

**UNA PROPUESTA DE AULA QUE INTEGRA MATERIAL
MANIPULATIVO PARA EL DESARROLLO DE ALGUNOS ASPECTOS
DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES CON
DEFICIENCIA VISUAL EN UN AULA REGULAR**

MARIA FERNANDA RUEDA PIEDRAHITA
Código: 1328126

LUIS GERARDO MOLINA FUERTES
Código: 1324118

UNIVERSIDA DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2019

**UNA PROPUESTA DE AULA QUE INTEGRA MATERIAL
MANIPULATIVO PARA EL DESARROLLO DE ALGUNOS ASPECTOS
DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES CON
DEFICIENCIA VISUAL EN UN AULA REGULAR**

ii

MARIA FERNANDA RUEDA PIEDRAHITA
Código: 1328126

LUIS GERARDO MOLINA FUERTES
Código: 1324118

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
LICENCIADOS EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICA**

Directora de Trabajo de Grado:
MAG. LIGIA AMPARO TORRES RENGIFO

UNIVERSIDA DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2019

Por la feliz culminación de este proceso agradecemos.

En primer lugar a Dios por permitirnos estar en este momento tan importante.

A nuestros padres por sus consejos y palabras de apoyo que nos permitieron seguir avanzando en este trabajo y por hacer posible nuestra formación profesional.

A nuestra tutora Ligia amparo Torres, por confiar en nosotros, por su paciencia y por permitirnos aprender de sus conocimientos y experiencias.

A nuestros evaluadores Ronald Andrés Grueso y Mónica Reyes, por permitirnos trabajar a su lado y brindarnos sus aportes.

A nuestros profesores que con sus enseñanzas y dedicación, nos aportaron nuevos conocimientos para nuestra formación.

Finalmente, agradecemos a todos aquellos que de una u otra forma estuvieron con nosotros en este proceso, brindándonos su ayuda y motivación.

En este trabajo de grado se presenta un acercamiento a algunos elementos del pensamiento variacional (cambio, generalización y variación) en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Republica de Israel sede Manuel Santiago Vallecilla a partir de la implementación de una propuesta de aula que involucra material manipulativo, conformada por dos situaciones que integran la propuesta de álgebra temprana y los aportes del marco teórico de referencia, desde lo curricular, lo didáctico y desde la educación inclusiva.

La propuesta de aula fue implementada a seis estudiantes, incluyendo dentro de ellos, una estudiante con discapacidad visual (ceguera). Los resultados y análisis de los resultados, permiten evidenciar que, los estudiantes con esta discapacidad no presentan ninguna desventaja a nivel cognitivo frente a los demás estudiante de su mismo ciclo de escolaridad. Los estudiantes son capaces de reconocer regularidades y de encontrar los términos siguientes de la secuencia que se les propone. La implementación de material manipulativo supone una gran herramienta para que los estudiantes puedan reconocer con mayor facilidad las cantidades involucradas, logrando identificar aquellas que cambian y las que se mantienen constantes. Además el diseño de las tareas y la utilización del material, permitió que los estudiantes describieran de diversas formas los patrones propuestos, desde el lenguaje natural, representaciones pictóricas y numéricas.

Palabras claves: Pensamiento Variacional, Patrones, Generalización, Educación Inclusiva, Álgebra Temprana.

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo 1. Aspectos generales del trabajo	7
1.1 Planteamiento del problema.....	7
1.2 Objetivos	13
1.2.1 Objetivo General	13
1.2.2 Objetivos Específicos.....	13
1.3 Justificación	13
1.4 Antecedentes	17
1.4.1 Investigaciones sobre la enseñanza del álgebra en población con limitación visual ...	17
1.4.2 Propuestas de enseñanza a través de la integración del material manipulativo	23
Capítulo 2. Marco De Referencia Conceptual	28
2.1. Fundamentos de la diversidad en la Escuela.....	28
2.1.1. Aspectos legales.....	30
2.1.2. Hacia una Educación Inclusiva.....	32
2.1.3. Poblaciones en condición de discapacidad visual.....	35
2.2. Perspectiva Didáctica.....	36
2.2.1. Dificultades en el aprendizaje del álgebra	36
2.2.2. Problemas o dificultades en el aprendizaje del álgebra detectados en la población en condición de discapacidad visual.....	42
2.2.3. Alternativas para abordar las dificultades en el aprendizaje del álgebra	43
2.2.4. El papel del material manipulativo como recurso pedagógico	45
2.3. Perspectiva Curricular.....	48
2.3.1. Estándares Básicos De Competencias.	49
2.3.2. Derechos Básicos De Aprendizaje.....	52
2.4 Aspectos que organizan la propuesta a desarrollar con base en las Perspectivas Curricular, Didáctica y de la Población.....	54
2.5 Marco Metodológico.....	59
Capítulo 3. Un acercamiento a las nociones de variación, generalización y cambio en estudiantes de un aula regular.....	64
3.1 Caracterización de la población.....	64
3.1.1 Resultados apartados (I, II, III, IV, V y VI) de la caracterización de la estudiante con discapacidad visual	73
3.1.2 Resultados y análisis de los resultados, apartado (VII) de la caracterización de la población.....	77
3.2 Propuesta de aula sobre la iniciación al pensamiento variacional a través de la identificación y registro de patrones con material manipulativo	85
3.2.1 Sobre el diseño de la propuesta de aula	86
3.2.2 Sobre los recursos	93
3.3 La propuesta de aula	96
3.4 Implementación de la Propuesta de Aula.....	104
3.5 Resultados y análisis de resultados	105
Capítulo 4. Conclusiones Generales y Algunas Reflexiones Didácticas	146
4.1 Conclusiones generales	146
4.2 Reflexiones didácticas	152

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	153
ANEXOS	161

Lista de tablas

vii

Tabla 1. Organización de las Tareas de la situación 1	89
Tabla 2. Organización de las Tareas de la situación 2.....	89
Tabla 3. Ejes articuladores de las actividades de la propuesta de aula. Situación 1	91
Tabla 4. Ejes articuladores de las actividades de la propuesta de aula. Situación 2	92
Tabla 5. Rejilla de análisis para los resultados de la Situación 1 y 2	105

Lista de figuras

viii

Figura 1. Coherencia horizontal y vertical en relación con los estándares seleccionados. Elaboración propia.....	51
Figura 2. Enfoques que organizan la propuesta de trabajo. Elaboración propia.....	57
Figura 3. Articulación de las perspectivas de trabajo. Elaboración propia.....	58
Figura 4. Fases de la metodología de trabajo. Elaboración propia.	62
Figura 5. Ejes articuladores de la propuesta de aula. Elaboración propia.	87
Figura 6. Material Situación 1, Tarea 1	93
Figura 7. Implementación material Situación 1, Tarea 1.....	94
Figura 8. Material Situación 1, Tarea 2, pregunta 1	94
Figura 9. Material Situación 1, Tarea 2, pregunta 2	95
Figura 10. Material, Situación 1, Tarea 3	95
Figura 11. Tipo y textura de las fichas empleadas.....	96
Figura 12. Respuesta estudiante E3, S1T1P1(a).....	107
Figura 13. Respuesta estudiante E6, S1T1P1(a).....	108
Figura 14. Respuesta estudiante E5, S1T1P1 (b).....	109
Figura 15. Respuesta estudiante E6, S1T1P1 (b).....	109
Figura 16. Respuesta estudiante E6, S1T1P1(c).....	110
Figura 17. Respuesta estudiante E1, S1T1P1(c).....	110
Figura 18. Respuesta estudiante E2, S1T1P2(a, b).....	111
Figura 19. Respuesta estudiante E6, S1T2P1(a, b).....	111
Figura 20. Respuesta estudiante E5, S1T2P1c.....	113
Figura 21. Respuesta estudiante E6, S1T2P1c.....	113
Figura 22. Respuesta estudiante E1, S1T2P2a, b.....	114
Figura 23. Respuesta estudiante E4, S1T2P2a, b.....	114
Figura 24. Respuesta estudiante E6, S1T2P a, b.....	114
Figura 25. Respuesta estudiante E5, S1T2P2c.....	115
Figura 26. Respuesta estudiante E4, S1T2P2c.....	115
Figura 27. Respuesta estudiante E2, S1T2P3	116
Figura 28. Respuesta estudiante E1, S1T2P3	117
Figura 29. Respuesta estudiante E2, S1T3P1a, b.....	118
Figura 30. Respuesta estudiante E3, S1T3P2a, b.....	119
Figura 31. Respuesta estudiante E2, S1T3P2a, b.....	119
Figura 32. Respuesta estudiante E1, S1T3P3	120
Figura 33. Respuesta estudiante E2, S1T3P3	121
Figura 34. Respuesta estudiante E3, S1T3P3	121
Figura 35. Respuesta estudiante E4, S1T3P3	121
Figura 36. Respuesta estudiante E5, S2T1P4	127
Figura 37. Respuesta estudiante E4, S2T1P4	127
Figura 38. Respuesta estudiante E5, S2T1P5a.....	132
Figura 39. Respuesta estudiante E4, S2T2P1a.....	138
Figura 40. Respuesta estudiante E2, S2T2P1a.....	139

INTRODUCCIÓN

Teniendo en cuenta el sentido amplio y complejo de la educación en las condiciones actuales de orden nacional e internacional que buscan considerarla como un Derecho Fundamental para todas las personas sin distinción de ideologías políticas, condición social o etnia, se presenta este trabajo de investigación como una propuesta para evaluar el alcance de la implementación de una estrategia de enseñanza y aprendizaje que permita a los estudiantes que pertenezcan a un aula regular desarrollar algunos aspectos del pensamiento variacional, es decir, un aula que se compone de estudiantes con características y capacidades de aprendizaje diferentes, en particular en un aula que cuente con estudiantes con discapacidad visual, desde baja visión hasta ceguera y con estudiantes sin ningún tipo de discapacidad.

Algunas investigaciones realizadas en los últimos años tanto a nivel internacional como nacional (Castro, 2012; Franco, 2018; Gallardo y Rojano, 1988; Socas 1997), evidencian las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a problemas algebraicos, manipulación de expresiones algebraicas y significación de estas. Dichos estudios se han centrado en las dificultades que ocurren del paso de lo aritmético a lo algebraico las cuales representan un obstáculo para los procesos de desarrollo cognitivo del estudiante. La literatura sugiere que las dificultades y obstáculos en el aprendizaje del álgebra pueden ser clasificados en tres tipos (Wagner y Parker, 1999): aquellas que son intrínsecas al objeto, otras que son inherentes al propio sujeto y aquellas otras que son consecuencia, involuntaria quizá, de las técnicas de enseñanza. Poniendo de manifiesto la crisis de la enseñanza tradicional, cuyo desarrollo histórico sugiere que el álgebra se

concibe desde un enfoque estático, dando énfasis a las ecuaciones, polinomios y algoritmos para solucionar problemas y no al desarrollo de los problemas variacionales, la noción de variable y las relaciones de dependencia.

Estas dificultades que se contraponen a la comprensión de conceptos y procedimientos algebraicos, son validadas por los resultados de pruebas externas como el Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (del inglés Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS) y Saber que evidencian el bajo desempeño de los estudiantes cuando deben expresar situaciones verbales en expresiones que faciliten su solución, manipular expresiones o pasar de una representación a otra (tabulares, algebraicas, gráficas) para resolver problemas, entre otras dificultades.

Además de las dificultades en el aprendizaje del álgebra como concepto matemático, es necesario pensar en los estudiantes como sujetos que intervienen en el contexto escolar y que son el centro de la reflexión educativa, pero aun así “seguimos permitiéndonos olvidarnos de los sujetos, de sus particularidades, de sus formas únicas de habitar y construir sus proyectos vitales, y tendemos a homogeneizar nuestra comprensión del ser estudiante en promedios que necesariamente excluyen, relegan y marginan”(Restrepo, 2015, p.111). Esto trae como consecuencia que los estudiantes se perciban como sujetos iguales y se deje de lado la unicidad y singularidad propia de cada estudiante.

Se puede inferir entonces la innegable necesidad de cambiar al modelo educativo centrado en la diversidad, con el objetivo de proporcionar a todos los estudiantes una educación en igualdad de oportunidades, donde exista un respeto por las diferencias y el

compromiso de hacer de ellas una oportunidad para el desarrollo del aprendizaje. Esto implica que se ofrezca a las personas con discapacidad la oportunidad de participar plenamente en todas las actividades educativas. Se hace énfasis en la necesidad de abordar un enfoque educativo que apunte hacia una educación para todos y es por eso que se pretende trabajar desde una educación inclusiva y particularmente con estudiantes con discapacidad visual, los cuales constituyen una población con dificultades sociopolíticas y educativas debido a que se trata de una población vulnerable.

De esta manera se busca presentar un documento de reflexión, discusión y análisis de la enseñanza del álgebra asociada a los procesos de desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes con condición de discapacidad visual, que sirva de orientación a profesores de primaria interesados en trabajar el álgebra temprana con esta población.

Se debe entonces proponer el desarrollo del pensamiento variacional dentro de un currículo que tenga en cuenta la diversidad para aprender y que adopte una enseñanza basada en el respeto y el valor de las diferencias, que permita que la población con discapacidad visual pueda analizar, organizar y modelar situaciones y problemas tanto en la actividad práctica como en la teórica al igual que sus compañeros sin esta discapacidad.

Teniendo en cuenta estas consideraciones y partiendo de las barreras para el aprendizaje y la participación de estos estudiantes (Calvo y Verdugo, 2012, p.22), se presenta a continuación los capítulos que conforman este trabajo que busca favorecer el acercamiento de un estudiante en condición de discapacidad visual a algunos elementos del pensamiento variacional (variación, generalización y cambio), mediante una

propuesta de aula que involucre material manipulativo en una aula inclusiva de la siguiente manera.

En el primer capítulo se aborda la problemática orientada desde algunas dificultades en torno al aprendizaje del álgebra que aportan diversas investigaciones así como de una reglamentación en torno a la educación para todos y todas. De igual forma, se presentan los objetivos tanto generales como específicos que dan paso a la justificación que pone en evidencia las razones por las cuales se aborda la problemática. Finalmente se presentan los antecedentes contruidos a partir de investigaciones en torno a la enseñanza y aprendizaje del álgebra en estudiantes con discapacidad visual y el uso del material manipulativo como recurso pedagógico.

En el segundo capítulo se expone el marco teórico de referencia, en el cual se documenta la problemática y será la base para el diseño de la propuesta de aula. El marco teórico de referencia se organiza en tres componentes teóricos de análisis: La Diversidad en la Escuela, la Perspectiva Didáctica y la Perspectiva Curricular. El primer componente nos sitúa en las características de la población, su transcurrir y necesidades; El segundo componente, La didáctica, algunas dificultades en torno al álgebra y la construcción de patrones, pero también en alternativas de tratamiento que permita abordar el álgebra desde temprana edad a niños con discapacidad y el último componente, el curricular sitúa el papel del concepto de variación en la escuela.

El tercer capítulo describe la metodología que permite el adecuado desarrollo de este trabajo. La propuesta de aula, su implementación y los resultados y análisis de esos resultados, donde se consultó documentación relacionada con estudios sobre la educación

de personas con discapacidad visual en el área de matemáticas que puedan ser incluidos en el diseño de la propuesta de aula; para su posterior implementación y análisis.

Lo anterior con el fin de caracterizar algunos desarrollos conceptuales y procedimentales relacionados con el pensamiento variacional (generalización, variación, covariación, entre otros) en estudiantes con discapacidad visual en un aula inclusiva en particular.

En el cuarto capítulo de este trabajo se recopilan los análisis del capítulo anterior para presentar las conclusiones generales y algunas reflexiones didácticas que permitan validar o refutar la pregunta problema y los objetivos del trabajo.

Por último, se presentan las referencias bibliográficas de los documentos y autores que sirvieron de apoyo para el desarrollo de este trabajo, así como las evidencias del trabajo realizado por los estudiantes.

CAPÍTULO 1.

ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO

Capítulo 1. Aspectos generales del trabajo

En este capítulo se exponen los aspectos generales de la propuesta de trabajo que inicia con la presentación de la problemática que se basa en algunas dificultades que reportan distintas investigaciones en torno al desarrollo del pensamiento variacional, y la importancia de introducir conceptos relacionados con el álgebra en los primeros ciclos de escolaridad.

Posteriormente se presentan los objetivos de la investigación, tanto el general como los específicos, dando paso a la justificación que pretende dar cuenta de la importancia de este trabajo en la educación matemática y en la formación docente; por último se reportan algunos antecedentes que permiten ubicar la problemática en torno al desarrollo del álgebra en los primeros ciclos de la escolaridad y el uso de material manipulativo como recurso pedagógico en el aula con estudiantes con deficiencia visual.

1.1 Planteamiento del problema

En la actualidad es cada vez más evidente el reconocimiento de los derechos de las personas en condición de discapacidad gracias al consenso de todos los países ante el informe (1994) presentado por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, UNESCO (por sus siglas en inglés) sobre los principios y consideraciones que deben guiar la educación especial. Por tal razón los distintos países, incluyendo Colombia se han comprometido a desarrollar políticas y acciones que permitan asegurar la educación como un derecho fundamental para todas las

personas sin distinción de ideologías políticas, condición social o etnia, es decir, una educación accesible para todos y todas.

La búsqueda de inclusión de todas las personas muestra una necesidad educativa actual de innovaciones pedagógicas y estructuras educativas donde prevalezca el respeto a la diversidad estudiantil. De esta manera, se busca superar las barreras de aprendizaje y participación de aquellos que tengan alguna discapacidad, con el principal objetivo de que puedan adquirir las mismas herramientas de aprendizaje que tienen sus compañeros de aula.

La necesidad de atender a estas necesidades y derechos de inclusión de la población con barreras de aprendizaje y la participación, se vio fuertemente influenciada en el año 1994 por medio de la Ley 115 de 1994 “Ley general de Educación”, en ella se establecen directrices para la educación de personas con limitaciones a partir de acciones pedagógicas y terapéuticas que permitan el proceso de integración académica y social de dichos educandos, planteando que es un servicio de obligación para el Estado. Esta búsqueda de normativas y nuevas políticas ha demostrado que se ha presentado diversas razones por las cuales ha sido necesario un cambio, mostrando que la Educación se ha visto obligada a reformarse.

A pesar de que existen estas políticas y normativas que fomentan la inclusión de esta población, no todas las instituciones cuentan con unas condiciones institucionales y culturales que favorezcan la conciencia de reconocer la inclusión y la aceptación social de estudiantes en condición de discapacidad, por citar un ejemplo:

No se cuenta con infraestructura adecuada que facilite un mejor desplazamiento y accesibilidad, y promueva un ambiente adecuado a sus necesidades. Además, se debe reflexionar sobre la imperiosa necesidad de brindar capacitaciones al personal académico donde se aborden lineamientos, elaboración de materiales didácticos, adaptaciones metodológicas específicas para desarrollar los contenidos de los cursos de matemáticas. (Bolaños, Céspedes y González, 2016, p.112, 113)

Muchas instituciones no suelen contar con la infraestructura, la adecuación de la planta física ni los recursos para atender las necesidades de estos estudiantes. De igual forma, los profesores que atienden a la población con discapacidad no cuentan con una formación adecuada que les permita responder a las nuevas demandas de la sociedad y que a su vez favorezca el ejercicio de la tolerancia y la estructuración de nuevas estrategias pedagógicas que ayuden al profesor a que todo el grupo cuente con las mismas herramientas en torno a las matemáticas para abordar los conceptos.

Recientemente se estableció el Decreto 1421 de 2017, que garantiza la inclusión de toda la población con discapacidad y establece las condiciones para esta inclusión, pero dado que es una reglamentación nueva, desde la misma formación de profesores no existen unas estrategias claras para garantizar la puesta en marcha de esta disposición, al igual que sucede con las políticas actuales de 2009 para Colombia y las registradas en el Documento Dakar (2000) para el mundo, es decir, se establece lo que se debe hacer pero no, el cómo se debe hacer.

También al no contar con una formación adecuada que le permita a los profesores usarla como base para generar espacios y estrategias para desarrollar ciertos aspectos del pensamiento matemático, estos se ven obligados a improvisar, a desafiar su creatividad para poder enseñar al estudiante, no solo suponer que de manera autodidacta este aprende sino también que el profesor tenga disposición para atender las necesidades del estudiante con discapacidad visual. Si bien es cierto que la tecnología avanza rápidamente y que ya existen varios prototipos de instrumentos electrónicos que ayudan a personas con deficiencia visual parcial o total a adaptarse con mayor facilidad al mundo y al entorno escolar, aún no están al alcance de todas las personas que se encuentran en condición de discapacidad y esperar a que lo esté, implicaría desmejoras en el aprendizaje de muchos estudiantes.

Por otro lado, “diferentes investigaciones realizadas en los últimos años, tanto a nivel nacional, como internacional revelan las dificultades que tienen los estudiantes de los niveles iniciales de la educación secundaria cuando se enfrentan a problemas algebraicos, manipulación de expresiones algebraicas y significación de éstas (Romero, et. al, 2013). Este panorama refleja la crisis de la enseñanza tradicional, que se opone al desarrollo del pensamiento algebraico, al enfocarse principalmente - desde la aritmética - en los resultados de los procesos de cálculo más que en los aspectos relacionales y estructurales propios del álgebra.

Estas dificultades que ponen en evidencia la falta de comprensión de conceptos y procedimiento algebraicos sugieren que se debe promover la iniciación al pensamiento algebraico en la Educación Primaria con actividades que promuevan procesos de

generalización a partir del trabajo con patrones y el estudio de sus regularidades (Zapatera, 2018). Es por esto que en Colombia desde los Lineamientos Curriculares se establece que los estudiantes de grado cuarto y quinto se enfrenten, en este caso, al desarrollo del pensamiento variacional.

Además, establece que este pensamiento variacional debe caracterizarse, porque asume la generalización y el cambio como elementos fundamentales en el desarrollo de este pensamiento, por lo tanto, es necesario superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, el álgebra y todas las ideas algebraicas se han desarrollado desde un enfoque estático, dando énfasis a las ecuaciones, polinomios y algoritmos para solucionar problemas y no al desarrollo de los problemas variacionales, la noción de variable y las relaciones de dependencia. Se asume como acabada y con una única representación, lo cual no permite un espacio de reflexión sobre la importancia y utilidad de los objetos matemáticos, generando rechazo en los estudiantes hacia las matemáticas.

A pesar de que desde 1998 en Colombia se han determinado una serie de Lineamientos y Estándares Básicos de Competencia para el desarrollo del pensamiento variacional y algebraico, el álgebra sigue siendo estática, vista como una herramienta para la manipulación de símbolos y para resolver problemas, lo que se ve reflejado en los programas escolares (Kieran, 2007).

Particularmente en la enseñanza y aprendizaje del álgebra, los objetos matemáticos poseen un carácter de mayor abstracción, pero debido a la educación tradicional, el profesor es el dueño del saber y su trabajo se limita a transmitir

conocimiento, el cual se evidencia cuando en el salón de clase presenta un tema, da algunos ejemplos y entrega a los estudiantes una gran cantidad de ejercicios cuyas soluciones son exactamente iguales a los ejemplos presentados en clase. De manera que no hay una conclusión del saber ligado a la comprensión conceptual y procedimental de los objetos estudiados, tal como afirma Kieran & Filloy (1989), “el álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones” (p. 229)

Es así como la necesidad inicial de este estudio nace de reconocer desde la práctica pedagógica y a partir de situaciones particulares a las que los profesores se enfrentan, una problemática centrada en encontrar una forma adecuada de atender a estudiantes que presentan discapacidad visual en una aula regular.

Como profesores investigadores es necesario unir esfuerzos y tratar de reducir los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular para este trabajo, el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes con discapacidad visual.

Es por esto que es de nuestro interés poder dar un paso en la reducción de este problema, para lo cual hemos planteado el siguiente interrogante.

¿Cómo a través de una propuesta de aula que involucra materiales manipulativos se favorece el desarrollo de las nociones de generalización, variación y cambio, fundamentales en el desarrollo del pensamiento variacional en un aula inclusiva?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Determinar dificultades y logros sobre algunas nociones fundamentales del pensamiento variacional (variación, generalización y cambio) en estudiantes de una aula regular a través de una propuesta de aula que involucre material manipulativo.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Documentar la problemática, desde las perspectivas curricular, didáctica y de la educación inclusiva.
- Articular los resultados del estudio anterior en una propuesta de aula que involucre material manipulativo para la caracterización de algunos procesos fundamentales para el desarrollo del Pensamiento Variacional.
- Identificar logros y avances en estudiantes de un aula regular que contiene una persona con discapacidad visual (ceguera total) a partir del análisis de los resultados de la implementación de la propuesta de aula.

1.3 Justificación

La visión sobre las matemáticas escolares propuesta en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) destaca que el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que permitan al estudiante ser matemáticamente competente, los cuales se concretan de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, este último se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: Numérico, Espacial, Métrico, Aleatorio y Variacional.

En línea con lo anterior, el álgebra hace parte de uno de los principales pensamientos matemáticos propuestos para la Educación Básica en Colombia, puesto que permite promover la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las “funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico, y en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral” (MEN, 2006, p.66).

Ahora bien, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos tiene la particularidad de que se debe desarrollar no solo en los niveles de secundaria, sino también desde el pre-escolar. No obstante, esto no implica que se deba enseñar un curso de álgebra a los estudiantes de la educación infantil, sino que bastará con desarrollar pensamiento variacional a lo largo del periodo que se indica en la educación infantil hasta el bachillerato (Godino, 2003).

Investigadores como Warren & Cooper (2005) y Trujillo (2008) afirman que los estudiantes de grados inferiores pueden aprender más matemáticas de la que se piensa, pues el contenido matemático del currículo de primaria permite enseñar, simbolizar, generalizar y trabajar el pensamiento variacional desde un enfoque funcional. Bastará con desarrollar actividades que promuevan procesos de generalización a partir del trabajo con patrones y el estudio de sus regularidades (Zapatera, 2018).

Pues bien, una de las claves para la generalización en matemáticas es la posibilidad de reconocer patrones, describir y expresar esos patrones de diferentes maneras (gráfica, numérica, simbólica), esto implica que los estudiantes deban describir las regularidades, los cambios y las constantes. Se busca, por tanto, poder conducir al

estudiante a la construcción de fórmulas, al hallazgo de un patrón que los guíe directamente a la fórmula.

Otra razón por cual se impulsa este trabajo, es el evidente incremento de las necesidades que la educación debe resolver en torno a la atención que se debe ofrecer a la población con discapacidad en la comunidad educativa, y particularmente a aquellas con limitaciones visuales, las cuales hacen parte de nuestro objeto de estudio.

Sabemos que la visión es la principal fuente de información para el ser humano, por lo que la existencia de estas deficiencias en los estudiantes, pueden generar desfases en el proceso de aprendizaje y conllevar a barreras en el aprendizaje relacionadas con la manera cómo perciben la información y su autonomía personal, puesto que como se les da la información, no se tiene en consideración su diversidad funcional.

Pero a esta problemática se suma también, la dificultad de encontrar una guía específica que permita desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes con discapacidad visual de manera eficaz o que al menos garantice unos resultados específicos por los cuales guiarse e ir avanzando. Y puesto que nuestro interés está en la iniciación al álgebra a partir de actividades de generalización, es necesario darles ese sentido funcional que permita interpretar el álgebra como el estudio de las relaciones entre cantidades, a la vez que la variable se entiende en su sentido más amplio de variabilidad.

Bajo estas consideraciones, y, motivados por los avances en la legislación colombiana en torno a la educación que buscan fomentar la inclusión de estudiantes con necesidades educativas especiales asociadas a algún tipo de discapacidad, como lo es la

visual y considerando que el principal objetivo de la formación de estas personas es la inserción social que les permita, al igual que todos los otros grupos, enfrentar las demandas sociales y laborales. Se desarrolló este trabajo para aportar, en el campo de la educación matemática, reflexiones sobre la importancia de abordar a temprana edad el desarrollo del pensamiento algebraico, a través del diseño de una secuencia didáctica planteada en el estudio de patrones que involucra material manipulativo.

Es por eso que, desde este punto de vista, el presente estudio busca centrarse en el proceso de desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes con discapacidad visual, es decir, sujetos que comprenden desde baja visión hasta ceguera, a partir de la implementación de material manipulativo que permita que las Matemáticas se adapten a las capacidades de los estudiantes. Lo anterior, teniendo en cuenta, que “con el uso de materiales manipulativos se intenta solventar el problema de la excesiva abstracción en la enseñanza de las Matemáticas, que puede llegar a ocasionar el fracaso escolar en algunos casos” (García, 2017, p.4).

Es así como, este trabajo propone situaciones diseñadas con base en el contexto de la vida real que permitan a los estudiantes hacer reflexiones frente a lo que observan , pero principalmente, que hagan conjetura y formulen hipótesis sobre las situaciones; y que puedan comunicar, explicitar, transformar y expresar de diversas maneras aquello que observan que cambia, aumenta o se conserva.

La realización de esta investigación, es una experiencia muy importante para los autores, debido a que constituye un reto tanto a nivel personal como profesional y, sobre todo, un interés por conocer las capacidades algebraicas de estudiantes con discapacidad

visual en entornos educativos en los cuales comparten con pares quienes no cuentan con esta discapacidad.

1.4 Antecedentes

En este apartado se presentan algunos antecedentes reunidos durante la revisión bibliográfica que permiten ubicar la problemática de los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra en un contexto de aula con estudiantes con discapacidad Visual.

Para ello se describen los aportes de varios trabajos de investigación en torno a la enseñanza del pensamiento variacional en diversos contextos, es decir, desde la enseñanza a población con limitación hasta la presentación de trabajos donde se da a conocer experiencias de aula y sus actividades, para contextualizar el uso del material manipulativo como herramienta de enseñanza del álgebra, y los beneficios que se obtienen en el desarrollo de algunos conceptos del pensamiento variacional (variación, covariación, variable, etc...).

1.4.1 Investigaciones sobre la enseñanza del álgebra en población con limitación visual

Una de las investigaciones que sirve como punto de partida para la realización de este trabajo se titula: “Una propuesta de aula para la enseñanza de las ecuaciones lineales con variable real, en dos estudiantes que requieren una educación diferencial” de Vidarte y Celis (2016). En este trabajo se aportan reflexiones acerca de los problemas de aprendizaje y enseñanza de las ecuaciones de primer grado con variable real, así como caracterizar los logros y dificultades de dos estudiantes que requieren una educación diferencial. Para esto se presentó una propuesta de aula que buscaba nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje partiendo de dos estudios de caso en los que se implementaron

tres situaciones las cuales parten de la variación hasta llegar a la conceptualización de la misma, privilegiando el desarrollo del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Como consecuencia se encuentra que una de las mayores dificultades se refleja en la imposibilidad que presentan los estudiantes de la investigación, para entender la noción de igualdad, a partir de propiedades de equivalencias y en ver la ecuación algebraica desde su totalidad como objeto matemático, dificultad que Kieran (1981) ya había planteado cuando “sugiere que la comprensión del signo igual en primaria no es completa y esto puede ser causa de gran número de errores en etapas posteriores”. (Citado en Vidarte, Celis, 2016, p.18)

Igualmente, desde la educación diferencial se evidencia que, esta corresponde a una recopilación de estrategias y técnicas que buscan ser orientadoras para la enseñanza reconociendo la diversidad estudiantil, pero que no se encuentra estandarizada en un manual de enseñanza paso a paso, dificultando la labor del profesor.

En cuanto a las actividades de aula, es importante que el docente tenga claridad en relación a los propósitos de cada una de las tareas, los cuales no solo están relacionadas con el concepto matemático, sino también con el contexto social y escolar del estudiante.

Así mismo, cuando se habla de situaciones o tareas diferenciadas en el aula, es necesario tener presente que no se debe caer en un sesgo, pensando en un tipo de población con limitaciones; sino más bien pensar en personas quienes están sujetas a los mismos deberes y derechos constitucionales, en donde el problema no radica en algún tipo de discapacidad, bien sea física o cognitiva, si no en los recursos con los cuales se

cuenta para enseñar en la clase, en la disposición de los docentes e investigadores en educación matemática, para transformar y crear nuevas tareas, para reflexionar acerca de lo que verdaderamente necesita aprender un estudiante, pensando en currículos y formas de evaluación flexibles.

Esto con el fin de que no genere ningún tipo de discriminación y diferencia; sino que posibilite la búsqueda de alternativas para que todos puedan aprender en su ritmo, teniendo en cuenta las necesidades educativas propias de cada individuo.

Por su parte, en su trabajo González, Céspedes y González (2014) “Las experiencias del personal docente de matemáticas en el trabajo de aula con la población no vidente” realizan su investigación en el estudio de caso de un estudiante no vidente que ha reprobado el curso de cálculo diferencial e integral en varias ocasiones, por lo que se entrevista al personal encargado de la atención del estudiante. La información analizada se obtuvo de la entrevista abierta y en profundidad realizada al profesorado de la escuela de matemáticas, exponiendo como resultado la falta de políticas, estrategias y procesos para que sean incluyentes y equitativos los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta población. Es decir, que se pone en manifiesto la falta de infraestructura adecuada que facilite un mejor desplazamiento y accesibilidad, y que a su vez promueva un ambiente adecuado a sus necesidades.

Aunque en Colombia existen normativas que reglamentan esta necesidad, la falta de implementación genera un obstáculo en la búsqueda del bienestar para esta población en condiciones favorables.

Es necesario por tanto desarrollar políticas, estrategias y procesos, para que sean incluyentes y equitativos. Se refleja la importancia de promover la cultura de respeto a la diversidad y el reconocimiento de cada estudiante como sujeto, donde toda la comunidad, interactúe bajo estas premisas con el fin de ayudar y apoyar el proceso educativo y de inclusión de la población con discapacidad en la universidad.

Además, se debe reflexionar sobre la imperiosa necesidad de brindar capacitaciones al personal académico donde se aborden lineamientos, elaboración de materiales didácticos, adaptaciones metodológicas específicas para desarrollar los contenidos de los cursos de matemáticas. De manera general, falta sensibilización docente para la atención integral que se debe brindar a la población de discapacidad visual, para enfatizar la armonía de trabajo en el aula.

De igual manera, en este trabajo de González et al. (2014), surgen algunas recomendaciones para la aplicación de las adecuaciones de acceso para estudiantes que presentan deficiencias de tipo visual. Estas se mencionan a continuación: Facilitar material fotocopiado de los resúmenes de los contenidos desarrollados durante la lección, con el fin de que puedan ser consultados posteriormente; ampliar la letra, si es necesario; utilizar la técnica “tutorías entre compañeros” como apoyo para la lectura de ítems, textos, técnicas y prácticas; nombrar una persona tutora (docente o estudiante) para que lea el material escrito durante las pruebas; de ser posible grabar en audio las preguntas a evaluar, así las podrá reproducir tantas veces como lo necesite, para escuchar y entender los ítems; dar tiempo adicional en las pruebas, especialmente si las pruebas son escritas en braille, facilitarle software específicos de acceso de la información, como lectores de

pantalla y finalmente para el trabajo de aula, se recomienda enumerar los pasos para una mayor comprensión de la temática.

Además, Martínez y González (2017) en su trabajo “Aspectos didácticos para la enseñanza de la matemática a personas con discapacidad visual” caracterizan la formación que han de tener los profesores encargados de gestionar el componente matemático en aulas de clase integradas por estudiantes con Necesidades Educativas Especiales con o sin discapacidad, bajo la concepción de una Educación Matemáticas Especialmente Inclusiva, a partir de sus propias experiencias, adquiridas en la propia labor docente al tratar contenidos matemáticos tanto en la formación de profesores como de estudiantes ciegos o con baja visión, evidenciando que tanto para los profesores en formación como para los estudiantes las expectativas son altas pues no han tenido la experiencia de enseñar contenidos de matemáticas a esta población y mucho menos adaptarlos a las propias condiciones de ellos.

En el plan de formación de profesores tampoco se estima como serán consideradas las asignaturas para lograr una atención idónea con educandos de diversas condiciones, por esto mismo, se plantea considerar dos aspectos, primero las necesidades en la formación docente, donde deben abordarse temas como, replantear el programa de matemáticas, buscar estrategias y recursos adecuados a las Personas con discapacidad, implementar talleres de formación en movilidad y uso del braille, mejorar conocimientos sobre Educación especial, entre otros, y segundo, abarcar ciertos requerimientos en la enseñanza de la matemáticas, donde se planteen, adaptaciones curriculares, dirección de la clase, acompañamiento constante.

Por último, Beltrán, Cerón y Pineda (2012) en su trabajo “Aproximación a algunos aspectos curriculares en relación con la formación docente y la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con limitación visual” también aborda la problemática de la formación docente y la estructura curricular de los contenidos matemáticos. Para esto se apoyaron en la revisión y análisis documental y en la entrevista semiestructurada de profesores y expertos en la temática.

A partir de la metodología implementada y presentada en tres categorías, muestran al docente, como agente mediador de los procesos de enseñanza e inclusión en el campo matemático. Existen factores institucionales, de formación y pedagógicos que permiten detectar problemas en la práctica de la enseñanza de la matemática en estudiantes con limitación visual. Esta situación permite vislumbrar la necesidad de fortalecer las ayudas a los docentes, brindándole la asequibilidad a los pocos materiales especializados y la continua intercomunicación con personal experto en la temática.

Exponen que, los docentes asignados para la educación matemática a niños con necesidades educativas especiales, carecen de formación esencial para la práctica de inclusión, en aulas regulares, sus esfuerzos se remiten a sus propias experiencias.

El Ministerio de Educación Nacional, y en especial las instituciones formadoras de docentes, dejan de observar una fuerte falencia en los procesos de formación académica de sus profesionales, pues es clara la nulidad de conocimiento de estos, en torno a los procesos de inclusión, tanto que algunos docentes de matemática se han tenido que ver en la obligación de trabajar en los desarrollos de procesos pedagógicos (conocimiento y manipulación de herramientas como el ábaco y el braille) que les

permita movilizar conocimientos en los estudiantes con limitación visual. (Beltrán et al. 2012)

Igualmente plantean que “el maestro como agente mediador de los procesos de enseñanza y de atención a la diversidad, es el único que se ha preocupado por pretender que la educación matemática llegue con satisfacción a los estudiantes con limitación visual, pues son los que han creado diversas herramientas para movilizar conocimiento, teniendo en cuenta el apoyo y soporte permanente de personal “especializado” en la materia; los padres de familia los cuales hacen parte de la columna vertebral de este proceso educativo (matemático)”. (Beltrán et al. 2012, p.88)

Por último, concluyen que, las instituciones formadoras de profesores de matemáticas deben propiciar una mayor expectativa de lo que sus profesores se van a encontrar dentro de un salón de clase, pues es evidente que, en estos, no solo encontramos estudiantes en situaciones “normales”.

1.4.2 Propuestas de enseñanza a través de la integración del material manipulativo

Con el reconocimiento de las dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje del álgebra por parte de la población con discapacidad visual, tanto de infraestructura como políticas y de formación de docentes, Gustin y Avirama (2014) proponen en “Una propuesta para la enseñanza de la ecuación cuadrática en la escuela a través de la integración del material manipulativo” analizar las ventajas que tienen los materiales manipulativos en la modelación de conceptos matemáticos, para esto se requiere propiciar un acercamiento a la conceptualización y solución de la ecuación cuadrática en

grado noveno de la educación básica partiendo de una secuencia didáctica conformada por tres situaciones problema a través de la integración del Puzzle Algebraico.

Como consecuencia y partiendo de una perspectiva didáctica se toma en consideración nuevamente, aspectos relacionados con las dificultades comunes que presentan los estudiante en el estudio del álgebra, a partir de las cuales se proponen actividades con el fin de superarlas, Las situaciones planteadas cuentan con aspectos de la resolución de problemas en consonancia con los planteamientos de Polya (1965), Puig (1998) y el modelo metodológico propuesto por el grupo DECA (1992), que permiten el diseño de actividades que evidencian procesos de aprendizaje significativos con relación a la enseñanza de la ecuación cuadrática.

Finalmente, se evidencia que la implementación de los materiales manipulativos en las situaciones planteadas para la secuencia didáctica logra relacionar elementos asociados al concepto de ecuación cuadrática, a partir de representaciones de tipo geométrico que actúan como mediadores, esto permite la generalización de las representaciones de las ecuaciones algebraicas relacionadas con una situación problema.

Por otra parte, García (2017) propone en “Materiales manipulativos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria” mostrar y analizar varios materiales manipulativos y algunas propuestas didácticas para trabajar las matemáticas que, a través de su utilización en el aula, permiten conseguir mejoras en el procesos de enseñanza-aprendizaje en esta asignatura. Puesto que con un método tradicional se puede conseguir que los alumnos vean los contenidos matemáticos como aburridos, rutinarios y sin ninguna aplicación, mientras que al evitar un método de

enseñanza basado únicamente en la explicación del profesor y en la realización y memorización de ejercicios para conseguir que los alumnos adquirieran los contenidos deseados se intenta solventar el problema de la excesiva abstracción en la enseñanza de las matemáticas , que puede llegar a ocasionar el fracaso escolar en algunos casos.

Es así como presenta varios materiales conocidos, haciendo un pequeño estudio y, a modo de ejemplo, plantea de cada uno algunas propuestas para ayudar los alumnos con el proceso de enseñanza–aprendizaje de las matemáticas.

Las ideas esenciales están basadas en el libro “Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos” de Cascallana (1988).

Finalmente, concluye haciendo énfasis en la necesidad de un cambio en la educación con respecto a hace cincuenta años, puesto que al evolucionar la sociedad, también evolucionaron las necesidades de los alumnos. Pero, aunque se habla de nueva educación, todavía en muchos centros sigue estando planteada de manera tradicional y muchos alumnos se aburren, están desmotivados a la hora de aprender y formarse como pasaba hace unos años.

Hay que conseguir que los alumnos acaben la etapa de Educación Primaria habiendo adquirido las competencias y asimilando los contenidos que la ley prevé con la motivación suficiente para seguir aprendiendo. Lo anterior, a partir de la integración de nuevas estrategias al aula, como es el caso de los materiales manipulativos, que hagan que los niños muestren interés en su aprendizaje.

A pesar de que los materiales que se presentan en este trabajo no son nuevos, y varios de ellos ya tienen una utilización concreta, las propuestas planteadas son solo una

muestra de las posibilidades de usar los materiales para trabajar varios contenidos en diferentes cursos. Mostrando así, que los materiales manipulativos deben tener un papel principal para que su utilización resulte eficaz en el aprendizaje.

Como hemos visto, estos trabajos suponen una base importante para la pertinencia de este estudio, puesto que además de ayudar a estructurarlo de manera formal ; al mismo tiempo dejan ver el interés constante por parte de docentes y estudiantes en los diferentes proyectos e investigaciones por la búsqueda de alternativas que permitan una enseñanza-aprendizaje de las matemáticas más asequible para los estudiantes, ya sea desde el reconocimiento de las necesidades educativas de estos, como de la necesidad de implementar nuevos recursos a las aulas de clase.

CAPÍTULO 2.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Capítulo 2. Marco De Referencia Conceptual

En este apartado se presentan los referentes teóricos que fundamentan este trabajo de grado, los cuales se abordan desde tres perspectivas: los fundamentos de la diversidad en la escuela, donde se encuentran formalmente las nociones de diversidad, algunos aspectos legales que regulan la diversidad y las características que debe abordar la educación especial, las cuales ponen en conocimiento las características de la población con la cual se quiere trabajar; la perspectiva didáctica, que aborda evidencias y experiencias acerca de los problemas en la enseñanza del álgebra, elementos teóricos que permiten el análisis de las actividades planteadas en la propuesta de aula y finalmente la perspectiva curricular donde se exponen los aspectos que vinculan la variación y covariación, elementos del pensamiento variacional en la escuela en relación a lo establecido en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias, que en su conjunto orientan y le dan sentido a la propuesta de aula.

2.1. Fundamentos de la diversidad en la Escuela

Para poder comprender la discapacidad visual y todo lo que conlleva, es necesario un repaso histórico global de los procesos por los que ha pasado la Educación Especial a lo largo de la historia y las razones por las cuales fue necesario un cambio.

Por su parte, Las Orientaciones para la Inclusión de la UNESCO (2010) ilustran que las actitudes sociales relacionadas con las personas en condición de discapacidad o dificultades de aprendizaje y comportamiento así como los avances científicos y

tecnológicos han permitido identificar tres grandes momentos de la educación a personas con discapacidad.

Un primer momento corresponde a la ignorancia, el desconocimiento y el desinterés por las necesidades de las personas con discapacidad visual, quienes reciben la educación en la casa o simplemente no contaban con escolarización. Pues estas personas eran consideradas como “personas raras” y eran aisladas de la sociedad.

Un segundo momento se da, cuando se generó un consenso universal de atender las necesidades de todas las comunidades y comienza a percibirse una necesidad por formar a las personas con discapacidad. Dando lugar a un modelo de integración conocido como Educación Especial que resultaba ser segregacionista, puesto que en la práctica, este modelo de educación brindaba atención educativa a todos aquellos que, debido a circunstancias genéticas, familiares, psicológicas y sociales, son considerados fuera de lo “normal”, ya sea en una o varias esferas de su persona (intelectual, físico-sensorial, psicológica o social) (Garanto, 1984, citado por Jiménez y Vilá, 1999).

A partir de aquí como mencionan Beltrán-Villamizar, Y. I., Martínez-Fuentes, Y. L. y Vargas-Beltrán, A. S. (2015) se puede decir que se “logró el reconocimiento de todos, en cuanto al derecho a la educación, pero en situaciones separadas del modelo común”. (López, 2004)

Finalmente, el tercer momento se da, como resultado de las críticas sociales ante la marginación, la segregación y las desigualdades, con la transición de un modelo de integración a uno de inclusión de estudiantes con discapacidad. Con este paso se pretende

una transformación de la escuela y que la gestión escolar se modifique para responder a necesidades particulares, como lo indica la ley general de educación.

2.1.1. Aspectos legales

En 1948, con la Declaración Universal de los Derechos Humanos se hace mención a la atención a personas en condición de discapacidad y se define la educación como un derecho fundamental para todas las personas sin distinción de ideologías políticas, condición social o etnia, es decir una educación accesible para todos y todas. En Colombia, el Artículo 67 de la Constitución Política de 1991 dice: “A través de este se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura”.

Esto implica, que el Estado debe garantizar un conjunto articulado y coherente de políticas, orientadas hacia una propuesta curricular pertinente y relativa que posibilite la atención adecuada de cada estudiante, a través de estrategias pedagógicas variadas, infraestructura física y de materiales didácticos, así como el permanente apoyo a los docentes, con el fin de desarrollar efectivamente el currículo en las aulas.

Para dar respuesta a esta situación, el Sistema Educativo Colombiano ha apostado por varias estrategias para lograr una educación inclusiva, entre ellas, un énfasis en el aumento de la cobertura y una mayor eficiencia en el gasto. A partir de la transformación en las políticas de la Constitución de 1991, Colombia se constituyó en un Estado Social de Derecho, propiciando la participación del estado en la calidad de la educación, asunto en el que anteriormente no tenía inferencia.

Esto propició el desarrollo de políticas educativas que promueven el respeto hacia las personas con discapacidad y su derecho a la educación. A continuación se presenta un breve recorrido de las políticas educativas en Colombia, entre los años 1991 y 2017.

A partir del establecimiento de los derechos fundamentales, la salud, la educación y la oportunidad laboral en la Constitución Política de Colombia de 1991, se presentó en 1994 la Ley 115, también llamada “Ley General de Educación” donde se declara por primera vez la educación para personas con limitaciones a partir de acciones pedagógicas y terapéuticas que permitan el proceso de integración académica y social de dicho educandos, planteando que es un servicio de obligación para el Estado. Como consecuencia en ese mismo año con la Ley 119 se reestructura el SENA y se plantea como objetivo “organizar programas de readaptación profesional para personas discapacitadas”.

A pesar del avance en el reconocimiento de la necesidad de brindar educación a la población con discapacidad no es muy clara la forma como ésta debe impartirse a esta población, bajo qué parámetros y qué condiciones debe satisfacer, es por eso que en 1996 con el Decreto 2082 se establecen parámetros y criterios para las “Adecuaciones curriculares, organizativas, pedagógicas, de recursos físicos, tecnológicos, materiales educativos, de capacitación y perfeccionamiento docente (...)” para la prestación del servicio educativo a la población con necesidades educativas especiales.

Para el año 2006 se presentó el Plan Decenal de Educación 2006-2016 dirigido a definir políticas y estrategias para lograr una educación de calidad hacia futuro incluida la población con discapacidad y en 2009 con el Decreto 366 por medio del cual se

reglamenta la organización del servicio de apoyo pedagógico para la atención de los estudiantes con discapacidad y con capacidades o con talentos excepcionales en el marco de la educación inclusiva. Año en el que se reglamenta por primera vez la educación en términos de inclusión y no solo de integración.

Finalmente, gracias a este avance y a los constantes esfuerzo de la población con discapacidad en Colombia, se logró el año pasado instaurar el Decreto 1421 de 2017, en el que se establece que todos los estudiantes con alguna condición de discapacidad deben acceder a la oferta institucional existente, cercana a su lugar de residencia, con estudiantes de su edad y deben recibir los apoyos y ajustes razonables pertinentes para que su proceso educativo sea exitoso.

2.1.2. Hacia una Educación Inclusiva

En los últimos años se ha empezado a contemplar una forma de hacer realidad el derecho a la educación de las personas con discapacidad y articularlo para llevarlo a la práctica, aparece la Educación Inclusiva como mecanismo clave para cumplir con este propósito.

El concepto de educación inclusiva, tomó fuerza en los años noventa, a través de la Declaración de Salamanca y el Marco de Acción para las Necesidades Educativas Especiales; siendo replanteado por la UNESCO (2000) el término de Necesidades Educativas Especiales por el de Barreras para el Aprendizaje y la participación.

La Convención sobre los Derechos de las Personas con Discapacidades (CRPD) de la Organización de las Naciones Unidas (ONU) dice que “los sistemas de educación inclusiva se definen por la participación y el aprendizaje conjunto de todos los niños en

aulas generales en sus localidades o comunidades, con independencia de las distintas capacidades y discapacidades, con métodos de enseñanza, materiales y entornos escolares que atiendan a las necesidades de todos los niños y niñas. Los sistemas de educación inclusiva se basan en un análisis de derechos, que puede dar autonomía a los estudiantes, celebrar la diversidad, combatir la discriminación y promover sociedades más inclusivas.

Revisando la reglamentación actual en Colombia sobre la inclusión de la población en condición de discapacidad, vemos que se trata de un término reciente. Para el Ministerio de Educación Nacional, la inclusión significa, entonces:

“Atender con calidad, pertinencia y equidad a las necesidades comunes y específicas que estas poblaciones presentan. Para lograrlo ha sido necesario que gradualmente el sistema educativo defina y aplique concepciones éticas que permitan considerar la inclusión como un asunto de derechos y de valores, lo que está significando implementar estrategias de enseñanza flexibles e innovadoras que abren el camino a una educación que reconoce estilos de aprendizaje y capacidades diferentes entre los estudiantes y que, en consonancia, ofrece diferentes alternativas de acceso al conocimiento y evalúa diferentes niveles de competencia”.

La educación Inclusiva parte de la premisa de que todos pueden aprender independientemente de sus características personales o culturales, siempre y cuando su entorno educativo ofrezca condiciones y experiencias de aprendizaje significativas y da la

oportunidad de acoger en la institución educativa a todos los estudiantes, es decir, que todos los niños y niñas de una comunidad puedan estudiar juntos.

Asimismo, la inclusión tiene que ver con la construcción de una sociedad más democrática, tolerante y respetuosa de las diferencias, puesto que la reforma educativa se visualiza como una estrategia para abordar las causas y consecuencias de la exclusión, dentro del enfoque de educación para todos y de la concepción de la educación como un derecho.

La evolución del concepto de inclusión trata de generar ambientes inclusivos en todas las escuelas, a través del suministro de un conjunto variado y complementario de ofertas que forman parte de una red escolar integrada que se articule con otros servicios sociales.

En este sentido se busca que la política de educación inclusiva atienda a los niños, niñas y jóvenes con discapacidades a lo largo del ciclo educativo, desde la educación inicial hasta la superior. Se pretende que estas poblaciones desarrollen sus capacidades para la vida en sociedad en todos los niveles, alcancen los estándares y puedan aplicar las pruebas de evaluación con apoyos particulares acorde a su discapacidad. Es decir, no se busca solo atender un grupo social específico a partir de acciones transitorias, sino de ofrecer un conjunto sólido de políticas institucionales que busquen desde el primer momento la igualdad de oportunidades.

2.1.3. Poblaciones en condición de discapacidad visual

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, es necesario resaltar que la Educación Inclusiva no solo busca favorecer a personas con alguna discapacidad, entre ellas las deficiencias visuales o limitaciones visuales, sino que también, vela por cualquier sujeto en condición de vulnerabilidad. Sin embargo, es evidente el incremento de las necesidades que tiene la educación para resolver los problemas de discapacidad en la comunidad educativa. En este sentido, la atención que debe ofrecer la educación a esta población se presenta como uno de los mayores retos, el desligar el término discapacidad de lo estrictamente físico, para que así pueda verse desde una postura social que le permita a esta comunidad una inclusión beneficiosa.

De las principales limitaciones presentes en Colombia la limitación visual ocupa el tercer lugar con un porcentaje del 13% según el Registro de Localización y Caracterización de personas con Discapacidad (RLCPD) (Ministerio de Salud y Protección Social, 2018) y supone grandes dificultades para el aprendizaje, en especial de las matemáticas; esta discapacidad nos ha motivado a realizar una indagación en este campo.

La población con discapacidad visual puede clasificarse según la “cantidad de visión” que posea; según el momento en que aparece la deficiencia, ya que a partir de esto se puede establecer las experiencias visuales que haya podido adquirir antes de la lesión. Según el grado de deficiencia visual pueden encontrarse ciegos totales, que solo tienen percepción de la luz sin proyección (González, L., 1990); ciegos parciales, con mayores posibilidades como la percepción de la luz y contornos, matices de color, entre

otros; y sujetos de baja visión que tienen limitación de la visión a distancia con el mantenimiento de la visión de los objetos a corta distancia, pueden ver a escasos centímetros.

2.2. Perspectiva Didáctica

Es necesario preguntarse, qué se debe tener en cuenta al momento de enseñar álgebra a una persona con discapacidad visual, visto desde una mirada de inclusión, es decir, pensando ¿Cómo aprende?, ¿Cómo enseñarle?, ¿Qué experiencias propiciar?, como se haría con cualquier otro sujeto; para ello, se deben considerar los siguientes aspectos: primero que dificultades trae la enseñanza del álgebra, ya que esta en sí misma tiene de por sí dificultades importantes a la hora de incorporarse en la escuela; segundo, el reconocimiento de las capacidades de aprendizaje, desde sus características y necesidades de aprender, presentes en las personas en situación de discapacidad visual y tercero tratar de exponer algunas alternativas o formas de apoyo necesarias en la enseñanza, así como, el uso de material manipulativo como forma de concretar las acciones encaminadas a la equidad en la enseñanza del álgebra a este tipo de personas, ya que es el objeto de estudio que elegimos en este trabajo.

2.2.1. Dificultades en el aprendizaje del álgebra

La introducción del álgebra es uno de los problemas fundamentales de las matemáticas en la escuela, los docentes se enfrentan en los últimos grados de primaria y en general en bachillerato al reto de la enseñanza del álgebra, dado que es en este momento donde los estudiantes se aproximan a generalizar las operaciones de dominio

aritmético al lenguaje algebraico, es decir pasan de unas operaciones donde no hay letras y no se generaliza de manera explícita, el fortalecimiento del pensamiento variacional como dictan los Estándares Básicos de Aprendizaje con operaciones con letras que simbolizaban un comportamiento de un grupo de números.

La generalización de patrones se convierte entonces en una competencia de suma importancia, pues es la base del álgebra y además es una competencia que potencia el pensamiento variacional. Mason (1999) plantea que para poder afrontar las dificultades del álgebra es necesario proponer una forma en la que se desarrolle una conciencia de la generalidad sensibilizada por la distinción entre mirar a través y mirar, esto quiere decir que el estudiante debe no solo reconocer una generalidad sino también lo particular en su generalidad y no solamente reconocer una generalidad desde algo particular, esta premisa toma fuerza si se retoma la idea de que para los estudiantes pasar de lo particular de la aritmética hacia algo general como lo es el álgebra es el problema a tratar.

Para adoptar una metodología de trabajo que ayude a generar esta conciencia sensibilizada de la generalización, Mason (1999) nos dice que hay que reconocer las principales fases del desarrollo de esta conciencia y adaptar estas fases; estas fases son ver, decir, describir y probar un patrón. En lo que respecta a ver un patrón dice que se debe hacer una distinción entre ver un patrón y ver un patrón a través de; la ventaja de la segunda es que lleva a lo primordial, experiencias de abstracción y concreción, es decir, ver una generalidad a través de lo particular y ver lo particular en lo general; sin embargo, reconoce que es difícil saber lo que alguien ve y es por esto que es la fase más difícil.

La segunda fase corresponde a decir un patrón y hace referencia a las primeras articulaciones en palabras propias o de alguien en particular, algo común o alguna regularidad observada en un patrón; en esta etapa es vital la forma en la que se ve el patrón y de ella dependerá en gran medida lo que el estudiante va a tratar de expresar. También, es necesario resaltar que los estudiantes al no estar acostumbrados a las actividades que les piden expresar con palabras de manera precisa, debido entre otras cosas porque les parece difícil considerar todos los componentes de un patrón, sin embargo, se puede notar que les resulta mucho más fácil expresar los patrones en un diagrama.

La tercera fase, registrar un patrón requiere que el estudiante genere una mayor capacidad de escritura de lo que ocurre en el patrón, pero esto no es fácil para los estudiantes, debido a que no suelen generar empatía con la idea de hacer registros diferentes y pocos logran analizar y generalizar la estructura de una secuencia. Sin embargo, la mayor dificultad es la escogencia de las variables para representar un patrón, para esto el estudiante debe identificar en un patrón las constantes y las variables (cambio), adicionalmente en las variables debe saber cuáles se relacionan (Covariación). Para realizar este registro el estudiante cuenta con varias formas de registrar lo ocurrido en un patrón, algunas de las cuáles son: registro con palabras apoyándose de las figuras, registrar sólo con palabras, registro con palabras y símbolos matemáticos, registrar solo con símbolos, etc...

Finalmente, Mason (1999/2009) propone varias formas de probar la validez de un patrón. La primera es realizando un acercamiento a la variación directamente

proporcional a través de patrones numéricos en casos donde ya se conoce la respuesta, esto teniendo en cuenta el registro hecho del patrón. La segunda es probar el registro del patrón haciendo cálculos en casos que se pueden verificar de otra manera, en el caso de manejar material manipulativo se podría probar el registro con el material posterior a realizar los cálculos. La tercera es cuestionar la regla general que se ha creado del patrón, por lo que se debe proceder a examinar si es o no consistente internamente, lo que refiere a comprobar si el registro tiene en cuenta las partes correctas de una manera funcional. De manera general se considera a Mason (1999/2009) como no solo un aporte importante a la sustentación teórica de este trabajo, sino también, como una guía para plantear la guía y el análisis de la misma, en particular tendremos en cuenta las fases de ver, decir, registrar y probar un patrón.

De manera que, la visualización es parte vital del proceso pues el estudiante pasa por un cambio de simbolización de números a letras.

Esta transición lleva al estudiante a enfrentarse al concepto de variable o incógnita al momento de plantear y resolver ecuaciones, que de no abordarse adecuadamente puede generar una serie de obstáculos didácticos de gran impacto en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en la construcción de un nuevo conocimiento.

Además, se tiene otro problema y es el álgebra estática que se trabaja actualmente en las escuelas pues como expresa (Van Ameron, 2002), el álgebra que se enseña en la escuela no ha cambiado mucho con el paso de los años; y es que los tiempos cambian y todo prospera, todo se moderniza con tecnología, pero al parecer la educación en especial la matemática sigue siendo muy tradicionalista.

Ante esta situación diversas investigaciones (Mason, Graham, Pimm & Gowar 1985/1999; Kieran, 1992/1995; Gallardo & Rojano, 1988; Socas, Camacho, Palarea & Hernández, 1996; Godino, 2003) evidencian que las dificultades en el álgebra provienen de una mala interpretación y generalización de propiedades aritméticas.

Gallardo & Rojano (1988) identifican que la manera como se realizan las operaciones aritméticas, generalmente de forma vertical, puede crear dificultades en álgebra, porque las ecuaciones se leen y operan de manera horizontal (como se cita en Franco, 2018).

Por otra parte Mason et al. (1985/1999) menciona una dificultad en la dualidad de la operación, pues los estudiantes no advierten que las variables pueden ejemplificarse por medio de números, la noción aritmética de “hacer una operación” se transforma en “cómo denotar el resultado”. El estudiante se resiste a aceptar una expresión algebraica como resultado y ejecuta acciones de inmediato.

Socas, Camacho, Palarea & Hernández (1996) mencionan que algunas de las dificultades de los estudiantes para aprender álgebra está en la dualidad de la igualdad, que tiene su origen en errores aritméticos que ha permanecido sin corregir. En aritmética el signo de igualdad se usa como una relación entre un proceso y el resultado. En álgebra el signo de igualdad tiene un carácter dual: como operador (asimétrico) y como equivalencia (simétrico).

En muchas ocasiones los estudiantes consideran que dos expresiones algebraicas son equivalentes cuando estas están separadas por el signo igual en una ecuación, de la misma manera que harían con una expresión aritmética, sin embargo, dichas expresiones

algebraicas son verdades solo para algún caso particular y no universalmente como los estudiantes pretenden.

Dicho de otra manera, la siguiente ecuación $2x - 3 = 6 + x$, sería verdadera sólo cuando $x = 9$, que corresponde a un caso particular, por otra parte tanto la expresión $2x - 3$ como la expresión $6 + x$ no son expresiones equivalentes, como en el caso de la aritmética en la que $9 + 3$ siempre será equivalente a $7 + 5$ y por eso se puede afirmar que siempre $9 + 3 = 7 + 5$.

Cuando se enfatiza la noción de operador se cometen errores, los estudiantes ignoran, el signo igual, las operaciones involucradas en los miembros de la igualdad y la noción de operación inversa, llevando a cabo de inmediato, cálculos numéricos.

Un ejemplo de esto se ve cuando los estudiantes asumen tanto en aritmética como en álgebra al signo igual como operación, dando por sentado que lo que está a la derecha del signo igual es el resultado de la operación. Vemos los estudiantes comprenden que $9 + 3 = 12$ en aritmética y al trasladarlo al álgebra terminan con expresiones como $9x + 3y$ igual a 12 o $12xy$, lo cual no es correcto.

Adicional a esto, el uso de letras puede suponer una dificultad para los estudiantes o un medio para lograr avances en el estudio de la generalización debido a las diversas interpretaciones que pueden tener.

Con la propuesta de aula se busca apoyar los procesos de transición de la aritmética al álgebra, de manera que los errores que se puedan causar por la utilización del signo igual y los distintos significados de las letras se puedan superar al trabajarse desde temprana edad de manera correcta.

2.2.2. Problemas o dificultades en el aprendizaje del álgebra detectados en la población en condición de discapacidad visual

La enseñanza del álgebra en la escuela trae varios problemas cómo se pudo mirar en el párrafo anterior, pero... ¿y si le añadimos a eso que el estudiante tiene discapacidad visual?, entonces veremos otros obstáculos a la hora de su aprendizaje, tales como la cultura (la inclusión en un aula tradicional por parte de sus compañeros de clase, profesores, directivos, etc...), la formación docente (esta condición es muy particular y altera la manera tradicional de enseñanza que se suele usar en la mayoría de escuelas, (Van Ameron, 2002)).

Es importante resaltar que no existe una relación directa entre la discapacidad visual y las dificultades que se puedan encontrar en el aprendizaje de los contenidos propios de las matemáticas, sin embargo, se puede evidenciar que la falta de visión afecta el desarrollo del estudiante y su proceso general de enseñanza - aprendizaje de acuerdo a la atención que se le haya prestado a la discapacidad. Pero generalmente asociados a la percepción del entorno y su desarrollo motor, es decir, tienen unas capacidades y necesidades distintas.

Leonhardt Gallego (1992) describe algunas dificultades que las personas en condición de discapacidad visual presentan con relación al entorno y el aprendizaje a temprana edad.

La percepción del entorno es analítica y secuencial, por lo que el estudiante tarda más tiempo en aprender, por otra parte, el desarrollo motor se ve dificultado, ya que necesita más tiempo para descubrir los objetos y manipularlos que un estudiante de visión

normal. Así mismo, tienen dificultades en la atención debido a que los estímulos pueden llegarle de una manera difusa.

Como debe concentrarse más para captar los estímulos, suele presentar fatiga al mirar y prestar atención, más rápido que los niños videntes. Encuentra dificultad para imitar conductas, gestos y juegos.

Como vemos las dificultades que se presentan no son propias de procesos cognitivos del estudiante sino que corresponden a factores internos de formación inicial donde el estudiante adquiere habilidades. Las situaciones varían dependiendo de la familia que provenga, existen casos donde los niños o jóvenes con bastante resto de visión presentan la motricidad deficiente debido a la sobreprotección, mientras que si el niño han tenido una educación normal se comportará como un niño vidente de su edad.

2.2.3. Alternativas para abordar las dificultades en el aprendizaje del álgebra

En el aprendizaje del álgebra es necesario tener en cuenta que la introducción al concepto puede tomar muchas direcciones diferentes, siendo algunas de ellas, las reglas para transformar y resolver ecuaciones, la resolución de problemas específicos o clases de problemas, la generalización de leyes que rigen los números, la introducción de los conceptos variable y función, el estudio de las estructuras algebraicas, etc.

Esto hace necesario que con el tiempo los investigadores encuentren diferentes opciones para tratar que la introducción al álgebra sea exitosa, pero, debido a que el álgebra en la escuela no es la misma en todos los años de escolaridad (a diferencia del concepto en sí mismo), es lógico pensar que los problemas varían a medida que cambia la forma en la que se les presenta el álgebra a los estudiantes, dificultades tales como la

notación, el cambio de pensamiento numérico, las decisiones que se requieren tomar para avanzar en un proceso y la incertidumbre de saber si es la correcta (lo que puede beneficiar un problema o de entrada llevar a posibles errores que complicaría el ejercicio, o harán más fácil el hecho de que aparezca un error procedimental).

Como se expresó anteriormente el álgebra puede presentarse de varias formas en la escuela, algunas de las que tradicionalmente se usan son: La resolución de ecuaciones, la manipulación de expresiones algebraicas, la resolución de problemas, el tratamiento de conceptos fundamentales como el de variable; sin embargo, estudios han demostrado que los estudiantes en varios niveles escolares tienen dificultades respecto a los conceptos enfocados en estas formas de presentación del álgebra.

Por lo que actualmente se trata de generar un aprendizaje significativo en el estudiante, y con este enfoque se presentan otras formas de aproximar el concepto de álgebra al estudiante. La generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que rigen las ecuaciones numéricas, la resolución de problemas, la resolución de ecuaciones apoyada en el uso de modelos concretos y finalmente la modelización de fenómenos físicos y matemáticos. Varios autores distinguidos como Bell (1988), Vergnaud (1989) y Bednarz, Kieran y Lee (1996) defienden la idea de que mediante un equilibrio de los diferentes componentes y situaciones se puede facilitar a los estudiantes la comprensión de la pertinencia del álgebra, su estructura, el significado de conceptos algebraicos fundamentales como el de variable, y el uso del razonamiento algebraico.

El enfoque de este trabajo se centra en la generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que rigen las ecuaciones numéricas, pues se considera que

empleada de una manera correcta y teniendo en cuenta las dificultades a la hora de presentar los conceptos variable, variación y cambio, puede ser el mejor enfoque; adicional a ello este trabajo se centra en los grados cuarto y quinto, por lo que algunos conceptos no se podrán tratar, sin embargo es de vital importancia hacerlo pues también se ha mencionado que el trabajo algebraico tardío es otra dificultad a la hora de introducir el álgebra en la escuela.

2.2.4. El papel del material manipulativo como recurso pedagógico

Durante los primeros años de escolaridad, los estudiantes con deficiencias visuales pueden tener más problemas de adaptación y comprensión de la matemática. Según Rosich Sala, N., Núñez Espallargas, J. y Fernández del Campo (1996), “el proceso de desarrollo psicológico del niño ciego padece, en general, un retraso medio de cerca de dos años en lo referente a la adquisición de experiencias lógico-matemáticas. Retraso que se va aminorando hasta neutralizarse a la edad de doce-catorce años” (p.149).

Teniendo en cuenta esto surge la pregunta ¿Cuál sería la vía preferente de acceso hasta el intelecto de la realidad matemáticas? y es sin duda el tacto, pues las estrategias empleadas en los años anteriores a la adolescencia se basan en modelos de aprendizaje kinestésicos y táctiles, es decir, que el estudiante aprenda moviéndose, tocando y experimentando.

Como menciona Villey (1946) la vista proporciona “nociones elementales de espacio, extensión y solidez que el tacto proporciona también e incluso más exactamente que la vista” (p.14).

"La vista es un tacto de largo alcance que además tiene la sensación de color. (...) El tacto es una vista próxima sin color y con la sensación de rugosidad" (Ibíd.).

"El tacto es el sentido fundamental del que se derivan todos los otros. (...) El papel que desempeña para el desenvolvimiento intelectual es importantísimo: los psicólogos han demostrado que es el que educa a la vista, debiéndole el conocimiento de las propiedades esenciales de los cuerpos" (Rodríguez, 1929, p.97).

Si bien el tacto juega un papel importante en el aprendizaje de estudiantes con deficiencias visuales, esto no supone una devaluación del oído, puesto que "El oído alimenta y estimula nuestro pensamiento más que la vista" (Villey, 1946, p.20). Sin embargo el tacto se presenta como una vía sustitutoria de la vista más adecuado y preferente, mientras que el oído seguirá siendo usado en el proceso educativo como medio de comunicación.

Para atender a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas por parte de estudiantes en condición de discapacidad visual se han planteado varios proyectos. Un ejemplo de esto es el uso del ábaco, gracias a este, los estudiantes pueden realizar cuentas sencillas y practicar el cálculo mental que es una de las ramas de las matemáticas más importantes para el desarrollo de la seguridad personal y la motivación para estudiantes con problemas visuales.

Un concepto matemático que requiere de su representación gráfica visual son las fracciones que podrían ser complejas para estos estudiantes. Una forma de atenuar esta dificultad es como describen Mántica, A. M., Götte, M. y Dal Maso, M. S. (2014) basados en rompecabezas, así los estudiantes se familiarizan con los números mediante el

tacto y el juego, intentando formar figuras con diferentes piezas de igual o distinto tamaño.

Finalmente, “el uso de la papiroflexia permite la manipulación de papel para la realización de diferentes formas, esto facilita que los estudiantes aprendan a partir de la experimentación y que ellos mismos puedan fabricar materiales que sirvan para su estudio” (Núñez, 2017, p.23).

Como se ha visto, el trabajo con distintos materiales para favorecer el aprendizaje de estudiantes en condición de discapacidad ha retomado una conceptualización sobre la noción de recursos pedagógicos, de la cual Vega y Garzón (2011) han hecho un aproximación entendiendo por recurso pedagógico “a lo que congrega en una sola unidad de análisis el uso de los materiales, artefactos educativos o documentos que los maestros traen a clase y los actos discursivos en los cuales aquellos toman un sentido y significación particulares” (p.4).

Por tanto debemos aclarar que la noción de “material” es distinta de la de “recurso”, los primeros pueden existir aparte del sujeto, mientras que los otros no, en este sentido los materiales evolucionan a la noción de recurso en la medida en que se haga una reflexión o discurso sobre su uso, limitaciones y potencialidades, es decir que es un trabajo sostenido y reflexivo sobre los materiales que se emplean en el aula.

Estas propuestas de trabajo para abordar las matemáticas a partir de ejercicios simples mediados con recursos pedagógicos nos han motivado y han orientado la realización de las actividades que proponemos en este trabajo.

2.3. Perspectiva Curricular

La educación en general está regida por dos factores importante que se complementan uno al otro, que son los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y los Estándares Básicos de Competencias (EBC), en este sentido la educación inclusiva debe de ser tomada en cuenta en todas las aulas regulares en Colombia, debido a que en los estándares básicos de competencias se expresan un conjunto de criterios comunes que dictan que todo estudiante debe lograr un paso por ese sistema educativo; esto implica que si un estudiante posee una discapacidad el docente debe tener en cuenta para planear su estrategia educativa; actualmente estos estudiantes deben ser admitidos en cualquier escuela sin excepción. Los EBC entonces servirán como guía para el docente, pues en estos le indican qué saberes y conocimientos debe de adquirir o fortalecer el estudiante para poder que logre el paso exitoso por el sistema educativo.

En este apartado nos enfocaremos en mostrar cómo encaja nuestro proyecto en el sistema educativo de la escuela, mediante el análisis de los Estándares básicos de competencias en matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizaje (en adelante DBA), se establece el grado quinto como centro de la propuesta. En los Estándares Básicos de Aprendizaje se expone si hay coherencia vertical y horizontal para demostrar de esa manera no solo que el proyecto está bien incluido en el grado quinto, sino también, que ayuda al desarrollo del pensamiento algebraico y beneficia así la enseñanza del álgebra en la escuela. En cuanto a los DBA al estar divididos por enunciados, evidencias y ejemplos, la manera en la que vamos a proceder es analizar qué enunciados de grado quinto parecen relacionarse de manera directa o indirecta con este trabajo, para

posteriormente con sus evidencias comprobar si se relacionan o no, y finalmente fijamos nuestro análisis en los ejemplos que muestran para saber si en estos Derechos se ve reflejado o no la inclusión en la escuela además de si con ese ejemplo se cumplen las evidencias previamente presentadas por cada enunciado.

2.3.1. Estándares Básicos De Competencias.

Cómo se había expresado anteriormente el interés radica en hacer un recurso didáctico que beneficie el pensamiento variacional, y con él específicamente la generalización, la variación, y el concepto de variable; Cabe resaltar que los estándares tienen un apartado llamado “Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos”, en el cual se centra esta propuesta de aula, Dentro de ese apartado se muestran las competencias en este caso de los grados cuarto y quinto, que deben desarrollar los estudiantes en el transcurso de esos años escolares; competencias de las cuales se resaltan dos, que parecen las más apegadas a este trabajo, que son:

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.

A continuación, se representa la coherencia vertical y horizontal de cada competencia.

La coherencia horizontal que se tiene en los grados cuarto y quinto se presenta con las siguientes competencias de los otros pensamientos: pensamiento numérico y sistemas numéricos (resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones), pensamiento espacial y sistemas numéricos (identifico y justifico relaciones de congruencia y

semejanza entre figuras), pensamiento métrico y sistemas de medida (justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos), pensamiento aleatorio y sistemas de datos (comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos).

La coherencia vertical que se tiene con los grados primero a tercero en el mismo pensamiento se ve representada por las siguientes competencias:

Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros)

Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas

La coherencia vertical que se tiene con los grados sexto y séptimo en el mismo pensamiento se ve representada por las siguientes competencias:

Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas)

Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).

Teniendo en cuenta los objetivos de este trabajo se toma en consideración los estándares que se encuentran en el conjunto de grados de cuarto y quinto, ya que aquí se comienza la enseñanza de la variación fundamental en el álgebra.

Lo anteriormente mencionado se expresa en la Figura 1, una muestra de las relaciones que se establecen para un estándar de los grados cuarto y quinto teniendo en cuenta que este es el objeto de estudio.

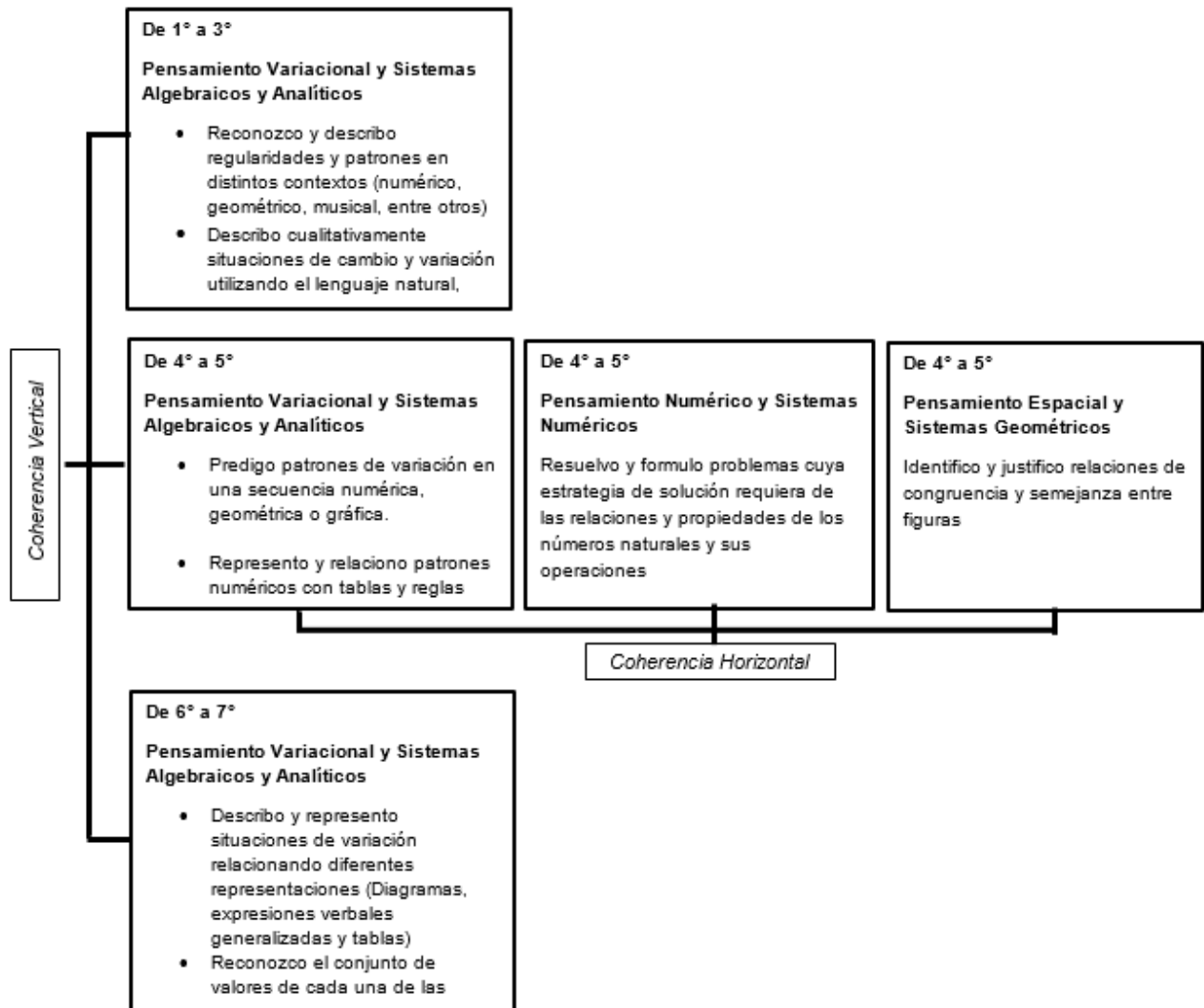


Figura 1. Coherencia horizontal y vertical en relación con los estándares seleccionados.

Elaboración propia.

2.3.2. Derechos Básicos De Aprendizaje

En la actualidad se trabaja con los Derechos Básicos de Aprendizaje que el Ministerio de Educación Nacional propone (MEN, 2016), dichos Derechos están estructurados por tres ejes centrales, un enunciado que referencia el aprendizaje estructurante del área, las evidencias que expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado y finalmente un ejemplo que concreta y complementa las evidencias de aprendizaje.

Para efectos de este trabajo se exponen los siguientes Enunciados y Evidencias de los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas correspondientes a los grados cuarto y quinto de primaria, asociados con la proporcionalidad, los materiales manipulativos y la generalización de patrones.

- Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas (grado cuarto enunciado 9).
- Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas (grado cuarto enunciado 8).
- Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas (grado quinto enunciado 8).

- Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas (grado quinto enunciado 9).

Estos enunciados se tienen en cuenta debido a que de una u otra manera dicen beneficiar el desarrollo del pensamiento algebraico en el estudiante, pero en todos ellos se encuentran ciertas carencias que hacen que realmente no sean útiles a la hora de enseñar algún saber o desarrollar un pensamiento matemático, por ejemplo en el enunciado uno, a pesar de que sus evidencias realmente encajan con el desarrollo del pensamiento algebraico, como por ejemplo, “Propone patrones de comportamiento numérico” su ejemplo no sirve en este caso por el hecho de que no es adaptable a una educación inclusiva, podría ser que se cumplan las evidencias en estudiantes “normales” sin embargo al no poderse adaptar a estudiantes con discapacidad visual no se puede aplicar en un aula inclusiva, ni en la educación actual.

Por otro lado el enunciado número 2 , se complica aún más la situación debido a que ya no es una ni dos evidencias de este enunciado que dicen ayudar al desarrollo del pensamiento algebraico, sino que todas lo dicen, y su ejemplo tiene casi que el mismo problema que el anterior, pues al usar esa herramienta tecnológica como lo es la calculadora, deben de suceder tres cosas para poder que sea inclusivo, primero debemos tener una calculadora que tenga escritura en braille para poder que el estudiante con discapacidad visual pueda operar, segundo debe de tener la función talk-back, es decir debe de dar el resultado por un parlante para que él pueda saber cuál es la respuesta, y por último debe de funcionar de la misma manera que las convencionales, es decir que al oprimir la tecla = se repita la operación anterior.

En los enunciados 3 y 4 se nota una diferencia resaltante en comparación con los anteriores, además de que pertenecen al grado quinto de primaria, los ejemplos que nos brindan podrían ser desarrollados en un aula inclusiva, pues estos no necesitan el braille de manera explícita para que se puedan implementar en un aula inclusiva, en el enunciado 3 por ejemplo se puede hacer con una llave de agua y un recipiente que mida la cantidad de agua que se le ha vertido dentro de él, o hacerlo en el tablero mientras se expresa muy bien de manera verbal, esto se debe a que los estudiantes con discapacidad visual no tienen algún problema cognitivo adicional como se expresa anteriormente en este documento, el enunciado 4 es el que más parece adaptarse al enfoque tratado en este trabajo, tanto por sus evidencias, como por su ejemplo, se ve que es claro que intentan desarrollar un pensamiento algebraico haciendo uso del recurso pedagógico de las operaciones no convencionales, recurso que se puede usar también con los estudiantes que tienen problemas de Discapacidad Visual. Sin embargo no parece estar relacionado con los ejercicios de grado sexto ni los de grado cuarto, por lo que se puede concluir que no hay coherencia vertical, lo cual es un problema de los Derechos Básicos De Aprendizaje como tal, pues se supone que van ligados o complementan los Estándares Básicos De Competencias, detalle que evidentemente no ocurre debido a que los Estándares Básicos De Competencias si tienen coherencia tanto vertical como horizontalmente.

2.4 Aspectos que organizan la propuesta a desarrollar con base en las Perspectivas Curricular, Didáctica y de la Población.

En la educación actual se tienen esos tres ejes centrales para enseñar un tema en la escuela: cómo se va a enseñar (didáctica), a quien (población) y por qué (curricular).

Este trabajo tiene como propósito que el estudiante tenga un acercamiento a los conceptos de variación, cambio, modelización y variable, para poder dar significado a estos conceptos se debe de tener en cuenta que el significado que se le da a estos objetos es precisamente porque el álgebra puede capturarlos a través de una perspectiva funcional, en nuestro caso desde una perspectiva que emplea material manipulativo (Didáctica). Los estudiantes con los que se quiere trabajar son estudiantes con discapacidad visual que estén en un aula regular, un aula que tenga personas con y sin la discapacidad visual, ya que ahora por ley se les dice a las instituciones que se deben de aceptar estos estudiantes y se evidencia que no cuentan con herramientas para hacerlo, lo que perjudica no solo al(los) estudiante(s) sino también al(los) docente(s) que tienen la tarea de lograr un desarrollo cognitivo en ellos(Población), esto porque al ser personas a las que no se les puede enseñar de una manera tradicional, se requiere que tanto la institución cuente con las herramientas para que el docente pueda enseñar a estos estudiantes, como que el docente esté capacitado para utilizarlas, o por lo menos saber de su existencia, para que su labor sea satisfactoriamente realizada y no genere problemas en el estudiante, en especial uno que es muy común actualmente y es muy grave como lo es la desescolarización, pues al no contar con esas herramientas ni la formación el docente se declara impedido para enseñarle a una persona con estas capacidades, y al no encontrar algo bueno para su hijo los mismos padres del niño lo sacan de la escuela porque creen que él no puede tener las mismas oportunidades que los demás estudiantes, cosa que por

demás están equivocados, el problema aquí no es que el niño no pueda aprender sino que la institución no tiene las herramientas ni el personal capacitado para esto, en parte por eso también se hace este trabajo para que los docentes tengan más herramientas para tratar esa condición particular.

Por último uno de los problemas que tiene el álgebra escolar y que actualmente se discute es que se da un acercamiento tardío a ella, a lo que nos referimos con un acercamiento tardío es a que el salto de la aritmética al álgebra no debe de ser algo espontáneo algo que sucede así sin más, se debe de tener en cuenta el desarrollo del razonamiento y la generalización en las primeras etapas de escolaridad, esto también tiene su raíz en cómo está estructurado nuestro currículo, y en parte a nuestros propios docentes, según lo expuesto por Franco “algunos docentes hacen una ruptura entre el pensamiento variacional y el pensamiento numérico porque no consideran ningún nexo o elemento de relación entre ambos tipos de pensamiento”, lo cual va en contra de lo propuesto por el (MEN), tanto en los lineamientos curriculares, como en los estándares básicos de competencias se nos dice que el pensamiento algebraico puede desarrollarse desde temprano mediante la perspectiva del pensamiento variacional.

En la educación hay que tener en cuenta que los tres enfoques mencionados anteriormente van de la mano, son igual de importantes y vitales para lograr un acercamiento cognitivo en el estudiante, como se muestra a continuación:

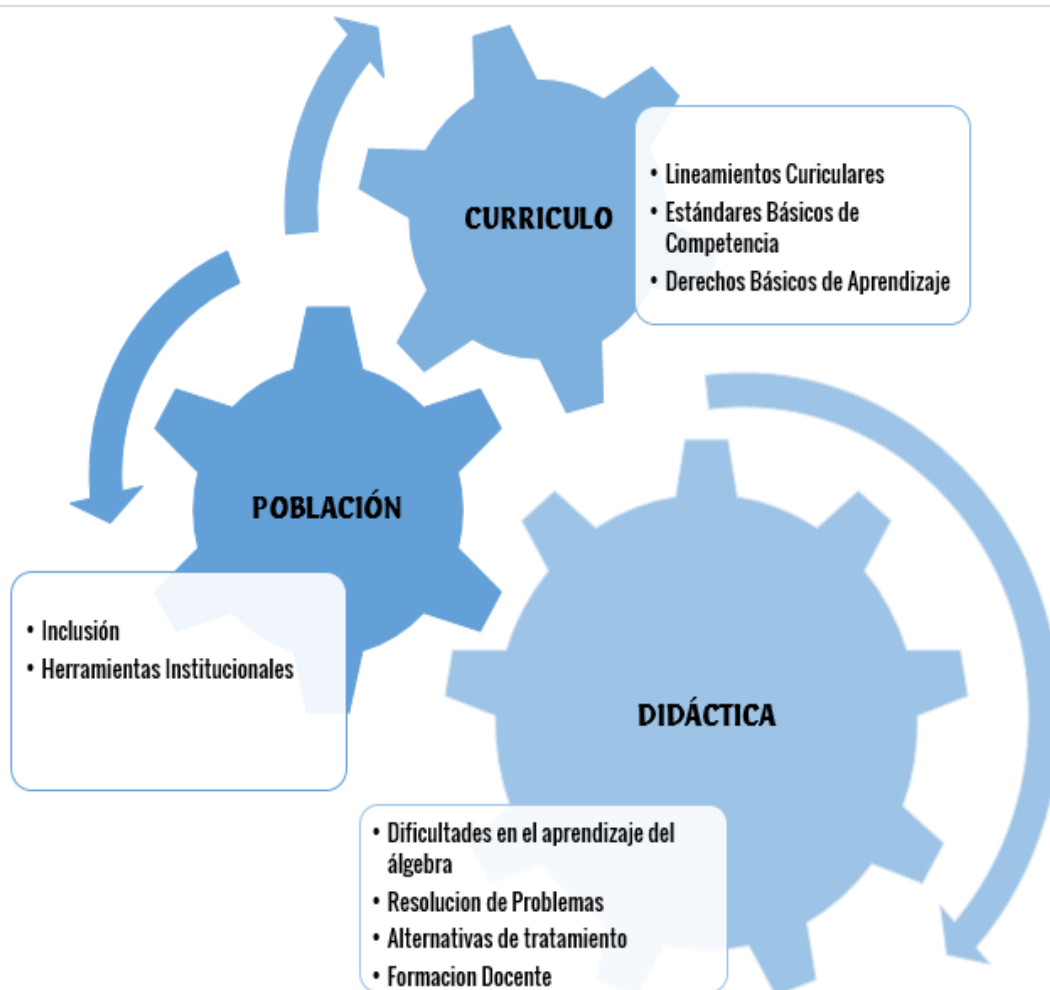


Figura 2. Enfoques que organizan la propuesta de trabajo. Elaboración propia.

La Problemática tratada en éste trabajo está ligada estrechamente a cada uno de los engranes o enfoques mencionados anteriormente, esto se evidencia a lo largo de todo el documento, se quiere trabajar un recurso didáctico para la iniciación temprana del álgebra en la escuela, mediante la inclusión de conceptos como variación y cambio, haciendo uso de material manipulativo, para facilitar la inclusión de poblaciones con discapacidad visual en un aula común. Cómo se expresa en la siguiente gráfica:

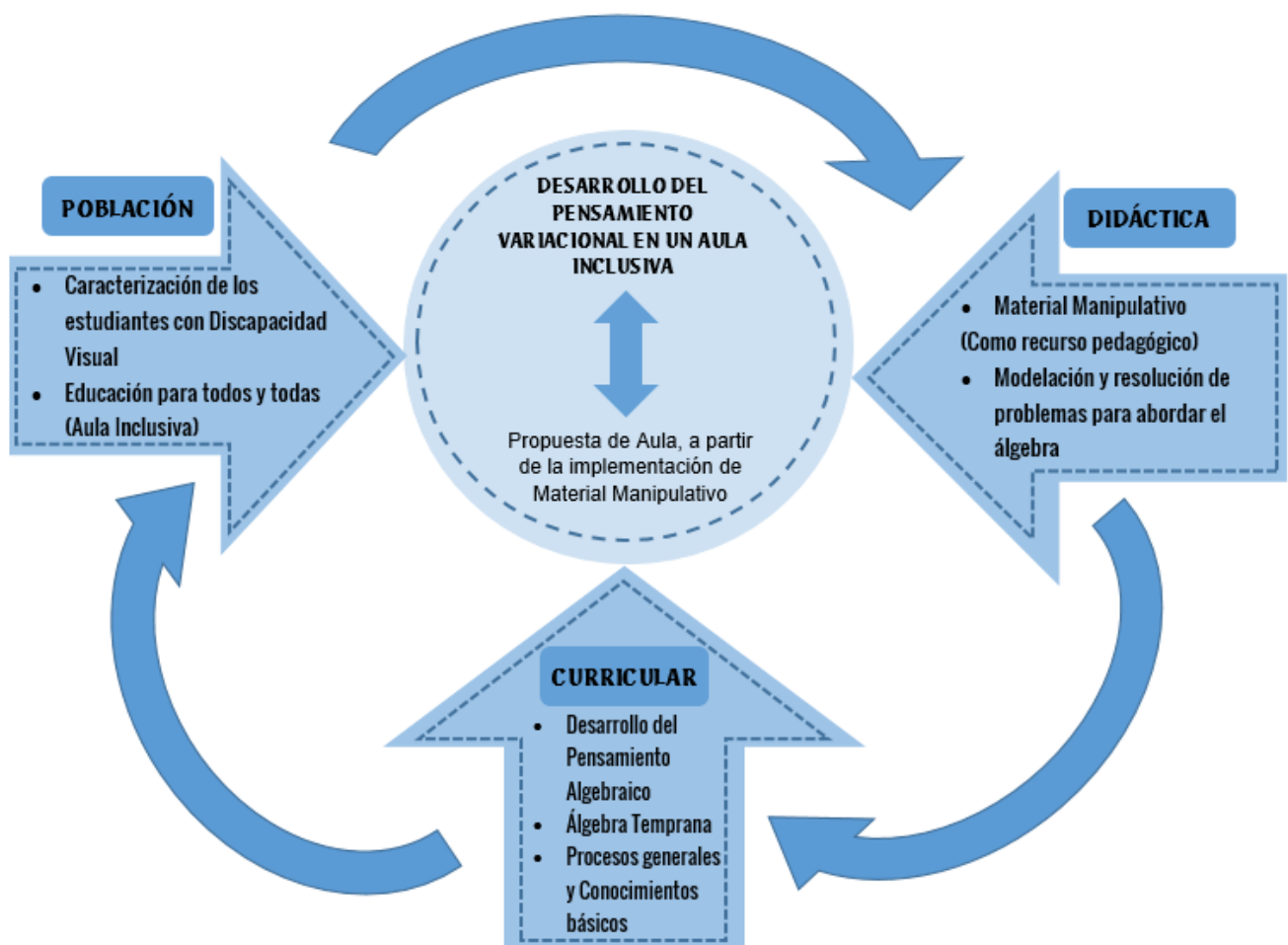


Figura 3. Articulación de las perspectivas de trabajo. Elaboración propia.

Se emplea este esquema para mostrar la articulación entre estas perspectivas que establecen el fundamento que permite el desarrollo de una propuesta de aula que tenga en cuenta los aspectos propios del objeto matemático de acuerdo a los parámetros que establecen los Lineamientos Curriculares (desarrollo del pensamiento variacional, iniciación al álgebra temprana) mientras que desde la didáctica se evalúa desde diversos antecedentes las implicaciones de las formas de enseñanza, las dificultades y la forma en que a través de la historia se ha presentado el objeto matemático, con el fin de integrarlo de manera coherente con las necesidades educativas de la población que se ha descrito con anterioridad en el marco de una educación inclusiva, a partir de recursos manipulativos que rompan la barrera de la excesiva abstracción en la enseñanza y permitan que las matemáticas se adapten a las capacidades de los estudiantes.

2.5 Marco Metodológico

La búsqueda de integración de todas las personas sin distinción de género, condición social o capacidades, muestra una problemática educativa actual centrada en la necesidad de innovaciones pedagógicas y estructuras educativas donde prevalezca el respeto a la diversidad estudiantil. Estas innovaciones requieren de la intervención de distintos campos de estudio como son: la Psicología, la Pedagogía, entre otros. En nuestro caso se debe recurrir a estudios de la Didáctica de las Matemáticas “para determinar las formas en que los niños invidentes se relacionan con los distintos contenidos matemáticos en el contexto escolar ordinario, y poder decidir las variables y factores para conseguir una integración eficaz.” (Ortín, 1999) Es por tanto la discapacidad visual una problemática social que dificulta la educación en términos de inclusión, pues esta

población requiere de una educación adecuada y oportunidades para desempeñarse en su medio social.

Debido al interés de quienes desarrollan este trabajo, por reconocer las barreras para el aprendizaje y participación de un sector de la población estudiantil, en este caso con limitación visual, tanto a nivel teórico, profesional (docente en ejercicio y en formación), sociocultural y político, que no han tenido la suficiente atención por ser una población minoritaria y que no se han realizado suficientes investigaciones que permitan reflexionar y sistematizar los procesos de formación inicial de profesores así como las reformas necesarias a los currículos en las respectivas instituciones educativas, hemos enfocado nuestros esfuerzos en conocer la situación actual del proceso de enseñanza de las matemáticas, particularmente del Álgebra con estudiantes con deficiencia visual.

Es así como, de acuerdo a lo planteado, es necesario adoptar una metodología que permita el adecuado desarrollo de este trabajo. Por esta razón se emplea una metodología de tipo cualitativa ya que se pretende observar si tras el apoyo que se le presta al estudiante a partir de la propuesta de aula se logra mejorar sus conocimientos previos con relación al álgebra en un entorno de inclusión; empleando como técnica el estudio de casos que permite comprender las falencias en la realización de la actividad.

La metodología de este trabajo se divide entonces en cuatro fases:

FASE 1: Documentación, en la cual se consultó documentación relacionada con estudios sobre la educación de personas con discapacidad visual, particularmente en el área de matemáticas, abstraídos de fuentes literarias y aseveraciones de autores expertos

que permitieron definir la problemática e indagar acerca de un posible tratamiento para mejorar las dificultades.

FASE 2: Diseño, busca integrar los requerimientos recogidos anteriormente para ser integrados en la propuesta de aula con el fin de facilitar el aprendizaje del álgebra por parte de estudiante con deficiencia visual. Se realizó el diseño y caracterización de la propuesta dando como resultado dos situaciones problema.

FASE 3: Análisis, corresponde a la implementación de la propuesta de aula que se llevará a cabo en la sede Manuel Santiago Vallecilla de la Institución Educativa República de Israel, ubicada en la Calle 43 #4B-33, Cali, Valle del Cauca; en la que se cuenta con el apoyo de personal docente. Con esta se busca fortalecer el proceso de enseñanza - aprendizaje y hacer más dinámica la relación docente - estudiante como sujetos activos; ya que el conocimiento es inseparable de la actividad y el lenguaje, de manera que “el conocimiento se construya a través de las experiencias vividas y de la expresión de dichas experiencias” (González Agudelo 2001, pág. 1).

Por último, FASE 4: Resultados, recopilación de los resultados luego de la implementación de la propuesta de aula, con los cuales se procederá a realizar el análisis para, posteriormente escribir las conclusiones generales y algunas recomendaciones en el documento final.

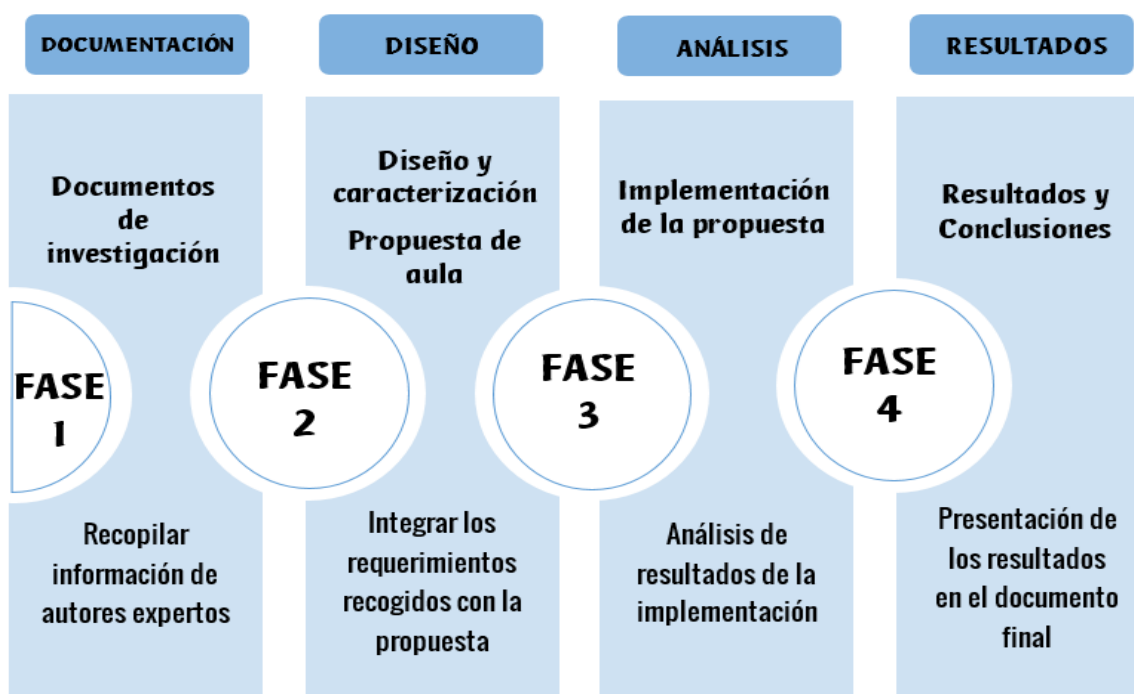


Figura 4. Fases de la metodología de trabajo. Elaboración propia.

CAPÍTULO 3

UN ACERCAMIENTO A LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN UNA ESTUDIANTE CON DISCAPACIDAD VISUAL QUE FORMA PARTE DE UN AULA INCLUSIVA

Capítulo 3. Un acercamiento a las nociones de variación, generalización y cambio en estudiantes de un aula regular

En este capítulo, se presentan los aspectos relacionados con la propuesta de aula: caracterización de la población, diseño e implementación de la propuesta, así como una descripción general de esta a partir de la implementación de una secuencia de tareas, en un grupo de 6 estudiantes de grado quinto de la Educación Básica Primaria de la Institución Educativa Republica de Israel de la ciudad de Cali, donde se incluye los conceptos matemáticos involucrados y las expectativas de desempeño de las situaciones y tareas de esta secuencia.

Finalmente se presenta la propuesta de aula, conformada por 2 situaciones las cuales proponen movilizar un acercamiento al reconocimiento de regularidades y patrones, partiendo de situaciones del contexto cotidiano hasta llegar a su conceptualización, en estudiantes de un aula regular. Para la aplicación de cada una de las situaciones se hace uso de recursos de tipo material y discursivo. De manera posterior, se presentan los resultados y el análisis de los resultados de las consignas de los estudiantes que participaron en el estudio, con relación a los desempeños esperados.

3.1 Caracterización de la población

Los estudiantes en general fueron escogidos de manera aleatoria por el docente de la institución bajo las siguientes instrucciones por parte de los evaluadores:

- Igual número de niños y niñas (incluida la estudiante con discapacidad visual).
- Que los estudiantes se encuentren en el mismo nivel académico de ser posible.
- Que los estudiantes tengan un nivel académico similar al resto del grupo.

Estas condiciones se establecen con el fin de que los estudiantes elegidos se consideren una muestra representativa y característica del salón donde estudian. Por consejo del docente se eligen 6 estudiantes, el considera que el número de estudiantes es más que suficiente para poder obtener unos resultados bien estructurados en la implementación de la prueba preliminar y la propuesta de aula en general.

Para la caracterización de la estudiante con discapacidad visual se tomó como referencia el instrumento diseñado por Vidarte y Celis (2016), que consiste en una serie de preguntas que dan información acerca del entorno del estudiante, visto desde diferentes aspectos, los cuales son: Vida escolar, rutina sencilla y compleja del estudiante, experiencias personales, gustos e intereses, historia terapeuta y extracurricular, movilidad en la vida escolar y finalmente también está acompañada con una prueba preliminar que tiene como objetivo identificar las competencias matemáticas del estudiante en algunos conceptos y procesos matemáticos que se involucran en el aprendizaje de patrones y generalizaciones.

Estas preguntas deberán ser diligenciadas por el estudiante, el docente de matemáticas, el docente de lenguaje y también algunas pueden necesitar ayuda de los padres de la estudiante con discapacidad visual.

A continuación, se presenta en su totalidad el instrumento con un análisis de cada una de las partes que lo componen.

I. Participación del estudiante en las actividades de la vida escolar

En este primer apartado se recopila los datos básicos de identificación, además da cuenta del historial académico del estudiante hasta el nivel escolar que se encuentra en la actualidad y está compuesta por las primeras 7 preguntas de esta herramienta. Esto

facilita identificar las calificaciones, observaciones y años reprobados durante la escolaridad de la estudiante, en áreas principales como lenguaje y matemáticas, al mismo tiempo que permite conocer los apoyos recibidos en su proceso de enseñanza.

Datos generales

1.

Nombre del estudiante	
Edad	Fecha de nacimiento
Nombre del Padre	
Nombre de la Madre	
Número de hermanos	
Establecimiento Educativo	
Sede	
Barrio o Comuna	
Grado	Fecha
Área asignada	

2.

Nombre del docente	
Título profesional	
Área asignada	
Directo de grupo Sí __ No __	

Historia escolar y aprendizaje actual (académica)

1. Cantidad de años de repitencia escolar y grados repetidos

Grados reprobados Sí ____ No ____	Cuáles y motivo o causas de la pérdida de año

Calificaciones finales por grado terminado en las áreas de Lenguaje-Matemáticas

2.

GRADO ESCOLAR	LENGUAJE	MATEMÁTICAS	OBSERVACIONES DE LOS MAESTROS
1°			
2°			
3°			
4°			
5°			

Observaciones de los maestros acerca del aprendizaje del estudiante en el grado actual

3. Área de conocimiento – Lenguaje

OBSERVACIONES	Descripción de las ayudas que el maestro realiza para el aprendizaje del niño

4. Área de conocimiento –Matemáticas

OBSERVACIONES	Descripción de las ayudas que el maestro realiza para el aprendizaje del niño

Observaciones generales de los maestros

5. Área de Conocimiento-Lenguaje

Observaciones	Descripción de las ayudas que el maestro realiza para el aprendizaje del estudiante

6. Área de Conocimiento-Matemática

Observaciones	Descripción de las ayudas que el maestro realiza para el aprendizaje del estudiante

7. Educación Básica Secundaria

PREGUNTA	MAESTRO DE LENGUAJE	MAESTRO DE MATEMÁTICAS
¿Cuál es su preocupación actual, en relación con el aprendizaje del estudiante?		

Observaciones del estudiante

II. Actividades de rutina sencilla y compleja

En este apartado se busca evidenciar los hábitos de estudio y organización del estudiante en su vida escolar; el manejo de los apuntes, el cronograma de trabajo y el tiempo empleado para tareas fuera del horario escolar.

¿Empleas una agenda diaria de trabajo? (Para tareas, trabajos pendientes, organización de su tiempo) Sí ____ No ____ Algunas veces ____ Nunca ____ No tiene agenda ____ Fundamentalmente para: ____	¿En tu institución educativa, cuentas con un espacio en el cual se te permita avanzar en tareas y trabajos escolares? Sí ____ No ____ Observación:	¿Eres ordenado y organizado en la toma de apuntes en diferentes aspectos de tu vida escolar? Sí ____ No ____ Algunas veces ____ Nunca ____
---	---	--

III. Entorno familiar

Incluye información acerca del nivel de escolaridad de los acudientes y las formas de ayuda que estos proporcionan al estudiante en el proceso escolar.

Composición familiar

Formación académica
Marque el último nivel de educación: Padre: Primaria ____ Secundaria ____ Técnico ____ Universitario ____ Maestría ____ ¿Otro? ____ ¿Cuál? ____ Madre: Primaria ____ Secundaria ____ Técnico ____ Universitario ____ Maestría ____ ¿Otro? ____ ¿Cuál? ____
¿Qué clase de ayuda recibe en su casa, que garantice el progreso académico, en cuanto a la realización de tareas y trabajos escolares?

IV. Experiencia, gustos e interés personales del estudiante

En este apartado se busca indagar con el estudiante su disposición para el trabajo en grupo y autonomía en las actividades tanto a nivel escolar como en su vida diaria.

Hace referencia a intereses no asociados a lo académico.

Nivel social

¿Te gusta estudiar en grupo, solo o de las dos formas?

¿Cuándo trabajas en grupo, tiene en cuenta la perspectiva del otro?

Escribe las actividades que compartes con tus compañeros

Identificación de intereses del estudiante (Actualmente)

V. Historia terapéutica/planes de apoyo escolar y extracurricular

Este apartado interroga acerca de la asistencia del estudiante a programas de psicología, terapia ocupacional, fonoaudiología, psiquiatría, tutorías de maestros.

También se busca conocer acerca de los planes de apoyo que la institución proporciona al estudiante y el nivel de afinidad e interés de este, por dichos apoyos.

Informe terapéutico o ayuda especializada de rehabilitación.

El estudiante ha asistido a:	Si	No	Motivo	Que cambios ha tenido a partir de su asistencia a las terapias
Psicología				
Terapia Ocupacional				
Fonoaudiología				
Fisioterapia				
Otro_				

Apoyo escolar y extracurricular

Tutorías académicas	Colegio	Fuera del Colegio	Motivo	Cambios a partir de la tutoría
Asistencia a tutoría	Sí ____ No ____	Sí ____ No ____		

VI. Actividades de movilidad en la vida escolar

En este punto se interroga acerca de las características de desplazamiento del estudiante en las diferentes actividades de la vida escolar, tales como el salón de clase, espacios deportivos y recreativos; así mismo pretende indagar sobre el apoyo brindado por el docente en estos desplazamientos o actividades.

Pregunta	Descripción del docente	Descripción del apoyo
¿El estudiante se desplaza caminando o usando alguna ayuda técnica? (Silla de ruedas, Muleta, Bastón)		
¿El estudiante hace actividades manuales relacionadas con la escritura, lectura, uso de herramientas escolares (Escritura de Braille)?		

VII. Conocimientos y competencias matemáticas

Este último ítem permite identificar debilidades y fortalezas matemáticas presentes en el aprendizaje de los estudiantes, gracias a la implementación de la prueba

preliminar que hace un acercamiento al concepto de generalización y cambio, y, a los elementos conceptuales de variación.

La prueba preliminar se realiza con dos propósitos, el primero de ellos, es el de identificar en los estudiantes a los que se le aplicará la prueba, conocimientos y competencias en torno a la generalización de patrones y algunos conceptos claves para el diseño de la propuesta como lo son la variación, el cambio, las regularidades, entre otros; el segundo propósito es conocer las herramientas, apoyos y métodos que emplean los estudiantes, y en particular, la estudiante con discapacidad visual, para resolver las preguntas, que serán tenidos en cuenta para el diseño de la propuesta de aula.

Prueba Preliminar

Situación 1. Preparando el cumpleaños

Juan ha invitado a su cumpleaños a los compañeros de su clase y sus padres le ayudan a colocar las mesas y las sillas. Han colocado 1 mesa cuadrada y en ella pueden sentarse máximo 4 invitados.

A Juan y a sus compañeros de clase les gustaría sentarse todos juntos, uno al lado del otro. Para esto, decidieron juntar las mesas a medida que lleguen más compañeros.

A continuación se muestra como van quedando las mesas y las sillas conforme van llegando los compañeros:



1. Si llegan más compañeros y necesitan poner una mesa adicional a las 3 que ya tenían. Dibuja como quedarían las mesas y las sillas.

2. Si continúan llegando más compañeros y ahora necesitan 6 mesas.
¿Cuántas sillas tendrían ahora?

3. Teniendo en cuenta el número máximo de compañeros que pueden sentarse de acuerdo a la cantidad de mesas. Completa la siguiente tabla:

Número de mesas	1	2			10	20
Numero de sillas	4	6	8	16		

4. Escribe como Juan puede calcular:
 - a. La cantidad de sillas que necesita si conoce la cantidad de mesas que usa.

 - b. La cantidad de mesas que necesita si conoce la cantidad de sillas que usa.

Situación 2. Comprando regalos

Una niña de grado quinto recibe 1.000 pesos diarios de dinero para el descanso, ella quiere ahorrar para comprar un regalo a su mamá y para lograrlo guarda 500 pesos cada día. El primer día ahorró 500 pesos, el segundo día completó 1.000 pesos y al tercer día completó 1.500.

1. ¿Cuánto dinero tendrá al quinto día de ahorro?

2. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

3. Ella que es muy organizada, elaboro una tabla para llevar un registro de sus ahorros. Ayúdala a completar los datos que faltan en la tabla.

Días de ahorro	1	2	3			10	12
Cantidad de dinero ahorrado	500	1.000		2.000	2.500		

4. Si ella quiere comprar una pulsera para su mamá que cuesta 7.500
¿Cuántos días debe ahorrar?

3.1.1 Resultados apartados (I, II, III, IV, V y VI) de la caracterización de la estudiante con discapacidad visual

A continuación, se presentan los resultados y análisis de la parte inicial del instrumento, el cual está conformado por las áreas de indagación anteriormente mencionadas. La caracterización se realiza a partir de los datos obtenidos de la implementación del instrumento en la estudiante con discapacidad visual.

Estudiante con discapacidad visual

I participación del estudiante en la vida escolar

Datos generales:

Joven de 13 años, sexo femenino, vive con sus padres, no tiene hermanos, estudia actualmente en la Institución Educativa Republica de Israel sede Manuel Santiago Vallecilla en el municipio de Cali. Se encuentra estudiando desde el grado tercero en la institución y no ha reprobado ningún grado.

En matemáticas su promedio de tercero y cuarto es de 3,6 y actualmente su promedio¹ es 3,95. En lenguaje su promedio de tercer y cuarto es de 4,5 y actualmente su promedio es 3,6.

Observaciones de matemáticas y lenguaje

La profesora de lenguaje refiere que la estudiante presenta un buen desempeño tanto en la competencia lectora como en la de escritura. El profesor de matemáticas manifiesta que se trata de una estudiante con buena disposición para el aprendizaje numérico sin embargo, en el pensamiento geométrico solo se aprende los conceptos.

Tanto el profesor de matemáticas como la de lenguaje concuerdan en que el grupo acepta y respeta la condición de la estudiante, lo que favorece el proceso académico. De igual forma la estudiante cuenta con la ayuda de una compañera que le dicta las consignas escrita en el tablero por los profesores. Los apuntes en el cuaderno los registra mediante sistema Braille permanentemente, las actividades, exámenes y tareas son transcritas por un familiar, para que los profesores conozcan las respuestas de la estudiante.

En cuanto a la ayuda que ofrecen los profesores para el aprendizaje de la estudiante, la profesora de lenguaje expresa que le proporciona a la estudiante material de lectura en Braille y que realiza acompañamiento para monitorear el aprendizaje de la estudiante. De igual forma tiene en cuenta su habilidad oral. Las ayudas en el área de matemáticas, son recomendaciones para la estudiante y los padres de familia, para que se ejecuten unos refuerzos en la casa. Así mismo se le explica a la estudiante que conceptos

¹ El promedio actual se calcula con las notas de los dos primeros periodos ya cursados, del presente año lectivo.

geométricos debe aprender. El profesor de matemáticas, tiene especial preocupación para la introducción de material concreto para el manejo de las mediciones y el desarrollo del pensamiento espacial.

II Actividades de rutina sencilla y compleja

La estudiante no cuenta con una agenda diaria de trabajo para organizar su tiempo, la mayor parte del tiempo está atenta a escuchar la información y directrices suministradas por los profesores, por lo que no es ordenada en la toma de apuntes. La institución no cuenta con espacios para que la estudiante pueda avanzar en trabajos o tareas escolares de forma individual, estos los desarrolla en su casa con la ayuda de sus padres.

III Entorno familiar

Ambos padres poseen título de bachiller, su padre es policía y su madre es ama de casa, por lo que cuenta con el apoyo y ayuda de su mamá para la transcripción del Braille, de trabajo y evaluaciones en las áreas en donde se requiere que la estudiante registre de manera escrita sus respuestas. Igualmente su padre, la orienta en el desarrollo y comprensión de las tareas y consignas dejadas por los profesores como trabajo independiente para realizar en casa.

IV experiencias, gustos e intereses personales del estudiante

La estudiante afirma que le gusta pasar tiempo con sus compañeras de clase, juega mucho y le ayudan en su rutina diaria en todo lo que puedan con muy buena disposición.

V Historia terapéuticas/planes de apoyo escolar y extracurricular

La estudiante menciona que viene del instituto de ciegos y sordos de la ciudad de Cali, hizo hasta el tercer grado y luego fue remitida a la institución donde ahora se encuentra. Para el apoyo escolar cuenta con una licenciada en lenguas extranjeras que presta sus servicios como personal de apoyo docente con niños que presentan algún tipo de discapacidad; la docente de lenguaje menciona que los horarios que este personal de apoyo docente tiene para prestar sus servicios ordinarios son martes y jueves de 10:00am hasta las 12:00am, sus servicios están principalmente centrados en apoyarla en el área de lenguaje y matemáticas.

VI Actividades de movilidad en la vida escolar

Dentro de la institución educativa, la estudiante se desplaza de manera independiente, si ayuda del bastón, únicamente apoyada en el hombre de su compañera; en algunas ocasiones en las que se desplaza de manera individual, lo hace prestando atención a los cambios de luz que alcanza a percibir, especialmente cuando se moviliza en el patio. De igual forma, la estudiante manifiesta que reconoce la infraestructura de la institución.

Así mismo, la estudiante hace uso del sistema Braille como medio de lectura y escritura, haciendo uso de la regleta y del punzón, que hace las veces de lápiz y lapicero.

3.1.2 Resultados y análisis de los resultados, apartado (VII) de la caracterización de la población

A continuación, se presentan los resultados obtenidos después de la implementación de la prueba preliminar de matemáticas que permite presentar algunas consideraciones en cuanto a los conocimientos previos y competencias matemáticas de los estudiantes y que, a su vez, sirven de guía para el diseño de la propuesta de aula.

En la realización del análisis se utilizan algunas convenciones para organizar los datos.

P_n: Significa pregunta n, donde n= 1, 2, 3, 4

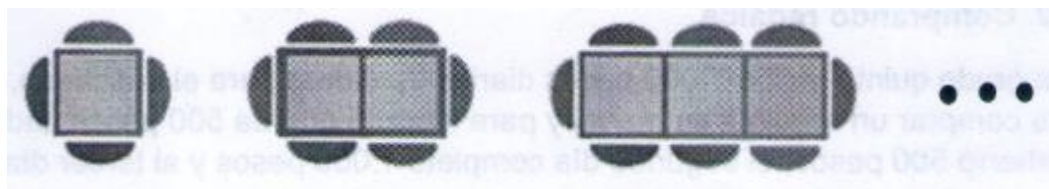
El estudiante E1, corresponde a la estudiante con discapacidad visual.

Situación 1. Preparando el cumpleaños

Juan ha invitado a su cumpleaños a los compañeros de su clase y sus padres le ayudan a colocar las mesas y las sillas. Han colocado 1 mesa cuadrada y en ella pueden sentarse máximo 4 invitados.

A Juan y a sus compañeros de clase les gustaría sentarse todos juntos, uno al lado del otro. Para esto, decidieron juntar las mesas a medida que lleguen más compañeros.

A continuación se muestra como van quedando las mesas y las sillas conforme van llegando los compañeros:



P1. Si llegan más compañeros y necesitan poner una mesa adicional a las 3 que ya tenían. Dibuja cómo quedarían las mesas y las sillas.

De los 6 estudiantes, 5 de ellos (E1, E2, E4, E5, E6) dibujan el número de mesas y sillas que corresponden a la gráfica siguiente según el patrón. Un estudiante (E3) dibuja las mesas continuas pero dejando un espacio entre ellas, dificultando que las sillas correspondan a lo solicitado en la pregunta.

P2. Si continúan llegando más compañeros y ahora necesitan 6 mesas. ¿Cuántas sillas tendrían ahora?

Los 6 estudiantes responden en forma acertada la cantidad de sillas actuales cuando se cuenta con 6 mesas. De estos 4 estudiantes (E1, E2, E3 y E4) (66,68%) encontraron la respuesta y la consignaron de forma numérica, sin embargo, 2 estudiantes (E5, E6) (33,32%) realizaron la gráfica de las mesas y el número de sillas para dar respuesta a la pregunta.

De acuerdo a lo anterior y de manera general se puede afirmar que los estudiantes comprender el enunciado de la situación y lo pedido en cada pregunta. Esto se puede apreciar porque en cada caso contestaron de manera correcta, identificando a que hacen referencia; en el caso de la pregunta 2 dieron la respuesta completa haciendo énfasis en que se trata de la cantidad de sillas.

P3. Teniendo en cuenta el número máximo de compañeros que pueden sentarse de acuerdo a la cantidad de mesas. Completa la siguiente tabla:

Número de mesas	1	2			10	20
Número de sillas	4	6	8	16		

Los seis estudiantes completan la tabla en su totalidad, la cual consta de dos ítems, en la primera fila de la tabla se pregunta por el número de mesas correspondientes dada una cantidad de sillas; Los seis estudiantes responden de manera acertada cada una de las casillas de tabla afirmando que la respuesta es 3 y 7 respectivamente.

Para la segunda fila de la tabla se pregunta por la cantidad de sillas conociendo el número de mesas, en este caso, solo dos estudiantes (E3 y E6) responden de manera acertada la cantidad de sillas (22 y 42), los estudiantes E1 y E2 responden de manera correcta la primera casilla vacía, sin embargo, la siguiente casilla responden de manera no acertada afirmando que la cantidad de sillas es 44. Por último, los estudiantes E4 y E5 responden 20, 10 y 20, 22 respectivamente.

Teniendo en cuentas las respuestas de la pregunta 3 (P3) se observa que los estudiantes, de manera general reconocen la cantidad de mesas necesarias para cada caso,

pues corresponden a cantidades pequeñas que pueden verificarse a través de la representación gráfica.

Caso contrario ocurre con las respuestas para la cantidad de sillas de los estudiantes E1 y E2, de acuerdo a los registros de audio se nota que para la cantidad de 10 mesas la cantidad de sillas es acertada al afirmar que se trata de 22 sillas, sin embargo, la siguiente casilla por tratarse del doble de la anterior genera que los estudiantes expresen sus respuestas como dos veces el resultado de la anterior o la suma repetida de la respuesta anterior ($22 + 22$), generando respuestas no acertadas.

Seguido a lo anterior, de la respuesta del estudiante E4 se puede inferir que no reconoce que las sillas presentan un incremento en función de la cantidad de mesas empleadas.

Situación 2. Comprando regalos

Una niña de grado quinto recibe 1.000 pesos diarios de dinero para el descanso, ella quiere ahorrar para comprar un regalo a su mamá y para lograrlo guarda 500 pesos cada día. El primer día ahorró 500 pesos, el segundo día completó 1.000 pesos y al tercer día completó 1.500.

P1. ¿Cuánto dinero tendrá al quinto día de ahorro?

En la P1, cinco (E1, E2, E3, E5 y E6) de los seis estudiantes responden de manera correcta la cantidad de dinero ahorrado en la cantidad de días indicados, afirmando que se trata de 2.500. La estudiante E4 no acierta en la respuesta, registrando que se trata de 2.000 pesos, sin embargo, proporciona una respuesta completa al incluir la unidad de medida del dinero (pesos) en la respuesta.

P2. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

Para esta pregunta los estudiantes E1, E2, E3, E4 y E6 dan una respuesta mientras que, el estudiante E5 no responde.

De los cinco estudiantes que dieron respuesta a la pregunta, los estudiantes E2, E3, E4 y E6, afirman que el valor fijo corresponde a 500 y lo registran de manera numérica. Para el caso de las cantidades que cambian, expresan en lenguaje natural que corresponde al dinero ahorrado.

En el caso del estudiante E1, identifica una cantidad nueva con respecto a sus otros compañeros, de las variables que son fijas, es decir, afirma que dicha cantidad corresponde al dinero diario que le entregan para el descanso y, en el caso de las cantidades que cambian, registra que se trata del dinero que ahorra diariamente y el dinero que tiene ahorrado.

De las respuestas aportadas anteriormente se puede evidenciar que los estudiantes E2, E3, E4 y E6 reconoce las cantidades que se conservan y las que sufren cambios, sin

embargo, no reconocen en su totalidad las variables involucradas puesto que, desconocen la cantidad de dinero entregado para el descanso como una cantidad fija.

Por su parte la estudiante E1 sí reconoce el dinero para el descanso como una cantidad fija, pero, asume que el dinero destinado al ahorro (500 pesos) corresponde a una cantidad variable.

P3. Ella que es muy organizada, elaboro una tabla para llevar un registro de sus ahorros. Ayúdala a completar los datos que faltan en la tabla.

Días de ahorro	1	2	3			10	12
Cantidad de dinero ahorrado	500	1.000		2.000	2.500		

Para esta pregunta la totalidad de los estudiantes (100%) completaron de manera acertada la tabla, consignando que, para tres días de ahorro, la cantidad de dinero ahorrado corresponde a 1.500; para 10 días 5.000 y para 12 días 6.000.

De igual forma cuando se les pregunta por el número de días de ahorro cuando se conoce la cantidad de dinero ahorrado, los estudiantes (100%) responden para la cantidad de 2.000, 4 días y para la cantidad de 2.500, 5 días.

En esta pregunta se puede evidenciar que, los estudiantes realizan operaciones sencillas de suma o multiplicación para los datos y además, interpretan de manera correcta la información presentada de manera tabular.

P4. Si ella quiere comprar una pulsera para su mamá que cuesta 7.500 ¿Cuántos días debe ahorrar?

Para la pregunta P4, cuatro de seis estudiantes (E2, E3, E4 y E6) aciertan la respuesta, afirmando que requiere 15 días para obtener la cantidad de dinero solicitado. El estudiante E5 registra que requiere de 14 días y el estudiante E1 afirma que requiere de 10 días. Para dar la respuesta, ninguno de los estudiantes realiza la operación empleada, únicamente registran el valor numérico correspondiente.

Observaciones de la puesta en práctica de la prueba preliminar:

- Se puede evidenciar en las respuestas dadas por los estudiantes, que tienen falencias o dificultades al momento de reconocer patrones.
- Los estudiantes tienen conocimientos acerca de las secuencias, pero en todos los casos se reduce a ejercicios de conteo o sumas, pero no son capaces de establecer un patrón gráfico a los ejercicios que carecen de gráficas.
- La estudiante con discapacidad visual requirió ayudas adicionales respecto a sus otros compañeros las cuáles abarcan:
 1. Acompañamiento constante del profesor investigador para la lectura del documento.
 2. Ayuda adicional para dibujar, la estudiante expresa que no puede dibujar por ningún método conocido.
 3. Necesita ayuda para ubicar su mano en los espacios de respuesta pues le resulta imposible sin ella, ella expresamente pide que le muevan la mano

izquierda hasta donde pueda responder y con la derecha mediante el punzón responde.

4. No requiere una explicación más detallada del contexto respecto a las explicaciones pedidas por los otros estudiantes.
5. Su nivel cognitivo se ubica en un nivel muy similar e incluso algo superior en cuanto a reconocer patrones respecto a los otros estudiantes que presentan a la prueba.

Algunas conclusiones de la implementación de la prueba preliminar:

- La estudiante con discapacidad visual requiere acompañante para leer las tareas, sin embargo, no requiere que el profesor investigador comparta instrucciones diferentes a las de los otros estudiantes.
- Como sugerencia realizada por la estudiante con discapacidad visual, se propone para la propuesta de aula, entregar hojas adicionales a todos los estudiantes para consignar las respuestas, esto con el fin de que la estudiante con discapacidad visual pueda responder la prueba de una forma más amena y no requiera de la guía de su mano; también se llega a la conclusión que este cambio beneficia a todos los estudiantes para que ellos también estén más cómodos contestando las preguntas y dibujando, además, ayudará a los profesores investigadores en el momento de realizar los análisis de los resultados de la implementación de la propuesta.
- Debido a la dificultad de la estudiante para dibujar, se espera que el material manipulativo ayude a la estudiante con discapacidad visual en los momentos en

los que se requiera dibujar, la estrategia será que a partir de las fichas establezca la figura, a esto se le tomará una foto que servirá como respuesta por parte de la estudiante.

- Se espera que el material manipulativo ayude a los estudiantes a reforzar en ellos la relación que existe entre un patrón gráfico y su respectivo patrón numérico.

En general los estudiantes saben usar una tabla de datos, a pesar de que algunos la completaron con datos errados, estos se deben a errores aritméticos y al no reconocer el dato que va en la columna.

A pesar de la dificultad para escribir sobre la guía entregada, la estudiante con discapacidad visual identifica y reconoce los datos suministrado en la tabla, permitiéndole establecer relaciones entre los datos de las columnas; para ayudar a la estudiante se propone en la secuencia cambiar la forma de las tablas de forma horizontal a forma vertical, para que ella pueda llenarlas con mayor facilidad.

3.2 Propuesta de aula sobre la iniciación al pensamiento variacional a través de la identificación y registro de patrones con material manipulativo

En este apartado, se presenta en primera instancia, los elementos relacionados con el diseño de las dos situaciones (propuesta de aula); las cuales tienen en cuenta el objetivo principal de esta investigación, el cual es determinar dificultades y logros sobre algunas nociones fundamentales del pensamiento variacional (variación, generalización y

cambio) en estudiantes de un aula regular a través de una propuesta de aula que involucre material manipulativo.

Las situaciones se diseñaron teniendo en cuenta los aportes teóricos de la conceptualización matemática de generalización como una ruta hacia la iniciación al álgebra o como una base de ella (Mason, 1999), y desde las habilidades que se pueden movilizar desde el estudio de patrones, sus relaciones y propiedades matemáticas descritos en el marco de referencia conceptual presentado en el capítulo dos, que proponen la movilización del concepto de generalización de patrones geométricos o numéricos en estudiantes en condición de discapacidad a partir de la implementación de material manipulativo como una alternativa para estudiar procesos propios del álgebra, como la variación y cultivar hábitos de pensamiento que favorezcan el acercamiento al razonamiento algebraico, desde la Educación Básica Primaria.

3.2.1 Sobre el diseño de la propuesta de aula

El diseño de las situaciones de la propuesta, la puesta en acto y el análisis del resultado de la propuesta en este trabajo, se realiza a partir de referentes teóricos mencionados en este trabajo, tales como Mason et al. (1985/1999) y Molina (2009) y en particular desde la educación inclusiva y el material manipulativo como recurso.

De acuerdo con estos autores, el acercamiento al pensamiento variacional en la educación matemática temprana se debe promover a partir de actividades o tareas que permitan la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas, donde los estudiantes exploren, hagan predicciones, argumenten y discutan los resultados de su práctica. De ahí que, para el diseño de esta propuesta de aula, se tiene en cuenta que estas

situaciones deben, permitir explorar, reconocer y describir patrones, así como, formular o refutar conjeturas que le permitan realizar representaciones externas mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos incluyendo las numéricas, simbólicas, tabulares, verbales y manipulativas (Cañadas y Gómez 2012).

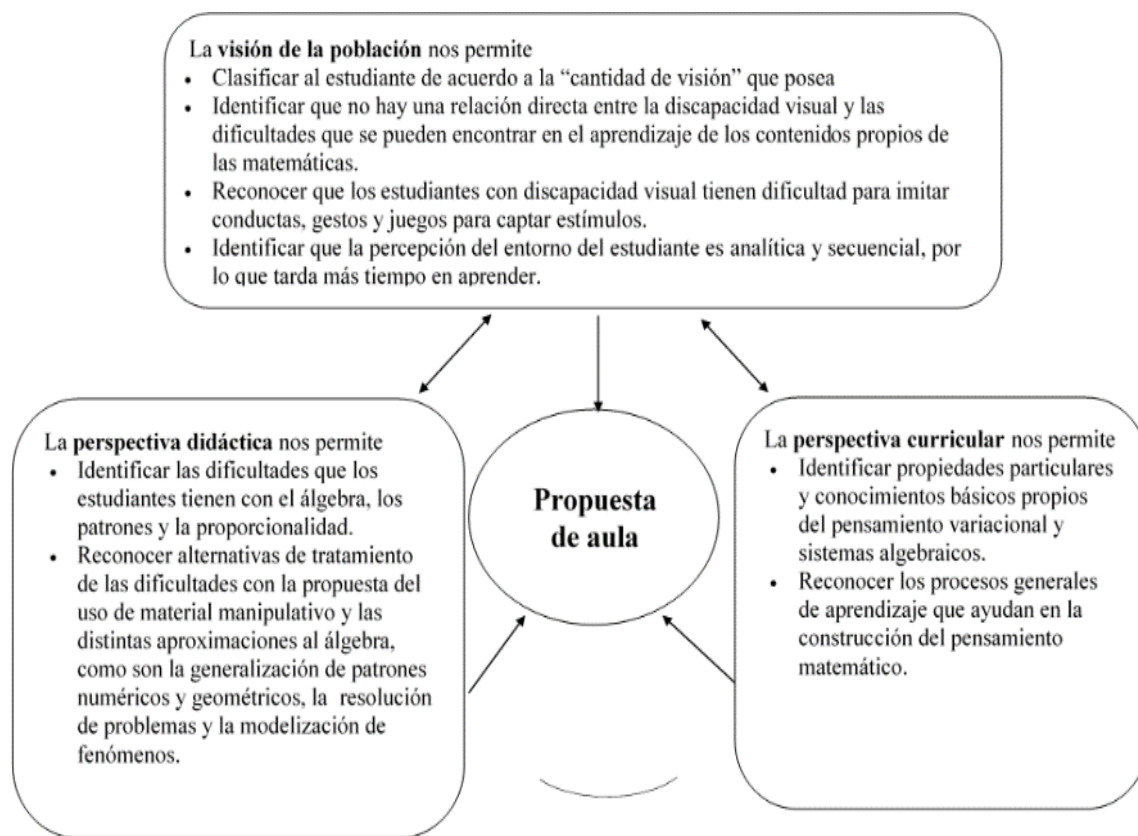


Figura 5. Ejes articuladores de la propuesta de aula. Elaboración propia.

En la figura 5, se presentan los aspectos que se tuvieron en cuenta del marco de referencia conceptual para el diseño de la propuesta de aula, los aportes teóricos de la

conceptualización matemática de variación, su incidencia y papel dentro del currículo colombiano en cuanto a elementos del pensamiento variacional y sistemas algebraicos, además de la mediación presente por aspectos circunscritos a la población con discapacidad visual.

Para el diseño de las dos situaciones a desarrollarse con los estudiantes objeto de estudio se tiene en cuenta tres etapas:

Etapa 1: Diseño e implementación de la prueba preliminar a 6 estudiantes elegidos aleatoriamente, en los que se incluye la estudiante con discapacidad visual, cuyo propósito fue la caracterización de la población y hacer un diagnóstico de los conceptos matemáticos concernientes al álgebra y en correspondencia con los patrones y las regularidades, el uso e interpretación de tablas y la expresión de los resultados obtenidos, el cual, permitió conocer las dificultades y modalidades de aprendizaje de los estudiantes.

Etapa 2: Análisis de los resultados obtenidos en la prueba preliminar de matemáticas y el instrumento de caracterización, con los cuales se plantean las situaciones y tareas, teniendo en cuenta la necesidad del uso de material manipulativo.

Etapa 3: El contexto planteado en las dos situaciones se genera a partir de la adaptación de una actividad propuesta en Cabrera y Castillo (2017).

De este modo, el diseño de las situaciones tiene en cuenta algunas premisas de la educación matemática de acuerdo a las directrices planteadas por el MEN, de manera que la propuesta de aula se divide en dos situaciones, que a su vez están conformadas por varias tareas, tal como se aprecia en la tabla 1.

Tabla 1. Organización de las Tareas de la situación 1

Situación 1. Patrones con baldosas y figuras			
Tareas	Tarea 1 Embaldosar (Reconociendo el patrón)	Tarea 2 Catálogo de Figuras (Patrones numéricos)	Tarea 3 Nuevos diseños de figuras (Diseñando patrones)
Cantidad de preguntas por tarea	Pregunta 1 a, b y c	Pregunta 1. a y b Pregunta 2. a y b	Pregunta 1. a y b Pregunta 2. a y b Pregunta 3

Tabla 2. Organización de las Tareas de la situación 2

Situación 2. Embaldosando la entrada			
Tareas	Tarea 1 (Reconociendo el patrón)	Tarea 2	Tarea 3 Embaldosando el parque
Cantidad de preguntas por tarea	Pregunta 1. Pregunta 2. a y b Pregunta 3. Pregunta 4. Pregunta 5. a y b Pregunta 6. a, b y c	Pregunta 1 a y b Pregunta 2 a y b	Pregunta 1 a, b y c Pregunta 2

A continuación, se presentan los propósitos, contenidos matemáticos y expectativas de desempeño de cada situación:

Situación 1. Patrones con Baldosas y Figuras.

Propósito:

En esta primera situación se plantea como punto de partida un patrón geométrico, en el cual se espera que las tareas permitan movilizar las tres primeras fases que propone

Mason (1985) *ver y decir* el patrón y *registrar* o *describir* el mismo; dado que, a partir de la visualización del patrón, el estudiante puede identificar aquello que cambia y permanece constante, mediado por la utilización del material manipulativo.

En estas tareas se utiliza la tabla como registro de representación

Así mismo, se busca que los estudiantes puedan, a partir del reconocimiento de las características y propiedades de los patrones y la generalización, diseñen y formulen sus propias secuencias, que permitan dar cuenta del avance en el desarrollo del concepto de variación y cambio.

Se busca por tanto que las tareas puedan:

- Movilizar un acercamiento al reconocimiento de regularidades y patrones a partir de situaciones de contexto cotidiano.
- Lograr que los estudiantes representen y relacionen patrones geométricos a partir del uso de tablas.

Situación 2. Embaldosando la entrada

Propósito:

En esta segunda y última situación, se hará principal énfasis en las últimas dos fases que propone Mason (1999) registrar o describir un patrón y probar el mismo; también se espera establecer una relación entre diferentes formas de reconocer los patrones, y sus partes. Para cumplir estos objetivos se plantea empezar de nuevo con el uso de un patrón geométrico, pero en este caso se hacen solamente las instrucciones del mismo, pues se espera que los estudiantes llegados a este punto tengan capacidades suficientes para construirlo a partir de unas instrucciones claras, el cual se espera que

articule los conocimientos geométricos adquiridos con la parte numérica de los patrones geométricos, por medio del uso de tablas. Se espera que el contenido de las tablas ayude al estudiante a establecer una relación de dependencia entre las diferentes partes de los patrones, potencie el reconocimiento y el uso de los conceptos covariación y cambio, para poder dar razón del cómo y por qué llenó la tabla o contestó las actividades de esa forma.

Tabla 3. Ejes articuladores de las actividades de la propuesta de aula. Situación 1

Situaciones	Situación 1. Patrones con baldosas y figuras
Propósito	• Movilizar un acercamiento al reconocimiento de regularidades y patrones a partir de situaciones de contexto cotidiano. • Lograr que los estudiantes representen y relaciones patrones numéricos a partir del uso de tablas
Aspectos matemáticos	• Variación y relación numérica en patrones. • Noción y significado de la variable (como incógnita y como numero general)
Procesos - Expectativas de desempeño	• Reconocer las regularidades, situaciones de cambio y variación en situaciones problema. • Utilizar el lenguaje natural o simbólico para expresar la regla general del patrón numérico. • Identificar la relación que existe entre la posición de la figura y el número de baldosas. • Uso y relación entre los lenguajes natural, numérico (tablas) y algebraico.
Materiales y recursos	• El material manipulativo permitirá que el estudiante tenga un acercamiento más significativo con los patrones tratados. • También, permite que el estudiante pueda poner a prueba sus hipótesis sin necesidad de dibujar.

Tabla 4. Ejes articuladores de las actividades de la propuesta de aula. Situación 2

Situaciones	Situación 2: Embaldosar la entrada
Propósito	• Lograr que los estudiantes registren el patrón gráfico en forma verbal, numérico-verbal o lenguaje simbólico. • Propiciar la prueba de un patrón.
Aspectos matemáticos	• Tablas como medio de registro de varias representaciones. • Diferentes tipos de representaciones, tabulares, numéricas y pictóricas.
Procesos - Expectativas de desempeño	• Inferir la regla de formación de un patrón. • Representar el patrón numérico por medio de un lenguaje numérico-verbal o lenguaje simbólico. • Uso y relación entre los lenguajes natural, numérico (tablas) y algebraico.
Materiales y recursos	• Permite que el estudiante plantee patrones gráficos de una forma más fácil para ellos. • Ayuda a establecer representaciones externas al patrón gráfico que se les muestra.

Finalmente, por medio de la implementación de la tarea 3 de esta situación se espera establecer si hubo o no un desarrollo de los conocimientos de los estudiantes, por medio de la articulación de diferentes preguntas que se trataron en la situación uno y a lo largo de la situación dos, se espera que de indicios de que él puede ver, decir, describir y probar sus hipótesis acerca de un patrón, se les muestra una forma gráfica del patrón pero se le pregunta también por partes numéricas del mismo, se espera saber si es capaz de establecer llegado a este punto de la actividad, una relación entre las diferentes representaciones de un patrón.

3.2.2 Sobre los recursos

Para la implementación de la propuesta de aula, se diseñó el material manipulativo que los estudiantes deben utilizar para dar respuesta a cada una de las tareas propuestas. Cada tarea cuenta con material específico para su solución.

De manera general, se puede decir que se empleó láminas de foami de diferentes texturas (puntos, líneas y curvas) para la realización de las fichas correspondientes a las baldosas. Adicional a esto, las láminas de foami, también tienen diferentes colores; si bien el estudiante con discapacidad visual no tendrá en cuenta esta característica, la intención de que el foami también sea de diferentes colores, es para resaltar con más claridad, la diferencia entre las fichas a emplearse por los otros cinco estudiantes.

Así mismo, se hizo uso de cartón paja, para pegar en el las fichas de foami que conforman el diseño de las baldosas para cada caso. El diseño se entrega a cada estudiante incompleto y este debe, identificar el patrón y completarlo con las fichas entregadas, al igual que, debe responder las preguntas de cada tarea haciendo uso del material.

A continuación se presentan, cada uno de los diseños entregados a los estudiantes para cada tarea:

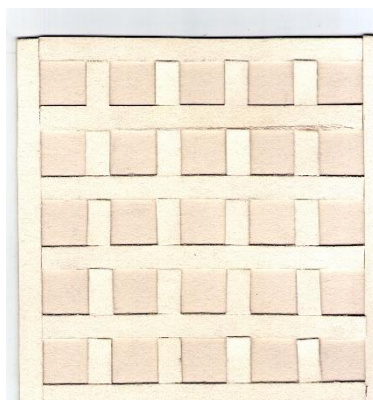


Figura 6. Material Situación 1, Tarea 1

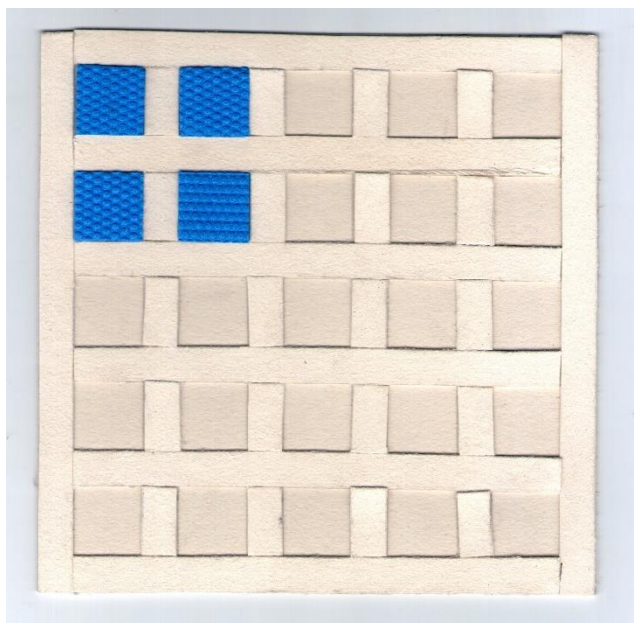


Figura 7. Implementación material Situación 1, Tarea 1

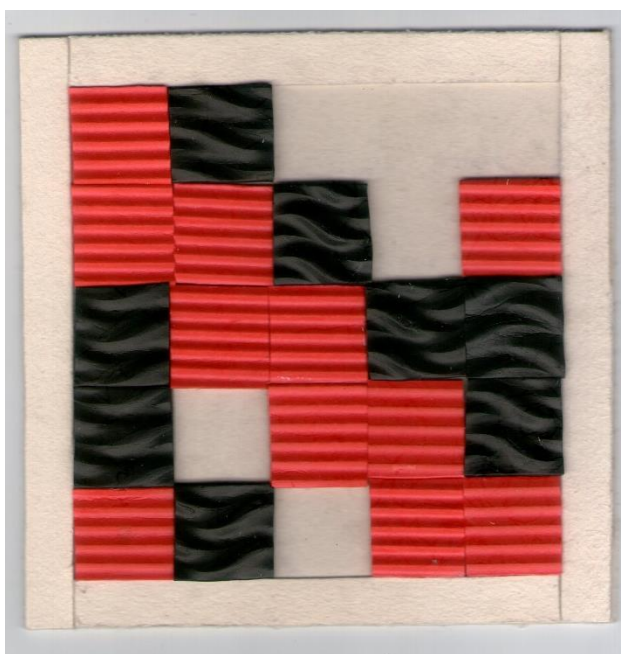


Figura 8. Material Situación 1, Tarea 2, pregunta 1

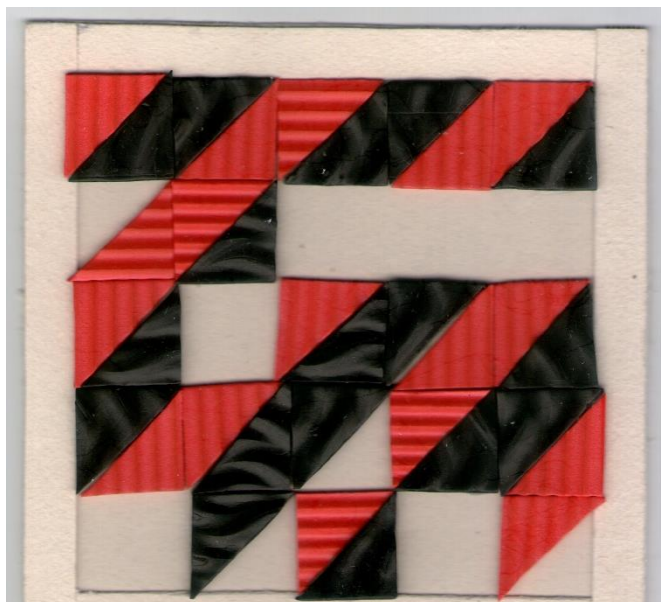


Figura 9. Material Situación 1, Tarea 2, pregunta 2

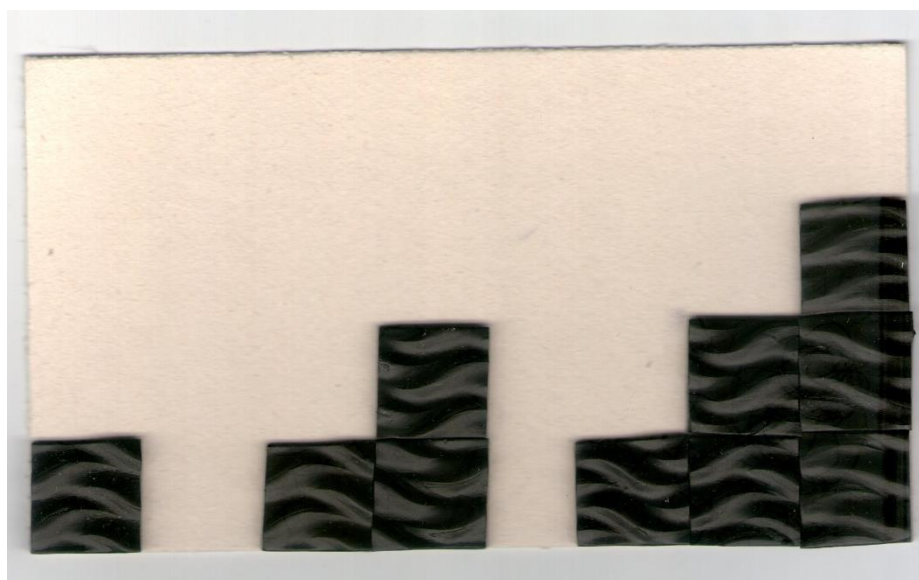


Figura 10. Material, Situación 1, Tarea 3



Figura 11. Tipo y textura de las fichas empleadas

En la figura 11, se presentan las fichas que se emplean para representar gráficamente las baldosas. Estas fichas se usan tanto para la situación 1 como para la situación 2. Las figuras 6, 7, 8 y 9 corresponde al material empleado en la situación 1, para la situación 2 no se emplean patrones a completar, puesto que se pretende que una vez los estudiantes comprendan los elementos que componen una secuencia, ellos puedan recrearlas por si solos con la ayuda del material manipulativo.

3.3 La propuesta de aula

Situación 1. Patrones con Baldosas y Figuras

En la ciudad de Cali construyeron una nueva urbanización llamada Las Palmeras, los habitantes han contratado a Pedro que es constructor para que embaldose varias partes de la casa entre ellas el interior y las entradas. Para mostrar las diferentes formas en las que se pueden acomodar las baldosas se le ocurrió hacer un catálogo de imágenes y otro de cantidad de material necesario.

Tarea 1. Embaldosar (Reconociendo el patrón)

Pedro empieza el diseño de la sala formando figuras con las baldosas. Empieza colocando una baldosa cuadrada y luego continúa extendiendo las baldosas una fila de baldosas hacia la derecha y otra fila hacia abajo formando varias figuras. De manera que, la figura 1 tiene una baldosa, la figura 2 tiene 4 baldosas, la figura 3 tiene 9 baldosas y así sucesivamente.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



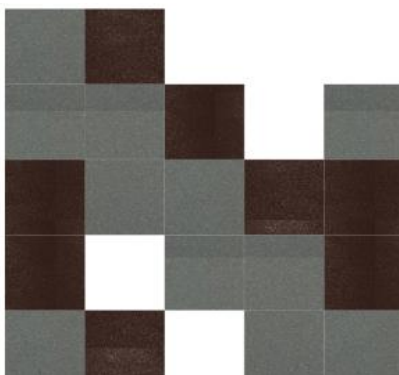
1. Pedro quiere continuar embaldosando la sala y para esto construye dos figuras más. Por medio del material manipulativo que te entregamos muéstrale cómo quedarían las figuras 4 y 5.

- ¿Cuántas baldosas utilizó en cada caso, para formar las figuras 4 y 5? ¿Cómo obtuviste este valor?
- Pedro dice que a medida que el embaldosado avanza el número de baldosas usadas aumenta, ¿Crees que Pedro tiene razón?, explica tu punto de vista.
- ¿De qué depende el tamaño de la figura? ¿El tamaño o forma de la baldosa podrían influir en el diseño de este patrón?

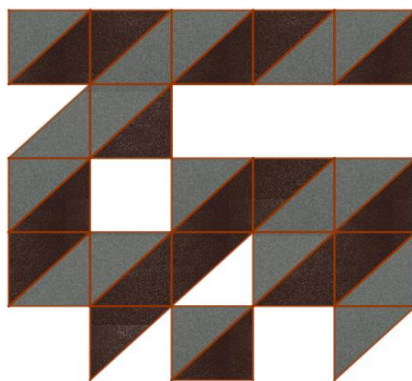
Tarea 2. Catálogo de figuras (practicando con patrones)

Los habitantes de la urbanización le piden a Pedro más diseños para tener variedad de donde elegir, Pedro les menciona que él tiene un catálogo de figuras donde muestra los diferentes modelos que puede hacer y les dice que lo traerá al próximo día para mostrárselos.

- Pedro no se fijó en que su catálogo debido a la lluvia tiene partes despintadas, sin embargo, él puede completarlo de nuevo, pero necesita tu ayuda. El primer diseño del catálogo se presenta en la ilustración.



- a. Por medio del material manipulativo que te entregamos completa el diseño de Pedro colocando las baldosas correspondientes que hacen falta.
 - b. Explica ¿Cómo lo completaste?
 - c. ¿Cómo se organizan las baldosas en cada columna según la textura?
2. Otro de los diseños del catálogo de Pedro es el que se muestra en la ilustración.



- a. Por medio del material manipulativo que te entregamos completa el diseño de Pedro colocando las baldosas correspondientes que hacen falta.
 - b. Explica ¿Cómo lo completaste?
 - c. ¿Cómo se organizan las baldosas en cada columna según la textura?
3. Uno de los habitantes no sabe cómo hacer el diseño del punto 2, describe el proceso que debe seguir para formar el diseño.

Tarea 3. Nuevos diseños de figuras (Diseñando patrones)

Pedro les dice a los habitantes de la urbanización Las Palmeras que ellos pueden crear sus propios diseños utilizando las baldosas que él les presenta, como más les convenga, ellos tienen algunas ideas, pero no saben cómo completar el diseño.

1. El diseño que presentan los habitantes es el siguiente. Ayuda a los habitantes de Las Palmeras a terminar sus diseños.



Figura 1



Figura 2

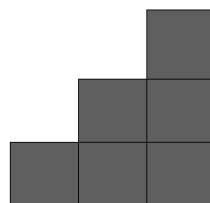


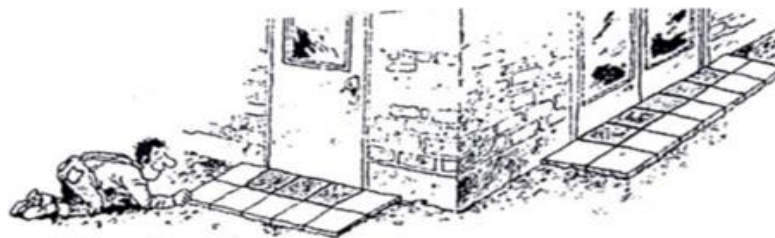
Figura 3



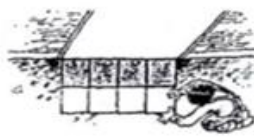
- a. Dibuja las figuras 4, 5 y 6. Describe cómo cambia cada una de ellas con respecto a la anterior. Justifica tu respuesta.
 - b. ¿Qué parte de las figuras que se forman con las baldosas varía? Y ¿Qué parte no cambia? (permanece constante).
2. Utiliza las fichas del material para proponer dos diseños de secuencia. Recuerda que se debe conservar un patrón de comportamiento.
- a. ¿Qué tuviste en cuenta para formar la secuencia?
 - b. ¿Por qué crees que tu diseño sigue un patrón? Justifica tu respuesta.
3. Según lo trabajado hasta ahora, responde: ¿Qué es una secuencia y qué elementos se deben tener en cuenta?

Situación 2. Embaldosar la entrada

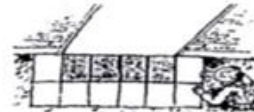
Pedro ahora quiere embaldosar las entradas de las casas de la Urbanización *las Palmeras*, utilizando baldosas con puntos y baldosas con líneas.



Pedro siempre empieza con una fila de baldosas con puntos.



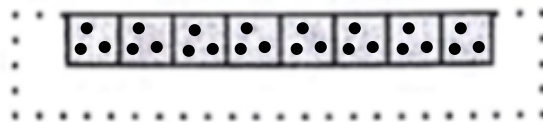
Luego pone una fila de baldosas con líneas a continuación de las baldosas con puntos.



Y luego pone 2 baldosas con líneas en cada extremo para finalizar el embaldosado de la entrada.

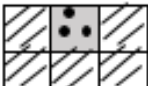
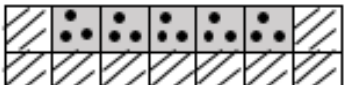
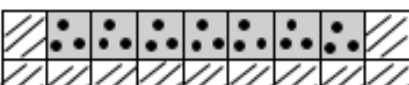
Tarea 1. Reconociendo el patrón

1. Si Pedro empieza con una fila de 8 baldosas con puntos ¿Cuántas baldosas con líneas usa?



2. ¿Cuántas baldosa con líneas usa? si empieza con:
 - a. 4 baldosas con puntos
 - b. 9 baldosas con puntos
3. Si Pedro termina colocando 18 baldosas con líneas, ¿Con cuántas baldosas con puntos empezó?
4. Pedro embaldosa 5 casas de igual forma con 3 baldosas con puntos en cada una, ¿Cuántas baldosas con curvas utilizó en total? ¿Cómo obtuviste esta respuesta?
5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas			
7 baldosas			
8 baldosas		12 baldosas	
12 baldosas			$12 + 4$

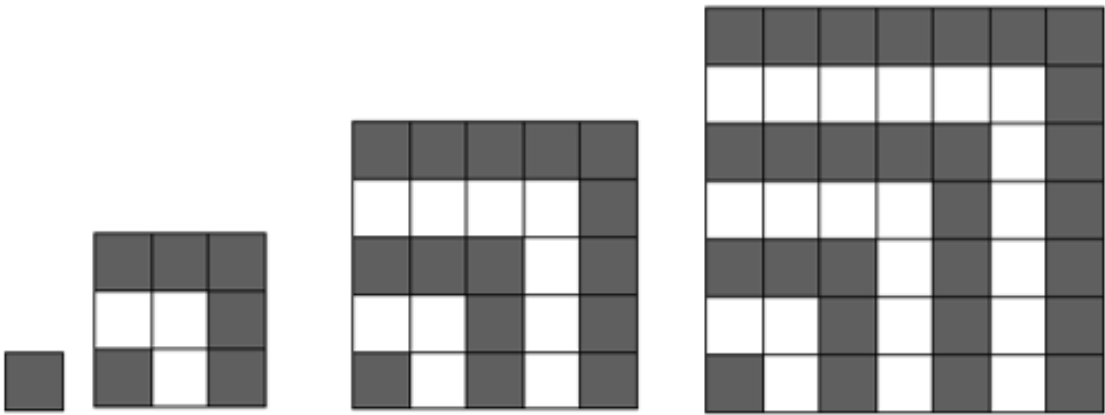
b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con curvas que Pedro utiliza.

6. Si Pedro tiene suficientes baldosas para realizar varias figuras.
 - a. Indica para cada caso, cuántas baldosas con líneas utiliza si empieza con 15, 18, 24 y 40 baldosas con puntos.

- b. ¿Puede encontrar el número de baldosas con líneas cuando conoce el número de baldosas con puntos?
- c. Piense en una forma de hallar el número de baldosas con puntos cuando se conoce el número de baldosas con líneas.

Tarea 2. Diseño de los habitantes

- 1. Los propietarios de las casas ahora quieren embaldosar la cocina de la casa, revisando el catálogo de Pedro les llamó la atención el siguiente diseño como aparece en la tabla.



- a. Ellos quieren tener un presupuesto y le solicitan a Pedro una nueva tabla de tamaños del diseño que eligieron. Ayúdalo a completar la tabla.

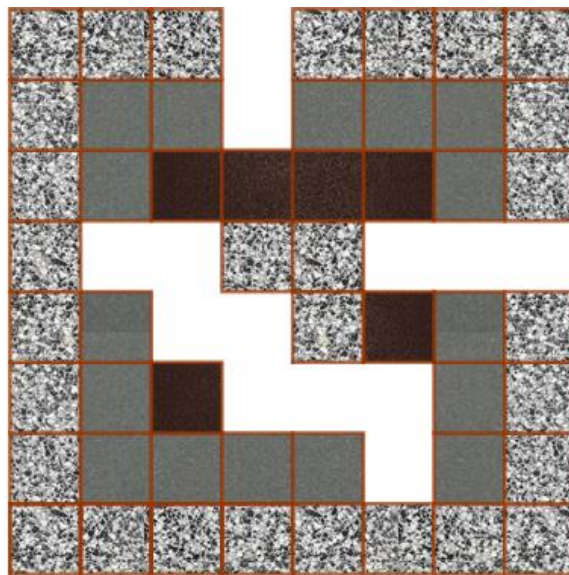
Cantidad de baldosas	Diseño	Procedimiento	Cantidad de baldosas blancas
1			0
6			3
15			10

- b. Indica como completaste la cantidad de baldosas blancas necesarias.

- 2. Si Pedro tiene suficientes baldosas para realizar varias figuras.

- a. ¿Puede encontrar el número de baldosas blancas necesarias en este diseño cuando conoce el número de baldosas café?
- b. Piense en una forma de hallar el número de baldosas café cuando se conoce el número de baldosas grises.

Tarea 3. Embaldosando en parque



Para finalizar, los habitantes de la urbanización le dicen a Pedro que quieren que embaldose el parque central. Pedro debido a unos inconvenientes con su agenda no pudo completar el trabajo, pero mandó a Juan para que termine de embaldosar el diseño que él empezó en el parque. Para realizar esta tarea Juan necesita saber:

1. Si, ¿existe alguna relación entre el número de baldosas de cada textura con los de otra textura?
2. El número de baldosas faltantes de cada textura.
3. Si es necesario continuar con el diseño para tapar un área mayor, cuántas baldosas y de qué textura se necesita.
4. Ayuda a Juan a completar el diseño del parque, si sabes que la cantidad de baldosas que necesita usar son 10x10 baldosas.

3.4 Implementación de la Propuesta de Aula

Población

La propuesta de aula fue aplicada a 6 estudiantes de grado quinto, pertenecientes a la Institución Educativa Republica de Israel sede Santiago Vallecilla ubicada en el municipio de Cali (Valle del Cauca), institución de carácter oficial, estrato socioeconómico 3, cuenta con estudiantes de los estratos 1, 2 y 3. Los estudiantes forman parte de un grupo de 35 estudiantes, a cada estudiante se le asigna un código: Estudiante 1 (E1), Estudiante 2 (E2), Estudiante 3 (E3), Estudiante 4 (E4), Estudiante 5 (E5) y Estudiante 6 (E6), dentro de este grupo de estudiantes hace parte la estudiante (E1) que posee discapacidad visual.

La selección de esta estudiante obedece a los procesos de enseñanza particulares que requiere y que son objeto de estudio, los otros cinco estudiantes fueron escogidos de manera aleatoria por el profesor de matemáticas.

Metodología

La implementación de la propuesta de aula estuvo mediada a partir del material manipulativo como recuso didáctico para el acercamiento de los estudiantes a los conceptos trabajados durante el desarrollo de las actividades. Las dos situaciones presentadas en la propuesta de aula se desarrollaron en tres sesiones de trabajo, las dos primeras sesiones se emplearon para el desarrollo y socialización de la situación 1, la tercera sesión que a su vez se dividió en dos momentos, se empleó para el desarrollo,

socialización de la situación 2, de igual forma, en la sesión tres se realizó el cierre de la actividad con los estudiantes.

Para desarrollar cada una de las tareas propuestas los estudiantes se ubicaron de manera individual en cada una de los puestos en mesa redonda. Cada tarea se desarrolló de manera individual y una vez culminada se realizó una plenaria con los estudiantes para recopilar los avances y dificultades encontrados durante el proceso.

3.5 Resultados y análisis de resultados

En este apartado se muestran los resultados y análisis de los resultados presentando una descripción general de cada uno de los datos registrados por los estudiantes, para esto se hace uso de las respuestas suministradas por los estudiantes de las dos situaciones trabajadas y los registros visuales.

En principio se relata el proceso de solución para cada una de las tareas propuestas que realizan los estudiantes y seguidamente se realiza un análisis general, en el que se puede relacionar más de una pregunta. La dimensión curricular, la didáctica y los principios de la educación inclusiva, fundamentan el análisis de este apartado, tal como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Rejilla de análisis para los resultados de la Situación 1 y 2

Unidades de análisis	Criterios de análisis
Perspectiva didáctica	• Reconocer patrones numéricos, geométricos o gráficos a partir de un enunciado apoyados en el material manipulativo. • Reconocer alguna regularidad, luego de contar o dibujar las figuras siguientes de la secuencia. • Expresa de forma escrita o numérica una regularidad o comportamiento presentes en un patrón. • Describir o Construir una regla que exprese la forma de construir las figuras siguientes a partir de las anteriores; esto puede hacerlo bien sea del,

	○ Registro con palabras y apoyándose de las figuras, ○ Registro sólo con palabras, ○ Registro con palabras y símbolos matemáticos, o ○ Registro solo con símbolos.
	• Validar el patrón, probando la regla que estableció anteriormente y mostrando que es funcional; puede hacerse al: ○ Usar casos en los que ya se sabe la respuesta, ya sea porque se ha dibujado anteriormente o hace parte del patrón numérico dado. ○ Hacer cálculos, para casos que se pueden verificar de otra manera, como dibujando, contando o por medio del material manipulativo. • Identificar las ventajas que tienen los materiales manipulativos en la modelación de conceptos matemáticos. • Propiciar el interés de los estudiantes en las actividades a partir del uso de material manipulativos
Perspectiva curricular	• Logra predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. • Logra representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas de formación. • Comprende relaciones entre dos cantidades que varían. • Interpretar la variación a partir del uso de lenguaje natural, tablas o representaciones gráficas. • Identificar y reconocer algunos aspectos de la variación como las cantidades fijas y las que cambian, las variables que intervienen y la posible relación entre ellas. • Formular hipótesis que puedan explicar, transformar y expresar a partir de las situaciones planteadas.
Sobre la inclusión en el aula	• Todos los estudiantes cuentan con herramientas suficientes para poder abordar las actividades. • Empleo de material manipulativo como forma de adaptar las matemáticas a las capacidades de los estudiantes. • Uso del material manipulativo para solventar el problema de la excesiva abstracción. • Propiciar la inserción social de las personas con discapacidad visual. • Reconocer las capacidades algebraicas del estudiante con discapacidad visual en entornos educativos en los cuales comparte junto a pares que no poseen esta condición.

3.5.1 Resultados y análisis de los resultados de la propuesta de aula

La situación 1 fue aplicada en una sesión, la cual a su vez se divide en dos momentos, la primera parte de la actividad se realiza antes del descanso con una duración de 90 minutos, la otra parte se aplicó una vez terminado el descanso con una duración igual a la anterior, para un total de 180 minutos que equivalen a 3 horas. Se contó con la participación de los 6 estudiantes en la primera sesión y de 4 en la segunda sesión.

S1. T1. P1(a)

En este literal los estudiantes responden de 4 formas diferentes, E6 logra establecer una relación entre el patrón anterior y el patrón siguiente al dibujar sobre él para dar solución a la pregunta; E5 intenta dar una respuesta gráfica solamente, sin embargo, aún no logra identificar la secuencia por lo que la respuesta está errada; E2, E3 y E4 contestaron mostrando las dos figuras siguientes de la secuencia dibujándolas y además dan respuestas escritas a la par E1 responde solo de forma escrita, al tener poca práctica dibujando prefirió no hacer dibujos, no obstante sus respuestas fueron acertadas.

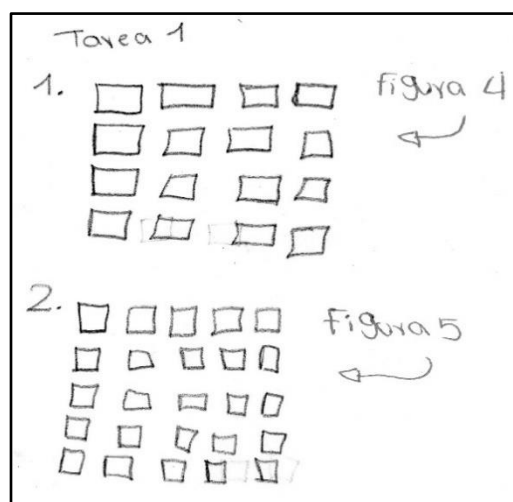


Figura 12. Respuesta estudiante E3, S1T1P1(a)

a. Para la figura 4 utilice 16 baldosas
 Para la figura 5 utilice 25 baldosas
 obtuvi el valor siguiendo el ejemplo de la figura 3
 y le agrego una mas ala derecha y otra mas para la
 de abajo

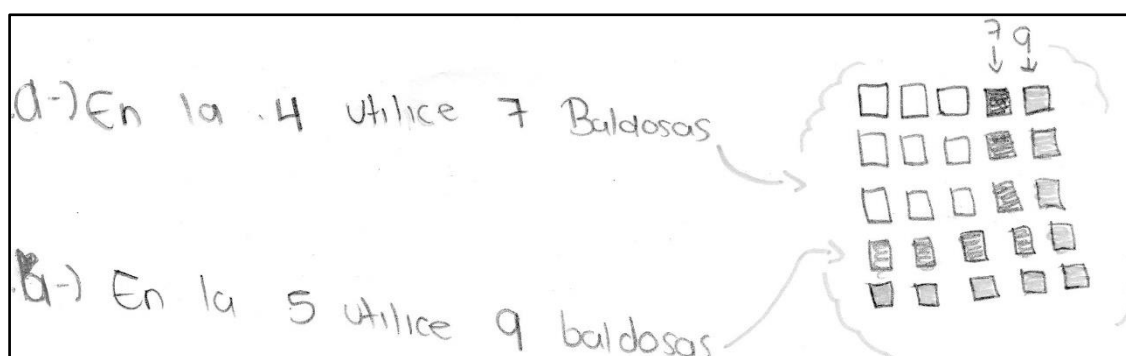


Figura 13. Respuesta estudiante E6, S1T1P1(a)

En este literal se esperaba que los estudiantes pudieran reconocer patrones geométricos y que reconocieran algún tipo de regularidad en ellos, luego de contar o dibujar figuras de la secuencia y el 83,3% de los estudiantes logró hacerlo, sin embargo, de ese porcentaje un 16,7% logró además construir las figuras siguientes a partir de las anteriores y esto es un paso más cerca para que logre describir o construir una regla que exprese la forma de construir el patrón.

S1. T1. P1 (b)

En este literal los estudiantes responden de dos formas diferentes, E1, E2, E3, E4 Y E6 responden que, si pues se debe guardar la forma y añadir más baldosas, sin embargo, E5 dice que el al no estar completas van aumentando, lo que indica que para él

las figuras presentadas pueden no formar parte de un patrón, sino que son imágenes incompletas.

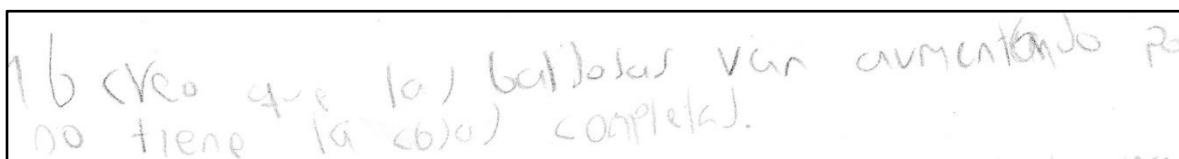
Handwritten text in Spanish: "1.b) Creo que la (a) baldosa va aumentando pero no tiene la (b) completa." The text is written in a cursive, informal style on a white background.

Figura 14. Respuesta estudiante E5, S1T1P1 (b)

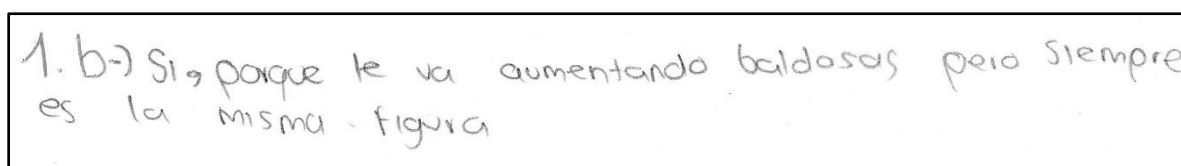
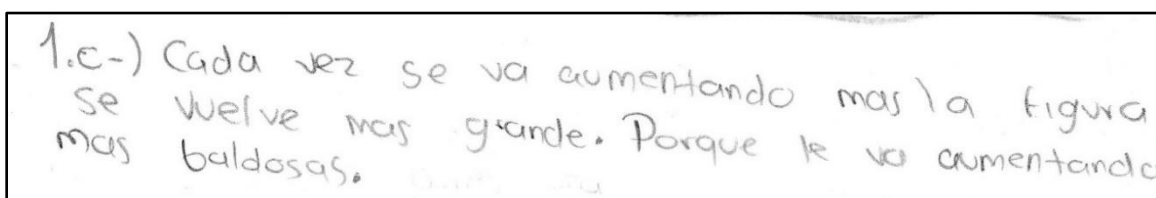
Handwritten text in Spanish: "1. b-) Si, porque le va aumentando baldosas pero siempre es la misma figura". The text is written in a cursive, informal style on a white background.

Figura 15. Respuesta estudiante E6, S1T1P1 (b)

En este literal se esperaba que los estudiantes pudieran reconocer alguna regularidad adicional en los patrones, logaran reconocer algunos aspectos de la variación como las cantidades variantes y finalmente, que comprendieran que existen relaciones entre dos cantidades que varían, el 83,3% de los estudiantes lograron alcanzar estos objetivos.

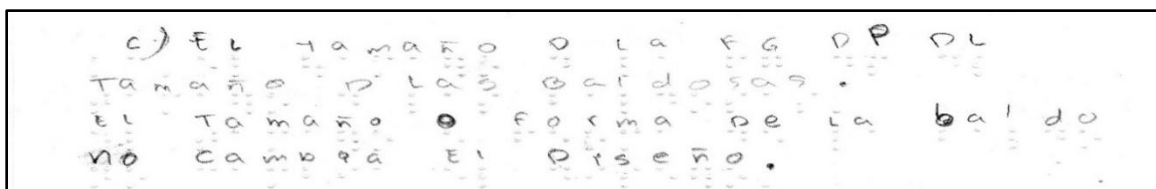
S1. T1. P1(c)

En este literal los estudiantes responden de dos formas diferentes, E2, E3, E5, y E6 respondieron que el tamaño de la figura depende solamente del número de baldosas y no del tamaño o forma de las mismas, E1 y E4, responden que el tamaño si puede depender del tamaño de baldosas, pero el diseño no está relacionado con el tamaño o forma de las mismas.



1.c-) Cada vez se va aumentando mas la figura se vuelve mas grande. Porque le va aumentando mas baldosas.

Figura 16. Respuesta estudiante E6, S1T1P1(c)



c) El tamaño de la figura depende del tamaño de las baldosas. El tamaño o forma de la baldosa no cambia el diseño.

Figura 17. Respuesta estudiante E1, S1T1P1(c)

En este literal se esperaba que los estudiantes pudieran reconocer algunos aspectos de la variación como las cantidades fijas y las variables que intervienen en ellas, con base a esto formular alguna hipótesis a partir de la situación planteada, se esperaba además con la segunda pregunta que se acercaran a la fase de validación, los primeros objetivos de la actividad los lograron el 100% de los estudiantes, sin embargo, es de resaltar que el 33,3% de ellos lograron cumplir el último objetivo al establecer que el patrón se guardaría aún si se cambian las baldosas que en este caso eran una parte fija de

la situación y por tanto podía cambiarse, siempre que se respete la norma de que todas las figuras deben de ser iguales.

S1. T2. P1(a, b)

A pesar de que la indicación es que completen el diseño usando el material los estudiantes E2, E3, E4, E5 y E6 dibujaron sus diseños, E1, sin embargo, solo completó con el material y se le tomó foto a su diseño, en cuanto a las respuestas de cómo completaron el diseño se presentaron dos tipos de respuestas, E1, E3, E4, E5 y E6 establecieron una guía basada en el aspecto gráfico del patrón, sin embargo E2, dice que midió la figura, lo cual sumado a su respuesta errónea en la parte gráfica evidencia que no logró reconocer el patrón.

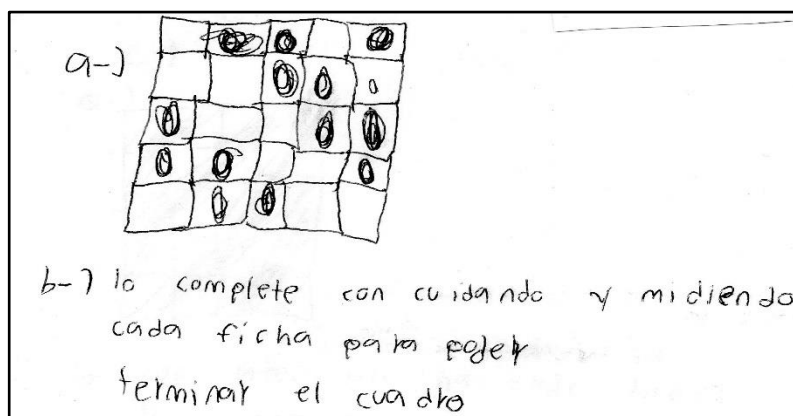


Figura 18. Respuesta estudiante E2, S1T1P2(a, b)

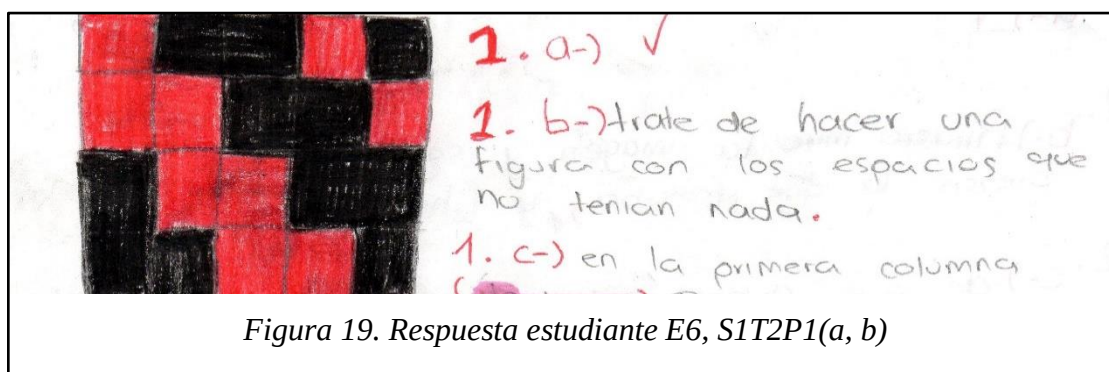


Figura 19. Respuesta estudiante E6, S1T2P1(a, b)

En estos literales se esperaba que los estudiantes pudieran reconocer un patrón geométrico a partir de una tabla que se les proporcionó como parte del material manipulativo, con esto se esperaba que los estudiantes lograran reconocer una regularidad y predijeran la secuencia gráfica correcta, con el segundo literal se esperaba que expresaran de forma escrita la regularidad o comportamiento del patrón; respecto al primero objetivo solo el 16,7% logró predecir el patrón de manera correcta sin ningún error en la tabla, sin embargo el 83,3% de ellos logran completar la tabla prediciendo lo que para ellos era el patrón; en lo que respecta al segundo objetivo el 83,3% de ellos contestan con una descripción de las texturas de las baldosas según su ubicación en la tabla por filas.

S1. T2. P1(c)

En este literal, se presentaron dos tipos de respuesta, el primer tipo de respuesta es descriptiva, enuncian el orden de las baldosas por textura o color, los estudiantes que respondieron de esta forma fueron E2, E3 E4. E5 y E6; E1 no responde este literal

C1 las fichas blancas están ubicadas por esquinas y centros.
 # Las curvas están ubicadas por centros y por arriba y por abajo.

Figura 20. Respuesta estudiante E5, S1T2P1c

1. c-) en la primera columna
 (de largo) Primero tengo 2 rojas
 después 2 negras y otra roja
 en la segunda columna 1 negra 2
 rojas y dos negras en la tercera
 columna 2 negras 3 rojas en la
 cuarta 1 roja 2 negras y dos
 rojas y en la quinta y
 última 1 negra 1 roja 2 negras
 1 roja y listo.

Figura 21. Respuesta estudiante E6, S1T2P1c

En

este literal se esperaba que los estudiantes pudieran establecer una relación entre el orden de las baldosas y un patrón, según su textura o color y que expresaran eso de forma escrita, el 83,3% de los estudiantes lograron describir como está expresado el patrón de forma gráfica, pero aún no se logra construir una regla que exprese la forma en la que está construido.

S1. T2. P2(a, b)

En el primer literal se pueden ver dos tipos de respuesta, el primer tipo es el que nos presentan los estudiantes E2, E3 y E4 dibujando de nuevo el diseño a pesar de que la instrucción es mostrarlo con el material; E1, E5 y E6 escriben como creen que se comporta el patrón, por lo que pasan directamente al segundo literal; en el segundo

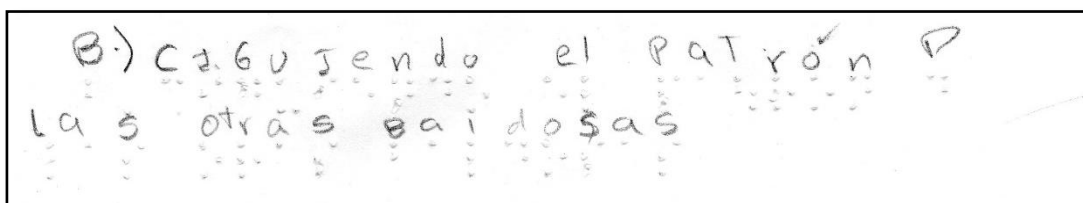


Figura 22. Respuesta estudiante E1, S1T2P2a, b

literal se presenta un solo tipo de respuesta, los estudiantes ahora logran arriesgarse a decir cómo creen que se comporta el patrón, con respuestas cómo:

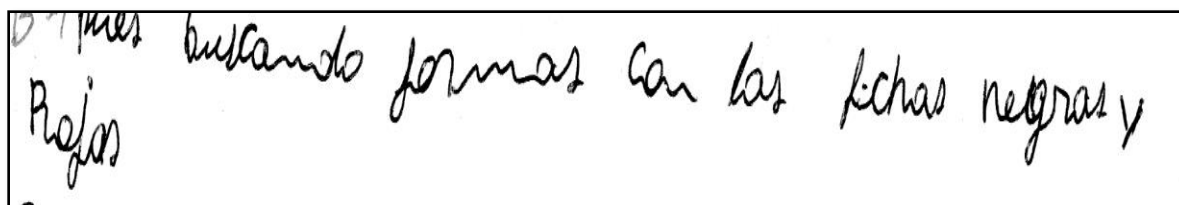


Figura 24. Respuesta estudiante E4, S1T2P2a, b

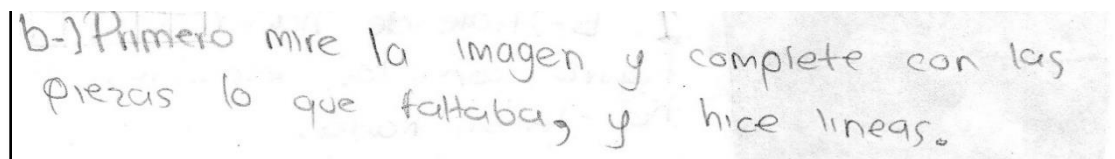


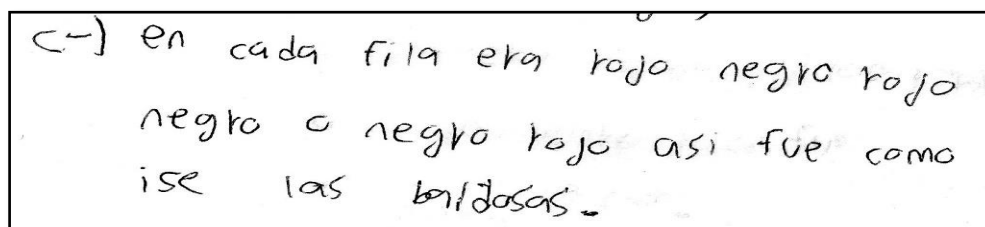
Figura 23. Respuesta estudiante E6, S1T2P a, b

En estos literales se esperaba que los estudiantes pudieran reconocer un patrón geométrico a partir de una tabla que se les proporcionó como parte del material

manipulativo, con esto se esperaba que los estudiantes logaran reconocer una regularidad y predijeran la secuencia gráfica correcta, pero con baldosas de diferente forma, con el segundo literal se esperaba que expresaran de forma escrita la regularidad o comportamiento del patrón; el 100% de los estudiantes ahora reconocen alguna regularidad siguiendo varias estrategias diferentes, tratan de expresar esto de forma escrita.

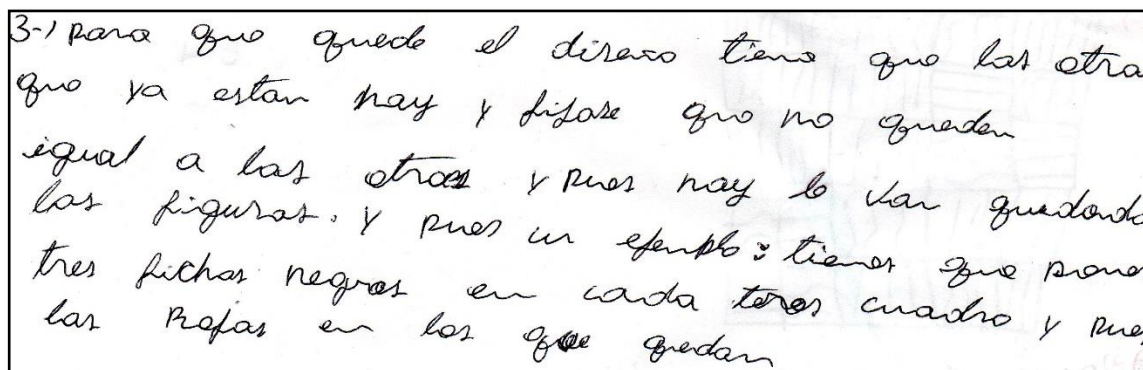
S1. T2. P2(c)

Esta pregunta generó cuatro tipos diferentes de respuesta, E1 no respondió; E6 “responde quedaría igual”; E3 nuevamente responde de manera descriptiva, diciendo cuántas rojas y negras hay por filas; finalmente E2, E4 y E5 logran establecer relaciones entre el orden de las fichas y su color, como se muestra a continuación:



c-) en cada fila era rojo negro rojo negro o negro rojo así fue como ise las baldosas.

Figura 25. Respuesta estudiante E5, S1T2P2c



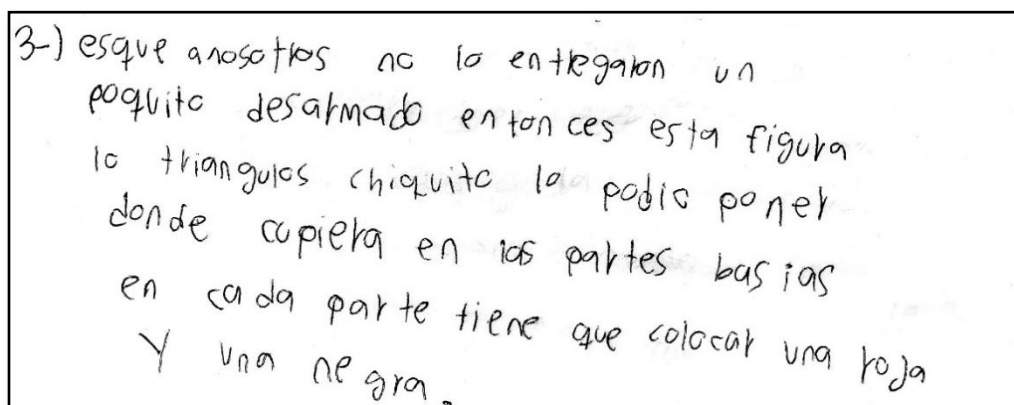
3-1 para que quede el diseño tiene que las otras que ya están hay y fijarse que no queden igual a las otras y pues hay lo van quedando las figuras. y pues un ejemplo: tienes que poner tres fichas negras en cada tres cuadros y pues las Rojas en los que quedan

Figura 26. Respuesta estudiante E4, S1T2P2c

En este literal se esperaba que los estudiantes pudieran establecer una relación entre el orden de las baldosas y un patrón, según su textura o color y que expresaran eso de forma escrita, el 50% de los estudiantes logran establecer que existe una relación entre el orden de las fichas y la textura, no obstante, el 16,7% de ellos aún expresan solamente el orden de las fichas y otro 16,7% dice que quedaría igual información que es algo confusa fuera de contexto, pero por palabras de la estudiante quería expresar que cambiando la textura de las baldosas el diseño seguiría igual, con esta información se puede evidenciar que tiene un nivel de apropiación del concepto patrón a un nivel un poco superior al de los otros estudiantes.

S1. T2. P3

En este punto se esperaba que los estudiantes logaran describir de manera breve el comportamiento que ellos piensan que tiene el patrón, sin embargo, E3 y E6 no contestaron, lo que no permite evidenciar sus capacidades; E2, E4 y E5 describen el proceso en pasos para completar el diseño presentado en el material manipulativo y finalmente, E1 describe cómo crear el patrón desde cero.



3-) es que nosotros no lo entregaron un poquito desarmado entonces esta figura lo triangulos chiquito la podía poner donde copiera en las partes bajas en cada parte tiene que colocar una hoja y una negra.

Figura 27. Respuesta estudiante E2, S1T2P3

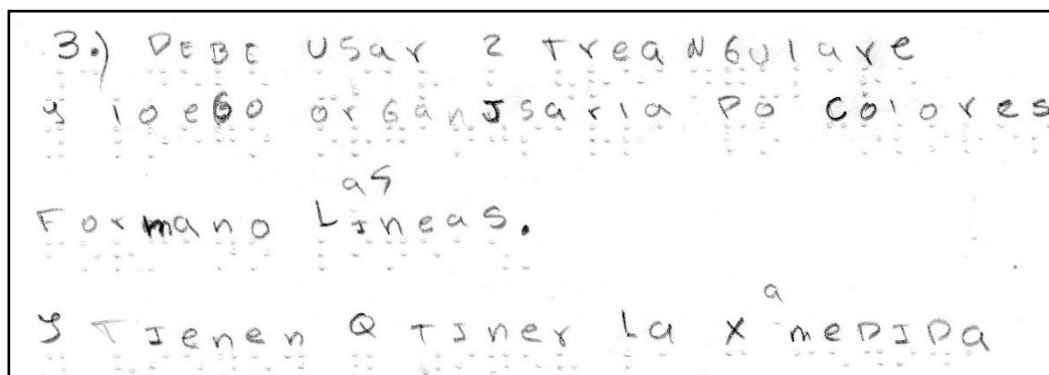


Figura 28. Respuesta estudiante E1, S1T2P3

En este punto se esperaba que los estudiantes pudieran pasar de expresar de forma escrita la regularidad y se intentara pasar a describir la regla que expresa la forma de completar el patrón propuesto, el 66,7% de los estudiantes lograron alcanzar el objetivo propuesto, el 16,7% de estos estudiantes describió cómo crear el patrón desde cero, por lo que trató de describir la regularidad general del patrón, finalmente, el 33,3% de los estudiantes no respondieron la pregunta.

S1. T3. P1(a, b)

En el primer literal E2, E3 y E4 responden la parte de los dibujos, sin embargo, no responden la parte descriptiva de la pregunta, mientras E1 solo organizó las fichas, pero no respondió ni dibujó nada. En el segundo literal E reconocen que a pesar de que son figuras diferentes la secuencia no cambia, sin embargo, se presentan varios tipos de respuesta que evidencian las diferentes estrategias que se podían seguir en esta actividad; E2 no logró reconocer las partes constantes y variantes del patrón y eso se evidencia en su respuesta que dice:

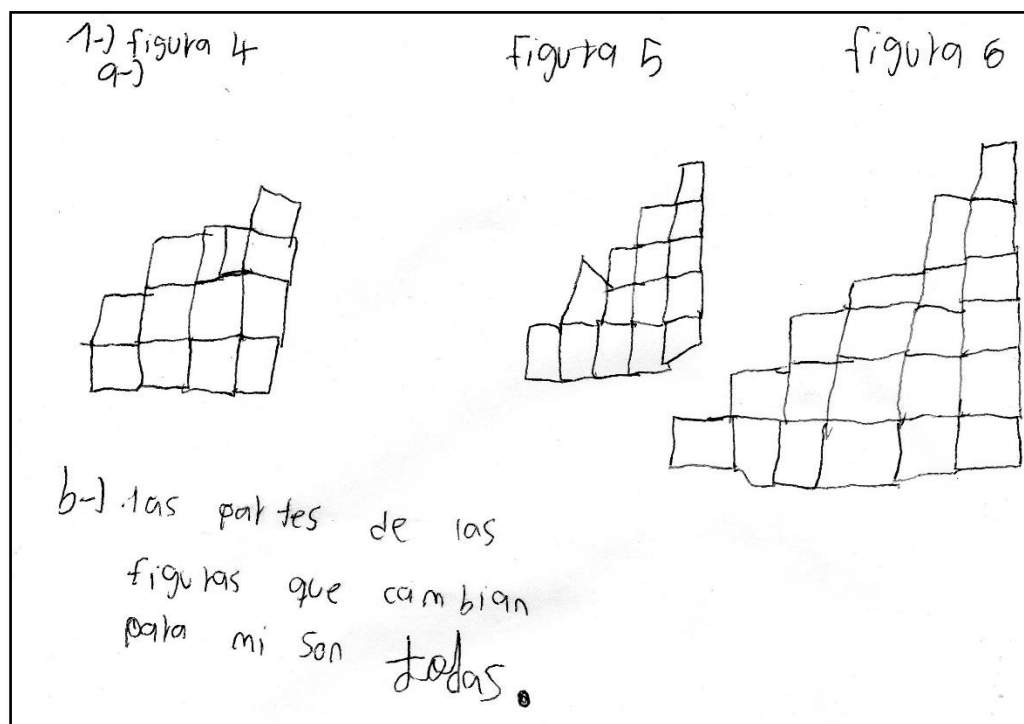


Figura 29. Respuesta estudiante E2, S1T3P1a, b

En estos literales se esperaba que los estudiantes lograran reconocer los patrones geométricos que se les presentaran haciendo especial énfasis en reconocer algunos aspectos de la variación como las cantidades fijas y las que varían, además se espera que reconozcan que existe una relación entre las figuras, reconociendo que hay una regla que une cada figura con la siguiente; respecto al primer objetivo se puede decir que el 75% de los estudiantes alcanza el objetivo, pero solamente el 50% de los estudiantes logran alcanzar satisfactoriamente el segundo objetivo.

S1. T3. P2(a, b)

En esta pregunta los estudiantes se apoyaron en el material manipulativo para proponer diseños de sus secuencias, esto permitió a su ingenio salir a flote, sin embargo,

algunos olvidaban que debían hacer patrones y no figuras como es el caso de E2. Los estudiantes E3 y E4 a diferencia de E1 además de proponer sus diseños, intentan una especie de registro de los mismos, indicando el comportamiento o la lógica detrás de sus diseños. E1 solo propone sus diseños con el material, pero no logra describir su patrón.

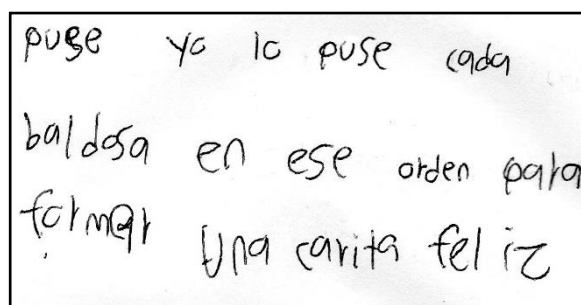


Figura 30. Respuesta estudiante E3, S1T3P2a, b

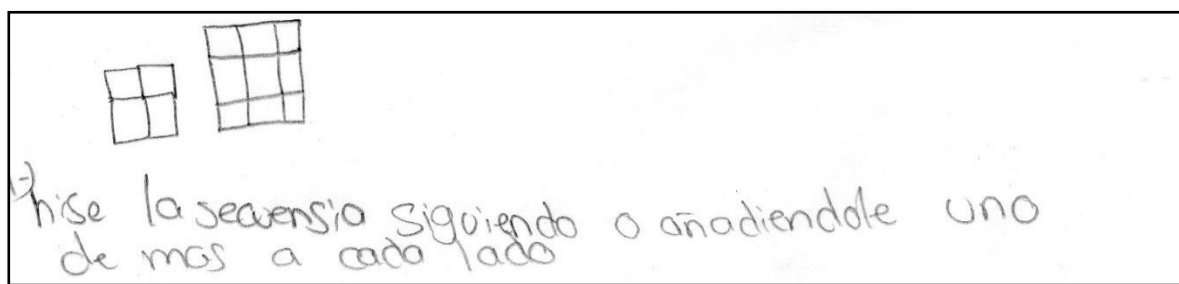


Figura 31. Respuesta estudiante E2, S1T3P2a, b

En estos literales se espera que los estudiantes puedan proponer su propio patrón pero adicional a eso sensibilizarlos en que hay que validar sus hipótesis, para esto el estudiante deberá comprender las relaciones que existen entre la figuras, debe lograr representar patrones bajo reglas de formación; el 75% de los estudiantes cumple con el

objetivo de proponer patrones, sin embargo el 25% de los estudiantes no son capaces de expresar la regla que sigue su patrón, se quedan en el diseño solamente.

S1. T3. P3

En este punto los estudiantes expresan lo que para ellos hasta ahora es una secuencia, teniendo en cuenta aspectos como el orden, el diseño, el tamaño o las relaciones entre las figuras. A términos generales se puede ver que cada estudiante se apropió de algunos aspectos de los patrones que no manejaban al inicio de la actividad, cada uno a su manera:

En este punto el estudiante deberá expresar lo que hasta ahora sabe de los patrones o secuencias, gráficas o geométricas por ahora; el 100% se logran apropiarse de varios aspectos de la variación, por lo que se puede ver en sus respuestas, la actividad permitió a todos los estudiantes realizar un acercamiento a los conceptos de variación, patrones y generalización, además de que se fomentó la inclusión en el aula pues todos los estudiantes contaban con herramientas suficientes para poder abordar de manera satisfactoria las actividades propuestas.

Se evidencia que el uso del material manipulativo permitió realizar acercamientos a los conceptos que a lápiz y papel hubieran resultado mucho más difíciles de poner a prueba, en particular en las tareas dos y tres.

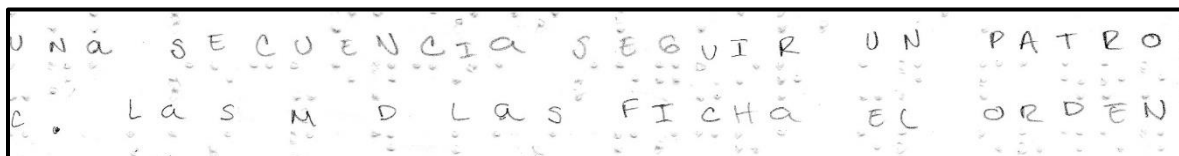


Figura 32. Respuesta estudiante E1, S1T3P3

3-1) ~~la~~ secuencia es: es un patron para
desbloquear varias cosas son varias imagenes
que estan relacionada de varias cosas

Figura 33. Respuesta estudiante E2, S1T3P3

3 la secuencia es un orden de fichas que se va volviendo
mas grande o con mas tamaño segun se numeran
siguin siempre el orden.

Figura 34. Respuesta estudiante E3, S1T3P3

Pues para m. una secuencia es
como tener en cuenta las fichas
organizadas los elementos son
tener en cuenta su orden y
su diseño

Figura 35. Respuesta estudiante E4, S1T3P3

La situación 2 fue aplicada en una sesión, la cual a su vez se divide en dos momentos, la primera parte de la actividad se realiza antes del descanso con una duración de 90 minutos, la otra parte se aplicó una vez terminado el descanso con una duración

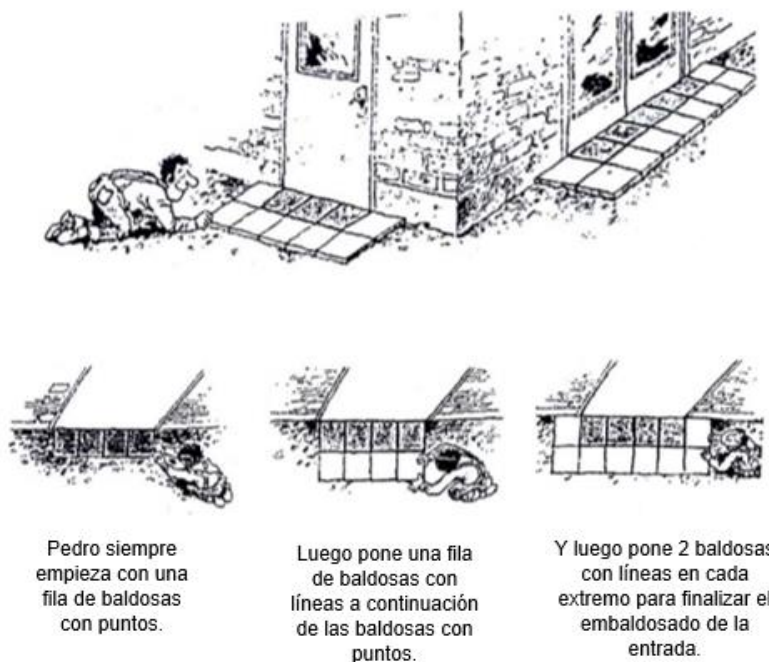
igual a la anterior, para un total de 180 minutos que equivalen a 3 horas. Se contó con la participación de los 6 estudiantes.

Una vez los estudiantes se ubicaron en sus posiciones, el profesor investigador realiza preguntas relacionadas con las actividades realizadas en sesiones anteriores con el fin de recordar junto a los estudiantes los conceptos que se estaban trabajando y que son necesarios para continuar con las actividades. Seguidamente, se repartió una copia de las tareas propuestas para esta sesión a cada estudiante junto con el material manipulativo propuesto. El profesor investigador encargado realizó una lectura general de la tarea con el propósito de concatenar las ideas que surgieron de la discusión anterior con la actividad propuesta para esta sección.

Individualmente, cada estudiante comenzó a desarrollar la actividad y a medida que avanzaban realizan preguntas sobre los enunciados de las tareas, los profesores investigadores se acercaban a cada estudiante y trataban de resolver sus dudas.

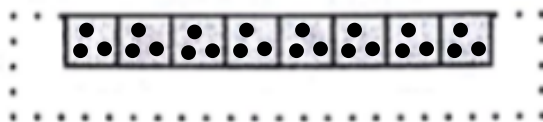
Situación 2.

Pedro ahora quiere embaldosa las entradas de las casas de la Urbanización las Palmeras, utilizando baldosas con puntos y baldosas con líneas.



Tarea 1. Reconociendo el patrón

P1. Si Pedro empieza con una fila de 8 baldosas con puntos ¿Cuántas baldosas con líneas usa?



En esta pregunta los seis estudiantes no solo respondieron de manera correcta la pregunta, sino que también escribieron la respuesta de manera completa al indicar que el número de baldosas que uso se trata de 12, incluso algunos estudiantes E1, E2, E3, E5 y E6 especificaron en sus respuestas que se trataba de baldosas con líneas. El estudiante E4

si bien no alude a que se trata de baldosas con líneas, expresa que usa 12 baldosas, respondiendo igualmente de manera correcta.

Para dar respuesta a esta pregunta los estudiantes recrearon el patrón a partir de las indicaciones presentadas en la guía con la ayuda del material manipulativo, de manera que con la representación gráfica y el conteo dieron con la respuesta.

Lo anterior permite evidenciar que, dado que todos los estudiantes (100%) respondieron de manera correcta, comprenden el enunciado de la situación expuesta, al mismo tiempo que, indica que los estudiantes pueden seguir instrucciones y recrearlas a través del material manipulativo.

Debido a que todos los estudiantes registraron sus respuestas de forma numérica, se puede apreciar que el conteo es un método presente en los estudiantes para el reconocimiento del patrón. De manera que estos, logran reconocer alguna regularidad, luego de contar o representar con el material las figuras siguientes de la secuencia.

P2. ¿Cuántas baldosas con líneas usa? Si empieza con:

- a. 4 baldosas con puntos
- b. 9 baldosas con puntos

La pregunta P2 consta de dos literales, de los seis estudiantes, cinco (E1, E2, E4, E5 y E6) estudiantes contestaron ambos. Para el literal a, los cinco estudiantes anteriormente mencionados, responden de manera correcta, registrando que se usa 8 baldosas de líneas cuando empieza con 4 baldosas de puntos.

Así mismo para el literal b los estudiantes E1, E4, E5 y E6 responden correctamente que la cantidad de baldosas con líneas que usa corresponde a 13, cuando empieza con 9 baldosas con puntos. Sin embargo, el estudiante E2 responde que requiere 14 baldosas con líneas, si bien no es la respuesta correcta, es un valor bastante cercano, por lo que se podría inferir que hubo un error en el conteo, quizá por la intención de responder rápidamente a la pregunta.

El estudiante E3 responde a esta pregunta señalando el literal b como respuesta, por lo que se infiere, que el estudiante asume la pregunta P2, como una pregunta de selección múltiple.

Para ambos casos, los estudiantes recurren a la representación gráfica a través de las fichas de foami, estableciendo la figura que corresponde a la cantidad preguntada.

De acuerdo a lo anterior, el 83,6% de los estudiantes logran identificar que el número de baldosas con líneas aumenta. Esto permite inferir que los estudiantes han identificado las variables presentes en esta situación, es decir, han logrado identificar que la cantidad de baldosas con líneas aumenta dependiendo de la cantidad de mesas.

El 16,4% de los estudiantes solo responde un literal de la pregunta, interpretando el enunciado como de opción múltiple, se podría pensar que el estudiante escogió el literal b para dar respuesta a la pregunta P1 asumiendo que es el valor más cercano a la respuesta, sin embargo, no hay suficientes evidencias para afirmar esto.

P3. Si Pedro termina colocando 18 baldosas con líneas, ¿Con cuantas baldosas con puntos empezó?

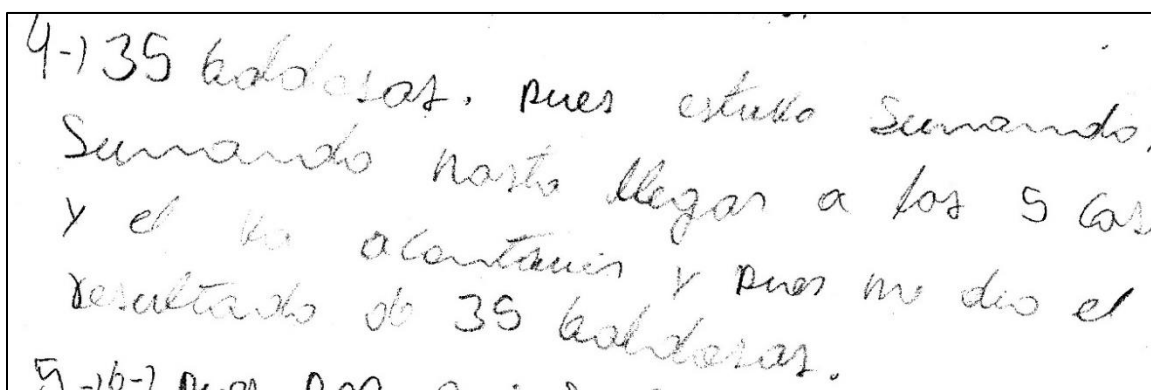
A diferencia de la pregunta anterior (P2), en esta, se cuestiona a los estudiantes por el procedimiento inverso al que realizaron para encontrar la respuesta anterior. En este caso, el estudiante E5 levanto la mano, manifestando necesitar una explicación acerca del procedimiento que debía realizar, pues consideraba que seguía el mismo esquema que la pregunta anterior. Las fichas de foami entregadas a los estudiantes, les permitió a los profesores investigadores profundizar y mejorar la comprensión del estudiante sobre el procedimiento que debía seguir.

De manera que, los estudiantes E1, E3, E5 y E6 contestaron la respuesta correctamente reconociendo que la cantidad de baldosas con las que empezó corresponde a 14. Sin embargo, los estudiantes E2 y E4 no acertaron en la respuesta manifestando que requerían 22 y 13 baldosas respectivamente.

P4. Pedro embaldosa 5 casas de igual forma con 3 baldosas con puntos en cada una, ¿Cuántas baldosas con curvas utilizo en total? ¿Cómo obtuviste esta respuesta?

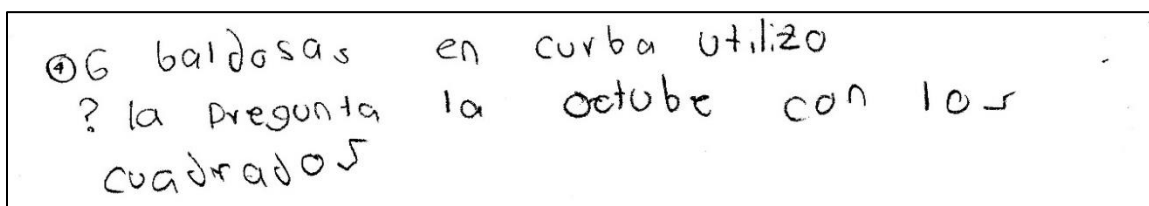
De los 6 estudiantes, 5 de ellos (E1, E2, E3, E4 y E6) responden correctamente la pregunta, registrando numéricamente que la cantidad de baldosas total empleada en las 5 casas es de 35. Por su parte el estudiante E5 expresa que utilizo de 6 baldosas.

Esta pregunta está compuesta de dos partes, todos los estudiantes dieron respuesta a la primera parte que pedía encontrar el número de baldosas totales, sin embargo, la segunda parte que pedía describir la manera en que se obtuvo la respuesta, solo la respondieron 4 estudiantes (E1, E4, E5 y E6). Se encontraron tres tipos de respuesta, una primera donde se afirma que dieron respuesta a la pregunta contando las baldosas (E1 y E6) y otra en la que hicieron uso de los cuadrados (E5) y finalmente, una en la que el estudiante va sumando y sumando (de 7 en 7) hasta llegar a las 5 casas (E4).



4-135 baldosas, pues estubo sumando
sumando hasta llegar a los 5 cas
y el se acantanen y pues me dio el
resultado de 35 baldosas.
5-16-7

Figura 36. Respuesta estudiante E4, S2T1P4



4-6 baldosas en curva utilizo
? la pregunta la octube con los
cuadrados

Figura 37. Respuesta estudiante E5, S2T1P4

Si bien, el estudiante E2 no dio respuesta a esta segunda parte de la pregunta, durante el acercamiento que realizo el profesor investigador a los estudiantes para monitorear el trabajo realizado, el estudiante manifestó que debía multiplicar 7, que

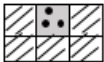
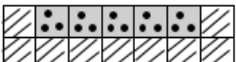
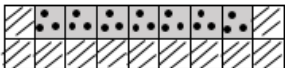
corresponde a la cantidad de baldosas con líneas de una casa por 5 que corresponde a la cantidad de casas en total, dando como resultado 35. Este mismo caso sucedió con el estudiante E3.

Para esta pregunta los estudiantes contaban con las fichas de foami, sin embargo, la cantidad entregada no era suficiente para representar gráficamente la cantidad total, esto con el fin de propiciar en los estudiantes la visualización y el cálculo mental a partir de operaciones sencillas de multiplicación.

En este caso los estudiantes que contaron las fichas para dar la respuesta (E1y E6), contaron también los espacios vacíos como si ahí se encontraran las fichas que hacían falta. Mientras que el estudiante E4 recurrió al conteo en los dedos de las manos para dar la respuesta.

P5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas			
7 baldosas			
8 baldosas		12 baldosas	
12 baldosas			$12 + 4$

En esta pregunta se requiere que los estudiantes completen la tabla suministrada en las guías de trabajo. Las consignas de la tabla se dividen en 3 columnas; la primera en la que los estudiantes deben hacer el dibujo del diseño, la segunda donde deben registrar la cantidad de baldosas con líneas utilizada y finalmente deben completar el procedimiento empleado.

El estudiante E1 manifiesta que no sabe dibujar, así que emplea las fichas de foami para realizar los diseños. De manera que, los seis estudiantes (100%) completan en su totalidad la primera columna de la tabla.

Los estudiantes E2, E3 y E6 realizan de manera completa los tres dibujos de los diseños solicitados, sin embargo, para los dos últimos dibujos correspondientes a 8 y 12 baldosas, no se evidencia la proporción de los cuadros, es decir, debido a la cantidad de

baldosas, los dibujos deben ir aumentando de tamaño con respecto al anterior, sin embargo, estos estudiantes, realizan los dibujos del mismo tamaño o incluso menor.

En el caso del estudiante E5, realiza los dibujos completos y maneja la proporción de tamaño de acuerdo a la cantidad de baldosas empleadas, pero, para la el dibujo del diseño correspondiente a 2 baldosas el estudiante dibuja un rectángulo que divide en seis partes, quedando así, un rectángulo con dos filas y tres columnas, en la primera fila, segunda columna, el estudiante realiza el dibujo de dos cuadrados más que corresponde a las baldosas con puntos que se indican en la primera columna de la tabla.

El estudiante E4 por su parte, completa en su totalidad los dibujos del diseño y manteniendo la proporcionalidad en el tamaño de los dibujos de acuerdo a la cantidad de baldosas.

La tercera columna de la tabla cuestiona por la cantidad de baldosas con líneas empleadas en cada diseño. Los estudiantes deben responder para los diseños que empiezan con 5, 7 y 12 baldosas con puntos. Aquí cuatro (E1, E3, E4 y E6) de los seis estudiantes responden completamente y de manera correcta para los 3 casos, afirmando que se utilizaron 9, 11 y 16 baldosas con líneas respectivamente.

En el caso de los estudiantes E2 y E5, solo dieron respuesta a los primeros dos casos, 5 y 7 baldosas, y lo hicieron de manera correcta, completando en la tabla 9 baldosas con líneas para 5 baldosas con puntos y 11 baldosas con líneas para 7 baldosas con puntos. Para la cantidad de 12 baldosas no hubo respuesta por parte de los estudiantes.

Finalmente, para la cuarta columna de la tabla, se les pedía a los estudiantes escribir el procedimiento, en este caso numérico, empleado para encontrar la cantidad de baldosas con líneas utilizada en los diseños; todos los estudiantes completaron en su totalidad los espacios vacíos, los estudiantes E1, E2, E3 y E6, respondieron de manera correcta siguiendo la estructura presentada en los puntos ya resueltos en la tabla. De manera que a la cantidad de baldosas con puntos presentada en la columna 1 le sumaron 4, que corresponde a la cantidad de baldosas de los extremos.

Esto permite identificar que los estudiantes reconocen que la cantidad de baldosas con líneas utilizada se compone de dos partes, la primera, que corresponde a la misma cantidad de baldosas con puntos que se usa y la segunda parte, es la cantidad de baldosas de los extremos, es decir, dos baldosas a cada lado, para un total de 4 baldosas.

Los estudiantes E4 y E5 por su parte, también respondieron en su totalidad los espacios vacíos, pero no, de manera correcta. Si identificaron que se trataba de una suma de cantidades de baldosas, pero, no tomaron una cantidad fija de baldosas para los extremos como en el caso de los otros estudiantes, sino que, tomaron los valores de la columna 1 (cantidad de baldosas con puntos) y los valores de la columna 3 (cantidad de baldosas con líneas) y los sumaron.

De manera que se podría pensar, que estos estudiantes realizan sus cálculos de forma mecánica, es decir, identifican que deben realizar una operación y buscan dentro de los datos presentados cantidades numéricas con las que puedan realizar la operación.

5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

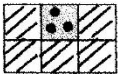
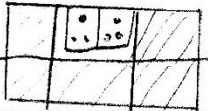
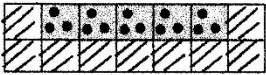
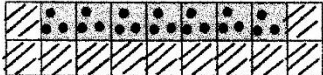
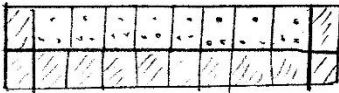
Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas		9 baldosas 5x5	$5 + 4$
7 baldosas		11 baldos 5x5	$7 + 4$
8 baldosas		12 baldosas	$12 + 8$
12 baldosas			$12 + 4$

Figura 38. Respuesta estudiante E5, S2T1P5a

De los resultados anteriores, se puede deducir que el 66,4% de los estudiantes presentaron características de la primera fase que propone Mason (1999) con relación al

“*ver un patrón*” y han identificado la relación entre el número de baldosas con puntos y el número de baldosas con líneas para continuar con la secuencia geométrica. Además, se puede observar que, se logra una aproximación al desarrollo del pensamiento variacional puesto que, de acuerdo con el MEN (1998), los estudiantes están movilizando dicho pensamiento cuando logran analizar e identificar lo que cambia, ya sea que aumente o disminuya y lo que permanece constante en una secuencia.

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con curvas que Pedro utiliza.

Para el literal b de la P5, los estudiantes debían, de manera descriptiva explicar la estrategia que emplearon para completar la tabla, en este caso, cinco (E1, E3, E4, E5 y E6) de los seis estudiantes dieron respuesta a este literal. El estudiante E2 no dio respuesta.

De manera general, los cinco estudiantes, anteriormente mencionados dieron respuesta a la pregunta afirmando que el procedimiento empleado fue el de contar y dibujar las baldosas para cada caso. De manera particular el estudiante E4 complementó la respuesta mencionando un caso particular, en el que expone que: pues porque si son 12 baldosas tengo que saber y también contando.

P6. Si Pedro tiene suficientes baldosas para realizar varias figuras.

- a. Indica para cada caso, cuántas baldosas blancas utiliza si empieza con 15, 18, 24 y 40 baldosas negras.

De los seis estudiantes, cinco (E1, E2, E3, E4 y E6) respondieron el literal para cada uno de los casos que se preguntaban, de modo que, las respuestas encontradas fueron, 19 baldosas cuando se empieza con 15, 22 baldosas cuando se empieza con 18, 28 baldosas cuando se empieza con 24 y finalmente 44 baldosas cuando se empieza con 40.

El estudiante E5, únicamente respondió para el caso en el que se empieza con 15 baldosas, afirmando que utiliza 19 baldosas con líneas, a pesar de que su respuesta es correcta, responde un caso de los cuatro propuestos en P6a.

En consecuencia, se evidencia que los estudiantes logran extrapolar el razonamiento que emplean para casos pequeños hasta los casos más grandes en los que no es posible utilizar las fichas de foami para recrear la situación.

A su vez, la tarea en sí misma permite evidenciar la cuarta fase que propone Mason (1999) en la que el estudiante pone a prueba la validez del patrón, es decir, comprueba que el patrón encontrado tiene validez para otras situaciones particulares.

- b. ¿Puede encontrar el número de baldosas con líneas cuando conoce el número de baldosas con puntos?

Los seis estudiantes (100%) dieron respuesta a esta pregunta P6b, encontrándose afirmaciones como: contando las baldosas del centro (E1); Hay que restarle al número por ejemplo a 36 le quito 4 quedan 32, por la 4 de los lados (E2); Sumando 4 (E3); Si, porque si ya sabemos las baldosas de puntos ya es más fácil (E4); Si se puede encontrar las baldosas con líneas si sabes cuantas baldosas de puntos hay (E5); tenemos a la cantidad que nos digan sumar extremos de 4 (E6).

Si bien las respuestas son variadas, se puede evidenciar que los estudiantes reconocen que dicha cantidad es posible encontrarla y que además se hace a partir de la cantidad de baldosas iniciales suministradas, adicional a esto, los estudiantes E2, E3 y E6 reconocen que la cantidad de baldosas en los extremos corresponde a 4 y que determinan la cantidad de baldosas finales, ya sea que deban sumarse o restarse.

c. Piense en una forma de hallar el número de baldosas con líneas cuando se conoce el número de baldosas con puntos.

De igual forma que en la pregunta anterior, todos los estudiantes (100%) dieron respuesta a la pregunta, encontrándose respuesta como: contando baldosas del centro (E1); hay que quitarle 4 de líneas (E2); restando 4 (E3); pues porque si ya sabemos el número de las baldosas pues teniendo en cuenta las baldosas negras (E4); haciendo la baldosa con líneas con curvas (E5) y restando los extremos (E6).

Pese a que en los dos últimos literales de la pregunta P6 se busca que los estudiantes identifiquen un método para encontrar la cantidad de baldosas utilizadas, en cada una se pregunta por un tipo de baldosa diferente, en el literal a, se busca encontrar la cantidad de baldosas con líneas conociendo la cantidad de baldosas con puntos, mientras que, en el literal b, se pregunta por las baldosas con puntos sabiendo la cantidad de baldosas con líneas.

De acuerdo a las respuestas suministradas por los estudiantes, se presenta mayor dificultad para identificar esta cantidad cuando se indaga por el procedimiento inverso, es decir, el correspondiente al literal b. Aun así, los estudiantes E2, E3 y E6 responden de manera acertada, aunque en un principio el estudiante E2, confunde la pregunta del literal a y responde en ambos casos, como si se tratara de un mismo literal (el b), ante esta situación podría pensarse que el estudiante no realizó una correcta lectura del enunciado o simplemente asume que para ambos casos el procedimiento es el mismo.

Tarea 2. Diseño de los habitantes

P1. Los propietarios de las casas ahora quieren embaldosar la cocina de la casa, revisando el catálogo de Pedro les llamó la atención el siguiente diseño como aparece en la tabla.

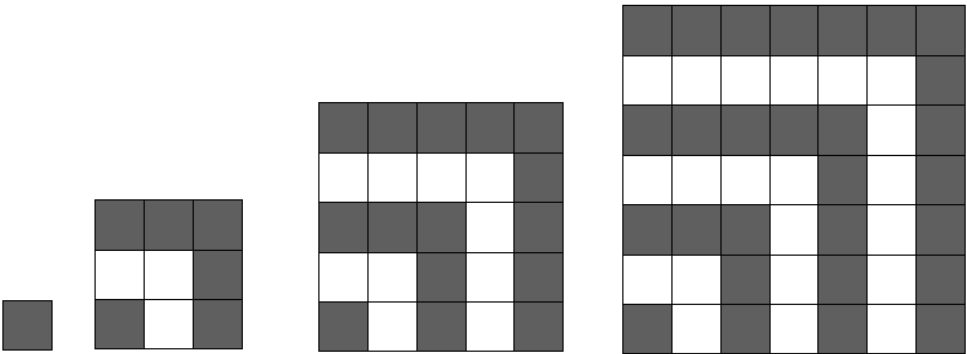


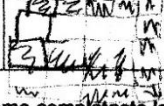
Ilustración 3

a. Ellos quieren tener un presupuesto y le solicitan a Pedro una nueva tabla de tamaños del diseño que eligieron. Ayúdalo a completar la tabla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Procedimiento	Cantidad de baldosas con líneas
1			0
6			3
15			10

En esta pregunta los estudiantes debían completar los espacios sin llenar de la tabla. Dicha tabla consta de cuatro columnas y cuatro filas. Para la columna dos, los estudiantes debían dibujar el diseño correspondiente a la cantidad de baldosas solicitada en la columna uno. Para este punto los seis estudiantes (100%) realizaron de manera correcta los dibujos en cada una de las filas correspondientes. El estudiante E4 cometió un error y puesto que utilizó lapicero para diferenciar las dos texturas de la baldosa, dicho error no pudo ser corregido.

a. Ellos quieren tener un presupuesto y le solicitan a Pedro una nueva tabla de tamaños del diseño que eligieron. Ayúdalo a completar la tabla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Procedimiento	Cantidad de baldosas con líneas
1			0
6			3
15			10

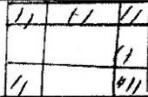
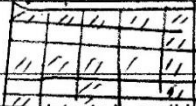
b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con líneas necesarias.

Figura 39. Respuesta estudiante E4, S2T2P1a

La tercera columna corresponde al procedimiento empleado en cada una de las filas. De los seis estudiantes dos (E1 y E2) de ellos intentaron dar respuesta a esta columna. El estudiante E1 trató de hacerlo de manera numérica, posiblemente siguiendo el procedimiento que se había trabajado en la tabla de la S1T1P5La, sin embargo, solo lo

hizo para la fila tres y cuatro. El estudiante E1 por su parte, respondió de manera descriptiva afirmando que se basó en el conteo².

a. Ellos quieren tener un presupuesto y le solicitan a Pedro una nueva tabla de tamaños del diseño que eligieron. Ayúdalo a completar la tabla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Procedimiento	Cantidad de baldosas con líneas
1			0
6		$5 + 3$	3
15		$12 + 8$	10

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con líneas necesarias.

Figura 40. Respuesta estudiante E2, S2T2P1a

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con líneas necesarias

Para el literal b de la pregunta P1, solamente dos (E1 y E3) de los seis estudiantes dio una respuesta, el estudiante E1 construyo las figuras según lo solicitado con el material manipulativo y la respuesta en la tabla fue escrita por el profesor investigador, mientras que E3 manifiesta que completo la tabla contando y dibujando.

Luego del análisis de los resultados, los profesores investigadores evidenciaron que la pregunta hacía alusión a la columna cuatro de la tabla, la cual ya estaba completa, por lo

² Debido a que los cuadros de la tabla no manejan relación con los espacios proporcionados por la regleta que emplea el estudiante E1 para escribir las respuestas, el profesor investigador, registra en la tabla la información suministrada por la estudiante, para las otras preguntas el estudiante E1 responde en hojas aparte.

que, en este sentido, la pregunta debía dirigirse a las estrategias empleadas para completar los espacios vacíos de la tabla.

P2. Si Pedro tiene suficientes baldosas para realizar varias figuras.

a. ¿Puede encontrar el número de baldosas con líneas necesarias en este diseño cuando conoce el número de baldosas con puntos?

Para esta pregunta los seis estudiantes (100%) dieron una respuesta, encontrándose dos tipos; una de las respuestas proporcionadas por los estudiantes corresponde a que no es posible encontrar la cantidad de baldosas necesarias en dicho diseño puesto que es muy difícil (E1), la otra respuesta encontrada es que si es posible, teniendo las siguientes respuestas: Con los materiales (E2); si se puede (E3); contando las fichas que se van a poner con las otras fichas que está formando como una figura (E4); si se puede, podemos ponerles cuadrados alrededor (E5) y contando las baldosas con líneas de fichas que se ponen en la figura.

b. Piense en una forma de hallar el número de baldosas con puntos cuando se conoce el número de baldosas con líneas.

De acuerdo con los registros escritos, se observa que los seis estudiantes (100%) dan respuesta al literal b, mostrando diferentes estrategias para encontrar el número de baldosas con puntos conociendo la cantidad de baldosas con líneas. Se tiene que, los

estudiantes consideran tres formas para encontrar la respuesta; la primera corresponde a dibujar las fichas faltantes o ponerlas dentro de la figura (material manipulativo) y posteriormente contarlas (E1, E4 y E6); otra estrategia es, sumando (E2) y la última atañe a multiplicar el número de baldosas (E3 y E5).

Tarea 3. Embaldosando el parque.

Para finalizar, los habitantes de la urbanización le dicen a Pedro que quieren que embaldose el parque central. Pedro debido a unos inconvenientes con su agenda no pudo completar el trabajo, pero mandó a Juan para que termine de embaldosar el diseño que él empezó en el parque. Para realizar esta tarea Juan necesita saber:

P1. Si, ¿existe alguna relación entre el número de baldosas de cada textura con los de otra textura?

De manera general, los estudiantes afirman que si existe una relación entre el número de baldosas y la textura de cada baldosa; por su parte, el estudiante E3 expresa que si hay una relación pero no explica que tipo de relación existe, mientras que los estudiantes E1, E4, E5 y E6 refieren que la relación está en que las cantidad de baldosas depende del color de la misma, el estudiante E2, relata que la relación es la cantidad, sin especificar más información.

Sin bien el objetivo de la pregunta está orientado a identificar si hay una relación entre la cantidad de baldosas de cada textura con respecto a las otras y no entre ellas

mismas, como lo hicieron los estudiantes, se evidencia que estos, reconocen la relación de dependencia entre dos variables, en este caso, la cantidad de baldosas y el color.

P2. El número de baldosas faltantes de cada textura.

De los seis estudiantes, cinco (E1, E2, E4, E5 y E6) respondieron a la pregunta para cada una de las texturas, de manera que expresaron que para las fichas color gris/blanco/con puntos faltan 13 baldosas, para las negras faltan 6 y para las verdes faltan 9 baldosas, contestando de manera acertada.

El estudiante E3, respondió a la pregunta dando el valor total de fichas faltantes para completar el diseño, sin hacer el desglose para cada textura. El valor que registró fue de 27 baldosas, sin embargo, el valor correcto es 28.

P3. Si es necesario continuar con el diseño para tapar un área mayor, cuántas baldosas y de qué textura se necesita.

La pregunta P3 pretende indagar sobre el reconocimiento de la secuencia, por lo que incluye dos consignas, por un lado, la cantidad de baldosas necesarias para agregar una hilera adicional alrededor del diseño y, por otro lado, la textura que seguiría en la secuencia.

Cinco (E1, E2, E4, E5 y E6) de los seis estudiantes respondieron la primera consigna sobre la cantidad de baldosas necesarias, afirmando que se requieren: 33 baldosas (E1); 28 baldosas (E2, E4 y E5) y 32 baldosas (E6). El estudiante E3 no dio respuesta a la cantidad de baldosas necesarias. El estudiante E5 para esta respuesta escribió nuevamente las cantidades y colores que en la pregunta P2, evidenciando que no hubo una comprensión del enunciado. Par dar respuesta a esta pregunta, ninguno de los estudiantes utilizo el material manipulativo.

En cuanto a la segunda consigna sobre la textura que continua en la secuencia, el estudiante E1 reconoce que la siguiente textura es con curvas y los estudiantes E3 y E4 reconocen que el color es negro, mientras que el estudiante E6 infiere que el color es el gris. Los estudiantes E2 y E5 no proporcionan respuesta sobre la textura que continua.

Lo anterior permite dilucidar que, el 49,8% de los estudiantes se encuentran en la tercera fase (registrar un patrón) propuesta por Mason (1999) ya que a través del lenguaje natural hacen visible el patrón identificado cuando reconocen la textura/color que continua en la secuencia.

P4. Ayuda a Juan a completar el diseño del parque, si sabes que la cantidad de baldosas que necesita usar son 10x10 baldosas.

Los seis estudiantes dieron respuesta a esta pregunta, encontrándose dos tipos de respuesta, una descriptiva y la otra numéricas. El estudiante E1 respondió que era necesario agregar dos hileras alrededor de todo el diseño para completar uno de 10x10,

mientras que los estudiantes E2, E3, E4, E5 y E6 respondieron que necesitaban 32 baldosas, 100 baldosas, 100 baldosas, 40 baldosas y 100 baldosas respectivamente.

Los estudiantes E3, E4 y E6 respondieron dicha cantidad debido a que, en el enunciado se presenta la pregunta como 10×10 y los estudiantes realizaron la multiplicación mental.

Si bien el estudiante E1 identificó que era necesario agregar dos hileras más al diseño para dar respuesta a la pregunta, ninguno de los estudiantes realizó el dibujo de cómo quedaría el diseño si cada lado fuese de 10 baldosas.

Se puede inferir que los estudiantes aún se encuentran ligados a procedimientos numéricos, siendo estos más familiares para ellos, pues lo hacen casi que de manera automática.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES GENERALES Y ALGUNAS REFLEXIONES

DIDÁCTICAS

Capítulo 4. Conclusiones Generales y Algunas Reflexiones Didácticas

En este capítulo se exponen algunas conclusiones generales y reflexiones de este trabajo de grado, relacionadas con la generalización de patrones como camino hacia la iniciación al álgebra en estudiantes de primaria. De igual forma se presentan las metas logradas de acuerdo a los objetivos planteados y los resultados de la implementación de la propuesta de aula que se aplicó a los 6 estudiantes (E1, E2, E3, E4, E5 y E6) objeto de estudio.

4.1 Conclusiones generales

A partir del análisis de los resultados de la implementación de la propuesta de aula, aplicada a los 6 estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Republica de Israel sede Manuel Santiago Vallecilla y desde el alcance de los objetivos planteados para este trabajo, se pueden presentar las conclusiones, podemos concluir que con relación al primer objetivo específico

Se logró la documentación e la problemática desde cuatro enfoques, es decir, desde una perspectiva legal, curricular, didáctica y de educación inclusiva, que permitieron el diseño y soporte de la propuesta de aula, de la siguiente manera:

- Desde la mirada legal en la educación, se reconoce en la ley 115 de 1994 “Ley General de Educación” un incremento en las necesidades que la educación debe resolver, en torno a la atención que se venía ofreciendo a la población con discapacidad, generando en los profesores la necesidad de gestionar nuevas estrategias didácticas inclusivas, para poder dar cumplimiento a la normativa, que exige que se debe garantizar el derecho a la educación de calidad a cualquier

población sin distinciones de ningún tipo, en el caso particular de este trabajo, personas con discapacidad visual. De manera que, se logre fomentar la inclusión de estudiantes con discapacidad en la búsqueda de la inserción social de dichas personas en igualdad de condiciones con respecto a los otros grupos.

- Desde la mirada curricular, el ministerio de educación nacional expresa que uno de los problemas que tiene el álgebra escolar y que actualmente es tema de discusión, es el acercamiento tardío a ella, es decir, se presenta un salto de la aritmética al álgebra como algo espontáneo, que genera dificultades en los estudiantes, por lo que, desde este trabajo se propone abordar el álgebra temprana, a partir de actividades que promuevan procesos de generalización, en los cuales se incluya el trabajo con patrones que expresan cambios y variaciones entre las variables involucradas, a su vez, este debe permitir que los patrones se puedan reconocer, describir y expresar de diferentes maneras (gráfica, numérica, simbólica), puesto que esto constituye bases del álgebra. Sin embargo, estas actividades, no deben ser, elegidas al azar, sino que deben contar con un contexto que sea significativo para el estudiante y por esto se propone que las situaciones se presenten en un contexto cotidiano.
- Los aspectos didácticos que se encontraron en la documentación, proporcionan un acercamiento a las dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar y en el caso particular de la transición de la aritmética al álgebra, además del papel que tiene el material manipulativo en la educación matemática. Para tratar con las dificultades presentes en el aprendizaje del álgebra se tomó a Mason (1999) que

enuncia que una estrategia de tratamiento es sensibilizar al profesor para que genere estrategias que le permitan al estudiante comprender en los patrones lo general en lo particular y lo particular en lo general.

De igual forma, en relación con el segundo objetivo específico, el cual hace referencia a la articulación de los resultados de la documentación, para proponer el diseño de la propuesta de aula, se concluye que se logró articular algunos elementos del marco teórico de la siguiente manera:

- Se integran los conceptos de cambio, generalización y variación en tareas del contexto cotidiano que promueven el desarrollo del pensamiento variacional desde los primeros años de escolaridad. La implementación de estos contextos permitió que los estudiantes dieran más sentido e importancia a estos conceptos matemáticos, los cuales intervinieron en cada uno de las tareas de las dos situaciones propuestas en este trabajo.
- Las dos situaciones propuestas y en particular las tareas desarrolladas en cada una de ellas, ayudó a que los estudiantes tuvieran un primer acercamiento a la generalización, identificando elementos como la variación y el cambio presentes en los patrones geométricos a partir del contexto empleado en cada tarea y la implementación del material manipulativo para su acercamiento, además, permitió que los estudiantes lograran establecer relaciones entre las cantidades planteadas en cada tarea.

- Finalmente se puede decir, que la implementación del material manipulativo es una buena estrategia para trabajar con patrones, puesto que permite que los estudiantes identifique los elementos que conforman la secuencia, ya que a medida que se van incorporando más elementos (fichas) en las representaciones que se realizan con el material, los estudiantes pueden evidenciar los cambios que se producen en ella, ya sea que aumente o que disminuyan, de manera que puedan establecer relaciones de dependencia entre las variables involucradas.

Por otro lado, y con relación al tercer objetivo específico de este trabajo, se puede concluir de acuerdo a los resultados de la implementación de la propuesta de aula en los 6 estudiantes de grado quinto de la Institución educativa Republica de Israel que:

- El estudiante con discapacidad visual y en general todos los estudiantes lograron identificar patrones de variación en secuencias gráficas en contextos de la vida cotidiana, a través de la utilización del material manipulativo, que les permitió explorar las posibles configuraciones para una misma secuencia, encontrar los términos siguientes a partir del anterior y hacer conjeturas para casos particulares que podían ser representados mediante el material.
- El estudiante con discapacidad visual se ve especialmente beneficiado por el uso del material manipulativo en la propuesta de aula, pues le permite visualizar con facilidad y expresar mediante el material cosas que por medio del punzón no se podría. El uso del material manipulativo beneficia también a los demás

estudiantes del aula regular en este mismo aspecto, aunque de manera reducida, puesto que además cuentan con la capacidad de dibujar lo que visualizan.

- El estudiante con discapacidad visual logra completar e interpretar la información contenida en tablas orientadas de manera vertical mucho mejor que las horizontales, utilizándolas de manera adecuada y dando respuesta a los interrogantes que hacen referencia a dicha información. Esto le permite ver la representación tabular como una forma de organizar un patrón, al mismo tiempo que le brinda información sobre lo que varía y lo que se mantiene constante.
- Los estudiantes generalmente tienen dificultades para cambiar de registros entre la representación numérica de un patrón y su representación gráfica, teniendo procesos como la suma y el conteo como principales opciones para calcular una parte específica de una secuencia, esta dificultad se pudo sobrellevar mediante la implementación del material manipulativo que está relacionado con un contexto de la vida cotidiana; en particular, al estudiante con discapacidad visual se le presenta como una herramienta que le permite desarrollar otras habilidades a las que no tendría acceso con el uso de lápiz y papel como lo es dibujar.
- Se puede evidenciar que a pesar de que la estudiante con discapacidad visual no tiene ninguna diferencia cognitiva respecto a sus compañeros de clase, es cierto que necesita de un apoyo adicional en la lectura de las tareas, visualizar patrones e incluso responder de manera escrita cualquier actividad en un espacio específico;

todo esto debe ser tenido en cuenta al momento de implementar o diseñar cualquier actividad que involucre a personas con discapacidad visual.

En consecuencia con lo anterior, podemos evidenciar que el objetivo general se logra, porque el contexto (embaldosar una casa) empleado en las tareas diseñadas para la propuesta de aula permitió, a partir del análisis de los resultados, determinar las dificultades y logros de los 6 estudiantes pertenecientes a un aula regular sobre las nociones de variación, generalización y cambio, descritas anteriormente, puesto que:

- La aplicación de la propuesta de aula, permito que los estudiantes desarrollaran competencias matemáticas, en torno, a las nociones fundamentales del algebra, puesto que a medida que se desarrollaron las tareas los estudiantes lograron articular en sus discursos términos como secuencia, aumento, cambio, variación.
- Los estudiantes logran desarrollar con facilidad las primeras tres fases propuestas por Mason (1999) ver, decir, y describir, partiendo de la secuencia gráfica y numérica representada en el material manipulativo, para luego expresar de manera oral al profesor investigador y a sus compañeros lo que observaban de la secuencia, para finalmente describirlo en las preguntas que se presentaron en la guía. De manera que, el desarrollo de estas fases permite un acercamiento de los estudiantes a la generalización, que corresponde a una de las base del algebra.

4.2 Reflexiones didácticas

Teniendo en cuenta que uno de los intereses principales de este trabajo es aportar algunas reflexiones en el campo de la educación matemática sobre la importancia de abordar a temprana edad el desarrollo del pensamiento algebraico, a través del diseño de una secuencia didáctica planteada en el estudio de patrones que involucra material manipulativo. Se presentan a continuación algunas consideraciones, que sirvan para los profesores en ejercicio o que estén interesados en este problema.

Es necesario que de necesitar la ayuda de tablas en alguna actividad se tenga en cuenta que para que la estudiante con discapacidad visual pueda llenarla sin ayuda, el profesor debe de hacer una señalización de los bordes correctamente además de alinear las celdas de la tabla con la regleta que se usa para escribir, esto no solamente beneficiará a la estudiante, sino que también le facilitará al profesor poder leer los apuntes de la estudiante de una manera más fácil y eficiente.

Aunque esta actividad está planeada para desarrollar los conceptos base del álgebra también se puede adaptar para la enseñanza de la misma, solo habría que replantear algunas preguntas con más complejidad para poder introducir las variables siguiendo la estrategia que el profesor interesado en adaptarla quiera implementar,

El diseño de una propuesta es algo complejo requiere una disposición de tiempo y además la actitud de los profesores investigadores por propiciar y concatenar conceptos matemáticos teniendo en cuenta los procesos, el contexto o referente curricular y lo didáctico.

La atención de los estudiantes es algo vital para el buen desarrollo de cualquier propuesta de aula, más en primaria existe un periodo de atención aún más fugaz por parte de los estudiantes es por eso que se aconseja no sobrepasar los 60 minutos en una actividad completa pues los estudiantes pierden el interés rápidamente, además es necesario tener pausas en las que se le hable al estudiante cada 15 o 20 minutos de algo corto para recuperar su ánimo.

La tarea de enseñar a una persona con discapacidad visual sin tener formación, medios, apoyo o tan si quiera una guía es una tarea muy difícil de afrontar para cualquier profesor en esa condición, sin embargo, si el profesor tiene la disposición de afrontar el reto, seguramente aprenderá mucho del estudiante, este trabajo es además una invitación para todos los profesores que ya afrontaron exitosamente esta situación para que compartan su experiencia para que todos los profesores cuenten con sus conocimientos.

Desde el análisis de los resultados se puede evidenciar que, la estudiante con discapacidad visual no presenta ningún tipo de deficiencia cognitiva que pudiera dejarla en desventaja con el resto de estudiantes objeto de estudio. Las dificultades encontradas en los resultados de la implementación de la propuesta, corresponden a las dificultades propias de los estudiantes de este grado de escolaridad en el estudio de las nociones fundamentales del álgebra.

El uso de material manipulativo si bien, permite acerca al estudiante con discapacidad visual a las tareas diseñadas en la propuesta de aula, también supone una herramienta para movilizar los conocimientos adquiridos por los estudiantes, al

proponerles situaciones que no estaban contempladas dentro de las fichas de trabajo.

Permitiendo de esta manera que los estudiante validen lo aprendido.

El material manipulativo permite ubicar en a los estudiantes en la tercera fase propuesta por Mason (1999), probar, puesto que mediante el material los estudiantes pueden corroborar sus hipótesis, establecer reglas de formación y comprobar su validez representándolas con el material.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52: 215–241.
- Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (1996). *Approaches to algebra. Perspectives for Seeing*. Harmondsworth, Middlesex: BBC y Penguin Books Ltd.
- Bell, A. (1988). Algebra choices in curriculum design. En A. Borbas (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 147-153). Veszprém, Hungary: Ferenc Genzwein OOK.
- Beltran, D., Cerón, L., Pineda, P. (2012). Aproximación a algunos aspectos curriculares en relación con la formación docente y la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con limitación visual (Trabajo de pregrado). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Beltrán, Y. I., Martínez, Y. L. & Vargas, A. S. (2015). El sistema educativo colombiano en el camino hacia la inclusión. *Avances y retos. Educ. Educ.* Vol. 18, No. 1, 62-75.
<http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/4223/3966>
- Bolaños, H. Céspedes, M. & González, C. (Enero- Junio de 2016) Las experiencias del personal docente de matemáticas en el trabajo de aula con la población no vidente. *UNICIENCIA*. Recuperado de <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/7585/7964>
- Camacho, M., Hernández, J., & Socas, M. M. (1995). Concepciones y actitudes de futuros profesores de secundaria hacia la Matemática y su enseñanza: un estudio descriptivo. LJ Blanco y V. Mellado. *La formación del profesorado deficiencias y matemáticas en España y Portugal*, 81-97.
- Cañadas, M. C. y Gómez, P. (2012). Análisis de contenido. *Apuntes de la Concentración en Educación del CIFE*. Universidad de los Andes, Colombia

- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordoñez (Eds), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 75-94). Jaén: SEIEM
- Fernández del campo, J. E. (1996). La enseñanza de la matemática a los ciegos. ONCE http://sid.usal.es/docs/F8/FDO1443/ense%C3%B1anza_matematicas_ciegos.pdf
- Franco, J. (2018). Un acercamiento a la variación directamente proporcional a través de patrones numéricos (Trabajo de pregrado). Universidad Del Valle, Cali, Colombia.
- Gallardo, A., Rojano, T. (1988). Áreas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético-algebraico. Research in Didactique dec Mathématiques, 9, 155-188.
- García, M. (2017). Materiales manipulativos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria (Trabajo de pregrado). Universidad de La Rioja, España.
- Garzón, D. & Vega M. (2011). Los recursos pedagógicos en la enseñanza de la geometría. XIII Comité Interamericano de Educación Matemática. Brasil: CIAEM.
- Godino, J., Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-7-0. [61 páginas; 1,8 MB] (Recuperable en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)
- González, E. (2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación. Universidad de Antioquia, Asociación de Profesores. Lectiva (Medellín) No. 05, p. 69-74
- Gustin, J., Avirama, L. (2014). Una propuesta para la Enseñanza de la Ecuación Cuadrática en la Escuela a través de la Integración del Material Manipulativo. Trabajo de Grado. Universidad del Valle.
- Jiménez, P. y Vilá, M. (1999). De la educación especial a la educación en la diversidad. Málaga: ediciones Aljibe.
- Kieran, C., Filloy, Y. (1989). “El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica”. Investigación y experiencias didácticas. University of London,

- Institute of Education, Inglaterra. Traducción de Luis Puig. Recuperado en <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v7n3p229.pdf>
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In D. Grouws, (Eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (390-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707–62). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lemonidis, C. (1991). Analyses et réalisation d'une expérience d'enseignement de homothétie. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2-3), 295-324.
- Leonhardt, M. (1984). *La escuela abierta al niño ciego*, Barcelona, La caixa de Pensiones.
- López, M. (2004). Construyendo una escuela sin exclusiones. Una forma de trabajar en el aula con proyectos de investigación. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Martínez, A., González, F. (2017). Aspectos didácticos para la Enseñanza de la Matemática a Personas con Discapacidad Visual. *Revista Paradigma*, Vol. XXXVIII, N° 2; Diciembre de 2017/ 385-404.
- Marmolejo, G., Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje, *Educación Matemática*, 24, no. 3, 9-34.
- Mason, J., Graham, A., Pimm, D. y Gower, N. (1999). *Rutas hacia el/Raíces del álgebra*. (Traducción al español: Cecilia Agudelo). Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Mesquita, A. (1989b). L'Influence de aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie: éléments pour une typologie. Disertación doctoral no publicada, Université de Strasbourg, Strasbourg, Francia.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998) *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Colombia, Santafé de Bogotá. Panamericana formas e impresos. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Colombia, Santafé de Bogotá. Revolución Educativa. Colombia Aprende: República de Colombia. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio De Educación Nacional. (2017). Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas (DBA v. 2). Santafé de Bogotá. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Ministerio de Salud y Protección Social. (2017). Normograma de Discapacidad para la República de Colombia. Santafé de Bogotá. Recuperado de <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/DE/PS/Normograma-discapacidad-2017.pdf>
- Ministerio de Salud y Protección Social. (2019). Sala situacional de las Personas con Discapacidad. Observatorio Nacional de Discapacidad. Recuperado de: <http://ondiscapacidad.minsalud.gov.co/Paginas/Sala-Situacional-Discapacidad-en-Colombia.aspx>
- Núñez, M. (2017). Matemáticas para alumnos con problemas de visión. (Tesis de maestría) Universidad de la Rioja, España.
- Ortín, M. (1999). Integración del invidente en clase. Recuperado el 8 de Enero de 2019, de <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/invidentes.html>
- Outhred, L., Mitchelmore, M. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. En Journal for research in mathematics education, 31(2), pp. 168-190.
- Restrepo, P. A., (2015). Pensando pedagogías de las diferencias: una posibilidad de reconocer en la educación la esencia de lo humano. En Corporación Universitaria Lasallista (Ed.) Retos y realidades de la psicología educativa. Memorias del Congreso Nacional de Psicología Educativa (ASCOFAPSI) (pp.99-112). Caldas: Editorial Lasallista.

- Rivera, F. D., Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. En ZDM. The International Journal on Mathematics Education. 40 (1), pp. 65-82.
- Rosich Sala, N., Nuñez Espallargas, J. y Fernandez del Campo, J. (1996). Matemáticas y deficiencia sensorial. Madrid: Síntesis.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Cap. V, pp. 125-154. En Rico, L. y otros: La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Ed. Horsori.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. Números, revista de Didáctica de las Matemáticas. Vol. 77. P. 5-34. ISSN: 1887-1984.
- Trujillo, P., (2008). Proceso de generalización que realizan futuros maestros. Universidad de Granada. Granada, España.
- Tutt, R. (2007). Every Child Included. London: Paul Chapman Publishing / The Association for all School Leaders (NAHT).
- UNESCO (1994). Informe final. Conferencia mundial sobre necesidades educativas especiales: acceso y calidad. Salamanca, 7-10 junio. MEC, Secretaría de Estado de Educación.
- UNESCO. (2009). Conferencia Mundial sobre la Educación Superior, París. Extraído el 29 de abril de http://www.unp.edu.py/html/index.php?option=com_content&view=article&id=183:declaracion-finalconferencia-mundial-sobre-la-educacion-superior-2009&catid=38:un.
- UNESCO (2010). Informe de Seguimiento de la Educación para Todos en el Mundo 2010. Llegar a los marginados. Panorámica regional: América Latina y el Caribe. <http://www.unesco.org.uy/educacion/fileadmin/educacion/2010/ResumenInformeEPT2010.PDF>
- Van Ameron, B. A (2002). Reinvention of early algebra. Developmental research on the transition from arithmetic to algebra. Utrecht: CD- Press y Center for science and

Mathematics Education.

<https://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/874/full.pdf>

- Vergnaud, G. (1989). L'obstacle des nombres négatifs et l'introduction à l'algèbre. Construction des savoirs. Colloque International Obstacle Epistémologique et conflict Socio – cognitif, CIRADE, Montreal.
- Vidarte, R., Celis, S. (2016). Una propuesta de aula para la enseñanza de las ecuaciones lineales con variable real, en dos estudiantes que requieren una educación diferencial (Trabajo de maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Wagner, S. y Parker, S. (1999). Advancing algebra. En B. Moses (Ed.), Algebraic Thinking, Grades K-12, 328-340. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Warren, E., Cooper, T. (2005). Introducing Functional Thinking in Year 2: a case study of early algebra teaching. Contemporary Issues in Early Childhood, 6 (2), 150-162.
- Zapatero, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. Números, revista de Didáctica de las Matemáticas. Vol. 97. P. 51-67. ISSN: 1887-1984.

ANEXOS

Anexo 1. Algunas respuestas de los estudiantes presentadas en tablas.

Estudiante		Logro
S1. T1. P1(a)	E1	Responde solo de forma escrita, al tener poca práctica dibujando prefirió no hacer dibujos, no obstante sus respuestas fueron acertadas
	E2	Contesta mostrando las dos figuras siguientes de la secuencia dibujándolas y además dan respuestas escritas
	E3	Contesta mostrando las dos figuras siguientes de la secuencia dibujándolas y además dan respuestas escritas
	E4	Contesta mostrando las dos figuras siguientes de la secuencia dibujándolas y además dan respuestas escritas
	E5	Intenta dar una respuesta gráfica solamente, sin embargo, aún no logra identificar la secuencia por lo que la respuesta está errada
	E6	Logra establecer una relación entre el patrón anterior y el patrón siguiente al dibujar sobre él para dar solución a la pregunta

Estudiante		Logro
S1. T1. P1(b)	E1	Si pues se debe guardar la forma y añadir más baldosas
	E2	Si pues se debe guardar la forma y añadir más baldosas
	E3	Si pues se debe guardar la forma y añadir más baldosas
	E4	Si pues se debe guardar la forma y añadir más baldosas
	E5	Dice que el al no estar completas van aumentando, lo que indica que para él las figuras presentadas pueden no formar parte de un patrón, sino que son imágenes incompletas
	E6	Si pues se debe guardar la forma y añadir más baldosas

Anexo 2. Algunos fragmentos de situaciones aplicadas

Prueba Preliminar. Estudiante E1 (2 páginas)

PRUEBA PRELIMINAR

Situación 1. Preparando el cumpleaños

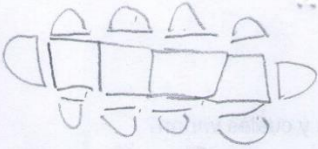
Juan ha invitado a su cumpleaños a los compañeros de su clase y sus padres le ayudan a colocar las mesas y las sillas. Han colocado 1 mesa cuadrada y en ella pueden sentarse máximo 4 invitados.

A Juan y a sus compañeros de clase les gustaría sentarse todos juntos, uno al lado del otro. Para esto, decidieron juntar las mesas a medida que lleguen más compañeros.

A continuación se muestra como van quedando las mesas y las sillas conforme van llegando los compañeros:



1. Si llegan más compañeros y necesitan poner una mesa adicional a las 3 que ya tenían. Dibuja como quedarían las mesas y las sillas.



2. Si continúan llegando más compañeros y ahora necesitan 6 mesas. ¿Cuántas sillas tendrían ahora? *14 Sillas*

3. Teniendo en cuenta el número máximo de compañeros que pueden sentarse de acuerdo a la cantidad de mesas. Completa la siguiente tabla:

3 mesas 7 mesas

Número de mesas	1	2			10	20
Numero de sillas	4	6	8	16		

22 sillas 44 sillas

Sumé 22+22

4. Escribe como Juan puede calcular:

a. La cantidad de sillas que necesita si conoce la cantidad de mesas que usa.

Contando los lugares donde tiene que ir cada Silla.

b. La cantidad de mesas que necesita si conoce la cantidad de sillas que usa.

Sumando, empezas con 4 y le sumas 2 hasta llegar a la respuesta.

Situación 2. Comprando regalos

Una niña de grado quinto recibe 1.000 pesos diarios de dinero para el descanso, ella quiere ahorrar para comprar un regalo a su mamá y para lograrlo guarda 500 pesos cada día. El primer día ahorró 500 pesos, el segundo día completó 1.000 pesos y al tercer día completó 1.500.

1. ¿Cuánto dinero tendrá al quinto día de ahorro?

2500

2. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

• Dinero que le dan para el descanso es fijo

• Dinero que ahorra diariamente cambia

" " ahorrado cambia

3. Ella que es muy organizada, elaboró una tabla para llevar un registro de sus ahorros. Ayúdala a completar los datos que faltan en la tabla.

Días de ahorro	1	2	3	4	5	10	12
Cantidad de dinero ahorrado	500	1.000	1.500	2.000	2.500	5.000	6.000

4. Si ella quiere comprar una pulsera para su mamá que cuesta 7.500 ¿Cuántos días debe ahorrar?

10 días.

Prueba preliminar. Estudiante E2 (2 páginas)

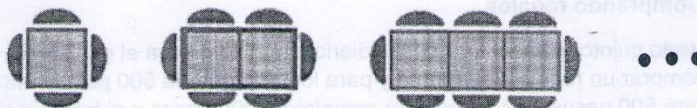
PRUEBA PRELIMINAR

Situación 1. Preparando el cumpleaños

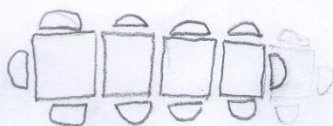
Juan ha invitado a su cumpleaños a los compañeros de su clase y sus padres le ayudan a colocar las mesas y las sillas. Han colocado 1 mesa cuadrada y en ella pueden sentarse máximo 4 invitados.

A Juan y a sus compañeros de clase les gustaría sentarse todos juntos, uno al lado del otro. Para esto, decidieron juntar las mesas a medida que lleguen más compañeros.

A continuación se muestra como van quedando las mesas y las sillas conforme van llegando los compañeros:



1. Si llegan más compañeros y necesitan poner una mesa adicional a las 3 que ya tenían. Dibuja como quedarían las mesas y las sillas.



2. Si continúan llegando más compañeros y ahora necesitan 6 mesas. ¿Cuántas sillas tendrían ahora?

14 sillas

3. Teniendo en cuenta el número máximo de compañeros que pueden sentarse de acuerdo a la cantidad de mesas. Completa la siguiente tabla:

Número de mesas	1	2	3	7	10	20
Numero de sillas	4	6	8	16	22	42

4. Escribe como Juan puede calcular:

a. La cantidad de sillas que necesita si conoce la cantidad de mesas que usa.

multiplicando quitando y sumando así fue como encontré el resultado
 multiplique: $2 \times 4 = 8$ suma: $8 + 8 = 16$ quite: $2 - 5 = -4$ todo: 20

b. La cantidad de mesas que necesita si conoce la cantidad de sillas que usa.

multiplicando quitando y sumando así encontré el resultado
 multiplique: $2 \times 2 = 4$ suma: $7 + 7 = 14$ quite: $4 - 2 = 2$ todo: 16

Situación 2. Comprando regalos

Una niña de grado quinto recibe 1.000 pesos diarios de dinero para el descanso, ella quiere ahorrar para comprar un regalo a su mamá y para lograrlo guarda 500 pesos cada día. El primer día ahorró 500 pesos, el segundo día completó 1.000 pesos y al tercer día completó 1.500.

1. ¿Cuánto dinero tendrá al quinto día de ahorro?

2.500

2. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

las que no cambian 500

las que cambia es el ahorro

3. Ella que es muy organizada, elaboró una tabla para llevar un registro de sus ahorros. Ayúdala a completar los datos que faltan en la tabla.

Días de ahorro	1	2	3	4	5	10	12
Cantidad de dinero ahorrado	500	1.000	7.500	2.000	2.500	5.000	6.000

4. Si ella quiere comprar una pulsera para su mamá que cuesta 7.500 ¿Cuántos días debe ahorrar?

15 Días todo en total

Prueba preliminar. Estudiante E4 (2 páginas)

PRUEBA PRELIMINAR

Situación 1. Preparando el cumpleaños

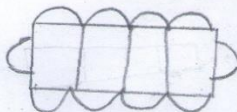
Juan ha invitado a su cumpleaños a los compañeros de su clase y sus padres le ayudan a colocar las mesas y las sillas. Han colocado 1 mesa cuadrada y en ella pueden sentarse máximo 4 invitados.

A Juan y a sus compañeros de clase les gustaría sentarse todos juntos, uno al lado del otro. Para esto, decidieron juntar las mesas a medida que lleguen más compañeros.

A continuación se muestra como van quedando las mesas y las sillas conforme van llegando los compañeros:



1. Si llegan más compañeros y necesitan poner una mesa adicional a las 3 que ya tenían. Dibuja como quedarían las mesas y las sillas.



2. Si continúan llegando más compañeros y ahora necesitan 6 mesas. ¿Cuántas sillas tendrían ahora?

14 Sillas

3. Teniendo en cuenta el número máximo de compañeros que pueden sentarse de acuerdo a la cantidad de mesas. Completa la siguiente tabla:

Número de mesas	1	2	3	4	10	20
Número de sillas	4	6	8	16	20	10

4. Escribe como Juan puede calcular:

a. La cantidad de sillas que necesita si conoce la cantidad de mesas que usa.

El alquila 2 mesas entonces tiene que multiplicar para alquilar las sillas que necesitan

b. La cantidad de mesas que necesita si conoce la cantidad de sillas que usa.

El alquilo el calculo cuantos mesas tenia para poder alquilar las sillas

Situación 2. Comprando regalos

Una niña de grado quinto recibe 1.000 pesos diarios de dinero para el descanso, ella quiere ahorrar para comprar un regalo a su mamá y para lograrlo guarda 500 pesos cada día. El primer día ahorró 500 pesos, el segundo día completó 1.000 pesos y al tercer día completó 1.500.

1. ¿Cuánto dinero tendrá al quinto día de ahorro?

2000 pesos

2. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

*El dinero que ella ahorra es lo que va acartian
El fijas es 500*

3. Ella que es muy organizada, elaboro una tabla para llevar un registro de sus ahorros. Ayúdala a completar los datos que faltan en la tabla.

Días de ahorro	1	2	3	4	5	10	12
Cantidad de dinero ahorrado	500	1.000	1.500	2.000	2.500	5.000	6.000

4. Si ella quiere comprar una pulsera para su mamá que cueste 7.500 ¿Cuántos días debe ahorrar?

15 días

Prueba preliminar. Estudiante E6 (2 páginas)

PRUEBA PRELIMINAR

Situación 1. Preparando el cumpleaños

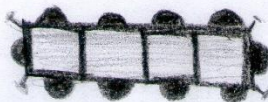
Juan ha invitado a su cumpleaños a los compañeros de su clase y sus padres le ayudan a colocar las mesas y las sillas. Han colocado 1 mesa cuadrada y en ella pueden sentarse máximo 4 invitados.

A Juan y a sus compañeros de clase les gustaría sentarse todos juntos, uno al lado del otro. Para esto, decidieron juntar las mesas a medida que lleguen más compañeros.

A continuación se muestra como van quedando las mesas y las sillas conforme van llegando los compañeros:

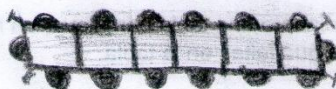


1. Si llegan más compañeros y necesitan poner una mesa adicional a las 3 que ya tenían. Dibuja como quedarían las mesas y las sillas.



2. Si continúan llegando más compañeros y ahora necesitan 6 mesas. ¿Cuántas sillas tendrían ahora?

14 sillas



3. Teniendo en cuenta el número máximo de compañeros que pueden sentarse de acuerdo a la cantidad de mesas. Completa la siguiente tabla:

Número de mesas	1	2	3	7	10	20
Número de sillas	4	6	8	16	22	42

4. Escribe como Juan puede calcular:

- a. La cantidad de sillas que necesita si conoce la cantidad de mesas que usa.

Cantidad: Puede contar las mesas y si hay digamos 3 mesas suma $3+3$ y le suma dos porque en las esquinas de las mesas tambien hay sillas.

- b. La cantidad de mesas que necesita si conoce la cantidad de sillas que usa.

Cantidad: Puede poner las sillas y contarlas y puede ir trayendo mesas y poniendole sillas y mirar que cantidad de mesas hay que poner para las sillas.

Situación 2. Comprando regalos

Una niña de grado quinto recibe 1.000 pesos diarios de dinero para el descanso, ella quiere ahorrar para comprar un regalo a su mamá y para lograrlo guarda 500 pesos cada día. El primer día ahorró 500 pesos, el segundo día completó 1.000 pesos y al tercer día completó 1.500.

1. ¿Cuánto dinero tendrá al quinto día de ahorro?

2.500

2. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

Fijas:
500

Variables:
Ahorro

3. Ella que es muy organizada, elaboro una tabla para llevar un registro de sus ahorros. Ayúdala a completar los datos que faltan en la tabla.

Días de ahorro	1	2	3	4	5	10	12
Cantidad de dinero ahorrado	500	1.000	1.500	2.000	2.500	5.000	6.000

4. Si ella quiere comprar una pulsera para su mamá que cuesta 7.500 ¿Cuántos días debe ahorrar?

15 días

Anexo 3. Algunas respuestas de la situación 1**Situación 1. Estudiante E1**

E1

B.) Para ir aumentando las
figuras.

C.) El tamaño de la FG de
tamaño de las baldosas.
El tamaño y forma de la baldosa
no cambia el diseño.

EI

B.) Cargando el Patrón P
Las otras baldosas

1) No, es un orden secuencial.

2. Cargando la secuencia de
Las otras 2 dejando la Tabla
Quieta.

3.) Debe usar 2 triángulos
y 10000 organizaria por colores
as
Forman líneas.

Y Tienen Q tener la x^a medida

Situación 1. Estudiante E2

tarea 1

b.

figura 1



figura 2



figura 3

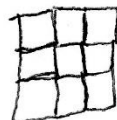


figura 4

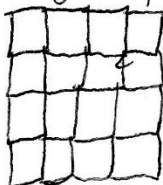
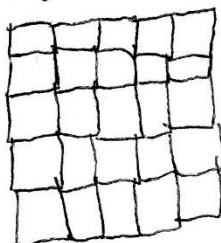


figura 5



a-) 4 figura

16

5 figura

25

b-) porque en cada figura avansa mas

c-) la 3 es mas grande porque si
 porque si todas che cen esa tambien
 depende de la baldosas

tarea 3

1-) figura 4
a-)

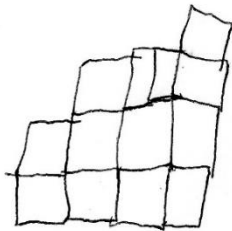
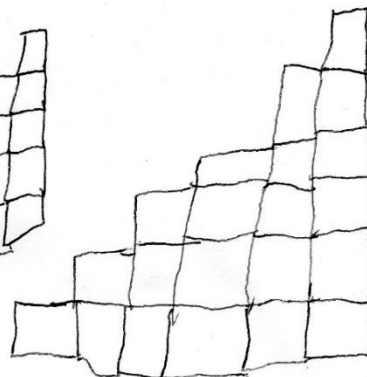


figura 5



EL
figura 6



b-) las partes de las
figuras que cambian
para mi son todas.

2-) a-) puse ya lo puse cada

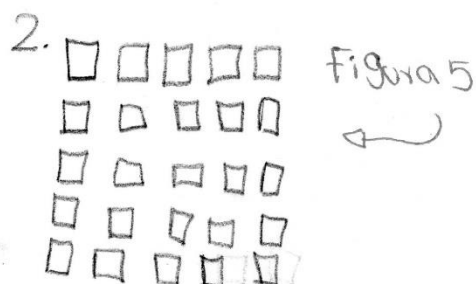
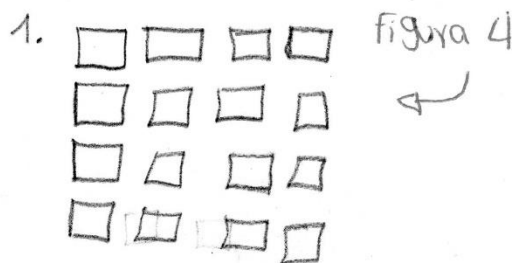
baldosa en ese orden para
formar una carita feliz

b-) porque cada que hace el que
sige va aumentando

3-) ~~una~~ secuencia es: es un patron para
destaquir varias cosas son varias imagenes
que estan relacionada de varias cosas

Situación 1. Estudiante E3

Tarea 1

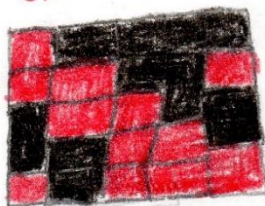


- a. Para la figura 4 utilice 16 baldosas
 Para la figura 5 utilice 25 baldosas,
 obtuve el valor siguiendo el ejemplo de la figura 3
 y le agrego una mas ala derecha y otra mas para la
 de abajo
- b. Pedro si tiene la razon porque si le agrego uno mas al c
 lado derecha y otro mas al de abajo, le queda la figura
 bien y completa.
- c. de cuadrados, si porque le tienes que agregar uno de ma
 de la figura.

Solucion

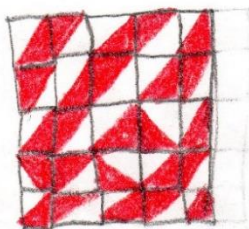
1.

a.



- b. Puse 4 fichas negras en la parte de arriba
 Otra negra en la parte ante penultima de abajo
 y una roja en la parte de abajo
- c. 3 baldosas negras con ondas en la parte de arriba
 Una negra con ondas en la parte de la segunda columna
 Otra negra con ondas en la 4 columna
 y una roja con rayas en la parte de abajo

2



- b. las ondas me salieron en diagonal
- c. 3 rojas con rayas en la parte de arriba
 3 negras con ondas en la primera fila
 una roja con rayas en la segunda columna
 1 negro con ondas en la 3 columna
 4 negras con ondas en la 4 columna
 3 rojas con rayas en la 4 columna

Solucion

€3

a.)

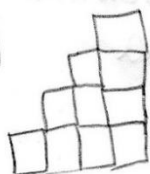


Figura 4

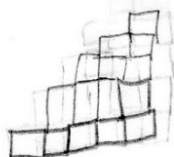
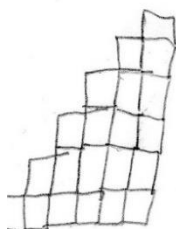


Figura 5

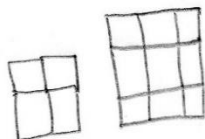


Figura



2-) la figura uno no cambia
y los otros baldosos si cambian de cantidad

2.

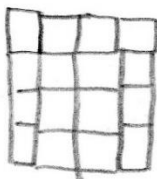


h) se la secuencia siguiendo o añadiendole uno
de mas a cada lado

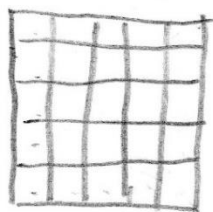
2-) Porque es un cuadrado que se va volviendo
mas grande.

Situación 1. Estudiante E4

2-1 la figura 4 sería nac.



la figura 5 sería nac.



A-1 utilice en la figura 4 baldosas 16
en la figura 5 utilice 25 baldosas
y para darse cuenta de el valor
tudo que contarlas por baldosas

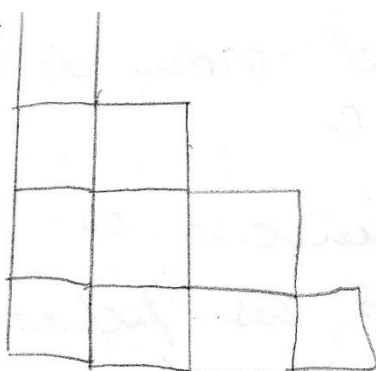
3-1 pues es que tiene razón por mas el
tiempo que hacerlo mas grande y pues
tiene que usar mas baldosas
y pues yo creo que con las baldosas
y la figura van creciendo mas por
las baldosas y el la otra pregunta
es que ~~si~~ pues yo creo que ~~no~~ no
por que si el cambia la figura
no ha a quedar el mismo dibujo

| | B-7 pues por que el orden de las
fichas me salio una C

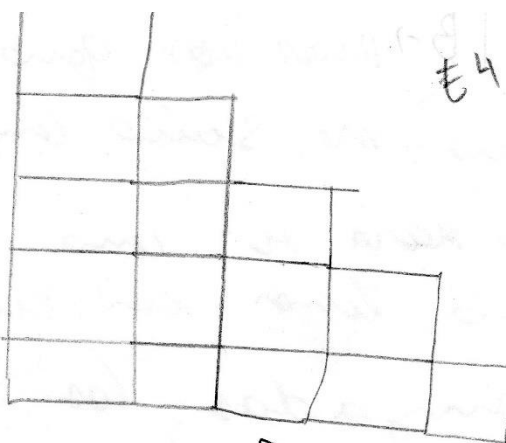
7) Pues para M. una secuencia es
como tener en cuenta las fichas
organizadas los elementos san
tener en cuenta su orden y
su diseño

E4

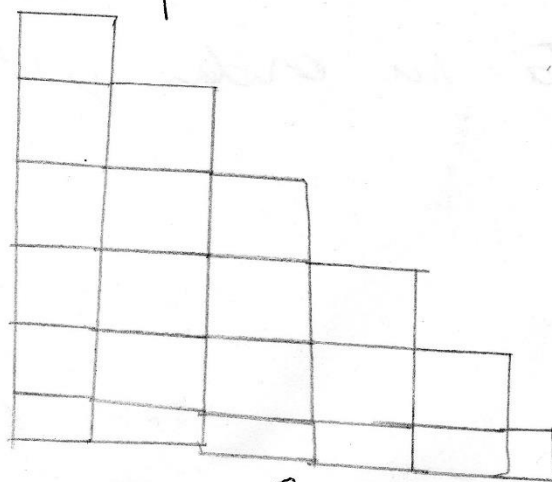
1-A



4



5



6

B- Las partes de las figuras que no cambian
 Son las ultimas baldosas y las que
 Cambian Son las baldosas de abajo

2-A Pues por que quise hacer con una
 figura pues yo creo que nio con una
 C quise que mi dibujo tuviera una
 C

Situación 1. Estudiante E5

Solución

Figura 1



1a) Utilice 23 baldosas mediana conteniendo baldosa y fue la figura 4.
 Utilice 25 baldosas mediana conteniendo baldosa y fue la figura 5

1b) Creo que las baldosas van aumentando por no tener la color completa.

1c) Van aumentando cada vez porque el necesita una para completar la caja.

Desarrollo

6 lo complete llenando las partes vacías. E5

C la fichas llas estan ubicadas por esasinas y centros.
R/ la fichas curbas tambien estan ubicadas por esasinas y centros.

3 se debe llenar las partes en blanco para que se busque el modo de los sueños.

Situación 1. Estudiante E6

Pilas) **SOLUCIÓN:**

a-) En la 4 utilice 7 Baldosas

b-) En la 5 utilice 9 baldosas

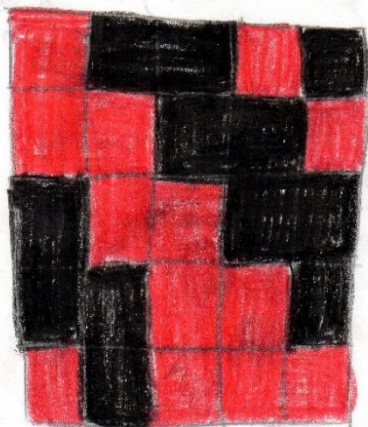


1. b-) Si, porque le va aumentando baldosas pero siempre es la misma figura

1. c-) Cada vez se va aumentando mas la figura se vuelve mas grande. Porque le va aumentando mas baldosas.

1. d-) Si, de manera que le va aumentando.

1.



1. a-) ✓

E6.

1. b-) trate de hacer una figura con los espacios que no tenían nada.

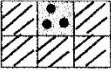
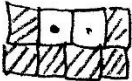
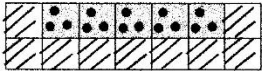
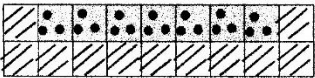
1. c-) en la primera columna (de largo) Primero tengo 2 rojas después 2 negras y otra roja en la segunda columna 1 negra 2 rojas y dos negras en la tercera columna 2 negras 3 rojas en la cuarta 1 roja 2 negras y dos rojas y en la quinta y última 1 negra 1 roja 2 negras 1 roja y listo.

Anexo 4. Algunas respuestas de la situación 2

Situación 2. Estudiante E2

4. Pedro embaldosa 5 casas de igual forma con 3 baldosas con puntos en cada una, ¿Cuántas baldosas con curvas utilizó en total? ¿Cómo obtuviste esta respuesta?
5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas		9 baldosas	$5 + 4$
7 baldosas		11 baldosas	$7 + 4$
8 baldosas		12 baldosas	$8 + 4$
12 baldosas			$12 + 4$

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con curvas que Pedro utiliza.

Solucion

1R/E Pedro usaria 12 baldosa de lineas

2R/E b

3R/E Pedro en peso con a 14 baldosas de puntos

4R/E Pedro en total para las 5 casas utilizaria 50 baldosas de linea

5R/E dibujo las baldosas que Pedro no termino

6R/E

A para 16 : 4a de linea - para 18 22 de linea - para

20 28 de linea - para 40 44 de linea

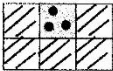
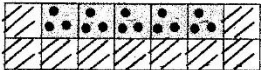
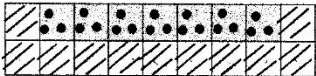
b sumando 4

c restando 4

Situación 2. Estudiante E3

4. Pedro embaldosa 5 casas de igual forma con 3 baldosas con puntos en cada una, ¿Cuántas baldosas con curvas utilizó en total? ¿Cómo obtuviste esta respuesta?
5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas		9 baldosas	$5 + 4$
7 baldosas		11 baldosas	$7 + 4$
8 baldosas		12 baldosas	$8 + 4$
12 baldosas		16 baldosas	$12 + 4$

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con curvas que Pedro utiliza.

Solución

tarsa 1

D) 17 baldosas de líneas

Pregunta 2

1) 8 baldosas de líneas

2) 19 baldosas de líneas

3) 22 baldosa de Puntos

4) 25 baldosas de líneas

6) 19 baldosas de líneas

D) 22 baldosas de líneas

C) 28 baldosas de líneas

D) 99 baldosas de líneas

b) por que pertenece al numero por 9 a

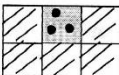
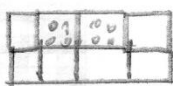
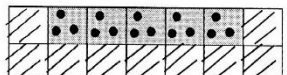
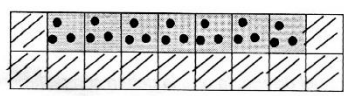
Se le divide a 9 y da 22 por lo que da todo

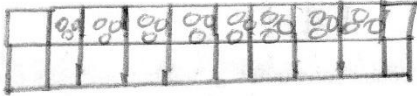
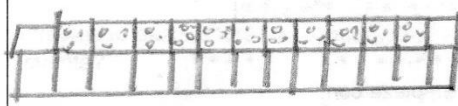
C) por que pertenece a de líneas

Situación 2. Estudiante E4

5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada.
Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas		10 baldosas	$5 + 5$
7 baldosas		14 baldosas	$7 + 7$

8 baldosas		18 baldosas	$8 + 10$
12 baldosas		24 baldosas	$12 + 12$

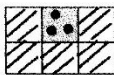
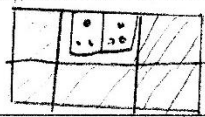
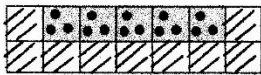
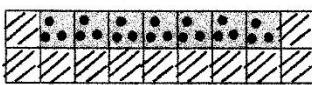
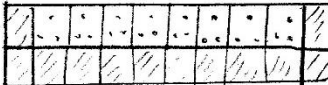
- b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con líneas que Pedro utiliza.

- 1-2. Existe una relación por el color la cantidad de baldosas de punto de color
- 2-1 faltan 13 de baldosas del color gris
faltan 9 del color verde
faltan 6 del color negro
- 3-2 necesito 28 baldosas del color negro
- 4-1 100 baldosas negras

Situación 2. Estudiante E5

4. Pedro embaldosa 5 casas de igual forma con 3 baldosas con puntos en cada una, ¿Cuántas baldosas con curvas utilizó en total? ¿Cómo obtuviste esta respuesta?
5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas		9 baldosas 5 con 4 sin	$5 + 4$
7 baldosas		11 baldosas 7 con 4 sin	$7 + 4$
8 baldosas		12 baldosas	$12 + 8$
12 baldosas			$12 + 4$

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con curvas que Pedro utiliza.

- ① 12 Baldosas con líneas
- ② a-) usa 8 baldosas con líneas
b-) usa 13 baldosas con líneas
- ③ empezó con 14 fichas azules
- ④ 6 baldosas en curva utilizo
? la pregunta la octube con 10
cuadrados
- ⑤ la completa con los cuadrados
- ⑥ de 15 baldosas con puntos se utiliza
79 con líneas
- b-) Si se pueden encontrar las baldosas
con líneas si sabes cuantas baldosas
de puntos hay
- c-) haciendo la baldosas con líneas con
curvas

Centro Educativo República de Israel

Nombre: _____

Grado: 5-2

Apreciado estudiante responda de forma clara y completa las siguientes preguntas. Tenga en cuenta que esta actividad no afectará su evaluación en el área de matemáticas.

Tarea 2. Diseño de los habitantes

1. Los propietarios de las casas ahora quieren embaldosar la cocina de la casa, revisando el catálogo de Pedro les llamó la atención el siguiente diseño como aparece en la tabla.

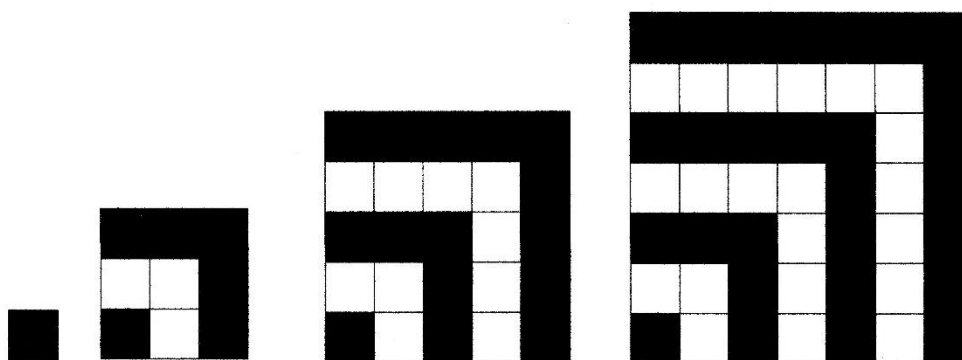


Ilustración 3

- a. Ellos quieren tener un presupuesto y le solicitan a Pedro una nueva tabla de tamaños del diseño que eligieron. Ayúdalo a completar la tabla.

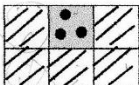
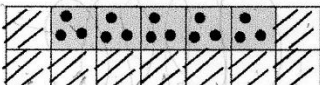
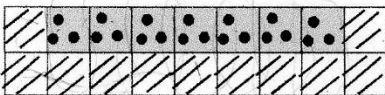
Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Procedimiento	Cantidad de baldosas con líneas
1			0
6		$5 + 3$	3
15		$12 + 8$	10

- b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con líneas necesarias.

Situación 2. Estudiante E6

4. Pedro embaldosa 5 casas de igual forma con 3 baldosas con puntos en cada una, ¿Cuántas baldosas con curvas utilizó en total? ¿Cómo obtuviste esta respuesta?
5. Los propietarios de las casas, le pidieron a Pedro un catálogo con varios tamaños para la entrada. Pedro presenta el diseño con la tabla incompleta.

a. Ayúdalo a completarla.

Cantidad de baldosas con puntos	Diseño	Cantidad de baldosas con líneas	Procedimiento
1 baldosa		5 baldosas	$1 + 4$
2 baldosas		6 baldosas	$2 + 4$
5 baldosas		9	$5 + 4$
7 baldosas		11	$7 + 4$
8 baldosas		12 baldosas	$8 + 4$
12 baldosas		16	$12 + 4$

b. Indica como completaste la cantidad de baldosas con curvas que Pedro utiliza.