



El concepto de área en el marco de la Enseñanza para la Comprensión

Nancy Fernanda Serrano García

Patricia Orrego Gómez

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales

Tuluá

2019



El concepto de área en el marco de la Enseñanza para la Comprensión

Nancy Fernanda Serrano García

Código: 201605885

Patricia Orrego Gómez

Código: 201605887

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación, énfasis en Matemática y Ciencias Experimentales

Director de trabajo de Grado:

Ph. Edwin Germán García Arteaga

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales

Tuluá

2019

Nota de aceptación

Presidente del jurado:

Jurado 1:

Jurado 2:

Tuluá, _____ de 2018

Dedicatoria

*A Dios, porque dirige mis pasos
A mis hijos Juan Arturo y José Alejandro y esposo
por el apoyo y la fuerza para seguir día a día
A la memoria de mi padre, ejemplo a seguir el resto de mi vida
A mis hermanos por su apoyo incondicional
Familia los amo, mil gracias*

Patricia Orrego Gómez

*A Dios por permitir el alcance de este logro, tan importante
para mi crecimiento personal y profesional.
A mi hija Laura Sofía, mi esposo y padres que son el motor de
mi vida y principal motivación para superarme cada día.
A cada integrante de mi familia, dueños de mis afectos sin importar
la distancia y la ausencia.*

Nancy Fernanda Serrano G.

Agradecimientos

A Dios por darnos esta gran oportunidad, bendecirnos siempre y guiar nuestro camino.

A nuestras familias por su paciencia, acompañamiento y motivación a lo largo de este proceso.

Gratitud para nuestro tutor Edwin Germán García, por sus valiosos aportes y orientación en el desarrollo de este trabajo.

A los docentes de la Universidad del Valle del programa de Maestría en Educación por su gran vocación y compromiso en nuestra formación.

A la directiva, docentes y estudiantes de la I.E. Santa Bárbara por su participación y compromiso en la realización de este proyecto de profundización.

A todas las personas que, de una u otra forma nos brindaron apoyo, motivación y realizaron aportes para la realización de este proyecto.

A todos nuestros más sinceros agradecimientos.

Resumen

Este trabajo es el resultado de la investigación formativa desarrollada en el marco de la Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales, cuyo propósito es analizar la incidencia de una unidad de planeación curricular fundamentada en la Enseñanza para la Comprensión en el aprendizaje comprensivo del concepto de área. Desde un enfoque cualitativo que se concreta en un estudio de caso, que permite evaluar los niveles de comprensión en estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Santa Bárbara del municipio de Sevilla Valle/Colombia. El diseño e implementación de la unidad integra elementos teóricos de la Enseñanza para la Comprensión desde Perkins (1999), Stone (1999, 2005) y elementos didácticos a partir de la perspectiva de Perrin-Glorian (1992), Corberán (1996) y Del Olmo, Moreno y Gil (1993). En este estudio se muestra, como la fase exploración permite la definición de metas de comprensión a partir de reconocimiento de errores o dificultades en el desempeño de los estudiantes, asociados a la conceptualización del área disociada de la forma de la superficie y el número que la mide; así mismo como la implementación de la unidad de planeación curricular logra mejorar los niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes en el aprendizaje comprensivo del concepto de área.

Palabras clave: Enseñanza para la Comprensión, comprensión, área, disociación del área de la forma, disociación del área del número.

Abstract

This work is the result of the formative investigation developed in the frame of the Mastery in Education Emphasis in Mathematical Education and Experimental Sciences, whose purpose is to analyze the incident of a planning curricular unit based on the Teaching for the Comprehension in the comprehensive learning of the concept of area. From a qualitative approach that is concretized in a case study, which allows to evaluate the levels of comprehension in students of sixth degree of the educational Institution Santa Bárbara of the municipality of Sevilla Valle / Colombia. The design and implementation of the unit integrates theoretical elements of the Teaching for the Comprehension from Perkins (1999), Stone (1999, 2005) and didactic elements from the perspective of Perrin-Glorian (1992), Corberán (1996) and Del Olmo, Moreno y Gil (1993). This survey shows as the exploration phase allows the definition of understanding goals based on the recognition of errors or difficulties in the performance of the students, associated with the conceptualization of the dissociated the shape of the surface and the number that measures it; as well as the implementation of the curriculum planning unit fails to improve the levels of understanding achieved by students in the comprehensive learning of the concept of area.

Key words: Teaching for the Comprehension, comprehension, area, dissociation of the area of the form, dissociation of the area of the number.

Contenido

Introducción.....	1
Capítulo I: Contextualización y Delimitación del Campo de Estudio	3
1.1 Aspectos Contextuales.....	3
1.2 Antecedentes	5
1.3 Planteamiento del Problema	9
1.3.1 Formulación del problema.	12
1.4 Objetivos.....	13
1.4.1 Objetivo general.....	13
1.4.2 Objetivos específicos.....	13
1.5 Justificación	13
Capítulo II: Marco de Referencia Conceptual	15
2.1 Enseñanza para la Comprensión.....	15
2.1.1 La Comprensión.....	16
2.1.2 Elementos de la EpC.....	17
2.1.2.1 Tópicos generativos.	17
2.1.2.2 Metas de comprensión.....	18
2.1.2.3 Desempeños de comprensión.....	20
2.1.2.4 Evaluación diagnóstica continua.	21
2.1.3 Fases de la EpC.	23
2.1.4 Dimensiones y niveles.....	23
2.2 Aproximación Didáctica del Área	29
2.2.1 El concepto de área.....	29
2.2.2 Tratamiento didáctico para la enseñanza del área.	31
2.2.3 Aportes desde la fenomenología didáctica del área.	34
2.3 Aspectos Curriculares Referidos al Área en el Contexto Colombiano	35
Capítulo III: Metodología de la Investigación.....	39
3.1 Tipo de Investigación.....	39
3.2 Selección del Caso.....	40
3.3 Diseño de la Investigación	40
3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información	41
3.5 Tratamiento de la Información.....	42

3.6 Descripción del Diseño de la Unidad Curricular	44
3.6.1 Tópico generativo	44
3.6.2 Metas de comprensión	44
3.6.3 Fases de la unidad de planeación curricular.	45
3.6.3.1 Fase de exploración.....	45
3.6.3.2 Fase de intervención guiada.....	48
3.6.3.3 Fase de proyecto final de síntesis.....	52
3.6.4 Evaluación continua y desempeños de comprensión.....	54
Capítulo IV: Resultados y análisis	59
4.1 Resultados y Análisis del Cuestionario Diagnóstico	61
4.2 Evaluación Continua del Desempeño de los Estudiantes	63
4.2.1 Evaluación de <i>E1</i>	63
4.2.2 Evaluación de <i>E2</i>	77
4.2.3 Evaluación de <i>E3</i>	92
4.3 Análisis Comparativo de los Niveles de Comprensión.	111
4.4 Análisis Incidencial de la <i>EpC</i>	114
Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones	117
Referencias	120
Anexos.....	123

Contenido de figuras

Figura 1. Gráfico de resultados pruebas saber grados 5° en los componentes matemáticos evaluados, año 2017 I.E. Luis Gabriel Umaña Morales.....	11
Figura 2. Gráfico de resultados pruebas saber grados 5° en los componentes matemáticos evaluados, año 2017 I.E. Santa Bárbara.....	12
Figura 3. Esquema de los elementos fundamentales de la EpC.	25
Figura 4. Fragmento de mapa conceptual del área, tratamiento cualitativo.....	33
Figura 5. Estándares básicos de competencias grado 6 a 7 relacionados al concepto de área.	38
Figura 6. Esquema del diseño metodológico de la investigación.	41
Figura 7. Representación y distribución de la parcelación.....	48
Figura 8. Imagen del material manipulativo.....	49
Figura 9. Distribución del diseño inicial de la huerta.	50
Figura 10. Distribución del nuevo diseño de la huerta.....	51
Figura 11. Regla graduada con unidad lineal no estandarizada para realizar comparación de los diseños de la huerta.	52
Figura 12. Hexágono regular del material anexo actividad 3.....	53
Figura 13. Imagen de la actividad 1 “El área objeto de discusión de una herencia”.	60
Figura 14. Imagen de la actividad 3 “Diseño mi estampado”.	60
Figura 15. Imagen de la socialización del proyecto final de síntesis.	61
Figura 16. Gráfica de los resultados del cuestionario diagnóstico.....	62
Figura 17. Fragmento hoja de trabajo E1, cuestionario fase exploratoria, ítem 7.	65
Figura 18. Fragmento hoja de trabajo E1, cuestionario fase exploratoria, ítem 9.	65
Figura 19. Fragmento hoja de trabajo E1 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 1.	67
Figura 20. Fragmento hoja de trabajo E1 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 3.	67
Figura 21. Fragmento hoja de trabajo E1 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 2 y 5.	68
Figura 22. Fragmento hoja de trabajo E1 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 6.	68
Figura 23. Imagen proceso iteración E1 de la unidad actividad 2, fase intervención guiada.....	69
Figura 24. Fragmento hoja trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, A.	69

Figura 25. Cambio de patrón de la unidad, fragmento hoja de trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, C.	70
Figura 26. Relación inversa entre el área de la unidad y el área de un polígono, fragmento hoja de trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, A y B.	70
Figura 27. Construcción unidad para medir el área de la superficie de la huerta en su diseño original, fragmento hoja de trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.	71
Figura 28. Conteo de unidades y fracciones de unidad en el área del nuevo diseño de la huerta, fragmento hoja de trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.	72
Figura 29. Descripción diseño de estampado de E1 actividad 3, fragmento hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, A.	74
Figura 30. Diseño colibrí de colores de E1 actividad 3, fase de proyecto final de síntesis.	74
Figura 31. Solución del problema de costo del estampado de E1 actividad 3, fase de proyecto final de síntesis.	75
Figura 32. Comparación entre unidades de área, fragmento cuestionario E2 fase exploratoria, ítem 7.	78
Figura 33. Debilidad para disociar el área de la forma, fragmento cuestionario E2, fase exploratoria, ítem 9.	79
Figura 34. Conjetura sobre comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 1.	81
Figura 35. Confirmación de conjetura inicial de comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 3.	81
Figura 36. Configuración de polígonos en la comprobación de la equivalencia del área, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 4 y 5.	81
Figura 37. Reflexión sobre el concepto de área disociada de la forma, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 6.	82
Figura 38. Imagen de estrategia empleada por E2 en la medición del área de la huerta, fase intervención guiada, actividad 2.	83
Figura 39. Registro medida del área de la huerta con diferente unidad, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, A.	84
Figura 40. Cambio de patrón de unidad, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, C.	84
Figura 41. Justificación diferencias en valores de medida del área de la huerta, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, A.	85

Figura 42. Justificación del área de la huerta disociada del número, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, B.	85
Figura 43. Construcción unidad para medir el área de la superficie de la huerta en su diseño original, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.	86
Figura 44. Conteo de unidades enteras y fracciones en área del nuevo diseño, fragmento de hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.	86
Figura 45. Justificación conservación del área con base a aspectos cualitativos, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 4.	87
Figura 46. Descripción diseño de estampado de E2 actividad 3, fragmento de la hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, A.	89
Figura 47. Diseño de un monstruo E2, fase de proyecto final de síntesis, actividad 3.	89
Figura 48. Solución del problema de costo del estampado de E2, fase proyecto final de síntesis, actividad 3.	90
Figura 49. Comparación entre unidades de área, fragmento cuestionario de E3, fase exploratoria, ítem 7.	93
Figura 50. Debilidad en disociar el área de la forma, fragmento cuestionario de E3, fase exploratoria, ítem 9.	94
Figura 51. Conjetura comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 1.	96
Figura 52. Confirmación conjetura inicial de la comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 3.	96
Figura 53. Configuración de polígonos para comprobar la equivalencia del área, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 2 y 5.	97
Figura 54. Reflexión del concepto de área disociada de la forma, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 6.	97
Figura 55. Imagen estrategia empleada por E3 en la medición del área de la huerta, fase intervención guiada, actividad 2.	98
Figura 56. Registro medida del área de la huerta con diferente unidad, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, A.	99
Figura 57. Cambio de patrón de la unidad, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, C.	101
Figura 58. Justificación diferencias en la medida del área de la huerta, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, A.	101

Figura 59. Justificación diferencias en la medida del área de la huerta, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, B.....	103
Figura 60. Construcción unidad para medir el área de la superficie de la huerta en su diseño original, fragmento de hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.	103
Figura 61. Conteo unidades enteras y fraccionarias para establecer el área del nuevo diseño de la huerta, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.	104
Figura 62. Justificación conservación del área con base a aspectos cualitativos, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 4.	105
Figura 63. Descripción del diseño de estampado de E3 actividad 3, fragmento hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, A.	107
Figura 64. Diseño de alas E3, fase de proyecto final de síntesis, actividad 3.	107
Figura 65. Representación unidad de área E3 actividad 3, fragmento hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, B.	108
Figura 66. Solución del problema de costo del estampado de E3 actividad 3, fase de proyecto final de síntesis.....	108
Figura 67. Gráfica de la evaluación continua comparativa de E1.	111
Figura 68. Gráfica de la evaluación continua comparativa de E2.	112
Figura 69. Gráfica de la evaluación continua comparativa de E3.	113

Contenido de tablas

Tabla 1. Niveles de la comprensión según el marco de la EpC.....	25
Tabla 2. Síntesis de dimensiones, rasgos y niveles de comprensión de la EpC.	26
Tabla 3. Siglas de dimensiones y categorías de análisis.	43
Tabla 4. Descripción y especificaciones del cuestionario diagnóstico.	46
Tabla 5. Rúbrica dimensión de contenido.	55
Tabla 6. Rúbrica dimensión de método.....	56
Tabla 7. Rúbrica dimensión de propósito.....	57
Tabla 8. Rúbrica dimensión de formas de comunicación.	58
Tabla 9. Síntesis de la rúbrica de evaluación E1 fase de exploratoria.	64
Tabla 10. Síntesis de rúbrica de evaluación E1 fase de intervención guiada.	66
Tabla 11. Síntesis de la rúbrica de evaluación E1 fase de proyecto final de síntesis.	73
Tabla 12. Síntesis de la rúbrica de evaluación E2 fase exploratoria.	77
Tabla 13. Síntesis de la rúbrica de evaluación E2 fase intervención guiada.....	79
Tabla 14. Síntesis de la rúbrica de evaluación E2 fase de proyecto final de síntesis.	88
Tabla 15. Síntesis de la rúbrica de evaluación E3 fase exploratoria.	92
Tabla 16. Síntesis de la rúbrica de evaluación E3 fase intervención guiada.	95
Tabla 17. Síntesis de la rúbrica de evaluación E3 fase de proyecto final de síntesis.	106

Contenido de anexos

Anexo 1. Cuestionario diagnóstico.	123
Anexo 2. Actividad 1 “El área objeto de discusión de una herencia”	128
Anexo 3. Actividad 2 “Diseño de la huerta escolar”	130
Anexo 4. Actividad 3 “Diseño mi estampado”.....	133
Anexo 5. Registros fotográficos del proyecto final de síntesis.	135

Introducción

El aprendizaje comprensivo del concepto de área en el tercer ciclo de educación básica del contexto colombiano, demanda un tipo de enseñanza que permita la aplicación de este dominio dentro y fuera de la escuela. En respuesta a esta premisa se desarrolla la investigación denominada el concepto de área en el marco de la EpC¹, como parte de la experiencia de investigación formativa en el seno de la Maestría en Educación, énfasis en Matemáticas y Ciencias Experimentales; y que involucra la práctica de las autoras como docentes en la Institución Educativa Santa Bárbara de municipio de Sevilla-Valle del Cauca, vinculadas al programa de becas para la excelencia del Ministerio de Educación Nacional.

Considerando que en la estructura curricular el tópico área inicia desde los primeros años de escolaridad y que prevalecen las debilidades en su aprendizaje, en virtud de múltiples factores incluida la pobreza de su tratamiento habitual en la enseñanza, centrada en el uso de fórmulas, y operaciones aritméticas, que desatienden conceptos y procesos distintivos del pensamiento métrico y espacial esenciales en la comprensión del área (Freudenthal, 1983; Del Olmo, Moreno y Gil, 1993; Corberán, 1996); surge la necesidad de implementar la Enseñanza para la Comprensión, como estrategia para contribuir a la comprensión de este concepto, presente en varios aspectos de la vida cotidiana, que juega además un papel relevante en la construcción de otros conceptos matemáticos.

Desde este contexto se intenta responder al interrogante ¿Cómo incide una unidad de planeación curricular fundamentada en la Enseñanza para la Comprensión, en el aprendizaje comprensivo del concepto de área? Por tanto, se propone como objetivo analizar la incidencia de dicha unidad en el aprendizaje comprensivo del concepto de área en los estudiantes de sexto grado de la I.E. Santa Bárbara sede General Santander, del municipio de Sevilla Valle, desde la formulación de un estudio de caso, pues permite profundizar en el análisis de la comprensión, desde una descripción e interpretación más detallada de los elementos de la EpC; a partir de los

¹ En este documento se emplea la sigla EpC para denotar la enseñanza para la comprensión, definida por Perkins y otros.

desempeños observados en las evidencias de trabajo de los estudiantes, que hacen posible la integración de dimensiones que incluyen no solo los contenidos, sino también elementos relacionados con los métodos, praxis y formas de comunicar o expresar lo comprendido; así como valorar los niveles de desempeño definidos durante la planificación de la enseñanza.

Para tal fin, en el capítulo I se realiza una aproximación del planteamiento del problema, definición del interrogante central que orienta la investigación, sus objetivos y su respectiva justificación.

El capítulo II presenta un abordaje de referentes conceptuales en el que dialoga la EpC desde la perspectiva de Perkins (1999) y diferentes aspectos del concepto de área desde el punto de vista didáctico (Freudenthal, 1983; Del Olmo et al., 1993; Corberán, 1996) y curricular.

El capítulo III hace alusión a la metodología empleada en esta investigación dada en tres etapas: diagnóstica, implementación y resultados, se describe el enfoque, las características generales del estudio de caso, los instrumentos y tratamiento de la información. Además, contiene una descripción de las intervenciones que hacen parte de la unidad de planeación curricular y los criterios de la evaluación continua en el marco de la EpC.

Se reportan los resultados y análisis derivados del tratamiento de la información en el capítulo IV, dando cuenta del análisis de los resultados del cuestionario diagnóstico, la descripción de la evaluación continua aplicada a los estudiantes en las tres fases, también muestra un análisis comparativo de los niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes y el análisis incidental con el fin de establecer fortalezas y debilidades del proceso.

Finalmente, en el capítulo V se muestran las conclusiones y recomendación que derivan de este estudio, con el propósito de responder al interrogante formulado preliminarmente, donde se discute la pertinencia de la implementación de la EpC en los procesos de la comprensión de los conceptos matemáticos.

Capítulo I: Contextualización y Delimitación del Campo de Estudio

El primer capítulo contiene los aspectos generales de la investigación, inicia con la descripción del entorno de la Institución Educativa (I.E) Santa Bárbara, donde se realiza el trabajo de profundización. Luego se aborda los antecedentes entorno al objeto de estudio, así como la problemática evidenciada por las autoras desde su práctica docente, los estudios de la didáctica de las matemáticas y los desempeños obtenidos en pruebas externas, en concordancia con el desarrollo del pensamiento métrico, específicamente en relación con el área de superficies planas que da lugar al planteamiento de la pregunta de investigación, la definición de los objetivos que se desean alcanzar y por último las razones que justifican la necesidad de abordar desde un proceso investigativo el aprendizaje comprensivo del concepto de área en el primer nivel de educación básica secundaria.

1.1 Aspectos Contextuales

La Institución Educativa Santa Bárbara pertenece al sector público, creada mediante resolución departamental 2003 de septiembre 6 de 2002, se encuentra ubicada en el centro poblado Corozal del municipio de Sevilla, Valle del Cauca, específicamente en el km 21 de la vía la Paila – Armenia.

Las poblaciones rurales atendidas por esta I.E son: centro poblado Corozal, centro poblado Quebradanueva, caserío Buenos Aires y caserío Estación Caicedonia, las cuales hacen parte de una zona dedicada a la ganadería que posee extensas áreas adecuadas para la ceba de ganado, la mayoría de sus pobladores están clasificados en los extractos socioeconómicos uno (1) y dos (2), el sustento económico de muchos de los habitantes de esta zona, depende del aprovechamiento de la proximidad de la ruta nacional 29, de allí la venta informal de alimentos, servicios mecánicos y contrataciones temporales en el mantenimiento y reparación de la vía.

Los problemas económicos del sector provocan que la población sea flotante, cambiando constantemente de domicilio en busca de oportunidades laborales, afectando la permanencia de los estudiantes durante todo el año escolar en las sedes y generando situaciones de ausentismo, interrupción del ciclo educativo, traslados temporales de institución y deserción escolar.

Una característica relevante de esta población, tiene relación con la existencia de muchas familias extensivas, madres cabeza de hogar, padres ausentes que se desplazan a otro lugar por la falta de empleo, dejando a los niños al cuidado de los abuelos u otros familiares. La escasa formación académica de los habitantes del sector repercute en la falta de apoyo de las actividades escolares de los estudiantes.

La I.E Santa Bárbara atiende a doscientos sesenta y ocho (268) estudiantes, en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media en los cuales se promueve, según contempla la misión y visión institucional, una educación de calidad humana con metodologías activas, dinámicas, inclusivas y participativas con énfasis en el desarrollo de competencias lectoras y escritoras. Esta I.E, se rige por la filosofía del constructivismo, y su objetivo principal es formar ciudadanos capaces, íntegros, conscientes de la diversidad, y que puedan enfrentar los retos que el futuro les depare.

Para atender a la población antes mencionada, la I.E cuenta con cuatro (4) sedes, de las cuales dos (2) son escuelas rurales unitarias, Nuestra Señora de Fátima, sede Buenos Aires, y dos (2) sedes rurales de secundaria con modelo de clases multigrado, sede General Santander Satélite Quebradanueva que orienta básica secundaria y media, la sede Bárbara que ofrece atención desde preescolar a undécimo. Para la atención a la población escolar la I.E cuenta con trece (13) docentes, entre los cuales se encuentran las docentes de aula de básica primaria y secundaria autoras del presente trabajo, que laboran en la I.E hace aproximadamente diez (10) años.

La sede General Santander Satélite Quebradanueva en la cual se desarrolla el presente estudio, es atendida por cuatro (4) docentes, maneja un promedio de noventa estudiantes (90) de los niveles de básica secundaria y media, su planta física tiene limitaciones en espacios para la práctica de deportes y el esparcimiento al descanso.

El presente estudio se enfoca en el grado orientado por una de las autoras de este trabajo, el grado sexto de la sede General Santander Satélite Quebradanueva, que está conformado por doce (12) estudiantes, cuatro niñas (4) y ocho niños (8), con edades entre los diez (10) y catorce (14) años. Sin embargo, se selecciona una muestra obedeciendo a varios criterios que se describen detalladamente en el capítulo de la metodología.

1.2 Antecedentes

A continuación, se presentan una aproximación de antecedentes para el presente proyecto, los cuales son producto de revisión juiciosa, aunque no exhaustiva de la literatura, desde dos enfoques. En primer lugar, se relacionan los trabajos que abordan el ámbito matemático desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión y posteriormente se tratan aquellos cuya temática se enfoca en la enseñanza del área en diversos grados de escolaridad.

Se inicia con el trabajo González (2014) cuyo objetivo es analizar el proceso de comprensión de los conceptos de perímetro, área e independencia entre sus medidas, en el contexto de la agricultura del café, con tres estudiantes del grado 5; para hacerlo, se partió del contexto cultural de los participantes y, por lo tanto, se enmarcó como el estudio de un fenómeno de tipo social. Es decir, inmersos en la práctica del cultivo del café en participantes pertenecientes a familias que obtienen el sustento económico de dicha práctica agrícola.

Se procedió con la aplicación de las actividades que hicieron parte del proceso de investigación, a la luz de del marco conceptual de la EpC, que se llevó acabo en tres fases: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. En cada fase se relaciona las dimensiones y los niveles de comprensión de acuerdo a las categorías definidas. Se realizó una rúbrica donde se redactan descriptores para determinar el proceso de comprensión de los participantes en los conceptos objeto de estudio de la investigación. En sus conclusiones destaca como los descriptores hipotéticos, refinados durante el proceso de investigación permitieron realizar la caracterización de la comprensión de los conceptos objeto de estudio y “dar información pertinente del nivel en que se encontraban al iniciar el proceso de investigación, así como del progreso y avance durante la misma; por consiguiente, establecer el nivel, para cada una de las dimensiones” (González, 2014, p.238)

Esta toma de conciencia sobre los niveles de desempeño, representa una oportunidad para enriquecer tanto la experiencia de planificación del docente como las actividades que se proponen a los estudiantes en la enseñanza del área u otro concepto matemático.

Otra investigación centrada en la Enseñanza para la Comprensión es elaborada por Ardila (2014), en ella indaga sobre el alcance de la EpC en el aprendizaje significativo de las matemáticas en estudiantes del ciclo tres de colegios de Bogotá; el objetivo propuesto es determinar las diferencias en el aprendizaje significativo utilizando la EpC en estudiantes de grado sexto, a partir de un estudio explicativo cuasi-experimental, que inicia con la aplicación de un pre test para determinar el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes sobre los temas identificados, posteriormente se aplica una unidad de guías didácticas en el grupo experimental con base en la EpC y el grupo control con metodología tradicional, finalmente se aplica un post-test para contrastar los resultados de cada metodología. En este estudio se concluye que los estudiantes que recibieron sus conocimientos matemáticos por medio de la EpC evidencian un aprendizaje significativo superior en comparación con la metodología clásica. De igual manera se destaca que al trabajar con material didáctico y compartir con los compañeros y percibir al docente como un guía en el proceso de evaluación, los estudiantes se muestran más dispuestos a participar sin temor a las críticas. Este último aspecto resulta de interés para la presente investigación en tanto se propone dentro de sus alcances diseñar y aplicar una unidad de planeación, donde la calidad de las interacciones es clave en la relación estudiantes y docentes. Sin embargo, el estudio en cuestión no delimita con precisión los elementos o conceptos matemáticos movilizados.

En este mismo sentido Rendón (2009), en su estudio moviliza el marco de la Enseñanza para la Comprensión en el aprendizaje de un concepto matemático; propone como objetivo describir y analizar el proceso de enseñanza y aprendizaje para la conceptualización de la razón de cambio con el propósito de determinar la viabilidad de la implementación de una estrategia metodológica en el marco de la Enseñanza para la Comprensión; a través de la aplicación de un pre-test para indagar la forma como el cambio puede medirse y la relación que establecen los estudiantes de este concepto con el contexto. Además de la implementación de una guía de actividades que integra las fases de la EpC (exploración, intervención guiada y proyecto final de síntesis) integrando en una ruta de aprendizaje los conceptos asociados a la razón de cambio; finalmente se aplica un post- test para realizar análisis sobre estas evidencias. Dentro de las conclusiones se logra establecer la propuesta como algo viable dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, pues tanto el docente como los estudiantes,

cumplen el propósito definido en términos de la conceptualización de la razón de cambio. También señala que el diseño de la guía de actividades permite planificar, desarrollar y aplicar una experiencia de aprendizaje que promueve el progreso en los niveles de comprensión, logrando que los estudiantes reformulen sus planteamientos, permitiendo una mejor integración entre los elementos teóricos y prácticos del concepto objeto de estudio.

En relación con los estudios que abordan el análisis didáctico del concepto de área consideramos el trabajo de Corberán (1996), quizás el antecedente más destacado y determinante para el presente proyecto de profundización, dado que su propósito es contribuir al estudio de la enseñanza y aprendizaje del concepto de área y aportar sugerencias para mejorar su enseñanza. Por tanto, se plantea como objetivos: realizar un análisis didáctico del concepto de área de figuras planas, estudiar el grado de comprensión que poseen los estudiantes al finalizar la primaria, y observar si este grado de comprensión experimenta algún tipo de evolución en relación al nivel educativo, así como diseñar, experimentar y evaluar una unidad de enseñanza para secundaria con objeto de corregir algunos de los errores detectados en los estudiantes de este nivel y ampliar su formación sobre el área. A través del diseño y aplicación de un test a estudiantes desde la edad escolar (13-14 años) hasta el nivel universitario (22-24 años), se involucran aspectos como la concepción del área, unidad de medida, conservación, relación entre área y perímetro, relación entre el área y forma de la superficie entre otros; cuyos resultados se tratan estadísticamente, localizando y comentando las dificultades que encuentran los estudiantes en la comprensión. Dentro de las conclusiones se destaca que “el estudio comprensivo de las fórmulas para el cálculo de áreas debe enmarcarse en situaciones diversas, especialmente en transformaciones planteadas en contexto geométricos donde los alumnos se ven obligados a analizar las posibles variaciones del área de una superficie” (Corberán, 1996, p.348), así mismo que “el estudio cualitativo del área ha propiciado en los alumnos el uso adecuado de procedimientos geométricos en contextos numéricos, simplificando el procedimiento numérico necesario para cuantificar el área” (Corberán, 1996, p.348). Estos hallazgos son de gran importancia en la presente investigación, en tanto puede guiar el diseño de las actividades en la etapa de intervención.

En cuanto a la conceptualización del área con el uso de secuencias didácticas, se destaca el trabajo de Castillo (2015), cuyo objetivo es analizar los efectos del desarrollo de una secuencia didáctica basada en la Teoría de Situaciones Didácticas que favorezca a la construcción del concepto de área como magnitud, para que los estudiantes del sexto grado puedan diferenciar entre área y de medida de área; mediante el reconocimiento de procedimientos de conteo, descomposición y composición, para favorecer el aprendizaje del concepto de área como magnitud y la identificación del uso de diversas unidades de medida empleadas para medir el área de polígonos. A través de un análisis de los efectos de una secuencia didáctica desarrollada con cuatro estudiantes, se concluye que los estudiantes movilizaron los conceptos asociados al área de figuras geométricas simples y compuestas diferenciando su medida, a partir de procedimientos como el conteo de unidades, uso de cuadrícula, descomposición y composición, los mismos que les permitieron reconocer que el área es una magnitud y que su medida depende de la unidad de medida escogida. Es decir, integra tratamientos tanto cualitativos como cuantitativos relacionados con la disociación del área de la forma y de la unidad que la mide.

Estos estudios tienen como común denominador el interés por describir por vía especialmente cualitativa las características de la comprensión de los conceptos matemáticos. Dichas descripciones facilita tanto la planificación de las actividades como la evaluación del desempeño de los estudiantes, pues centra su interés en la actuación; es decir, en lo que son capaces de hacer con el conocimiento. De igual forma, se realizan análisis comparativos que permiten mostrar detalladamente la complejidad que representa la construcción de los conceptos y el tipo de progresión que siguen, lo cual se visualiza como una oportunidad que se espera, pueda ser aprovechada en el presente trabajo.

1.3 Planteamiento del Problema

En el contexto colombiano desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN) se ha propuesto una serie de referentes que pretenden articular la búsqueda de un currículo común que reconozca la autonomía de los proyectos educativos institucionales y permita el desarrollo de competencias en los estudiantes para el ejercicio de la ciudadanía (MEN 2006), donde la formación matemática constituye uno de los eslabones más importantes para avanzar en este propósito, dada la relevancia en la aplicación del saber matemático en múltiples campos o contextos.

La autonomía vista de la perspectiva del docente implica la reflexión sobre la práctica, es así como las autoras de esta investigación, enfocan la mirada particularmente sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de área relacionados con el pensamiento métrico y espacial (MEN 1998). En este sentido, en la educación básica secundaria es muy común hacer uso de las magnitudes, para dinamizar, contextualizar y dar sentido a las matemáticas con situaciones problemáticas que incluyen diversos conceptos y objetos matemáticos, en los diferentes componentes de la matemática. Las interpretaciones erróneas, constantes dudas y confusión entre conceptos, dan cuenta de lo complejo que resulta para los estudiantes resolver problemas que involucran de forma directa e indirecta el concepto de área; estas debilidades han sido objeto de estudio de autores en didáctica de las matemáticas como Corberán (1996), Del Olmo, Moreno & Gil (1993) y Fandiño & D'Amore (2009).

Se hace latente la necesidad de abordar la enseñanza de la magnitud área, desde la construcción de un aprendizaje significativo en los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Santa Bárbara, que a través de su tratamiento didáctico privilegie la comprensión del concepto, pues tal como llama la atención Corberán (1996) en su investigación de la enseñanza y aprendizaje del área, sobre el elevado grado de incomprensión de este concepto por parte de los estudiantes, y en considerar como causa fundamental la insuficiente dedicación y en el incorrecto modo en que se realiza su enseñanza.

De acuerdo con lo anterior, las debilidades (errores y dificultades) en el aprendizaje de los estudiantes está directamente relacionado con las prácticas que los docentes llevan al aula de

clase, y aunque este asunto no es objeto de estudio en este trabajo, resulta importante reconocer que estas debilidades son determinantes en los procesos de comprensión y conceptualización, pues como lo expresa Fandiño & D'Amore (2009) “algunos docentes (y por lo tanto muchos estudiantes) tienen grandes dificultades para conceptualizar el área y el perímetro” (p. 10). De hecho en el desarrollo de las actividades pedagógicas cotidianas, las autoras observan algunas prácticas inadecuadas en la enseñanza del concepto de área, como lo indica Chamorro (2005) en lo referente a la orientación excesiva a partir de fórmulas, abordaje del área a partir de Sistema Internacional de Medida con el uso de escaleras para la conversión de unidades, el uso de algoritmos de cálculo sin comprensión y el tratamiento abstracto de la medida; descuidando la constitución de la magnitud área y la poca implementación de propuestas de aula, hacen que sea necesario abordar el concepto de área desde su comprensión con actividades prácticas que exijan utilizar el conocimiento de forma creativa y competente en el mundo real.

Los factores antes mencionados, soportan la problemática detectada, y evidencian debilidades en el aprendizaje de los estudiantes para acceder al conocimiento matemático, y concretamente en lo referente al concepto de área, factor que se refleja en diferentes pruebas del proceso formativo, como los resultados poco favorables de las Pruebas Saber obtenidas por los estudiantes en el área de matemáticas. Esta problemática en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Santa Bárbara, se relacionan con serias debilidades en relación con el pensamiento métrico y espacial.

Para ilustrar mejor lo expresado en el párrafo anterior se presenta una gráfica que da cuenta de los resultados de las Pruebas Saber de grado 5º de básica primaria del año 2017, en cuanto a los desempeños obtenidos por los estudiantes cursan grado sexto en el año 2018 en la I.E. Santa Bárbara sede General Santander, en los componentes matemáticos que evalúa el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), siendo estos el numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio. Resulta pertinente aclarar que la comunidad rural de Quebradanueva es atendida por dos Institución Educativas; una atiende los niveles de básica primaria y la otra (en la cual se realiza el presente estudio) atiende los niveles de secundaria y media, esta particularidad conlleva a revisar y presentar los resultados de la I.E. Luis Gabriel Umaña Morales, en la cual los estudiantes objeto de estudio cursaron los niveles de básica primaria.



Figura 1. Gráfico de resultados pruebas saber grados 5° en los componentes matemáticos evaluados, año 2017 I.E. Luis Gabriel Umaña Morales.

En los componentes evaluados en quinto grado en el área de matemáticas del año 2017, se observa que los resultados obtenidos por los estudiantes en el componente numérico-variacional y aleatorio se constituyen en fortalezas, en cambio el componente geométrico-métrico muestra un comportamiento de debilidad.

Estos resultados poco favorables de la prueba saber en el área de matemáticas son visibilizados en el informe por colegio del año 2017, que muestra el estado de las competencias y aprendizajes, haciendo énfasis en los aprendizajes en los que se hace necesario implementar acciones pedagógicas de mejora. En el componente geométrico-métrico el 55% de los estudiantes no describe ni argumenta acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija y el 70% de los estudiantes no identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones ni establece relaciones entre ellas.

En cuanto a los resultados institucionales obtenidos por los estudiantes de grado 5°, de las sedes que atienden básica primaria del año 2017, se observa de forma similar que los aprendizajes del componente geométrico-métrico presentan debilidades, pues en comparación con los establecimientos educativos con puntaje promedio similar en el área de matemáticas y grado quinto, la Institución Educativa Santa Bárbara es, relativamente fuerte en el componente numérico-variacional, débil en el componente aleatorio y muy débil en el componente geométrico-métrico como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Gráfico de resultados pruebas saber grados 5º en los componentes matemáticos evaluados, año 2017 I.E. Santa Bárbara

Entre los aprendizajes evaluados en el componente geométrico-métrico se encuentra que el 91% de los estudiantes no establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes y el 59% de los estudiantes no identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones ni establece relaciones entre ellas.

Los resultados de la Pruebas Saber de los estudiantes, las observaciones de las autoras en su ejercicio docente y el análisis de las conclusiones derivadas de investigaciones que anteceden a este trabajo, evidencian debilidad en los desempeños de aprendizajes en el desarrollo del pensamiento métrico, constituyéndose en un escenario propicio para involucrar en la experiencia de investigación formativa la comprensión del concepto de área en la población escolar descrita.

1.3.1 Formulación del problema.

El planteamiento del problema expuesto anteriormente se sintetiza en el siguiente interrogante de investigación.

¿Cómo incide una unidad de planeación curricular fundamentada en la Enseñanza para la Comprensión, en el aprendizaje comprensivo del concepto de área en los estudiantes de sexto grado de la I.E. Santa Bárbara sede General Santander, del municipio de Sevilla Valle?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general.

Analizar la incidencia de una unidad de planeación curricular fundamentada en la Enseñanza para la Comprensión, en el aprendizaje comprensivo del concepto de área con estudiantes de sexto grado de la I.E. Santa Bárbara sede General Santander, Sevilla Valle.

1.4.2 Objetivos específicos.

- ✓ Diagnosticar los errores y dificultades en la conceptualización del área de los estudiantes de sexto grado de la I. E. Santa Bárbara de Sevilla Valle.
- ✓ Diseñar una unidad de planeación curricular desde la perspectiva de la Enseñanza para la Comprensión que permita movilizar en su implementación los conceptos asociados al área caracterizados en el diagnóstico.
- ✓ Describir los desempeños y niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes en el proceso de evaluación continua.

1.5 Justificación

Considerando que esta investigación tiene por propósito el análisis de la incidencia de una unidad curricular fundamentada en la EpC en el aprendizaje comprensivo del concepto de área a partir de un estudio de caso, se puede identificar claramente dos grandes intereses. En primera medida la posibilidad explorar un marco teórico y práctico que permita promover una educación centrada en la comprensión y especialmente el aprendizaje comprensivo de las matemáticas; entendida la comprensión como la capacidad de desempeñarse de manera flexible con el conocimiento con el propósito de atender o resolver situaciones que demandan su aplicación, tanto en el entorno escolar como la vida cotidiana Perkins (1999). Las ideas movilizadas por EpC han encontrado eco a nivel nacional con la promoción a través de guías dirigidas a docentes

MEN (1997), cuyas publicaciones cuentan con colaboración de importantes didactas de las matemáticas como es el caso de Calos Eduardo Vasco, participe durante 25 años del proyecto cero de Harvard. También a través de orientaciones curriculares MEN (2003), se considera la EpC como un potente precursor del enfoque actual de las competencias.

En segunda medida este trabajo se ocupa de la comprensión del concepto de área, pues tal como sugiere Marmolejo y González (2015) “a pesar de la variedad de investigaciones realizadas y del sin número de cuestiones planteadas, la complejidad de su estudio se mantiene latente” (p.45), especialmente en los niveles de formación básica, donde el interés no debe ser la construcción del concepto puramente matemático, sino el estudio de los procedimientos que utilizan implícitamente las propiedades que satisface el área considerada como una función y permite determinar su medida en superficies planas (Corberán, 1996). De hecho, en el desarrollo de esta investigación se busca movilizar diferentes manifestaciones del área, pues “algunos estudios han reseñado que la conservación del área ha sido investigada independientemente de la medida del área mientras que la articulación de estos dos conceptos es indispensable para comprender el concepto de área” (Marmolejo et al., 2015, p.50).

Por otra parte, desde el rol docente de las autoras se asume el diseño de un estudio de caso, que involucra una aproximación a la comprensión del estudiante, desde la estructuración de situaciones contextuales que no solo responde a elementos disciplinares, sino también a la búsqueda contextos de significación, que permitan guiar a los estudiantes en la integración de materiales, procedimientos y conceptos para enriquecer la experiencia formativa tanto del educando como la del docente.

Capítulo II: Marco de Referencia Conceptual

En este capítulo se abordan los elementos conceptuales centrales de la investigación. Se inicia con la descripción de los aspectos más relevantes de la enseñanza para la comprensión desde Perkins (1999) y Stone (1999; 2005), destacando el sentido de la comprensión en la educación, la idea de tópicos generativos, metas, desempeños, características de la evaluación continua, fases, dimensiones y niveles de la comprensión. Posteriormente, se aborda los referentes conceptuales del área cuyas interpretaciones orientan epistemológica, didáctica y curricularmente la apuesta metodológica para movilizar el aprendizaje de este concepto de acuerdo con el alcance definido en los objetivos en el presente trabajo. Para tal fin se presenta una aproximación didáctica del concepto de área desde la perspectiva de Fandiño & D'Amore (2009) y Godino, Batanero & Roa (2002), posteriormente se sitúa la reflexión en el tratamiento didáctico de Del Olmo, Moreno & Gil (1993) y Corberán (1996), se incluyen aportes desde la fenomenología didáctica para el área de Freudenthal (1983) ; finalmente se realiza una contextualización curricular de los lineamientos y referentes de calidad propuestos por las autoridades educativas en el contexto colombiano (MEN 1998; 2006).

2.1 Enseñanza para la Comprensión

Los procesos de enseñanza – aprendizaje realizan el tránsito entre los planteamientos o propósitos de los maestros y lo que verdaderamente logran los estudiantes; esta dinámica a la que se ven expuestas una amplia mayoría de las escuelas, obedece en muchos casos a concepciones, teorías y paradigmas desde donde se asume la postura para afrontar la actividad académica.

En este sentido cobra relevancia la labor del maestro cuando se enfoca en privilegiar la comprensión (Perkins, 1999; Stone, 1999, 2005) en sus estudiantes por sobre cualquier otra actividad; esto se debe en parte a que las consignas de la educación a lo largo de la historia, se concentran alrededor de lograr que los aprendizajes elaborados en la escuela permitan al individuo salir bien dotado de elementos para afrontar la realidad del mundo actual y desempeñar así un buen papel en esta faena. Situación que a su vez pone en evidencia el pensamiento reflexivo del estudiante. Dicho de otra manera

Comprender implica ser capaz de realizar con un tópico una cantidad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y volver a presentar el tópico de nueva manera. (Blythe, 2002, p.39).

Lo anterior da cuenta de la complejidad del proceso educativo, pues no es suficiente para un estudiante reproducir una serie de algoritmos, o recitar de memoria datos de acontecimientos históricos para demostrar ser “buen estudiante”, se trata en realidad de la posibilidad de hacer algo diferente con lo que se aprende en la escuela, de darle sentido a esos saberes y hacer de ellos oportunidades para crear nuevos saberes o resolver situaciones de su entorno.

2.1.1 La Comprensión.

La comprensión no involucra únicamente conocimientos, se trata en realidad de la habilidad para utilizar ese conocimiento de forma creativa, donde se abre el abanico de posibilidades para actuar en consecuencia en el diario vivir. Estas ideas pueden resultar obvias con un análisis superficial, no obstante, es importante resaltar que el hecho de poseer las mejores intenciones por parte de los maestros, resulta insuficiente cuando de abordar el currículo se trata; ningún maestro planea su trabajo de clase con la intención de no edificar aprendizaje. A pesar de ello, los logros en muchos escenarios se quedan exageradamente cortos frente los desempeños esperados.

La comprensión entonces, permite al pensamiento de los estudiantes hacerse evidente en las acciones, reproducciones y creaciones desde diferentes escenarios y contextos. Para ampliar esta idea es ineludible dar una mirada a las palabras de Perkins (1999):

Comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe. Para decirlo de otra manera, la comprensión de un tópico es “la capacidad de desempeño flexible” con énfasis en la flexibilidad. De acuerdo con esto, aprender para la comprensión es aprender un desempeño flexible, más parecido a aprender a improvisar jazz, mantener una buena conversación o trepar una montaña, que aprender la tabla de multiplicar, las fechas de los presidentes. (p.70)

En este orden de ideas, es posible establecer una serie de características o condiciones a tener en cuenta para asegurar el desarrollo de la comprensión desde el trabajo de la escuela; en primer lugar, las tareas están enfocadas a promover el razonamiento, el análisis, la discusión, la argumentación, la proposición, la reflexión, producción de nuevos elementos a partir de unos

existentes. De esta manera, la enseñanza para la comprensión exige la puesta en escena por medio de los “desempeños de comprensión” Perkins (1999, p. 88) a través de los cuales se evidencia que los estudiantes acoplan sus aprendizajes con las particularidades y necesidades de la vida cotidiana. En segundo lugar, es importante aclarar que no se debe dejar de lado otras acciones propias de la educación, como son las relacionadas con la esfera axiológica del ser humano, el manejo de operaciones matemáticas básicas, el uso adecuado de la ortografía o la gramática, por poner algunos ejemplos.

2.1.2 Elementos de la EpC.

El marco de la enseñanza para la comprensión, según Blythe (2002) contempla cuatro ideas claves en la planeación encaminada al desarrollo de comprensiones; una de ellas consiste en los tópicos generativos, la otra en las metas de comprensión, una tercera corresponde a desempeños de comprensión y la cuarta, la evaluación diagnóstica continua. Esta autora hace claridad frente a la posibilidad de realizar el proceso en cualquier orden, es decir, desde donde iniciar depende de las particularidades del asunto o las conveniencias del docente. De esta manera los tópicos generativos no serían un único punto de partida o la evaluación lo último en realizarse.

2.1.2.1 Tópicos generativos.

Frente a los tópicos generativos es posible pensar que cualquier idea, tema o concepto es suficiente cuando de promover la enseñanza para la comprensión se trata (Blythe, 2002), sin embargo, la relación de los tópicos es una cuestión de cuidado, por lo que los estudiantes se relacionan con diferente disposición frente a temas o tópicos, esto significa en gran medida que los intereses y experiencias de los estudiantes juegan un papel preponderante en esta idea. Es así como se evidencia la importancia de concertar entre maestros y estudiantes tópicos que generen la mayor cantidad de conexiones entre disciplinas o dominios, dicho de una mejor manera atractivos, promotores de otros intereses, de la necesidad de ampliar el espectro, de consultarlos para generar nuevos conocimientos o construir nuevas ideas.

Los tópicos generativos son temas, cuestiones, conceptos, ideas, etc., que proporcionan hondura, significación, conexiones y variedad de perspectivas en un grado suficiente como para apoyar el desarrollo de comprensiones profundas por parte del alumno. (Blythe, 2002, p.53).

Queda claro entonces que los tópicos generativos son alternativas de gran magnitud, frente a todo lo que se puede construir a partir de allí, además deja evidencia sobre la necesidad de vincular las propuestas de otros para enriquecerla, logrando así la construcción de una gran red de ideas, con lo que se abre el abanico de opciones a manera de detonante para que la comprensión se pueda llevar a cabo.

Ahora bien, con relación a la profundidad en el conocimiento se debe admitir que no es un hecho poco importante, efectivamente es necesario reconocer que trabajar muchos temas con un bajo nivel de profundidad no garantizan que el conocimiento sea sólido y perdurable, por el contrario, si logramos trabajar pocos temas o tópicos con un alto nivel de profundidad condicionados a garantizar el aprovechamiento de los tiempos y los recursos, se podría estar frente una enseñanza enmarcada dentro de la comprensión (Blythe, 2002). A pesar de lo dicho líneas atrás, los planes de estudio de muchas instituciones educativas se encuentran aún saturados de una serie de contenidos o temas abordados desde lo superficial, situación que se aleja de la propuesta y desemboca en prácticas educativas tradicionales que favorecen muy poco la transformación de las realidades de sus estudiantes.

La idea anterior tiene como propósito resaltar el papel que juegan “los tópicos generativos” en los procesos de enseñanza - aprendizaje, pero también destacar el rol del maestro como estrategia para lograr el encuadre de las ideas de sus estudiantes frente a los propósitos en cada una de las disciplinas. Es más, el maestro es responsable de articular a partir de los intereses comunes del colectivo, la ruta más conveniente para ayudar a sus estudiantes a darle sentido a lo construido en la escuela y de esta manera tener a disposición saberes que se vinculan estrechamente con su vida cotidiana.

2.1.2.2 Metas de comprensión.

Surge la inquietud frente a la mejor manera de poner en escena los tópicos generativos, para lo cual la enseñanza para la comprensión emplea su segunda idea denominada metas de comprensión (Stone, 1999), las cuales detallan los logros básicos a los que apunta el docente con sus estudiantes. Por lo tanto, las metas de comprensión explicitan lo que se espera que los estudiantes lleguen a comprender.

Definir metas de comprensión es una tarea compleja para muchos docentes, posiblemente por la falta de claridad frente a lo que se espera alcanzar con los estudiantes, o bien por no conocer hasta donde se debe llegar en el intermedio de un curso y al final de este. Además de reconocer que en algunos casos la ausencia de saber disciplinar frente a un área específica, termina orientando al docente por el camino más dispendioso o menos efectivo para conseguir los propósitos de aprendizaje.

Otro motivo por el cual muchos docentes enfrentan dificultades para definir metas de comprensión para sus estudiantes es que tienen una concepción vaga o limitada de la materia que se supone que enseñan. Las ideas de muchos docentes sobre sus materias están definidas por los materiales curriculares, a menudo libros de texto, que están acostumbrados a usar. (Stone, 1999, p. 103)

En este sentido es importante destacar como el trabajo de los maestros se ve influenciado por actividades de escaso rigor, particularmente en el caso de la actividad matemática, puesto que su práctica se fundamenta en orientaciones de los libros de texto o un plan de estudio prediseñado; que privilegia en muchas ocasiones ejercicios de corte repetitivo de algoritmos con poca profundidad y exageradamente amplios, dándole relevancia a la memoria; situación opuesta al deber ser de las metas de comprensión desde donde se requiere fundamentar la práctica y el trabajo del aula con el firme propósito de alejarse de aquellas acciones que no permiten la trascendencia de los aprendizajes.

Las metas de comprensión pueden estar orientadas a mediano plazo, igualmente son llamadas metas de comprensión para la unidad, o ser abarcadoras, es decir, metas propuestas para el año escolar. No obstante, la esencia se encuentra en la necesidad de proyectar la mirada en el horizonte, en el lugar al que se pretende llegar, donde se debe visualizar el proceso de acuerdo con los tiempos y presupuestos, es decir claramente articuladas para que todos tengan claro hacia donde se dirigen. En este orden, las metas de comprensión afirman explícitamente lo que se espera que los estudiantes logren comprender, definen con especificidad ideas, relaciones, procesos o preguntas que permiten a los estudiantes comprender mejor (Stone, 1999); es importante reconocer que comprender no es una cuestión de todo o nada, sino más bien es un proceso donde se va profundizando en la comprensión, indicando que al diseñar las metas estas deben permitir a su vez, un aprendizaje de manera progresivo.

2.1.2.3 Desempeños de comprensión.

Definidas las metas de comprensión, surgen inquietudes frente a la manera como los estudiantes alcanzan dichas metas, a partir de aquí la enseñanza para la comprensión propone la tercera idea, los desempeños de comprensión donde los estudiantes deben estar ocupados de las acciones propias de las disciplinas, se propone como una secuencia que pasa por ciclos, ensayo, reflexión, acción, realimentación y de esta manera se va puliendo hasta alcanzar el dominio o el logro del producto final (Stone, 1999). Por ende, los desempeños de comprensión se consideran acciones centradas en el pensamiento, a través de los cuales los estudiantes hacen visible su pensamiento y comprensión, tanto para ellos mismos como para el maestro y demás estudiantes (Perkins, 1999).

Para apreciar la comprensión de una persona en un momento determinado, pídanle que haga algo que ponga su comprensión en juego, explicando, resolviendo un problema, construyendo un argumento, armando un producto. Segundo, lo que los estudiantes responden no sólo demuestra su nivel de comprensión actual, sino que lo más probable es que los haga avanzar. Al trabajar por medio de su comprensión en respuesta a un desafío particular, llegan a comprender mejor. (Perkins, 1999, p. 72)

Por tal razón los desempeños de los estudiantes están relacionados con acciones ajenas a la repetición, evocación o la ejercitación de procedimientos únicamente, por poner algunos ejemplos de la actividad matemática, por el contrario y en la misma línea, estos desempeños deben privilegiar la construcción o la argumentación, la creación de nuevas ideas, nuevos proyectos a partir de lo que ya conoce (Perkins, 1999); en otras palabras la puesta en escena, pues los desempeños no solo evidencian una acción, como el hecho de resolver un ejercicio de hallar la medida del área de una superficie aplicando un algoritmo. El hecho de que un estudiante pudiera hacerlo independientemente del campo numérico empleado, no evidencia como tal la comprensión del concepto de área. Ahora bien, si se requiere un desempeño que evidencie comprensión del concepto de área, se deben seleccionar actividades donde se generen espacios de reflexión, discusión, apropiación y demostración, como por ejemplo proyectos que involucre al estudiante en el diseño de maquetas atendiendo a requerimientos de estética, conocimientos y comunicación.

En este sentido los desempeños son considerados como uno de los elementos más importantes de la enseñanza para la comprensión, ya que se conciben como el corazón del aprendizaje, son acciones que requieren de mucha reflexión, además de hacer visible el pensamiento que soporta las acciones, tiene todo que ver con las decisiones que se toman dentro y fuera del aula, pues cada labor que realiza un estudiante está dando cuenta de la manera como concibe el mundo que lo rodea, más aun cuando realiza la tarea reflexionando sobre la manera en que lo hace y como podría mejorarlo.

Los desempeños de comprensión como elemento del marco conceptual de la enseñanza para la comprensión deberían distinguirse de otros dos tipos de actividades comunes en el aula. Las actividades son desempeños de comprensión sólo si desarrollan y demuestran claramente la comprensión, por parte de los alumnos, de metas de comprensión importantes. Muchas actividades de tipo práctico no involucran a los alumnos en desempeños de comprensión porque no están centradas en metas importantes o porque no exigen que los alumnos amplíen su mente. (Stone, 1999, p. 113).

2.1.2.4 Evaluación diagnóstica continua.

Para relacionar los desempeños de comprensión con las metas trazadas, surge el cuarto elemento del marco; el cual corresponde con la evaluación diagnóstica continua, permite a través de procesos de retroalimentación el apoyo permanente a los estudiantes, no sólo por parte de los maestros, sino también de los compañeros de clase quienes a gracias al trabajo cooperativo, la observación del trabajo del maestro y el de otros compañeros pueden reflexionar frente a su propio desempeño, de manera que le permita ajustarlo o modificarlo hasta alcanzar altos niveles o el dominio pleno de este. Destacando que este ejercicio se realiza a lo largo de toda la experiencia; sigue criterios, estándares claros de calidad y delega gran parte de la responsabilidad en manos del que aprende, desde la crítica y la reflexión sobre el propio trabajo.

Por lo anterior, los desempeños son evaluados casi de forma autónoma, toda vez que permite a cada estudiante comparar el desempeño actual con el que tuvo anteriormente e incluso marca la pauta de acuerdo a donde se pretende llegar. Es por esta razón que la evaluación es ajena a

pruebas estandarizadas o descontextualizadas sólo de lápiz y papel aplicadas al final de un proceso, las cuales pueden entregar miradas miopes de un verdadero proceso de aprendizaje; contradiciendo el desempeño de comprensión que consiste en explicitar el aprendizaje desde la acción.

Es importante reconocer que la evaluación diagnóstica continua es entendida como una oportunidad de aprendizaje incesante, entendiendo que tanto maestro como estudiantes están revisando el estado de las tareas o acciones propuestas de acuerdo con las metas y criterios de desempeño; donde no se espera a terminar un ciclo para valorar el estado de ese desempeño, sino que se aprovecha cada duda, cada incertidumbre, cada error para incrementar el nivel de comprensión no sólo de los estudiantes sino del mismo modo el del maestro.

Para ampliar la idea anterior es necesario retomar a Gardner y sus colaboradores, donde ratifican que existe otro componente clave de la evaluación diagnóstica continua es el hecho de que estudiantes y docente comparten la responsabilidad permanente de analizar el avance de los estudiantes hacia desempeños de alto nivel. Los docentes descubrieron que la evaluación diagnóstica continua era de mayor utilidad cuando todos los miembros de la clase participan del proceso. (Gardner, citado por Stone; p.118).

Sin duda uno de los elementos que más desafíos presenta en la enseñanza para la comprensión es el de la evaluación diagnóstica continua, gracias a que los docentes requieren de la comprensión de los demás elementos del marco; demanda especificar las metas claras de comprensión y diseñar desempeños específicos que permitan la definición de criterios para evaluar desempeños.

En resumen la enseñanza para la comprensión requiere de la integración coherente de los cuatro elementos que componen el modelo, ahora bien, el punto de partida depende del foco que requiera el proceso de enseñanza – aprendizaje, mientras que para muchos la naturaleza se encuentra en los tópicos, otros por el contrario otros consideran que las metas corresponden a la primera escala de este viaje (Stone, 1999); sin embargo la esencia se encuentra en la oportunidad que emerge de la apropiación, puesta en marcha, reflexión y transformación de las practicas encaminadas a privilegiar la comprensión de los estudiantes, lo cual no se logra con la

transmisión de unos hacia otros, sino con el trasegar a partir de la propia experiencia de estudiantes y docentes.

2.1.3 Fases de la EpC.

Con base en el análisis de los desempeños de comprensión Stone (1999) sugiere tres categorías progresivas comúnmente enunciadas como fases o etapas, que resultan de gran utilidad en el diseño de una unidad curricular. A continuación, se describen brevemente:

Fase de exploración.

En esta etapa los desempeños consisten en explorar los elementos del tópico generativo sin recurrir a métodos y conceptos disciplinares, se indaga en los saberes previos del estudiante, sus intereses y experiencias.

Fase de intervención o investigación guiada.

En esta etapa los estudiantes se involucran en desempeños que el docente considera como centrales para la comprensión de las metas determinadas. El docente guía al estudiante en ayuda a la estructuración de conocimientos y métodos, centrando las actividades en la práctica para el desarrollo de habilidades básicas para ser desplegadas creativamente en la siguiente fase.

Fase de proyecto final de síntesis

En esta etapa se espera que los estudiantes muestren dominio de las metas de comprensión, a partir por ejemplo del desarrollo de un proyecto o exposición, trabajando de una manera más independiente respecto a las otras fases.

2.1.4 Dimensiones y niveles.

Las fases descritas anteriormente pueden ser valoradas atendiendo a un enfoque multidimensional que indaga por algo más que el conocimiento. Desde la EpC se estructuran dimensiones que dan una visión holística sobre la comprensión efectiva (Ritchhart, Stone, Buchovecky & Hetland ,1999), cuyos elementos más relevantes se exponen a continuación:

Dimensión de contenido.

Esta dimensión “evalúa el nivel hasta el cual los alumnos han trascendido las perspectivas intuitivas o no escolarizadas, y el grado hasta el cual pueden moverse con flexibilidad, entre ejemplos y generalizaciones en una red conceptual coherente y rica”. (Boix & Gardner, 1999, p.230).

Dimensión de método.

Esta dimensión “evalúa la capacidad de los alumnos para mantener un sano escepticismo acerca de lo que conocen o se les dice, así como su uso de métodos confiable para construir y validar afirmaciones y trabajos verdaderos”. (Boix & Gardner, 1999, p.230), en sentido de una construcción de la comprensión que va más allá de la experiencia inmediata y caprichosa del sentido común.

Dimensión de propósito.

Esta dimensión “evalúa la capacidad de los alumnos para reconocer los propósitos e intereses, la construcción del conocimiento, su capacidad de para usar el conocimiento en múltiples situaciones y las consecuencias de hacerlo”. (Boix, & Gardner, 1999, p.235).

Dimensión de formas de comunicación.

Esta dimensión “evalúa el uso por parte de los alumnos de símbolos (Visuales, verbales, matemáticos, cinestésicos corporales, por ejemplo) para expresar lo que saben dentro de géneros o tipos de desempeños establecidos”. (Boix, & Gardner, 1999, p.237), reconociendo además la características y particularidades del tipo de auditorio o público con el que interactúan.

Por otra parte, para Boix, y Gardner (1999) indican que en la evaluación de las dimensiones es necesario hacer distinción entre desempeños débiles y avanzados, dado que la profundidad de la comprensión puede variar entre dimensiones. Para tal fin presentan una caracterización de los cuatro niveles prototípicos de la comprensión según el énfasis de los desempeños, como se muestra a continuación:

Tabla 1. Niveles de la comprensión según el marco de la EpC.

Ingenuo	Novato o Principiante	Aprendiz	Maestría
Basado en conocimiento intuitivo, no problemático, el estudiante no relaciona lo que aprende en la escuela y la vida cotidiana.	Basado en rituales de prueba y escolarización.	Basados en conocimiento y modos de pensar disciplinarios.	Los desempeños son integradores, creativos y críticos.

La tabla contiene una síntesis de las características generales de los niveles de desempeño de la EpC, descritos por Boix y Gardner (1999).

A continuación, se presenta un diagrama que integra los elementos fundamentales de la Enseñanza para la Comprensión que guían la puesta en práctica, en una interpretación de la revisión del marco teórico de la EpC.

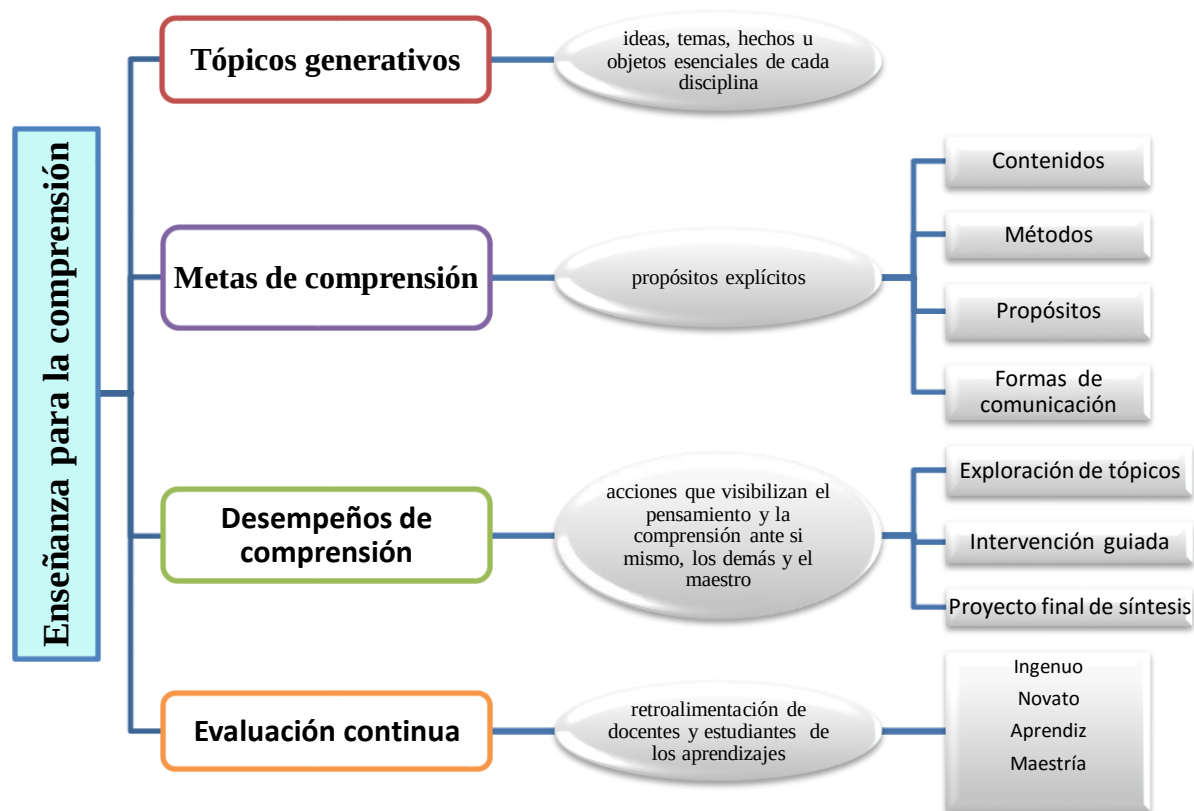


Figura 3. Esquema de los elementos fundamentales de la EpC.

Fuente: Interpretación de Perkins (1999) y Stone (1999, 2005).

Como complemento a las ideas que se vienen desarrollando se presenta a modo de síntesis las dimensiones de la comprensión y sus rasgos propuestos Mansilla y Gardner (1999).

Tabla 2. Síntesis de dimensiones, rasgos y niveles de comprensión de la EpC.

Dimensión de conocimiento: rasgos y niveles de comprensión.

Rasgo	Preguntas por rasgo	Nivel 1. Ingenuo	Nivel 2. De principiante	Nivel 3. De aprendiz	Nivel 4. De maestría
A. Creencias intuitivas transformadas	¿En qué medida demuestran los desempeños de los alumnos que las teorías y conceptos garantizados del dominio han transformado sus creencias intuitivas?	Faltan conceptos disciplinarios.	Ecléctico. Mezclan creencias intuitivas con conocimientos disciplinarios.	Prevalecen teorías y conceptos disciplinarios. Conocimiento disciplinario no vinculado con el sentido común.	Prevalecen conceptos disciplinarios. Se reconoce la importancia del conocimiento disciplinario para refinar el sentido común.
B. Redes conceptuales ricas y coherentes	¿En qué medida son capaces los alumnos de razonar dentro de redes conceptuales ricamente organizadas, moviéndose con flexibilidad entre detalles y visiones generales, ejemplos y generalizaciones?	Partes del conocimiento parecen aburridos o no diferenciados. Desconexión de la generalización.	Conexiones simples y frágiles entre conceptos. Abundancia de ejemplos sin vincular o generalizar con dominios.	Productiva red de ideas o puntos de vista dentro de un dominio. Aun no hay capacidad de razonamiento creativo.	Redes altamente organizadas de ideas dentro de un dominio. Movimiento fluido de ejemplos y generalizaciones disciplinarias.

Dimensión de los métodos: rasgos y niveles de comprensión.

Rasgo	Preguntas por rasgo	Nivel 1. Ingenuo	Nivel 2. De principiante	Nivel 3. De aprendiz	Nivel 4. De maestría
A. Sano escepticismo.	¿En qué medida despliegan los alumnos un sano escepticismo hacia sus propias creencias y hacia fuentes de conocimiento, tales como libros de texto, opiniones de gente y mensajes de medios?	Conocimiento y mundo no se distinguen. El mundo inmediatamente captable.	Conocimiento es información sobre el mundo. Requiere respaldar afirmaciones para demostrar acierto.	Conocimiento humanamente construido. Centran el escepticismo en métodos o procedimientos.	Conocimiento humanamente construido, racionalmente discutible, guiado por un marco y es provisorio. Dudas y autocriticas por parte de los alumnos.

B. Construir conocimiento en el dominio	¿En qué medida los alumnos usan estrategias, métodos, técnicas y procedimientos similares a los usados por profesionales en el dominio para construir conocimiento confiable?	Construcción del conocimiento sólo a partir de ensayo – error.	Se reconoce la utilidad de los métodos para construir conocimiento, se asumen de forma mecánica.	Conocimiento construido humanamente por métodos, se usa solo uno de ellos.	Usan variedad de métodos efectivamente. Percepción de que los métodos surgen tras la discusión racional.
C. Convalidar el conocimiento en el dominio	¿Depende la verdad, lo bueno y lo bello de afirmaciones autorizadas o más bien de criterios públicamente aceptados, como usar métodos sistemáticos ofrecer argumentos racionales tejer explicaciones coherentes y negociar los sentidos por medio de un diálogo cuidadoso?	Criterios de convalidación ausentes o míticos.	La validez se basa en autoridad externa: el libro, el docente como fuente de información.	Uso de normas y procedimientos de convalidación de forma mecánica, no se relaciona con otros dominios.	Ven los criterios de convalidación como abiertos al cuestionamiento y revisión todo el tiempo.

Dimensión de los propósitos: rasgos y niveles de comprensión.

Rasgo	Preguntas por rasgo	Nivel 1. Ingenuo	Nivel 2. De principiante	Nivel 3. De aprendiz	Nivel 4. De maestría
A. Conciencia de los objetivos del conocimiento.	¿En qué medida ven los alumnos cuestiones, objetivos e intereses que impulsan la investigación en el dominio?	No hay conciencia de que se aprende lo que se les enseña.	Cuestiones esenciales guían la investigación en el dominio, pero su vínculo es de forma mecánica.	Con apoyo identifican objetivos esenciales en la construcción de conocimiento y reflexionan su importancia.	Identifican objetivos esenciales que guían la investigación humana y reflexionan la importancia de lo que aprenden.
B. Múltiples usos y consciencias	¿En qué medida reconocen los alumnos una variedad de usos posibles de lo que aprenden? ¿En qué medida consideran los alumnos las consecuencias de usar su conocimiento?	Su desempeño evidencia escasa relación entre lo aprendido en la escuela y la cotidianidad.	Uso del conocimiento desde la tarea escolar, con apoyo conectan la escuela con experiencias cotidianas.	Algunos analizan consecuencias prácticas, sociales y morales al uso del conocimiento.	Uso espontáneo del conocimiento, como herramienta para controlar la naturaleza, orientar acciones y mejorar el entorno social.
C. Dominio y autonomía	¿En qué medida evidencian los alumnos manejo y autonomía para usar lo que saben? ¿En qué medida han desarrollado los alumnos una posición personal alrededor de lo que aprenden?	No ven sentido a la necesidad de desarrollar posición personal frente a lo que aprenden.	Con ayuda ven intereses y posiciones de los autores, sin embargo no los vinculan con lo que aprenden.	Algunos alumnos desarrollan posiciones sobre lo que aprenden, pero no toman en cuenta otros puntos de vista alternativos.	Los alumnos evidencian autoridad sobre lo que han aprendido, tiene objetivos e intereses particulares, ajenos a caprichos.

Dimensión de las formas de comunicación: rasgos y niveles de comprensión.

Rasgo	Preguntas por rasgo	Nivel 1. Ingenuo	Nivel 2. De principiante	Nivel 3. De aprendiz	Nivel 4. De maestría
A. Dominio de los géneros de desempeño.	¿En qué medida despliegan los alumnos dominio de los géneros de desempeños que emprenden, tales como escribir informes, hacer presentaciones, o preparar el escenario de una pieza?	No hay conciencia de que los géneros tienen reglas específicas.	Siguen instrucciones para desempeñarse en el nuevo género.	Demuestran conciencia de las reglas cuando exploran nuevos géneros.	Emprenden desempeños de comprensión con flexibilidad y expresividad dentro del género tipo.
B. Uso efectivo de sistemas y símbolos	¿En qué medida exploran los alumnos diferentes sistemas de símbolos para representar su conocimiento de forma efectiva y creativa, por ejemplo, usando analogías y metáforas, colores y formas o movimientos?	No hay intención comunicativa o estética.	Uso de un solo símbolo para expresar lo que han aprendido.	Dominio flexible de sistemas de símbolos, uso de diversos, eligiendo el más conveniente de acuerdo al objetivo.	Evidencian conciencia estética en el uso de los sistemas de símbolos. Integración de sistemas con flexibilidad y estética que respaldan al objetivo.
C. Consideración de la audiencia y el contexto	¿En qué medida demuestran los desempeños de los alumnos una conciencia del público, tal como sus intereses, necesidades, edades, conocimiento o antecedentes culturales? ¿En qué medida demuestran conciencia del contexto de la comunicación?	Comunicación que no tiene en cuenta el público o el contexto.	Espera que el público se adecue a la presentación y asuma la responsabilidad de entender. No se tiene en cuenta como el contexto configura la comunicación.	Evidencian conciencia inicial de la forma en que el contexto puede afectar la comunicación, pero manejan de forma mecánica los factores contextuales.	Tienen en cuenta el público, evidenciando sensibilidad a las necesidades y condiciones particulares de la audiencia. Comprenden la visión de mundo y sus marcos de referencia.

Esta tabla contiene una síntesis de los descriptores que permiten situar a un estudiante en un nivel de desempeño, asociado con los rasgos específicos de cada dimensión. Adaptado de Mansilla y Gardner (1999). La Enseñanza para la Comprensión (p.246-247).

2.2 Aproximación Didáctica del Área

“tan cercana a la realidad como un objeto mental y tan profunda como un concepto matemático” (Freudenthal, 1983, p. 372)

El área es un tópico de gran importancia en la educación básica, pues desempeña un papel relevante en la construcción de otros conceptos matemáticos y en el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas relacionadas principalmente con la resolución de problemas, razonamientos, visualizaciones y argumentación. (Marmolejo & González, 2015). El carácter articulador del área en varios conceptos de la matemática y la alta aplicabilidad en contextos diversos (matemáticos, científicos y cotidianos) devela también su trascendencia en los procesos encaminados al desarrollo del pensamiento matemático y dada su complejidad supone la delimitación de su estudio con propósitos didácticos, por tal razón se exponen los principales elementos conceptuales que aportan a este trabajo.

2.2.1 El concepto de área.

Fandiño & D’Amore (2009) se refieren al área como la medida bidimensional de la superficie, es decir un número real acompañado de una conveniente unidad de medida, así mismo consideran la superficie como una parte del plano. Por su parte Del Olmo, et al. (1993), asume el área o superficie como una cualidad de los objetos que puede medirse a través de sus unidades; empleando indistintamente estos dos términos como se hace en el lenguaje común; sin embargo, señalan que “algunos autores establecen diferencias entre estos términos, entendiendo *superficie* para designar dicha cualidad y *área* para su medida” (Del Olmo, et al.p.15).

Sobre este mismo sentido, Godino, Batanero y Roa (2002) indican que la palabra superficie se debe reservar para designar la forma del cuerpo o figura (superficie plana, alabeada, triangular), mientras que el área designa la extensión de la superficie y plantea que “el rasgo o característica de los cuerpos que se mide cuantitativamente es el área o extensión” (Godino, et al. 2002, p. 623).

La discusión exhaustiva de concepto de área no representa el centro de interés en este trabajo, sin embargo, en esta investigación se asume la perspectiva de Perrin-Glorian (1992) frente al área como magnitud autónoma, descrita por Corberán (1996) en términos de:

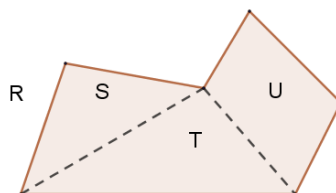
Entendemos que el área es una propiedad más de una superficie que puede ser medible, y que por lo tanto se le puede asociar un número resultado de su medida. Creemos que es fundamental para la consecución de una buena comprensión del concepto de área, iniciar a los alumnos en su estudio, buscando la disociación entre área y la forma de la superficie, y área y número (p. 40).

Por tanto, resulta pertinente reconocer siguiendo las reflexiones de Godino et al. (2002) que, “los conceptos abstractos no son arbitrarios, sino que provienen de nuestras formas de actuar en el mundo perceptible que nos rodea. Por ello las matemáticas son útiles, nos resuelven los problemas de la vida diaria y son imprescindibles” (p. 624). Esta visión contrasta con los planteamientos de Corberán (1996) frente a la enseñanza del concepto de área, al considerar que dada su complejidad “el objetivo de la enseñanza del área no debe ser la construcción del concepto matemático” (p. 36), sino el estudio de los procedimientos que utilizan implícitamente las propiedades que satisface el área considerada como una función y que permite determinar la medida del área de superficies planas; lo anterior especialmente en la formación básica de los estudiantes.

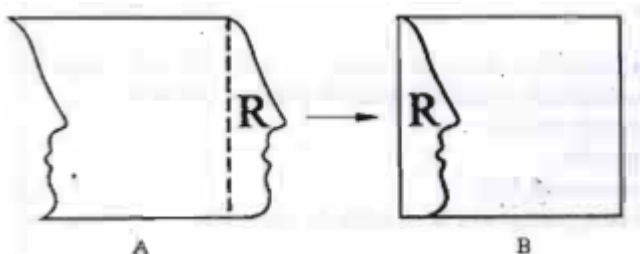
Una breve descripción de las propiedades del área considerada como función, se encuentra en Corberán (1996) y De Olmo et al. (1993).

- Propiedad Aditiva: Si una región R se puede descomponer en un número finito de regiones, el área de la región completa es la suma de las áreas de las regiones separadas.

$$A(R)=A(S)+A(T)+A(U)$$



- Propiedad de Invarianza: Si dos regiones R y S son congruentes, entonces $A(R)=A(S)$
- Propiedad de la Unidad: Se necesita una unidad para asignar una medida a una región.
- Propiedad de la Disección: Si una región puede ser diseccionada en partes esas partes reorganizadas para formar otra región, entonces las dos regiones tienen áreas iguales.



- Propiedad de Comparación: Si la región R está contenida en la región S , $A(R) < A(S)$

2.2.2 Tratamiento didáctico para la enseñanza del área.

Sin duda, el abordaje de análisis didáctico de mayor trascendencia en la revisión documental sobre el concepto de área se halla en Corberán (1996) y Figueras (1998). En adelante se sintetiza los planteamientos de estas autoras que aportan elementos valiosos para el desarrollo del presente trabajo.

Corberán (1996) realiza una distinción entre los procedimientos de naturaleza geométrica y los procedimientos de naturaleza numérica y destaca que la enseñanza del área frecuentemente se limita al estudio de fórmulas para su cálculo, empobreciendo las interpretaciones que derivan de la articulación de estos dos enfoques cualitativo y cuantitativo.

Tratamiento cualitativo.

El estudio del área desde esta perspectiva se asocia con procedimiento de naturaleza geométrica cuyo propósito es la comparación de áreas en ausencia de los razonamientos numéricos; es decir, el objetivo no es cuantificar el área, sino comparar áreas de superficies sin recurrir a ningún número, surgen en este tipo de tratamiento relaciones de orden (igual, menor y mayor que), que contribuye a la comprensión del concepto de área.

Dentro de las estrategias de comparación se halla: la superposición de superficies, la descomposición en trozos y composición (por recorte y pegado de las piezas), configuración por complementariedad de formas de las partes, reconfiguración posible de figuras geométricas que resultan obvias.

Tratamiento cuantitativo.

El procedimiento numérico requiere de la elección de una unidad de medida, en este caso una unidad de área, de esta manera es posible asignar un número al área como resultado de la comparación de la superficie objeto de medida con otra considerada como unidad. Lo anterior implica una adecuada comprensión del concepto de unidad, para evitar que las unidades indicadas tras los números (por ejemplo, 10cm^2), se reduzcan a meras etiquetas, como suele ocurrir en la práctica. Por lo tanto, “es necesario familiarizar al alumno con el mayor número posible de unidades diferentes y plantearle situaciones diversas, en las que pueda realizar la medida del área de una misma superficie utilizando diferentes unidades” (Corberán, 1996, p.49); de esta manera se puede lograr que los estudiantes construyan relaciones entre el tamaño de la unidad y el número obtenido en la medida. Este tipo de situaciones contribuye a la comprensión de la disociación del área y el número que la mide.

Las estrategias o procedimientos que dan lugar a un tratamiento numérico del área pueden enunciar como: la iteración de la unidad de medida, la descomposición de la superficie en partes iguales donde “el número obtenido es el resultado de una operación aditiva, procedente de una recuento o conteo del número de unidades o fracciones de esta que recubren exactamente la superficie”. (Corberán, 1996, p.50); de igual manera las aproximaciones sucesivas desde el interior y el exterior de la superficie, enunciado por De Olmo et al. (1993) como acotación.

Disociación del área de la forma y el número que la mide.

El diseño de situaciones por parte del docente demanda el análisis de la disociación del área con la forma de la superficie y el número que la mide, entendida ésta como una “magnitud

autónoma” (Perrin-Glorian, citado por Corberán, 1996, p.40). Dicho análisis debe enfocarse en el tipo de procedimientos que facilitan la internalización en la estructura cognitiva de los estudiantes. Por ejemplo, la disociación del área de la forma de la superficie requiere un tratamiento cualitativo de carácter geométrico, mediante la comparación que involucra a su vez procedimientos basados en la estimación asociada con la percepción visual, la comparación directa a través de la superposición y la comparación directa que incluye recorte, pegado, composición y descomposición, como se muestra en el siguiente diagrama.

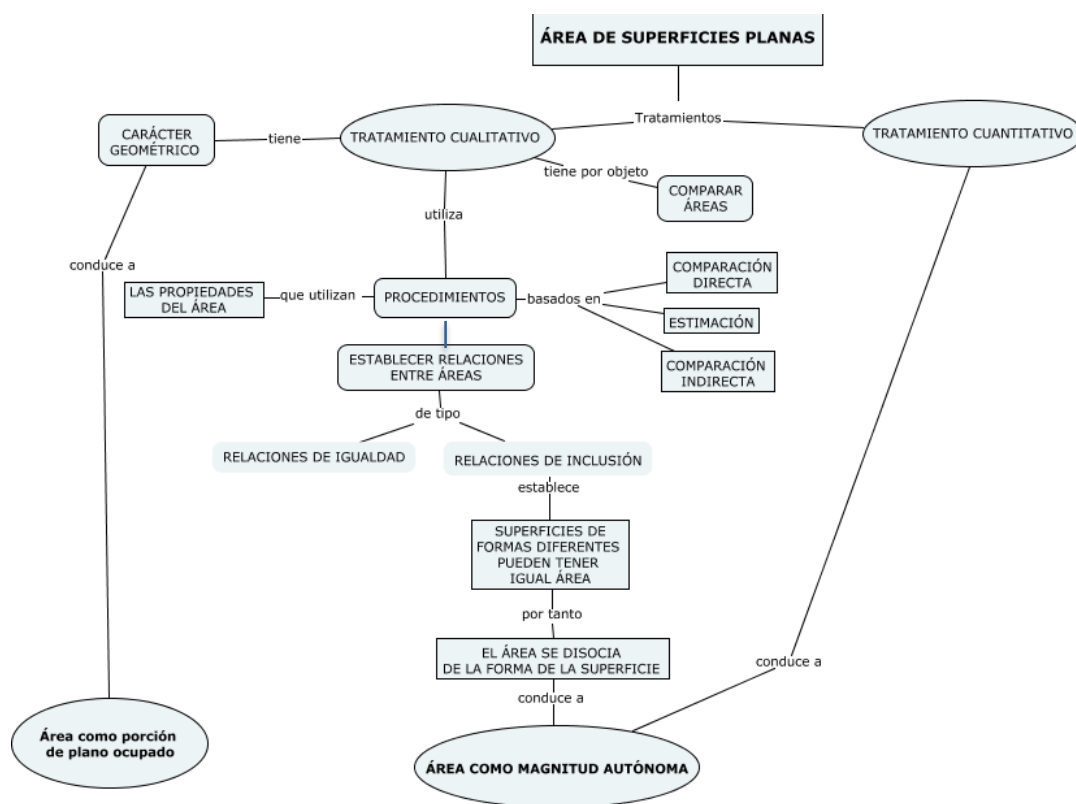


Figura 4. Fragmento de mapa conceptual del área, tratamiento cualitativo.

Fuente: Corberán (1996).

Con los procedimientos descritos en el diagrama anterior, simultáneamente se moviliza de manera intuitiva la manifestación del área como cantidad del plano ocupado por la superficie.

En contraste el área disociada de número que la mide, involucra un tratamiento cuantitativo de carácter numérico que tiene por objeto medir áreas, que involucra los procedimientos de iteración y descomposición que implica a su vez el conteo del número de unidades o fracción de esta que recubre la superficie; y exhaustión o método de aproximación sucesiva desde el interior y el exterior de la superficie. “Todos los procedimientos numéricos requieren previamente a su utilización de la elección una unidad de medida, estando el número obtenido intimamente ligado a la unidad escogida”. (Corberán, 1996, p.49).

Las características de los procedimientos descritos anteriormente, suponen un orden lógico en el diseño de situación. En este sentido Corberán (1996) sugiere, que es conveniente enfrentar inicialmente a los estudiantes a situaciones que demanda la comparación de superficies mediante procedimientos geométricos; pues si bien el objeto de los procedimientos de carácter numérico es la medida, esta demanda la comparación de dos superficies (la que es objeto de medida con la que se usa como unidad). Posteriormente se da paso a los procedimientos cuantitativos y finalmente a la integración de estos dos tratamientos del área.

2.2.3 Aportes desde la fenomenología didáctica del área.

En su estudio fenomenológico Freudenthal (1983) sostiene que existe una separación entre el objeto mental (área) y el concepto matemático, dado que la constitución de los objetos mentales (concepciones) precede a la adquisición de conceptos; en la interpretación de Rico, Lupiañez, Marín y Gómez (2007) esto quiere decir que “el pensamiento matemático surge de los fenómenos y que las estructuras matemáticas abstraen y organizan grandes familias de fenómenos de los mundos natural, social y mental” (p.11).

En consecuencia, para avanzar en la comprensión del concepto de área es necesario que la enseñanza se centre en el estudio de las aplicaciones del área, antes que en el propio concepto matemático (Corberán, 1996). En vista de lo anterior y en consonancia con los alcances de esta investigación, resulta conveniente esbozar las situaciones o contextos de significación que movilizan dichas concepciones en contextos cercanos a la realidad de los estudiantes.

- Situaciones de reparto equitativo de herencias.

En la cotidianidad se presenta situaciones en las que es necesario repartir de forma equitativa el área de un terreno, por ejemplo, en una herencia o constitución de sociedades. Desde este contexto es posible asumir un tratamiento cualitativo de composición y descomposición en la conservación del área.

- Situación de comparación de área para cultivo.

Especialmente en las comunidades rurales se destinan lotes de terreno para el cultivo, que permite abordar elementos tanto cualitativos como cuantitativos, a partir de la comparación, medida y cambio de patrón de la unidad.

- Situaciones medición en el diseño y elaboración de estampados personalizados (artísticos) empleados en la decoración de prendas de vestir.

La potencia de situación radica en que puede dar lugar a la combinación de procesos naturaleza geométrica y numérica que implican, por ejemplo: establecer el costo por unidad de área, disociaciones del área la superficie con la forma de la superficie y del número que la mide.

Estas situaciones se alinean a la sugerencia propuesta por Freudenthal (1983) para instrucción del área, al indicar que las comparaciones entre áreas son necesarias para la constitución del área como magnitud en objeto metal.

2.3 Aspectos Curriculares Referidos al Área en el Contexto Colombiano

En cuanto a la caracterización de los fundamentos curriculares de este trabajo, se tiene en cuenta aspectos considerados en Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencia en Matemática (MEN, 2006) sobre el desarrollo del pensamiento métrico, específicamente aquellos que tiene relación con el tratamiento de las magnitudes y su medida.

Los Lineamientos Curriculares de Matemática invitan a los docentes, en primer lugar, a pensar las matemáticas como un constructo social y humano, además sugiere enfoques para la comprensión y enseñanza de las matemáticas; esta nueva visión de la disciplina escolar se basa en “aceptar que el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento”. (MEN, 1998, p. 29).

El currículo del área de matemáticas se divide en tres grandes aspectos: procesos generales, conocimientos básicos y contextos. Los procesos generales guardan estrecha relación con el aprendizaje; es decir, el razonamiento, el planteamiento y la resolución de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, la comparación y ejercitación de procedimientos.

Por su parte los conocimientos básicos se vinculan con los procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático, y con los sistemas propios de las matemáticas: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Finalmente aparecen los contextos que se relacionan con el entorno y los ambientes que rodean al estudiante y que hacen que el aprendizaje adquirido en el contexto escolar sea significativo.

Componente métrico.

El Ministerio de Educación Nacional en los Estándares Básicos (2006), y en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), plantea que el pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes; a su capacidad para abstraerlas de los fenómenos, para medirlas, para compararlas entre sí, operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos, utilizando como herramienta básica los sistemas de medidas, y haciendo énfasis en los siguientes aspectos:

- ✓ La construcción de la magnitud consiste crear y abstraer en el fenómeno u objeto la magnitud concreta o cantidad susceptible de ser medida. Esta construcción requiere todo el tiempo necesario para que el estudiante activamente cree en el objeto la magnitud concreta que posteriormente dará lugar a su abstracción.
- ✓ La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes que resultan fundamentales en la consolidación de los conceptos relacionados (área, tiempo etc.).
- ✓ La apreciación del rango de las magnitudes, que involucra, la capacidad para analizar situaciones, determinar la(s) magnitud(es) que intervienen y determinar el tipo de unidades más apropiadas para realizar la medición de las mismas.
- ✓ Reconocer la diferencia entre unidad y patrón de medida, la unidad no tiene por qué estar ligada a un patrón determinado, en cambio el patrón debe tener en lo posible una unidad determinada.
- ✓ El trasfondo social de la medición, el cual se relaciona con la interacción social y la referencia a un trasfondo significativo que debe poseer el estudiante en el momento de la construcción de los conceptos y los procesos de la medición.

Componente geométrico.

En la renovación curricular se propone la geometría activa como una forma de reintegrar el estudio de los sistemas geométricos como instrumentos de exploración y representación del espacio. El pensamiento espacial, es interpretado “como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (MEN, 1998, p. 56). Para lograr su desarrollo en los estudiantes es necesario promover la confrontación con el mundo, dando prioridad a la acción sobre la apreciación de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. “Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos están incipientemente

construidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales”. (MEN, 1998, p. 37)

Por otra parte, los criterios formulados en los estándares básicos de matemáticas, se constituyen en punto de referencia de lo que todo estudiante debe estar en capacidad de saber y saber hacer, en determinada área y en determinado nivel. “Son guía referencial para que todos los colegios, ofrezcan la misma calidad de educación a todos los estudiantes colombianos”. (MEN, 2006).

El pensamiento métrico, se articula en dos ejes conceptuales, los cuales según el MEN (2006), son: Las magnitudes y los sistemas de medición, los cuales permiten en primer lugar orientar el desarrollo del pensamiento métrico y, en segundo lugar, transversalizar todos los demás pensamientos. Por consiguiente, los Estándares matemáticos, en relación al tópico objeto de estudio para los grados de sexto a séptimo son:

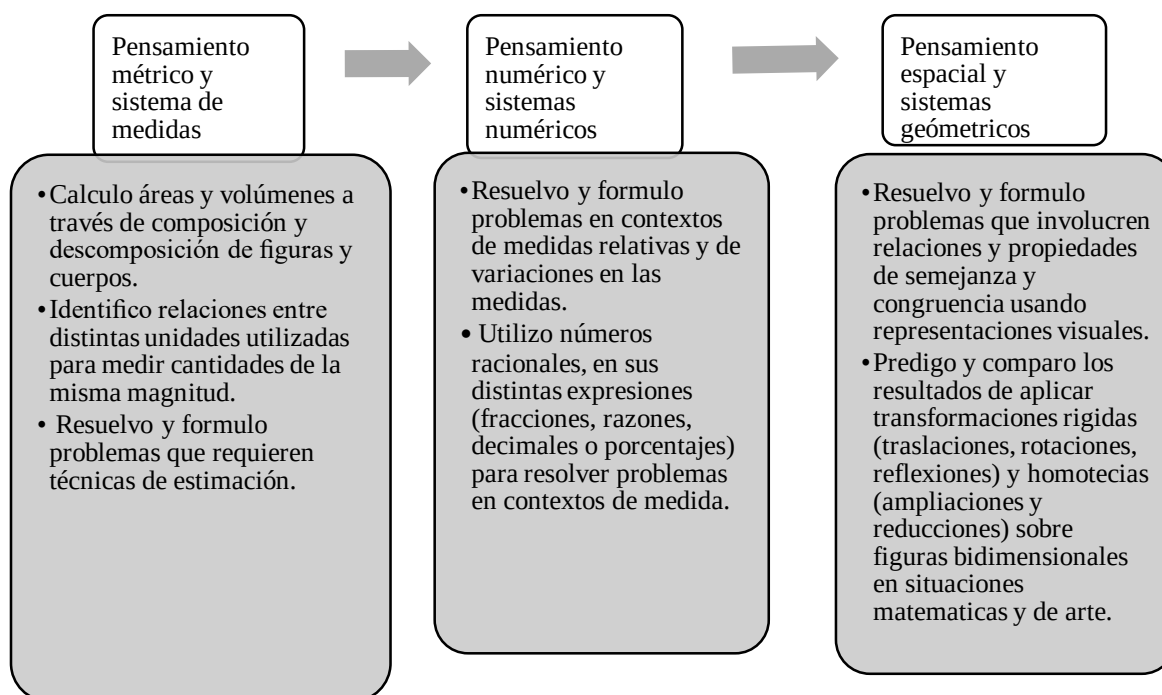


Figura 5. Estándares básicos de competencias grado 6 a 7 relacionados al concepto de área.

(Adaptado MEN, 2006)

Capítulo III: Metodología de la Investigación

Este capítulo describe inicialmente el enfoque metodológico que orienta la investigación, el método (estudio de caso), las características generales del caso, el diseño de la investigación, los instrumentos de recolección de datos, tratamiento y análisis de la información. Además, se describen las intervenciones que hacen parte de la unidad curricular y los criterios de análisis de la evaluación continua en el marco de la Enseñanza para la Comprensión.

3.1 Tipo de Investigación

La presente investigación se asume desde un enfoque cualitativo en tanto “se enfoca en comprender los fenómenos, explorarlos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto”. (Hernández, Fernández & Batista, 2014, p. 358). Desde esta perspectiva las autoras en su rol de docentes se aproximan a la realidad que constituyen con los estudiantes en el aula de clase en torno a la comprensión del concepto de área, integrando elementos metodológicos de la estructura curricular de la EpC.

En concordancia con lo anterior y atendiendo a las características de la evaluación en el marco de la EpC (descritas en la fundamentación conceptual), se propone desarrollar un estudio de caso descrito como “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 1999, p.11); permitiendo al investigador destacar “las diferencias sutiles, la secuencia de los acontecimientos en su contexto y la globalidad de las situaciones personales” (Stake, 1999, p.11), con el fin de comprender esta realidad.

El contenido real del estudio de casos es la particularización no la generalización. Se toma un caso particular y se llega a conocerlo bien, y no principalmente para ver en qué se diferencia de los otros, sino para ver qué es, qué hace. Se destaca la unicidad y esto implica el conocimiento, de los otros casos, de los que este caso en cuestión se diferencia, pero la finalidad primera es la comprensión de este último (Stake, 1999, p.11).

Sin embargo, se debe advertir que dicha comprensión se halla sujeta a las interpretaciones de acuerdo con el rol o función de las investigadoras, dado que “cada investigador, de forma

consciente o inconsciente, toma decisiones continuamente sobre la importancia que hay que conceder a cada una de las funciones” (Stake, 1999, p.83). En este trabajo la función que se privilegia desde luego es la de investigador como docente.

El esfuerzo que el profesor debe dedicar a conocer a los alumnos individuales y colectivamente continúa siendo algo confuso, algo que se decide en cada momento, siempre un aspecto clave del estilo docente. El profesor sabe que normalmente la enseñanza es más efectiva cuando el alumno parece estar comprendiendo (Stake, 1999, p.84)

En consecuencia, se aprovecha las particularidades del caso para fortalecer la competencia tanto investigativa como docente de las autoras.

3.2 Selección del Caso

En este trabajo, el caso deriva de la practica reflexiva de las autoras como docentes en el desarrollo de la clase matemáticas en el grado sexto de la sede General Santander satélite Quebradanueva I.E. Santa Bárbara. Aunque las intervenciones se desarrolla con los doce (12) estudiantes que conforman la totalidad el grupo, se seleccionan tres (3) con base en los siguientes criterios: permanencia, que implica estar presente en las sesiones de trabajo en el aula para la aplicación sistemática de un proceso de valoración continua, disposición y compromiso para reflexionar frente a los retos cognitivos, más allá del éxito o fracaso en las actividades, dado que para evaluar la comprensión se requiere evidenciar el desempeño en términos concretos. En tal sentido el caso lo constituyen la comprensión del concepto de área, en el que intervienen tanto los estudiantes seleccionados, como las docentes involucradas en el desarrollo de una unidad de planeación curricular fundamentada en el marco de la Enseñanza para Comprensión.

3.3 Diseño de la Investigación

El diseño de la investigación involucra tres etapas generales que orientan los diferentes procesos y actividades que se llevan a cabo. Se inicia con el diseño y aplicación de un cuestionario diagnóstico, luego se da paso a la etapa de implementación y finalmente los

resultados y análisis, con el que se espera dar respuesta a la pregunta de investigación. Estas etapas y sus componentes que se ilustran en el siguiente esquema:



Figura 6. Esquema del diseño metodológico de la investigación.

Fuente: elaboración propia.

Como se observa en el esquema, la primera etapa, involucra el diseño y aplicación un cuestionario. La etapa de implementación por su parte, involucra tanto el diseño de una unidad curricular, la aplicación en seis intervenciones de aula (distribuidas en tres fases: exploración, intervención guiada y proyecto final de síntesis). Finalmente, la etapa de resultados y análisis que se presentan en tres apartados relacionados entre sí, los resultados y análisis del cuestionario diagnóstico, la evaluación continua que incluye la comparación de los niveles de desempeño alcanzado por los estudiantes que conforman el caso y el análisis incidental.

3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

Se emplea como técnica la observación participante (Martínez, 2007) dado el rol docente de las autoras. Entre los instrumentos empleados para la recolección de la información se enlistan: Un cuestionario diagnóstico para la etapa inicial, en la segunda etapa se usan hojas de trabajo

para los estudiantes en el desarrollo de las actividades de la unidad curricular, además el registro audiovisual de las intervenciones desarrolladas en el aula clase y la aplicación de una rúbrica de evaluación ajustadas a los elementos metodológicos de la EpC. Además, como instrumento de síntesis complementario se elabora una matriz en la que se describen las debilidades, oportunidades, fortalezas y amenazas.

3.5 Tratamiento de la Información

A continuación, se describe el tratamiento para el análisis de la información recabada en el desarrollo de este trabajo.

Aunque la esencia de esta investigación cualitativa es su carácter descriptivo, se emplea inicialmente un tratamiento cuantitativo de frecuencias simples para identificar las debilidades de conceptos asociados al área, observadas en los estudiantes del grado sexto en el análisis del cuestionario diagnóstico. Es importante tener en cuenta que el diagnóstico juega un papel relevante en la definición de las metas de comprensión de la unidad curricular, pues permite atender las debilidades observadas en la conceptualización del tópico área.

La aplicación de la valoración continua, plantea dos momentos de análisis de la información: el primero involucra la mirada sobre el registro audiovisual y las hojas trabajo de los estudiantes que constituyen el estudio de caso; desde donde es posible realizar una inspección selectiva de acciones, hechos, imágenes y diálogos que, descritos e interpretados de forma sistemática, permiten destacar o evidenciar múltiples aspectos de los desempeños en cada uno de los participantes, como procesos, estrategias, forma de argumentación y justificación. Dicha sistematicidad involucra una contextualización de las consignas de trabajo propuesta a los estudiantes, la delimitación del alcance de las tareas y la descripción de las características del desempeño evidenciado en relación con las metas de comprensión planteadas en la unidad curricular.

El segundo momento de análisis de la información se explicita en la aplicación de una rúbrica de valoración construida desde la perspectiva de la EpC, dado que permite situar a los estudiantes en un nivel de comprensión específico, a partir del cumplimiento de criterios de

desempeño asociados al área en cada una de las dimensiones, que se describen con posterioridad en este documento.

La valoración continua se aplica a los tres estudiantes que constituyen el estudio de caso denotados en las descripciones como *E1*, *E2* y *E3*. Cada participante se evalúa en tres momentos que corresponden con las fases de la etapa de intervención (fases de exploración, intervención guiada y proyecto final de síntesis).

La rúbrica de evaluación aplicada se registra en tablas de forma sintetizada usando una codificación asociando un número cardinal a cada criterio evaluado, donde uno (1) es el de menor complejidad relacionado en el nivel ingenuo y de forma sucesiva se enumera hasta los criterios del nivel de maestría en las diferentes dimensiones.

Con el propósito de facilitar la lectura de las tablas que sintetizan la rúbrica de evaluación aplicada a los estudiantes, se utilizan colores distintivos para cada nivel de comprensión como se ilustra a continuación.

Nivel de comprensión	Maestría	
	Aprendiz	
	Novato	
	Ingenuo	



De igual manera se utiliza una serie de siglas que denotan las dimensiones y las categorías de análisis como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3. Siglas de dimensiones y categorías de análisis.

Dimensiones			Categorías de análisis		
Contenido	DC	Área disociada de la forma	ADF	Área disociada de número	ADN
Método	DM	Procedimientos geométricos	PG	Procedimientos numéricos	PN
Propósito	DP	Sentido y uso del saber del área disociada de la forma	SUS/F	Sentido y uso del saber del área disociada del número	SUS/N
Formas de comunicación	DFC	Cualitativos	CL	Cuantitativos	CT

La tabla contiene las siglas de cada dimensión y categorías de análisis, para facilitar el tratamiento de la información. Elaboración propia.

Adicionalmente, como parte del tratamiento de la información se presenta un análisis comparativo individual que da cuenta del progreso de la comprensión del concepto de área a lo largo de las fases. Esta comparación se muestra en un diagrama de barras, que guarda correspondencia con los niveles de comprensión, categorías de análisis y niveles ilustrados anteriormente.

Finalmente se elabora una síntesis del análisis incidencial en la que se describen las debilidades, oportunidades, fortalezas y amenazas.

3.6 Descripción del Diseño de la Unidad Curricular

A continuación, se describe la intervención diseñada de acuerdo con la estructura de planificación de la Enseñanza para la Comprensión (Perkins et al., 1999) propuesta para movilizar el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, atendiendo a las debilidades (dificultades y errores) identificadas en este concepto asociado al área en la etapa diagnóstica cuyos resultados se exponen con detalle en el capítulo de resultados y análisis. Inicia con una descripción de los elementos de la unidad de planeación curricular: tópicos generativos, las metas de comprensión y la secuencia de desempeños y actividades en cada una de las fases: exploración, intervención guiada y proyecto final de síntesis y finalmente la evaluación continua formativa.

3.6.1 Tópico generativo.

El tópico generativo propuesto en esta unidad curricular es el área, por ser un concepto esencial en la matemática que extiende su aplicación hacia otras disciplinas y en la vida cotidiana, además es clave en la construcción de otros conceptos matemáticos.

3.6.2 Metas de comprensión.

Las metas de comprensión movilizadas en esta investigación no son producto de una construcción *a priori*, en cambio derivan del resultado del análisis preliminar de la comprensión de algunos conceptos asociados al área, atendiendo al fortalecimiento de las debilidades

observadas en los desempeños de los estudiantes; para tal fin se diseñan tres (3) metas de comprensión con una complejidad progresiva como se enuncian a continuación.

- ✓ Reconocer la conservación del área frente a la forma de la superficie, a través de la comparación y construcción de diferentes configuraciones con polígonos.
- ✓ Identificar situaciones que involucran procesos de conservación del área disociada del número que la mide.
- ✓ Explicar cómo se aplica el concepto de conservación del área y su medida a través de la construcción de un diseño de estampado para una camiseta y el cálculo del costo de impresión.

3.6.3 Fases de la unidad de planeación curricular.

3.6.3.1 Fase de exploración.

El instrumento central aplicado en esta fase coincide con el cuestionario aplicado en la etapa diagnóstica. La fase de exploración permite identificar las debilidades en la comprensión del concepto de área en los estudiantes de sexto grado de la I. E. Santa Bárbara de Sevilla Valle, cuyos resultados se constituyen así en elementos orientadores para la definición de las metas comprensión esenciales el diseño de la fase de intervención guiada y del proyecto final de síntesis. Se presenta una descripción del cuestionario diagnóstico y posteriormente en el capítulo de resultados se presenta su análisis.

Cuestionario Diagnóstico

El diseño del cuestionario diagnóstico sobre el concepto de área, se realiza en coherencia con los lineamientos curriculares y los Estándares Básicos de Competencia de Matemáticas (MEN, 2006) y elementos teóricos desde la perspectiva de Corberán (1996) y Del Olmo et al. (1993). En sus alcances, el cuestionario involucra situaciones de reconocimiento de la magnitud, expresión de ideas o significados, la selección de criterios intuitivos de comparación de figuras, la medida del área con asignación de valor en la unidad, el reconocimiento de dimensiones lineales, la comparación y disociación de área del número que la mide, la comparación de área con disociación de la forma e identificación de contextos de aplicación. Este instrumento se concreta

en una prueba escrita (ver Anexo 1) en la que se abordan los contenidos relacionados con los conceptos asociados al t3pico 3rea enunciados anteriormente, distribuidos en 11 3tems, algunos con estructura abierta y otros de selecci3n m3ltiple con 3nica respuesta, que permiten realizar una revisi3n cuantitativa de los aciertos en las respuestas sobre el total de estudiantes y una revisi3n cualitativa al analizar la respuestas a las preguntas abiertas, as3 como la argumentaci3n que emplean para justificarlas, identificando fortalezas y debilidades expresadas por los estudiantes.

En la siguiente tabla se aprecia la descripci3n, alcances, manifestaciones y/o procesos relacionados con cada 3tem.

Tabla 4. Descripci3n y especificaciones del cuestionario diagn3stico.

TABLA DE ESPECIFICACIONES CUESTIONARIO DIAGN3STICO

3tems	Descripci3n	Alcances	Manifestaci3n/ Procesos
(1) Selecci3n de criterios intuitivos de comparaci3n de figuras.	Se presentan dos pol3gonos A y B que representan lotes de terreno para el pastoreo de ganado, con diferente 3rea e igual forma y se propone a los estudiantes escoger uno de ellos y justificar la raz3n de selecci3n.	Comparar dos figuras planas a trav3s de la observaci3n y establecer criterios de selecci3n.	3rea como cantidad de plano ocupado por la superficie. Percepci3n y comparaci3n.
(2) Reconocimiento de la magnitud.	Se presenta una afirmaci3n correcta sobre la comparaci3n de los lotes A y B que involucra el cuantificador “m3s grande que” y se propone que los estudiantes utilicen la expresi3n que consideran m3s adecuada asociada al 3rea para reemplazarla.	Designar en la situaci3n expresiones que hagan alusi3n a la magnitud 3rea.	Percepci3n. Designaci3n. Connotaci3n cualitativa del significado.
(3) Identificaci3n contextual.	Se propone a los estudiantes enunciar en qu3 contexto han escuchado el concepto de 3rea.	Enunciar contextos cotidianos de uso del concepto de 3rea.	Conexi3n con la cotidianidad con el concepto de 3rea.
(4) Expresi3n de ideas o significados del 3rea.	Se propone a los estudiantes expresar sus concepciones sobre el concepto de 3rea de manera expl3cita.	Expresar su concepci3n del concepto de 3rea.	Comunicar la idea o concepci3n del concepto de 3rea.

(5) Disociación de área del número que la mide.	Se propone la comparación del recubrimiento de la superficie de una hoja empleando diferente unidad de medida (recorte).	Disociar el área de la forma de la superficie y del número que la mide.	Conservación del área disociado del número que la mide. Cambio de unidad.
(6) Reconocimiento de dimensiones lineales asociadas al área.	Se presenta una situación en la que se involucra una superficie rectangular y se propone que los estudiantes establezcan condiciones para encajar la base de un sólido (piscina) en la superficie.	Reconocer el carácter bidimensional del área.	Carácter bidimensional del área.
(7) Comparación y disociación de área del número que la mide.	Se presentan dos polígonos congruentes para comprar sus áreas cuando las unidades se muestra de manera explícita y mantiene una relación de proporcionalidad (una equivale a la mitad de la otra).	Comparar y disociar el área del número que la mide.	Comparación. Disociación del área del número que la mide. Conservación del área. Proporción en la unidades de área de comparación.
(8) Medida del área/ asignación de valor a la unidad.	Se presenta una situación en la que se establece una relación entre una unidad de área y la asignación de un valor para medir una superficie de manera indirecta.	Medir el área del polígono de forma indirecta.	Unidad de área convencional y estandarizada. Relación de inclusión.
(9) Comparación de área y disociación de área de la forma.	Se presenta una situación que requiere la comparación de dos polígonos de igual área y forma diferente (rectángulo y triángulo) que representan zonas verdes. Se propone a los estudiantes justificar ¿Cuál es más conveniente de seleccionar? atendiendo a la condición de “disponer de espacios amplios” que supone una mayor área.	Comparar polígonos de diferentes forma e igual área (conserva el área frente a la forma).	Comparación. Área disociada de la forma. Relaciones de igualdad. Descomposición. Reconfiguración.
(10) Comparación de área y disociación de área de la forma.	Se presenta una situación de comparación de dos polígonos (cóncavo y convexo) con igual área y una serie de afirmaciones que describen diferentes procedimientos de comparación. Se propone a los estudiantes valorar y justificar cuál de ellos es el correcto y más adecuado.	Evaluar los procedimientos de comparación.	Comparar. Descomposición. Reconfiguración. Área disociada de la forma. Superposición.

(11) Disociación de área y perímetro.	Se presenta una situación que requiere la comparación del área cuando se modifica la forma de un polígono y con ella el perímetro, conservando el área inicial. Se propone justificar en cuál se obtiene un perímetro menor.	Conservar el área disociada del perímetro.	Conservación del área. Disociación del área del perímetro.
--	--	--	--

La tabla contiene una síntesis de las características de cada ítem en el cuestionario diagnóstico, las características de la situación particular, el alcance de los procesos y manifestaciones del área valorados. Elaboración a partir de interpretación Del Olmo, et al. (1993) y Corberán (1996).

3.6.3.2 Fase de intervención guiada.

Las metas de comprensión que orientan la fase de intervención guiada se elaboran atendiendo a las debilidades observadas en la fase de exploración que coincide con la etapa diagnóstica; es decir, la disociación del área de la forma y el número que la mide, empleando procedimientos cualitativos y cuantitativos.

Actividad 1

En esta actividad se aborda una serie de ítems relacionados con el tratamiento cualitativo del área que implica percibir, descomponer, reconfigurar, superponer, complementar entre otros procedimientos de naturaleza geométrica con base en una situación contextual denominada “El área objeto de discusión de una herencia”. Además, plantea como meta de comprensión “Reconocer la conservación del área frente a la forma de la superficie a través de la comparación y construcción de diferentes configuraciones con polígonos”.

La situación contempla un conflicto entre hermanos que heredan un terreno, cuya distribución se representa en la siguiente representación poligonal.

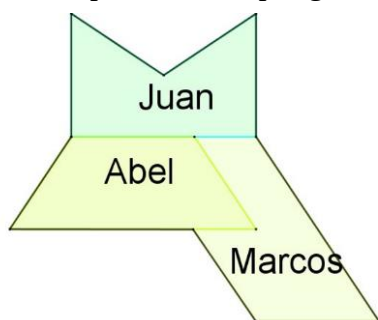


Figura 7. Representación y distribución de la parcelación.

En el ítem 1 se propone a los estudiantes que a partir de la percepción visual determinen si es justa la manera de repartir las parcelas, generando una oportunidad para efectuar descomposición y reconfiguración de polígonos.

El ítem 2 se presenta una secuencia instruccional para descomponer uno de los polígonos relacionado con una de las parcelas, que se presenta como un material anexo para recortar y permite emplearlo en la comparación de los terrenos por medio del recubrimiento y transformaciones rígidas de las piezas obtenidas en el proceso instruccional.

En el ítem 3 se propone que los estudiantes reflexionen y evalúen los argumentos expuestos en el ítem 1 al confrontarlos con los resultados del proceso de comparación efectuados en el ítem 2, para validar o refutar la hipótesis inicial, con el interrogante “¿Ahora piensas igual?”.

En los ítems 4 y 5, se propone a los estudiantes buscar otra estrategia de comparación para verificar la equivalencia de las parcelas, a partir del material manipulativo entregado a cada estudiante, permitiendo que realicen otras configuraciones.



Figura 8. Imagen del material manipulativo.

Finalmente, en el ítem 6 se propone un ejercicio de autoevaluación a partir del interrogante ¿Cómo le explicarías a un compañero que no asistió, lo que aprendiste hoy en esta clase?

Actividad 2

En esta actividad se aborda una serie de ítems relacionados con el tratamiento cuantitativo del área que implica el reconocimiento e importancia de la unidad de área, el uso de unidades no

convencionales en procesos de medida que involucran comparación, criterios de selección de la unidad de área en procesos de medición, además de relación de orden entre unidades, uso de diferente patrón en la misma unidad entre otros procedimientos de naturaleza numérica con base en una situación contextual denominada “Diseño de la huerta escolar”. Además, plantea como meta de comprensión “Identificar situaciones que involucran procesos de conservación del área disociada del número que la mide”.

La situación contextual plantea el diseño de una huerta escolar integrando las figuras del Tangram chino para repartir el terreno en diferentes zonas de cultivo como se indica en la siguiente ilustración.



Figura 9. Distribución del diseño inicial de la huerta.

En el ítem 1, se propone a los estudiantes comparar cada una de las zonas de cultivo con el área total de la huerta a partir de la selección de una unidad de área no convencional y registrar los resultados de la medición en una tabla que contiene la unidad de área seleccionada y la medida obtenida en el proceso. Desde allí se espera que los estudiantes establezcan diferentes medidas de área de una misma superficie, apoyados en el material manipulativo que consta de una ilustración de la huerta para recortar y un cuadrado que sirve de base para realizar la iteración de la unidad seleccionada. Además, presenta algunas recomendaciones que estimula la comparación entre unidades, cuya forma generan mayor dificultad para medir el área (por ejemplo, la zona de pepino y cebolla) y que al compararlas entre ellas permiten deducir por transitividad el área total de la huerta.

En el mismo ítem 1 se aborda una situación de conservación de la unidad con cambio de patrón cuyo propósito es orientar la reflexión para justificar ¿si se presenta un caso análogo en la en la medición del área de huerta?

El ítem 2 por su parte vuelve la mirada sobre la observación de la tabla del numeral anterior a partir los siguientes interrogantes: ¿Por qué al realizar las mediciones del área total de la huerta se obtienen valores diferentes?, ¿En cuál de las mediciones de la huerta obtuviste una mayor área? ¿Explica por qué?, en cuyas respuestas es posible aproximarse a la construcción conceptual que elaboran los estudiantes sobre el área cómo magnitud.

En el ítem 3 se plantea una situación hipotética en la que un estudiante propone un nuevo diseño que cambia la distribución de las zonas de cultivo como se muestra en la siguiente ilustración.

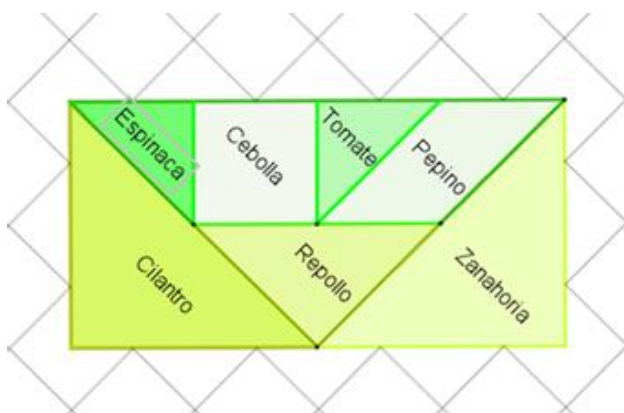


Figura 10. Distribución del nuevo diseño de la huerta.

A partir del nuevo diseño se propone a los estudiantes valorar si es correcta la afirmación que sugiere que el nuevo diseño es más conveniente dado que tiene una mayor área, presentando la justificación debida. El ítem además presenta como recomendación la utilización de una regla graduada de unidad de longitud no estandarizada que coincide con las dimensiones de la cuadrícula, como parte del material manipulativo, que permite construir un patrón común para medir el área en ambos diseños. Como se observa en la figura 10 del nuevo diseño de la huerta la cuadrícula se dibuja en la zona exterior induciendo su uso en la zona interior del terreno.



Figura 11. Regla graduada con unidad lineal no estandarizada para realizar comparación de los diseños de la huerta.

Con estos materiales se espera que los estudiantes logren construir una cuadrícula que facilite las mediciones del área total de la huerta, mediante el conteo de las unidades de área enteras y fraccionarias que resultan implicadas en los diseños; y con base en estos procesos formular una respuesta argumentada al interrogante.

Finalmente, en el ítem 4 se presenta a los estudiantes una afirmación que plantea: “al utilizar diferentes unidades para medir una misma área, se obtiene diferentes medidas, por ende, se observa una mayor y una menor área” y se pide una opinión justificada sobre la afirmación. Este ítem nuevamente pretende que emerjan formas de razonamiento que puedan dar cuenta del nivel de estructuración conceptual de los participantes.

3.6.3.3 Fase de proyecto final de síntesis.

La fase de proyecto final de síntesis consiste en una actividad creativa, donde se espera que el estudiante movilice los aprendizajes relacionados con el área, que han sido tratados en la fase de investigación guiada, la actividad 3 es denominada “Diseño mi estampado” y la meta trazada para esta intervención es “Explicar cómo se aplica el concepto de conservación del área y su medida a través de la construcción de un diseño de estampado para una camiseta y el cálculo del costo de impresión”

El contexto presentado en esta actividad como lo insinúa la meta propuesta, es que cada estudiante proponga un diseño de un estampado para una camiseta a partir de manipulación de un polígono regular de cartulina entregado como material manipulativo, atendiendo a los tiempos de ejecución se divide en tres (3) sesiones:

Sesión 1: La primera sesión de la actividad 3, atiende la conservación del área con respecto a los cambios en la forma, se espera que los estudiantes elaboren sus diseños utilizando procesos de descomposición y recomposición para reproducir una superficie con forma diferente a la que se presenta en el hexágono, así como reconocer la importancia de la unidad de área para la elaboración del diseño del estampado y un posterior tratamiento numérico del área.

En esta intervención en el aula de clase se socializa con los estudiantes la meta, el contexto de la situación y las condiciones requeridas en la elaboración del diseño del estampado. Para realizar la creación se dispone de material manipulativo, en el que está incluido la representación de un hexágono regular para recortar con apotema de 9,5 cm y 11 cm de lado. Se indica al estudiante que el polígono debe ser usado en la creación del diseño de estampado realizando descomposición de la figura para crear una unidad de área no convencional y que el diseño debe conservar el área del hexágono; de igual manera se espera que los estudiantes personalicen su diseño con materiales dispuestos como vinilos, marcadores y pinceles que pueden ser usados en la decoración.

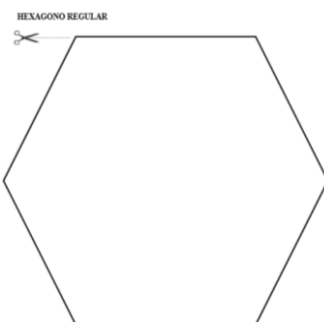


Figura 12. Hexágono regular del material anexo actividad 3.

Sesión 2: La segunda sesión de la actividad 3, consiste en un taller escrito denominado “Ruta de socialización” que tiene como propósito integrar procesos numéricos y geométricos en la solución de la situación que involucra la medida del área del diseño, los literales A, B y C solicitan al estudiante la descripción del diseño del estampado, la unidad de área no convencional utilizada y la medida del área de su diseño en unidades no convencionales. En el literal D se pretende integrar los procesos del área disociada de la forma con los procesos del área disociada del número que la mide en la solución del cálculo del costo del estampado, se introduce el centímetro cuadrado (cm^2) como unidad de área estandarizada con forma convenientemente cuadrada, para aprovechar regularidades y así calcular el área del estampado.

Sesión 3: En esta sesión cada estudiante presenta la socialización del diseño del estampado siguiendo las recomendaciones generales de la ruta de apoyo presentada por el docente. Esta actividad permite observar con mayor detalle los desempeños movilizados por los participantes relacionados con las dimensiones de propósito y formas de comunicación, en tanto pueden expresar su comprensión del sentido de los conceptos de área, más allá de un discurso técnico, dada la implicación emocional que deriva de la sustentación de una idea o proyecto personal de trabajo.

De igual manera los estudiantes pueden intercambiar ideas con sus pares y los docentes invitados.

3.6.4 Evaluación continua y desempeños de comprensión.

La evaluación continua implica procesos formales e informales de observación, retroalimentación, autoevaluación y coevaluación que permiten a los estudiantes y al docente valorar los desempeños asociados a las metas de comprensión; sin embargo para concretar la hetero-evaluación con fundamento en los elementos conceptuales de la EpC, se elabora una rúbrica que integra las dimensiones, niveles de comprensión, rasgos y desempeños relacionadas con el aprendizaje del concepto de área disociada de la forma y el número que la mide. Como se enuncia de forma previa, se propone aplicar este instrumento de valoración en cada una de las fases de la EpC.

Las tablas número 5, 6, 7 y 8 descritas a continuación, contienen la descripción de la rúbrica de valoración continua, cuyos descriptores han sido elaborados con base en los elementos conceptuales interpretados desde la propuesta de cualidades de la comprensión (dimensiones y rasgos) formulada por Boix y Gardner (1999). Para el concepto de área se fundamenta en la propuesta didáctica de Corberán (1996), en relación la conservación del área y Del Olmo et al (1993) sobre las indicaciones para la enseñanza del área.

Tabla 5. Rúbrica dimensión de contenido.

DIMENSIÓN CONTENIDO		
	ÁREA DISOCIADA DE LA FORMA	ÁREA DISOCIADA DEL NÚMERO
INGENUO	1. Cree que el área cambia cuando cambia la forma. 2. Desvincula el concepto de conservación del área frente a la forma de su cotidianidad.	1. Cree que el área cambia cuando cambia la unidad (número que la mide). 2. Desvincula el concepto de conservación del área frente al número que la mide de su cotidianidad.
NOVATO	3. Eventualmente reconoce la conservación del área del en trasformaciones simples asociadas a la cotidianidad. 4. Compara polígonos desde la manipulación de figuras que les resultan familiares (triángulo, rectángulos).	3. Identifica un patrón dado en procesos de medición con unidades enteras. 4. Compara polígonos a partir de una cantidad de menor área que la contiene para establecer juicios de orden.
APRENDIZ	5. Compara polígonos para establecer relaciones de orden de acuerdo a su área. 6. Reconoce la invarianza del área en polígonos cuando se ejercen trasformaciones de su forma. 7. Analiza regularidades asociadas a la composición y descomposición de figuras.	5. Reconoce la importancia de la elección y fijación de la unidad de área. 6. Establece relaciones de orden asociadas al área cuando se ejercen procesos de medición en polígonos. 7. Reconoce la invarianza del área en polígonos cuando se ejercen trasformaciones en la unidad.
MAESTRÍA	8. Propone elementos estéticos en la transformación de la forma para articular el concepto de conservación del área en situaciones de su cotidianidad. 9. Evalúa la conveniencia de las trasformaciones que produce en la forma para resolver un problema de conservación del área.	8. Propone de forma conveniente la unidad de área que mejor se ajusta a las condiciones de una situación o problema. 9. Evalúa la conveniencia de las trasformaciones que se producen en la unidad para resolver un problema de conservación del área.

Esta tabla contiene los criterios de desempeño que permiten valor en nivel de comprensión en la dimensión de contenido e integra aspectos conceptuales del área de la superficie disociada de la forma y el número que la mide. Interpretación de Boix y Gardner (1999), Corberán (1996) y Del Olmo et al (1993).

Tabla 6. Rúbrica dimensión de método.

DIMENSIÓN MÉTODO		
	PROCEDIMIENTOS GEOMÉTRICOS	PROCEDIMIENTOS NUMÉRICOS
INGENUO	1. Recurre únicamente a estrategias perceptivas o de simple inspección (visual) para comparar el área de dos polígonos. 2. No utiliza el concepto de conservación de área en procedimientos geométricos de composición y descomposición de polígonos.	1. Recurre únicamente a estrategias perceptivas o de simple inspección (visual) medir el área de dos polígonos. 2. No utiliza el concepto de conservación de área en procedimientos de medición de polígonos.
NOVATO	3. Realiza transformaciones simples que no implican reflexión y rotación en la descomposición de figuras. 4. Recurre a la manipulación de figuras con apoyo del material concreto a través de recortes y añadido.	3. Realiza mediciones por superposición o iteración cuando se explicita la unidad de área en un polígono. 4. Recurre al recorte y añadido de algunas partes del polígono en procesos de medición.
APRENDIZ	5. Visualiza las posibles configuraciones que se obtiene en la descomposición figural apoyado en material concreto o sin él. 6. Explora trasformaciones que permiten obtener relaciones de simetría y congruencia. 7. Realiza transformaciones que implican traslación, reflexión y rotación de las partes que subdividen al polígono.	5. Elige y fija la unidad de área que resulta conveniente según el polígono. 6. Define de criterios de selección de la unidad área de acuerdo a su conveniencia. 7. Establece relaciones entre las unidades seleccionadas (subdivisiones poligonales) a través de estrategias de superposición o plegado.
MAESTRÍA	8. Prueba que una situación de la cotidianidad se puede modelar empleando el concepto conservación área en procesos geométricos (romper y re- hacer) 9. Involucra elementos estéticos en la transformación de figuras que derivan de la composición y descomposición de polígonos.	8. Prueba que una situación de la cotidianidad se puede modelar empleando el concepto conservación área en procesos de medición. 9. Aplica de manera creativa el uso de la unidad de área para que el resultado de la medición responda al criterio de sencillez.

Esta tabla contiene los criterios de desempeño que permiten valor en nivel de comprensión en la dimensión de método e integra procesos para dissociar el área de la superficie de la forma y el número que la mide. Interpretación de Boix y Gardner (1999), Corberán (1996) y Del Olmo et al (1993).

Tabla 7. Rúbrica dimensión de propósito.

DIMENSIÓN PROPÓSITO		
	Sentido y Uso del saber /Área disociada de la forma	Sentido y Uso del saber/ Área disociada del número
INGENUO	1. No asume una postura reflexiva frente a la importancia del concepto de conservación del área y su tratamiento cualitativo en solución de situaciones de su cotidianidad.	1. No asume una postura reflexiva frente a la importancia del concepto de conservación del área y su tratamiento cuantitativo en la solución de situaciones de la cotidianidad.
NOVATO	2. Aunque cumple con las consignas básicas orientadas por el profesor, no se involucra en formular interrogantes y cuestionamientos que pueda aportar a un mayor dominio del concepto de conservación del área atendiendo a procedimiento geométricos.	2. Aunque cumple con las consignas básicas orientadas por el profesor, no se involucra en formular interrogantes y cuestionamientos que pueda aportar a un mayor dominio del concepto de conservación del área atendiendo a procedimiento numéricos.
APRENDIZ	3. Discute con sus pares y profesora sobre la importancia de la aplicación del concepto de conservación de área, así como de los métodos y procedimientos geométricos empleados.	3. Discute con sus pares y profesora sobre la importancia de la aplicación del concepto de conservación de área, así como de los procedimientos numéricos empleados.
MAESTRÍA	4. Asume una posición crítica para justificar la aplicación del concepto de conservación del área en las transformación de la forma de polígonos para resolver situaciones en diferentes contextos.	4. Asume una posición crítica para justificar la aplicación del concepto de conservación del área, para resolver situaciones que involucran procesos de cuantificación.

Esta tabla contiene los criterios de desempeño que permiten valor en nivel de comprensión en la dimensión de propósito e integra procesos para disociar el área de la superficie de la forma y el número que la mide. Interpretación de Boix y Gardner (1999), Corberán (1996) y Del Olmo et al (1993).

Tabla 8. Rúbrica dimensión de formas de comunicación.

	DIMENSIÓN FORMAS DE COMUNICACIÓN	
	CUALITATIVOS	CUANTITATIVO
INGENUO	1. Emplean representaciones que aportan poca claridad y coherencia a las ideas que intentan comunicar sobre el concepto de conservación del área en contextos cualitativos.	1. Emplean representaciones que aportan poca claridad y coherencia a las ideas que intentan comunicar sobre el concepto de conservación del área en contextos cuantitativos.
NOVATO	2. Logra mantenerse el ritmo de las consignas instruccionales que les permite explicar aspectos aislados del concepto de conservación del área en contextos geométricos.	2. Logra mantener el ritmo de las consignas instruccionales que les permite explicar aspectos aislados del concepto de conservación del área en contextos numéricos.
APRENDIZ	3. Usa diferentes estrategias para comunicar su dominio sobre el concepto de conservación de área sin llegar a considerar eficazmente las condiciones particulares de su auditorio (pares y docentes) en contextos geométricos.	3. Usa diferentes estrategias para comunicar su dominio sobre el concepto de conservación de área sin llegar a considerar eficazmente las condiciones particulares de su auditorio (pares y docentes) en contextos numéricos.
	4. Expresan sus ideas apoyados en las formas de representación que personalmente les resulta adecuadas sin considerar las condiciones del otro (pares y profesora).	4. Expresan sus ideas apoyados en las formas de representación que personalmente les resulta adecuadas sin considerar las condiciones del otro (pares y profesora).
MAESTRÍA	5. Usa de manera flexible y creativa las diferentes estrategias con que cuentan para comunicar su dominio sobre la conservación del área (exposición oral, explicaciones, ejemplos, diagramas de configuración) en contextos geométricos.	5. Usa de manera flexible y creativa las diferentes estrategias con que cuentan para comunicar su dominio sobre la conservación del área (exposición oral, explicaciones, ejemplos, diagramas de configuración, símbolos) en contextos numéricos.
	6. Adapta las formas de comunicación teniendo en cuenta las características particulares de su auditorio (pares y profesora)	6. Adapta las formas de comunicación teniendo en cuenta las características particulares de su auditorio (pares y profesora)

Esta tabla contiene los criterios de desempeño que permiten valor en nivel de comprensión en la dimensión de formas de comunicación e integra los aspectos comunicativos en la disociación del área de la superficie de la forma y el número que la mide. Interpretación de Boix y Gardner (1999), Corberán (1996) y Del Olmo et al (1993).

Capítulo IV: Resultados y análisis

A continuación, se presentan los resultados y el análisis derivados del tratamiento de la información recolectada en las intervenciones, presentados en cuatro apartados relacionados entre sí: inicialmente se muestra el análisis de los resultados de cuestionario diagnóstico que obedece a la primera etapa de investigación, en la cual se identifican las categorías objeto de análisis que sirven de insumo para elaborar las metas de comprensión; en segunda estancia se presenta una descripción detallada de la evaluación continua aplicada a los tres estudiantes del estudio de caso; el tercer apartado expone un análisis comparativo de los niveles de comprensión de cada estudiante y por último, se muestra el análisis incidencial a través del reconocimiento de las debilidades, oportunidades, fortalezas y amenazas identificadas en el proceso de intervención, fundamentada en la Enseñanza para la Comprensión.

De forma preliminar con el propósito de facilitar la lectura de los resultados, se presenta una descripción de los aspectos generales de la intervención observados en el desarrollo de la unidad curricular en cada una de las fases de la EpC.

En la fase de exploración participan los doce integrantes del grado sexto. El instrumento central aplicado en esta fase coincide con el cuestionario descrito anteriormente en este documento. Se realiza una sesión de 60 minutos en la jornada escolar, distribuyendo a los estudiantes en columnas y de forma individual; se realiza una socialización inicial sobre los propósitos académicos tanto desde el punto de vista de los estudiantes como de las docentes participantes de la investigación, además se brinda recomendaciones con relación al manejo o diligenciamiento del cuestionario respecto a la dedicación y honestidad para responder los interrogantes, realizar una lectura juiciosa, emplear letra legible y finalmente se recalca la idea de que la participación en el proyecto es totalmente voluntaria.

En la fase de intervención guiada participan nueve (9) estudiantes en dos (2) sesiones relacionadas con las metas de comprensión definidas previamente en el diseño de la unidad curricular. La primera sesión se desarrolla en un tiempo aproximado de 90 minutos donde las docentes y estudiantes interactúan entorno a una situación materializada en una hoja de trabajo y sus respectivos anexos. Los estudiantes se organizan en tres grupos de trabajo, cada uno de los

cuales reciben el material manipulativo; ésta distribución permite que se generen momentos de diálogo respecto a los enunciados propuestos. Finalmente, la actividad 1 se desarrolla en su totalidad de acuerdo con lo planificado.



Figura 13. Imagen de la actividad 1 “El área objeto de discusión de una herencia”.

En la segunda sesión los estudiantes se distribuyen en grupos y al igual que en la primera, se hace entrega de la hoja de trabajo de forma individual, para facilitar que cada uno viva la experiencia de manipulación y a la vez coopere con sus compañeros en la construcción de la respuesta a los interrogantes.

En cuanto a la fase de proyecto final de síntesis, participan diez (10) estudiantes. Esta fase de desarrolla en tres sesiones de 90 minutos cada una durante la jornada escolar. En la primera y segunda sesión se socializan las hojas de trabajo y se entregan los materiales de forma individual. El ambiente de aula en esta parte se torna más libre en relación con la distribución y uso de materiales.



Figura 14. Imagen de la actividad 3 “Diseño mi estampado”.

Finalmente, en la tercera sesión se desarrolla un ejercicio de socialización por parte de los estudiantes, en el que muestra su diseño ya estampado en la camiseta, apoyados en “la ruta de socialización” sugerida en la segunda sesión. En este espacio confluyen otros docentes de la sede educativa como espectadores. Los estudiantes relatan su experiencia destacando el sentido de su diseño, así como los conceptos y procedimientos matemáticos aplicados en la elaboración del proyecto.



Figura 15. Imagen de la socialización del proyecto final de síntesis.

4.1 Resultados y Análisis del Cuestionario Diagnóstico

Con base en el cuestionario diagnóstico aplicado en la etapa diagnóstica, se realiza un análisis de los desempeños observados en los doce estudiantes que participan de este proceso. El tratamiento de los resultados obtenidos, se realiza de forma tanto cuantitativa como cualitativa, ordenando y clasificando los datos de forma sistemática para conocer la situación y la tendencia en cuanto a la demostración de aprendizajes de los conceptos asociados al área por los estudiantes de sexto grado. En la siguiente gráfica se muestran el porcentaje de estudiantes que logran responder de manera acertada de acuerdo con los criterios valorados que involucra algunos conceptos y procesos asociados al área.

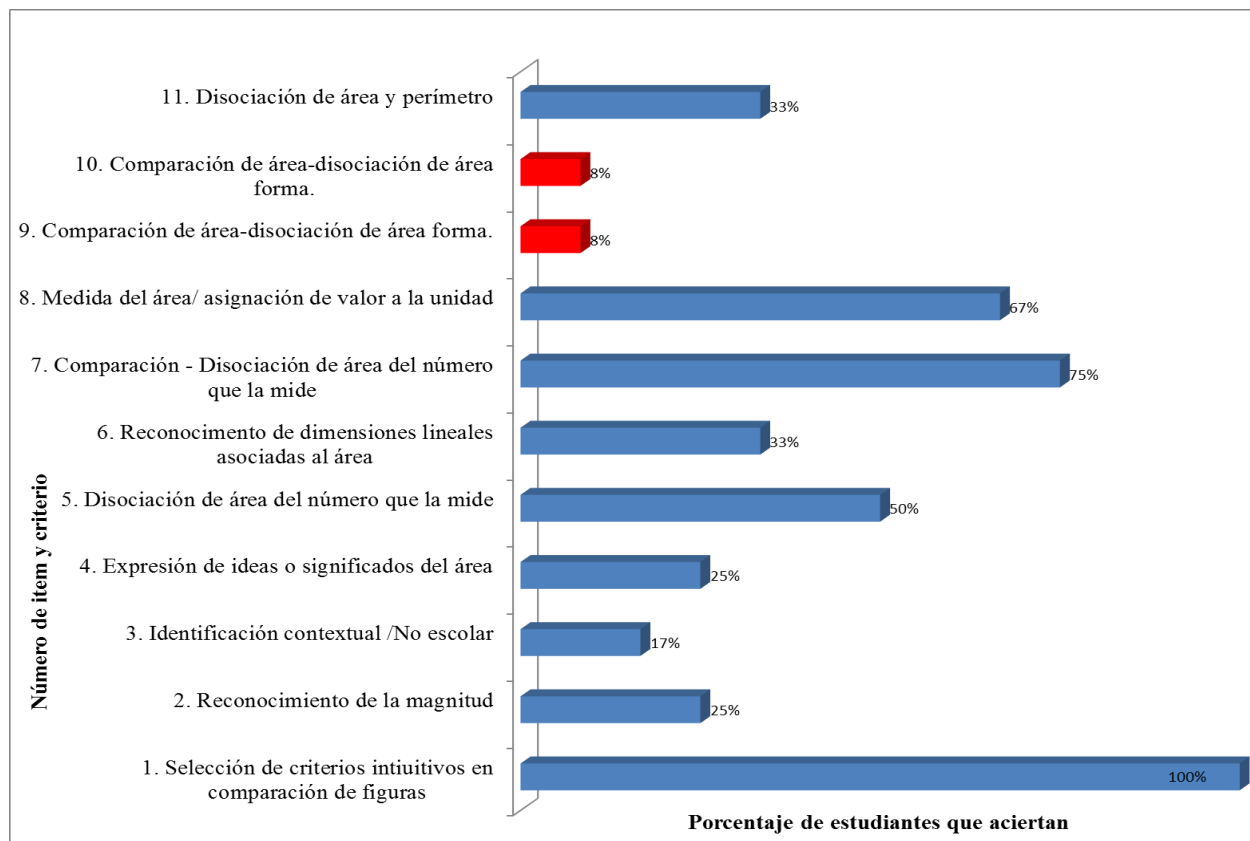


Figura 16. Gráfica de los resultados del cuestionario diagnóstico.

Como se observa en la gráfica los criterios que muestra mayor debilidad hacen referencia a la comparación de área de dos polígonos que implican disociación del área de la forma, dado que cerca del 92% de los estudiantes no responden de manera acertada este tipo de ítems. De igual forma muestra debilidad en la identificación de contextos de aplicación de área no escolares, pues únicamente un 17% de los estudiantes expresan el uso del área en situaciones diferentes de las formuladas en el aula de clase. Con relación al reconocimiento de la magnitud área, tan sólo uno de cada cuatro estudiantes logra reconocerla. De igual forma se destaca que no hay un desempeño consistente en el proceso de disociación del área del número que la mide, pues en los dos ítems valorados se evidencia que el 50 y 75% de los estudiantes cumple con estos criterios.

En relación con el reconocimiento de la magnitud tan solo un 25% de los estudiantes logra responder favorablemente a este ítem, en tanto que un 33% de los estudiantes reconocen las dimensiones lineales asociadas al área de una superficie poligonal.

El análisis de los resultados del cuestionario diagnóstico, permiten identificar los errores y dificultades en la comprensión de concepto del área que sirven de insumo para elaborar las metas de comprensión en la unidad curricular descritas en el capítulo anterior, con el propósito de fortalecer las debilidades observadas.

Por otra parte, se identifican las fortalezas, como es el caso de la selección de criterios intuitivos empleados en la comparación de figuras, que de igual manera aporta elementos para la formulación de actividades en las fases de intervención guiada y proyecto final de síntesis.

4.2 Evaluación Continua del Desempeño de los Estudiantes

Este apartado contiene el análisis de las comprensiones valoradas de forma continua en cada una de las intervenciones propuestas y desarrolladas en la unidad curricular en sus diferentes fases: exploración, intervención guiada y proyecto final de síntesis sobre los tres (3) estudiantes que constituyen el estudio de caso, denotados en las descripciones como *E1*, *E2* y *E3*.

4.2.1 Evaluación de *E1*.

A continuación, se presenta la evaluación continua del estudiante 1, presentado en tres apartes de acuerdo a las fases de exploración, intervención guiada y proyecto final de síntesis que integra los desempeños de comprensión alcanzados en cada una de las dimensiones, permitiendo ubicar al estudiante en los niveles de comprensión.

Fase exploratoria.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de exploración de la *E1*, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por la estudiante.

Tabla 9. Síntesis de la rúbrica de evaluación E1 fase de exploratoria.

FASE EXPLORATORIA E1								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por la estudiante 1, durante la fase exploratoria.

Como se logra observar durante la fase exploratoria la participante *E1*, se ubica generalmente en el nivel ingenuo, dado que muestra 9 de los 12 criterios valorados en este nivel. Se destaca que en la dimensión de contenido *E1* concibe que el área cambia cuando cambia la forma y desvincula el concepto de conservación del área de la cotidianidad; aunque logra identificar un patrón en los procesos de medición. En la dimensión de método *E1* recurre únicamente a estrategias perceptivas tanto en procesos de naturaleza geométricos como numéricos y no hace uso del concepto de conservación. En las dimensiones de propósito y de forma de comunicación no asume una postura reflexiva y emplea representaciones que aportan poca claridad y coherencia a las ideas.

Evidencia situacional fase exploratoria.

En el cuestionario diagnóstico se observa que los ítems relacionados con procesos de comparación y disociación del área del número que la mide, *E1* responde acertadamente sin elaborar argumentos que sustenten su razonamiento de manera explícita, como se muestra en la siguiente figura que justifica la respuesta del ítem número 7.

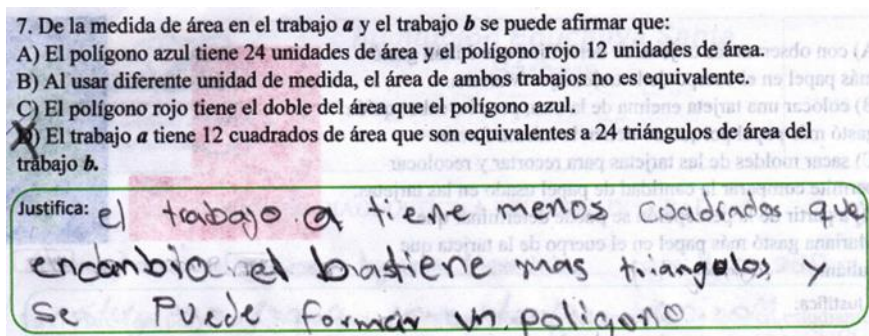


Figura 17. Fragmento hoja de trabajo E1, cuestionario fase exploratoria, ítem 7.

En su respuesta *E1* evidencia el reconocimiento de patrón (triángulos y cuadrados) que forman los polígonos (rompecabezas) *a* y *b* y establece la relación de equivalencia.

En cuanto al proceso de comparación y disociación de área de la forma evaluada en el ítem 9, *E1* considera que el triángulo que representa la zona verde 2, tiene mayor área que el rectángulo que representa la zona verde 1, como se puede apreciar en su comentario.

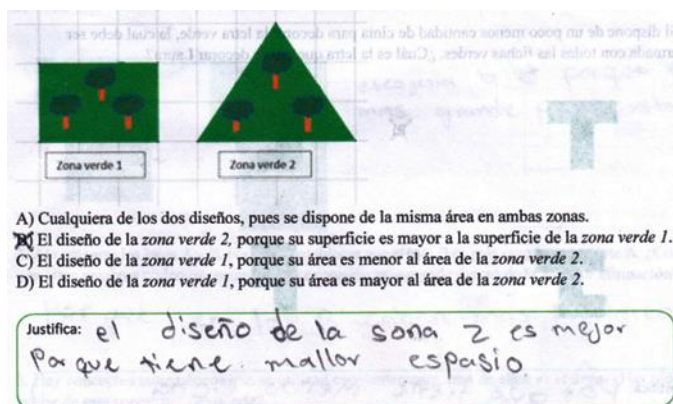


Figura 18. Fragmento hoja de trabajo E1, cuestionario fase exploratoria, ítem 9.

También es válido notar que *E1*, ignora la cuadrícula en la que se presentan los polígonos que sirven de apoyo a los procesos de medición y comparación. De otro lado no enuncia claramente la magnitud al referirse a un mayor “espacio”.

Fase intervención guiada.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de investigación guiada de la *E1*, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por la estudiante.

Tabla 10. Síntesis de rúbrica de evaluación E1 fase de intervención guiada.

FASE INTERVENCIÓN GUIADA E1								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3			2	2
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1			1	1
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área asociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por la estudiante 1, durante la fase de intervención guiada.

Como se logra observar durante la fase intervención guiada la participante *E1*, se ubica en nivel aprendiz de acuerdo con los 18 criterios valorados. Se destaca que, en la dimensión de contenido *E1* compara polígonos y establece relaciones de orden del área, reconoce la invarianza del área cuando se ejercen transformaciones de la forma y la unidad que la mide, analiza regularidades en descomposición y composición de figuras; además reconoce la importancia de la elección y fijación de la unidad de área. En la dimensión de método visualiza las posibles configuraciones que se obtienen en la descomposición de una figura con apoyo de material concreto o sin él, explora transformaciones de simetría, congruencia, reflexión y rotación de un polígono a las partes que lo subdivide, define criterios de selección de la unidad de área y establece relaciones entre las unidades seleccionadas.

En cuanto a la dimensión de propósito discute con sus pares y profesora sobre la importancia de la aplicación de los conceptos de conservación, métodos y procedimiento y numéricos empleados. Finalmente, en la DFC *E1* usa diferentes estrategias para comunicar su dominio sobre los conceptos estudiados sin considerar las particularidades de su auditorio.

Evidencia situacional fase de intervención guiada actividad 1

En la hoja de trabajo de la fase de intervención guiada ítem 1 y 3. La estudiante *E1*, logra reevaluar su conjetura inicial sobre la comparación de las tres parcelas, donde pasa de considerar que dos ellas son iguales y la otra de menor tamaño, a establecer una relación de equivalencia entre las áreas, como se muestra en los siguientes fragmentos de la hoja de trabajo (ítem 1 y 3).

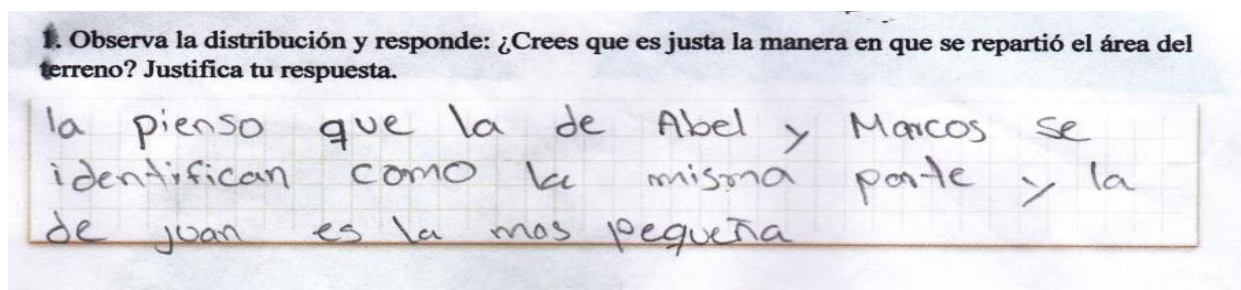


Figura 19. Fragmento hoja de trabajo *E1* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 1.

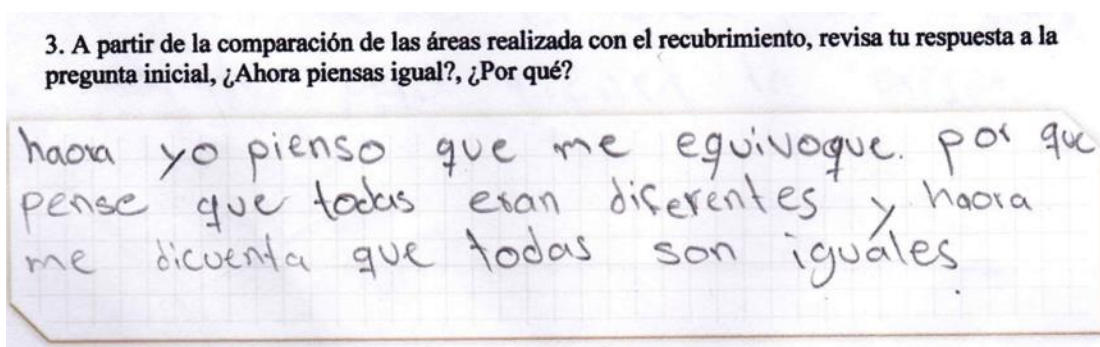


Figura 20. Fragmento hoja de trabajo *E1* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 3.

El cambio en el juicio o razonamiento se explica, a partir de la movilización de procesos de comparación mediante la utilización de material manipulativo para la descomposición y composición figural, como se ilustra a continuación (ítem 4 y 5).

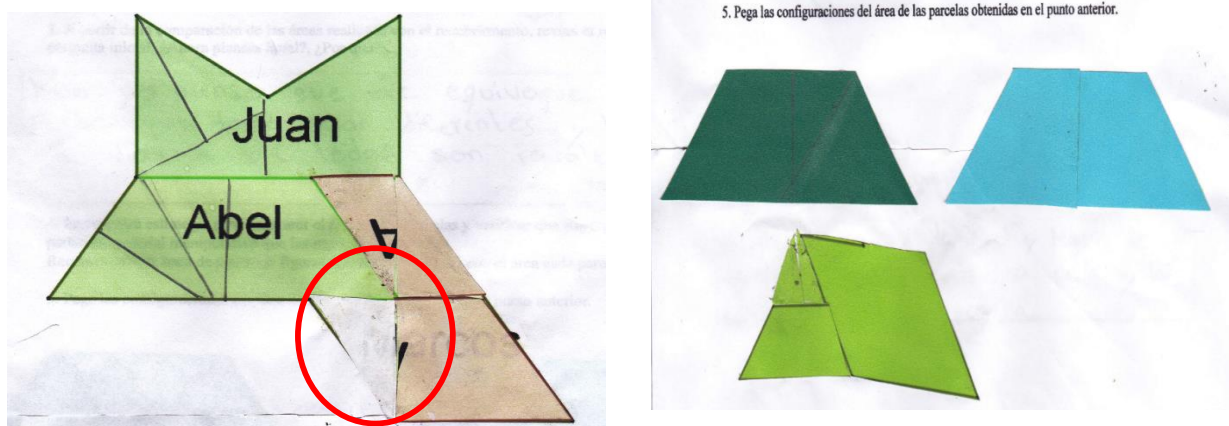


Figura 21. Fragmento hoja de trabajo E1 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 2 y 5.

Por otra, en el recubrimiento de cada una de las representaciones de las parcelas (ítem 2) referidas a un mismo polígono, se registran transformaciones básicas dadas en un mismo plano (rotación, traslación); de igual modo se presentan transformaciones de mayor complejidad que implican escapar del plano bidimensional, dando lugar por ejemplo a una reflexión, que en concreto implica dar vuelta o girar la cara de una pieza, como se ilustra en la imagen resaltada con el ovalo en la figura 21.

Finalmente, en primera parte de la fase de intervención guiada la estudiante E1 muestra conciencia del concepto de conservación del área disociada de forma, por ejemplo, al enunciar “hay figuras distintas, pero tienen igual área” como se constata en la siguiente figura.

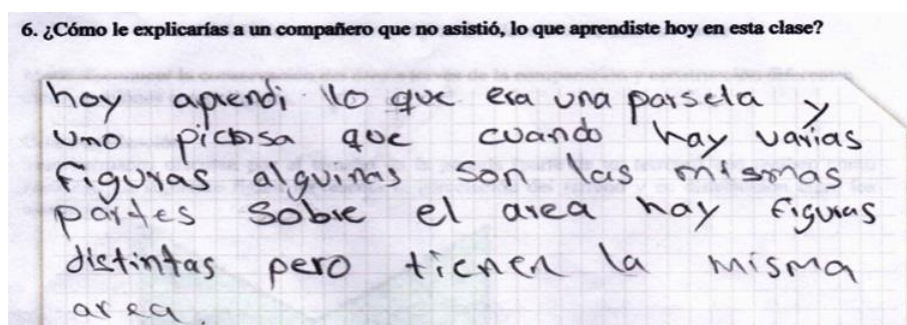


Figura 22. Fragmento hoja de trabajo E1 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 6.

También resulta interesante destacar la relevancia que le otorga *E1* a idea de parcela, como elemento de significación contextual.

Evidencia situacional fase de intervención guiada actividad 2.

El ítem 1 que involucra medir el área de la huerta empleando diferentes unidades (zonas de cultivo), permite que *E1* efectúe iteración de la unidad referida al cuadrado base del tangram con el material manipulativo, como se muestra en la imagen.



Figura 23. Imagen proceso iteración *E1* de la unidad actividad 2, fase intervención guiada.

Producto del proceso de medición anterior, *E1* logra completar correctamente la siguiente tabla que constituye un contexto propicio para generar interrogantes sobre el área del terreno, su medida y la comparación de sus partes.

	Unidad de área	Medida del área total de la huerta
1ª Medición	Zona de cultivo de Zanahoria	4
2ª Medición	Zona de cultivo de Repollo	8
3ª Medición	Zona de cultivo de Espinacas	16
4ª Medición	Zona de cultivo de Cebolla	8
5ª Medición	Zona de cultivo de Pepino	8

B. Si tienes dificultad para completar la tabla, responde primero los siguientes interrogantes:

♦ ¿Con cuántas zonas de tomate puedo formar la zona de pepino?

el tomate está 2 veces en el pepino

Figura 24. Fragmento hoja trabajo *E1* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, A.

En el ítem 1 literal C de esta activad, *E1* se apoya en el ejemplo que integra el cambio de patrón en una misma unidad de área, para construir una analogía de esta relación, en la situación contextualizada de la huerta escolar; con la cual pudo concluir que las zonas de cebolla, repollo y pepino, representan la misma unidad de área con diferente patrón como se evidencia a continuación.

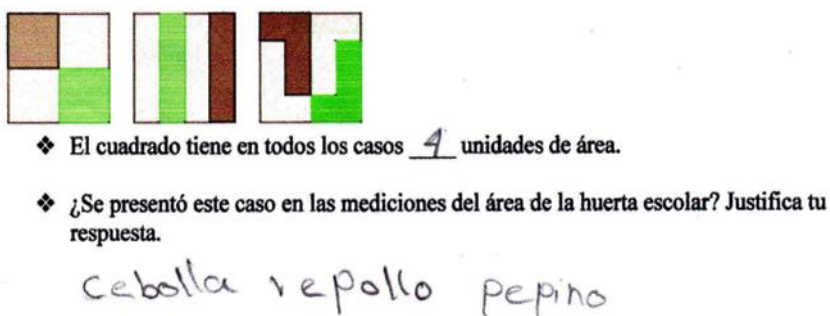


Figura 25. Cambio de patrón de la unidad, fragmento hoja de trabajo *E1* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, C.

En el ítem 2 de la situación contextualizada se pretende que los estudiantes, a partir de la tabla diligenciada en el literal A, justifiquen por qué al realizar las mediciones del área total se obtiene diferentes medidas, con lo cual se logra movilizar el concepto de área disociada del número que la mide, como se puede constatar en la siguiente figura.

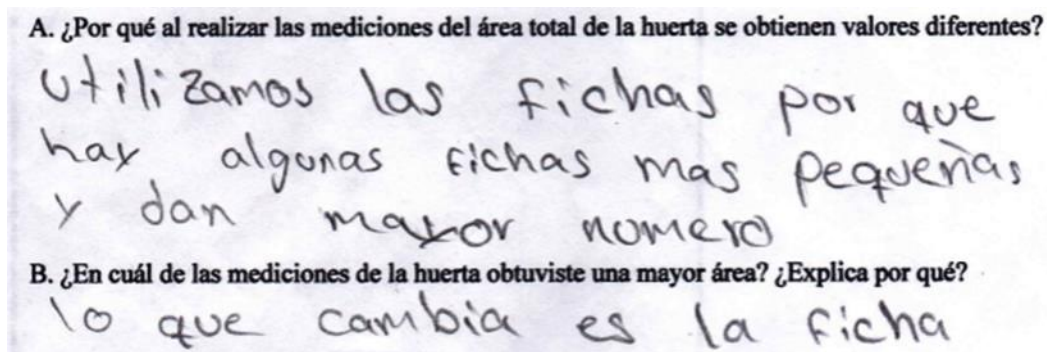


Figura 26. Relación inversa entre el área de la unidad y el área de un polígono, fragmento hoja de trabajo *E1* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, A y B.

En lo expresado por *E1* se evidencia el reconocimiento de la existencia de una relación inversa entre el área de la unidad representada en la ficha de la zona de cultivo del material manipulativo y el número que designa al área total de la huerta, así al afirmar que “lo que cambia es la ficha” en la figura anterior, *E1* intenta justificar los cambios en los números que designan el área total de la huerta.

En ítem 3 de manera complementaria busca que los estudiantes evalúen dos diseños de la huerta: uno original y un nuevo diseño propuesto de manera hipotética por un grupo de estudiantes, intentado justificar o refutar la afirmación sobre cómo “el primer diseño es más conveniente, porque tiene una mayor área”.

Inicialmente, *E1* construye una malla cuadrangular sobre el diseño original de la huerta, con el apoyo de una regla graduada con unidades lineales no convencionales. En este caso el empleo de la unidad no convencional con forma cuadrada por ser conveniente para distribución en columnas y filas que facilitan el conteo, además en el resultado de la medición se obtiene un número entero positivo que indica la cantidad de veces que está incluida la unidad en el área total de la huerta, como se muestra en la figura.



Figura 27. Construcción unidad para medir el área de la superficie de la huerta en su diseño original, fragmento hoja de trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.

De forma similar, *E1* completa la cuadrícula para cuantificar el área de la superficie del nuevo diseño al realizar conteo de las unidades con forma cuadrada. *E1* logra superar la dificultad que representa esta última medición, en el sentido de la forma de distribución de la cuadrícula (en términos de la horizontalidad y verticalidad respecto a la frontera de la huerta), dando lugar a fracciones de unidad de área, que es necesario agrupar para el conteo, como se muestra en la siguiente ilustración.

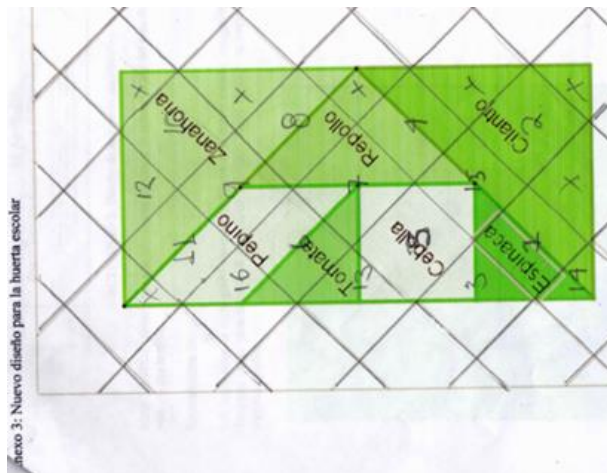


Figura 28. Conteo de unidades y fracciones de unidad en el área del nuevo diseño de la huerta, fragmento hoja de trabajo E1 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.

Durante la medición del nuevo diseño E1 elabora algunos razonamientos que brinda evidencia de nivel de comprensión de las características de la unidad de medida, como es la de no discretitud (Corberán, 1996); estos razonamientos son producto del diálogo que sostiene E1 con la docente durante la fase de intervención guiada.

(La estudiante E1 dialoga con la docente sobre proceso de conteo de unidades para comparar los diseños de la huerta)

D1: Ahora vamos a contar cuántos cuadrados tiene la huerta

E1: pero eso chiquiticos no (señala fragmentos de la cuadrícula por fuera de la huerta)

D1: No, la huerta no más.

E1: ¡ah! Solo los de aquí adentro

D1: y si no tiene un cuadro completo, puede unir partes para formar uno

E1: profe éste se une con éste.

E1: uno, dos tres y cuatro (señala fragmentos que forman una unidad de área)

E1: éste con éste, éste y éste, forman uno solo.

E1: Catorce, quince y ya

D1: ¿Le dio quince y por qué?

E1: ¡A no!, éste y éste dieciséis

E1 finalmente concluye que la afirmación no es correcta (el primer diseño es más conveniente, porque tiene una mayor área), aunque no registra su justificación en la hoja de trabajo.

Fase de proyecto final de síntesis.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de proyecto final de síntesis de *E1*, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por la estudiante.

Tabla 11. Síntesis de la rúbrica de evaluación E1 fase de proyecto final de síntesis.

FASE PROYECTO FINAL DE SÍNTESIS E1								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por la estudiante 1, durante la fase de proyecto final de síntesis.

Como se logra observar durante la fase de proyecto final de síntesis, la participante *E1* se ubica en nivel maestría en las dimensiones de contenido, método y propósito; y de aprendiz en la dimensión de formas de comunicación de acuerdo con los 14 criterios valorados.

Se destaca que en la dimensión de contenido *E1* propone elementos estéticos en las transformaciones de la forma y la unidad para articular el concepto de conservación de área, además evalúa la conveniencia de emplear estas transformaciones en la solución de un problema de su cotidianidad. En la dimensión de método *E1* prueba a través de procedimientos de

naturaleza geométricos y numéricos modelos de conservación del área. En las dimensiones de propósito asume posición crítica para justificar la aplicación del concepto de conservación del área. En la dimensión de forma de comunicación usa diferentes estrategias para comunicar su dominio sin llegar a considerar eficazmente las condiciones particulares de su auditorio.

Evidencia situacional fase de proyecto final de síntesis actividad 3.

En el ítem 1A de la actividad 3 del proyecto final de síntesis, en el que se pide que describa su diseño.

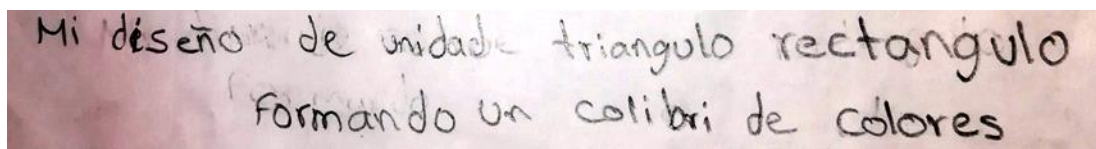

 Mi diseño de unidades triangulo rectangulo
 formando un colibri de colores

Figura 29. Descripción diseño de estampado de E1 actividad 3, fragmento hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, A.

En la figura anterior se observa que *E1* hace gala de su creatividad e imaginación para describir su diseño como un colibrí de colores.



Figura 30. Diseño colibrí de colores de E1 actividad 3, fase de proyecto final de síntesis.

Para descomponer el hexágono base, *E1* inicia realizando plegados en busca de congruencias y simetría, luego emplea una regla para trazar segmentos de recta (radios) entre los vértices y un

punto central marcado por los pliegues. Este proceso le permite obtener doce (12) triángulos rectángulos congruentes, con los cuales construye su diseño.

En la ruta de la socialización ítem 1 literal B se propone describir y representar el polígono que se emplea como unidad de área para el diseño del estampado, *E1* responde que se trata de un triángulo rectángulo y lo dibuja en escala real. De igual manera se solicita que indique la medida del área de la superficie en el diseño, *E1* expresa doce (12) unidades de área como la medida de la superficie del diseño, con base en la unidad no convencional propuesta anteriormente por la estudiante.

En el ítem 1 literal D actividad 3, que plantea la situación problema sobre costo del estampado del diseño creado por la estudiante, *E1* aborda los procesos registrados en la siguiente figura.

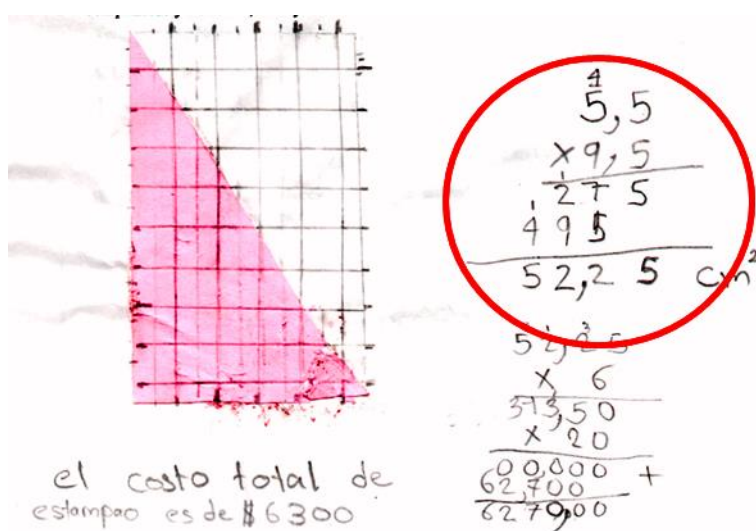


Figura 31. Solución del problema de costo del estampado de *E1* actividad 3, fase de proyecto final de síntesis.

En la figura 31 se observa que *E1* emplea una unidad convencional (centímetro cuadrado) para medir el área de la unidad no convencional (triángulo rectángulo), propuesta en la elaboración del diseño del colibrí de colores. *E1* complementa su unidad de área para formar un rectángulo y construye una cuadrícula de un centímetro cuadrado. En la hoja de trabajo se observa el producto de dos factores resaltado con un círculo rojo. Dichos factores se interpretan como el conteo de

los centímetros cuadrados dispuestos en la filas y columnas de la cuadrícula, llama la atención el empleo de la notación de la unidad de área estándar (cm^2).

En sus razonamientos *E1* plantea otro producto que integra la relación entre el área de dos unidades no convencionales representadas en el rectángulo y el área del diseño; es decir seis (6) veces el rectángulo. Finalmente efectúa los cálculos del área total por la razón del costo de estampado por centímetro cuadrado, obteniendo el resultado exacto (6.270) y lo ajusta a una cifra con sentido monetario de la realidad contextual colombiana del momento, que involucra concepto de redondeo (\$6.300).

Durante la socialización del proyecto final de síntesis, *E1* expresa frente a sus pares y docentes, su comprensión del concepto de área disociada de la forma, incluyendo otros conceptos que desbordan el alcance previsto en las intervenciones (disociación del perímetro) como aprecia a continuación.

(La estudiante *E1* expresa verbalmente durante la socialización del proyecto final de síntesis sus experiencias y conclusiones).

Yo hice esta camiseta con un diseño que me dio la profesora, que es un hexágono y pude formar esto (mientras señala el estampado) y esto es un colibrí, lo de dentro es el área y lo de afuera es el perímetro.

Con esa figura (se refiere a la unidad no convencional) pude formar artos rectángulos, y hice la operación y medio, me valió 6.300.

Con esa figura este hexágono rectangular todos mis compañeros hicimos un diseño. Por ejemplo, yo hice este diseño, todos con este mismo hexágono hicimos diferentes figuras y pero tienen la misma área.

En su discurso *E1*, omite la descripción de su interpretación sobre la problemática del costo del estampado, así como los conceptos y procedimientos claves que empleo en su solución; inclusive nombra de forma inadecuada el polígono utilizado como unidad de área no convencional (dice rectángulo en lugar de triángulo rectángulo). *E1*, siempre se refiere al área en términos cualitativos “lo adentro” sin llegar a expresarla como el proceso de una medición; aunque en la ruta de socialización si alcanza este propósito. Finalmente, las estrategias de comunicación empleadas por *E1* se no se adaptan a las necesidades y condiciones de sus

interlocutores, dado que a pesar de dominar los conceptos muestra inseguridad en su discurso, reflejado en la falta de fluidez y cohesión en las ideas.

4.2.2 Evaluación de E2.

Fase exploratoria.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de exploración del E2, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por el estudiante.

Tabla 12. Síntesis de la rúbrica de evaluación E2 fase exploratoria.

FASE EXPLORATORIA E2								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
		8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por el estudiante 2, durante la fase exploratoria.

Como se logra observar durante la fase exploratoria la comprensión del participante E2, se mueve en los niveles ingenuo y novato de acuerdo con los criterios valorados. Se reconoce que los criterios asociados con conceptos y procedimientos numéricos de la magnitud se ubican en el nivel novato, a diferencia de los criterios asociados con el tratamiento geométrico que se ubica en nivel ingenuo. Se destaca que en la dimensión de contenido E2 concibe que el área cambia cuando cambia la forma y desvincula estos conceptos de su cotidianidad; sin embargo, logra identificar la unidad en procesos de medición para comparar polígonos y establecer juicios de orden. En la dimensión de método E2 recurre únicamente a estrategias perceptivas (de tipo

visual) en procesos de naturaleza geométrica y realiza mediciones a partir de la interpretación de una iteración. En las dimensiones de propósito *E2* no asume una postura reflexiva frente al concepto de conservación de área y su tratamiento cualitativo, aunque cumple con las consignas básica del docente, sin involucrarse en formulación de cuestionamiento. Finalmente, en la dimensión de forma de comunicación emplea representaciones que aportan poca claridad conceptual sobre la conservación del área en contextos cualitativos, aunque muestra algunas aproximaciones de mayor consistencia en contextos cuantitativos.

Evidencia situacional fase exploratoria.

En el cuestionario diagnóstico se observa que los ítems relacionados con procesos de comparación y disociación del área del número que la mide, *E2* responde acertadamente y elaborar argumentos que sustenten su razonamiento de manera explícita, como se muestra en la siguiente figura que justifica la respuesta del ítem número 7.

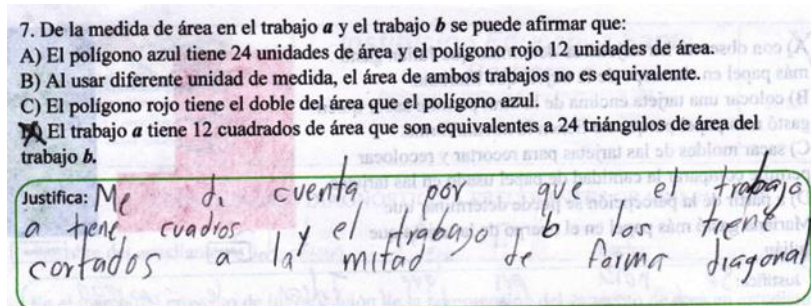


Figura 32. Comparación entre unidades de área, fragmento cuestionario *E2* fase exploratoria, ítem 7.

En su respuesta *E2* evidencia el reconocimiento el cambio de unidad (triángulos y cuadrados) y la relación numérica que resulta al comparar el área de las unidades, en tanto enuncia “*b* los tiene cortados a la mitad” para referirse a la unidad cuadrada.

En el ítem 9, donde se evalúa el proceso de comparación y disociación de área de la forma, *E2* considera que el triángulo que representa la zona verde 2, tiene mayor área que el rectángulo que representa la zona verde 1 “es cuadrado pero pequeño” afirma, como se puede apreciar en su comentario.

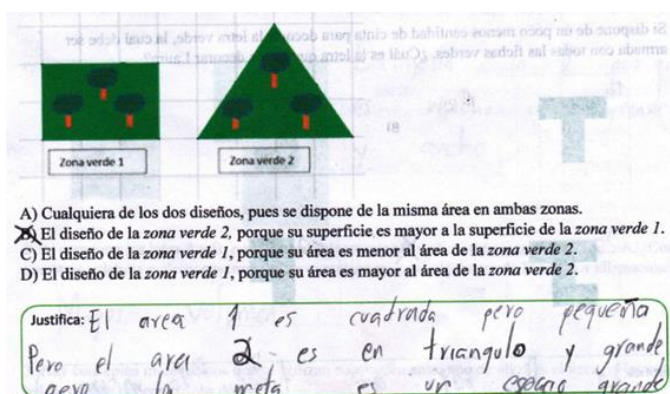


Figura 33. Debilidad para disociar el área de la forma, fragmento cuestionario E2, fase exploratoria, ítem 9.

También es válido notar que E2, ignora la cuadrícula en la que se presentan los polígonos que sirven de apoyo a los procesos de medición y comparación. De otro lado no enuncia claramente la magnitud al referirse a un “espacio grande”.

Fase investigación guiada.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de intervención guiada de E2, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por el estudiante.

Tabla 13. Síntesis de la rúbrica de evaluación E2 fase intervención guiada.

FASE INTERVENCIÓN GUIADA E2								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación de los niveles de comprensión del concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por el estudiante 2, durante la fase de intervención guiada.

Como se logra observar durante la fase intervención guiada el participante *E2*, se ubica en niveles de novato y aprendiz de acuerdo con los 18 criterios valorados. Se destaca que en la dimensión de contenido *E2*, compara polígonos y establece relaciones de orden del área, reconoce la invarianza del área cuando se ejercen transformaciones de la forma y aunque no así de la unidad que la mide, analiza regularidades en descomposición y composición de figuras; identifica el patrón dado en procesos de medición con unidades enteras, compara polígonos a partir de una cantidad de menor área que la contiene para establecer parcialmente juicios de orden.

En la dimensión de método se visualiza las posibles configuraciones que se obtienen en la descomposición de una figura con apoyo de material concreto o sin él, explora transformaciones que permiten obtener relaciones de simetría y congruencia, realiza transformaciones que implican traslación, reflexión y rotación de las partes que subdividen al polígono, realiza mediciones por superposición o iteración cuando se explicita la unidad de área en un polígono y recurre al recorte y añadido de algunas partes del polígono en procesos de medición.

En cuanto a la dimensión de propósito discute con sus pares y profesora sobre la importancia de la aplicación de conceptos de conservación de área, así como de los métodos y procedimientos geométricos empleados. Aunque no se involucra en formular interrogantes y cuestionamientos que pueda aportar a un mayor dominio del concepto de conservación del área atendiendo a procedimiento numéricos. Finalmente, en la dimensión de formas de comunicación usa diferentes estrategias para comunicar su dominio sobre el concepto de conservación de área sin llegar a considerar las condiciones particulares de su auditorio en contextos geométricos, de igual forma explica aspectos aislados del concepto de conservación del área en contextos numéricos.

Evidencia situacional fase de intervención guiada actividad 1.

En la hoja de trabajo de la fase de intervención guiada ítem 1 y 3. El estudiante *E2*, elabora una conjetura inicial sobre la comparación de las tres parcelas, considerando que “aunque no todos tenga la misma forma... es como si fueran iguales”; es decir establece la relación de equivalencia por simple percepción visual, como se muestra en la siguiente ilustración.

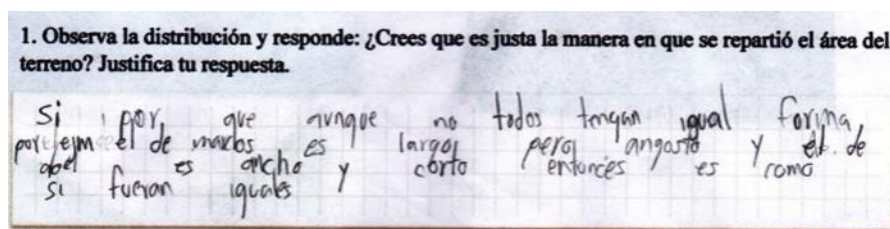


Figura 34. Conjetura sobre comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 1.

En el ítem 3, E2 se apoya en el proceso de recubrimiento para comparar el área de las parcelas, usando como herramienta las piezas recortadas del ítem anterior. Este proceso de comparación le brinda elementos para confirmar y asegurar su hipótesis inicial sobre la equivalencia en las áreas de las parcelas; como se muestra la figura 35.

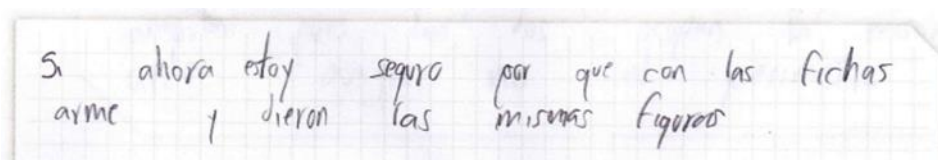


Figura 35. Confirmación de conjetura inicial de comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 3.

En los ítems 4 y 5 donde se propone ensayar otra estrategia de comparación, E2 nuevamente elabora una configuración que muestra explícitamente la equivalencia entre las áreas, a partir de la manipulación del material que representa las parcelas, construye el mismo polígono realizando los cortes que considera conveniente. En este caso E2 selecciona como polígono de comparación aquel que representa la parcela de Juan, aunque con algunas impresiones en el proceso de reproducción de los polígonos relacionados con el corte y pegado, como se ilustra en la figura 36.

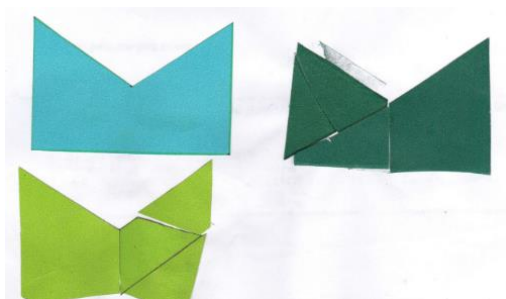


Figura 36. Configuración de polígonos en la comprobación de la equivalencia del área, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 1, fase intervención guiada, ítem 4 y 5.

Finalmente, en primera parte de la fase de intervención guiada el estudiante *E2* muestra dominio del concepto de conservación del área disociada de forma, al enunciar “no importa la figura que sea, lo que importa es el área o sea prácticamente lo de adentro (el relleno)” como se constata en la imagen.

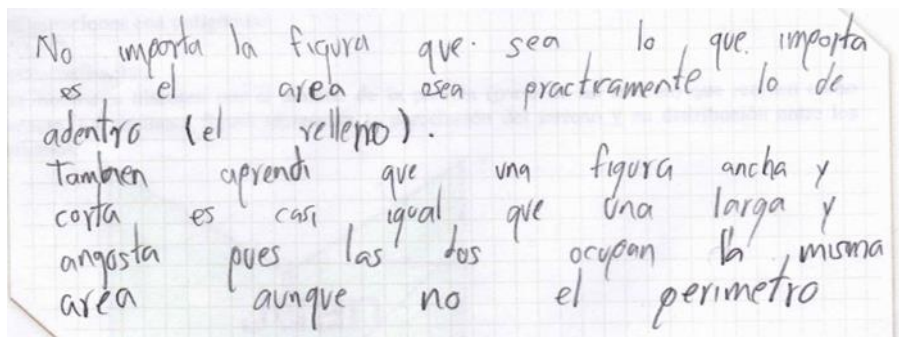


Figura 37. Reflexión sobre el concepto de área disociada de la forma, fragmento hoja de trabajo *E2* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 6.

En la figura anterior *E2* además de avanzar en la construcción de su concepto del área, expresado como el relleno, resalta la importancia de área sobre la forma, inclusive intenta elaborar generalizaciones imprecisas, que relacionan las dimensiones lineales de forma concreta (a través de adjetivos como: ancho, largo, cortica y angosta).

Evidencia situacional fase de intervención guiada actividad 2.

En el ítem 1 que involucra medir el área de la huerta empleando diferentes unidades (zonas de cultivo), *E2* realiza una iteración de las unidades e intenta representar la superposición de polígonos a través de trazos en el cuadrado anexo. Sin embargo, cuando *E2* se topa con que al realizar la iteración algunas unidades no encajan exactamente sin recurrir a cortes, opta por cambiar de estrategia para identificar las relaciones entre el área de las unidades, utilizando plegado, superposición y descomposición de la unidad a través de trazos sobre el material manipulativo, como se muestra en la figura.

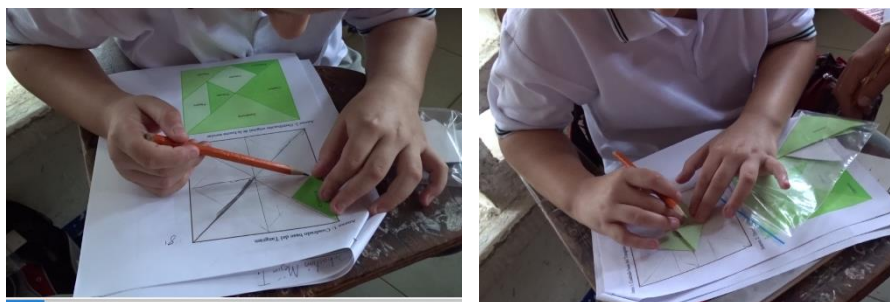


Figura 38. Imagen de estrategia empleada por E2 en la medición del área de la huerta, fase intervención guiada, actividad 2.

En la medición del área de la huerta E2 manifiesta dificultad en el cálculo del área utilizando la unidad representada por la zona de cebolla (cuadrado), requiriendo el apoyo de la docente D2 como se evidencia en el siguiente diálogo.

(El estudiante E2 dialoga con la docente D2 sobre proceso de conteo de unidades para medir el área de la huerta).

E2: Aquí, así sería medio (mientras compara las unidades que representa los cultivos de cebolla y pepino por superposición).

E2: Y aquí, ¡ah! cabe una, ¡Ah! cabe una vez. (realiza rotación y superpone de nuevo el polígono que representa la zona de cultivo de pepino sobre el de cebolla.)

D2: ¿Entonces la de pepino cuántas veces está en la de cebolla?

E2: Una.

E2: Entonces cebolla cuantas veces está aquí (señala cuadrado base que representa el área de la huerta.)

E2: Con cebolla nosotros tampoco fuimos capaz.

D2: ¿Comparó cebolla con quién?

E2: (no responde y se queda pensando).

D2: Miremos uno que ya hiciste y busca la relación. ¿la de tomate cuántas veces cabe? (en el área total)

E2: Cabe dieciséis 16.

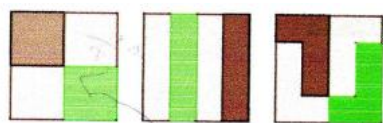
D2: ¿y si este (área de cebolla) es el doble de este (área de tomate), entonces cuántas veces cabe la zona de cebolla en la huerta?

Producto del proceso de medición anterior, E2 logra completar correctamente la siguiente tabla que constituye un contexto propicio para generar interrogantes sobre el área del terreno, su medida y la comparación de sus partes.

	Unidad de área	Medida del área total de la huerta
1ª Medición	Zona de cultivo de Zanahoria	4
2ª Medición	Zona de cultivo de Repollo	8
3ª Medición	Zona de cultivo de Espinacas	16
4ª Medición	Zona de cultivo de Cebolla	8
5ª Medición	Zona de cultivo de Pepino	8

Figura 39. Registro medida del área de la huerta con diferente unidad, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, A.

En el ítem 1 literal C de esta activad, E2 se apoya en el ejemplo que integra el cambio de patrón en una misma unidad de área, para justificar su razonamiento en la situación contextualizada de la huerta escolar, donde sugiere que las zonas de cebolla, repollo y pepino, representan la misma unidad de área con diferente patrón como se evidencia a continuación.



❖ El cuadrado tiene en todos los casos 4 unidades de área.

❖ ¿Se presentó este caso en las mediciones del área de la huerta escolar? Justifica tu respuesta. Si en Repollo, cebolla, y pepino

Figura 40. Cambio de patrón de unidad, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, C.

En el ítem 2 de la situación contextualizada se pretende que los estudiantes, a partir de la tabla diligenciada en el literal A, justifiquen por qué al realizar las mediciones del área total se obtiene diferentes medidas, E2 responde argumentando que esto se explica debido al “área de cada cultivo” refiriéndose a la unidad; y precisa que “algunas áreas son el doble de otras” indicando la relación entre la unidad y la medida del área.

A. ¿Por qué al realizar las mediciones del área total de la huerta se obtienen valores diferentes?

Por el área de cada cultivo. Por que algunas áreas son el doble de otras

Figura 41. Justificación diferencias en valores de medida del área de la huerta, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, A.

Sin embargo, frente al ítem 2 literal B, donde se pide al estudiante responder al interrogante sobre en cuál de las mediciones se obtuvo una mayor área, E2 se inclina por el valor numérico atribuido a la medición del área de la huerta con la unidad que representa el cultivo de espinacas (16 unidades de área); lo que refleja, al menos en este caso, que aún E2 no reconoce plenamente el papel que juega la unidad, en la medición del área, dado que a pesar de obtener valores diferentes en la medida, el área permanece invariable.

B. ¿En cuál de las mediciones de la huerta obtuviste una mayor área? ¿Explica por qué?

Espinaca. por que es el doble o cuádruple de las demas

Figura 42. Justificación del área de la huerta disociada del número, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, B.

Adicionalmente E2 expresa imprecisiones en la relación entre unidades de área “el doble o cuádruple” cuando intenta indicar que algunas unidades de área son la mitad o la cuarta parte de otra.

El ítem 3 busca que los estudiantes evalúen dos diseños de la huerta: uno original y un nuevo diseño propuesto de manera hipotética por un grupo de estudiantes, intentado justificar o refutar la afirmación sobre cómo “el primer diseño es más conveniente, porque tiene una mayor área”.

E2 construye una malla cuadrangular sobre el diseño original de la huerta, con el apoyo de una regla graduada con unidades lineales no convencionales. En este caso el empleo de la unidad cuadrada es conveniente para distribución en columnas y filas que facilitan el conteo, además en el resultado de la medición se obtiene un número entero positivo que indica la cantidad de veces que está incluida la unidad en el área total de la huerta, como se muestra en la figura.



Figura 43. Construcción unidad para medir el área de la superficie de la huerta en su diseño original, fragmento hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.

De forma similar, *E2* completa la cuadrícula para cuantificar el área de la superficie del nuevo diseño. *E2* logra superar la dificultad que representa esta última medición, en el sentido de la forma de distribución de la cuadrícula (en términos de la horizontalidad y verticalidad respecto a la frontera de la huerta), dando lugar a fracciones de unidad de área, que es necesario agrupar para el conteo, como se muestra en la siguiente ilustración.

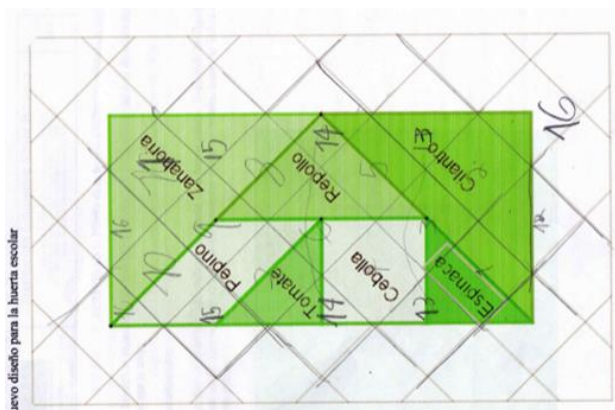


Figura 44. Conteo de unidades enteras y fracciones en área del nuevo diseño, fragmento de hoja de trabajo E2 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.

E2 concluye que la afirmación no es correcta (el primer diseño es más conveniente, porque tiene una mayor área), expresando que “ya que tienen la misma área” sin precisar más detalles.

En el ítem 4 donde se espera que los estudiantes valoren la afirmación que plantea “al utilizar diferentes unidades para medir una misma área, se obtiene diferentes medidas, por ende, se observa una mayor y una menor área”, *E2* responde de manera negativa; es decir reconoce la conservación del área, aunque justifica su respuesta esgrimiendo aspectos de orden cualitativos referidos a la forma y no tanto a elementos cuantitativos, como se muestra a continuación.

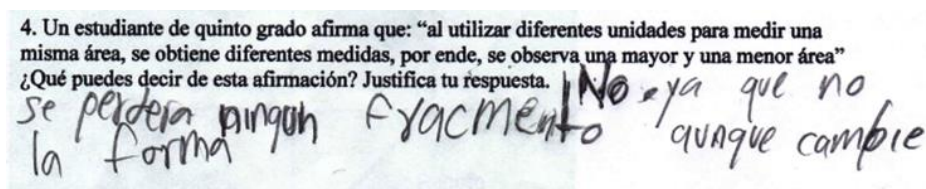


Figura 45. Justificación conservación del área con base a aspectos cualitativos, fragmento hoja de trabajo *E2* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 4.

Fase de proyecto final de síntesis.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de proyecto final de síntesis de *E2*, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por el estudiante.

Como se logra observar en la tabla 14 de síntesis de la rúbrica, durante la fase de proyecto final de síntesis, el participante *E2* se ubica en nivel maestría en cada una de las dimensiones de acuerdo con los 14 criterios valorados. Se destaca que en la dimensión de contenido *E2* propone elementos estéticos en las transformaciones de la forma y la unidad para articular el concepto de conservación de área, evalúa la convención de las transformaciones que produce en la forma para resolver un problema de conservación del área, propone de forma conveniente la unidad de área que mejor se ajusta a las condiciones de una situación o problema.

Tabla 14. Síntesis de la rúbrica de evaluación E2 fase de proyecto final de síntesis.

FASE PROYECTO FINAL DE SÍNTESIS E2								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por el estudiante 2, durante el proyecto final de síntesis.

En la dimensión de método prueba que una situación de la cotidianidad se puede modelar empleando el concepto conservación área en procesos geométricos y de medida, involucra elementos estéticos en las transformaciones de figuras que derivan de la composición y descomposición de polígonos, aplica de manera creativa el uso de la unidad de área para que el resultado de la medición responda al criterio de sencillez.

En la dimensión de propósito E2 asume una posición crítica para justificar la aplicación del concepto de conservación del área en la transformación de la forma de polígonos para resolver situaciones en contextos cualitativos y cuantitativos. En la dimensión de forma de comunicación usa de manera flexible y creativa las diferentes estrategias con que cuentan para comunicar su dominio sobre la conservación del área (exposición oral, explicaciones, ejemplos, diagramas de configuración) en contextos geométricos y numéricos; adapta las formas de comunicación teniendo en cuenta las características particulares de su auditorio (pares y profesora).

Evidencia situacional fase de proyecto final de síntesis actividad 3.

En el ítem 1A de la actividad 3 del proyecto final de síntesis, en el que se pide que describa su diseño E2 manifiesta que su diseño es “un monstruo” como se muestra en la figura.

A. Describe tu diseño

Mi diseño es un monstruo

Figura 46. Descripción diseño de estampado de E2 actividad 3, fragmento de la hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, A.

En la siguiente figura se observa la creación de E2.



Figura 47. Diseño de un monstruo E2, fase de proyecto final de síntesis, actividad 3.

Para descomponer el hexágono base, E2 realiza trazos de las bisectrices utilizando lápiz y regla en busca de congruencias de triángulos, luego de recortar los seis triángulos equiláteros que se forman, recurre al plegado para obtener doce (12) triángulos rectángulos congruentes, que constituyen una unidad de área no convencional cuantificada, con la cual elabora su diseño del monstruo.

En la ruta de la socialización ítem 1 literal B se propone describir y representar el polígono que se emplea como unidad de área para el diseño del estampado, E2 responde que se trata de un triángulo y lo dibuja en escala real. De igual manera se solicita que indique la medida del área de la superficie del diseño. E2 expresa doce (12) unidades como la medida de la superficie del diseño.

En el ítem 1 literal D actividad 3, que plantea la situación problema sobre costo del estampado del diseño creado por el estudiante, E2 aborda los procesos registrados en la siguiente figura.

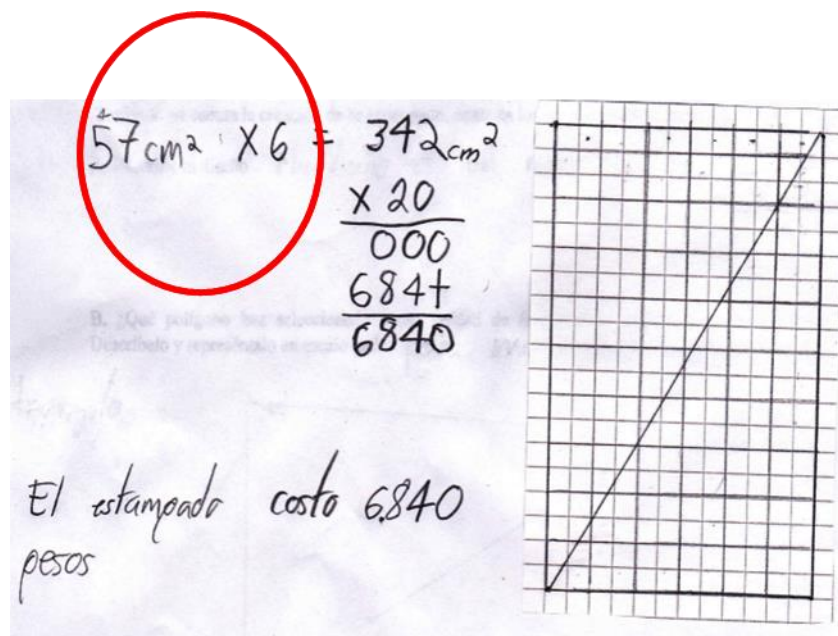


Figura 48. Solución del problema de costo del estampado de E2, fase proyecto final de síntesis, actividad 3.

En la figura 48 se observa que E2 emplea una unidad convencional (centímetro cuadrado) para medir el área de la unidad no convencional (triángulo rectángulo), propuesta en la elaboración del diseño del monstruo. E2 complementa su unidad de área para formar un rectángulo y construye una cuadrícula de un centímetro cuadrado. En la hoja de trabajo se observa el producto de dos factores resaltado con un círculo rojo. El primer factor resulta de la sumatoria del producto de la cantidad de unidades de área enteras distribuidas en filas y columnas de la cuadrícula, más la cantidad de unidades enteras que resultantes de la agrupación de fracciones de unidad.

Durante la socialización del proyecto final de síntesis, E2 expresa frente a sus pares y docentes, su comprensión del concepto de área disociada de la forma, incluyendo otros conceptos que desbordan el alcance previsto en las intervenciones (disociación del perímetro) como se aprecia a continuación.

(El estudiante *E2* expresa verbalmente durante la socialización del proyecto final de síntesis sus experiencias y conclusiones).

El área es una superficie marcada, la cual se distingue de lo que lo rodea o sea que es el perímetro, por ejemplo, un ejemplo la cancha, donde juegan los jugadores es el área y el perímetro es donde no pueden salir el balón.

Otro concepto es que el área es un concepto métrico, que permite asignar una medida a una superficie.

También he comprendido, uno puede coger una figura y descomponerla y formar otra figura, pero ella sigue teniendo la misma área.

Por ejemplo, con un hexágono forme esta figura ((mientras señala el estampado) lo estampada en una camisera para un proyecto con esta figura.

Con varios triángulos forme esta figura, con dos triángulos para conformar un rectángulo.

En su discurso *E2*, emplea varias estrategias para comunicar la comprensión del concepto de área. Inicialmente definen el área como una superficie “marcada” es decir acotada, como la extensión de un cuerpo y propone un ejemplo para resaltar la diferencia entre área y perímetro de un polígono, utilizando el contexto de una cancha de futbol, como se evidencia en el diálogo anterior. De igual manera *E2* se refiere al área como un concepto métrico, que permite asignar una medida a una superficie, aunque esta perspectiva la asume más como un discurso complementario que como una construcción cognoscitiva. Se destaca la claridad con que *E2* expresa su comprensión del área disociada de la forma “uno puede coger una figura y descomponerla y formar otra figura, pero ella sigue teniendo la misma área”.

Finalmente, la estrategia de comunicación empleada por *E2* se adapta a las necesidades y condiciones de sus interlocutores, demostrando dominio y seguridad en su discurso.

4.2.3 Evaluación de E3.

Fase exploratoria.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de exploración de *E3*, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por este estudiante.

Tabla 15. Síntesis de la rúbrica de evaluación E3 fase exploratoria.

FASE EXPLORATORIA E3								
MAESTRIA	9	9	9	9	4	4	6	6
		8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por el estudiante 3, durante la fase exploratoria.

Como se logra observar durante la fase exploratoria la comprensión del participante *E3*, se sitúa en el nivel ingenuo de acuerdo con los criterios valorados, salvo un desempeño de la dimensión de contenido que se valora en nivel novato. Se destaca que en la dimensión de contenido *E3* concibe que el área cambia cuando cambia la forma y desvincula este concepto de su cotidianidad; sin embargo, logra identificar la unidad en procesos de medición para comparar polígonos y establecer juicios de orden.

En la dimensión de método *E3* recurre únicamente a estrategias perceptivas (de tipo visual) en procesos de naturaleza geométrica y realiza mediciones a partir de la interpretación de una

iteración. En las dimensiones de propósito *E3* no asume una postura reflexiva frente al concepto de conservación de área y su tratamiento cualitativo, aunque cumple con las consignas básicas del docente, sin involucrarse en formulación de cuestionamiento. Finalmente, en la dimensión de forma de comunicación emplea representaciones que aportan poca claridad conceptual sobre la conservación del área en contextos cualitativos, aunque muestra algunas aproximaciones de mayor consistencia en contextos cuantitativos.

Evidencia situacional fase exploratoria.

En el cuestionario diagnóstico se observa que los ítems relacionados con procesos de comparación y disociación del área del número que la mide, *E3* responde acertadamente y elaborar argumentos que sustenten su razonamiento de manera explícita, como se muestra en la siguiente figura que justifica la respuesta del ítem número 7.

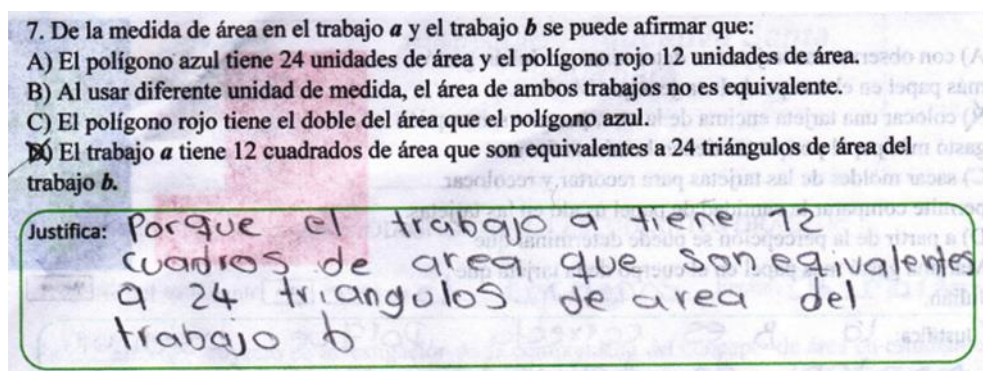


Figura 49. Comparación entre unidades de área, fragmento cuestionario de *E3*, fase exploratoria, ítem 7.

En su respuesta *E3* argumenta presentando la afirmación de la opción D en forma literal, donde se enuncia la equivalencia entre el área de los dos polígonos, incluyendo aspectos cualitativos y cuantitativos asociados con la unidad.

En el ítem 9, donde se evalúa el proceso de comparación y disociación de área de la forma, *E3* considera que el triángulo que representa la zona verde 2 tiene mayor área que el rectángulo

que representa la zona verde 1, y lo justifica expresando “escojo la zona 2 porque tiene más tamaño y tiene más área que la zona 1”. De su afirmación se deduce que asume como aspectos independientes el tamaño y el área; es decir combina elementos de razonamiento intuitivos y discursivos presentes en el contexto del ítem, que dan cuenta de sus limitantes en la comprensión del concepto de área.

E3 además ignora la cuadrícula en la que se presentan los polígonos que sirven de apoyo a los procesos de medición, como recurso alternativo a la comparación mediante razonamientos geométricos.

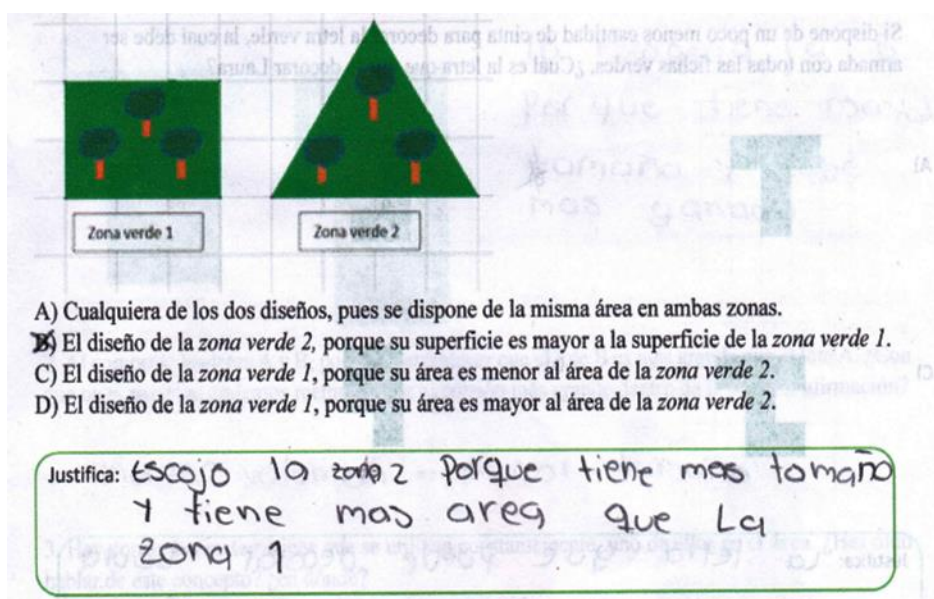


Figura 50. Debilidad en disociar el área de la forma, fragmento cuestionario de E3, fase exploratoria, ítem 9.

Fase intervención guiada.

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de intervención guiada de E3, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por el estudiante.

Tabla 16. Síntesis de la rúbrica de evaluación E3 fase intervención guiada.

FASE INTERVENCIÓN GUIADA E3								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3			2	2
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1			1	1
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación de los niveles de comprensión del concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por el estudiante 3, durante la fase de intervención guiada.

Como se logra observar durante la fase intervención guiada el participante *E3*, se ubica en el nivel de aprendiz de acuerdo con los 18 criterios valorados. Se destaca que en la dimensión de contenido según las evidencias en las hojas de trabajo y el material audiovisual, que *E3* compara polígonos para establecer relaciones de orden de acuerdo a su área, reconoce la invarianza del área en polígonos cuando se ejercen transformaciones de su forma, analiza regularidades asociadas a la composición y descomposición de figuras, reconoce la importancia de la elección y fijación de la unidad de área, establece relaciones de orden asociadas al área cuando se ejercen procesos de medición en polígonos, reconoce la invarianza del área en polígonos cuando se ejercen transformaciones en la unidad.

En la dimensión de método visualiza las posibles configuraciones que se obtiene en la descomposición figural apoyado en material concreto o sin él, explora transformaciones que permiten obtener relaciones de simetría y congruencia, realiza transformaciones que implican traslación, reflexión y rotación de las partes que subdividen al polígono, elige y fija la unidad de área que resulta conveniente según el polígono, define criterios de selección de la unidad área de acuerdo a su conveniencia, establece relaciones entre las unidades seleccionadas (subdivisiones poligonales) a través de estrategias de superposición o plegado.

En la dimensión de propósito discute con sus pares y profesora sobre la importancia de la aplicación del concepto de conservación de área, así como de los métodos y procedimientos geométricos y numéricos empleados. En la dimensión de formas de comunicación usa diferentes estrategias para comunicar su dominio sobre el concepto de conservación de área sin llegar a considerar eficazmente las condiciones particulares de su auditorio (pares y docentes) en contextos geométricos y numéricos; expresa sus ideas apoyado en las formas de representación que personalmente les resulta adecuadas sin considerar las condiciones de sus interlocutores.

Evidencia situacional fase de intervención guiada actividad 1.

En la hoja de trabajo de la fase de intervención guiada ítem 1 y 3. El estudiante *E3*, elabora una conjetura inicial sobre la comparación de las tres parcelas, considerando que “la parte de las parcelas de Abel y Marcos son idénticas y la de Juan es más grande”; es decir establece la relación de equivalencia entre dos de los polígonos que representan las parcelas, por manipulación visual, aunque no logra llevar a la misma conclusión con el otro polígono, como se evidencia en la siguiente ilustración.

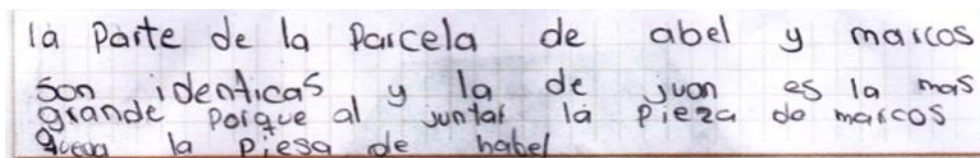


Figura 51. Conjetura comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 1.

En el ítem 3, donde se propone a los estudiantes comparar las áreas de las parcelas a partir del recubrimiento con las piezas recortadas del ítem anterior. *E3* reflexiona sobre su respuesta inicial al señalar que “no pienso igual (...) las tres figuras tienen diferente forma, pero igual área”, como se muestra en la siguiente figura.

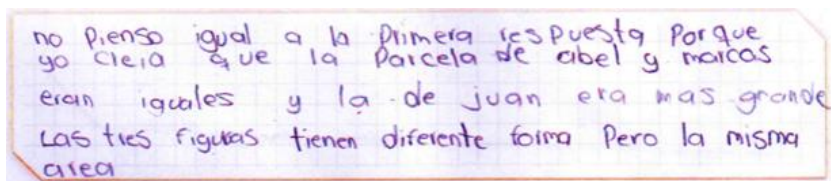


Figura 52. Confirmación conjetura inicial de la comparación del área en las tres parcelas, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 3.

En los ítems 4 y 5 donde se propone ensayar otra estrategia de comparación, *E3* elabora una configuración que muestra explícitamente la equivalencia entre las áreas, a partir de la manipulación del material que representa las parcelas, construye el mismo polígono realizando los cortes que considera conveniente. En este caso *E3* selecciona como polígono de comparación el trapecio que representa la parcela de Abel, como se ilustra en la figura 53.

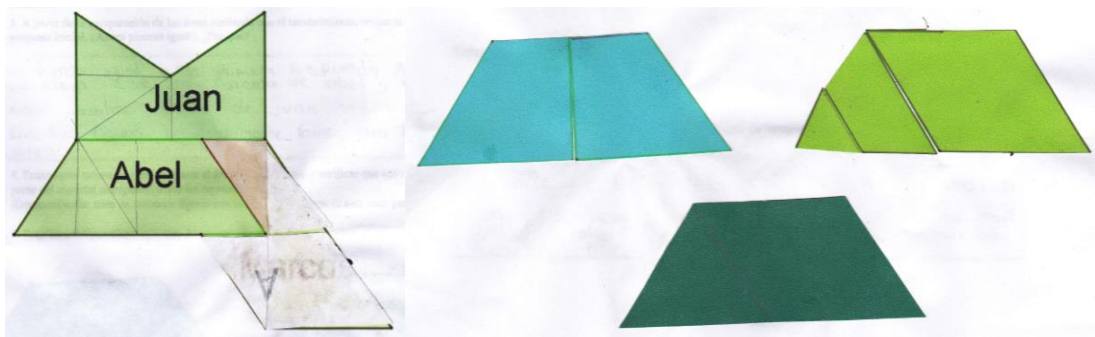


Figura 53. Configuración de polígonos para comprobar la equivalencia del área, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 2 y 5.

Finalmente, en primera parte de la fase de intervención guiada el estudiante *E3* muestra dominio del concepto de conservación del área disociada de forma, al enunciar “son iguales en área, pero tiene diferente forma o figura” como se constata en la imagen.

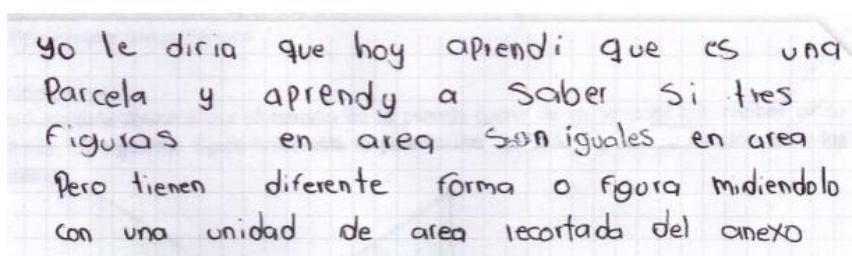


Figura 54. Reflexión del concepto de área disociada de la forma, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 1, fase intervención guiada, ítem 6.

En la narración de *E3* hace referencia a una unidad de área no convencional entendida en este trabajo como unidad de área que no hace parte del Sistema Internacional de Unidades (SI), que

es “recortada del anexo de la hoja de trabajo” aunque la actividad involucra tratamiento cualitativo.

Evidencia situacional fase de intervención guiada actividad 2.

En el ítem 1 que involucra medir el área de la huerta empleando diferentes unidades (zonas de cultivo), *E3* realiza conteo de las unidades de área que recubren la superficie de la huerta recurriendo a elementos visuales, es decir, sin apoyo de material concreto anexo, que representa un modo de abstracción de las relaciones entre la unidad de área, el área de la huerta y otras unidades. Por ejemplo, para establecer la medida del área con base en unidades que no encajan enteras en la superficie sin recurrir a cortes, ni coinciden con los cortes explícitos en la representación de la huerta durante la iteración y requiere transformaciones rígidas. Como se observa en la siguiente figura, *E3* señala con su dedo las relaciones que visualiza sobre la hoja de trabajo.



Figura 55. Imagen estrategia empleada por E3 en la medición del área de la huerta, fase intervención guiada, actividad 2.

En el siguiente diálogo de *E3* con la docente, se evidencia el manejo del concepto de área en contexto de medida. Por ejemplo, al enunciar “eso mide igual, hay unas que miden igual” reconoce la equivalencia entre dos unidades de espinaca y una de cebolla.

(El estudiante *E3* dialoga con la docente sobre el conteo de unidades para establecer el área de la huerta, estableciendo relaciones entre las unidades de área).

E3: Profe ya acabé pro, ¡profe si ve como es de fácil!, eso mide igual hay unas que miden igual. ¡Eso es más fácil!

D1: ¿Si, miden igual?

E3: Porque miden dos triángulos.

E3: Yo con el triángulo de la espinaca son dos de este.

D1: ¿Dos de cuál?

E3: Dos en la cebolla.

E3: Entonces sería la mitad, la espinaca y también del pepino sería la mitad.

D1: O sea que estableció relaciones ¡bien! ¡muy bien!

Producto del proceso de medición anterior, *E3* completa correctamente la siguiente tabla.

	Unidad de área	Medida del área total de la huerta
1ª Medición	Zona de cultivo de Zanahoria	4
2ª Medición	Zona de cultivo de Repollo	8
3ª Medición	Zona de cultivo de Espinacas	16
4ª Medición	Zona de cultivo de Cebolla	8
5ª Medición	Zona de cultivo de Pepino	8

Figura 56. Registro medida del área de la huerta con diferente unidad, fragmento hoja de trabajo E3 actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, A.

En el ítem 1 literal B el estudiante *E3* responde con facilidad los interrogantes referidos a la comparación de unidades de mayor complejidad que no permite recubrir la superficie sin realizar cortes a la unidad (pepino y cebolla).

(El estudiante E3 dialoga con la docente intentando dar respuesta al literal B).

D1: Vamos a ver que dice aquí (leen juntos el literal B del ítem 1 de la hoja de trabajo).

D1: Usted no tuvo dificultad, pero vamos a responderlos ¿Con cuantas zonas de tomate puedo formar la zona de pepino?

E3: Zona de tomate, tomate, tomate, dos.

D1: Póngalo acá, dos (señalando el espacio en la hoja de trabajo destinada para escribir la respuesta al interrogante).

D1: ¿Cuántas veces cabe la zona de cebolla en la zona de repollo?

E3: ¿Cabe la de cebolla en la de repollo?

D1: Si.

E3: Dos triángulos, dos veces.

D1: ¿Dos veces? Vamos a ver.

E3: ¡Ve! una vez, miento, miento. Sí, porque tienen la igual área.

D1: Tienen igual área, ¿pero tienen diferente forma?

E3: Si.

En el ítem 1 literal C de esta activad, E3 dialoga con la docente, evidenciando el reconocimiento de la unidad área en una nueva situación, donde la unidad toma diferente patrón.

D1: Ahora vamos con la C (el estudiante lee el enunciado del literal C).

E3: ¿Cómo así? (y sigue realizando la lectura).

D1: ¿Cuánto mide el área de este cuadrado? (es estudiante guarda silencio).

D1: ¿Cuánto mide?, ahí está la unidad de área (señala el cuadrado en la hoja de trabajo).

E3: Cuatro.

D1: ¿Cuánto mide este? (señalando el segundo cuadrado en la hoja de trabajo).

E3: Cuatro.

D1: ¿Y este?

E3: Cuatro.

D1: O sea que esta es la misma que esta y esta (señalando la unidad de área, en los cuadrados).

D1: Lo único es que varía es la forma, entonces cuando varia la forma es un patrón de la misma unidad de área.

E3: Lo mismo que pasaba en la anterior (señalando la tabla).

D1: Lo mismo, entonces sigue respondiendo.

Se destaca que *E3* se anticipa al interrogante que busca establecer una relación de analogía entre esta situación y el contexto de la huerta escolar como se observa en el diálogo anterior.

E3 justifica su respuesta sobre el interrogante del cambio de patrón en la situación de la huerta, señalando que este mismo hecho se presenta en la “zonas de repollo, cebolla y pepino” como se registra en la hoja de trabajo.

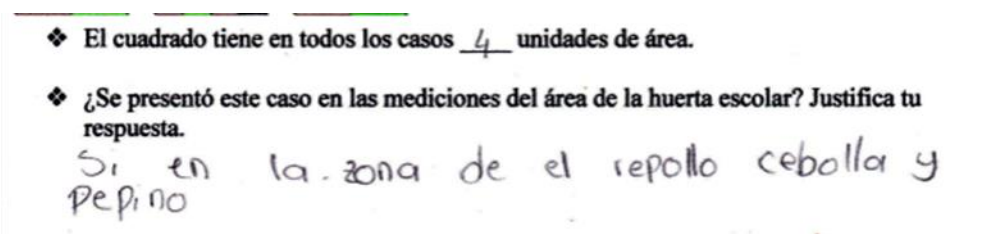


Figura 57. Cambio de patrón de la unidad, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 1, C.

En el ítem 2 de la situación contextualizada se pretende que los estudiantes, a partir de la tabla diligenciada en el literal A, justifiquen por qué al realizar las mediciones del área total se obtiene diferentes medidas. *E3* responde argumentando que esto se explica debido al que “se obtienen diferentes valores por el tamaño de las figuras”, es decir por el área de cada unidad.

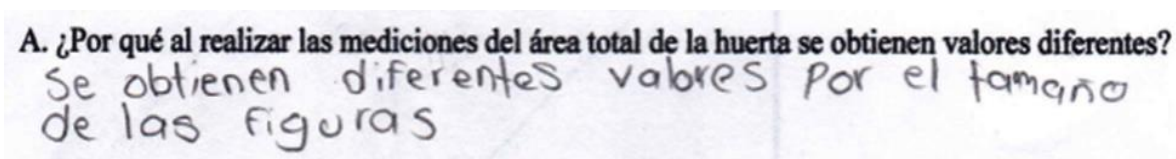


Figura 58. Justificación diferencias en la medida del área de la huerta, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, A.

Frente al ítem 2 literal B, donde se pide al estudiante responder al interrogante sobre en ¿cuál de las mediciones se obtuvo una mayor área?, *E3* reconoce plenamente el papel que juega la unidad en la medición del área, pues a pesar de obtener valores diferentes en la medida, el área permanece invariable “haga lo que haga el área no cambia”.

Diálogo de interacción entre E3 y la docente frente al ítem 2 literal B.

E3: La mayor área significa la que saque acá más grande, ¿Cierto?

D1: ¿En cuáles de estas usted obtuvo una mayor área? (muestra la tabla del ítem 1, A).

E3: En ninguna porque todas son iguales. Ahí me está preguntando (lee el interrogante del literal B del ítem 2).

D1: ¿En cuál obtuvo una mayor área?, ¿En todas?, ¿Por qué en todas?

E3: Hay muchas de mayor área, el cilantro y la zanahoria, la que cabe más la espinaca el tomate.

D1: ¿O sea que hay una mayor área?

E3: Cabe más, es más pequeños, es la espinaca y el tomate.

El fragmento anterior permite identificar en el desempeño de E3 un elemento clave en la comprensión del área disociada del número que la mide, como es reconocer que una unidad de mayor área está contenida menor número veces y una unidad de menor área está contenida mayor cantidad de veces en una misma superficie, “la que cabe más, la espinaca el tomate”.

(Diálogo de interacción entre E3 y la docente frente al ítem 2).

E3: Esta tiene más área, porque mide cuatro (señala la zona de zanahoria), está preguntando es el área no cuantas veces cabe.

D1: ¿Cuánto mide el área si la mido con la zona de repollo?

E3: ocho, una menor área.

D1: Entonces, ¿El área cambia?

E3: si, disminuye área.

D1: Entonces esto se vuelve más chiquito, porque el área es esta (señala la superficie representada de la huerta).

E3: ¡ah no!

Ex: Es que nosotros estábamos pensando que el área era ésta (señala una de las unidades).

D1: No, esto si tiene un área, pero estamos hablando del área de la huerta.

E3: ¿El área disminuye? No, el área no cambia, el área nunca cambia, así la divida en cuantas partes, no cambia.

Aunque hay momentos en que el estudiante refleja confusión, dado que cree que le están preguntando por el área de la unidad y no por el área de la huerta. Sin embargo, este desequilibrio se aclara en la interacción con la docente, quien lo confronta preguntándole “¿Entonces esto se vuelve más chiquito? porque el área es esta...”, “...No, esto si tiene un área, pero estamos hablando del área de la huerta”.

En la parte final del anterior fragmento *E3* concluye que sin importar la cantidad de partes en que se divide una superficie siempre posee la misma área, lo que contrasta con la respuesta consignada en la hoja de trabajo.

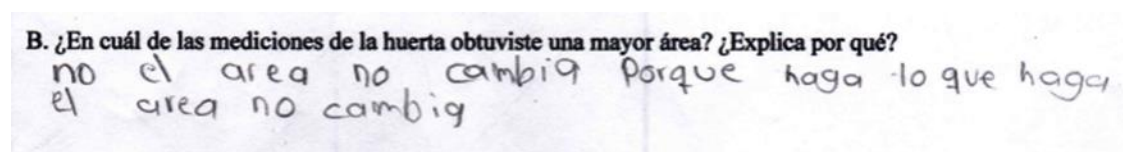


Figura 59. Justificación diferencias en la medida del área de la huerta, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 2, B

El ítem 3 busca que los estudiantes evalúen dos diseños de la huerta: uno original y un nuevo diseño propuesto de manera hipotética por un grupo de estudiantes, intentado justificar o refutar la afirmación sobre cómo “el primer diseño es más conveniente, porque tiene una mayor área”. *E3* construye una malla cuadrangular sobre el diseño original de la huerta, con el apoyo de una regla graduada con unidades lineales no convencionales, similar a las elaboradas por *E1* y *E2*, como se muestra en la figura.

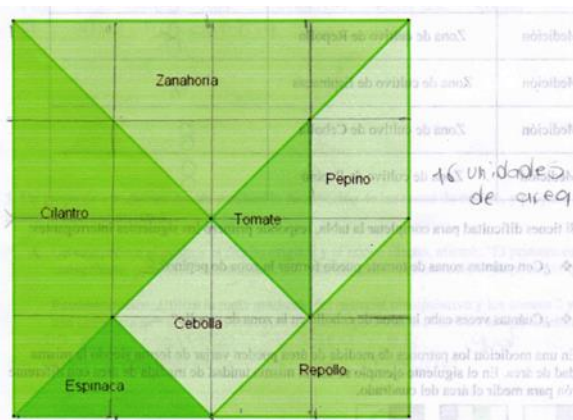


Figura 60. Construcción unidad para medir el área de la superficie de la huerta en su diseño original, fragmento de hoja de trabajo *E3* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.

De forma similar, *E3* completa la cuadrícula para cuantificar el área de la superficie del nuevo diseño. *E3* logra superar la dificultad que representa esta última medición, en el sentido de la forma de distribución de la cuadrícula (en términos de la horizontalidad y verticalidad respecto a la frontera de la huerta), dando lugar a fracciones de unidad de área, que es necesario agrupar para el conteo, como se muestra en la siguiente ilustración.

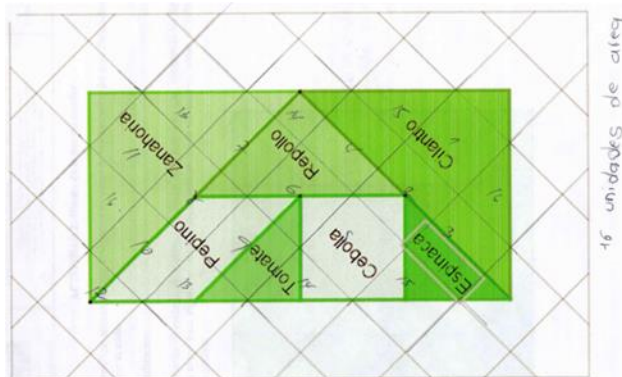


Figura 61. Conteo unidades enteras y fraccionarias para establecer el área del nuevo diseño de la huerta, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 3.

(Diálogo de interacción entre *E3* y la docente frente al ítem 3).

D1: La idea es que usted haga la cuadrícula y me cuente las unidades, hay que terminar la cuadrícula con la reglita.

E3: ¿Ustedes porque hicieron eso así tan raro? sabiendo que lo podían hacer derecho.

E3: ¿Cierto profe que eso queda igual? háganlo como lo hagan queda igual.

D1: Si, pueden tener diferente configuración, pero da igual.

D1: Listo, vamos a contar, cuántas unidades cuadradas, unidades de área, no nos fijamos en las unidades de cilantro sino en estas unidades. (señala la unidad cuadrada de la cuadrícula).

E3: ¿Cuántos cuadros hay?

D1: si, cuadrados.

D1: Vamos a contarlas, contémoslas.

E3: Uno, dos, ..., once.

D1: Once.

E3: Y estos cuatro forman uno, doce, trece, estos dos forman trece.

D1: ¿Trece?

E1: Catorce.

D1: ¿Cuál?

E3: Estos forman catorce.

E3: 15 y 16.

D1: Muy bien.

En el anterior fragmento de diálogo se evidencia que *E3* realiza conteo de unidades acompañado por la docente.

E3 concluye que la afirmación no es correcta (el primer diseño es más conveniente, porque tiene una mayor área), expresando que “su área es igual lo que cambia es la figura”.

En el ítem 4 donde se espera que los estudiantes valoren la afirmación que plantea: “al utilizar diferentes unidades para medir una misma área, se obtiene diferentes medidas, por ende, se observa una mayor y una menor área”. *E3* responde de manera negativa; es decir reconoce la conservación del área y justifica su respuesta recurriendo aspectos cualitativos referidos a la forma y no tanto a elementos cuantitativos, como se muestra a continuación.

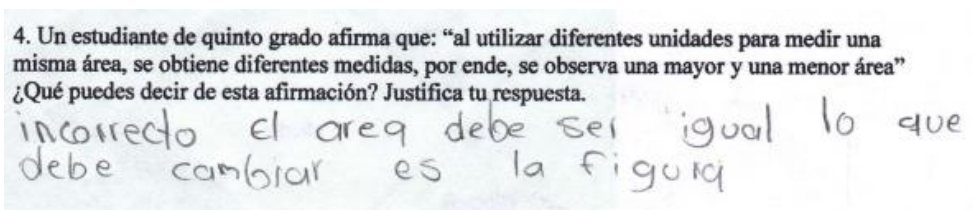


Figura 62. Justificación conservación del área con base a aspectos cualitativos, fragmento hoja de trabajo *E3* actividad 2, fase intervención guiada, ítem 4.

Fase de proyecto final de síntesis

A continuación, se presenta una síntesis de la rúbrica del estado de la comprensión, evaluada en la fase de proyecto final de síntesis de *E3*, de igual manera una interpretación de algunas evidencias que complementan la visión sobre los desempeños movilizados por el estudiante.

Tabla 17. Síntesis de la rúbrica de evaluación E3 fase de proyecto final de síntesis.

FASE PROYECTO FINAL DE SÍNTESIS E3								
MAESTRÍA	9	9	9	9	4	4	6	6
	8	8	8	8			5	5
APRENDIZ	7	7	7	7	3	3	4	4
	6	6	6	6			3	3
	5	5	5	5				
NOVATO	4	4	4	4	2	2	2	2
	3	3	3	3				
INGENUO	2	2	2	2	1	1	1	1
	1	1	1	1				
NIVEL	ADF	ADN	PG	PN	SUS/F	SUS/N	CL	CT
	DC		DM		DP		DFC	
	DIMENSIONES							

La tabla presenta una síntesis de la evaluación sobre los niveles de comprensión sobre el concepto de área disociado de la forma y el número que la mide, desempeños alcanzados por el estudiante 3, durante la fase de proyecto final de síntesis.

Como se logra observar durante la fase de proyecto final de síntesis, el participante *E3* se ubica en nivel maestría en cada una de las dimensiones de acuerdo con los 14 criterios valorados. Se destaca que en la dimensión de contenido *E3* propone elementos estéticos en las transformaciones de la forma y la unidad para articular el concepto de conservación de área, evalúa la convencia de las transformaciones que produce en la forma para resolver un problema de conservación del área, propone de forma conveniente la unidad de área que mejor se ajusta a las condiciones de una situación o problema.

En la dimensión de método prueba que una situación de la cotidianidad se puede modelar empleando el concepto conservación área en procesos geométricos y de medida, involucra elementos estéticos en las transformaciones de figuras que derivan de la composición y descomposición de polígonos, aplica de manera creativa el uso de la unidad de área para que el resultado de la medición responda al criterio de sencillez.

En la dimensión de propósito *E3* asume una posición crítica para justificar la aplicación del concepto de conservación del área en la transformación de la forma de polígonos para resolver situaciones en contextos cualitativos y cuantitativos. En la dimensión de forma de comunicación usa de manera flexible y creativa las diferentes estrategias con que cuentan para comunicar su dominio sobre la conservación del área (exposición oral, explicaciones, ejemplos, diagramas de

configuración) en contextos geométricos y numéricos; adapta las formas de comunicación teniendo en cuenta las características particulares de su auditorio (pares y profesora).

Evidencia situacional fase de proyecto final de síntesis actividad 3

En el ítem 1A de la actividad 3 del proyecto final de síntesis, en el que se pide que describa su diseño *E3* manifiesta que su diseño es “Unas alas” como se muestra en la figura.

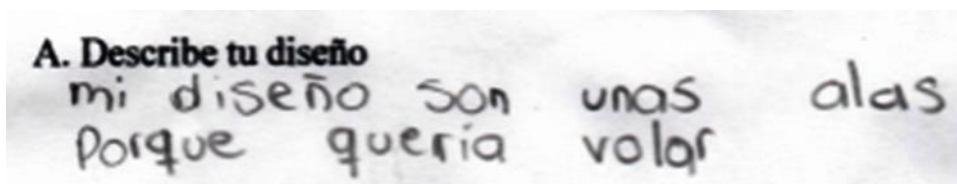


Figura 63. Descripción del diseño de estampado de E3 actividad 3, fragmento hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, A.

En la siguiente figura se observa la creación de *E3*, en cuanto al diseño del estampado para la camiseta.



Figura 64. Diseño de alas E3, fase de proyecto final de síntesis, actividad 3.

En la ruta de la socialización ítem 1 literal B se propone describir y representar el polígono que se emplea como unidad de área para el diseño del estampado, *E3* responde que se trata de un cuadrilátero de manera imprecisa, dado que la unidad corresponde a un pentágono irregular convexo.

E3 para descomponer el hexágono base, realiza un pliegue marcando la mediatriz en uno de los lados del hexágono, pasando por su centro geométrico hasta la mediatriz de lado paralelo del lado inicial. Luego realiza un corte por el pliegue obteniendo dos pentágonos irregulares congruentes, que utiliza como unidad de área para diseñar su figura.

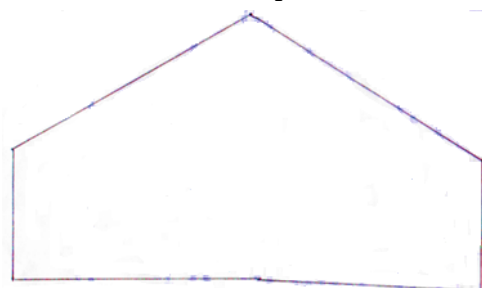


Figura 65. Representación unidad de área *E3* actividad 3, fragmento hoja de trabajo, fase de proyecto final de síntesis, ítem 1, B.

De igual manera en el ítem se pide que indique la medida del área de la superficie en el diseño, *E3* expresa dos (2) unidades como la medida de la superficie del diseño.

En el ítem 1 literal D actividad 3, que plantea la situación problema sobre costo del estampado del diseño creado por el estudiante, *E3* aborda los procesos registrados en la siguiente figura.

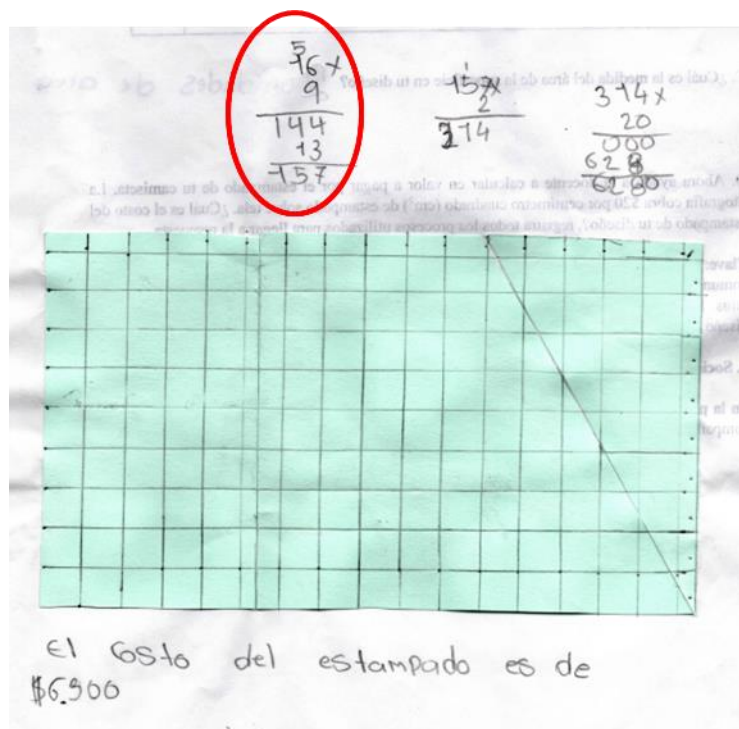


Figura 66. Solución del problema de costo del estampado de *E3* actividad 3, fase de proyecto final de síntesis.

En la figura 66 se observa que *E3* emplea una unidad convencional (centímetro cuadrado) para medir el área de la unidad no convencional (pentágono), *E3* transforma inicialmente la unidad mediante un corte en el eje de simetría y la rotación de una de las piezas para formar un trapecio. Luego realiza un corte perpendicular entre la base mayor del trapecio y el ángulo obtuso del lado paralelo obteniendo un triángulo rectángulo. Posteriormente organiza las tres piezas para formar un rectángulo como estrategia para facilitar la medida del área de la unidad. *E3* evidencia en su estrategia la integración eficiente de procedimientos de naturaleza geométrica y numérica al romper y re hacer la unidad para obtener un polígono con forma diferente al de su unidad base, que le permite aprovechar regularidades en la representación de la cuadrícula de centímetro cuadrado para obtener menor cantidad de fracciones de unidad.

En la figura 66 de la hoja de trabajo, se observa el producto de dos factores resaltado con un círculo rojo. Estos factores representan la cantidad de unidades enteras distribuidas en filas y columnas en la cuadrícula. Al producto obtenido le adiciona la cantidad de unidades enteras que resultantes de la agrupación de fracciones de unidad (trece). Luego duplica este resultado en virtud de la cantidad de unidades no convencionales de su diseño; es decir 314 sin hacer alusión a la unidad. Finalmente multiplica 314 por el costo de estampar un centímetro cuadrado (\$20), obteniendo 6.300 pesos, como se muestra en el círculo rojo.

Durante la socialización del proyecto final de síntesis, *E3* expresa frente a sus pares y docentes la comprensión del concepto de área disociada de la forma, como se puede constatar al enunciar: “El área es un concepto métrico y matemático que sirve para saber si dos figuras de diferente forma tienen la misma área, la misma medida” reflejando una conexión del tipo de fenómenos abordados durante la fase de intervención guiada; es decir de comparación del área de figuras planas.

(El estudiante E3 expresa verbalmente durante la socialización del proyecto final de síntesis sus experiencias y conclusiones).

El área es este tablero (señalando la superficie del tablero), lo de adentro es el área y lo que lo rodea, el marco es el perímetro.

*El área es un concepto mérito y matemático que **sirve para saber si dos figuras de diferente forma tienen la misma área, la misma medida.***

*Y un ejemplo de esto, es también camiseta. Valioó, todos los compañeros utilizamos esto de área (señalando el hexágono) para hacer la camiseta, el estampado, un hexágono regular. Y del hexágono regular sacamos diferentes figuras, como por ejemplo estas alas (mientras señala el estampado), eehh intentamos saber cuánto costó la camiseta, el estampado, **medimos el área, la principal área, una mitad de estas, del ala en centímetros cuadrados** (se refiere a la unidad no convencional), para saber ¿cuánto costó? La mía costó \$6.300, **lo que en total todas tendrían que costar \$6.300 porque todas eran la misma figura, la misma área** (señalando el hexágono regular).*

En el fragmento anterior también se observa que E3 relaciona el concepto de área con una situación de su cotidianidad que se adapta a las características comunicativas de sus interlocutores, a su contexto de significación “El área es este tablero, lo de adentro es el área y lo que lo rodea, el marco es el perímetro”; llegando a diferenciar inclusive el área del concepto de perímetro. También se destaca que E3 integra en su discurso elementos del área disociada del número, al hacer referencia a la unidad no convencional y convencional, utilizadas en la búsqueda del costo del estampado: “medimos el área, la principal área, una mitad de estas, del ala en centímetros cuadrados”. Esta idea se complementa con el siguiente fragmento de la intervención de E3.

En su discurso E3, cuando afirma “lo que en total todas tendrían que costar \$6.300 porque todas eran la misma figura, la misma área” elabora una conclusión que vincula el desempeño de sus compañeros, pues establece un criterio de coevaluación, al considerar que todos los estampados deben costar lo mismo.

(El estudiante E3 expresa verbalmente durante la socialización del proyecto final de síntesis sus experiencias y conclusiones).

Yo hice este logo tipo con dos unidades de área, cuadriláteros, dos cuadriláteros, hicimos varias operaciones para saber cuánto costaba, cuánto costó la impresión de la camiseta, el estampado.

Tuvimos que dividir la figura de la camiseta o el área de la camiseta en un centímetro cuadrado y cada centímetro cuadrado cuesta veinte pesos estampado.

4.3 Análisis Comparativo de los Niveles de Comprensión.

A continuación, se presenta un análisis comparativo de los niveles de comprensión alcanzados por el estudiante *E1*, *E2* y *E3* descritos anteriormente en la evaluación continua, y que involucra las diferentes fases, dimensiones y categorías de análisis. Se inicia presentando un gráfico que agrupa estos elementos y luego se presenta una interpretación general y particular de los procesos desarrollados por el participante durante la investigación.

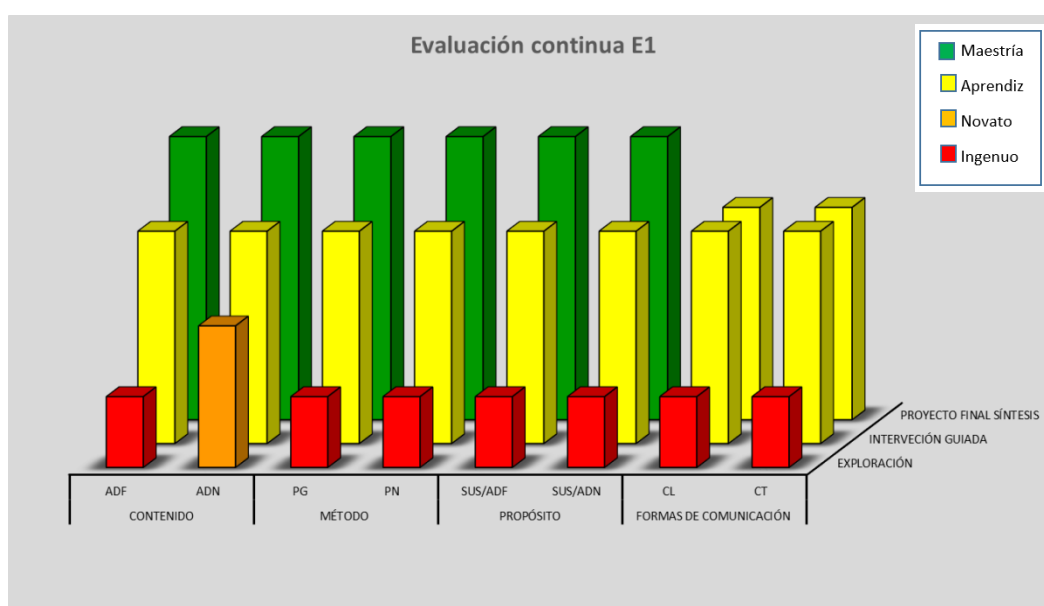


Figura 67. Gráfica de la evaluación continua comparativa de E1.

En la gráfica anterior se observa que el estudiante *E1* en la fase inicial de exploración muestra regularmente un nivel ingenuo y tras el desarrollo de las actividades en la fase de intervención guiada se ubica en el nivel de aprendiz, sin mostrar evidencia de su tránsito por el nivel de novato, salvo en la categoría de análisis del área disociada del número en la dimensión de contenido. En la fase de proyecto final de síntesis el estudiante alcanza el nivel de maestría en tres de las cuatro dimensiones dado que permanece en el nivel de aprendiz en la dimensión de formas de comunicación.

Siguiendo con el tratamiento de los resultados de la evaluación continua, a continuación, se presenta la gráfica de comparación del estudiante *E2*

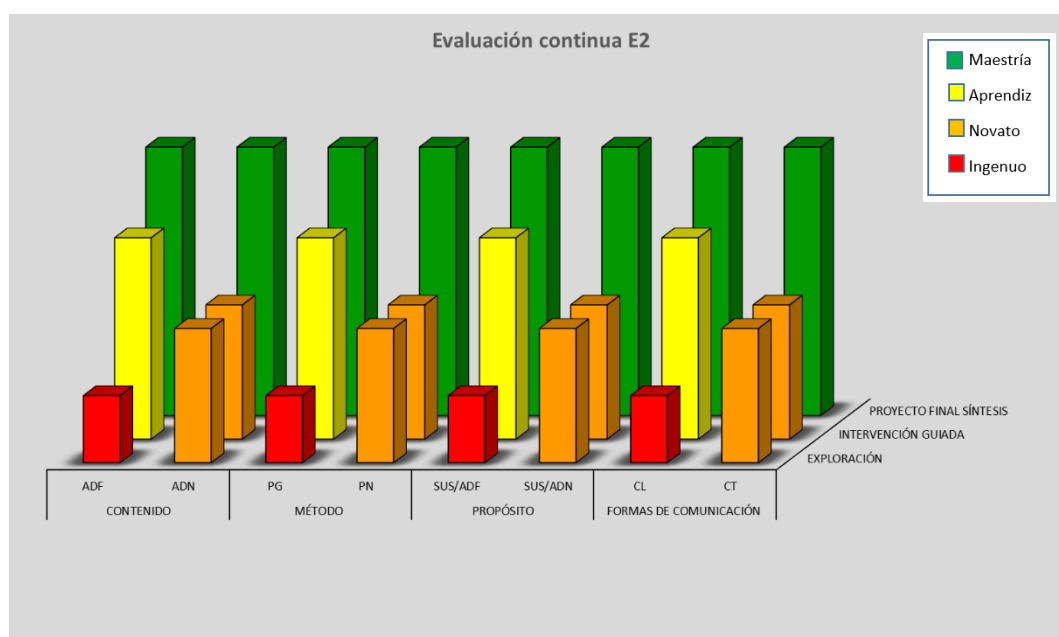


Figura 68. Gráfica de la evaluación continua comparativa de E2.

En la gráfica anterior se observa que el estudiante E2 en la fase inicial de exploración se ubica en el nivel ingenuo en las categorías de análisis referidas al área disociada de la forma en las diferentes dimensiones y novato en las categorías de análisis relacionadas con el área disociada del número, conservando este nivel inclusive en la fase de intervención guiada; aunque muestra mejoramiento en las categorías asociadas ADF posicionándose en el nivel de aprendiz. En la última fase de proyecto final de síntesis E2 alcanza un nivel de comprensión de maestría en cada una de las dimensiones. En general se observa una evolución favorable de los niveles de comprensión alcanzados por E2 como resultado de las actividades de la unidad curricular de acuerdo con los desempeños valorados.

Ahora se presenta la comparación de los resultados del estudiante *E3*.

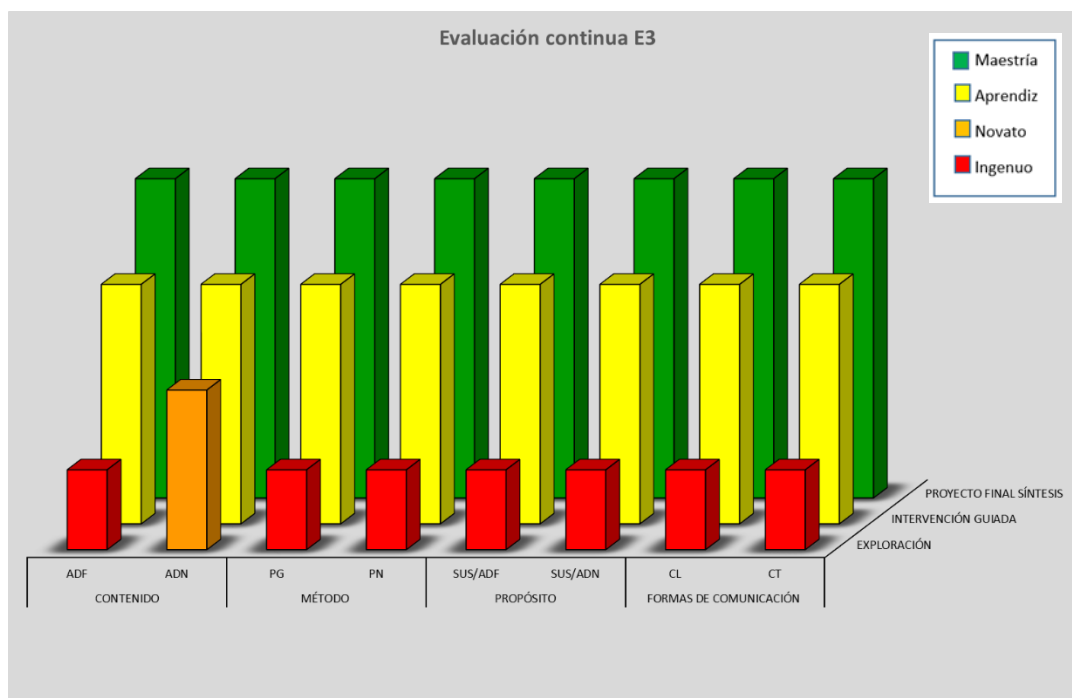


Figura 69. Gráfica de la evaluación continua comparativa de E3.

En la gráfica se observa un comportamiento casi homogéneo en los niveles de comprensión alcanzados en las fases y dimensiones valoradas; pues como se evidencia *E3* se ubica generalmente en el nivel ingenuo en la fase de exploración, en el nivel aprendiz en la fase de intervención guiada y de maestría en la fase de proyecto final de síntesis. En general se observa una evolución favorable de los niveles de comprensión alcanzados por *E3* como resultado de las actividades de la unidad curricular de acuerdo con los desempeños valorados.

4.4 Análisis Incidencial de la EpC.

El marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión se ha materializado, a lo largo de esta investigación mediante el diseño e implementación de la unidad de planeación curricular que integra sus elementos. A continuación, se presenta un análisis sobre la incidencia de dicha implementación fundamentada en la EpC en el aprendizaje comprensivo del concepto de área, en los estudiantes de sexto grado, haciendo énfasis en las fortalezas y debilidades observadas en el desarrollo de la presente investigación.

Fortalezas.

- Los recursos diseñados desde la perspectiva de la EpC y llevados al aula son propulsores del aprendizaje comprensivo, pues permiten atender en este caso errores y dificultades en los estudiantes, asociados al concepto de conservación del área frente a la forma de la superficie y el número que la mide.
- Tras la implementación de la unidad curricular se logra evidenciar el mejoramiento gradual de los niveles de comprensión de los estudiantes en la conceptualización del área, específicamente en la disociación del área de la forma y el número que la mide.
- Además de movilizar el concepto de conservación del área, la puesta en escena de los fundamentos de la EpC en el aprendizaje comprensivo del área; permite estimular el desarrollo de pensamiento al requerir de acciones de pensamiento para atender las actividades propuesta, además involucra en la acción el uso de otros conceptos matemáticos.
- El estudiante en su rol transita por escenarios en los que requiere un mayor apoyo, hacia el despliegue de su autonomía, en virtud de la motivación e interés sobre el trabajo que desarrolla.
- El aprendizaje se centra en la comprensión permitiendo el uso flexible y creativo del conocimiento.
- La planeación docente resulta enriquecida en tanto se apoya en los elementos del marco teórico de la EpC, para reflexionar sobre su práctica.
- La enseñanza privilegia contextos de significación cercanos a la cotidianidad del estudiante.

- Exige que el docente amplíe su dominio frente al conocimiento didáctico de contenido dada la necesidad de reconocer contextos y desempeños de mayor valor cognitivo y social.
- Se produce un cambio de paradigma en la evaluación hacia un enfoque de valoración en la que se reconoce los saberes previos y la evolución o progreso en niveles complejidad creciente.
- En su rol, el docente combina prácticas de exploración, de guía u orientación y de observador y espectador.
- La concepción de currículo cambia en tanto aprovecha la potencia de los tópicos para articular múltiples contenidos, definiendo la distribución del tiempo y los recursos que intervienen en la práctica.
- El ambiente de aula se caracteriza por generar espacios de cooperación, trabajo en equipo, solidaridad, de confianza e interés en las acciones que realizan tanto el docente como los estudiantes.

Debilidades

- El docente en el interés por identificar contextos de aplicación del contenido en la cotidianidad, puede desatender la vinculación o tratamiento de situaciones en el contexto que representa la misma disciplina (las matemáticas) u otras ciencias.
- Está claro que el docente puede hacer evaluación continua en la totalidad de estudiantes de un salón de clase; sin embargo, para efectos de la descripción y análisis sistemático de los resultados de la valoración, es necesario limitar el número de participantes sujetos a un estudio de caso, cuando se asume en un contexto investigativo.

Amenazas.

En concordancia con Stone (1999) se considera como una amenaza la tendencia que busca centrar la evaluación en la aplicación de test estandarizados donde se exige a los estudiantes recordar fragmentos aislados de información.

Los docentes se encuentran rodeados de materiales curriculares, libros de texto, modelos de actividades, consignas de exámenes estandarizados, planeación diaria, y años de experiencia que refuerzan una enseñanza tradicional basada en la trasmisión de grandes cantidades de información (Stone, 1999).

Oportunidades

Brinda espacios de reflexión docente que puede ayudar a guiar el diseño del currículo, planificar actividades educativas de mayor pertinencia formativas y valorar el trabajo de los estudiantes.

Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones

Respecto a las conclusiones que surgen en la elaboración de este trabajo, dirigido a analizar la incidencia de la unidad curricular fundamentada de la Enseñanza para la Comprensión, en el aprendizaje comprensivo del concepto de área en los estudiantes de sexto grado de la I.E. Santa Bárbara sede General Santander, Sevilla se puede manifestar que:

- Según la evidencia recabada con el propósito de responder a la pregunta central de la presente investigación, se puede afirmar que la EpC incide en el mejoramiento de los niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes en el aprendizaje del concepto de área, en tanto se logra evidenciar durante el análisis comparativo de la evaluación continua progresos significativos, que permiten valorar el desempeño de los participantes del estudio de caso en un nivel ingenuo o novato en la primera fase, al nivel de maestría y aprendiz en la última fase. De hecho, únicamente un participante no alcanzó el nivel de maestría en la fase final, en la dimensión de formas de comunicación.
- Con base en el análisis del instrumento aplicado en la etapa diagnóstica y que coincide con el analizado en la fase de exploración de forma detallada en algunos ítems, es importante señalar que dada la complejidad del concepto de área, los resultados obtenidos permiten orientar las metas de comprensión, en tanto se reconocen las debilidades expresadas en los desempeños de los estudiantes como errores o dificultades, con el propósito de diseñar situaciones que potencien el nivel de comprensión en las diferentes dimensiones; sin embargo, al hacer referencia a los niveles de comprensión es posible señalar desde la experiencia de este trabajo, que a través de una prueba de lápiz y papel no es claro, cómo rastrear las evidencias del nivel de maestría, dada la complejidad que implica comunicar el dominio, procedimientos y propósito, especialmente en este último aspecto.
- A partir del análisis de los resultados de la etapa de intervención se pudo constatar que inicialmente los estudiantes no reconocen el área como magnitud, en tanto se evidencia que en la etapa diagnóstica y fase de exploratoria recurren únicamente a estrategias

perceptivas o de simple inspección visual para comparar el área de dos polígonos, que los lleva a considerar que el área cambia al cambiar la forma o el número que la mide, además de desvincular el concepto de conservación del área de su uso cotidiano. Sin embargo, tras la implementación de las actividades de la fase de intervención guiada, los estudiantes logran emplear gradualmente otras estrategias de comparación. Por ejemplo, a través de la superposición, recubrimiento, iteración, composición y descomposición; permitiendo además establecer relaciones de orden y visualizar las posibles configuraciones con apoyo en material concreto o sin él. Simultáneamente realizar transformaciones que implican traslación, reflexión y rotación de las partes que subdividen un polígono. Finalmente, en el proyecto de síntesis los estudiantes pueden evaluar la conveniencia de las transformaciones que producen en la forma y en la selección de la unidad; involucrando elementos estéticos en la composición y descomposición de polígonos, como muestra de la creatividad desplegada en la solución de un problema de conservación del área de uso cotidiano.

- Los resultados obtenidos en la evaluación continua de los estudiantes participantes en las tres fases desarrolladas en este proyecto, evidencian una evolución heterogénea en los niveles de comprensión alcanzados respecto a las dimensiones valoradas; es decir, aunque todos presentaron avances en los desempeños, muestran diferencias en la evolución entre las fases y dimensiones; como en el caso de *E1* que no logra el nivel de maestría en la dimensión de formas de comunicación durante la fase de proyecto final de síntesis, pero mejora respecto a su estado inicial en la fase de exploración donde resulta valorada en el nivel ingenuo. En contraste con *E2* se ubica en ingenuo y novato en la fase de exploración y logra el nivel de maestría en todas las dimensiones en la fase final.
- En la fase de proyecto final de síntesis desarrollada por los estudiantes se constata la aplicación del conocimiento sobre el área como magnitud, que involucra el despliegue de habilidades, destrezas y creatividad para atender a las condiciones de la situación matemática con sentido estético.
- La construcción de unidades curriculares en el marco de la EpC para el desarrollo de la comprensión del concepto del área debe involucrar las diferentes perspectivas de

aproximación al concepto y por lo tanto el diseño de situaciones y protocolos (rúbricas) de evaluación de las dimensiones capaces de reconocer el estado de la comprensión desde esas múltiples miradas o manifestaciones, tanto para la investigación como para la práctica de aula.

- Los análisis de las evidencias permiten concluir que los estudiantes conciben el área referida a objetos, por lo tanto, la construcción del concepto en este ciclo de formación debe ser mediada por el uso de material manipulativo que permite aprovechar las potencialidades de integrar la percepción visual y táctil con procesos de reflexivos que superan la mera intuición; se trata de combinar las preguntas pertinentes con los materiales y contextos adecuados para movilizar desempeños de mayor complejidad.
- Los elementos de la EpC invitan a reflexionar sobre el rol del docente en relación con la planificación, diseño y evaluación de actividades, pues interpela en la búsqueda de respuesta a los interrogantes sobre ¿Qué queremos que los estudiantes aprendan?, que invita a pensar en la pertinencia del currículo; ¿Cómo podemos involucrar a los estudiantes, su motivación e intereses? y ¿Cómo constatar el desarrollo de la comprensión?, que implica generar estrategias de autoevaluación y coevaluación.
- Este proceso de investigación formativa cambia las expectativas frente a la práctica de las autoras, pues reevalúa las prioridades hacia la búsqueda de la comprensión tanto del estudiante como del docente, para quien la planeación deja de ser una secuencia de contenidos dispuesto en un libro de texto para ser transmitidos y se torna en un acto reflexivo sobre cómo guiar la experiencia formativa de los estudiantes para que tenga conexión con su cotidianidad y por lo tanto cobre sentido.

Referencias

- Ardila Niño, M. (2014). *La enseñanza para la comprensión (EpC): En el aprendizaje significativo en matemáticas en estudiantes del ciclo tres de colegios distritales de Bogotá*. (Tesis maestría), Instituto latinoamericano de altos estudios (ILAE), Bogotá. Recuperado de http://www.ilae.edu.co/Ilae_Files/Libros/201407280836171660674335.pdf
- Blythe T. y Outerbridge D. (1998), Metas de comprensión. En T. Blythe (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión*, Guía para el Docentes. Buenos Aires: Paidós.
- Blythe, T. y Perkins, D. (1998). *Comprender la Comprensión*. En T. Blythe (Ed.), *Enseñanza para la comprensión*. Guía para el docente. Buenos Aires: Paidós.
- Boix, V. y Gardner, H. (1999). ¿Cuáles con las cualidades de la comprensión? En M. Stone (Ed.), *la Enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp.215-256) Buenos Aires: Paidós.
- Castillo Pérez, V. (2015). *secuencia didáctica para contribuir en la construcción del concepto de área como magnitud con estudiantes de educación primaria* (Tesis maestría). Pontificia universidad católica, Perú. Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/6751>
- Corberán Salvador, R. (1996). *Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por estudiantes desde primaria a la universidad* (Tesis doctoral) Universidad de Valencia, España. Recuperado de <https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/Corberan96.pdf>
- Corberán, S, R., Figueras, O. (1996). *El área, recursos didácticos para su enseñanza en primaria*. Unidad distrito federal, CINVESTAV, México. Recuperado de <http://www.kekiero.es/area/ElArea.pdf>
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid. Pearson Educación.
- Del Olmo, M., Moreno, M. y Gil, F. (1993). *Superficie y Volumen. ¿Algo más que el Trabajo con Fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Fandiño, M. y D'Amore, B. (2009). *Área y perímetro. Aspectos conceptuales didácticos*. Bogotá.

- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht. Netherlands: Reidel
- Godino, J. D. Batanero, C. y Roa, R. (2002). *Medidas de magnitud y su didáctica para maestros*. Granada. Edumat-maestros.
- González Molina J. (2014). *La comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café*. (Tesis maestría). Universidad de Antioquia, Medellín. Recuperado de http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6518/1/JuanGonzalez_2014_perimetroarea.pdf
- Hernández, R., Fernández, C. & Batista, P. (2014), *Metodología de la investigación*. 6 ed. México: McGraw-Hill.
- Marmolejo, G. A., González, M. T. (2015). *El área de superficies planas en el campo de la educación matemáticas. Estado de la cuestión*. Revista de investigación en educación ciencia.
- Ministerio de Educación Nacional. (s.f.). *Pequeños aprendices, grandes comprensiones para todas las escuelas primarias* de Colombia. Obtenido de <http://www.mineduacion.gov.co>.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Perkins, D. (1999). *¿Qué es la comprensión?* En M. Stone, *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. (pp.69-95). Buenos Aires: Paidós.
- Peroné, V. (1999). *¿Por qué necesitamos una pedagogía de la comprensión?* En M. Stone (Ed), *la enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp.35-68). Buenos Aires: Paidós.
- Rendón Mesa P. (2009). *Conceptualización de la razón de cambio en la enseñanza para la comprensión*. (Tesis), Universidad de Antioquia, Medellín. Recuperado de <http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/525/1/ConceptualizacionRazonCambio01.pdf>

- Rico, L., Lupiáñez, J., Marín, A., Gómez, P. (2007). Matemáticas Escolares y Análisis de Contenido con Profesores de Secundaria en Formación. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/466/1/RicoL07-2848.PDF>
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Stone, M. (1999). *¿Qué es la enseñanza para la comprensión?* En M. Stone, *la enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.

Anexos

Anexo 1. Cuestionario diagnóstico.

	Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Programa de Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales	 Resolución de Aprobación de Estudios 1102 de 03 de marzo de 2011 Nit. 821.001.50-2 DANE 276736000283. Sevilla, Valle del Cauca. <i>"Leyendo y escribiendo un mejor futuro vamos construyendo"</i>	2018
---	--	--	------

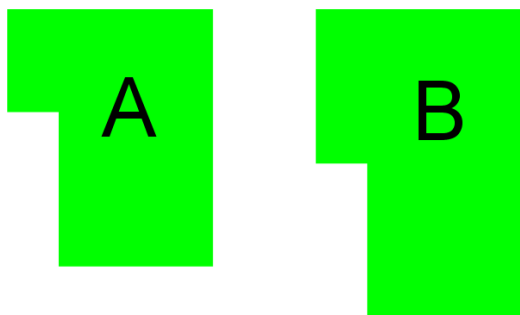
CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO A ESTUDIANTES GRADO 6º

Nombre del estudiante: _____ Fecha: _____

En el marco del proyecto de investigación de la comprensión del concepto de área en estudiantes de sexto grado, es necesario estimado estudiante, que conteste de forma individual y lo más honestamente posible los 11 ítems de este cuestionario, con preguntas abiertas y de selección múltiple única respuesta, y en caso de no poder solucionar alguno de los ítems escribe la razón de forma detallada.

Objetivo: Diagnosticar cuales son los conocimientos que tienen los estudiantes del grado 6º de la Institución Educativa Santa Bárbara, sobre superficie, área de figuras planas, perímetro, unidades de área y unidades de longitud.

1. Las figuras A y B representan lotes de terreno, que se pueden adecuar como potreros para pastoreo de ganado. Si tuvieras la posibilidad de escoger uno de ellos. ¿Cuál escogerías? ¿Por qué?



2. Al comparar los lotes A y B, podemos establecer que el lote B es más grande que el lote A. ¿Con que otras palabras podemos reemplazar la expresión más grande dentro de la anterior afirmación?

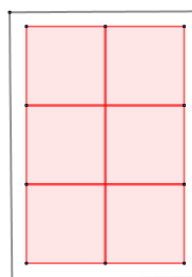
3. **El área** es un concepto matemático que se utilizan constantemente. ¿Has oído hablar de este concepto? ¿en dónde?

4. Expresa en palabras, lo que entiendes por área.

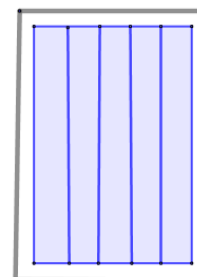
Preguntas de selección múltiple con única respuesta, marca con una X la respuesta que consideres correcta, al final de los ítems indicados justifica tu respuesta.

5. Carla y Mary muestran el trabajo de recubrimiento de una hoja, con recortes de papel silueta realizado en clase, al comparar los trabajos es correcto afirmar que:

- A) Carla cubrió con los recortes una mayor superficie de hoja que Mary
- B) Mary cubrió con recortes una mayor superficie de hoja que Carla
- C) Los recortes rojos y azules de papel silueta utilizados para recubrir las hojas son de igual área
- D) El área de hoja recubierta por los recortes de papel silueta por ambas estudiantes es igual.



Trabajo de Carla



Trabajo de Mary

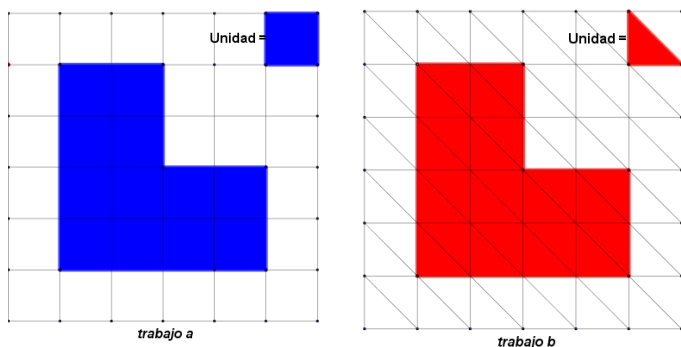
6. Milagros quiere comprar una piscina portátil de forma rectangular para el patio de su casa, para determinar si la piscina encaja en la zona del patio destinada para ella, es necesario que antes de comprar la piscina deba conocer:

- A) La medida del contorno de la piscina
- B) La medida del ancho y largo de la piscina
- C) La medida de la superficie que ocupa la piscina
- D) El precio de la piscina



Contesta las preguntas 7 y 8 a partir del siguiente enunciado

La tarea de geometría consiste en elaborar un rompecabezas a partir de un polígono que entrega la profesora, las indicaciones para realizar la tarea son: seleccionar una figura geométrica para la forma de la ficha, recortar y contar las fichas, teniendo en cuenta que cada una de ellas representa una unidad de área, dos de los estudiantes presentan su trabajo.



7. De la medida de área en el trabajo **a** y el trabajo **b** se puede afirmar que:
- A) El polígono azul tiene 24 unidades de área y el polígono rojo 12 unidades de área.
 - B) Al usar diferente unidad de medida, el área de ambos trabajos no es equivalente.
 - C) El polígono rojo tiene el doble del área que el polígono azul.
 - D) El trabajo **a** tiene 12 cuadrados de área que son equivalentes a 24 triángulos de área del trabajo **b**.

Justifica:

8. Si cada ficha  del trabajo **a** representa 4cm^2 , la medida del área del rompecabezas azul es:

- A) 48 cm^2
- B) 12 cm^2
- C) 24 cm^2
- D) 192 cm^2

9. Se proponen dos diseños en la construcción de una zona verde exclusivamente para árboles frutales en un parque, si una de las políticas del parque es disponer de espacios amplios, es conveniente escoger:

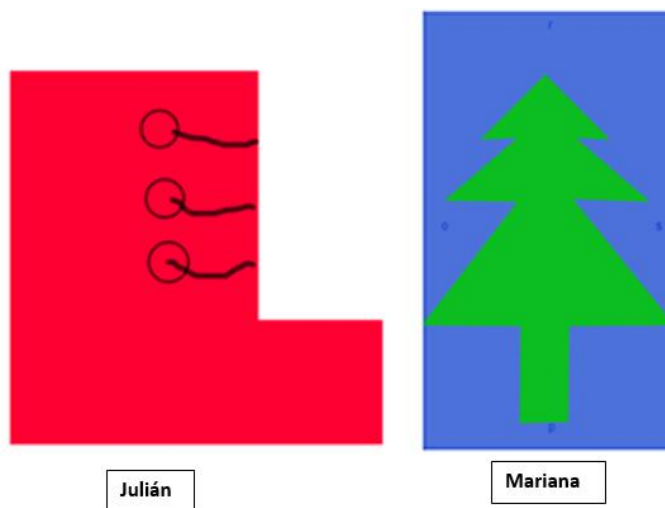


- A) Cualquiera de los dos diseños, pues se dispone de la misma área en ambas zonas.
- B) El diseño de la *zona verde 2*, porque su superficie es mayor a la superficie de la *zona verde 1*.
- C) El diseño de la *zona verde 1*, porque su área es menor al área de la *zona verde 2*.
- D) El diseño de la *zona verde 1*, porque su área es mayor al área de la *zona verde 2*.

Justifica:

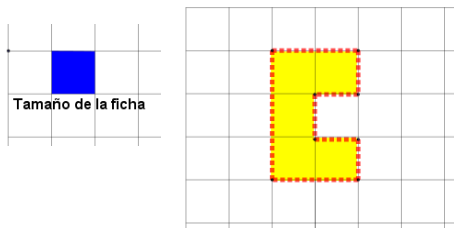
10. En la clase de artística se propuso a los estudiantes realizar tarjetas de navidad utilizando la misma cantidad de papel para el cuerpo de la tarjeta, en la decoración podían utilizar vinilos. Se muestra las tarjetas elaboradas por Julián y Mariana. ¿Cuál de los procedimientos sugeridos por ellos es adecuado para comparar las superficies de las tarjetas?

- A) Julián dice que basta con observar las tarjetas para determinar que él gastó más papel en el cuerpo de la tarjeta que Mariana
- B) Marina dice que hay que colocar una tarjeta encima de la otra y como no tienen la misma forma no se puede saber quién gastó más papel en la tarjeta.
- C) Julián sugiere que se pueden sacar moldes de las tarjetas para recortar y recolocar una superficie y así comparar la cantidad de papel de las tarjetas.
- D) Mariana dice que a partir de su percepción puede determinar que ella gastó más papel en el cuerpo de la tarjeta que Julián.

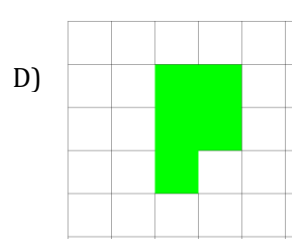
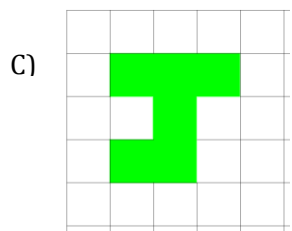
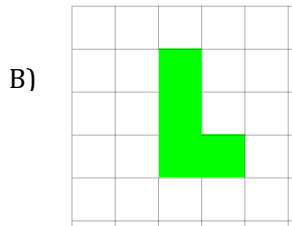
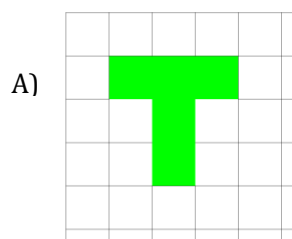


Justifica:

11. Laura recorta fichas cuadradas de color amarillo y verde en igual cantidad. Usando todas las fichas amarillas arma la letra C, las pega sobre un cartón y decora su borde con cinta roja.



Si dispone de un poco menos cantidad de cinta para decorar la letra verde, la cual debe ser armada con todas las fichas verdes. ¿Cuál es la letra que puede decorar Laura?



Justifica:

Anexo 2. Actividad 1 “El área objeto de discusión de una herencia”

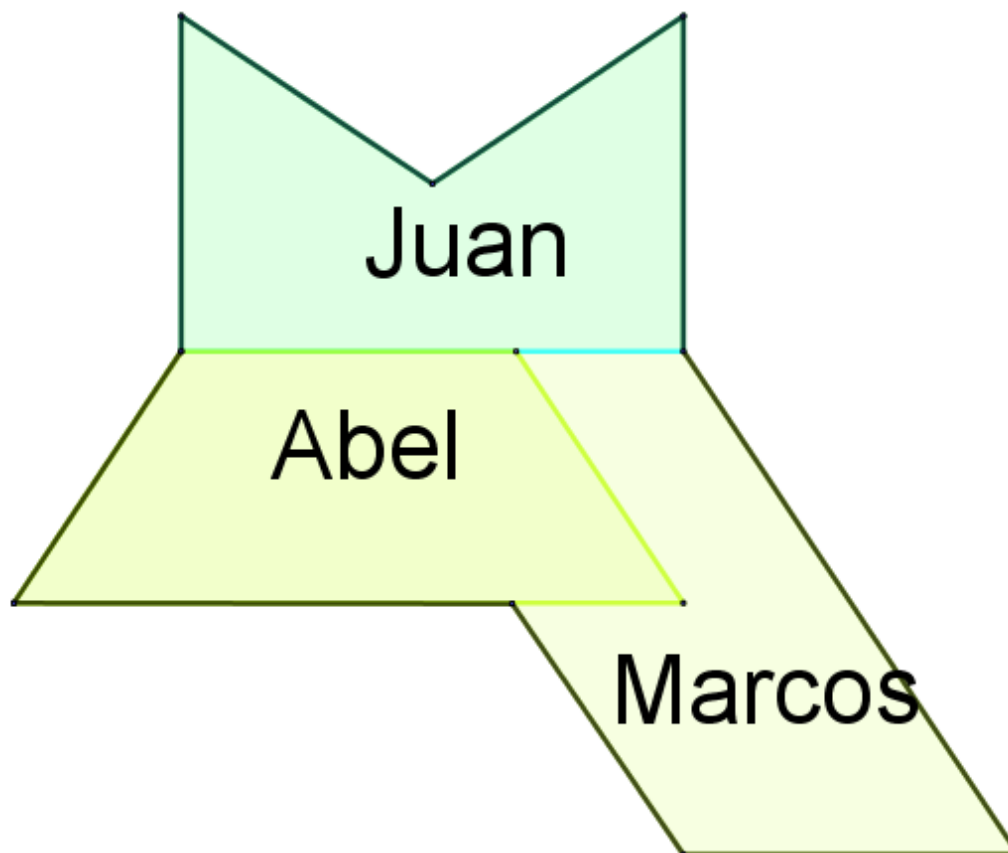
 Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía	Programa de Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales	 Institución Educativa Santa Bárbara Resolución de Aprobación de Estudios 1102 de 03 de marzo de 2011 Nit. 821.001.50-2 DANE 276736000283. Sevilla, Valle del Cauca. <i>“Leyendo y escribiendo un mejor futuro vamos construyendo”</i>	2018
--	---	---	-------------

ACTIVIDAD 1: El área objeto de discusión en una herencia

Meta: Reconocer la conservación del área frente a la forma de la superficie a través de la comparación y construcción de diferentes configuraciones con polígonos.

Contextualización:

Tres hermanos discuten por el tamaño de la parcela (parte de un terreno) que reciben como herencia. La siguiente figura representa la parcelación del terreno y su distribución entre los hermanos.



1. Observa la distribución y responde: ¿Crees que es justa la manera en que se repartió el área del terreno? Justifica tu respuesta.



2. Realiza las siguientes actividades para comparar el área de las parcelas.

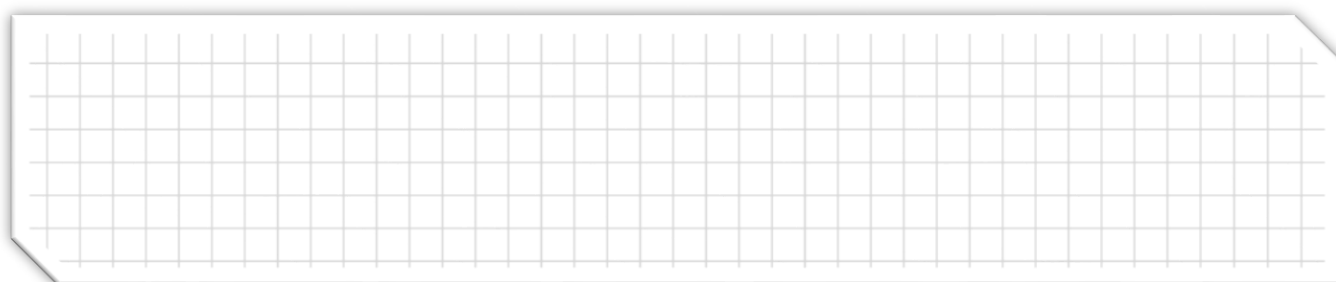
a. Recorta el polígono **A**, que está al final de guía.

b. Realiza un corte en el polígono de tal forma que obtengas dos piezas congruentes (idénticas).
Recomendación: realiza pliegues antes de cortar.

c. Con una de las piezas intenta obtener tres figuras congruentes.

e. Con las todas las piezas obtenidas recubre cada una de las parcelas, para comparar sus áreas.

3. A partir de la comparación de las áreas realizada con el recubrimiento, revisa tu respuesta a la pregunta inicial, ¿Ahora piensas igual?, ¿Por qué?



4. Ensaya otra estrategia para comparar el área de las parcelas y verificar que son equivalentes a partir del material manipulativo que las representa el material de apoyo.

Recomendación: trata de construir figuras con la misma forma con el área cada parcela.

5. Pega las configuraciones del área de las parcelas obtenidas en el punto anterior.

6. ¿Cómo le explicarías a un compañero que no asistió, lo que aprendiste hoy en esta clase?

Anexo 3. Actividad 2 “Diseño de la huerta escolar”

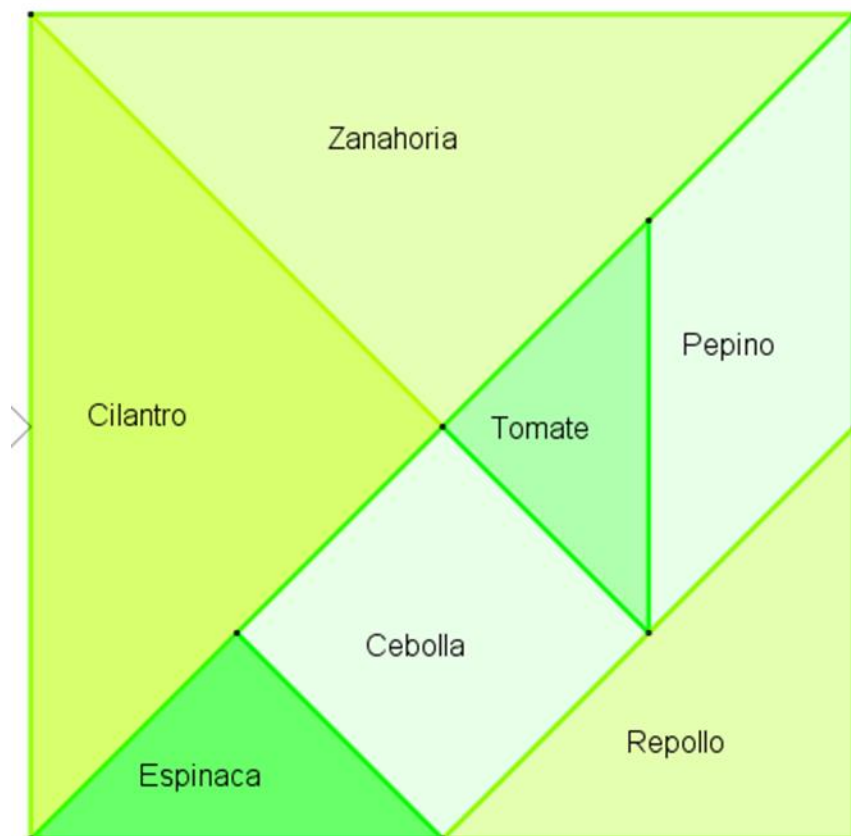
 Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía	Programa de Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales	 Institución Educativa Santa Bárbara Resolución de Aprobación de Estudios 1102 de 03 de marzo de 2011 Nit. 821.001.50-2 DANE 276736000283. Sevilla, Valle del Cauca. “Leyendo y escribiendo un mejor futuro vamos construyendo”	2018
--	---	---	-------------

ACTIVIDAD 2: Diseño de la huerta escolar

Meta: Identificar situaciones que involucran procesos de conservación del área disociada del número que la mide.

Contextualización:

Los estudiantes de sexto grado elaboran un diseño de la huerta escolar, integrando las figuras del Tangram chino para repartir el terreno en diferentes zonas de cultivo, como se indica en la siguiente gráfica:



1. Intenta comparar cada una de las zonas de cultivo con el área total de la huerta. Piensa por ejemplo en el interrogante ¿Cuántas veces cabe la zona cultivada en zanahoria en el área total de la huerta?

A. Completa la siguiente tabla para realizar las mediciones del área total de la huerta.

Recomendación: utiliza el material manipulativo y el cuadrado base del tangram anexo.

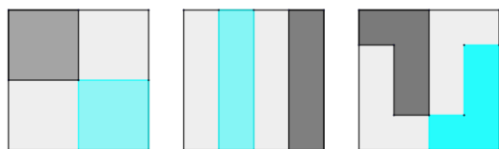
	Unidad de área	Medida del área total de la huerta
1ª Medición	Zona de cultivo de Zanahoria	
2ª Medición	Zona de cultivo de Repollo	
3ª Medición	Zona de cultivo de Espinacas	
4ª Medición	Zona de cultivo de Cebolla	
5ª Medición	Zona de cultivo de Pepino	

B. Si tienes dificultad para completar la tabla, responde primero los siguientes interrogantes:

❖ ¿Con cuántas zonas de tomate puedo formar la zona de pepino?

❖ ¿Cuántas veces cabe la zona de cebolla en la zona de repollo?

C. En una medición los patrones de medida de área pueden variar de forma siendo la misma unidad de área. En el siguiente ejemplo se usa la misma unidad de medida de área con diferente patrón para medir el área del cuadrado.



❖ El cuadrado tiene en todos los casos ____ unidades de área.

❖ ¿Se presentó este caso en las mediciones del área de la huerta escolar? Justifica tu respuesta.

2. Observa la tabla anterior y responde:

A. ¿Por qué al realizar las mediciones del área total de la huerta se obtienen valores diferentes?

B. ¿En cuál de las mediciones de la huerta obtuviste una mayor área? ¿Explica por qué?

3. Un grupo de estudiantes decide cambiar la distribución de las zonas de cultivo, y propuso un nuevo diseño (representaciones anexas).

A. Un compañero al evaluar el diseño original y el nuevo diseño, afirmó: “El primero es más conveniente, pues tiene una mayor área”. ¿Su afirmación es correcta?, ¿Explica por qué?

Recomendación: Utiliza la regla graduada del material manipulativo y las representaciones anexas en una estrategia que te permita construir un patrón para medir el área en ambos diseños.

4. Un estudiante de quinto grado afirma que: “al utilizar diferentes unidades para medir una misma área, se obtiene diferentes medidas, por ende, se observa una mayor y una menor área” ¿Qué puedes decir de esta afirmación? Justifica tu respuesta.

Anexo 4. Actividad 3 “Diseño mi estampado”

 Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía	Programa de Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática y Ciencias Experimentales	 Institución Educativa Santa Bárbara Resolución de Aprobación de Estudios 1102 de 03 de marzo de 2011 Nit. 821.001.50-2 DANE 276736000283. Sevilla, Valle del Cauca. <i>“Leyendo y escribiendo un mejor futuro vamos construyendo”</i>	2018
--	---	--	-------------

ACTIVIDAD 3: Proyecto final de síntesis: Diseño mi estampado.

Meta: Explicar cómo se aplica el concepto de conservación del área y su medida a través de la construcción de un diseño de estampado para una camiseta y el cálculo del costo de impresión.

Contextualización:

Se debe crear el diseño de un estampado a partir de una figura base (hexágono regular, anexo) que puede ser modificado siguiendo las siguientes condiciones:

- Se debe conservar el área inicial del hexágono.
- Descomponer el hexágono, en polígonos para crear una unidad de área.
- Se puede incluir colores y textos como parte del diseño.

Ten en cuenta que toda creación artística expresa una temática, concepto o idea del autor, piensa en el sentido de tu diseño y trata de incluir elementos vistos en el desarrollo de las sesiones dedicadas a la comprensión del concepto de área, elementos valiosos para expresarlos en la sustentación.

1. Ruta de socialización

Teniendo en cuenta la creación de tu estampado, contesta los siguientes literales:

A. Describe tu diseño

B. ¿Qué polígono haz seleccionado como unidad de área para el diseño del estampado? Descríbelo y represéntalo en escala real.

C. ¿Cuál es la medida del área de la superficie en tu diseño?

D. Ahora ayuda a la docente a calcular el valor a pagar por el estampado de tu camiseta. La litografía cobra \$20 por centímetro cuadrado (cm^2) de estampado sobre tela. ¿Cuál es el costo del estampado de tu diseño?, registra todos los procesos utilizados para llegar a la respuesta.

Clave: Hasta el momento haz empleado unidades de área no convencionales, para facilitar la comunicación de la medida de áreas se utilizan unidades convencionales como el cm^2 , m^2 , entre otras. Intenta calcular el costo de la impresión de la unidad de área que haz empleado en tu diseño.

2. Socialización del diseño de estampado

En la próxima sesión de clase, presenta la sustentación del trabajo final de síntesis frente a sus compañeros y docentes, incluyendo los resultados de la ruta de socialización.

Anexo 5. Registros fotográficos del proyecto final de síntesis.

