

MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
TRASLACIONES EN EL PLANO CARTESIANO

JOSÉ JULIO ESCANDÓN VALLEJO
Código 201505373



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS EXPERIMENTALES.
TULUÁ
2017

MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
TRASLACIONES EN EL PLANO CARTESIANO

JOSÉ JULIO ESCANDÓN VALLEJO

Código 201505373

Trabajo de grado para otorgar el título de Magister en Educación Énfasis en Educación
Matemática y Ciencias Experimentales

Asesor

Ph. D. EVELIO BEDOYA MORENO



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIAS EXPERIMENTALES.

TULUÁ

2017

DEDICATORIA

AL CREADOR DEL INTELECTO Y EL UNIVERSO
“JEHOVÁ”;

“DIGNO ERES, DE RECIBIR TODA LA HONRA Y
LA GLORIA,
PORQUE HAS CREADO TODO Y EXISTE POR TU
VOLUNTAD”

APOCALIPSIS 4:11

A LA MEMORIA DEL SER HUMANO MÁS
INFLUYENTE EN MI VIDA;
UN SER HONORABLE, HONESTO, VIRTUOSO Y
EJEMPLAR.

MI PADRE
“JOSÉ JULIO ESCANDÓN ROMÁN”

AGRADECIMIENTOS

**A LA ENTREGA, PACIENCIA, COMPROMISO, APORTES, DILIGENCIA DE
TODAS LAS PERSONAS E INSTITUCIONES QUE ME APOYARON EN LA
ELABORACIÓN DE ESTE TRABAJO DE GRADO:**

A MI FAMILIA;

**A MIS COMPAÑEROS DE LA COMUNIDAD EN DIDÁCTICA DE LA
MATEMÁTICA;**

A MI ASESOR EL PROFESOR, EVELIO BEDOYA MORENO;

A MIS PROFESORES DE FORMACIÓN EN LA MAESTRÍA;

A MI REVISORA Y ORGANIZADORA DEL TRABAJO DE GRADO;

A MIS ESTUDIANTES DE GRADO CUARTO;

A LA INSTITUCIÓN JUAN MARÍA CÉSPEDES;

A LA UNIVERSIDAD DEL VALLE Y

**AL MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL POR EL PROGRAMA DE BECAS
PARA ESTUDIOS DE MAESTRÍA PARA LA CAPACITACIÓN Y FORMACIÓN
DE DOCENTES EN MATEMÁTICAS Y CIENCIAS EXPERIMENTALES.**

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN	3
1. EL PROBLEMA.....	6
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	7
1.1.1 <i>Formulación del problema</i>	9
1.2 JUSTIFICACIÓN	10
1.3 OBJETIVOS	11
1.3.1 <i>Objetivo general.</i>	11
1.3.2 <i>Objetivos específicos.</i>	11
2. ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES	12
2.1. EL MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO	13
2.2. LO QUE DEBE SABER EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS	14
2.2.1. <i>Las competencias profesionales del profesor de matemáticas.</i>	15
2.2.2. <i>¿Qué competencias de planificación requiere un docente para enseñar matemáticas en básica primaria?</i>	17
2.3. CRITERIOS PARA LA ELABORACIÓN DEL CURRÍCULO	18
2.4. EL CONOCIMIENTO Y EL ANÁLISIS DIDÁCTICO	19
2.4.1 <i>El Análisis Didáctico</i>	20
2.5. EL PLAN DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA	21
2.6. ANÁLISIS DE CONTENIDO (AC) COMO INSTRUMENTO CONCEPTUAL	22
2.6.1 <i>Análisis matemático (AM).</i>	24
2.6.2 <i>Contenido matemático escolar.</i>	24
2.7. ANÁLISIS COGNITIVO MATEMÁTICO (ACGM)	25
2.8. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA (AIM)	28
2.8.1. <i>Análisis y clasificación de materiales y recursos matemáticos.</i>	29

2.8.1.1 Clasificación a partir del contenido matemático y la extensión de su utilidad...	33
2.8.1.2 Contenido y material didáctico.....	33
2.8.1.3 Materiales para la enseñanza de la geometría.	33
2.8.1.4 A modo de síntesis.	35
3. METODOLOGÍA DE UN PLAN DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA	36
3.1 INTRODUCCIÓN.....	36
3.2. EL PLAN DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA PSEE	37
3.3. LAS DIMENSIONES DEL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA.....	39
3.4. ESTRUCTURA Y ETAPAS DEL PSEE	40
3.4.1. <i>Fases del I-A-P.</i>	41
3.4.2. <i>Etapas del PSEE.</i>	42
3.5. EL MODELO LOCAL Y EL CONTEXTO ESCOLAR	44
3.5.1 <i>Marco contextual.</i>	44
3.5.1.1 La institución educativa Juan María Céspedes.....	44
3.5.1.2 Horizonte institucional	45
3.5.1.3. Muestra de estudio.....	47
3.6. DETERMINACIÓN DEL CONCEPTO-MATEMÁTICO-PROBLEMA EN GRADO 4°	47
3.6.1. <i>Cómo identificar una dificultad en aprendizaje matemático.</i>	48
3.6.1.1. Técnicas de análisis para determinar dificultades de aprendizaje.....	49
4. EL ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO PROCESO DE ELABORACIÓN DE UNA UNIDAD DE ANÁLISIS DIDÁCTICO	55
4.1. INTRODUCCIÓN.....	55
4.2. ANÁLISIS DE CONTENIDO.....	58
4.2.1. <i>Análisis histórico de las traslaciones isométricas.</i>	58
4.2.2. <i>Análisis del concepto de traslaciones isométricas</i>	60
4.2.2.1. Concepto de sentido espacial.....	60
4.2.2.2. Coordenadas cartesianas y plano cartesiano.	61

4.2.2.3. Concepto de traslaciones en el plano cartesiano.....	61
4.2.2.4 Conocimiento conceptual de las traslaciones.	62
4.2.2.5. Campo Procedimental de Las Traslaciones	63
4.2.2.6. Las traslaciones y la resolución de problemas.....	64
4.2.3. <i>Análisis de sistemas de representación</i>	65
4.2.3.1 Ecuaciones para determinar las coordenadas de un punto que transforma mediante una traslación.	65
4.2.3.2 Sistema de representación simbólica.	66
4.2.3.3 Sistema de representación verbal.	66
4.2.3.4 Representación numérica o matemática.....	66
4.2.3.5 Sistema de representación gráfica.	67
Sistema de representación manipulativo.	67
4.2.4. <i>Análisis fenomenológico AF.</i>	68
4.2.5 <i>Resultados de AC.</i>	71
4.3. ANÁLISIS COGNITIVO MATEMÁTICO ACgM	71
4.3.1. <i>Expectativas de aprendizaje.</i>	71
4.3.1.1. Capacidades de aprendizaje.	74
4.3.2. <i>Limitaciones de aprendizaje.</i>	75
4.3.3. <i>Oportunidades de aprendizaje.</i>	83
4.3.4. <i>Resultados del análisis.</i>	86
4.4. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN	87
4.4.1 <i>Análisis de tareas.</i>	88
4.4.2. <i>Análisis de materiales y recursos.</i>	96
4.4.2.1 Cabri II Plus.....	97
4.4.2.2 Pac-man.....	97
4.4.2.3 Ajedrez.	98
4.4.2.4 Batalla naval.....	100
4.4.2.5 Cuadrícula.	100
4.4.2.6 Geogebra	101
4.4.2.7 Geoplano.....	102

4.4.3.1 Descripción de la UGD.	105
4.4.3.2 Descripción de las sesiones propuestas en la UGD.	108
5. CONCLUSIONES, REFLEXIONES FINALES Y RECOMENDACIONES	113
5.1 CON RESPECTO AL PROBLEMA QUE ORIGINA ESTE PROYECTO DE SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA EDUCATIVA –PSEE–	113
5.2 SOBRE LOS FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	115
5.3 UNA MIRADA A LA PROPUESTA METODOLÓGICA.....	115
5.4 CONSIDERACIONES SOBRE EL ANÁLISIS DIDÁCTICO MATEMÁTICO –ADM–	115
5.5 LA EXPERIENCIA CON EL JUEGO DE AJEDREZ CONCEBIDO COMO RECURSO Y MEDIO DIDÁCTICO ORGANIZADOR DEL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS.....	116
5.6 EL PROCESO DE EVALUACIÓN	117
5.6.1 <i>Los resultados de la prueba diagnóstica</i>	118
5.7 SOBRE EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR –CME–	119
5.8 REFLEXIONES DE LOS ESTUDIANTES	120
5.9 RECOMENDACIONES.....	121
5.9.1 SOBRE LA PROPUESTA DE LOS AUTORES DEL PNA	122
5.10 EL PROPÓSITO DE ESTA SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA A MODO DE REFLEXIÓN FINAL ECOAUTOBIOGRÁFICA	123
BIBLIOGRAFÍA	124
ANEXOS	142
ANEXO 1. ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN PARA LA CLASIFICACIÓN DE MyR.....	142
ANEXO 2. PROPUESTA DE SENECHAL PARA ESTRUCTURAR LOS TEMAS DISTINGUIENDO NIVELES	143
DE COMPETENCIA (STEEN,1998).....	143
ANEXO 3. LISTADO ESTUDIANTES	144
ANEXO 4. COMPETENCIA COMUNICACIÓN	145
ANEXO 5. COMPETENCIA RAZONAMIENTO.....	146
ANEXO 6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	148
ANEXO 7. PORTADA GUÍA PARA EL DOCENTE.	150

ANEXO 8. TAREAS 1 Y 2	151
ANEXO 9. TAREA 3	152
ANEXO 10. PORTADA CARTILLA DEL ESTUDIANTE	153
ANEXO 11. PRUEBA DIAGNÓSTICA - UBICACIÓN Y SENTIDO ESPACIAL	154
ANEXO 12. LA UNIDAD DE GUÍA DIDÁCTICA.....	156

LISTA DE TABLAS

TABLA 1. APRENDIZAJES DE LA COMPETENCIA EN COMUNICACIÓN MATEMÁTICA	51
TABLA 2. APRENDIZAJES DE LA COMPETENCIA EN RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	52
TABLA 3. APRENDIZAJES DE LA COMPETENCIA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ...	53
TABLA 4. PERFIL DEL DOCENTE DE AULA DE BÁSICA PRIMARIA ORIENTADOR DE MATEMÁTICA 4°	57
TABLA 5. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS DEL PROFESOR DE AULA.....	57
TABLA 6. TÉRMINOS Y NOTACIONES	62
TABLA 7. FENOMENOLOGÍA.....	70
TABLA 8. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE.....	73
TABLA 9. COMPETENCIA MATEMÁTICA.....	74
TABLA 10. CAPACIDADES DE APRENDIZAJE.....	75
TABLA 11. ANÁLISIS DE ERRORES Y DIFICULTADES DE APRENDIZAJE	83
TABLA 12. ANÁLISIS DE LA TAREA 1	92
TABLA 13. ANÁLISIS DE LA TAREA 2	94
TABLA 14. ANÁLISIS DE LA TAREA 3	96
TABLA 15. ANÁLISIS DE MATERIALES Y RECURSOS PARA ENSEÑANZA DE TRASLACIONES EN EL PLANO CARTESIANO.....	104
TABLA 16. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN FINAL E INICIAL DE ESTUDIANTES REZAGADOS.....	119

LISTA DE GRÁFICAS

GRÁFICA 1. ORGANIZACIÓN ESTRUCTURAL DEL AD (BEDOYA, 2002, 2013)	13
GRÁFICA 2. COMPETENCIAS PROFESIONALES DOCENTE	16
GRÁFICA 3. CICLO DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO (GÓMEZ, 2002, P. 258)	21
GRÁFICA 4. PROCESO DE ELABORACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	23
GRÁFICA 5. PRIORIDADES DE LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA (CORRALES, 2013, PG 57).....	26
GRÁFICA 6. MATERIALES Y RECURSOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS	31
GRÁFICA 7. ESQUEMA METODOLÓGICO DEL PSEE	42
GRÁFICA 8. EJEMPLO DE INTERPRETACIÓN PRUEBA SABER 3° - 2015 MEN	50
GRÁFICA 9. COMPETENCIA COMUNICACIÓN MEN	50
GRÁFICA 10. COMPETENCIA RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	52
GRÁFICA 11. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	53
GRÁFICA 12. VASIJA SUMERIA	59
GRÁFICA 13. PLANO DE LA LOCALIDAD DE LA ZUBIA- GRANADA ESPAÑA - 1752	60
GRÁFICA 14. TRASLACIÓN DE UN PUNTO P	65
GRÁFICA 15. PLANO EUCLÍDEO.....	67
GRÁFICA 16. PLANO CARTESIANO	67
GRÁFICA 17. JUEGO DE AJEDREZ	68
GRÁFICA 18. FENOMENOLOGÍA (TOMADA DE MARTÍNEZ, M. 2012)	69
GRÁFICA 19. TAREA 1. CENTRO 1 – LA BÚSQUEDA DEL TESORO – EJERCITACIÓN	84
GRÁFICA 20. TAREA 2. CENTRO 1 – LA BÚSQUEDA DEL TESORO – EJERCITACIÓN.....	85
GRÁFICA 21. TAREA 1. CENTRO 1 – LA BÚSQUEDA DEL TESORO – EJERCITACIÓN.....	90
GRÁFICA 22. ANÁLISIS DE LA TAREA 2. CENTRO 1 – LA BÚSQUEDA DEL TESORO – EJERCITACIÓN	92
GRÁFICA 23. ANÁLISIS DE LA TAREA 3. CENTRO 1 – LA BÚSQUEDA DEL TESORO – EJERCITACIÓN	94
GRÁFICA 24. EL CABRI LL PLUSS	97
GRÁFICA 25. JUEGO DE PAC-MAN.....	98
GRÁFICA 26. JUEGO DE AJEDREZ.....	99

<i>GRÁFICA 27. VERSIÓN DE TABLERO DE BATALLA NAVAL HECHA EN PAPEL.....</i>	<i>100</i>
<i>GRÁFICA 28. CUADRICULA DE PAPEL</i>	<i>101</i>
<i>GRÁFICA 29. GEOGEBRA.....</i>	<i>102</i>
<i>GRÁFICA 30. GEOPLANO</i>	<i>102</i>
<i>GRÁFICA 31. SESIÓN 1</i>	<i>109</i>
<i>GRÁFICA 32. SESIÓN 2</i>	<i>109</i>
<i>GRÁFICA 33. SESIÓN 3</i>	<i>110</i>
<i>GRÁFICA 34. SESIÓN 4</i>	<i>110</i>
<i>GRÁFICA 35. SESIÓN 5</i>	<i>111</i>
<i>GRÁFICA 36. SESIÓN 7 ENTREGA DE PREMIACIÓN DEL TORNEO.....</i>	<i>111</i>
<i>GRÁFICA 37. SESIÓN 8</i>	<i>112</i>
<i>GRÁFICA 38. EL JUEGO DE AJEDREZ COMO MATERIAL Y RECURSO DIDÁCTICO MYR.....</i>	<i>117</i>
<i>GRÁFICA 39. LA EVALUACIÓN.....</i>	<i>118</i>

RESUMEN

La educación en el área de matemática sigue siendo deficiente pese a los esfuerzos del gobierno y el MEN por mejorar el sistema educativo y el sistema de enseñanza desde el currículo y los lineamientos matemáticos nacionales. Esto sucede en todos los niveles académicos desde la primaria hasta la universidad, sin embargo en la básica primaria el problema de enseñanza matemática se acentúa con mayores dificultades sobre todo en la formación de docentes en matemática de básica primaria.

Este trabajo de grado se concibe desde la necesidad de la formación continua de docentes en la enseñanza de matemática escolar y es realizado con la metodología de un Plan de Sistematización de Experiencia Educativa de un docente en formación de Maestría en educación matemática, quien aplica los conceptos aprendidos en su proceso de formación sobre las teorías del Análisis Didáctico en Matemática concebidas desde el grupo de Pensamiento Numérico Algebraico pero desde una perspectiva local o nacional teniendo en cuenta el currículo nacional, institucional y el del aula. Esto aplicado desde un sistema abierto tetrádico como lo concibe el profesor Evelio Bedoya, en donde intervienen; el docente, el estudiante, los textos escolares y los recursos didácticos.

Con el fin de dar continuidad a la formación docente y desarrollar las competencias docentes profesionales en cuanto a la planificación de las clases de matemáticas, el docente investigador construye mediante el Análisis Didáctico Matemático una Unidades de Análisis Didáctico, con la finalidad de atender la necesidad de planificación en la enseñanza de un tema matemático, “Las traslaciones en el plano cartesiano” para grado cuarto 4° y por otra parte la construcción de una Unidad de Guía Didáctica para que el estudiante realice de forma eficiente sus tareas y actividades de aprendizaje incorporando materiales y recursos que son producto de los resultados del análisis de los materiales y recursos los cuales despiertan el interés en el desarrollo de dichas actividades como lo es el juego de ajedrez como instrumento didáctico.

Finalmente este plan de sistematización de la experiencia investigativa del docente, pretende suministrar las Unidades Didácticas de matemáticas que ha desarrollado, para la investigación, como referente conceptual y Didáctico para la comunidad educativa de enseñanza en matemática escolar.

ABSTRACT

Education in the area of mathematics remains deficient in spite of the efforts of the government and the MEN to improve the education system and the education system from the curriculum and the national mathematical guidelines. This happens at all academic levels from primary to university, however in the primary the problem of mathematics teaching is accentuated with greater difficulties especially in the training of teachers in basic primary mathematics.

This thesis work is conceived from the necessity of the continuous training of teachers in teaching school mathematics and is realized with the methodology of a Systematization Plan of Educational Experience of a teacher in formation of Master's in degree mathematical education, that applies the concepts learned in their training process on theories of Didactic Analysis in Mathematics conceived from the group of Numerical Algebraic Thinking but from a local or national perspective taking into account the national, institutional and classroom curriculum. This is applied from an open tetrad system as conceived by professor Evelio Bedoya, where they intervene; the teacher, the student, the textbooks and the didactic resources.

In order to give continuity to teacher training and to develop professional teaching competences in terms of planning the mathematics classes, the researcher constructs through Didactic Mathematical Analysis a Didactic Analysis Units, in order to attend to the need for Planning in the teaching of a mathematical subject, "The translations in the Cartesian plane" for fourth degree 4 ° and on the other hand the construction of a Unit of Didactic Guide so that the student realizes of efficient form its tasks and learning activities incorporating materials And resources that are product of the results of the analysis of the materials and resources that awaken the interest in the development of such activities as is the game of chess.

Finally, this plan to systematize the teacher's research experience aims to provide the Didactic Units of Mathematics that he has developed for research as a conceptual and Didactic reference for the educational community in school mathematics.

INTRODUCCIÓN

La educación afronta muchas problemáticas cada día, entre estas está la formación de los docentes, para que sean idóneos y cumplan con su rol propuesto por la sociedad. Este trabajo es una propuesta didáctica diseñada como un Plan de Sistematización de Experiencias Educativa (**PSEE**) el cual se fundamenta en la construcción de Unidades Didácticas (**UD**) relacionada a la temática de “traslaciones en el plano cartesiano”, se elaboró como requisito para optar al título de Magíster en Educación Énfasis Educación Matemática y Ciencias Experimentales en la Universidad del Valle. El principal interés de esta obra es el de realizar un estudio a diferentes propuestas didácticas haciendo un “Modelo Local de Análisis Didáctico del Contenido curricular (**MLAD**)” (Bedoya 2017) en la enseñanza de la matemática de grado cuarto de primaria, permitiendo a los profesores de matemáticas afrontar y superar las dificultades en el entendimiento de la enseñanza de las traslaciones del plano cartesiano con el propósito de que los profesores mejoren sus competencias matemáticas, conocimientos didácticos y el manejo de construcción e implementación de unidades didácticas en la enseñanza de las matemáticas.

Esta investigación está fundamentada en la ciencia de la Didáctica de las Matemáticas (**DM**), teniendo una aplicabilidad en la instrucción de los docentes de matemáticas de básica primaria, esta instrucción también se coordina con un “análisis basado en propósitos para promover la instrucción de los profesores, y que aúne las maneras de fundamentación del profesor y de su formación profesional” (Krainer, 2008); es nuestro objetivo, expresado en palabras de Lupiáñez (2009) realizar una “modificación en las orientaciones curriculares”, la cual “requiere de una estructuración precisa de la formación del profesorado ya que son los que tienen la responsabilidad de aplicar esas nuevas orientaciones”.

Las diferentes investigaciones que se han hecho con respecto a la didáctica utilizada en la enseñanza de las matemáticas han mostrado las falencias que hay en los procesos de enseñanza y aprendizaje; estos procesos los podemos llamar “clásicos” o “tradicionales”. Entre estas falencias podemos citar la forma en que están estructurados los contenidos conceptuales, la calidad de los mismos, la manera cómo influyen los conocimientos previos y las preconcepciones de los estudiantes (Campanario y Moya, 1999)

Cuando una disciplina se enseña solo con textos, talleres, dictados, etc. Y sin justificar las razones del porqué, para que y como aprender, hace que estos métodos no generan ninguna motivación en los estudiantes y no evidencian la relación que

tienen estos conocimientos para resolver situaciones de su vida cotidiana (Perales y Cañal, 2000). Desde estas mismas perspectivas se debe mirar y analizar el rol que cumple el docente de matemáticas y su perfil en la enseñanza de esta disciplina. Ya que en gran medida es el docente quien deberá transmitir de manera más efectiva los conocimientos matemáticos.

Con estas cimentaciones teóricas y con esta perspectiva los “programas de formación Inicial” de profesores de matemáticas, se debe esperar que los nuevos profesionales de la docencia, a través de la implementación de diferentes formas de su actividad profesional “lleguen a potencializar su entendimiento de los conceptos y representaciones matemáticas, para que desarrollen comportamientos específicos y habilidades de razonamiento pedagógico” (Llinares, 1999). Los sistemas de aprendizaje de los planes de formación (García, 2000, 2009) deben ayudar a los nuevos docentes de matemáticas a: ser críticos de sus saberes iniciales, identificar con proyección su entendimiento de los saberes en las matemáticas de la escuela, construir conocimiento con argumentos pedagógicos unido a los conceptos de matemáticas escolares, creando habilidades cognitivas y procedimientos de pensamiento pedagógicos, incentivando los procedimientos de introspección. Además, las bases teóricas del PNA es la de educar docentes de matemáticas, profesionales e introspectivos, con fortalezas en la enseñanza de las matemáticas escolares por una parte en los saberes fundamentales como también en habilidades y destrezas.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente, este trabajo se propone cimentar; de manera conceptual y metodológica el Procesamiento de Sistematización de el rol de un profesor de básica primaria, desde los fundamentos teóricos que se han citado previamente, se tiene también como propósito, realizar un análisis de una propuesta de concreción curricular y didáctica para el entorno de los estudiantes de grado cuarto uno (4°-1) en la Institución Educativa Juan María Céspedes, sede Miguel Ángel Zúñiga, del Municipio de Tuluá Valle del Cauca durante el año lectivo 2016. De la misma forma, y en el contexto en el cual surge la investigación y con las propiedades metodológicas y disciplinarias de una tesis con esta proyección a la que se le ha dado un ingrediente especial que es el uso del tablero de ajedrez como recurso didáctico para el aprendizaje de “las traslaciones en el plano cartesiano”.

Este trabajo puede llegar a ser en un antecedente o referente, como modelo de capacitación inicial y continua de docentes de matemáticas de educación básica primaria en dicha Institución y en otras instituciones, relacionado con la enseñanza de las traslaciones en el plano cartesiano y además de la enseñanza de la geometría y el pensamiento espacial en los grados básicos de escolaridad. También teniendo en cuenta el enfoque curricular y didáctico que se propone con el fin de hacer un aporte a

la calidad de la acción matemática en la escuela, siempre y cuando sea su fin la formación de la capacidad intelectual en el desarrollo del aprendizaje de los estudiantes.

1. EL PROBLEMA

Hay que reconocer que realizar una planificación curricular y didáctica es de gran importancia en la actividad profesional de los docentes, puesto que esta facilita la práctica profesional en su enseñanza, aprendizaje y evaluación de los contenidos curriculares. Para realizar esta actividad se deben considerar tanto los referentes curriculares institucionales, como el determinar el proceso didáctico instruccional en el cual se concretan estos referentes. Por lo tanto la planificación de una clase de matemática es una de las actividades didácticas más importantes del docente en particular y como lo expresa Rico (2004), “dentro del marco del trabajo y la formación del profesor de matemáticas, la planificación se reconoce como una de las competencias indispensables en la enseñanza”.

Así que el docente con características idóneas como profesional debe considerar diferentes formas de realizar una planificación. Cuando el profesor considera realizar una planificación didáctica locativa, su centro de atención es un contenido matemático específico. Dentro de estos parámetros cuando el profesor desarrolla una planificación didáctica es necesario que tenga en cuenta la complejidad de dichos contenidos matemáticos desde diversos ángulos: “cuando las matemáticas se enseñan desde una perspectiva pluralista, entonces se puede ver desde múltiples perspectivas, perspectivas que motivan a los profesores considerar no solamente los diferentes significados de las matemáticas, sino también su diversidad en su enseñanza” (Cooney, 2004, p. 511) es considerable por lo tanto que la construcción de esta variedad de significados se vea como uno de los propósitos principales en la interacción dentro del aula.

Considerando la trascendencia que debe tener para el docente como también para el estudiante la eficaz aplicación de estas actividades, el docente tiene la tendencia en su práctica efectuarlas de forma no sistemática, al igual que su progreso en los procesos de formación en su práctica como profesional docente “mediante procesos de ensayo y error” (Rico, 1998).

Es considerable el que una gran cantidad de los autores que trabajan en el Grupo PNA en el ámbito de la Formación de Profesores de Matemáticas -FPM-, están de acuerdo en proponer el análisis didáctico y el diseño de unidades didácticas como una táctica ideal en el mejoramiento de la formación y competencias profesionales de planificación, programación y concreción de las propuestas curriculares en el aula de clase, como también para el desarrollo del currículo y las prácticas por parte del profesor (Rico, 1998; Campanario y Moya, 1999; Bedoya, 2002, 2013). Se puede

considerar que esta estrategia conceptual y metodológica que estos autores proponen como alternativa para ofrecer una hipótesis organizada y sistemática, a las demandas y necesidades de nuestra educación enlazada con los desarrollos instruccionales o de enseñanzas competentes de las matemáticas en los diferentes contextos escolares.

Considerando la gran importancia y pertinencia que tiene en el entorno del Grupo PNA el concepto de planificación curricular y didáctica vista desde el punto de los docentes teniendo en cuenta las alternativas que de una forma teórica y entrelazada a diferentes contenidos y en otros contextos educativos e institucionales, que estos autores mediante un estudio minucioso han llegado a desarrollar y proponer en el marco de la teoría general de los organizadores del currículo (Rico, 1997, 1998) y de los modelos locales de los organizadores del currículo (Bedoya, 2002, 2013, 2017), con estos fundamentos he considerado elaborar este Plan de Sistematización de Experiencias Educativa (**PSEE**) haciendo una apropiación de estos referentes teóricos para el diseño, implementación y evaluación de una propuesta de unidad de análisis curricular y didáctico en relacionado a la temática de las traslaciones en el plano cartesiano en el grado 4°, de básica primaria aplicándolo en el contexto de la Institución Educativa Juan María Céspedes de la ciudad de Tuluá en el año lectivo 2016.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En Colombia la formación de docentes en matemáticas de básica primaria, siempre ha sido una gran controversia en el ámbito de la educación con respecto a cómo enseñar, que enseñar, cuánto enseñar y hasta cuando enseñar. Desde estas perspectivas también se ha planteado el interrogante de cuál debe ser la formación y los niveles de esta que reciban los docentes para que tengan un óptimo desempeño profesional. Por lo tanto el gobierno nacional desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha abordado esta temática desde diferentes perspectivas contextuales y documentales (Lineamientos, 1999; Estándares, 2006):

“La educación en general está muy mal, no solamente en Colombia sino en el resto del mundo, y tiene que ver con el hecho de que no entienden que educar es dar información en contexto, información que pueda servir. La educación de los colombianos no es buena, el problema es que la metodología para enseñar está poco desarrollada y los maestros son personas que no son tan respetadas como deberían ser. Es decir, en el resto del mundo un maestro de escuela es una persona importante, que les está enseñando a nuestros hijos a pensar; en Colombia es como si los maestros fueran simplemente cuidadores de niños. Es un problema social no reconocer a los docentes”. (Llinás, 2016). A este analítico comentario de Rodolfo Llinás se puede agregar, que para “una mejor educación de los estudiantes se requiere que los

profesores cuenten con una formación idónea desde las universidades y que las políticas de educación exijan que los docentes se esmeren por enseñar a toda su población con éxito” (Gallego, 2005).

Con respecto a la educación en matemáticas: la “capacitación que se imparte a los docentes de esta área, se debe considerar como una construcción del docente como profesional en el ámbito académico de las matemáticas”, (Laursen, 2007; Feinman - Nemser, 2008; Marcelo, 2009). Se considera entonces que la formación inicial de los docentes de matemáticas debe basarse en la construcción de conocimientos, destrezas y competencias del área. Estas diferentes competencias que deben tener los profesionales de la educación matemática y su respectiva didáctica, son indispensables en los planes de investigación de diversas asociaciones de profesores a nivel mundial en los campos de la Didáctica de las Matemáticas (DM) y la Formación de Profesores de Matemáticas (FPM) (Rico, et al, 2008; Gómez, et al, 2008).

Hay que añadir que los docentes tienen una ardua labor pues deben brindar atención a estudiantes con características complejas de cada ser y normalmente en Colombia las aulas se encuentran en hacinamiento en donde las características de sus componentes se potencializan al convivir con otros, esto hace que el docente deba poseer cualidades para atender estas necesidades. Esto es posible si el docente profundiza en su formación profesional con una instrucción constante en torno de su formación inicial, de acuerdo con Perrenoud (2001).

Dentro de estos términos y para que tenga mayor funcionalidad la formación del docente, la tarea de planificar lo que se enseña es de gran beneficio en los objetivos de dicha información como centro de estudio y conocimiento. Los diferentes teóricos que se han citado apelan a la elaboración de un análisis didáctico (AD) y la elaboración de Unidades Didácticas relacionadas a un contenido matemático específico aplicado en el aula (CME) orientado por el docente, como una táctica para la continua formación de las competencias profesionales de los docentes y el interés de fortalecer el aprendizaje de los estudiantes (Rico, 2005; Bedoya, 2015, 2017).

En términos más amplios, Serres, Y. (2007), considera la formación docente como un universo dinámico de actividades sistematizadas con las cuales los profesores poseen la estrategia de reflexionar, explicar, discutir y actuar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática Escolar. Entre dichas áreas de las matemáticas está la geometría (pensamiento espacial y sistemas geométricos) hacia la cual se dirige uno de los intereses de esta investigación pues según Silva y Becerra (2007), permite que el estudiante pueda explorar, descubrir y formular conjeturas a través del uso de diversos recursos didácticos; así mismo, dice Sánchez (2008), la

geometría hace posible realizar abstracciones y comprender el entorno, a la vez que refuerza el desarrollo de las destrezas y habilidades para establecer la relación entre los objetos de la vida cotidiana y los objetos matemáticos.

Con estas precisiones se fundamenta que la actividad de planear sigue siendo un instrumento preciso en el rol del docente, tanto en, diagnosticar y organizar su labor a efectuar como por otra parte comprender que es un proceso transversal y articulado de todo el SD, el cual el docente diseña guiándose por su formación profesional que le dará la capacidad e idoneidad para realizar un Análisis Didáctico del Contenido (ADC) curricular (Bedoya, 2002, 2015) para hacer de su enseñanza una experiencia significativa.

El planteamiento de esta tesis con respecto a la realización de un Análisis Didáctico Del Contenido Curricular (Bedoya, 2002, 2015) puede llegar a determinar la ruta de la formación de los profesores para desarrollar una adecuada planeación de las actividades en la clase, bajo estas premisas se consideran los siguientes interrogantes:

¿Cómo puede un docente en su etapa de formación tener acceso a las investigaciones y propuestas de grupos como él (PNA) y autores relacionados con la DM y la FPM, para potenciar sus competencias didácticas curriculares y de instrucción?;

¿Qué instrumentos, materiales, recursos y estrategias didácticas, se deben considerar al planear los contenidos matemáticos y competencias curriculares para que los estudiantes alcancen los logros y objetivos del proceso de aprendizaje propuestos?

1.1.1 Formulación del problema

Como lo expresan los autores del PNA, La asesoría que brindan para realizar una planificación, los currículos de Educación Matemática previamente diseñados y la serie de contenidos que se publican en los respectivos boletines, presentan contundentemente la deficiencia para lograr el nivel esperado en el aula, determinando lo que los estudiantes deben aprender sobre los temas que se consideren y además de la forma de hacerlo día tras día (Rico, Marín, Lupiáñez, Gómez, 2008; Bedoya, 2002, 2015, 2017).

Con el propósito de realizar un Modelo Local Análisis Didáctico del Currículo de matemáticas en cuarto de primaria, con el objetivo de hacer un aporte a los futuros docentes, se deriva el siguiente interrogante que sirve de línea orientadora en este análisis:

¿Qué conocimientos de Didáctica de las Matemáticas; son fundamentales para los docentes de básica primaria, en la planeación y elaboración de una Unidad Didáctica relacionada al tema matemático de traslaciones en el plano cartesiano como tema del grado cuarto de básica primaria, en la Institución Educativa Juan María Céspedes, sede Miguel Ángel Zúñiga de la ciudad de Tuluá?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Este trabajo se focaliza en la Formación continua y permanente de Profesores de Matemáticas de Educación Primaria, como señala Álvarez, O y Zapata, T. (1994): “Una condición fundamental del buen maestro es su compromiso con la formación humana. Formar es influir en la manera de ser y actuar de los estudiantes, y es un proceso que involucra tanto la razón como la sensibilidad. La posibilidad de formar exige al maestro un proyecto de vida consecuente con los principios que orientan su labor educativa”; igualmente en la planificación docente, como señalan Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008, 58, 7-23): *“la planificación docente es una de las competencias profesionales clave para el profesor y que está menos desarrollada en los planes de formación de profesores”*.

Esta tesis se origina por la concientización inculcada y derivada de la sustentación presentada por el profesor Evelio Bedoya y el grupo de docentes que se interesaron por abordar la problemática de la enseñanza de las matemáticas en básica primaria. Por otra parte de la propia motivación del autor de este trabajo como docente investigador del aula de básica primaria, ya que a los docentes de básica primaria les corresponde enseñar todas las disciplinas y en grado cuarto les corresponden cinco horas de enseñanza de matemáticas implicando un desafío muy complejo si no son licenciados del área para poder brindar a los estudiantes una enseñanza de calidad. En este trabajo se utilizara el término “estudiantes” para hacer referencia de forma general al colectivo de alumnos y alumnas que forman parte el grado cuarto (4°-1) de la Institución Educativa Juan María Céspedes, sede Miguel Ángel Zúñiga, y de este modo, contribuir a la fluidez de la lectura del documento.

fundamentándose en la experiencia con los estudiantes, se ha visualizado en términos generales las deficiencias en los instrumentos con los que cuentan los profesores para planificar (De acuerdo a un ADC) su enseñanza; de la misma manera al inspeccionar los actuales programas de aula de los profesores de matemáticas de básica primaria encontramos que no alcanzan a resolver completamente las necesidades de nuestro sistema educativo, esto muestra la necesidad que existe de que el conocimiento pedagógico de los contenidos debe mejorarse. En cuanto a los estudiantes se ha identificado en un gran porcentaje su falta de interés por su

aprendizaje en los contenidos de matemáticas, esto deriva en la carencia de la comprensión de los temas y por ende en los procesos de aprendizaje.

Con respecto a los conceptos matemáticos que se estudian en el grado cuarto de acuerdo a los lineamientos curriculares del MEN (Lineamientos y estándares de matemáticas 2006) los estudiantes deben aprender sobre varios conceptos matemáticos, para determinar los que son de gran fundamentación con la finalidad de ir construyendo los saberes matemáticos en el proceso de educación de los estudiantes, en este trabajo se realiza un Análisis Didáctico de un tema que ha sido determinado analizando los resultados de las pruebas saber de la institución Juan María Céspedes para el año 2015.

1.3 OBJETIVOS

En consideración con el planteamiento de la problemática y la pregunta del problema expuesto en este trabajo de Sistematización de Experiencias nos proponemos:

1.3.1 Objetivo general.

Realizar una propuesta de análisis didáctico aplicándolo en el contexto escolar, relacionándolo a un tema matemático específico, “traslaciones en el plano cartesiano para el grado 4° de básica primaria”.

1.3.2 Objetivos específicos.

Con respecto a los objetivos específicos que se derivan y sustentan este trabajo se han caracterizado de esta manera:

- Desarrollar y aplicar un modelo local de análisis didáctico de acuerdo al contexto escolar con el fin de caracterizar la competencia de planificación curricular de un docente de básica primaria de enseñanza de las matemáticas.

- Organizar y evaluar el modelo local de análisis didáctico en una unidad didáctica con la finalidad de constituir la planificación y la competencia del docente de enseñanza de matemáticas de básica primaria.

2. ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

“Los problemas en educación matemática, no tienen solución final, lo que se deben buscar son mejoras”.

(Grup Multiculturalitat i matemàtiques)

En este capítulo se conceptualiza que es un Modelo Local de Análisis Didáctico según Bedoya (2017), también describe y conceptualiza que es el “Análisis Didáctico AD de las matemáticas” a partir de los organizadores del currículo basada en los autores del grupo de investigación en didáctica de las matemáticas - Pensamiento Numérico Algebraico – **PNA**, la cual considera las competencias que se requieren para realizar una planificación de las actividades (Unidades Didácticas) por un docente que enseña Matemática de Básica Primaria, además, su perfil como docente de la enseñanza de las matemáticas en básica primaria; los contenidos curriculares en matemática de grado cuarto, haciendo un especial énfasis en “Las Traslaciones en el Plano Cartesiano” (TPC) el cual pertenece al tema Transformaciones Isométricas, que a su vez forman parte del pensamiento espacial y sistema geométrico. Por otra parte se sustenta teóricamente un análisis de los materiales y recursos que se utilizan para la enseñanza de las matemáticas en grado cuarto. En síntesis en este capítulo 2 se sustenta teóricamente los respectivos análisis que se efectuarán en el capítulo 4 de este trabajo.

Así como se ha mencionado con anterioridad, este trabajo se basa en el conocimiento y el análisis didáctico, concebido por los diferentes autores del Grupo PNA relacionado con las propuestas de organizadores del currículo y de formación inicial y permanente de profesores de matemáticas (Rico, Castro, Coriat y Segovia, 1997; Rico, 1997; Socas, 1999; Castro, 2001; Bedoya, 2002, 2016, 2017; Flores, Marín, Gómez, 2013; entre otros).

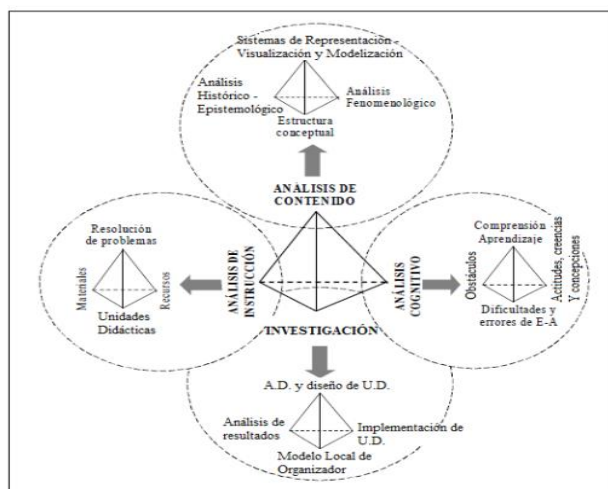
Las competencias profesionales y sobre todo las competencias de planificación del profesor de matemáticas se relacionan de manera complementaria en la formación inicial y permanente del profesor de matemáticas y en el desarrollo curricular y didáctico (instruccional); esta particularidad hace posible que éste trabajo se desarrolle conceptualmente en estos campos de formación e investigación, así con la adecuada revisión de las teorías relacionadas, se precisa en unos desarrollos de Conocimientos Didácticos (CD) y en unas propuestas de Análisis Didáctico (AD).

2.1. EL MODELO LOCAL DE ANÁLISIS DIDÁCTICO

De manera que el Análisis Didáctico (AD) se estructura con las diferentes actividades de concreción del Modelo local de Análisis Didáctico (**MLAD**), pensado y fundamentado, metodológica y teóricamente desde la perspectiva del conocimiento curricular y didáctico, esto significa que se construye desde los Fundamentos del Currículo local o contextual y desde la Didáctica de las Matemáticas (DM). Su objetivo es la Formación Profesional (FP) de los docentes en el área de las matemáticas, el desarrollo, innovación y concreción de los currículos locales y el mejoramiento de la actividad o práctica profesional concreta de los profesores de matemáticas (Bedoya, 2002).

En consonancia con este enfoque, se tiene como propósito estructurar conceptualmente este Modelo Local de Análisis Didáctico (**MLAD**) en un Plan de Sistematización de Experiencias Educativa (**PSEE**), el cual se entiende como una actividad de formación y desarrollo de competencias docentes, el cual se basa en cuatro categorías conceptuales: formación del profesor de matemáticas, competencias profesionales del profesor de matemáticas, concomimiento y análisis didáctico desde una perspectiva local o contextualizada (Bedoya, 2002, 2017) y contenidos de matemática curricular.

En la siguiente *Gráfica.1.* (Tomada de Bedoya, 2002) se presenta esquemáticamente la organización estructural de las principales nociones y cuestiones de **CD** que se movilizan y desarrollan en el proceso de **AD**.



Gráfica 1. Organización estructural del AD (Bedoya, 2002, 2013)

2.2. LO QUE DEBE SABER EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Actualmente, la escuela, se enfrenta a los desafíos de incrementar los niveles de calidad y equidad de la educación, de la misma forma debe confrontar los desafíos que necesita una sociedad ligada a constantes modificaciones sociales, dichos desafíos requieren un “nuevo docente” profesional e innovador comprometido con su quehacer pedagógico, razonable y apto para responder a las nuevas necesidades y demandas, progresistas y con estrategias para mejorar su contexto. (Davini, C. 1995, Valliant, D. (2004, 2005).

Durante los últimos años la formación disciplinar y didáctica de los futuros profesores de matemáticas, ha atraído la atención de la comunidad de investigadores en Didáctica de las Matemáticas (Rico, 1992; Gómez, 2007; Sfard, Hashimoto, Knijnik, Robert y Skovsmose, 2004; Bedoya, 2002, 2016, 2017; Lupiáñez, 2005; Gómez y Marín, 2005; Lupiáñez y Rico, 2006) igualmente de las entidades encargadas de la administración educativa (MEN). La causa principal es que la transformación del pensamiento y de las competencias matemáticas de los estudiantes depende de manera esencial de la formación que tienen sus profesores (Font, V. 2011).

Desde la perspectiva del grupo de investigación del **PNA**, se han definido y precisado algunos conceptos importantes para este **PSEE** relacionados con Didáctica de la Matemática y, en particular, para el estudio de las traslaciones en el plano cartesiano. Una de estas nociones generales consiste en la concepción del futuro profesor de matemáticas como un profesional formado y reflexivo, con dominio de las matemáticas escolares, para lo cual necesita de un plan de formación inicial que le aporte los conocimientos suficientes sobre teoría curricular, nociones generales de didáctica de la matemática y principios organizadores para considerar y mostrar la pluralidad de significados del conocimiento matemático, a los efectos de ser enseñado y aprendido. Esta preparación proporciona la formación necesaria, que se adquiere mediante un proceso complejo, cuya etapa inicial pasa por el estudio y por la construcción de significados por parte del futuro profesor de matemáticas de estos diferentes tipos de conocimientos (Bedoya, 2002, 2016).

Con respecto a la Formación continua de los profesores de matemáticas, uno de los aspectos más álgidos es el análisis de la relación entre calidad de la educación y el desempeño profesional de los docentes. Desde este enfoque, como dice (Steffe, 2004; Clements, D. H y Sarama, J. (2004); Lesh y Yoon, 2004), la FI debe ser la oportunidad en la que los futuros profesores de matemáticas den inicio al desarrollo de las competencias que se requieren para construir trayectorias hipotéticas de aprendizaje permitiéndoles diseñar y llevar a la práctica actividades de aprendizaje. Igualmente dice

Rico, (1997a), la concepción del futuro profesor de matemáticas, es la de un profesional formado y reflexivo, con un amplio dominio de las matemáticas escolares, y con los fundamentos adecuados sobre la teoría curricular y principios generales de Didáctica de la Matemática para considerar y mostrar la variedad de significados del conocimiento matemático, con la finalidad que conlleva la enseñanza y el aprendizaje.

Esta formación sirve para proporcionar al profesor de matemática, de la destreza para poder elegir y conocer las razones de su quehacer pedagógico, permitiéndole seleccionar con total profesionalismo fundamentado en un conocimiento en particular con el fin de aplicarlo a una situación de enseñanza que considere necesaria para lograr la planificación requerida. En consecuencia, este Plan de Sistematización tiene como propósito identificar y relacionar los conocimientos fundamentales en la formación profesional de un profesor de matemáticas de básica primaria, en el momento de realizar su planificación relacionada con la enseñanza de las traslaciones en el plano cartesiano en el grado cuarto (4º) de básica primaria; es pertinente decir que los conocimientos disciplinares, curriculares y didácticos fundamentan el análisis didáctico (AD), con respecto al AD se realiza una descripción posteriormente durante este capítulo.

2.2.1. Las competencias profesionales del profesor de matemáticas.

Existen muchas definiciones sobre lo que son las competencias profesionales, sin embargo para hacer un acercamiento a nuestro interés que es el del docente profesional, se puede definir como el conjunto de conocimientos, habilidades, aptitudes y actitudes, de orden cognitivo, afectivo y práctico, además de las aptitudes necesarias para el desarrollo profesional del docente, y que, según Roegiers (2010), se forman en el proceso de aprendizaje profesional, por medio de procesos culturales que son de la experiencia del profesorado, ya sea de modo personal o colectivo. Tanto la sociedad como la escuela actual, reclaman a los docentes que estos permanentemente se actualicen, centrándose en las competencias profesionales, de manera que se responda al nuevo perfil del profesorado y a la labor que debe desempeñar. Por otra parte, los programas de formación deben centrarse en el desarrollo de las competencias profesionales básicas para resolver los problemas que se plantean en las instituciones educativas y en las aulas (Tejada, 2009). La siguiente grafica muestra cómo se conforma y relacionan las competencias de un docente profesional:



Gráfica 2. Competencias profesionales docente

En un inicio es indispensable definir dichas competencias, así como se han elaborado en otros estudios (Gairín, 2011; Tejada, 2009). Referente a esto, Argudín, Y. (2005) muestra que una competencia se conforma por un conjunto de comportamientos relacionados con aspectos: socio-afectivo, cognitivo, sensorial y motriz, que permita al individuo realizar una función, actividad o tarea. Esta definición plantea que así como las competencias enfocan los aspectos cognitivos y la construcción del conocimiento, también deben de manera complementaria, considerar otros aspectos que deben tenerse en cuenta para el desarrollo de dichas competencias. Bajo esta premisa, Perrenoud (1999) interpreta la competencia como una capacidad de actuar de manera eficaz en una situación definida, dicha capacidad aunque se apoya en conocimientos, no se reduce a ellos.

Referente al área de las matemáticas y sobre todo a las matemáticas de básica primaria de manera muy sintetizada se puede definir competencia matemática de primaria como la "capacidad (destreza, habilidad...) de realizar una tarea con éxito (comprender, interpretar, cuantificar, analizar, relacionar, resolver, decidir...); utilizando, relacionando e integrando diferentes saberes matemáticos (numéricos, operacionales, geométricos, ...) teniendo en cuenta un contexto determinado (Aplicación en situaciones de la vida cotidiana)", Guirles, J. (2008). Esta definición nos debe orientar y servir para identificar cuáles son los criterios de evaluación, los contenidos y los contextos de aprendizaje que tienen un carácter más relevante e imprescindible en matemáticas.

Refiriéndose a la definición de competencia, Perrenoud (2001) considera que la formación basada en competencia conlleva integrar disciplinas, conocimientos, habilidades, prácticas y valores. Este modelo se basa en la integración disciplinar que

tiene como objetivo la formación de profesionales con capacidad de hacer frente a las rápidas transformaciones del conocimiento que tiene la sociedad.

Indagando sobre un docente reflexivo de su enseñanza y que considera la Competencia ética, que según Perrenoud (2004, p. 114) es imprescindible para formar ciudadanos civilizados, pacíficos, tolerantes, responsables solidarios, con verdadero sentido de justicia y honestidad; pero como afirma Perrenoud (2004, 114), no tiene sentido que el docente diga: “Hagan como yo digo, no como yo hago” por el contrario el docente es y debe ser un ejemplo a seguir. Continúa Perrenoud (2004, p 115); Los profesores que desarrollan estas competencias actúan no sólo para el futuro, sino para el presente. Crean las condiciones de un trabajo escolar productivo en el conjunto de las disciplinas y ciclos de estudios. No se trata solamente de inculcar un modelo para que los estudiantes “lo lleven consigo en la vida”, sino de aplicarlo “aquí y ahora”, a la vez que se hace creíble y se obtienen beneficios inmediatos.

Así mismo, según Castillo (2008), es necesario construir ambientes de aprendizaje en el que sea posible desarrollar competencias investigativas a partir de la experiencia pedagógica de educadores en proceso de formación, la idea de (Muñoz, 2005) es que sea con el propósito de desarrollar habilidades con las que se pueda aplicar conceptos básicos, los métodos y las técnicas de la investigación educativa en las situaciones cotidianas de la vida escolar. Muñoz (2005), también insiste en que es importante que se desarrollen las competencias necesarias para que los profesores en proceso de formación puedan interpretar, argumentar y proponer alternativas a las diferentes problemáticas que puedan surgir en un aula cualquiera de los diferentes niveles educativos.

2.2.2. ¿Qué competencias de planificación requiere un docente para enseñar matemáticas en básica primaria?

En la actualidad las actividades del profesor de matemáticas en Básica Primaria están dirigidas a la participación del desarrollo en el aprendizaje de los estudiantes, esto hace que sea importante considerar que cada uno de ellos es un sujeto único e individual, debido a las condiciones socioculturales en las que se contextualiza. Por estas razones, para que el profesor de matemáticas de primaria logre este objetivo, debe enfocar su atención en la planificación.

En consecuencia, con referente a la cualificación específica que debe tener todo profesor de Educación Infantil para impartir el área lógico-matemática, sin dejar de lado la importancia de profundizar en la teoría, ya sea esta de carácter matemático, psicológico o didáctico, pues paradójicamente, y en contra de lo que la sociedad

piensa, es más difícil hacer una enseñanza de las Matemáticas en este nivel que en otros superiores, y se requiere que el profesor tenga una formación matemática y didáctica amplia y bien fundamentada. De manera que enseñar el área lógico matemática en la Educación Infantil **“requiere de una cualificación profesional”**, y tiene la misma importancia que enseñar Matemáticas a un futuro ingeniero (Chamorro, 2005).

Con respecto a la enseñanza de las matemáticas en primaria, dice Chamorro (2005), no puede estar guiada por la mera intuición o la experiencia, que, aun siendo importantes, no se acomodan con frecuencia a lo que las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas han puesto de manifiesto. Siguiendo a Chamorro, (2005) En la actualidad, la Didáctica de las Matemáticas está en condiciones de proporcionar propuestas didácticas realistas, adaptadas a la Escuela Infantil, que proporcionen una enseñanza matemática de calidad ya desde los primeros niveles.

2.3. CRITERIOS PARA LA ELABORACIÓN DEL CURRÍCULO

De acuerdo al decreto 1860 del MEN, Por el cual se reglamenta parcialmente la ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales, se considera que la elaboración del currículo es el producto de un conjunto de actividades organizadas y conducentes a la definición y actualización de los criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyan a la formación integral y a la identidad cultural nacional en los establecimientos educativos.

El currículo se elabora para orientar el quehacer académico y debe ser concebido de manera flexible para permitir su innovación y adaptación a las características propias del medio cultural donde se aplica.

De acuerdo con lo dispuesto por el artículo 78 de la ley 115 de 1994, cada establecimiento educativo mantendrá actividades de desarrollo curricular que comprendan la investigación, el diseño y la evaluación permanentes del currículo.

De acuerdo con lo dispuesto en el artículo 77 de la ley 115 de 1994, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para estructurar el currículo en cuanto a contenidos, métodos de enseñanza, organización de actividades formativas, culturales y deportivas, creación de opciones para elección de los alumnos e introducción de adecuaciones según condiciones regionales o locales. Sin embargo el diseño del currículo hecho por cada establecimiento educativo, debe tener en cuenta:

- a.** Los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo definidos por la misma ley;
- b.** Los indicadores de logro que defina el Ministerio de Educación Nacional;

c. Los lineamientos que expida el Ministerio de Educación Nacional para el diseño de las estructuras curriculares y los procedimientos para su conformación, y

d. La organización de las diferentes áreas que se ofrezcan.

Teniendo en cuenta estos factores el profesor de matemáticas puede estar en la capacidad de planificar su enseñanza integrando los distintos saberes de su formación profesional, los cuales le permitirán: identificar, organizar, seleccionar, y priorizar los significados de los conceptos del área de las matemáticas y así establecer las expectativas de aprendizaje con las que pueda diseñar las tareas, elegir actividades didácticas y guías didácticas adecuadas para alcanzar las expectativas propuestas.

2.4. EL CONOCIMIENTO Y EL ANÁLISIS DIDÁCTICO

Es de gran importancia reflexionar sobre el conocimiento didáctico de contenido ya que los conocimientos pedagógicos generales no se encuentran separados del conocimiento que los profesores han de poseer de la asignatura que enseñan. Buchmann señala que “Conocer algo nos permite enseñarlo; y conocer un contenido con profundidad significa estar mentalmente organizado y bien preparado para enseñarlo de una forma general” (1984, p. 37). Cuando el profesor no posee conocimientos adecuados de la estructura de la disciplina que está enseñando, su enseñanza se ve afectada. Por otra parte la falta de conocimientos del profesor puede afectar el nivel académico del curso que orienta, así como el tipo de preguntas que los profesores realizan en clase para la evaluación de los aprendizajes en clase (Carlsen, W.S. 1987); y también a la forma en que los profesores critican y utilizan los diferentes libros de texto para la enseñanza (Hashweh, M. Z, 1987)

Por otra parte, dice Rico L, (1997b), que el Conocimiento Didáctico (CD) en torno a un contenido determinado, “constituye la principal fuente de información y el instrumento que permite al profesor de matemáticas desarrollar las distintas actividades profesionales de planificación curricular y diseño de unidades didácticas que le competen”.

Desde la perspectiva de Rico, este conocimiento está relacionado básicamente con los siguientes tipos de cuestiones, reflexiones, análisis y prácticas asociadas:

a) Una noción general, bien establecida, sobre el concepto de currículo, sobre sus dimensiones y niveles de reflexión;

b) Una fundamentación teórica sobre las nociones básicas que sostienen la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; igualmente sobre los principios y criterios que sostienen los procesos de evaluación;

c) Una consideración particular sobre los contenidos del currículo y su estructura conceptual;

d) Una aproximación cognitiva sobre cada uno de los distintos contenidos (análisis cognitivo);

e) El análisis semiótico de los contenidos y sus implicaciones didácticas;

f) El análisis fenomenológico de los contenidos y su didáctica;

g) Análisis epistemológico e histórico;

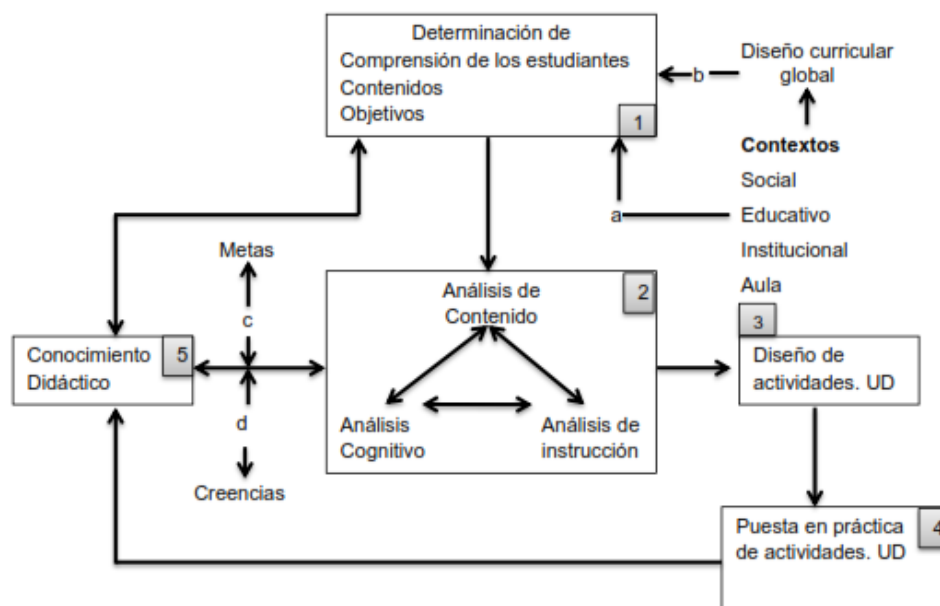
h) Análisis y valoración de los contextos en los que se presentan cada concepto y de sus significados y usos;

i) Revisión y reflexión sobre los materiales, recursos y tecnologías con las que se pueden considerar y trabajar estos contenidos y conceptos.

Los profesores en formación conciben que la geometría se debe enseñar de la misma forma que las otras partes de las matemáticas, salvo en el tema de las figuras, pues el alumno las tiene que manipular y por ello es el único que consideran motivante. Los estudiantes muestran que tienen una gran experiencia sobre metodologías de tendencia tradicional y tecnológica y una escasa o nula experiencia en otras metodologías. Cuando quieren mostrar ideas más innovadoras en sus expectativas, se fundamentan en las ideas teóricas adquiridas en las materias de pedagogía o psicología que cursan en la facultad o en su propia creatividad. La falta de conocimiento de contenidos y de estrategias metodológicas es un gran inconveniente para que los estudiantes den significado al contenido didáctico y hace que lo conciban como algo innecesario y vacío (Barrantes, M. y Blanco, L. J. (2004).

2.4.1 El Análisis Didáctico

El Análisis Didáctico consiste en un proceso cíclico en el que el profesor activa su conocimiento didáctico para diseñar, implementar y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje. Este análisis consiste en una serie de actividades, que pueden agruparse en cuatro categorías y que ponen su énfasis en diferentes aspectos. Dichas categorías son denominadas análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. Los tres primeros tipos de análisis se llevan a cabo en la fase de planificación como lo muestra la gráfica 3 (Tomada de, Lupiañez y Rico 2003) y es a estos tres primeros a los que se dará especial consideración en este Plan de Sistematización de Experiencia Educativa **PSEE**.



Gráfica 3. Ciclo del análisis didáctico (Gómez, 2002, p. 258)

2.5. EL PLAN DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA

Con base en los anteriores fundamentos, este estudio de **PSEE** se basa en los siguientes asuntos en concreto; el Análisis de Contenido Matemático y de la Estructura Conceptual (**ACM**) de un contenido matemático curricular “Transformaciones Isométricas”, en este caso en particular se desarrollara sobre “Las Traslaciones en el Plano Cartesiano” (**TPC**) ; El Análisis Cognitivo Matemático (**ACgM**), el Análisis de Instrucción Matemática (**AIM**) y el Análisis de los Materiales Y Recursos para la enseñanza de las Matemáticas en básica primaria (**AMyR**), en torno a este contenido. Estos asuntos se visualizaran desde la perspectiva general de la propuesta de los organizadores del currículo (Rico, 1997). El análisis didáctico, como procedimiento local, permite al profesor abordar el diseño, puesta en práctica y evaluación de actividades de enseñanza del aprendizaje (Bedoya, 2002, 2012, 2016; Corrales 2013 y Gómez, 2007).

Con la finalidad de aplicar las directrices curriculares y didácticas basadas en el CD y el AD; en este **PSEE**; se requiere diseñar, desarrollar y estructurar en una unidad didáctica (UD) para el docente, la cual tendrá como finalidad guiar al docente de matemáticas en una temática específica en nuestro caso las traslaciones en el plano cartesiano. Por otra parte se diseñara y estructurara guía didáctica (GD) la cual está destinada a un grupo concreto de estudiantes y se refiere a un contenido matemático

específico y está enmarcada en un contexto local determinado. Para la elaboración de estas dos unidades, el profesor precisa de conocer y dominar ciertos saberes, técnicas e instrumentos fundamentales y útiles relativos a este contenido y este contexto (Coll, C. 1988; Rico 1998a), así como sobre los procesos curriculares asociados de enseñanza, y evaluación.

Realizar una unidad didáctica requiere de la selección y organización de los contenidos que abarquen una temática específica; Del Valle y García (2007), abogan por que la unidad didáctica es sin duda un gran puzzle donde todas sus piezas deben encajar unas con otras para formar un todo, o lo que es lo mismo, todos los elementos de la unidad didáctica deben relacionarse entre sí otorgando coherencia interna a la programación. En esta línea se deben establecer intrarrelaciones entre cada componente e interrelaciones entre unos y otros componentes de la unidad didáctica. De esta manera es como el profesor reflexiona sobre las matemáticas escolares, es decir, sobre las matemáticas a los efectos de ser enseñadas y aprendidas. En síntesis. “Una Unidad Didáctica, es una unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específico” (Rico, L. y Segovia, I. 2011, p.87).

2.6. ANÁLISIS DE CONTENIDO (AC) COMO INSTRUMENTO CONCEPTUAL

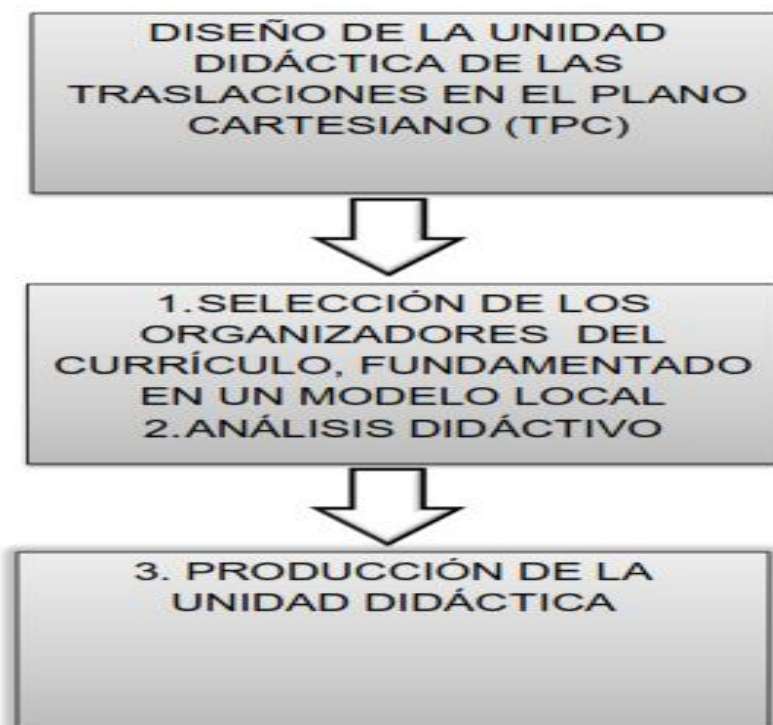
Este análisis se realiza sobre las matemáticas escolares con el objetivo de describir la estructura matemática basada en su enseñanza y aprendizaje dentro del aula, haciendo especial consideración en: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (Gómez, P. 2002b, p.285). Se concibe la estructura conceptual como la descripción de conceptos, procedimientos y las relaciones, de la estructura matemática que se aborda, teniendo en cuenta los diferentes sistemas de representación y el análisis fenomenológico que consiste en la identificación de las subestructuras correspondientes a la estructura matemática, de los fenómenos organizados por ellas y de la relación entre subestructuras y fenómenos (Gómez y Rico, 2003, p. 34). En este análisis se abarca el conocimiento científico matemático que media al conocimiento matemático escolar y de manera más superficial el análisis histórico-epistemológico relacionado con el tema de las traslaciones en el plano cartesiano.

Así mismo este análisis permite desarrollar las capacidades tanto intelectuales como competentes del profesor de matemáticas involucrando diversos significados de los temas relacionados, que son fundamentales para determinar las expectativas de su enseñanza permitiéndole delimitar y diseñar tareas en torno al tema, las cuales tienen

fundamentos concretos basados en los requerimientos cognitivos. Esto quiere decir que, contribuye al mejoramiento de la enseñanza desde la competencia de planificación, por parte del profesor (Rico, L.; Marín, A.; Lupiañez, J. L. y Gómez, P. 2008).

El proceso de AC se realiza en distintas etapas, desarrollando capacidades estratégicas para el profesor y contribuyendo a la competencia de planificación. Este **PSEE** plantea una aplicación de las nociones del **AC** desarrollado alrededor de un tema de Educación Primaria; “Las traslaciones en el Plano Cartesiano” la cual es tratada en Las Transformaciones Isométricas (TI) del grado cuarto de primaria.

En la gráfica No. 4 adaptada de Corrales (2013), se representa esquemáticamente la organización estructural para la elaboración de la Unidad Didáctica: Punto de partida: Los organizadores curriculares propios de la Institución Educativa Juan María Céspedes. Segundo punto: Se elabora una selección de un modelo local, siguiendo la propuesta del profesor Evelio Bedoya, para planificar un Análisis Didáctico relacionado a un tema matemático Transformaciones Isométricas, perteneciente al pensamiento espacial y sistema geométrico, caracterizado en la temática de “Las Traslaciones en el Plano Cartesiano” (**TPC**) que a su vez brinda los instrumentos necesarios para realizar el Ultimo paso: llevar a cabo el diseño de la Unidad Didáctica y de una Guía didáctica.



Gráfica 4. Proceso de elaboración de la Unidad Didáctica

2.6.1 Análisis matemático (AM).

El Análisis Matemático, es el análisis de la estructura matemática que está en consideración y que hace parte del conocimiento matemático escolar. Para realizar este proceso se debe considerar la estructura conceptual, los sistemas de representación, los modelos (análisis fenomenológico) y una reflexión histórica epistemológica de los conceptos y procedimientos relacionados con las Traslaciones en el plano cartesiano. Este análisis se muestra en el capítulo 4.2.

Con el objetivo de realizar un correcto desarrollo de las actividades docentes y el logro de las perspectivas de aprendizaje, el profesor planifica dichas actividades considerando el significado de conceptos e ideas matemáticas desde un universo más amplio que el de su formación universitaria, superando las limitadas definiciones del currículo que terminan por estancarlo. El proceso analítico del sentido de las ideas y de los conceptos de las matemáticas escolares, permite inspeccionar los contenidos y las estructuras en las que tales conceptos se entretajan. Desde la reflexión de los autores del PNA, como, (Gómez, P y Rico, L 2007, Bedoya, 2017, y Otros), se definen cuatro niveles del contenido matemático, desde la reflexión del Análisis Didáctico:

2.6.2 Contenido matemático escolar.

Se define como todo el conocimiento matemático que, a través de la historia de la humanidad y de su estudio de las matemáticas, se han establecido como matemáticas escolares, considerándose como obligatorias en la educación Básica y Secundaria.

El **PNA** considera las matemáticas escolares como un objeto de enseñanza y aprendizaje. Este grupo de investigación postula que: ideas, estructuras y conceptos matemáticos; son instrumentos que sirven para organizar los fenómenos universales que pueden ser; natural, mental y social. También consideran que los conceptos matemáticos que son difundidos por el sistema educativo para la formación de toda la población que pertenece a un país, comprende las nociones que son a la sociedad y su cultura correspondiente.

Las matemáticas constituyen un patrón que proporciona significado a relaciones y manifestaciones abstractas que satisfacen un ambiente de experiencias estructuradas, relacionadas con el acto de clasificar, contar, ordenar, situar, representar, medir, armonizar, relacionar, jugar, explicar y encontrar regularidades (Devlin, K. 1994; Steen, L. A, 1990).

El interés del PNA por el significado de los conceptos matemáticos se relaciona al ambiente de la matemática escolar. Desde luego que se debe tener en cuenta que en dicho ambiente escolar, el mismo concepto matemático puede tener muchos significados. Basándonos en las ideas de sentido y referencia (Frege, G. 1996), el **PNA** establece que los diferentes significados de un concepto matemático se definen por las estructuras conceptuales en que se establece y como se han fundamentado a través de la historia; por los símbolos que lo representan; y por los fenómenos de los que surge. En la reflexión sobre matemática escolar, que corresponde al estudio curricular, el significado de un concepto lo adapta al sistema que comprende la: La construcción Histórica del concepto matemático – La Estructura Conceptual – Las Representaciones – Los Fenómenos; con lo que se define el concepto de las matemáticas escolares.

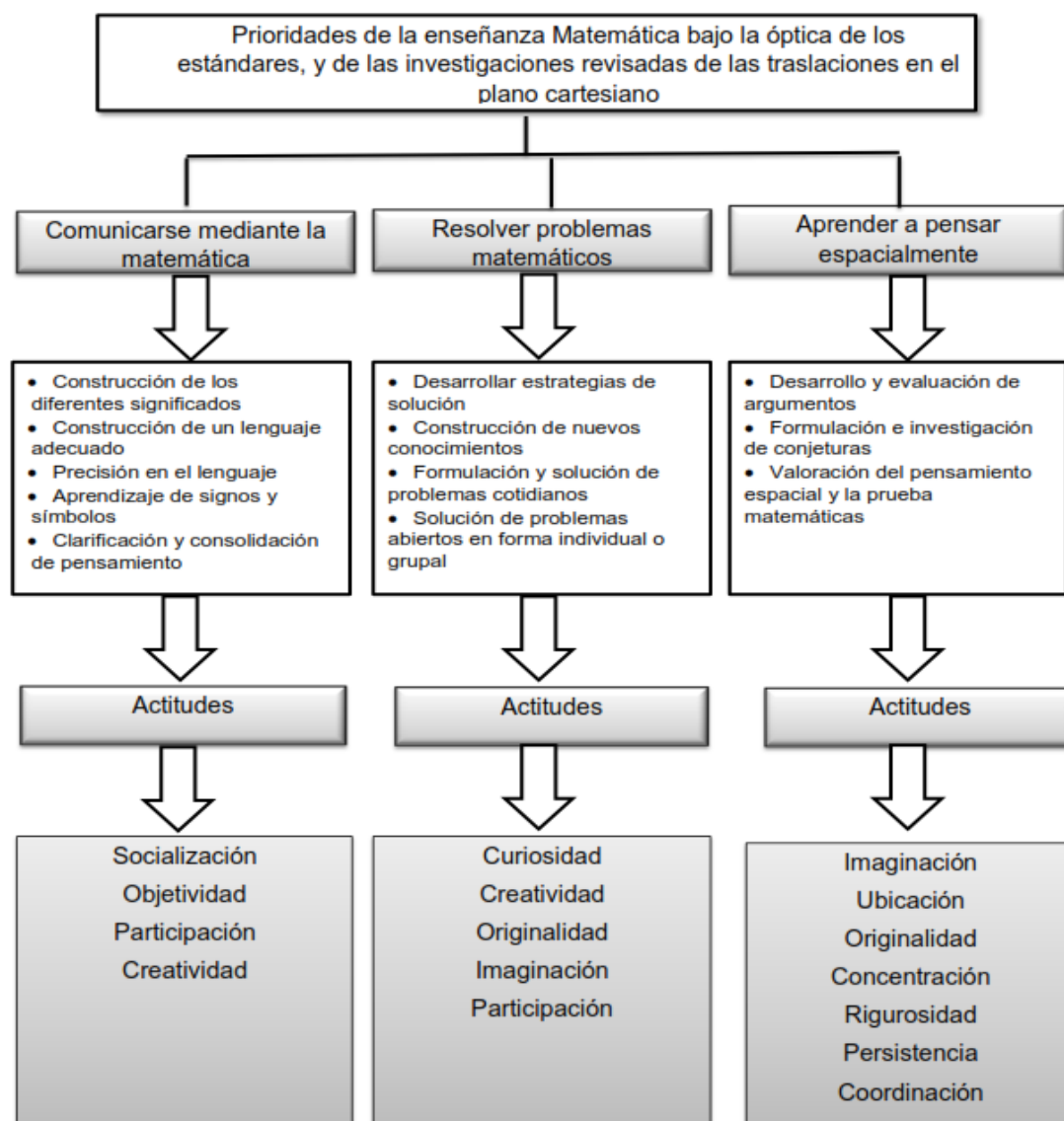
Así mismo, dice Rico (1997), que un concepto matemático puede tener diferentes significados que emergen de las estructuras conceptuales referidas, por otra parte, por los sistemas de símbolos, que lo representan y por los objetos y fenómenos de los que se manifiestan dándole sentido. Rico afirma que esto se presenta, porque dicho concepto matemático permite una gran cantidad de relaciones internas, formas de representación y de sentidos, que se determinan por las relaciones externas del concepto de referencia.

2.7. ANÁLISIS COGNITIVO MATEMÁTICO (ACgM)

Esta fase del **AD** se basa en la revisión y descripción de investigaciones relacionadas con las dificultades y errores de los estudiantes en actividades entorno de las traslaciones en el plano cartesiano, permitiendo prever las actuaciones de los escolares en el desarrollo de las actividades de enseñanza y aprendizaje que se plantean en este **PSEE** (Gómez, 2002b, p. 272).

Al caracterizarse en la dimensión cognitiva del currículo, el análisis cognitivo (**ACgM**) da especial atención al aprendizaje de las matemáticas en general, y de las traslaciones en el plano cartesiano, en particular, por parte de los estudiantes. Para realizar un proceso analítico detallado de esta temática se pueden considerar las siguientes cuestiones: ¿qué es aprender matemáticas? en general, y en el caso particular de este **PSEE**: ¿cómo se produce el aprendizaje de “Las traslaciones en el plano cartesiano”? ¿Qué facilita dicho aprendizaje? ¿Qué dificultades se presentan en el aprendizaje? ¿Cómo se reconoce el aprendizaje? Dar atención a estas preguntas es de suma importancia debido a que, dependiendo de cómo sean asumidas, la actividad del profesor pudiera tomar diferentes alternativas en la orientación de su práctica docente (Rico, 1997). En esta fase analítica, se verifica lo que espera el profesor sobre el aprendizaje del estudiante en torno al tema de “Las traslaciones en el plano

cartesiano” y la manera en que el estudiante desarrolla este aprendizaje. Dicho concisamente el **ACgM** es un método que aporta al desarrollo de la planificación de las matemáticas escolares. Dicho método permite al profesor realizar un análisis exhaustivo de toda la problemática del aprendizaje del tema de las Traslaciones en el plano Cartesiano de visto desde lo curricular y funcional.



Gráfica 5. Prioridades de la enseñanza matemática (Corrales, 2013, pg 57)

En este proceso analítico el profesor hace una descripción sobre el desarrollo cognitivo de los estudiantes sobre la estructura matemática al realizar las actividades

que abarcan su enseñanza-aprendizaje (Gómez, 2007). Por otra parte en este análisis se consideran los fines formativos, que se interesan por el desarrollo intelectual de los estudiantes (Lupiáñez, 2009, p.28). En este **PSEE** se dará atención a cuestiones como; de qué manera se puede desarrollar el aprendizaje de los estudiantes al abordar las tareas matemáticas, haciendo una propuesta didáctica aplicada a un tema matemático “Las traslaciones en el plano cartesiano” y a un contexto específico, “la escuela”. Por otra parte este **PSEE** también se tiene como propósito determinar los obstáculos que surgen en el aprendizaje de este tema específico, las traslaciones en el plano cartesiano.

El análisis cognitivo se estructura en torno a lo que el profesor espera que aprendan los estudiantes, a lo que pueda interferir en ese aprendizaje, y a lo que les permite a los estudiantes aprender y por otra parte el profesor observa si se produce ese aprendizaje de manera efectiva. Literalmente, el **ACgM** atiende tanto la parte positiva del aprendizaje (qué deberían saber los estudiantes), como la parte negativa (en qué errores pueden incurrir y a qué pueden deberse). Los obstáculos que presentan los estudiantes pueden ser de diferente naturaleza, según Socas se pueden clasificar en las siguientes categorías:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
- Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes.
- Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas (Socas, 1997, p. 126).

Los obstáculos en el aprendizaje son muy frecuentes e inevitables y forman parte del desarrollo del conocimiento matemático. Las dificultades que tienen diferente procedencia se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se reflejan en el estudiante, mediante errores. Para superar las dificultades es necesario en los procesos de enseñanza hacerlos explícitos para facilitarle al estudiante incorporar un nuevo saber (Palarea y Socas, 1997, p.17).

Desde la perspectiva de Rico (1995) los errores que se presentan en la enseñanza afectan el proceso de aprendizaje, creando la necesidad de anticiparlos más bien que responsabilizar a los estudiantes, dichos errores se presentan en cualquier proceso de enseñanza y no surgen al azar, sino que aparecen de los conocimientos adquiridos previamente. Los errores por parte de los estudiantes son el reflejo de la deficiencia de su conocimiento y permite a sus condiscípulos o a su profesor ayudarlo a

complementar dicho conocimiento alcanzando a comprender por sí mismo su error con el propósito de corregirlo.

Así como en la estructura conceptual; los sistemas de representación, el análisis histórico, el análisis fenomenológico y la modelización fundamentan el análisis de contenido; el análisis cognitivo se basa en dos ideas u organizadores del currículo (Rico, 1997), estos organizadores del currículo le dan sentido e interpretación: competencias que deben desarrollar los estudiantes, y dificultades y errores en el aprendizaje.

En este proceso del análisis cognitivo, el profesor como profesional reflexivo planificar, analizar, describir y caracterizar su enseñanza considerando los siguientes aspectos:

- las competencias que deben desarrollar los estudiantes de primaria mediante un tópico;
- El grado en que pueden desarrollarse tales competencias;
- Los errores en los que pueden incurrir los escolares y las dificultades que subyacen dichos errores;
- La relación de las dificultades que se han identificado con un desarrollo inadecuado o incompleto de alguna de esas competencias.

Cuando se logra llevar a cabo este proceso de Análisis Cognitivo y conjugarlo con el Análisis de Contenido y el Análisis de Instrucción de forma adecuada se adquieren los conocimientos, habilidades y capacidades para realizar de manera fundamentada la Unidad Didáctica con el objetivo de que sirva de guía tanto conceptual como en la práctica docente.

2.8. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA (AIM)

El proceso de Análisis de instrucción Matemática **AIM** consiste en la transformación y adaptación de las consideraciones realizadas en los dos análisis anteriores a las condiciones que se dan en un contorno, para su interpretación. Este contorno específico puede ser un aula o una institución educativa, en el ámbito de la planificación que tiene que hacer un profesor o un departamento de matemáticas, o bien puede ser un proyecto de diseño de libros de texto u otros materiales escolares. El **AIM** tiene por finalidad responder a la siguiente cuestión: ¿cómo y cuándo se lleva a cabo la formación? La concepción del **AIM** es transformadora e interpretativa ya que cualquier consideración que se haga sobre instrucción supone una adaptación de un programa concreto al marco de un aula, una institución o un proyecto.

Las categorías del **AIM** consideran las siguientes fases; primero las funciones y tipos de tareas junto con su secuenciación (Marín, 1997, pp. 197-207); en segundo lugar los materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas (Coriat, 1997, pp. 155-175), y, tercero, como faceta interpretativa, la organización y gestión del trabajo en el aula que se concreta en una Unidad Didáctica **UD**.

La síntesis de instrucción se ocupa de compendiar los procesos de comunicación de los conocimientos, seleccionar las tareas y actividades, estimular las estrategias de intercambio y transmisión de ideas, todo ello referido a los conceptos y expectativas de aprendizaje previamente considerados para un tema concreto. La planificación de la secuencia de instrucción mediante una unidad didáctica **UD** es la clave de este momento de síntesis (Marín, 1997, pp. 195-228).

En este PSE se dará una consideración especial y enfatizada en el Análisis de los materiales y recursos **AMyR** para la enseñanza de las matemáticas específicamente en la Geometría, en el tema de las Traslaciones en el Plano Cartesiano.

2.8.1. Análisis y clasificación de materiales y recursos matemáticos.

¿Cuáles son los materiales y recursos (**MyR**) que debe conocer y utilizar un profesor de matemáticas en su enseñanza? Se supone que los que le sean más útiles. Según los autores del libro Materiales y Recursos en el Aula de Matemáticas que también pertenecen al **PNA** (Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. 2011) Proponen que para cumplir con dicho cometido se utilicen los **MyR** más apropiados.

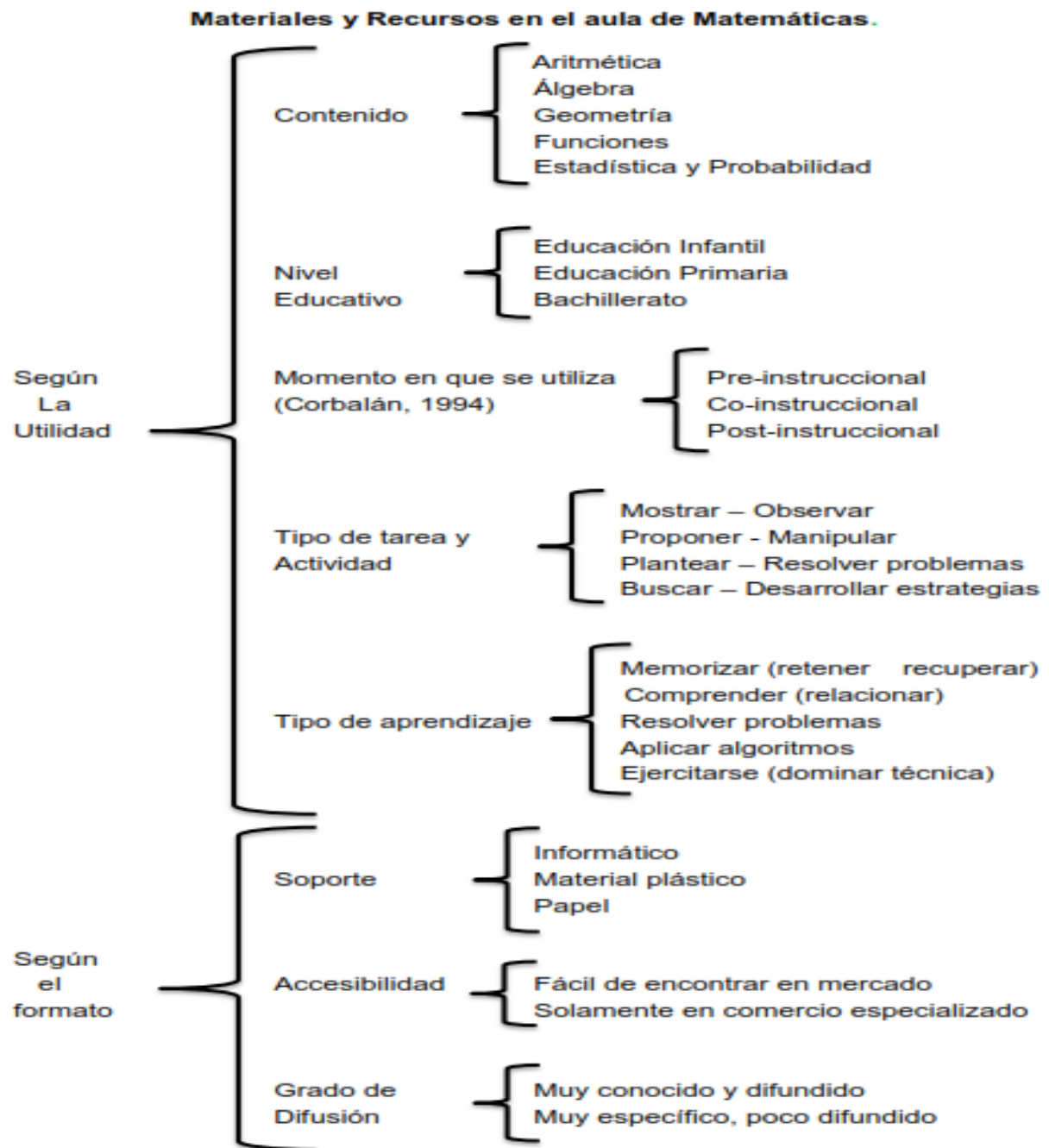
Es recomendable que se recurra a los **MyR** que se adapten mejor a la enseñanza abarcando una buena cantidad de contenidos y de aprendizajes. Para lograr esto Bedoya (2016, 2017) recomienda que estos sean escogidos de acuerdo al contexto escolar ya que favorece el aprendizaje debido a al conocimiento anticipado que el estudiante pueda tener del recurso a utilizar.

También los autores de Materiales y Recursos (Flores, y otros, 2011) recomiendan que se seleccionen los que permiten que el estudiante pueda manipular antes de simbolizar, ya que al realizar las actividades con material concreto aprende y comprende los procesos matemáticos. En síntesis, se pretende que los materiales y recursos sean útiles en la co-instrucción de los contenidos de mayor complejidad.

Para utilizar de forma idónea los **MyR** en la enseñanza de las Matemáticas es imprescindible clasificarlos, utilizando una estructura de categorías que permiten agruparlos.

Carretero y otros (1995) hacen una distinción entre los **MyR** dependiendo de su intencionalidad al haber sido elaborados, esto quiere decir que o han sido diseñados con un objetivo educativo o con otras finalidades, además la decisión de usarlos o no en la enseñanza le corresponde al profesor. Así mismo, Cascallana, M.T. (1988) hace una diferenciación entre *materiales no estructurados* y *materiales estructurados*. En la educación básica, los diferentes juguetes, objetos, empaques, materiales de desecho, etc., son instrumentos que facilitan el desarrollo de las cualidades matemáticas permitiendo que los estudiantes se relacionen con las diferentes formas, posiciones, posibilidades de movimiento y por otra parte practiquen el conteo, la medición, etc. A estos juegos y objetos son a los que Cascallana llama materiales *no estructurados*. Los materiales *estructurados*, en cambio, son especializados para una enseñanza específica, por lo tanto han sido diseñados concienzudamente con este fin.

Según, Flores, y otros, (2011), los criterios que debe considerar el profesor al clasificar los **MyR** requiere que se destaquen: los fines educativos, el contenido matemático que vaya a trabajar, las características educativas que tengan estos y sus prioridades para que estén en la biblioteca del departamento de Matemáticas de la institución educativa.



Gráfica 6. Materiales y Recursos en el Aula de Matemáticas

(Tomada y adaptada de Flores, y otros, 2011, pg. 43)

En Gráfica 6. Se presentan los criterios necesarios para clasificar los materiales o recursos, agrupados en dos apartados: *utilidad* y *formato*.

En la primera fase se considera para qué sirve (utilidad). Dependiendo de la postura que se adopte en la enseñanza, se consideraran las finalidades y las utilidades de los **MyR**. De esta forma se logra identificar el contenido matemático al que se refiere (ej. aritmética, álgebra, geometría, funciones,...) y el nivel escolar para el que es más adecuado (ej. primer ciclo de Educación Primaria, Bachillerato,...). Seguidamente se consideran los propósitos que tienen en la enseñanza, o sea, cual es momento idóneo en que se deban utilizar, qué actividades reclaman de los alumnos y que aprendizajes provocan.

Dependiendo de que los **MyR** sirvan para introducir un concepto, para realizar una actividad o para repasar algo ya visto, se pueden distinguir entre **MyR pre-instruccionales, co-instruccionales y post-instruccionales**, respectivamente (Corbalán, 1994). Por otra parte es posible analizar si el material o recurso ayuda a **memorizar** un concepto matemático, como en el caso de los computadores o programas en celulares inteligentes; a **comprenderlo y aplicarlo** como Materiales manipulativos para resolver problemas y realizar actividades como en el caso del ajedrez, o a **ejercitarse en algoritmos** por ejemplo los juegos como el dominó, barajas, etc.

También debe considerarse si los **MyR** sólo sirven como objetos de muestra y observación manejados por el profesor, o permiten ser manipulados por los estudiantes, además, si ayudan a plantear y resolver problemas y/o si crean situaciones para desarrollar estrategias para resolverlos.

En un segundo momento Flores, y otros, (2011) plantean una revisión sobre *cómo* es el material, cuál es su formato, cómo se consigue, si es un recurso informático, plano o tridimensional, plástico, de madera, metálico, de papel, cartón, económico, en fin son varios los factores que se deben considerar para que sea apropiado y cumpla con el objetivo específico. (Ver grafica 6).

Para llevarlo a la práctica y aplicarlo a la Unidad Didáctica (Flores, y otros, 2011) proponen una actividad al docente analítico en la que se pide considerar ciertos criterios para caracterizar diferentes materiales y recursos. Al hacer la ficha de cada uno de ellos conviene analizar el máximo de sus cualidades, lo que permite enriquecer la caracterización que se haga y su posible empleo en el futuro. Esta actividad permitirá determinar rápidamente el **MyR** más adecuado dependiendo de los contextos e intereses educativos de cada momento. (Ver ANEXO 1)

La clasificación de los **MyR** debe ser de mucha utilidad al profesor. Por eso es importante realizar la siguiente consideración fundamentada por Flores, y otros, (2011) usando sólo dos criterios: *el contenido matemático y la extensión de su utilidad*.

2.8.1.1 Clasificación a partir del contenido matemático y la extensión de su utilidad.

Al realizar la planificación de una clase con un contenido matemático específico el profesor se debe plantear qué pretende que aprendan sus estudiantes, esto es, qué competencias quiere que adquieran respecto a este contenido matemático en particular. Una vez identificado este tema, debe hacer un análisis de **MyR** para conocer qué tiene a su disposición para poder lograr dichos objetivos.

2.8.1.2 Contenido y material didáctico.

En este apartado se realiza una consideración sobre un tema matemático, Las Transformaciones Isométricas y los **MyR** existentes para la enseñanza de un tema específico “Las Traslaciones en el plano cartesiano”. Para analizar algunos materiales para la enseñanza de las traslaciones, es necesario hacer un recorrido breve por otro contenido importante de las Matemáticas: la Geometría. También se deben considerar otros contenidos del currículo y finalmente se completa la lista de **MyR** para la enseñanza de la geometría, en el tema para las TPC. En consonancia Flores, y otros, (2011) sugieren a los docentes que consulten las recomendaciones legales sobre la enseñanza de un tema antes de estudiar la viabilidad de utilizar cada **MyR**.

2.8.1.3 Materiales para la enseñanza de la geometría.

Para utilizar algunos **MyR** para la enseñanza de la Geometría se debe iniciar por analizar qué y cómo se debe enseñar la geometría en el nivel educativo sea de interés. Para esto se debe revisar lo que dicen los Decretos de Mínimos sobre la enseñanza de la Geometría. En el caso de Colombia los lineamientos curriculares de matemática para grado cuarto de básica primaria.

Es Conveniente tener en cuenta las recomendaciones para obtener los **MyR** idóneos en la enseñanza de la Geometría, analizando sus partes y examinando los términos, conceptos, procedimientos y actitudes que se especifica. Tanto el énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, como las competencias y capacidades destacadas, permiten resaltar que la enseñanza de la geometría facilita la ubicación espacial por parte de los estudiantes, en su entorno físico, disponiendo de una buena *visión*

geométrica. Flores, y otros, (2011) consideran que para lograr esto, es necesario plantear otros objetivos parciales de la enseñanza de la geometría, es decir, que aprendan nombres, propiedades y principios de la geometría. Entre tanto los lineamientos curriculares y en especial los Derechos Básicos de Aprendizaje **DBA** ofrecen una serie de recomendaciones sobre lo que se debe proponer en la clase, enfatizando que son los estudiantes los encargados de; *construir, dibujar, modelizar, medir y clasificar con criterios libres*, con la intención de relacionar las matemáticas con otros ámbitos, como el arte, la ciencia, el deporte, etc.

Siguiendo las consideraciones del **AMyR**, los estándares curriculares del NCTM americano (NCTM, 2003) indican las etapas en lo que los programas de enseñanza deben capacitar a los estudiantes para cualidades:

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.
- Localizar y describir relaciones espaciales expresadas en coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.
- Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.

Con respecto a las instrucciones que se deben seguir para estructurar los temas relacionados con las formas, Marjorie Senechal, en el texto de Steen (1998), realiza una diferenciación de tres niveles de competencia: elemental, intermedio y avanzado. En el documento que se incluye en el anexo 2 se muestra una copia del cuadro que propone Senechal. De este se muestra que las etapas que propone son:

- Identificación y clasificación
- Análisis
- Representación y visualización

Estas dimensiones generales se pueden concretar en las siguientes competencias geométricas que tiene que adquirir el estudiante en su aprendizaje de la Geometría (Alsina y otros, 1988):

- *Identificar* figuras en el contexto (observar),
- *Caracterizar* estas figuras (buscar regularidades, propiedades),
- Buscar criterios que permitan *clasificar* las formas y aplicarlos a *clasificarlas*,
- Utilizar estos criterios para *definir* las formas con precisión, aprendiendo sus nombres correspondientes y los términos que se utilizan para ello,
- *Medir* todas las magnitudes que interesan en las figuras (longitudes, superficies, volúmenes, amplitud de ángulos, etc.), de manera directa e indirecta,

-Analizar las cualidades obtenidas, y llegar a *establecer propiedades* que las relacionen.

- *Demostrar* algunas de las propiedades encontradas.

2.8.1.4 A modo de síntesis.

Para facilitar el manejo de **MyR** didácticos es necesario clasificarlos.

Existen diversos criterios para la clasificación de los **MyR**. Se recomienda emplear los más funcionales para los estudiantes y el profesor. El primer criterio para clasificarlos es el *contenido matemático*. Así que la enseñanza de la geometría tiene como objetivo el que los estudiantes adquieran competencias para situarse en el espacio, desarrollando buena visión espacial.

En síntesis los **MyR** para la enseñanza de la geometría deben facilitar la relación de los estudiantes con las formas y el espacio, manipulándolos, construyéndolos, clasificándolos, etc. El profesor debe utilizar lo que le ofrece el entorno como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

Hay muchos materiales que están al alcance de cualquiera, sin hacer grandes gastos, que el profesor puede y debe emplear, o promover que los alumnos lo consigan o construyan. El Análisis de Materiales y recursos se evidencia en el Análisis Didáctico en el **capítulo 4.4.2**.

3. METODOLOGÍA DE UN PLAN DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA

“Pienso que lo más importante es que los profesores entiendan que las matemáticas necesitan ser cambiadas, o desarrolladas o ampliadas, hasta entender más cómo las matemáticas se relacionan con la vida de la gente”.

Blanco, H; Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop (2009).

3.1 INTRODUCCIÓN

La investigación educativa se realiza enmarcada en el proceso educativo, donde el foco está puesto: Sobre la práctica pedagógica, las prácticas docentes, las implicaciones sobre los aprendizajes, los planes de estudio, las formas de evaluación, las formas de comunicación e interacción en el aula, los estilos pedagógicos de los docentes, las formas de enseñanza, los estilos de aprendizaje, propuestas para mejorar los resultados académicos (Restrepo, 2012).

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha sido un desafío para todas las generaciones. Se han probado diferentes estrategias en todas las sociedades humanas algunas con mayores logros que otras y todas con nuevos desafíos que afrontar, convirtiendo la enseñanza de las matemáticas como elemento nuevo de cada cultura. Como lo afirma Bishop (1991, 1999), se debe reconocer que la educación es un proceso social y por lo tanto la educación matemática es esencialmente un proceso social. Así mismo, continúa Bishop, si se consideran los aspectos sociales de la educación matemática se obtienen cinco niveles importantes: Cultural, Social, Institucional, Pedagógico e Individual. Por lo tanto, dice Bishop (1991, 1999), “un niño que forma parte de un grupo en una clase determinada, con un enseñante concreto, en una escuela particular y en una sociedad dada, participa en una experiencia educativa muy particular. Y si la materia en cuestión son las matemáticas, el niño participa en una experiencia educativa muy particular”.

Este referente apoya enfáticamente la propuesta de Bedoya (2002, 2013), concerniente a la realización de un AD aplicado a un “contexto local y particular” en donde todos los factores y variable son propios de dicho contexto e irrepetibles 100% en cualquier otro contexto. De manera que el ejercicio que se propone en este trabajo tiene como finalidad alcanzar que los estudiantes logren un mejor acercamiento al

concepto matemático en este caso particular a la enseñanza de “Las Traslaciones en el Plano Cartesiano” en un “contexto local y particular”. Para lograr dicho objetivo se opta por la propuesta de elaborar esta metodología basándose en un Plan de Sistematización de Experiencia Educativa.

La sistematización de experiencias es una metodología aplicable a entornos donde la educación tiene un mayor grado de formalidad, y está más estructurada, como es el sistema educativo oficial, Marta Iovanovich (2003: pg. 58) plantea que la sistematización constituye: “Una forma específica de investigación que permite la recuperación, a posteriori de la práctica, de los saberes y los conocimientos que han sido eficaces para operar sobre la realidad”.

Este capítulo atiende las diferentes cuestiones y propuestas que se ofertan en el capítulo anterior, las cuales están relacionadas con la formación continua del docente, su perfil como profesional docente, su capacidad como investigador y ser reflexivo de su labor. Todo esto circunscrito a su entorno escolar y al de sus estudiantes, complementado con un proceso de análisis socio-cognitivo coherente con las perspectivas de la Educación en Matemática Escolar de Básica Primaria, la cual tiene como objetivo la participación de los estudiantes en el aprendizaje en grupo y que busca propender por el surgimiento de prácticas transformadoras de los quehaceres.

Para atender dichas demandas este trabajo se realiza siguiendo la metodología de sistematización de experiencia docente, a la que se hará referencia como Plan de Sistematización de Experiencia Educativa, la cual es concebida como un proceso en el cual el docente actúa como “sujeto-objeto” de la investigación, logrando desarrollar una propuesta curricular o didáctica, obteniendo además una formación y desarrollo de sus competencias profesionales a través de la reflexión sistemática y fundamentada, conceptual y metodológicamente en el marco de este ejercicio o práctica (Bedoya, 2013, 2017).

3.2. EL PLAN DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA PSEE

Se precisa que un Plan de Sistematización de Experiencia consiste en una serie de fases que son partes de un proceso que implica la indagación con la cual el docente construye y desarrollando nuevos conocimientos, competencias y cualidades profesionales. Todo este PSEE se condensa en una propuesta curricular dentro del contexto local el cual puede ser la institución o el aula.

El profesor Bedoya (2013, 2017), fundamentándose en: Jara, (1994) quien hace un planteamiento de la “metodología histórica-dialéctica, y que a su vez identifica seis

corrientes que alimentan a la sistematización de experiencias: el Trabajo Social reconceptualizado, la educación de adultos, la educación popular, la teología de la liberación, la teoría de la dependencia y la investigación-acción participativa. Todas intentan dar cuenta a la vez de la teoría y de la práctica “del saber y del actuar”; por otra parte Barnechea y Morgan , (2008) quienes plantean que la sistematización de la experiencia educativa “no consiste en “evaluar”, ya que el eje que orienta la producción de conocimientos no está centrado en el proyecto y el cumplimiento de sus objetivos, sino en comprender los procesos que se desarrollan a partir de un proyecto para extraer aprendizajes que contribuyan a mejorar la práctica”; y basándose además en; Mejía M, (2009, 2011); Londoño y Atehortúa, (2011); entre otros, establece un proceso metódico de sistematización en cuatro etapas que si bien, no es obligatorio que se realicen de manera sucesivas:

- I. Preparación y planificación metodológica del proceso de sistematización.
- II. Recuperación - reconstrucción de la experiencia: documentación y fundamentación conceptual.
- III. Análisis e interpretación de la información y del proceso realizado (de tal forma que se movilicen y desarrollen conocimientos fundamentados sobre la práctica o la experiencia).
- IV. Potenciación y socialización o comunicación de los resultados asociados con la experiencia, su sistematización (incluyendo propuestas de posibles mejoras) y fundamentación conceptual y procedimental.

Para realizar este Plan de Sistematización de Experiencia Educativa (**PSEE**) de un profesor que enseña matemáticas en cuarto grado de básica primaria, Bedoya (2013,) propone sistemáticamente un método que consiste en las metodologías de; Estudio de Casos (Rojas, 2010); Por otro lado, Elliot (1990, 1993) plantea que la **IA** tiene como propósito “mejorar la calidad de la acción social dentro de la misma”, y agrega que “la investigación-acción interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo profesores y alumnos”; Así mismo, Kemmis y McTaggart, (1988) destacan como puntos clave de la IA-P, el propósito de la mejora de la calidad de la educación a partir del aprendizaje que generan las acciones de planificación y reflexión; que permiten dar una “justificación razonada” de nuestra labor educativa, mostrando pruebas obtenidas y la reflexión crítica llevada a cabo ; y de Investigación Evaluativa (Bedoya, 2002), a su vez se ha implementado toda esta metodología en un proceso de indagación cualitativa.

En términos generales esta metodología, consiste en una adaptación de la propuesta general de Análisis didáctico (**AD**), mencionada, en el capítulo anterior bajo la concepción de estrategia de formación y de desarrollo de competencias

profesionales docentes, así como de desarrollo curricular (Rico, 1997; Gómez, 2007; Bedoya, 2013). En concordancia con esta estrategia metodológica y considerando que este **PSEE** se propone en el campo de la Formación de Profesores de Matemáticas y el desarrollo curricular, el modelo metodológico de análisis ejecutará en torno a las siguientes cuatro categorías (o dimensiones) de análisis didáctico (Bedoya, 2013):

1. Contextualización curricular.
2. Análisis Didáctico de Contenido Matemático (**ACM**): disciplinar, histórico, epistemológico, fenomenológico, semiótico: estructura didáctica conceptual.
3. Análisis Didáctico Cognitivo Matemático (**ACgM**): obstáculos, dificultades, errores, comprensión, aprendizaje.
4. Análisis Didáctico de Instrucción-Construcción Matemática (**AIM**): de los conocimientos asociados al Contenido Matemático Escolar (**CME**), Haciendo un énfasis especial en el Análisis de Materiales y Recursos **AMyR** para la enseñanza de las matemáticas en básica primaria.

La propuesta o modelo de análisis didáctico estructurada y direccionada por Doctor Evelio Bedoya Moreno, es concebida y adaptada no sólo como estrategia metodológica de formación y desarrollo curricular, sino también de investigación o sistematización de experiencias en el campo de la **DM** y la **FDM**. Esta es la opción y reto metodológico adoptado en éste y otros proyectos de tesis (Trabajos de Grado de Maestría en Educación) que se vienen desarrollando de manera relacionada y complementaria en el marco del Grupo de Investigación y Formación de Profesores de Matemáticas en torno al Pensamiento Matemático Educativo: -GIFPME- (Código Gruplac COL0036156).

3.3. LAS DIMENSIONES DEL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA EDUCATIVA

La sistematización de experiencias en la educación, según Alejandrina Reyes (2008) posee cuatro dimensiones.

- 1- **La dimensión ontológica**, que aborda los ejes transversales educativos de ser y convivir, con énfasis en los valores que deberían prevalecer en un docente.
- 2- **La dimensión metodológica**, ya que es a través de recursos metodológicos, técnicas e instrumentos vinculados a la metodología cualitativa los que se utilizan para realizar la reconstrucción crítica de los aprendizajes por experiencia.
- 3- **La dimensión epistemológica**, donde se ubica la producción de conocimiento, que emerge de la experiencia, a partir del abordaje del eje transversal educativo “conocer”, vinculado a la construcción crítica de nuevas categorías de análisis, partiendo de los contextos y cotidianidades alrededor de la experiencia sistematizada.

4- La dimensión política, sumamente relevante para el trabajo de sistematización, ya que permite problematizar para qué y para quién se sistematiza la experiencia.

En síntesis, tal como lo Plantea Reyes (2008), poner en practica la sistematización es de suma importancia ya que por medio de esta, el docente logra transformar y transformarse a través de la comprensión crítica de su propia experiencia, experiencia que no es sólo propia, sino que atraviesa a todos los sujetos intervinientes.

Es de aclarar que la sistematización de experiencias no tiene una única manera realizarse, y que siempre apunta a una doble contribución; la de mejorar las prácticas; y la de enriquecer las reflexiones y propuestas teórico-conceptuales. Cada proceso de sistematización es único y se realiza prácticamente con un toque personalizado, pues se piensa y se traza de una manera distinta en cada caso, de acuerdo al tipo de experiencias a sistematizar, de los objetivos de esta sistematización, y de los sujetos intervinientes y protagonistas de estas experiencias. Como lo expresa Barnechea García y Morgan Tirado (2007: 3), Lo único que sigue una misma línea, para cualquier experiencia de sistematización, son cuestiones actitudinales como “curiosidad, voluntad de reflexionar críticamente sobre la experiencia vivida, capacidad de crítica y autocrítica”.

En síntesis, como lo expresa Iovanovich (2003), la sistematización de la práctica docente es una búsqueda que se propone sacar a luz la teoría explícita o implícita en la práctica. Para encarar este proceso y alcanzar la organización del conocimiento producido durante la práctica, el método tiene que asumirse siempre desde un lugar flexible, comprendiéndolo como orientaciones que ayudan a transitar el proceso de sistematización y no como un esquema “duro” a realizar de manera exacta.

3.4. ESTRUCTURA Y ETAPAS DEL PSEE

La estructura y las etapas del **PSEE** se desarrollan en el marco de la Sistematización de Experiencias, Jara (1994) considera la “interpretación crítica de las experiencias que, a partir de su reconstrucción ordenada, descubre y explica la lógica del proceso vivido y los factores que han intervenido en dicho proceso”. Tal como lo expresa Torres Carrillo (1996), con ella se pretende explicitar, organizar y hacer comunicables los saberes adquiridos en la experiencia, convirtiéndolos en conocimientos consistentes y sustentados producto de una Reflexión crítica sobre la práctica, generados a su vez por ella. Dichos Saberes son producto de la reflexión, que han demostrado que determinadas prácticas son valiosas y pertinentes en contextos precisos, serán lo que denominaremos “Buenas Prácticas Docentes”

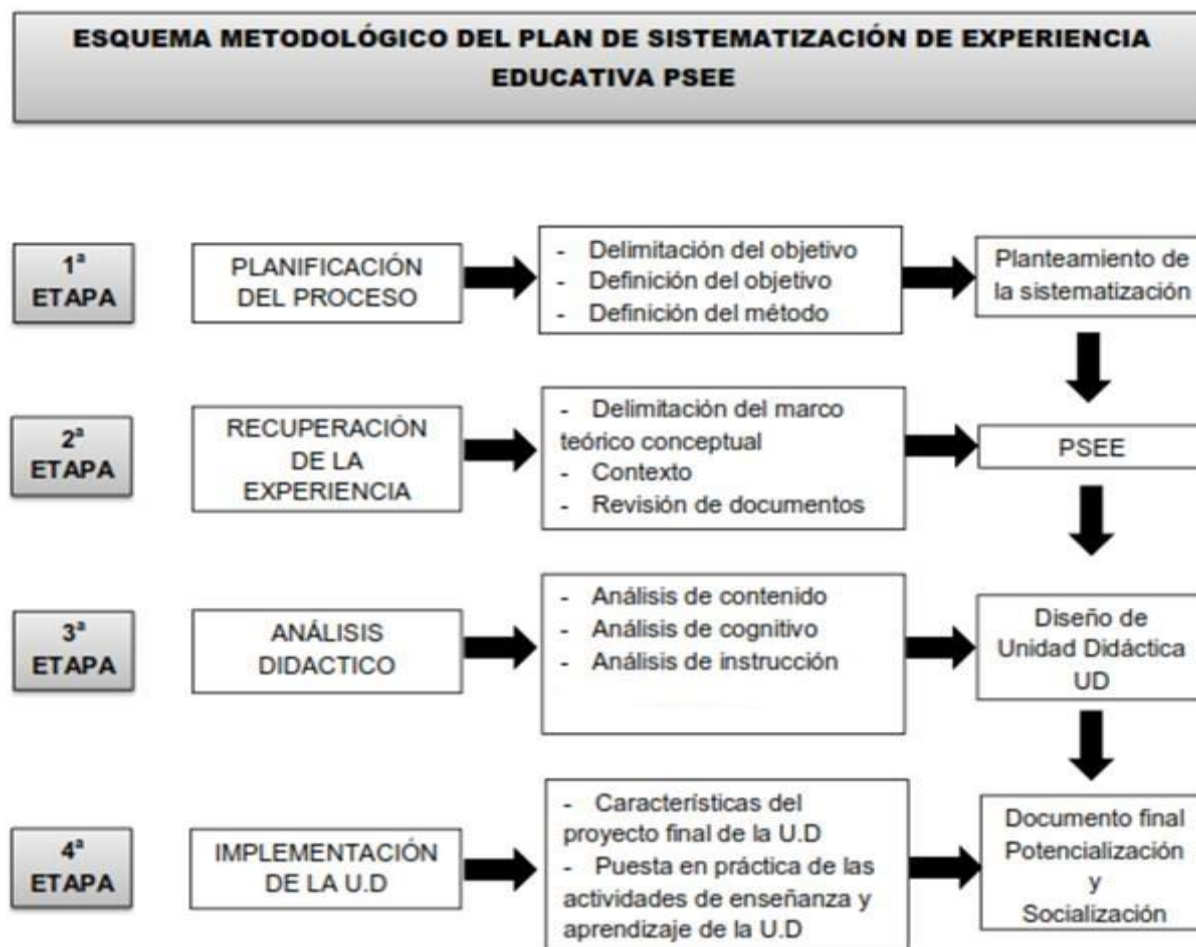
Así mismo con respecto a la Sistematización de Experiencia **(SE)**, Cendales González y Torres Carrillo (2006) plantean que toda investigación es una experiencia formativa porque permite a sus practicantes incorporar nuevos conocimientos, y especialmente en la sistematización la formación es una condición y rasgo definitorio porque es la garantía de la participación, de la apropiación de la metodología y de la calidad de la experiencia. De manera que, “La experiencia misma de sistematizar es formativa porque incorpora o reactiva prácticas y habilidades investigativas como la lectura, la escritura, el análisis de información y la conceptualización” (Cendales González y Torres Carrillo, 2006: 10).

3.4.1. Fases del I-A-P.

El diseño de este trabajo de sistematización se organiza bajo la metodología de **IAP**, con 4 fases fundamentales, tal como lo propone Bedoya y Corrales (2013) al realizar una revisión de algunos referentes teóricos, entre ellos; (Jara, 1994; Hleap, 1998; Ghiso, 1999; Mejía, 2010; entre otros), como de la Investigación-Acción Participativa (I-A-P) (Kemmis y McTaggart, 1988; Lomax, 1990; McNiff, 1992; entre otros): y de la Investigación-Acción (Elliot, 1993)

- **Fase de planificación:** Se realiza un primer estudio para indagar sobre los aspectos estructurales y cognitivos del concepto matemático de nuestra investigación.
- **Fase de acción:** Se lleva a cabo la programación diseñada y de acuerdo con las decisiones tomadas por el autor.
- **Fase de observación:** Como resultado de las dos fases anteriores se tienen datos sobre la puesta en práctica de los contenidos, sobre la comprensión que muestran las estudiantes sobre dichos contenidos, y sobre la interacción didáctica que se produce en la construcción del conocimiento.
- **Fase de reflexión:** Para esta fase se han recogido y organizado los datos de las fases anteriores. El trabajo último será el de analizar dichos datos, valorarlos, extraer conclusiones y tomar decisiones oportunas derivadas.

3.4.2. Etapas del PSEE.



Gráfica 7. Esquema Metodológico del PSEE

(Tomado y adaptado de Bedoya y Corrales (2013))

La grafica 7 Esquematiza la estructura en etapas y subniveles el diseño metodológico de este **PSEE**. Basándose en las características sistémicas y estructurales de los procesos metodológicos de Sistematización de Experiencias y de **I-A-P**, Se realiza la trayectoria de esta metodología con la primera etapa, denominada:

Planificación del proceso: En esta etapa de formulación, se realiza una deliberación de los resultados que se esperan obtener, al igual que de las experiencias que se plantean en la sistematización, referentes a la formación inicial, pues esto constituye los fundamentos de la identidad profesional del docente que enseña matemática, ya que es un líder pedagógico, como lo demanda el complejo sistema educativo.

La segunda etapa; **Recuperación de la experiencia**: en esta etapa surge la cuestión de si las características que han asumido las instituciones educativas y su cultura académica proporcionan las condiciones idóneas para transmitir a los estudiantes los saberes, las actitudes y las habilidades propias del liderazgo. Durante esta etapa se aborda el estudio y evaluación de la factibilidad o viabilidad del **PSEE**. Esta evaluación, se entreteje en tres niveles:

(a) Se realiza un diagnóstico y reconocimiento de la situación problemática en un primer examinando los aspectos estructurales y cognitivos; dicho estudio consiste la revisión de textos escolares utilizados en la Institución Educativa Juan María Céspedes de la Ciudad de Tuluá, Valle. La razón es que estos textos proporcionan informaciones acerca de la instrucción que sobre este tema recibieron los estudiantes de grados anteriores. Estos análisis se suman a la experiencia del docente de la asignatura de la investigación de este trabajo. Al recoger la información se elabora la propuesta, que se genera en torno a: (b) Revisión global: Áreas prioritarias. Revisión específica: Problemas, necesidades. (c) Planificación definitiva; Elaboración plan de actuación. Aplicar mejoras: Material referencial. Evidencias.

En la tercera etapa, se realiza el **Análisis Didáctico AD**; donde se estructuran las actividades fundamentadas en unos referentes teóricos los cuales han sido abordados en el capítulo anterior, esto con el propósito de constituir el diseño de Unidades Didácticas **UAD** y **UGD**.

Estas relaciones permiten elaborar una última etapa, la **Implementación de la Unidad didáctica**, en donde converge el ciclo de Análisis Didáctico **AD**. Este ciclo permite cumplir con varios propósitos: Poner en práctica las actividades de enseñanza y aprendizaje para producir información que permita determinar las fortalezas y debilidades de la planificación. Presentación de un Documento final. El diseño y desarrollo de las Unidades Didácticas desde este modelo posibilita la adaptación del Diseño Curricular con base en las características y necesidades de los estudiantes de la Institución Educativa Juan María Céspedes. Por otra parte permite que se produzca una adecuación de las situaciones de enseñanza al contexto de aula en el que este **PSEE** se desarrolle, contribuyendo, con ello, al logro de un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes.

En concordancia con el proceso sistemático de las 4 etapas anteriores, la documentación de este trabajo también se organiza siguiendo la secuencia de las cuatro fases de la **I-A-P**, descritas en el apartado anterior, de la forma siguiente: *Fase de Planificación*, donde se detalla el proceso seguido desde la propuesta didáctica inicial hasta la propuesta definitiva, incluyendo las observaciones y reflexiones sobre la

prueba diagnóstica. En *la Fase de Acción*, se da cuenta del control entre lo planificado y lo ejecutado, se detallan las observaciones realizadas acerca del comportamiento de los estudiantes en la realización de las diferentes tareas propuestas, se analiza la interacción didáctica producida durante las sesiones. En la *Fase de Observación*, se analizan las producciones escritas de los estudiantes sobre la comprensión de los conocimientos matemáticos sobre lo que se ha instruido. La *Fase de Reflexión*, permite hacer un reconocimiento de la comprensión de los estudiantes sobre los diferentes temas que se abordan en la propuesta didáctica.

3.5. EL MODELO LOCAL Y EL CONTEXTO ESCOLAR

Como se mencionó en el capítulo anterior con respecto al Modelo Local (Bedoya, 2002, 2013), en donde se muestra que se tiene como propósito estructurar conceptualmente un Modelo Local de Análisis Didáctico (**MLAD**) en un Plan de Sistematización de Experiencias Educativa (**PSEE**), el cual se entiende además como una actividad de formación y desarrollo de competencias docentes desde una perspectiva local o contextualizada. Este **PSEE** se ejecuta en la Institución Educativa Juan María Céspedes de la ciudad de Tuluá, Valle, en la sede Monseñor Miguel Ángel Zúñiga en el Grado 4°-1 durante el año escolar 2016.

3.5.1 Marco contextual.

Este trabajo y el **PSEE** se realiza en la Institución Educativa **JUAN MARÍA CÉSPEDES** debido a que el docente investigador labora en esta sede y fue becado por el MEN para realizar una “MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICAS Y CIENCIAS EXPERIMENTALES” con la Universidad del Valle, esto lo sitúa en dicha institución. Por otra parte al encontrarse en la institución es signado en el año 2015 desde el 01 de julio a docente de aula del grado tercer (3°-2) de la sede Miguel Ángel Zúñiga de la misma institución en donde da inicio a una nueva experiencia con los estudiantes de este grado en este contexto escolar. Al continuar el siguiente año 2016 es nuevamente asignado a este mismo grupo ya en el grado cuarto (4°-1) de la misma sede con el que se elabora este **PSEE**, ya que ofrece múltiples ventajas al docente-investigador por estar en constante contacto con el grupo y ser su docente del área de matemáticas y de las demás asignaturas.

3.5.1.1 La institución educativa Juan María Céspedes.

Está ubicada en la ciudad de Tuluá Valle del Cauca, es un espacio de socialización, en donde el estudiante amplía y construye nuevos conocimientos, comportamientos,

modos de relación y aceptación del otro, en un ambiente educativo de participación, tolerancia y respeto, a continuación se relaciona la ficha técnica de la institución:

Razón social:	Institución Educativa “ Juan María Céspedes ”
Dirección :	Calle 14 no 15-00 barrió la campiña
Nit:	821.003.190-3
Código del DANE:	176834002559
Núcleo educativo :	de occidente
Sector:	oficial
Carácter:	mixto
Calendario:	A
Jornadas:	mañana- tarde- fin de semana
Niveles:	preescolar, educación básica (primaria y secundaria) y media técnica. Modelo flexible de aceleración- media académica (bachillerato sabatino)
Creación:	decreto 1843 de septiembre 5 de 2002
Aprobación:	resolución 515 de julio 12 de 2006 Resolución 310-056.942 de nov 17 de 2012
Rectora:	MAG. Claudia Lorena Henao

➤ **Sedes:** La institución cuenta con seis sedes. Sin embargo en la que se centra el **PSEE** es la sede “**MONSEÑOR MIGUEL ÁNGEL ZÚÑIGA**” Ubicada en la Carrera 23 No. 3A-02 Barrio El Palmar Celular 317-6411097, total de 622 estudiantes matriculados para los grados de Transición a Sexto de Educación Básica, 16 grupos jornada mañana y tarde, (1 aceleración, 2 transiciones, 2 primeros, 2 segundos, 3 terceros, 2 cuartos, 2 quintos).

3.5.1.2 Horizonte institucional

3.5.1.2.1 Misión.

La Institución Educativa Juan María Céspedes es una entidad oficial incluyente, que forma personas íntegras, autónomas, líderes y competentes, en el modelo BIOECOLÓGICO CON UN ENFOQUE EN LA PEDAGOGÍA CRÍTICA, en los niveles de Preescolar, Básica y Media, en las especialidades de Gestión Ambiental y Turismo, que potencia talentos con procesos de calidad, permitiendo que los estudiantes enfrenten los retos de un mundo globalizado.

3.5.1.2.2 Visión.

La Institución educativa Juan María Céspedes para el año 2018, será reconocida por la integralidad de su propuesta educativa, centrada en los principios Cespeditos de libertad, conservación del medio ambiente, formación del ser humano y el desarrollo de competencias que respondan a altos estándares de calidad, a través de procesos pedagógicos que reconocen la individualidad de la persona, promueven su autonomía y sentido crítico.

3.5.1.2.3 Política de calidad.

Es política de la Institución Educativa Juan María Céspedes, brindar un proyecto educativo donde todos los estudiantes, independientemente de su procedencia, situación social, económica y cultural, cuenten con oportunidades para adquirir conocimientos, desarrollar las competencias y valores necesarios para vivir, convivir, ser productivos y seguir aprendiendo a lo largo de la vida.

3.5.1.2.4 Enfoque política de calidad.

Fortalecer una institución educativa abierta, incluyente, donde todos puedan aprender, desarrollar las competencias básicas y convivir pacíficamente.

3.5.1.2.5 Objetivos de calidad.

1. Garantizar que el proyecto Educativo Institucional atienda las necesidades, expectativas y exigencias de la comunidad educativa y su entorno.
2. Fortalecer el liderazgo, la comunicación y el trabajo en equipo que permitan aumentar el compromiso y el sentido de pertenencia con la institución Educativa.
3. Mejorar el desempeño de los estudiantes en las pruebas SABER en los niveles de la básica y la media técnica
4. Desarrollar en los educandos los principios de libertad, convivencia pacífica y democracia participativa.
5. Garantizar la educación inclusiva a personas con capacidades disímiles y diversidad cultural.
6. Impulsar proyectos estratégicos para la competitividad: Inglés como lengua extranjera, uso de medios y nuevas tecnologías, competencias laborales.
7. Lograr la certificación institucional con el sistema de gestión de calidad
8. Formar estudiantes líderes en gestión ambiental, seguridad ocupacional y turismo, transformadores de su propia realidad, utilizando los recursos existentes, para

optimizar procesos.

3.5.1.3. Muestra de estudio.

El grado 4º-1 cuenta con 40 estudiantes, niñas y niños entre los 9 y 12 años de edad. Pertenecen a la jornada de la mañana. (Ver anexo 3)

3.6. DETERMINACIÓN DEL CONCEPTO-MATEMÁTICO-PROBLEMA EN GRADO 4º

Las diferentes pruebas tanto institucionales como nacionales (Saber, ICFES) e internacionales (PISA) a aplicadas a los estudiantes en los diferentes grados de escolaridad dan evidencia de los bajos desempeños en matemáticas por parte de los estudiantes. Este trabajo ya obedece a una disciplina definida que es la matemática y a un grado específico que es el grado cuarto (4º) de básica primaria, sin embargo como son muchos los temas matemáticos que se abordan en un grado. Existe una comunidad internacional de investigadores en enseñanza de la matemática que hace reuniones, publica revistas y boletines, promueve la colaboración ínter e intradisciplinaria, mediante la elaboración y crítica de estudios de investigación; intenta, asimismo, mantener viva una conciencia de investigación en los consejos de aquellas organizaciones de educación matemática en los que participan miembros de la comunidad de investigadores. Como ya se ha considerado en el anterior capítulo, una de estas comunidades es el **PNA**. Con la ayuda de sus investigaciones y otros autores se ha “indagado” sobre el pensamiento matemático y el tema específico al que se dará atención mediante una “metodología” ya considerada en la introducción de este capítulo y con la que se abordará este **PSEE**.

Con respecto a la “indagación” y la “metodología” que corresponden al campo matemático al cual se da atención, según: Kilpatrick J, Gómez P, Rico (1998) citando a; Cronbach y Suppes, (1969), consideran que el término “*indagación*” genera la idea de buscar la respuesta a una pregunta específica y por lo tanto no se trata de hacer una especulación fútil o erudita para la satisfacción personal. Por otra parte el término “*metódica*” sugiere, no solamente que la investigación puede ser guiada por conceptos y métodos de otras disciplinas como la psicología, la historia, la filosofía o la antropología, sino que, además, se expone de tal forma que el proceso de indagación pueda examinarse y verificarse. Así mismo, continúan Kilpatrick J, Gómez P, Rico (1998) citando a; Cronbach y Suppes, (1969), la “indagación metódica” no necesita ser “científica” en el sentido de estar basada en hipótesis que hayan sido verificadas empíricamente, pero como todo buen trabajo científico, debe ser erudito, público y abierto a la crítica y posible refutación. La investigación en educación matemática es

entonces la “indagación metódica” acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

3.6.1. Cómo identificar una dificultad en aprendizaje matemático.

Para poder identificar las dificultades de aprendizaje que puedan presentar los estudiantes, Ospina L. (2007), hace una consideración sobre “la importancia de conocer los estudiantes para hacer un diagnóstico conciso de las dificultades que presenta cada uno de los estudiantes, con esto el profesor puede determinar los problemas de aprendizaje y de enseñanza con respecto a los estudiantes”. Por lo tanto la aplicación del diagnóstico mostrara las dificultades en matemática que tiene cada uno de los estudiantes y el grupo en general, por otra parte mostrara sus fortalezas en los conceptos matemáticos que ya comprenda.

Ospina también recomienda que no se debe explorar únicamente la aritmética, pues es de igual importancia explorar la geometría y que para lograrlo se debe observar si el niño identifica las formas presentadas en el plano y las nociones básicas representadas en ellas, como puntos, rectas y planos. Asimismo, continua Ospina, se debe observar “si el estudiantes identifica los nombres de las figuras geométricas y las asocia a la representación correspondiente, además si está en capacidad de realizar alguna forma de clasificación” con respecto a figuras geométricas, igualmente se debe indagar sobre trazados, si usa el algoritmo apropiado, si es capaz de escribirlo o verbalizarlo, el manejo de los útiles de geometría adecuados, la verificación en cuanto a lo planificado y lo solicitado. Estos aspectos se detectan en un diagnóstico y sientan la base para determinar las dificultades que tiene un estudiante en particular y un grupo en general.

Con el propósito de identificar las dificultades de aprendizaje en las matemáticas que presentan los estudiantes del grado cuarto con el que se aplicó el Modelo Local de Análisis Didáctico en Matemática, se tuvieron en cuenta varios instrumentos que sirvieron al docente investigador para llevar a cabo dicho PSEE. Entre estos instrumentos evaluativos se consideran las dificultades que observa y determina el docente en su diario de campo y que son semejantes en general con las que destacan varios autores como Socas (1997), Quien considera en sus investigaciones que *“las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas pueden ser agrupadas en cinco grandes categorías asociadas a:*

- *La complejidad de los objetos de las Matemáticas;*
- *Los procesos de pensamiento matemático;*
- *Los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las*

matemáticas;

- Los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y
- Las actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas”.

3.6.1.1. Técnicas de análisis para determinar dificultades de aprendizaje.

Diferentes estudios de investigación en educación matemática una gran variedad de métodos para el estudio de los errores en matemáticas. Mulhern (1989) los agrupa en cuatro amplias categorías:

a-Contar simplemente el número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas. Este método, que tiene un valor diagnóstico limitado es cercano al método psicométrico, y ha dominado la educación estatal hasta hace poco.

b- Análisis de los tipos de errores cometidos. Esta técnica implica usualmente clasificar diferentes tipos de error, examinar cómo se desvían de la solución correcta y hacer inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error.

c- Análisis de patrones de error. Tales análisis pueden revelar errores sistemáticos que sean síntoma de concepciones inadecuadas, o bien al variar aspectos de las tareas los patrones de error que resultan pueden proporcionar claves sobre qué estrategias se han utilizado.

d. Construir problemas de tal modo que puedan provocar errores en los individuos. Aquí el investigador observa los patrones de error realizados por los individuos; especula sobre las posibles causas de estos errores; y, sistemáticamente, construye nuevos problemas de los que puede predecirse que inducirán a errores similares.

En consideración a estos diferentes factores que existen para identificar las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, se tomaron como instrumentos para identificar los conceptos matemáticos en los que más dificultad presentan los estudiantes y el cual servirá para determinar una temática en matemáticas a la que se le aplicara el AD, estos son los resultados pruebas saber 2015.

En este resultado se considerara el informe por Institución 2016 aportado por el **MEN** y realizado por el **ICFES** (ver anexo 4 - 6) el cual se realizó o ejecuto en el año 2015 y en el cual los estudiantes que son objeto de estudio tuvieron la oportunidad de realizar, lo cual los integra en dicha evaluación y en los resultados obtenidos a nivel institucional. Estas pruebas tienen como objetivo según **MEN** “visibilizar el estado de las competencias en matemáticas en cada institución educativa de acuerdo a la prueba saber 3 haciendo énfasis en aquellos aprendizajes en los que se deben realizar acciones pedagógicas para el mejoramiento. A continuación se resaltan las que más se

destacan por su nivel de dificultad en los estudiantes, antes se mostrara un ejemplo para su interpretación (ver grafica 8).

Ejemplo para la lectura del reporte

Significado del semáforo:



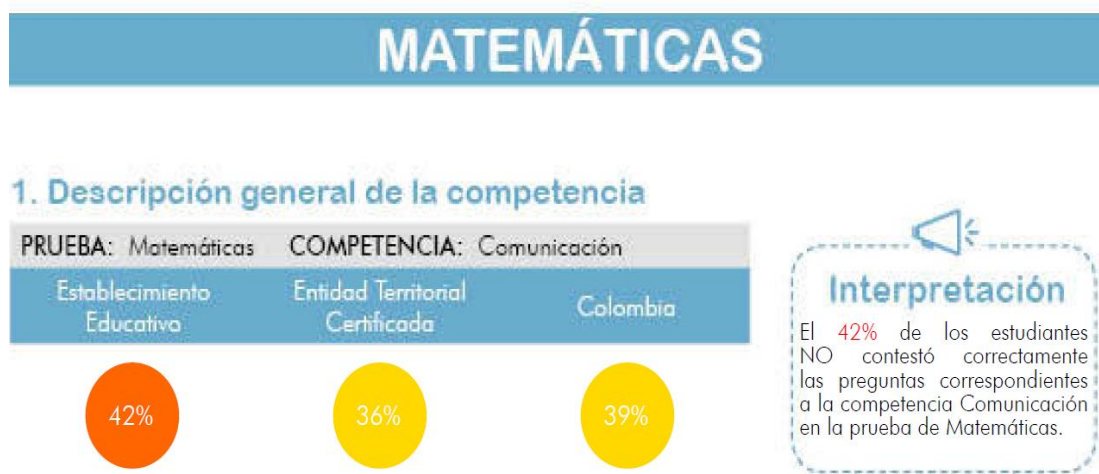
¿Cómo entender los resultados de los aprendizajes?

Aprendizaje: el estudiante reconoce información explícita de la situación de comunicación.

Ejemplo: un estudiante ante un texto narrativo (como la fábula de la tortuga y la liebre), e informativo corto, no logra recuperar información explícita y local (la liebre se durmió y la tortuga ganó).

Gráfica 8. Ejemplo de interpretación prueba saber 3° - 2015 MEN

La siguiente grafica 9, muestra el porcentaje de estudiantes (42%), que no contestaron correctamente la competencia de comunicación en matemáticas en la Institución J.C.



Gráfica 9. Competencia comunicación MEN

Con respecto a la competencia de comunicación y a la interpretación que sugiere el MEN se ha dado especial atención a los aprendizajes que están en rojo y naranja relacionados con la competencia de comunicación, razonamiento y resolución de problemas en matemáticas ya que estos muestran las principales dificultades del aprendizaje matemático.

Se han agrupado correspondientemente en el orden que aparecen en los resultados como se muestran en las siguientes tablas.

% de estudiantes que no respondieron correctamente.	Aprendizaje
El 59 %	De los estudiantes no construye ni describe secuencias numéricas y geométricas.
El 58 %	De los estudiantes no reconoce equivalencias entre diferentes tipos de representaciones relacionadas con números.
El 51 %	De los estudiantes no establece correspondencia entre objetos o eventos ni patrones o instrumentos de medida.
El 48 %	De los estudiantes no identifica atributos de objetos y eventos que son susceptibles de ser medidos.
El 47 %	De los estudiantes no describe características de un conjunto a partir de los datos que lo representan.
El 47 %	De los estudiantes no ubica objetos con base en instrucciones referentes a dirección, distancia y posición.

Tabla 1. Aprendizajes de la competencia en comunicación matemática

La *Gráfica 10*. Muestra el porcentaje de estudiantes (47%) que no contestaron correctamente la competencia de Razonamiento matemático en la Institución J.C

1. Descripción general de la competencia



Interpretación

El 47% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia Razonamiento en la prueba de Matemáticas.

Gráfica 10. Competencia razonamiento matemático

% de estudiantes que no respondieron correctamente.	Aprendizaje
El 84 %	De los estudiantes no usa operaciones ni propiedades de los números naturales para establecer relaciones entre ellos en situaciones específicas.
El 76 %	De los estudiantes no ordena objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con atributos medibles.
El 70 %	De los estudiantes no establece conjeturas que se aproximen a las nociones de paralelismo y perpendicularidad en figuras planas.
El 58 %	De los estudiantes no genera equivalencias entre expresiones numéricas.
El 58 %	De los estudiantes no establece conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
El 47 %	De los estudiantes no establece conjeturas acerca de regularidades en contextos geométricos y numéricos.

Tabla 2. Aprendizajes de la competencia en razonamiento matemático

La *Gráfica 11* muestra que el 37 % de los estudiantes de la institución, no respondieron adecuadamente la competencia de Resolución de problemas en matemáticas.



Gráfica 11. Resolución de problemas matemáticos

% de estudiantes que no respondieron correctamente.	Aprendizaje
El 53 %	De los estudiantes no estima medidas con patrones arbitrarios.
El 53 %	De los estudiantes no resuelve ni formula problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida.
El 52 %	De los estudiantes no resuelve situaciones que requieren estimar grados de posibilidad de ocurrencia de eventos.
El 48 %	De los estudiantes no resuelve ni formula problemas sencillos de proporcionalidad directa.
El 47 %	De los estudiantes no desarrolla procesos de medición usando patrones e instrumentos estandarizados.

Tabla 3. Aprendizajes de la competencia Resolución de problemas matemáticos

Teniendo ya estos resultados como base, en los que se han seleccionado los porcentajes más altos puesto que corresponden a las mayores falencias en matemáticas con el fin de determinar cuáles son pensamientos matemáticos con mayor dificultad en la institución. Los resultados muestran que los pensamientos matemáticos con mayores dificultades son en el orden que se puede analizar;

pensamiento numérico, pensamiento espacial y sistema geométrico y el pensamiento aleatorio.

En consideración con las recomendaciones direccionadas por Doctor en Matemática, Evelio Bedoya Moreno en el marco del Grupo de Investigación y Formación de Profesores de Matemáticas en torno al Pensamiento Matemático Educativo: -GIFPME- (Código Gruplac COL0036156) del cual el docente investigador hace parte, se tomaron como antecedentes a Linda Dickson, Margaret Brown y Olwen Gibson (1984), quienes han considerado en su investigación con respecto a la importancia que reviste el pensamiento espacial al considerar “la preocupación y ansiedad existentes porque los niños adquieran destrezas numéricas oscureciendo el hecho real de que casi todo el mundo ha de afrontar con mucha mayor frecuencia problemas espaciales que problemas numéricos, ya sea trabajando de albañil, de diseñador de ropa o de dibujante, ya en actividades cotidianas como estacionar un vehículo, practicar un deporte o armar una estantería”.

Con respecto a la importancia del estudio del pensamiento espacial y sistema geométrico, continua Dickson L, Brown M, Gibson O (1984), al igual que la literatura las matemáticas ofrecen una vía para la comprensión y la valoración de nuestro entorno, teniendo en cuenta que una gran parte de dicha apreciación será fruto de la comprensión y captación de lo espacial, por la simple razón de que nuestro ambiente físico lo es.

Por otra parte dentro de la misma consideración y análisis con respecto al tema matemático que se ha de abordar en el **AD** se han tomado los mismos referentes antes mencionados que dan cuenta de la importancia del estudio de las Transformaciones Isométricas con especial caracterización del tema de Las Traslaciones en el Plano Cartesiano, como comentan Dickson L, Brown M, Gibson O (1984), “el estudio de las transformaciones de figuras ha ido progresivamente primando sobre la presentación formal de la geometría, basada en teoremas y demostraciones y método deductivo. Continúan Dickson L, Brown M, Gibson O, “esta tendencia se ha fundado en la convicción de que las transformaciones geométricas contribuyen a proporcionar una imagen unificada de las matemáticas como un todo, en virtud de sus conexiones con los vectores y el álgebra matricial”. Por otra parte afirma Kûcheman, D. (1980), “el principal valor de la enseñanza de las transformaciones, consiste en que para la mayoría de los niños, el estudio de ciertas transformaciones, se basan en acciones fáciles de realizar ya que pueden servir para generar descubrimientos relativos a las transformaciones con la finalidad de comprobar las predicciones e inferencias de los niños”.

4. EL ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO PROCESO DE ELABORACIÓN DE UNA UNIDAD DE ANÁLISIS DIDÁCTICO

4.1. INTRODUCCIÓN

Los docentes que reflexionamos en nuestro rol profesional, en nuestra formación y el desarrollo curricular con el que cumplimos nuestras funciones; tenemos como propósito elaborar un proyecto o Plan de sistematización de nuestras Experiencias Educativas, para realizarlo de una forma idónea requerimos de unos referentes conceptuales y procedimentales, es decir, de unos instrumentos o sino también de recolectar y analizar la información relacionada con el objeto de estudio. La experiencia que han recolectado como fruto de sus investigaciones, los autores (Bedoya, 2002, 2011, 2013; Solano, 2013), en el marco de los trabajos de investigación, desarrollo curricular y formación de profesores de matemáticas del grupo PNA (Rico, 1997; Marín, 1997; Castro y Castro, 2001; Bedoya 2002; Gómez, 2007; Lupiañez y Rico, 2009) han mostrado que “el **análisis didáctico (AD)** y las **unidades didácticas (UD)**, constituyen procesos e instrumentos adecuados de planificación y análisis, en todas las dimensiones funcionales de la actividad profesional de los profesores de matemáticas: formación, innovación, desarrollo, investigación, evaluación”.

Por lo tanto el **AD** es un proceso mediante el cual, los profesores en nuestro carácter como profesionales reflexivos e investigadores, utilizamos los conocimientos didácticos de las matemáticas **CD** entorno a un contenido matemático concretándolo en un sistema de actividades o unidades didácticas (**UD**) para la enseñanza, aprendizaje y evaluación de dichos contenidos.

En este sentido, Bedoya (2002) denomina “**Análisis Didáctico (AD)** el proceso mediante el cual el profesor de matemáticas, basándose en conocimientos didácticos, diseña, implementa y evalúa las distintas actividades de planificación, ejecución y evaluación de la enseñanza de las matemáticas; tiene carácter local o situado en relación tanto con el contenido como con el contexto”. Estas mismas actividades se pueden adaptar con propósitos investigativos, confiriéndole de esta manera al **AD** carácter de metodología auxiliar de investigación.

Bedoya (2002, 2017) también considera que “en la práctica, el proceso de **AD** consta de los subprocesos de: revisión y/o análisis curricular, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación; cada uno de los cuales se basa y fundamenta conceptual y metodológicamente en unos conocimientos didácticos correspondientes, cuya puesta en juego se enmarca dentro de la estructura analítica

del **análisis didáctico (AD)**, que se traduce en la expresión local o micro del diseño curricular y el medio a través del cual es posible pasar de diseños centrados en una secuenciación lineal de contenidos a diseños sistémicos y complejos que tienen en cuenta distintas dimensiones y factores del sistema didáctico local”.

Con el fin de darle estructura y orden lógico al **AD** se precisa de unos instrumentos a los que el **PNA** denomina Organizadores de Currículo (**OC**), aunque ya en el marco conceptual se ha definido este término, se retoma la idea que según Rico (1997) denomina “**organizadores del currículo**” a los referentes teóricos que fundamentan conceptual y metodológicamente estos conocimientos necesarios para desarrollar dicho análisis. Es de recordar que el contexto del **AD** de este **PSEE** se realizó con estudiantes de cuarto grado de básica primaria como se detalla en el capítulo 3.

En este trabajo siguiendo acuerdos en la comunidad de formación docente e innovación curricular (**GIFPME**), consideramos como estrategia e instrumento metodológico de recogida y análisis de información, dos categorías de unidades didácticas, una que se denomina Unidad de Análisis Didáctico y otras, productos de la anterior, denominadas como Unidades Guías Didácticas **UAD y UGD**.

De acuerdo con Rico y Segovia (2011, 2015, 2016) y Bedoya (2017, 41), “una unidad didáctica (**UAD**), se concibe como una unidad de programación e intervención docente, constituida por un sistema de actividades elaboradas o seleccionadas para ser desarrolladas en un periodo de tiempo determinado con el propósito de obtener unos objetivos específicos, siguiendo un enfoque o modelo didáctico (metodológico) propuesto”.

Por otra parte, para realizar este AD de la manera más idónea posible es necesario partir de la formación profesional del docente de matemáticas de grado cuarto de primaria de la institución en donde se llevó a cabo este **PSEE** o como se mencionó en el punto de este **PSEE 2.3.1**. Sobre “Las Competencias Profesionales del Profesor de Matemáticas” por los autores citados en dicho apartado se ha realizado la siguiente presentación del perfil del profesor de matemáticas en cuestión que se evidencian en la tabla 4.

Perfil del Docente de Aula de Básica Primaria Orientador de Matemática 4°	
Nombre:	José Julio Escandón Vallejo
Nacionalidad:	Colombiano
Formación Académica:	Bachiller Académico
Formación Profesional:	• Tecnólogo de Alimentos – Universidad del Valle • Normalista Superior – Normal Superior; Miguel de Cervantes Saavedra. Guacarí Valle del Cauca. • Licenciado en educación Básica con Énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental- Universidad del Magdalena.
Formación Postgrado:	• Especialista en Pedagogía y Ética - Universidad Juan de Castellanos, Tunja. • Estudiante de Maestría en Educación Énfasis en Educación Matemáticas y Ciencias Experimentales.

Tabla 4. Perfil del docente de aula de básica primaria orientador de matemática 4°

La siguiente Tabla 5. Muestra la formación en matemáticas del profesor de aula antes de su formación como magister.

Competencias Matemáticas Del Profesor de Aula	
Bachillerato	• Cursos normales de cada grado que regula el MEN.
Tecnología de Alimentos	• Matemática fundamental de ingeniería. • Geometría vectorial. • Calculo 1.
Normalista Superior	• Didáctica general de las matemáticas.
Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental - Universidad del Magdalena.	• Didáctica de la matemática.
Especialista en Pedagogía y Ética - Universidad Juan de Castellanos, Tunja.	• No tiene cursos de matemática.

Tabla 5. Competencias Matemáticas Del Profesor de Aula

4.2. ANÁLISIS DE CONTENIDO

El análisis de contenido, como lo define Rico (1997), es una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las Matemáticas Escolares. Mediante este análisis se desarrollan capacidades del profesor de matemáticas para establecer diversos significados de los temas matemáticos escolares, capacidades profesionales vinculadas a la competencia de planificación. En este **PSEE** se dará atención con respecto al **AC**, al Análisis Histórico de las Traslaciones, El Análisis del Concepto Matemático referente a las Traslaciones en el Plano y el Sentido Espacial, El sistema de representación y el análisis fenomenológico, con respecto al mismo tema de las Traslaciones Isométricas.

4.2.1. Análisis histórico de las traslaciones isométricas.

El estudio de las traslaciones espaciales o isométricas, forma parte integral de las Transformaciones Isométricas. Además. Para estudiar las transformaciones isométricas se debe dar consideración al “Sentido Espacial”.

La Traslación es una forma de simetría donde aparecen patrones como por ejemplo los frisos y mosaicos. La palabra simetría está ligada a la idea de belleza, armonía, equilibrio, proporción, compensación y estabilidad de las partes que integran un objeto. Para Vitruvio, “la simetría, resulta de la proporción y es el carácter conmensurable de las varias partes constituyentes del todo” (Ruiz F y Ruiz J, 2011).

En la Antigua Grecia se destacan con respecto a las traslaciones los libros de los elementos de Euclides (325 a.C. – 265 a.C.), constan de 13 libros. Es destacable el Libro I: Los Fundamentos de la Geometría. Teoría de los triángulos, paralelas y el área. Se definen los criterios de congruencia e igualdad de triángulos a partir de la Geometría Estática, al revés, de cómo se explican en estos momentos a partir de una Geometría Dinámica.

El arte sumerio ofrece numerosas muestras de simetría bilateral a través de ornamentaciones como la vasija de plata del rey Entemena (2400 a. C.), en la que se representa como figura principal un águila con cabeza de león, con las alas desplegadas y clavando cada una de las garras de manera simétrica sobre un ciervo. Ver grafica 12 (Ruiz F y Ruiz J, 2011).



Gráfica 12. Vasija Sumeria

En el arte persa cabe destacar las esfinges de leones alados realizadas en ladrillo esmaltado, en el palacio de Darío, en Susa (siglo V a. C.). A partir de aquí, la historia del arte está poblada de figuras con toda clase de simetrías. Destacan el Renacimiento y el fascinante dominio de la simetría del arte islámico.

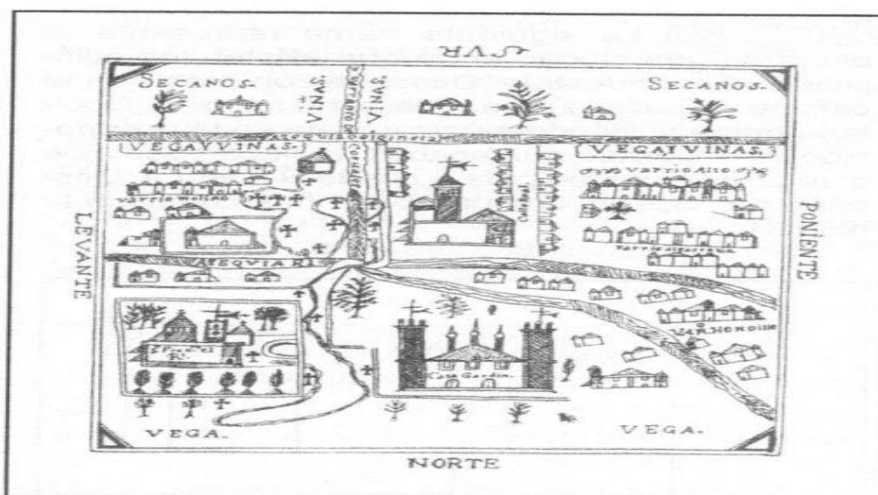
A pesar de que la idea de simetría está tradicionalmente vinculada con la geometría, el concepto matemático que la caracteriza procede del álgebra, y más concretamente surge como consecuencia de indagar en métodos algebraicos para la resolución de ecuaciones. Por ello los orígenes de la simetría hay que buscarlos en la antigua Babilonia, Hace más de 3.000 años (Ruiz F y Ruiz J, 2011).

Matemáticos como Vandermonde, Joseph Louis Lagrange Ruffini, Abel y Galois utilizaron el concepto de *simetría* en relación con las soluciones de ecuaciones mediante radicales, es decir, considerando las raíces de una ecuación y comprobando si las relaciones entre ellas se siguen cumpliendo al permutar dichas soluciones. Finalmente, en el año 1980, diversos equipos de matemáticos concluyeron el ansiado Atlas de la simetría, o tabla que recoge los “ladrillos” a partir de los cuales se construyen todas las posibles simetrías (Ruiz F y Ruiz J, 2011).

Debido a estas características, el ser humano las ha incluido a lo largo de su historia en muchas de las obras que ha realizado, especialmente aquellas destinadas a su contemplación. Así la simetría ha estado presente en palacios, templos y objetos decorativos en general (Ruiz F y Ruiz J, 2011).

Con respecto al “Sentido Espacial”, este hace referencia a la ubicación y posición de un objeto en el espacio. Para lograr esto, el filósofo matemático francés, Rene Descartes (1596 – 1650), ideó un sistema de coordenadas que es el más utilizado en la actualidad. Desde la edad media las poblaciones urbanas, comenzaron a organizar sus calles con trazados de forma cuadriculada por las grandes ventajas que este sistema brinda para las orientaciones y desplazamientos (Traslaciones). En el siguiente

grabado que data de 1752, puede visualizarse como aparecen calles rectas que contrastan con otras más intrincadas en una misma población (ver Grafica 13)



Gráfica 13. Plano de la localidad de la Zubia- Granada España - 1752

4.2.2. Análisis del concepto de traslaciones isométricas

Para tener una mejor comprensión del concepto de las Traslaciones en el Plano Cartesiano, se considerara inicialmente lo que es el Sentido Espacial y posteriormente Traslaciones en el Plano Cartesiano.

4.2.2.1. Concepto de sentido espacial.

El sentido espacial se puede definir desde la orientación y la visualización. Según, Lupiañez J y Flores P (2011), estas dos componentes facilitan la ubicación en el espacio y se manifiestan cuando la información visual se transforma en imágenes mentales, empleando representaciones graficas o de otro tipo. Estos autores también interpretan la “orientación” como el uso de la geometría de coordenadas y a otras formas de especificar el lugar que ocupan los objetos en el plano y en el espacio, incluyendo los sistemas de localización de la esfera terrestre y el manejo e interpretación de mapas y planos. Por otra parte los mismos autores definen “la visualización” como “el reconocimiento de formas en el entorno, el desarrollo de relaciones entre objetos en dos y tres dimensiones y la habilidad para representar y reconocer objetos desde diferentes perspectivas” (Lupiañez J y Flores P, 2011).

4.2.2.2. Coordenadas cartesianas y plano cartesiano.

El sistema de coordenadas más utilizado en los estudios matemáticos, científicos, astronómicos, etc. Es el Cartesiano, este sistema permite localizar un punto en el plano o en el espacio mediante una pareja de números enteros (en el plano) o una terna de números enteros (en el espacio), este sistema es llamado coordenadas cartesianas y tiene un funcionamiento análogo al del plano (Lupiañez J y Flores P, 2011). Las coordenadas cartesianas se representan en términos generales de la siguiente manera (x, y) , por lo tanto la ubicación de un punto se describe mediante un par de números (a, b) que representan la intersección de rectas paralelas a los ejes (x, y) con los propios ejes, de manera que las coordenadas expresan la distancia de ese punto al origen de coordenadas según cada uno de los ejes (Lupiañez J y Flores P, 2011).

El plano cartesiano emplea dos ejes perpendiculares que suministran los descriptores vertical y horizontal de cada punto. Para ello, los ejes se dividen en marcas realizadas en intervalos regulares como en la recta numérica. El eje horizontal se suele denominar eje “x” o eje de “las abscisas”, mientras que el vertical se denomina eje “y” o eje de “las ordenadas”. El punto de corte de ambos ejes se denomina “origen de coordenadas (0,0)” (Lupiañez J y Flores P, 2011). La estructura del plano cartesiano contiene cuatro cuadrantes o zonas. Es importante aclarar que en este **PSEE** solo se dará consideración al primer cuadrante ya que el **ADM** se realizara en el contenido de las matemáticas escolares de básica primaria en donde el conjunto de números en estudio pertenece a los Enteros Positivos, por lo tanto los símbolos de las coordenadas serán positivas y pertenecerán al primer cuadrante.

4.2.2.3. Concepto de traslaciones en el plano cartesiano

Según Ruiz F y Ruiz J, (2011), “la traslación es la transformación más simple. La traslación de un vector $\vec{u}$ se representa por $T_{\vec{u}}$, la cual consiste en el movimiento de los puntos del plano en el que todos ellos se trasladan en la misma dirección del vector y a la misma distancia del módulo vector”. En geometría, una traslación es una isometría en el espacio Euclídeo caracterizada por un vector $\vec{u}$, tal que, a cada punto P de un objeto o figura se le hace corresponder otro punto P' , de manera que las traslaciones son movimientos directos sin cambios de orientación, esto quiere decir que mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos que se trasladan, las cuales se deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto P y Q se cumple la siguiente identidad entre distancias:

$$d(P, Q) = d(T(P), T(Q)) = d(P', Q') \quad \text{Por lo tanto se cumple que: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{P'Q'}$$

4.2.2.4 Conocimiento conceptual de las traslaciones.

Hechos

Términos	Notaciones
Punto	P
Recta	r
Plano	π
Angulo	$\wedge$
Segmento	$\overline{\quad}$
Vértice	A
Vector	$\vec{u}$
Centro	O
Eje de Simetría	E
Transformación	T
Movimiento	M
Movimiento Directo	M_d
Movimiento Inverso	M_i
Traslación	$t_{\vec{u}}$

Tabla 6. Términos y notaciones

Convenios:

- Los puntos se denotan con mayúsculas. (A, B, C...)
- Las rectas se denotan con letras minúsculas. (r, s, t...)
- El plano se denota con letras griegas. (π)
- Un vector de extremos A y B se denotará $\overrightarrow{AB}$ si A es el origen y B el extremo.
- Una traslación de vector $\vec{u}$ lo denotaremos por $T_{\vec{u}}$

Resultados: Martínez, M (2012) sintetiza los siguientes resultados cuando se efectúa una traslación.

- Un movimiento se caracteriza por 3 puntos y sus imágenes o por sus elementos invariantes, 1 punto y su imagen.
- El trasladado de un segmento es otro segmento de igual longitud y paralelo al inicial. De igual forma, la trasladada de una recta es otra recta paralela a la primera.

- El trasladado de un ángulo, es otro de igual medida y lados paralelos a los del ángulo original.

Conceptos: Martínez, M (2012), destaca los siguientes Conceptos Generales sobre movimientos:

- *Figuras Congruentes.*
- *Movimientos.*
- *Elementos invariantes de un movimiento.*
- *Tipos de movimientos: Identidad, Traslaciones.*
- *Composición de Movimientos.*

4.2.2.5. Campo Procedimental de Las Traslaciones

Martínez, M (2012), realiza un listado de destrezas, razonamientos y estrategias que adquiere el estudiante en el estudio de las Traslaciones. Entre estas Destrezas están:

- *Obtener relaciones entre figuras del plano (son de igual tamaño y forma,...)*
- *Construir el vector resultante de otros dos.*
- *Construir la figura trasladada de una figura.*
- *Construir el ángulo resultante dados otros dos.*

Razonamiento figurativo:

Representaciones en el plano cartesiano.

Ejemplo: Si se le solicita al estudiante que haga el trasladado de una figura mediante un vector en el plano cartesiano, se podrá descomponer el vector en su componente vertical y horizontal, para obtener la figura homóloga trasladándola primero vertical y luego horizontalmente.

Estrategias:

- Utilización de materiales y recursos manipulativos, como el juego de ajedrez, para obtener traslaciones espaciales y sentido espacial.
- Utilización de los conceptos del tema en la Resolución de Problemas.

4.2.2.6. Las traslaciones y la resolución de problemas

Con respecto a la resolución de problemas se hace un abordaje desde la perspectiva de Schoenfeld, A. (1992). En su trabajo determinó que “cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores”. Entre estos están:

- **Los recursos:** Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.
- **La heurística:** Schoenfeld, A. (1992) dice que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Pólya, y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Pólya propone como heurísticas hacer dibujos, pero además Schoenfeld advierte que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica.
- **El Control:** Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.
- **Las creencias del profesor:** Schoenfeld, A. (1992) considera que usualmente en los profesores las creencias están condicionadas por la forma en que a ellos mismos les enseñaron Matemática en el colegio o en la universidad.
- **Las creencias sociales:** Schoenfeld, A. (1992) dice que algunos estudios han demostrado que en Estados Unidos, la creencia social más extendida con respecto a la adquisición de un concepto matemático es que se adquiere espontáneamente; en cambio, los japoneses creen que la persona va adquiriendo un conocimiento poco a poco; o sea, que con esfuerzo se puede llegar a construir y aprender un concepto.

4.2.3. Análisis de sistemas de representación

La expresión “Representar”, significa según la Real Academia Española de la Lengua (RAE, 2010), “Hacer presente algo con palabras o figuras que la imaginación retiene.”

En la enseñanza de las matemáticas los conceptos matemáticos se representan por símbolos, gráficos o también mediante signos. Dependiendo de cuál sea el tema en estudio este tendrá una inclinación más enfatizada a algún sistema de representación. En este tema de las traslaciones se analizarán los siguientes sistemas de representación.

En la siguiente definición de traslación en el Plano Cartesiano tomada de Montes, S. y Sánchez, C. (2012) se “define matemáticamente la traslación de un punto P en R^2 con respecto a una distancia fija d , mediante la función $\varphi_d: R^2 \rightarrow R^2$ tal que $(P)=P'$ si y solo si la distancia de P a P' es d , para todo P que pertenece a R^2 . Es decir que dada una recta l , una distancia d y un punto P , la función φ_d traslada el punto P a un punto P' de tal manera que se verifiquen las siguientes propiedades:

- El segmento PP' es de longitud d . Esto es $PP'=d$.
- El segmento PP' es paralelo a la recta l .

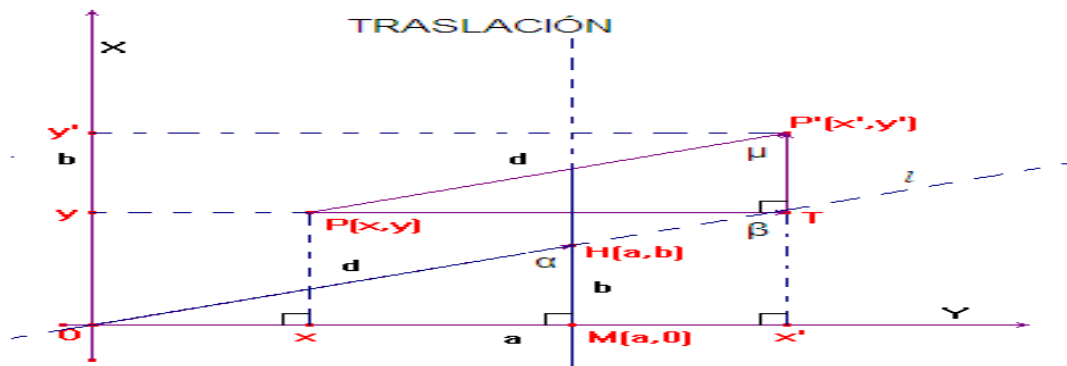
4.2.3.1 Ecuaciones para determinar las coordenadas de un punto que transforma mediante una traslación.

Sea l una recta en el plano, O el origen del sistema de coordenadas, H un punto de coordenadas $(a,.)$, d la medida del segmento OH contenido en l , φ_d una traslación y las coordenadas de la preimagen P y la imagen P' respectivamente (x,y) y (x',y') . Se tiene que las coordenadas de la imagen P' mediante la transformación φ_d del punto P están determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$x' = x + a \quad (1)$$

$$y' = y + b \quad (2)$$

A continuación se muestra de donde se obtienen estas ecuaciones usando conceptos y teoremas de la geometría plana (véase la Grafica 14).



Se tiene por hipótesis que $OH=d$ y por la definición de traslación se tiene también que $PP'=d$, que PP' es paralelo a l y que las coordenadas del punto trasladado P y su imagen P' son (x,y) y (x',y') respectivamente”.

Con base en esta definición se tomaran y clasificaran respectivamente los sistemas de representación de las traslaciones.

4.2.3.2 Sistema de representación simbólica.

$$\varphi_d: R^2 \rightarrow R^2 \mid (P) = P' \iff d \quad \forall \in R^2$$

4.2.3.3 Sistema de representación verbal.

Sea l una recta en el plano, O el origen del sistema de coordenadas, H un punto de coordenadas (a,b) , d la medida del segmento OH contenido en l , φ_d una traslación y las coordenadas de la preimagen P y la imagen P' respectivamente (x,y) y (x',y') . Se tiene que las coordenadas de la imagen P' mediante la transformación φ_d del punto P .

4.2.3.4 Representación numérica o matemática.

Matemáticamente se define la traslación de un punto P en R^2 con respecto a una distancia fija d , mediante la función $\varphi_d: R^2 \rightarrow R^2$ tal que $(P) = P'$ si y solo si la distancia de P a P' es d , para todo P que pertenece a R^2 . Es decir que dada una recta l , una distancia d y un punto P , la función φ_d traslada el punto P a un punto P' de tal manera se verifique por la siguiente ecuación:

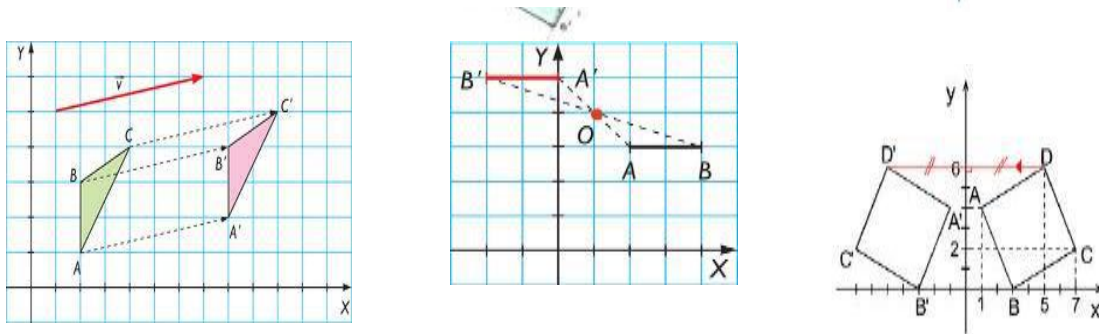
$$\begin{aligned} x' &= x + a \quad (1) \\ y' &= y + b \quad (2) \end{aligned}$$

4.2.3.5 Sistema de representación gráfica.

Este sistema de representación en este **PSEE** es el muy importante debido a que es bastante representativo y con el cual los estudiantes trabajaran más ya que la intención es que los estudiantes manipulen objetos en el plano y conozcan de forma visual los movimientos en el plano y las propiedades que éstos deben cumplir, esto se analizara más a fondo en Los Materiales y Recursos. Por otra parte es importante tener en cuenta la diferencia entre plano Euclídeo y Plano cartesiano:



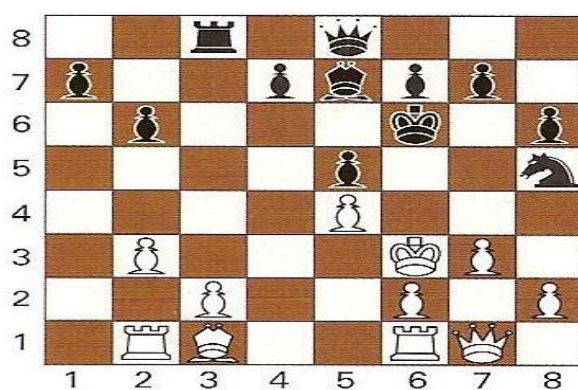
Gráfica 15. Plano Euclídeo



Gráfica 16. Plano cartesiano

Sistema de representación manipulativo.

La geometría se facilita para utilizar una variedad de materiales y recursos que hacen posible que las matemáticas sean entendibles desde otra perspectiva, sin embargo se debe tener presente que no todos los materiales y recursos, son sistemas de representación. En este PSEE se destaca un recurso que muy tiene un gran potencial como se evidenciara y describirá de forma más detallada en el Análisis de Materiales y Recursos (**AMyR**). Este es el tablero de ajedrez, ya que posee por propiedad coordenadas cartesianas y los estudiantes pueden manipular y visualizar de forma directa.



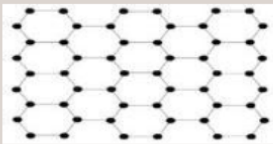
Gráfica 17. Juego de ajedrez

4.2.4. Análisis fenomenológico AF.

El análisis fenomenológico permite organizar y examinar los contenidos en el marco de un tema escolar de matemáticas, en este caso el estudio de las traslaciones en el plano cartesiano, este Análisis considera los fenómenos en los diferentes contextos y problemas que pueden dar sentido al contenido considerado. Con respecto a la fenomenología Didáctica, Freudenthal (1986) considera que los fenómenos que se toman en consideración son los que están presentes en el mundo en el que viven los estudiantes a los que se pretende enseñar en los sistemas escolares. Para lograr esto, se deben describir los fenómenos asociados al tema de Las Traslaciones Isométricas, también las subestructuras matemáticas que los conciernen, los contextos numéricos que los organizan, las relaciones entre ellos, subestructuras y contextos (Corrales M, 2013). Por lo tanto es de esperar que el **AF** forme parte del conocimiento del profesor de matemáticas de básica primaria con el fin de que los estudiantes construyan objetos mentales de los conceptos matemáticos a partir de las situaciones en las cuales es utilizado.

El análisis fenomenológico de una estructura matemática tiene como objeto delimitar situaciones en donde los conceptos matemáticos se encuentran involucrados y en donde se evidencia su funcionalidad. Según el informe PISA de la ODEC, dependiendo de dónde se evidencien las situaciones, se determina la estructura matemática que entra en juego, de manera que sin importar cuál sea el ejercicio matemático que se tenga que resolver, este involucra una situación bien del mundo real como el medio natural, cultural, educativa, personal, científico, público o social.

La siguiente grafica 18, muestra la relación existente entre los fenómenos, los contextos, los conceptos claves que se asumen en este **AD** y las situaciones PISA:

TRASLACION				
		Tipo	Imagen	Situación
Fenómenos	Música	Estético o Técnico		Educativa
	Redes Cristalinas	Inorgánico		Científica
	Frisos	Estético o Técnico		Pública

Gráfica 18. Fenomenología (Tomada de Martínez, M. 2012)

Luis Rico (2008), considera que “un contexto matemático es un marco en el cual conceptos y estructuras atienden unas funciones, responden a unas necesidades como instrumentos de conocimiento. Los contextos de una determinada estructura se reconocen porque muestran posibles respuestas a la pregunta ¿para qué se utilizan estas nociones? El contexto refiere el modo en que se usan los conceptos, en una o varias situaciones”. Siguiendo a Rico (2008), se sugiere que los profesores de enseñanza de las matemáticas aborden el análisis fenomenológico desde la perspectiva de los contextos, respondiendo dos preguntas:

- ¿Para qué se usa el tema matemático?
- ¿A qué problemas da respuesta el tema?

En consideración con esta perspectiva se plantean los siguientes fenómenos en sus situaciones correspondientes y las estructuras matemáticas a las que involucran basado en la formación Profesional del docente y las situaciones PISA. Es de recordar que el contexto del **AD** de este **PSEE** se realizó con estudiantes de cuarto grado de básica primaria.

FENÓMENO	SITUACIÓN O CONTEXTO	ESTRUCTURA MATEMÁTICA
Ir de la casa a la escuela, ir de compras, caminar, pasear a pie, etc.	personal	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria.
Jugar pac-man, trazar la trayectoria en un laberinto, jugar ajedrez, jugar al fútbol, etc.	Social, publico	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria.
Jugar batalla naval	Social	-Sentido espacial
Movimiento de los animales. Migraciones.	Natural	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Habilidad de visualización. -Determinar la trayectoria.
Movimiento de cuerpos celestes	Científico, educativo	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria.
Medios de transporte	Social, publico	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria.
Ir a un punto cardinal	Personal, social	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria.
Utilizar el sistema GSP, ubicación y trayectoria de un objeto en el planeta tierra.	Científico, social	-Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria.
Frisos (situaciones PISA)	Publico, educativo, social, cultural.	-Visualización, razonamiento y abstracción a través de construcción y observación de figuras.
Música, Pentagrama. (situaciones PISA)	Publico, educativo, social, cultural, personal.	-Visualización, razonamiento y abstracción a través de construcción y observación de figuras.
Redes moleculares (situaciones PISA)	Científico, educativo	-Visualización, razonamiento y abstracción a través de construcción y observación de figuras.
La caída de un objeto, el lanzamiento de un objeto.	científico	Traslado de un objeto de un punto A a un punto B. -Determinar la trayectoria. -Resolución de problemas con movimientos en el plano que involucran traslaciones.
Graficas estadísticas.	Educativo, social	Interpretación
Graficas científicas	Educativo	Interpretación.

Tabla 7. Fenomenología

4.2.5 Resultados de AC.

Al realizar la actividad se pone de manifiesto mediante este análisis la carencia de formación que presenta el profesor de matemáticas de básica primaria, en este caso el profesor que está en el proceso de este PSEE, dicha limitación lo dificulta a la hora de asumir su rol como docente y en el momento de transmitir tanto los conocimientos matemáticos como la forma de hacerlo.

4.3. ANÁLISIS COGNITIVO MATEMÁTICO ACgM

Como se presentó con anterioridad en el capítulo 2 en el punto 2.8 con respecto al **ACgM**, en consonancia con lo antedicho y amañera de síntesis, el propósito de este **ACgM** es el de enfocarse en lo que se espera de los estudiantes, de cuarto grado de la I.E Juan María céspedes sede miguel Ángel Zúñiga, aproximándose a responder preguntas como: ¿Qué se espera que aprendan los estudiantes? ¿Qué errores y dificultades tienen los estudiantes? ¿Qué puede hacer el profesor para facilitarles el aprendizaje? Estas tres preguntas se responderán en este análisis **ACgM** teniendo en cuenta: Las Expectativas de Aprendizaje, Limitaciones de Aprendizaje y Oportunidades de Aprendizaje.

4.3.1. Expectativas de aprendizaje.

Se da inicio al proceso delimitando los focos de aprendizaje que se consideraran en la Unidad Didáctica.

- 1. Caracterización y Representación de Movimientos.**
- 2. Movimientos Directos. Traslaciones.**

Con respecto a estos focos se realiza una descripción de los objetivos que concierne a cada uno de estos.

1: Caracterización y representación de movimientos.

- a. Reconocer si dos figuras dadas son congruentes.**
- b. Identificar y justificar el movimiento que transforma una figura congruente en otra.**
- c. Distinguir y Clasificar movimientos en el plano cartesiano a través de su orientación.**
- d. Identificar los elementos invariantes en el plano cartesiano de un movimiento.**
- e. Construir el transformado de una figura dada utilizando un instrumento didáctico.**

2: Los movimientos directos. Traslaciones

- f. Construir la figura trasladada de otra dada, definido sus coordenadas de traslación.
- g. Ubica puntos en el plano cartesiano y obtiene las coordenadas primas (x' , y') del objeto transformado.
- h. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de las traslaciones e identifica en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

Con fundamento en el informe PISA 2006, en la **tabla 8** se encuentra la relación existente entre los objetivos de aprendizaje y las competencias matemáticas que en conjunto contribuyen a que el estudiante adquiera los conocimientos matemáticos esperados y programados por el profesor:

- Pensar y Razonar (**PR**).
- Argumentar y Justificar (**AJ**).
- Comunicar (**C**).
- Modelizar (**M**).
- Resolución Problemas (**RP**).
- Representar (**R**).
- Utilización Lenguaje Simbólico (**LS**).
- Utilización de Materiales y Recursos (**MyR**).

Objetivos de Aprendizaje	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	MyR
a. Reconocer si dos figuras dadas son congruentes.	v					v		v
b. Identificar y justificar el movimiento que transforma una figura congruente en otra.	v	v	v			v		v
c. Distinguir y Clasificar movimientos en el plano cartesiano a través de su orientación.	v	v			v	v		v
d. Identificar los elementos invariantes en el plano cartesiano de un movimiento.	v		v		v	v		v
e. Construir el transformado de una figura dada utilizando un instrumento didáctico.				v	v	v		v
f. Construir la figura trasladada de otra dada, definidas sus coordenadas de traslación.	v		v		v	v	v	v
g. Ubica puntos en el plano cartesiano y obtiene las coordenadas primas (x' , y') del objeto transformado.	v				v			v
h. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de las traslaciones e identificarla en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.			v	v	v	v		

Tabla 8. Expectativas de aprendizaje

Si se resume en una tabla el número de competencias que se espera que alcancen los estudiantes a través de los objetivos, se tiene que:

Focos de Aprendizaje	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	MyR
1: Caracterización y Representación de Movimientos. Objetivos de aprendizaje (a-e)	4	2	2	1	3	5	0	5
2: Los Movimientos Directos. Traslaciones. Objetivos de aprendizaje (f-h)	2	0	2	1	3	2	1	2
Total	6	2	4	2	6	7	1	7

Tabla 9. Competencia matemática

Los resultados de este análisis dejan entre ver la estrecha relación que existe entre: **PR**, **RP**, **R** y **MyR**. Bien se pudiera inferir que para resolver un problema (**RP**) referente a las traslaciones isométricas es de gran ayuda la representación (**R**) del problema o fenómeno planteado a través de materiales y recursos (**MyR**) didácticos ayudan y amplifican el pensamiento y la razón (**PR**). De ahí que se interprete que las representaciones de los fenómenos a través de materiales y recursos didácticos para el aprendizaje tengan un gran potencial en el aprendizaje matemático por parte de los estudiantes.

4.3.1.1. Capacidades de aprendizaje.

El análisis cognitivo conlleva a que el estudiante a través de unas capacidades pueda agilizar y desarrollar en la elaboración de las tareas propuestas. Las capacidades se extraen de los objetivos de aprendizaje y se presentan a continuación en la **tabla 10**, identificándolas con la letra “C” Y en orden de dificultad siendo uno (1) la capacidad con menor dificultad de desarrollo.

Capacidad	Definición
C1	Reconoce si dos figuras dadas son congruentes.
C2	Identifica y justifica el movimiento que transforma una figura congruente en otra.
C3	Construye el transformado de una figura dada utilizando un instrumento didáctico.
C4	Identifica los elementos invariantes en el plano cartesiano de un movimiento.
C5	Distingue y Clasifica movimientos en el plano cartesiano a través de su orientación.
C6	Ubica puntos en el plano cartesiano y obtiene las coordenadas primas (x' , y') del objeto transformado.
C7	Construye la figura trasladada de otra dada, definidas sus coordenadas de traslación.
C8	Resuelve problemas de la vida cotidiana y otras situaciones mediante el uso de las traslaciones y las identifica en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

Tabla 10. Capacidades de aprendizaje

4.3.2. Limitaciones de aprendizaje.

La noción de obstáculo epistemológico planteada por Bachelard (1991), como explicación para esa aparición inevitable de errores que constituyen nuestro conocimiento. La noción de obstáculo epistemológico y las sucesivas tipificaciones y caracterizaciones de la misma se ha utilizado como clave para el estudio, sistematización, análisis y explicación de los errores que se presentan en el pensamiento científico.

Así mismo dice Jaime Pastor y Gutiérrez Rodríguez (1996), Aunque no hay que caer en la tentación de considerar la enseñanza de las matemáticas como una actividad de detección y persecución de los errores de los estudiantes, sí es importante que los profesores reconozcan cuáles son las dificultades propias, las de cada tema, las reacciones de los estudiantes ante ellas, y las formas como la mayoría de los estudiantes interpretan los conocimientos matemáticos, tanto las correctas como las erróneas.”

En este **PSEE** se pretende identificar aquellos errores y dificultades que son propios del tema de las traslaciones, para llevar a cabo este objetivo se han tomado referentes como los del grupo **PNA** como : L Rico, Kilpatrick Jeremy, Godino, Batanero, Gómez y otros (1995), también Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991); Así mismo, Abrate,

R.; Pochulu, M. y Vargas, J.(2006) basandose en las investigaciones de: Blanco (2001), Jaime, Chapa y Gutiérrez (1992), Socas y Palarea (1997), Van Hiele y Vinner (1986), Chamorro (1995), Franchi y Hernández (2004), Di Blasi Regner y Otros (2003). Teniendo en cuenta que existen otros factores asociados al aprendizaje de los estudiantes que no son exclusivamente responsabilidad del estudiantes sino que están asociados al perfil del docente, a su mismo entusiasmo en el aula y muchos otros factores que deben considerarse, García de Hevia S, Ramos V (2012), basada en los autores; Correa, C. (s.f.). (2009), De la Torre, S. (2004), Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., y Hecklein, M. (2012) y Fernández Bravo, J. A. (2009), realiza una síntesis de estos factores que serán incluidos en las dificultades del aprendizaje de los estudiantes.

Para especificar, los errores y dificultades de este análisis, que a continuación se exponen en la siguiente **tabla 11**. Se denominaran en términos generales “obstáculos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, (OE)”, y se categorizaran así: con la notación de “**Dp**” para referirse a una Dificultad de enseñanza transmitida por el profesor; “**De**” para hacer referencia a las dificultades propias del estudiante y “**E**” para referirnos a un error que es propio del estudiante.

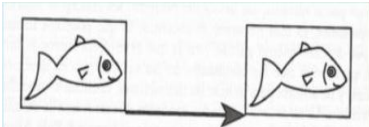
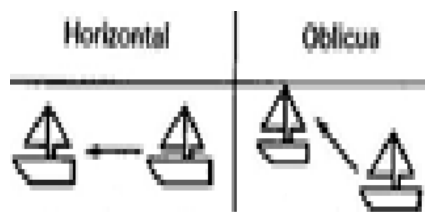
OBSTACULO-OE	CATEGORIA	SITUACIÓN	FUENTE
Conocimiento o formación del profesor de matemáticas de primaria.	Dp.1	La formación profesional del profesor de matemáticas de básica primaria no es la idónea.	-Rico L, Flórez M (2015). - Rico L, Segovia I (2011, 2015, 2016) -Bedoya E (2002, 2013)
Errores sistemáticos	Dp.2, De.1, E.1	Son, en general, el resultado de concepciones inadecuadas de los fundamentos de la Matemática, reconocibles o no reconocibles por el profesor; y es a través de ellos que se pueden percibir las dificultades que presentan los alumnos.	-Rico, L (1995) -PNA

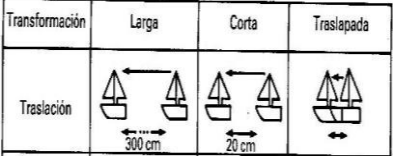
Errores didácticos.	Dp.3, E.2	Tienen lugar cuando el emisor proporciona información errónea, ya sea el profesor/a o el texto. Como consecuencia de información insuficiente, ambigüedad en información o sobrecarga u omisión de esta, se produce un desajuste entre la información que tiene el niño y el problema que debe resolver.	- García de Hevia S, Ramos V (2012) - Correa, C. (s.f.). (2009) -De la Torre, S. (2004) -Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., y Hecklein, M. (2012) -Fernández Bravo, J. A. (2009)
Errores epistemológicos.	E.3	Los errores de origen epistemológico están ligados a la construcción del conocimiento matemático y no a la falta de conocimiento. Es muy común la persistencia de dichos errores, por lo que habrá que orientar a los sujetos para la superación de estos.	-García de Hevia S, Ramos V (2012) -Correa, C. (s.f.). (2009) -De la Torre, S. (2004) -Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., y Hecklein, M. (2012) -Fernández Bravo, J. A. (2009)
Errores ontogenéticos.	E.4	Estos errores están ligados al desarrollo neurofisiológico de los niños y niñas, que se estructura en diferentes etapas en las cuales se van adquiriendo de forma natural nuevos conceptos.	- García de Hevia S, Ramos V (2012) -Correa, C. (s.f.). (2009) -De la Torre, S. (2004) -Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., y Hecklein, M. (2012) -Fernández

			Bravo, J. A. (2009)
Error como característica pedagógica	Dp.4	El profesor que se preocupa de transmitir información, prioriza una metodología expositiva centrada en el profesor. Quien, por el contrario, atiende al proceso de aprendizaje se verá impulsado a partir de las estrategias cognitivas del estudiante, de su modo de procesar la información y por consiguiente de una metodología activa.	-García de Hevia S, Ramos V (2012) -De la Torre, S. (2004)
Aprendizaje del lenguaje de las matemáticas.	E.5	La comprensión del lenguaje que el estudiante alcanza y su forma de utilizarlo es variable y depende de la mediad en que lo utilice y sea importante para él.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Nicholson, A. R (1980)
Motivación para resolver problemas matemáticos.	Dp.5, E.6	El estudiante podría haber resuelto correctamente el problema de habérselo propuesto.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Newman, M. A (1977) -Watson, I (1980)
1-Capacidad de lectura. 2-Comprensión. 3-Transformación. 4-Destrezas Procedimentales. 5-Codificación.	E.7	1-¿Sabe el estudiante leer la pregunta? Reconoce las palabras? Reconoce los símbolos? 2-Es capaz de comprender la pregunta? 3-Es capaz de seleccionar los procesos matemáticos precisos para obtener la solución? 4-¿Sabe realizar las operaciones que la tarea exige? 5-Es capaz de consignar la respuesta en forma	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Newman, M. A (1977) -Watson, I (1980)

		acceptable?	
Forma de la pregunta	Dp.6	El estudiante comete un error debido a la forma en la que ha sido planteado el problema.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Clements, M. A (1980)
Descuido	E.8	El estudiante sabe ejecutar todos los pasos pero cometió un error por descuido, error que es improbable que se repita.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Newman, M. A (1977) -Watson, I (1980)
Lectura y comprensión de palabras	De.2	El estudiante confunde o no comprende: -Palabras de parecida grafía o fonía. -Palabras específicas de las matemáticas. -Palabras que tienen diferente significado en las matemáticas y en el lenguaje ordinario. -Palabras con significado en las matemáticas y en el lenguaje ordinario. -Palabras que no se comprenden fácilmente.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Newman, M. A (1977) -Clements, M. A (1980) -Rothery, A: (1980) -Nicholson, A. R (1977) -Krulik, S (1980) -Ginsburg, H (1982) -Carpenter, T. P (1979, 1981) -Mathews, J (1981) -Otterburn, M. K y Nicholson, A. R (1980) -Brown, M (1978, 1981) -Lawson, G., Baron J. y Siegel, L. S. (1974). -ILEA (1979) -Piaget, J

			(1972) -Donalson, M y Balfour, G (1968) -Bryand, P. E (1974)
Lectura y comprensión de símbolos	De.3	El estudiante Confunde: - Dígitos y cifras parecidas -Los paréntesis	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Krulik, S. (1980) -Booth, L (1982) -SESM -Austin, J. L., y Howson, A. G (1979) -Ginsburg, H (1982) -Duffin, J (1976) -APU (1980, 1981)
Resolución de Problemas	De.4	El estudiante no sistematiza a la hora de extraer información de los problemas del enunciado.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Rothery, A: (1980) -Clements, M. A (1980) -Earle, R. A (1976) -Duffin, J (1976) -Bruner, J. S (1967)
Codificación de las respuestas	De.5	El estudiante sabe leer, comprender y resolver un problema dado, pero es incapaz de expresar su solución de forma satisfactoria.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) -Brown, M (1978, 1981) -Booth, L (1982)

Descomponer una traslación oblicua en una horizontal y vertical.	De.6	El estudiante presenta dificultades para realizar una traslación oblicua.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) - Jaime Pastor y Gutiérrez Rodríguez (1996)
Error de transformación.	E.9	El estudiante se confunde al conservar el tamaño original de la figura y acepta como movimiento una transformación que no conserva la forma o el tamaño.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) - Jaime Pastor y Gutiérrez Rodríguez (1996)
Error al realizar una traslación.	E.10	Realizar el traslado de una figura tomando como referencia los extremos del vector de traslación. 	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) - Jaime Pastor y Gutiérrez Rodríguez (1996)
Dirección de movimiento.	De.7	El estudiante presenta dificultades para realizar una traslación oblicua. 	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) - Jaime Pastor y Gutiérrez Rodríguez (1996) -Kidder, F. R. (1978) -Shultz, K. (1978)
Traslaciones horizontales y verticales.	De.8	El estudiante presenta mayor dificultad en realizar traslaciones en los dos sentidos cuando son más largas o traslapadas.	- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O.(1991) - Jaime Pastor y Gutiérrez Rodríguez (1996) -Shultz, K. (1978)

			
Representaciones Típicas de las figuras geométricas.	Dp.7	Es frecuente ver en las clases de Geometría y también en los libros de texto que se hace un abuso de representaciones típicas de las figuras geométricas, lo que no es un error matemático, pero sí un serio error didáctico que entorpece el proceso de aprendizaje de la Geometría y el desarrollo del nivel de razonamiento de los estudiantes.	-Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J.(2006) - Jaime, Chapa y Gutiérrez (1992)
Apropiación del objeto matemático.	Dp.8	Resulta razonable aceptar que la apropiación de un objeto matemático difícilmente puede lograrse sin reunir las diversas representaciones del mismo.	-Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J.(2006) - Socas y Palarea (1997)
Construcción de la imagen mental de un concepto matemático.	Dp.9	De acuerdo con las teorías de Van Hiele y Vinner, un estudiante presenta dificultades para construir la imagen mental de un concepto de una manera global, sino cuenta con ejemplos concretos y antes que realizar un análisis matemático de los elementos o propiedades del concepto, utiliza destrezas básicamente visuales.	-Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J.(2006) -Van Hiele y Vinner (1986, 1987)
Las actitudes afectivas y emocionales hacia la Matemática	Dp.10	El profesor no logra convencer a sus estudiantes la razón de para que aprender matemáticas y además lo más perjudicial es que no los motiva a hacerlo.	-Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J.(2006) -Socas – en Franchi y Hernández (2004) – Di Blasi

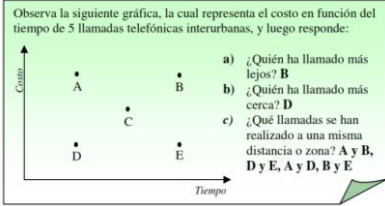
			Regner y Otros (2003)
Interpretación de plano, planos cartesianos, graficas estadística, científicas, etc.	De.9	Los estudiantes no logran interpretar coherentemente la información que deviene de una gráfica.  Observa la siguiente gráfica, la cual representa el costo en función del tiempo de 5 llamadas telefónicas interurbanas, y luego responde: a) ¿Quién ha llamado más lejos? B b) ¿Quién ha llamado más cerca? D c) ¿Qué llamadas se han realizado a una misma distancia o zona? A y B, D y E, A y D, B y E	-Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J.(2006)
Contextualizar la situación o problema.	Dp.11	Para el estudiante es más fácil comprender cuál es el concepto matemático que hay en un problema y la forma de resolver el problema enunciado si esta contextualizado. Esto es ante todo una responsabilidad del profesor.	Bedoya, E. (2002, 2013)

Tabla 11. Análisis de errores y dificultades de aprendizaje

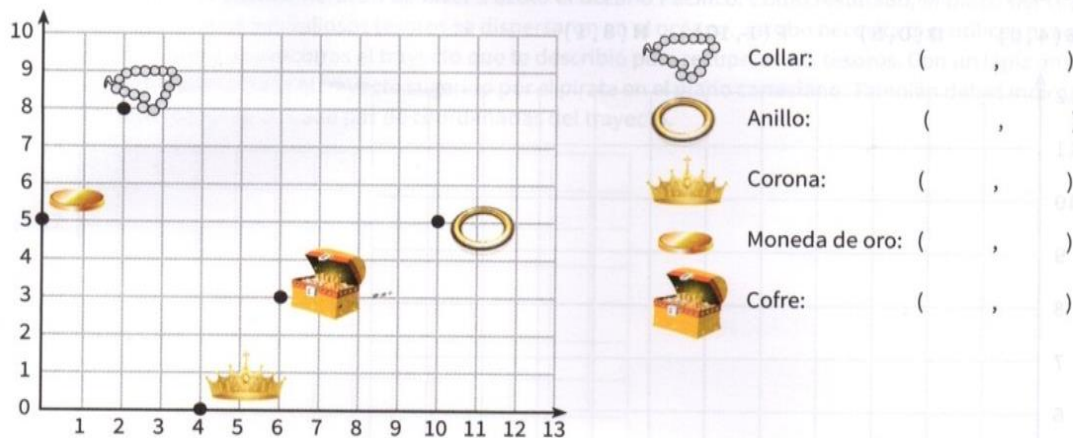
4.3.3. Oportunidades de aprendizaje.

En esta sesión se expondrán dos tareas que pueden contribuir a evidenciar las dificultades y reducir los errores que los estudiantes suelen cometer a la hora de la realización de dicho ejercicio. El propósito es conocer qué idea han concebido los estudiantes de la teoría presentada y cómo son capaces de desarrollarla al enfrentarlos a un ejercicio o problema. Este análisis se basará en dos actividades o tareas que se encuentran en el texto de matemática “Todos a aprender” de grado cuarto (4) modulo C, cuadernillo del estudiante página 81 del proyecto del MEN (ver Anexo 7).

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Ejercitación

A) Ejercicios contextualizados

- 1) El pirata Barba Negra perdió varios objetos de su tesoro. Ayúdalo a encontrarlos nombrando los pares ordenados de coordenadas de cada uno de los objetos.



Gráfica 19. Tarea 1. Centro 1 – La búsqueda del tesoro – ejercitación

Objetivos a desarrollar:

- d. Identificar los elementos invariantes en el plano cartesiano de un movimiento.
- g. Ubica puntos en el plano cartesiano y obtiene las coordenadas primas (x' , y') del objeto transformado.

Dificultades que se pueden encontrar al realizar la tarea:

- **Dp** - Dificultad de enseñanza transmitida por el profesor:

- Dp.1. Conocimiento o formación del profesor de matemáticas de primaria
- Dp.2. Errores sistemáticos
- Dp.3. Errores didácticos
- Dp.11. Contextualizar la situación o problema

- **De** - Dificultades propias del estudiante:

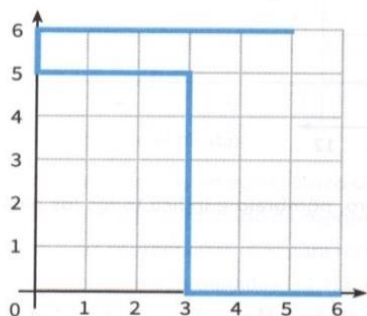
- De.2. Lectura y comprensión de palabras
- De.3. Lectura y comprensión de símbolos
- De.4. Resolución de Problemas
- De.9. Interpretación de plano, plano cartesiano, grafica estadística, científica, etc.

- **E** - Error que es propio del estudiante:
 - E.1. Errores sistemáticos
 - E.2. Errores didácticos
 - E.3. Errores epistemológicos
 - E.4. Errores ontogenéticos
 - E.5. Aprendizaje del lenguaje de las matemáticas
 - E.7. 1-Capacidad de lectura. 2-Comprensión. 3-Transformación. 4-Destrezas Procedimentales. 5-Codificación.
 - E.8. Descuido

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Ejercitación

B) Ejercicios abiertos

- 2) Este es el camino que utiliza el cartero para entregar su correo. Nombra 4 pares ordenados de coordenadas diferentes situadas en su trayecto.



- a) (,) b) (,) c) (,) d) (,)

Gráfica 20. Tarea 2. Centro 1 – La búsqueda del tesoro – Ejercitación

Análisis de la tarea 2.

Objetivos a desarrollar:

- c. Distinguir y Clasificar movimientos en el plano cartesiano a través de su orientación.
- d. Identificar los elementos invariantes en el plano cartesiano de un movimiento.
- g. obtener las coordenadas primas (x' , y') del objeto transformado.

h. Resolver problemas de la vida cotidiana mediante el uso de las traslaciones e identifica en diseños cotidianos, obras de arte y elementos de la naturaleza.

Dificultades que se pueden encontrar al realizar la tarea:

-Dp - Dificultad de enseñanza transmitida por el profesor:

- Dp.1. Conocimiento o formación del profesor de matemáticas de primaria
- Dp.2. Errores sistemáticos
- Dp.3. Errores didácticos
- Dp.11. Contextualizar la situación o problema

- De - Dificultades propias del estudiante:

- De.2. Lectura y comprensión de palabras
- De.3. Lectura y comprensión de símbolos
- De.4. Resolución de Problemas
- De.8. Traslaciones horizontales y verticales
- De.9. Interpretación de plano, plano cartesiano, grafica estadística, científica, etc.

- E - Error que es propio del estudiante:

- E.1. Errores sistemáticos
- E.2. Errores didácticos
- E.3. Errores epistemológicos
- E.4. Errores ontogenéticos
- E.5. Aprendizaje del lenguaje de las matemáticas
- E.7. Capacidad de lectura; Comprensión; Transformación; Destrezas Procedimentales; Codificación.
- E.8. Descuido

4.3.4. Resultados del análisis.

Como lo afirma Bedoya E. (2017); Rico L. (2004); Los autores del PNA y otros autores mencionados en la introducción de este análisis, son varios los factores por los que tropieza el estudiante en su proceso de aprendizaje, entre estos factores y con mayor peso y responsabilidad en el aula, se deja entrever el papel del profesor como orientador del aprendizaje de las matemáticas. Por otra parte los medios y el lenguaje matemático tanto de los textos como del docente cuando este no se facilita propende de seguro a una mayor dificultad del aprendizaje.

4.4. ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

Como ya se ha sustentado en el marco teórico y siguiendo a Flores P, Gómez y Marín A (2013) Después de realizar el análisis de contenido y el análisis cognitivo, queda por realizar el análisis de la Práctica docente o de Instrucción, en el cual se estudian los medios de que dispone el profesor para su enseñanza. Se trata de hacer una descripción de los medios que va a poner en práctica el profesor para lograr sus propósitos en la enseñanza.

Siguiendo a Flores y otros (2013), se puede logra este cometido desde el desarrollo de las siguientes actividades.

- 1.** Analizar qué pueden hacer el profesor y los estudiantes para lograr aprendizajes. En particular, establecer qué es una tarea de enseñanza y qué elementos comporta.
- 2.** Diseñar tareas acordes con las finalidades educativas planteadas.
- 3.** Examinar aspectos de las tareas que se pueden alterar para lograr las expectativas de aprendizaje y superar las limitaciones de aprendizaje.
- 4.** Organizar las tareas en una secuencia para cubrir las expectativas de aprendizaje y contribuir a superar las limitaciones de aprendizaje.

Como dice Flores y otros (2013) el análisis de instrucción gira alrededor de tres procedimientos que se aplican a esas nociones: descripción, análisis y modificación. Inicialmente se toma en consideración para el análisis los materiales y recursos didácticos que pueden mejorar las tareas de enseñanza. Seguidamente se realiza una caracterización y descripción de los componentes, y se analizan las tareas matemáticas, antes de elaborar un informe con las posibles modificaciones y recomendaciones a seguir en dicha tarea para su aplicación en el aula. Finalmente se estudia la secuencia de enseñanza, entendiéndose como una sucesión de tareas matemáticas, atendiendo a diversos elementos.

En conformidad con los fundamentos de Flores y otros (2013). En el análisis de instrucción, el centro de atención está en las tareas matemáticas. Para lograr este análisis de tareas es recomendable seguir los siguientes pasos:

- (a)** caracterizar las tareas;
- (b)** analizar las tareas;
- (c)** modificar las tareas; y, finalmente,
- (d)** diseñar la secuencia de tareas y analizarla de cara a su posible modificación concretándolas en una Unidad Didáctica.

Todas estas acciones se realizan utilizando diferentes criterios, como los enunciados a continuación.

1. Las tareas deben ser compatibles con el análisis del contenido.
2. Las tareas tienen que contribuir a las expectativas de aprendizaje descritas en el análisis cognitivo, y deben afrontar las limitaciones de aprendizaje, reflejadas en las dificultades o errores.
3. Las tareas permiten incorporar recursos y materiales, que facilitan poner en juego capacidades como las establecidas en el análisis cognitivo.
4. La reunión de todas las tareas previstas debe constituirse en un conjunto coherente en la planificación de las secuencias de aprendizaje, adecuándose a los caminos de aprendizaje establecidos en el análisis cognitivo.
5. Por ultimo las tareas deben concretar y ser compatibles con la forma de llevar a cabo la gestión de la clase, Flores y otros (2013).

4.4.1 Análisis de tareas.

En concordancia con este método de Análisis de la práctica docente o **AI** que se ha recogido en el marco teórico y en la introducción de este subcapítulo y basándose en los documentos oficiales del MEN de Colombia, el proceso en este **PSEE** se llevara a cabo en el siguiente orden:

- Se revisaran las tareas propuestas en la cartilla “todos a aprender Grado 4°” que suministra el MEN, tanto la del estudiante como las directrices dadas en la cartilla del docente.
- Se determinaran los objetivos de aprendizaje, las capacidades de aprendizaje, posibles dificultades y errores que puede tener el estudiante y dificultades que puede tener el docente a la hora de exponer y explicar la clase.
- Se consideraran las recomendaciones que se dan al profesor que enseña matemáticas en dicho grado.
- Se revisaran las situaciones, contextos expuestos y la metodología para la resolución de problemas que sugiere el MEN.
- Se analizaran los materiales y recursos que propone el MEN para la realización de las tareas.
- Finalmente se hará un listado de recomendaciones a tener en cuenta en el diseño y elaboración de la Unidad Didáctica.

Para realizar este análisis de una manera sistemática y sintetizada se ha elaborado una tabla en la que se podrá visualizar con mayor facilidad los resultados de dicho análisis los cuales podrán ser corroborados con las respectivas gráficas, anexos y por otra parte el docente investigador de este PSEE dará las recomendaciones y sugerencias respectivas.

Los ítems que nos permitirán medir la efectividad de las tareas son determinados en el análisis cognitivo y en el informe ODEC 2003. Los que se tomaran en este **PSEE** son:

- **Contenido Matemático:** Cantidad, Espacio y Forma, Cambios y Relaciones e Incertidumbre.

- **El contexto:** Personal, Educativo o Laboral, Público, Científico, imaginario, universal. etc. Se entiende como enseñanza Contextualizada en matemática dos definiciones: Uno, consiste trabajar un objeto matemático dentro del campo matemático, y en el segundo caso, se trata de una situación real o ficticia donde los datos guarden coherencia (Mendible & Ortiz, 2007). Las investigaciones señalan que la forma de presentar la matemática en forma contextualizada es el principal fundamento para la adquisición de conocimiento, pues despierta en el estudiante el interés y la motivación hacia su estudio y además contribuyen a desarrollar la competencia matemática. (D'Amore, 2003; Godino, 2004; Ramos & Font, 2006; Blanco, 1993; Mendible & Ortiz, 2007)

- **La complejidad:**

- a. Reproducción: Ejercicio Rutinario donde hay que aplicar algoritmos sencillos ya realizados con anterioridad

- b. Conexión: Requiere realizar un cambio dentro de los sistemas de representación pasando de la representación Verbal/Simbólica a la representación Gráfica.

- c. Reflexión: Necesita enlazar conceptos de diferentes procedencias, además de crear un modelo para poder resolver el problema.

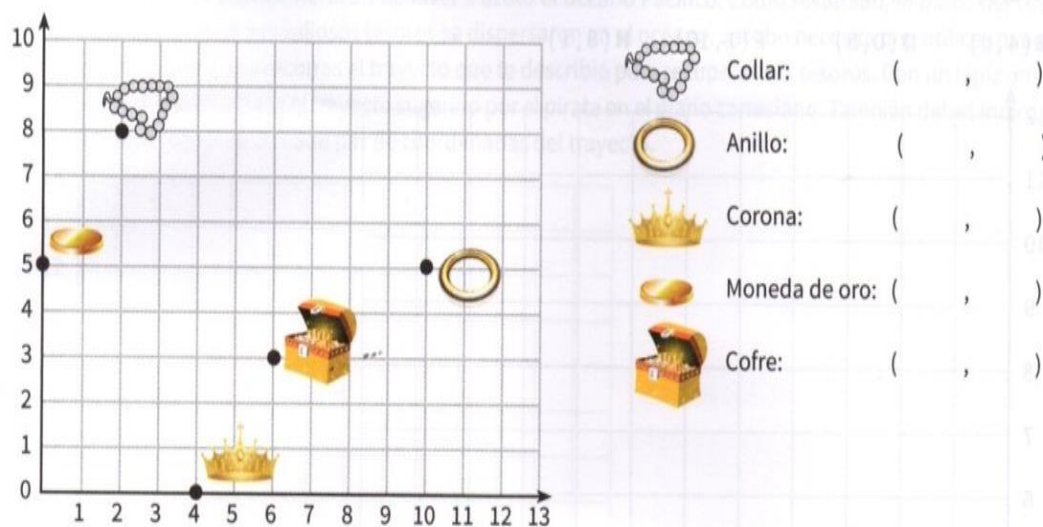
En la evaluación de la tarea se mostrara los elementos en que consiste la tarea; la descripción de dicho elemento; el alcance, el cual se medirá en alto, mediano y bajo; y por ultimo las recomendaciones del docente investigador.

Hay que partir del reconocimiento que se debe a las políticas de estado referentes a la educación en Colombia y los proyectos que este ha estado implementando para cumplir con estos fines educativos y con los derechos que corresponden a toda la población de ser educados; entre estos la cartilla mencionada del Proyecto todos a aprender las cuales se suministran de manera gratuita para uso de los estudiantes y cabe resaltar que su calidad en tipo de papel, impresión, color y todo lo referente a lo físico es óptima (ver anexo 8 y 9).

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Ejercitación

A) Ejercicios contextualizados

- 1) El pirata Barba Negra perdió varios objetos de su tesoro. Ayúdalo a encontrarlos nombrando los pares ordenados de coordenadas de cada uno de los objetos.



Gráfica 21. Tarea 1. Centro 1 – La búsqueda del tesoro – Ejercitación

Elementos de la tarea	Descripción	Alcance	Recomendaciones
Meta	Encontrar objetos del tesoro del pirata.	Bajo	Se debe decir a los estudiantes que deben ubicar las coordenadas de cada punto cercano a cada objeto, ya que la figura los confunde.
Función de la tarea	Tarea de descontextualización y aplicación.	Mediano	En esta edad los estudiantes aprenden más fácil con ejemplos de su entorno o contexto.
Materiales y Recursos	Material manipulativo con plano cartesiano en papel y un lápiz, cartilla.	Mediano	Existen otras alternativas para esta actividad que se propondrán en el AMyR .
Operaciones	Ubicar el par ordenado de cada objeto.	mediano	Ya se ha comentado la confusión que genera la gráfica.

Contenidos	Sentido espacial.	Mediano	Este contenido es un aprendizaje de 3° de primaria, por lo tanto se puede tomar como un diagnóstico.
Situación de aprendizaje	Descontextualizado	Bajo	Los Procesos de descontextualización pueden llevar al estudiante a desconcentrarse.
Complejidad	Conexión	Mediano	El contexto y los MyR ayudan a los estudiantes en estos procesos.
Contexto	Imaginario, marítimo	Mediano	Los Procesos de descontextualización pueden llevar al estudiante a desconcentrarse. Los estudiantes de este PSEE no conocen el mar y solo saben de piratas por las películas. Otros contextos pueden arrojar mejores resultados.
Presentación	Instrucción escrita, lenguaje figurado, presentación de gráfica.	Bajo	Cuando se utiliza lenguaje figurado o descontextualizado surgen dudas en los estudiantes que exigen más orientaciones del docente.
Comunicación (Cómo y Cuándo)	Esta tarea se realizara en parejas ya que permite el juego y la interacción en la resolución de problemas. Será un ejercicio de conocimientos previos.	Alto	Se debe tener precaución en la cantidad de estudiantes que se asignen en un grupo ya que pudieran distraerse. Por otra partes una actividad donde ya se manejan los conceptos.
Agrupamiento de Alumnos	2	Alto	Es mejor el trabajo en parejas que en grupos grandes puesto que logra mayor concentración.
Objetivos	d. Identificar los elementos invariantes en el plano cartesiano de un movimiento. g. Ubica puntos en el plano cartesiano.	Alto Bajo	El estudiante ya maneja los conceptos básicos del plano cartesiano. Los objetos no están ubicados exactamente en las coordenadas que se piden.
Capacidades	C4, C6.	Mediano	Estas capacidades están sujetas a los errores y

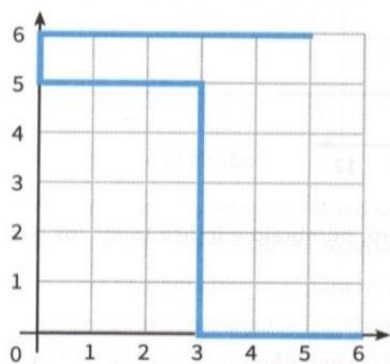
			dificultades.
Resolución de Problemas y situaciones	Se propone trabajar con la metodología de Polya.	Mediano	Se sugiere trabajar con otras metodologías como la propuesta por Schoenfeld, A. (1992).
Errores y dificultades	Dp1, Dp2, Dp3, Dp11, D2, D3, D4, D9, E1-E8.	Bajo	Son muchas las dificultades y errores que se manifiestan en esta tarea.
Tiempo de ejecución	30 minutos	Mediano	Como se ha evidenciado que la tarea no está contextualizada a la cotidianidad del estudiante, el lenguaje es figurado, puede requerirse de más tiempo.

Tabla 12. Análisis de la tarea 1

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Ejercitación

B) Ejercicios abiertos

- 2) Este es el camino que utiliza el cartero para entregar su correo. Nombra 4 pares ordenados de coordenadas diferentes situadas en su trayecto.



- a) (,) b) (,) c) (,) d) (,)

Gráfica 22. Análisis de la Tarea 2. Centro 1 – La búsqueda del tesoro – Ejercitación

Elementos de la tarea	Descripción	Alcance	Recomendaciones
Meta	Encontrar pares ordenados de coordenadas en el camino del cartero	Mediano	Se puede contextualizar inicialmente el camino del cartero con un mapa del barrio o la ciudad.
Función de la tarea	Tarea con mayor grado de contextualización y de aplicación.	Alto	Las tareas que tienen estos elementos cumplen mejor con los objetivos.
Materiales y Recursos	Material manipulable plano cartesiano en papel y lápiz, cartilla.	Mediano	Se pueden emplear otros MyR que se propondrán en este análisis.
Operaciones	Ubicar pares ordenados del trayecto del cartero.	Alto	Los estudiantes ya manejan estos presaberes.
Contenidos	Ubicación espacial, traslación de puntos.	Alto	Ya se puede avanzar en el abordaje de contenidos para que los estudiantes desarrollen otras habilidades.
Situación de aprendizaje	Contexto público.	Alto	En los contextos más conocidos los estudiantes desarrollan mejor sus saberes.
Complejidad	Conexión.	Alto	Aun se puede mejorar el contexto del planteamiento de la tarea.
Contexto	Camino del cartero.	Medio	Se puede abordar una situación más típica y personalizada como ir a la escuela o al parque.
Presentación	Instrucción escrita, lenguaje cotidiano, presentación de gráfica.	Alto	Los estudiantes están más relacionados con la labor del cartero que con la de los piratas.
Comunicación (Cómo y Cuándo)	Individual, no se condiciona bien el cuándo de la tarea.	Medio	El estudiante puede desmotivarse si las instrucciones no son claras o no se utilizan recursos como el juego.
Agrupamiento de Alumnos	Individual	Medio	En esta edad entre 9 y 10 años los estudiantes suelen

			socializar y construir en comunidad. Bishop Alan J, (1999), Vygotsky, L. S. (1962).
Objetivos	C, d, g y h	Medio	El trabajo en parejas y unos recursos apropiados facilitan el alcance de los objetivos.
Capacidades	C4, C5. C6 y C8	Medio	El trabajo en parejas y unos recursos apropiados facilitan el alcance de las capacidades a desarrollar.
Resolución de Problemas y situaciones	Se recomienda la metodología heurística de Pólya.	Medio	Se sugiere trabajar con otras metodologías como la propuesta por Schoenfeld, A. (1992)
Errores y dificultades	Dp1, Dp2, Dp3, Dp11, D2, D3, D4, D8, D9, E1-E5, E7 y E8.	Bajo	Existen muchas posibilidades de que los estudiantes tropiecen con errores y dificultades.
Tiempo de ejecución	No se estima	Bajo	No se delimita un tiempo.

Tabla 13. Análisis de la tarea 2

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Situación de aplicación

Nombre: _____

¡Huracán!
La noche anterior, un terrible huracán de nivel 5 azotó el océano Pacífico. Como resultado, el barco del capitán Jacobo se volteó y todos sus valiosos tesoros se dispersaron en el océano. Jacobo necesita que utilices tu equipo de buceo submarino y que recorras el trayecto que te describió para recuperar sus tesoros. Con un lápiz de color, ubica las coordenadas y traza el trayecto sugerido por el pirata en el plano cartesiano. También debes indicar qué parte del tesoro recogiste en cada par de coordenadas del trayecto.

Trayecto de Jacobo el pirata:

- Comienza el trayecto en el barco situado en el punto (6,5).
- Dirigete al par ordenado de coordenadas (0,5) para recuperar las monedas de oro.
- Ve a las coordenadas (4,8) para recoger las joyas.
- Avanza a las coordenadas (12,7) para recoger los rubís.
- Luego, dirige a la coordenada (12, 0) para recuperar los lingotes de oro.

Al volver al barco, recuperaste los diamantes. Indica las coordenadas del lugar en donde los recogiste.

Diamantes: (,)

83

La ciudad perdida bajo el mar - El cuadernillo del estudiante

Gráfica 23. Análisis de la Tarea 3. Centro 1 – La búsqueda del tesoro – Ejercitación

Elementos de la tarea	Descripción	Alcance	Recomendaciones
Meta	Encontrar y recoger tesoro del capitán Jacob.	Mediano	Se puede contextualizar inicialmente el recorrido del trayecto con un mapa del barrio o la ciudad o un panorama más común para los estudiantes.
Función de la tarea	Tarea con mayor grado de contextualización y de aplicación.	Alto	Las tareas que tienen estos elementos cumplen mejor con los objetivos.
Materiales y Recursos	Material manipulable plano cartesiano en papel y lápiz, cartilla.	Mediano	Existen otras alternativas para esta actividad que se propondrán en el AMyR .
Operaciones	Ubicar pares ordenados del trayecto del tesoro del capitán Jacob.	Alto	Los estudiantes ya manejan estos presaberes.
Contenidos	Ubicación espacial, traslación de puntos.	Alto	Es posible avanzar en el abordaje de contenidos para que los estudiantes desarrollen otras habilidades.
Situación de aprendizaje	Descontextualizado	Bajo	Los Procesos de descontextualización pueden llevar al estudiante a desconcentrarse.
Complejidad	Conexión	Mediano	Aun se puede mejorar el contexto del planteamiento de la tarea.
Contexto	El fondo marino, trayecto del tesoro perdido del capitán Jacob.	Bajo	Se puede abordar una situación más típica y personalizada como ir a la escuela, al parque, a otra ciudad.
Presentación	Instrucción escrita, lenguaje figurado, presentación de gráfica.	Mediano	Los estudiantes no están más relacionados con la labor de los piratas. Aunque la gráfica es de ayuda para Resolución de problemas.
Comunicación (Cómo y	Individual, Es una tarea de situación de aplicación.	Mediano	El estudiante puede confundirse si las instrucciones no son claras

Cuándo)			o no se utilizan situaciones más comunes de acuerdo al contexto escolar o personal.
Agrupamiento de Alumnos	Individual	Mediano	En esta edad entre 9 y 10 años los estudiantes suelen socializar y construir en comunidad. Bishop Alan J, (1999), Vygotsky, L. S. (1962).
Objetivos	C, d, e, f, g y h	Mediano	El trabajo en parejas y unos recursos apropiados facilitan el alcance de los objetivos.
Capacidades	C2 - C8	Mediano	El trabajo en parejas y unos recursos apropiados facilitan el alcance de las capacidades a desarrollar.
Resolución de Problemas y situaciones	Se recomienda la metodología heurística de Pólya.	Mediano	Se sugiere trabajar con otras metodologías como la propuesta por Schoenfeld, A. (1992).
Errores y dificultades	Dp1, Dp2, Dp3, Dp11, D2, D3, D4, D8, D9, E1-E5, E7 y E8.	Bajo	Existen muchas posibilidades de que los estudiantes tropiecen con errores y dificultades.
Tiempo de ejecución	No se determina	Mediano	No se define el tiempo de ejecución.

Tabla 14. Análisis de la tarea 3

4.4.2. Análisis de materiales y recursos.

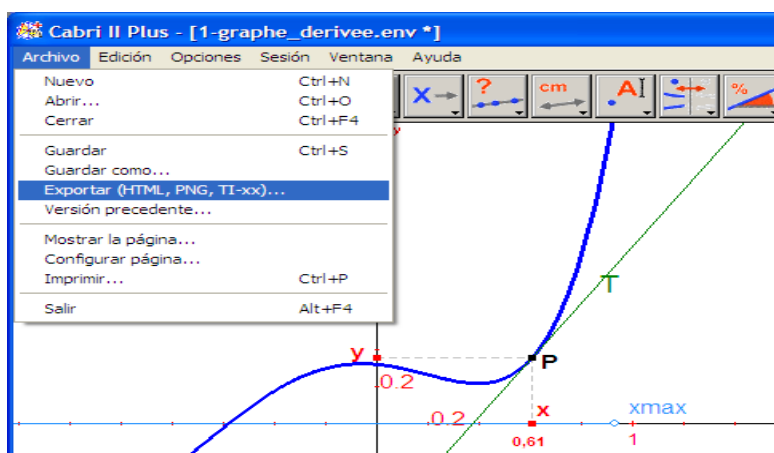
Con el objetivo de hallar un material idóneo para la enseñanza de traslaciones, se analizaran las principales características de los materiales para conocerlos más en profundidad y decidir cuáles serán los más adecuados a los propósitos de las tareas matemáticas de enseñanza de traslaciones en el plano cartesiano. Es fundamental examinar qué contenido matemático trata, analizar qué formas de representación emplea, qué capacidades promueve, qué tipo de conocimiento moviliza y otras observaciones que se han propuesto en el capítulo 2 sobre el **AMyR**. Para encontrar un **MyR** adecuado se ha diseñado una tabla evaluativa de los materiales más comunes y utilizados en la enseñanza de las traslaciones en el plano cartesiano que como ya se

advirtió está fundamentada en Gráfica 6 Materiales y Recursos en el Aula de Matemáticas (Flores, y otros, 2011, pg. 43)

Los Materiales y Recursos que se analizan en este **PSEE** por su afinidad con el plano cartesiano son:

4.4.2.1 Cabri II Plus.

Dentro de la amplia gama de procesadores geométricos, Cabri destaca no sólo por su popularidad, sino también por su simple y amigable interfaz. Algunas funcionalidades destacables de cabri son: construcción de puntos, líneas, triángulos, polígonos, círculos y cónicas. Construcción y animación de lugares geométricos. Construcciones fundamentales incorporadas, como rectas paralelas, simetrales, bisectrices, suma de vectores, etc. Transformaciones geométricas e isométricas incorporadas. Coordenadas cartesianas de puntos, rectas, circunferencias, cónicas y lugares geométricos.

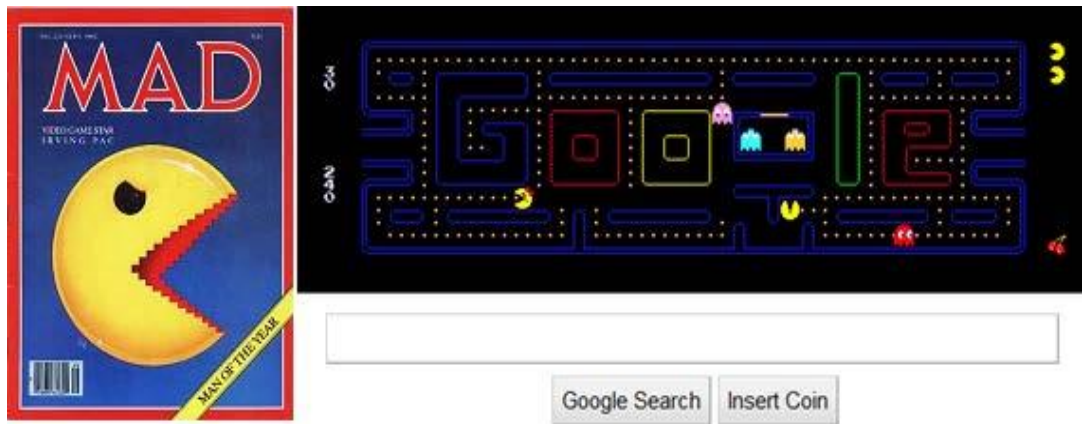


Gráfica 24. El Cabri II Pluss

4.4.2.2 Pac-man.

“El protagonista del videojuego Pac-Man es un círculo amarillo al que le falta un sector por lo que parece tener boca” Los tableros del juego son laberintos en dos dimensiones en los que se ven pequeños puntos llamados *Pac-dots* en inglés o galletas como se les ha denominado en América latina. El objetivo de Mr. Pac-Man es comerse todos los puntos en cada tablero para pasar al siguiente nivel. Sin embargo,

debe evitar a cuatro fantasmas que *Shadow* llamado también *Blinky* de color rojo, *Speedy* o *Pinky* de color rosa, *Bashful* o *Inky* que tiene una tonalidad azul aguamarina y finalmente el fantasma naranja llamado *Pokey* o *Clyde*. **Todos** los movimientos de Mr. Pac-Man están regidos **únicamente** por traslaciones, reflexiones axiales y rotaciones, lo que permite hacer un estudio de los movimientos rígidos en el plano teniendo como referente a este simpático personaje. (Wikipedia 2012)



Gráfica 25. Juego de Pac-Man

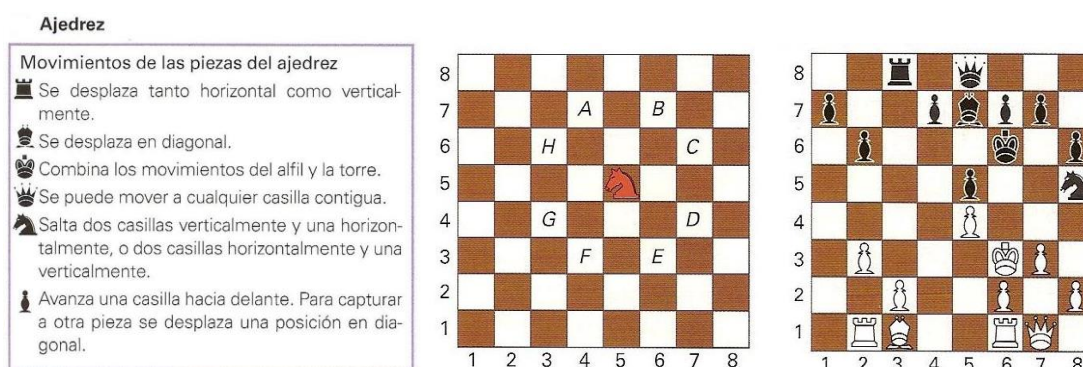
4.4.2.3 Ajedrez.

En la propuesta didáctica que presentan Maz-Machado, A. y Jiménez-Fanjul, N. (2012). Consideran que dentro de los muchos juegos que pueden servir como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas está el ajedrez. Los psicólogos han considerado esta actividad, dentro de su doble condición de juego/deporte, como idónea para analizar las diferencias cognitivas de los individuos durante los procesos mentales que se ponen en acción durante su práctica (Saariluoma, 2001; Charness, 1981; Robbins *et al*, 1996; Chase y Simon, 1973). Actualmente se ha comparado su táctica y estrategia con las que se ejercitan durante algunos juegos tecnológicos como los video juegos (Pérez-Latorre, 2012), lo cual indica la gran riqueza visual y cognitiva así como lo dinámico y actual del juego.

Siguiendo a Maz-Machado, A. y Jiménez-Fanjul, N. (2012), en sus estudios han mostrado como el ajedrez ayuda a desarrollar los siguientes conceptos geométricos:

- La situación en el espacio, distancias y giros.

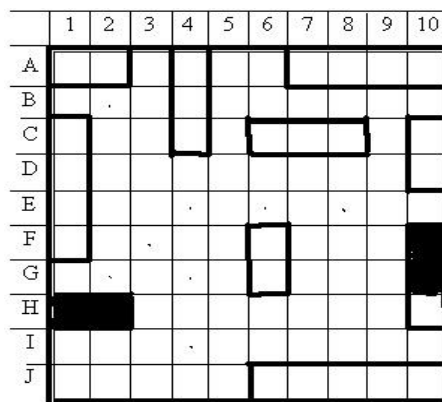
- Descripción de posiciones y movimientos, en relación a uno mismo y a otros puntos de referencia.
- Uso de vocabulario geométrico para describir itinerarios: líneas abiertas y cerradas; rectas y curvas.
- Interpretación y descripción verbal de croquis de itinerarios y elaboración de los mismos.
- Formas planas y espaciales.
- Las figuras y sus elementos. Identificación de figuras planas en objetos y espacios cotidianos.
- Identificación de los cuerpos geométricos en objetos familiares. Descripción de su forma, utilizando el vocabulario geométrico básico.
- Comparación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos con criterios elementales.
- Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición.
- Regularidades y simetrías.
- Búsqueda de elementos de regularidad en figuras y cuerpos a partir de la manipulación de objetos.
- Interpretación de mensajes que contengan informaciones sobre relaciones espaciales.
- Resolución de problemas geométricos explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.
- Interés y curiosidad por la identificación de las formas y sus elementos característicos.
- Confianza en las propias posibilidades; curiosidad, interés y constancia en la búsqueda de soluciones.



Gráfica 26. Juego de Ajedrez

4.4.2.4 Batalla naval.

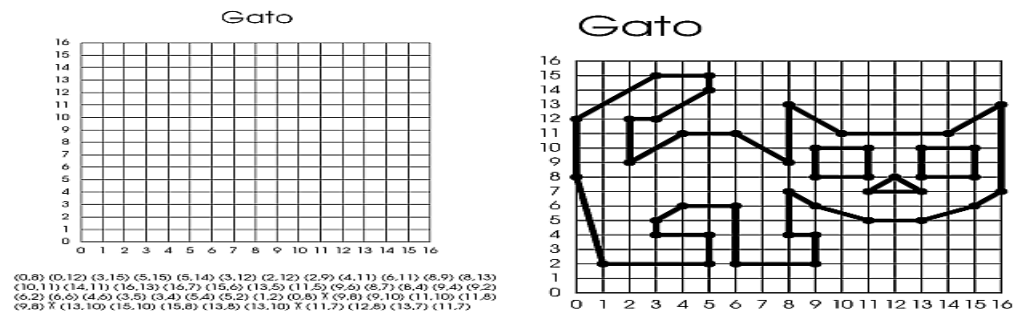
La batalla naval (juego de los barquitos o hundir la flota, nombre con el que se comercializó en España el juego de mesa; hundiendo barquitos, en algunos lugares de Hispanoamérica), del nombre en inglés battleship, es un juego tradicional de adivinación que involucra a dos participantes. Se ha comercializado como juego de mesa en distintos formatos por varias marcas. El primero en sacarlo al mercado fue Milton Bradley Company, en 1931, y se jugaba con lápiz y papel. En 2012 se estrenó una película basada en el juego, titulada en inglés Battleship (Wikipedia, 2017)



Gráfica 27. Versión de tablero de batalla Naval hecha en papel

4.4.2.5 Cuadrícula.

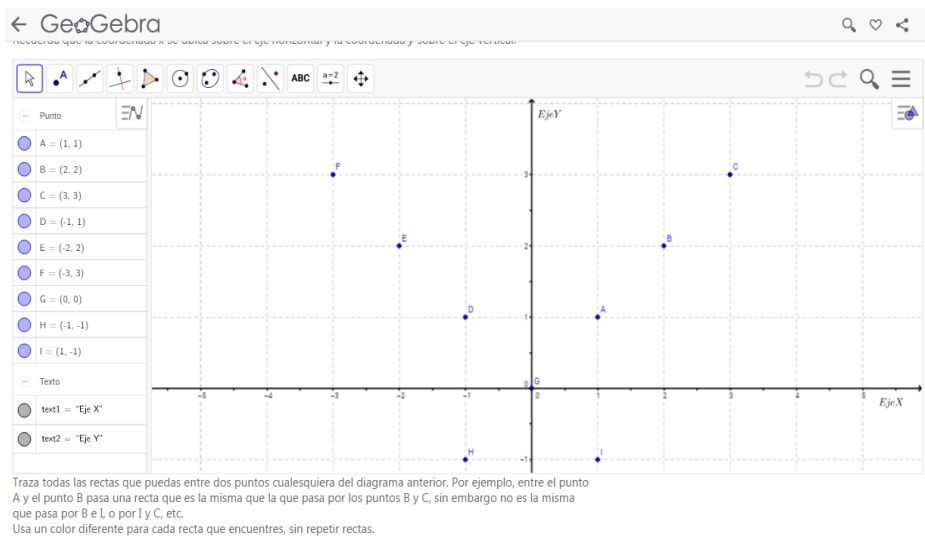
Con una cuadrícula el estudiante no requiere saber cómo elaborar un plano cartesiano ya que cada hoja contiene la cuadrícula. Comienza marcando el primer par ordenado utilizando como guía los números en el **eje X** y **eje Y** del mapa cartesiano. Conociendo que los niños y niñas disfrutan de dibujar, esta actividad es ideal para la primaria, en diferentes grados, ya que como se ve en las imágenes, los ejercicios empiezan fáciles y van haciéndose más complejos (Neoparaiso, 2017).



Gráfica 28. Cuadrícula de papel

4.4.2.6 Geogebra

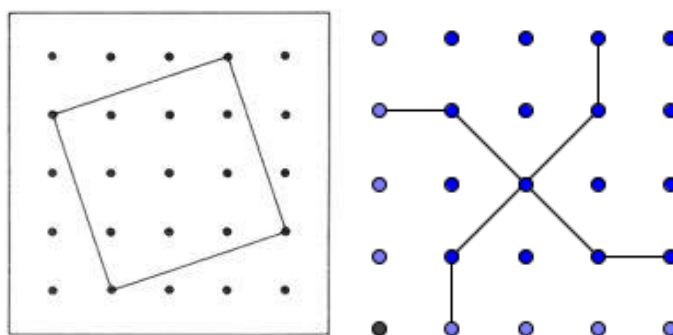
Es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades. Su creador Ronaldo soto Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo, lo continuó en la Universidad de Atlantic, Florida, luego en la Universidad Estatal de Florida y en la actualidad, en la Universidad de Linz, Austria. Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, por lo que puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. Su categoría más cercana es software de geometría dinámica. GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales; también se pueden realizar operaciones tales como intersección entre objetos, traslaciones, rotaciones; además, se pueden graficar funciones, curvas expresadas en forma implícita, regiones planas definidas mediante desigualdades, etc. (Wikipedia 2017)



Gráfica 29. Geogebra

4.4.2.7 Geoplano.

Tablero de madera de forma cuadrada 25 x 25 cm² en el que se encuentran distribuidos 25 clavos de cabeza plana, clavados parcialmente formando una cuadrícula. Con unos elásticos de caucha es posible crear formas que nos permitirán entre otras cosas visualizar traslaciones, giros respecto a un punto y simetrías axiales. Mediante combinaciones de estos geoplanos bien colocados, es posible teselar el plano. (Wikipedia, 2017)



Gráfica 30. Geoplano

Con respecto al **AMyR**, la **tabla 15**, muestra en este análisis que el juego de ajedrez cumple características especiales como recurso didáctico, sin desmeritar los otros

recursos, que por cierto la evaluación arroja resultados satisfactorios, es de considerar que el que sea además asequible y muy manipulable para los estudiantes cumple a cabalidad las demás cualidades que se solicitan en un recurso didáctico.

Análisis de Materiales y Recursos para enseñanza de Traslaciones en el Plano Cartesiano									
			Ajedrez	Batalla Naval	Cabri	Cuadricula	Geogebra	Geoplano	Pac-Man
Según la Utilidad	Contenido	Aritmética	v		v	v	v		
		Algebra	v		v		v		
		Geometría	v	v	v	v	v	v	v
		Funciones	v		v	v	v		
		Estadísticas y Probabilidad	v		v	v	v	v	v
	Nivel Educativo	Educación Infantil	v	v		v		v	
		Educación Primaria	v	v	v	v	v	v	v
		Bachillerato	v	v	v	v	v	v	v
	Momento en que se utiliza (Corbalán, 1994)	Pre-Instruccional	v	v		v		v	
		Co-Instruccional	v	v	v	v	v	v	v
		Post-Instruccional	v	v	v	v	v	v	v
	Tipo de tarea y actividad	Mostrar-Observar	v	v	v	v	v	v	v
		Proponer-Manipular	v	v	v	v	v	v	v
		Plantear-Resolver problemas	v	v	v	v	v	v	v
		Buscar-Desarrollar estrategias	v	v	v	v	v	v	v
	Tipo de Aprendizaje	Memorizar (Retener-recuperar)	v	v	v	v	v	v	v
		Comprender (Relacionar)	v	v	v	v	v	v	v
		Resolver problemas	v	v	v	v	v	v	v
		Aplicar Algoritmos	v		v	v	v		v
		Ejercitarse (dominar técnica)	v	v	v	v	v	v	v
Según El Formato	Soporte	Informático	v	v	v		v		v
		Material plástico o reciclable	v	v				v	
		Papel	v	v		v		v	
		Madera	v	v		v		v	
	Accesibilidad	Fácil de hallar en el comercio	v	v		v		v	
	Grado de Difusión	Muy conocido y difundido	v	v		v		v	
	Total		26	21	19	23	19	21	16

Tabla 15. Análisis de Materiales y Recursos para enseñanza de Traslaciones en el Plano Cartesiano

Para la elaboración o reelaboración de estas **UGD** se va a tener en cuenta tanto los propios procesos de análisis didácticos realizados en este **PSEE**, como también algunos materiales de referencia adaptados a nuestro contexto como las cartillas “todos aprender” del grado cuarto, en el Centro 1- La búsqueda del tesoro pg. 79-83. (ver Anexo 9) suministradas por el **MEN**.

4.4.3.1 Descripción de la UGD.

Como ya se ha planteado en todo el contenido de este trabajo elaborado como un **PSEE**, la **UGD** se sintetiza así:

- **Datos informativos:** se elabora en la Institución Educativa Juan María Céspedes Sede Miguel Ángel Zúñiga de la ciudad de Tuluá Valle, aplicándola al grado cuarto de primaria con el tema de Traslaciones en el Plano Cartesiano. Esto en el año lectivo 2016 en los meses de Abril a Julio.
- **Título:** Unidad Guía Didáctica “Traslaciones en el Plano Cartesiano con recursos del juego de ajedrez”.
- **Tiempo de aplicación:** la **UGD** se aplica en 10 semanas, en sesiones de una hora semanal.
- **Objetivos de aprendizaje:** 1) estimular y motivar el aprendizaje de los estudiantes entorno a las Traslaciones en el Plano Cartesiano a través de un recurso didáctico como el juego de ajedrez. 2) Fortalecer las conexiones conceptuales entre el sentido y ubicación espacial, con respecto a las Traslaciones en el Plano Cartesiano. 3) Resolver problemas relacionados a ubicación en el espacio y Las traslaciones Isométricas en contextos cotidianos a nivel teórico y/o práctico.
- **Destrezas:** Desarrollo de las competencias básicas: 1) Propiciar en el estudiante el uso de las diferentes representaciones y sistemas de notación simbólico, como también plantear y resolver problemas cotidianos, y geométricos; 2) Proponer situaciones que les permita hacer uso del pensamiento espacial como instrumento para resolver problemas de tipo personal y social favoreciendo la formación ciudadana.
- **Contenidos conceptuales:**
 1. Sentido espacial
 2. Traslación

3. Plano cartesiano
4. Dificultades y Errores asociados al aprendizaje de las Traslaciones
5. Aspectos históricos
6. Usos y contextos
7. Materiales y Recursos para la enseñanza de las Traslaciones en el Plano Cartesiano
8. Juego de Ajedrez
 - Historia del Juego de ajedrez
 - El tablero de ajedrez
 - Reglas del juego de ajedrez
 - Movimientos de las fichas
9. Resolución de Problemas
10. Instrumentos de Evaluación

- **Contenidos procedimentales**

1. Aplicar los conceptos de sentido espacial y ubicación en el plano cartesiano para resolver situaciones del contexto.
2. Reconocer y obtener traslaciones en el plano cartesiano.
4. Utilizar e interpretar los datos de una gráfica en el plano cartesiano.
7. Utilizar el vocabulario y la nomenclatura adecuados para describir, cuantificar y realizar traslaciones en situaciones relacionadas con transformaciones en el plano cartesiano.
8. Resolver problemas de la vida cotidiana a partir del planteamiento y resolución de situaciones relacionados con las traslaciones en el plano cartesiano.

- **Contenidos actitudinales**

1. Valoración positiva de la presencia y utilidad de las traslaciones en el plano en distintos contextos de la vida cotidiana.
2. Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a problemas de sentido espacial.
3. Interés al realizar los procedimientos para resolver situaciones y problemas.
4. Utilización adecuada del vocabulario y terminología propia de los de las traslaciones isométricas.
5. Interés por conocer nuevos métodos para obtener de una forma más rápida y cómoda.
6. Reconocimiento y valoración crítica de la utilidad de los diferentes Materiales y Recursos como: El ajedrez, batalla naval, geoplano, etc.
7. Satisfacción y gusto por la presentación cuidadosa y ordenada de los trabajos.

- **Estrategias metodológicas:**

- **Estrategias específicas de la UGD:**

- 1) Utilizar los diferentes significados o subconstructos relacionados con las traslaciones en el plano cartesiano;
- 2) Expresar en diferentes sistemas de representación la ubicación de un objeto en un sistema de coordenadas;
- 3) Realizar en un plano cartesiano una traslación considerándose un sistema de coordenadas dado;
- 4) Generar situaciones problémicas que den sentido a dichos estudiantes.

- **Metodología de la UGD:**

La finalidad de esta UGD es favorecer la relación existente entre los conocimientos adquiridos por los estudiantes, así como las destrezas matemáticas, desarrolladas desde años anteriores de formación teniendo en cuenta su motivación a partir de estrategias metodológicas como Los Materiales y Recursos utilizados para la enseñanza de las traslaciones en el plano cartesiano a través del juego de Ajedrez. De igual manera se hará énfasis en la importancia y aplicación de la geometría en contextos cotidianos, haciéndola accesible y de mayor entendimiento por parte de los estudiantes en comparación con los libros de texto suministrados por el **MEN**.

- **Recursos:** ya se ha hecho una previa consideración en el **AD** y el **AMyR** sobre los posibles recursos que se pueden utilizar en la enseñanza de las traslaciones, con numerosos materiales, instrumentos y recursos manipulativos que por una parte ayudan a los profesores a diseñar tareas matemáticas que ponen en juego capacidades de los estudiantes y por otra parte permiten al estudiante desarrollarlas de manera eficaz, motivadora y en comunidad (Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. 2011). En el desarrollo de este **PSEE** y de la implementación de la **UAD** y la **UGD**, se utilizarán como recursos: El juego de Ajedrez en material manipulativo y en los computadores de la sala de sistemas de la institución, la cuadrícula de papel, Batalla Naval en el tablero de ajedrez y en internet.
- **Evaluación:** este **PSEE** plantea la evaluación a través de diferentes instrumentos que permiten observar de manera general o específica los avances en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. De esta forma para evaluar la secuencia de la **UAD** y **UGD**, se tienen en cuenta los instrumentos aplicados en diferentes momentos, como los instrumentos de evaluación, la prueba diagnóstica, el examen final, las diferentes tareas propuestas y talleres,

entre los instrumentos de recolección de datos se cuenta con el diario del estudiante de acuerdo con las actividades propuestas. El diario del profesor, las parrillas de observación de acuerdo a las capacidades y dificultades de los estudiantes y por último la lista de control para evaluar la unidad didáctica la cual cuenta con unos elementos a valorar como son: objetivos, contenidos, metodología, temporización, actividades, evaluación y recursos.

Por otra parte se da especial atención en los estudiantes, pues son ellos los protagonistas de la realización de las tareas y actividades propuestas, esto desde una perspectiva sociocultural del proceso de aprendizaje, tal como lo propone Bishop Alan J, (1998, 1999) con respecto al aprendizaje de las matemáticas a través del juego. Además, se pretende que los estudiantes tengan una actitud crítica y que realicen tareas en el desarrollo de las clases, por lo que llevaremos a cabo una metodología activa y participativa. De acuerdo al currículo oficial vigente, se da énfasis en el enfoque funcional de las Matemáticas caracterizado porque el conocimiento permite modelizar situaciones reales y está orientado a la resolución de cuestiones y problemas en diferentes contextos. El sentido y ubicación espacial en la enseñanza de las traslaciones debe iniciarse con explicaciones y pruebas que persiguen un doble objetivo: evaluar los conocimientos previos y motivar a los estudiantes por el aprendizaje de nuevos contenidos. Para lograr dicho objetivo se **se** realizarán las siguientes actividades:

4.4.3.2 Descripción de las sesiones propuestas en la UGD.

La secuencia de la **UGD** se construyó en diez sesiones, cada una de 60 minutos de duración, previstas entre 13 de abril y el 13 de julio de 2016. Para cada sesión se asignaron diversas tareas. A continuación se describe de manera general de cada una de estas sesiones.

4.4.3.2.1 Sesión 1.

Se Realizó una prueba diagnóstica. Al dar inicio a esta sesión, el profesor informó sobre la importancia que tiene esta prueba. La prueba se realizará con 10 tareas que están asociadas al sentido espacial y a la ubicación en el plano cartesiano. La prueba se planificó para una duración de 50 minutos (ver anexo 11).



Gráfica 31. Sesión 1

4.4.3.2.2 Sesión 2.

Se da inicio a la presentación de la Unidad Guía Didáctica sobre las traslaciones, los objetivos y el sistema de evaluación. Posteriormente se presenta a los estudiantes el juego de ajedrez como material y recurso didáctico, se desarrolla la clase presentando la historia del ajedrez. Se hace entrega la prueba diagnóstica calificada; y el diario del estudiante para que los estudiantes lo utilicen en cada sesión, tiempo estipulado 60 minutos. (Ver grafica 32).



Gráfica 32. Sesión 2

4.4.3.2.4 Sesión 3.

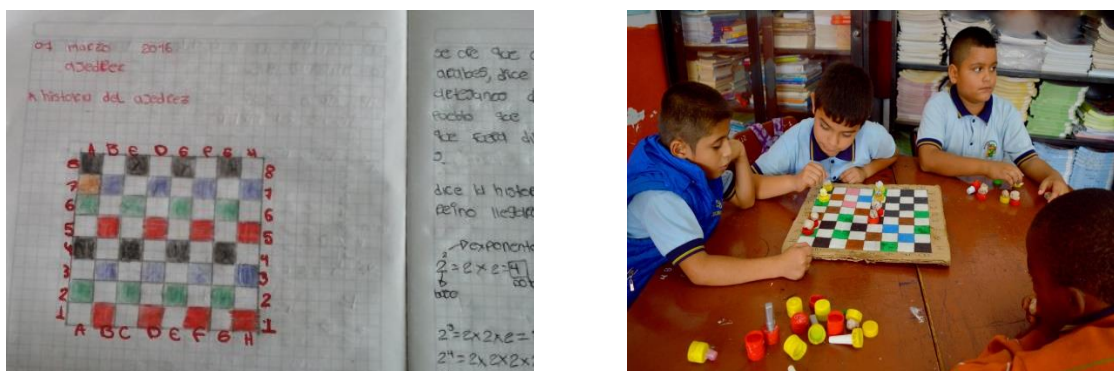
Se desarrolla en dos momentos; en un primer momento se explica a los estudiantes como elaborar en compañía de los padres de familia un juego de ajedrez con material reciclable tiempo estimado 30 minutos. A continuación se explica a los estudiantes como se juega ajedrez con sus respectivas reglas, se les deja como actividad practicar en casa, tiempo 30 minutos. (Ver grafica 33).



Gráfica 33. Sesión 3

4.4.3.2.3 Sesión 4.

Se desarrolla en dos momentos. En el primero de ellos, con una duración de 30 minutos, se propone una actividad con el juego de ajedrez llamada “carrera de caballos” los estudiantes la desarrollan en pares. En la siguiente etapa que dura 30 minutos, se explica a los estudiantes el plano contenido en el tablero de ajedrez y su respectivo sistema de coordenadas. (Ver grafica 34).

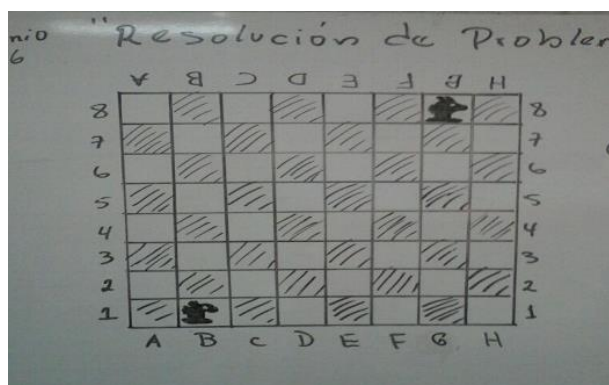


Gráfica 34. Sesión 4

4.4.3.2.5 Sesión 5.

Planificación en 2 momentos. En el primer momento se plantea la actividad de la sesión anterior “Carrera de caballos” en pares; agregando a la actividad, escribir las coordenadas de la secuencia de pasos de los caballos, el tiempo para esta actividad es de 20 minutos. En la segunda etapa se propone a los estudiantes jugar una partida de

ajedrez escribiendo las coordenadas de las respectivas jugadas, tiempo para esta actividad 40 minutos.



Gráfica 35. Sesión 5

4.4.3.2.6 Sesión 6.

Durante esta sesión se propone a los estudiantes jugar ajedrez con sus pares en los computadores, durante esta actividad deben escribir la secuencia de las respectivas coordenadas de las respectivas jugadas, tiempo estimado 60 minutos.

4.4.3.2.7 Sesión 7.

En esta sesión se establece un torneo de ajedrez, este se programa por géneros; un torneo de niñas y otro de niños. Los estudiantes deben llevar el registro de sus jugadas en las respectivas coordenadas de los movimientos dados.



Gráfica 36. Sesión 7 Entrega de premiación del torneo

4.4.3.2.8 Sesión 8.

Se plantean 2 momentos; en el primero se entregan las cartillas para realizar la tarea 1 de la cartilla “Todos aprender” centro 1 la búsqueda del tesoro (ver anexo 8). Tiempo estimado 30 minutos, esta actividad se evalúa. En la segunda etapa se propone la siguiente actividad de la cartilla, ejercicios abiertos que corresponde a la tarea 2. Tiempo estimado 30 minutos, esta actividad también se evalúa en grupos.



Gráfica 37. Sesión 8

4.4.3.2.9 Sesión 9.

En esta sesión se plantea la tarea 3 de la cartilla “todos aprender” la búsqueda del tesoro situación de aplicación pg. 83, (ver anexo 9). Esta actividad se tiene en cuenta como evaluación individual. Tiempo estimado 60 minutos.

4.4.3.2.10 Sesión 10.

En esta sesión se evalúa nuevamente a los estudiantes con la actividad inicial de la sesión 1 (ver anexo. 11). Tiempo asignado 50 minutos.

5. CONCLUSIONES, REFLEXIONES FINALES Y RECOMENDACIONES

Esta Sistematización de Experiencia de un docente de matemáticas en educación básica primaria, basada en la adaptación de un Modelo local de Análisis Didáctico (Bedoya, 2013, 2017) en torno al tema de las traslaciones isométricas, se asumió y desarrolló como un compromiso profesional con la Institución Educativa Juan María Céspedes, donde laboro, y como requisito investigativo en Didáctica de las Matemáticas (DM) para optar al título de *Magíster* en el programa de “Maestría en Educación - Énfasis Educación Matemática y Ciencias Experimentales” de la Universidad del Valle.

Uno de los propósitos principales y generales de este Trabajo de Grado se enfocó en el desarrollo de la formación (y desarrollo) profesional y en la innovación curricular en los campos del currículo, la formación docente y la Didáctica de las Matemáticas. Y de manera más específica y concreta el Trabajo se centró en el desarrollo de la competencia de planificación (curricular) de la enseñanza por parte del autor y docente, basada en la adaptación y elaboración de un Modelo Local de Análisis Didáctico (Bedoya, 2002; 2013, 2017; Rico, Lupiáñez y Molina, 2013), referido a las condiciones de posibilidad de los medios y recursos (materiales) didácticos apropiados para trabajar con Unidades Didácticas (de análisis y guías) sobre un tema o contenido matemático escolar específico como el de las traslaciones isométricas (Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín, y Molina, 2011). El recurso didáctico concreto fue el juego de ajedrez, que en éste Trabajo iniciamos una caracterización como Recurso Organizador Curricular y Didáctico (Rico, 1997; Castro, 2001) para el docente de básica primaria.

5.1 Con respecto al problema que origina este Proyecto de Sistematización de una Experiencia Educativa –PSEE–

En Colombia la formación en matemáticas de los docentes básica primaria suele ser muy deficiente e inadecuada; por una parte, las universidades no están formando docentes de matemáticas en básica primaria, y por otra parte, los requisitos exigidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) para ingresar a la carrera docente son mínimos; cualquier profesional o licenciado en cualquier área y normalistas son admitidos en la carrera docente sin una óptima preparación en esta área de las matemáticas escolares, que de acuerdo a las exigencias nacionales (Pruebas Saber) e internacionales (Pruebas PISA) propone y exige una especial atención. Además, tal como es social y culturalmente reconocido, las matemáticas son una herramienta indispensable para la vida y la subsistencia. Esta situación problemática sirve como reflexión por parte de un docente en proceso de formación posgraduada para considerar, decidir y llevar a cabo el desarrollo e implementación de un proceso local

de **AD** y de las correspondientes Unidades Didácticas (**UAD**: unidad de análisis didáctico y **UGD**: unidad guía didáctica) que se generan o deben producir a partir de este proceso y a través de un proceso investigativo, formativo y de innovación más general como lo es el de la Sistematización de Experiencias Educativas (Didáctica y Docente) (Bedoya, 2013, 2017). Esto con el propósito u objetivo general de abordar el problema planteado e intentar darle o proponer la debida atención.

De esta forma, con los resultados obtenidos, es como se consideran alcanzados los propósitos de este Proyecto y proceso de Sistematización de Experiencias Educativas (PSEE) de carácter curricular y didáctico, el cual estuvo orientado a planificar, desarrollar, implementar y analizar una propuesta de formación docente y de innovación curricular, articulando sistémica y sistemáticamente dos tipos de experiencias, la práctica cotidiana del profesor y la formación continua, en este caso de carácter formal a nivel de Maestría (Bedoya 2013, 2017). Propuesta que ha sido diseñada, implementada, analizada y evaluada a través de éste proyecto y proceso de Sistematización de Experiencias curriculares y didácticas docente, y cuyo diseño metodológico se basó en diferentes aspectos de la investigación cualitativa, la investigación acción participativa, el estudio de casos y la investigación evaluativa, concretados en el diseño metodológico de un experimento didáctico docente.

Este proceso didáctico y metodológico de Sistematización de Experiencias Educativas, ha indagado diferentes alternativas fundamentadas en la formación de los profesores de matemáticas de básica primaria y el desarrollo de las competencias profesionales, con mayor atención a las competencias de planificación y de análisis didáctico de contenidos matemáticos por parte del docente-investigador en torno a su práctica. El Trabajo se ha concretado en el desarrollo profesional y personal de una formación a nivel de Maestría y en el desarrollo de competencias profesionales por parte del docente (autor del Trabajo), con la asesoría y el apoyo de otros miembros del equipo de trabajo (Grupo GIFPME-Sede Tuluá, Código GrupLac COL0036156, dirigido por el Doctor Evelio Bedoya Moreno), constituido en el marco del programa de Maestría y del Área de Educación Matemática de la Universidad del Valle. Así mismo, el Trabajo de Grado se concretó en la producción de propuestas y modelos curriculares y unidades guías didácticas, desarrollo que constituye la cuarta fase –de producción, potenciación y socialización–, del Proceso de Sistematización de la Experiencia Educativa Docente. (Véase Figura 7 en la sección 3.4.2: Diseño metodológico del PSEE, que muestra las distintas fases del Proceso de Sistematización de la Experiencia Educativa).

5.2 Sobre los fundamentos teóricos

De acuerdo con las propuestas de **AD** y de **CD** presentada por los autores del **PNA**, y del Modelo Local de Análisis Didáctico y del CDC (Conocimiento Didáctico del Contenido) formulada por Bedoya (2017), expuestos en el capítulo 2 de este trabajo, la experiencia del docente investigador que ha fungido en todo este proceso de formación e innovación como Maestrante en el campo de la **DM**, ha sido en palabras del propio autor, “muy enriquecedor y gratificante, ya que el aprendizaje y formación adquirida en este proceso y la sustancia misma de los conocimientos adquiridos en la planificación, competencias docentes, al proceso de **ADM** con respecto a un contenido matemático específico, a los contenidos curriculares, a la fundamentación y reflexión en torno al Modelo Local y específico de **AD** han servido, por una parte, para reflexionar en mi rol como docente en el área de matemáticas de básica primaria, y como parte de mi constante formación que sin duda servirá como cualificación profesional de mi enseñanza”.

5.3 Una mirada a la propuesta metodológica

La propuesta metodológica referente a este proceso de Sistematización de la Experiencia de un docente investigador, ubicado en un entorno local (Bedoya, 2002; 2013; 2017), con el propósito de realizar un **AD** de un tema matemático específico – traslaciones en el plano cartesiano–, y la correspondiente construcción de unas **UD** (**UAD** y **UGD**) tal como se establece en el capítulo 3 de este trabajo, ha sido del todo conveniente en consonancia con los referentes teórico-metodológico que establecen el trabajo investigativo cualitativo de la **I-A-P** (investigación acción participativa), de la **I-A** (investigación acción), Estudio de Casos y Diseño de Experimentos Didácticos (de Enseñanza), articulados y concretados en un diseño general de un **Proceso de Sistematización de Experiencias Educativas (PSEE)**, ya que de acuerdo con el docente en su eco autobiografía profesional durante el desarrollo del proyecto fungiendo como investigador sobre sus prácticas en el aula: “este tipo de metodología permite aprender mientras se investiga y se interactúa con los estudiantes, además brinda la posibilidad de generar una edificación continua profesionalizada en pro del aprendizaje de los estudiantes al realizar un continuo seguimiento a la experiencia”.

5.4 Consideraciones sobre el Análisis Didáctico Matemático –ADM–

El desarrollo de este proceso investigativo basado en la Sistematización de Experiencias Didácticas Docentes y el **ADM** referido al tema de las traslaciones en el plano cartesiano, cumplió a plenitud con las expectativas previstas por el docente, ya

que al realizar este proceso se evidencio el fortalecimiento y crecimiento tanto en relación con el proceso y competencia (capacidades) de planificación (curricular) de la clase, como la apropiación de los diferentes conceptos, categorías conceptuales y metodológicas que forman parte del proceso general de **AD**. La experiencia de poder realizar estos diferentes análisis siguiendo la asesoría del Tutor y con el apoyo de los demás integrantes del grupo de trabajo, fuero quedando en el docente saberes, conocimientos, habilidades y actitudes, requeridos para dar continuidad a estos procesos en el aula con la garantía de que se obtendrá una formación continua y permanente a la vez que se induce a otros docentes de la Institución Educativa y de otras instituciones a conocer y poner en práctica estos procesos.

El **ADM** es por lo tanto, en palabras del docente autor de este **PSEE**, “Una técnica profesional, compleja y especializada en el área de las matemáticas que al ser desarrolladas de manera precisa logra cualificar al docente en su formación permanente y lo hace un ser, más reflexivo de su quehacer pedagógico”.

5.5 La experiencia con el juego de ajedrez concebido como recurso y medio didáctico Organizador del Currículo de Matemáticas

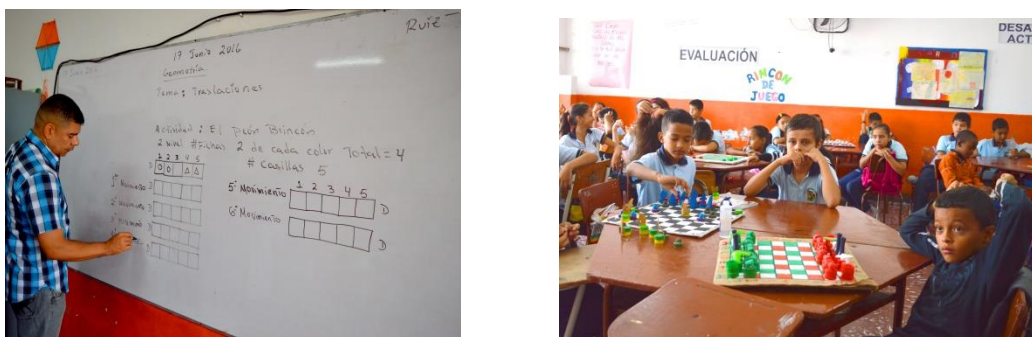
Como bien se estableció en el capítulo **2.8**, con respecto a la importancia de escoger los materiales, recursos y medios adecuados en la enseñanza de un objeto o concepto matemático, y tal como lo exponen Dickson; Brown, y Gibson (1991), “la geometría debe ser enseñada en los niños con materiales concretos ya que el mundo en el que vivimos y nuestro entorno universal es físico”.

Con esta premisa como orientación, para enseñar traslaciones en el plano cartesiano, resultó del todo acertado la utilización del juego de ajedrez como material, recurso y medio didáctico, puesto que se evidencio lo precisado por las teorías referenciadas, sobre la importancia de utilizar para la enseñanza de la geometría; material concreto, manipulable, fácil de obtener y útil para la resolución de problemas tal como lo plantea Schoenfeld (1992). Así mismo se constató con base en las evidencias empíricas observadas y registradas durante la fase de recuperación de la experiencia (concretada en el diseño metodológico del experimento didáctico), que la manera de presentar la matemática en forma contextualizada es uno de los principales fundamentos para la adquisición de conocimiento y sentido sobre este, pues despierta en el estudiante el interés y la motivación hacia su estudio y además contribuyen a desarrollar la competencia matemática (D’Amore, 2003; Godino, 2004; Ramos & Font, 2006; Blanco, 1993; Mendible & Ortiz, 2007) y es así como el juego de ajedrez y los recursos que este posee como el tablero semejante a un plano cartesiano potencializa el aprendizaje de los estudiantes ya que es posible desarrollar dinámicas y actividades

siguiendo ubicaciones espaciales y traslaciones en el espacio como se muestra en el anexo 12 y en el que se puede simular en concreto el traslado de un objeto de un punto dado a otro y abstraerlo en su imaginación con una situación contextual o de entorno comunitario o social además de otras cualidades ya expuestas en el **capítulo 4** en el Análisis de Materiales y Recursos.

Por otra parte los estudiantes interactuaron con una experiencia nueva a través del juego mientras les resultaba interesante el aprendizaje de las traslaciones, esto condujo a una mejor comprensión del concepto matemático en cuestión, al desarrollo de las tareas y a la dinámica de la evaluación.

En conclusión para que se elaboren más propuestas didácticas en procura de mejorar el nivel de nuestros estudiantes en el área de matemáticas, es necesario acercar cada vez más al manejo de los conceptos, a las consideraciones pedagógicas y didácticas de los mismos, para lo cual es pertinente pensar cada temática en un Modelo Local, indagando en los respectivos referentes con los que los estudiantes se sientan atraídos y motivados al realizar sus tareas y desarrollar sus competencias. Así se otorga a la Didáctica de la Matemática (DM) y al Conocimiento Matemático Escolar (CME) el mérito correspondiente como un enorme campo de conocimientos y posibilidad de formación profesional y continua de un docente investigador que contribuye a la formación de sus estudiantes y de la sociedad.

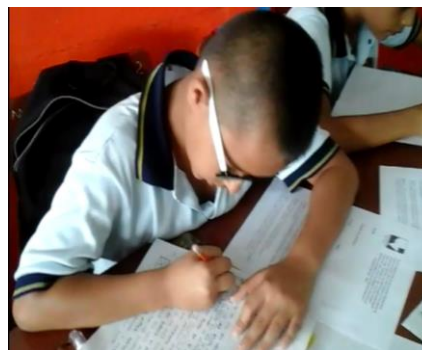


Gráfica 38. El juego de ajedrez como material y recurso didáctico MyR

5.6 El proceso de evaluación

Con respecto a la evaluación de los saberes aprendidos por los estudiantes, se destaca la participación activa y continua mientras se desarrollaron las actividades y tareas pertinentes a la **UGD**. Resalta también el constante interés de los estudiantes por indagar sobre el tema y las expectativas para las próximas sesiones programadas con el fin de aprender cada vez más. Así que el proceso de evaluación resultó ser

desde un inicio interesante para los estudiantes con la facilidad de expresarse en público a través de sus aportes, también el poder resolver problemas de manera colectiva como individual, resulto gratificante para los estudiantes que vivieron esta experiencia.



Gráfica 39. La evaluación

5.6.1 Los resultados de la prueba diagnóstica

Con anticipación a la elaboración de la **UAD** e implementación de la **UGD**, se aplicó una evaluación diagnóstica, con el fin de determinar en ese instante los conocimientos de los estudiantes sobre algunos aspectos fundamentales y conceptuales en el tema de las traslaciones en el plano cartesiano, a saber; sentido espacial, ubicación en el plano cartesiano, lectura de coordenadas cartesianas, reconocimiento de los aspectos fenomenológicos de una determinada situación y la interpretación de gráficas entre otros.

Como se muestra en la programación de la aplicación de la **UGD**, con este evento se da inicio al desarrollo o elaboración de la **UAD** y de la **UGD** en el marco del Plan de Sistematización de la Experiencia Educativa en un contexto local (Ver anexo 11). Teniendo en cuenta que el grupo es de 40 estudiantes y la primera evaluación la presentan 37 estudiantes y la evaluación final la presentan 36, para un mejor análisis se extrae de los cómputos la evaluación del estudiante que solo presento la inicial quedando entonces una muestra de 36 estudiantes evaluados con la evaluación inicial y la final, de un grupo de 40 en total (ver anexo 3).

El resultado de la evaluación inicial fue en promedio 2.94 puntos de una escala de 0 a 5. Esto muestra que el grupo no alcanza a superar los 3.0 puntos como mínimo que se requieren para superar la prueba. Al aplicar la evaluación final que fue la misma prueba ya en la última etapa de la **UGD**, los resultados del grupo en general de fue de 3.76, esto muestra que en general el grupo aumento el promedio en 0.82 mostrando un buen avance en términos generales. En la **Tabla 16**, se muestran los resultados de los estudiantes más rezagados y sobre los que se identificó inicialmente la mayor cantidad

de dificultades y errores en la resolución de problemas y tareas de la temática aplicada comparada con el resultado de la evaluación final.

La tabla 16 muestra, que en promedio los estudiantes con mayores dificultades en el aprendizaje aumentaron los resultados en un promedio de $(3.7 - 0.8) = 2.9$ puntos. Esto es muestra de un gran avance en el proceso de aprendizaje de las matemáticas poniendo en evidencia que la aplicación de la **UGD** les ha sido de gran utilidad al igual que ha sido acertado el juego de ajedrez como material, recurso y medio escogido para este fin.

Nombre de Estudiante	Evaluación Inicial	Evaluación final
Arboleda Rivera Hellen	0.0	4.0
Cárdenas Estrada Juan José	0.5	5.0
Jiménez Sinisterra Stefany	1.5	3.5
Loaiza Gutiérrez Alejandro	0.5	3.5
Ortega Juan David	0.5	3.5
Patiño Jaramillo Juan Esteban	0.5	3.0
Rodelo Andrés Felipe	1.5	2.5
Ruiz Quintero Juan Manuel	2.0	4.0
Sánchez Rojas Carlos Daniel	0.5	5.0
Promedio	0.8	3.7

Tabla 16. Análisis de resultados de la evaluación final e inicial de estudiantes rezagados

5. 7 Sobre el Conocimiento Matemático Escolar –CME–

Teniendo como fundamento la propuesta de los Modelos Locales de Análisis Didáctico (Bedoya, 2002; 2015; 2017), en el marco de la propuesta teórica de los organizadores del currículo y de los modelos locales de los organizadores del currículo, del Conocimiento Didáctico (**CD**) y del Análisis Didáctico (**AD**) (Rico, 1997, 2012; Bedoya, 2002; Lupiáñez, 2009; y otros autores del grupo **PNA**), como recursos de fundamentación conceptual y metodológica para la planeación curricular por parte de los docentes de matemáticas y para los investigadores en Educación Matemática y con los cuales se fundamenta el Conocimiento Didáctico de los Contenidos Matemáticos Escolares (**CME**) considerados, que en nuestro caso corresponde a las traslaciones geométricas (transformaciones geométricas) considerado a través del análisis didáctico del contenido que se concreta en el análisis didáctico histórico-epistemológico del contenido, de los sistemas de registros semióticos de representación, de la fenomenología didáctica, de los procesos de visualización y de

modelización didácticos (Bedoya, 2002), y de la resolución de problemas relacionados con las traslaciones isométricas en el plano.

Con respecto al Análisis Cognitivo (**ACg**), se realizó el proceso analítico en las expectativas de aprendizaje, capacidades de aprendizaje, limitaciones de aprendizaje, oportunidades de aprendizaje, de los estudiantes con respecto al aprendizaje del objeto matemático relacionado a las traslaciones en el plano cartesiano obteniendo como conclusión los diferentes factores y variables que pueden obstaculizar el aprendizaje de los estudiantes.

Finalmente se realizó un Análisis de Instrucción o de la Práctica Docente, en donde se analizan las tareas y actividades, los materiales, medios y recursos –**MyR**– en el que se obtuvo como resultado la potencialidad del juego de ajedrez, todo esto concretándolo en una propuesta instruccional y de unidades didácticas (**UAD** y **UGD**) desarrolladas para tal fin. Durante el desarrollo de este **PSEE** se ha podido constatar empíricamente que efectivamente, los contenidos y actividades propuestas a los estudiantes durante el desarrollo de las Tareas les puede permitir tener una mayor comprensión de los conceptos matemáticos en este caso el de las traslaciones en el plano cartesiano.

Por otra parte en cuanto a la formación del docente investigador también las evidencias empíricas como fotografías y videos inclusive que se encuentran en la página de **YOUTUBE** (<https://www.youtube.com/channel/UCNJbt2s34-L3xFzXbwQngdw>) los cuales se pueden encontrar con el nombre de José Julio Escandón Vallejo y muestran claramente que el docente posee el dominio del Conocimiento Matemático Escolar (**CME**), o sea, aquel conocimiento matemático objeto de enseñanza en la escuela y propuesto en los respectivos currículos institucionales.

De la misma manera ha sido posible observar y concluir que estos conocimientos son necesarios en la realización de la planificación curricular, puesto que amplía, profundiza y mejora el dominio del docente de matemáticas de básica primaria sobre los contenidos curriculares a enseñar. De manera que, se pudo observar y concluir, que este dominio de los contenidos y efectiva planificación curricular es condición necesaria para una mayor eficacia de las actividades de enseñanza.

5.8 REFLEXIONES DE LOS ESTUDIANTES

La experiencia llevada a cabo con los estudiantes protagonistas de la aplicación de este **PSEE** y del **AD** fue: “una experiencia interesante pues causó una atracción hacia el aprendizaje de las matemáticas, experiencia que no habían llegado a tener y en

donde a medida que aprendían un juego atractivo para ellos como el juego de ajedrez también socializaban con sus compañeros creciendo en conocimientos a medida que resolvían las tareas planteadas en la **UGD**.” Durante esta experiencia tanto niñas como niños mostraron una gran afinidad con el juego de ajedrez lo que despertó en ellos el interés por comprender los conceptos matemáticos envueltos en dicha estrategia metodológica que les servirían para resolver cualquier situación del común a su entorno social o escolar. En palabras de ellos en entrevista realizada y filmada comentaron:

Josué Mondragón: Al comienzo me pareció poco emocionante, pero a medida que iba jugando fui aprendiendo a mover las fichas de ajedrez y a relacionarlas con el plano y a ubicar las coordenadas, al final fue muy divertido y aprendí mucho.

María José Beltrán: Me agradó mucho el juego de ajedrez, las tareas, hacerlo en material reciclado fue muy entretenido y divertido, aprendí a manejar las coordenadas, a trasladar las fichas de ajedrez y si fue muy bueno.

Juan Esteban Zapata: A mí me pareció que aprendí mucho, nunca había jugado ajedrez y me sirvió para aprender geometría. Aprendí a encontrar las coordenadas de una figura y todo me gustó mucho.

5.9 RECOMENDACIONES

Todos los docentes que enseñamos matemáticas en cualquier grado de formación y como profesionales de la educación comprometidos con la sociedad debemos reflexionar diariamente sobre nuestra formación continua y permanente , una excelente técnica para cumplir con esta comisión, inclusive de manera auto formativa es implementando en nuestra planificación curricular la práctica y estrategia del Análisis Didáctico sino en todas las temáticas, al menos en aquellas que son de mayor dificultad en el aprendizaje para los estudiantes o en las que el mismo de manera consciente considera que es deficiente y por lo tanto necesita fortalecer. Realizar un AD en nuestras prácticas sería fortalecedor y gratificante al obtener resultados que nos gratifiquen personalmente al ver como nuestros estudiantes superan dichas dificultades con metodologías más acertadas.

Por otra parte aunque el proceso del ADM resulta dispendioso y en algunos momentos pudiera ser agotador, los resultados y el crecimiento continuo tanto del docente investigador que tiene como laboratorio su propia aula como el de los estudiantes coprotagonistas no resultan inadvertidos, dan evidencia de esto los diferentes investigadores del ADM que fundamentan este trabajo y en donde sus

producciones intelectuales producto de sus investigaciones muestran como muchos docentes de matemática continúan respaldándose en esta Ciencia Didáctica para perfeccionar su enseñanza. Basándose en esta experiencia.

5.9.1 Sobre la propuesta de los autores del PNA

La propuesta de los autores de la comunidad de docentes investigadores profesionales de la comunidad del Pensamiento Numérico y Algebraico PNA ya han sido probadas a disponibilidad en diferentes países que muestran su desarrollo e incremento en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entre estas estrategias recomendadas resulta aplicable como en el caso de este trabajo la propuesta de Bedoya (2012), de un modelo local de carácter sistémico tetrádico como se explicó en el capítulo **2.1** en donde los cuatro componentes a los que mayor atención se les da en su orden de focalización de acuerdo al análisis realizado en este **PSEE** son: el docente de matemáticas de primaria, al cual se le hace un especial análisis debido a sus falencias en su formación matemática y de Didáctica de la Matemática; en su siguiente orden los Materiales y Recursos utilizados en la enseñanza de la matemática como el juego de ajedrez utilizado en la **UAD** aplicada en este contexto escolar específico expuesto en este trabajo mostro los resultados, el más importante y verificable la formación del docente a partir de su propia experiencia y por otra parte la atracción de los estudiantes y el incremento de su interés en el aprendizaje de un tema matemático; seguidamente el contenido matemático que se utilizó en este plan “Traslaciones en el plano cartesiano”, realizando un análisis Didáctico desde esta temática mostro las deficiencias académicas tanto del docente como de los estudiantes, pero sobre todo y lo que más se realza el cómo sirvió esta metodología para afrontar dichos desafíos y superarlos de manera gratificante; y finalmente y no por esto de menos importancia, “los estudiantes” sobre los cuales se aplicó el **PSEE** y el **ADM** en torno al tema de “Traslaciones Isométricas” los cuales mantuvieron en conjunto un tono receptivo a estas nuevas estrategia de aprendizaje, son estos y no por estar en ultimo orden son de menor rango en este Análisis, sino que por el contrario todo el trabajo realizado es para el beneficio de estos mismos y son entonces los tres primeros elementos de este subsistema los que deben tener una atención especializada ya que de estos depende el que se traduzca a los estudiantes los conceptos matemáticos de manera adecuada.

De esta manera el docente comprometido con su rol profesional e investigador llega a ser un protagonista en el incremento de la calidad de la educación matemática tanto en el aula como en la institución, la región, el país y porque no en mundo actual, mediante el cumplimiento del currículo, al desarrollar y potencializar, como lo propone el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), por otra parte se desarrolla el pensamiento y las

competencias matemáticas de los estudiantes, atendiendo las demandas de la sociedad sobre la educación, solicitadas a las instituciones educativas y a los docentes de enseñanza de las matemáticas.

Finalmente un profesor que tiene la capacidad de reflexionar sobre su quehacer pedagógico y es un investigador en su aula se convierte en un asesor de sus compañeros al contribuirles en sus competencias de planificación tanto en las conversaciones cotidianas como en los encuentros, reuniones, asesorías y capacitaciones de la comunidad de docentes de matemática con la finalidad de inspirar la indagación de diferentes alternativas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas incrementando también en sus compañeros el espíritu investigativo con una sola y única finalidad en concretada en la formación de estudiantes cualificados y capacitados en los conceptos matemáticos, los cuales les serán de utilidad para el desarrollo de su propia vida y el crecimiento del desarrollo de civilización.

5.10 EL PROPÓSITO DE ESTA SISTEMATIZACIÓN DE EXPERIENCIA A MODO DE REFLEXIÓN FINAL ECOAUTOBIOGRÁFICA

Yo, José Julio Escandón Vallejo, docente de aula de educación primaria, en mi interés y motivación por incrementar mis habilidades en la enseñanza de la matemática acepté la oferta del MEN, el cual oferto 3000 becas para posgrados en Maestría con el fin de cualificar docentes en enseñanza de matemáticas y ciencias experimentales y de las cuales fui privilegiado, ha sido para mí supremamente gratificante por el hecho de tener acceso a las ultimas estrategias en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas y además de poder aprender de manera directa de profesores con gran formación académica como el profesor Evelio Bedoya Moreno y sus colegas, esta experiencia vivida en este ámbito académico ha contribuido a mi formación como docente profesional y le ha dado a mi ser competente nuevos modelos y alternativas para aplicarlas en la planificación de mis clases. Aunque estas en si son de mi interés por la razón primordial en mi labor docente “El ser” a quien debo mi atención en la aplicación de estas metodologías adquiridas “Mi estudiante”.

BIBLIOGRAFÍA

Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática Análisis de causas y sugerencias de trabajo 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1988). Materiales para construir la geometría. Madrid, Síntesis.

Álvarez, O y Zapata, T. (1994). La formación de docentes para la formación básica en Colombia. Revista interuniversitaria de formación del profesorado, No. 20. Mayo-Agosto 1994, pp. 37-49.

ASSESSMENT OF PERFORMANCE UNIT (APU): Véase Department of Education and Science.

Argudín, Y. (2005). *Educación basada en competencias. Nociones y antecedentes*. México: Trillas.

Austin, J. L., y A. G. Howson (1979): «Language and Mathematical Education», Educational Studies in Mathematics.

Bachelard, G. (1991). La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. México: Siglo XXI.

Barnechea, M.M. y Morgan, M. (2007). “El conocimiento desde la práctica y una propuesta de método de sistematización de experiencias”, Trabajo de investigación presentado para optar al Grado Académico de Magíster de Sociología, Lima.

Barnechea, M.M. y Morgan, M. (2008). El conocimiento desde la práctica, y una propuesta del método de sistematización de experiencias.

Barrantes, M. y Blanco, L. J. (2004) Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría Escolar. Enseñanza de las Ciencias 22 (2). 241-250. - 1

Batanero, C.; Godino, J. D.; Green, D. R.; Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales.

International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 25(4), pp. 527 – 547.

Bedoya E, (2013) La unidad didáctica y el análisis didáctico como instrumentos metodológicos de investigación en didáctica de la matemática y formación de profesores: el caso de la derivada.

Bedoya E, (2013, 2015, 2016, 2017) Formación de profesores de educación básica y media en matemáticas y su didáctica: El conocimiento didáctico de contenido y el Análisis Didáctico. y Unidades Didácticas.

Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de Matemáticas: La Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras. Tesis Doctoral, Universidad de Granada.

Bishop Alan J, (1998) Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education. Dordrecht. Kluwer

Bishop Alan J, (1999) Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural. Temas de educación Paidós.

Blanco, H; Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2(1). 69-74 <http://www.etnomatematica.org/v2-n1-febrero2009/blanco-parra.pdf>

Blanco, L. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. Revista Épsilon, 25, 49-60.

Blanco, L. (2001). Errors in the Teaching/Learning of the Basic Concepts of Geometry. International Journal for Mathematics Teaching and Learning. Centre for Innovation in Mathematics Teaching. University of Exeter. Distribución en Internet: <http://www.ex.ac.uk/cimt/ijmtl/ijmenu.htm>

Booth, L. (1982). "Guessing the Answer Wrong", Mathematics in School.

Brown, M. (1978): CSMS Number Operations Test, National Foundation for Educational Research.

Brown, M. (1981a): «Number Operations», en K. HART (ed.): Children's Understanding of Mathematics: 11-16, John Murray.

Brown, M. (1981a): «Place Value and Decimals», en K. HART (ed.): Children's Understanding of Mathematics: II-16, John Murray.

Brown, M. (1981e): Levels of Understanding of Number Operations, Place Value and Decimals in Secondary School Children (tesis doctoral), Londres, University of London, Chelsea College.

Bruner, J. S. (1967): Towards a Theory of Instruction, Cambridge, Mass., Belknap Press.

Bryant, P. E. (1974): Perception and Understanding in Young Children, Methuen.

Buchmann, Margret. (1984). The priority of knowledge and understanding in teaching. In: KATZ, Lilian G.; RATHS, James D. (Eds.). Advances in teacher education. Norwood: Ablex, v. 1. p. 29-50.

Campanario, J. M.; Moya, A. ¿Cómo enseñar ciencias? Principales tendencias y propuestas. Enseñanza de las ciencias, v. 17, n.2, p. 179-192, 1999.

Carpenter, T. P. (1981), et al.: tabla reproducida de Results from the Second Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress, © by the National Council of Teachers of Mathematics, con autorización del editor.

Carpenter, T. P., y J. M. Moser (1979): The Development of Addition and Subtraction Concepts in Young Children, comunicación presentada al Third International Group for the Psychology of Mathematics Education (IGPME), Universidad de Warwick.

Carlsen, W. S. (1987). Why do you ask? The effects of science teacher subject-matter knowledge on teacher questioning and classroom discourse. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. (ERIC Document Reproduction Service NO. ED 293 181).

Carretero, R. Coriat, M. y Nieto, P. (1995). Secuenciación, Organización de Contenidos y Actividades de Aula. Junta de Andalucía, Materiales Curriculares. Educación Secundaria Obligatoria, Vol. 17, Sevilla: Consejería de Educación y Ciencia.

Cascallana, M.T. (1988). Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos. Madrid, Aula XXI.

Castillo, A. (2008) Sentido de pertenencia. Disponible en; <http://unavidafeliz.cosentido-depertenencia>.

Cendales González, Lola y Torres Carrillo, Alfonso, (2006) “La sistematización como experiencia investigativa y formativa”, Revista La Piragua, No. 23.

Chamorro, M. (1995). Aproximación a la medida de magnitudes en la enseñanza primaria. En UNO (Revista de Didáctica de las Matemáticas). Nº 3, pp. 31 – 53.

Chamorro, M.C. (coord.) (2005). Didáctica de las Matemáticas, Educación Infantil. Madrid: Pearson.

Charness, N. (1981). Aging and skilled problem solving. Journal of Experimental Psychology: General.

Chase, W. G. y Simon, H. A. (1973). Perception in Chess. Cognitive Psychology.

Clements, M. A (1980): “Analyzing Children`s Errors Mathematical Tasks”, Educational Studies in Mathematics.

Clements, D. H y Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. Mathematical Thinking and learning, 6, 81-89.

Coll, C. (1988). Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Infancia y aprendizaje. 41, 131-142.

Cooney, T. J. (2004). Pluralism and the teaching of mathematics. En B. Clarke, D. M. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, D. V. Lambdin, F. K. Lester, A. Wallby & K. Wallby (Eds.), International perspectives on learning and teaching mathematics (pp. 503- 517). Göteborg: National Center for Mathematics Education.

Corbalán, (1994). Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid,

Coriat, M. (1997). Materiales, recurso y actividades: Un panorama. En L. Rico (Coord.) La educación matemática en la enseñanza secundaria. ICE/Horsori, Barcelona. España.

Corrales, M. J. (2013). Análisis didáctico de una propuesta instruccional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la Institución Educativa San Vicente. Tesis de Maestría. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Correa, C. (s.f.). (2009) Los obstáculos en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Cronbach, L. J. y Suppes, P. (Eds.). (1969). Research for Tomorrow's Schools: Disciplined Inquiry for Education. New York: Macmillan. Cuadernos de formación del profesorado educación secundaria. La educación

Davini, M.C. (1995), La formación docente en cuestión: política y pedagogía, Buenos Aires, Paidós.

D'Amore, B. (2003). Basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della didattica della matematica. Bologna: Pitágora.

De la Torre, S. (2004). Aprender de los errores. Editorial Magisterio del Río de La Plata Buenos Aires (Argentina) Primera Edición.

Del Valle, S. y García, M. J. (2007). Cómo programar en educación física paso a paso. Barcelona: INDE.

DEPARTMENT OF EDUCATION AND SCIENCE, APU (1980a): Assessment of Performance Unit, Mathematical Development, Primary Survey Report No. 1., HMSO.

DEPARTMENT OF EDUCATION AND SCIENCE, APU (1981): Assessment of Performance Unit, Mathematical Development, Secondary Survey Report No. 1. HMSO.

Devlin, K. (1994). Mathematics: The science of patterns. New York: Scientific American Library.

Dickson, L. Brown, M. y Gibson, O. (1984). El aprendizaje de las matemáticas. Traducción al español por MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA MEC y Editorial Labor S.A Madrid, España 1991.

Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. Madrid: Editorial Labor.

Donaldson, M., y G. Balfour (1968): «Less is More: "Study of Language Comprehension in Children"», British Journal of Psychology.

Duffin, J.(1976): «Left-Right-Left: A Source of Confusion», Mathematics Education for Teaching.

Earle, R. A.(1976): Teaching Reading and Mathematics, Newark, Delaware, International Re-wading Association.

Elliot, J. (1990). La Investigación-Acción en Educación. Madrid: Morata.

Elliott, J. (1993). El cambio educativo desde la investigación-acción, Madrid: Morata.

Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., y Hecklein, M. (2012). Errores en el aprendizaje de la matemática.

Feiman-Nemser, S. (2008). Teacher learning. How do teachers learn to teach? En M. Cochran-Smith, S. Feiman-Nemser & D. J. McIntyre (Eds.), Handbook of Research on Teacher Education. Enduring Questions in Changing Contexts (pp. 697-705). Nueva York: Routledge.

Fernández Bravo, J. A. (2009) En Desarrollo del pensamiento lógico y matemático.

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Flores, P; Gómez, P; Marín, A (2013). Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes.

Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Unión, 26, 9-25.

Franchi, L. y Hernández, A. (2004). Tipología de errores en el área de la geometría plana. En Educere (Revista Venezolana de Educación).

Frege, Gottlob. (1996). Escritos filosóficos. Barcelona: Ed. Grijalbo.

Freudenthal, H. (1983). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Gairín, J. (Coord.) (2011). La Dirección de Centros Educativos en Iberoamérica. Reflexiones y Experiencias. Santiago de Chile: Santillana. 266 páginas. IBSN: 978-956-8986-01-8

Gallego, B. (2005). La Formación del Profesorado de Secundaria. Antecedentes, Situación actual y perspectivas. <http://books.google.es/books?id.pdf>. (Consultado 30-08-2012)

García C, Ismael et al. (2000), “¿Qué es la integración educativa?”, en: La integración educativa en el aula regular. Principios, finalidades y estrategias. México, SEP, Tercera reimpresión 2009, pp. 41-72. D

García de Hevia S, Ramos V (2012) Errores Y Obstáculos En El Proceso De Enseñanza-Aprendizaje. Madrid España.

Ginsburg, H.(1982): Children's Arithmetic: How They Learn it and You Teach It, Austin, Texas, PRO-ED.

Godino, J. (2004). Didáctica de las Matemáticas para Maestros. Publicación realizada en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y Fondos FEDER, BSO2002-02452. Granada, España.

Gómez, P. (1995). Profesor: no entiendo – Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia de las matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Gómez, P. (2004). Análisis didáctico y uso de tecnología en el aula de matemáticas. Trabajo presentado en las X Jornadas de Investigación en el aula de matemáticas: Nuevas tecnologías de la información y la comunicación, Granada.

Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Tesis Doctoral. Granada: España.

Gómez, Pedro (2002b). Análisis Didáctico y diseño curricular en Matemáticas. Revista Emma. Vol. 7. No 3 p. 251-292

Gómez, Pedro y Rico, Luís. (2002a) Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Documento no publicado. Alicante: Universidad de Alicante. Disponible en Internet en: <http://cumbia.ath.cx/pna.htm>

Gómez, Pedro y Rico, Luís. (2002b.). Análisis didáctico, conocimiento didáctico y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada. Disponible en Internet: Disponible en Internet: <http://cumbia.ath.cx/pna.htm> cumbia.

Gómez, Pedro y Rico, Luís. (2003). De un conocimiento técnico a su puesta en práctica: desarrollo del conocimiento didáctico de futuros profesores de matemáticas de secundaria. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.), Investigación en educación matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.). Granada: Universidad de Granada.

Gómez, P. (2001). Conocimiento didáctico del profesor y organizadores del currículo en matemáticas. En F. J. Perales, A. L. García, E. Rivera, J. Bernal, F. Maeso, J. Muros, L. Rico, J. Roldán (Eds.), Congreso nacional de didácticas específicas. Las didácticas de las áreas curriculares en el siglo XXI. Granada: Grupo Editorial Universitario. Vol. 2 pp. 1245-1258 Disponible en Internet: <http://cumbia.ath.cx/pna.htm> cumbia

Gómez, P. (2002a). Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Documento no publicado. Alicante: Universidad de Alicante. Disponible en Internet en: <http://cumbia.ath.cx/pna.htm> cumbia.

Gómez; P (2003). Desarrollo didáctico de los futuros profesores de Matemáticas. Proyecto para una Tesis. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada. Disponible en Internet: <http://cumbia.ath.cx/pna.htm> cumbia. Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Gómez, P. y Rico, L. (2008). Presentación del estudio TEDS-M. (Documento no publicado). Recuperado de <http://www.ugr.es/~tedsm/>

Guirles, J. (2008). Competencia matemática en primaria. Sigma, Gobierno Vasco, v. único, n. 32, p. 31 - 49.

Hashweh, M. Z. (1987). Effects of subject matter knowledge in the teaching of biology and physics. Teaching and Teacher Education, 3, 109-120.

ILEA (1979). (Inner London Educational Authority): Checkpoints Assessment Cards, Londres, ILEA Learning Material Service.

Iovanovich, Marta, "La sistematización de la práctica docente" en EDJA. OEI / Revista Iberoamericana de Educación, 2003.

Jaime y A.R. Gutiérrez (1990) Una propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele, *Práctica en Educación Matemática*: Capítulo 6o, pág. 295-384. Ediciones Alfar, Sevilla.

Jaime, A.; Chapa, F. y Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: Errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. En *Epsilon*, N° 23, pp. 49-62.

Jara, O. (1994). Para Sistematizar Experiencias: Una Propuesta Teórica y Práctica. 3ª Edición. San José C.R. Centro de estudios y Publicaciones Alforja, p.29.

Kemmis, S. & MCTAGGART, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*, Barcelona: Laertes.

Kidder, F. R. (1978): "Conservation of Length: A Function of the Mental Operation Involved", en R. Lesh (ed): *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*, The Ohio State University: ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education.

Kilpatrick J, GÓMEZ P, RICO L. EDUCACIÓN MATEMÁTICA Errores y dificultades de los estudiantes Resolución de problemas Evaluación Historia universidad de los andes, Bogotá, 1998

Krainer, (2008): *Research in Mathematics Education in Australasia*. editado por Bob Perry, Tom Lowrie, Tracy Logan, Amy MacDonald, Jane Green lees.

Krulik, S. (1980): ((To Read or Not to read that is the Question!», *The Mathematics Teacher*. Tomado de *The Mathematics Teacher*, © the National Council of Teachers of Mathematics, Virginia. con licencia del editor.

Kûcheman, D. (1980) .: "Children`s Difficulties whit Single Reflections and Rotations", *Mathematics in School*, 9(2), pg. 12, 13.

Lawson, G., J. Baron y L. S. Siegel. (1974). : (<The Role of Number and Length Cues in Children`s Quantitive Ludgements», *Child Development. Mathematics Teaching. Journal of the Association ql Teachers of Mathematics (ATM)* Kings Chambers, Queen Street, Derby.

Lesh, R., & Yoon, C. (2004). Evolving communities of mind –In which development involves several interacting and simultaneously developing strands. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205- 226.

Llinares, S. (1999). Looking into the teaching of functions: Characteristics of one secondary mathematics teacher's transition process. Documento no publicado. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla, España.

Llinás, (2016) Entrevista, Periódico El espectador 26 de julio 2016, Bogotá Colombia.

Londoño, D.M. y Atehortúa. G.J. (2011). Los pasos en el camino de la sistematización.

Lupiáñez (2003). Competencias, capacidades y actitudes de los estudiantes de matemáticas de secundaria. Documento no publicado: Universidad de Granada.

Lupiáñez, J y Rico, L (2003). Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Dpto. Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.

Lupiáñez, J y Flores, P (2011). Sentido Espacial. Matemática para maestros de Educación primaria. Coordinadores; Isodoro Segovia Alex y Luis Rico Romero, Granada España. Ediciones pirámide. Madrid España.

Lupiáñez, J. L. (2000) Nuevos Acercamientos a la Historia de la Matemática a través de la Calculadora TI-92. Granada: Universidad de Granada.

Lupiáñez, J. (2009). Expectativas de aprendizaje y planificación de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.

Marcelo García, C. (2009). Profesorado principiante e inserción profesional a la enseñanza. Barcelona: Octaedro.

Marín, A. (1997). Programación de Unidades Didácticas. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. ICE/Horsori, Barcelona. España. pp. 197-207

Martínez, M. (2012). Tesis de Maestría. Movimientos. Simetría. Universidad de Granada España. Matemática en la enseñanza secundaria. ice (Institut de Ciències de l'Educació Universitat de Barcelona. Horsori Editorial.

Matthews, J. (1981): «An Investigation into Subtraction». Educational Studies in Mathematics.

Maz-Machado, A. y Jiménez-Fanjul, N. (2012). Ajedrez para trabajar patrones en matemáticas en Educación Primaria. Épsilon - Revista de Educación Matemática 2012, Vol. 29(2), nº 81, 105-111, ISSN: 1131-9321. Universidad de Córdoba. España.

Mejía, M. (2009). La sistematización como proceso investigativo o la búsqueda de la episteme de las prácticas. Recuperado de http://www.cepalforja.org/sistem/sistem_old/sistemizacion_como_proceso_investigativo.pdf, recuperado en: 11/27/2012

Mejía, M. (2011). La sistematización empodera y produce saber y conocimiento sobre la práctica desde la propuesta para sistematizar la experiencia de Habilidades para la Vida. Ediciones desde abajo. Bogotá, Colombia.

Mendible, A., Ortiz, J. (2007). Modelización Matemática en la Formación de Ingenieros. La Importancia del Contexto. Revista Enseñanza de la Matemática. Volúmenes 12 al 16, Número Extraordinario. 133-150.

MEN (1999). *Lineamientos curriculares nuevas tecnologías y currículo de Matemáticas*. Santafé de Bogotá.

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Santafé de Bogotá. MEN.

Ministerio de Educación nacional (2004), Estándares Básicos De Competencias de Matemáticas, consultado el 18 de enero de 2014, Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación nacional (2011), Programa para la transformación de la calidad educativa, consultado el 5 de febrero de 2014, Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles310661archivopdf_guia_actores.pdf

Montes, S. y Sánchez, C. (2012) Una propuesta Didáctica para la enseñanza de transformaciones geométricas en el plano con estudiantes de grado séptimo haciendo uso del entorno visual del juego pac-man. Tesis, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia facultad de ciencias. Bogotá D.C., Colombia.

Muñoz, J.M. (2005). El número racional en la Práctica educativa. Diploma de Estudios Avanzados. Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza.

Mulhern, G. (1989). Between the ears: making inferences about internal processes. En Greer B. y Mulhern G. (Eds.) New Directions in Mathematics Education. Londres: Routledge.

NCTM (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática.

NCTM (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

NCTM (2004). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla:

Neoparaíso (2017). <http://neoparaíso.com/imprimir/figuras-plano-cartesiano.html>

Newman, M. A (1977). "An analysis of Sixth – Grade Pupils` Errors in Written Mathematical Tasks", en M. Clements y J. Foyster (eds). Research in Mathematics Education in Australia.

Nicholson, A. R. (1980): «Mathematical Literacy», Mathematics in School.

Nicholson, A. R.: (1977) «Mathematics and language», Mathematics in School.
OCDE. (2003). Informe PISA. 2004, 2006: Santillana.

Ospina L, (2007) Principales dificultades cognitivas para el aprendizaje de matemática en primaria

Otrerburn, M. K., y A. R. Nicholson.: (1976) «The Language of (CSE) Mathematics», Mathematics in School.

Palarea M, M. Socas R, M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. En: UNO (Revista de Didáctica de las Matemáticas), Nº 14.

Perales Palacios, F.R y Cañal de León, P. (2000). Didáctica de las ciencias experimentales. Teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias. Alcoy: Marfil.

Pérez-Latorre, O. (2012). Del Ajedrez a StarCraft. Análisis comparativo de juegos tradicionales y videojuegos. Comunicar, Revista Científica de Educomunicación, XIX(38).

Perrenoud, Ph. (1999) Construir las Competencias desde la Escuela, Porto Alegre, Artmed Editora.

Perrenoud, Ph. (2001, 2004). Diez nuevas competencias para enseñar. Barcelona, Graó.

Piaget, J. 1972: «Problems of Equilibration», en C. Nodine, J. Gallagher y R. Humphrey (eds.): Piaget and Inhelder on Equilibration, Filadelfia, Jean Piaget Society.

Práctica. Universidad de Syracuse. Mimeo.

RAE. (2010). Recuperado el 1 de Junio de 2012, de diccionario de la RAE: http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=Representar.

Ramos, A. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. La Matematica e la sua didattica.

Restrepo Eduardo, (2012) Intervenciones en teoría cultural, Universidad del Cauca Colombia.

Reyes, Alejandrina, (2008) "La sistematización de experiencias y la visión emergente del hecho educativo", Ponencia presentada en el Encuentro Internacional sobre Sistematización celebrado en la Universidad Bolivariana de Venezuela (UVB), Venezuela.

Rico L, Flórez M (2015). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Editorial Pirámide. Universidad Granada España.

Rico, L (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.): La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria (pp. 39- 59). Barcelona: Horsori.

Rico, L (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.): La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria (pp. 39- 59). Barcelona: Horsori.

Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el Currículo Escolar de Matemáticas. Revista EMA, 1, 4-24.

Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. En Kilpatrick Jeremy, Gómez Pedro y Rico Luis (Editores) Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 69 – 108.

Rico, L. (1997). Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria. Editorial Síntesis, S.A.

Rico, L. (1997b). Dimensiones y componentes de la noción de currículo, en Rico, L. (ed.). Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria, pp. 377-414. Madrid: Síntesis.

Rico, L. (coord.) (1997). La educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: Horsori.

Rico, L. (1998a). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 1(1), 22-39.

Rico, L. (1998b). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de secundaria en didáctica de la matemática. En Braira (Ed.), La formación inicial de los profesores de primaria y secundaria en el área de didáctica de las matemáticas (pp. 183-194). León: Universidad de León.

Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de Matemáticas de Secundaria. Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 8(1), 1-15.

Rico, L. (2005). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el proyecto PISA 2003º. Madrid: INECSE.

Rico, L. y Ruiz, F. (2004). Geometric Visualization of Additive Operators. En B. Clarcks y cols. (Eds.): International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics (pp. 351-362). Goteborg: Nacional Center for Mathematical Education.

Rico, L., Castro, E., Coriat, M., Marín. A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M. (1997).

Rico, L.; Marín, A.; Lupiañez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria: el caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.

Rico L, Segovia I (2011, 2015, 2016) *Matemática para maestros de Educación primaria*. Universidad Granada España. Ediciones pirámide. Madrid España.

Robbins, T. W., Anderson, E. J. Barker, D. R., Fearnlyhough, C., Henson, R., Hudson, S. & Baddeley, A. D. (1996). Working memory in chess. *Memory & Cognition*.

Roegiers, X. (2010). Saberes, capacidades y competencias en la escuela: una búsqueda de sentido. *Innovación Educativa* 10, p.103-119.

Rojas, N., Martínez, P. F., & Ramos, E. (2013). El análisis didáctico como herramienta para identificar conocimiento matemático para la enseñanza en la práctica. In *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 191-210). Comares.

Rothery, A: (1980): "Children Reading Maths, Worcester, College of Higher Education.

Ruiz L, Ruiz H (2011, 2015, 2016) *Movimientos Geométricos en el Plano*. *Matemática para maestros de Educación primaria*. Coordinadores, Isodoro Segovia Alex y Luis Rico Romero, Granada España. Ediciones pirámide. Madrid España.

Saariluoma, P. (2001). Chess and content-oriented psychology of thinking. *Psicológica*.

Sánchez, R. (2008). *El Plegado de Papel y las Construcciones con Regla y Compás en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría del Triángulo a nivel de 7mo grado de Educación Básica*. Trabajo de grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maracay "Rafael Alberto Escobar Lara", Maracay.

Schoenfeld, Alan. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (D. Grouws, Ed.). p. 334-370, [en línea]. Recuperado el 20 de marzo de 2006 de: http://gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/LearningToThink/Learning_to_think_Math.html

SESM: Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project, Londres, Chelsea College.

Serres, Y. (2007). Un Estudio de la Formación Profesional de Docentes de Matemática a través de Investigación - Acción. *Revista de Pedagogía*, mayo-agosto, 28(082). Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Serres, Y. (2005). El rol de las prácticas en la Formación de Docentes de Matemática. Tesis para obtener el grado de Doctorado en Matemática Educativa. Tutor: Dr. Apolo Castañeda Alonso. Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. México, D. F.

Silva, D. y Becerra, R. (2007). Jugando con el Tangram y algo más. En J. Ortiz Buitrago y M. Iglesias Inojosa (Eds.), *Memorias VI Congreso Venezolano de Educación Matemática* (p. 13). Maracay: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maracay "Rafael Alberto Escobar Lara".

Shultz, K. (1978): "Variables Influencing the Difficulty of Rigid Transformations During the Transition Between the Concrete and Formal Operational Stages of Cognitive Development", en R. Lesh (ed): *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*, The Ohio State University: ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education. Editorial Síntesis. S.A.

Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En: Rico, L. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Capítulo 3 p.125-154 Barcelona: ICE-Horsori.

Socas, M. M. (2001). Investigación en Didáctica de la Matemática vía Modelos de competencia. Un estudio en relación con el Lenguaje Algebraico. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.

Socas, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque Lógico Semiótico. *Investigación en educación matemática XI*, pp. 19-52.

Socas, M. M. (2010). Competencia Matemática Formal. Un ejemplo: El Álgebra escolar. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 10, 9-33.

Socas, M. M., Hernández, J., Palarea, M. M. y Afonso, M. C. (2009). La influencia del pensamiento operacional en el aprendizaje de las Matemáticas y el desarrollo de las competencias matemáticas. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación. Monografía XII*, 101-119. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Sfard, A., Hashimoto, Y., Knijnik, G., Robert, A. y Skovsmose, O. (2004). The relation between research and practice in mathematics education. Trabajo presentado en 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen.

Steen, L. A. (1990, Spring). Numeracy. *Daedalus*, 11 9(20), 211–231.

Steen, L.A. (1998). *Las matemáticas en la vida cotidiana* Coed. Addison- Wesley UAM New York

Steen, L.A. (1998). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. México, Limusa.

Steffe, L.P. (2004). *On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurable fractions*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), p.129-162.

Tejada, J. (2009). *Competencias docentes. Profesorado*. Revista de curriculum y formación del profesorado, 2 (13), p.1-15.

Torres Carrillo, Alfonso, (1998). “La sistematización como investigación interpretativa crítica: entre la teoría y la práctica”, mimeo, Santiago de Chile, 1996. “La sistematización de experiencias educativas: reflexiones sobre una práctica reciente”, Ponencia presentada al Tercer Congreso Iberoamericano y Caribeño de Agentes de Desarrollo Sociocultural y Comunitario, La Habana, Cuba.

Vaillant, D. (2005). *Formación de docentes en América Latina. Re-inventado el modelo tradicional*. Barcelona: Octaedro.

Van Hiele, P. M. (1987). Un método para facilitar el descubrimiento de niveles de pensamiento en Geometría por la práctica de Niveles en Aritmética. Conferencia sobre Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.

Van Hiele. (1986) *Structure and insight*, Academic Press, New York.

Vigotsky, L. S. (1962): *Thought and Language*, M.I.T Press.

Watson, I. (1980): "investigating Errors of Beginning Mathematicians", Educational Studies In Mathematics.

Wikipedia (2012) Pac-Man. <https://es.wikipedia.org/wiki/Pac-Man>

Wikipedia (2017) Batalla Naval. [https://es.wikipedia.org/wiki/Batalla_naval_\(juego\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Batalla_naval_(juego))

Wikipedia (2017) Geogebra. <https://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>

Wikipedia (2017). Geoplano. <https://es.wikipedia.org/wiki/Geoplano>

ANEXOS

Anexo 1. Actividades de ampliación para la clasificación de MyR

(Tomada y adaptada de Flores, y otros, 2011, pg. 72)

1. Busca un material para la enseñanza de la geometría distinto a los estudiados en este tema. Indica sus características empleando todos los criterios establecidos en este tema. Enuncia 3 actividades que podrían realizarse con dicho material señalando los objetivos de aprendizaje en cada actividad.
2. Busca en las páginas web de las sociedades de profesores de matemáticas actividades que se realizan utilizando lugares públicos. Selecciona alguna que te gustaría hacer y comienza a planificarla.
3. Busca en páginas web de empresas dedicadas a la producción de materiales y recursos. Busca también páginas de profesores artesanos que muestran sus trabajos.
4. Elabora por tu cuenta algunos de los materiales conocidos en este libro, que sean de fácil construcción.

Anexo 2. Propuesta de Senechal para estructurar los temas distinguiendo niveles de competencia (Steen,1998).

Estructura para las formas		
Identificación y clasificación		
<u>ELEMENTAL</u> Círculos Polígonos planos Poliedros Rompecabezas Congruencia; semejanza Burbujas de jabón	<u>INTERMEDIO</u> Esferas Polígonos en zig-zag y estrellados Poliedros Adoquinado del plano en polígonos Redes Agrupaciones de burbujas de jabón	<u>AVANZADO</u> Superficies Hélices, espirales, cilindros, toros, bandas de mobius Poliedros Mosaicos tipo Escher Estructuras de cristales simples Orientación, textura de genero
Análisis		
<u>ELEMENTAL</u> Simetría especular, simetría rotacional Congruencia Doblado de papel; patrones Semejanza Construcción y desarmado de poliedros Medición lineal/volumen Fabricación de edredones y mosaicos	<u>INTERMEDIO</u> Calidoscopios de dos espejos Simetría de figuras finitas Dirección, rompecabezas Rep-tiles; fractales Patrones naturales Poliedros regulares y semiregulares Medición de ángulos Adoquinado del plano con polígonos	<u>AVANZADO</u> Calidoscopios poliédricos Simetría como principio organizativo; geometría de transformaciones Exploración de fractales Escala de biología Formula de Euler para poliedros Fundamentos de la geometría plana y de tres dimensiones Retículas, teoría elemental de los mosaicos
Representación y visualización		
<u>ELEMENTAL</u> Construcción de modelos Dibujos, lectura y uso de mapas simples Sombras Dibujo Proyectores a escala Geometría de la tortuga	<u>INTERMEDIO</u> Construcción de modelos Mapas de relieve y curvas de nivel El globo Geometría de sombras Dibujo en perspectiva Telescopio y microscopio Coordenadas en el plano Exploración de la geometría con la computadora	<u>AVANZADO</u> Construcción de modelos Secciones transversales de estructuras de formas tridimensionales Geometría de la esfera; proyecciones; mapas Imágenes y reconstrucción de imágenes; figuras imposibles Dibujo técnico estereoscopios Geometría de las lentes; la cámara fotográfica Coordenadas tridimensionales Más gráficas de computadora

Anexo 3. Listado estudiantes

Institución Educativa JUAN MARIA CESPEDES (Antes I.E LA GRACIELA)

Sede : 4 Monseñor Miguel Angel Zuñiga

Listado del Grupo : CUARTO 4-1

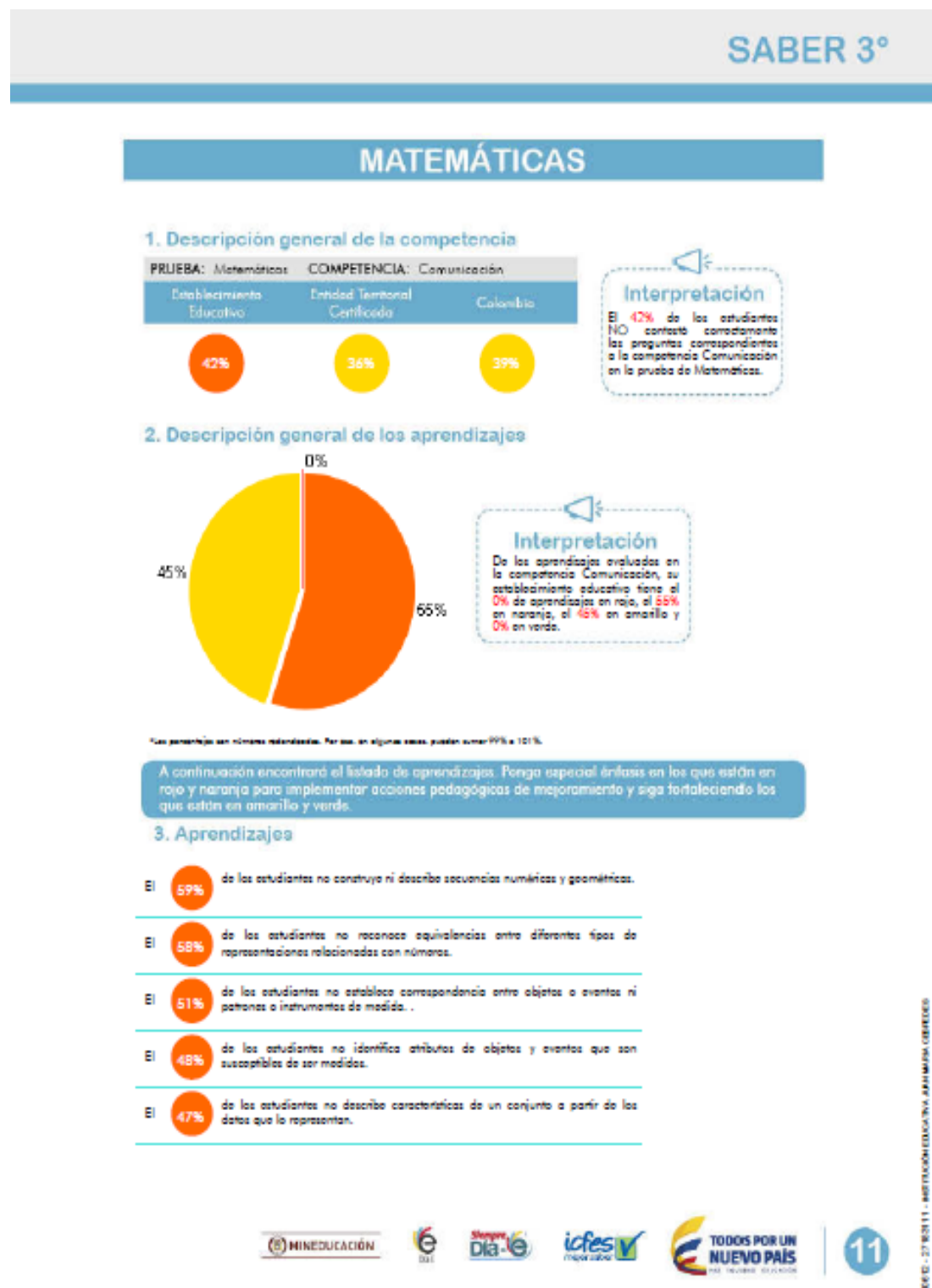
Dirección de Grupo : JOSE JULIO ESCANDON VALLEJO

Jornada : Mañana

Año Lectivo : 2016

APELLIDOS Y NOMBRES DE ESTUDIANTES	NOV	CODIGO
01 ARBOLEDA RIVERA HELLEN LICETH	DocP	1113215
02 BELTRAN RODRIGUEZ MARIA JOSE	DocP	1113210
03 CARDENAS ESTRADA JUAN JOSE		111211
04 CARDONA LOZANO SEBASTIAN		1112562
05 CASTRO AGUDELO VALERYN		109841
06 CIFUENTES DIAZ HUVER ESTIVEN		109719
07 DIAZ AYALA KEVIN ALEJANDRO		110274
08 GOMEZ HERRERA ERIC		108767
09 GOMEZ SABID NATALIA		108887
10 HERRERA ARTEAGA KAREN VIVIANA		109848
11 HINCAPIE GUERRERO ERIC SANTIAGO	Tra	1113005
12 JIMENEZ SINISTERRA STEFANY		110095
13 LOAIZA GUTIERREZ ALEJANDRO	C-Gru	1112602
14 LOPEZ DOMINGUEZ JUAN JOSE		111022
15 MONDRAGON SERNA JOSUE		110177
16 OCAMPO RIVERA KEVIN ANDRES		1111627
17 ORTEGA CASTRO JUAN DAVID		110062
18 ORTIZ TANGARIFE KAROL DALLANA	DocP	109785
19 ORTIZ TANGARIFE MICHAEL STEVEN		108823
20 OSPINA CAÑAS VALERY SAMARA		1111639
21 PATIÑO JARAMILLO JUAN ESTEBAN	Rel	1111881
22 PINEDA VELEZ ELIZABETH DAHIANA		109757
23 PRADO REINOSA DANIELA	Nvo	1113439
24 QUEVEDO ALVAREZ JORGE ANDRES		109776
25 QUEVEDO CARDONA MARIA JOSE		110273
26 QUINTERO HENAO DANIELA		108829
27 RINCON CASTAÑO LUZ ADRIANA	DocP	1113203
28 RODELO SERNA ANDRES FELIPE		110489
29 RODRIGUEZ BRAVO ANGGIE VANESSA	C-Gru	1112594
30 ROMERO ALZATE KAROL DAHIANNA		1112489
31 ROQUE BEDOYA YAIZA LORENA		109745
32 RUIZ QUINTERO JUAN MANUEL		109827
33 SANCHEZ ROJAS CARLOS DANIEL		111055
34 SINISTERRA CASTRO JEISON ANDRES		109837
35 TRUJILLO OROZCO ANDRES FELIPE		109840
36 VALENCIA CARMONA BRANDON ESTEBAN		1111938
37 VARGAS CASTILLO ANDRES FELIPE	Nvo	1113144
38 VELASQUEZ MANRIQUE VALENTINA		1112187
39 ZAPATA HENAO DANIELA		111000
40 ZAPATA JIMENEZ JUAN ESTEBAN		1112667

Anexo 4. Competencia comunicación



Anexo 5. Competencia razonamiento



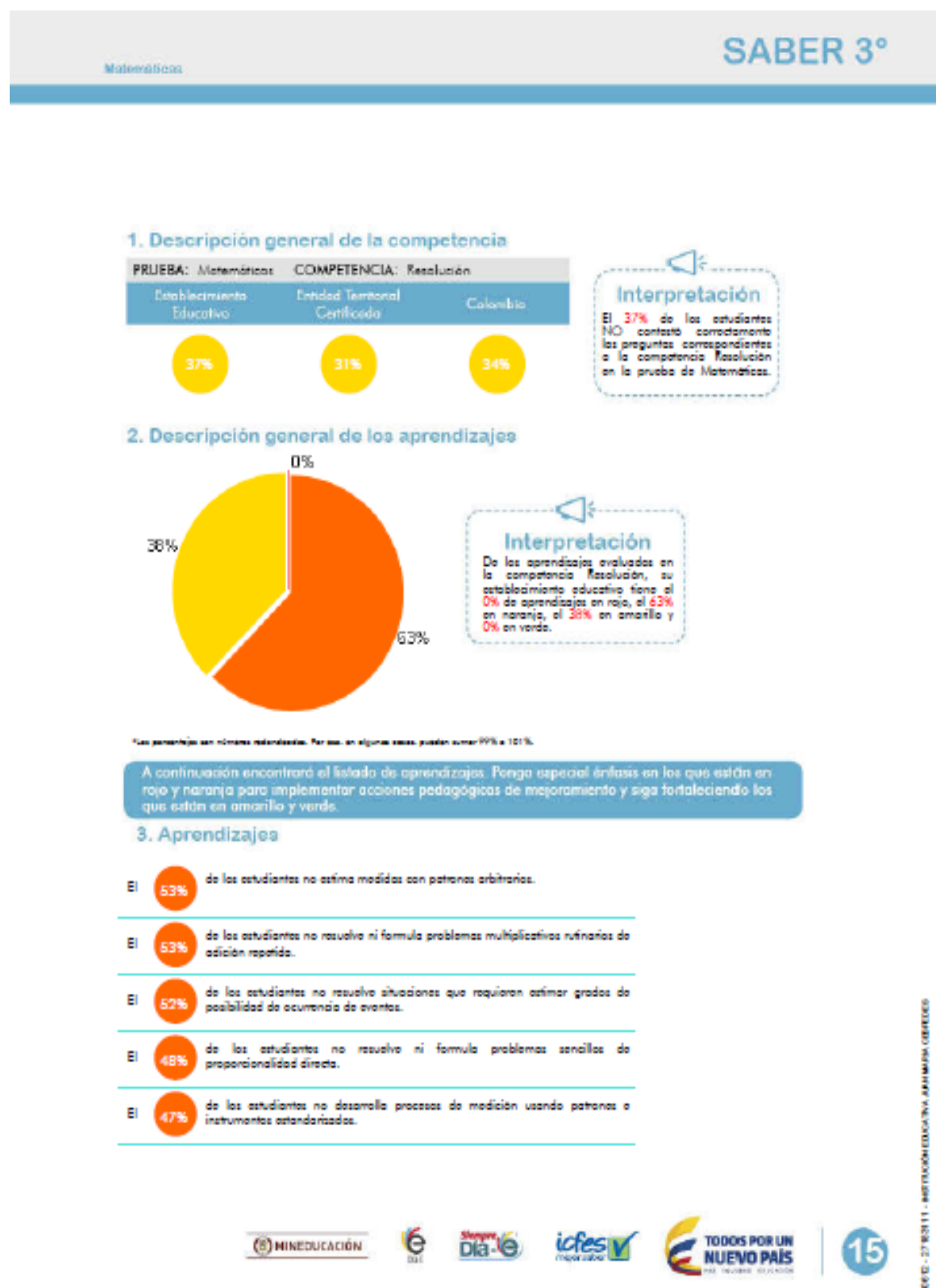
EI	47%	de los estudiantes no establece conjeturas acerca de regularidades en contextos geométricos y numéricos.
EI	38%	de los estudiantes no establece conjeturas acerca del sistema de numeración decimal a partir de representaciones pictóricas.
EI	33%	de los estudiantes no relaciona objetos tridimensionales con sus respectivas vistas.
EI	31%	de los estudiantes no describe tendencias que se presentan en un conjunto a partir de los datos que lo describen.
EI	14%	de los estudiantes no establece conjeturas acerca de las propiedades de las figuras planas cuando sobre ellas se ha hecho una transformación (traslación, rotación, reflexión, simetría, ampliación, reducción).
EI	9%	de los estudiantes no establece diferencias ni similitudes entre objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con sus propiedades.



Interpretación

El 84% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes al primer aprendizaje. Esta interpretación aplica de igual manera para los demás aprendizajes por mejorar.

Anexo 6. Resolución de problemas



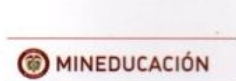
- EI **31%** de los estudiantes no resuelve problemas aditivos rutinarios de composición y transformación ni interpreta condiciones necesarias para su solución.
-
- EI **27%** de los estudiantes no resuelve problemas a partir del análisis de datos recolectados.
-
- EI **25%** de los estudiantes no usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos a diseño y construcción de figuras planas.
-



Interpretación

El 63% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas correspondientes al primer aprendizaje. Esta interpretación aplica de igual manera para los demás aprendizajes por mejoras.

Anexo 7. Portada guía para el docente.



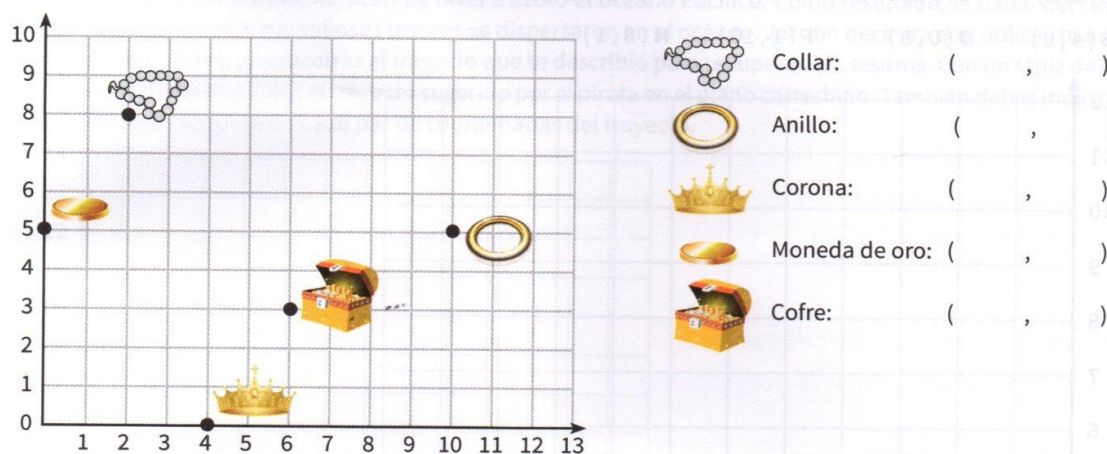
Guía de enseñanza
para docentes de primaria

Anexo 8. Tareas 1 y 2

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Ejercitación

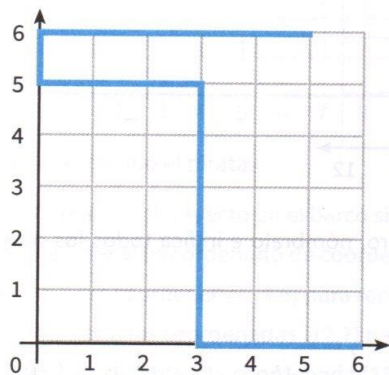
A) Ejercicios contextualizados

- 1) El pirata Barba Negra perdió varios objetos de su tesoro. Ayúdalo a encontrarlos nombrando los pares ordenados de coordenadas de cada uno de los objetos.



B) Ejercicios abiertos

- 2) Este es el camino que utiliza el cartero para entregar su correo. Nombra 4 pares ordenados de coordenadas diferentes situadas en su trayecto.



- a) (,) b) (,) c) (,) d) (,)

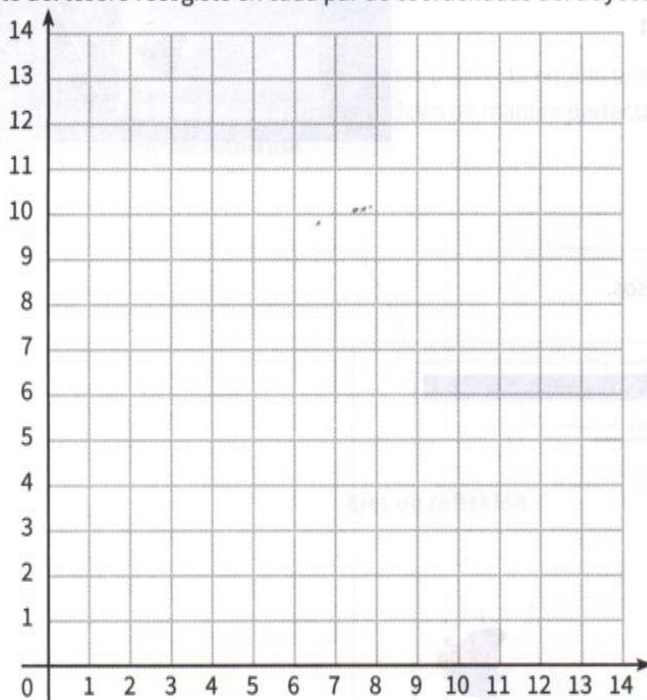
Anexo 9. Tarea 3

Centro 1 - La búsqueda del tesoro - Situación de aplicación

Nombre: _____

¡Huracán!

La noche anterior, un terrible huracán de nivel 5 azotó el océano Pacífico. Como resultado, el barco del capitán Jacobo se volteó y todos sus valiosos tesoros se dispersaron en el océano. Jacobo necesita que utilices tu equipo de buceo submarino y que recorras el trayecto que te describió para recuperar sus tesoros. Con un lápiz de color, ubica las coordenadas y traza el trayecto sugerido por el pirata en el plano cartesiano. También debes indicar qué parte del tesoro recogiste en cada par de coordenadas del trayecto.



Trayecto de Jacobo el pirata:

- Comienza el trayecto en el barco situado en el punto (6,5).
- Dirígete al par ordenado de coordenadas (0,5) para recuperar las monedas de oro.
- Ve a las coordenadas (4,8) para recoger las joyas.
- Avanza a las coordenadas (12,7) para recoger los rubís.
- Luego, dirígete a la coordenada (12, 0) para recuperar los lingotes de oro.

Al volver al barco, recuperaste los diamantes. Indica las coordenadas del lugar en donde los recogiste.

Diamantes: (,)

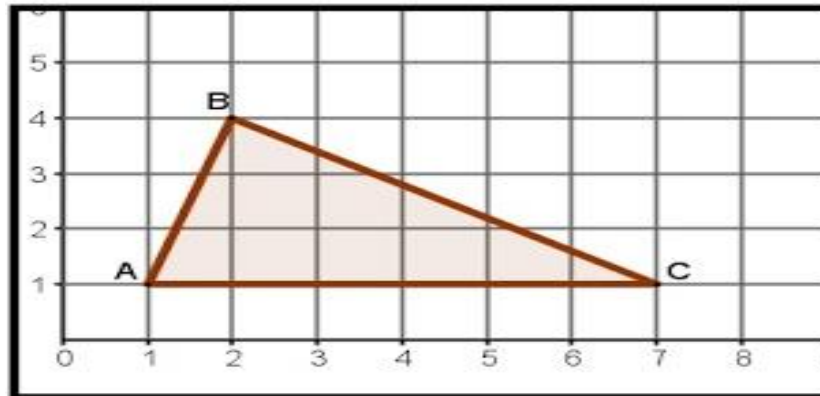
Anexo 10. Portada cartilla del estudiante



Anexo 11. Prueba diagnóstica - Ubicación y sentido espacial

Estudiante: _____

Responde las preguntas 1 al 4 de acuerdo a la siguiente figura.



1. Las coordenadas del punto A son:
A. (0,1) B. (2,4) C. (7,1) D. (1,1)
2. Las coordenadas de los puntos que forman el triángulo son:
A. (1, 1) (4, 2) 1, 7) B. (0, 0) (2, 4) (7, 1)
C. (1, 1) (2, 4) (1, 7) D. (1, 1) (2, 4) (7, 1)
3. Las coordenadas del punto B son:
A. (0,1) B. (2,4) C. (7,1) D. (1,1)
4. Las coordenadas del punto C son:
A. (0,1) B. (2,4) C. (7,1) D. (1,1)

Responde las preguntas 5 al 10 de acuerdo a la siguiente figura.

Observa la posición de los dibujos en la cuadrícula y responde:

					5
					4
					3
					2
					1
A	B	C	D	E	

Escribe la posición de cada uno de estos objetos en la cuadrícula

5- León (,)

6- El celular (,)

7- Los niños (,)

8- El árbol (,)

9- El objeto que está en la posición (B , 2) ES: _____

10 - El objeto que está en la posición (E , 3) ES: _____

Anexo 12. La unidad de guía didáctica

- **Título:** “Traslaciones en el Plano Cartesiano con recursos del juego de ajedrez”.
- **Docente:** Lic. José Julio Escandón Vallejo
- **Datos informativos:** se elabora en la Institución Educativa Juan María Céspedes Sede Miguel Ángel Zúñiga de la ciudad de Tuluá Valle, aplicándola al grado cuarto de primaria con el tema de Traslaciones en el Plano Cartesiano. Esto en el año lectivo 2016 en los meses de Abril a Julio.
- **Tiempo de aplicación:** la **UGD** se aplica en 10 semanas, en sesiones de una hora semanal.
- **Objetivos de aprendizaje:** 1) estimular y motivar el aprendizaje de los estudiantes entorno a las Traslaciones en el Plano Cartesiano a través de un recurso didáctico como el juego de ajedrez. 2) Fortalecer las conexiones conceptuales entre el sentido y ubicación espacial, con respecto a las Traslaciones en el Plano Cartesiano. 3) Resolver problemas relacionados a ubicación en el espacio y Las traslaciones Isométricas en contextos cotidianos a nivel teórico y/o práctico.
- **Destrezas:** Desarrollo de las competencias básicas: 1) Propiciar en el estudiante el uso de las diferentes representaciones y sistemas de notación simbólico, como también plantear y resolver problemas cotidianos, y geométricos; 2) Proponer situaciones que les permita hacer uso del pensamiento espacial como instrumento para resolver problemas de tipo personal y social favoreciendo la formación ciudadana.
- **Contenidos conceptuales:**

1. Sentido espacial

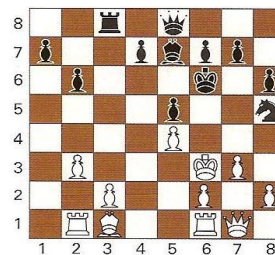
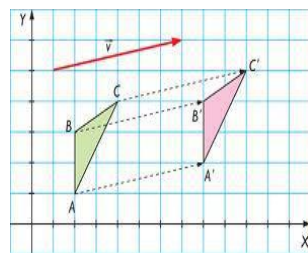
El sentido espacial se puede definir desde la orientación y la visualización. Estas dos componentes facilitan la ubicación en el espacio y se manifiestan cuando la información visual se transforma en imágenes mentales, empleando representaciones graficas o de otro tipo. Con respecto a la “orientación” el termino se utiliza en la geometría de coordenadas y aplica a otras formas de especificar el lugar que ocupan los objetos en el plano y en el espacio, incluyendo los sistemas de localización de la esfera terrestre y el manejo e interpretación de mapas y planos.

2. Traslación

La traslación de un objeto, consiste en el movimiento dicho objeto en el plano. En geometría, una traslación es un movimiento en el espacio caracterizada por un objeto o figura al que se le hace corresponder en otro lugar del plano, de manera que las traslaciones son movimientos directos sin cambios de orientación, esto quiere decir que mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos que se trasladan, las cuales se deslizan según la nueva coordenada.

3. Plano cartesiano

El plano cartesiano emplea dos ejes perpendiculares que suministran los descriptores vertical y horizontal de cada punto. Para ello, los ejes se dividen en marcas realizadas en intervalos regulares como en la recta numérica. El eje horizontal se suele denominar eje “x” o eje de “las abscisas”, mientras que el vertical se denomina eje “y” o eje de “las ordenadas”. El punto de corte de ambos ejes se denomina “origen de coordenadas (0,0)”



Similitudes entre el plano cartesiano y el tablero de ajedrez: tienen coordenadas, con sus respectivos ejes, un origen, la ventaja del tablero de ajedrez y sus fichas son su fácil y lúdico movimiento.

4. Dificultades y Errores asociados al aprendizaje de las Traslaciones

a-Capacidad de lectura.

B-Comprensión.

C-Transformación.

D-Destrezas Procedimentales.

E-Codificación.

5. Aspectos históricos de las traslaciones

En la Antigua Grecia se destacan con respecto a las traslaciones los libros de los elementos de Euclides (325 a.C. – 265 a.C.), constan de 13 libros. Es destacable el Libro I: Los Fundamentos de la Geometría. Teoría de los triángulos, paralelas y el área. Se definen los criterios de congruencia e igualdad de triángulos a partir de la Geometría

Estática, al revés, de cómo se explican en estos momentos a partir de una Geometría Dinámica.

Con respecto al “Sentido Espacial”, este hace referencia a la ubicación y posición de un objeto en el espacio. Para lograr esto, el filósofo matemático francés, Rene Descartes (1596 – 1650), ideó un sistema de coordenadas que es el más utilizado en la actualidad. Desde la edad media las poblaciones urbanas, comenzaron a organizar sus calles con trazados de forma cuadriculada por las grandes ventajas que este sistema brinda para las orientaciones y desplazamientos (Traslaciones).

6. Usos y contextos

FENÓMENO	SITUACIÓN O CONTEXTO
Ir de la casa a la escuela, ir de compras, caminar, pasear a pie, etc.	personal
Jugar pac-man, trazar la trayectoria en un laberinto, jugar ajedrez, jugar al fútbol, etc.	Social, publico
Jugar batalla naval	Social
Movimiento de los animales. Migraciones.	Natural
Movimiento de cuerpos celestes	Científico, educativo
Medios de transporte	Social, publico
Ir a un punto cardinal	Personal, social
Utilizar el sistema GPS, ubicación y trayectoria de un objeto en el planeta tierra.	Científico, social
Frisos (situaciones PISA)	Publico, educativo, social, cultural.
Música, Pentagrama. (situaciones PISA)	Publico, educativo, social, cultural, personal.
Redes moleculares (situaciones PISA)	Científico, educativo
La caída de un objeto, el lanzamiento de un objeto.	científico
Graficas estadísticas.	Educativo, social
Graficas científicas (Química, física, biología, ambiental, etc.)	Educativo social

7. Materiales y Recursos para la enseñanza de las Traslaciones en el Plano Cartesiano

Afortunadamente existen múltiples recursos para la enseñanza y aprendizaje de las traslaciones en el plano, entre estos se encuentran:

- El Pac-Man
- El ajedrez
- Batalla naval

- Geoplano
- Cuadrícula
- Geógebra
- Existen muchos más.

8. Juego de Ajedrez

Historia del Juego de ajedrez

El ajedrez tiene su origen en la India, más concretamente en el Valle del Indo, y data del **siglo VI d.C.** Originalmente conocido como Chaturanga, o juego del ejército, se difundió rápidamente por las rutas comerciales, llegó a Persia, y desde allí al Imperio bizantino, extendiéndose posteriormente por toda Asia. La mayoría de los historiadores coinciden en ubicar el origen del ajedrez en la India en el siglo VII. El mundo árabe, adoptó el ajedrez con un entusiasmo sin igual: estudiaron y analizaron en profundidad los mecanismos del juego, escribieron numerosos tratados sobre ajedrez y desarrollaron el sistema de notación algebraica.

El juego llegó a Europa entre los **años 700 y 900**, a través de la conquista de España por el Islam, aunque también lo practicaban los vikingos y los Cruzados que regresaban de Tierra Santa.

La Leyenda de los granos de Trigo

Existe una leyenda que dice que hace mucho tiempo existió un rey que era muy bueno, pero una vez luchando contra un reino enemigo perdió a su hijo en una batalla, y por tal motivo se puso muy triste y se aisló en su castillo reviviendo una y otra vez la batalla donde murió su hijo, recreándola de muchas formas, y en ninguna podía salvar a su hijo y a su reino al mismo tiempo. Un joven que sabía el dolor que el rey sentía pidió una entrevista con él, luego de muchos intentos logró que el rey le diera la entrevista, el joven mostró al rey el juego del ajedrez y le enseñó su similitud con una batalla real. El rey que era un gran amante de los planes de guerra no tardó mucho tiempo en entender el juego, el joven le enseñó al rey como era de importante sacrificar alguna pieza para lograr el partido (haciéndole ver que el sacrificio que su hijo había hecho fue lo mejor para el reino). El rey comprendió su error y aceptó la muerte de su hijo, y le dijo al joven que le daría la recompensa que el pidiese, el joven le pidió la siguiente recompensa por la primera casilla del tablero quiero un grano de trigo, por la segunda casilla quiero 2 granos de trigo, por la tercera casilla quiero 4 granos de trigo, por la cuarta casilla quiero 8 granos de trigos y así sucesivamente por las demás casillas, el rey ordenó que entregaran la recompensa inmediatamente y agregó que era un pedido muy poco digno de su generosidad, los sabios del rey al tratar de encontrar el número que correspondía a la cantidad de granos de trigo se dieron cuenta que era un número muy grande de imaginar en esos días. Así fue como el rey aprendió otra

lección a ser prudente y le pidió al joven se quedara en el castillo y trabajara como uno de sus asesores...

El tablero de ajedrez

Un tablero de ajedrez se compone de 64 casillas iguales en dispuestas en ocho filas y ocho columnas. Las casillas se alternan en dos colores, blanco y negro. Se utilizan muchos materiales diferentes para hacer tableros de ajedrez, así que el color más claro se considera como blanco y el más oscuro se considera como negro.

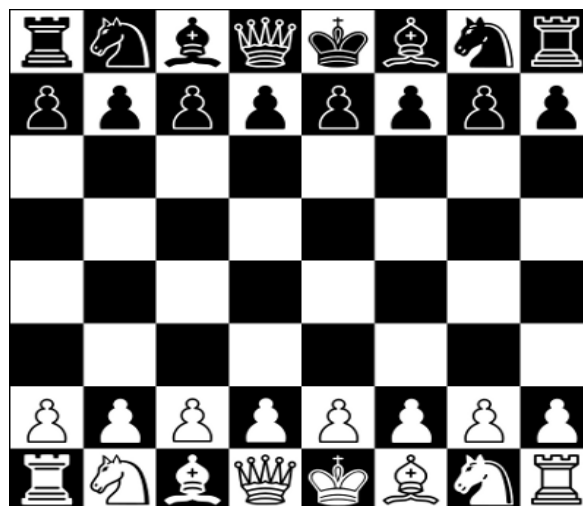
Partes del tablero que se conocen con nombre especiales:

- Fila: las ocho hileras horizontales del tablero de ajedrez se llaman filas.
- Columna: las ocho hileras verticales del tablero de ajedrez se llaman columnas.
- Diagonal: una línea recta de casillas del mismo color que discurren de un borde a otro del tablero en ángulo se llama diagonal.
- Centro: las cuatro casillas situadas en medio del tablero se llaman el centro

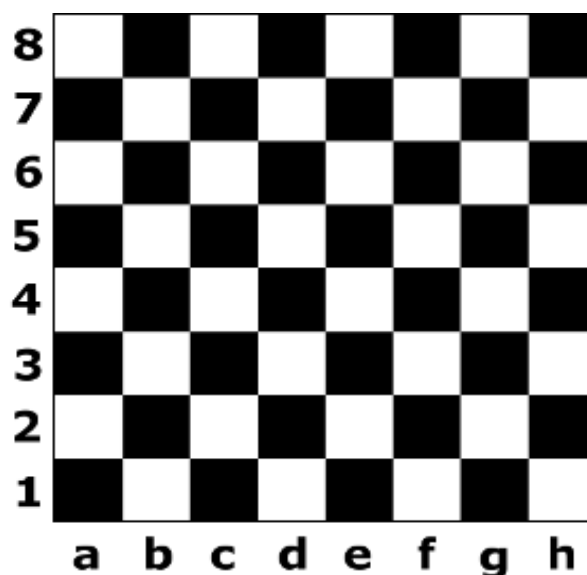
Configuración inicial

El tablero se gira, de manera que haya una casilla blanca en la primera fila, al lado derecho del jugador.

Las piezas se sitúan en los lados blanco y negro del tablero de la misma manera. En la primera fila empezando en ambos extremos y hacia dentro, se colocan las torres, los caballos y el alfil. En las dos casillas que faltan, se coloca la reina en la casilla de su color y el rey en la otra. Cuando se han colocado todas, las mismas piezas quedan cara a cara al otro lado del tablero. En la segunda fila se colocan los peones. La disposición final queda como se indica en el siguiente diagrama.



Cada una de las casillas tiene un nombre, así que se puede mantener un registro de la partida. Existen varios sistemas de nomenclatura, pero la “notación algebraica” es la más popular y el sistema oficial. En dicho sistema, cada casilla se nombra por la fila y la columna en la que se encuentra. Las filas se numeran del 1 al 8 empezando por el lado blanco del tablero hacia el lado negro del tablero. Las columnas se etiquetan en minúsculas de la «a» a la «h» de izquierda a derecha según el punto de vista del jugador blanco. La casilla se nombra por la letra seguida por el número. Así, la casilla de la esquina inferior izquierda se llama «a1». La estructura de la nomenclatura se puede ver en el siguiente diagrama:



Nombres de las casillas

	Black							
8	a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
7	a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
6	a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
5	a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
4	a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
3	a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
2	a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
1	a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1
	a	b	c	d	e	f	g	h
	White							

Aunque dedicaremos una lección a **la notación algebraica** es bueno que conozcamos ya la manera en que nos vamos a referir a cada casilla.

La notación algebraica se basa en un **sistema de coordenadas de 8 x 8**, nombrándose las **columnas desde la letra "a" a la "h"** y las **filas del "1" al "8"** como en el "juego de los barquitos".

La **fila 1 es la más próxima al jugador de las blancas** y la fila 8 es la más cercana al jugador de las negras, **la columna "a" está a la izquierda de las blancas y a la derecha de las negras**.

Es decir, el jugador de las negras ve el orden de las casillas al revés que el blanco, lo cual supone una complicación cuando cambiamos de color, pero con la ventaja de que cada casilla tiene el mismo nombre para ambos bandos. Por ejemplo, la casilla e1, es donde se coloca el rey blanco al comienzo de la partida y mientras que el rey negro se coloca en e8.

Los jugadores avanzados no necesitan contar las filas y columnas, por ejemplo al decir e4 no tienen que pensar que es la cuarta fila de la quinta columna, sino es simplemente la casilla de la apertura típica de peón de rey. Con el tiempo aprenderás que cada casilla tiene su personalidad y propiedades y te será más sencillo encontrarlas.

Reglas del juego de ajedrez

La partida de ajedrez se juega entre dos adversarios que mueven alternativamente sus propias piezas sobre un tablero cuadrado, llamado "tablero de ajedrez". El jugador con las piezas blancas comienza la partida. Se dice que un jugador "está en juego" cuando se ha realizado la jugada de su adversario.

El objetivo de cada jugador es situar al rey de su adversario "bajo ataque", de tal forma que el adversario no disponga de ninguna jugada (movimiento de pieza) legal que evite la "captura" del rey en la siguiente jugada. Del jugador que alcanza este objetivo se dice que ha dado "mate" al rey de su adversario y que ha ganado la partida. El adversario, cuyo rey ha recibido el mate, pierde la partida.

Si la posición es tal que ninguno de los jugadores puede dar mate, la partida es tablas.

El movimiento de las piezas

No está permitido mover una pieza a una casilla ocupada por una pieza del mismo color. Si una pieza se mueve a una casilla ocupada por una pieza de su adversario, ésta es capturada y retirada del tablero como parte del mismo movimiento. Se dice que una pieza ataca a otra del adversario si puede efectuar una captura en esa casilla.

El alfil puede ser movido a cualquier casilla a lo largo de una de las diagonales sobre las que se encuentra.

La torre puede ser movida a cualquier casilla a lo largo de la fila o columna en las que se encuentra.

La dama puede ser movida a cualquier casilla a lo largo de la fila, columna o diagonal en las que se encuentra.

Al realizar estos movimientos, el alfil, la torre o la dama no pueden pasar sobre ninguna otra pieza.

El caballo puede ser movido a una de las casillas más próximas a la que se encuentra, sin ser de la misma fila, columna o diagonal.

a. El peón puede ser movido hacia adelante a la casilla inmediatamente delante suyo en la misma columna, siempre que dicha casilla esté desocupada, o

b. en su primer movimiento el peón puede ser movido como en (a); alternativamente, puede avanzar dos casillas a lo largo de la misma columna, siempre que ambas casillas estén desocupadas, o

c. el peón puede ser movido a una casilla ocupada por una pieza del adversario que esté en diagonal delante suyo, sobre una columna adyacente, capturando dicha pieza.

d. Un peón que ataca una casilla atravesada por un peón del adversario que ha avanzado dos casillas en un movimiento desde su casilla original, puede capturarlo como si sólo hubiera avanzado una casilla. Esta captura sólo puede efectuarse en el movimiento inmediatamente siguiente al citado avance y se denomina captura "al paso".

e. Cuando un peón alcanza la fila más alejada desde su posición inicial debe ser cambiado, como parte del mismo movimiento, por una dama, torre, alfil o caballo del mismo color. La elección del jugador no está limitada a piezas que hayan sido capturadas anteriormente. Este cambio de un peón por otra pieza se denomina

"promoción", siendo inmediato el efecto de la nueva pieza.

Hay dos formas diferentes de mover el rey:

f. Desplazándolo a cualquier casilla adyacente no atacada por una o más piezas del adversario.

g. Se considera que las piezas del adversario atacan una casilla incluso cuando dichas piezas no pueden ser movidas.

h. "Enrocando". El enroque es un movimiento del rey y de una de las torres del mismo color y que esté en la misma fila, que cuenta como una simple jugada del rey y que se realiza como sigue: el rey es trasladado dos casillas desde su casilla original hacia la torre y luego dicha torre es trasladada a la casilla que acaba de cruzar el rey.

La acción de mover las piezas

Cada jugada debe efectuarse con una sola mano.

El jugador que está en juego puede ajustar una o más piezas en sus casillas, siempre que previamente exprese su intención de hacerlo (por ejemplo, diciendo "compongo").

Si el jugador que está en juego toca deliberadamente sobre el tablero:

Una o más piezas propias, debe mover la primera pieza tocada que se pueda mover.

Una o más piezas del adversario, debe capturar la primera pieza tocada que pueda ser capturada.

Una pieza de cada color, debe capturar la pieza del adversario con la suya o, si ello es ilegal, mover o capturar la primera pieza tocada que se pueda mover o capturar. Si resulta imposible establecer qué pieza se tocó en primer lugar, será la pieza propia la que se considere como pieza tocada.

Si un jugador toca deliberadamente su rey y torre, debe enrocar por ese lado si fuera legal hacerlo.

Si un jugador toca deliberadamente una torre y luego su rey, no podrá enrocar por ese lado en esa jugada.

Si un jugador, con la intención de enrocar, toca el rey o rey y torre a la vez, siendo ilegal el enroque por ese lado, el jugador debe hacer otra jugada legal con su rey, lo que puede incluir el enroque por el otro lado. Si el rey no tiene ningún movimiento legal, el jugador es libre de realizar cualquier jugada legal.

Si un jugador promociona un peón, la elección de la pieza se considerará definitiva cuando ésta toque la casilla de promoción.

Si ninguna de las piezas tocadas puede ser movida o capturada, el jugador puede realizar cualquier jugada legal.

Cuando se ha dejado una pieza en una casilla, como jugada legal o parte de una jugada legal, ya no puede ser movida a otra casilla. Se considera que el movimiento ha sido realizado cuando se han cumplido todos los requisitos pertinentes del Artículo 3.

En el caso de captura, cuando la pieza capturada se ha retirado del tablero y el jugador ha soltado su propia pieza después de situarla en su propia casilla;

En el caso del enroque, cuando el jugador ha soltado la torre en la casilla previamente cruzada por el rey. Cuando el jugador ha soltado el rey la jugada no se considera todavía completada, pero el jugador ya no tiene otra opción que realizar el enroque por ese lado, siempre que sea legal;

En el caso de la promoción de un peón, cuando éste ha sido retirado del tablero y la mano del jugador ha soltado la nueva pieza después de situarla en la casilla de promoción. Cuando el jugador ha soltado el peón que ha alcanzado la casilla de promoción, la jugada no se considera todavía completada, pero el jugador no tiene ya el derecho de jugar el peón a otra casilla.

Un jugador pierde su derecho a reclamar la violación de los Artículos 4.3 o 4.4 por parte de su adversario, una vez que él mismo haya tocado deliberadamente una pieza.

La finalización de la partida

La partida es ganada por el jugador que ha dado mate al rey de su adversario. Esto finaliza inmediatamente la partida, siempre que la jugada que generó la posición de mate fuera una jugada legal.

La partida es ganada por el jugador cuyo adversario declara que abandona. Esto finaliza inmediatamente la partida.

La partida es tablas cuando el jugador que está en juego no puede hacer ninguna jugada legal y su rey no está en jaque. Se dice entonces que el rey está "ahogado". Esto finaliza inmediatamente la partida, siempre que la jugada que generó la posición de rey ahogado fuera legal.

La partida es tablas cuando se alcanza una posición en la que ningún jugador puede dar mate al rey del adversario con cualquier serie de jugadas legales. Se dice entonces que la partida termina en una "posición muerta". Esto finaliza inmediatamente la partida, siempre que la jugada que generó tal posición fuera legal.

La partida es tablas por acuerdo entre los dos jugadores durante el desarrollo de la misma. Esto finaliza inmediatamente la partida.

La partida puede ser tablas si se va a dar o ya se ha dado cualquier posición idéntica, al menos tres veces sobre el tablero.

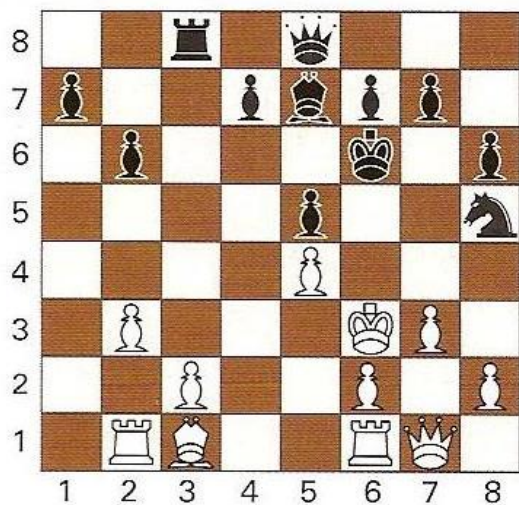
La partida puede ser tablas si cada jugador ha hecho los últimos 50 movimientos consecutivos sin que haya habido ningún movimiento de peón ni captura de pieza.

9. Resolución de Problemas

Tarea 1

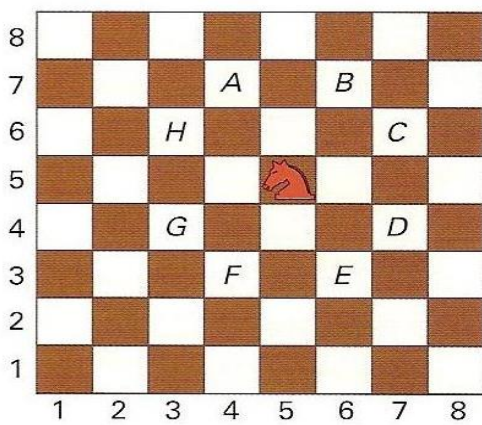
Ubica y escribe las coordenadas en las que se encuentran las siguientes fichas:

- a) El caballo negro (,)
- b) La reina blanca (,)
- c) La torre negra (,)
- d) El rey negro (,)
- e) El rey blanco (,)
- f) La reina negra (,)



Tarea 2

Ubica y escribe las coordenadas a donde podría trasladarse el caballo



- A- (,)
- B- (,)
- C- (,)
- D- (,)
- E- (,)
- F- (,)
- G- (,)
- H- (,)

Tarea 3

Actividad grupal

En una partida de ajedrez con uno de tus compañeros escribe las coordenadas de todos los movimientos que realizas y los movimientos de tu compañero realizados durante la partida; luego compáralos con los de tu compañero y observa si las ultimas coordenadas corresponden a las jugadas finales.

Número de Movimiento	Jugador A;	Jugador B;
1	(,)	(,)
2	(,)	(,)
3	(,)	(,)
4	(,)	(,)
5	(,)	(,)
6	(,)	(,)
7	(,)	(,)
8	(,)	(,)
9	(,)	(,)
10	(,)	(,)

10. Instrumentos de Evaluación

Para evaluar el tema de las traslaciones en el plano cartesiano se tendrán en cuenta las actividades y tareas propuestas para los estudiantes, la participación en clase y finalmente la evaluación final que corresponde a la evaluación que se aplicó al inicio de la temática.