

PROPUESTA DE UN MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA
FORTALECER LOS CONOCIMIENTOS DE UN PROFESOR DE GRADO QUINTO
SOBRE LA FRACCIÓN EN SU SENTIDO DE RAZÓN

JUAN FELIPE CAMACHO RÍOS
CÓDIGO 201505374



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN
ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS EXPERIMENTALES
TULUÁ
2017

PROPUESTA DE UN MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA
FORTALECER LOS CONOCIMIENTOS DE UN PROFESOR DE GRADO QUINTO
SOBRE LA FRACCIÓN EN SU SENTIDO DE RAZÓN

JUAN FELIPE CAMACHO RÍOS
CÓDIGO 201505374

Trabajo de Grado Para Optar al Título de Magíster En Educación Énfasis en
Educación Matemática y Ciencias experimentales

Asesor
Ph. D. EVELIO BEDOYA MORENO



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN
ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS EXPERIMENTALES
TULUÁ
2017

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de grado a mi madre Carmen Silvia Ríos Arias quien me ha acompañado en el transcurso de mi vida académica, brindándome todo su apoyo y amor. A mi compañera Gloria Nely Mora quien ha sido mi apoyo incondicional y mi compañía en las noches de traspasado y estudio.

A toda mi familia quienes han sabido expresarme su amor y compañía y por ultimo a mis estudiantes que en últimas son la razón de ser en mi profesión como docente.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco especialmente a mi asesor de trabajo de grado, por toda su entrega y colaboración para darle sentido e identidad a este trabajo de grado, su conocimiento, su sabiduría y sus consejos han sido un cincel que ha forjado mi percepción sobre mi profesión.

TABLA DE CONTENIDO

TÉRMINOS CLAVE	11
RESUMEN.....	13
ABSTRACT.....	15
INTRODUCCIÓN	16
AUTO ECO BIOGRAFÍA.....	18
1. EL PROBLEMA.....	22
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	24
1.1.1 <i>Formulación del problema</i>	29
1.2 JUSTIFICACIÓN	29
1.2.1 <i>Antecedentes del problema</i>	31
1.3 OBJETIVOS	32
1.3.1 <i>Objetivo General</i>	32
1.3.2 <i>Objetivos Específicos</i>	33
1.4 <i>Hipótesis</i>	33
2. REFERENTES TEÓRICO CONCEPTUALES	35
2.1 FORMACIÓN DOCENTE	35
2.1.1 <i>Necesidades de formación del profesor de matemáticas escolares del grado quinto</i>	39
2.1.2 <i>Competencias profesionales docentes</i>	41
2.1.3 <i>La Planificación Docente una competencia por mejorar</i>	44

2.2 EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DOCENTE DESDE UNA PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL.....	46
2.2.1 Educación Matemática con sentido sociocultural.	47
2.3 MODELOS LOCALES DE ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO	48
2.4 MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO	50
2.4.1 CONTEXTUALIZACIÓN CURRICULAR	52
2.4.1.1 Análisis curricular	53
2.4.2 Análisis didáctico de contenido	63
2.4.3 Análisis didáctico cognitivo.....	64
2.4.4 Análisis didáctico de la instrucción	65
2.5 CONTENIDO MATEMÁTICO ESCOLAR.....	66
2.5.1 De la fracción al número racional	67
2.5.2 La fracción un significado en su sentido de razón	73
2.5.3 Pensamiento matemático que precede la fracción en su sentido de razón.	74
2.5.4 La fenomenología de la fracción en el sentido de razón.....	76
3. METODOLOGÍA	78
3.1 MARCO METODOLÓGICO.....	78
3.1.1 Sistematización de experiencias docentes.....	78
3.1.3 El análisis didáctico como herramienta metodológica	83
3.2 PROCESO DE LA SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA DOCENTE	86
3.3.1 Duración de la aplicación	91
3.3.2 Fuentes diagnósticas	92
3.3.3 Recolección de la información	93

3.3.4 Contexto y participantes.....	95
3.3.6 Grupo de intervención.....	98
4. LAS UNIDADES DIDÁCTICAS	99
4.1 UNIDAD DE ANÁLISIS DIDÁCTICO (UAD)	101
4.2 ANÁLISIS DE CONTENIDO	104
4.2.1 Conocimiento conceptual.....	104
4.2.2 Fenomenología De La Fracción En Su Sentido De Razón	109
4.2.3 Análisis Semiótico.....	115
4.2.4 Análisis epistemológico.....	117
4.3 ANÁLISIS COGNITIVO	119
4.4 ANÁLISIS DE MEDIOS	124
4.5 UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA (UGD)	130
5 ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA EXPERIENCIA	131
5.1 ANÁLISIS DE LA INSTRUCCIÓN	131
5.2 ANÁLISIS VIDEOS DE CAMPO	134
6. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES	140
6.1 CONCLUSIONES GENERALES	140
6.2 REFLEXIONES	146
BIBLIOGRAFÍA.....	149
ANEXOS.....	154
ANEXO 1. UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA.....	154
ANEXO 2. TRASCRIPCIÓN APARTES DE VIDEO DE CAMPO	164

ANEXO 3. ANÁLISIS Y REFLEXIONES VIDEOS DE CAMPO.....	171
ANEXO 4. ENCUESTAS REALIZADAS A DOCENTES	173
ANEXO 5. ENCUESTAS REALIZADAS A ESTUDIANTES DEL GRADO UNDÉCIMO.....	176
ANEXO 6. COPIA DE APARTES DEL CUADERNO DE UN ESTUDIANTE DE GRADO QUINTO.....	180
ANEXO 7. RESULTADOS DE LA PRUEBA SABER DEL GRADO QUINTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MONTELORO	184
ANEXO 8. CONTRIBUCIONES DEL DOCENTE A LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA	189

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Diez nuevas competencias para enseñar Perrenoud (2009)</i>	<i>42</i>
<i>Tabla 2. Análisis Didáctico</i>	<i>51</i>
<i>Tabla 3. Propuesta Curricular</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 4. Las estructuras numéricas en la educación escolar</i>	<i>74</i>
<i>Tabla 5. Conocimientos previos para abordar la fracción como razón</i>	<i>76</i>
<i>Tabla 6. Fases de la sistematización según Bedoya (2017).....</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 7. Diseño Metodológico de la Sistematización</i>	<i>88</i>
<i>Tabla 8. Duración de la aplicación</i>	<i>91</i>
<i>Tabla 9. Información general de la Institución Educativa Monteloro</i>	<i>95</i>
<i>Tabla 10. Características principales de la Institución Educativa Monteloro.....</i>	<i>97</i>
<i>Tabla 11. Estructura general de una unidad didáctica Bedoya 2017</i>	<i>100</i>
<i>Tabla 12. Referentes curriculares de la fracción en su sentido de razón</i>	<i>103</i>
<i>Tabla 13. Modos de interpretar el número racional, Flórez y Torralbo 2011.....</i>	<i>107</i>
<i>Tabla 14. Principales sentidos de la palabra “fracción” (Fandiño, 2009)</i>	<i>107</i>
<i>Tabla 15. Archipiélago fraccionario (Vasco, 1994).</i>	<i>108</i>
<i>Tabla 16. Registro y representación semiótica de números racionales</i>	<i>116</i>
<i>Tabla 17. Transformaciones en las representaciones</i>	<i>117</i>

LISTA DE GRÁFICAS

<i>Gráfica 1. Competencias docentes para elaborar una Unidad Didáctica</i>	<i>43</i>
<i>Gráfica 2. Partes de la escritura fraccionaria</i>	<i>71</i>
<i>Gráfica 3. Registro en esquemas pigtograficos de fracciones</i>	<i>72</i>
<i>Gráfica 4. Registro en figuras de la fracción a través de la recta numérica</i>	<i>72</i>
<i>Gráfica 5. Gráfica 2. El doble carácter teórico y práctico del Análisis Didáctico según Bedoya (2017)</i>	<i>84</i>
<i>Gráfica 6. Análisis didáctico aplicado</i>	<i>86</i>
<i>Gráfica 7.. Muro de fracciones o Diagrama de Freudenthal</i>	<i>127</i>
<i>Gráfica 8.Circulo de fracciones</i>	<i>127</i>
<i>Gráfica 9.Rompecabezas de fracciones.....</i>	<i>128</i>
<i>Gráfica 10. Tiras de fracciones</i>	<i>128</i>
<i>Gráfica 11.Regletas de Cuisenaire</i>	<i>129</i>
<i>Gráfica 12.Domino de fracciones</i>	<i>129</i>

TÉRMINOS CLAVE

Análisis didáctico: Se refiere a un procedimiento o herramienta metódica, de amplio uso en las distintas áreas de la educación, que permite al profesor elaborar, aplicar y evaluar unidades didácticas. En este caso nos referimos al análisis didáctico planteado por los desarrollos de la Didáctica de las Matemáticas a través de los grupos de investigación PNA y GIFPME y la propuesta teórica de los organizadores del currículo, y que comprende otras subcategorías de análisis.

Análisis didáctico de carácter local: Básicamente mantiene la estructura del análisis didáctico, el carácter local refiere a componentes que permiten priorizar, modificar o flexibilizar la estructura del análisis didáctico, según el contexto de aplicación, pensado por un docente en particular, para unos estudiantes que viven en un entorno sociocultural específico y dentro de una propuesta curricular de un país.

Currículo: Se concibe como el conjunto de conocimientos, métodos, didácticas y formas de evaluación que comprende un plan de formación, el cual detalla los contenidos que se quieren enseñar, el tipo de formación que se quiere impartir, las maneras de llevar esa formación a las personas, y la utilidad del conocimiento adquirido.

Organizadores del currículo: fundamentos metodológicos y conceptuales de los criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios

para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula, criterios para la decisión de prioridades en proceso de construcción del conocimiento por parte de los alumnos, y criterios para valorar adecuadamente los aprendizajes.

Unidad de análisis didáctico: Es el producto del análisis didáctico que sirve al profesor de matemáticas para tomar decisiones entorno a la elaboración de la unidad didáctica que presentara en clase, contiene la información relevante del análisis didáctico.

Unidad guía didáctica: Es la unidad didáctica que se presenta a los estudiantes, que ha sido elaborada con base en la unidad de análisis didáctico, y que contiene algunos referentes curriculares que direccionan los procesos de enseñanza-aprendizaje sobre el objeto matemático en cuestión, y una secuencia didáctica pensada para unos estudiantes en particular.

RESUMEN

Este documento da cuenta de un Proyecto de Sistematización de una Experiencia Docente de un profesor no licenciado en matemáticas, sobre una propuesta de unidad didáctica y su aplicación curricular, alrededor de una estructura matemática conceptual relacionada a los números racionales, contenida en el grado quinto (5º) de educación básica primaria. Para la concreción del trabajo se referencian los desarrollos de Organizadores de currículo de Rico (1998), los Modelos Locales de Organizadores de Currículo de Bedoya (2002, 2011, 2017), y los desarrollos de los grupos de investigación Pensamiento Numérico Algebraico y Grupo De Investigación y Formación De Profesores En Torno Al Pensamiento Matemático Educativo. Las propuestas de estos referentes teóricos guían este trabajo hacia el conocimiento Didáctico como eje fundamental de la formación profesional de los profesores de matemáticas, fundamentado en el Análisis Didáctico aplicado en los tres contextos curriculares, nacional, institucional y de aula, para ser concretado en la construcción de una unidad guía didáctica para el aprendizaje, enseñanza y evaluación de dicho objeto matemático. Con base en los referentes teóricos propongo sistematizar mi práctica como docente en el grado quinto (5º) de educación básica primaria, haciendo una revisión curricular a los documentos que propone el Ministerio de Educación Nacional para la educación básica primaria y al plan de estudios de la Institución educativa, así como un análisis de contenido alrededor de la estructura conceptual de los números racionales, donde se considera las fracciones y con ellas el sentido de razón. Esta experiencia docente se concreta en la elaboración de una unidad guía didáctica y su

aplicación en el aula, lo que permitió el posterior análisis de la experiencia de planificación y ejecución, fundamentales en el que hacer pedagógico de la profesión docente.

ABSTRACT

This document gives an account of a project to systematize a teaching experience of an unlicensed teacher in mathematics, on a proposal of didactic unit and its curricular application, around a conceptual mathematical structure related to the Rational numbers, contained in grade five (5) of primary basic education. For the concretion of the work, the developments of organizers of curriculum of Rico (1998), the local models of organizers of curriculum of Bedoya (2002, 2011, 2017), and the developments of the research groups algebraic numerical thinking and group of research and training of professors around the mathematical educational thought are refereced. The proposals of these theoretical references guide this work towards the didactic knowledge as fundamental axis of the professional training of the professors of mathematics, based on the didactic analysis applied in the three curricular contexts, National, institutional and classroom, to be concretized in the construction of a didactic guide unit for the Learning, teaching and evaluation of this mathematical object. Based on the theoretical references I propose to systematize my practice as a teacher in the fifth grade (5th) of primary basic education, making a curricular review to the documents proposed by the Ministry of National Education for primary elementary education and To the curriculum of the educational institution, as well as an analysis of content around the conceptual structure of the rational numbers, where the fractions are considered and with them the sense of reason. This teaching experience is concretized in the elaboration of a didactic guide unit and its application in the classroom, which allowed the subsequent analysis of the experience of planning and execution, fundamental in which to make pedagogical of the teaching profession.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de grado como una sistematización de experiencia docente, muestra la elaboración e implementación de una Unidad Didáctica, relacionada con estudio de las fracciones y su sentido de razón, se desarrolló como requisito para aspirar al título de Magister en Educación Énfasis Educación Matemática y Ciencias Experimentales de la Universidad del Valle. El interés surge de las posibles dificultades de los docentes de educación básica primaria no licenciados en matemáticas, para comprender y enseñar contenidos relacionados a los números racionales, y la necesidad de buscar propuestas didácticas alternativas de formación a lo propuesto por el currículo oficial.

Desde los grupos de investigación PNA –Pensamiento Numérico Algebraico- y GIFPME –Grupo De Investigación y Formación De Profesores En Torno Al Pensamiento Matemático Educativo- (Código Grupolac COL0036156), se sigue la línea de investigación Didáctica de la Matemática, la cual cuenta con varios desarrollos en matemáticas escolares en la educación secundaria en nuestro país, y que en la actualidad surge como una alternativa de investigación e innovación en la educación básica primaria “La Didáctica de las Matemáticas es un campo científico de carácter social cuyo desarrollo es relativamente reciente y, que por esta razón y por su propia naturaleza, se encuentra aún en fase de consolidación” (Bedoya 2017, pág. 4). Consideramos la necesidad de una formación post graduada para los docentes que imparten las Matemáticas en la educación básica primaria, la “Formación inicial para maestros de primaria dedica un tiempo excesivo a la formación psicopedagógica

general y muy poco tiempo a las didácticas específicas” (Rico 1998). Nos proponemos entonces a través de la investigación y la innovación curricular y desde nuestra propia experiencia como docentes, hacer un aporte significativo a la Didáctica de las Matemáticas, que sirva de referencia a los profesores de matemáticas en ejercicio, y a los docentes en formación inicial “Toda investigación y desarrollo del currículo bien fundados han de estar basados en estudios realizados en clases escolares y sostenerse sobre el trabajo y las experiencias de los profesores” (Bedoya 2017, pág. 7).

Las fracciones y sus diferentes representaciones han sido tratadas en diferentes investigaciones, tales como la de (Fandiño M, 2009). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. *Bogotá: Magisterio, y la de* (Flores, 2011). Los significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria. Esto demuestra que son un tema propio de las matemáticas escolares, no es un tema agotado ya que existen dificultades evidenciadas en las pruebas estandarizadas para la educación básica primaria en nuestro país, esto sumado a la dificultades que presentan los profesores de básica primaria que en su mayoría no son licenciados en matemáticas, motivan este trabajo de investigación. Un valor agregado direccionarlo desde el propio trabajo en el aula, ya que es justo en este escenario en donde se conocen las verdaderas dificultades y necesidades para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

AUTO ECO BIOGRAFÍA

Cuando decidí estudiar licenciatura en educación básica con énfasis en educación física recreación y deporte en la Universidad Central Del Valle, tenía ya 25 años de edad. Había pasado por diferentes empresas del turismo y la gastronomía, ejerciendo como; mensajero, mesero, cajero, auxiliar contable, chofer, entre otras. La decisión entonces de ingresar a una carrera universitaria fue tomada más por mi empatía a temprana edad por el deporte y la diversión, que por sentir una vocación docente. Ingrese a la universidad con el mejor promedio en los exámenes de admisión, y no tarde destacarme con mi rendimiento académico, las asignaturas en la licenciatura que ofertaba la UCEVA recorrían desde la medicina, la pedagogía y la didáctica, hasta las disciplinas deportivas más populares en la sociedad. En tercer semestre ya tenía ofertas para ser profesor de natación, el primer empleo que conseguí fue con el club de natación Estrellas del Pacífico de la ciudad de Tuluá, con sede en las piscinas olímpicas. Allí mismo logre reconocimiento y un año después era entrenador del club Orcas, encargado de entrenar a las diferentes categorías de la selección Tuluá de natación, donde me puse al frente de la categoría menores.

El mundo de la universidad fue alternado con el trabajo como instructor de natación y algunos contratos que realizaba con el Instituto Municipal para el Deporte y la Recreación, relacionados con la promoción y la prevención de la salud en mujeres gestantes. Terminé mis estudios en 2010 con el mejor promedio en el examen SABER PRO 133.38 en cuanto al histórico del programa universitario 99. El trabajo de grado

fue reconocido tanto por la universidad como por revistas especializadas fuera del país; <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-308534.html> . Un par de años antes de graduarme ya trabajaba en la institución educativa María Auxiliadora de la ciudad de Tuluá, de carácter privado, en donde me desempeñaba como profesor de educación física desde preescolar hasta el grado once, labor que alternaba con la instrucción en natación. Seis meses después de graduarme ya estaba vinculado a la educación pública como docente de aula en básica primaria. Iniciar como docente en educación básica primaria fue algo difícil, ya que ahora debía impartir todas las asignaturas al grado tercero, la formación universitaria no me dejó en un buen nivel para afrontar dicha labor, ya que si bien algunas asignaturas abordaron la pedagogía y la didáctica, fue de manera muy general y no las didácticas específicas de cada disciplina.

Es muy común que los docentes de básica primaria enseñen matemáticas más por intuición, apoyo en los libros, o el conocimiento recordado de la educación escolar, a que enseñe matemáticas porque haya sido algo que aprendió en la universidad. Diciéndolo de otra forma, las prácticas profesionales me enseñaron a tener manejo de grupo y a dirigir una clase de educación física, pero no me formaron para enseñar matemáticas. El énfasis de la carrera era de educación física, pero antes del énfasis está el título de licenciatura en educación básica y eso parece obviarse cuando uno detalla el pensum de la misma.

Una vez inmerso en la educación pública y a fuerza de querer aprender y querer enseñar, me integré a un equipo que lideraba el área de matemáticas en el nivel de básica primaria. Esto junto con las capacitaciones del programa todos aprender y el apoyo de las tutoras encargadas de hacer el acompañamiento, propicio que me preparara mejor para enseñar matemáticas. A mediados del año 2015, fui nombrado como docente de aula en básica primaria, en la institución educativa Monteloro del sector rural del municipio de Tuluá, dicha institución no contaba con un docente licenciado en matemáticas, en el nivel de básica primaria, revisando mi perfil y evidenciando los trabajos que desarrollaba en el aula en cuanto al área de matemáticas, el señor rector me puso al frente para revisar y actualizar el plan de área de matemáticas. Fue así como llegue a aplicar al programa becas para la excelencia docente del ministerio de educación, siendo admitido en la Universidad del Valle sede Tuluá, dentro del programa de maestría en educación énfasis matemáticas y ciencias experimentales.

Afrontar la Maestría ha sido difícil puesto que los docentes esperaban que fuéramos licenciados en matemáticas o ciencias experimentales y en su gran mayoría no era de esa manera. Asumir la posición de un docente intelectual, crítico y profesional es una decisión personal y para lo cual se requiere tener unas competencias y concretarlas en acciones. La oferta que hace actualmente el Ministerio de Educación de becas para que los docentes realicen una maestría, es fundamental para mejorar la calidad educativa en nuestro país, ya que por la experiencia vivida pienso que el pregrado en las diferentes licenciaturas ofertadas por la universidades, no preparan lo suficiente a

un docente, para impartir clase de matemáticas en la educación básica primaria, asumir la maestría en Educación matemáticas y ciencias experimentales, te brinda otra dimensión como profesional, y te anima a querer más la profesión docente.

1. EI PROBLEMA

La elaboración de una unidad didáctica para enseñar las fracciones, es fundamental para la concreción de una propuesta curricular en el grado quinto de la educación básica primaria, para tal fin un profesor de matemáticas debe recurrir a una revisión del contenido curricular, libros de textos oficiales y privados, e incluso propuestas ya diseñadas que puede encontrar en internet. Sin embargo lo anterior no es suficiente para lograr una comprensión compleja de un objeto matemático por parte del profesor y su posterior enseñanza en el aula que desarrolle un eficaz y provechoso pensamiento matemático en los estudiantes.

Es necesario que un profesor de matemáticas recurra a la Didáctica de las Matemáticas como campo de investigación, para potenciar su conocimiento matemático y didáctico, los cuales constituyen la principal fuente de información y formación didáctica profesional, así como los instrumentos que permite al profesor de matemáticas elaborar, aplicar y evaluar, unidades didácticas. La propuesta curricular y el conocimiento didáctico se convierten en las herramientas principales para la planeación docente.

Para concretar en la práctica las directrices curriculares y didácticas es necesario diseñar y desarrollar un conjunto de actividades, estructuradas en una unidad didáctica. Esta unidad está dirigida a un grupo concreto de alumnos y se refiere a un contenido matemático específico y está enmarcada en un contexto

determinado. Para realizarla el profesor necesita conocer y dominar ciertos conocimientos y ciertas técnicas e instrumentos fundamentales y útiles, relativo a este contenido y este contexto. (Bedoya, 2017, p.41) citando Coll y Rico

En cuanto a la elaboración de unidades didácticas el profesor por lo general no las realiza de manera metódica e intencionada, con ajustes al contexto específico de aplicación, y en la actualidad el profesor funge en la mayoría de los casos como un técnico aplicador. Si bien se considera que todo profesor en ejercicio docente está en formación continua, surge la necesidad de una formación post graduada que transforme al docente en un investigador que aporte a los desarrollos curriculares, según (Bedoya, 2014, p.6) “El ideal es que, en un proceso de innovación, la especificación del currículo aliente a una investigación y un programa de desarrollo por parte del profesor, mediante el cual, este mejore progresivamente la comprensión de su propia labor y perfeccione su enseñanza”.

Los desarrollos del grupo PNA y GIFPME consideran el análisis didáctico como una estrategia y/o herramienta metódica fundamental, que potencia el conocimiento matemático, la formación continua y las competencias profesionales de un profesor de matemáticas, para diseñar unidades didácticas, que a su vez aporta al continuo desarrollo del currículo de Matemáticas, BEDOYA en particular propone el análisis didáctico de carácter local, enfatizando en las necesidades de contextos específicos de enseñanza y aprendizaje. Se determina que esta propuesta pretende dar respuestas fundamentadas científicamente, a la necesidad de la educación matemática escolar de

mejorar los procesos de concreción didáctica en el aula. En relación a los desarrollos de los grupos antes mencionados, sustentan sus desarrollos en la propuesta teórica de los organizadores del currículo (Rico,1997, 1998) y de los modelos locales de organizadores del currículo (Bedoya 2002, 2001), la propuesta contenida en este trabajo de grado recurre a estos referentes teóricos para la elaboración, implementación y análisis de una propuesta de unidad guía didáctica, alrededor de la abstracción matemática; La fracción en su sentido de razón, perteneciente a la estructura conceptual de los “números racionales” en el grado quinto de educación básica primaria , dentro de la institución educativa de carácter público Monteloro ubicada en la zona rural del municipio de Tuluá.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los docentes se mueven dentro de un contexto específico, de cierta forma más que un contexto es un campo disciplinar con ciertas características particulares, que se puede concebir como una comunidad donde existen unos marcos teóricos conceptuales, unas maneras, unas metodologías etc. En la actualidad existe un diagnóstico que nos permite reconocer problemáticas en la educación de nuestro país, en las cuales los docentes, siendo parte del proceso educativo se ven inmersos. El gobierno nacional de Colombia en cabeza del Ministerio de Educación ha puesto en marcha acciones con la meta clara de mejorar la educación en todos sus niveles. Una de esas acciones es el programa de formación docente a través del título “Becas para la excelencia docente”. Es necesario entender que si bien uno de los objetivos del

ministerio es evidenciar avances a través de los resultados en las diferentes pruebas externas, lo que en realidad garantiza una notable mejora en los procesos de enseñanza-aprendizaje, es hacer propuestas de desarrollo e innovación curricular, fundamentadas en teorías y desarrollos científicos, entendiendo que el conocimiento científico garantiza una mejor solución de los problemas, en este caso el problema de la educación en Colombia.

El docente de básica primaria, y en especial el docente de la zona rural, se desempeña en la modalidad Multigrado, es decir debe enseñar en los grados de transición a quinto, en todas las asignaturas, lo que implica una dificultad en la planeación de las clases, en cuanto a tiempo y conocimiento, por lo que se ha dispuesto de una serie de guías didácticas para la enseñanza de las matemáticas. El mayor porcentaje de profesor de básica primaria en la educación pública en nuestro país no son licenciados en matemáticas, y al revisar algunos de los planes de estudio que ofrecen las Universidades en las distintas licenciaturas en educación básica con sus diversos énfasis, se evidencia insuficiencia en la didáctica de las matemáticas. Los documentos referentes curriculares suelen ser la herramienta con la cual los profesores planifican las clases, sin embargo, según (Bedoya 2017, Pág.14) “los documentos oficiales para el currículo de matemáticas no proporcionan información suficiente para utilizar de manera efectiva los componentes para la planificación de temas y unidades”

Podría pensarse, según los criterios de selección de profesores en la educación pública en nuestro país, que no es necesario que el docente que imparte Matemáticas en educación primaria, sea un licenciado especialista o Didacta en educación matemática escolar y que su formación inicial es suficiente para tal encargo. En contraposición a esto, la realidad parece ser otra “Lo profesores de matemáticas presentan acusadas carencias formativas en psicología, pedagogía, sociología de la educación, epistemología, historia y didáctica de la matemática, lo cual implica una desconexión entre su trabajo profesional y las bases y desarrollos teóricos correspondientes” (Rico, 1997). De ahí surge la necesidad de una formación Postgraduada para profesores de matemáticas en ejercicio docente. Esta formación debe sustentarse en conocimientos matemáticos, didácticas y competencias específicas para la enseñanza de las matemáticas, y son los grupos de investigación PNA -pensamiento numérico algebraico- en el contexto internacional y GIFPME -Grupo De Investigación y Formación de Profesores de Matemáticas en torno al Pensamiento Matemático Educativo- entre otros en el contexto nacional, a través de la línea de investigación Didáctica de las Matemáticas, quienes se han centrado en los desarrollos e investigaciones en el campo de formación de profesores de matemáticas.

Una formación postgraduada, y en el marco de una maestría podría derivar en una investigación que aporte conocimiento científico y didáctico a la educación matemática escolar y específicamente a los profesores de matemática “El valor particular de la investigación científica en educación es tal que podrá capacitar a los educadores para desarrollar la clase de conocimientos sólidos que caracteriza a otras profesiones y

disciplinas, y que le asegurará a la educación una madurez y sentido de progreso del que carece en el presente.” Cohen & Manion (1990). La formación postgraduada deberá entonces desarrollarse en el marco de la labor docente, pues es el aula de clase donde se concreta una propuesta educativa y en donde el profesor (ahora investigador) podrá analizar con fundamentos teóricos la planificación y aplicación de unidades didácticas.

Los referentes mencionadas anteriormente, concretan sus propuestas teóricas a través del Análisis Didáctico, entorno a un contenido u objeto matemático escolar, para Rico (2011) el “Análisis Didáctico expresa un conjunto de conceptos y de métodos que alcanzan un uso generalizado, manejado por los grupos de investigación constituidos en el área de Didáctica de la matemáticas”, el análisis didáctico favorece la producción de unidades didácticas, que enriquecen el campo científico de la Didáctica de las matemáticas.

Dentro de las competencias profesionales de un profesor de matemáticas, se encuentran las que permiten la planificación de una clase, sin embargo en muchas ocasiones la planificación se copia de textos escolares, cartillas y contenidos prediseñados sobre un contenido escolar determinado, es decir la planificación pasa a ser una lista de aplicación de contenidos y el docente funge como un técnico aplicador, esto demuestra, como lo dice RICO, una “desconexión” entre su labor profesional y los desarrollos teóricos e investigativos. En el caso de los docentes no licenciado en matemáticas, que imparten clases de matemáticas en básica primaria, el conocimiento

del contenido suele ser insuficiente, lo que de cierta manera justifica la forma de planeación antes mencionada. El ideal es que dichos profesores dentro de su formación postgraduada enriquezcan sus conocimientos matemáticos y didácticos, que les permita tener los elementos necesarios, no solo para planear de manera acertada las clases, sino además tener la capacidad de producir unidades didácticas sobre un contenido específico.

¿Bajo qué parámetros y competencias profesionales docentes debería un profesor de matemática planear una clase, que cumpla asertivamente los objetivos de enseñanza – aprendizaje?, ¿Qué desarrollos teóricos en formación de profesores de matemáticas y pensamiento numérico algebraico de los grupos de investigación PNA y GIFPME, podrían ayudar a potenciar las competencias de un profesor de matemáticas para planificar las clases y diseñar unidades didácticas sobre un contenido determinado?

La pretensión de este trabajo de grado es evidenciar que una planeación a la luz de las propuestas teóricas que enmarcan la Didáctica de las Matemáticas, podría transformar los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, en particular para nuestro interés un contenido específico, la fracción en su sentido de razón (números racionales) en el grado quinto de la institución educativa Monteloro, de la zona rural del municipio de Tuluá.

1.1.1 Formulación del problema

¿Qué conocimientos de la Didáctica de las Matemática puede emplear un profesor, para realizar un análisis didáctico que le permita planificar, implementar y analizar una unidad didáctica que potencien los procesos de enseñanza – aprendizaje de la fracción en su sentido razón en quinto grado de educación básica primaria de la institución educativa Monteloro de la ciudad de Tuluá?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Los resultados en la prueba saber para el grado quinto del nivel de básica primaria en la institución educativa Monteloro evidencian dificultades en la comunicación, razonamiento y resolución de problemas en relación a las fracciones. Por otra parte las evaluaciones internas realizadas por los docentes en las diferentes sedes, ratifican dichas dificultades. Lo anterior permite concluir que se debe trabajar para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en torno a esta abstracción conceptual de la matemática escolar. Una de las maneras que aportaría a dicha necesidad, es mejorar los conocimientos matemáticos y las competencias profesionales docente para la planificación de clases Rico (2012) “la planificación docente es una de las competencias profesionales clave para el profesor y que ésta menos desarrollada en los planes de formación de profesores”.

Debe entenderse que las competencias profesionales que permiten la planificación docente son en parte generales y en parte específicas a cada área de la educación escolar, ya que si bien al elaborar una unidad didáctica, se puede compartir una parte de la estructura la misma, cada campo disciplinar acude a desarrollos didácticos y teóricos propios, en el caso de las matemáticas escolares, es la Didáctica de las Matemáticas. El conocimiento didáctico del contenido matemático, la propuesta curricular, las dificultades y errores en el aprendizaje y las herramientas e instrumentos didácticos para la enseñanza, son los elementos principales que aporta el análisis didáctico a la planificación docente del profesor de matemáticas.

El trabajo de grado aparece de la dificultad que tienen los docentes que imparten matemáticas en la educación básica primaria, de mi preocupación como docente de aula y la necesidad de mejorar el desarrollo del pensamiento matemático de mis estudiantes. Se puede deducir entonces, que existen vacíos conceptuales y metodológicos para que el profesor planifique las clases, así como desconocimiento de la forma adecuada de utilizar herramientas didácticas especialmente diseñadas para las matemáticas (regletas de Cuisenaire, bloques Dienes, bloques multi base etc.), lo que indica que se debe enriquecer las competencias profesionales de los profesores de matemáticas de básica primaria. Más allá de los resultados de las pruebas externas que propone el Ministerio de Educación Nacional, existe cierta dificultad y apatía por parte de los estudiantes hacia el área de las matemáticas, es posible que la falta de una buena planificación incida en dicha circunstancia.

Las Didácticas de las Matemáticas desde los desarrollos del grupo PNA y las líneas de investigación derivadas del mismo han avanzado en los desarrollos teóricos, conceptuales y procedimentales, que hacen un aporte significativo a mejoramientos de las competencias profesionales docentes para la planificación, aprovechar dichos desarrollos y concretarlos en la planificación, aplicación y análisis de una unidad guía didáctica, para luego determinar conclusiones y aportes, es una de las pretensiones de este trabajo de grado.

1.2.1 Antecedentes del problema

Dentro del campo de la Didáctica de las Matemáticas, en su línea de investigación Análisis Didáctico, se han realizado diversos estudios e investigaciones alrededor de las fracciones en sus diferentes significados, siendo el significado de la fracción como parte-todo la más recurrente dentro de dichos estudios y el significado (sentido) de razón uno de los menos tratados. A nivel internacional las fracciones han sido tratadas en diferentes investigaciones, el grupo de investigación PNA desde España y sus representantes de Latinoamérica han realizado diferentes análisis didácticos de los números racionales y dentro de ellos han tratado la fracción y sus diferentes significado, los trabajos más recientes son; Enseñanza y aprendizaje de los números racionales y sus operaciones, castro y flores (2011), Números racionales, Flores y Torralbo (2015).

En el ámbito nacional se destacan los trabajos; enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad Obando (2014), Análisis didáctico de una propuesta instruccional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la institución educativa San Vicente, Corrales (2013).

Una de las constantes en los diferentes trabajos de investigación en torno a las fracciones y específicamente en torno a su sentido de fracción, es que se realizan en el marco de la educación básica secundaria, lo que le da más valor a este trabajo de grado, ya que es realizado por un docente de básica primaria como estrategia de formación e innovación curricular.

1.3 Objetivos

Resultado del planteamiento del problema y la pregunta problema, mencionados anteriormente, este trabajo de grado a través de una sistematización de experiencia docente se plantea:

1.3.1 Objetivo General.

Desarrollar un estudio de profundización en la Didáctica de las Matemáticas, que permita reseñar algunos conocimientos didácticos, alrededor de un contenido matemático escolar perteneciente al grado quinto de básica primaria, Las fracciones en

su sentido de razón, que fortalezca la competencia de planificación docente y derive en elaboración, implementación y análisis de una unidad didáctica.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Conocer y utilizar desarrollos en la Didáctica de las Matemáticas escolares que permitan introducir elementos constitutivos de la razón como elemento constitutivo de la fracción.
- Implementar un modelo local de Análisis Didáctico que permita fortalecer las competencias para la planificación de un docente del grado quinto, en torno a la fracción en su sentido de razón.
- Realizar una unidad de análisis didáctico que permita planificar y concretar una propuesta de unidad guía didáctica para la enseñanza de la fracción en su sentido de razón en el grado quinto.

1.4 Hipótesis

Creemos que una formación postgraduada dentro del marco de una maestría, que promueva el análisis didáctico como herramienta metódica para profundizar en el conocimiento de un objeto matemático específico, contenido dentro de las matemáticas escolares, podría mejorar el conocimiento didáctico y las competencias profesionales docentes de un profesor de matemáticas de quinto grado de educación primaria, y esto a su vez le permitirá elaborar unidades didácticas para mejorar los procesos de

enseñanza-aprendizaje, favoreciendo el aprendizaje significativo y enmarcado dentro de un contexto específico.

2. REFERENTES TEÓRICO CONCEPTUALES

El marco teórico y conceptual que se propone a continuación, permite conocer los conceptos básicos para la comprensión y el desarrollo de este trabajo, además de plantear las diferentes propuestas teóricas que fundamentan dicho desarrollo. También se propone referenciar el conocimiento existente y disponible que puede estar vinculado directa o indirectamente con el planteamiento del problema. En su mayoría se recurre a la línea de investigación Didáctica de las Matemáticas y los desarrollos y propuestas de grupo PNA, así como a las propuestas de Modelos locales que siguen la misma línea. Se acude igualmente a desarrollos del campo disciplinar Didáctica de las Matemáticas que no estén necesariamente en la misma línea de investigación, pero que de algún modo se han considerado importantes.

2.1 FORMACIÓN DOCENTE

Toda sociedad o país determina contenidos, objetivos y métodos para la educación de sus ciudadanos, a través de un currículo prescrito, este currículo tiene a ser dinámico, es decir, se transforma al mismo ritmo en que cambia los objetivos sociales, políticos y económicos. Sin embargo, parece ser ignorado que la concreción del currículo sucede en el aula de clase y su dinamización se da por la intervención directa del docente, de ahí que países que han conseguido trascender a un nivel más alto en sus estándares educativos, valoren suficientemente la labor docente, lo que se

manifiesta en; un plan inicial de formación exigente, selección rigurosa de docentes para la educación escolar y sueldos que dignifican la profesión docente.

La formación inicial debe ser considerada fundamental para los objetivos de una sociedad, ya que quienes se forman dentro de ella, son los futuros profesores de las diferentes áreas del conocimiento, que dicho antes son los responsables de la concreción de una propuesta curricular. Perrenoud (2009) propone diez criterios a los que debería responder una formación profesional docente de alto nivel, los cuales mencionaremos y analizamos con el objetivo de corroborar y justificar, porque desde este trabajo de grado se piensa que la formación inicial en nuestro país es insuficiente para ejercer como profesores de educación básica primaria y porque es importante este trabajo de formación dentro de una maestría.

El primer criterio corresponde a una transposición didáctica fundada en el análisis de las prácticas y de sus transformaciones; faltar a dicho criterio supondría una desarticulación entre las necesidades reales para el desempeño en el aula y los contenidos, objetivos y métodos que ofertan los créditos o asignaturas en las diferentes programas de pregrados para la profesión docente, al respecto Perrenoud (2009) comenta “ La formación de docentes es sin duda una de las menos provistas de observaciones empíricas metódicas sobre las prácticas, sobre el trabajo real de los profesores”.

El segundo criterio que queremos destacar es un plan de formación organizado en torno a competencias; las competencias docentes son importantes para desempeñarse profesionalmente en la educación escolar, para Perrenoud (2009) el trabajo real en el aula, permite identificar los conocimientos y competencias requeridas para hacer aprender en tales condiciones, y el reconocimiento de una competencia atiende a los problemas y situaciones que debe manejar un docente, como también las formas de explicitar los saberes para los estudiantes.

El tercer y último criterio es una selección de saberes, favorable a su movilización en el trabajo; la propuesta de Perrenoud (2009) frente a este criterio responde a que la formación inicial para docentes incluya unidades pluridisciplinarias de formación en donde se incluya las didácticas específicas de cada disciplina, es decir el saber lo suficiente de lo que se va a enseñar y por otra parte las formas o enfoques didácticos para enseñarlo, que corresponde a lo procedimental.

Aparece después de la formación inicial, la formación post graduada como una necesidad para especializar el conocimiento docente y en nuestro caso en el área de las matemáticas escolares. La formación docente de profesores de matemáticas, es fundamental para las metas educativas que se proponga un país, así como la concreción curricular de una propuesta educativa, pero además es quizás el propósito más importante que se han planteado los grupos de investigación en la línea Didáctica de las matemáticas, Bedoya (2017, p.12) comenta al caracterizar el marco conceptual y metodológico para los trabajos realizados en la línea de investigación PNA “Una de

estas nociones consiste en la concepción del futuro profesor de matemáticas como un profesional formado, reflexivo y autónomo, con dominio de las matemáticas escolares, de su didáctica y su pedagogía, para lo cual se supone que se necesita un plan de formación inicial y permanente que le aporte los conocimientos, saberes y competencias necesarias”.

El interés en la formación profesional que reviste la mayoría de investigaciones alrededor de la formación de profesores de matemáticas, surge como necesidad de caracterizar y diferenciar los requerimientos conceptuales, didácticos y pedagógicos de del profesor de matemáticas, con respecto al profesor de otras áreas de la educación escolar, (Rico, 1997, pág. 25) comenta “El desempeño adecuado de esta actividad profesional, que consiste en la educación de niños y jóvenes mediante las matemáticas exige el desarrollo y la puesta en práctica de un complejo plan de formación”. Es necesario comprender que si bien la profesión docente comparte de manera general algunos conocimientos, competencias y desarrollos científicos, la educación matemática escolar enmarcada en toda la importancia que como sociedad se le ha dado, demanda una formación profesional especializada, que a su vez acuda a un campo disciplinar y científico con unos desarrollos e investigaciones que la sustenten.

Antes de encausarnos en las necesidades formativas de un profesor de matemáticas, es pertinente revisar el término (profesor de matemáticas), en este sentido Rico y Sierra (1991, pág. 22) proponen el término educador matemático, y justifican el sentido de esto a través de la pregunta: ¿Quién es un educador

matemático? Respondiendo también “Entendemos por educador matemático a toda persona que pretenda (ayudar a) formar o instruir a otra, u otras personas mediante las matemáticas, es decir, considerar las matemáticas, en todo o en parte, como objeto de educación para las personas a cuya formación, conocimiento y desarrollo está contribuyendo” con esta definición pretenden más allá de un cambio semántico del término (profesor de matemáticas), mostrar la necesidad de caracterización profesional para dicha disciplina en pleno desarrollo, a través de “Una fundamentación disciplinar propia, de un núcleo específico de conocimientos científicos sobre los cuales basarse” (Rico y Sierra, 1991, p.22). Estos dos autores, reconocen que existen unos desarrollos teóricos, conceptuales y procedimentales en las matemáticas a través de la historia, pero enfatizan en que tales desarrollos en la mayoría de los casos no han sido pensados para la enseñanza de las matemáticas escolares.

En los discursos actuales y en la misma bibliografía del grupo PNA se habla de la formación de profesores de matemáticas, e incluso el grupo GIFME refiere a la formación de profesores de matemáticas escolares, razón por la cual este trabajo de grado seguirá utilizando el término –Profesor de Matemáticas-.

2.1.1 Necesidades de formación del profesor de matemáticas escolares del grado quinto.

La formación del profesor de Matemáticas, responde a una necesidad global, puesto que las matemáticas son una disciplina universal, en ese sentido cada sociedad define

la manera cómo prepara a los profesores de matemáticas. Los desarrollos de grupo PNA conciben dos tipos de formación para profesores de Matemáticas, la formación inicial y la formación continua, desde este trabajo de grado se plantea que, dentro del contexto educativo nacional, y las disposiciones del ministerio de educación nacional, en donde los maestros de básica primaria no necesariamente son licenciados en matemáticas, surge la necesidad de pensar en un tercer tipo de formación; La formación postgraduada en el marco de una maestría. Esta formación a nuestra manera de ver es necesaria y se concreta en procesos de investigación e innovación dirigidos científicamente, esto no indica necesariamente que los profesores no sepan de matemáticas, pero sí, que es necesario que accedan a la enseñanza de las matemáticas escolares desde la Didáctica de las Matemáticas como campo disciplinar y de desarrollo científico.

Un profesor de matemáticas de grado quinto necesita tener un conocimiento específico del contenido matemático, pero un conocimiento que vaya más allá de lo convencional, es decir aquel que se ha pensado para enseñar matemáticas escolares, “Este conocimiento se muestra al emplear las estructuras conceptuales en que los conceptos se insertan, al dominar los sistemas de representación con los que se expresan, y también al identificar aquellos modos de usos que delimitan sus sentidos” (Segovia y Rico, 2011), También es necesario que conozca la propuesta curricular a través de los documentos referentes de calidad del MEN (Ministerio de Educación Nacional).

Situándonos en la educación básica primaria, la formación postgraduada en el marco de una maestría y la característica recurrente de profesores no licenciados en matemáticas que atienden estos tópicos, es productivo pensar en la conformación de comunidades de formación docente en Didáctica de las Matemáticas, en donde varios docentes se reúnen periódicamente, de manera presencial o virtual, para socializar sus propuestas, debatir posiciones y aplicar metodologías de investigación en propósitos comunes. Lo anterior potenciaría conocimientos y competencias docentes del profesor de matemáticas tales como, el conocimiento del contenido, el uso de herramientas didácticas, la planificación de clase y la concreción en el aula.

2.1.2 Competencias profesionales docentes

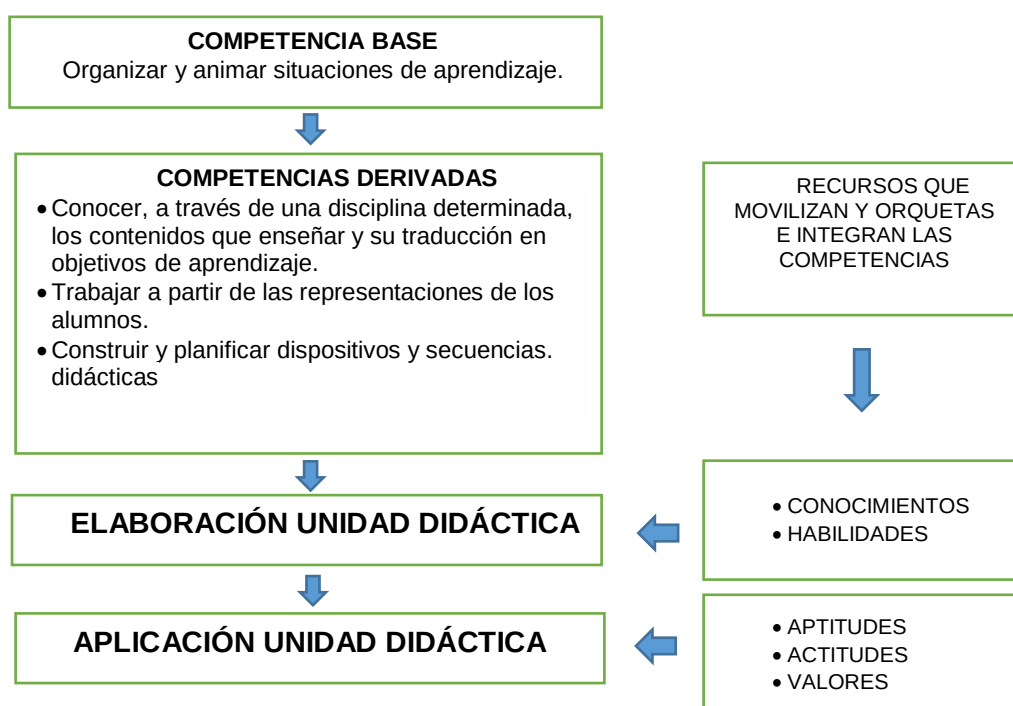
Los docentes como profesionales deben adquirir y desarrollar ciertas competencias inherentes a su profesión, las cuales garantizan un desempeño eficiente y eficaz de sus funciones, pero además garantizan que los procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir el propósito más elevado de la profesión docente se lleven a cabo con éxito dentro de una propuesta curricular. (Perrenoud, 2009) define “una competencia como la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizandole a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, microcompetencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento”, Perrenoud (2009) propone “Diez nuevas competencias para enseñar” pensadas para docentes de educación básica.

1. Organizar y animar situaciones de aprendizaje.
2. Gestionar la progresión de los aprendizajes.
3. Elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación.
4. Implicar a los alumnos en su aprendizaje y en su trabajo.
5. Trabajar en equipo
6. Participar en la gestión de la escuela.
7. Informar e implicar a los padres.
8. Utilizar las nuevas tecnologías
9. Afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión.
10. Organizar la propia formación continua.

Tabla 1. Diez nuevas competencias para enseñar Perrenoud (2009)

Se suele definir las competencias docentes como; conocimientos, habilidades, aptitudes, actitudes y valores, Perrenoud (2009) sostiene que estas no son competencias, sino que las competencias más bien, movilizan, orquestan e integran tales recursos. Esta movilización u orquestación es pertinente a cada situación y como cada situación es única, necesariamente una competencia implica flexibilidad.

Teniendo en cuenta las necesidades que surgen de este trabajo de grado, y habiendo resaltado la importancia de las competencias docentes para la planificación de clase y los conocimientos necesarios para elaborarla, queremos ubicarlas dentro de las diez competencias que propone el autor, aclarando que estas diez nuevas competencias fueron diseñada por Perrenoud a partir de una lista más extensa, y que en ese sentido una contiene a varias.



Gráfica 1. Competencias docentes para elaborar una Unidad Didáctica

Las competencias profesionales docentes del profesor de matemáticas son específicas a su área y al nivel educativo en que se desempeña, esto debido a que demanda el conocimiento de unos contenidos determinados de las matemáticas escolares, así como el saber planificar las formas de llevar esos conocimientos al aula, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes. Las competencias

docentes definen el perfil que debe tener un profesor, es decir lo que debe saber, lo que debe saber hacer, cómo debe actuar, que debe saber utilizar. Para (Rico, 1997, pág. 19) el profesor de matemáticas “necesita conocimientos sólidos sobre los fundamentos teóricos del currículo y sobre los principios para el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas” son entonces la competencia profesionales docentes que necesita un profesor de matemáticas para planificar una unidad didáctica tales como; conocer los contenidos a enseñar y su traducción en objetivos de aprendizaje y construir y planifica dispositivos y secuencias didácticas, las que consideramos más importantes desde este trabajo de grado, ya que son el puente entre la teoría y la práctica, entendida la práctica como la concreción y aplicación de la unidad didáctica en el aula.

2.1.3 La Planificación Docente una competencia por mejorar.

Los profesores de básica primaria deben planificar clase para todas las asignaturas que propone el currículo, cuando un profesor se enfrenta por primera vez a esta situación, inicia el verdadero camino en búsqueda de adquirir los conocimientos necesarios para desarrollar las competencias necesarias para dicha tarea. La realidad dista mucho del ideal, y es entendible que un profesor que planea clase para once asignaturas recurra a planes de aula ya diseñados por otros profesores, páginas de internet o libros de textos propuestos por el currículo, pero planificar clase para las áreas fundamentales, en especial las matemáticas, contiene un significado más profundo. En el caso de planificar la clase para el área de matemáticas, el profesor

debe tener según (Rico, 1997, p.39) “criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula; prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte del alumno y, finalmente, criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores”, un profesor no licenciado en matemáticas que se enfrente a la tarea de planificación, carece del conocimiento Matemático Didáctico específico y de herramientas metódicas que le permitan realizar una buena planificación.

Podría pensarse, que si bien los docente de básica primaria no son licenciado en matemáticas, los documentos y textos que les brinda el currículo son más que suficientes para planificar la clase, sin embargo para (Rico, 1997, p.40) “Los documentos curriculares sólo aporta un marco de referencia, que no es exhaustivo”, y en cuanto a herramientas como las cartillas del programa “Todos aprender” son libros de textos creados en otros países, por lo tanto se dificulta su aplicación en nuestro contexto. Para impartir una buena educación de matemáticas en básica primaria es necesario que los profesores mejoren la competencia de planificación, no a través de la experiencia, sino en el escenario de una formación postgraduada que le permita acceder a las didácticas de las matemáticas y formarse en Análisis Didáctico.

2.2 EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DOCENTE DESDE UNA PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL.

En la actualidad y desde hace ya unas décadas atrás, el aprendizaje de las matemáticas ha cobrado una gran importancia en la sociedad, esto se ve reflejado en las diferentes pruebas internacionales a que son sometidos los estudiantes y la relevancia que le dan los gobiernos a dichos resultados, es decir que creemos como sociedad global, que las matemáticas son la base del desarrollo tecnológico, científico, económico entre otros, y por consiguiente todos deben saber muchas matemáticas. Estos supuestos alejan a las matemáticas de ser una disciplina atractiva, cuyo desarrollo y comprensión se debería hacerse al gusto, necesidad y capacidad del individuo inmerso dentro de una cultura, quizás esta sea una de las razones por las que las matemáticas son el “coco” entre las asignaturas escolares, quizás muchas veces no le encuentran sentido o quizás la propuesta de aula no está encaminada a un aprendizaje con sentido, Rico, Flores, y Ruiz, (UNO revista de Didáctica de las Matemáticas no 70 2015, p.51) comentan “los estudiantes aprenden con sentido de manera activa cuando elaboran significados e identifican sentidos en situaciones personales, sociales y científicas, no cuando acumulan información pasivamente”.

Tan importante como el aprendizaje es la enseñanza de las matemáticas, y es aquí en donde no se equipara el interés del gobierno en relación con la enseñanza, es necesario que se piense el aprendizaje desde la enseñanza, puesto que una buena enseñanza garantiza un buen aprendizaje, esto se logra mejorando la formación

profesional del profesor de matemáticas, a través de la Didáctica de las Matemáticas aplicada a nuestro contexto. Este trabajo se enmarca dentro de un contexto específico; una propuesta curricular en el área de las matemáticas, una institución educativa ubicada en la zona rural, un grado de escolaridad, unos estudiantes inmersos en una cultura campesina y un docente no licenciado en matemáticas. Estas características contextualizan y sitúan la problemática dándole el carácter de local.

2.2.1 Educación Matemática con sentido sociocultural.

Las investigaciones alrededor del origen de las matemáticas, refieren que desde épocas muy antiguas, las diferentes culturas han desarrollado el pensamiento matemático, y que a nuestros días, se ha formalizado, y planteado en estructuras matemáticas y sistemas de representación. El pensamiento matemático es una abstracción universal, un lenguaje que nos conecta, necesario para comprender los diferentes fenómenos simples y complejos que nos plantea la existencia, también fuente del desarrollo científico. En la actualidad vivimos el auge de la globalización, hemos encontrado la forma de que la mayoría de culturas, por lo menos las más desarrolladas, no solo se comuniquen, sino que intercambien sus investigaciones, avances y desarrollos en las diferentes disciplinas del conocimiento. Se puede hablar entonces de que existe una preocupación en la educación mundial por desarrollar el pensamiento matemático, la pregunta es, ¿se está haciendo de manera correcta? , (Bishop, 1999, p.20) plantea que “Enseñar a los niños a hacer matemáticas destaca el conocimiento como «una manera de hacer». (Continúa Bishop) En cambio, mi opinión

es que la educación matemática se ocupa, esencialmente, de «una manera de conocer». Estamos llevando las matemáticas al aula como un cúmulo de conocimientos que el niño debe aprender, cuando la manera correcta sería que el niño desarrolle pensamiento matemático a través del hacer, este hacer debe aplicarse de una forma realista y personal, es decir a partir de situaciones problemas de la vida cotidiana del estudiante. Aprender matemáticas debería percibirse como una tarea sencilla, no como un cúmulo de dificultades, el contenido y las tareas deberían abordarse desde actividades cotidianas, cercanas al entorno, su cultura, o al interés propio de los estudiantes. Los estudiantes encontrarán sentido a las matemáticas, cuando adviertan la respuesta a la pregunta ¿para qué me sirven las matemáticas? y el camino más completo a esa respuesta está en desarrollar su pensamiento matemático a través de situaciones inmersas en cultura, Rico (1997, p.24) comenta “ Las matemáticas son un ingrediente básico de la cultura, pues existe en un medio social y humano determinado, constituyendo un modo importante de relación y comunicación entre personas, que da forma y permite expresar múltiples actividades del hombre”

2.3 MODELOS LOCALES DE ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO

Los organizadores del currículo son aquellos criterios a los que acude un profesor de matemáticas para planificar y concretar la clase, según Rico (1997, p.39) por lo general estos criterios “Se ajustan a los cuatro componentes generales del currículo: contenidos, metodología, objetivos y evaluación”. En su propuesta teórica de organizadores del currículo, (Rico, 1992; 1997) “propone la necesidad de una

reformulación innovadora y local del currículo de matemáticas, considerando nuevos organizadores para los diferentes niveles de concreción” Esto quiere decir que si bien un profesor de matemáticas debe conocer la propuesta curricular; contenido matemático escolar, metodología de aplicación del contenido, objetivos de la educación matemática y la forma de evaluar, estos elementos no son suficientes para planificar unidades didácticas para enseñar matemáticas. Para Bedoya (2001, 2002) “la propuesta de los organizadores proporciona a la comunidad de educadores matemáticos un marco teórico y metodológico más amplio en su generalidad, pero específico en los aspectos profesionales relacionados con la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas”.

A la propuesta teórica de “organizadores del currículo”, Bedoya, (2001, 2002) le incorpora el término “local”, surgiendo la propuesta de “Modelos locales de los organizadores del currículo”, Esta propuesta no desestima las categorías generales de los organizadores de currículo, sino que advierte que hay unas características que sitúan a un docente en un grado escolar determinado, con alumnos inmersos en una contexto sociocultural específico, una institución educativa, una propuesta curricular etc. Bedoya, (2001, 2002) comenta sobre su propuesta “por su carácter local y parcial, cada modelo impone una estructura e incluso un tipo de funcionamiento del currículo. Además, creemos que solo de este modo, resultara factible el desarrollo gradual de propuestas curriculares y de formación didáctica de los profesores de matemáticas, validadas mediante la práctica sistémica y reflexiva a través del análisis didáctico”. En conclusión esta propuesta brinda un marco teórico y práctico organizador, base del

análisis didáctico, fundamental para la planificación y la concreción de propuestas curriculares y didácticas específicas.

2.4 MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO

En este subcapítulo, se describe la generalidad conceptual y teórica del modelo local de análisis didáctico, que permite adoptar el análisis didáctico como herramienta metodológica que direcciona este trabajo de grado.

El término análisis didáctico tiene diversas concepciones y usos en las diferentes disciplinas de la educación, como método tiene una gran riqueza y diferentes corrientes filosóficas, Rico (2013, P.2) comenta que el término (análisis didáctico) “Puede describir un proceso de delimitación o escrutinio de aquello que es fundamental, mediante lo cual algo se puede explicar o reconstruir”. Haciendo una consulta rápida, se puede tratar de dar una interpretación semántica al término (análisis didáctico); la primera acepciones de la palabra “Análisis” en el diccionario de la Real Academia es: 1. m. Distinción y separación de las partes de algo para conocer su composición (<http://dle.rae.es/?id=2Vga9Gy>). En cuanto a la palabra “didáctico, ca” la tercera acepción es: 3. m. que tiene como finalidad fundamental enseñar o instruir. (<http://dle.rae.es/?id=DhRTzsG>).

Resumiendo, el análisis didáctico es un método que tiene como finalidad indagar los diferentes componentes que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La Didáctica de la Matemática ha utilizado este término desde sus inicios, según (Rico, 2013, Pág. 1) “análisis didáctico, expresa un conjunto de conceptos y de métodos que alcanzan un uso generalizado, manejado por los grupos de investigación constituidos en el área de Didáctica de la matemática”. (Gómez, 2007) dice que “con el análisis didáctico se pretende proporcionar a los profesores en formación un procedimiento sistemático para análisis de un tema concreto de las matemáticas escolares, de tal forma que la información que surja de ese análisis les sea útil para diseñar una unidad didáctica, fundamentar y justificar ese diseño y llevarlo a la práctica”.

La propuesta de análisis didáctico de carácter local, surge como complemento de la propuesta teórica de organizadores del currículo de Bedoya (2001, 2002) y se destaca por tener en cuenta el contexto nacional, institucional y de aula, así como las necesidades específicas del profesor que realiza el análisis didáctico con el propósito de diseñar una unidad didáctica. Bedoya, (2015, pág. 2) en su propuesta de modelo local de análisis didáctico propone 4 dimensiones o categorías para el análisis didáctico

ANÁLISIS DIDÁCTICO	Análisis didáctico del currículo
	Análisis didáctico de contenido
	Análisis cognitivo
	Análisis de instrucción

Tabla 2. Análisis Didáctico

En el subcapítulo siguiente se inicia un análisis de tipo curricular puesto que este es el que contextualiza o localiza el trabajo e grado, siendo fundamental para concretar posteriormente el marco metodológico.

2.4.1 Contextualización curricular

La contextualización curricular hace parte del análisis didáctico, esta contextualización permite indagar en la propuesta curricular, teniendo en cuenta los documentos oficiales y lo que ellos direccionan en cuanto a contenidos matemáticos, metodologías, objetivos de enseñanza y evaluación. Antes de desarrollar los otros elementos del análisis didáctico es necesario una mirada escrutadora, analítica y crítica por parte de profesor, de este modo a la vez que atiende las disposiciones oficiales y contextualiza la propuesta educativa, advierte falencias y necesidades para complementarla. La contextualización curricular se hace en los tres niveles explicado en la siguiente tabla.

PROPUESTA CURRICULAR		
MEN	IE	AULA
(Ministerio de Educación Nacional) -Lineamientos -Estándares -DBA (derechos básicos de aprendizaje)	(Institución educativa) -plan de estudios -Plan de aula	(Aula de Clases) - Plan de aula

Tabla 3.Propuesta Curricular

2.4.1.1 *Análisis curricular*

El currículo según (Rico, 1992) debe entenderse como “una estructura o sistema organizado de conceptos, que atienden a las funciones básicas y fundamentales de un sistema educativo”. Pero además explica cómo esta estructura debe tener en cuenta los procesos dinámicos de cambios de la sociedad. Se entiende además que el currículo concreta la planificación de una propuesta educativa establecida por un gobierno para sus ciudadanos (medio social), la impulsa y la evalúa periódicamente. Siguiendo los desarrollos y las propuestas teóricas de los referentes que sustentan este trabajo de grado, es preciso indagar la propuesta curricular en Colombia, con el objetivo de enriquecer el marco de referencia contextual, haciéndole un análisis crítico y propositivo que lo complemente. Esto sin perder de vista el objeto de estudio matemático; la fracción en su sentido de razón.

En Colombia el currículo se concreta en tres contextos; el nacional a través del MEN ministerio de educación nacional, el Institucional a través del PEI proyecto educativo institucional, y el aula a través del plan de aula. La propuesta curricular en Colombia propone como referentes nacionales dos documentos principales; los Lineamientos generales de cada área del conocimiento (1998) y los estándares generales y específicos de cada área del conocimiento (2002), estos últimos contenidos en el documento (No 3 del MEN), desde ese entonces han venido siendo trabajados y modificados periódicamente, lo que cumple con el planteamiento de Rico, respecto a que una propuesta curricular debe responder a cambios en la dinámica de social.

En los últimos años ha surgido un documento que se podría considerar un referente nacional; Los llamados DBA derechos básicos de aprendizajes, formulados para todos los grados de los diferentes niveles educativos. Es necesario aclarar que los DBA hacen referencia concretamente a unos aprendizajes que se esperan el estudiante debe adquirir en cada nivel educativo. Si bien en la actualidad educativa que vive nuestro país el modelo pedagógico predominante es el constructivista, y esto se puede evidenciar en todo el discurso pedagógico que desde el ministerio se despliega a través no solo de los textos y documentos de referencia nacional, sino además de las diferentes capacitaciones presenciales, los DBA pareciera estar más bien formulados desde el conductismo, es decir de entrada plantean unos contenidos que debe saber si o si, cada persona según su grado escolar. Poner un contenido matemático o de cualquier otra área en un estatus de derecho, representa una intencionalidad social enmarcada en políticas económicas modernas. Desde una mirada crítica se hace necesario plantearse algunas preguntas al respecto. ¿Son los DBA una herramienta de presión, para que el profesor focalice sus esfuerzos en la enseñanza de unos contenidos específicos? ¿Son los DBA una herramienta de evaluación, no para evaluar al estudiante, sino para evaluar al profesor?

Los lineamientos curriculares de matemáticas

Los lineamientos inician, reconociendo a la educación como la causa principal del progreso, los avances y el desarrollo de una sociedad, además de visionar la necesidad de unas nuevas metas educativas para el nuevo milenio que se ajusten a los cambios y necesidades que demanda la globalización. En cuanto al conocimiento

matemático, los lineamientos hacen un barrido histórico nacional sobre los conceptos matemáticos que se han enseñado desde mediados del siglo pasado; en los años cincuenta y cuarenta los contenidos conceptuales de la matemática giraban alrededor de la teoría de conjuntos y la lógica matemática, narran cómo el lanzamiento de la onda satelital Sputnik por parte de los Soviéticos, dio paso a la renovación de la enseñanza de las matemáticas como iniciativa de los norte Americanos, con miras de preparar nuevos científicos. Esto dio paso a las llamadas “Matemáticas modernas” las que hacían énfasis en las estructuras abstractas y la profundización en el rigor lógico a través de la teoría de conjuntos y el cultivo del álgebra. En Colombia estos cambios se sustentaron en los decretos 1710 de 1963 y 080 de 1974. En los años setenta y ochenta después de percibirse desventajas en este modelo educativo matemático, se abrió una discusión entre quienes lo defendían y quienes consideraban regresar a lo básico; es decir las operaciones básicas entre números naturales y **fraccionarios**. En 1978 se propuso una reforma en la enseñanza de las matemáticas, que pretendía superar las limitaciones de las dos posiciones anteriores, esta nueva propuesta fue llamada enfoque de sistemas y propuso que el maestro en su enseñanza se acercara a las distintas regiones de las matemáticas; **los números**, la geometría, las medidas, la estadística y la misma lógica y los conjuntos, estas dos últimas desde una nueva perspectiva. De cierta forma se proponía ya en el aula iniciar la enseñanza desde lo concreto, para partir de ahí hacia los sistemas conceptuales esperando que se terminara en las representaciones simbólicas. Posteriormente se realizaron algunos ajustes en la ley 115, ley general de la educación en 1994. Finalmente los lineamientos hacen un barrido por el cómo conciben los docentes de la época (1998) el

conocimiento matemático escolar. Considerado en general como fundamental las habilidades para resolver problemas de la vida práctica, para usar ágilmente el lenguaje simbólico, los algoritmos y el desarrollo del pensamiento lógico formal. Los lineamientos consideran el conocimiento histórico y epistemológico de las matemáticas, fundamentales para que un docente entienda las dinámicas sociales que han propiciado cambios en el currículo y la conexión de las matemáticas con otras disciplinas científicas.

Los lineamientos instan a que por momentos el trabajo del alumno simule la actividad científica, en donde no solo apropie conocimientos y teoría de las matemáticas sino que además pueda utilizarlas o aplicarlas. Para resolver problemas o situaciones que puedan ser socializados, analizados y discutidos en el aula.

Los lineamientos plantean 5 pensamientos matemáticos que deben ser promovidos por el docente en el aula, a través de contenidos matemáticos; **el pensamiento numérico**, el pensamiento espacial, el pensamiento métrico, el pensamiento aleatorio y el pensamiento variacional. Advirtiéndose además que si bien cada uno de estos requiere de un sistema para su tratamiento, comprensión y enseñanza, este no agota las posibilidades de enseñanza del mismo. Propone también cinco procesos que ayuden a organizar el currículo de matemáticas en un todo armonioso y que a través de los cuales se trabaja la competencia matemática en el aula de clases, estos son: el razonamiento, la resolución y planteamiento de problema, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Los lineamientos consideran el interés Internacional que hubo por la evaluación de los resultados de la educación matemática. Además de las evaluaciones nacionales sobre la calidad educativa, realizadas por el ICFES desde 1991. Y diversas investigaciones realizadas por las universidades nacionales, además de grupos de investigación del ministerio sobre la calidad de la educación matemática en los grados de básica primaria. Esto demuestra que el área de matemáticas ha sido objeto de estudio, de seguimiento y preocupación por parte del gobierno estatal.

Los lineamientos citan a Rico refiriéndose a la labor docente “el saber curricular es un elemento básico para su desempeño profesional, dado que es éste el instrumento que permite en últimas planificar una formación” esto indica que un maestro en ejercicio y formación, debe comprender la propuesta curricular de referencia, ya que es esta la que le va a direccionar las formas, los contenidos, los métodos etc. que se van a llevar a aula de clase. Los lineamientos plantean la formación docente de la siguiente manera “En consecuencia, la formación de maestros deberá ser entendida como un proceso a través del cual un sujeto se hace profesional en un campo disciplinar específico, la Educación Matemática” y para ello contempla 4 fases, profesionalización; que responde según el documento los estudios de licenciaturas y especializaciones. Actualización; lo demarca como una labor no solo del docente ya en ejercicio, sino además ser generada por las universidades a través de la oferta de diversos programas. Innovación; la concibe como el acto por el cual el maestro reflexiona sistemáticamente sobre sus prácticas y a la luz de las teorías, produce conocimiento para posteriormente ser socializado. Y por último investigación; entendido como el lugar desde donde se

produce conocimiento disciplinar, indica que esta parte de la formación profesional inicia en las maestrías y se consolida en los doctorados. En este punto los lineamientos son muy claros en hacer una distinción entre maestro innovador y maestro investigado. Deja bien claro que un maestro no puede ser ambas cosas a la vez. “Nótese que en este momento se está haciendo una distinción entre maestro investigador e innovador, en tanto que son actividades claramente diferenciadas, pero igualmente válidas ante la comunidad académica. Ahora bien, no se trata de que un maestro no pueda realizar investigaciones, se trata de que mientras se dedique a realizar la investigación, su rol es el de investigador y no el de maestro. En síntesis, un maestro puede ser investigador, lo que no puede es ser ambas cosas a la vez.” (Pg.99). Este planteamiento un poco radical, se contrapone a los tres grandes propósitos de la propuesta de Análisis Didáctico de Bedoya, ya que desde en ella se contempla la postura de un docente en formación continua, que puede a través de realizar Análisis Didáctico, innovar y a la vez investigar su propio que hacer docente.

Estándares básicos de competencias en matemáticas (documento No 3)

Los estándares advierten en un principio que si bien la Ley general de la educación, promueve la autonomía en la educación escolar a través del PEI proyecto educativo institucional de cada institución, también se pronuncia sobre la necesidad de tener unos referentes nacionales comunes, que incorporen a los planes de estudio los propósitos educativos del país a través del ministerio de educación. El punto de partida de los estándares, fueron los lineamientos que anteriormente analizamos. Y dentro del mismo documento da una definición de estándar; “es un criterio claro y público que permite

juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad” en este sentido se espera que los estándares direccionen, el diseño del currículo, el plan de estudio, la producción de textos escolares, el diseño y las practicas evaluativas etc. Los estándares también son unos referentes que permite evaluar los niveles de desarrollo de competencias que van alcanzando los estudiantes a través de la vida escolar. Los estándares hacen más referencias sobre las competencias, en el caso de las matemáticas sobre los procesos y pensamientos, que sobre los contenidos. Nótese que los estándares en matemáticas no hablan de competencias matemáticas, sino de procesos generales; el razonamiento, la resolución y planteamiento de problema, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Y pensamientos matemáticos; el pensamiento numérico, el pensamiento espacial, el pensamiento métrico, el pensamiento aleatorio y el pensamiento variacional. Este detalle que podría pasarse por alto y dar pie a que se pueda interpretar los procesos como las competencias matemáticas, es preciso tenerlo claro. Para los lineamientos es a través de los procesos y los pensamientos, que los estudiantes desarrollan competencia matemática.

Los estándares hablan de una coherencia vertical, este es un punto muy importante para este trabajo de grado, en especial para la comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje que a través de los grados escolares encadenan el concepto de número, de relación fracción-razón y proporción. La coherencia vertical explica como los contenidos matemáticos a través de los pensamientos matemáticos están

organizados por grupos de grados; para la educación básica primaria se agrupan los grados primero, segundo, tercero y por otro lado los grados cuarto y quinto. Los contenidos y conocimientos del segundo grupo, involucran los del grado anterior, esto con el propósito de garantizar el desarrollo de competencias en los estudiantes. También los estándares hablan de una coherencia horizontal en matemáticas, se espera que el diseño curricular de cada institución se desarrolle de manera integrada los distintos pensamientos matemáticos y no cada uno por separado.

Al igual que los lineamientos los estándares de matemáticas se formulan desde el ministerio, pero siguiendo los desarrollos de la comunidad colombiana de educadores de matemáticas, es decir parece dejar claro los dos documentos, que el gobierno trabaja en equipo con esa comunidad, sin embargo el gobierno contrata a quienes a su criterio representan esa comunidad. Una gran deuda de la educación matemática en nuestro país es conformar una asociación nacional de profesores de matemática, que genere una posición clara, científica y crítica, sobre las didácticas, métodos y modelos mediante los cuales se deba impartir la enseñanza de las matemáticas en la vida escolar. Esto mantendría alejado los intereses políticos y económicos que subyacen de todo el entramado educativo en nuestro país. Por ejemplo las políticas editoriales, que manejan a su modo los contenidos matemáticos y cuyas producciones están más permeadas por los intereses económicos, que por el interés científico y los desarrollos e innovaciones didácticas.

Los estándares esperan del docente un conocimiento conceptual, que se relaciona con el ¿saber qué? Y ¿saber por qué? la primera comporta del docente un análisis conceptual y semiótico de los contenidos matemáticos y la segunda comporta un Análisis fenomenológico e histórico. De los cinco pensamientos matemáticos, analizaremos en este apartado; el pensamiento numérico y sistemas numéricos, ya que pensamos que es en este pensamiento en donde está inmerso nuestro objeto de estudio matemático, la fracción en su sentido de razón.

Los lineamientos plantean el uso y la comprensión de los significados de los números y de la numeración, de la relaciones entre estos y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Hacen una breve reseña histórica ya no del contexto nacional, sino a nivel global de los sistemas de numeración; En el siglo XIII se empezó a adoptar en Europa el sistema indo-arábigo. Entre el siglo XIV y XIX, la enseñanza de la aritmética escolar se redujo en la práctica al manejo de este sistema de numeración para los naturales y de su extensión para los **racionales positivos o “fraccionarios”**. Pero en el siglo XX hubo una proliferación muy grande de otros contenidos matemáticos en la educación básica y media. Estos nuevos contenidos matemáticos incluyeron el estudio de los números enteros, los números reales, los números complejos y algunos sistemas de numeración antiguos como el sistema de numeración binario, hexadecimal entre otros, “es conveniente aclarar, por ejemplo, que durante la edad antigua y media ni siquiera las razones entre dos números de contar se consideraban como verdaderos números, hoy en día se aceptan como una nueva clase de números, llamados precisamente “racionales” (por la palabra latina “ratio” que

significa “razón”). Estos nuevos contenidos suponen una gran carga académica para los estudiantes y una gran carga conceptual para los docentes. Los diferentes sistemas de numeración, la relación y sus posibilidades de operación están inmersos en todo el entramado curricular a lo largo de la vida escolar, entendiéndose en ellos una coherencia vertical, en donde para comprender un sistema se hace necesario haber comprendido el anterior.

“El paso de concepto de número natural a número racional necesita una re conceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número”, según los lineamientos, ejemplo de ello es la comprensión de medidas en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir, estas situaciones llevan al número racional como medidor o como operador amplificador o reductor, representados usualmente en fracciones como $\frac{3}{4}$, o por decimal como “0,75” o por un porcentaje como el “75%”. Existen otro tipo de situaciones en donde es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes, en este caso es expresado a través de frases como; “3 de 4” o “3 por cada 4” o “relación de 3 a 4” o su abreviatura “3:4”. Toda esta re contextualización de números naturales a otros sistemas numéricos, implican cambios en las operaciones y relaciones entre ellos. Un mundo complejo de abordar no solo para los estudiantes, sino además para los maestros, en especial los maestros de educación básica que sin ser especialistas o licenciados en matemáticas, deben encargarse de la enseñanza de las mismas en el nivel de básica primaria.

2.4.2 Análisis didáctico de contenido

Concibiendo el Análisis Didáctico como una herramienta metódica que utiliza el profesor de matemáticas para potenciar su conocimientos y competencias para la planificación, o como Gómez (2011, p.2) lo describe “Un procedimiento para organizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”, el análisis didáctico de contenido es fundamental dentro de dicha herramienta metódica, ya que posibilita que la concreción en el aula de clase sea exitosa. Cuando un profesor de matemáticas aborda un eje temático, es decir un contenido, con miras de planificación, es necesario que detalle los componentes del análisis de contenido en relación con lo que se pretende enseñar; estos componentes son; los conceptos, los sistemas de representación, la fenomenología y la epistemología. Este análisis le permite al profesor; identificar los distintos significados que tiene un concepto, los diferentes fenómenos que le dan sentido, las múltiples representaciones y símbolos que lo estructuran, y una breve mirada histórica que le permite ponerlo en contexto. De todos los componentes del Análisis Didáctico el análisis de contenido resulta ser el más útil para el profesor de matemáticas de grado quinto de básica primaria, puesto que como ya se ha mencionado en la problematización, dichos docentes no tienen una formación en Didácticas de las matemáticas, y desconocen en gran parte la riqueza semiótica, fenomenológica y conceptual de muchos objetos y estructuras matemáticas.

2.4.3 Análisis didáctico cognitivo

Este análisis se centra en el estudiante, en aquellos aspectos que dificultan la comprensión de las matemáticas. (Rico, 1997, p.125) comenta “El aprendizaje de las matemáticas genera muchas dificultades a los alumnos y estas son de naturalezas distintas”, Rico las clasifica en:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos.
- Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
- Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
- Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Los desarrollos de los grupos de investigación e innovación a los que acude este trabajo de grado, han detectado y sistematizado las dificultades más recurrentes para cada tema de las matemáticas escolares, de tal manera que la pretensión en esta categoría de análisis es recurrir a dichos desarrollos sobre las fracciones y la fracción en su sentido de razón. Lo que pretende esta categoría de análisis es ahondar en las dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de un objeto matemático específico, si bien la mayoría de desarrollos y estudios se han realizado por fuera del contexto nacional, siguen siendo un referente de análisis, aunque el ideal sería que esta categoría fuera objeto de investigación por sí sola, de algún trabajo de grado, y así tendríamos una aproximación más ajustada al contexto local.

2.4.4 Análisis didáctico de la instrucción

El análisis de instrucción se centra en “el diseño, selección y secuenciación de las tareas que conforman la unidad didáctica que se está planificando” (Lupiañez, 2009, p.70), esta categoría en nuestro modelo local, recoge y define los materiales y recursos para la enseñanza y las funciones de gestión en el aula. Las tareas tienen como propósito activar la iniciación del conocimiento de los estudiantes según (Lupiañez, 2009, p.5) los estudiantes “construyen y actúan sobre los objetos, físicos, mentales o simbólicos. Que forman parte de un tema de matemáticas” las tareas son pensadas con un propósito de aprendizaje y deben demandar interés, y ser pensadas. Siguiendo a Lupiañez el análisis didáctico de instrucción debe contener la siguiente estructura.

Adecuación: planificar tareas compatibles con el objeto matemático que se está trabajando y que guarden una secuencia de dificultad ascendente. Dichas tareas deben compaginar con los resultados de análisis didáctico cognitivo.

Complejidad: las tareas y actividades comportan cierto nivel de complejidad para los estudiantes y pensar en una variedad de complejidad a lo largo de planificación de la unidad didáctica permite mayores posibilidades de comprensión.

Resolución de problemas y modelización: Potencializa la capacidad de los estudiantes para resolver propuestas de diversos problemas dentro y fuera de su entorno.

Empleo de materiales y recursos: Los materiales y recursos permiten que los estudiantes interioricen y comprendan los objetos matemáticos, y en especial en las

matemáticas existen materiales y recursos sin los cuales sería más difícil la enseñanza de las matemáticas.

Los materiales y recursos demandan la necesidad que tiene el profesor de matemáticas de conocerlos y utilizarlos. Dichas herramientas tienen una fundamentación teórica y han sido desarrolladas dentro de las Didactas de las matemáticas. Según Rico (1997, pág. 155) “Los materiales, recursos y actividades generan un campo de problemas en la educación matemática, pero también como tema de investigación”. Una de las grandes falencias que se han evidenciado en el contexto de la educación básica primaria por parte de los profesores de matemáticas es el desconocimiento de materiales didácticos tales como, las regletas de Cuisenaire, los bloques de Dienes , el muro de fracciones, los bloques multibase etc. Para su utilización no es suficiente con tenerlo a disposición, sino que es preciso conocer su aplicación didáctica para la enseñanza específica de un objeto matemático.

2.5 CONTENIDO MATEMÁTICO ESCOLAR

Nos referimos en este subcapítulo al conocimiento Didáctico del contenido matemático escolar que debe tener el profesor de matemáticas del grado quinto, sobre las fracciones y su sentido de razón. De acuerdo con (Rico, 1979), “el Conocimiento Didáctico (CD) en torno a un contenido determinado, constituye la principal fuente de información y el instrumento que permite al profesor de matemáticas desarrollar las distintas actividades profesionales de planificación curricular y diseño de unidades

didácticas que le competen”. Es preciso indicar que el contenido matemático que aborda este trabajo de grado (Las fracciones en su sentido de razón) es un contenido prescrito por el currículo, pero tratado ampliamente en la Didáctica de las Matemáticas como campo disciplinar, es además recurrente en los ejes temáticos de las matemáticas escolares no solo en Colombia, sino en otros países.

2.5.1 De la fracción al número racional

Hablar de fracciones quizás pueda generar ruido, ya que quienes estén inmersos en el mundo de las matemáticas esperarían escuchar sobre números racionales, sin embargo quien haya estado relacionado con la educación básica primaria podrá corroborar que tanto el currículo como los libros de textos refieren al término “números fraccionarios o fracciones”, es entonces una acepción aceptada dentro de las matemáticas escolares para referirse a los números racionales positivos. Esto que pareciera simple, es quizás lo primero que un profesor de matemáticas de básica primaria del grado quinto, debería saber sobre fracciones. Hans Freudenthal (1986, cap. 5, pág.2), que para algunos podría parecer un referente lejano en el tiempo, pero al cual otros tantos no dejan de acudir, incluso citarlo en sus investigaciones, nos da una aproximación a la explicación de porqué no es inapropiado hablar de fracción. “Las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional – una fuente que nunca se seca. “Fracción” —o lo que le corresponda en otras lenguas— es la palabra con la que entra el número racional, y en todas las lenguas que conozco está relacionada con romper: fractura.” En cuanto al lenguaje, puede entenderse que es mucho más

asequible la palabra fracción para un niño, que el concepto complejo de número racional, más complejo aún si se tiene en cuenta que en los primeros grados de la educación básica primaria se introduce el concepto de números naturales.

En cuanto a los contenidos o ejes temáticos de la educación escolar, el currículo introduce la fracción desde el grado tercero, hasta el grado quinto. Pero es fundamental que el profesor de matemáticas advierta que intrínsecamente desde que se enseñan reparticiones simples de elementos, pasando por la noción y la modelación de la división, se inicia con la enseñanza del concepto de fracción, y que además existe una coherencia vertical propuesta por el Ministerio de Educación Nacional a través de los estándares básicos “Esta organización secuencial que atiende a grupos de grados supone que aquellos estándares de un grado involucran los del grado anterior” (Documento No 3 del MEN, 2006, p.15). Es importante que el docente de quinto grado conozca desde donde viene la noción de fracción en los grados inferiores, y hacia dónde apunta en los primeros grados de la educación básica secundaria, es decir la meta sería el entendimiento complejo de los números racionales.

Otra situación que se presenta con frecuencia en la educación básica primaria con respecto a las fracciones, y que además tiene que ver con el Análisis de Contenido, en la subcategoría de análisis conceptual, es que las fracciones por lo general son presentadas con dicho título en el grado (3º) y cuando más adelante en los grados (4º) y (5º), aparecen temas como; proporciones, razones y porcentajes entre otros, son tratados como temas aislados o sin conexión con las fracciones. Es entonces

competencia del profesor de matemáticas del grado quinto de básica primaria tener en cuenta la variedad de sentidos y representaciones que tienen las fracciones, derivadas de los fenómenos a los que pueden asociarse en el mundo real, no solo como simple referente del conocimiento del profesor, sino además para que al ser concretado su planificación en el aula, los alumnos puedan tener una mejor comprensión del entramado numérico conceptual al que apunta la enseñanza de las fracciones.

Fracción viene del termino latino “fractio” parte obtenida al romper, no se puede pensar que el termino original sea especifico de las matemáticas ni que la acción representa un rompimiento en partes iguales. El símbolo $\frac{a}{b}$ según registros fue utilizado por primera vez por Fibonacci Pisano (1202) allí fueron llamados números rotos o pedazos, la línea fraccional fue llamada “vírgula o bastoncillo”, parece ser que el bastoncillo fue utilizado antes en las matemáticas árabe y griega. Las palabras numerado y denominador no tienen un origen cierto, pero se formalizo su uso en el siglo XV en Europa. En la literatura de la didáctica de las matemáticas, como en las propuestas curriculares existen diferentes definiciones de la fracción, como lo veremos a continuación:

Fracción:

1. f. División de algo en partes.
2. f. Cada una de las partes separadas de un todo o consideradas como separadas.
3. f. Mat. Expresión que indica una división. (Real Academia Española, 2017)

Fracción: La fracción indica la relación que existe entre la cantidad de parte iguales de un todo y el total de partes iguales que le constituyen. (Zoom a las matemáticas 5,2015)

Fracción: una fracción se puede emplear para expresar el cociente de dos números naturales, puede emplearse también para expresar una unidad de medida, puede expresar una razón, puede utilizarse para indicar una región, puede emplearse para indicar la parte de un conjunto de elementos. (SIMBOLOS matemáticas aplicada 5, p.96, 2014)

Fracción: Es el nombre más simple de cierto número racional. (Freudenthal, Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, capítulo 5, página 2, 1983)

Fracción: la primera representación de los números racionales que apareció en la historia. (Torralbo, Matemáticas para maestros de educación primaria, Pág. 197, 2011)

Fracción: par ordenado de números enteros con la condición de que el segundo sea distinto de cero, el termino fracción viene del latín fractio que significa romper. (Torralbo C. y., Didáctica de las Matematicas en la educación primaria, pág. 287, 2008)

La fracción o las fracciones tienen según diferentes autores varios sentidos, Tomamos los diferentes sentidos que le da (Fandiño, 2009), las cuales están muy acordes a los contenidos de las matemáticas escolares.

- Parte de una unidad-todo a veces continúa a veces discreta.
- La fracción como cociente
- La fracción como relación
- La fracción como operador

- La fracción como probabilidad
- La fracción como porcentaje
- Las fracciones en los puntajes
- Las fracciones como número racional
- La fracción como punto de una recta orientada
- La fracción como medida
- La fracción como indicador de cantidad de elección

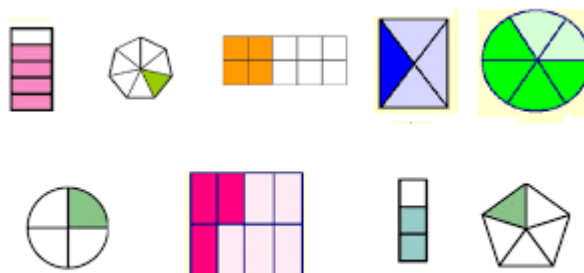
El sentido de la fracción más recurrentes en el currículo escolar de básica primaria es; la fracción como parte de una unidad-todo y por lo general es el sentido del cual se parte para la enseñanza de las fracciones, lo que de algún modo limitad la comprensión de los diferentes sentidos de la fracción.

Las fracciones son representadas en su mayor parte a través del lenguaje aritmético a través de la escritura fraccional $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6} \dots$ esta representación semiótica puede resultar una limitante para la comprensión de los diferentes sentidos de la fracción, en cuanto a que por lo regular se le relaciona con el sentido parte todo. Las partes de este tipo de representación son:



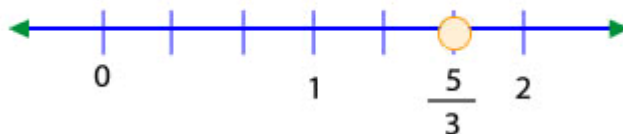
Gráfica 2. Partes de la escritura fraccionaria

Otro registro semiótico que se utiliza frecuentemente para representar las fracciones, es el pictográfico, a través de una figura geométrica plana.



Gráfica 3. Registro en esquemas pictográficos de fracciones

Quizás el registro de la fracción en figuras, a través de la representación recta numérica es la más compleja de comprender en la educación básica primaria



Gráfica 4. Registro en figuras de la fracción a través de la recta numérica

En la matemática escolar se trata de utilizar los diferentes tipos de representaciones del objeto matemático para llegar a una comprensión más amplia del mismo.

2.5.2 La fracción un significado en su sentido de razón

“La fracción tiene significado de razón cuando lo que se simboliza con ella es la relación entre dos cantidades o conjuntos de unidades. En ese caso se le conoce también como relación parte a parte” (Torralbo, 2008, p.290) .El tiempo que se le dedica a la fracción en su sentido de razón en el grado quinto, no parece suficiente para su comprensión por parte de los estudiantes, ni para hacer la conexión que estas tienen con objetos matemáticos de los grados que le preceden, esto podría mejorar si la planificación de aula está permeada por el conocimiento matemático y el análisis didáctico. Una razón puede ser representada a través de la escritura fraccional, esquemas pictográficos entre otras representaciones. Quizás esto supone una dificultad para su comprensión, ya que la misma representación para el sentido parte todo, se puede aplicar al sentido de razón. Sin embargo una escritura formal de la razón, supone otra escritura diferente de la fraccional. Un ejemplo es 4:3 se lee, cuatro es a 3.

Los sistemas de numeración en su estructura, y dentro de las matemáticas escolares, han sido distribuidos con propósitos de entendimiento pedagógico en los diferentes grados, como lo muestra la siguiente tabla.

Grados Escolares				
1-2-3	4-5	3-4-5-6-7	8-9	10-11
				Números Reales
			Números imaginarios	
		Números Racionales (Fracción-Razón)		
	Números Enteros			
Números Naturales				

Tabla 4. Las estructuras numéricas en la educación escolar

La introducción a la fracción en su sentido de razón está planteada por el currículo en los grados cuarto y quinto de básica primaria, sin embargo existen por lo menos dos motivos que impiden una buena concreción de los procesos de enseñanza-aprendizaje de este objeto matemático. La primera tiene que ver con las deficiencias en el desarrollo del pensamiento matemático con las que llegan los estudiantes a estos grados, la segunda se relaciona con las dificultades para la planificación y concreción en el aula por parte de los profesores de matemáticas de básica primaria.

2.5.3 Pensamiento matemático que precede la fracción en su sentido de razón.

En los diferentes niveles educativos escolares, se evidencia las dificultades que presentan los estudiantes para dar tratamiento al concepto de fracciones, una de las

razones es la dificultad que de por sí presenta esta estructura numérica en su variedad de sentidos, representaciones y propiedades. Según Fazio y Siegler, (2010, p.6) “comprender fracciones es esencial para el aprendizaje de álgebra, geometría y otros ámbitos de la matemática superiores” lo que demuestra que las fracciones no son un tema aislado del contenido matemático escolar, y que para llegar a una comprensión con sentido de ellas, es necesario desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes en torno a los contenidos distribuidos en los diferentes grados de la educación escolar. La educación básica primaria juega un papel muy importante en tales fines, ya que es dentro de ella y a través de las fracciones que se funden los cimientos para una mejor comprensión de la estructura de los números racionales.

Dentro del ciclo de básica primaria la fracción en su sentido de razón como objeto matemático es tratado primordialmente en el grado quinto, esto supone que deben existir algunos conocimientos previos que debe tener en su haber cada estudiante que facilitan la comprensión de dicho objeto matemático. En la siguiente tabla muestra a nuestra manera de ver esos conocimientos.

primero - segundo	• Conteo: El estudiante comprende que los números sirven entre otras cosas para representar cantidades. • Repartos equitativos: El estudiante puede distribuir un conjunto de objetos en partes iguales a un número pequeño de destinatarios. • Reparticiones unitarias: El estudiante comprende que puede repartir una unidad entre varios destinatarios.(Ejemplo una chocolatina entre 4 destinatarios)
	• División: El estudiante reconoce la noción de dividir cantidades.

Tercero – cuarto	• Estructura multiplicativa: El estudiante comprende la noción de multiplicar. • Escritura fraccionaria: el estudiante reconoce la escritura fraccionaria y por lo menos la maneja para la relación parte todo. • Magnitudes: El estudiante comprende las magnitudes como cualidades medibles de los objetos y conoce sistemas de medida estándar para cada una de ellas.
-------------------------	--

Tabla 5. Conocimientos previos para abordar la fracción como razón

Cuando se pretende desarrollar el pensamiento matemático en torno de la fracción en su sentido de razón, es preciso advertir que este necesariamente requiere de unos conocimientos matemáticos previos, y de un desarrollo del pensamiento matemático por parte del estudiante.

2.5.4 La fenomenología de la fracción en el sentido de razón

El análisis fenomenológico es un componente del análisis didáctico de contenido que se realiza con el objetivo de darle una mejor organización de la enseñanza de un objeto matemático, Puig (1999) justifica el sentido del análisis fenomenológico en “ la naturaleza de los objetos matemáticos y de la práctica matemática y, en consecuencia, a la naturaleza de la actividad que hay que dar la oportunidad a los alumnos que realicen para que puedan tener acceso a genuina experiencia matemática”, los objetos matemáticos son abstracciones que surgen, atienden y representan fenómenos. Un análisis fenomenológico consiste en describir fenómenos asociados a los objetos

matemáticos, así como la relación que existe entre ellos. Tiene como finalidad constituir una ayuda para la organización de la enseñanza de las matemáticas y una fuente de información, para la organización de actividades motivadoras y el planteamiento de problemas. La fenomenología del objeto matemático que trata este trabajo de grado, será detallada en el capítulo de unidades didácticas.

3. METODOLOGÍA

Este trabajo de grado se plantea desarrollar una propuesta de innovación curricular y didáctica, que contribuya a la formación continua de un profesor de matemáticas, potenciando las competencias profesionales docentes, basado en un proceso de fundamentación conceptual, teórica y práctica, así como un diseño metodológico que recurre a la sistematización de una experiencias docente, concebida como una estrategia metodológica de investigación-acción participativa basada en la investigación cualitativa, específicamente en un estudio de caso.

3.1 MARCO METODOLÓGICO

Es necesario enmarcar los fundamentos conceptuales y procedimentales que sustentan el diseño de esta sistematización de Experiencia Docente, para lo cual se procede a dar cuenta de las metodologías utilizadas.

3.1.1 Sistematización de experiencias docentes

La sistematización de experiencias surge como método en Latinoamérica, cuyo objetivo es transformar los modelos tradicionales de hacer investigación, en especial investigación en educación, (Carvajal 2007, Pág.34) aclara “La sistematización es un proceso teórico y metodológico que a partir del ordenamiento, reflexión crítica,

evaluación, análisis e interpretación de la experiencia, pretende conceptualizar, construir conocimiento y , a través de su comunicación, orientar otras experiencias para mejorar las prácticas sociales”. La sistematización de una experiencia pretende además, analizar las interrelaciones existentes entre aquello que se vive en una práctica y el espacio en donde se desarrolla, entendiendo en nuestro caso el espacio como el aula de clase. Carvajal (2007, p.36) determina los rasgos característicos de la sistematización de experiencias de la siguiente forma:

- la recuperación del saber
- la forma de organizar las experiencias y poderlas comunicar
- los procesos de teorización basados en la práctica
- la evaluación de las prácticas sociales
- el mejoramiento de las propias prácticas.

Jara (1994, Pág.13) considera que en la sistematización de experiencias “partimos de hacer una reconstrucción de lo sucedido y un ordenamiento de los distintos elementos objetivos y subjetivos que han intervenido en el proceso, para comprenderlo, interpretarlo y así aprender de nuestra propia práctica” No se trata solamente entonces de registrar lo sucedido y organizar la información, sino además, de realizar un análisis crítico y reflexivo que derive en aprendizajes significativos que puedan ser aprovechados, o parafraseando a Jara “que tenga utilidad en el futuro”. Gisho (2001, Pág.13) comenta que “toda sistematización le antecede una práctica, es decir, un hacer que puede ser recuperado, re-contextualizado, analizado y re-informado a partir del conocimiento adquirido a lo largo del proceso” de tal forma que la sistematización

de experiencias no se refiere explícitamente a la narración de cierta experiencia, sino a un análisis profundo y reflexivo de los elementos que le dieron forma.

Bedoya (2013) basado en otros autores propone 4 fases en el proceso de sistematización de experiencias docentes, aclarando que no son necesariamente sucesivas:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">I. Preparación y planificación metodológica del proceso de sistematización.II. Recuperación/ reconstrucción de la experiencia: documentación y fundamentación conceptual.III. Análisis e interpretación de la información y del proceso realizado (de tal forma que se movilicen y desarrollen conocimientos fundamentados sobre la práctica o la experiencia).IV. Potenciación y socialización o comunicación de los resultados asociados con la experiencia, su sistematización (incluyendo propuestas de posibles mejoras) y fundamentación conceptual y procedimental. |
|---|

Tabla 6. Fases de la sistematización según Bedoya (2017)

3.1.2 Metodologías que abarca la sistematización de experiencias docentes

Desde este trabajo de grado se ha concebido la sistematización de experiencias como una estrategia metodológica de investigación en si misma comprende otras metodologías tales como; La investigación cualitativa, la cual que genera una teoría a partir de una serie de preposiciones desglosadas de un marco teórico que sirve de punto de partida, y que se diferencia de la investigación cuantitativa ya que no es necesario obtener una muestra particular, sino una muestra teórica de uno o varios casos.

La investigación acción es una metodología utilizada desde mediados del siglo pasado, a través del tiempo se ha dividido en dos vertientes, una de ellas apunta hacia la investigación educativa, cuyos precursores son; Hilda Taba (1958), Paulo Freire (1974), John Elliott (1981, 1990) entre otros, la investigación acción participativa (I-A-P) ha sido concebida como metodología para transformar y mejorar las prácticas de aula, pero además como una forma de generar conocimiento, según Martínez (2000) este método implica “una nueva visión del hombre y de la ciencia”. La investigación acción participativa (I-A-P) integra el trabajo intelectual e investigativo y la reflexión, a través de analizar la propia práctica docente, permitiendo generar conocimientos a través del análisis, para mejorar las prácticas de aula, para Martínez (2000) “La investigación-acción realiza simultáneamente la expansión del conocimiento científico y la solución de un problema, mientras aumenta, igualmente, la competencia de sus respectivos participantes”. Esta clase de investigación si bien demanda necesariamente una

rigurosa autocrítica, resulta ser más provechosa para mejorar un contexto local de enseñanza y aprendizaje, permite entonces al docente preparar una intervención basado en contenidos teóricos, registrar su rol de docente, para después analizar su propia práctica, con el objetivo de producir conclusiones y reflexiones que potencien su trabajo. De tal forma que resulta conveniente relacionar la sistematización de experiencias con aspectos metodológicos de la investigación-acción participativa, como lo propone Bedoya (2013).

El estudio de caso también es una estrategia metodológica para hacer investigación cualitativa, que aunque para muchos autores carece de rigor científico, otros defienden este método de investigación, para Yin (1988) “ su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado mientras que los métodos cuantitativos sólo se centran en información verbal obtenida a través de encuestas por cuestionarios”, el estudio de caso permite además que los datos puedan ser obtenidos desde varias fuentes, cualitativas como cuantitativas; es decir documentos, entrevistas y observaciones entre otras.

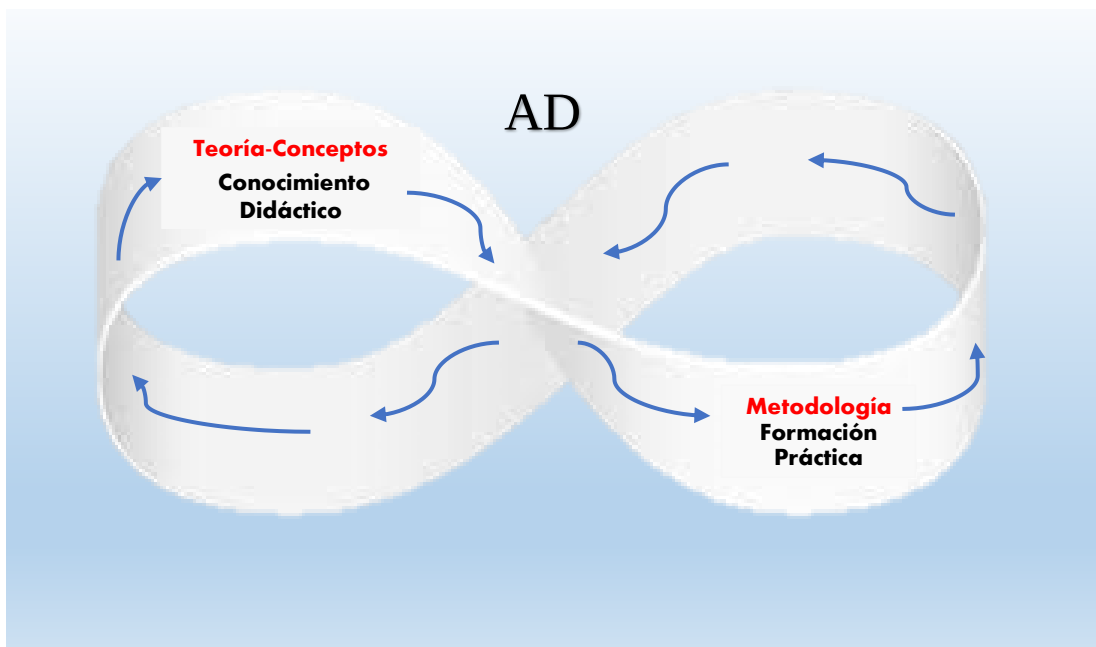
Una de las críticas más fuertes al método del estudio de caso según Rouse & Daellebach (1999) es que “Carece de rigor, por permitir que el punto de vista del investigador influya en la dirección de los encuentros y en las conclusiones de la investigación” sin embargo consideramos que el hecho de estar inmerso o ser partícipe del problema de investigación, supone un acercamiento más veraz al fenómeno de

estudio y permite comprender la perspectiva de una realidad local. En cuanto a los propósitos, la investigaciones que utilizan el método del estudio de caso “pueden ser: exploratorias, si a través de las mismas se pretende conseguir un acercamiento entre las teorías inscritas en el marco teórico y la realidad el objeto de estudio” (Martínez, 2006).

3.1.3 El análisis didáctico como herramienta metodológica

Un componente fundamental del diseño metodológico de este trabajo de grado es el Análisis Didáctico, el cual contiene un doble carácter; teórico (véase marco teórico conceptual) y práctico. En este capítulo concebimos el Análisis Didáctico como una herramienta metódica adoptada por algunas líneas de investigación, para la investigación, desarrollo e innovación curricular.

El Análisis Didáctico desde este trabajo de grado es considerado además una estrategia de formación profesional, innovación curricular e investigación en el campo de la Didáctica de las Matemáticas y la formación de profesores de matemáticas, que se utiliza a través de la sistematización de una experiencia docente in situ. Lo anterior siguiendo los desarrollos del grupo de investigación y Formación de Profesores de Matemáticas escolares: -GIFPME- (Código Gruplac COL0036156), bajo la dirección del Doctor Evelio Bedoya M, concretados en diferentes trabajos de grado de maestría.



Gráfica 5. Gráfica 2. El doble carácter teórico y práctico del Análisis Didáctico según Bedoya (2017)

El Análisis Didáctico es un término utilizado recurrentemente dentro de la Didáctica de las Matemáticas como campo disciplinar, según Rico (2013) el análisis didáctico “aporta un método específico de abordar cuestiones conceptuales y metodológicas primordiales”, (Gómez, 2011) lo concibe como “Un procedimiento para organizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”. El análisis didáctico constituye entonces una herramienta metódica de innovación curricular, mediante la cual un profesor de matemáticas puede profundizar en el conocimiento matemático y didáctico para elaborar unidades didácticas en torno a un objeto matemático específico, de una manera más profesional, es decir acudiendo a desarrollos de investigativos y conceptuales, dentro del campo de las Didácticas de las Matemáticas, y teniendo en cuenta además el contexto de aplicación.

El Análisis Didáctico desde los grupos de investigación PNA y GIFME ha sido desarrollado y documentado desde tres décadas atrás, en la actualidad su desarrollo y aplicación gira en torno a cuatro componentes fundamentales: análisis curricular, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción. Estas cuatro subcategorías del análisis didáctico son el eje fundamental para el desarrollo del modelo local de análisis didáctico que propone este trabajo de grado, sin embargo es posible que por su carácter local y de acuerdo a las necesidades del contexto de aplicación, pueda hacerse más énfasis en alguna de ellas, e incluso puede que algunos de sus nombres puedan ser modificados.

El Análisis Didáctico tiene su inicio al escoger un contenido matemático, acompañados de unos objetivos de aprendizaje, luego ese contenido matemático pasa por cada una de las subcategorías de análisis mencionadas anteriormente, con el objetivo de organizar los contenidos de una unidad didáctica para llevar al aula. Una vez aplica el profesor de matemáticas puede reflexionar sobre el proceso y analizar la aplicación en el aula de la unidad didáctica elaborada, esto permite al profesor investigador, hacer ajustes que mejoren la unidad didáctica para una próxima aplicación y además socializarla en su círculo profesional socializarla.



Gráfica 6. Análisis didáctico aplicado

3.2 Proceso de la Sistematización de Experiencia Docente

Desde este trabajo de grado y siguiendo a Bedoya (2017) entendemos la sistematización de experiencias como una forma de hacer investigación a partir de la misma práctica docente, pero en el marco de una formación continua, y en este sentido Jara (2001) dice que “sistematizamos nuestras prácticas para aprender críticamente de ellas y así poder: mejorar nuestras propias prácticas, compartir nuestros aprendizajes con otras experiencias similares y para contribuir al enriquecimiento de la teórica” No podría entonces sistematizarse una experiencia docente sin antes recurrir como investigador a unos desarrollos teóricos y fijarse un propósito de intervención y análisis, que es lo que le da el carácter de investigación.

En conclusión el proceso de este trabajo de grado se centra en la sistematización de una experiencia docente como estrategia metodológica, para lo cual siguiendo la propuesta de Bedoya, (2013) se plantean cuatro fases principales:

Fase de planificación: Se realiza un primer análisis de aspectos estructurales y cognitivos del concepto matemático, teniendo en cuenta el marco teórico y conceptual.

Fase de Acción: Se diseña la unidad didáctica y se hace la aplicación en el aula tal como lo planeo el investigador.

Fase de Observación: Teniendo en cuenta las dos fases anteriores y teniendo un registro fílmico se recolectan datos sobre la puesta en práctica, observando la comprensión de los estudiantes, el dominio del tema por parte del docente y la interacción didáctica en el aula.

Fase de Reflexión: En esta fase ya con todos los datos de las fases anteriores y se plantea un análisis para plantear resultados y proponer posibles mejoras.

El diseño metodológico de este trabajo de grado se ha estructurado según las fases propuestas anteriormente, que también derivan en las sub etapas del proceso de sistematización de experiencias.

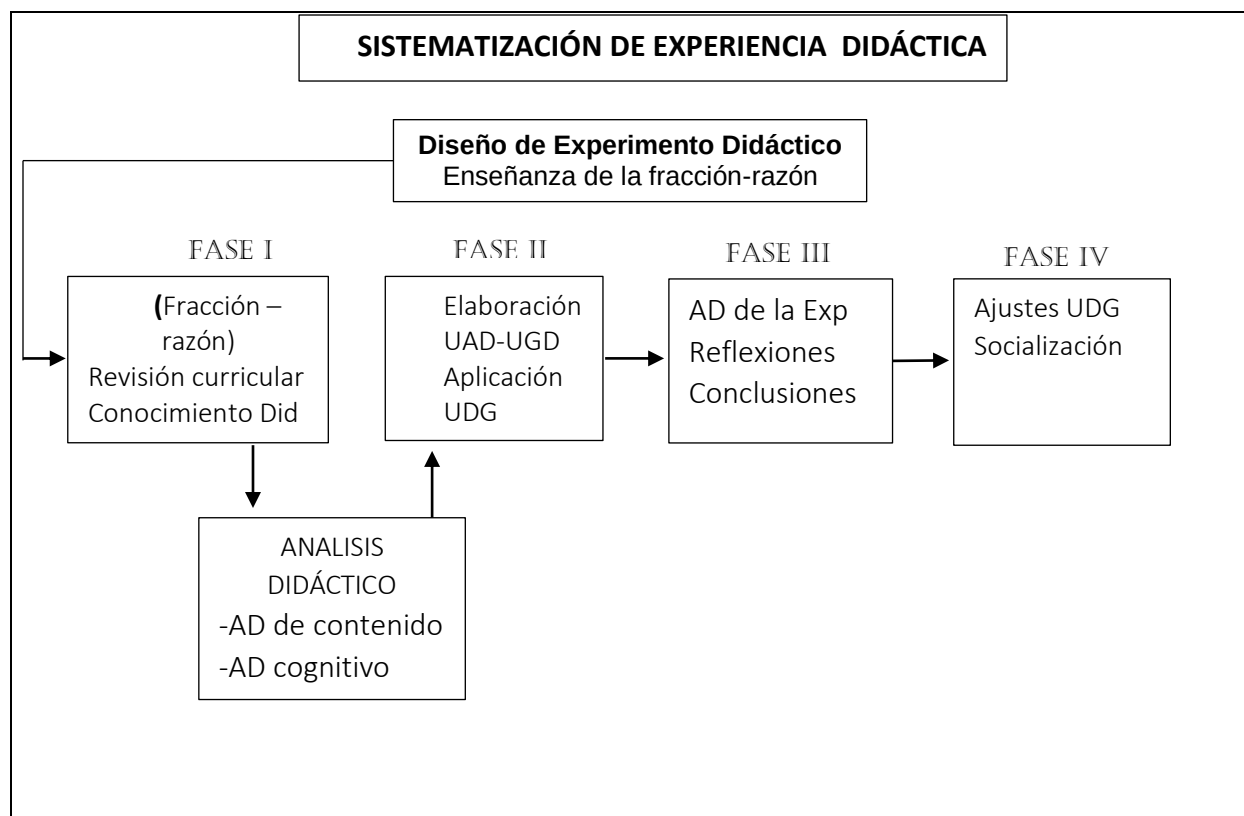


Tabla 7. Diseño Metodológico de la Sistematización

La primera fase, que hemos llamado planificación, corresponde a un periodo de formulación en el cual se busca un sustento valido para abordar la problemática y que nos permita además delimitar el problema, se reflexiona también sobre los posibles resultados que se pueden dar después de la culminación del proceso de sistematización de experiencias. Se encamina esta fase a definir las metodologías que guiaran el proceso de sistematización, que resultan fundamentales para la coherencia con el marco teórico y conceptual. Se elabora el marco conceptual y teórico específico a las necesidades de este trabajo de grado y siguiendo unos referentes que hacen parte de una línea de investigación. Durante esta fase también se hace necesario realizar un análisis curricular, en sus tres niveles, nacional, institucional y de aula, que

permite además determinar, cómo se aborda el objeto matemático de (Fracción en su sentido de razón), darle un carácter local al trabajo de grado, además se indaga sobre la formación de profesores de matemática y las competencias docentes que podrían potenciar este trabajo de grado.

La segunda fase corresponde a ahondar en los elementos que permitan el diseño de la unidad didáctica, tales como el análisis del contenido, en donde a partir del objeto matemático que pretende abordar el trabajo de grado (La fracción en su sentido de razón) se estudian subcategorías del mismo como lo son, el análisis fenomenológico, análisis conceptual y el análisis semiótico, lo anterior basado en los desarrollos de los grupos de investigación a que adscribe este trabajo de grado. Esta fase comprende además un análisis de medios, cuyas pretensiones son dirigidas a determinar herramientas didácticas útiles para la aplicación y concreción de la unidad didáctica, referente al objeto matemático en cuestión. Por ultimo elaborar y aplicar la unidad didáctica, para un grado en particular, y hacer el registro fílmico de la aplicación.

La tercera fase consiste en un análisis didáctico de la experiencia, analizando la interacción en el aula, las tareas y recursos, y en general las dinámicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, basado en los registros fílmicos, que permitirá después hacer los ajustes a la propuesta definitiva de unidad didáctica. Posteriormente construir las reflexiones y conclusiones finales de la experiencia. En la cuarta y última fase se realizan los ajustes finales de la Unidad Guía Didáctica para ser socializada y potencializada. Aun que es preciso decir que la potenciación y socialización ya se ha

venido dando, al difundir avances dentro del grupo de docentes de la misma institución y dentro del mismo grupo GIPFME, será completada a través de la culminación y socialización del propio trabajo de grado.

Es importante señalar que el Análisis Didáctico se presenta a través de las diferentes fases de la experiencia de sistematización, esto se explica ya que el análisis didáctico se ha concebido desde este trabajo de grado como una herramienta metódica, es decir el análisis didáctico lo concebimos de doble carácter teórico y práctico. El análisis didáctico permite estructurar las actividades desde una perspectiva teórica, para ser incluidas dentro de la unidad didáctica, la implementación de la unidad didáctica en el aula, es decir la práctica, la cual permitirá además realizar un registro fílmico para recolectar información que conduzca a determinar las oportunidades de mejoramiento y las fortalezas y debilidades del proceso de planificación y concreción de la unidad guía didáctica.

El diseño metodológico, la elaboración de las unidad de análisis didáctico (UAD) y unidad guía didáctica (UGD), desde este trabajo de grado, constituyen una adaptación e innovación curricular para la enseñanza y el aprendizaje de la fracción en su sentido de razón en el grado quinto de la institución educativa Monteloro, buscando propiciar escenarios de aprendizaje significativos, a través de situaciones y problemas que se den o surjan del medio, todo esto le da el carácter de modelo local de análisis didáctico, a través del proceso de Sistematización de Experiencia Docente.

3.3 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

En este subcapítulo se encuentra la información relacionada con la institución educativa en la cual se realiza la sistematización de experiencias, así como aspectos relevantes como la duración de la aplicación de la unidad didáctica

3.3.1 Duración de la aplicación

La unidad didáctica que se diseñe, resultado de la primera fase de planificación, y cuyos componentes curriculares más relevantes son; Objetivos, estándares, derechos básicos de aprendizajes, explicaciones de instrucción, actividades didácticas y valoración. Será redactada en 2 meses y aplicada durante 5 sesiones de clases de 60 minutos cada una.

SESIÓN	DESCRIPCIÓN
1	Saberes previos sobre fracciones
2	Presentación de la unidad Tema Actividad 1
3	Tema Actividad 2
4	Tema Actividad 3
5	Valoración de la unidad

Tabla 8. Duración de la aplicación

Se estima un tiempo de 2 semanas para la aplicación de la unidad guía

Didáctica.

3.3.2 Fuentes diagnósticas

La metodología de este trabajo de grado no contempla una prueba diagnóstica directa a los estudiantes, sino que acude a diferentes fuentes validas que dan cuenta de la dificultad que presenta el objeto matemático fracción en su sentido de razón, tanto para la comprensión por parte de los estudiantes, como para la enseñanza por parte de los profesores. La primera de estas fuentes es los resultados de las pruebas saber 2013,2014 y 2015 para la institución educativa Monteloro, en donde en un informe detallado a través de un documento titulado “El semáforo” se evidencia las dificultades para resolver problemas de fracciones, la segunda son las diferentes investigaciones realizadas en al campo de estudio Didáctica de las Matemáticas y la formación de profesores de matemáticas, y la última es una encuesta a los docente de básica primaria que trabajan en la institución educativa Monteloro, en donde se evidencia que no cuentan con el conocimiento matemático suficiente para enseñar de manera adecuada y efectiva el objeto matemático fracción en su sentido de razón, aunque la mayoría son licenciado en educación básica primaria con diferentes énfasis, el pensum académico en su programa de pregrado carece de créditos destinados a didácticas específicas de las matemáticas, también una encuesta a los estudiantes de grado undécimo, que se supone deberían tener conocimientos sobre el objeto matemático que trata este trabajo de grado.

Por otra parte haciendo la revisión curricular se puede afirmar que el ciclo de básica primaria introduce y prioriza el concepto de fracción a través de la relación parte todo, y que solo hasta el grado quinto y con espacios de tiempo muy limitados se aborda la fracción en su sentido de razón, la cual en muchos casos solo se limita a las explicaciones y planteamientos contenidos en los textos, alejados del contexto institucional y de problemas significativos que tengan aplicación en la vida real.

3.3.3 Recolección de la información

Desde esta propuesta de sistematización de experiencias, se propone entender el concepto de local, en cuanto se considera el caso de los estudiantes del grado quinto de básica primaria, pertenecientes a una institución educativa rural y permeados por un contexto sociocultural específico y el caso de un profesor de matemáticas, no licenciado en matemáticas que recurre a una línea de investigación y una metodología como estrategia de investigación, formación docente e innovación curricular. Lo anterior es determinante para la concreción de la primera fase del proyecto de sistematización y para la priorización en la recolección de información. Siguiendo a (Bedoya, 2001, 2002) en la propuesta de modelos locales de organizadores del currículo, donde afirma que “Por el carácter local y parcial, cada modelo impone una estructura e incluso un tipo de funcionamiento del currículo” podemos concluir que la información que pretende recoger este proyecto de sistematización, está encaminada a hacer una propuesta de innovación curricular y de formación didáctica que mejore el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, no solo respecto al objeto

matemático fracción en su sentido de razón, sino cualquier otro abordado a través del Análisis Didáctico.

La propuesta teórica de los modelos locales de organizadores de currículo (Bedoya, 2001, 2002), considera un sistema curricular; el profesor, los estudiantes, el contenido matemático, entre otros son dimensiones de ese sistema curricular, las cuales están contenidas en los diferentes componentes del análisis didáctico. El aula es nuestra sala experimental en donde se concreta la propuesta curricular y los procesos de enseñanza y aprendizaje, las relaciones que se den en ella son objeto de estudio en este proceso de sistematización, y están compuestas por el contenido, el profesor y el estudiante. Para analizar la relación entre el profesor y los estudiantes observamos la interacción en el aula, para analizar la relación entre profesor y contenido observamos la actuación y la organización del contenido, para analizar la relación entre estudiante y contenido observamos el desarrollo de su pensamiento matemático en cuanto a la comprensión del contenido.

Se realizaran cinco grabaciones fílmicas, registradas en video de alta definición y que corresponden a las sesiones programadas. La cámara está ubicada detrás de los estudiantes para observar la actuación del profesor y hacer acercamientos al trabajo de los estudiantes. El registro fílmico servirá de insumo para la fase 4 del proyecto de sistematización, y el análisis de dichos videos estará plasmado en las conclusiones de este trabajo de grado.

3.3.4 Contexto y participantes

El contexto en el cual se desarrolla la sistematización de experiencia Docente, lo concebimos no solo como la institución educativa y su entorno sociocultural, sino además como todo el sistema educativo que contiene la propuesta curricular, los participantes, es decir los estudiantes y el docente, están sujetos a un currículo prescrito. La propuesta nacional, a través del Ministerio de Educación Nacional, la propuesta de la Institución Educativa Monteloro contenida en el plan de estudio y el modelo pedagógico y la propuesta docente que es la concreción de todas las anteriores en el aula de clase.

Información general de la Institución Educativa Monteloro	
Nombre de la Institución Educativa	Institución Educativa Monteloro
Sede	Nuestra Señora de Fátima
Carácter	Oficial
Departamento	Valle del Cauca
Municipio	Tuluá
Zona	Rural (Alta montaña)
Corregimiento	Monteloro
Vereda	Jicaramata Km 57 vía Santa Lucía
Teléfono	315 5446071

Tabla 9. Información general de la Institución Educativa Monteloro

3.3.5 Características de la Institución Educativa

La institución educativa Monteloro es un centro educativo de carácter público, con más de 40 años de servicio educativo, ubicada en el corregimiento de Monteloro a 32 kilómetros de la zona urbana, sobre la cordillera central colombiana. Cuenta con una sede principal “San Vicente de paúl” y 4 sedes ubicadas en zonas de difícil acceso, entre ellas la sede “Nuestra Señora de Fátima”, la más alejada de todas, a 57 kilómetros de la zona urbana y a una altura de 2.100 m sobre el nivel del mar.

La Institución educativa es de carácter mixto y atiende los tres niveles de la educación escolar, todos los estudiantes son de cultura campesina, por lo cual se cuenta con algunos proyectos alrededor de los productos agrícolas propios de la región. Existe un interés especial por dar cobertura a zonas de difícil acceso para garantiza la educación a niños y niñas que de otra forma estarían desescolarizados.

Durante muchos años la Institución Educativa Monteloro estuvo limitada en su desarrollo educativo, por estar ubicada en una zona de conflicto, por lo cual los procesos educativos carecían de continuidad, actualmente la institución educativa pretende formar personas competentes, creativas y emprendedoras, líderes que atiendan las necesidades del entorno.

<i>Características principales de la Institución Educativa Monteloro</i>	
Misión	La Institución Educativa Monteloro de Tuluá es una institución pública que forma personas competentes, creativas y emprendedoras teniendo como eje central el ser dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, además es líder en el mejoramiento continuo en pertinencia con las necesidades del entorno. Nuestros pilares fundamentales para la formación del estudiante son: la convivencia, el trabajo en equipo, el respeto, el liderazgo y la solidaridad con el fin de que sirvan de ejemplo en su comunidad.
Visión	La Institución Educativa al 2018 se posicionará en la zona rural como una institución líder en la ejecución de proyectos productivos, teniendo en cuenta el medio ambiente, el mejoramiento continuo de los procesos (académicos, científicos y proyección a la comunidad), alianzas estratégicas con otras instituciones afines, para que los educandos se formen como emprendedores, dándole valor agregado a los productos propios de la región, con un enfoque agroecológico.
Información general	Desde el año 2015 la Institución educativa Monteloro ha venido transformando los procesos educativos, a través de una gestión directiva con unos propósitos de mejoramiento en la calidad, para de esta manera graduar jóvenes emprendedores y líderes que deseen prepararse para aportar a su comunidad.

Tabla 10. Características principales de la Institución Educativa Monteloro

3.3.6 Grupo de intervención

Los estudiantes que conforman el grado quinto de la sede nuestra señora de Fátima a los cuales se les aplica la unidad didáctica, estudian en jornada única, es un grupo de 2 estudiantes en edad de 11 años. Son niños de la zona rural de alta montaña, que no tienen acceso a internet y que han estudiado en la modalidad de escuela nueva, la cual se caracteriza por el trabajo autónomo basado en cartillas.

4. LAS UNIDADES DIDÁCTICAS

Desde este trabajo de grado siguiendo a Segovia y Rico (1997) y Bedoya (2017), una unidad didáctica (UD), se concibe como una unidad de programación e intervención docente, constituida por un sistema de actividades elaboradas o seleccionadas para ser desarrolladas en un periodo de tiempo determinado con el propósito de obtener unos objetivos específicos, siguiendo un enfoque o modelo didáctico (metodológico) propuesto.

En este trabajo siguiendo acuerdos en la comunidad de formación docente e innovación curricular, se considera como estrategia e instrumento metodológico de recogida de y análisis de información, dos categorías de unidades didácticas, una que denominamos unidad de análisis didáctico (UAD) y otras, productos de la anterior, que denominamos unidades guías didácticas (UGD).

Las UAD constituyen la concreción del proceso de análisis didáctico de un contenido matemático escolar específico (revisar marco teórico conceptual), realizado por parte de un profesor de matemáticas en proceso de formación (inicial, Postgraduada o continua). Por otra parte, las UGD constituyen las unidades guía propuestas a partir de las UAD a efectos de ser llevadas al aula de clase y presentadas a los estudiantes por parte del profesor.

Aunque las dos unidades didácticas comparten una estructura general similar, la primera es para el profesor y la segunda está dirigida a los estudiantes, esta determinación de elaborar dos unidades didácticas responde a la necesidad de un profesor de matemáticas de quinto grado de educación básica primaria de contar con información conceptual y didáctico fundamental sobre el contenido matemático que respalde la concreción en el aula de la unidad didáctica para los estudiantes, esto a su vez potencia la aplicación de la unidad didáctica por parte de otros profesores de matemáticas del grado quinto, no licenciados en matemáticas.

- Título.
- Presentación y descripción general (Tipo de actividad, temporalización, etc.).
- Análisis curricular (concreciones curriculares, modelo didáctico pedagógico).
- Objetivos (generales y específicos).
- Recursos (humanos, bibliográficos, tecnológicos, etc.)
- Análisis didáctico de contenido.
- Análisis cognitivo (competencias, errores y dificultades).
- Análisis de instrucción: Orientaciones didácticas (basadas en el modelo didáctico pedagógico).
- Secuencia de actividades (Actividades de introducción, motivación y diagnóstico; actividades de desarrollo; actividades de evaluación y actividades de apoyo y ampliación).
- Reflexión autocrítica y evaluación de la unidad.
- Referencias bibliográficas.

Tabla 11. Estructura general de una unidad didáctica Bedoya 2017

4.1 UNIDAD DE ANÁLISIS DIDÁCTICO (UAD)

Esta unidad es elaborada específicamente para el profesor de matemáticas del grado quinto, además contiene el análisis didáctico del objeto matemático, fundamental para la posterior elaboración de la unidad guía didáctica que se llevará al aula. Contiene además información relevante sobre la contextualización curricular e información sobre el modelo didáctico pedagógico desde el cual se plantea los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Para elaborar la unidad didáctica se ha tenido en cuenta la estructura de una unidad didáctica propuesta por Bedoya (2017) con algunas modificaciones necesarias para nuestro modelo local, por ejemplo dentro de la UAD no se incluye el desarrollo la “secuencia de actividades” que si va contenida en la UGD, solo se da una explicación sobre su contenido.

Titulo

Enseñanza de La fracción en su sentido de razón (números racionales)

Presentación y descripción general

Los números racionales (Q) es una estructura matemática que precede a la enseñanza de la estructura de los números naturales y los números enteros, una de las representaciones del número racional dentro de las matemáticas escolares, son las fracciones y sus significados. Esta Unidad de Análisis Didáctico (UAD) se centra en la

enseñanza de la fracción desde su significado (sentido) de razón, para el grado quinto de educación básica primaria, pero además repasa los diferentes significados de la fracción por considerarlos fundamentales para el tema central y teniendo en cuenta que el tema central (fracción en su sentido de razón) es de los últimos que se ven antes de culminar el ciclo de básica primaria.

Análisis curricular

El eje temático está contenido en la propuesta curricular en sus tres niveles, nacional, institucional y aula, lo cual se referencia en la siguiente tabla.

Nacional (MEN)	Estándar:(pensamiento numérico) Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones. DBA: Resuelve problemas que involucren números racionales positivos. Procesos: • Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos • Modelación • Comunicación • Razonamiento
---------------------------	---

	• Formulación, tratamiento y resolución de problemas
Institucional	Plan de área: Grado quinto • Periodo II: la fracción y sus significados • Periodo IV-Razones • Modelo pedagógico: Constructivista-Escuela activa-Escuela nueva
Aula	• Plan de aula • Materiales y recursos (texto o módulo de matemáticas)

Tabla 12. Referentes curriculares de la fracción en su sentido de razón

Objetivo general

Favorecer la comprensión del concepto de número racional a través de los diferentes significados de la fracción, haciendo énfasis en el significado (sentido) de razón.

Objetivo específico

Proponer situaciones significativas relacionadas con el entorno, que le permita al estudiante resolver problemas del, cuando, como y el porqué del uso de la fracción en su sentido de razón, que le brinden además competencias para afrontar el grado sexto.

Recursos

Docente de aula, aula de clases, pizarra, marcadores, cinta métrica, gramera, huerta escolar, regletas de Cuasinaire, hoja de muro de fracciones, tiras de papel.

4.2 ANÁLISIS DE CONTENIDO

El contenido matemático que atiende esta propuesta de análisis didáctico son las fracciones y su sentido de razón, contenida en la propuesta curricular como uno de los ejes temáticos a tratar en el grado quinto de básica primaria, se ubica dentro de la estructura de los números racionales (Q). El análisis de contenido se articula con los organizadores de currículo; estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología, información fundamental para diseñar la unidad didáctica. Desde este trabajo de grado se ha determinado realizar análisis en las cuatro subcategorías del análisis de contenido, profundizando en unas más que en otras.

4.2.1 Conocimiento conceptual

Definición de fracción y razón

El término fracción se encuentra contenido en la literatura de las matemáticas escolares, y en la Didáctica de las matemáticas como campo disciplinar. Buscaremos recoger los distintos significados, conceptos y explicaciones que le han dado a la fracción y su sentido de razón, iniciando por los libros de texto hasta las diferentes

concepciones encontradas en la literatura de la Didáctica de las matemáticas, para finalmente tomar lo que consideramos más importante para el diseño de la unidad didáctica.

Fracción:

1. f. División de algo en partes.
2. f. Cada una de las partes separadas de un todo o consideradas como separadas.
3. f. Mat. Expresión que indica una división. (Real Academia Española, 2017)

Fracción: La fracción indica la relación que existe entre la cantidad de parte iguales de un todo y el total de partes iguales que le constituyen. (Zoom a las matemáticas 5,2015)

Razón: Una razón es el cociente usado para comparar o relacionar dos cantidades o magnitudes. (Zoom a las matemáticas 5,2015)

Fracción: una fracción se puede emplear para expresar el cociente de dos números naturales, puede emplearse también para expresar una unidad de medida, puede expresar una razón, puede utilizarse para indicar una región, puede emplearse para indicar la parte de un conjunto de elementos. (SIMBOLOS matemáticas aplicada 5, p.96, 2014)

Fracción: Es el nombre más simple de cierto número racional. (Freudenthal, Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, capítulo 5, página 2, 1983)

Razón: Es una función de un par ordenado de números o valores de magnitudes. (Freudenthal, Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, capítulo 6, página 2, 1983)

Fracción: la primera representación de los números racionales que apareció en la historia. (Torralbo, Matemáticas para maestros de educación primaria, Pág. 197, 2011)

Razón: relación de proporcionalidad, una relación entre dos o más partes. (Torralbo, Matemáticas para maestros de educación primaria, Pág. 194, 2011)

Razón: entiéndase por razón la comparación cuantitativa entre una cantidad A con respecto a otra cantidad B tomada como referencia, en el que el valor de la razón expresa cuantas unidades de A hay por cada unidad de B. (Ohlsson, 1988)

Fracción: par ordenado de números enteros con la condición de que el segundo sea distinto de cero, el termino fracción viene del latín fractio que significa romper. (Torralbo C. y., Didáctica de las Matematicas en la educación primaria, pág. 287, 2008)

Razón: La fracción tiene significado de razón cuando lo que se simboliza con ella es la relación entre dos cantidades o conjuntos de unidades. En ese caso se le conoce también como relación parte a parte. (Torralbo C. y., Didáctica de la Matemática en la educación primaria, pág. 290, 2008)

Para (Flores y Torralbo, 2011) al analizar el concepto de números racionales en el contexto escolar, distinguen “dos modos de interpretar el significado del número racional: porción y razón.

NÚMERO RACIONAL	
PORCIÓN	RAZÓN
• Parte todo • Cociente • Medida • Operador	• Proporción • Proporcionalidad

Tabla 13. Modos de interpretar el número racional, Flórez y Torralbo 2011.

Según (Fandiño, 2009, p.102) “Detrás del término “fracción” se esconden varias acepciones, las cuales son enunciadas en la siguiente tabla.

“ fracción ”
• Parte de una unidad-todo a veces continúa a veces discreta. • La fracción como cociente • La fracción como relación • La fracción como operador • La fracción como probabilidad • Las fracciones en los puntajes • Las fracciones como número racional • La fracción como punto de una recta orientada • La fracción como medida • La fracción como indicador de cantidad de elección • La fracción como porcentaje

Tabla 14. Principales sentidos de la palabra “fracción” (Fandiño, 2009)

Dentro de los diferentes sentidos de la fracción que propone Fandiño, se puede distinguir la fracción como relación que expresa el sentido de Razón;

La fracción como relación: En donde la fracción $\frac{a}{b}$ indica la relación entre a y b, la cual para indicarlo formalmente como Razón, se da paso a la escritura a:b el signo (:) hace explicito un sentido de relación entre dos magnitudes o cantidades, su lectura es; (a) es a (b).

Otras propuestas conceptuales como la de (Vasco, 1994) “El archipiélago fraccionario” propone cinco islas del de los fraccionarios, es decir cinco significado de la fracción.

ISLAS DE LAS FRACCIONES
• Operadores • Partidores • Rendidores (Medidores) • Razones • Cocientes

Tabla 15. Archipiélago fraccionario (Vasco, 1994).

En esta propuesta (Vasco, 1994) en una primera parte determina dos islas, las fracciones como operadores y partidores. Posteriormente cita que Thomas Kieren del Canadá propone que “hay por lo menos otras tres islas independientes” se refiere a las fracciones como; medidores, razones, cocientes indicados.

Construyendo una definición local

De las diversas definiciones de fracción y razón que hemos encontrado, pesamos que es posible construir una definición propia para nuestro modelo local, tomando apartes de las diferentes definiciones que nos proporciona el análisis conceptual.

Fracción: Es una representación del número racional cuya modelación es $\frac{a}{b}$ en donde a y b son un par ordenado de números enteros el segundo diferente de 0. Una fracción puede tener varios sentidos; una relación parte todo, un cociente indicado, un operador, una medida o una relación parte parte (razón).

Razón matemática: Es una relación de un par ordenado de números enteros o valores de magnitudes, En donde la fracción $\frac{a}{b}$ indica la relación entre a y b, la cual para indicarlo formalmente como razón, se da paso a la escritura a:b el signo (:) hace explicito un sentido de relación entre dos magnitudes o cantidades, su lectura es; (a) es a (b).

4.2.2 Fenomenología De La Fracción En Su Sentido De Razón

Realizar un análisis fenomenológico antes de la enseñanza de un objeto matemático lo consideramos fundamental, no solo porque dicho análisis hace parte del Análisis Didáctico, sino además porque los objetos matemáticos son pensados como maneras de organizar fenómenos. El análisis fenomenológico potencia además la competencia de planificación docente. Entendemos el término “Fenómeno” como una manera de expresar una experiencia o situación que se ha organizado o formalizado desde las matemáticas.

Este apartado está destinado determinar fenómenos que le den sentido al significado de razón que tienen la fracción, dichos fenómenos y las situaciones que de ellos se puedan derivar, deben ser apropiadas para los alumnos de grado quinto, de tal manera que su comprensión perdure en el tiempo de vida escolar y puedan utilizarlos como conocimientos previos en los primeros grados de la educación básica secundaria. Además los fenómenos deben representarse en el contexto, que despierten interés y represente un aprendizaje significativo. Los fenómenos además permiten diseñar problemas, la resolución de problemas le da sentido al significado de razón que tiene la fracción, la abstracción del sentido de razón debe orientarse a un uso práctico que lleve a la Modelación matemática del fenómeno y su articulación a la matemática escolar.

LA RAZÓN ENTRE UNA MAGNITUD Y ENTRE MAGNITUDES

La razón puede ser una relación en una magnitud o entre magnitudes

El tiempo y el espacio

Podría ser en el sentido contrario, el tiempo y el espacio, es una fenomenología planteada por varios autores. (Freudenthal, Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, capítulo 6, página 2, 1983).

Los estudiantes del grado quinto manejan estas dos magnitudes; El espacio medible en el sistema métrico, sus múltiplos y sub múltiplos, el tiempo en horas, sus múltiplos y sub múltiplos.

En 20 minutos, recorro 1 kilómetro caminando, la razón entre tiempo y espacio es de 20':1Km, una de las necesidades en la zona rural, es calcular el tiempo necesario para realizar una tarea, recolección, limpieza etc. El espacio se concibe en este caso en

metros cuadrados, hectáreas, plazas entre otras. Un trabajador recoleta 4 metros cuadrados de terreno cosechado con frijol en 20 minutos, qué tiempo aproximado demoraría el trabajador en recolectar un lote de 80 metros cuadrados.

El peso y la masa

En diferentes situaciones los campesinos deben realizar mezclas de sustancias; la preparación de herbicidas, la preparación de abonos entre otros. Los niños regularmente observan a sus padres que realizan estas mezclas, unas veces con medidas arbitrarias, otras veces con medidas estándar. El compost es una clase de abono natural que se utiliza para nutrir los cultivos, consiste en una mezcla de residuos secos; como hojas, estiércol de vaca y aserrín, con residuos húmedos, como plantas y residuos de cocina. Esta mezcla se realiza en una razón de 1 kilos de residuos secos por cada 3 de residuos húmedos. La razón entre residuos secos y húmedos para preparar Compost es de 1:3. Cuántos kilos de residuos húmedos se necesitan para preparar compost, si se va a usar 4 kilos de residuos secos.

Dinero y rentabilidad

En diversas ocasiones una razón relaciona la misma magnitud, en este caso un dinero invertido, con el dinero ganado, producto de la comercialización del producto de inversión. Al recolectar y vender el cilantro sembrado en la huerta, se obtienen \$15.000, lo que se invirtió en semillas y abonos corresponde a \$5.000, cuál fue la rentabilidad de este negocio por cada peso invertido.

Dinero y tiempo

Para calcular el dinero que se debe pagar por un jornal o una fracción de jornal de trabajo, se acude a la razón, por 8 horas de trabajo se pagan \$32.000, ¿Cuánto se debe pagar a un trabajador por 3 horas de trabajo?

Exposiciones

Por lo regular las exposiciones aparecen por parejas y normalmente comparan dos exposiciones definidas sobre el mismo conjunto.

Un ejemplo podría ser un par de bultos o paquetes de un producto (alimento para pollos) que hay en una tienda, cada uno con su peso y su precio. Un paquete de 25 libras cuesta \$12.500, el otro paquete de 5 libras cuesta \$6.000. La comparación de las razones (precio es a peso) nos permite decidir si el precio entre los paquetes es mayor, menor o igual.

Composiciones

Una composición es un conjunto de cosas, partes o clases de un mismo universo, a cada una se le asigna una magnitud o medida.

La relación entre elementos de un mismo universo se desarrolla de manera casi natural en cualquier ámbito, en la zona rural se puede relacionar por ejemplo la cantidad de animales pertenecientes a un mismo conjunto. Algunos ejemplos de ello serían; Entre los 24 bovinos que se encuentran en determinada finca, hay 20 vacas y

4 toros, la razón entre vacas y toros es de 5:1, si consideramos mantener la misma razón, cuantas vacas y cuantos toros se deberían comprar, para completar un total de 48 bovinos. En un salón de clase hay 30 estudiantes, 20 hombres y 10 mujeres, la razón entre hombres y mujeres es de 2:1, podría compararse con la razón de hombres a mujeres de otro salón.

Es preciso mencionar que esta fenomenología podría ser interpretada desde la relación parte todo, es decir la razón entre dos cantidades en donde una es parte de la otra, hay que dejar en claro que es solo una posible interpretación de la razón para una fenomenología en particular, que podría servir para que el estudiante se movilice desde esta primera interpretación (relación parte todo) a una noción de razón más cercana a sus propiedades matemáticas.

La razón y la resolución de problemas

Desde este trabajo de grado se plantean tres formas diferentes de resolver situaciones problemas con la razón. La primera aún que resulta sencilla es a nuestra manera de ver importante para desarrollar a través de la razón el pensamiento proporcional que en buen aparte le da sentido a la razón, la segunda es a través de la regla de tres muy popular e incluida en los contenidos curriculares del grado quinto y por ultimo a través de ecuación lineal que si bien no está contenida en el currículo del grado quinto, podría ser entendida y desarrollada por los alumnos. Plantearemos un problema para resolverlo a través de las tres formas o métodos.

-Un jornal de 8 horas trabajadas se paga a un valor de \$32.000, Julio trabajo
¿Cuánto se de pagar por 3 horas de trabajo?

Simplificación y equivalencia

$$\frac{8}{32.000} \quad \frac{4}{16.000} \quad \frac{2}{8.000} \quad \frac{1}{4.000} \quad \frac{2}{8.000} \quad \frac{3}{12.000}$$

La simplificación de la fracción permite halla la razón 1: 4.000 se lee uno a 4.000 e indica que por cada hora de trabajo se paga cuatro mil pesos, y posteriormente la secuencia de equivalencia o razón de cambio permite no solo resolver el problema, sino además desarrollar la noción de proporcionalidad.

Regla de tres

$$\frac{8}{32.000} \quad \frac{3}{x} = \frac{32.000 \times 3}{8} = \frac{96.000}{8} = 12.000$$

En este caso la regla de tres directamente proporcional sirve como método para resolver el problema cuya razón está representada como fracción y para este caso no es necesario simplificarla.

Ecuación lineal

$$8:32.000::3:x$$

$$8x = 32000 \cdot 3 \quad x = \frac{32000 \cdot 3}{8} \quad x = \frac{96000}{8} \quad x = 12.000$$

Puedo expresarlo como una proporción y resolverlo a través de una ecuación lineal, esta forma de resolver el problema es obviamente más complejo, pero puede ser tratado en el grado quinto.

4.2.3 Análisis Semiótico

En nuestro trabajo surge el interés por los aspectos semióticos, es decir las representaciones que subyacen a la fracción y su sentido de razón, y el proceso de modelización desde una propuesta didáctica. Estos aspectos son fundamentales para el conocimiento matemático de un profesor que quinto de primaria, pero además su tratamiento en los procesos de enseñanza-aprendizaje son claves para la conceptualización, razonamiento y resolución de problemas. El tratamiento de un objeto matemático requiere de un sistema de expresión y representación; notaciones simbólicas, sistemas de escrituras. Los números racionales al tener varios significados, también tienen varias formas de representación y por consiguiente una riqueza semiótica que debe ser comprendida para no generar dificultades o errores en los estudiantes. Para Duval (1999) “para lograr la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas se asume el siguientes supuestos: no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue el objeto de su representación”, es decir el objeto matemático es para nuestro caso son los números racionales, para este objeto existen varias representaciones, distinguir que un mismo número racional se puede representar de diversas maneras garantizaría una mejor comprensión.

Los objetos matemáticos no existen en la realidad son abstractos, por lo tanto según Fandiño (2009) si se quiere hacer referencia a ellos “en matemáticas lo único que podemos hacer es elegir un registro semiótico y representar dicho concepto en el registro elegido” de lo anterior se extrae que en las matemáticas se conceptualizan los

objetos y se aprenden a manejar las representaciones semióticas, aquí radica la importancia de la semiótica para la Didáctica de las matemáticas.

Es necesario además distinguir entre registro semiótico y representación semiótica; El registro hace referencia a tipo de lenguaje y la representación que se utiliza para expresar dicho registró, en el siguiente cuadro basado en la propuesta semiótica de Fandiño (2009) damos algunos ejemplos que dan cuenta más claramente de la diferencia entre registro semiótico y representación semiótica.

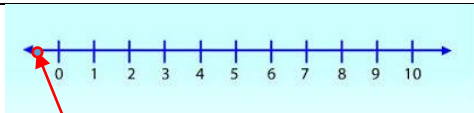
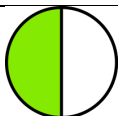
Registro semiótico	Representación semiótica
Lenguaje común	Un medio, la mitad
Lenguaje aritmético	$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6} \dots$ (escritura fraccionaria) 0,5 (escritura decimal) 50% (Escritura con porcentajes)
Lenguaje figuras	
Esquemas pictográficos	 

Tabla 16.Registro y representación semiótica de números racionales

Según Fandiño (2009) “el paso de una representación semiótica a otra en el mismo registro se llama transformación de tratamiento” y “el pasaje de una representación semiótica a otra en otro registro semiótico se llama transformación de conversión”.

$\frac{1}{2}$	Transformación de tratamiento	0,5
$\frac{1}{2}$	Transformación de conversión	

Tabla 17. Transformaciones en las representaciones

En cuanto a la razón, uno de los significados del número racional, podemos evidenciar la necesidad de hacer una transformación de tratamiento pasando de la escritura fraccionaria a la escritura algebraica. Teniendo la razón en representación fraccionaria $\frac{1}{2}$ se hace una transformación de tratamiento a 1:2 se lee (uno es a dos).

4.2.4 Análisis epistemológico

En este sub capítulo tratamos de dar una mirada histórica y evolutiva del concepto de fracciones, para ello acudimos a diferentes publicaciones en la Didáctica de las matemáticas, entre ellas Castro (2001), Fandiño (2009), Segovia & Rico (2011) y Flores & Rico (2015). Este análisis le permite al profesor de matemáticas comprender

mejor el concepto actual del objeto matemático, si bien su aporte no es muy relevante en la competencia de planificación, si es importante para enriquecer el conocimiento matemático del profesor de matemáticas.

Fracción viene del termino latino “fractio” parte obtenida al romper, no se puede pensar que el termino original sea especifico de las matemáticas ni que la acción representa un rompimiento en partes iguales. El símbolo $\frac{a}{b}$ según registros fue utilizado por primera vez por Fibonacci Pisano (1202) allí fueron llamados números rotos o pedazos, la línea fraccional fue llamada “vírgula o bastoncillo”, parece ser que el bastoncillo fue utilizado antes en las matemáticas árabe y griega. Las palabras numerado y denominador no tienen un origen cierto, pero se formalizo su uso en el siglo XV en Europa. El concepto de fracciones propias e impropias es utilizado en el siglo XVIII. Los primeros indicios de las fracciones aparecen en el antiguo Egipto, evidencias encontradas en el “papiro de Rhind” y “papiro de Moscú” que contienen escritura jeroglífica. A partir de la medida de segmentos los matemáticos griegos establecen relaciones de proporcionalidad, dando lugar a las razones entre segmentos, la matemática árabe valiéndose del sistema de numeración decimal da un auge importante al manejo de los números racionales, la aritmética de Fibonacci (1170-1250) da cuenta de cálculo con fracciones, Simón Stevin (1596-1650) sistematiza los números racionales, aportando la notación decimal, Rene Descartes (1596-1650) interpreta las fracciones entre longitudes para indicar su división, la formalización del conjunto de números racionales llega en el siglo XIX definiendo la fracción como un par de números enteros, el segundo distinto de cero.

4.3 ANÁLISIS COGNITIVO

El modelo local de análisis cognitivo de nuestro trabajo de grado, direcciona la atención en los obstáculos, dificultades y obstáculos, que se presentan en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la fracción y su sentido de razón, lo cual se ha documentado en diferentes estudios e investigaciones del grupo PNA y en la literatura general de la Didáctica de las matemáticas.

La enseñanza del número racional en la escuela primaria

En la mayoría de propuestas curriculares y concretamente en la de nuestro país, la enseñanza del número racional inicia en el grado tercero con las fracciones, teniendo como punto de partida la relación parte-todo, para pasar en los siguientes años escolares a la mecanización de reglas y algoritmos, no se da un tratamiento principal a la medición, a la clase de magnitud, ni a la clase de unidad. Para (Fandiño, 2009, pág. 102) “Detrás del término –fracción- se esconden varias acepciones y esto genera una primera confusión: se pretende dar una “definición” inicial definitiva de este objeto pero esta elección luego no tiene la fuerza para satisfacer a todos los significados que el término asumirá en el curso de los estudios”.

El proceso de enseñanza y la forma en que son presentadas las fracciones privilegia entonces la congruencia geométrica entre las partes para garantizar la igualdad, de tal forma que el proceso de partición no se fundamenta en la medida de la magnitud que se desea repartir. Cuando se inicia la enseñanza de las fracciones centrado en particiones y conteo, se dificulta la conceptualización y la comprensión de fracciones

impropias, ya que si el denominador indica las cantidades en que se divide la unidad y el numerador las partes que se toman, luego ¿Cómo tomar una cantidad de partes, mayor de las que se obtuvieron al dividir la unidad? Otra dificultad se presenta cuando al tratar las fracciones desde el conteo y no desde la medición se limita la noción de equivalencia entre fracciones, la cual queda significada en la congruencia de las partes en que se ha dividido cada unidad, lo que se convertiría en un obstáculo para la comprensión de la razón y la proporción. La medición entonces debería ser un aspecto importante en la conceptualización de los números racionales y en consecuencia de la fracción y su sentido de razón, más cuando en la vida cotidiana y en el contexto escolar se manejan medidas racionales como; media hora, un cuarto de hora, medio metro, un cuarto de kilo, medio kilómetro entre otras.

Los obstáculos, las dificultades y los errores hacen parte de los procesos de enseñanza-aprendizaje, pero son más evidentes y frecuentes en el área de matemáticas, para nuestro interés mucho más frecuente en el manejo de las fracciones, y esto debido a la gran cantidad de significados que tiene. Los obstáculos, las dificultades y los errores son en conjunto trabas que afectan la adquisición y la consolidación de los conocimientos matemáticos por parte de los estudiantes. En muchas ocasiones las respuestas equivocadas a problemas son causadas por estas trabas, que pueden deberse a conocimientos o procedimientos erróneamente adquiridos. Desde este trabajo de grado concebimos que las dificultades son manifestadas en la complejidad del entendimiento de un objeto matemático, los errores son manifestaciones patentes de las dificultades y los obstáculos son situaciones que

desfavorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje. Rico (1995) da cuenta de la siguiente caracterización de los errores en el contexto educativo.

- Su aparición es “sorprendente”. A menudo los errores permanecen ocultos durante un tiempo, y solo surgen ante determinadas tareas.

- son persistentes, esto puede indicar que se trata de una mala interpretación de los alumnos de una amplia parte del conocimiento y puede reflejar un uso particular de reglas mnemotécnicas. Su corrección puede requerir una reorganización del conocimiento de los alumnos, ya que previamente estos mismos errores han tenido validez en otros contextos y no se manifestaron como tales.

- son sistemáticos, ya que responden a procesos mentales incompletos o equivocados, que el alumno utiliza de modo consiente y con confianza. También pueden aparecer errores por azar, pero estos son menos frecuentes y solo reflejarían una falta de atención o un despiste ocasional.

- Su significado es ignorado, de modo que respuestas claramente incorrectas no se cuestionan. Es decir, los alumnos que cometen un error no tienen conciencia del significado de los signos y conceptos con los que trabajaban.

Llinares & Sanchez (1998) Identifican cuatro tipos:

- Los que aparecen de forma aleatoria; descuido o distracción.
- Los que aparecen por defectos en la comprensión de un concepto.
- Los que aparecen debido a que el estudiante ignora la respuesta y da un resultado al azar.
- Los que aparecen por la aplicación sistemática de procedimientos erróneos.

A partir de estas clasificaciones y diversos trabajos, de los cuales se destacan; Chamorro (2003), Godino (2004), Torralba & Sánchez (2011), Egodawatte (2011) y Gonzalez (2015) entre otros, recogemos diversos obstáculos, dificultades y errores del concepto de fracción y razón.

Obstáculos

-Haber introducido persistentemente la enseñanza del número racional a partir de la fracción como relación parte todo.

-No haber desarrollado la enseñanza de la fracción alrededor de magnitudes y mediciones.

-El poco énfasis que pone el modelo de estudio escuela nueva (Modelo predominante en la zona rural con salones multigrado) en la enseñanza de las fracciones en los grados de primaria.

Dificultades

-En ocasiones el conocimiento y estudio previo de los números naturales inhiben el aprendizaje de los números racionales.

-Conceptualizar y representar las fracciones impropias.

-el significado de razón presenta mayor complejidad, puede ser por la comparación multiplicativa presente en la razón, que entra en conflicto con el pensamiento aditivo.

-Hallar fracciones equivalentes con términos menores a la fracción dada.

-Los estudiantes no siempre perciben que las fracciones son números ubicados entre dos enteros,

-Comparar dos fracciones, podría no comprender que dos fracciones dadas son equivalentes y que representan el mismo número, o que una representa un número mayor que la otra.

-Encontrar una fracción comprendida entre otras dos.

-Cuando se trabaja la fracción desde la relación parte todo se dificulta percibir el todo como una unidad individual, cuando se utiliza el modelo discreto (o de conjunto)

-Representar fracciones en la recta numérica.

-Representar la razón desde el modelo de área presenta más dificultad que desde el modelo discreto.

-Relacionar una fracción con otras representaciones del número racional como porcentajes y notación decimal.

Errores

-considerar el denominador y el numerador como valores aislados en el sentido parte todo.

-No reducir una fracción a su mínima expresión o fracción unitaria para dar cuenta de la razón (simplificación incompleta).

-Errores por distracción o descuido.

-Errores por defectos en la comprensión del proceso.

-No considerar válido dividir un número menor por un número mayor.

-Extrapolación del cálculo de los números naturales a las fracciones.

-Errores en la equivalencia de fracciones.

-Multiplicar en lugar de dividir y viceversa.

4.4 ANÁLISIS DE MEDIOS

Como ya lo hemos mencionado en el marco teórico conceptual, este análisis también es llamado de instrucción y se relaciona con la concreción en el aula, nosotros hemos puesto énfasis en los materiales que propone la Didáctica de las matemáticas para la enseñanza de las fracciones, dicho énfasis demandado por nuestro modelo local, ya que vemos necesario que los profesores de matemática del grado quinto, dentro del contexto en el que se desarrolla nuestra propuesta, conozcan los diversos materiales para enseñar las fracciones. Existen diferentes herramientas tecnológicas a través de software y páginas de internet, sin embargo la mayoría de las instituciones ubicadas en la zona rural no cuentan con medios tecnológicos no servicio de internet.

Dentro de la clase de matemáticas el diseño, la selección de materiales y la gestión de actividades de aprendizaje, constituyen un elemento clave para la adquisición de competencias por parte de los estudiantes. Un mejor conocimiento de los materiales permite al profesor de matemáticas proponer actividades con sentido didáctico. En su gran mayoría los materiales didácticos manipulativos están destinados a la representación pictórica del significado de la fracción relación parte todo, esto no quiere decir que no se puedan utilizar para representar la fracción en su sentido de razón desde alguna de sus fenomenologías, además es importante que los profesores de matemáticas conozcan estos materiales para determinar su aplicación y adaptación.

El muro de fracciones o diagrama de Freudenthal, el círculo de fracciones, el rompecabezas de fracciones y las tiras de fracciones son herramientas manipulables, simples, pero fácil de llevar al aula, sin embargo un profesor de matemáticas con el conocimiento matemático suficiente, rápidamente debería pasar de dicha representación pictórica a otras como la recta numérica, notación decimal y porcentajes, además de adicionarle magnitudes para construir una noción más significativa del número racional.

Regletas de cuisenaire

En muchas ocasiones los profesores de matemáticas hemos encontrado dificultad cuando pretendemos enseñar un objeto matemático, las regletas de Cuisenaire es un material didáctico útil en cualquier grado, en diversos temas y pensado para la enseñanza de la aritmética. Esta herramienta se potencia con el conocimiento didáctico de un profesor y despierta la creatividad de los estudiantes. Las regletas son objetos concretos que se pueden manipular y se convierten se trasforman en un objeto abstracto en la forma en que se trabajan, favoreciendo el inicio del pensamiento simbólico en el estudiante. Con este material se puede trabajar desde la relación parte todo hasta la razón.

Círculo de fracciones

Son dos cartulinas cortadas en forma de círculo superpuestas, una marca diferentes fracciones y otra es el sombreado, las nociones que se pueden enseñar con este material son variadas, concepto de fracción, fracciones equivalentes, razón, orden,

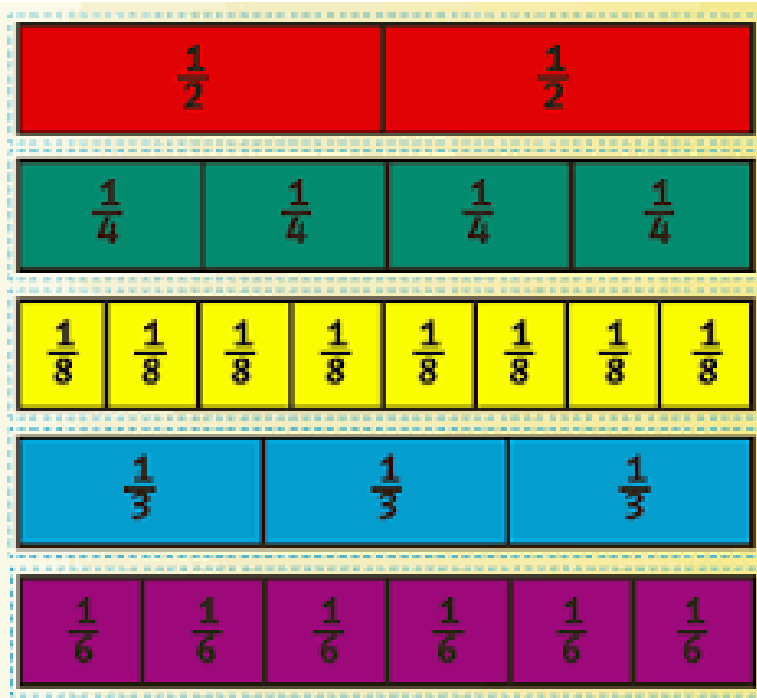
parte todo. Algunas de las actividades que se pueden desarrollar con este material son; dadas dos fracciones ver si son iguales, obtener fracciones equivalentes a la indicada, dada una fracción estimar el sector circular equivalente, dada varias fracciones ordenar de menor a mayor.

Domino (pluze) de fracciones

Este material consta de las 28 fichas del domino tradicional, en donde se asocia a cada uno de los lados o extremos de la ficha una fracción, con diferentes representaciones pictórica, simbólica, notación fraccionaria etc. Los temas que se pueden tratar son operaciones con fracciones y equivalencias, de estos dos el más relacionado con el sentido de razón son las equivalencias. Algunas actividades que resultan con este material son; identificar las distintas piezas y agrupar las equivalentes, ordenar de menor a mayor algunas fracciones, jugar partidas en equipos.

Diagrama de freudenthal

Consiste en dividir una hoja de papel en doce rectángulos iguales, colocando en cada uno las representaciones de las fracciones, El primero va en blanco, el segundo se divide con una línea vertical de tal manera que sea la mitad del anterior y así sucesivamente. Las nociones y procedimientos que se pueden tratar son; multiplicación y división de fracciones, relación parte-todo y equivalencias. Algunas de las actividades que se pueden realizar son; ordenar fracciones, realizar operaciones con fracciones, mostrar igualdades y desigualdades, dividir varias fracciones, entre otras.



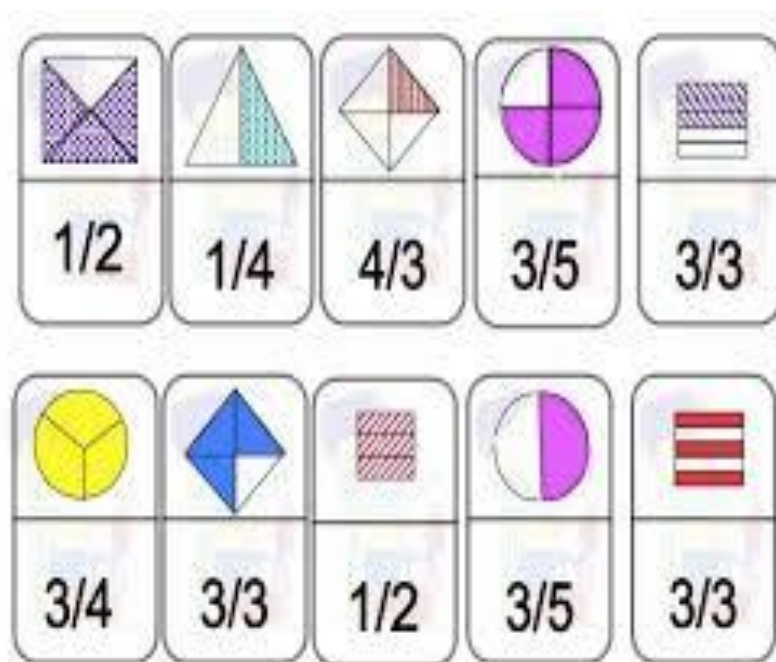
Gráfica 7.. Muro de fracciones o Diagrama de Freudenthal



Gráfica 8.Circulo de fracciones



Gráfica 11.Regletas de Cuisenaire



Sylvain Cielin

Gráfica 12.Domino de fracciones

De todos los materiales anteriores, el rompecabezas de fracciones quizás es el que da salida a las diversas representaciones de la fracción, sin embargo a la hora de utilizarlo en actividades se ve condicionado por las fracciones que traen en su mayoría las fracciones unitarias, de todas formas pueden llegar a ser unos buenos materiales en manos de un profesor con conocimiento matemático y un poco de creatividad para modificarlos. Otro material que pensamos puede ser muy útil para la enseñanza y el aprendizaje de varios objetos matemáticos, entre ellos la fracción, son las regletas de Cuisenaire con ellas se puede trabajar la razón, por su diversidad de tamaño y colores.

Otro material que contiene diversas representaciones y cumple una función parecida al del rompecabezas es el domino de fracciones. Nótese que la mayoría de materiales se pueden construir de manera artesanal y pueden ser modificables, en el caso del domino de fracciones podrían añadirse otras representaciones como la recta numérica, decimal, porcentaje e incluso otras fracciones equivalentes.

4.5 UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA (UGD)

Como ya lo habíamos mencionado, la UGB es la unidad didáctica que se presenta a los estudiantes, comparte en gran parte la estructura de la UAD, sin embargo no contiene el análisis didáctico que es propio del profesor, ni reflexiones y referencias bibliográficas. Dicha unidad será presentada como anexo del trabajo de grado.

5 ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA EXPERIENCIA

En este capítulo se recopilan aspectos que se consideran relevantes dentro de la aplicación de la primera versión de la Unidad Guía Didáctica, los cuales son objeto de análisis y que enriquecerán las reflexiones y conclusiones finales. Realizar el análisis didáctico de la experiencia permitirá mejorar la unidad guía didáctica para luego ser socializada. Los aspectos analizados surgen de la autoobservación mediante el análisis de videos de campo y enriquecen la formación docente, en tanto que se abre espacio a la autocrítica y a la autocorrección, que a su vez fortalecen el conocimiento matemático del profesor, ya que le obliga a mejorar los contenidos de la unidad didáctica.

La observación analítica y autocrítica dentro de un estudio de caso, permitirá posteriormente al profesor, someter sus hipótesis a prueba en una nueva aplicación de la unidad didáctica, lo que deriva según (Stenhouse, 1985, pag.193) en “Una clase especial de profesionalidad: La enseñanza basada en investigación”.

5.1 ANÁLISIS DE LA INSTRUCCIÓN

Desde este trabajo de grado se entiende el análisis de instrucción como una categoría del Análisis Didáctico que comprende a su vez dos subcategorías, la primera considera los tipos de tarea y las funciones (Marín, 1997, pág. 197-207) y la segunda los materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas (Coriat, 1997, pág. 155-175). Pero además en nuestro diseño metodológico se considera el análisis de instrucción, como una categoría que es transversal a las diferentes fases de la experiencia y que nos sirve no solo como una herramienta para la planificación de la

unidad didáctica, sino además como una herramienta que nos permite realizar análisis a la aplicación de la misma, y a la experiencia misma en sus diferentes etapas.

En la fase II de la sistematización de la experiencia docente se consideró la elaboración y aplicación de una unidad didáctica, la cual se registró bajo la modalidad de video de campo, que están registrados en los anexos y de los cuales extraemos apartes a nuestro juicio relevantes para analizar y que permitieron en la fase cuatro, hacer ajustes a la Unidad Guía Didáctica. De esa aplicación surge un análisis de instrucción mediante los videos de campo, que será presentado en el subcapítulo siguiente, y a continuación pretendemos, de manera general, analizar la aplicación de la unidad didáctica desde la perspectiva del profesor investigador.

La aplicación de la unidad guía didáctica se puede resumir en aspectos positivos y en aspectos por mejorar. En primer lugar desarrollaremos los aspectos positivos;

- Cuando el docente presenta la unidad guía didáctica, entrega a cada estudiante un ejemplar de la misma, lo que personaliza la actividad y permite un mejor seguimiento de la clase por parte de los estudiantes.

- La unidad guía didáctica está elaborada para este grupo en particular y para su contexto, lo que permite además decir que la unidad guía didáctica hace parte del currículo de la institución. Esto hace fuerte oposición a la prescripción de textos oficiales y privados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

-Dentro de la unidad guía didáctica se encuentra material de apoyo y ejercicios que puede manipular y rayar el estudiante, es decir no es solo una unidad que contenga información.

-La unidad guía didáctica cuenta con una secuencia de aprendizaje, en donde se aborda el tema de las fracciones a través de sus diferentes sentidos, lo que podría derivar en una mejor interiorización del tema por parte de los estudiantes y además encadena el tema con otros como las magnitudes y la regla de tres.

Entre los aspectos que pueden ser mejorados citamos;

-en primer lugar debe darse más protagonismo al estudiantes, es decir dejar que a través de las tareas construya e interiorice el conocimiento que se presenta.

-El profesor en muchas ocasiones dice cosas incorrectas o no las expresó de la manera correcta, lo que puede generar dudas en la construcción del conocimiento por parte del estudiante.

-Algunos ejercicios o tareas propuestas podrían ser realizados de manera concreta, por poner un ejemplo, la mezcla para obtener un fertilizante casero, puede hacerse bien sea con los materiales físicos propuestos y utilizando una balanza.

-Se nota ausencia de las TIC en el desarrollo de la clase, se podría pensar en incluir videos o algún ejercicio en el computador, que podría aportar al proceso de enseñanza y aprendizaje.

5.2 ANÁLISIS VIDEOS DE CAMPO

VIDEO 001

I fragmento

Profesor: ¿para qué sirven las fracciones?

Daniela: Para separar.

Johan: Medir las cantidades.

Análisis: A partir de estas dos respuestas podemos concluir que cada estudiante ha adquirido una idea del sentido de fracción diferente, o por lo menos recuerda una. En el caso de Daniela relaciona la utilidad de las fracciones con el sentido de la relación parte todo, y en el caso de Johan relaciona la utilidad de la fracción como medidor. Se esperaría en todo caso que al responder la pregunta un estudiante de grado quinto por lo menos nombre dos o tres sentidos de la fracción, lo que nos confirma que para enseñar la fracción en su sentido de razón, es necesario retomar los diferentes sentido de la fracción, que no son recordados por los estudiantes o no fueron vistos dentro del currículo.

II fragmento

Profesor: el profesor ha tomado una tirilla de papel y la ha doblado a la mitad, pregunta, ¿este es un medio?

Johan: Asiste con la cabeza para indicar que sí.

Profesor: ¿por qué es un medio?

Johan: No, es un entero.

Profesor: Todo es un entero, pero ¿cuál sería un medio?

Johan: La mitad.

Daniela: La mitad de eso.

Profesor: La mitad, pero si aparece así sin marcar, no significa nada, tenemos que significar la fracción marcándola, entonces vamos a colorear un medio

Análisis: Notamos como se evidencia que los niños han trabajado la fracción desde el sentido de relación parte todo, al relacionar un medio con la mitad es una evidencia de que el lenguaje matemático ha cobrado sentido en el lenguaje común. Un error que comete el profesor en el último párrafo es decir; “pero si aparece así sin marcar, no significa nada” ya que si se tiene una tira de papel dividida en dos parte y sin marcar puede indicar dos medios o un entero, esto es importante y es necesario tenerlo en cuenta a la hora de hacer representaciones tanto en esquemas pictográficos, como también en representaciones tangible.

III fragmento

Profesor: Daniela ¿este es un tercio?

Daniela: Si.

Profesor: ¿Cuál es el uno de tercio?

Daniela: Señala el cuadro en blanco sin marcar.

Profesor: o sea que aquí, a pero usted está utilizando el color blanco, mire que tenemos que ser muy cuidadosos, usted señalando uno de tres, pero si usted me ralla estos, yo le entiendo dos de tres.

Análisis: Es necesario a la hora de comprender o enseñar el sentido de la fracción como relación parte todo, que una misma representación podría representar dos fracciones diferentes dependiendo de que parte de la representación se signifique. Si tenemos una tirilla de papel fraccionada en tres partes iguales y dos de ellas han sido coloreadas, damos por sentado que dicha tirilla representa la fracción $\frac{2}{3}$ sin embargo para Daniela significaba la fracción $\frac{1}{3}$ lo cual también tiene sentido, es por eso que la

representación semiótica en esquemas pictográficos puede tener diferentes significados según el observador.

VIDEO 002

I fragmento

Profesor: Busquen fracciones equivalentes, ¿cómo lo va hacer Johan?

Johan: (Tiene escrita la fracción $8/16$) la mita de ocho es cuatro y la mitad de 16 es ocho, la mitad de cuatro es dos, la mitad de ocho es cuatro, la mitad de dos es una, la mitad de cuatro es dos. También hay para adelante como; ocho por dos dieciséis y dieciséis por dos... hummm treinta y dos. (Simplificó y amplificó para hallar equivalencias)

Profesor: Entonces, cuales son las fracciones equivalentes $8/16$ léamelas.

Johan: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $32/16$.

Análisis: Vemos como se pasó del registro semiótico de esquemas de figuras, al registro semiótico de lenguaje aritmético y específicamente a la representación en escritura fraccional. Sin embargo vemos que si bien la pretensión es comprender las equivalencias, hubiera resultado provechoso que las mismas equivalencias se representaran también en esquemas de figuras, lo que enriquecería la comprensión del objeto matemático. También se puede observar que Johan ha comprendido anteriormente las equivalencias en el lenguaje aritmético.

II fragmento

Profesor: Si tenemos cuatro metros de cable y yo le digo un medio de los cuatro metros de cable, ¿cuál es la unidad?

Daniela: La unidad es cuatro.

Profesor: Si, son los cuatro metros de cable. Y si yo le digo ¿cuánto es un medio de esos cuatro metros de cable?

Johan: Dos.

Profesor: Dos correcto, y dos cuartos (de los cuatro metros de cable)

Estudiantes: Piensan hummmm.

Johan: Dos también.

Análisis: Se puede observar que la intención del profesor es presentar a los estudiantes otro sentido de la fracción, en este caso la fracción como medida, además se nota que ya se relaciona el objeto matemático con las magnitudes, cuestión que le da un mayor sentido. Se resalta la secuencia didáctica la cual presenta un nuevo ejercicio que inmerso tiene el objetivo del ejercicio inmediatamente anterior.

III fragmento

Minuto: 27

Profesor: Les recuerdo algo, ustedes cuando estén en sexto van a ver los números racionales y van a encontrar que hay diferentes representaciones de los números racionales, entre ellas las fracciones, por ejemplo $\frac{1}{2}$, los números decimales 0,5, cero coma cinco es un medio, por que mire estamos aquí en la recta numérica y aquí está el 1 y en la mita 0,5 que es un medio, con porcentajes también, nosotros hemos visto el cien por ciento, cuál sería $\frac{1}{2}$ O 0,5 en porcentajes.

Johan: 50%

Profesor: si, por que estamos cogiendo de 100 partes, la mitad.

Análisis: Resulta muy importante que dentro del registro aritmético se comprendan las diferentes representaciones de un objeto matemático, en este caso la escritura fraccional, la escritura en porcentaje y la escritura en número decimal. Esto le permite una mejor comprensión del objeto matemático pero además permite que el estudiante

le encuentre sentido y comprenda dichas representaciones en situaciones e informaciones de la vida diaria.

VIDEO 004

I fragmento

Minuto: 02

Profesor: Ahora vamos a ver la fracción como un cociente de enteros, si por ejemplo tengo la fracción $\frac{1}{2}$ hago una división 1 dividido entre dos, el resultado que me dé, es el cociente entre enteros, es la división que siempre hemos conocido.

Por eso niños debemos estar muy atentos, si yo le pregunto Johan que es esto (señala $\frac{1}{2}$) que me diría.

Johan: (piensa) depende.

Profesor: ¿Depende de qué?

Johan: Si es parte todo o cociente de entero.

Análisis: Si bien el profesor pretendió dejar claro el sentido de la fracción como cociente indicado, precisamente le faltó más claridad, en tanto que debe explicar mejor el sentido de cociente indicado y tratar de no relacionarlo directamente con el objeto matemático de la división. Por otra parte es pertinente la observación que les hace el profesor respecto a que si uno observa una representación aritmética en lenguaje fraccional, esta no adquiere un sentido por sí solo, sino que el observador o el planteamiento de la situación quienes le dan el sentido.

VIDEO 005

I fragmento

Minuto: 00

Profesor: Una razón Johan es la relación que hay entre dos cantidades, vamos a abordarlo desde la siguiente situación problema y la voy a leer, *(El compost es una clase de abono natural que se utiliza para nutrir los cultivos, consiste en una mezcla de*

residuos secos; como hojas y aserrín, con residuos húmedos, como plantas y residuos de cocina. Esta mezcla se realiza en una razón de 2 kilos de residuos secos por cada 6 de residuos húmedos). o sea que para hacer compost que es una clase de abono, se necesita residuos secos 2 Kilos (lo anota en el tablero) por 6 Kilos de residuos húmedos. 2/6 entonces la razón para hacer compost con residuos secos y húmedos es de 2/6, aquí cuando hablamos de razón se lee la raya fraccional como a, pero además hay otra manera formal de representar (escribir) una razón, no con la raya fraccional pero si (2:6) los dos puntos se leen (a) y en los dos casos (2/6 y 2:6) lo leemos como fracción de dos a seis. Así que en la razón relacionamos dos magnitudes o dos cantidades. Si yo digo que quiero hacer 32 kilos de compost que debo hacer.

Johan: De kilos secos serian 4, ve digo 6 y de kilos húmedos 18.

Profesor: Seguro y ¿6 más 18 cuanto da?

Johan: 24 y arriba es 8.

Profesor: Si yo simplifico eso la razón debe seguir siendo 2 a 6. (Al realizar la simplificación se da el resultado) pero Johan cómo llego usted a dar ese resultado?

Johan: Fue sumando el numerador y luego el denominador (es decir amplifiqué)

Análisis: Este ejercicio está encaminado a comprender la fracción en su sentido de razón, y en general está ajustado al contexto de la zona rural, sin embargo después de la observación del video surgió una autocrítica, y es que no basta con realizar la tarea en el papel, que sería la postura de una clase magistral. Para el mejoramiento de la unidad guía didáctica se tendrá en cuenta, elaborar tareas desde lo concreto y que permitan que el estudiante sea el principal protagonista de la enseñanza.

6. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

En este capítulo se reflexiona sobre la Sistematización de Experiencia docente a modo de conclusiones, con el fin de evidenciar los resultados, producto de la elaboración de una unidad didáctica fundamentada en el análisis didáctico entorno a la fracción en su sentido de razón. También se informa sobre la bibliografía que sustenta todo el trabajo de grado.

6.1 CONCLUSIONES GENERALES

Resultado de la culminación del proceso de Sistematización de la Experiencia Docente de un profesor de matemáticas de educación básica primaria (del grado quinto), que labora en la institución educativa pública rural Monteloro, entorno a la elaboración, aplicación y análisis de una Unidad Didáctica sobre las fracciones, sus diferentes sentidos y en particular el sentido de razón en el grado a su cargo, y dentro del proceso de formación post graduada en el programa académico -Maestría en Educación énfasis Educación Matemáticas y Ciencias Experimentales- de la Universidad del Valle, sede Tuluá, de manera general se pueden inferir las siguientes conclusiones.

La visión que hemos construido desde este trabajo de grado sobre la formación docente, se enmarca siguiendo a (Bedoya, 2017) en la concepción de un docente investigador, que acude a la Didáctica de la matemática como campo de investigación

y de desarrollo de las matemáticas escolares, que utiliza el análisis didáctico como herramienta metódica de innovación curricular para mejorar sus competencias, haciendo énfasis en las competencias necesarias para el proceso de planificación, y en los conocimientos matemáticos y didácticos demandados para tal fin. Durante el proceso de sistematización se evidenció que cuando un profesor de matemáticas fundamenta la planeación desde la Didáctica de las Matemáticas, potencia no solo sus conocimientos acerca de un tema específico, sino que además favorece el aprendizaje de los estudiantes.

Acudir a los desarrollos de la Didáctica de las Matemáticas escolares a través del análisis didáctico permite a un profesor de matemáticas de educación básica primaria, como indica Rico (1997) priorizar en nuevos organizadores del currículo para la concreción de la enseñanza de las matemáticas en el aula, lo que permite enriquecer el conocimiento didáctico y matemático general y/o de un objeto matemático específico, en nuestro caso la fracción en su sentido de razón. y una mejor comprensión deriva en una mejor enseñanza, convirtiéndose en una manera innovadora de formación continua, planificación de unidades didácticas e innovación curricular.

La propuesta curricular, los referentes de calidad contenidos en la misma, los libros de texto y la formación inicial no son elementos suficientes para que un profesor de educación básica primaria de quinto grado, oriente de manera acertada la enseñanza de un objeto matemático complejo, como lo es la fracción en su sentido de razón, el cual además es una representación de la estructura numérica de los números

racionales. En la mayoría de los textos la enseñanza de las fracciones esta segmentada a través de los diferentes periodos del año escolar, esto no es dificulta que el profesor articule conocimientos necesarios para que los estudiantes comprendan la complejidad de las fracciones dentro de la estructura de los números racionales. Los libros de texto abordan el aprendizaje de la fracción en su sentido de razón sin relacionar el tema con las magnitudes, asociándolo solamente a una colección de objetos, como se evidencia en el anexo 8 taller para avanzar del libro ZOOM 5 a las Matemáticas página 222.

Hacer un análisis curricular, permite a un profesor de matemáticas, conocer según la propuesta curricular, cómo se concibe el conocimiento, cómo se concibe el aprendizaje, cómo se concibe la enseñanza y como se evalúa dicho conocimiento. Sin embargo para nuestro caso encontramos que el currículo no contiene la suficiente información de qué y cómo enseñar la fracción en su sentido de razón, en cambio se centra más en la enseñanza de la fracción desde su significado relación parte-todo. Desde este trabajo de grado se evidenció que la enseñanza de la fracción en su sentido de razón es imprescindible en quinto grado de educación, ya que resulta fundamental para el entendimiento de las proporciones y en consecuencia favorece la comprensión y la resolución de problemas utilizando la regla de tres directa, temas que se deben tratar en este grado de escolaridad, pero que son en la aritmética del grado sexto y el álgebra del grado octavo.

Realizar un análisis didáctico de carácter local en torno a la fracción en su sentido de razón permite a un profesor de matemáticas de educación básica primaria, comprender mejor la estructura de los números racionales y articular las diferentes representaciones que existen de los mismos, además de comprender la noción de fracción dentro de las matemáticas escolares, y reconocerla como una de las representaciones del número racional, la cual tiene diferentes significados o sentidos. La riqueza del análisis didáctico radica en que no necesariamente un profesor tiene que saber mucho de matemáticas para desarrollarlo, pero en cambio el análisis didáctico le amplía el horizonte de conocimiento matemático y didáctico, lo que a su vez lo convierte en una herramienta de formación continua.

La propuesta de análisis didáctico de carácter local que hace (Bedoya, 2001) permite enriquecer y potenciar los conocimientos de un profesor del grado quinto, pero además permite fortalecer las competencias docentes para la planificación y la elaboración de unidades didácticas, lo que supone innovar en los procesos de enseñanza y una intervención directa al currículo en su nivel de concreción.

Derivado de esta experiencia de formación e innovación curricular, se hace necesario considerar y distinguir la elaboración de dos clases de unidades didácticas, una dirigida al profesor, que denominamos (unidad de análisis didáctico UAG) y en la cual se realiza basada en el análisis didáctico en sus distintas categorías. Y la otra dirigida a los estudiantes, que hemos denominado (unidad guía didáctica UGD) y que contiene la secuencia de actividades y tareas a desarrollar por los estudiantes y

contenidos necesarios para la comprensión y el aprendizaje. Esta caracterización de unidades didácticas permite primero una mejor comprensión de los objetos matemáticos por parte de un profesor no licenciado en matemáticas, así como una mejor planificación para la aplicación en el aula y segundo un proceso de enseñanza-aprendizaje innovador a través de una unidad guía didáctica pensada y elaborada para un grado en especial.

Dentro de los componentes del análisis didáctico, el que mejora y potencia sustancialmente el conocimiento didáctico de un profesor de educación básica primaria, es el análisis de contenido, esto se comprende ya que la mayoría de profesores de educación primaria no tienen formación profunda en las matemáticas, así por ejemplo comprender el concepto de fracción en su sentido de razón, los fenómenos que atiende, las diferentes representaciones y los registros que se pueden utilizar para su enseñanza, y la evolución del concepto a través del tiempo, comporta una información fundamental para mejorar las competencias necesarias para la elaboración de una unidad didáctica.

A partir del análisis de contenido, se concluye que, un profesor de matemáticas de básica primaria debe orientar la enseñanza de las fracciones en todos sus sentidos, desde o a través de las magnitudes, ya que las magnitudes le dan sentido, y en especial a la fracción como razón. Por ende una de las recomendaciones no solo para los profesores de quinto grado, sino para los profesores encargados de los grados inferiores, es que trabajen las fracciones entorno a las magnitudes, aun desde la

fracción en su significado parte-todo y transfiriendo siempre las actividades con material concreto a un sentido que se acerque más a la realidad, con situaciones del entorno.

Abordar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva sociocultural, permite al profesor de matemáticas, diseñar actividades didácticas para comprender la fracción en su sentido de razón, desde el contexto sociocultural del estudiante, lo que mejora los procesos de aprendizajes ya que los estudiantes encuentran un sentido a los conceptos y nociones enseñadas. Por eso es fundamental incluir dentro de la planificación de una unidad guía didáctica, tareas que impliquen la acción del estudiante y la manipulación de instrumentos de medición de magnitudes que involucren situaciones de su mismo entorno para una mejor comprensión del objeto matemático de la fracción, esto supone como indica Lupiáñez (2009) en uno de los componentes de la estructura del análisis didáctico de instrucción, que a veces a los estudiantes les resulta más fácil las tareas enmarcadas en contextos cercanos, y así posteriormente pasar a otro tipo de tareas que supongan más complejidad.

El proceso de sistematización de una experiencia docente, comprende en sí mismo toda una metodología de investigación, que debe ser aprovechada por los profesores de matemáticas en ejercicio, ya que es el aula el laboratorio en donde se concreta el currículo y en donde surgen las posibilidades de innovar y aportar a la Didáctica de las Matemáticas, más aún cuando es un campo de estudio e investigación en proceso de consolidación en nuestro país. Son los docentes los que finalmente concretan una

propuesta curricular, y su trabajo, como su aporte desde la investigación, comporta el futuro de las matemáticas en nuestro país.

6.2 REFLEXIONES

Durante la experiencia didáctica que comprendió este trabajo de grado, hemos podido comprender de una manera más clara el rol del profesor de matemáticas en la educación primaria, que no se limita solamente a la enseñanza de unos contenidos, sino que además comporta un conocimiento profundo de la propuesta curricular en nuestro país y un conocimiento didáctico y matemático amplio, que le permita comprender un los objetos matemáticos. El análisis didáctico se ha convertido para nosotros no solo en una herramienta metódica que permite la elaboración de unidades didácticas en torno a un objeto matemático, sino además en una estrategia de formación, innovación e investigación. Formación ya que se forma haciendo análisis, investigación puesto que se recaba conocimiento didáctico a través de la sistematización de tipo investigativo como una herramienta para la investigación, e innovación que se concreta en una propuesta de aula y curricular para resolver problemas de la enseñanza.

La oportunidad de hacer una maestría en la Universidad del Valle, contando con docentes universitarios de la mejor calidad, contribuyó a todo el proceso de la experiencia y al desarrollo y construcción de este trabajo de grado. Pero además contribuyó a mejorar mis prácticas de aula y que hacer profesional, lo que deriva en un

fortalecimiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje en nuestro país. Sería muy conveniente para la educación primaria en nuestro país, que más y más profesores puedan realizar estudios de postgrado, pero no cualquier maestría por el solo hecho de ascender en el escalafón docente, sino una maestría que fortalezca sus competencias profesionales docentes y que lo empodere practicar otra clase de profesionalidad como propone (Stenhouse, 1985, p.193) “la enseñanza basada en investigación” o como propone (Bedoya, 2017, p.5) asumir “la enseñanza como una actividad científica”.

Es preciso hacer la invitación a las universidades que ofrecen programas de pregrado en licenciatura en educación básica con sus diferentes énfasis, para que incluyan en su plan de estudios asignaturas que formen entorno a las didácticas específicas de las áreas fundamentales y en especial la Matemática. Y al ministerio de educación para que trabaje de la mano de las universidades en la formación de profesores de básica primaria, tanto en los programas de pregrado, como formando los profesores que ya hacen parte de la planta docente de nuestro país. Es fundamental que el profesor de básica primaria pueda brindar una formación de calidad a los estudiantes, para que los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación básica secundaria y media se concreten con éxito.

Una última reflexión está dirigida a persuadir a todos los profesores que dan matemáticas en la educación primaria, aún sin ser licenciados en matemáticas, aún sin que les guste o entiendan algunos objetos matemáticos, para que se formen como profesores de matemáticas a través del análisis didáctico en un programa de postgrado

o a que acudan a la literatura de la Didáctica de las Matemáticas como campo disciplinar y puedan enamorarse de las matemáticas, por que como dijo Marcus du Sautoy “-Las matemáticas tienen belleza y romance. El mundo de las matemáticas no es un lugar aburrido en el que estar. Es un lugar extraordinario; merece la pena pasar el tiempo allí”.

BIBLIOGRAFÍA

Bedoya E, (2013, 2014) La unidad didáctica y el análisis didáctico como instrumentos metodológicos de investigación en didáctica de la matemática y formación de profesores: el caso de la derivada.

Bedoya, E (2017) formación de profesores de educación básica y media en matemáticas y su didáctica: conocimiento didáctico del contenido, análisis didáctico y unidades didácticas, Univalle.

Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de Matemáticas: La Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras. Tesis Doctoral, Universidad de Granada.

Bishop, A. J. (1999). Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural (Vol. 49). Grupo Planeta (GBS).

Castro, E. (Ed.) (2001). Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis.

Chamorro, M.C. (coord.) (2005). Didáctica de las Matemáticas, Educación Infantil. Madrid: Pearson.

Coll, C. (1988). Significado y sentido en el aprendizaje escolar. *Infancia y aprendizaje*. 41, 131-142.

Coriat, M. (1997). Materiales, recurso y actividades: Un panorama. En L. Rico (Coord.) *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. ICE/Horsori, Barcelona. España.

Elliot, J. (1990). *La Investigación-Acción en Educación*. Madrid: Morata.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Magisterio.

Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.

Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Publicación realizada en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y Fondos FEDER, BSO2002-02452. Granada, España.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral. Granada: España.

Jara, O. (1994). Para sistematizar experiencias (p. 13). San José: Alforja Matemática en la enseñanza secundaria. ice (Institut de Ciències de l'Educació Universitat de Barcelona. Horsori Editorial.

Marín, A. (1997). Programación de Unidades Didácticas. En L. Rico (Coord.), La educación matemática en la enseñanza secundaria. ICE/Horsori, Barcelona. España.

Martínez, M. (2012). Tesis de Maestría. Movimientos. Simetría. Universidad de Granada España. Matemática en la enseñanza secundaria. ice (Institut de Ciències de l'Educació Universitat de Barcelona. Horsori Editorial.

MEN (1999). Lineamientos curriculares nuevas tecnologías y currículo de Matemáticas. Santafé de Bogotá.

MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Santafé de Bogotá. MEN.

Perrenoud, Ph. (2001, 2004, 2009). Diez nuevas competencias para enseñar. Barcelona, Graó.

Perrenoud, P. (2004). Diez nuevas competencias para enseñar: invitación al viaje (Vol. 196). Graó.

Rico L, Segovia I (2011, 2015, 2016) Matemática para maestros de Educación primaria. Universidad Granada España. Ediciones pirámide. Madrid España.

Rico L, Flórez M (2015). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Editorial Pirámide. Universidad Granada España.

Rico, L (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.): La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria (pp. 39- 59). Barcelona: Horsori.

Rico, L. (1992). Consideraciones sobre el Currículo Escolar de Matemáticas. Revista EMA, 1, 4-24.

Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el Currículo Escolar de Matemáticas. Revista EMA, 1, 4-24.

Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. En Kilpatrick Jeremy, Gómez Pedro y Rico Luis (Editores) Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Rico, L. (1997). Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria. Editorial Síntesis, S.A.

Rico, L. (1998). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de secundaria en didáctica de la matemática. En Braira (Ed.), La formación inicial de los profesores de primaria y secundaria en el área de didáctica de las matemáticas (pp. 183-194). León: Universidad de León.

Rico, L., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M. (1997).

Rico, L.; Marín, A.; Lupiañez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria: el caso de los números naturales. Suma, 58, 7-23.

ANEXOS

Anexo 1. Unidad Guía Didáctica

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN
UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

ACTIVIDAD 1. EXPLORACIÓN DE SABERES

- ¿Qué recuerdan de las fracciones?
- ¿Cuáles son las partes de la fracción?
- ¿para qué sirve una fracción?
- Representa una fracción de las formas que conozcas el siguiente espacio.

Coloca el nombre a cada parte de la fracción.

$$\begin{array}{c} a \\ \hline b \end{array}$$

Completa la columna de ejemplos.

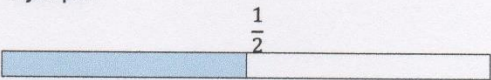
PRESABERES SOBRE ESCRITURA FRACCIONARIA		
Tipo	Características	Ejemplo
Propia	El numerador es menor que el denominador	
Impropia	El numerador es mayor que el denominador	
Homogénea	Tiene el mismo denominador	
Heterogénea	Tiene distinto denominador	
Entera	El numerador es igual al denominador, representando un entero	
Unitaria	El denominador es siempre el 1	
Equivalente	Cuando tienen el mismo valor, son equivalentes si son iguales sus productos (Multiplicación) cruzados	

ACTIVIDAD 2. EL SENTIDO PARTE TODO

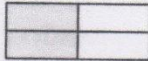
Dobla las tiras de papel que te facilite el profesor, para representar las siguientes fracciones.

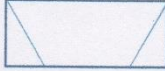
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$$

Ejemplo:

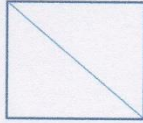


Encierra con un círculo rojo las figuras que no consideres que representan una fracción.









Colorea y representa el muro de fracciones que te facilita el docente.

Utiliza las regletas de cuisenaire para representar las fracciones dadas por el profesor.

Recorta y arma el círculo de fracciones contenido en la hoja que te facilite el profesor.

Utiliza la cinta métrica para calcular.

Fracción	Centímetros	Magnitud
1 Metro		Longitud
$\frac{1}{2}$ de Metro		Longitud
$\frac{1}{4}$ de Metro		Longitud

• Utiliza la gramera y la arena para calcular.

Fracción	Gramos	Magnitud
1 Kilo		Peso
$\frac{1}{2}$ Kilo		Peso

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

$\frac{1}{4}$ Kilo		Peso
--------------------	--	------

ACTIVIDAD 3. LA FRACCIÓN COMO OPERADOR

En muchas ocasiones se requiere resolver problemas en donde la fracción se utiliza como operador, es decir indica la cantidad respecto a una magnitud.

A un grupo de trabajadores, les corresponde pavimentar $\frac{1}{2}$ de 80 kilómetros, **¿Cuántos kilómetros deben pavimentar?**

Sigue atentamente el procedimiento; el numerador se multiplica por la magnitud indicada y se divide el resultado por el denominador.

$$\frac{1}{2} \text{ de } 80 = \frac{1 \cdot 80}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

El grupo de trabajadores debe pavimentar 40 kilómetros.

RESUEVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

En el grado quinto hay 24 estudiantes, $\frac{3}{4}$ de los estudiantes son mujeres, **¿Cuántas mujeres hay en el grado quinto?**

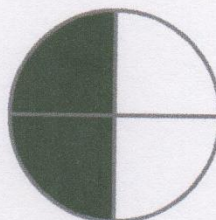
- El propietario de una finca, cuyo tamaño es de 12 hectáreas quiere sembrar $\frac{1}{3}$ del área con frijol y $\frac{2}{3}$ con habichuela, **¿Cuántas hectáreas corresponderán a cada cultivo?**

ACTIVIDAD 4. LA FRACCIÓN COMO COCIENTE

La fracción puede representar la repartición de un entero, el entero que se reparte se escribe como numerador y la cantidad entre la que se reparte se escribe como denominador.

El profesor les da 2 círculos en cartulina, los círculos representan 2 pizzas que pretenden ser repartidas entre 4 estudiantes. **¿Qué cantidad de las dos pizzas le corresponde a cada uno de los 4 estudiantes?**

Reparto 2 pizzas entre 4 estudiante = $2 \div 4 = \frac{2}{4}$



$$\frac{2}{4}$$

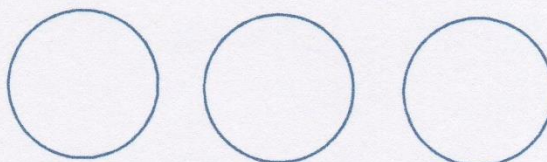
Es el cociente que indica la cantidad que le corresponde a cada estudiante. Debes notar que dos cuartos, corresponden también a un medio.

En esta fracción el entero es (2 pizzas) que se reparte y se escribe como numerador, y la cantidad entre la que se reparte (número de estudiantes 4) se escribe como denominador.

Fracciona en cuartos cada pizza y pinta de un color diferente la cantidad que corresponde a cada uno de los 4 estudiantes estudiante.

Escribe el cociente indicado para esta situación y representa el pictograma.

3 Naranjas deben ser repartidas entre 4 personas



LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

ACTIVIDAD 5. FRACCIONES, PORCENTAJES Y DECIMALES

Toda fracción se puede transformar a un número decimal calculando la división entre su numerador y su denominador.

Observa el ejemplo y completa la tabla.

$$\frac{9}{5} = 9 \div 5 = 1.8$$

Fracción	División	Decimal
$\frac{2}{1}$		
$\frac{8}{5}$		
$\frac{3}{4}$		
$\frac{18}{12}$		

Transformación de fracción decimal a número decimal: Una fracción decimal es aquella que tiene por denominador la unidad seguida de ceros.

$$\frac{6}{10} \quad \frac{25}{100} \quad \frac{124}{1000} \quad etc$$

Para escribir una fracción decimal en forma de número decimal, se escribe el numerador y se separa con una coma, hacia la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador. Si es necesario se añaden más ceros.

$$\frac{5}{10} = 0,5$$

Un cero, una cifra decimal

$$\frac{634}{1000} = 0,634$$

Tres ceros, tres cifras decimales

Convierte las siguientes fracciones decimales en forma de número decimal.

Fracción	Número Decimal
$\frac{23}{100}$	
$\frac{34}{10}$	
$\frac{12}{100}$	
$\frac{53}{1.000}$	

Las fracciones que tienen como denominador 100 además de ser una fracción decimal, se puede interpretar o puede representar un porcentaje.

Los porcentajes se denotan utilizando el signo porcentaje % se escribe inmediatamente después del número sin dejar espacio.

$$48\% = \frac{48}{100} = 0,48$$

48% es un porcentaje

48% se lee 48 por ciento

Significa 48 de cada 100

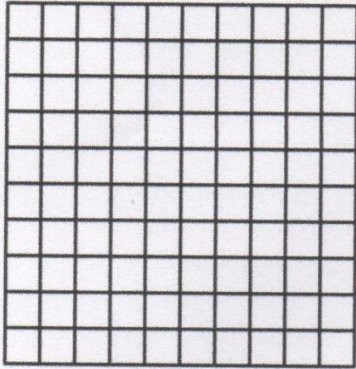
Al expresarse como porcentaje es posible comparar diferentes cantidades, en relación a un todo que es 100.

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

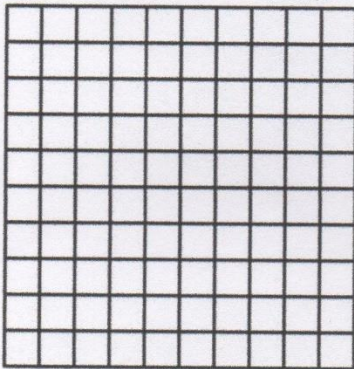
UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

Colorea en la cuadrícula, la cantidad que representa cada porcentaje.

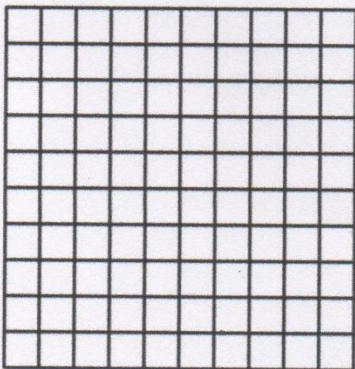
48%



20%



50%



Para calcular el porcentaje de una cantidad o magnitud, se multiplica el número del porcentaje por el número de la cantidad o magnitud y se divide por cien.

$$48\% \text{ de } 75 = \frac{48}{100} \text{ de } 75 = \frac{48 \times 75}{100}$$

$$= \frac{3600}{100} = 36$$

Calcula los siguientes porcentajes:

10% de 130

25% de 120

Resuelve la siguiente situación

Después de recoger la cosecha que correspondió a 90 bultos de tomate de árbol, el dueño de una finca ha dispuesto que el 30% sea enviado a Bogotá, el 40% a Tuluá y el resto sea enviado a Medellín. ¿A qué cantidad de bultos, corresponde cada porcentaje?

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

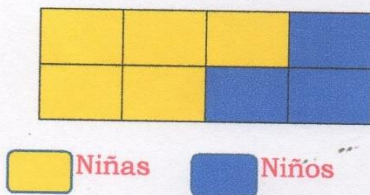
ACTIVIDAD 6. LA FRACCIÓN COMO RAZÓN

Una fracción puede representar o ser interpretada como razón.

RAZÓN: Una razón es una comparación o relación de objetos o magnitudes. Estos objetos o magnitudes por lo regular son heterogéneos, es decir son diferentes, lo que genera una relación parte a parte.

Ejemplo:

Representemos pictográficamente los estudiantes de un salón de clase en donde hay 5 niñas y 3 niños.



La representación en escritura fraccional que es muy útil para resolver problemas, de esta relación parte a parte sería;

$$\frac{5}{3}$$

La cual para ser formalmente interpretada como razón, se escribe y lee de la siguiente manera.

5:3
cinco a tres

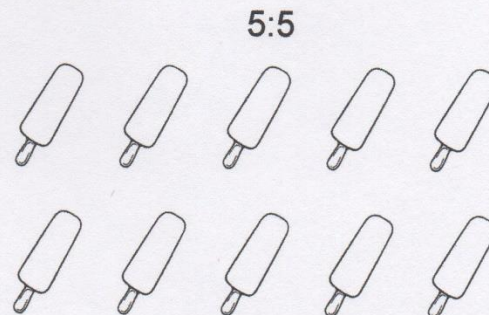
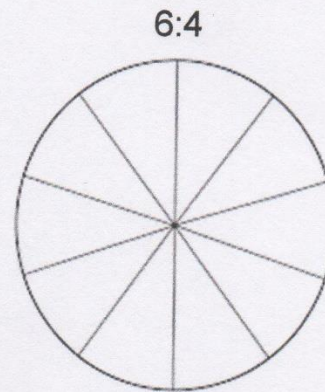
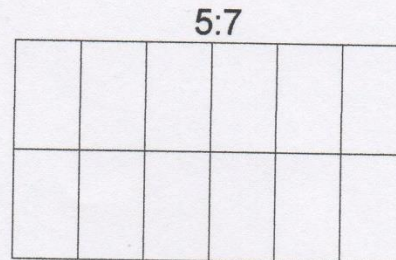
Si primero se nombrara a los niños la razón debiera de escribirse;

$$\frac{3}{5}$$

La cual para ser formalmente interpretada como razón, se escribe y lee de la siguiente manera.

3:5
tres a cinco

Colorea la representación pictográfica según la razón dada.



LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

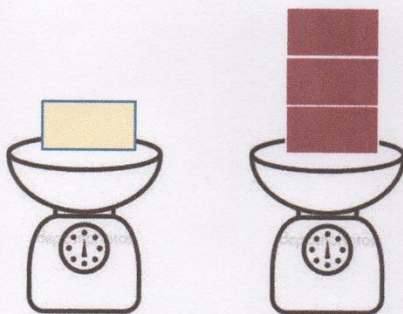
UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

La razón puede representar la relación entre magnitudes. (Longitud, peso, volumen, superficie etc.)

MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	Metro	m
Superficie	Metro cuadrado	m ²
Volumen	Metro cúbico	m ³
Masa	Kilogramo	kg
Capacidad	Litro	l
Tiempo	Segundo	s
Ángulos	Grado	°
Temperatura	Grado centígrado	°

Un rollo de carne para 10 personas se prepara mezclando carne de cerdo con carne de res, a razón de 1:3 kilogramos.

Escribe con lapicero 1Kg en cada cuadro



CERDO

RES

¿Si se requiere preparar la misma receta para 20 personas, cuantos kilos de carne de res y de cerdo se necesitan?

La simplificación de fracciones

Una persona recorre una distancia de 200m en 40s.

Cuando nos dan cifras grandes que representan magnitudes, es necesario simplificar o reducir a la mínima expresión, para dar una respuesta más precisa.

La escritura fraccional de una razón facilita la simplificación de sus términos.

Se simplifica a través de la división.

$$\frac{200}{40} = \frac{100}{20} = \frac{50}{20} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$\xrightarrow{+2} \quad \xrightarrow{+2} \quad \xrightarrow{+2} \quad \xrightarrow{+5}$
 $\xleftarrow{+2} \quad \xleftarrow{+2} \quad \xleftarrow{+2} \quad \xleftarrow{+5}$

La persona recorre la distancia a razón de 5:2 metros por segundo.

La condición fundamental para simplificar es que se pueda dividir por el mismo número el numerador y el denominador y que su resultado sea un número entero.

Pasa a escritura fraccional las siguientes razones y luego simplifica.

Razón	Fracción	Fracción simplificada
6:8		
30:24		
360:92		
24:32		

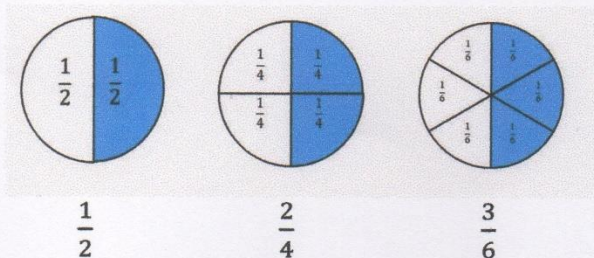
LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

ACTIVIDAD 7. LA EQUIVALENCIA

La equivalencia es sinónimo de igualdad, dos fracciones pueden ser equivalentes es decir representan un mismo valor, a pesar de que no sean las mismas.

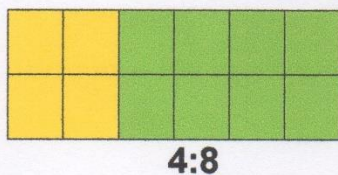
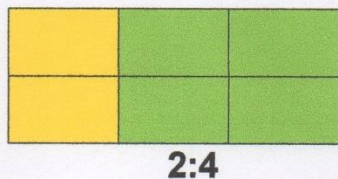
Veámoslo desde una representación pictográfica en la relación parte todo.



Las fracciones representan un mismo valor.

Cuando interpretamos la fracción en su sentido de razón podemos decir que son equivalentes y representan el mismo valor.

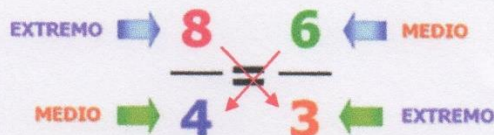
Veámoslo desde una representación pictográfica en la relación parte a parte.



Nótese que son dos razones equivalentes.

Métodos para saber si dos fracciones son equivalentes

Producto cruzado: si al multiplicar los extremos y luego los medios, el resultado es igual, podemos concluir que dos fracciones son equivalentes.



Extremos $8 \times 3 = 24$

Medios $6 \times 4 = 24$

Recordemos como representamos formalmente una razón.

$$\frac{8}{4} \quad 8:4 \text{ se lee } 8 \text{ es a } 4 \quad \frac{6}{3} \quad 6:3 \text{ se lee } 6 \text{ es a } 3$$

Entre dos razones podemos identificar el producto cruzado de la siguiente manera.

Términos medios

$$8 : 4 = 6 : 3$$

Términos extremos

Extremos $8 \times 3 = 24$

Medios $6 \times 4 = 24$

Comprueba si las siguientes razones son equivalentes, escribe el procedimiento.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$1:4 = 2:8$$

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN
UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

ACTIVIDAD 8. TALLER PRÁCTICO

Preparación de un fungicida para aplicaren el terreno de la huerta escolar.

Los fungicidas son sustancias tóxicas que se emplean para impedir el crecimiento o eliminar los hongos y mohos perjudiciales para las plantas, los animales o el hombre. El terreno que dispusimos para la huerta escolar, se ha delimitado, desyerbado y removido la tierra, el paso a seguir es aplicar el fungicida 5 días antes de la siembra de la semilla.

Lee el siguiente texto y resuelve.

Los Nemátodos, son un grupo de animales conocidos popularmente como gusanos redondos por la forma de su cuerpo. Son animales triblásticos, tienen el cuerpo alargado y cilíndrico y presentan simetría bilateral. Hay más de 25000 especies conocidas de nematodos, pero se estima que podría haber hasta un millón de especies en total. Se han adaptado tremendamente bien a prácticamente cualquier ecosistema y son los animales más abundantes de la Tierra ya que el 80% de individuos animales en el mundo son nematodos. Se encuentran en agua salada, agua dulce, en la tierra, en regiones tropicales, polares e incluso en alta montaña. Aproximadamente la mitad de las especies son parasíticas, incluyendo especies patógenas para el ser humano.

(Apóyate en las actividades anteriores para resolver las siguientes preguntas)

Si el 80% de animales de la tierra son nematodos, pasa dicho porcentaje a fracción e interpreta el resultado.

Suponiendo que hay una cantidad de 1.000.000 un millón de animales, ¿a cuánto equivale el 80% de esta cantidad?

La preparación

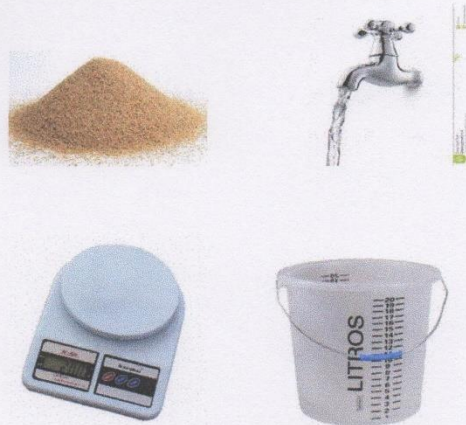
Fungicida	Utilidad
PAECILOTROPICO	Controla nematodos existentes en el suelo y que son perjudiciales para las plantas.

Deben preparar el fungicida a razón de 5 gramos del producto por 1 litro de agua.

Escriba en símbolos de manera formal la razón que representa dicha mezcla.

Identifique y escriba las magnitudes que representa cada valor de la razón representada.

Consigue un recipiente en donde puedas medir un litro de agua, y toma del centro de recursos la gramera y una bolsa de arena. (En un principio experimentarás con agua y la arena representará el fungicida, para realizar la mezcla teniendo en cuenta la razón dada)



Posteriormente el profesor realizara la mezcla verdadera para aplicar, guiado por los estudiantes.

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN

UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

ACTIVIDAD 8. REGLA DE TRES.

La regla de tres es un método de uso común para resolver problemas.

La regla de tres se basa en una ley de las proporciones que ya la vimos en la actividad 7 de equivalencias y que llamamos producto cruzado, entonces podemos decir que equivalencia se puede relacionar con proporción.

Si tenemos en cuenta la razón de preparación para el fungicida, (Deben preparar el fungicida a razón de 5 gramos del producto por 1 litro de agua) y nos plantean la siguiente situación.

Se necesitan preparar 15 litros del fungicida, cuantos gramos de PAECILOTROPICO se deben pesar para la mezcla.

Paso1

Identificamos y emparejamos los datos por magnitudes. Y en donde no conocemos la magnitud, es decir la que pretendemos encontrar, ponemos una (x) que representa una incógnita, es decir algo que no sabemos.

Litros	gramos
1	5
15	X

Paso2

Escribimos el emparejamiento de magnitudes en forma de fracciones y los igualamos.

$$\frac{1}{15} = \frac{5}{x}$$

Paso3

Colocamos los productos cruzados y los igualamos. **(Ten en cuenta que en este procedimiento el símbolo de la multiplicación se debe representar con un punto)**

$$1 \cdot x = 5 \cdot 15$$

Paso4

Ahora debemos despejar, es decir dejar sola la x. para hacerlo pasamos el número que le acompaña en la multiplicación a dividir al lado contrario de la igualdad. **(Recordemos que una fracción, o la raya fraccional también puede indicar una división)**

$$x = 5 \cdot \frac{15}{1}$$

Paso5

Realizamos las operaciones indicadas, primero la división y luego la multiplicación para obtener el resultado.

$$x = 5 \cdot 15$$

$$x = 75$$

La escritura como razón también permite resolver como proporción y en forma de ecuación lineal el mismo problema.

$$1:15 :: 5:x$$

Se lee 1 es a 15 como 5 es a x

Despejamos la x, es decir la dejamos sola a un lado, pasando la cantidad que le acompaña en la multiplicación a dividir en el otro lado de la proporción. **(En esta forma de escritura debemos tener en cuenta que el símbolo : indica división, es decir reemplaza a la raya fraccional y el símbolo :: indica igualdad o proporción)**

$$1:15 :: 5:x$$

$$(1:15) \cdot 5 :: x$$

$$15 \cdot 5 :: x$$

$$75 :: x$$

Para comprender el ejercicio anterior debes tener la ayuda de tu profesor, y si te resulta fácil comprenderlo pídele que te explique más situaciones.

LA FRACCIÓN Y SU SENTIDO DE RAZÓN
UNIDAD GUÍA DIDÁCTICA – CARTILLA PARA EL ESTUDIANTE

Resuelve las siguientes situaciones problema utilizando la regla de tres (si es necesario revisa el procedimiento indicado anteriormente)

Situación problema 1

El compost es una clase de abono natural que se utiliza para nutrir los cultivos, consiste en una mezcla de residuos secos; como hojas, estiércol de vaca y aserrín, con residuos húmedos, como plantas y residuos de cocina. Esta mezcla se realiza en una razón de 1 kilos de residuos secos por cada 3 de residuos húmedos. La razón entre residuos secos y húmedos para preparar Compost es de 1:3. Cuántos kilos de residuos húmedos se necesitan para preparar compost, si se va a usar 4 kilos de residuos secos.

Situación problema 2

Para calcular el dinero que se debe pagar por un jornal o una fracción de jornal de trabajo, se acude a la razón, si por 8 horas de trabajo se pagan \$32000 ¿Cuánto se debe pagar a un trabajador por 3 horas de trabajo?

Antes de resolver la situación con regla de tres, escribe en lenguaje aritmético la razón dada.

Situación problema 3

Un trabajador se demora 4 horas sembrando semilla de frijol en una hectárea de tierra, ¿cuánto se demora para sembrar 5 hectáreas de tierra? Y si trabaja 8 horas diarias, ¿en cuántos días terminara el trabajo?

Antes de resolver la situación con regla de tres, escribe en lenguaje aritmético la razón dada.

Situación problema 4

Propone un problema para resolver con la regla de tres y resuélvelo.

JUAN FELIPE CAMACHO RIOS
Profesor de Matemáticas
Aspirante a título de Magister
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Correo electrónico: felipejuan03@hotmail.es
Celular: +57 315 5446071

Anexo 2. Transcripción apartes de video de campo

VÍDEO 001

Minuto 00

Profesor: Bueno muy buenos días, nos encontramos en la escuela Nuestra Señora de Fátima, es una sede de la Institución Educativa Monteloro de la ciudad de Tuluá, una escuela unitaria donde enseñamos todos los grados, desde preescolar hasta quinto grado, todo el ciclo de básica primaria. Y hoy vamos a trabajar una clase con los niños del grado quinto que próximamente pasan, se gradúan ya de básica primaria y pasan a sexto, sobre un tema muy particular, y vamos hacer todo el trabajo de filmar la clase y las reacciones de ellos, los presento, aquí están, vamos a presentar a la niña.

Daniela: Daniela Cuadros Villa.

Johan: Johan Steven Torres García.

Profesor: Ella es Daniela y él es Johan Steven, entonces vamos a empezar la clase.

Bueno niños ya saben un poquito de que trata la clase, sin embargo, al menos del tema, que vieron que lo copie ahora, tenemos dos unidades guía que le voy a pasar a ustedes, pero primero quiero saber cuándo yo les escriba algo ustedes me dicen, qué, para ustedes qué significa, qué les representa lo que voy a escribir, listo.

El profesor escribe en el tablero $\frac{3}{4}$ ¿Johan qué es esto para usted?

Johan: Tres cuartos.

Profesor: Representa tres cuartos, pero en general qué representa para ti.

Johan: Como partir una manzana en cuatro y coger 3.

Profesor: (Señala a Daniela) qué representa para ti.

Daniela: hace silencio.

Profesor: Si habláramos de los temas de matemáticas, la suma, la resta, ¿este que tema sería?

Daniela: La fracción.

Profesor: ¿Cuál?

Daniela: La fracción.

Profesor: Y... ¿la fracción que representa? O ¿Para qué sirve?

Daniela y Johan: Hacen silencio prolongado.

Profesor: Yo con solo ver esto digo, esto es una fracción, ¿sí o no? Y ¿para qué sirven las fracciones?

Daniela: Para separar.

Johan: Medir las cantidades.

Profesor: Bueno, ya aquí en el grado quinto, a pesar de que a ustedes se les ha enseñado en los grados anteriores que la fracción representa una parte de un todo, es decir por ejemplo, tomar un área y partirla en unas partes iguales y representar algunas de ellas, pero la fracción tiene otros significados otros sentidos, eso es lo que vamos a ver hoy, que la fracción no es solamente la relación parte todo, entonces vamos a coger las guías y vamos a empezar por la actividad número uno. Johan lea la actividad uno.

Johan: Recorta varias tiras de papel de la misma longitud, utiliza una tira distinta para obtener las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$.

Minuto: 06

Profesor: el profesor ha tomado una tirilla de papel y la ha doblado a la mitad, pregunta, ¿este es un medio?

Johan: Asiste con la cabeza para indicar que sí.

Profesor: ¿por qué es un medio?

Johan: No, es un entero.

Profesor: Todo es un entero, pero ¿cuál sería un medio?

Johan: La mitad.

Daniela: La mitad de eso.

Profesor: La mitad, pero si aparece así sin marcar, no significa nada, tenemos que significar la fracción marcándola, entonces vamos a colorear un medio

Minuto: 09

Profesor: Mostrémosla.

Johan: Un tercio (Muestra una tirilla de papel dividida en tres partes y ha rayado dos).

Profesor: Daniela ¿este es un tercio?

Daniela: Si.

Profesor: ¿Cuál es el uno de tercio?

Daniela: Señala el cuadro en blanco sin marcar.

Profesor: osea que aquí, a pero usted está utilizando el color blanco, mire que tenemos que ser muy cuidadosos, usted señalando uno de tres, pero si usted me ralla estos, yo le entiendo dos de tres.

Minuto: 13

Profesor: Póngale cuidado a esto, (el profesor divide con dobleces una tirilla de papel en partes desiguales). ¿Qué hay de malo en esto?

Daniela: Que no están bien marcadas.

Profesor: Que no están bien partidas, ¿por qué?

Daniela: porque aquí, (señala la parte más larga), hay un medio, (señalas las otras partes) y aquí esta partido en dos.

Profesor: Pero entonces, para que sea una fracción, todas las partes tienen que ser iguales.

VIDEO 002

Minuto: 00

Profesor: Veamos cómo les quedo el punto tres, (señala un representación) ¿está es una representación de?

Johan: De área.

Profesor: De área, entonces una fracción desde la relación parte todo se puede representar; en un área, aquí como conjunto, uno de cuatro lápices y en la recta numérica.

Profesor: Daniela a la fracción un cuarto ¿qué representaciones les hizo?

Daniela: De área, conjunto, recta numérica.

Minuto: 12

Profesor: Quiero llamar la atención en algo (revisando el trabajo que hacen los estudiantes al colorear el muro de fracciones), por ejemplo aquí en la representación de

un medio, mire el área que ocupa de este entero, si nos bajamos por aquí miremos cuales podrían ser equivalentes, es decir que quede la misma cantidad a lado y lado, por ejemplo aquí, ésta, mire que si pintáramos ésta quedaría convertida en dos cuartos, dos cuartos sería lo mismo que decir.

Johan: Un medio.

Profesor: Un medio, pero vamos a evidenciarlo aquí, (en otro muro de fracciones para colorear) pintemos dos medios y pintemos un cuarto para ver si quedan iguales.

Profesor: Miremos Daniela que un medio y dos cuartos ocupan la misma área, entonces son dos fracciones qué.

Daniela: Equivalente.

Profesor: y esto se puede evidencia Johan, de la siguiente manera, escriba un cueto acá (en una hoja en blanco), vamos a simplificar, ¿mitad de dos?

Johan: Uno.

Profesor: Uno, y ¿mitad de cuatro?

Johan: Dos.

Profesor: Dos, entonces miremos que son equivalentes, representan la misma área o el mismo valor.

Minuto: 20

Profesor: Busquen fracciones equivalentes, ¿cómo lo va hacer Johan?

Johan: (Tiene escrita la fracción $8/16$) la mita de ocho es cuatro y la mitad de 16 es ocho, la mitad de cuatro es dos, la mitad de ocho es cuatro, la mitad de dos es una, la mitad de cuatro es dos. También hay para adelante como; ocho por dos dieciséis y dieciséis por dos... hummm treinta y dos. (Simplifico y amplifico para hallar equivalencias)

Profesor: Entonces, cuales son las fracciones equivalentes $8/16$ léamelas.

Johan: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{32}{16}$.

Minuto: 22

Profesor: Si tenemos cuatro metros de cable y yo le digo un medio de los cuatro metros de cable, ¿cuál es la unidad?

Daniela: La unidad es cuatro.

Profesor: Si, son los cuatro metros de cable. Y si yo le digo ¿cuánto es un medio de esos cuatro metros de cable?

Johan: Dos.

Profesor: Dos correcto, y dos cuartos (de los cuatro metros de cable)

Estudiantes: Piensan hummmm.

Johan: Dos también.

Minuto: 27

Profesor: Les recuerdo algo, ustedes cuando estén en sexto van a ver los números racionales y van a encontrar que hay diferentes representaciones de los números racionales, entre ellas las fracciones, por ejemplo $\frac{1}{2}$, los números decimales 0,5, cero coma cinco es un medio, por que mire estamos aquí en la recta numérica y aquí está el 1 y en la mita 0,5 que es un medio, con porcentajes también, nosotros hemos visto el cien por ciento, cuál sería $\frac{1}{2}$ O 0,5 en porcentajes.

Johan: 50%

Profesor: si, por que estamos cogiendo de 100 partes la mitad.

VIDEO 003

Minuto: 02

Profesor: Calculamos $\frac{3}{8}$ de 16, qué hacemos Daniela.

Daniela: Multiplicamos 3 por 16 y luego y dividimos entre 8.

Profesor: ¿Simplificamos el resultado Daniela?

Minuto: 05

Profesor: Recordemos que aquí la fracción sirve como operador, en la primera parte lo que hicimos fue trabajar la fracción como parte todo.

Profesor: (dibuja un conjunto A, con cuatro sillitas) ¿Qué representación es esta?

Daniela: De conjunto.

Profesor: E ¿indica una fracción?

Daniela: No

Profesor: Por qué no

Daniela: Porque no está señalado algunos de los elementos.

Profesor: Ahora voy a pintar uno de otro color. ¿Qué fracción sería?

Johan: Un cuarto.

VIDEO 004

Minuto: 02

Profesor: Ahora vamos a ver la fracción como un cociente de enteros, si por ejemplo tengo la fracción $\frac{1}{2}$ hago una división 1 dividido entre dos, el resultado que me dé, es el cociente entre enteros, es la división que siempre hemos conocido.

Por eso niños debemos estar muy atentos, si yo le pregunto Johan que es esto (señala $\frac{1}{2}$) que me diría.

Johan: (piensa) depende.

Profesor: ¿Depende de qué?

Johan: Si es parte todo o cociente de entero.

Minuto: 04

Profesor: Vamos a darle otro significado a la fracción, para completar los cuatro, que es el de la razón, ¿qué será eso, quién tiene idea?

Estudiantes: (Hacen silencio prolongado)

Profesor: No, bueno. En el salón de quinto grado usted hizo un conteo de estudiantes y me dice por cada 5 niños hay 1 niña. Entonces la razón de estudiantes entre niños y niñas es de 5 a 1, $\frac{5}{1}$ aquí la raya fraccional se lee (a). esta fracción también se puede representar de la siguiente forma 5:1.

VIDEO 005

Minuto: 00

Profesor: Una razón Johan es la cantidad que hay entre dos cantidades, vamos a abordarlo desde la siguiente situación problema y la voy a leer, *(El compost es una clase de abono natural que se utiliza para nutrir los cultivos, consiste en una mezcla de*

residuos secos; como hojas y aserrín, con residuos húmedos, como plantas y residuos de cocina. Esta mezcla se realiza en una razón de 2 kilos de residuos secos por cada 6 de residuos húmedos). o sea que para hacer compost que es una clase de abono, se necesita residuos secos 2 Kilos (lo anota en el tablero) por 6 Kilos de residuos húmedos. $2/6$ entonces la razón para hacer compost con residuos secos y húmedos es de $2/6$, aquí cuando hablamos de razón se lee la raya fraccional como a, pero además hay otra manera formal de representar (escribir) una razón, no con la raya fraccional pero si ($2:6$) los dos puntos se leen (a) y en los dos casos ($2/6$ y $2:6$) lo leemos como fracción de dos a seis. Así que en la razón relacionamos dos magnitudes o dos cantidades. Si yo digo que quiero hacer 32 kilos de compost que debo hacer.

Johan: De kilos secos serian 4, ve digo 6 y de kilos húmedos 18.

Profesor: Seguro y ¿6 más 18 cuanto da?

Johan: 24 y arriba es 8.

Profesor: Si yo simplifico eso la razón debe seguir siendo 2 a 6. (Al realizar la simplificación se da el resultado) pero Johan cómo llego usted a dar ese resultado?

Johan: Fue sumando el numerador y luego el denominador (es decir amplifiqué)

Anexo 3. Análisis y reflexiones videos de campo

Los videos de campo han sido un insumo fundamental para redactar las conclusiones del trabajo de grado, en ellos se puede observar el rol del maestro en la dinámica de los procesos de enseñanza y aprendizaje, también son fundamentales para desarrollar una autocrítica y finalmente para mejorar la unidad guía didáctica. Es necesario entender que el rol del maestro no está determinado solo por la forma en que aplica o direcciona la unidad guía didáctica, sino además por el conjunto de acciones que realiza para la preparación de la clase.

En el video 001 se evidencia como al ser cuestionados por la escritura fraccional solo la interpretan como la relación parte todo, esto puede ser indicador de que en los años escolares anteriores solo se trabajó desde esa significación, en el contexto de la educación básica primaria los profesores suelen escoger los temas que mejor comprenden. Triangulando la información recolectada de las encuestas realizada a docentes y estudiantes, con lo analizado anteriormente se puede concluir que las fracciones en el ciclo de primaria se relacionan únicamente con la relación parte todo.

El video además demuestra que puede ser muy conveniente que antes de llegar al sentido de la fracción como razón, el profesor inicie una secuencia didáctica que refresque los conocimientos de los estudiantes, en torno a la fracción, por lo cual sería correcto iniciar con el significado parte todo, que además sirve para reforzar el lenguaje fraccionario, es decir las partes que componen una fracción y las formas correctas de escritura. Iniciar con la representación de área es importante puesto que se hace mucho más comprensible para los estudiantes a la vez que permite desarrollar trabajos manuales atractivos.

En el video 002 Uno de los objetivos del inicio de esta secuencia didáctica al iniciar por la relación parte todo, debe ser que los estudiantes reconozcan las diferentes representaciones; área, conjunto y recta numérica. A medida que se avanza es necesario trabajar la equivalencia entre fracciones, lo cual resultará provechoso para comprender la razón y las equivalencias cuando aborde en sexto la proporción. El

profesor aprovecho la relación parte todo para además mostrar que se puede representar una fracción como decimal y como porcentaje, lo que amplía el pensamiento matemático del estudiante.

La secuencia didáctica debe continuar con la fracción como operador, lo que le permite que el profesor pueda relacionar la fracción con las magnitudes, que es en verdad lo que le da sentido a las fracciones. Los profesores de básica primaria por lo regular no trabajan las fracciones de la mano de las magnitudes. Algo importante es empezar a hablar de número racional y hacer la transición de representaciones de la fracción a representaciones del número racional.

En el video 003 se aborda la fracción como el cociente entre dos enteros, lo cual es muy importante en el desarrollo de las matemáticas escolares, incluso en la regla de tres es necesario interpretar la escritura fraccionaria como cociente y en muchas otras situaciones en donde el resultado de la división no es un número entero, deberá comprenderse la fracción como un cociente indicado.

En el video 004 al cuestionar sobre lo que entienden por razón, no logran dar respuesta, pero está claro que si se planteara una situación se podría advertir que en algún momento han hablado de fracción, por lo general dentro de un conjunto discreto. Al trabajar la fracción en su sentido de razón, fue muy útil haber seguido la secuencia didáctica.

En el video 5 se puede evidenciar como la fracción en su sentido de razón puede ser explicada desde una situación problema muy cercano al contexto de los estudiantes, lo que puede favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Una autocrítica que resulta de los videos de campo y que se corrige en la reelaboración de la Unidad Didáctica Guía, es que si bien se plantean situaciones problemas del contexto, estos deben ser realizados desde lo concreto por los estudiantes, así por ejemplo en la Unidad Guía Didáctica se propone una actividad experimental.

Anexo 4. Encuestas realizadas a docentes

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☒

Estudiante ☐

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

División de un número natural o entero

Numero racional:

número entero

Razón:

Desarrollo lógico de una operación

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☒

Estudiante ☐

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

Es una parte de un todo

Numero racional:

no lo recuerdo

Razón:

no lo recuerdo

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☒

Estudiante ☐

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

Es una parte de la unidad

Numero racional:

Es un número decimal o fraccionario, que tiene fin

Razón:

Es la relación entre dos partes o números

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

Anexo 5. Encuestas realizadas a estudiantes del grado undécimo.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la Institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☐

Estudiante ☒

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

Es una cantidad dada por cualquier
problema matemático

Numero racional

Es todo numero entero, real, infinito

Razón:

Razonar y pensar

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☐

Estudiante ☒

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

es algo o una operación matemática que
sirve para quitar o tomar algo o una
parte de algo

Numero racional

No me Acuerdo

Razón:

No me Acuerdo

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☐

Estudiante ☒

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

Es una fracción de la matemática

Numero racional:

que es una unidad de la matemática

Razón:

como razonamientos de matemáticas

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA I.E.P.
MAESTRÍA EDUCACIÓN ENFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES

Encuesta realizada en la institución educativa Monteloro de Tuluá.

Docente ☒

Estudiante ☒

Por favor de una breve definición o explicación a las siguientes palabras en el contexto de las matemáticas.

Fracción:

de partir fraccionar algo para dividir entre varias
cosas o personas

Numero racional:

todos los números reales infinitos naturales.

Razón:

el sentido de pensar razonar hacer cualquier situación
problema etc.

Encuesta anónima, contestada sin ningún apoyo tecnológico ni diccionario físico.

Anexo 6. Copia de apartes del cuaderno de un estudiante de grado quinto

② Según los cuadros reconstruye correctamente la flecha completa.



③ Las partes blancas corresponden a los trazos de chocolatina que se comió Martín.



¿Que fracción representa la parte de la chocolatina que se comió martin?

a $\frac{4}{6}$

☒ b $\frac{2}{6}$

c $\frac{6}{4}$

d $\frac{6}{2}$

④ Observa las figuras.

Deduce lo del siguiente gráfico: la galleta completa dividida en cuatro partes se representa con la fracción.



La fracción $\frac{5}{4}$ se representa con una galleta y corresponde una fracción impropia ya que el numerador es mayor que el denominador que representa la unidad dividida, puede aparecer en el libro Símbolos página 0 710

orlando



La fracción $\frac{3}{4}$ representa menos galleta completa y corresponde a una fracción propia.

Señala las fracciones propias

$\frac{7}{9}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{2}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{4}{5}$

Representa gráficamente la siguientes fracciones.



$\frac{2}{3}$

2/100 dos centésimos 0,02

Unidad	decima	centésima	milésima
0	0	2	

2/1000 dos milésimas

Unidad	decima	centésima	milésima
0	0	0	2

Nota: En los calculadoras la coma se reemplaza por un punto decimal.

Utiliza la calculadora y realiza las fracciones en forma de división / Verar el resultado.

Fraccion	unidades	decimas	centésimas
4/10	0	4	
47/100	0	47	7
38/100	0	38	8
57/10	5	7	

3 Grafica

2/10



8/10

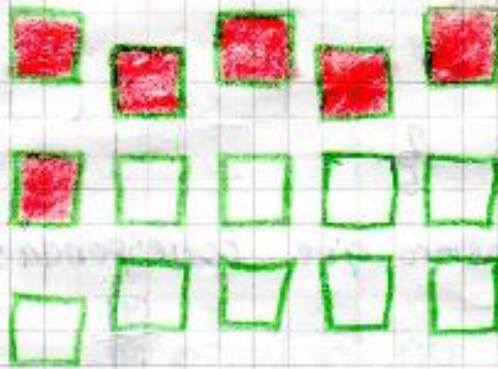


4 Lee y pasa a numero decimal

$$5/10 = 0,5$$

$$78/100 = 0,78$$

5. Colorea de rojo los Cuadros que sean necesarios, de modo que correspondan a las seis quinceavas partes del total.



6. Dibuja y completa el siguiente Cuadro.

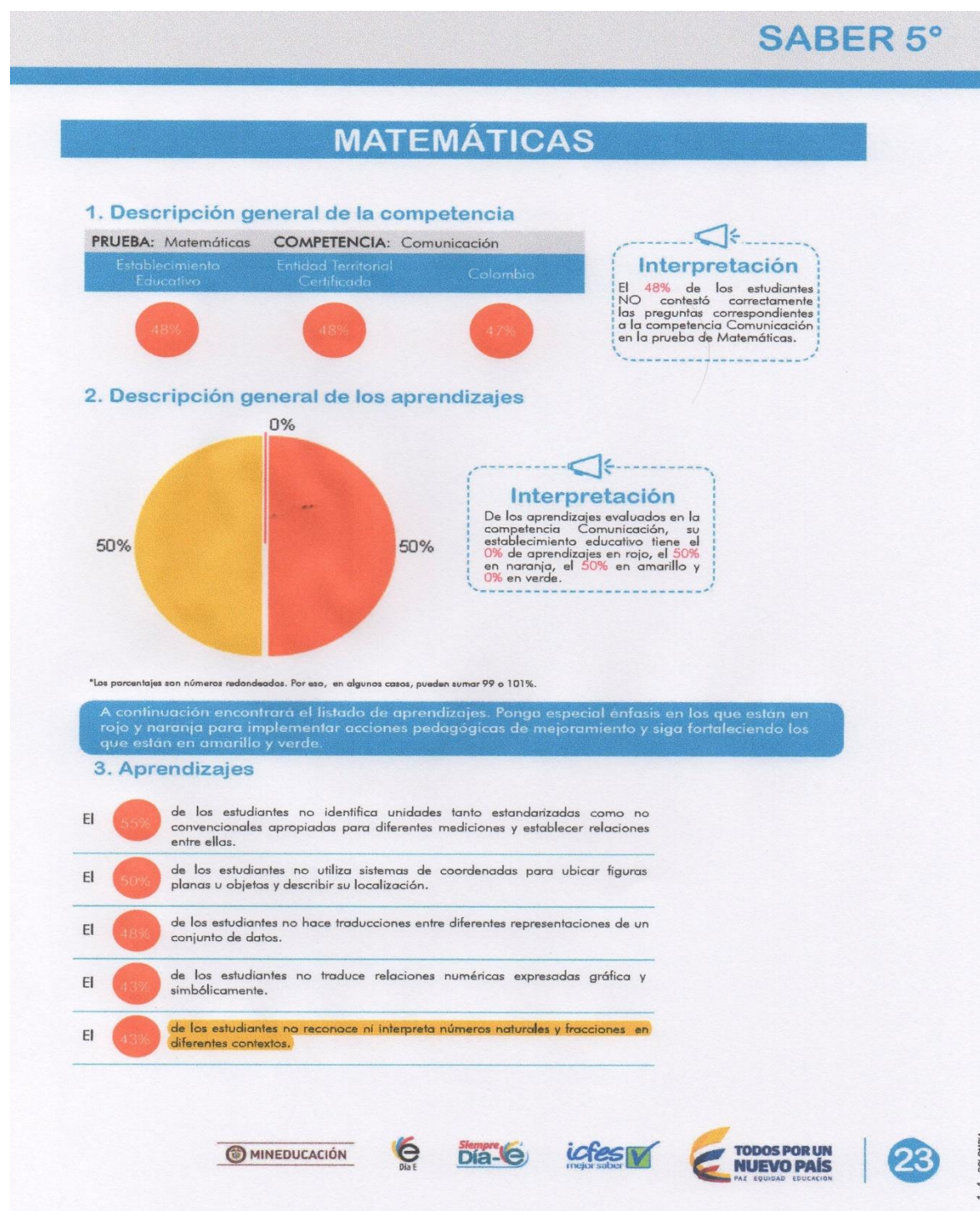
SEGMENTO	partes en que está dividido	Partes coloreadas con rojo	Fración
	5	3	$\frac{4}{5}$
	7	6	$\frac{6}{7}$
	3	3	$\frac{3}{4}$
	5	3	$\frac{3}{5}$

7. Catalina compró las siguientes frutas para preparar una ensalada y compartir con sus amigos.



Completa siguiendo el ejemplo inicial.

Anexo 7. Resultados de la prueba saber del grado quinto de la institución educativa Monteloro



- El 43% de los estudiantes no describe ni interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
- El 37% de los estudiantes no clasifica ni organiza la presentación de datos.
- El 36% de los estudiantes no expresa grado de probabilidad de un evento, usando frecuencias o razones.
- El 36% de los estudiantes no reconoce diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellas.
- El 33% de los estudiantes no establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.
- El 27% de los estudiantes no describe ni interpreta datos relativos a situaciones del entorno escolar.
- El 25% de los estudiantes no representa gráficamente un conjunto de datos ni interpreta representaciones gráficas.



Interpretación

El 55% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes al primer aprendizaje. Esta interpretación aplica de igual manera para los demás aprendizajes por mejorar.

1. Descripción general de la competencia

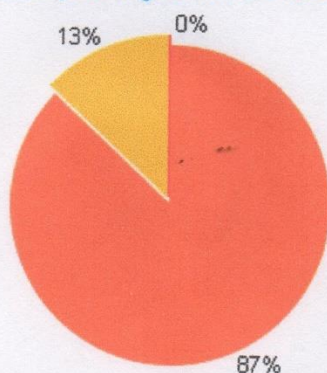
PRUEBA: Matemáticas COMPETENCIA: Razonamiento		
Establecimiento Educativo	Entidad Territorial Certificada	Colombia



Interpretación

El 48% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia Razonamiento en la prueba de Matemáticas.

2. Descripción general de los aprendizajes



Interpretación

De los aprendizajes evaluados en la competencia Razonamiento, su establecimiento educativo tiene el 0% de aprendizajes en rojo, el 87% en naranja, el 13% en amarillo y 0% en verde.

*Los porcentajes son números redondeados. Por eso, en algunos casos, pueden sumar 99% o 101%.

A continuación encontrará el listado de aprendizajes. Ponga especial énfasis en los que están en rojo y naranja para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento y siga fortaleciendo los que están en amarillo y verde.

3. Aprendizajes

- El 68% de los estudiantes no hace inferencias a partir de representaciones de uno o más conjuntos de datos.
- El 66% de los estudiantes no justifica ni genera equivalencias entre expresiones numéricas.
- El 66% de los estudiantes no analiza relaciones de dependencia en diferentes situaciones.
- El 57% de los estudiantes no describe ni argumentar acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija.
- El 57% de los estudiantes no compara ni clasifica objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.

1. Descripción general de la competencia

PRUEBA: Matemáticas		COMPETENCIA: Resolución	
Establecimiento Educativo	Entidad Territorial Certificada	Colombia	

48%

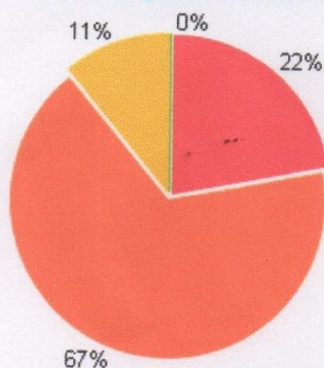
48%

47%

Interpretación

El 48% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia Resolución en la prueba de Matemáticas.

2. Descripción general de los aprendizajes



Interpretación

De los aprendizajes evaluados en la competencia Resolución, su Establecimiento educativo tiene el 22% de aprendizajes en rojo, el 67% en naranja, el 11% en amarillo y 0% en verde.

*Los porcentajes son números redondeados. Por eso, en algunos casos, pueden sumar 99% o 101%.

A continuación encontrará el listado de aprendizajes. Ponga especial énfasis en los que están en rojo y naranja para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento y siga fortaleciendo los que están en amarillo y verde.

3. Aprendizajes

- El 72% de los estudiantes no resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones.
- El 70% de los estudiantes no utiliza relaciones ni propiedades geométricas para resolver problemas de medición.
- El 52% de los estudiantes no usa representaciones geométricas ni establece relaciones entre ellas para solucionar problemas.
- El 52% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.
- El 46% de los estudiantes no resuelve problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes.

- El 46% de los estudiantes no resuelve problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución.
- El 44% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.
- El 43% de los estudiantes no resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos.
- El 38% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.



Interpretación

El 72% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes al primer aprendizaje. Esta interpretación aplica de igual manera para los demás aprendizajes por mejorar.

Anexo 8. Contribuciones del docente a la institución educativa



REPÚBLICA DE COLOMBIA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

EVALUACIÓN ANUAL DE DESEMPEÑO LABORAL
DOCENTES Y DIRECTIVOS DOCENTES DECRETO LEY 1278 DE 2002

RESUMEN COMPETENCIAS, CONTRIBUCIONES, CRITERIOS Y EVIDENCIAS DOCENTE

NOMBRE:

Área de gestión		Competencias funcionales			
Área	%	Competencia	Contribución individual	Criterios de evaluación	Evidencias
Académica		Dominio curricular	Elaboración de una unidad didáctica sobre las fracción y sus representación para el grado quinto	Los docentes de básica primaria articulan la unidad didáctica a él plan de aula de tercer periodo, comprendido entre julio y septiembre del presente año.	Acta de entrega de la UD al rector y los docentes de básica primaria.
		Pedagógica y Organización.	Recursos para el aprendizaje: crear banco de videos en el área de matemáticas para básica primaria.	Entrega de carpeta de medios magnéticos con videos de apoyo educativo y didáctico en la semana del 10 al 20 de mayo del presente año.	Acta de entrega a cada docente, de Carpeta de videos de apoyo didáctico en medios magnéticos en por lo menos un computador de cada sede.
		Pedagogía y Didáctica	Generar estrategias de aplicación de la unidad didáctica	Socialización de la unidad didáctica diseñada para las fracciones, dentro de las reuniones programadas para el mes de abril del presente año	Acta de reunión y socialización de la unidad didáctica sobre las fracciones.
		Evaluación del Aprendizaje.	banco de preguntas tipo saber para el área de matemáticas relacionadas con la fracción	Entrega de banco de preguntas a docente y rector entre el II y III periodo del presente año.	Acta de entrega de 2 evaluaciones con preguntas tipo saber al rector y los docentes.

NOTA: El docente o directivo docente evaluado debe conservar una copia firmada de este Anexo.