica sobre la recta solo valores positivos y no tiene en cuenta el cero, ni el orden de los años.	5	71%

Tabla 3: respuestas punto b de la primera actividad, sesión 1

Punto “c”: ¿con que símbolos representarías cada uno?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Usa el signo menos (-) para representar los instrumentos creados antes de cristo y el signo más (+) para representar los instrumentos creados después de cristo.	3	43%
Usa otros símbolos diferentes al + y al - para representar los instrumentos creados antes y después de cristo. Ejemplo: asteriscos, círculos, corazones, etc.	4	57%

Tabla 4: respuestas punto c de la primera actividad, sesión 1

Con la pregunta c (tabla 5), podemos inferir que el 43% de los estudiantes utilizaron la simbología adecuada en cuanto a la representación de cada medio de comunicación; sin embargo el 57% de los estudiantes utilizaron una simbología pero resultó no ser la correcta (números Enteros) en cuanto a la representación de los medios de comunicación .

A continuación se presenta un análisis general de la actividad 1, con sus respectivas evidencias.

Teniendo en cuenta las tablas 4, 5 y 6, en las cuales se presentan las respuestas de los estudiantes en relación a las preguntas a, b y c de la actividad 1 en la primera sesión, se puede decir que en general la mayoría de los estudiantes no lograron relacionar los años antes de Cristo (a.c) con el signo menos (-) y los años después de cristo con el signo más (+), además solo el 43% de los estudiantes logró realizar correctamente la recta numérica teniendo en cuenta el orden, los valores negativos, y el cero. En este sentido la lectura presentada, no resultó como el mejor medio para que los estudiantes se acercaran al concepto de número Entero.

Ilustración 19: evidencia respuesta punto "a" de la primera actividad, sesión 1

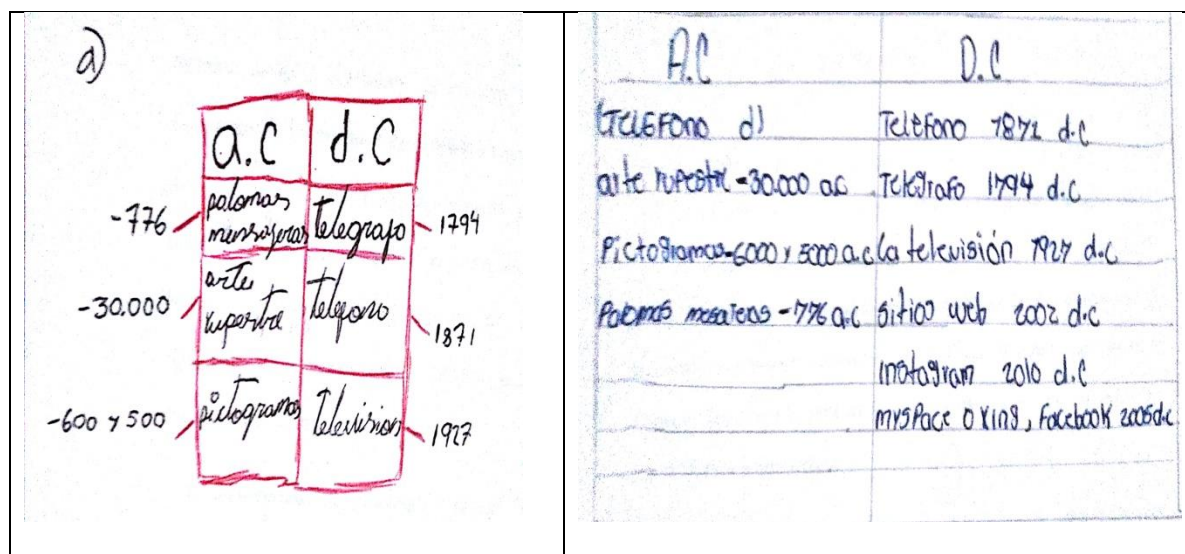
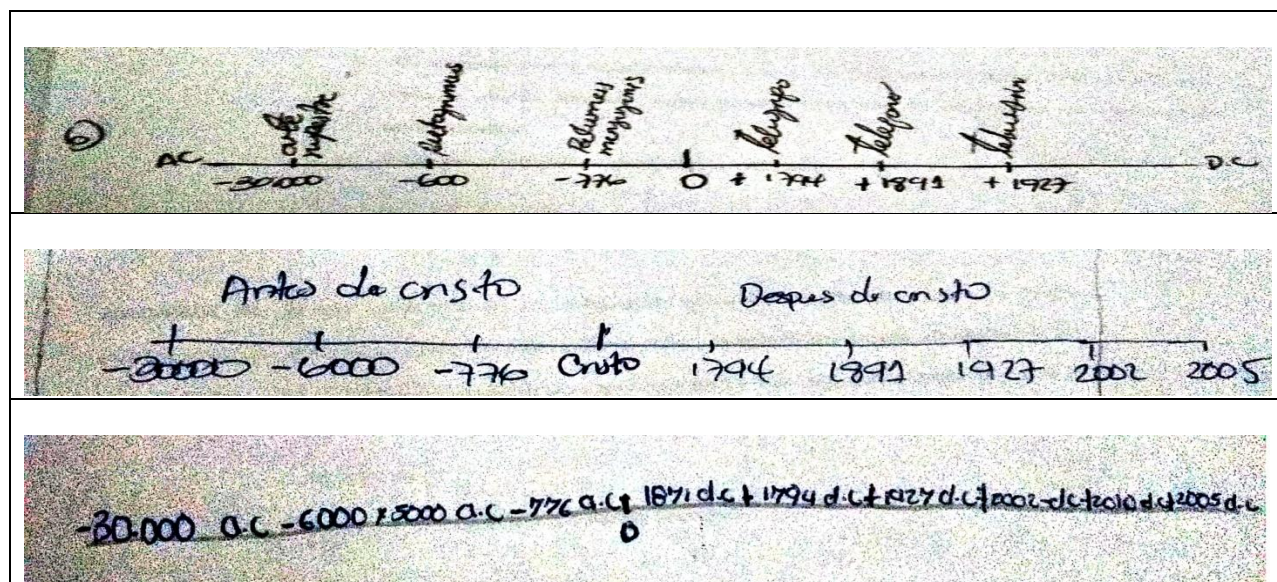


Ilustración 20: evidencias respuestas punto "b" de la primera actividad, sesión 1



Luego de terminar la primera actividad, se llevó a cabo el **momento de estructuración**, en el cual se aborda la introducción a los números enteros para discutir las respuestas con el fin de aclarar dudas y que haya una mejor comprensión en la siguiente actividad en la que deberán resolver los mismos puntos pero con información relacionada a su núcleo familiar.

Punto “a”: realiza tu línea de tiempo y ubicarás primero el año en naciste, (recuerda que para tú año de nacimiento tomarás como referencia el cero “0”) luego vas a ubicar el año de nacimiento de cada uno de tus familiares, no olvides que debes tener presente cuáles nacieron antes y cuáles nacieron después.		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Realiza correctamente la recta teniendo en cuenta el orden de los positivos y negativos; es decir, ubica a la izquierda de cero los años de los nacidos antes de él, y a la derecha de cero los años de los nacidos después de él, teniendo como referencia el cero como su año de nacimiento.	5	71%
Realiza la recta teniendo en cuenta, positivos y negativos, pero sin un orden correcto	2	29%

Tabla 5: respuesta punto “a” de la segunda actividad, situación 1

Con respecto a la tabla 6 el 71% de los estudiantes responde de forma correcta en cuanto al orden que se debe tener en los Enteros; es decir ubican los positivos a la derecha del cero (después de ellos) y los negativos a la izquierda (antes que ellos) del mismo, pero cometen un error al ponerles signo menos a las personas nacidas antes de ellos. El 29% restante no realiza de forma adecuada la recta, ya que, no tienen en cuenta el orden de los Enteros.

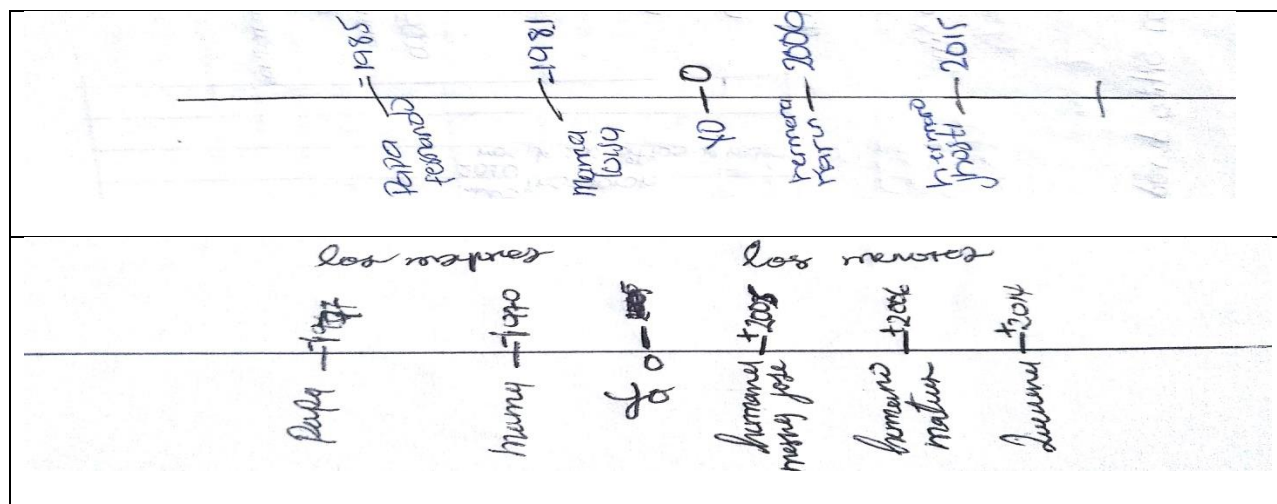
Punto “b” ¿Con que símbolo marcarías la diferencia entre los nacidos antes ti y después de ti?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Usaron el signo menos para identificar los nacidos antes de ellos, y signo más para	4	57%

identificar los nacidos después de ellos.		
Usaron otros símbolos como *, =, para representar los nacidos antes y después de ellos	1	14%
No dieron respuesta a la pregunta	2	29%

Tabla 6: respuestas punto "b" de la segunda actividad, situación 1

En cuanto a los puntos a y b de la actividad 2 correspondiente a la situación 1, se puede decir que hubo un pequeño avance en cuanto al empleo de la recta, respecto al orden de los Enteros, en relación a la actividad 1, lo que da razón de que los estudiantes se desenvuelven mucho mejor al momento de resolver situaciones en las cuales se vean involucrados, como fue el caso de la actividad con información acerca de su núcleo familiar, por esta razón es viable que se parta de una situación problema particular para los estudiantes si se pretende trabajar con la recta.

Ilustración 21: evidencias respuestas punto "a" de la segunda actividad, situación1



Situación 2: comparación de números Enteros

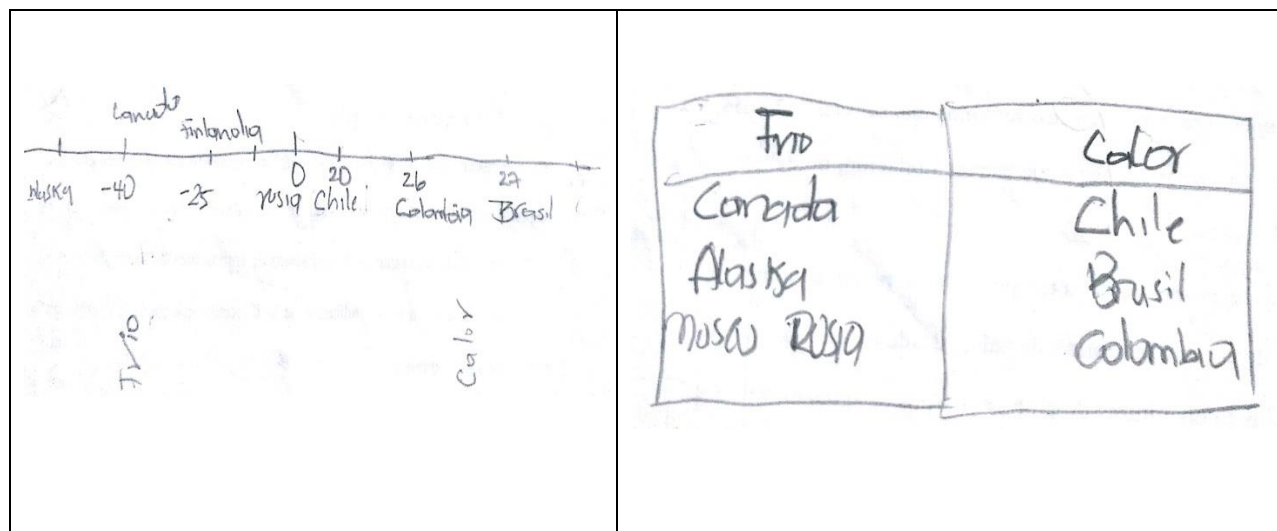
En esta situación se trabajó 1 actividad relacionada con las temperaturas en algunos países, esta se planteó con el objetivo de establecer una relación de orden entre los números Enteros, que el estudiante tenga en cuenta la posición de cierto valor sobre la recta y definir así si era mayor, menor o igual de acuerdo a un punto de referencia, además se buscó que los estudiantes desarrollaran capacidades para observar características en relación a los números relativos aplicando sus conocimientos previos. En esta sesión se trabajó de manera individual y con un total de 7 estudiantes, se plantearon 5 puntos, donde en uno de ellos debían representar la temperatura de cada país sobre la recta, y así poder identificar si las dificultades en cuanto a la representación de la recta habían disminuido en comparación a la sesión anterior, y en los otros 4 puntos debían responder preguntas que nos podían dar cuenta si el estudiante logro comprender cuando una cantidad es mayor o menor según su posición en la recta.

Resultados y análisis de resultados, situación 2: comparación de números Enteros

Punto “a”: Si Sayi se encuentra en Canadá y no quiere sentir mucho frio, y quiere irse al lugar donde hace más calor, ¿en qué lugar debería ubicarse?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que realizaron una recta o tabla para dar su respuesta, y afirman que el lugar donde hace más calor es Brasil	2	29%
Estudiantes que respondieron correctamente sin realizar ninguna representación gráfica.	5	71%

Tabla 7: respuestas punto "a" de la primera actividad, sesión 2

Ilustración 22: uso de recta o tabla para separar las temperaturas Positivas y Negativas.



Punto “b” ¿En cuál de los lugares hace más calor? ¿Por qué?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que afirman que Brasil es el lugar donde hace más calor porque está más lejos del cero	2	29
Estudiantes que afirman que Brasil es donde hace más calor, porque 27° es mayor.	2	29
Estudiantes que respondieron correctamente que Brasil es el lugar donde hace más calor, pero no justificaron el por qué.	3	42

Tabla 8: respuestas punto “b” de la primera actividad, sesión 2

Punto “c” ¿En qué lugar hace más frío?		
Tipo de respuestas	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que respondieron correctamente afirmando que Alaska es el lugar donde hace más frío.	7	100%

Tabla 9: respuestas punto “c” de la primera actividad, sesión 2

Punto “d” ¿Qué lugar tiene mayor temperatura?		
Tipo de respuestas	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que respondieron correctamente afirmando que el lugar con mayor temperatura es Brasil.	7	100%

Tabla 10: respuestas punto "d" de la primera actividad, sesión 2

Punto “e” Represente en una recta numérica cada una de las temperaturas		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que realizaron correctamente la recta y ubicaron cada temperatura considerando una escala de medida, teniendo en cuenta el orden y si era positiva o negativa.	5	71%
Estudiantes que realizaron correctamente la recta, teniendo en cuenta una escala de medida, ubicando negativos y positivos en su lugar correspondiente, pero no realizaron bien la ubicación de las temperaturas.	2	29%

Tabla 11: respuestas punto "e" de la primera actividad, sesión 2

De acuerdo al desarrollo de la actividad 1 de la segunda sesión, el 100% de los estudiantes en el punto “a” respondieron satisfactoriamente afirmando que Sayi debía ubicarse en Brasil, se podría decir que ese resultado se debe a que utilizaron de forma adecuada los pasos que expone Polya; ya que lograron identificar los datos del problema, lo cual permitió que ingeniaran un plan que los llevara a la solución; es decir que relacionaron de manera correcta las temperaturas correspondientes a cada país, aunque podría haberse presentado el caso donde algunos de los estudiantes dieran como respuesta el nombre de otro lugar bien sea; Colombia, Perú o Chile que son las temperaturas sobre cero, igualmente su respuesta habría sido correcta según el punto de referencia que usaran, se dio el caso que algunos estudiantes inicialmente lo

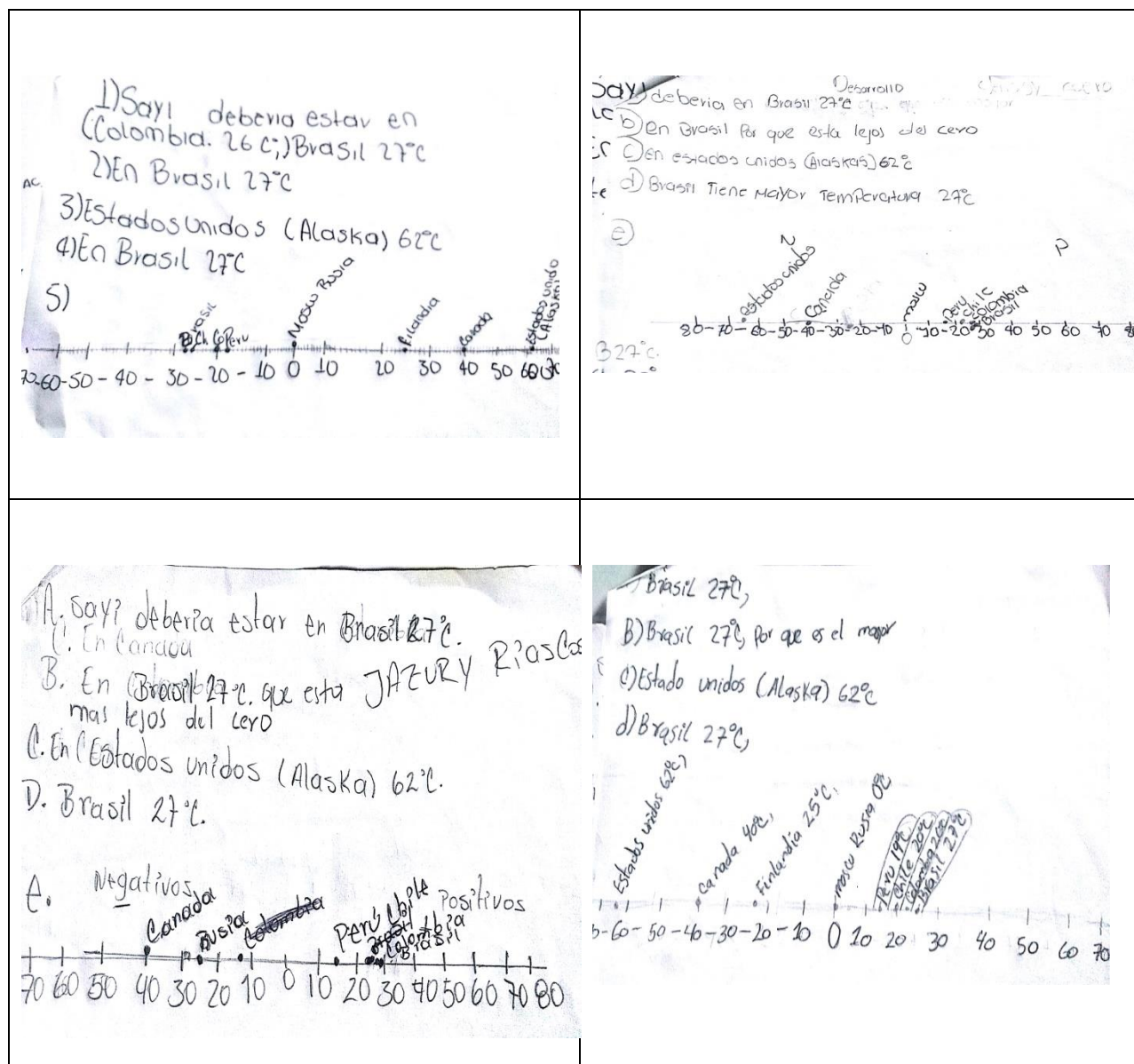
que hicieron fue dibujar una recta o una tabla y separar las temperaturas llamando a unas frío y a otras calor, para luego dar respuesta al punto (ver ilustración 14). Se pudo observar que algunos estudiantes hicieron uso de sus conocimientos previos, siendo estos importantes en el proceso de comprensión de los estudiantes acerca de algún concepto o tema en particular, ya que como se expuso en la descripción del problema, no se debe ignorar el conocimiento previo de los estudiantes, en este caso el conocimiento que él tiene acerca de los números Naturales en cuanto al orden, y la posición de estos sobre una recta, de las escalas de medida, que fueron útiles para dar respuestas a este punto.

Ahora bien, con respecto a los puntos b, c, y d, en los cuales se esperaba que los estudiantes identificaran que cuando se les pregunta en qué lugar hace más calor o en qué lugar hace más frío, estamos hablando del valor mayor y del valor menor de las temperaturas correspondientes a cada lugar, efectivamente todos los estudiantes respondieron correctamente a estos puntos, algunos dando una justificación correcta a su respuesta.

En relación al punto “e” el cual corresponde a ubicar en la recta numérica las temperaturas correspondientes a cada lugar, los estudiantes no presentaron gran dificultad en la transferencia de la dimensión contextual a la dimensión de recta, ya que tuvieron en cuenta el orden en los positivos y los negativos, y la unidad de medida dada en temperaturas, se presentó la dificultad en algunos estudiantes que aunque habían respondido correctamente los puntos anteriores ubicaron los lugares de temperaturas bajo cero en el lado de los positivos, y las temperaturas positivas en el lado de los negativos, podríamos decir que esto se debió a una desconcentración en los estudiantes.

Al final de esta actividad se lleva a cabo el **momento de estructuración** en la cual se socializaron sus conocimientos de acuerdo a las respuestas obtenidas de la actividad, ya que estos deben representar un aprendizaje significativo que se construya de forma autónoma por los estudiantes y así relacionar el concepto de número Entero con sus conocimientos previos y sus actividades extraescolares. Lo que permitió que la clase fuera llamativa para los estudiantes ya que el ambiente no se tornó monótono si no que se enriquecieron su conocimiento.

Ilustración 23: evidencias respuestas actividad 1, sesión 2



Situación 3: suma y resta de números Enteros.

Esta situación se desarrolló en la tercera sesión de la aplicación, en la cual se trabajaron dos actividades, la primera actividad llamada estudiemos con el futbol consta de una serie de pregunta que se plantean a partir de la tabla de posiciones de eliminatorias al Mundial de Rusia 2018, esta se plantea con el objetivo de que los estudiantes realicen operaciones de suma y resta con números Enteros en diferentes situaciones, la segunda actividad consta de un problema que permite que ellos identifiquen valores de perdida de la merienda de un niño llamado Fredy, en la cual deben responder y operar de acuerdo a las situaciones presentadas. Estas actividades se realizaron de forma individual a 7 estudiantes.

Resultados y análisis de los resultados situación 3: suma y resta de números Enteros.

Punto “a”: ¿Cuál de los equipos tiene mayor puntaje?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Los estudiantes que plantearon algún procedimiento matemático para llegar a la respuesta.	3	43%
Estudiantes que con la observación de la tabla llegaron a la respuesta.	3	43%
Estudiantes que no respondieron.	1	14%

Tabla 12: respuestas punto "a" de la primera actividad, sesión 3

Punto “b”: ¿Cuál de los equipos es el que ha acumulado menos puntos?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Los estudiantes que plantearon algún procedimiento matemático para llegar a la respuesta.	3	43%

Estudiantes que con la observación de la tabla llegaron a la respuesta.	3	43%
Estudiantes que no respondieron.	1	14%

Tabla 13 : respuestas punto "b" de la primera actividad, sesión 3

Punto “c”: Calcula la diferencia entre partidos ganados y partidos perdidos, para cada equipo.		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que utilizan el cálculo mental	1	14%
Estudiantes que realiza la operación por medio de la recta numérica	2	29%
Estudiantes que realizan una operación de la dimensión abstracta	4	57%

Tabla 14 : respuestas punto "c" de la primera actividad, sesión 3

Punto “d”: Teniendo en cuenta los resultados de la pregunta C, propone una forma de representar estos.		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que utilizan la recta numérica	6	86%
Estudiantes que no respondieron la pregunta	1	14%

Tabla 15 : respuestas punto "d" de la primera actividad, sesión 3

Punto “e”: A partir de la siguiente representación gráfica, en la que se muestran los partidos ganados por dos selecciones, escriba el enunciado que represente la información y formule una pregunta que permita calcular la diferencia entre los valores.		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que llegaron al enunciado de acuerdo a la gráfica.	5	71%
Estudiantes que no respondieron la pregunta	1	14%

Estudiantes que no respondieron de forma correcta.	1	14%
--	---	-----

Tabla 16 : respuestas punto "e" de la primera actividad, sesión 3

Teniendo en cuenta las tablas 14, 15,16, en donde se exponen las respuestas de los estudiantes respecto a las preguntas a, b y c de la sección tres, se puede decir que en términos generales los estudiantes comprendieron las actividades que se les presentaron, dado que sus respuestas son acertadas y las justifican con algún tipo de procedimiento. Algunos dan respuestas a las preguntas por medio de la observación en relación a los datos ya dados, esto permite deducir que tienen en cuenta los valores de la tabla y que a partir de ello plantean sus respuestas.

A demás se observó que los estudiantes hicieron uso de la dimensión de recta en el punto c, cuando se les pidió calcular las diferencias de partidos ganados y partidos perdidos, en el cual los resultados fueron satisfactorios. Respecto a la pregunta **d** y **e**, se evidenció que los estudiantes realizaron correctamente la transferencia entre la dimensión de recta y la dimensión contextual.

Punto “a” Llena la tabla, ¿qué signo usarías para las cantidades de cada columna?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que realizaron correctamente la tabla y expresaron con el signo (-) lo que debe y lo que tiene con el signo con (+).	6	86%
Estudiantes que no realizaron correctamente la tabla.	1	14%

Tabla 17 respuesta punto 1 de la segunda actividad, sesión 3.

Punto “b” ¿Cómo puedes conocer la cantidad total de dinero que debe Freddy?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje

Estudiantes que expresan con una suma la cantidad total de dinero que debe Fredy,	5	71%
Estudiantes que no responden correctamente.	2	29%

Tabla 18: respuesta punto “b” segunda actividad, sesión 3.

Punto “c” ¿Cuánto dinero le quedara a Freddy para los gastos de la semana después de haber pagado las deudas?		
Tipo de respuesta	Número de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes que responde correctamente el valor que le queda a Fredy después de pagar sus deudas.	6	86%
Estudiante que no responde correctamente el valor que le queda a Fredy después de pagar sus deudas.	1	14%

Tabla 19: respuesta punto c segunda actividad, sesión 3.

Teniendo en cuenta las tablas 19, 20 y 21 en la cual se presentan los tipos de respuestas de los estudiantes en relación a las preguntas a, b y c de la actividad 2 en la tercera sesión, se puede decir que gran parte de los estudiantes lograron responder satisfactoriamente las preguntas, teniendo en cuenta el concepto de suma y resta con números Enteros, relacionando el signo menos con lo que se debe y el signo más con lo que se tiene, haciendo uso del carácter relativo de los números Positivos y Negativos.

En la pregunta (a) la mayoría de los estudiantes caracterizaron con el signo menos (-) lo que corresponde a lo que se debe y con el signo más (+) lo que corresponde a lo que se tiene correctamente de acuerdo al enunciado; en la pregunta “b” comprenden bien que la suma es la operación correcta para saber el valor total de la deuda de Fredy sin ignorar el signo que usaron

para representar las deudas; en la pregunta (c) los estudiantes realizaron de forma adecuada la operación para identificar el valor total que le queda a Fredy después de pagar sus deudas.

Al final de esta actividad se realiza el **momento de estructuración** en la cual se entra a despejar las posibles dudas de los estudiantes sobre la suma y resta de números Enteros, en este momento se evidencia que los estudiantes mejoraron sus dificultades, lo cual permitió la validación del tema.

Ilustración 24: evidencias de respuestas segunda actividad, sesión 3

a. Llena la tabla, ¿qué signo usarías para las cantidades de cada columna? <table border="1"> <thead> <tr> <th>Debe -</th> <th>Tiene +</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2.500</td> <td>25.000</td> </tr> <tr> <td>1.000</td> <td>- 6.500</td> </tr> <tr> <td>3.000</td> <td>18.500</td> </tr> </tbody> </table>	Debe -	Tiene +	2.500	25.000	1.000	- 6.500	3.000	18.500	b) Sumando todos los valores de la deuda puedo conocer el valor total del dinero que debe Fredy. c) a Fredy le quedara \$18.500 pesos después de pagar sus deudas				
Debe -	Tiene +												
2.500	25.000												
1.000	- 6.500												
3.000	18.500												
a. Llena la tabla, ¿qué signo usarías para las cantidades de cada columna? <table border="1"> <thead> <tr> <th>Debe</th> <th>Tiene</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-250</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-1000</td> <td>25000</td> </tr> <tr> <td>-3000</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Debe	Tiene	-250		-1000	25000	-3000		b) para conocer la cantidad que debe Fredy Sumo todo lo que debe <table border="1"> <tbody> <tr> <td>-2500</td> </tr> <tr> <td>-3000</td> </tr> <tr> <td>-1000</td> </tr> <tr> <td>-6500</td> </tr> </tbody> </table> le van a quedar 18500 para la semana	-2500	-3000	-1000	-6500
Debe	Tiene												
-250													
-1000	25000												
-3000													
-2500													
-3000													
-1000													
-6500													

Conclusiones

Se presenta en este apartado las conclusiones y algunas consideraciones en relación al proceso de comprensión del concepto de número Entero, a partir de la resolución de situaciones problemas del contexto propio de los estudiantes, desde la visión unitaria de Bruno (1997), las cuales surgen después de finalizar el desarrollo de la propuesta de aula que se llevó a cabo con 7 estudiantes de 7º de la Institución Educativa José María Cabal del Distrito de Buenaventura.

En este sentido se concluyen los siguientes aspectos:

- Se logra el objetivo principal, ya que a través de la serie de situaciones dentro de la propuesta de aula se pudo lograr que los estudiantes aumentaran su nivel de comprensión con respecto al concepto de número Entero, dado que en el desarrollo de cada una de las actividades propuestas en las situaciones, sirvieron para que estos dotaran de sentido y significado los contenidos que se trabajaron en cada una de ellas. Los resultados obtenidos en cuanto a la representación en la recta, procedimientos, y solución de situaciones problemas, satisfacen lo esperado.
- La visión unitaria de Bruno, ofrece un marco metodológico y teórico que podría ser valioso para desarrollar un proceso de comprensión más amplio del aprendizaje numérico, además de promover estrategias para abordar situaciones teniendo en cuenta la dimensión en que esta esté plateada, en este caso particularmente situaciones del contexto propio de los estudiantes, en las que es posible representarlas a través de la dimensión abstracta, dimensión de recta, y dimensión contextual.
- Fue necesario identificar algunos elementos teóricos, conceptuales, procedimentales, y metodológicos que dieran razón de las dificultades, obstáculos y errores en el proceso de

enseñanza y aprendizaje del concepto de número Entero, con el fin de conocer el tipo de circunstancias que se presentan en el aula de clases al momento de trabajar cada una de las situaciones.

- A través de los elementos teóricos y la prueba diagnóstica este trabajo permitió verificar ciertas dificultades en la comprensión del concepto de número Entero en situaciones como ordenar, cambios de registro, inverso aditivo, estructura aditiva, ubicación en la recta y valor absoluto que se presentan en los procesos de enseñanza y aprendizaje, los cuales influyen en la aprehensión del concepto de número Entero, además de la importancia de los conocimientos previos al momento de plantear alguna situación, y de la construcción de conceptos matemáticos.
- El trabajo permite reunir elementos matemáticos, didáctico, curriculares, metodológicos para el diseño e implementación de la propuesta de aula. Se trabajan conceptos como; número Entero, relación de orden y estructuras aditivas; el contexto escolar y el extraescolar; el razonamiento, la resolución de problemas, el pensamiento numérico; los momentos de exploración, ejecución y práctica, y estructuración para el desarrollo de la propuesta.
- La implementación de la propuesta de aula, permitió privilegiar en los educandos la comprensión del concepto de número Entero teniendo como base las dificultades observadas, mediante la prueba diagnóstica y la posterior aplicación de una propuesta didáctica; llevada a cabo desde situaciones contextualizadas. Por lo anterior se recomienda no solo enfatizar en los procesos algorítmicos sino también en situaciones problemas que sean propias del contexto en el que interactúan los estudiantes.

Reflexiones finales

- El trabajo desarrollado permitió abordar el concepto de número Entero, desde situaciones que son “familiares” a los educandos, viendo la aplicación de las matemáticas. Sin llegar a “forzar” el objeto de estudio.
- Es pertinente que los docentes replanten el concepto de número Entero y la forma como se enseña en el interior de las aulas de clase, ya que es fundamental tener diversas estrategias didácticas que puedan permitir disminuir los obstáculos que presentan la enseñanza del concepto de número Entero. También la enseñanza de las matemáticas y en especial la de los números Enteros, es fundamental que se relacionen en la vida diaria.
- Es fundamental que los establecimientos educativos mejoren el entorno educativo de los estudiantes por medio de la implementación de métodos y prácticas pedagógicas contextualizadas que permitan el fortalecimiento de los procesos de comprensión; en la cual el estudiante sea autónomo y este en condición de asumir nuevos conocimientos como retos de aprendizaje.

Bibliografía

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (Vol. 49). Grupo Planeta (GBS).

Bruno, A. (1997). La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 29, 5-18.

Bruno, A. (2001). La enseñanza de los números negativos: formalismo y significado. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 4(2), 415-427.

Canfux, V. (2000). La pedagogía tradicional. *Tendencias pedagógicas en la realidad educativa actual. Documento electrónico. CEPES. Universidad de La Habana. Editorial Universitaria. Universidad "Juan Misael Caracho". Tarija-Bolivia.*

Corbalán, F., & Deulofeo, J. (1996). Polya, un clásico en resolución de problemas. *SUMA*, 22, 103-107.

Hernández, M. (2010). Evolución histórica del concepto de Número. *Autodidacta*, 1(1), 28-47.

Iriarte, D., Jimeno, M., & Vargas, I. (1990). Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. *Suma*, 7, 13-18.

MEN, C. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Magisterio, Bogotá.*

MEN, M. D. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. *Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.*

MEN. (2015) Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas. Colombia, Santafé de Bogotá

MEN. (2015) Matriz de Referencia de Matemáticas. Colombia Santafé de Bogotá

Moreira, M. A. (2004). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Universidad de Federal do Rio Grande do Sul.

Navia, N., & Orozco, V. (2012). *Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica*. Universidad del valle, Colombia.

Obando Zapata, G. D. J., & Múnera Córdoba, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática.

Patiño, L. E. (2011). La atención a la diversidad en el contexto del aula de clase. *Módulo Alternativas pedagógicas. Manizales, Colombia: Universidad de Manizales. CEDUM*.

Pérez Serrano, G. (1994). Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. II. Técnicas y análisis de datos. *Madrid, La Muralla*.

Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). Trillas.

Recalde, L. C., Hinestrosa, D., Vargas, L. F., & Moreno, O. (2010). Elementos de Matemáticas Básicas. *Universidad del Valle*.

Rodríguez, M., & Diana, M. (2009). Situaciones problemáticas en matemáticas como herramienta en el desarrollo del pensamiento matemático. *Universidad Pedagógica y*

Tecnológica de Colombia. Facultad Ciencias de la Educación Licenciatura en Matemáticas Tunja.

Ruiz, A. (2000). El desafío de las matemáticas. *Heredia: EUNA*

Ruiz, A., Alfaro, C., & Gamboa, R. (2006). Conceptos, procedimientos y resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, 1(1), 5-25.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., Lucio, P. B., & Pérez, M. D. L. L. C. (1998). *Metodología de la investigación* (Vol. 1). México: Mcgraw-hill.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstaculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria.

Stewart, I. (2007). Historia de las matemáticas en los últimos 10000 años.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2), 3.

Anexos

1. Cuál de las siguientes sucesiones esta ordenada de mayor a menor.
 - a. -7, -8, -5, 1, 3, 4
 - b. 6, 8, -5, 4, 3, 2
 - ☒ c. 4, 2, 1, -2, -8, -9
 - d. -4, -5, 4, 6, 3

2. Que cantidad no se puede expresar con un numero negativo
 - a. La estatura
 - b. Un desplazamiento hacia abajo
 - c. Una deuda
 - ☒ d. Una partida de cartas ganada

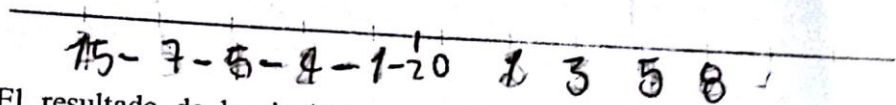
3. La suma de dos números enteros que tienen signos negativos es:
 - a. No se puede determinar .
 - b. Siempre es un número positivo
 - c. Siempre cero
 - ☒ d. Siempre un número negativo

4. El inverso aditivo de -20 es:
 - a. 15
 - b. El mismo número
 - c. 0
 - ☒ d. 20

5. La suma de dos números enteros que tienen signos diferentes es:

- a. Siempre da cero
- ☒ b. Siempre un número entero positivo
- c. Depende del valor absoluto de los números
- d. Siempre un número entero negativo

6. Representar en la recta numérica las siguientes cantidades -2, 3, 5, 1, -4, -1, -5, -15, 8, -7



7. El resultado de la siguiente operación $(-9 + 15) \times (-2 \times 3)$ es. (justificar)

- ☒ a. -36
- b. 12
- c. 0
- d. 36

-9 + 15

$$6 \times 6 = (114) - 36$$

8. El valor de $(-8-13) - (-1+5)$. Justificar

- a. 28
- b. -25
- ☒ c. 17
- d. 1

$$21 - 4 = 17$$

9. El valor absoluto de $|-8 + 5|$ es

- ☒ a. -3
- b. 13
- ☒ c. 3
- d. 2

$$8 - 5 = 3$$

$$8 - 5 = -3$$

PROPUESTA DE AULA

Nombre Hellen F. Morano Cejudo Grado 7¹ Fecha 27-11-2017

Situación 1: Introducción a los números Enteros

Objetivo: reconocer los números Enteros a partir de la interacción con actividades que involucre el contexto en el cual los estudiantes interactúan.

I. Evolución de los medios de comunicación



Tomando como referencia a Paguay y Utreras (2012) en historia y evolución de la comunicación se presentó un desarrollo de la comunicación. Esta a lo largo del tiempo, ha ido evolucionando y mejorando para que las personas tengan, una manera simple, y fácil de la información que requieran. Para establecer un balance de cómo se ha ido desarrollando a través de la historia, por consiguiente, se muestra a continuación un pequeño resumen de los medios comunicativos utilizados.

Los Egipcios: fueron los primeros que plasmaban sobre piedra o pared mediante unas figuras llamadas jeroglíficos las actividades que realizaban para evitar que se les olvidara. Ellos fueron los primeros en introducir la escritura.

Los Romanos: utilizaban personas para llevar una noticia de un lugar a otro.

Los Indios: se bastaban de fogatas para identificar donde se encontraban o para comunicarse con otra aldea.

Algunos medios de comunicación: el **telégrafo** fue un medio de comunicación a distancia, en el cual se transmitían los mensajes con un código llamado Clave Morse, fue inventado por Claude Chappe en 1794 d.c, las **palomas mensajeras** fue otro medio de comunicación, eran utilizadas aproximadamente en los años 776 a.c para enviar mensajes de una ciudad a otra, la paloma llevaba la carta enredada en una de sus patas, el **arte rupestre** son símbolos antiguos creados con el propósito de la comunicación a través del tiempo que data del Paleolítico superior, la intención era pasar información a través de pinturas, se hizo uso de este aproximadamente en el año 30.000 a.c, los **pictogramas** son símbolos que representan un concepto, un objeto, actividad, lugar o evento mediante una ilustración. La pictografía es una forma de proto-escritura mediante el cual las ideas se transmiten a través del dibujo. Estos fueron utilizados alrededor de los años 6000 y 5000 a.c, el **teléfono** es hoy una de las mejores herramientas de la comunicación ya que convierte el habla en impulso que viaja por la línea telefónica hasta llegar a su destino donde es nuevamente transformado, el primer teléfono fue inventado aproximadamente en el año 1871 d.c por Antonio Meucci, también tenemos la **televisión** que además de permitir escuchar un sonido permite proyectar una imagen de un suceso que esté ocurriendo en el

momento de forma instantánea. La televisión comenzó siendo de blanco y negro evolucionando años más tarde en televisión a color, la televisión surgió alrededor de los años 1927 d.c. En el 2002 d.c comienzan a aparecer **sitios web** promocionando las redes de círculos de amigos en línea cuando el término se empleaba para describir las relaciones en las comunidades virtuales, y se hizo popular en 2003 d.c con la llegada de sitios tales como MySpace o Xing, facebook a partir del 2005 d.c, instagram en el 2010 d.c, entre otros. Hay más de 200 sitios de redes sociales.

- a. Construya una tabla donde relacione, en una fila los recursos de comunicación a.c y en otra fila, aquellos d.c
- b. De acuerdo con el texto historia y evolución de la comunicación, dibuja una línea de tiempo, donde ubiques según el año, cada uno de los medios de comunicación involucrados.
- c. ¿con que símbolos representarías cada uno? $+$ $-$

AC	DC
776 .folhas mensagens	1794 telegrafo
30.000 pictogramas	1871 television
6000 y 6000 telefone	1927 television
	2002 sitios web
	2003 Myspace o Xing
	2005 Instagram
	2010 mas de 200 sitios de redes

2010 mas de 200 sitios de redes.
Instagram
2005 Myspace o Xing
2003

30.000 pictogramas
6000 y 6000 telefono
1794 telegrafo
1871 television
1927 television
2002 sitios web
2003 Myspace o Xing
2005 Instagram
2010 mas de 200 sitios de redes.
776 .folhas mensagens

II. Mi familia

Ilustración 1: La familia



Fuente: <https://mx.depositphotos.com/vector-images/familia.html>

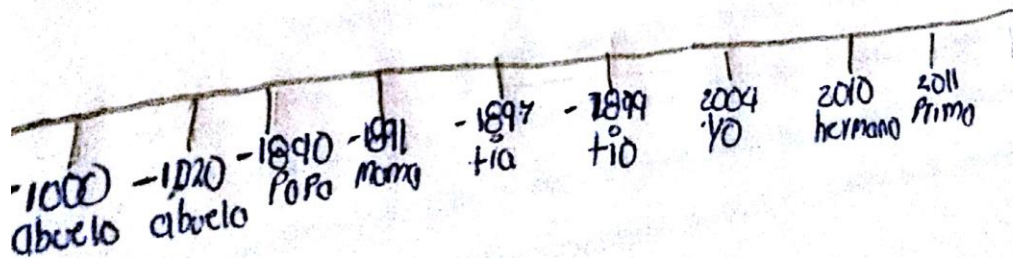
En relación con tu núcleo familiar y tomando el “0” de referencia como el año en que naciste, vamos a realizar una línea de tiempo que dé cuenta de cuáles son tus familiares que nacieron antes y después de ti, vas a tener en cuenta a tus padres, tus hermanos, y tus abuelos.

- a. Realiza tu línea de tiempo y ubicas primero el año en que tu naciste, (recuerda que tu año de nacimiento es el “0”) luego vas a ubicar el nacimiento de cada uno de tus familiares, no olvides que debes tener presente cuales nacieron antes y cuales nacieron después.
- b. ¿Con que símbolo marcarías la diferencia entre los nacidos antes de ti y los nacidos después de ti?

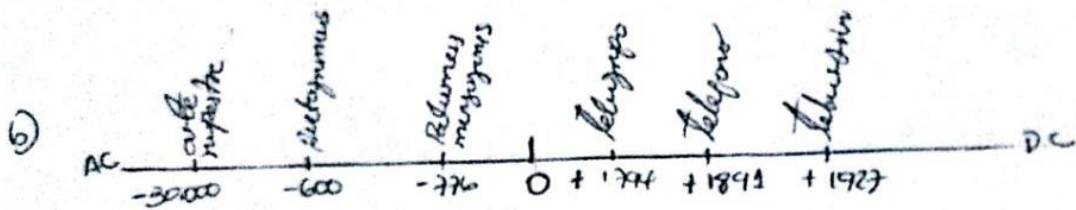
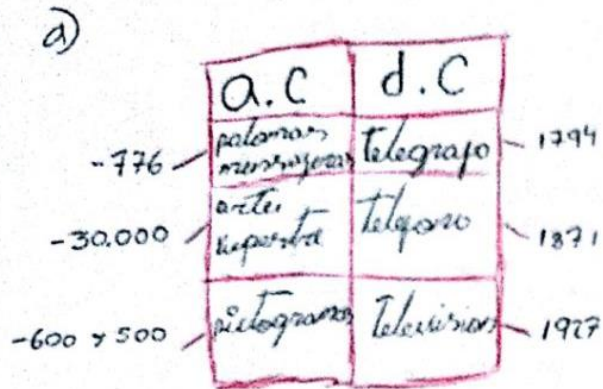
A.C	D.C
Telefono d)	Telefono 1872 d.c
arte rupestre -30.000 a.c	Telegrafo 1794 d.c
Pictogramas -6000 y 3000 a.c	la television 1927 d.c
Palabras mensajes -776 a.c	sitios web 2002 d.c
	Instagram 2010 d.c
	myspace o xing, Facebook 2005 d.c

-30.000 a.c -6000 y 3000 a.c -776 a.c 1872 d.c 1794 d.c 1927 d.c 2002 d.c 2010 d.c 2005 d.c

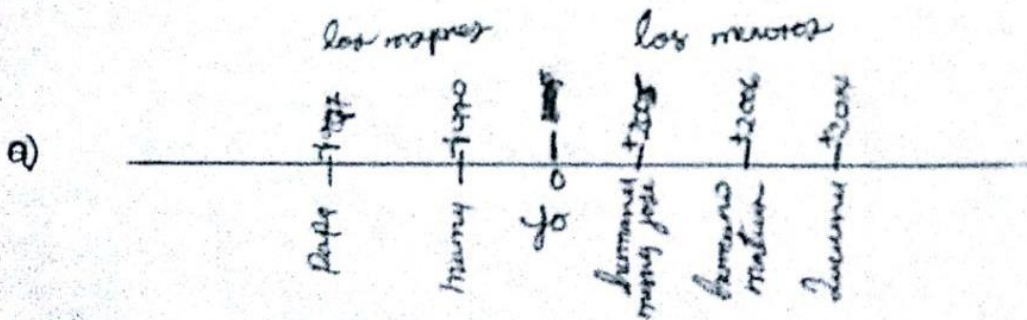
con el mas y el menos -



b. -, +



c) Con el signo menos y el mas



$$\begin{array}{r} 27 \\ - 5 \\ \hline 22 \end{array}$$

Situación 3: suma y resta de números Enteros

Objetivo: realizar operaciones de suma y resta con números Enteros en diferentes situaciones.

I. Estudiemos con el futbol

Ilustración 1: Tabla de posiciones Eliminatorias Rusia 2018

TABLA DE POSICIONES						
POS	EQUIPO	PT	GF	GC	PG	PE
1	Brasil	36	18	12	5	1
2	Uruguay	27	18	9	6	5
3	Argentina	21	18	7	7	4
4	Colombia	21	18	7	6	5
5	Peru	21	18	7	5	6
6	Chile	21	18	7	5	6
7	Paraguay	21	18	8	2	8
8	Ecuador	21	18	7	3	8
9	Bolivia	18	18	6	2	10
10	Venezuela	18	18	4	2	12
		6	18	2	6	10

Fuente: <http://www.futbolred.com/eliminatorias/estadisticas>

Teniendo en cuenta la tabla de Eliminatorias al Mundial de Rusia 2018, resuelve las siguientes situaciones:

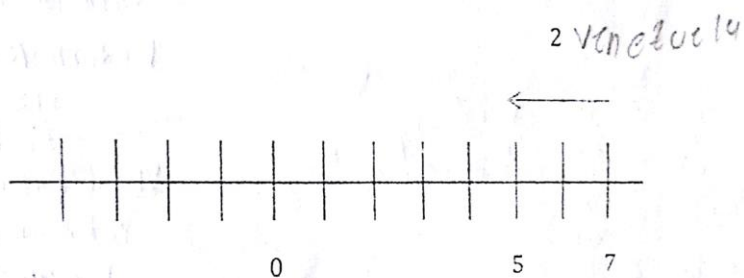
Además debes tener en cuenta que por cada partido ganado el equipo recibe 3 puntos, por partido empatado recibe 1 punto y los partidos perdidos no suman ningún punto.

- ¿Cuál de los equipos tiene mayor puntaje? **Brasil**
- ¿Cuál de los equipos es el que ha acumulado menos puntos? **Venezuela**

c. Calcula la diferencia entre partidos ganados y partidos perdidos, para cada equipo

e. Teniendo en cuenta los resultados de la pregunta C, propone una forma de representar estos

f. A partir de la siguiente representación gráfica, en la que se muestran los partidos ganados por dos selecciones, escriba el enunciado que represente la información y formule una pregunta que permita calcular la diferencia entre los valores



II.

Fredy un niño de 12 años, está preocupado ya que la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo \$ 2.500 en la cafetería de la escuela, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre \$ 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le sucediera igual. Freddy le contó lo ocurrido a su amiga Katy y ella le sugirió que comenzara pagando lo que debía y que distribuyera luego lo que le quedara en sus gastos para la semana, de esa

II.

Fredy un niño de 12 años, está preocupado ya que la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo \$ 2.500 en la cafetería de la escuela, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre \$ 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le sucediera igual.

Fredy le contó lo ocurrido a su amiga Katy y ella le sugirió que comenzara pagando lo que debía y que distribuyera luego lo que le quedara en sus gastos para la semana, de esa manera Fredy realizó una tabla de dos columnas que le muestra en una de ellas lo que tiene y en otra lo que debe:

- a. Llena la tabla, ¿qué signo usarías para las cantidades de cada columna?

Debe -	Tiene +
2.500	25.000
1.000	- 6.500
3.000	18.500

- b. ¿Cómo puedes conocer la cantidad total de dinero que debe Freddy?
- c. ¿Cuánto dinero le quedara a Freddy para los gastos de la semana después de haber pagado las deudas?

b) sumando todos los valores de la deuda puedo conocer el valor total del dinero que debe Fredy.

c) a Fredy le quedara \$18.500 pesos después de pagar sus deudas

II.

Fredy un niño de 12 años, está preocupado ya que la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo \$ 2.500 en la cafetería de la escuela, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre \$ 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le sucediera igual.

Freddy le contó lo ocurrido a su amiga Katy y ella le sugirió que comenzara pagando lo que debía y que distribuyera luego lo que le quedara en sus gastos para la semana, de esa

manera Fredy realizó una tabla de dos columnas que le muestra en una de ellas lo que tiene y en otra lo que debe:

a. Llena la tabla, ¿qué signo usarías para las cantidades de cada columna?

Debe	Tiene
- 2500	25000
- 1000	
- 3000	

b. ¿Cómo puedes conocer la cantidad total de dinero que debe Freddy?

c. ¿Cuánto dinero le quedara a Freddy para los gastos de la semana después de haber pagado las deudas?

b) para conocer la cantidad que debe fredy
Sumo todo lo que debe

c) le van a quedar
18500 para la semana

$$\begin{array}{r}
 - 2500 \\
 - 3000 \\
 - 1000 \\
 \hline
 - 6500
 \end{array}$$

Alina Alvarado Brenda Lizeth. 71

Desarrollo

①. ¿Cuál de los equipos tiene mayor Pontaje?

$$\frac{12}{36} = \text{Brasil} = 36$$

$\frac{15}{36} = \text{Brasil} = 36$
¿Cuál de los equipos ~~tiene~~ que ha acumulado me-
nos puntos?

② $\frac{2}{3} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$ - Venezuela = 6

③ $\frac{12}{11} = ?$ ¿Calcula la diferencia entre los Partidos ganados y los partidos perdidos?

$$\frac{-1}{11}$$

~~9~~

22

12-12-11

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 5 = 2$$

$$\begin{aligned} 7 - 6 &= 1 \\ 8 - 8 &= 0 \end{aligned}$$

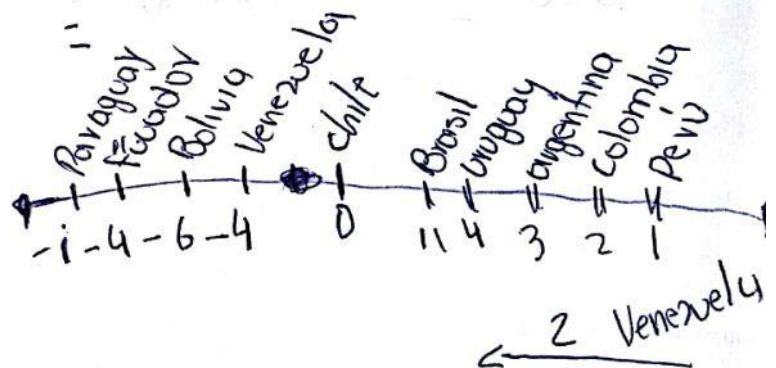
$$7 - 8 = 1$$

$$6-10:4$$

$$6-12:6$$

$$2-6 \div 4$$

5. ¿Teniendo en cuenta los resultados de la Pregunta C, propone una forma de representar estos?



(b) 

Si Colombia tiene 7 partidos
ganadores y Venezuela tiene
5 partidos menos que Colombia

$$\begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline 2 \end{array}$$

¿Cuántos Partidos ha ganado Venezuela?
2 ganados.

Nombre Moreno Salcedo Caterin Grado 7^a Fecha 30 -

Situación 2: comparación de números Enteros

Objetivo: establecer una relación de orden entre los números Enteros.

1. Temperaturas en algunos países



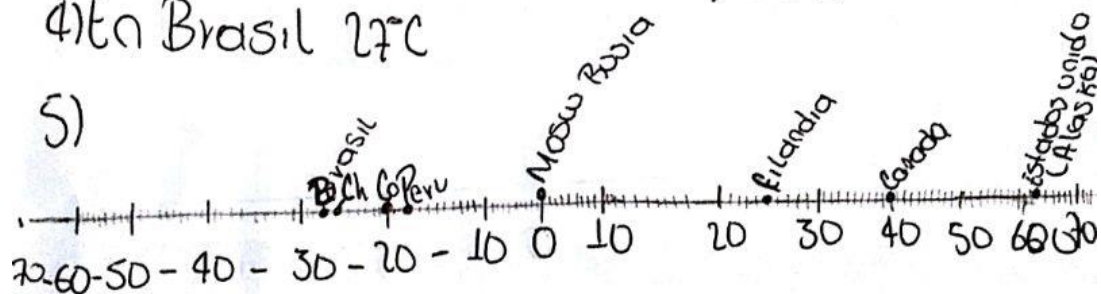
1) Sayi debería estar en
(Colombia: 26°C ;) Brasil 27°C

2) En Brasil 27°C

3) Estados Unidos (Alaska) 62°C

4) En Brasil 27°C

5)



Caterin Daniela Moreno Salcedo 7^a

*

$$72 \rightarrow 3$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 3 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 3 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline 24 \end{array}$$

<

$$12 - 1 = 11$$

$$9 - 5 = 4$$

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 5 = 2$$

$$7 - 6 = 1$$

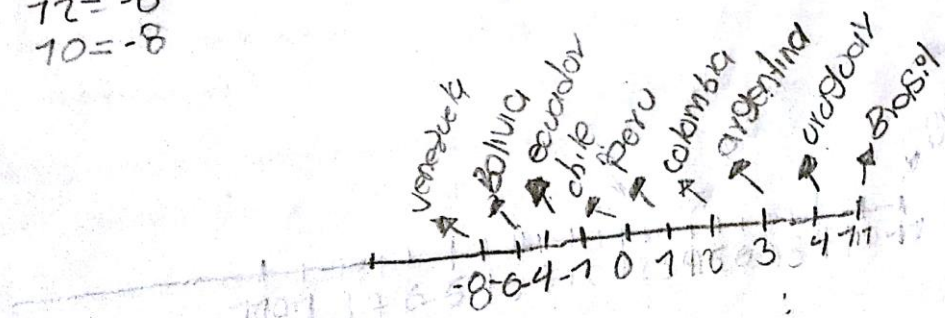
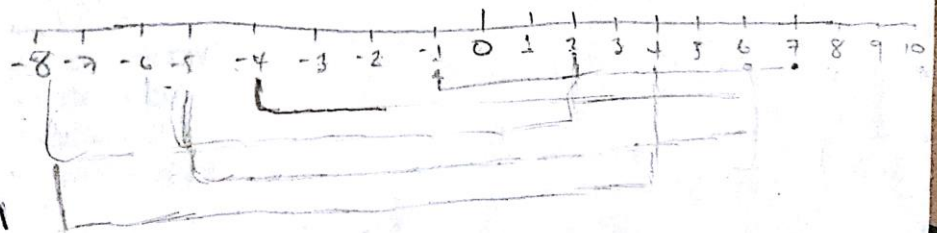
$$7 - 8 = 0$$

$$7 - 8 = -1$$

$$6 - 10 = 4$$

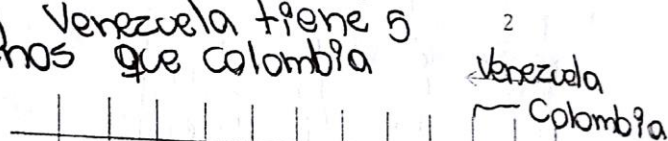
$$4 - 12 = -8$$

$$2 - 10 = -8$$



- c. Calcula la diferencia entre partidos ganados y partidos perdidos, para cada equipo
- e. Teniendo en cuenta los resultados de la pregunta C, propone una forma de representar estos
- f. A partir de la siguiente representación gráfica, en la que se muestran los partidos ganados por dos selecciones, escriba el enunciado que represente la información y formule una pregunta que permita calcular la diferencia entre los valores

Si Colombia tiene 7 Partidos ganados y Venezuela tiene 5 Partidos menos que Colombia



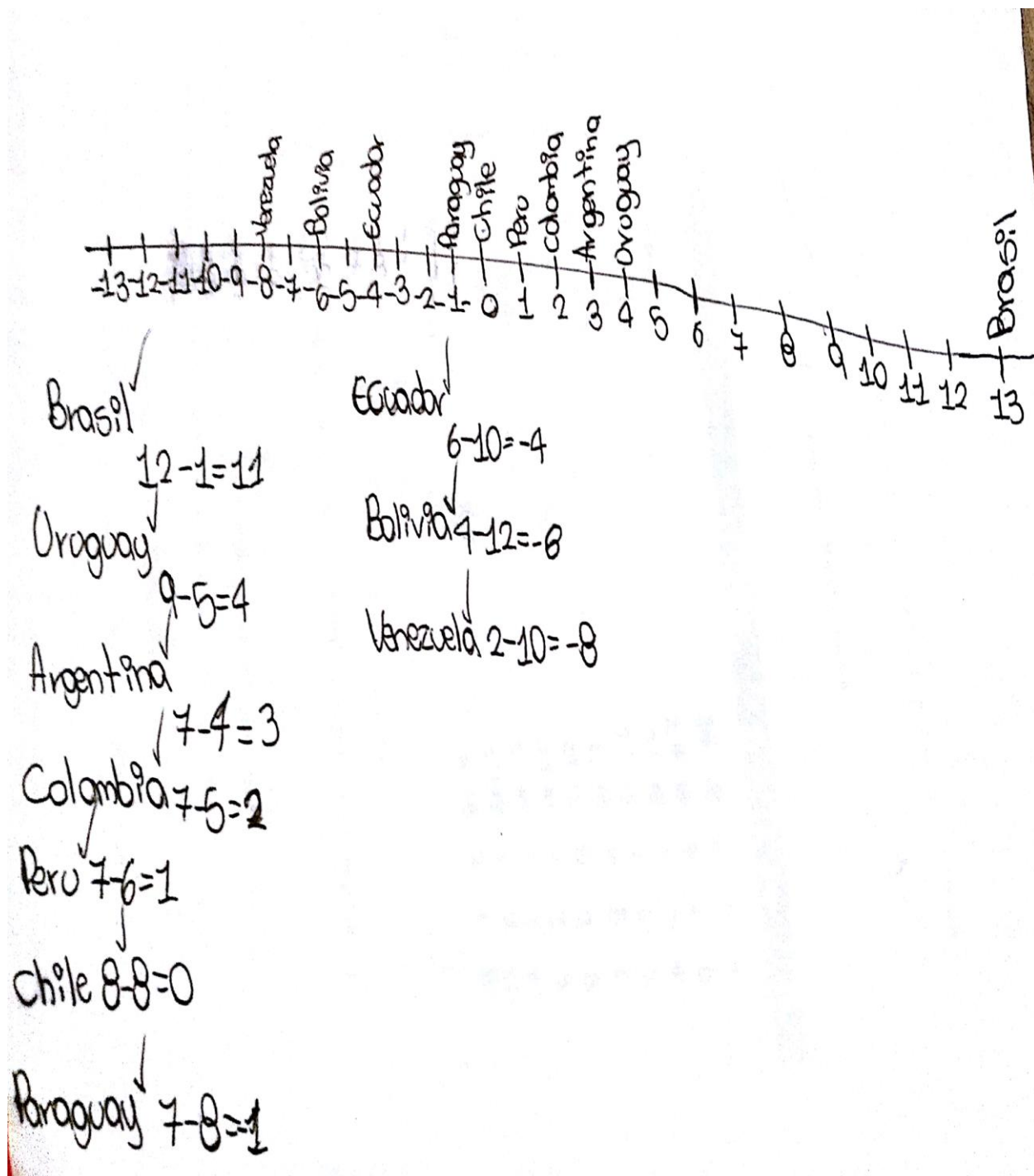
2 Cuantos Partidos ha ganado Venezuela? 2 ganados

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 5 \\ \hline 2 \end{array}$$

II.

Fredy un niño de 12 años, está preocupado ya que la semana pasada no supo manejar su dinero para la merienda y por eso quedó debiendo S 2.500 en la cafetería de la escuela, al dueño de la fotocopidora \$1.000 y a Sebastián su amigo \$3.000. Para esta semana su papá le entregó lo de costumbre S 25.000 y se dispuso a controlarlos para que no le sucediera igual.

Freddy le contó lo ocurrido a su amiga Katy y ella le sugirió que comenzara pagando lo que debía y que distribuyera luego lo que le quedara en sus gastos para la semana, de esa







Prueba Diagnostica

Nombre: _____

Institución: _____

Fecha: _____

1. Representar en la recta numérica las siguientes cantidades -2, 3, 5, 1 -4, -1,-5, -15, 8, -7



2. Cuál de las siguientes sucesiones está ordenada de mayor a menor.
- a. -7, -8, -5, 1, 3, 4
 - b. 6, 8, -5, 4, 3, 2
 - c. 4, 2, 1, -2, -8, -9
 - d. -4, -5, 4, 6, 3
3. La suma de dos números enteros que tienen signos negativos es:
- a. No se puede determinar
 - b. Siempre es un número positivo
 - c. Siempre cero
 - d. Siempre un número negativo
4. Realiza las siguientes operaciones:
- a) $3 - (-4) + (-2) - 6$.
 - b) $(11 + 4) - (-8 + 9)$.
 - c) $(-18 + 12) - (15 - 7 + 6)$.
5. El inverso aditivo de -20 es:
- a. 15
 - b. El mismo número
 - c. 0
 - d. 20

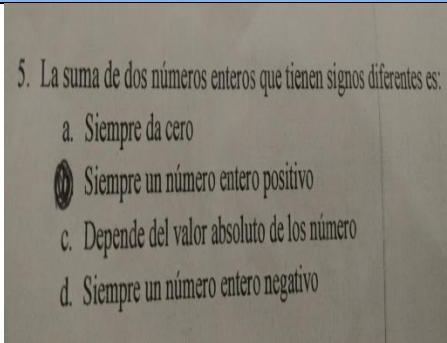
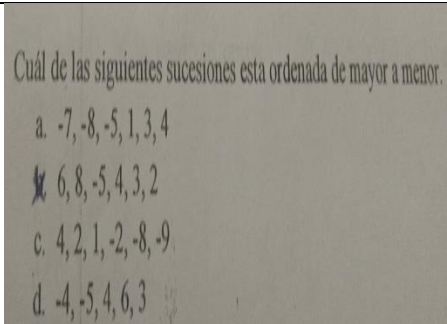
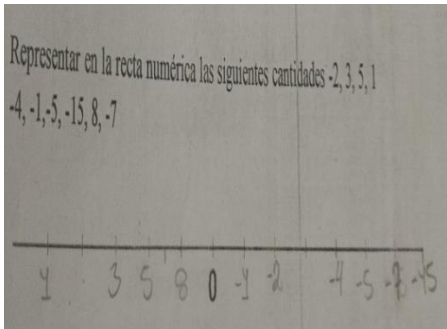
6. Tenga en cuenta la siguiente situación:

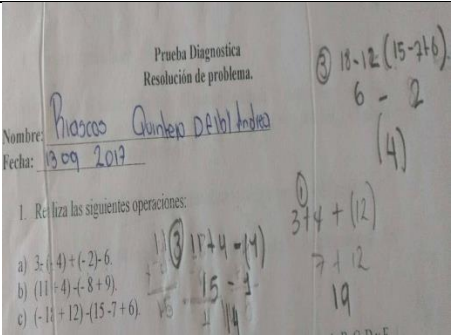
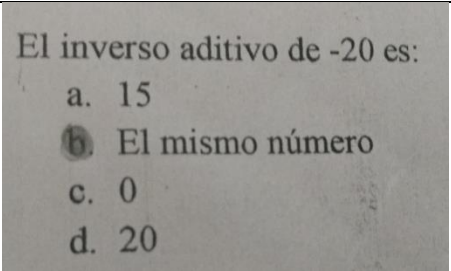
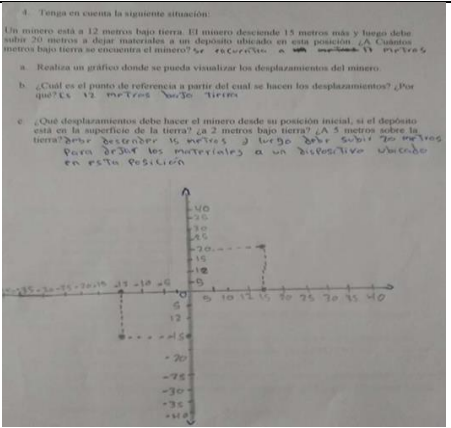
Un minero está a 12 metros bajo tierra. El minero desciende 15 metros más y luego debe subir 20 metros a dejar materiales a un depósito ubicado en esta posición. ¿A Cuántos metros bajo tierra se encuentra el minero?

- a. Realiza un gráfico donde se pueda visualizar los desplazamientos del minero.

- b. ¿Cuál es el punto de referencia a partir del cual se hacen los desplazamientos? ¿Por qué?
- c. ¿Qué desplazamientos debe hacer el minero desde su posición inicial, si el depósito está en la superficie de la tierra? ¿a 2 metros bajo tierra? ¿A 5 metros sobre la tierra?

Tabla 20: identificación y caracterización de las dificultades encontradas en el desarrollo de la prueba diagnóstica

Criterios	Si	No	Algunos	Descripción	Evidencia
Concepto	X			Los estudiantes presentan falencias en el concepto de número Entero.	 5. La suma de dos números enteros que tienen signos diferentes es: a. Siempre da cero ☒ b. Siempre un número entero positivo c. Depende del valor absoluto de los número d. Siempre un número entero negativo
Resuelve problemas de ordinalidad en el conjunto de los números Enteros (menor o mayor)			X	No identifican qué número es mayor y menor de acuerdo al signo.	 Cuál de las siguientes sucesiones esta ordenada de mayor a menor. a. -7, -8, -5, 1, 3, 4 ☒ b. 6, 8, -5, 4, 3, 2 c. 4, 2, 1, -2, -8, -9 d. -4, -5, 4, 6, 3
Representación en la recta numérica		X		Los estudiantes presentan dificultades a la hora de representar en la recta numérica: - No conocen la ubicación de los negativos y los positivos. - Se evidencia una Yuxtaposición entre los números positivos y	 Representar en la recta numérica las siguientes cantidades -2, 3, 5, 1 -4, -1, -5, -15, 8, -7 1 3 5 8 0 -1 -2 -4 -5 -8 -15

				negativos.	
Resuelve operaciones básicas con números Enteros		X		Los estudiantes no operan teniendo en cuenta el signo	
Resuelve problemas de valor absoluto		X		Los estudiantes no reconocen el inverso aditivo de un número.	
Resuelve situaciones problemas contextualizados. Fases resolución de problemas polya: - Identificación y definición del problema. - Planificación de la solución. - Ejecución del plan. - Verificación.		X		Los estudiantes presentan dificultades para resolver situaciones problemas, ya que no ubican correctamente un punto en el plano.	

(Bruno, la enseñanza de los números negativos formalismo y significado, 2001)

h