

**MODELO DE MØRUP-TRONC MODIFICADO Y ECUACIÓN DE
LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT CON COEFICIENTES SIMÉTRICOS DE
LA FUNCIÓN DISIPATIVA**

MANUEL SALAZAR

**Trabajo presentado como requisito para optar por el título de Doctor en
Ciencias.**

DIRECTOR: DOCTOR GERMAN ANTONIO PEREZ

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS**

Santiago de Cali, Marzo 2016

TABLA DE CONTENIDO

PARTE 1: MODELO DE MØRUP-TRONC MODIFICADO.....	5
Resumen.....	5
Abstract.....	6
1.1 INTRODUCCIÓN.....	7
1.2 ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
1.3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	11
1.3.1 Ferromagnetismo. Ciclos de histéresis.....	11
1.3.2 Superparamagnetismo.....	14
1.3.3 Modelo de Mørup-Tronc.....	18
1.4 DESARROLLO DEL MODELO PROPUESTO PARA SISTEMAS GRANULARES.....	19
1.5 APLICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO AL CÁLCULO DE PROPIEDADES TERMODINÁMICAS DE SISTEMAS GRANULARES	22
1.5.1 Temperatura de bloqueo.....	22
1.5.2 Magnetización y susceptibilidad magnética (campo $\langle B_i \rangle$).....	26
1.5.3 Capacidad calorífica.....	31
1.5.4 Campo coercitivo.....	33
1.5.5 Cálculo de la magnetización (campo externo H).....	37

1.5.6	Susceptibilidad magnética inicial.....	38
1.5.7	Campo coercitivo como función de la temperatura de bloqueo....	39
1.6	CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.....	43
1.7	REFERENCIAS.....	44
PARTE 2: ECUACIÓN DE LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT CON COEFICIENTES SIMÉTRICOS DE LA FUNCION DISIPATIVA.....		47
Resumen.....		47
Abstract.....		48
2.1	INTRODUCCIÓN.....	49
2.2	ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	50
2.3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS. ECUACIÓN DE LANDAU- LIFSHITZ Y LA FUNCIÓN DE DISIPACIÓN.....	51
2.3.1	Momento magnético.....	51
2.3.2	Ecuación de Landau-Lifshitz.....	51
2.3.3	La función de disipación.....	53
2.4	ECUACIÓN DE LANDAU-LIFSHITZ- GILBERT CON COEFICIENTES SIMÉTRICOS DE LA FUNCIÓN DISIPATIVA.....	54
2.4.1	Función disipativa.....	53
2.4.2	Ecuaciones del campo para un campo magnético amortiguado...	56
2.4.3	Solución de la Ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert modificada..	61

2.4.4 Frecuencia de precesión.....	70
2.5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.....	72
2.6 REFERENCIAS.....	73
3.0 APÉNDICES.....	74
3.A Modelo de Dormann-Bessais-Fiorani.....	74
3.B Modelo de Mørup-Tronc.....	75
4.0 PARTICIPACIÓN EN CONGRESOS Y PASANTÍA.....	77
5.0 PUBLICACIONES.....	78
6.0 ANEXOS.....	79

PARTE 1:

MODELO DE MØRUP-TRONC MODIFICADO

Resumen

Los sistemas magnéticos nanoparticulados están compuestos de partículas magnéticas que pueden estar inmersas en una matriz sólida (sólidos granulares), o en una matriz líquida (fluidos magnéticos o ferrofluidos) o en un gel (ferrogeles). Las nanopartículas pueden ser usadas para obtener imanes duros o blandos, microsensores magnéticos, materiales magnéticos para almacenamiento, pigmentos para pinturas y cerámicas, para aplicaciones médicas o farmacéuticas, y muchas otras. Diferentes trabajos experimentales han mostrado que la interacción dipolar magnética juega un papel importante en muchos de los fenómenos magnéticos de sistemas nanoparticulados. Recientemente, este tipo de interacción fue detectada en polvos microparticulados de los sistemas Fe-Mn-Al, Fe-Si y Fe-Al. En este trabajo hemos modificado el modelo de Mørup-Tronc (1994) para sistemas nanoparticulados con el objetivo de obtener algunas propiedades termodinámicas de ellos. Con este modelo se calculó primero la energía de una partícula magnética, como la suma de su energía de anisotropía y de su energía total de interacción dipolar magnética con las otras partículas. Mediante una manipulación matemática, la energía de interacción propuesta por ellos fue modificada para escribirla en la misma forma que la energía de anisotropía. Luego, con esta energía total, fueron calculadas propiedades termodinámicas, tales como magnetización, campo coercitivo, capacidad calórica, susceptibilidad magnética y temperatura de bloqueo.

Abstract

Nanoparticulated magnetic systems are composed of magnetic particles that can be immersed in a solid matrix (granular solids), or in a liquid matrix (magnetic fluids or ferrofluids), or in a gel (ferrogels). Nanoparticles have been used to obtain hard or soft magnets, magnetic microsensors, magnetic materials for recording, pigments for paints and ceramics, medical and pharmaceutical applications, and many others. Different experimental works have shown that the magnetic dipolar interaction plays an important role in many magnetic phenomena of nanoparticulated systems. More recently, this type of interaction was detected in microparticles of Fe-Mn-Al, Fe-Si, and Fe-Al systems. In this work, we apply the Mørup-Tronc (1994) model for nanoparticulated systems in order to obtain some thermodynamic properties of these systems. With the modified Mørup-Tronc model it was first calculated the total energy of one magnetic particle as the sum of its anisotropy energy and its total dipolar magnetic interaction with the other particles. By some mathematical manipulation, the interaction energy proposed by them was modified in order to write it in the same way as the anisotropy energy. Then, with this total energy, thermodynamic properties like magnetization, coercive field, heat capacity, magnetic susceptibility and blocking temperature were calculated.

1.1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas magnéticos nanoparticulados [1] están compuestos por partículas magnéticas o aglomerados de ellas con al menos una dimensión con tamaños característicos del orden de los nanómetros. Se pueden encontrar sistemas con partículas nanométricas distribuidas en sólidos, en líquidos o en gels. Usualmente estos sólidos son llamados sólidos granulares, los líquidos son conocidos como fluidos magnéticos o ferro-fluidos y los gels como ferrogels.

Las nanopartículas pueden ser usadas para obtener imanes, materiales magnéticos blandos, microsensors magnéticos, materiales magnéticos para grabación [1,2], y muchas otras aplicaciones, como en el diagnóstico médico, catálisis, líquidos magnéticos para suministrar medicinas, pigmentos para pinturas y cerámicas, entre otros [1-3]. Partículas sólidas ultrafinas pueden ser preparadas por medio de diferentes métodos físicos y químicos, tales como la reducción química, rutas coloidales, deposición por vapor, electrodeposición y aleamiento mecánico [1-3]. Los sólidos granulares son sistemas con partículas nanométricas distribuidas en una matriz sólida, la matriz puede ser un aislante eléctrico o un conductor, cristalino o amorfo; y puede tener varias fases de diferentes materiales. Ejemplos de sistemas granulares son: nanopartículas de Ni, Co y Fe inmersas en SiO_2 [4-8]; nanopartículas de Co inmersas en una matriz de Cu [9]; nanopartículas de $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ o Fe_3O_4 diluidas en parafina [10-12]; nanopartículas de Fe encapsuladas en Ag [13]; nanopartículas de $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ inmersas en una solución polímero (PVP) [14]; nanopartículas de $\text{Nb}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ magnéticas inmersas en una matriz magnética blanda de Fe o Fe-B [15] y muchas otras como aquellas obtenidas después de un tratamiento térmico de películas amorfas [16,17]. Los polvos pueden ser considerados como sistemas granulares con concentración unidad en una matriz de aire. Los sistemas de nanopartículas y nanoestructurados muestran una gran variedad de propiedades físicas y dependen de su material, tamaño, forma y separación media (concentración en sistemas granulares). Ellos pueden comportarse como superparamagnéticos (SP) [18-20], superparamagnéticos interactuantes (SPI) [21], vidrios de espín (VE) o súper vidrios de espín (SVE) [22,23], o superferromagnéticos (SFM) [24,25]. Los sistemas granulares también muestran unos fenómenos recientemente reportados, en especial la magneto resistencia gigante (GMR) [26] y muchos otros, los cuales son de interés tecnológico [27-29].

Para el estudio de estos sistemas se tienen diferentes modelos para la dinámica de las nanopartículas magnéticas interactuantes [24]. En este estudio consideramos los dos modelos principales para describir esta dinámica: el modelo de Dormann-Bessais-Fiorani [30] y el modelo de Mørup-Tronc [18].

El modelo de Dormann-Bessais-Fiorani [30] considera como punto de partida la interacción dipolo-dipolo entre dos partículas magnéticas vecinas, i y j , con momentos magnéticos μ_i y μ_j . La dirección de fácil magnetización para la partícula i se encuentra a lo largo de la dirección z . Asumiendo que la partícula j relaja mucho mas rápido que la partícula i , la energía de la interacción dipolo-dipolo puede escribirse con la misma forma funcional que la energía de anisotropía uniaxial. Este modelo reproduce correctamente la variación de la temperatura de bloqueo como una función de la ventana temporal de observación del experimento. Sin embargo, este estudio simplifica considerablemente la situación física, ya que reemplaza un efecto genuino de muchos cuerpos por una descripción de una sola partícula.

El modelo de Mørup-Tronc [18] considera una partícula con momento magnético μ_i . Las partículas del entorno generan un campo dipolar B_i en la partícula considerada. Este campo tiene contribuciones de un número considerable de partículas, y su tamaño y dirección, por lo tanto, fluctuarán en el tiempo. Sin embargo, en una razonable aproximación, B_i no fluctúa en el tiempo durante la inversión de la magnetización. Los autores posteriormente asumen que todas las direcciones de B_i son igualmente probables y que las normas de $|B_i|$ tienen una distribución de Gauss. Este modelo solamente describe como calcular la relajación superparamagnética entre partículas débilmente interactuantes, lo que lleva a dificultades en la descripción de las propiedades termodinámicas en general.

Estos dos modelos tienen grandes dificultades al tratar de describir el comportamiento de la curva experimental del campo coercitivo y debe hacerse un número considerable de suposiciones para su descripción. Vemos que el desarrollo de teorías analíticas que describan correctamente la interacción dipolo-dipolo orientadas aleatoriamente en sistemas magnéticos granulares presenta grandes dificultades.

Para una descripción más detallada de estos sistemas se han considerado los efectos de superficie que llegan a ser importantes en sistemas microparticulados y nanoparticulados [11,31]. Con el decrecimiento del tamaño de las partículas, la relación entre el número de átomos de la superficie de la partícula y el número de átomos de su volumen se incrementa llevando a que los efectos de superficie sean considerables. Además, los efectos de superficie pueden ser considerados no solamente en sistemas de partículas nanométricas, sino también en sistemas de partículas grandes donde existe no solo la superficie de la muestra como también fronteras de grano, dependiendo también de la composición química de las partículas, su estado cristalino, entre otros parámetros intrínsecos.

Estos efectos de superficie resultan principalmente de la ruptura de la simetría de la red en la superficie de la partícula, lo cual lleva a una anisotropía de superficie [11]. El bajo número de coordinación de los átomos de la superficie afecta el comportamiento magnético de la partícula y puede propagarse hacia el interior de ella. Tal influencia puede manifestarse fuertemente o débilmente, dependiendo de la temperatura a la cual el experimento se lleva a cabo.

Podemos decir que un entendimiento total de las propiedades magnéticas de los sistemas granulares está muy lejos de ser completo, y los retos que aparecen para una descripción mucho mas detallada de estos sistemas hace este campo de estudio mucho más llamativo.

1.2 ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se ha mostrado [11], que en algunos sistemas nanoparticulados la interacción dipolar magnética juega un papel importante en la interpretación de sus propiedades magnéticas. Recientemente se mostró que este tipo de interacción también está presente en sistemas microparticulados, tales como las aleaciones de Fe-Si [32], Fe-Al [33], y Fe-Mn-Al [34,35]. En este trabajo se desea aplicar el modelo propuesto por Mørup-Tronc [18] modificado de acuerdo a la propuesta de Dormann et al. [30] en sistemas nanoparticulados y extenderlo para tratar de interpretar los

resultados experimentales de las propiedades magnéticas de sistemas granulares nanoparticulados [35-37] y microparticulados [32-34].

En el modelo de Mørup-Tronc [18] se estudia la influencia de las interacciones débiles entre nanopartículas en su tiempo de relajación, y se comparan los cálculos con los estudios experimentales obtenidos por espectroscopía Mössbauer en muestras de $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ con diferentes tamaños de partícula y diferentes separaciones entre ellas. Se encuentra que el tiempo de relajación decrece con la disminución de las interacciones entre partículas. La principal conclusión es que el modelo propuesto, para la influencia de las interacciones débiles en la relajación superparamagnética, puede explicar la dependencia observada de la temperatura de bloqueo con respecto a la intensidad de las interacciones. Esto lleva a una dificultad en la descripción de las propiedades termodinámicas del sistema. Asimismo, lleva a la dificultad de explicar las curvas del campo coercitivo con respecto a la temperatura.

En el presente trabajo consideramos las ventajas del modelo de Dormann-Bessais-Fiorani [30] (poder escribir la energía de interacción con la misma forma funcional que la energía de anisotropía, lo que nos lleva a una función de Langevin, pero que presenta el inconveniente de reducir un problema de muchos cuerpos al de una sola partícula) y las del modelo de Mørup-Tronc [18] (que considera una partícula i con momento magnético μ , con anisotropía magnética uniaxial expuesta a un campo dipolar B_i que lleva en consideración las contribuciones de todas las partículas del medio, pero que describe solamente la relajación superparamagnética de partículas débilmente interactuantes), para calcular no sólo tiempos de relajación, sino extenderlo para calcular propiedades termodinámicas de este tipo de sistemas, lo cual, en nuestro entender, no ha sido reportado hasta el momento en la literatura para sistemas granulares.

En nuestro modelo, obtenemos la misma relación entre la energía de interacción y la energía de anisotropía encontrada por Dormann-Bessais-Fiorani [30] pero ahora tenemos en cuenta las interacciones de todas las partículas sobre la partícula considerada y la dependencia observada entre la temperatura de bloqueo con respecto a la intensidad de las interacciones (modelo de Mørup-Tronc), y podemos calcular las propiedades termodinámicas por medio de la función de Langevin. Finalmente, para describir la curva del campo coercitivo con respecto a la temperatura

a partir de la expresión obtenida para la temperatura de bloqueo, se considera un modelo de la variación de la constante de anisotropía con respecto a una potencia inversa de la temperatura.

1.3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.3.1 Ferromagnetismo. Ciclos de histéresis

Los ferromagnetos son las sustancias que poseen magnetización espontánea en ausencia de un campo magnético exterior. Manifiestan tener ferromagnetismo solamente los cristales de 9 elementos químicos: tres metales $3d$ o de transición (Fe, Co, Ni) y seis metales $4f$ o tierras raras (Gd, Dy, Tb, Ho, Er, Tm). Sin embargo, existe un gran número de aleaciones y compuestos químicos ferromagnéticos, los cuales no necesariamente contienen los anteriores elementos, tales como los imanes tipo Heusler con base en Cu, Mn y Al, y las manganitas (óxidos de Mn) dopadas con La y Ca. En estos materiales el único elemento que posee espín es el Mn, y es el responsable del carácter ferromagnético del compuesto. El único indicio común a todos los ferromagnetos es la existencia en ellos de átomos con capas d o f incompletas y de la distancia que separa estas capas entre átomos vecinos que las contengan [38].

La característica principal de cualquier material magnético es su momento magnético por unidad de volumen. En las sustancias ferromagnéticas la dependencia del momento magnético por unidad de volumen respecto del campo aplicado H es una función no lineal y el ciclo completo de inversión del magnetismo describe un bucle de histéresis. En estas sustancias la susceptibilidad y la permeabilidad magnética dependen de H .

El fenómeno de la histéresis consiste en que la magnetización de la sustancia ferromagnética no solo depende de la intensidad del campo en el momento dado, sino también de la magnetización previa de la sustancia.

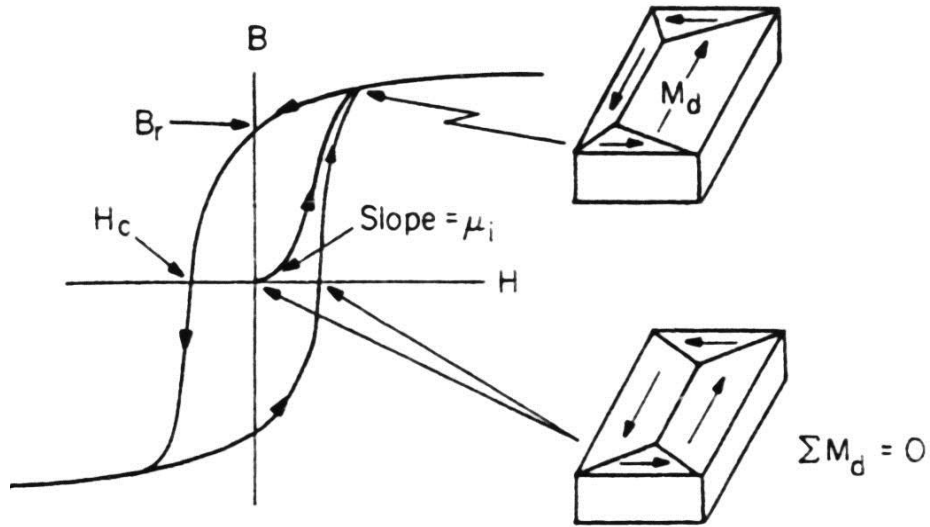


Figura 1. Ciclo de histéresis de un material ferromagnético.

En la Figura 1 se ilustra el ciclo de histéresis de un material ferromagnético. En él se ilustran sus características mas importantes, a saber: el punto de origen ($B = 0$, $H = 0$) donde el material está desmagnetizado y los dominios están orientados en todas las direcciones de fácil magnetización, dando lugar a una magnetización total nula (ver figura inferior derecha); la curva de magnetización inicial que va desde el origen hasta la saturación B_s , y cuya pendiente en el origen nos da la permeabilidad inicial μ_i ; la inducción remanente B_r , la cual se alcanza al disminuir el campo aplicado H después de la saturación hasta un valor nulo; y el campo coercitivo H_c , que es aquel campo negativo necesario para alcanzar una inducción magnética B nula. Estos parámetros son los que definen las aplicaciones de los diferentes imanes.

Ahora se considera el modelo introducido por Pierre Weiss para explicar el ferromagnetismo. Él propuso que la inducción magnética que siente el momento magnético de un átomo es dada por la expresión [39]

$$B = H + \lambda M, \quad (1.1)$$

donde H es el campo aplicado, λM es el campo molecular que siente el átomo debido a los otros átomos del material, y $\lambda \gg 1$ es la constante de campo molecular. Al calcular el momento magnético intrínseco, μ , se tiene en cuenta el cálculo cuántico del mismo y suponemos que μ está alineado paralelo o antiparalelo a la inducción B , el cual define el eje z , entonces

$$-\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mp \mu B. \quad (1.2)$$

Si se considera la distribución de Boltzmann se obtiene un valor medio del momento magnético en la dirección del campo de la forma

$$\langle \mu_z \rangle_T = \mu \tanh \left\{ \frac{\mu}{K_B T} (H + \lambda M) \right\}. \quad (1.3)$$

La magnetización, para n átomos por unidad de volumen, viene dada por

$$M = n\mu \tanh \left(\frac{\mu}{K_B T} (H + \lambda M) \right). \quad (1.4)$$

La magnetización en ausencia del campo H viene dada por la ecuación

$$\frac{M}{n\mu} = \tanh \left(\frac{T_C}{T} \frac{M}{n\mu} \right), \quad (1.5)$$

donde se ha definido

$$T_C \equiv \frac{n\mu^2}{K_B} \lambda. \quad (1.6)$$

Esta temperatura T_C es llamada temperatura de Curie y es claro que por encima de esta temperatura será necesario un campo externo para producir la magnetización. Para valores $T \gg T_C$ de la Ecuación (1.4) se obtiene que

$$\frac{M}{n\mu} = \frac{\mu H}{K_B T} + \frac{T_C}{T} \frac{M}{n\mu}, \quad (1.7)$$

lo que lleva al siguiente valor para la susceptibilidad magnética

$$\chi_m = \frac{1}{\lambda} \frac{T_C}{T - T_C}. \quad (1.8)$$

Este resultado es la conocida ley de Curie-Weiss (donde se muestra el característico comportamiento paramagnético) la cual se supone que es válida si

$$\frac{T - T_C}{T_C} \gg \frac{\mu H}{K_B T_C}. \quad (1.9)$$

Consideramos los valores obtenidos experimentalmente [33] para la magnetización de saturación para estimar el valor de λ ; la temperatura de Curie la hemos tomado del orden de 1000 K, un orden característico para el hierro. Así obtenemos

$$\lambda \approx 0,004. \quad (1.10)$$

Este valor nos muestra que la teoría de Weiss, aunque explica cualitativamente el comportamiento de la magnetización, está lejos del valor $\lambda \sim (c/v)^2$, obtenido teóricamente [39], donde c es la velocidad de la luz y v es una velocidad atómica característica.

1.3.2 Superparamagnetismo

El superparamagnetismo (SP) es un fenómeno magnético presente en un conjunto de nanopartículas magnéticas cuyos momentos magnéticos (la suma de todos los momentos

magnéticos de sus átomos) se encuentran aleatoriamente distribuidos a lo largo de todas sus posibles orientaciones cuánticas, como consecuencia de que su energía de interacción magnética es despreciable con relación a la energía térmica. Esta es la situación que se ilustra en el lado izquierdo de la Figura 2.

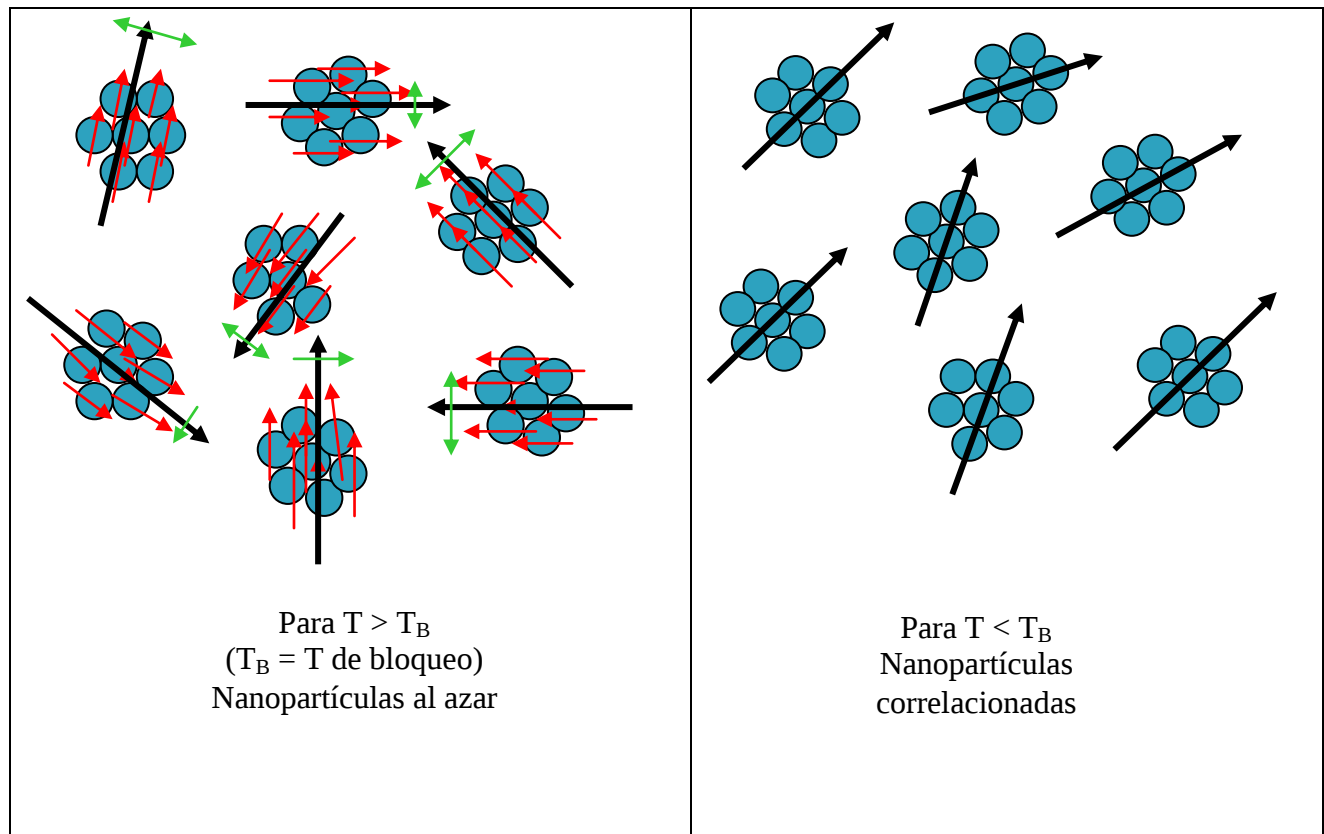


Figura 2. Nanopartículas magnéticas idénticas monodominio en el estado superparamagnético (izquierda) y en el estado ferromagnético o bloqueado (derecha).

Para el caso de nanopartículas esféricas de Fe de 5 nm se tienen 5560 átomos, los cuales dan lugar a un momento magnético por partícula de $M = 5560 \times 2.2\mu_B = 12000\mu_B$, siendo μ_B el magnetón de Bohr.

La situación de la Figura 2 izquierda se da para temperaturas mayores que una cierta temperatura de bloqueo T_B . Por debajo de esta temperatura el sistema se encuentra bloqueado, es decir, los momentos magnéticos interactúan entre sí con una energía mayor que la térmica y presentan cierto grado de alineamiento. El sistema se comporta como ferromagnético (el término correcto

es superferromagnético, ya que es un ferromagnetismo de partículas y no de átomos), tal como se ilustra en la Figura 2 derecha.

Si se considera que en un sistema de partículas magnéticas monodominio y uniaxiales idénticas, con volumen V , que se encuentran en el estado SP, una de sus partículas presenta una energía de anisotropía dada por $E_B = KV \sin^2 \alpha$, luego presenta dos mínimos de energía, en $\alpha = 0$ y π , siendo α el ángulo que forma la magnetización con el eje de fácil magnetización. Estos dos mínimos están separados por una barrera de energía de altura $E_B = KV$, tal como se ilustra en la Figura 3.

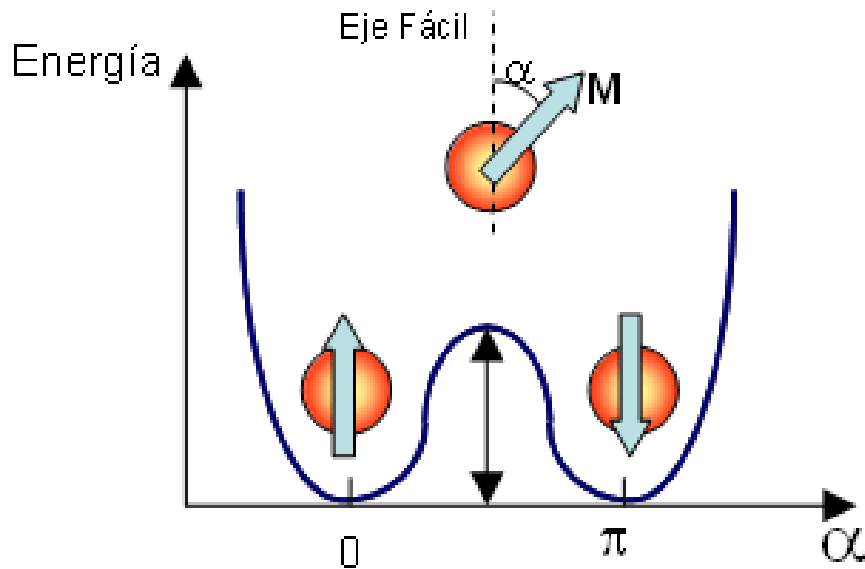


Figura 3. Estados de mínima energía para una nanopartícula de volumen V .

La transición de un mínimo a otro puede ser térmicamente activada para $T \neq 0$ K, la probabilidad de transición será muy grande si la energía térmica $k_B T$ es comparable o mayor que KV .

Si se considera un conjunto de nanopartículas magnéticas en el estado SP (a $T \neq 0$ K y mayor que T_B) en presencia de un campo H , y se hace $H=0$ en el instante $t=0$, la magnetización evolucionará con el tiempo, ya que las transiciones entre los dos mínimos serán térmicamente activadas. La magnetización varía con el tiempo de la forma:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{1}{\tau_0} M e^{\frac{KV}{k_B T}} = -\frac{M}{\tau}, \quad (1.11)$$

donde τ es el tiempo de relajación. Esta ecuación describe el hecho que, bajo la influencia de la energía térmica, el sistema hace $(\tau_0)^{-1}$ intentos por segundo por remontar la barrera energética. El tiempo de relajación esta definido, de acuerdo con la ecuación anterior, de la forma

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{E_B}{k_B T}}, \quad (1.12)$$

conocida como ley de Néel-Arrhenius, que describe la dependencia exponencial de τ respecto de la razón $E_B/k_B T$ de la altura de la barrera de energía a la energía térmica. En este caso la energía E_B es la energía de anisotropía.

El comportamiento magnético observado de un material magnético depende de la escala de tiempo o ventana de tiempo, del sistema de medida. Para técnicas macroscópicas tales como la medida directa de la magnetización M , el tiempo de medida es usualmente de $\tau_m=100$ s. Para medidas microscópicas, por ejemplo, espectroscopia Mössbauer o resonancia magnética nuclear, la ventana de medida es mucho mas corta, en el rango de 10^{-9} - 10^{-7} s. Si el tiempo de relajación τ es más corto que τ_m , la magnetización espontánea es cero, y se dice que el material se encuentra en un régimen superparamagnetico. Si τ_m es mayor que τ el material esta en un régimen bloqueado, y se observa una magnetización no nula.

1.3.3 Modelo de Mørup-Tronc

Siguiendo el modelo de Mørup-Tronc [18] se considera una partícula i con momento magnético μ . Las partículas del entorno generan un campo dipolar B_i en la partícula, el cual forma un ángulo ν con la dirección de fácil magnetización, la cual define la dirección z . La dirección x se elige en el plano definido por B_i y la dirección z . El ángulo entre la proyección de μ sobre el plano xy y la dirección x es llamado ϕ , y θ es el ángulo entre el vector de magnetización y la dirección de fácil magnetización (ver Apéndice, Figura A₂). La energía magnética puede ser escrita como [18]

$$E_M = -KV \cos^2 \theta - \mu B_i (\sin \theta \cos \phi \sin \nu + \cos \nu \cos \theta), \quad (1.13)$$

donde K es la constante de anisotropía, V es el volumen de la partícula y KV es el valor de la energía de anisotropía cuando la magnetización apunta a lo largo del eje fácil. Esta energía corresponde a la barrera de energía magnética entre las dos direcciones de fácil magnetización. Para simplificar la escritura se reescribe (1.13) como

$$\frac{E_M}{k_B T} = -\alpha \cos^2 \theta - \beta (\sin \theta \cos \phi \sin \nu + \cos \nu \cos \theta), \quad (1.14)$$

donde se han introducido las notaciones

$$\alpha = \frac{KV}{k_B T},$$

$$\beta = \frac{\mu B_i}{k_B T}.$$

Se escribe entonces (1.14) como

$$\frac{E_M}{k_B T} = E_a + E_i, \quad (1.15)$$

donde

$$E_a = -\alpha \cos^2 \theta \quad (1.16)$$

es la energía de anisotropía uniaxial y

$$E_i = -\beta(\sin \theta \cos \phi \sin \nu + \cos \nu \cos \theta) \quad (1.17)$$

es la energía de interacción.

Se pasará ahora al desarrollo del modelo y se mostrará como se puede escribir la energía de interacción con una forma funcional igual a la energía de anisotropía uniaxial.

1.4 DESARROLLO DEL MODELO PROPUESTO PARA SISTEMAS GRANULARES

Se considera la energía de interacción del modelo de Mørup-Tronc [18]

$$E_i = -\beta(\sin \theta \cos \phi \sin \nu + \cos \nu \cos \theta). \quad (1.18)$$

Las propiedades básicas del modelo pueden resumirse así: En un instante dado la partícula estará expuesta a un campo dipolar B_i . El vector de magnetización fluctúa rápidamente en direcciones cercanas a aquella donde la energía es mínima. Estas fluctuaciones tienen frecuencias del orden de $10^{10} - 10^{13} \text{ s}^{-1}$. Ocasionalmente el vector de magnetización pasará a través de la barrera de energía con algún ángulo φ . Promediando sobre todos los valores de φ y B_i obtendremos el

tiempo de relajación promedio en función de $\langle B_i \rangle$. Siguiendo este procedimiento se llega a resultados conocidos, previamente calculados por estos autores [18].

Sin embargo, si se asume que sobre la partícula i , los estados

$$(\theta_i, \varphi_i) \quad y \quad (\theta_i, \varphi_i + \pi) \quad (1.19)$$

tienen la misma probabilidad [24], al promediar (ángulo sólido) sobre todos los posibles valores del ángulo φ , se obtiene que

$$\overline{\cos \phi} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\varphi d\theta \cos \phi \sin \phi = 0. \quad (1.20)$$

Por lo tanto, con este resultado el valor medio de la energía, dada por la Ecuación (1.18), toma la forma

$$E_i = -\beta \cos \nu \cos \theta. \quad (1.21)$$

Reemplazando ahora $\cos \nu$ por su promedio de Boltzmann se tiene

$$\langle \cos \nu \rangle = \frac{\int_0^\pi d\nu \sin \nu \cos \nu \exp(\beta \cos \theta \cos \nu)}{\int_0^\pi d\nu \sin \nu \exp(\beta \cos \theta \cos \nu)}. \quad (1.22)$$

El cálculo es conocido de la teoría clásica del magnetismo, y se obtiene que

$$\langle \cos \nu \rangle = L(\beta \cos \theta), \quad (1.23)$$

donde $L(\beta \cos \theta)$ es la función de Langevin.

Entonces, teniendo en cuenta que las interacciones son débiles comparadas con las excitaciones térmicas se escribe:

$$\langle \cos \nu \rangle = \frac{1}{3}(\beta \cos \theta) - \frac{1}{45}(\beta \cos \theta)^3 + \frac{2}{945}(\beta \cos \theta)^5 - \dots, \quad (1.24)$$

$$\langle \cos \nu \rangle = \cos \theta \left[\frac{1}{3}(\beta) - \frac{1}{45}(\beta)^3 + \frac{2}{945}(\beta)^5 - \dots \right] + \cos \theta F(\beta, \sin^2 \theta), \quad (1.25)$$

donde $F(\beta, \sin^2 \theta)$ viene dada por

$$F(\beta, \sin^2 \theta) = \frac{1}{45} \beta^3 \sin^2 \theta + \frac{2}{945} \beta^5 [-2 \sin^2 \theta + \sin^4 \theta] + \dots \quad (1.26)$$

Es claro que para $\theta = 0$ y π esta función se anula y se obtiene $\langle \cos \nu \rangle = \pm L(\beta)$, que es el resultado esperado cuando el momento magnético se alinea paralela o antiparalelamente al campo magnético.

Usando la misma aproximación se escribe la Ecuación (1.25) de la siguiente manera:

$$\langle \cos \nu \rangle = \cos \theta L(\beta). \quad (1.27)$$

Por lo tanto, la energía de interacción toma la forma:

$$E_i = -[\beta L(\beta)] \cos^2 \theta. \quad (1.28)$$

Esta energía tiene la misma forma funcional que la energía de anisotropía uniaxial (ver Ecuación (1.16)). De esta manera finalmente se obtiene para la energía magnética la expresión resultante:

$$E_M = -k_B T [\alpha + \beta L(\beta)] \cos^2 \theta. \quad (1.29)$$

1.5 APLICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO AL CÁLCULO DE PROPIEDADES TERMODINÁMICAS DE SISTEMAS GRANULARES

1.5.1 Temperatura de bloqueo

Una contribución importante al entendimiento del comportamiento magnético de las nanopartículas fue dada por Bean y Livingston [40] quienes consideraron un sistema de partículas monodominio no interactuantes con energía de anisotropía uniaxial. En el presente caso, al escribir la energía de interacción del campo dipolar medio con el momento magnético de manera similar a una energía de anisotropía, permite utilizar el tiempo de relajación propuesto por Néel [39] para un sistema superparamagnético, Ecuación (1.12):

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{KV}{k_B T}}, \quad (1.30)$$

donde el tiempo característico constante τ_0 da lugar a una frecuencia $1/\tau_0$, que indica el numero de intentos por unidad de tiempo que el momento magnético trata de invertir su dirección de fácil magnetización o de saltar la barrera de energía magnética. Cálculos teóricos y medidas experimentales [39, 56] indican que τ_0 toma valores en el rango $10^{-9} - 10^{-7}$ s.

En este caso KV representa la barrera de energía magnética total entre las dos direcciones de fácil magnetización. De acuerdo con [35], para un tiempo de observación (tiempo de medida característico) τ_m hay una temperatura crítica, llamada temperatura de bloqueo T_B dada por:

$$T_B = \frac{KV}{k_B L n \frac{\tau_m}{\tau_0}}, \quad (1.31)$$

por encima de la cual la magnetización de un sistema de partículas monodominio idénticas va desde el estado bloqueado donde el sistema se comporta como ferromagnético (o sea posee

histéresis) a un comportamiento de tipo superparamagnético. Para el magnetómetro de muestra vibrante τ_m es del orden de 100 s.

Si a un sistema de partículas superparamagnéticas se le aplica un campo magnético, él se magnetiza a un valor M_0 , y si en $t = 0$ se “apaga” el campo, su magnetización decrece como:

$$M(t) = M_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (1.32)$$

donde M_0 es la magnetización inicial y τ es el tiempo de relajación característico. El tiempo de relajación es una función de la barrera de la energía y de la temperatura. Para nuestro caso, donde incluimos interacciones dipolares, la expresión (1.30) se escribe como [35]:

$$\tau = \tau_0 \exp[\alpha + \beta L(\beta)]. \quad (1.33)$$

Regresando a las variables originales, la expresión (1.33) para τ se escribe como:

$$\tau = \tau_0 \exp\left[\frac{KV}{k_B T} + \frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T} L\left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T}\right)\right]. \quad (1.34)$$

Para calcular la temperatura de bloqueo se toma el logaritmo natural en la expresión anterior, luego:

$$\ln \tau = \ln \tau_0 + \frac{KV}{k_B T} + \frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T} L\left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T}\right), \quad (1.35)$$

donde se ha reemplazado B_i por su valor medio $\langle B_i \rangle$ teniendo en cuenta que el campo dipolar fluctúa en modulo y dirección. Para partículas que interactúan débilmente la Ecuación (1.35) se aproxima por

$$Ln \frac{\tau}{\tau_0} \approx \frac{KV}{k_B T} + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T} \right)^2, \quad (1.36)$$

donde se utilizó la relación:

$$L \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T} \right) \approx \frac{1}{3} \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T} \right) \quad \text{donde} \quad \frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B T} \ll 1. \quad (1.37)$$

Para calcular la temperatura de bloqueo escribimos $V = V_0$, cierto volumen fijo y $\tau = \tau_m$, donde τ_m es el tiempo de medida característico, en la Ecuación (1.36). Se obtiene:

$$T_B = \frac{KV_0}{2k_B Ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} + \left[\left(\frac{KV_0}{2k_B Ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B} \right)^2 \frac{1}{Ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.38)$$

Esta es la expresión para calcular la temperatura de bloqueo en el modelo desarrollado.

Es claro que para $\langle B_i \rangle = 0$ regresamos a la conocida expresión del modelo superparamagnético [35,41] que es dada por la Ecuación (1.12)

$$T_B = \frac{KV_0}{k_B \ln \left(\frac{\tau_m}{\tau_0} \right)}. \quad (1.39)$$

Para los tiempos típicos de medidas magnéticas, obtenemos:

$$T_B = \frac{KV_0}{25k_B}. \quad (1.40)$$

Es posible calcular T_B en presencia de interacciones débiles. El problema es que se desconoce $\langle B_i \rangle$, que se encuentra en la expresión general de la temperatura de bloqueo que hemos encontrado (1.38). Pero el valor de $\langle B_i^2 \rangle$ en un ión de un material paramagnético fue calculado por van Vleck [43]. La expresión análoga para $\langle B_i^2 \rangle$ actuando sobre una partícula i en una muestra de partículas superparamagnéticas idénticas se escribe de la siguiente manera [18]:

$$\langle B_i^2 \rangle = 2 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right)^2 \mu^2 \sum_j (R_0 p_{ij})^{-6}, \quad (1.41)$$

μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío y $R_0 p_{ij}$ es la distancia entre la partícula i y la partícula j en términos de la distancia media entre partículas R_0 . En [18] se asume que las nanopartículas son esféricas con momentos magnéticos idénticos dados por

$$\mu = \left(\frac{\pi}{6} \right) d^3 M_s, \quad (1.42)$$

siendo M_s la magnetización de saturación y d es el diámetro medio de la nanopartícula. Se asume además que el valor de la suma en (1.41) es independiente del tamaño de la partícula y de la concentración. Esta suma es del orden [43, 44]

$$\sum_j p_{ij}^{-6} \approx (10 - 20) R_0^6. \quad (1.43)$$

1.5.2 Magnetización y susceptibilidad magnética (campo $\langle B_i \rangle$)

Para n partículas idénticas por unidad de volumen, con momento magnético μ , su magnetización total se calcula como:

$$M = n \mu \cos \theta \langle \cos \nu \rangle, \quad (1.44)$$

donde el $\langle \cos \nu \rangle$ ya ha sido calculado previamente en la Ecuación (1.23). Trayendo esta expresión en la Ecuación (1.44) se tiene entonces que,

$$M = n \mu \cos \theta L(\beta \cos \theta). \quad (1.45)$$

Cuando $\beta \ll 1$ la Ecuación (1.45) se escribe como

$$M = n \mu \cos \theta \frac{1}{3} \beta \cos \theta. \quad (1.46)$$

Teniendo en cuenta la definición de β , se obtiene

$$M = \left\{ \frac{n \mu^2}{3 k_B T} \cos^2 \theta \right\} \langle B_i \rangle. \quad (1.47)$$

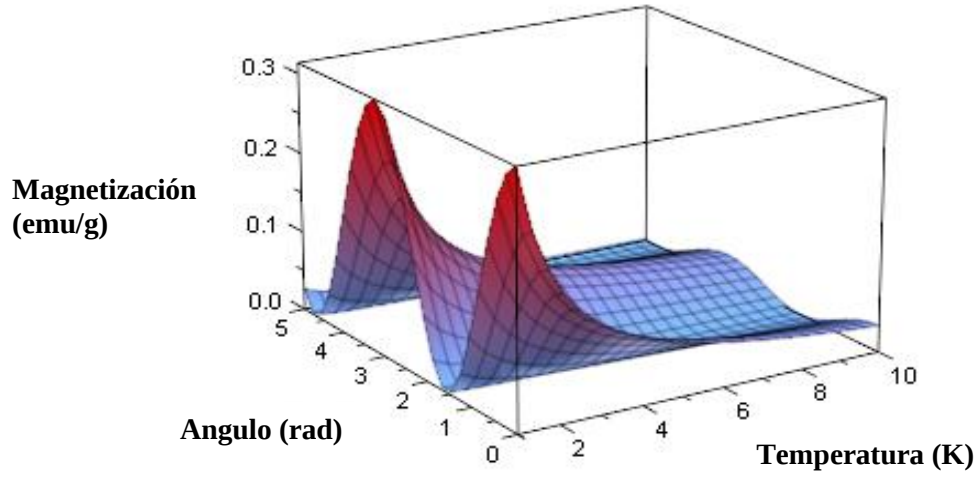


Figura 4. Representación tridimensional de la Ecuación (1.47) que muestra la relación entre la magnetización (emu/g), el ángulo θ (rad), y la temperatura T (K).

Luego la magnetización se comporta de la siguiente manera. Para valores fijos de la temperatura, la magnetización oscila como una función coseno cuadrado, lo que lleva a que para aquellos valores donde la función coseno tiene su valor máximo, la curva desciende de la manera como lo hace experimentalmente, proporcionalmente a T^{-1} [42]. Cuando el argumento de la función coseno permanece constante, la curva de nivel correspondiente a la magnetización tiene el típico comportamiento paramagnético, desciende monótonamente con la temperatura $M \sim T^{-1}$. Su gráfica está representada en la Figura 4.

Para el cálculo de la susceptibilidad magnética, se tiene que [45]:

$$\left\{ \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\} \langle B_i \rangle = \frac{\langle B_i \rangle - H}{4\pi}, \quad (1.48)$$

donde H es el campo externo aplicado. Por lo tanto

$$H = \left\{ 1 - 4\pi \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\} \langle B_i \rangle. \quad (1.49)$$

De aquí se concluye que

$$\mu_i = \left\{ 1 - 4\pi \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\}^{-1}. \quad (1.50)$$

Luego

$$M = \left\{ \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\} \left\{ 1 - 4\pi \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\}^{-1} H. \quad (1.51)$$

La susceptibilidad magnética viene dada por

$$\left(\frac{dM}{dH} \right) = \chi. \quad (1.52)$$

En nuestro caso,

$$\chi = \left\{ \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\} \left\{ 1 - 4\pi \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\}^{-1}. \quad (1.53)$$

Gráficamente se obtiene lo mostrado en las Figuras 5 y 6, para diferentes valores de T y θ . Vemos que la susceptibilidad diverge para aquellos valores donde se anula el denominador y dado que tenemos una función coseno cuadrado, tendremos un número infinito de divergencias.

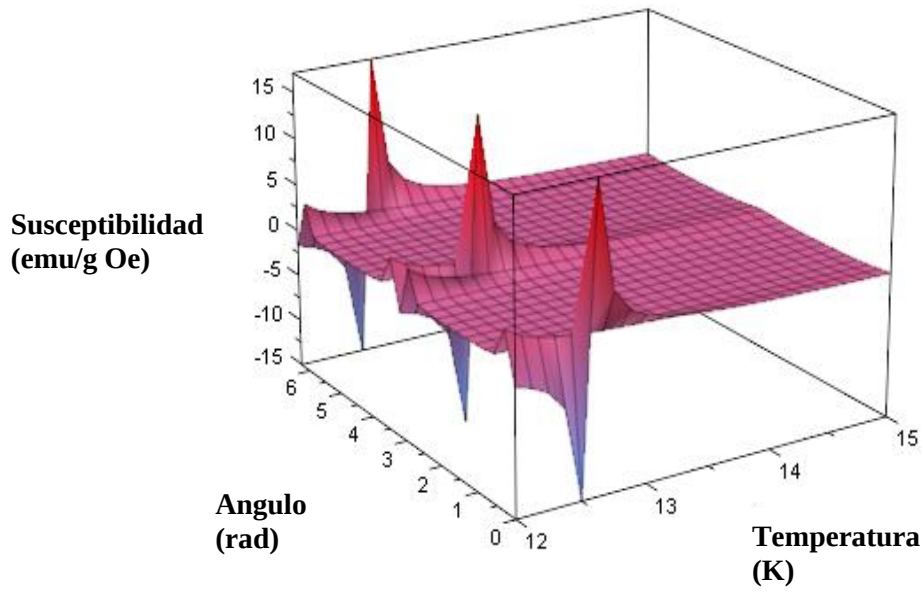


Figura 5. Gráfico tridimensional de la Ecuación (1.53) que muestra las relaciones entre la susceptibilidad χ (emu/g Oe), la temperatura T (K) $\in [12, 15]$, y el ángulo θ (rad) $\in [0, 2\pi]$.

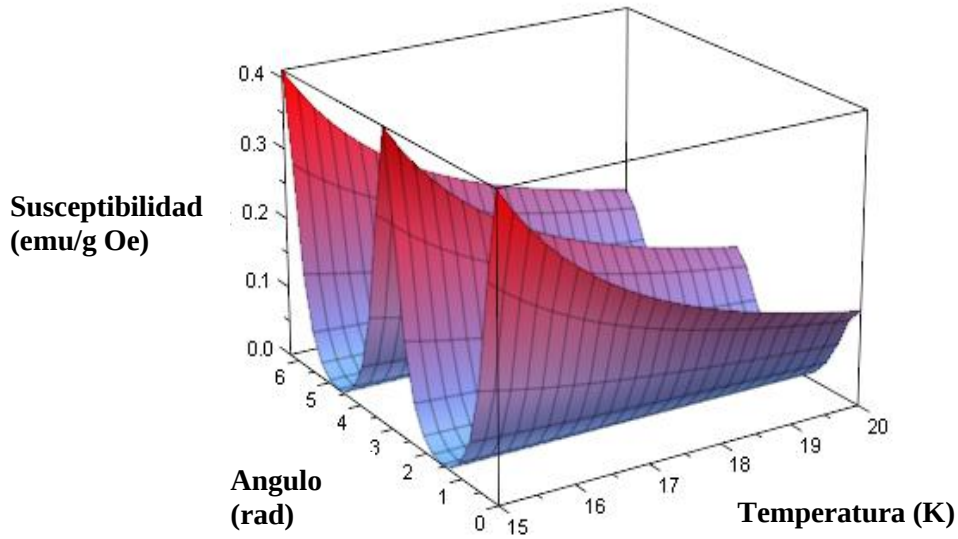


Figura 6. Representación tridimensional de la Ecuación (1.53) que muestra la relación entre la susceptibilidad χ (emu/g Oe), la temperatura T (K) $\in [15, 20]$, y el ángulo θ (rad) $\in [0, 2\pi]$.

En el intervalo de temperaturas entre 12 y 15 K se tiene un comportamiento anómalo de la susceptibilidad, debido a que toma valores positivos y negativos. En el intervalo de temperaturas entre 15 y 20 K, aunque se presentan discontinuidades en la susceptibilidad, ella es estrictamente positiva, como debe ser para el comportamiento paramagnético.

Para grandes valores de T , se escribe

$$\chi \approx \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta + 4\pi \left\{ \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta \right\}^2 + \dots \quad (1.54)$$

Por lo tanto

$$\chi \approx \frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta. \quad (1.55)$$

En la Figura 7 se ilustra el comportamiento de la susceptibilidad en función de θ y T . Al obtener una dependencia del tipo $\cos^2 \theta$ se garantiza que $\chi > 0$ para cualquier valor del ángulo θ , de esta manera el sistema siempre será paramagnético. Es claro que para $\theta = \pi/2$ obtenemos que $\chi = 0$. Lo que implica que cuando la magnetización esta en la dirección normal a la de fácil magnetización el sistema no presenta respuesta al campo aplicado.

El problema serio para verificar experimentalmente estas expresiones viene de la medida del campo $\langle B_i \rangle$. Se puede afirmar que las expresiones (1.51) y (1.53) representan la magnetización y la susceptibilidad sobre las partículas no interactuantes.

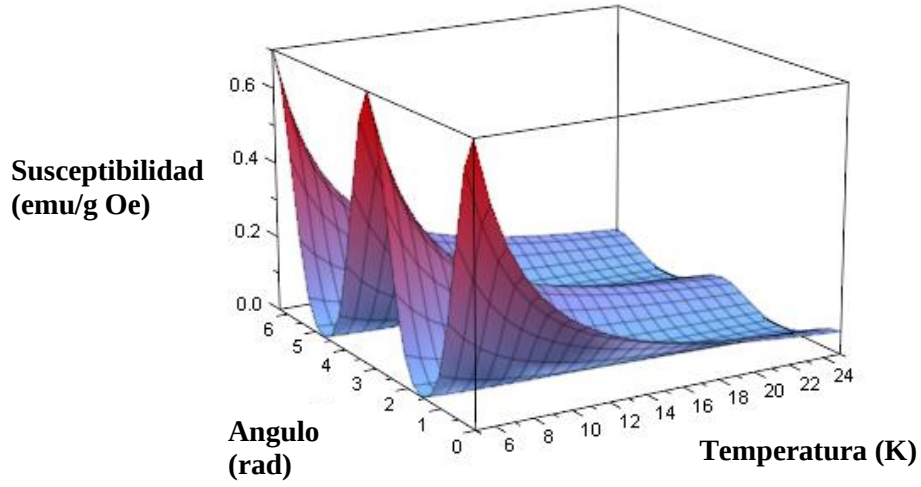


Figura 7. Representación tridimensional de la Ecuación (1.55) que muestra la relación entre la susceptibilidad χ (emu/g Oe), la temperatura T (K) $\in [5, 24]$, y el ángulo θ (rad) $\in [0, 2\pi]$.

1.5.3 Capacidad calorífica

Al calcular la energía libre total de Gibbs, F , de una sustancia magnética se obtiene, para un campo uniforme H , la siguiente expresión [46],

$$dF = -S dT - \vec{M} \cdot d\vec{H}. \quad (1.56)$$

De la cual se obtiene que

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_H, \quad (1.57)$$

$$M = - \left(\frac{\partial F}{\partial H} \right)_T. \quad (1.58)$$

Teniendo en cuenta el resultado obtenido anteriormente para la magnetización, Ecuación (1.47), escribimos

$$\left(\frac{\partial F}{\partial H}\right)_T = -\left\{\frac{n\mu^2}{3k_B T} \cos^2 \theta\right\} H. \quad (1.59)$$

Integrando se encuentra que

$$F = F_0 - \left\{\frac{n\mu^2}{6k_B T} \cos^2 \theta\right\} H^2, \quad (1.60)$$

donde F_0 es la energía libre total en ausencia del campo externo. Teniendo en cuenta esta expresión para la energía libre, se calcula la entropía del sistema de acuerdo a (1.57) y luego la capacidad calorífica de acuerdo a la expresión $C_H = T(\partial S/\partial T)_H$. Se llega a

$$S = S_0 - \left\{\frac{n\mu^2}{6k_B T^2} \cos^2 \theta\right\} H^2, \quad (1.61)$$

$$C = C_o + \left\{\frac{n\mu^2}{3k_B T^2} \cos^2 \theta\right\} H^2. \quad (1.62)$$

Esta es la expresión para la capacidad calorífica para valores débiles del campo o valores altos de la energía. Su grafico se muestra en la Figura 8. Puede verse que los valores de C tienden a decrecer para altas temperaturas pero depende del ángulo θ . Notamos también que para valores bajos de la temperatura, la parte oscilatoria con la cual la capacidad calorífica varia con al ángulo θ es considerable, mostrando la gran dependencia con la dirección de la magnetización y la dirección de fácil magnetización. Esto muestra que la capacidad calorífica obtenida es consistente con la anisotropía de las partículas. Sin embargo, como el cálculo se ha llevado a

cabo, teniendo en cuenta el término de primer orden de la fórmula de Langevin, es evidente que no se verificará el teorema de Nernst, ya que es claro que la entropía no tiende a cero cuando la temperatura tiende a cero kelvin. Para obtener el resultado consistente con el teorema de Nernst es necesario tener en cuenta la cuantización en la dirección del momento magnético.

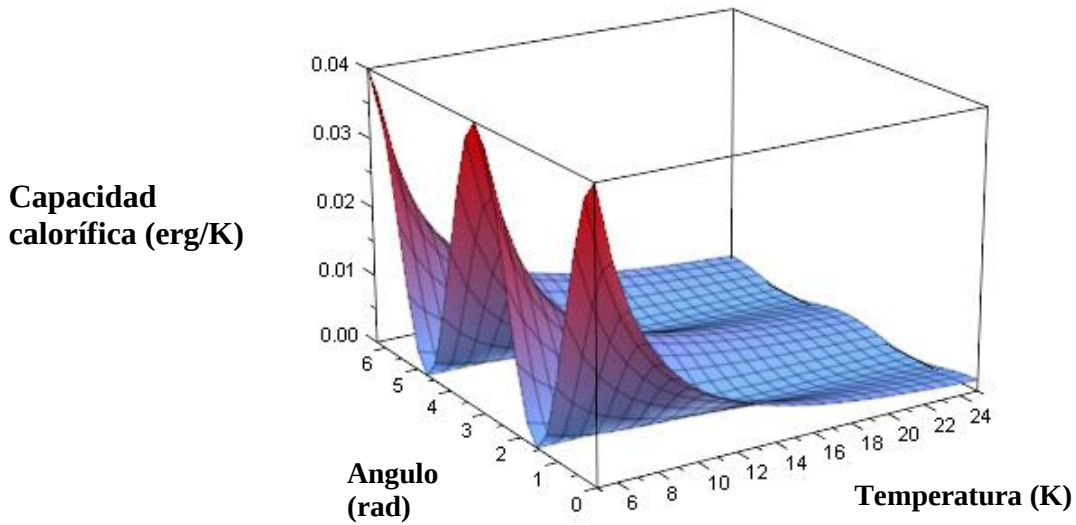


Figura 8. Representación tridimensional de la Ecuación (1.62) que muestra la relación entre la capacidad calorífica (erg/K), la temperatura T (K) $\in [5, 24]$, y el ángulo θ (rad) $\in [0, 2\pi]$.

1.5.4 Campo coercitivo

Se considera un sistema de partículas monodominio no interactuantes con energía que tiene la misma estructura que la energía de anisotropía uniaxial. El campo coercitivo en el rango de temperaturas que va desde 0 hasta T_B , es decir, cuando todas las partículas están bloqueadas, viene dado por [37]:

$$H_C(T) = \alpha \frac{2K}{M_s} \left[1 - \left(\frac{T}{T_B} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (1.63)$$

Aquí $\alpha = 1$ si las partículas con eje fácil están alineadas o $\alpha = 0.48$ si están orientadas aleatoriamente [37].

El cálculo del campo coercitivo se dificulta en sistemas reales debido a que ellos tienen una distribución de tamaños de partícula, lo que lleva a una distribución de T_B y de la magnetización de las partículas superparamagneticas, cuya fracción relativa se incrementa con la temperatura. Esto hace el promedio del campo coercitivo más pequeño que aquel para el conjunto de partículas que permanecen bloqueadas.

Para tener en cuenta estas dos condiciones se propone considerar solamente las partículas bloqueadas a una temperatura dada T , es decir, considerar solo las partículas con $T < T_B$. Esto quiere decir que la ecuación para H_C debe describirse como [33, 37]

$$H_{CB}(T) = \alpha \frac{2K}{M_s} \left[1 - \left(\frac{T}{\langle T_B \rangle_T} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (1.64)$$

donde $\langle T_B \rangle_T$ es la temperatura de bloqueo promedio, que se define de la siguiente manera [37]

$$\langle T_B \rangle_T = \frac{\int_T^{\infty} dT_B f(T_B) T_B}{\int_T^{\infty} dT_B f(T_B)}. \quad (1.65)$$

Los límites de integración toman en cuenta solamente las partículas bloqueadas y $f(T_B)$ es la distribución de las temperaturas de bloqueo. De esta manera se toma en cuenta la influencia del tamaño de la distribución.

Ahora se considera la influencia de las partículas superparamagnéticas. Esta influencia fue tomada en cuenta por Kneller y Luborsky [47]. Ellos consideraron que las curvas de magnetización de las componentes bloqueada y superparamagnética son lineales para $H < H_{CB}$.

De esta manera ellos escribieron

$$M_1 = M_r + \left(\frac{M_r}{H_{CB}} \right) H \quad \text{para bloqueada,} \quad (1.66)$$

$$M_2 = \chi_{SP} H \quad \text{para } T_B \text{ superparamagnética,} \quad (1.67)$$

M_r es la remanencia, H es el campo magnético aplicado y χ_{SP} es la susceptibilidad superparamagnética. Estas dos componentes pueden ser superpuestas linealmente y el campo coercitivo medio toma la forma

$$\langle H_C \rangle_T = \frac{M_r(T)}{\chi_{SP} + \frac{M_r(T)}{H_{CB}(T)}}. \quad (1.68)$$

Para calcular la expresión anterior es necesario conocer $M_r(T)$, χ_{SP} y $H_{CB}(T)$; todos ellos se determinan a partir del experimento. Para calcular los dos últimos términos es necesario determinar $f(T_B)$. La magnetización isotérmica remanente se relaciona con $f(T_B)$ de acuerdo con la siguiente expresión [48]

$$I_r(T) = \alpha M_S \int_T^\infty dT_B f(T_B). \quad (1.69)$$

Es claro que la derivada de esta expresión es una medida directa de la distribución de las temperaturas de bloqueo $f(T_B)$. Este método es dispendioso teniendo en cuenta que la determinación experimental de las curvas de $I_r(T)$ requieren trabajar con muestras

desmagnetizadas, luego llevarlas a la temperatura deseada, después saturarlas, luego apagar el campo y finalmente medir I_r a esta temperatura. Posteriormente se repite el proceso tantas veces como temperaturas sean utilizadas, teniendo en cuenta que siempre para cada medida es necesario desmagnetizar la muestra.

Una manera experimental mas simple es obtener directamente $\langle T_B \rangle$ mediante la determinación de las curvas de magnetización enfriando con campo FC (Field Cooling) y de magnetización enfriando sin campo ZFC (Zero Field Cooling) [49,50]. Una vez obtenidas estas curvas se restan y se encuentra la derivada, la cual se grafica en función de T . El máximo de esta curva es el valor de $\langle T_B \rangle$.

Con el presente modelo, se obtendrá la curva que describe el campo coercitivo teniendo en cuenta la expresión para la temperatura de bloqueo calculada con nuestro modelo, Ecuación (1.38). Para obtener los diferentes valores para T_B se propone una dependencia de la temperatura de bloqueo respecto de la temperatura a través de la constante de anisotropía K .

El procedimiento de calculo es el siguiente: en la expresión de la temperatura de bloqueo, Ecuación (1.38), se reemplaza K por una función $K(T)$, de manera que la temperatura de bloqueo ahora dependerá de la temperatura, y la Ecuación (1.38) se escribe de la siguiente manera:

$$T_B(T) = \frac{K(T)V_0}{2k_B \ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} + \left[\left(\frac{K(T)V_0}{2k_B \ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B} \right)^2 \frac{1}{\ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.70)$$

Con esta expresión de la temperatura de bloqueo dependiendo de la temperatura a través de $K(T)$, la ecuación para el campo coercitivo, Ecuación (1.63), tomara la siguiente forma

$$H_c(T) = \alpha \frac{2K(T)}{M_s} \left[1 - \left(\frac{T}{T_B(T)} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (1.71)$$

esta es la expresión que se debe graficar.

1.5.5 Cálculo de la magnetización (campo externo H)

Para una sola partícula monodominio con momento magnético μ , rodeada por otras partículas idénticas y situadas en un campo externo H , su energía la escribimos de la siguiente manera:

$$E = E_M - \mu H \cos(\zeta - \theta), \quad (1.72)$$

$$E = -k_B T [\alpha + \beta L(\beta)] \cos^2 \theta - \mu H \cos(\zeta - \theta), \quad (1.73)$$

$\zeta - \theta$ es el ángulo entre el momento magnético y el campo aplicado H .

Ahora se considera que el sistema se encuentra a una temperatura T , en un campo magnético H , y que el equilibrio térmico ha sido previamente alcanzado. A esta temperatura todas las partículas están en estado superparamagnético y podemos considerar solamente el segundo término de la derecha en la ecuación de la energía, Ecuación (1.72) [35]. Cada momento magnético tiene una cierta energía Zeeman dada por

$$E = -\mu H \cos(\zeta - \theta). \quad (1.74)$$

Entonces se puede calcular la magnetización total del sistema. El cálculo es conocido de la teoría clásica del magnetismo, y la magnetización viene dada por [42]:

$$M = n \mu L \left(\frac{\mu H}{k_B T} \right), \quad (1.75)$$

donde n es el numero de momentos magnéticos y $n\mu$ es el valor máximo de la magnetización que el sistema puede alcanzar, que corresponde a la situación donde todos los momentos magnéticos están alineados con el campo externo. Esta magnetización corresponde a la magnetización de saturación M_S .

1.5.6 Susceptibilidad magnética inicial

Para $T > T_B$ las partículas se comportan como superparamagnéticas y su magnetización está dada por la función de Langevin. Para pequeños valores del argumento de la función de Langevin,

$$L(x) = \coth x - \frac{1}{x}, \quad (1.76)$$

es decir, campos magnéticos débiles o altas temperaturas, la función de Langevin se puede desarrollar en serie de potencias:

$$L(x) = \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \dots, \quad (1.77)$$

$$x = \frac{\mu H}{k_B T}. \quad (1.78)$$

Cuando x tiende a cero la función de Langevin puede ser aproximada por el primer término del desarrollo. De esta manera, la magnetización del sistema está dada por

$$M = \left\{ \frac{n\mu^2}{3k_B T} \right\} H, \quad (1.79)$$

donde n es la densidad o numero de partículas por unidad de volumen. La susceptibilidad inicial para las partículas superparamagnéticas, ya que $M = \chi_{SP} H$, viene dada por:

$$\chi_{SP} = \frac{n\mu^2}{3k_B T} . \quad (1.80)$$

La cual es la conocida ley de Curie.

Cuando $T < T_B$ la partícula está bloqueada y la magnetización se orienta de manera que la energía decrece. Este proceso está fuertemente afectado por la historia magnética del sistema. En el caso en que los momentos magnéticos de las partículas están orientados de manera aleatoria, la magnetización inicial puede ser calculada minimizando la ecuación de la energía magnética.

1.5.7 Campo coercitivo como función de la temperatura de bloqueo.

Para un sistema SP donde se considera un conjunto de partículas monodominio no interactuantes, con energía que es solamente debida a la energía de anisotropía uniaxial. Cuando todas las partículas están bloqueadas, el campo coercitivo en el rango de temperaturas que va desde 0 hasta T_B , viene dado por:

$$H_C = \alpha \frac{2K}{M_s} \left[1 - \left(\frac{T}{T_B} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (1.81)$$

donde K es la constante de anisotropía, M_s es la magnetización de saturación, y $\alpha = 1$ si las partículas con eje fácil están alineadas o $\alpha = 0.48$ si están orientadas aleatoriamente [37].

La expresión para la temperatura de bloqueo, T_B , suponiendo un sistema de partículas monodominio, uniaxiales, con volumen V_0 , e interactuando vía un campo dipolar magnético medio $\langle B_i \rangle$ esta dada por:

$$T_B = \frac{KV_0}{2k_B \ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} + \left[\left(\frac{KV_0}{2k_B \ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B} \right)^2 \frac{1}{\ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.82)$$

siendo μ el momento magnético de las partículas, τ_0 es el tiempo característico asociado a la precesión giromagnética con valores del orden de 10^{-9} a 10^{-10} y τ_m es el tiempo de medida experimental asociado al equipo de medida, que para el caso del VSM se puede asumir como 100s. En esta expresión de la temperatura de bloqueo, se reemplaza K (constante de anisotropía) por una función $K(T)$, recordando que ella puede variar a medida que la temperatura cambia. Entonces la temperatura de bloqueo toma la forma

$$T_B(K(T)) = \frac{K(T)V_0}{2k_B \ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} + \left[\left(\frac{K(T)V_0}{2k_B \ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu \langle B_i \rangle}{k_B} \right)^2 \frac{1}{\ln \frac{\tau_m}{\tau_0}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.83)$$

Teniendo esto en cuenta, podemos escribir la expresión del campo coercitivo (1.81) de la siguiente manera:

$$H_C(T) = \alpha \frac{2K(T)}{M_s} \left[1 - \left(\frac{T}{T_B(K(T))} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (1.84)$$

Esta es la expresión que se debe graficar.

Para esto se tiene en cuenta que en la literatura se sugiere que para la magnetita [51] la constante de anisotropía puede representarse por medio de una función que decrece exponencialmente. En nuestro caso, consideramos la siguiente expresión para la constante de anisotropía [52] donde la función $K(T)$ es positiva:

$$K(T) = K_0 e^{-\frac{T}{C_0}}, \quad (1.85)$$

donde

$$K_0 = 100000(\text{erg/cm}^3),$$

$$C_0 = 70.$$

En este caso la grafica para la constante de anisotropía de la magnetita en función de la temperatura toma la forma:

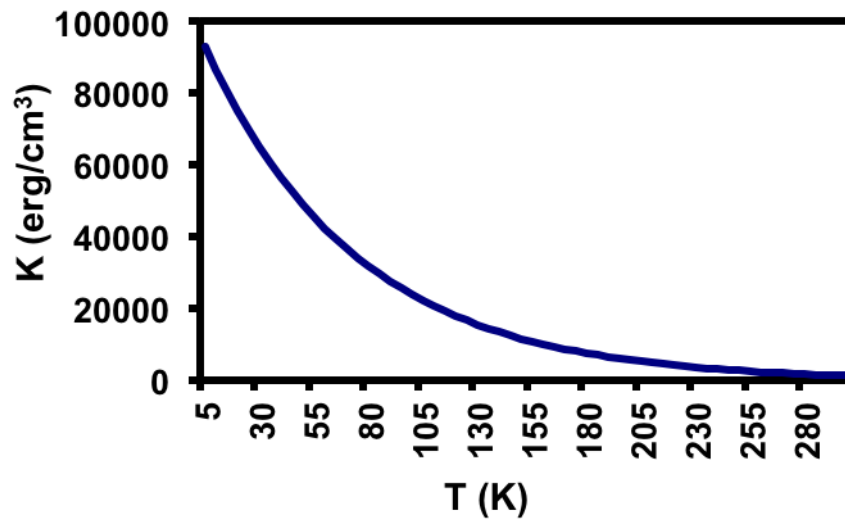


Figura 9. Constante de anisotropía K como función de la temperatura T .

El siguiente grafico muestra el campo coercitivo como función de la temperatura para esta forma particular de $K(T)$:

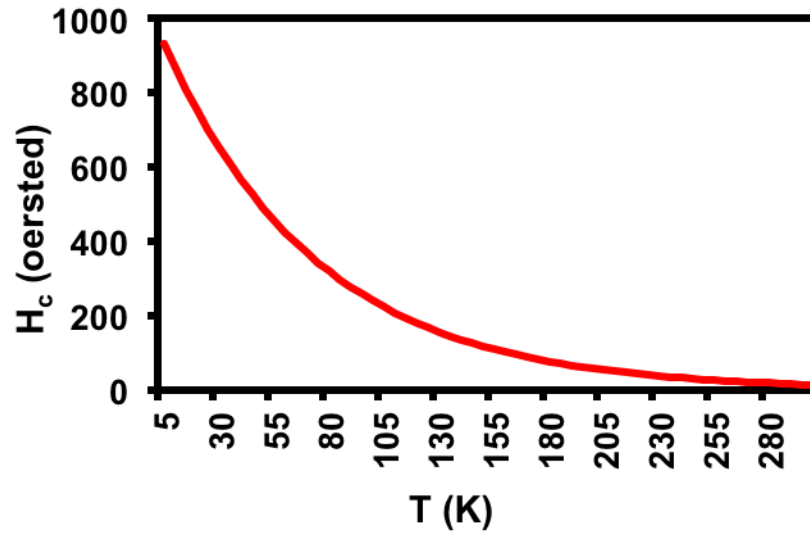


Figura 10: Campo coercitivo (H_c) como función de la temperatura (T); $\langle B_i \rangle = 1$ Tesla

Estos gráficos muestran que la teoría desarrollada en este estudio describe correctamente, de una manera cualitativa, el comportamiento del campo coercitivo con respecto a la temperatura de bloqueo.

1.6 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Nuestro simple modelo, que considera un sistema de partículas idénticas, de un solo dominio, uniaxiales, descritas por un Hamiltoniano que toma en cuenta la energía de anisotropía de las partículas y la energía de la interacción dipolar entre ellas, la cual fue reducida por medio de artificios matemáticos a un único termino similar a la energía de anisotropía, nos permitió encontrar una expresión de la temperatura de bloqueo que es función del campo dipolar magnético medio. Ya que los resultados experimentales muestran que la constante de anisotropía depende de la temperatura, se pudo escribir la temperatura de bloqueo dependiendo de la temperatura y del campo dipolar magnético medio. Esto nos permite calcular el campo coercitivo como una función de la temperatura de bloqueo y del campo dipolar magnético medio. Variando estos dos parámetros, es posible ver el comportamiento del campo coercitivo con respecto a ellos. Nuestro modelo también muestra como el calor específico cambia con la temperatura y el ángulo entre la dirección de la magnetización y el eje de fácil magnetización de las partículas. Esto muestra que la capacidad calorífica obtenida es consistente con la anisotropía de las partículas.

Para validar los valores predichos por nuestro modelo para $H_C(T, \langle B_i \rangle)$, se llevarán a cabo simulaciones para ajustar las curvas experimentales reportadas para sistemas de nanopartículas interactuantes y no interactuantes.

1.7 REFERENCIAS

- [1] G.C. Hadjipanayis and G.A. Prinz (eds.), Science and Technology of Nanostructured Magnetic Materials, Series B: Physics, Plenum Press, New York, NATO Advanced Study Institute (1991), Vol. 259.
- [2] J.L. Dormann and D. Fiorani (eds.), Magnetic Properties of Fine Particles, North-Holland, Amsterdam (1992).
- [3] C. Suryanarayana, Prog. Mater. Sci. **46**, 1–184 (2001).
- [4] J.J. Hauser, Solid State Commum. **37**, 349 (1981).
- [5] J.I. Gittleman, Y. Goldtein, and S. Bozowski, Phys. Rev. B **5**, 3609 (1972).
- [6] J.C. Denardin, M. Knobel, L.S. Dorneles, and L.F. Schelp, J. Magn. Magn. Mater. **294**, 206 (2005).
- [7] J.I. Gittleman, B. Abeles, and S. Bozowski, Phys. Rev. B **9**, 3891 (1974).
- [8] S.H. Liou and C.L. Chien, J. Appl. Phys. **63**, 4240 (1988).
- [9] W.C. Nunes, W.S.D. Folly, J.P. Sinnecker, and M.A. Novak, Phys. Rev. B **70**, 014419 (2004).
- [10] J.M. Vargas, C. Ramos, R.D. Zysler, and H. Romero, Physica B **320**, 178 (2002).
- [11] M. Knobel, W.C. Nunes, H. Winnischofer, T.C.R. Rocha, L.M. Socolovsky, C.L. Mayorga, and D. Zanchet, J. Non-Cryst. Sol. **353**, 743 (2007).
- [12] J.M. Vargas, W.C. Nunes, L.M. Socolovsky, M. Knobel, and D. Zanchet, Phys. Rev. B **72**, 184428 (2005).
- [13] C. Binns, M.J. Maher, Q.A. Pankhurst, D. Kechcrakos, and K.N. Trohidou, Phys. Rev. B **66**, 184413 (2002).
- [14] R.A. Borzi, S.J. Stewart, G. Punte, R.C. Mercader, M. Vasquez-Mansilla, R.D. Zysler, and E.D. Cabanillas, J. Magn. Magn. Mater. **205**, 234 (1999).
- [15] G.C. Hadjipanayis, R.C. Hazelton, and K.R. Lawless, J. Appl. Phys. **55**, 2073 (1984).
- [16] R.C. O`Handley, J. Megusar, S. Sun, Y. Hara, and N. J. Grant, J. Appl. Phys. **57**, 3563 (1985).
- [17] N. Hasegawa, M. Saito, N. Kataoka, and H. Fujimori, J. Mater. Eng. P erform **2**, 181 (1993).
- [18] S. Mørup and E. Tronc, Phys. Rev. Lett. **72**, 3278 (1994).
- [19] J. Garcia-Otero, A.J. Garcia-Bastida, and J. Rivas, J. Magn. Magn. Mater. **189**, 337 (1998).
- [20] C.L. Chien, J. Appl. Phys. **69**, 5267 (1991).

- [21] J.C. Denardin, M. Knobel, L.S. Dorneles, and L.F. Schelp, *J. Magn. Magn. Mater.* **294**, 206 (2005).
- [22] J.L. Dormann, R. Cherkaoui, L. Spinu, M. Noguhs, F. Lucari, F. D’Orazio, D. Fiorani, A. Garcia, E. Tronc, and J.P. Jolivet, *J. Magn. Magn. Mater.* **187**, L139 (1998).
- [23] J.R. Childresse and C.L. Chien, *Phys. Rev. B* **43**, 8089 (1991).
- [24] M.F. Hansen and S. Mørup, *J. Magn. Magn. Matter.* **184**, 262 (1998).
- [25] J.C. Denardin, A.L. Brandl, M. Knobel, P. Panissod, A.B. Pakhomov, H. Liu, and X.X. Zhang, *Phys. Rev. B* **65**, 64422 (2002).
- [26] M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert, F. Nguyen van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazeles, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2472 (1988).
- [27] J. Nogues, J. Sort, and V. Langlais, *Inter. Jour. Nanotech.* **2**, 23 (2005).
- [28] D. Fiorani, L. Del Bianco, and A.M. Testa, *Phys. Rev. B* **73**, 092403 (2006).
- [29] J.A. De Toro, J.P. Andres, and J.A. González, *Phys. Rev. B* **73**, 094449 (2006).
- [30] J.L. Dormann, L. Bessais, and D. Fiorani, *J. Phys.* **C21**, 2015 (1998).
- [31] J. Mejía-López and J. Mazo-Zuluaga, *J. Nanopart. Res.* **13** 7115 (2011).
- [32] H. Bustos, D. Oyola, Y. Rojas, D. Granada, and G.A. Pérez Alcázar, *J. Alloys Compounds.* **536S**, S377 (2012).
- [33] G.A. Pérez Alcázar, L.E. Zamora, O. Reina, J.M. González, J.M. Greneche, J.J. Romero, A. Martínez, A.F. Rebolledo, F.J. Palomares, and J.F. Marco, *J. Magn. Magn. Matter.* **327**, 137 (2012).
- [34] R.R. Rodríguez, J.F. Piamba, G.A. Pérez Alcázar, and J.M. Greneche, *Suplemento de la Revista Latinoamericana de Metalurgia y Materiales*; **S1** (2): 737 (2009).
- [35] M. Knobel, W.C. Nunes, L.M. Socolovsky, E. De Biasi, J.M. Vargas, and J.C. Denardin. *J. Nanosc. Nanotech.* **8**, 2830 (2008).
- [36] W.C. Nunes, W.S.D. Folly, J.P. Sinnecker, and M.A. Novak, *Phys. Rev. B* **70**, 014419 (2004).
- [37] W.C. Nunes, F. Cebollada, M. Knobel, and D. Zanchet, *J. Appl. Phys.* **99**, 08N705 (2006).
- [38] *Física del Estado Sólido*, P.V. Pavlov, A.F. Jojlov, editorial Mir Moscu 1985
- [39] J. Schwinger, *Classical Electrodynamics*, First Edition, 1998, Perseus Books.

- [40] C.P. Bean and J.D. Livingston, J. Appl. Phys. Supplement to Vol. 30. No. **4**, 120S-129S April (1959).
- [41] L. Néel, Ann. Geophys, **5**, 99 (1949).
- [42] B. D. Cullity and C.D. Graham, Introduction to Magnetic Materials, Second Edition, IEEE and John Wiley & Sons, Inc. Publication, 2009.
- [43] J.H. van Vleck, J. Chem. Phys, **5**, 320 (1937).
- [44] C. Kittel, Int. Sol. Stat. Phys. 8th Ed. Cap. 3, John Wiley & Sons, 2005.
- [45] L. Landau, E. Lifshitz, Electrodynamics of continuous media, 2th Edition, Butterworth-Heinemann, 1984.
- [46] L. Landau, E. Lifshitz, Statistical Physics (Part 1) 3th Edition, Butterworth-Heinemann, 1980
- [47] E.F. Kneller and F.E. Luborsky, J. Appl. Phys. **34**, 656 (1963).
- [48] R.W. Chantrell, M. El -Hilo, and K. O'Grady, IEEE Trans. Magn. **27**, 3570 (1991).
- [49] C.L. Chien, J. Appl. Phys. **69**, 5267 (1991).
- [50] J.L. Dormann, D. Fiorani, and E. Tronc, Adv. Chem. Phys. **98**, 283 (1997).
- [51] Sunghyun Yoon (2011) *Journal of the Korean Physical Society* **59** (5) 3069-3073
- [52] Yusuhiko Syono, Yoshikasu Ishikawa (1964) *Journal of the physical society of Japan* **19**-8 1752-1753

PARTE 2:

ECUACIÓN DE LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT CON COEFICIENTES SIMÉTRICOS DE LA FUNCIÓN DISIPATIVA

Resumen

La teoría moderna del ferromagnetismo está basada en la ecuación de Landau-Lifshitz, la cual describe la dinámica del momento magnético en un ferromagneto. Thomas Gilbert introdujo los términos de amortiguamiento en esta ecuación haciendo uso de una función de disipación. Un método para introducir los términos de amortiguamiento en las ecuaciones de movimiento consiste en introducir una función disipativa que tiene una forma cuadrática en las velocidades. Los coeficientes que aparecen en esta función disipativa deben ser simétricos. La teoría desarrollada por Lars Onsager afirma que bajo la presencia de un campo magnético externo estos coeficientes no son simétricos y por lo tanto no es posible introducir una función disipativa. En este estudio presentamos un método para hacer simétricos los coeficientes cinéticos y definir esta función disipativa de una manera que permita introducir los términos de amortiguamiento en las ecuaciones de movimiento. Es claro que en este caso las derivadas temporales de la magnetización se comportan como las velocidades en la función disipativa.

En el presente estudio reportamos la solución de la ecuación propuesta. Esta solución muestra que las componentes M_x y M_y de la magnetización presentan oscilaciones amortiguadas. Encontramos expresiones para el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia de las oscilaciones y mostramos sus gráficos. Finalmente comparamos estos gráficos con aquellos que corresponden a la frecuencia de las oscilaciones de la magnetización en la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert.

Abstract

The modern theory of ferromagnetism is based in the Landau-Lifshitz equation, which describe the magnetic moment dynamic in a ferromagnetic material. Thomas Gilbert introduced the damping terms in this equation using a dissipation function. A method to introduce the damping terms in the equations of motion consists in defining a positive dissipative function that has a quadratic form in the velocities. The coefficients that appear in this dissipative function must be symmetric. The theory developed by Lars Onsager states that under the presence of an external magnetic field, these coefficients are not symmetric, and therefore, it is not possible to introduce a dissipative function. In this study, we present a method to make symmetric the kinetic coefficients and define this dissipative function in a way that allows the introduction of the damping terms in the equations of movement. It is clear that in present case the temporal derives of the magnetization behave like the velocities of the dissipative function.

In the present study, we report the solution to the proposed equation. This solution shows that the M_x and M_y components of the magnetization have damped oscillations. We find the expressions for the damping coefficient and the frequency of the oscillations and show their graphs. Finally, we compare these graphs with those that correspond to the frequency of oscillations for the magnetization in the Landau-Lifshitz-Gilbert equation.

2.1 INTRODUCCIÓN

La Ecuación de Landau-Lifshitz [1] para el amortiguamiento del movimiento de la magnetización no explica el amortiguamiento considerable que se presenta en las láminas delgadas de Permalloy. Thomas Gilbert [2] hace una reformulación de la teoría para explicar los grandes amortiguamientos que se presentan en estos sistemas físicos. En el procedimiento desarrollado por Gilbert, utiliza una función disipativa para poder tratar el amortiguamiento desde un punto de vista mecánico. Sin embargo, la teoría desarrollada por Lars Onsager [3] muestra que en presencia de un campo magnético externo no es posible escribir una ecuación de movimiento en función de las derivadas de una función disipativa, ya que, en este caso, los coeficientes que están presentes en la función disipativa no son simétricos.

En este trabajo, presentamos una manera de abordar este problema para ser consistentes con la Teoría de Onsager. Mostraremos una manera de escribir los coeficientes de la función disipativa, de manera que sean simétricos y así poder escribir la ecuación de movimiento para el amortiguamiento de la magnetización agregando una fuerza de fricción.

La Ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) ha sido usada para interpretar y predecir una gran cantidad de resultados experimentales tales como el movimiento y estructura de una pared de dominio [4], la inversión de la magnetización [5], y el ruido magnético. También fue usada para calcular la razón giromagnética [6], así como el estudio de la dinámica de un sistema de vórtices magnéticos [7]. Los códigos de simulación micromagnética [8] basados en la ecuación de LLG son ahora herramientas estándar para estudiar la dinámica de la magnetización de estructuras complejas. Partiendo del modelo micromagnético de Melcher [9] se obtiene un límite de un tipo de onda amortiguada para la ecuación de LLG en películas delgadas. Recientemente, una nueva ecuación de LLG fue obtenida, para describir ferromagnetos conductores por inclusión implícita del amortiguamiento mediante electrones de conducción [10]. Finalmente, una ecuación del tipo LLG fue obtenida directamente usando el modelo s-d en el cual el sistema de electrón-s es considerado en un entorno acoplado débilmente por un spin s o d localizado [11].

2.2 ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La teoría moderna del ferromagnetismo está basada en la ecuación de Landau-Lifshitz, la cual describe la dinámica del momento magnético en un material ferromagnético. Un artículo sobre este tema publicado en 1935 es uno de los más conocidos artículos sobre la física de los fenómenos magnéticos. Se obtiene la ecuación y se desarrolla la teoría de la resonancia ferromagnética y la estructura de dominios de un material ferromagnético.

En 1955 Thomas Gilbert introduce los términos de amortiguamiento en esta ecuación haciendo uso de una función de disipación. Un método para introducir los términos de amortiguamiento en las ecuaciones de movimiento de la magnetización en un material consiste en introducir una función disipativa que tiene una forma cuadrática en las velocidades. Los coeficientes que aparecen en esta función disipativa deben ser simétricos. La teoría desarrollada por Lars Onsager afirma que bajo la presencia de un campo magnético externo estos coeficientes no son simétricos y por lo tanto no es posible introducir una función disipativa. En este estudio presentamos un método para hacer simétricos los coeficientes cinéticos y definir esta función disipativa de una manera que permita introducir los términos de amortiguamiento en las ecuaciones de movimiento.

2.3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS. ECUACIÓN DE LANDAU-LIFSHITZ Y LA FUNCIÓN DE DISIPACION.

2.3.1 Momento magnético

La magnitud principal que caracteriza el campo magnético y sus efectos es el vector del momento magnético definido por

$$M = \sum_a \frac{Q_a}{2c} r_a \times v_a, \quad (2.1)$$

donde Q_a es la carga de la partícula, c es la velocidad de la luz, r_a y v_a el vector posición y la velocidad de la carga, respectivamente. En el caso de las corrientes este vector viene determinado por la forma del circuito con corriente. Los electrones que se mueven en el campo del núcleo poseen momento magnético “orbital” como si su movimiento alrededor del núcleo crease la corriente eléctrica. Finalmente, el momento magnético propio es una propiedad fundamental que caracteriza las partículas elementales. Podemos afirmar que la corriente macroscópica, el imán en forma de barra, el movimiento orbital del electrón y el propio electrón, todos ellos se caracterizan por un mismo concepto físico: el momento magnético. [12]

2.3.2 Ecuación de Landau-Lifshitz

La forma fundamental de interacción en las sustancias ferromagnéticas es la interacción de intercambio de los átomos, la cual establece la magnetización espontánea. Una propiedad característica de esta interacción es que es independiente de la orientación de la magnetización relativa a la red. La interacción de intercambio resulta a partir de la interacción electrostática de los electrones y la simetría de la función de onda del sistema, y no depende de la dirección del spin total.

Ya que se estudian los estados débilmente excitados de un ferromagneto, se consideran los movimientos lentos del momento magnético. En este caso, la dirección del momento magnético varía lentamente en el espacio, pero su magnitud permanece constante. (Se supone que el cuerpo está suficientemente lejos del punto de Curie, en el cual la magnetización espontánea se anula). La ecuación para la densidad del momento magnético (magnetización) debe ser tal que se conserva $|M|$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \Omega \times M, \quad (2.2)$$

donde Ω es la velocidad angular de precesión del momento, la cual se debe determinar. Para llevar a cabo el cálculo, Landau-Lifshitz hallan la variación de la energía libre del sistema que en este problema particular tiene la siguiente forma

$$F = \int (dr) \left\{ f_0(M) + U_{no-uni} - M \cdot H - \frac{H^2}{8\pi} \right\}, \quad (2.3)$$

aquí $f_0(M)$ es la densidad de energía libre del cuerpo uniformemente magnetizado cuando $H=0$, la cual toma en cuenta solamente las interacciones de intercambio; U_{no-uni} es la densidad de energía de intercambio debida al lento cambio de la dirección de M a través del cuerpo magnetizado de manera no uniforme,

$$U_{no-uni} = \frac{1}{2} \alpha_{ik} \frac{\partial M}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial M}{\partial x_k}, \quad (2.4)$$

donde α_{ik} es un tensor simétrico de segundo rango. El cálculo final lleva al siguiente resultado: [13]

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{|e|g}{2mc} \left(\alpha_{ik} \frac{\partial^2 M}{\partial x_i \partial x_k} + H \right) \times M. \quad (2.5)$$

2.3.3 Función disipativa

El movimiento microscópico de los cuerpos en un medio externo en general está afectado por procesos de fricción irreversibles, los cuales llevan a que el movimiento se detenga. La energía cinética de los cuerpos se convierte en calor, y se dice que se disipa.

Un tratamiento puramente mecánico de este movimiento no es posible, ya que la energía del movimiento macroscópico se convierte en energía del movimiento térmico de las moléculas del cuerpo y del medio. El problema es ahora un problema de la física estadística.

El movimiento interno de los átomos en el cuerpo depende no solamente del movimiento del cuerpo en un instante dado, sino también de la historia previa del movimiento, las ecuaciones de movimiento contendrán en general no solamente las coordenadas macroscópicas del cuerpo y sus primeras y segundas derivadas sino también todas las derivadas de orden superior. La función de Lagrange para este cuerpo no existe [14].

Lars Onsager desarrollo una teoría que permite obtener ecuaciones de movimiento para estos sistemas. Para ello introdujo el concepto de la función disipativa definida como

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i,k} \gamma_{ik} \dot{Q}_i \dot{Q}_k. \quad (2.6)$$

De esta manera pudo introducir las fuerzas de fricción las cuales son funciones lineales de las velocidades. Los coeficientes γ_{ik} son llamados coeficientes cinéticos. Estos coeficientes no son simétricos si el sistema se encuentra en un campo magnético o se encuentra en rotación. Pero se ha desarrollado un método para llevar estos coeficientes a una forma simétrica en estos casos particulares. $\dot{Q}_i$ son las “velocidades”.

2.4 ECUACIÓN DE LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT CON COEFICIENTES SIMÉTRICOS DE LA FUNCION DISIPATIVA

2.4.1 Función disipativa

Una manera común de introducir un término de amortiguamiento en las ecuaciones clásicas del movimiento para un sistema físico, es considerar la formulación de Lagrange de las ecuaciones del movimiento y agregar un término dependiente de la velocidad. La energía cinética $K(\dot{Q}_i)$ será una función cuadrática de las velocidades e independiente de las coordenadas Q_i mismas; la energía potencial $U(Q_i)$, debida a las fuerzas externas, será una función cuadrática de las coordenadas Q_i [14]. Se definen las cantidades de movimiento generalizadas P_i de la manera usual

$$P_i = \frac{\partial K(\dot{Q}_i)}{\partial \dot{Q}_i}. \quad (2.7)$$

Estas ecuaciones definen las cantidades de movimiento como combinaciones lineales de las velocidades; usándolas a ellas expresamos las velocidades en términos de los momentos y las sustituimos en la energía cinética, y obtenemos esta última como una función cuadrática de los impulsos, con

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial K(P_i)}{\partial P_i}. \quad (2.8)$$

Cuando no se consideran los procesos disipativos, las ecuaciones de movimiento son las ecuaciones de la mecánica:

$$\dot{P}_i = -\frac{\partial U}{\partial Q_i}. \quad (2.9)$$

De acuerdo con la Teoría de Onsager [2], podemos escribir las ecuaciones de movimiento de manera que podamos considerar los procesos disipativos. Para este caso las ecuaciones ahora toman la forma:

$$\dot{P}_i = -\frac{\partial U}{\partial Q_i} - \sum_{k=1}^s \gamma_{ik} \dot{Q}_k, \quad (2.10)$$

donde los coeficientes constantes están relacionados por:

$$\gamma_{ik} = \gamma_{ki}. \quad (2.11)$$

Estas son las ecuaciones requeridas del movimiento. La presencia de los procesos disipativos lleva, en esta aproximación, a la aparición de fuerzas de fricción las cuales son funciones lineales de las velocidades. Debido a la simetría de las constantes γ_{ik} , estas fuerzas pueden escribirse como las derivadas, con respecto a las velocidades, de la función cuadrática

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i,k} \gamma_{ik} \dot{Q}_i \dot{Q}_k. \quad (2.12)$$

La cual es llamada función disipativa. Entonces:

$$\dot{P}_i = -\frac{\partial U}{\partial Q_i} - \frac{\partial F}{\partial \dot{Q}_i}. \quad (2.13)$$

Introduciendo la función de Lagrange $L=K-U$, podemos escribir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial Q_i} = -\frac{\partial F}{\partial \dot{Q}_i}. \quad (2.14)$$

Pero si se tiene un campo magnético externo, las ecuaciones de movimiento de nuevo toman la forma (2.10), pero ahora se tiene:

$$\gamma_{ik}(H) = \gamma_{ki}(-H). \quad (2.15)$$

Como resultado de ello, no hay una función disipativa cuyas derivadas determinen las fuerzas de fricción. Las ecuaciones de movimiento **NO** pueden, por lo tanto, ser escritas en la forma (2.14)

2.4.2 Ecuaciones del campo para un campo magnético amortiguado

Para un ferromagneto [2], para el cual las variables dinámicas son las componentes de la magnetización $\mathbf{M}$, debemos agregar un término en la ecuación del movimiento, en ausencia de fricción, que obtenemos de la siguiente manera. Primero definimos la función disipativa (2.12) en términos de las componentes de la magnetización como:

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i,k} \eta_{ik}(H) \dot{M}_i \dot{M}_k. \quad (2.16)$$

Es claro que el coeficiente $\eta_{ik}(H)$, llamado coeficiente cinético, no es simétrico con respecto a los subíndices i, k ya que depende del campo magnético. La Teoría de Onsager afirma que en este caso debe tenerse:

$$\eta_{ik}(H) = \eta_{ki}(-H). \quad (2.17)$$

Como cualquier tensor de segundo rango, $\eta_{ik}(H)$ puede ser dividido en una parte simétrica y una parte antisimétrica:

$$\eta_{ik}(H) = \eta_{ik}(H)_S + \eta_{ik}(H)_A, \quad (2.18)$$

donde el primer término de la derecha es la componente simétrica del coeficiente cinético $\eta_{ik}(H)$ y el segundo término es su componente antisimétrica.

Intercambiamos los índices i,k de la expresión (2.18)

$$\eta_{ki}(H) = \eta_{ki}(H)_S + \eta_{ki}(H)_A. \quad (2.19)$$

A partir de la Ecuación (2.17) escribimos:

$$\eta_{ik}(H)_S + \eta_{ik}(H)_A = \eta_{ki}(-H)_S + \eta_{ki}(-H)_A, \quad (2.20)$$

concluimos que el coeficiente simétrico:

$$\eta_{ik}(H)_S = \eta_{ki}(-H)_S = \eta_{ik}(-H)_S, \quad (2.21)$$

es decir, este coeficiente es par con respecto al campo magnético.

Para la componente antisimétrica tenemos que:

$$\eta_{ik}(H)_A = \eta_{ki}(-H)_A = -\eta_{ik}(-H)_A, \quad (2.22)$$

este coeficiente es impar con respecto al campo magnético.

Es claro que al reemplazar en la Ecuación (2.17) la expresión (2.22), este término se anula, ya que estamos multiplicando un coeficiente antisimétrico en los subíndices i,k por un tensor simétrico en los subíndices i,k

$$\eta_{ik}(H)_A \dot{M}_i \dot{M}_k = 0. \quad (2.23)$$

Teniendo en cuenta el carácter par de $\eta_{ik}(H)_S$ con relación al campo magnético, escribimos la Ecuación (2.21) de la siguiente manera:

$$\eta_{ik}(H)_S = \eta_{ik}^{(0)} + \varsigma_{iklm} H_l H_m, \quad (2.24)$$

siendo ς_{iklm} simétrico respecto de los índices i,k y l,m , pero no respecto del intercambio de i,k por l,m .

La función disipativa toma la forma:

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i,k} \left\{ \eta_{ik}^{(0)} + \sum_{l,m} \varsigma_{iklm} H_l H_m \right\} \dot{M}_i \dot{M}_k. \quad (2.25)$$

Luego el término que debemos agregar en la ecuación del movimiento viene dado por:

$$\frac{\delta F[\dot{M}]}{\delta \dot{M}_i} = \sum_{i,k} \left\{ \eta_{ik}^{(0)} + \sum_{l,m} \varsigma_{iklm} H_l H_m \right\} \dot{M}_k. \quad (2.26)$$

La ecuación de movimiento para un campo magnético no amortiguado en la forma de Lagrange es:

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L[M, \dot{M}]}{\delta \dot{M}_i} - \frac{\delta L[M, \dot{M}]}{\delta M_i} = 0, \quad (2.27)$$

donde

$$L[M, \dot{M}] = T[M, \dot{M}] - U[M], \quad (2.28)$$

es la función de Lagrange, y T y U son la energía cinética y la energía potencial, respectivamente.

La Ecuación (2.28) puede convertirse en una ecuación para un campo magnético amortiguado agregando una fuerza disipativa de la forma dada por la Ecuación (2.27):

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L[M, \dot{M}]}{\delta \dot{M}_i} - \frac{\delta L[M, \dot{M}]}{\delta M_i} + \frac{\delta F[\dot{M}]}{\delta \dot{M}_i} = 0. \quad (2.29)$$

Siguiendo el mismo procedimiento del artículo de Gilbert [2], encontramos que

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} = \gamma \varepsilon_{ikl} \left\{ M_k H_l - M_k \left\{ \sum_{l,p} \left\{ \eta_{lp}^{(0)} + \sum \zeta_{lprs} H_r H_s \right\} \frac{\partial M_p}{\partial t} \right\} \right\}. \quad (2.30)$$

Esta es la nueva forma que toma la Ecuación de Gilbert.

La Ecuación (2.16) implica que la distribución de las pérdidas de energía debidas a los mecanismos de amortiguamiento es uniforme. Escribimos la Ecuación (2.30) de la siguiente manera:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma M \times \left\{ H - (\eta + \zeta H^2) \frac{\partial M}{\partial t} \right\}. \quad (2.31)$$

Comparando la Ecuación (2.31) que reescribimos como:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma M \times H - \frac{\alpha}{M} M \times \frac{\partial M}{\partial t}, \quad (2.32)$$

donde

$$\alpha = (\eta + \varsigma H^2) \gamma M, \quad (2.33)$$

con la ecuación de Landau-Lifshitz [1]:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma M \times H - \frac{\lambda}{M^2} M \times (M \times H), \quad (2.34)$$

encontramos

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma^* M \times H - \frac{\alpha}{M} M \times \frac{\partial M}{\partial t}, \quad (2.35)$$

donde

$$\alpha = (\eta + \varsigma H^2) \gamma M = \frac{\lambda}{\gamma M}, \quad (2.36)$$

$$\gamma^* = \gamma \left\{ 1 + [(\eta + \varsigma H^2) \gamma M]^2 \right\} \quad (2.37)$$

Es claro que si:

$$\zeta = 0 \quad (2.38)$$

entonces la Ecuación (2.31) toma la forma de la Ecuación de Gilbert [2]:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma M \times \left\{ H - \eta \frac{\partial M}{\partial t} \right\}, \quad (2.39)$$

y obtenemos los mismos resultados de su reporte. Fuera de este límite, cuando $\zeta \neq 0$, obtenemos un término extra en γ^* que depende de H^2 . Este término extra no aparece en otras teorías.

2.4.3 Solución de la ecuación de LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT modificada

Para encontrar la solución se escribe ahora la ecuación (2.31) de la forma

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma M \times H - \gamma \gamma_0 M \times \frac{\partial M}{\partial t}, \quad (2.31)$$

donde

$$\gamma_0 = \eta + \zeta H^2. \quad (2.40)$$

Recordando que el campo H está en la dirección positive del eje-z, entonces la ecuación (2.31) tiene las siguientes componentes:

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} = H\gamma M_y - \gamma\gamma_0 \left(M_y \frac{\partial M_z}{\partial t} - M_z \frac{\partial M_y}{\partial t} \right), \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} = -H\gamma M_x - \gamma\gamma_0 \left(M_z \frac{\partial M_x}{\partial t} - M_x \frac{\partial M_z}{\partial t} \right), \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = -\gamma\gamma_0 \left(M_x \frac{\partial M_y}{\partial t} - M_y \frac{\partial M_x}{\partial t} \right). \quad (2.43)$$

La ecuación (2.42) la multiplicamos por la unidad imaginaria i y la sumamos a la ecuación (2.41) y se llega a:

$$\frac{\partial M_T}{\partial t} = -i\gamma H M_T - i\gamma\gamma_0 M_z \frac{\partial M_T}{\partial t} + i\gamma\gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} M_T, \quad (2.44)$$

donde se toma

$$M_T = M_x + iM_y. \quad (2.45)$$

La ecuación (2.44) toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial M_T}{\partial t} = i \frac{\gamma\gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H}{1 + i\gamma\gamma_0 M_z} M_T. \quad (2.46)$$

Esta ecuación se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{\partial M_T}{\partial t} = \left\{ \frac{\left(\gamma\gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H \right) \gamma\gamma_0 M_z}{1 + (\gamma\gamma_0 M_z)^2} + i \frac{\left(\gamma\gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H \right)}{1 + (\gamma\gamma_0 M_z)^2} \right\} M_T. \quad (2.47)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.41) y (2.42), la ecuación (2.43) se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = \frac{\gamma^2 \gamma_0 H M^2}{1 + (\gamma \gamma_0 M)^2} + \frac{(\gamma \gamma_0)^2 \frac{M_z}{2}}{1 + (\gamma \gamma_0 M)^2} \frac{\partial M^2}{\partial t}, \quad (2.48)$$

donde

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2. \quad (2.49)$$

La solución de la (2.47) esta dada por

$$M_T = C \exp \left\{ \int dt \left[\frac{\left(\gamma \gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H \right) \gamma \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} + i \frac{\left(\gamma \gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H \right)}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right] \right\}, \quad (2.50)$$

donde C es una constante de integración. La ecuación (2.50) se escribe de la siguiente manera:

$$M_T = C(t) \exp \left\{ i \int dt \frac{\left(\gamma \gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H \right)}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right\}, \quad (2.51)$$

donde

$$C(t) = C \exp \left\{ \int dt \frac{\left(\gamma \gamma_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} - \gamma H \right) \gamma \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right\}, \quad (2.52)$$

es la amplitud de M_T . Ya que la ecuación (8) tiene términos disipativos, es claro que la amplitud $C(t)$ tiende a cero para grandes valores de t . Para garantizar este comportamiento es necesario que el valor de la integral sea negativo, lo cual significa que M_z debe alcanzar un valor constante después de un tiempo t_0 ; de esta manera, la función subintegral es negativa. Proponemos que:

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} \rightarrow 0 \quad t > t_0. \quad (2.53)$$

Tomando en cuenta la condición (2.53), la ecuación (2.47) toma la forma:

$$\frac{\partial M_T}{\partial t} = \left\{ -\frac{\gamma^2 \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} - i \frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right\} M_T. \quad (2.54)$$

Esta ecuación se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{\partial M_T}{\partial t} = \Omega M_T, \quad (2.55)$$

donde

$$\Omega = \left\{ -\frac{\gamma^2 \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} - i \frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right\}, \quad (2.56)$$

es claro que Ω tiene dimensión de frecuencia. Escribimos Ω en la forma:

$$\Omega = -\alpha - i\omega, \quad (2.57)$$

donde

$$\alpha = \frac{\gamma^2 \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \quad (2.58)$$

y

$$\omega = \frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2}. \quad (2.59)$$

La solución de la ecuación diferencial (2.54) esta dada por

$$M_T = M_{T_0} \exp(-\alpha - i\omega)(t - t_0), \quad (2.60)$$

donde M_{T_0} es una constante real (M_T at $t = t_0$). Retornando a la notación original obtenemos que ($t \geq t_0$, t_0 = tiempo inicial):

$$M_T = \left[M_{T_0} \exp \left\{ - \left(\frac{\gamma^2 \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right) t \right\} \right] \exp \left\{ - i \left(\frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} t \right) \right\}. \quad (2.61)$$

Escribimos:

$$M_T = [M_{T_0}(t)] \exp \left\{ - i \left(\frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} t \right) \right\}, \quad (2.62)$$

donde

$$M_{T0}(t) = \left[M_{T0} \exp \left\{ - \left(\frac{\gamma^2 \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right) t \right\} \right]. \quad (2.63)$$

Finalmente, tomando la parte real y la parte imaginaria de la ecuación (2.60), concluimos que:

$$M_x = M_{T0}(t) \cos \left(\frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} t \right), \quad (2.64)$$

$$M_y = -M_{T0}(t) \sin \left(\frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} t \right), \quad (2.65)$$

$$M_z = \text{const} \quad t > t_0. \quad (2.66)$$

Tomando en cuenta que

$$M^2 = M_{T0}^2(t) = M_{T0}^2 \exp \left\{ - 2 \left(\frac{\gamma^2 \gamma_0 M_z}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2} \right) t \right\}, \quad (2.67)$$

puede verse que $\partial M_z / \partial t$ decrece mas rápidamente a cero (la componente M_z de la magnetización tiende a un valor constante) que M_x y M_y ya que estas son proporcionales a la primera potencia de $M_{T0}(t)$. Entonces esto es consistente con la expresión (2.53).

En las figuras 11, 12 y 13 mostramos las curvas de estas componentes en función de t :

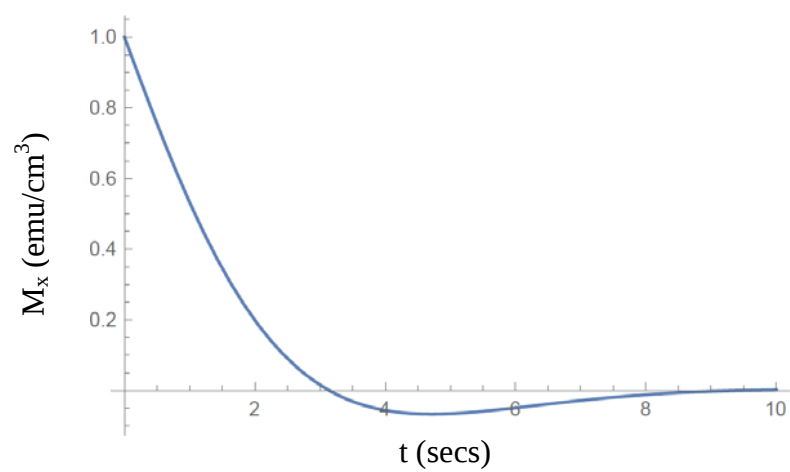


Figura 11. Componente M_x vs. t

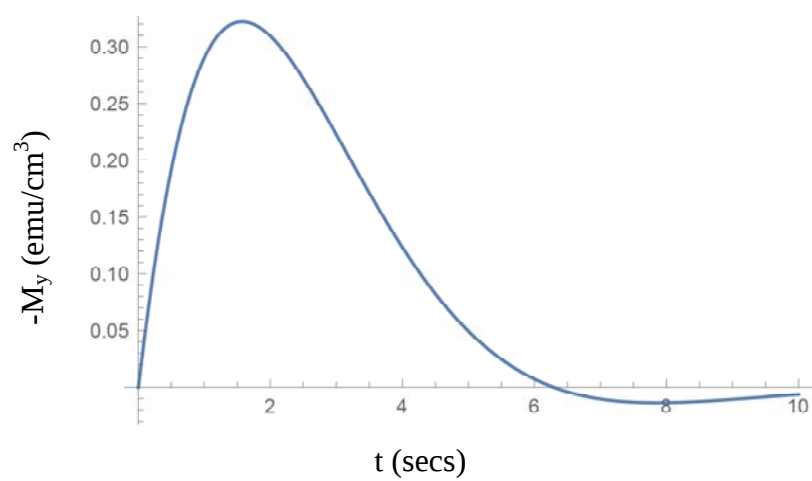


Figura 12. Componente $-M_y$ vs. t

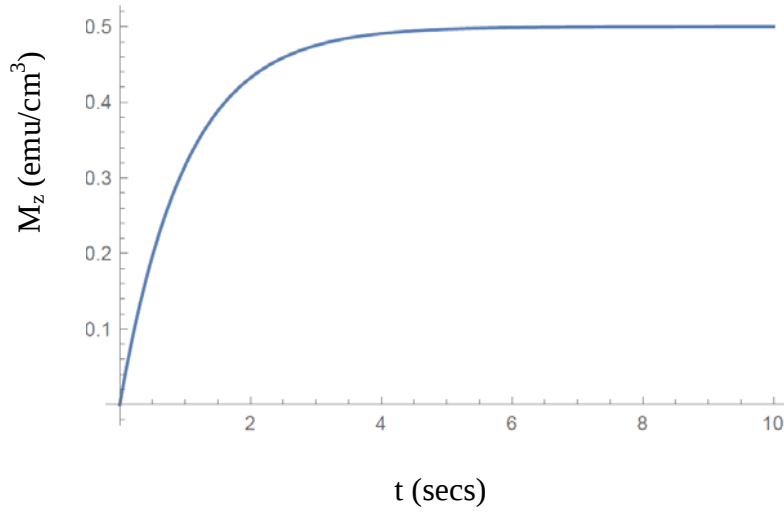


Figura 13. Componente M_z vs. t

Se nota que las proyecciones de la magnetización oscilan con una frecuencia dada por:

$$\omega = \frac{\gamma H}{1 + (\gamma \gamma_0 M_z)^2}, \quad (2.68)$$

y su amplitud se atenúa con el tiempo como puede verse por medio de la ecuación (2.63).

Finalmente, teniendo en cuenta la definición de γ_0 :

$$\omega = \frac{\gamma H}{1 + [\gamma(\eta + \zeta H^2)M_z]^2}, \quad (2.69)$$

es decir, la magnetización oscila con una frecuencia que depende de la intensidad del campo magnético.

Para grande valores de H puede afirmarse que

$$\omega \sim \frac{1}{H^3}. \quad (2.70)$$

Este resultado difiere de lo que se conoce acerca de las oscilaciones de la magnetización (efecto de Haas - van Alphen) [15], donde la frecuencia es inversamente proporcional al campo magnético. Esto es, la magnetización oscila con una frecuencia que depende de la intensidad del campo magnético.

Finalmente, cuando $\zeta = 0$, se obtienen las oscilaciones de la magnetización en el caso de la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert dada por:

$$\omega = \frac{\gamma H}{1 + [\gamma \eta M_z]^2}. \quad (2.71)$$

Además, cuando $\eta = 0$ se obtiene la conocida expresión:

$$\omega = \gamma H. \quad (2.72)$$

La figura 14 compara el comportamiento de la magnetización aquí obtenida con la de la ecuación de LLG.

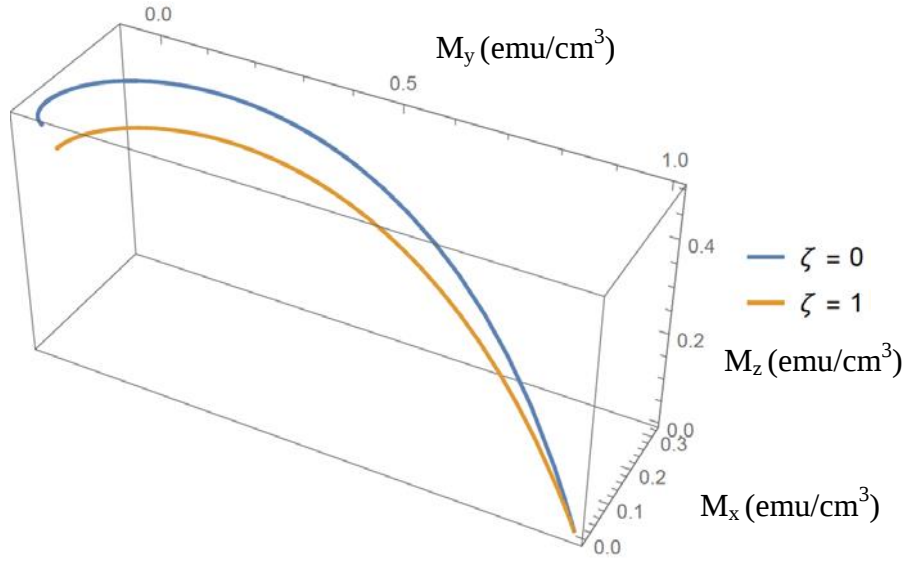


Figura 14. Vector magnetización. La curva azul muestra la magnetización para la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert. La curva naranja muestra la magnetización para la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert modificada.

2.4.4 Frecuencia de precesión

Se considera nuevamente la ecuación (2.31)

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \gamma M \times H - \gamma \gamma_0 M \times \frac{\partial M}{\partial t}, \quad (2.31)$$

y el segundo término de la derecha se lo considera como una corrección al primer término. Se escribe como:

$$\frac{\partial M_0}{\partial t} = \gamma M_0 \times H = -\gamma H \times M_0, \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial M_0}{\partial t} = -\Omega_0 \times M_0, \quad (2.74)$$

donde

$$\Omega_0 = \gamma H \quad (2.75)$$

es la frecuencia de precesión de M_0 .

Se considera ahora el siguiente término del desarrollo de M :

$$\frac{\partial}{\partial t}(M_1 + M_0) = \gamma(M_1 + M_0) \times \left[H - \gamma_0 \frac{\partial}{\partial t}(M_0 + M_1) \right]. \quad (2.76)$$

Teniendo en cuenta la misma aproximación se tiene que

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} = \gamma M_1 \times H - \gamma \gamma_0 M_1 \times (\gamma M_0 \times H) - \dots, \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} = -\gamma H \times M_1 + \gamma \gamma_0 (\gamma M_0 \times H) \times M_1 - \dots, \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} = -[\gamma H - \gamma^2 \gamma_0 (M_0 \times H)] \times M_1 - \dots, \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} = -\Omega_1 \times M_1 - \dots, \quad (2.80)$$

con

$$\Omega_1 = \gamma H - \gamma^2 \gamma_0 (M_0 \times H). \quad (2.81)$$

Esta será la frecuencia de precesión de M_1 .

2.5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Para el caso de la ecuación de LLG observamos que los términos de amortiguamiento en las ecuaciones (2.34) y (2.39) son idénticos, la única diferencia entre las ecuaciones es que el parámetro de amortiguamiento adimensional α se incrementa cuando se escribe en la forma de la Ecuación de Landau-Lifshitz, la razón giromagnética γ^* y asimismo la precesión del espín también se incrementa. La diferencia entre las dos ecuaciones es pequeña cuando $\alpha^2 \ll 1$. En la expresión que hemos obtenido aquí el parámetro α se incrementa considerablemente al tener en cuenta el término cuadrático en el campo.

Se obtuvo la solución de la ecuación modificada de Landau-Lifshitz-Gilbert, y se mostró que las componentes x y y de la magnetización oscilan y decrecen con el tiempo, mientras que a lo largo de la dirección z la magnetización inicialmente se incrementa y rápidamente se satura. También encontramos que la frecuencia de la magnetización varía proporcionalmente a H^3 para grandes valores de H .

Con el fin de validar los cálculos teóricos obtenidos en este trabajo, se espera en trabajos futuros poder compararlos con curvas experimentales reportadas en la literatura, principalmente las del vector de magnetización en láminas delgadas de Permalloy.

2.6 REFERENCIAS

- [1] L. Landau and E. Lifshits, Phys. Z. Sovietunion 8, 153-169 (1935)
- [2] T. L. Gilbert, IEEE Transactions on Magnetism, 40, 61, (2004)
- [3] L. Onsager, Phys. Rev. 37, 405-426 (1931)
- [4] A. Capella, C. Melcher, and F. Otto, Nonlinearity, 20 11, 2519-2537 (2007)
- [5] B. Van Waeyenberge, A. Puzic, H. Stoll, K. W. Chou, T. Tyliczszak, R. Hertel, M. Fahnle, H. Bruckl, K. Rott, G. Reiss, I. Neudecker, D. Weiss, C. H. Back, and G. Schutz, Nature 444, 7118, 461-464 (2006).
- [6] P. J. Mohr, B. N. Taylor, and D. B. Newell, Rev. Mod. Phys. 80, 633-730 (2008)
- [7] Matthias Kurzke, Christof Melcher, and Roger Moser, <https://www.maths.ox.ac.uk/OxPDE-08-01.pdf> (2010)
- [8] <http://math.nist.gov/oommf>.
- [9] C. Melcher, SIAM J. Math. Anal. 42, 1 519-537 (2010)
- [10] Shufeng Zhang and Steven S.-L. Zhang, Phys. Rev. Lett. 102 086601 (2009).
- [11] A. Sakuma, xxx.tau.ac.il/pdf/cond-mat/0602075 (2006)
- [12] A.I. Kitaigorodski, Electrones. Editorial MIR Moscu 1985
- [13] L.D. Landau, E. M. Lifshitz, Course of Theoretical Physics, Electrodynamics of continuous media 2nd. Edition. Butterworth Heinemann, Oxford.
- [14] L.D. Landau, E. M. Lifshitz, Course of Theoretical Physics, 3rd. Edition Statistical Physics Part 1. Butterworth Heinemann, Oxford.
- [15] W.J. de Haas and P.M. van Alphen, Oscillations of magnetization in bismuth in magnetic field. Comm. Phys. Lab. Leiden, No. 212a (1930).

3. APÉNDICES

3.A MODELO DE DORMANN-BESSAIS-FIORANI [30]

Este modelo y el de Morup-Tronc están muy bien descritos por Hansen y Morup [24]. Para el primero se toma como punto de partida la interacción dipolo-dipolo entre dos partículas magnéticas vecinas, i y j , con momentos magnéticos μ_i y μ_j y con coordenadas esféricas (θ_i, φ_i) y (θ_j, φ_j) , tal como se muestra en la figura A1 (tomada de Hansen-Morup [24]). De acuerdo a la geometría mostrada allí los momentos magnéticos μ_i y μ_j presentan una energía de interacción dada por:

$$E_{ij} = \varepsilon \left[\hat{\mu}_i \cdot \hat{\mu}_j - 3(\hat{\mu}_i \cdot \hat{r}_{ij})(\hat{\mu}_j \cdot \hat{r}_{ij}) \right] \quad (A1)$$

r_{ij} es el vector que conecta los centros de las partículas, además

$$\varepsilon \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_i \mu_j}{r_{ij}^3}. \quad (A2)$$

La dirección de fácil magnetización para la partícula i se toma a lo largo de la dirección z . La ecuación para E_{ij} (A1) puede escribirse de la forma

$$E_{ij} = -\vec{\mu}_i \cdot \vec{B}_{ij}. \quad (A3)$$

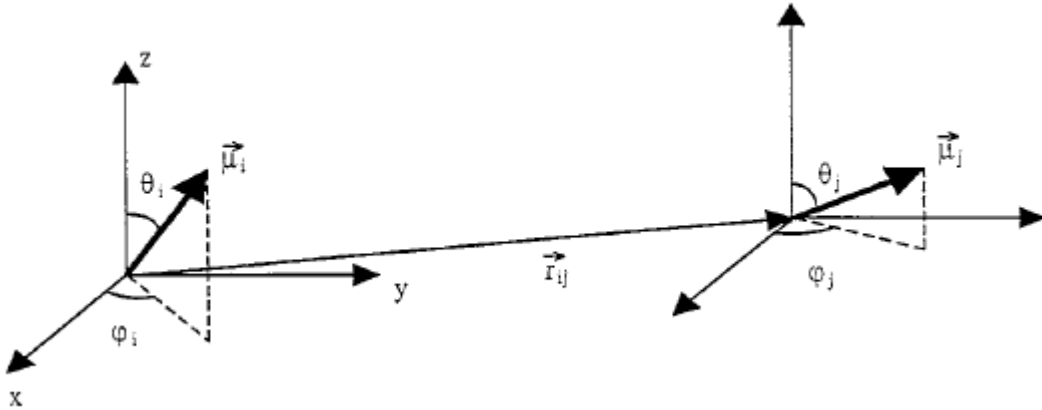


Figura A1. Figura mostrando las coordenadas usadas en el modelo Dormann-Bessais-Fiorani.

Después de manipular matemáticamente la expresión de B_{ij} Dorman et al. llegan a una expresión de la energía total para la partícula i de la forma

$$E_i \approx (E_{B_i} + KV) \cos^2 \theta_i, \quad (A4)$$

siendo

$$E_{B_i} = n_1 \varepsilon (3z^2 - 1) L \left[\frac{\varepsilon (3z^2 - 1)}{k_B T} \right]. \quad (A5)$$

Teniendo en cuenta estas expresiones se obtiene la siguiente expresión para el tiempo de relajación:

$$\tau = \tau_0 \exp \left(\frac{KV}{k_B T} + \frac{E_{B_i}}{k_B T} \right). \quad (A6)$$

En (A5) n_1 es el numero de próximos vecinos y ε y z dependen del arreglo geométrico.

Con la expresión (A6) ellos calculan la temperatura de bloqueo la cual es comparada con los resultados obtenidos por susceptibilidad ac de nanopartículas de Fe dispersas en una matriz amorfa de alúmina.

3.B MODELO DE MØRUP-TRONC

Siguiendo el modelo de Mørup-Tronc [18] se considera una partícula i con momento magnético μ_i . Las partículas del entorno generan un campo dipolar B_i en la partícula. B_i forma un ángulo ν con la dirección de fácil magnetización, la cual define la dirección z . La dirección x se elige en el plano definido por B_i y la dirección z . El ángulo entre la proyección de μ sobre el plano xy y la dirección x es llamado φ y θ es el ángulo entre el vector de magnetización y la dirección fácil de magnetización (Ver figura A₂ tomada de Hansen-Morup [24]). La energía magnética puede ser escrita como

$$E_M = KV \sin^2 \theta - \mu_i B_i (\sin \theta \cos \phi \sin \nu + \cos \nu \cos \theta). \quad (A7)$$

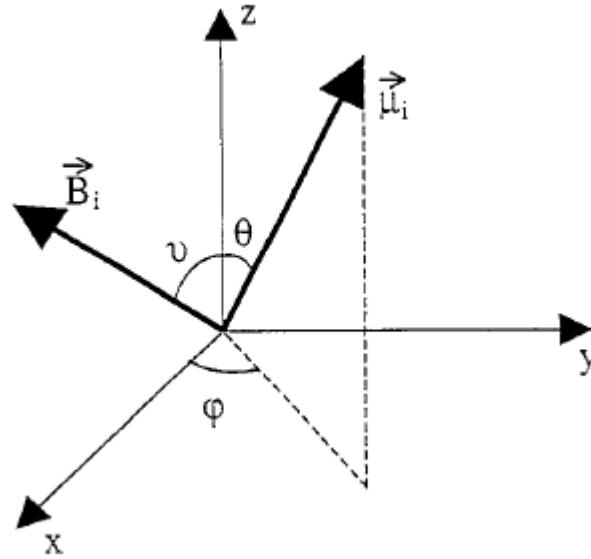


Figura A2. Figura que muestra las coordenadas del modelo Mørup-Tronc.

Teniendo en cuenta esta expresión ellos calculan los valores mínimo y máximo de la energía derivando (A7) con relación a θ . De esta manera obtienen la energía de la barrera que debe superar el momento magnético para invertir su dirección. Con esta energía de la barrera se obtiene la siguiente formula para el tiempo de relajación:

$$\tau = \tau_0 \exp \left[\frac{KV}{k_B T} - \frac{1}{3} \left(\frac{\mu^2 \langle B_i^2 \rangle}{k_B^2 T^2} \right) \left(1 - \frac{3}{4} \frac{k_B T}{KV} \right) \right]. \quad (A8)$$

El campo dipolar lo calculan de manera análoga a como se hizo en el presente trabajo y de esa manera los tiempos de relajación fueron calculados y comparados con los obtenidos por espectrometría Mössbauer de nanopartículas de maghemita ($\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$) con diferentes tamaños de partícula y diferentes separaciones. Se concluyó que el modelo de partículas superparamagnéticas con interacciones dipolares puede explicar las observaciones experimentales.

4.0 PARTICIPACIÓN EN CONGRESOS Y PASANTÍA

1. International Workshop, Centennial of Superconductivity, Trends on Nanoscale Superconductivity and Magnetism, Cali, June 29th – July 1st, 2011 (ver constancia anexa).
2. Workshop de Física Estatística e Computacional – Homenaje a los 60 años del Prof. João Antonio Plascak. Noviembre 3 de 2012, Belo Horizonte, MG (Brasil) (ver constância anexa).
3. Pasantía: Department of Physics and Astronomy, California State University, Long Beach, United States of America. Del 2 al 8 de octubre del 2011. Profesor, Andreas Bill (ver constancia anexa).

5.0 PUBLICACIONES

1. M. Salazar and G.A. Pérez Alcázar, Magnetism in Granular Systems, J. Supercond. Nov. Magn. 25:2213–2215 (2012). (Ver anexo)
2. M. Salazar and G.A. Perez Alcazar, Landau–Lifshitz–Gilbert equation with symmetric coefficients of the dissipative function, Physica A, 424 312-316 (2015). (Ver anexo)
3. M. Salazar and G.A. Pérez Alcázar, Magnetism in Granular Systems II, J. Supercond. Nov. Magn. 29:153-156 (2016). (Ver anexo)
4. M. Salazar and G.A. Perez Alcazar, Landau–Lifshitz–Gilbert equation with symmetric coefficients of the dissipative function II, Physica A, 453 144-149 (2016). (Ver anexo)

6.0 ANEXOS