

**MEDICIÓN CONJUNTA DEL RIESGO DE MERCADO Y RIESGO DE CRÉDITO
EN ALGUNAS ENTIDADES BANCARIAS COLOMBIANAS**

NORBEEY MOLINA OTERO

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS

ECONOMÍA

SANTIAGO DE CALI

2016

**MEDICIÓN CONJUNTA DEL RIESGO DE MERCADO Y RIESGO DE CRÉDITO
EN ALGUNAS ENTIDADES BANCARIAS COLOMBIANAS**

Norbey Molina Otero

Código: 1034059

Trabajo De Grado Presentado como
Requisito Parcial para Optar al Título de
Economista

Director: Jorge Mario Uribe Gil
Profesor del Departamento de Economía
Universidad del Valle

Universidad Del Valle

Facultad De Ciencias Sociales Y Económicas

Economía

Santiago De Cali

2016

Contenido

1.	Introducción.....	2
2.	Revisión de la Literatura.....	4
2.1.	Panorama Internacional de la Medición del Riesgo Financiero.....	5
2.2.	El Caso Colombiano	8
3.	Marco Teórico.....	10
4.	Metodología.....	14
4.1.	Enfoque Tradicional.....	14
4.2.	Enfoque Alternativo.....	17
4.2.1.	La Función Cópula	17
4.2.2.	Elección de la Cópula y tratamiento inicial de los Datos.....	19
5.	Descripción de los Datos	21
6.	Resultados.....	24
7.	Conclusiones	34

Índice de Figuras

Figura 1. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Riesgo Individual A.....	29
Figura 1. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Riesgo Individual B.....	30
Figura 3. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Entidad Bancaria A.....	31
Figura 4. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Entidad Bancaria B.....	33

Índice de Tablas

Tabla 1. Estadísticas Descriptivas Riesgo de Crédito.....	22
Tabla 2. Estadísticas Descriptivas Riesgo de Mercado.....	23
Tabla 3. Prueba Estadística de uniformidad de la muestra (Kolmogorov – Smirnov).....	24
Tabla 4. Bondad de Ajuste de la Cópula Empírica t.....	25
Tabla 5. Capitalización de Algunos Establecimientos de Crédito.....	26
Tabla 6. Cuartiles del valor en Riesgo Marginal por riesgo individual.....	27
Tabla 7. Cuartiles del valor en Riesgo Marginal por entidades bancarias.....	31

Anexos

Anexo 1. Evolución del Riesgo de Crédito y Riesgo de Mercado.....	40
Anexo 2. Estadísticas Descriptivas Retornos Riesgo de Crédito y Riesgo de Mercado.....	42
Anexo 3. Retornos del Riesgo de Crédito y el Riesgo de Mercado.....	44
Anexo 4. Cuartiles Valor en Riesgo por Riesgo Individual.....	47

MEDICIÓN CONJUNTA DEL RIESGO DE MERCADO Y RIESGO DE CRÉDITO EN ALGUNAS ENTIDADES BANCARIAS COLOMBIANAS

Resumen

En este documento se modela la dependencia conjunta del riesgo de crédito y de mercado para diez instituciones bancarias del sistema financiero colombiano. Se emplea una muestra mensual que cubre el horizonte temporal entre enero de 2007 y julio de 2014. Para la estimación se hace uso de la metodología de las funciones cópula, la cual al no establecer de manera *a priori* relaciones de dependencia lineal, permite realizar la modelación de las series a lo largo de todo el espectro de su distribución. Adicionalmente, la metodología se ajusta al comportamiento de las series financieras al no realizar supuestos de Normalidad sobre la distribución multivariada de las mismas. Se concluye que los riesgos de crédito y de mercado de cada una de las entidades tienen cierto grado de dependencia, y que a su vez dichos riesgos por entidad pueden afectar el riesgo conjunto entre las entidades incluidas en la muestra.

Palabras clave: Instituciones financieras, riesgo de crédito, riesgo de mercado, Cópulas.

Clasificación JEL: C01, C14, G1, G24.

1. Introducción

La crisis financiera mundial desencadenada durante el 2007 y empoderada a lo largo del 2008, sin duda alguna marcó un hito en la historia de las crisis económicas. No sólo significó la desestabilización del sistema financiero estadounidense, sino también del sistema internacional y aún más, logró evidenciar la deficiencia de los mercados financieros actuales para enfrentar episodios como este, principalmente por parte de sus principales arquitectos, las entidades financieras.

Si bien es importante resaltar el fallo de la modelación teórica y empírica de este tipo eventos, también lo es dilucidar por qué el sistema financiero no logró responder de manera óptima ante dicho acontecimiento. Así, de la crisis del 2007-2009 queda una lección clave sobre la existencia de falencias en el mercado a la hora de dar respuesta a los acontecimientos de naturaleza sistémica. De acuerdo con lo expuesto en el reporte del 2013 “Principles for effective risk data aggregation and risk reporting” publicado por el Banco de Pagos Internacionales, BIS (2013) por sus siglas en inglés, tales fallas fueron consecuencia de la inadecuada disposición de información, clasificación de datos y medición de riesgo por parte de las entidades financieras. Lo anterior devino en una gestión deficiente de los riesgos financieros por parte de la mayoría de los bancos, quienes siendo incapaces de agregar su exposición ante los mismos, terminaron comprometiendo la estabilidad del sistema financiero como un todo.

De lo anterior se infiere que cualquier entidad financiera, independientemente de su tamaño o importancia dentro de la estructura organizacional del sistema financiero, se encuentra expuesta a algún tipo de riesgo, específicamente, al riesgo financiero, que acorde a lo expuesto por Dowd (2005) se define como el prospecto de pérdidas o ganancias financieras, como resultado de cambios inesperados en los factores de riesgo subyacentes. No obstante, esta definición es algo amplia, ya que éste a su vez se encuentra constituido por una serie de riesgos específicos como: riesgo de mercado, riesgo crediticio, riesgo de liquidez, riesgo operacional y riesgo reputacional (Dowd, 2005).

Ahora bien, al interior de los mercados financieros sus participantes se encuentran en constante exposición al riesgo, haciendo menester la medición de éste con el objetivo de permitir una reacción oportuna ante las repercusiones que pudiesen manifestarse, sin embargo, ¿se debe cuantificar de manera independiente cada uno de los riesgos presentes en el sistema financiero?

Breuer, Jandačka, Rheinberger & Summer (2010) enuncian que una cuantificación individual de los riesgos específicos, principalmente el riesgo de crédito y de mercado, a los que se encuentra expuesta una entidad financiera, o un portafolio de inversión, podría generar una subestimación o sobrestimación del riesgo real que encaran. Una medición aislada supondría que no existe ninguna relación entre las diferentes fuentes que constituyen el riesgo financiero y dejaría de lado la premisa de que, ante todo, la economía es un sistema que se encuentra estrechamente relacionado. Esta cuestión desembocaría en una estimación errónea del riesgo financiero total y podría entorpecer la posibilidad de predecir y salvaguardar a una entidad financiera dada. Consecuencia de ello podría ser una determinación equívoca de los requerimientos de capital mínimos necesarios para hacer frente a eventos inesperados.

El enfoque central de esta investigación es la medición agregada del riesgo al cual se encuentran expuestas las entidades financieras en Colombia, principalmente las instituciones bancarias. De esta manera, se pretende modelar conjuntamente la dependencia entre dos riesgos financieros a los cuales éstas se enfrentan -el riesgo de mercado y el riesgo de crédito-. En este orden de ideas, la hipótesis central es que existe una relación entre los riesgos financieros a los cuales está expuesta una entidad bancaria, y por tanto, una medición independiente de los mismos conduce a una estimación errada del riesgo real (total).

La medición del riesgo conjunto para las entidades bancarias colombianas, específicamente diez entidades que serán enunciadas en una sección posterior, se realiza con base en la metodología de cópulas. Dicha metodología permite una medición de correlación no necesariamente lineal, la cual toma en cuenta las características heteroscedásticas y de colas pesadas de las series financieras. La metodología es relativamente nueva en la gestión del riesgo financiero conjunto en la literatura internacional y aún más en la literatura nacional, aunque existen algunos avances al respecto que serán expuestos posteriormente.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: la primera parte del documento consta de esta breve introducción. Seguidamente se expone la revisión de literatura al respecto del tema en cuestión, se realiza una exposición de los avances en la literatura internacional y algunos otros para el caso colombiano. En el tercer apartado, se expone un marco teórico que permite exponer las principales intuiciones al respecto de la relevancia del riesgo de mercado y el riesgo de crédito y la medición conjunta del mismo. En el cuarto acápite, se expone de manera detallada la metodología

propuesta para el contraste de la hipótesis esbozada. Seguidamente en una quinta sección se realiza una descripción de los datos utilizados y de los subsecuentes resultados. Finalmente, se presentan las principales conclusiones y algunas recomendaciones al respecto de esta investigación.

2. Revisión de la Literatura

El reciente interés en el sector financiero, despertó tras el acaecimiento de la crisis de 2007-2009, crisis que como se ha venido mencionando no sólo desestabilizó el sistema económico internacional sino que también propició la iniciación de una serie de estudios en el campo de la economía financiera.

Entre tales tópicos se encuentra el concerniente a la medición del riesgo, al cual se encuentran expuestas las entidades o firmas en el sector financiero. Sin embargo, los estudios que se proponen analizar la medición de este riesgo se centran en la cuantificación separada de cada uno de los riesgos subyacentes en el sector financiero, y subsecuentemente la adición de tales riesgos para una estimación total del riesgo. En contraste, la literatura relacionada con la medición agregada de este riesgo no es tan amplia, aunque ello no implica que no existan trabajos que planteen este tipo de visión incluso mucho antes de la crisis financiera global; trabajos que serán enunciados más adelante.

La crisis financiera representó el motor que incentivó la necesidad de la medición agregada de los riesgos financieros, y aunque la medición de estos no constituye una línea de investigación tan amplia, al menos no en el caso colombiano, se puede observar a nivel internacional la existencia de autores que han encaminado su foco investigativo al desarrollo de intuiciones y técnicas que permitan afianzar la relevancia de esta cuantificación agregada. Sobre esta base, se clasifica la revisión de literatura en dos secciones: la primera, aborda investigaciones que se enfocan en propuestas teóricas y empíricas a nivel internacional sobre la medición agregada de los riesgos financieros, en particular los riesgos que se han expuesto a lo largo de este documento -riesgo de crédito y de mercado-. La segunda sección se centra en investigaciones en la literatura nacional que contienen la presentación de propuestas metodológicas de medición del riesgo de mercado y riesgo de crédito separadamente, y algunas posibles aproximaciones de medición agregada aunque desde una perspectiva más teórica que empírica.

2.1. Panorama Internacional de la Medición del Riesgo Financiero

A nivel internacional, la literatura referente a la agregación de riesgo puede clasificarse en dos grupos: las investigaciones realizadas previamente a la crisis financiera 2007-2009 y aquellos trabajos realizados durante y posteriormente a dicha crisis.

Dentro del primer grupo se resaltan los trabajos de Iscoe, Kreinin & Rosen (1999), Jarrow & Turnbull (2000), y el de Rosenberg & Schuermann (2006). El trabajo de Iscoe et al., (1999) quienes plantean en general relaciones de dependencia entre riesgos presentando un modelo de múltiples pasos para medir el riesgo de crédito del portafolio que integra simulación de exposición y técnicas de cartera de riesgo de crédito para los primeros. El segundo trabajo de Jarrow & Turnbull (2000) presenta la dependencia entre riesgos incorporando tasas de interés estocásticas (como una aproximación del riesgo de mercado) haciendo uso de modelos de crédito tradicionales, la medición del valor en riesgo (VaR).

Aunque representan unas primeras aproximaciones de la agregación del riesgo, las principales limitaciones estriban en que, los primeros autores usan un modelo teórico simulado, que no se acerca del todo a la realidad económica, y los segundos emplean una metodología que mide cada riesgo de manera individual, pero no de manera explícita, pues se incorpora un factor aproximado del riesgo de mercado a un modelo de estimación de riesgo de crédito, sin realizar el ejercicio de agregación conjunta desde el principio.

Por su parte, Rosenberg & Schuermann, (2006) resaltan la importancia de la gestión integral del riesgo en una entidad financiera. Ello requiere un enfoque para la agregación de los tipos de riesgos (mercado, crédito y operacional) cuyas formas de distribución varían considerablemente. En este documento los autores emplean el método de cópulas para construir la distribución conjunta del riesgo para un banco grande típico, con actividad internacional. La bondad de la técnica recae en que hace permisible la incorporación de distribuciones marginales realistas que captan características empíricas esenciales de estos riesgos, la asimetría y colas amplias son un ejemplo de ello, adicionalmente permite establecer una estructura más fuerte de dependencia en el comportamiento de dicho riesgo. La conclusión más importante radica en que, el riesgo total es más sensible ante combinaciones de factores de riesgo, es decir si se cuantifican desde un principio en conjunto que cuando se trata de cuantificar una correlación entre los riesgos individuales estimados, lo cual va en la dirección de lo que se ha venido argumentando con antelación, y

exhorta a tener presente la metodología de copulas como una posible herramienta en la agregación del riesgo.

El segundo grupo de autores da inicio con lo expuesto por Pandey (2012), en su artículo “Integration of Credit and Market Risk”, que realiza una presentación de una serie de trabajos que han incluido la relevancia de la agregación de los riesgos de mercado y de crédito. Empero el autor no plantea una caracterización del riesgo empírica, sino que se centra en la recopilación y descripción de varias investigaciones respecto a esta temática, entre las cuales se incluyen los tres documentos expuestos al inicio de esta revisión. Sin embargo, expone tres importantes obstáculos que deben ser tenidos en cuenta al momento de tratar de realizar cualquier tipo de agregación del riesgo:

- El primer gran obstáculo para integrar los riesgos de mercado y de crédito recae en que las métricas utilizadas para la cuantificación del riesgo de crédito no son totalmente comparables con los modelos de riesgo de mercado, pues estos últimos capturan las distribuciones completas de las pérdidas y ganancias del portafolio y los primeros se centran en las pérdidas por defecto producto de la posibilidad de impago.
- El segundo obstáculo importante son los diferentes horizontes temporales en que se cuantifica cada riesgo.
- Finalmente, la medición y gestión integral del riesgo requiere de los mejores datos disponibles además de una correcta metodología que se ajuste a dichos datos.

Los trabajos de Bocker & Hillebrand, (2009) y Fiori & Ianotti (2010) ofrecen tres enfoques metodológicos distintos de la modelación agregada de riesgos financieros. En una primera exposición los primeros autores exhiben una estimación de riesgo agregado, teniendo en cuenta la interacción entre el riesgo de una cartera de crédito en conjunción con otro tipo de riesgo, el riesgo de mercado. Con este fin se modela dicha interacción mediante un modelo de factores lineales, haciendo uso del cálculo de la correlación entre dichos riesgos. Adicionalmente, emplean la estimación de una cópula Gaussiana, para describir la dependencia entre ambos tipos de riesgo y comparar los resultados de ambas metodologías; concluyendo que ambas técnicas permiten una cuantificación adecuada de la agregación de riesgos e incluso conllevan un resultado muy similar.

El objetivo del trabajo realizado por Fiori & Ianotti (2010) es esclarecer la interacción entre el mercado y el riesgo crediticio. Para ello usando un conjunto de datos bastante amplio como reflejo del comportamiento de la economía italiana se aplica un modelo de factores para identificar las

fuentes comunes de las fluctuaciones del riesgo en el sector real y financiero. Los factores latentes comunes se modelan bajo un marco de vectores autoregresivos –VAR- a través de un enfoque de Factor Aumentado –FAVAR- con el fin de analizar el papel de las interacciones de riesgo con los choques resultantes de la política monetaria. Los resultados apuntan a que el impacto de un choque de política monetaria restrictiva en el riesgo de crédito se amplifica cuando se considera el efecto de retroalimentación derivada de riesgo de mercado. De ahí que, omitir las interacciones dinámicas entre los riesgos puede devenir en estimaciones sesgadas de la medida global o agregada del riesgo. En este sentido, este enfoque aporta un marco de modelación que permite captar la dinámica de retroalimentación macroeconómica y financiera, evidenciando interdependencia entre el sector real y el financiero.

Breuer, Jandačka, Rheinberger & Summer (2007, 2010, 2011) realizan una serie de trabajos en la cual tratan de abordar la medición del riesgo agregado. En primer lugar, Breuer et al., (2007, 2010) enuncian la tradición conservadora estipulada desde el Comité de Basilea en la cual se establece una distinción entre el riesgo de crédito y el riesgo de mercado, tratando ambas categorías de forma independiente en el cálculo del capital necesario para hacer frente a cualquier tipo de riesgo. Enunciando que en términos prácticos una cartera dependerá simultáneamente de ambos factores de riesgo, en este sentido una aproximación del valor de la cartera estará sujeta a un riesgo de mercado puro, como también a un componente de riesgo de crédito, lo cual medido individualmente, desembocará en una subestimación del riesgo. Así pues, los autores determinan que una visión de riesgo netamente individual no es más que un enfoque muy conservador y poco realista en cuanto a la evaluación de los riesgos. Como ejemplo de ello, los autores presentan un modelo en el contexto de los préstamos en moneda extranjera en el cual se cuantifica de manera integral el riesgo, mediante la suma de los riesgos de mercado puro y el riesgo de crédito puro. Los resultados apuntan al respaldo de la hipótesis en la cual bajo el enfoque regulatorio tradicional el verdadero riesgo de una cartera de préstamos en moneda extranjera se estaría sobrestimando significativamente.

Finalmente, se plantea este mismo ejercicio en Breuer et al., (2011), pero en un marco de varios períodos, mediante la aplicación de un modelo dinámico por factores en el que se incluyen parámetros cambiantes durante un horizonte temporal determinado. Las conclusiones continúan en dirección de los hallazgos evidenciados en el modelo estático, en el cual en un marco de medición de riesgo individual se estaría subestimando el riesgo al cual está expuesta una cartera de préstamos en moneda extranjera.

2.2. El Caso Colombiano

Los estudios nacionales sobre la medición agregada del riesgo de crédito y de mercado, y en general el riesgo financiero, son muy escasos. Lo anterior podría deberse a que a nivel nacional no existe una línea de investigación enfocada en la economía financiera, por ejemplo, las únicas entidades que abordan temas de este carácter son la Superintendencia Financiera y el Banco de la República. Las cuales se apoyan en la utilización de metodologías tradicionales, encajonadas en la óptica conservadora de la medición individual de cada uno de los riesgos presentes en el sector financiero, lo que limita aún más el avance en investigaciones respecto a la medición del riesgo agregado, -al menos en el caso colombiano.

A nivel nacional existe gran cantidad de trabajos que abordan la cuantificación del riesgo de manera individual, no obstante, no se realizará mucho hincapié en este tipo de investigaciones dado que, la motivación principal de este análisis es la determinación de una metodología y su aplicación para la integración conjunta de riesgos financieros, empero se realizará una mención de algunos documentos, que evidencian los métodos de medición separada de algunos riesgos y así mismo se resalta la relevancia de algunas investigaciones teóricas que podrían dar muestra del esfuerzo de algunos autores por ahondar en metodologías alternativas a las tradicionales. En este orden, la literatura nacional respecto a este tópico podría clasificarse en dos grupos: estudios que miden de manera exógena los riesgos presentes en el sector financiero y aquellos estudios que brindan propuestas metodológicas no tan tradicionales, acompañados por algunos esfuerzos empíricos que tratan de medir los efectos sobre la economía de diferentes tipos de riesgo.

Dentro del primer grupo de destacan los trabajos de Melo & Becerra (2005), Moreno & Melo (2011) y Cabrera, Corredor & Quicazán (2012). En general, estos trabajos se destacan por la medición individual de un riesgo en particular, enfocados en la medición del riesgo de crédito o el riesgo de mercado.

Así, en el primero de ellos, Melo & Becerra (2005) describen diversas metodologías que hacen permisible la cuantificación del riesgo de mercado adscrito algún activo financiero, a fin de abordar la estimación del Valor en Riesgo -VaR- y el Expected Shortfall -ES-. Consecuente con lo anterior se realiza una separación en dos grupos de los métodos a emplear: el primer grupo contempla el uso de metodologías de normalidad, simulación histórica y teoría del valor extremo, las cuales no modelan los dos primeros momentos condicionales de la serie (la media y la varianza); el segundo grupo hace uso de metodologías que modelan ambos momentos de la serie tales como las ARMA-

GARCH y ARMA-GARCH-EVT y la RiskMetrics que modelan únicamente la varianza condicional. Dichas metodologías son aplicadas a las variaciones diarias de la tasa interbancaria para el periodo comprendido entre 1995 - 2004. El desempeño del VaR calculado para diferentes metodologías en los años 2003 y 2004 evidencia que las mejores son aquellas que modelan la dependencia de la varianza condicional, tales como los modelos RiskMetrics, ARMA-GARCH y ARMA-GARCH-EVT. Las técnicas con el peor desempeño son la de simulación histórica, la EVT sin modelar dependencia y la basada en el supuesto de normalidad.

Moreno & Melo (2011) emplean un contraste entre metodologías a fin de pronosticar el incumplimiento de pagos de créditos comerciales concedidos a empresas colombianas utilizando las características iniciales del crédito, para ello contrastan la metodología denominada máquinas de vectores de soporte (SVM) desarrollada por Vapnik (1995) con dos metodologías también empleadas para este tipo de situaciones, regresión logística y análisis lineal discriminante. De esta manera los hallazgos muestran una mayor potencia predictiva de la metodología SVM en contraste con las otras dos.

El estudio del cálculo de requerimientos de capital macroprudenciales, para algunos elementos de la banca privada es desarrollado por Cabrera, Corredor & Quicazán (2012) los cuales mediante la aplicación de la metodología esbozada por Gauthier et al., (2011) realizan la estimación del VaR de dichas entidades condicionado a que el capital de dichos requerimientos dependa, no sólo de la estructura de sus activos sino también del daño potencial que puede causar a otros bancos, condición que puede validarse gracias a la metodología empleada. Los resultados sugieren que actualmente existen bancos subcapitalizados desde el punto de vista macroprudencial y se observa que en promedio su nivel de endeudamiento es superior al nivel promedio de los bancos analizados. No obstante, los bancos subcapitalizados tienen mejores indicadores de riesgo.

Dentro del segundo grupo están las investigaciones encaminadas a la proposición de métodos alternativos a los tradicionales, no implicando un planteamiento de manera explícita respecto a la agregación de riesgos, pero si permitiendo permear un poco la visión tradicionalmente utilizada. El primero de tales trabajos es el expuesto por Becerra & Melo (2008) en el cual se realiza una descripción de las medidas de dependencia con sus principales ventajas y desventajas y presenta a la cópula como una estructura flexible que permite caracterizar diferentes tipos de dependencia. Adicionalmente, se introduce el uso de ésta en la medición de riesgo financiero, tomando como

ejemplo un portafolio compuesto por tres activos representativos del mercado colombiano. Las pruebas de desempeño del VaR calculado por diferentes metodologías en los años 2006 y 2007 muestran que las más adecuadas son aquellas que modelan la dependencia en media y varianza, tales como modelos VAR-GARCH-Cópula (t) y VAR-GARCH-Cópula (normal). Las técnicas con el peor desempeño son la Riskmetrics y la basada en el supuesto de normalidad.

Torres & Olarte (2009) definen el valor en riesgo como una medida que cuantifica los riesgos enfrentados por un portafolio. Destacando los métodos tradicionales de la medición del mismo como la simulación histórica, la Simulación Montecarlo, los modelos paramétricos y los modelos de duración y convexidad. Tradicionalmente, se han supuesto retornos con distribución normal, pero la evidencia empírica rechaza esta hipótesis, lo cual ha encaminado durante los últimos años al avance de investigaciones para calcular el VaR utilizando “cópulas”. Estas determinan la estructura de dependencia del portafolio y de los activos riesgosos que lo conforman, sin partir de supuestos ad hoc sobre sus distribuciones. De este modo se obtienen resultados más realistas y se evita la sobrestimación o subestimación del valor en riesgo del portafolio.

Finalmente, se resalta la investigación desarrollada por Uribe, Morales & Piñeros (2008) los cuales presentan una aplicación de la metodología de prueba de estrés propuesta por Čihák (2007) sobre el sistema bancario colombiano. El análisis consiste en determinar las posibles consecuencias resultantes de diversos choques económicos sobre el sistema bancario bajo la caracterización de cinco factores de riesgo individuales: de crédito, de tasa de interés, de tipo de cambio, de contagio interbancario y de liquidez. Se resalta la importancia del monitoreo conjunto de los riesgos y la generación de escenarios de estrés que involucren choques simultáneos sobre el sistema.

En conclusión, los trabajos y evidencias empíricas, principalmente la literatura internacional apunta al hecho de enaltecer la relevancia de la medición agregada del riesgo financiero. En este sentido queda la labor de determinar cuál es la metodología que mejor se ajusta al caso colombiano, y por supuesto establecer si efectivamente existe la posibilidad de establecer esta cuantificación agregada.

3. Marco Teórico

Acorde a lo expuesto en el documento elaborado por el BIS en el año 2009 “Finding on the interaction of market and credit risk” la tradición histórica y práctica ha mostrado que, por lo

general, el riesgo de mercado y el riesgo de crédito han sido caracterizados como fuentes de riesgo independientes, por tanto han sido cuantificados separadamente, suponiendo una relación nula entre ambos; en este sentido, las herramientas tanto teóricas como empíricas han sido encaminadas a respaldar dicha separación. De esta manera, este tipo de riesgos han sido medidos y controlados individualmente y así mismo, el capital económico requerido para hacer frente a cualquier consecuencia de tales riesgos ha sido estimado por separado. No obstante, la teoría económica sugiere que los riesgos de crédito y de mercado están intrínsecamente relacionados entre sí y, más importante aún, no son separables (Jarrow & Turnbull, 2000).

Ahora bien, una clara definición de riesgo de crédito y riesgo de mercado resulta necesaria a fin de esclarecer la relación que se supone existe entre ambos. Para ello se tomará la definición acuñada por Dowd (2005) el cual define el riesgo de crédito como la posibilidad de incumplimiento de una obligación contractual predeterminada, es decir, la posibilidad de impago por parte del prestatario debido a la incapacidad (o no deseo) de éste de pagar sus acreencias. Por otra parte, el riesgo de mercado se encuentra condicionado a los movimientos en los precios del mercado, sujeto por ejemplo, a las variaciones en los precios de los activos, tasas de interés, tipos de cambio, entre otros. Partiendo de una definición general de lo que cada riesgo implica, se establece que el vínculo entre ambos gira en torno a la existencia de diferentes factores de mercado (como los mencionados con antelación) que pueden repercutir sobre la capacidad de pago de los agentes, lo cual simultáneamente compromete el portafolio de inversión o la cartera de las entidades financieras que a su vez ya se encuentran afectadas por las variaciones provenientes del mercado.

De otro lado, conviene mencionar que aunque la medición del riesgo conjunto ha sido una iniciativa que ha venido en ascenso, no existe una metodología empírica consensuada que permita la medición del mismo. Asimismo, tampoco existe tal convergencia teórica que relacione el riesgo de crédito y el riesgo de mercado y por tanto, que explique la integración de ambos en un solo riesgo global. No obstante, ello no ha impedido que algunos autores traten de abordar teóricamente esta situación, en este sentido se alude a las intuiciones aportadas por Breuer et al. (2010)¹, en su trabajo se alude a una serie de intuiciones importantes que buscan exponer algunas nociones básicas de la relación existente entre el riesgo de crédito y de mercado. Adicionalmente, se expone un modelo teórico simple que si bien no es el modelo que se seguirá puntualmente en este trabajo permite observar de una manera sencilla la relación que puede existir entre los riesgos

¹ Otros planteamientos teóricos que tratan de evidenciar la relación existente entre el riesgo de crédito y el riesgo de mercado pueden encontrarse en Jarrow & Turnbull (2000), Barnhill & Maxwell (2002) y Medova & Smith (2005).

mencionados y que sirve de ejercicio para sustentar las consecuencias de la no integración de ambos a la hora de una medición del riesgo conjunto.

Inicialmente, Breuer et al. (2010), sostienen que la relación existente entre el riesgo de crédito y riesgo de mercado, se estructura de la siguiente manera: existen factores en el mercado tales como los tipos de cambio y las tasas de interés, dichos factores pueden afectar los costos de una obligación financiera de un prestatario, por ejemplo un aumento de las tasas de interés puede influenciar el incremento de la posibilidad de impago del consumidor y así mismo puede ocasionar que la pérdida en caso de impago aumente. Siguiendo lo anterior, se tiene que tanto los movimientos de las tasas de interés como de los tipos de cambio son factores que corresponden al riesgo de mercado, que pueden trasmitirse al prestatario y producir un incremento del riesgo de crédito. En contraste, un incremento de la probabilidad de impago y de la pérdida esperada ocasionaría que los bancos procedan a liquidar otros activos financieros, haciendo que pierdan su credibilidad frente al mercado y simultáneamente su valoración en el mismo, comprometiendo su capacidad para hacer frente al riesgo de mercado, configurándose de esta manera lo que los autores denominan “cierre del bucle” entre el riesgo de crédito y de mercado, mostrando que la cuantificación aislada de los riesgos sin tener en cuenta posibles relaciones puede ocasionar una estimación errada de la exposición al riesgo total.

En cuanto al modelo teórico expuesto por Breuer et al. (2010) se plantea en principio unas bases teóricas simples que permitan entender el modelo planteado para una situación de préstamos en moneda extranjera en donde el principal factor de riesgo de mercado es la tasa de cambio y sirve de base para el ejercicio empírico que los autores desarrollaron en su investigación².

Los autores plantean en su modelo que la medición del riesgo depende de la valoración del portafolio. Así se tiene que $V : \Omega_A \times \Omega_E \rightarrow \mathbb{R}$ representa la función de valoración del portafolio que depende de un vector $\alpha \in \Omega_A$ y un vector $\epsilon \in \Omega_E$, que representan los factores de riesgo de crédito y riesgo de mercado respectivamente.

Los cambios de valoración del riesgo de mercado en el portafolio vienen dados por la *Definición* [1], en donde se supone que los factores de riesgo de crédito se mantienen constantes en α_0 y los cambios de valoración están dados por la comparación entre un valor inicial del portafolio $V(\alpha_0, \epsilon)$ y un escenario de referencia (α_0, ϵ_0) . De manera análoga en la *Definición* [2] representa los cambios

² Por simplicidad se expondrá de manera sucinta las bases y el modelo teórico de los autores mencionados, para más detalle del modelo, intuiciones y resultados se puede consultar directamente en el artículo “Does adding up of economic capital for market- and credit risk amount to conservative risk assessment?”.

en la valoración del riesgo de crédito manteniendo constante ε_0 que representa los factores de riesgo de mercado.

$$\Delta M(\varepsilon) := V(\alpha_0, \varepsilon) - V(\alpha_0, \varepsilon_0) \quad \text{Def. [1]}$$

$$\Delta C(\alpha) := V(\alpha, \varepsilon_0) - V(\alpha_0, \varepsilon_0) \quad \text{Def. [2]}$$

Al integrarse ambos riesgos de manera conjunta se obtiene la *Definición* [3] que representa el cambio en la valoración del portafolio al incluir ambos riesgos.

$$\Delta V(\alpha, \varepsilon) := V(\alpha, \varepsilon) - V(\alpha_0, \varepsilon_0) \quad \text{Def. [3]}$$

Se supone además que tanto el riesgo de crédito como el de mercado se miden para un mismo horizonte temporal, lo cual es necesario para integrar ambos riesgos en uno solo. Además, la suma del capital económico necesario para afrontar el riesgo de mercado y de crédito se puede aproximar por la suma de valor relacionado con los cambios en los factores de riesgo de tal manera que:

$$\Delta V(\alpha, \varepsilon) \approx \Delta C(\alpha) + \Delta M(\varepsilon) \quad [1]$$

A su vez esta expresión corresponde a:

$$V(\alpha, \varepsilon) \approx V(\alpha_0, \varepsilon_0) + \Delta C(\alpha) + \Delta M(\varepsilon)$$

De la anterior expresión se infiere que para un función de valoración general del portafolio $V(\alpha, \varepsilon)$ no siempre el elemento $\Delta C(\alpha) + \Delta M(\varepsilon)$ puede ocasionar una sobrestimación de la valoración como usualmente se supone, sino que también puede ocasionar una subestimación del valor real de $\Delta V(\alpha, \varepsilon)$ y por tanto del riesgo total del portafolio. En razón de lo anterior se plantea la *Definición* contenida en [3] que corresponde al error de aproximación dado un escenario cualquiera (α, ε) .

$$D(\alpha, \varepsilon) := \Delta V(\alpha, \varepsilon) - \Delta C(\alpha) - \Delta M(\varepsilon) \quad \text{Def. [4]}$$

Si la expresión anterior es negativa, estaría expresando una “interacción maligna” del riesgo. En contraste, si dicha expresión es no negativa, entonces existe una relación “benigna” entre ambos riesgos. Para complementar lo anterior, se tiene que si $D < 0$ se estaría subestimando la valoración real del portafolio dados los factores de riesgo de crédito y de mercado, es decir, la valoración conjunta del riesgo sería mayor que la adición de los riesgos individuales, por tanto si se realiza la suma de riesgos individuales se está subestimando el riesgo conjunto real. Análogamente, en el caso en que $D \geq 0$ se estaría llegando a una sobrestimación del riesgo. Lo interesante del resultado

teórico propuesto en el modelo anterior es que no sólo puede existir una sobrestimación del riesgo sino también una subestimación del mismo, resultado que responde a la no aditividad de la función de valor del portafolio V , implicando que la suma de dos riesgos individuales no necesariamente corresponde a la medición conjunta de ambos riesgos desde un principio³.

De lo expuesto en esta sección se puede concluir que existe una clara importancia en cuanto a la medición conjunta del riesgo, principalmente el riesgo de crédito y el riesgo de mercado. Se resalta que aunque no existe una teoría canónica en la literatura de la economía financiera si existen aproximaciones que pueden contribuir en la construcción de un respaldo teórico que sustente el porqué es necesaria esta cuantificación conjunta y dichas intuiciones han motivado una serie de planteamientos particulares por parte de diferentes autores que tratan de abordar este tópico tanto intuitiva como empíricamente, tales como las mencionadas en el acápite anterior.

4. Metodología

Como se ha venido enunciando previamente el punto central de esta investigación recae en tener en cuenta la dependencia existente entre el riesgo de mercado y el riesgo de crédito, a fin de alcanzar esta meta en este trabajo se recurrirá a una metodología de análisis fundamentada en la aplicación de cópulas. Así, conviene realizar, en primer lugar una exposición respecto a la medición tradicional de los riesgos financieros y posteriormente una explicación sucinta sobre las características mayormente relevantes que contiene el método de estimación por cópulas. Adicionalmente se expondrá el tratamiento previo que deben recibir las series previo a la estimación de las Cópulas, y posteriormente se plantea un ejercicio práctico en el que se pretende evidenciar los efectos que tendría una omisión de alguno de los riesgos de crédito o de mercado de las entidades bancarias incluidas en la muestra.

4.1. Enfoque Tradicional

Una de las metodologías tradicionales para la medición de los riesgos financieros es la utilización del método de Valor en Riesgo (VaR –Value at Risk-), el cual ha sido empleado para la cuantificación de los diferentes riesgos presentes en el sistema financiero (Becerra & Melo, 2008). Este método cobró relevancia tras su publicación en un documento técnico de RiskMetrics en

³ Ver Breuer et al. (2010, p. 705), para un ejemplo con valores simulados en que $D < 0$, se evidencia una subestimación del riesgo al comparar la medición conjunta con una adición de riesgos individuales.

1994 para J.P. Morgan en los Estados Unidos (J.Morgan/Reuters, 1996). Convirtiéndose así, en una medida que actualmente constituye un paradigma en la administración de riesgos financieros (Uribe & Ulloa, 2012).

Estadísticamente, el VaR corresponde al β -ésimo cuantil (q_β) de la función de distribución de ganancias y pérdidas del portafolio, en otras palabras, este VaR es el menos malo de los $(1 - \beta)\%$ peores casos de la distribución, con lo cual la pérdida de determinada inversión no puede exceder el VaR con probabilidad β (Melo y Becerra, 2005). Si se analiza la distribución de ganancias y pérdidas del portafolio, se verifica que se encuentra influenciada por caídas simultáneas en sus activos riesgosos. Por tanto, esta distribución depende de la distribución conjunta de los activos, fundamental para calcular el valor en riesgo (Giacomini, 2005). Seguidamente, Giacomini (2005) expone que tradicionalmente en la medición del VaR, la distribución conjunta de los retornos financieros ha sido modelada suponiendo normalidad. Lo anterior implica una estructura de dependencia predeterminada que cumple algunos supuestos como simetría, colas livianas y dependencia lineal de los retornos, y en adición puede medirse a través de una correlación.

No obstante, la evidencia empírica demuestra que tales supuestos son inadecuados (Torres & Olarte, 2009). Se requiere un instrumento más flexible para modelar la distribución marginal de los activos riesgosos, principal elemento para obtener la distribución conjunta del portafolio. También se precisan medidas de dependencia alternativas a la correlación lineal, dado que esta presenta limitaciones; por ejemplo, el coeficiente de correlación de Pearson supone variables normalmente distribuidas. Además, no es invariante ante transformaciones de la variable y está definida si la media y la varianza de las variables son finitas. Estas características hacen de la correlación una medida de dependencia poco adecuada para distribuciones de colas pesadas, donde las medias y varianzas pueden ser infinitas. Tampoco es conveniente, debido a que no captura las relaciones de dependencia no lineal existente entre muchas series financieras (Torres & Olarte, 2009).

En este orden de ideas, algunas medidas alternativas de dependencia pueden ser la correlación de Pearson⁴. En contraste, Embrechts, McNeil & Straumann (2002) evidencian las limitaciones de este coeficiente; dado que solo representa una medida escalar que no identifica ningún tipo de estructura de dependencia, y la cual no resulta invariante ante transformaciones de las series financieras, recomendando así, métodos alternativos, específicamente el uso de Cópulas que

⁴ Correlación de Pearson: indica la calidad del ajuste del método de mínimos cuadrados aplicado a un conjunto de datos. Implica dirección de causalidad tras suponer una relación lineal.

permitan extraer el componente de dependencia entre las funciones de distribución de las series financieras.⁵

La alternativa del empleo de Cópulas resulta útil para modelar la dependencia de la distribución multivariada. Este tipo de función se encarga de unir, en una distribución de probabilidad multivariada, una colección de funciones de probabilidad marginales univariadas. De este modo determina la estructura de dependencia, tanto de la función de distribución conjunta del portafolio como de las marginales de cada activo riesgoso, es decir permite establecer la relación a lo largo de todo el espectro y no se restringe a un único espacio del mismo. En adición, a través de las cópulas se desliga la distribución de los retornos de un portafolio a estar supeditada al supuesto de normalidad. Así, las distribuciones marginales con diferentes estructuras de dependencia pueden unirse conformando una estructura de dependencia particular a la distribución conjunta del portafolio⁶. Esto arroja una descripción más realista de las características empíricas de la distribución de los retornos de un portafolio y en general se adecua de mejor manera a los hechos estilizados que caracterizan a las series financieras⁷ (Melo & Becerra, 2005; Becerra & Melo, 2008; Torres & Olarte, 2009).

De lo anterior se puede observar que el riesgo de un portafolio se encuentra influenciado en conjunto por los activos riesgosos que lo componen, lo cual permite inferir que esto mismo puede acaecer con el riesgo total al que se enfrenta cualquier institución financiera, es decir, este riesgo puede verse influenciado por el comportamiento conjunto de los diferentes riesgos a los cuales se encuentra expuesta la institución, e incluso al riesgo financiero que afronten las otras entidades bancarias. Además, la metodología tradicional implica la asunción de supuestos *apriori* sobre los datos, adecuándolos a una dependencia lineal y a una distribución general gaussiana⁸, que no necesariamente es la que refleja en realidad el comportamiento de los mismos, comprometiendo la veracidad real de los resultados y ocasionando quizás la sobrestimación o subestimación del valor en riesgo y en general del riesgo financiero total.

⁵ Para ampliar al detalle la deficiencia de esta medida de dependencia puede consultarse Becerra & Melo (2008, p.3).

⁶ Para ampliar esta intuición se puede revisar Bouyé, Durrleman, Nikeghbali, Riboulet & Roncalli (2000), Rank (2002) y Trivedi y Zimmer (2005).

⁷ Las series financieras son sesgadas, leptocurticas y presentan colas pesadas.

⁸ Si todos los datos se ajustaran perfectamente a una distribución normal y esta relación tanto de los activos que componen un portafolio como de los diferentes riesgos financieros fuera perfecta, el cálculo del coeficiente de correlación de Pearson sería una buena medida para establecer la relación o dependencia entre estas series. Implicaría además que la medición conjunta del riesgo carece de sentido, convendría únicamente una medición separada de cada riesgo individual y una subsecuente adición. Para una explicación exhaustiva y formal, ver Becerra & Melo (2008).

4.2. Enfoque Alternativo

4.2.1. La Función Cópula

Mediante el empleo de la metodología de las Cópulas es posible modelar la dependencia entre N factores de riesgo a través de una función que satisface algunas propiedades particulares que la hacen idónea para cumplir dicha tarea. Esta aproximación tiene la ventaja de presentar el concepto de dependencia como una estructura que describa completamente la relación entre los factores de riesgo, en lugar de tratar de resumirla en un único escalar (Becerra & Melo, 2008).

Formalmente, una cópula es una función de distribución multivariada, definida como:

$$C = [0,1]^N \rightarrow [0,1] \quad [2]$$

Donde N representa las funciones marginales estándar de las series utilizadas, en este caso $N = 1, 2$. y C denota la cópula. En [2] se expresa el mapeo desde el hipercubo unitario N dimensional al intervalo unitario, de forma tal que se cumple el teorema de Sklar (McNeil et al. 2005).

Adicionalmente las Cópulas deben cumplir con las siguientes propiedades formales:

1. $C(U_1, \dots, U_d)$ es creciente en cada componente U_i .
2. $C(1, \dots, 1, U_i, 1, \dots, 1) = U_i, \forall i \in \{1, \dots, d\}, U_i \in [0,1]$.
3. $\forall (a_1 \dots a_d), (b_1 \dots b_d) \in [0,1]^d$ con $a_i \leq b_i, u_i$ debe satisfacer:

$$\sum_{i1=1}^2 \dots \sum_{id=1}^2 (-1)^{i1+\dots+id} C(U_{i11}, \dots, U_{did}) \geq 0 \quad [3]$$

Donde $u_{j1} = a_j$ y $u_{j2} = b_j \forall j \in \{1, \dots, d\}$.

La primera propiedad es una condición necesaria para toda función de distribución multivariada, la segunda garantiza la uniformidad de las distribuciones marginales y la tercera propiedad garantiza que si el vector aleatorio $(U_1, \dots, U_d)$ tiene función de distribución C , la probabilidad $P(a_1 \leq U_1 \leq b_1, \dots, a_d \leq U_d \leq b_d)$ será no negativa.

De otro lado el Teorema de Sklar (1959) define que: Sea F la función de distribución conjunta con funciones de distribución marginales $F_1, \dots, F_d$. Entonces existe una cópula $C: [0,1]^N \rightarrow [0,1]$, para todo $R_1, \dots, R_d$ en $\mathbb{R} = [-\infty, \infty]$, tal que:

$$F(R_1, \dots, R_n) = C(F_1(R_1), \dots, F_d(R_d)) \quad [4]$$

Si las marginales son continuas, C es única; de otra manera C está determinada únicamente por el $\text{Ran}(F_1) \times \text{Ran}(F_2) \times \dots \times \text{Ran}(F_d)$, donde, $\text{Ran}(F_i) = F_i(\mathbb{R})$. Si C es una copula y $F_1, \dots, F_d$ son funciones de distribución univariadas, la función F es una función de distribución conjunta con marginales $F_1, \dots, F_d$ (McNeil, Frey & Embrechts, 2005).

Siguiendo lo anterior, la practicidad del teorema de Sklar de acuerdo a Brechmann & Schepsmeier (2013) recae en que cualquier función de distribución multivariada contiene cópulas y éstas a su vez pueden ser empleadas, junto con las funciones de distribución univariadas, para construir una función de distribución multivariadas.

La utilización de este método ofrece una serie de ventajas convenientes a resaltar⁹:

- La cópula extrae la estructura de dependencia de la función de distribución multivariada, por tanto capta una mayor información acerca de la dependencia entre N variables aleatorias que la que puede contener un único escalar.
- Tiene en cuenta todos los posibles casos de dependencia entre las variables que contiene; si existe una dependencia perfectamente positiva “comonotónicas” o perfectamente negativa “contramonotónicas”. En ambos casos, esta dependencia puede ser descrita por una cópula específica. Adicionalmente, cuando las variables aleatorias son independientes, su relación se resume en la cópula de independencia.
- La cópula es invariante ante transformaciones monótonas crecientes, incluyendo transformaciones afines positivas. Esta propiedad muestra que la estructura de dependencia es invariante ante traslaciones, ya que las que cambian en dichos casos son las distribuciones marginales (McNeil, Frey & Embrechts, 2005).
- Para finalizar, dado que la cópula muestra una estructura de dependencia independiente de las funciones de distribución marginales, esta puede acoplarse a múltiples especificaciones

⁹ Para una explicación más detallada sobre estas ventajas consultar Becerra & Melo (2008).

de funciones de distribución, sin excluir aquellas que no tienen definidos en su totalidad sus momentos.

4.2.2. Elección de la Cópula y tratamiento inicial de los Datos

Dentro de las funciones de Cópulas existen varias familias que agrupan los diferentes tipos de cópulas existentes, cada una de ellas contiene características particulares que se adaptan a las diferentes distribuciones y de acuerdo al comportamiento de los datos utilizados para su construcción logran captar múltiples tipos de dependencias.

McNeil et al, (2005) clasifica la tipología de las funciones cópula en 3 grupos específicos: las Cópulas Fundamentales, dentro de las cuales se encuentran las Cópulas de Independencia, las Cópulas Comonotónicas y las Contramonotónicas. Un segundo grupo conocido como las Cópulas Implícitas o Cópulas Elípticas derivadas de las distribuciones multivariadas conocidas como lo son la Cópula Normal o Gaussiana y la Cópula t. Finalmente el tercer grupo de Cópulas Explícitas o Arquimedianas que lo componen la Cópula Clayton, la Cópula Frank y la Cópula Gumbel.

Ahora bien, para realizar la medición conjunta del riesgo de crédito y el riesgo de mercado con la cual se pretende contrastar la hipótesis inicial se hará uso específicamente de una Cópula t. Se emplea esta cópula dado que tiene las características de la distribución funcional t – student, la cual presenta dependencias simétricas en ambas colas de la distribución, y no se centra solamente en la distribución en torno a la media a diferencia de una distribución normal. Se trabaja únicamente con este tipo de dependencia siguiendo a Campbell, Lo & MacKinlay (1997) quienes exponen que este tipo de cópula son las que teóricamente tienen un mejor ajuste en cuanto al comportamiento empírico de las series financieras, las cuales no se distribuyen por completo alrededor de su media, presentan distribuciones sesgadas y a su vez leptocurticas.

Definida la cópula específica que se utilizará, se requiere un tratamiento inicial de las series a usar el cual es necesario para construir la cópula elegida. En este sentido, se requiere filtrar las series de riesgo de crédito y de riesgo de mercado para las diez entidades bancarias incluidas en la muestra, esto con el fin de tener en cuenta algunas características intrínsecas de las series financieras como la autocorrelación y la heteroscedasticidad. Para tratar de corregir lo anterior se deben modelar la varianza de las series haciendo uso de modelos de series de tiempo ARIMA – GARCH, los cuales

son ampliamente utilizados en la literatura de series financieras para tratar la alta volatilidad que éstas poseen.

De [2] se puede denotar que la función Cópula no se encuentra definida directamente sobre las series que son objeto de análisis, sino sobre una pseudo – muestra que se encuentra definida entre 0 y 1. Por lo anterior una Cópula representa un mapeo que parte desde los números reales de manera tal que:

$$\mathbb{R}^N \rightarrow [0, 1]^N \quad [5]$$

Dicho mapeo es lo que permite la construcción de la pseudo – muestra que permitirá la construcción de la distribución de probabilidad que servirá de base para la elaboración de la cópula a estimar. Esta pseudo – muestra parte directamente de la muestra original cuya varianza ha sido previamente modelada mediante los procedimientos mencionados con antelación y los residuales de dicha estimación permiten la construcción de la serie estandarizada sobre la cual debe construirse la pseudo – muestra.

El proceso de construcción de la pseudo - muestra para estimar las cópulas propuesto por McNeil et al. (2005) es estándar en la literatura y consiste en utilizar un método semi - paramétrico para aproximar la función de distribución. La parte central de las distribuciones se aproximan empíricamente y las colas mediante la utilización de la Teoría del Valor Extremo (TVE). Este método permite construir distribuciones de probabilidad con mayor ajuste dadas las características particulares de las series financieras (Uribe & Ulloa, 2011).

A fin de verificar que la pseudo – muestra obtenida con el proceso anterior presenta una distribución uniforme $[0,1]$ se hará uso de la prueba de Kolmogorov – Smirnov. La hipótesis nula de dicho estadístico es que la distribución observada se ajusta a la distribución teórica, es decir que se ajusta a una distribución uniforme $[0,1]$.

Posterior a la verificación de la uniformidad de la pseudo – muestra se puede proceder a la estimación de la Cópula. Para la estimación de ésta se empleará el software R, específicamente dos paquetes especializados en la construcción de Cópulas, el paquete “Copula” y el paquete “CD-Vine”. El primero, permite construir cualquier tipo de cópulas como las mencionadas en el principio de este apartado, el segundo, mediante el uso de cópulas condicionales bivariadas,

permitirá la construcción de manera conjunta de la Cópula t que relacionará el riesgo de crédito y riesgo de mercado de cada institución y la relación de dependencia entre los mismos bancos, lo que permitirá construir una panorámica simulada que permita evidenciar los efectos de esta modelación conjunta.

5. Descripción de los Datos

En este documento, se utilizará el método de las funciones cópulas para la modelación conjunta de los riesgos de crédito y riesgo de mercado al que se encuentran expuestas algunas entidades bancarias del sistema financiero colombiano. Para el ejercicio empírico se construyó una muestra que contiene la información de diez entidades bancarias las cuales son el Banco de Bogotá, Banco de Occidente, Banco Popular, Bancolombia, Davivienda, Citibank, Banco AV Villas, Banco Caja Social, BBVA y Banco Santander. De esta manera la muestra se encuentra conformada por diez entidades bancarias y para cada una de ellas se tiene de manera respectiva el riesgo de crédito y el riesgo de mercado al cual se encuentran expuestas.

Las variables empleadas provienen de la base de datos en línea de la Superintendencia Financiera de Colombia. Esta entidad es la encargada de velar por supervisar y sancionar a las diferentes entidades que conforman el sistema financiero nacional, incluyendo a la banca privada; por tanto disponen de toda la información concerniente a indicadores financieros de los mismos, incluyendo los datos referentes al riesgo de cartera y al valor en riesgo de mercado, variables que sirvieron de base como aproximación del riesgo de crédito y riesgo de mercado.

La ventana temporal utilizada para la estimación se extiende desde el mes de enero de 2007 hasta el mes de julio de 2014. Este periodo fue elegido, dado que esta era la cantidad de datos disponibles en la SuperFinanciera, puesto que previo al 2007 no fue posible hallar cifras públicas, y los datos más actualizados solo se encuentran disponibles hasta mediados de 2014. Adicionalmente, de manera oficial, la Super financiera se encarga de supervisar aproximadamente veinticinco establecimientos de crédito, pero solo se encontró la información completa para el periodo de estudio de diez entidades, las que fueron mencionadas con anterioridad.

En la *Anexo 1* se muestra el comportamiento del riesgo de crédito y el riesgo de mercado para cada uno de los bancos incluidos en la muestra. Es posible apreciar en primer lugar que, a

nivel general, para todos los bancos la exposición al riesgo de mercado es significativamente menor en contraste con el riesgo que afrontan respecto a las condiciones del mercado; el riesgo de crédito se mantiene en un umbral fluctuante entre el 0.2% y el 5.5% de riesgo de impago, mientras que en el caso del riesgo de mercado este alcanza umbrales hasta del 20% aproximadamente. Vale la pena mencionar que los anteriores valores no tienen en cuenta el porcentaje de activos en inversiones y cartera, generalmente la cantidad es mucho mayor en cartera.

El hecho anterior evidencia claramente que en general las entidades bancarias en Colombia incluidas en esta muestra son altamente susceptibles a las características del mercado, y evidentemente muestran que a lo largo del periodo analizado las condiciones del mercado financiero colombiano y el panorama general de la economía no ha sido el más favorable.

En la *Tabla 1* y en la *Tabla 2* se puede apreciar las estadísticas descriptivas asociadas las series empleadas. De estas tablas se puede inferir que las series presentan comportamientos propios de las series financieras, puesto que presentan sesgos, en algunas series se rechaza el comportamiento normal y algunas otras presentan distribuciones leptocúrticas. Aunque esta última característica no es tan persistente en todas las series; esto último puede deberse a que las series expuestas se presentan en niveles y adicionalmente el tamaño del espectro muestral no es tan grande lo cual no permite apreciar un comportamiento leptocúrtico, característico de las series financieras de alta frecuencia (Ver *Anexo 2* para observar los retornos de las series).

Adicionalmente se puede apreciar la existencia de tendencia estocástica o raíz unitaria en las series empleadas. Por tanto, se debe emplear la corrección del mismo haciendo uso de los retornos logarítmicos de las series, transformación estándar en el tratamiento de este tipo de series. El *Anexo 2* y el *Anexo 3*, muestran el comportamiento de dichas series y sus respectivas estadísticas descriptivas.

Tabla 1. Estadísticas Descriptivas Riesgo de Crédito

	Bogotá	Popular	Occidente	AV Villas	Bancolombia
Media	0.016505	0.018179	0.02547	0.018965	0.019167
Mediana	0.016	0.0178	0.0241	0.0182	0.0189
Máximo	0.0212	0.0275	0.0386	0.0261	0.0248
Mínimo	0.0126	0.012	0.0175	0.0145	0.0141
Desv. Est.	0.002264	0.003904	0.00637	0.002836	0.002003
Sesgo	0.361977	0.519363	0.633909	0.80993	0.334489
Curtosis	2.202459	2.78039	2.142732	2.765608	3.078423

Observaciones	91	91	91	91	91
Jarque-Bera	4.399021	4.273897	8.881119	10.15745	1.720206
Probabilidad	0.110857	0.118014	0.011789	0.006228	0.423119
Estadístico DFA	-1.634567	-3.685526	-1.754813	-2.171749	-2.499384
Probabilidad	0.7714	0.0284	0.7183	0.499	0.3279
	Davivienda	Caja Social	CitiBank	BBVA	Santander
Media	0.021707	0.035162	0.026297	0.020527	0.016456
Mediana	0.0193	0.0303	0.0244	0.0195	0.016
Máximo	0.0345	0.0537	0.0454	0.0373	0.0271
Mínimo	0.0151	0.0268	0.0155	0.0124	0.0042
Desv. Est.	0.005244	0.008487	0.007703	0.00699	0.005515
Sesgo	0.895129	0.924436	0.680898	0.621109	-0.224247
Curtosis	2.624275	2.402807	2.249702	2.253422	2.610641
Observaciones	91	91	91	91	91
Jarque-Bera	12.68765	14.3134	9.166098	7.964336	1.3375
Probabilidad	0.001758	0.00078	0.010224	0.018645	0.512348
Estadístico DFA	-2.115022	-2.180174	-2.205132	-2.301989	-2.52673
Probabilidad	0.5303	0.4944	0.4807	0.4282	0.3149

Fuente: SuperIntendencia Financiera de Colombia. Elaboración propia.

Tabla 2. Estadísticos Descriptivos Riesgo de Mercado

	Bogotá	Popular	Occidente	AV Villas	Bancolombia
Media	0.038904	0.093413	0.035789	0.085036	0.027788
Mediana	0.0371	0.0912	0.0359	0.0912	0.0275
Máximo	0.0671	0.1677	0.0636	0.1221	0.048
Mínimo	0.0212	0.0511	0.0181	0.0446	0.0117
Desv. Est.	0.010347	0.02747	0.013057	0.021064	0.006438
Sesgo	0.570738	0.781794	0.307552	-0.441355	0.296792
Curtosis	3.210276	3.294148	1.950054	2.103892	3.951686
Observaciones	91	91	91	91	91
Jarque-Bera	5.108066	9.597954	5.614473	5.99912	4.770098
Probabilidad	0.077767	0.008238	0.060372	0.049809	0.092084
Estadístico DFA	-1.863153	-3.649157	-2.30721	-4.398539	-4.864755
Probabilidad	0.6653	0.0312	0.4255	0.0036	0.0008
	Davivienda	Caja Social	Citi Bank	BBVA	Santander
Media	0.041105	0.042297	0.058338	0.039019	0.069938
Mediana	0.0426	0.0387	0.0596	0.0443	0.069
Máximo	0.063	0.0967	0.0968	0.0824	0.2013
Mínimo	0.0114	0.0087	0.0197	0.0036	0.0147
Desv. Est.	0.011911	0.020022	0.015917	0.021885	0.030837
Sesgo	-0.380797	0.571909	-0.036513	-0.150072	1.496673
Curtosis	2.645177	2.621202	2.840602	1.723603	7.320394

Observaciones	91	91	91	91	91
Jarque-Bera	2.676629	5.504767	0.116557	6.518924	104.7483
Probabilidad	0.262287	0.063776	0.943387	0.038409	0
Estadístico DFA	-3.071964	-1.662433	-4.996431	-2.202085	-5.141129
Probabilidad	0.1194	0.7596	0.0005	0.4824	0.0003

Fuente: SuperIntendencia Financiera de Colombia. Elaboración propia.

6. Resultados

Inicialmente, se realizó el filtro de las series de riesgos para las diez entidades bancarias con el fin de modelar la varianza de éstas y así obtener sus residuales. En general, se emplean modelos ARIMA – GARCH para modelar la varianza condicional de series financieras de alta frecuencia. Sin embargo, para este ejercicio empírico no se cuenta con un espectro muestral lo suficientemente grande como para observar una volatilidad amplia. Lo anterior no implica que debe omitirse la modelación adecuada de la varianza de la serie, ya que como cualquier serie financiera, y cualquier serie de tiempo, no está exenta a problemas típicos de heteroscedasticidad y autocorrelación.

Siguiendo lo anterior se planteó la modelación de un modelo ARIMA (2, 1, 2) acorde a los resultados obtenidos haciendo uso de la función AUTOARIMA del paquete “Forecast” de R, el cual realiza de manera automática la identificación y corrección del problema que tienen las series utilizadas, permitiendo extraer los residuales del modelo para posteriormente estandarizarlos¹⁰.

Haciendo uso de los residuos estandarizados extraídos del proceso ARMA se construyó la pseudo – muestra, la cual se espera que se distribuya de manera uniforme entre 0 y 1, para ello se recurre a la elaboración del estadístico de Kolmogorov – Smirnov. La hipótesis nula de esta prueba es que la distribución observada se ajusta a la distribución teórica, implicado que se ajusta a una distribución uniforme. Los resultados de esta prueba se encuentran consignados en la *Tabla 3*, en la cual bajo una significancia del 5% no se rechaza la hipótesis nula, por tanto la pseudo – muestra se ajusta a la distribución teórica.

Tabla 3. Prueba Estadística de uniformidad de la muestra (Kolmogorov – Smirnov)

Entidad Bancaria	Riesgo de Mercado	Riesgo de Crédito
	Prueba K-S	Prueba K-S

¹⁰ Para una explicación exhaustiva del algoritmo AUTOARIMA del paquete “Forecast” de R ver Hyndman & Khandakar (2008).

	Estadístico	Probabilidad	Estadístico	Probabilidad
Bogotá	0.08791209	0.87341428	0.23076923	0.01571708
Popular	0.1208791	0.5193434	0.06593407	0.98973548
Occidente	0.0989011	0.7650309	0.07692308	0.95239858
AV Villas	0.06593407	0.98897797	0.1428571	0.3110648
Bancolombia	0.0989011	0.7650309	0.1098901	0.6447379
Davivienda	0.08791209	0.87341428	0.1208791	0.5193434
Caja Social	0.07692308	0.95239858	0.07692308	0.95057429
Citibank	0.08791209	0.87341428	0.1098901	0.6419126
BBVA	0.1208791	0.5193434	0.1098901	0.6447379
Santander	0.08791209	0.87609491	0.1098901	0.6447379

Fuente: Elaboración propia.

Posterior a la elaboración de la susedo – muestra y la comprobación de la uniformidad de la misma es posible construir las Cópulas t que asociarán los dos riesgos. En principio se estimaron cópulas t bivariadas, con el fin de construir una distribución conjunta entre ambas series para cada banco y a su vez entre las mismas instituciones. Con base en el resultado anterior se planteó un escenario simulado que consta de 1.000 observaciones, las cuales se construyen de manera aleatoria teniendo en cuenta la dependencia al interior de la cópula estimada.

Seguidamente, se plantea una prueba de bondad de ajuste, específicamente la sugerida en Genest, Rémillard & Beaudoin (2009). Esta prueba permitirá verificar si la Cópula empírica se ajusta de manera adecuada a la cópula teórica. Los resultados de esta prueba se encuentran expuestos en la *Tabla 4*.

Tabla 4. Bondad de Ajuste de la Cópula Empírica t

Entidad Bancaria	Bondad de Ajuste
Bogotá	85.4%
Popular	82.0%
Occidente	85.1%
AV Villas	75.5%
Bancolombia	78.9%
Davivienda	81.2%
Caja Social	73.4%
Citibank	80.1%
BBVA	79.2%
Santander	86.1%

Fuente: Elaboración Propia.

La tabla anterior, evidenció la bondad de ajuste de las copulas t bivariadas entre los riesgos al interior de cada uno de los bancos. En general, la cópula empírica parece tener un buen ajuste a la cópula teórica t y aunque el ajuste no resulta cerca al 90% para todos los casos, la mayoría supera el umbral del 70%, lo que sugiere que resultó acertada la elección de este tipo de Cópula para la modelación de la dependencia conjunta de las series.

Ahora bien, tras obtener los resultados de la cópula t estimada y habiendo verificado que los datos presentan un ajuste relativamente adecuado a este tipo de dependencia, se recurre, como ya se mencionó, a la simulación de 1.000 observaciones. De acuerdo a Becerra & Melo (2008) las cópulas no solo permiten modelar conjuntamente un determinado grupo de datos, sino que también facilitan la simulación de dichos datos para construir escenarios con una espectro muestral de tamaño superior al original. La razón de construir este escenario simulado se sustenta en que con base en estas nuevas series se puede tratar de verificar los efectos aproximados que tendría sobre el riesgo conjunto, la omisión del riesgo de crédito y del riesgo de mercado de alguna de las entidades financieras en muestra¹¹.

Para la construcción de este escenario resultaría adecuado contar con la capitalización total del sistema bancario y así mismo de cada una de las entidades que lo estructuran, de esta manera podría ponderarse la importancia de cada una de éstas y se podría construir un riesgo conjunto total con los pesos participativos adecuados. No obstante, la capitalización total de las veinticinco entidades oficiales no se encuentra disponible públicamente, y tampoco se puede tener una cifra exacta para las diez entidades incluidas en la muestra. La *Tabla 5* muestra las cifras de capitalización bursátil disponible a febrero de 2016 para algunos grupos y entidades financieras.

Tabla 5. Capitalización de Algunos Establecimientos de Crédito	
Emisor	Capitalización (COP)
Grupo AVAL Acciones y Valores S.A.	23,388,723.50
Bancolombia S.A.	22,782,119.73
Banco de Bogotá S.A.	18,750,479.45
Banco de Occidente S.A.	5,612,389.88
Banco Popular S.A.	3,777,684.66
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria Colombia S.A.	3,757,590.76
Banco Davivienda S.A	2,360,615.92
Banco Comercial AV Villas S.A.	2,128,559.30

Fuente: Bolsa de Valores de Colombia. Elaboración propia.

¹¹ Se hace referencia al riesgo conjunto y no al riesgo total del sistema bancario puesto que no se cuenta con los datos de los veinticinco establecimientos de crédito oficiales que son regulados por la SuperIntendencia Financiera.

Se puede observar que no se cuenta explícitamente con el monto de capitalización del Banco Caja Social, Citibank y Banco Santander, por lo que no se puede construir un riesgo conjunto con participaciones objetivas. Empero, en razón del ejercicio investigativo y de observar resultados prácticos de la dependencia conjunta extraída de la función cópula se supondrán dos casos. El primero de ellos supondrá un portafolio con una capitalización de \$100.000.000 COP, dicha capitalización se multiplicará por el riesgo conjunto de las diez entidades bancarias, y por el riesgo conjunto omitiendo cada uno de los riesgos asociados a cada banco, es decir, omitiendo el riesgo de crédito del Banco de Bogotá, seguido de la omisión del riesgo de mercado de este mismo banco, replicando este cálculo hasta cubrir cada uno de los riesgos de cada entidad.

Seguidamente, para el cálculo del riesgo conjunto se supondrá una participación equidistribuida, por tanto el peso participativo de cada entidad bancaria y de cada uno de sus riesgos se ponderará de la misma manera. Las series obtenidas tras la multiplicación de la capitalización por cada uno de los riesgos calculados, representan el riesgo conjunto y el riesgo conjunto marginal (dada la omisión de cada riesgo individual) en términos monetarios. Finalmente, para calcular los efectos positivos o negativos que trae sobre el riesgo de las diez entidades bancarias, se procede a hacer la substracción entre el riesgo conjunto y el riesgo marginal, el resultado representará el aporte marginal monetario al riesgo conjunto.

Para el segundo caso se realiza algo similar, la diferencia importante se centra en que el cálculo del valor en riesgo marginal, se realizará no omitiendo cada riesgo individual, sino omitiendo los dos riesgos de cada entidad, y se procederá de la misma manera que en el primer ejercicio. De esta manera se podrán evidenciar los efectos que tendrían sobre el riesgo conjunto la omisión de los riesgos individuales y los riesgos integrados que afronta cada entidad.

Con el fin de ilustrar y exponer las intuiciones enunciadas en el anterior apartado, para el primer caso se elaboran la *Tabla 6* y la *Figura 1*, en ellas se representan los cuartiles 1, 2 y 3 (25%, 50% y 75%) del resultado del valor monetario del riesgo marginal para cada uno de los bancos, ello con el fin de resumir la información obtenida. Los resultados positivos o negativos representarán la contribución o no al riesgo conjunto de cada uno de los riesgos excluidos.

Tabla 6. Cuartiles del valor en riesgo marginal por riesgo individual			
Riesgo Omitido	Cuartiles		
	Q1 (25%)	Q2 (50%)	Q3 (75%)
RM Bogotá	-18739673.85	-7382265.789	-4545627.209
RC Bogotá	6050704.512	23674783.06	35900564.95

RM Popular	-17439521.26	-4696960.135	-990769.4731
RC Popular	4763761.59	9778770.77	22505396.28
RM Occidente	-15285127.73	-3680531.927	-1058987.631
RC Occidente	22898180.15	38702519.38	49898125.88
RM AV Villas	-13453855	-1552317.024	-1116567.855
RC AV Villas	-17458875.85	-6122916.166	-5527707.519
RM Bancolombia	-18288359.7	-6466146.308	-3449302.076
RC Bancolombia	10890091.9	1815763.746	390356.8389
RM Davivienda	-18040192.19	-7247957.895	-5016489.474
RC Davivienda	-19266331.13	-7777818.038	-3810531.066
RM Caja Social	-13913662.23	-1885804.398	-1032056.838
RC Caja Social	4933063.085	8638160.215	21036896.1
RM Citibank	-15047134.61	-3728986.168	-796240.0754
RC Citibank	-19053734.67	-8234079.937	-3309035.098
RM BBVA	-20915722.04	-9441299.81	-2413954.143
RC BBVA	8953644.481	3105753.345	1400199.432
RM Santander	-17300231.29	-5920115.457	-2323959.968
RC Santander	-19922028.69	-8106368.403	-3784077.294

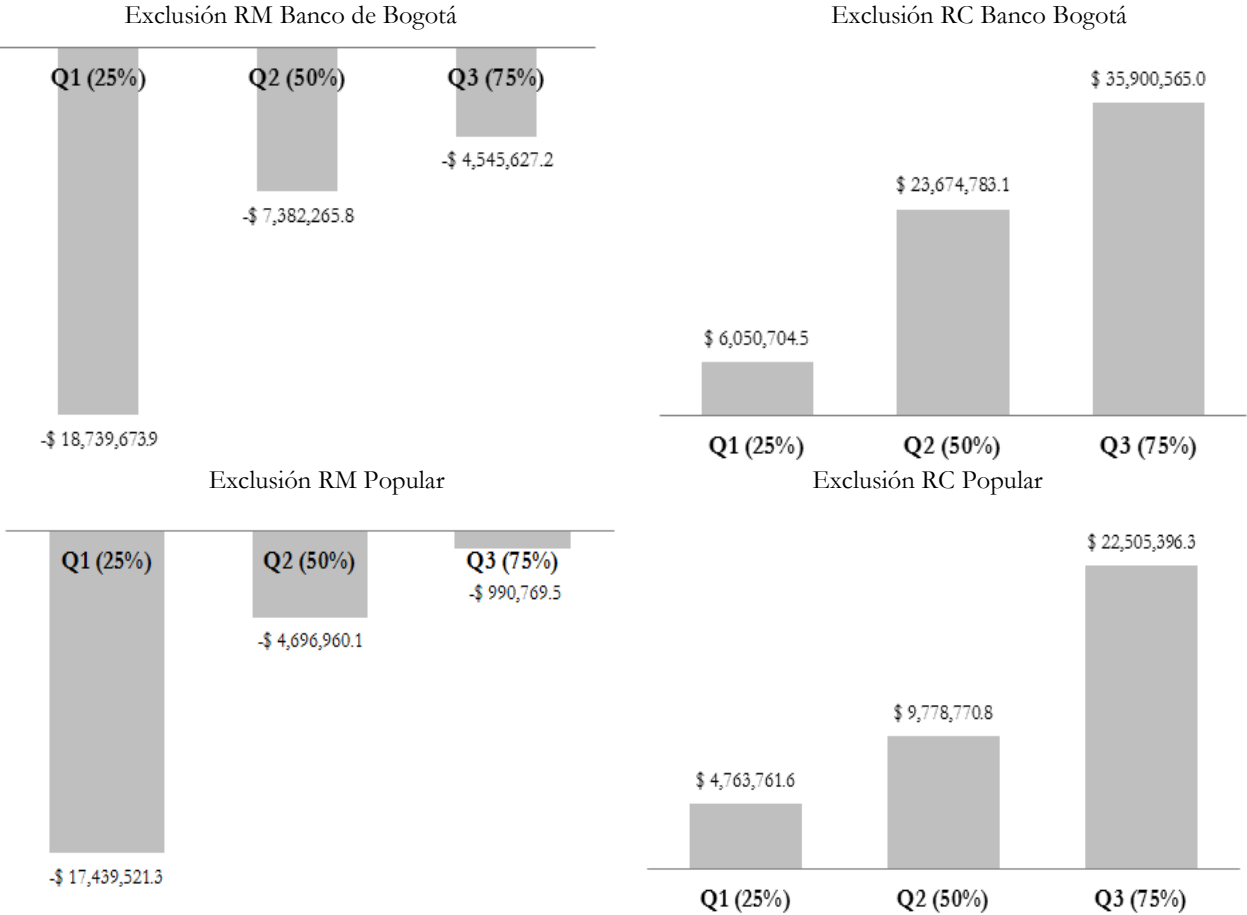
Fuente: Elaboración propia.

La *Tabla 6* presenta los cuartiles asociados a cada uno de los riesgos marginales calculados para el caso 1. De esta manera, por ejemplo, cuando se omite el riesgo de mercado del Banco de Bogotá, los cuartiles muestran signos negativos, esta cifra representa el monto que no se pagaría (este monto se estaría “ganando”) producto de la exclusión de la relación con el riesgo de mercado del banco de Bogotá. Lo anterior representa que el riesgo conjunto de las diez entidades bancarias en términos monetarios disminuiría si efectivamente se excluye el riesgo de mercado de esta entidad. En conjunto, el riesgo de mercado al que se encuentra expuesto el banco de Bogotá ocasiona una mayor exposición al riesgo conjunto y por tanto mayores posibilidades de pérdidas para las diez entidades bancarias.

Contrario al resultado anterior, cuando se tiene en cuenta el riesgo de crédito de esta misma entidad, los cuartiles presentan valores positivos, implicando que si se desea tener una posición ventajosa de frente a la exposición del riesgo conjunto es necesario integrar la exposición al riesgo de crédito de este banco. Por lo anterior, resultaría inadecuada la exclusión de dicho riesgo a la

hora de aproximar el riesgo total al que se enfrentan estas diez entidades bancarias. La *Figura 1* y *2* contiene los cuartiles resumidos en la *Tabla 6*¹².

Figura 1. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Riesgo individual A

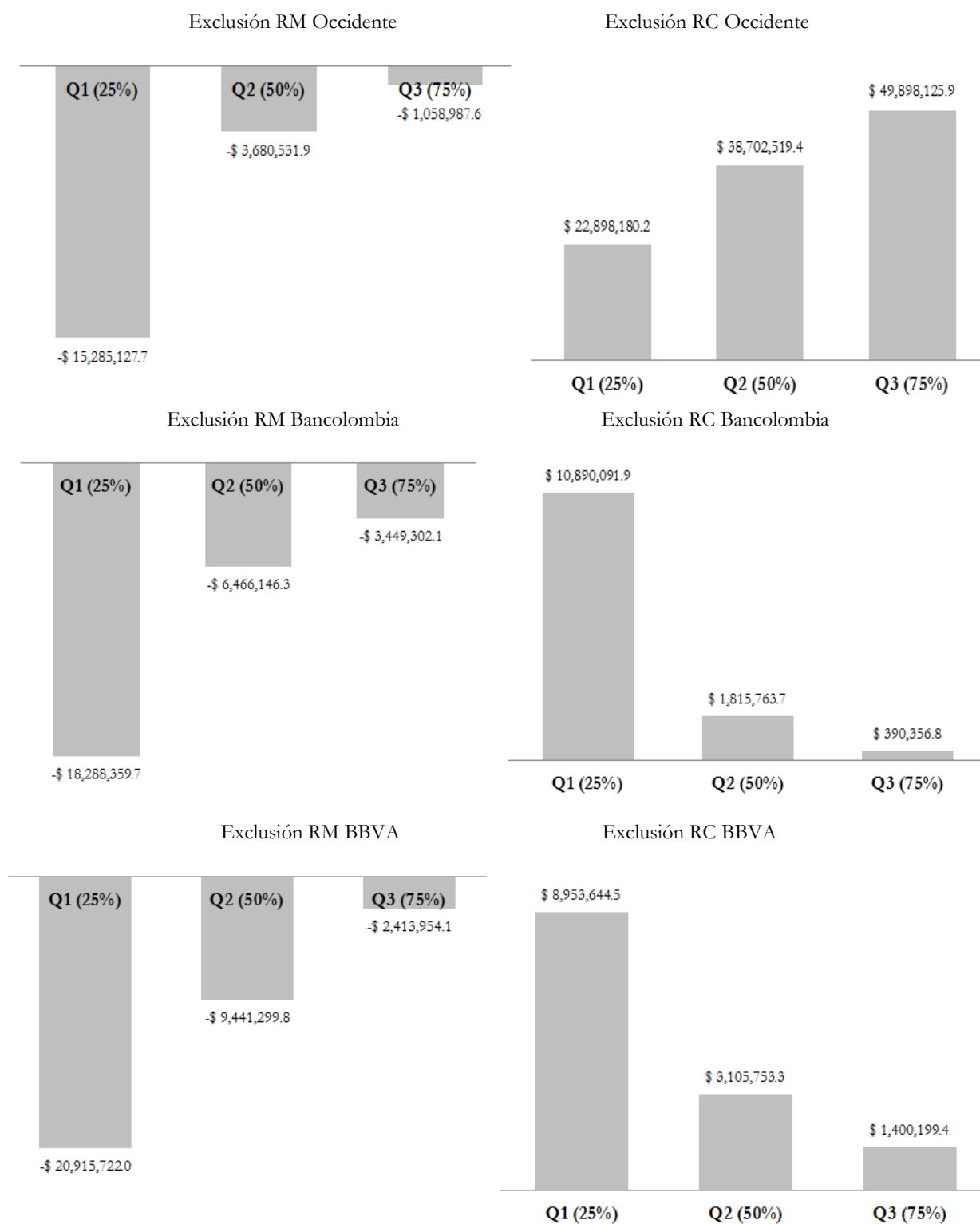


Fuente: Elaboración propia.

Conviene resaltar que a nivel general se puede apreciar que para la mayoría de las entidades bancarias la omisión de cada riesgo parece traer tanto impactos positivos como negativos sobre el riesgo conjunto. Los únicos riesgos que parecen tener el mismo efecto sobre el riesgo conjunto vienen dados por los riesgos a los que se encuentran expuestos el Banco AV Villas, Davivienda, Citibank y Banco Santander.

¹² En estas figuras se exponen los cuartiles correspondientes a cinco de las entidades con mayor capitalización bursátil; el Banco de Bogotá, Bancolombia, Banco de Occidente, Banco Popular y BBVA, el resto de cuartiles se encuentran consignados en el *Anexo 4*.

Figura 2. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Riesgo individual B



Fuente: Elaboración propia.

Para el segundo caso se presentan resultados similares a los hallazgos anteriores, dichos resultados se resumen en la *Tabla 7* y las *Figuras 3* y *4*.

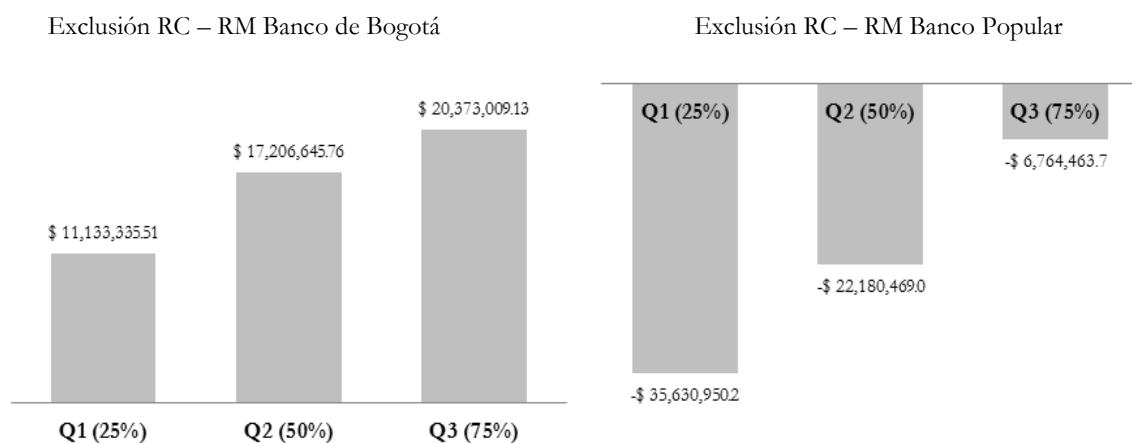
Tabla 7. Cuartiles del valor en riesgo marginal por entidades bancarias

Entidad Omitida	Cuartiles		
	Q1 (25%)	Q2 (50%)	Q3 (75%)
Bogotá	11133335.51	17206645.76	20373009.13
Popular	-35630950.22	-22180469.03	-6764463.723
Occidente	18811996.56	34323384.45	45977318.99
AV Villas	-20026815.47	-6718843.786	-1127246.071
Bancolombia	-17813359.57	-4560366.803	-826880.873
Davivienda	-26245123.05	-15049174.45	-3003804.871
Caja Social	6874738.165	7898091.43	21213791.24
Citibank	-23630195.94	-12167520.25	-231874.6847
BBVA	-18698591.19	-6447827.246	4658700.268
Santander	-26642420.89	-14325904.13	-2756769.617

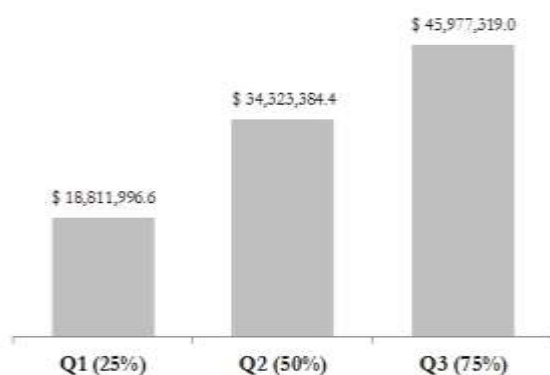
Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior presenta los cuartiles asociados a cada uno de los riesgos marginales calculados. De esta manera, cuando se omite el riesgo de crédito y de mercado del Banco de Bogotá, los cuartiles muestran signos positivos, esta cifra representa el monto que se tendría que pagar (que se perdería) producto de la exclusión de la relación con los riesgos de dicho banco. Lo anterior representa que el riesgo conjunto de las diez entidades bancarias en términos monetarios incrementaría si efectivamente se excluye a esta entidad. En conjunto, el Banco de Bogotá ocasionaría una menor exposición al riesgo y por tanto menores posibilidades de pérdidas para las diez entidades bancarias.

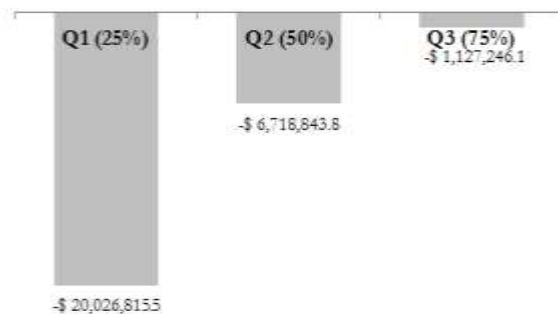
Figura 3. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Entidad Bancaria A



Exclusión RC – RM Banco de Occidente



Exclusión RC – RM Banco AV Villas



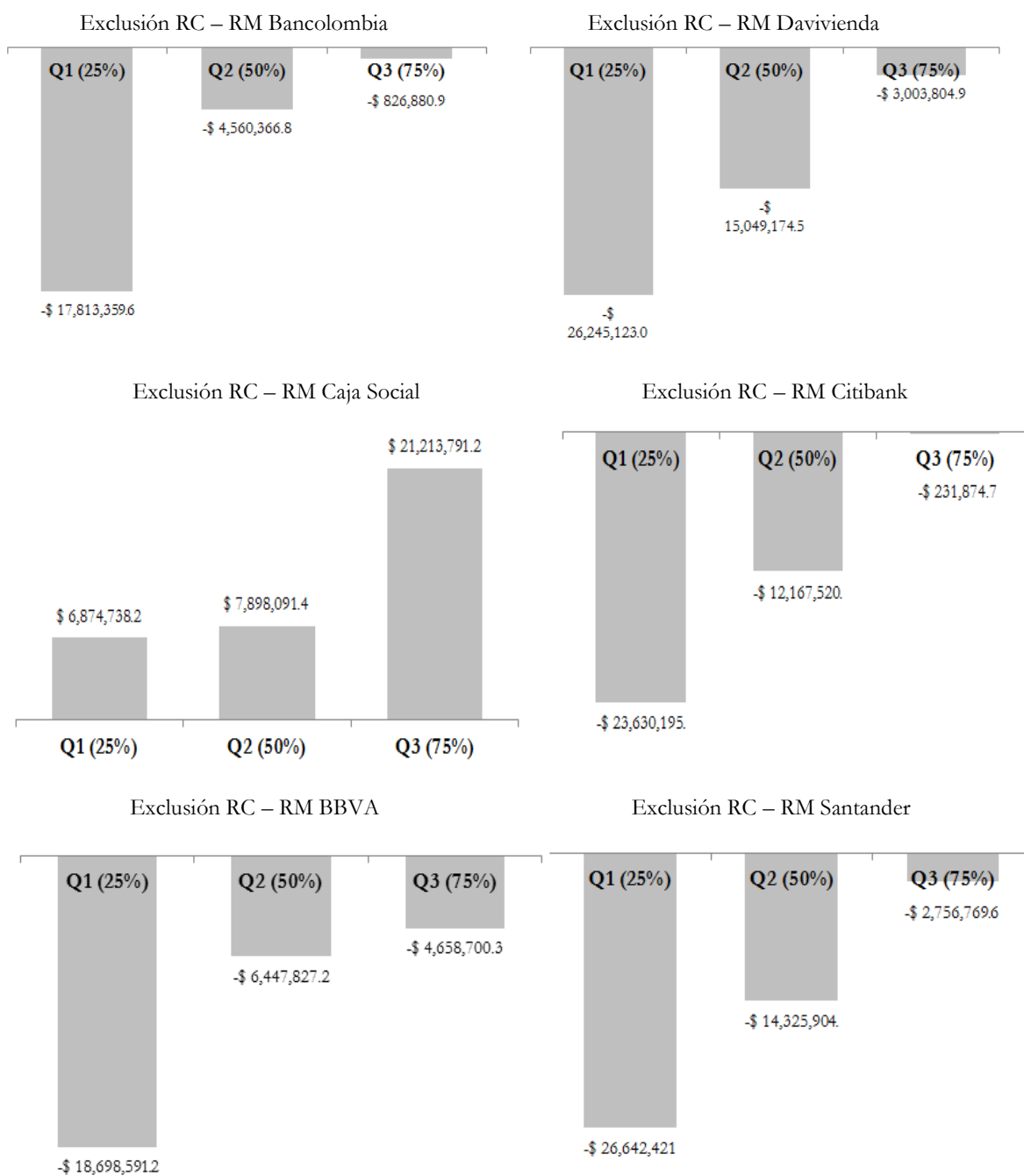
Fuente: Elaboración propia.

De manera análoga, en el caso en que se omiten los riesgos asociados al banco AV Villas, los valores que toman los cuartiles son negativos, por tanto al no contabilizarse el riesgo de mercado y el riesgo de crédito de esta entidad dentro del riesgo conjunto se estaría en una posición ventajosa de frente a situaciones riesgosas. En este orden de ideas, los resultados pueden sugerir que la interacción entre los diferentes riesgos pueden mejorar o empeorar el riesgo conjunto, dadas las características particulares de cada uno de los bancos. En la primera situación, al no tener en cuenta los riesgos del Banco de Bogotá, se estaría en una posición donde hay mayor riesgo total y en contraste con la segunda situación la exclusión de la entidad ocasionaría una mejora. En conclusión, el aporte al riesgo conjunto se encuentra estrechamente ligado a las condiciones de cada una de las entidades bancarias, resultados similares a lo ocurrido con un portafolio de inversión, específicamente a la diversificación en los activos financieros que lo componen.

Los resultados presentados tras la omisión de ambos riesgos por entidad exhiben hallazgos importantes en comparación con la omisión de cada riesgo individual. Cuando se omiten algunos riesgos de manera conjunta parece existir un efecto que compensa los efectos generados tras una omisión del riesgo individual. Ejemplificando la situación anterior, se alude en este caso al resultado observado para el banco de Bogotá; inicialmente se observó que tras la omisión de su riesgo de crédito se producía una posición ventajosa frente al riesgo total, situación que se invierte cuando se tiene en cuenta su exposición al riesgo de mercado, sin embargo, cuando se tiene en cuenta el riesgo integrado de esta institución se presenta una posición que mejora la exposición al riesgo conjunto, implicando una reducción del mismo. De lo anterior, se deriva otra conclusión importante y es que, ciertos factores de riesgo pueden compensarse mutuamente y mejorar la

situación al cuantificarse de manera conjunta, en este caso, el efecto del riesgo de crédito parece contrarrestar el efecto del riesgo de mercado y finalmente mejorar la situación en general.

Figura 4. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Entidad Bancaria B



Fuente: Elaboración propia.

7. Conclusiones

En este documento se planteó la dependencia conjunta del riesgo crediticio y el riesgo de mercado para un grupo conformado por diez instituciones de crédito. La premisa principal sigue a Breuer et al., (2010); los autores parten del hecho bajo el cual los diferentes riesgos que puede enfrentar alguna entidad bancaria no son completamente exógenos y por tanto, la interacción de los mismos y su medición conjunta deberían ser un exigencia necesaria tanto para la banca privada, como para cualquier entidad o grupo financiero, incluso para empresas del sector real.

Para el ejercicio empírico se hizo uso de la metodología de las funciones cópula, las cuales por sus características propias permiten construir la dependencia conjunta estableciendo relaciones no necesariamente lineales. La bondad de éste método permite una mejor adecuación a las particularidades de las series financieras, puesto que, la función cópula puede ser adaptada a diferentes tipos de distribuciones, en contraste con otras metodologías que exigen comportamientos gaussianos, colas livianas y simetrías en las distribuciones de las series.

La estimación se realizó modelando la dependencia conjunta a través de una Cópula t , para las series de riesgo de crédito y riesgo de mercado similar a lo hecho en Rosenberg & Schuermann (2004). La autores enuncian que si bien combinar todos los riesgos a los que se expone una entidad financiera sería lo más adecuado, existen mecanismos de dependencia que teóricamente no establecen una relación clara entre todos los riesgos y lo recomendable es trabajar con series cuya relación de dependencia sea más clara a priori, recomendando el uso del riesgo de crédito y el riesgo de mercado únicamente.

En cuanto a resultados empíricos, se evidenció que la Cópula t teórica utilizada se adaptó de manera adecuada a la copula empírica construida, lo cual implica que la elección de este tipo de función para describir la dependencia fue una decisión acertada. Dichos resultados permitieron la construcción de un escenario simulado para tratar de medir en términos prácticos la influencia o no de dicha dependencia. Se planteó entonces el cálculo de un riesgo financiero conjunto para la muestra de los diez bancos con sus respectivos riesgos, adicionalmente se calcula el riesgo conjunto omitiendo la participación de cada uno de los riesgos individuales, y excluyendo los riesgos conjuntos asociados a cada entidad, construyendo así series de riesgo medidas en términos marginales. Para facilitar una interpretación de las anteriores series se supuso una capitalización de \$100.000.000 COP, y se realizó una representación en cuartiles de los resultados.

Los resultados generales muestran que aquellas instituciones financieras cuyos riesgos de crédito y de mercado han sido omitidos en el cálculo del riesgo conjunto y presentan valores en riesgo marginales positivos, están aportando de alguna manera a la reducción del riesgo conjunto. En otras palabras, la omisión de las mismas para calcular un riesgo total ocasiona que la exposición total se incremente. De otro lado, las instituciones financieras que tras su omisión el valor en riesgo marginal toma valores negativos estarían realizando un aporte que beneficia la reducción de la exposición al riesgo total, su omisión en este caso reduce el riesgo total.

Lo anterior permite concluir que el riesgo total de las diez entidades bancarias mantiene comportamientos similares a las de un portafolio de inversión. Por tanto, al tener en cuenta dentro del riesgo algunas variables y omitiendo algunas otras se estaría mejorando o empeorando la situación, similar a lo que ocurriría cuando se diversifica un portafolio. En este sentido, algunas entidades bancarias parecen brindar cierto grado de estabilidad el comportamiento del riesgo conjunto, mientras que otras parecen desestabilizarlo, comportamiento que obedece a las características que posee cada uno de los bancos de manera individual.

Pese a que los resultados corroboran que ciertamente las series de crédito y de mercado de cada uno de los bancos mantienen diferentes tipos de influencia sobre un riesgo conjunto, no se puede concluir de manera absoluta que la dependencia total mejora y que el cálculo del riesgo total es el más adecuado. En el acápite anterior se mostró que no se contaba con la capitalización real de cada uno de los bancos, por lo cual el cálculo conjunto hizo el supuesto de una participación equitativa para cada uno de los bancos, lo cual no permite observar si al final el riesgo total es diferente a simplemente una suma de los riesgos individuales.

En adición a lo anterior, los resultados podrían ser más robustos si se contara con un espectro muestral más amplio que permitiera captar características de volatilidad mayor, que puedan tener algún tipo de efecto sobre el riesgo total. Además, se resalta que en este trabajo se realiza una mera aproximación de comportamiento de únicamente diez bancos, lo cual no es concluyente respecto a cómo se comportaría el riesgo total de las instituciones de crédito oficiales en Colombia. Finalmente, el trabajo permite exhortar, en primer lugar, a una mayor incursión en cuanto al planteamiento teórico de fondo a la gestión integral del riesgo financiero. Asimismo, se plantea la necesidad de desarrollar metodologías que impliquen un cálculo de riesgo conjunto desde un inicio teniendo en cuenta cualquiera de los factores de riesgo existentes, no solo los que se relacionen al riesgo de crédito o de mercado. En este sentido los puntos anteriores son necesarios de cara al

mejoramiento en la gestión de riesgos financieros, por parte de las entidades bancarias a nivel nacional.

Referencias Bibliográficas

Bank of International Settlements, 2009. Finding on the Interaction of Market and Credit Risk. Working Paper No. 16, May 2009.

Bank of International Settlements, 2010. Developments in Modelling Risk Aggregation. Joint Forum, October 2010.

Bank of International Settlements, 2013. Principles for Effective Risk Data Aggregation and Risk Reporting. _____, January 2013.

Barnhill, T., & Maxwell, W. (2002). Modeling Correlated Market and Credit Risk in fixed Income Portfolios. *Journal of Banking and Finance*. 26, 347–374.

Becerra, O., Melo, L. F., 2008. Medidas de Riesgo Financiero usando Cópulas: Teoría y Aplicaciones. BanRep. Borradores de Economía. No. 489.

Brechmann, E. C.. & Schepsmeier, U. (2013). Modeling Dependence with C- and D-Vine Copulas: The R Package CDVine. Vol. 52. No. 3.

Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M., 2007. Regulatory Capital for Market and Credit Risk Interaction: Is Current Regulation Always Conservative? Conference on the Interaction of Market and Credit Risk. Berlín.

Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M., 2010. Does adding up of economic capital for market- and credit risk amount to conservative risk assessment? *J. Bank. Financ.* 34, 703–712.

Breuer, T., Jandačka, M., Mencia, J., Summer, M., 2011. A Systematic Approach to Multi-period Stress Testing of Portfolio Credit Risk. *J. Bank. Financ.* forthcoming.

Breuer, T., Jandačka, M., Puhr, R., 2011. The Interaction Dynamics between Market and Credit Risk. *Int. Rev. Applies Financ. Issues Econ.* 3.

Bocker, K., Hillebrand, M., 2009. Interaction of market and credit risk: an analysis of inter-risk correlation and risk aggregation. *J. Risk* 11, 3–29.

Bouye, E., Durrleman, V., Nikeghbali, A., Riboulet, y G., Roncalli, T. (2000), "Copulas for Finance: A Reading Guide and Some Applications".

Cabrera, W., Corredor, A. & Quicazan, C. (2012). Requerimientos Macroprudenciales de capital y riesgo sistémico: Una aplicación para Colombia Banco de la República de Colombia. Temas de Estabilidad Financiera No. 72.

Campbell, J. Y., Lo, A. W. & MacKinlay, A. C. (1997). The Econometrics of Financial Markets, New Jersey, Princeton University Press.

Čihák, M. (2007). Introduction to Applied Stress Testing, IMF Working Paper Series, 07-59.

Dowd, K., 2005. Measuring Market Risk, Second Edi. ed. Wiley Finance.

Embrechts, P, McNeil, A, & Straumann, D. (2002) Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls. Risk Management: Value at Risk and Beyond, ed. M.A.H. Dempster, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 176- 223.

Embrechts P, F. Lindskog, & McNeil, A. (2003). Modeling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management. Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, ed. S. Rachev, Rotterdam, NL: Elsevier, Chapter 8, 329-384.

Fiori, R. & Iannotti, S. (2010). On the Interaction between Market and Credit Risk: A Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Approach. Bank of Italy Temi di Discussione (Working Paper) No. 779.

Gauthier, C., Lehar, A. & Souissi, M. (2011), 'Macroprudential capital requirements and systemic risk'.

Genest, C., Remillard, B. & Beaudoin, D. (2009). Goodness-of-fit tests for Cópulas: A review and a power study. Insurance: Mathematics and Economics, 44(2), pp. 199-214.

Giacomini, E., 2005. "Risk Management with Copulae", Center for Applied Statistics and Econometrics. Berlin, Humboldt – Universität zu Berlin, 8-46.

Hyndman, R. & Khandakar, Y. (2008). Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R. Journal of Statistical Software. Vol 3. No. 3.

Iscoe, I., Kreinin, A., Rosen, D., 1999. An integrated market and credit risk portfolio model. Algo Res. Q. 2.

Jarramillo M. C. & Lozano, J. A. (2013). Construcción de Distribuciones Multivariadas con Marginales Dependientes Usando Cópulas en R. Revista Ciencia en Desarrollo, Vol. 5 No. 21-29

Jarrow, R.A., Turnbull, S.M., 2000. The Intersection of Market and Credit Risk. J. Bank. Financ. 24, 271–299.

McNeil, A. J., Frey, R., Embrechts, P., 2005. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools. Princeton University Press, New Jersey.

Nelsen, R., 2006. An Introduction to Copulas. Springer, Nueva York.

Melo, L. F. & Becerra, O. (2005). Medidas de riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia. Documento de trabajo 343. Banco de la República de Colombia.

Medova, E., & Smith, R. (2005). A Framework to Measure Integrated Risk. Quantitative of Finance. 5 (1), 105–121.

Moreno, J. F. & Melo, L. F. (2011). Pronóstico de incumplimientos de pago mediante máquinas de vectores de soporte: una aproximación inicial a la gestión del riesgo de crédito. Borradores de Economía. Banco de la República de Colombia

Pandey, D, 2012. Integration of Credit and Market Risk. GARP Delhi Chapter meeting. New Delhi. Jul. 2012.

Puhr, R., Rheinberger, K., Summer, M., 2009. Risk Capital for Interacting Market and Credit Risk : VEC and GVAR Models using R.

Rank, J. (2002) Improving VaR Calculation by Using Copulas an non-Gaussian Margins. University of Oxford, Mathematical Finance. November, 1-54.

Risks, F., Rosenberg, J. V, 2006. A General Approach to Integrated Risk Management. Fed. Reserv. Bank New York Staff Reports.

Rosenberg, J., & Schuermann, T. (2004). A General Approach to Integrated Risk Management with Skewed, Fat Tailed Risk. Federal Reserve Bank of New York. Staff Report No. 185. 3-56.

Sklar, A. (1959). Fonctions de Repartition à n Dimensions et Leurs Marges, Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, 8, pp. 229-231.

Uribe, J. M., 2011. Contagio Financiero: Una Metodología para su Evaluación Mediante Coeficientes de Dependencia Asintótica. Lect. Econ. 29–57.

Uribe, J. M., Fernández, J., 2014. Riesgo Sistémico en el Mercado de Acciones Colombiano : Alternativas de Diversificación bajo Eventos Extremos. Cuad. Econ. 33, 613–634.

Uribe, J. M., Ulloa, I. M., 2011. Revisando La Hipótesis de los Mercados Eficientes: Nuevos Datos, Nueva Crisis, Nuevas Estimaciones. Cuad. Econ. 30, 127–154.

Uribe, J. M., Ulloa, I. M., 2012. La Medición del Riesgo en Eventos Extremos. Una revisión Metodológica en Contexto. Lect. Econ.

Uribe, J. M., Morales, M., Piñeros, J., 2008. Análisis de Estrés sobre el Sistema Bancario Colombiano: Un escenario Conjunto de Riesgos. BanRep. Reporte de Estab. Financ. Septiembre 2008.

Torres, G. I., Olarte, A. M., 2009. Valor en riesgo desde un enfoque de cópulas. AD-Minister. No. 15. Universidad EAFIT.

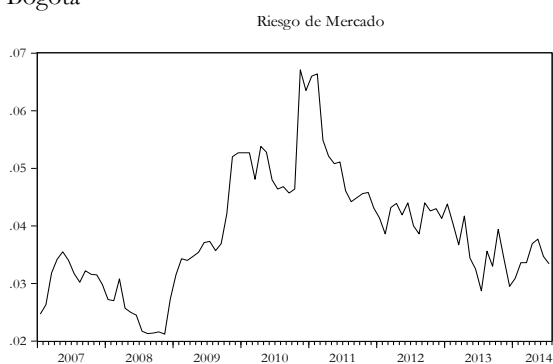
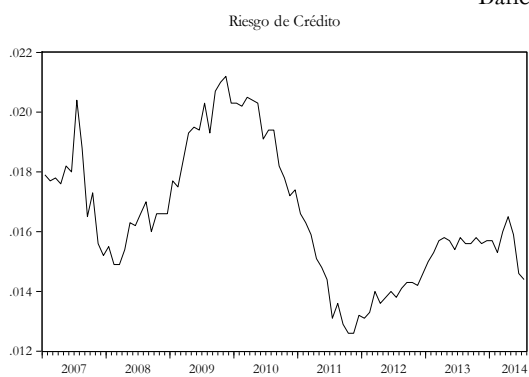
Trivedi, P. y D. Zimmer, (2005), 'Copula Modeling: An Introduction for Practitioners', Foundations and Trends in Econometrics, 1, 1, 1-110.

Vapnik, V. (1995): The Nature of Statistical Learning Theory. Springer, New York.

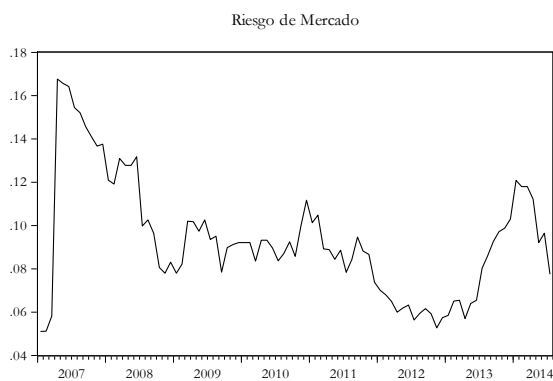
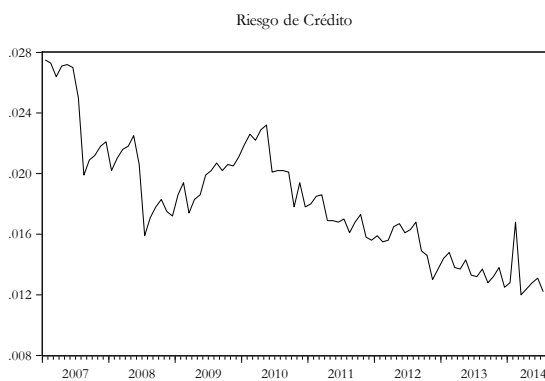
Anexos

Anexo 1. Evolución del Riesgo de Crédito y Riesgo de Mercado

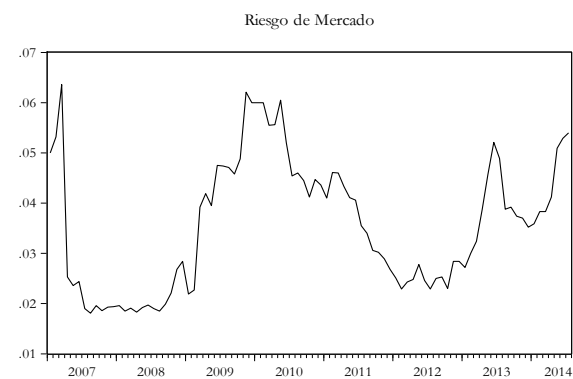
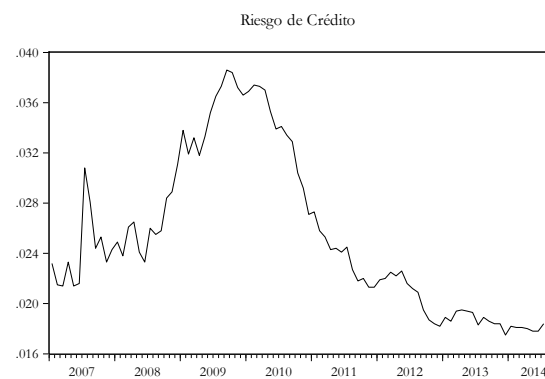
Banco de Bogotá



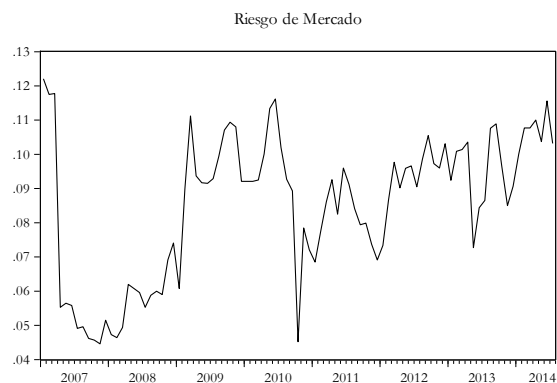
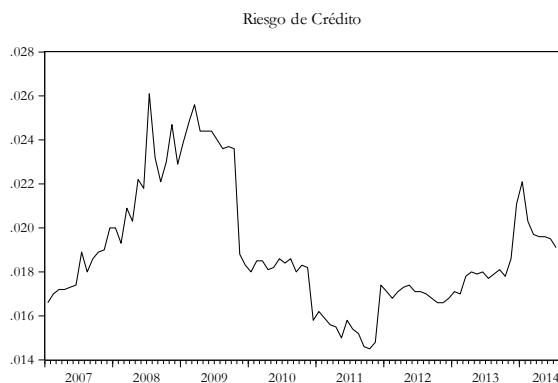
Banco Popular



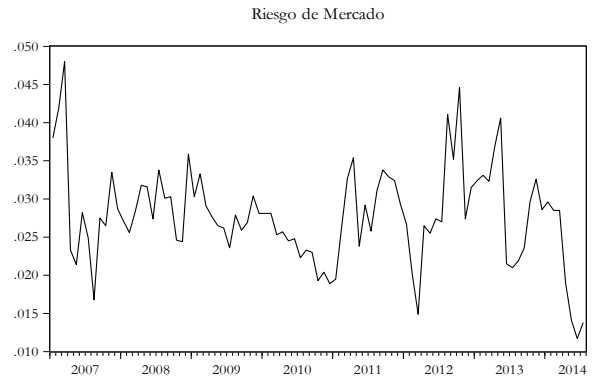
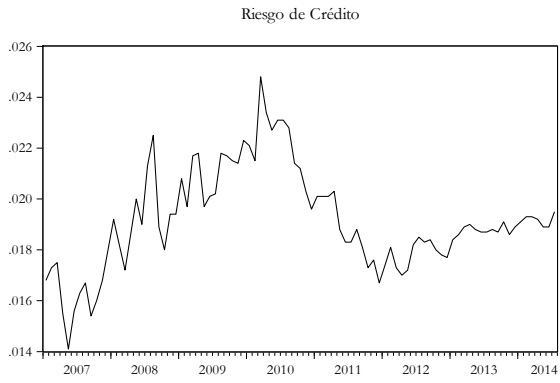
Banco de Occidente



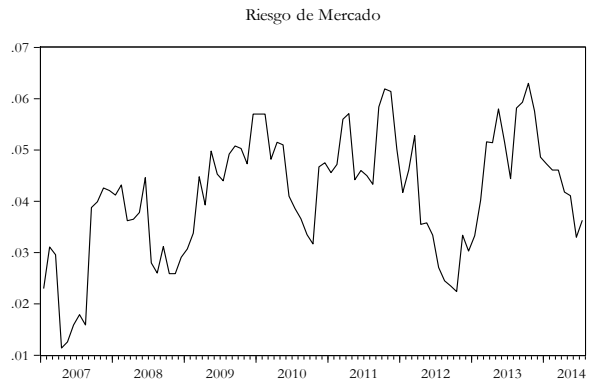
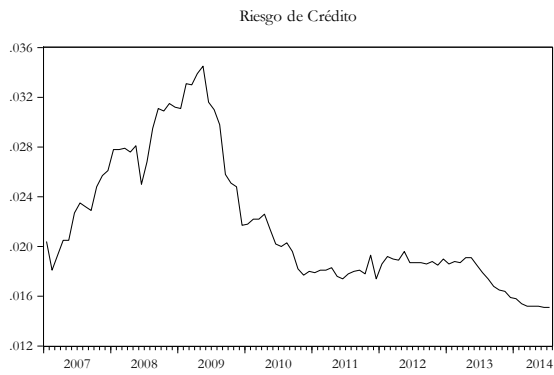
Banco AV Villas



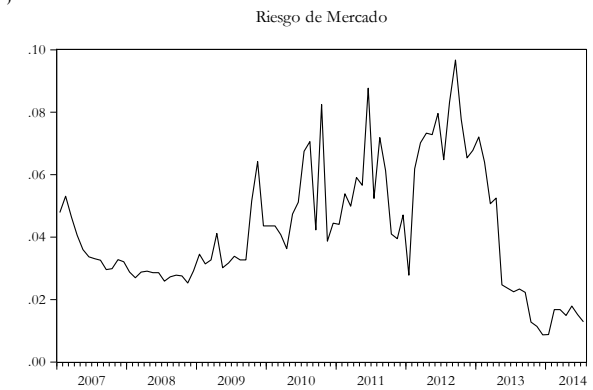
Bancolombia



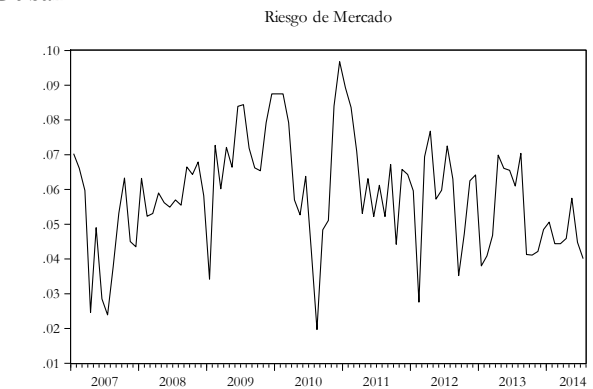
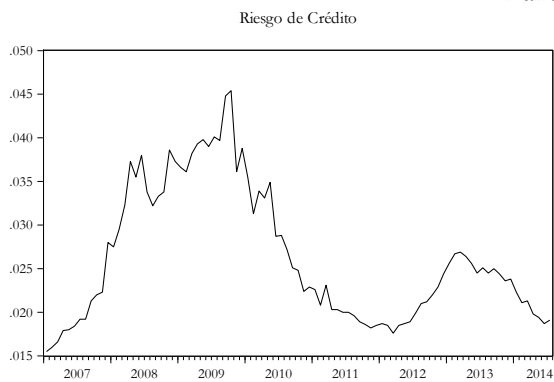
Banco Davivienda

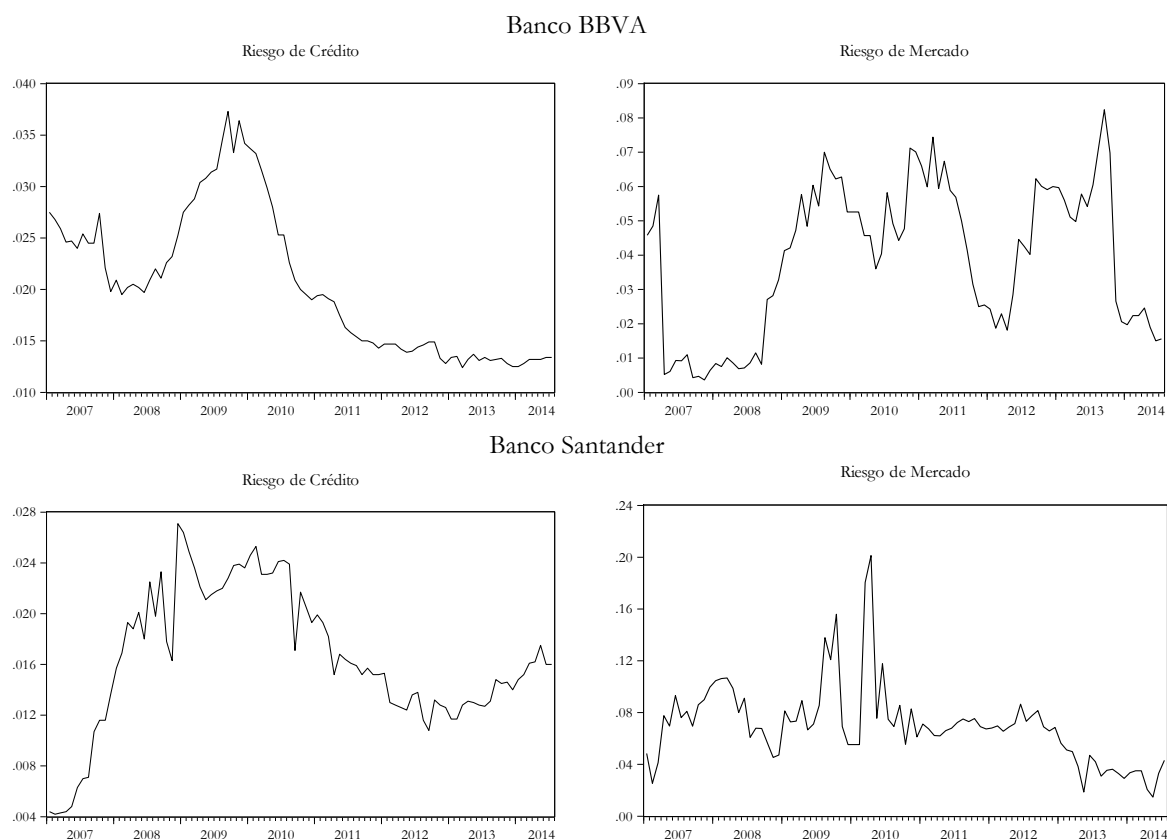


Banco Caja Social



Banco Citibank





Fuente: SuperIntendencia Financiera de Colombia. Elaboración propia.

Anexo 2. Estadísticas Descriptivas Retornos Riesgo de Crédito y Riesgo de Mercado

Panel a) Riesgo de Crédito

	Bogotá	Popular	Occidente	AV Villas	Bancolombia
Media	-0.002417	-0.009031	-0.002576	0.001559	0.001656
Mediana	0	0.011941	-0.005181	0	0
Máximo	0.125163	0.271934	0.354821	0.180025	0.142791
Mínimo	-0.130496	-0.336472	-0.141186	-0.22739	-0.174353
Desv. Est.	0.039952	0.077005	0.059311	0.052243	0.050761
Sesgo	-0.364279	-1.127553	2.343973	-0.313352	-0.250915
Curtosis	4.389707	8.256286	16.18704	8.548061	4.330145
Observaciones	90	90		90	90
Jarque-Bera	9.232809	122.6777	734.5308	116.9015	7.579194
Probabilidad	0.009888	0	0	0	0.022605
Estadístico DFA	-10.09111	-9.648389	-10.42317	-10.38903	-9.663087
Probabilidad	0	0	0	0	0
	Davivienda	Caja Social	Citibank	BBVA	Santander
Media	-0.003343	-0.001155	0.002321	-0.007988	0.014344
Mediana	-0.001513	0.006945	0.007951	0	0.00207

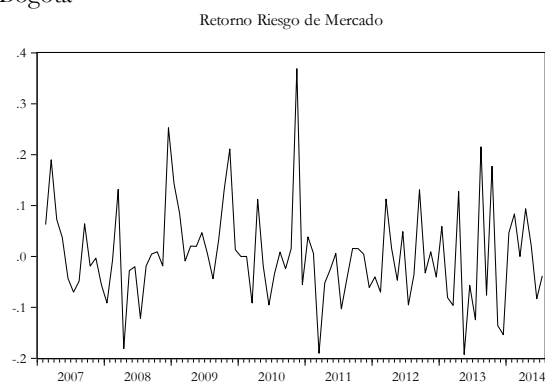
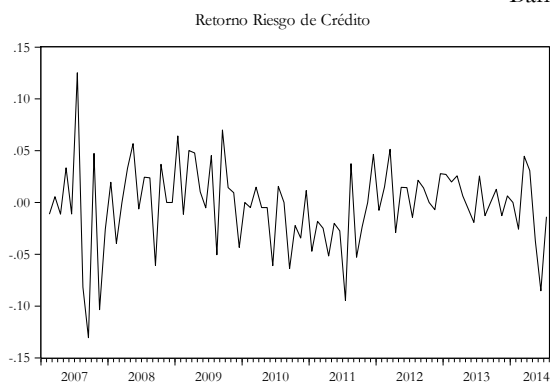
Máximo	0.10194	0.203038	0.227618	0.11187	0.508369
Mínimo	-0.144134	-0.394861	-0.229219	-0.214965	-0.3348
Desv. Est.	0.045378	0.074867	0.067344	0.053285	0.115886
Sesgo	-0.595008	-2.223041	-0.266493	-0.613513	1.040643
Curtosis	4.563245	12.89399	5.259219	4.619762	7.708195
Observaciones	90	90	90	90	90
Jarque-Bera	14.47453	441.2204	20.20554	15.48458	99.37067
Probabilidad	0.000719	0	0.000041	0.000434	0
Estadístico DFA	-9.71277	-11.4435	-10.52698	-3.504639	-11.08097
Probabilidad	0	0	0	0.0451	0

Panel b) Riesgo de Mercado

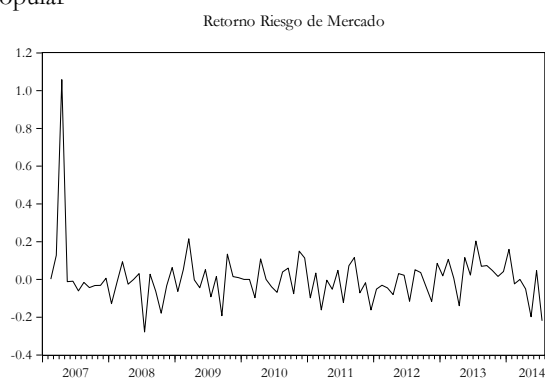
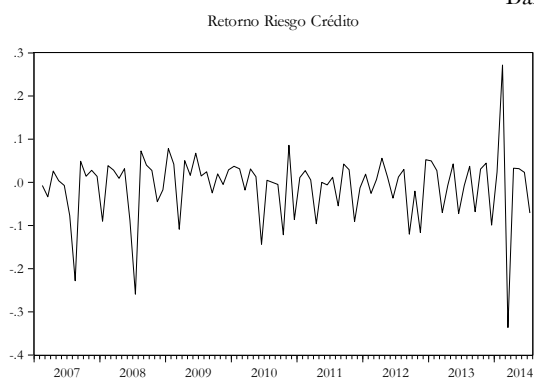
	Bogotá	Popular	Occidente	AV Villas	Bancolombia
Media	0.003353	0.004628	0.000855	-0.001869	-0.011255
Mediana	-0.001585	0	0	0.003442	-0.009774
Máximo	0.368885	1.058291	0.546312	0.552002	0.575784
Mínimo	-0.192445	-0.278117	-0.921809	-0.756215	-0.722748
Desv. Est.	0.096253	0.144699	0.148552	0.161522	0.209064
Sesgo	0.877428	4.193927	-2.114408	-1.401035	-0.432621
Curtosis	4.777384	32.53395	19.60935	11.45691	4.972867
Observaciones	90	90	90	90	90
Jarque-Bera	23.3948	3534.789	1101.576	297.6407	17.40318
Probabilidad	0.000008	0	0	0	0.000166
Estadístico DFA	-9.461026	-8.928191	-5.251984	-11.51259	-11.34493
Probabilidad	0	0	0.0002	0	0
	Davivienda	Caja Social	Citibank	BBVA	Santander
Media	0.00507	-0.014577	-0.006238	-0.011967	-0.001289
Mediana	-0.001942	-0.007032	-0.006986	-0.002506	0.005982
Máximo	0.892101	0.800484	0.922071	1.1954	1.182404
Mínimo	-0.954161	-0.756959	-0.886586	-2.403126	-0.978018
Desv. Est.	0.205635	0.254677	0.319048	0.372757	0.32345
Sesgo	-0.227405	-0.017277	0.099325	-2.80819	0.398572
Curtosis	10.47798	5.216442	4.400209	21.6685	5.832935
Observaciones	90	90	90	90	90
Jarque-Bera	210.4764	18.42679	7.500175	1425.213	32.47859
Probabilidad	0	0.0001	0.023516	0	0
Estadístico DFA	-10.10678	-12.73485	-12.63424	-10.17418	-7.569908
Probabilidad	0	0	0	0	0

Fuente: SuperIntendencia Financiera de Colombia. Elaboración propia.

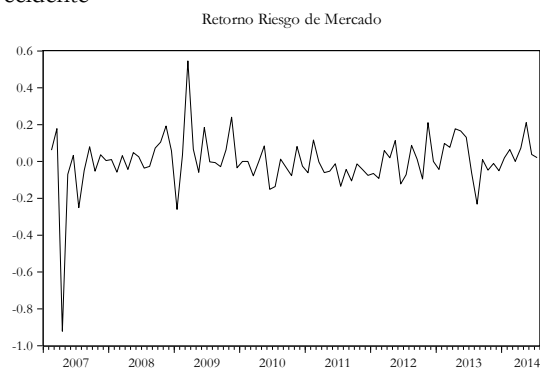
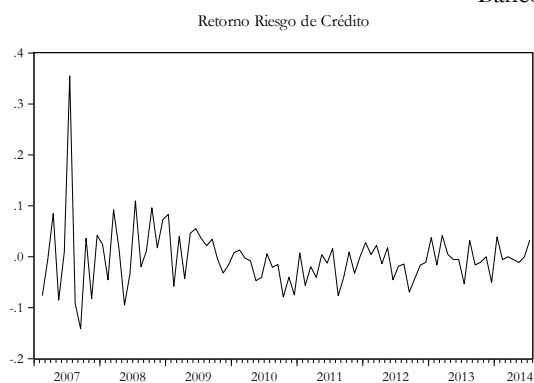
Anexo 3. Retornos del Riesgo de Crédito y el Riesgo de Mercado Banco de Bogotá



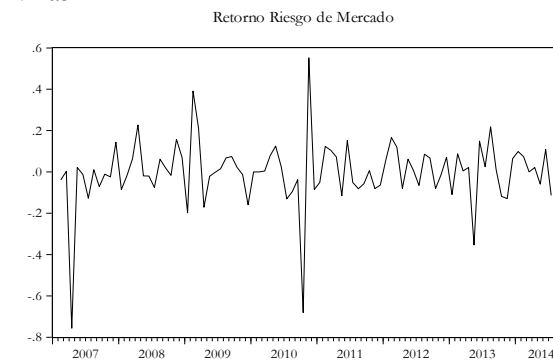
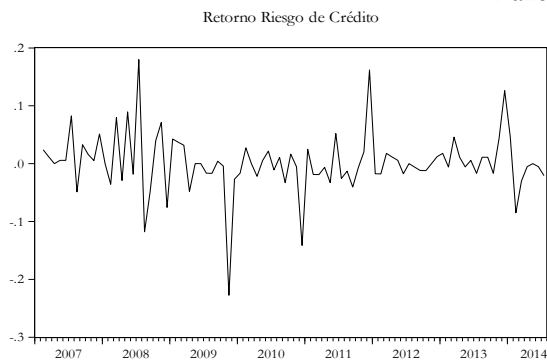
Banco Popular



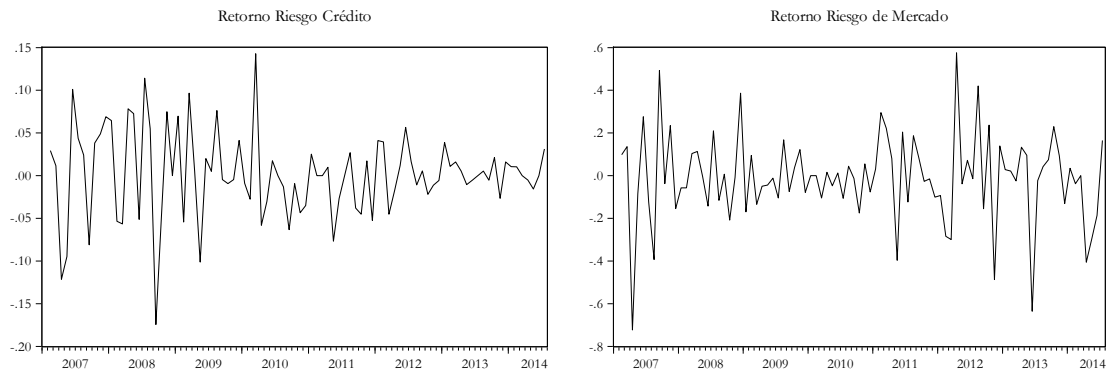
Banco de Occidente



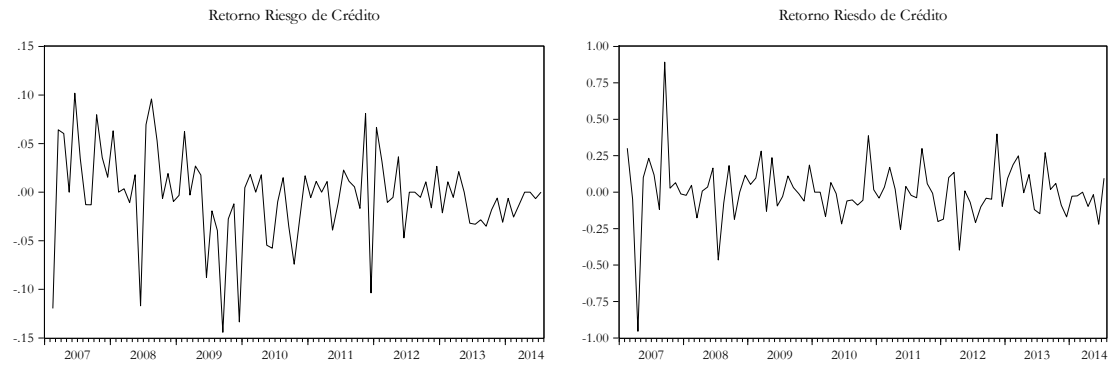
Banco AV Villas



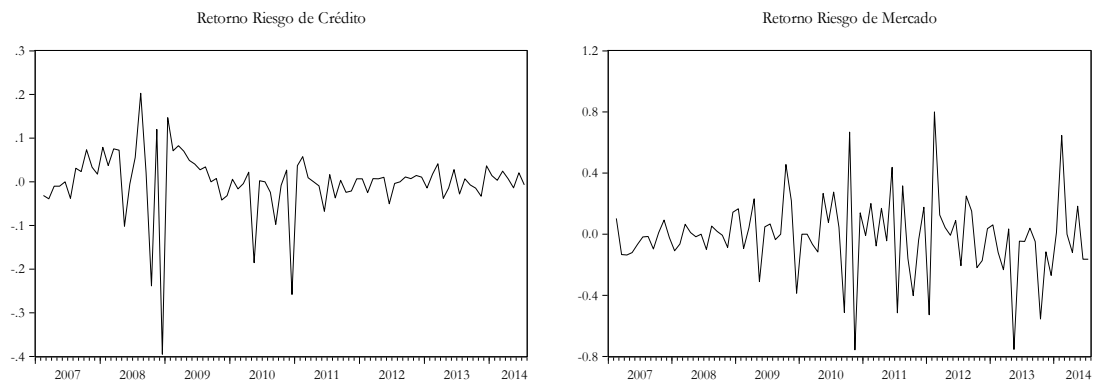
Bancolombia



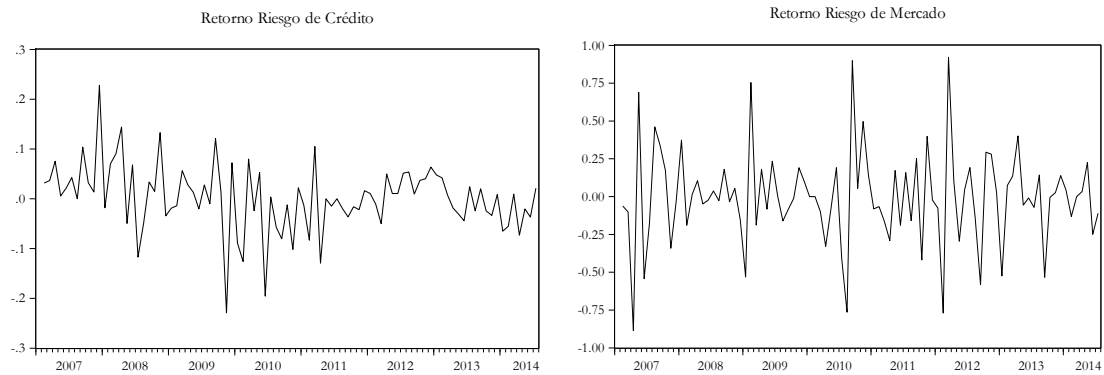
Banco Davivienda



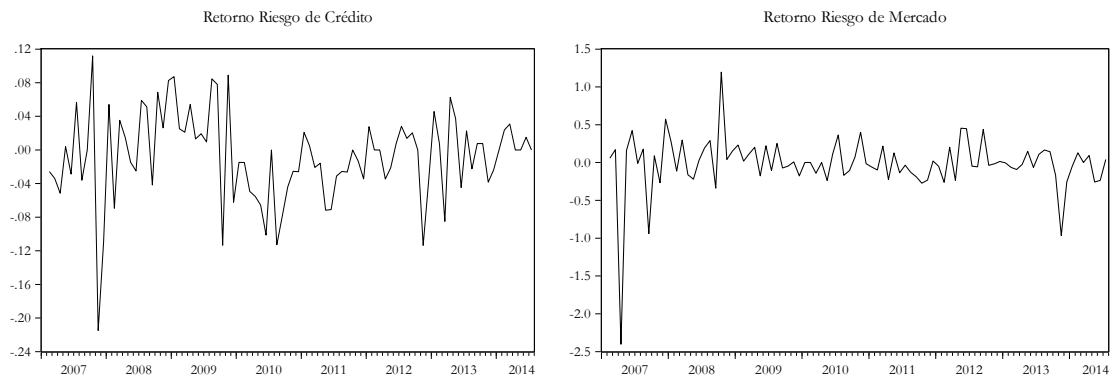
Banco Caja Social



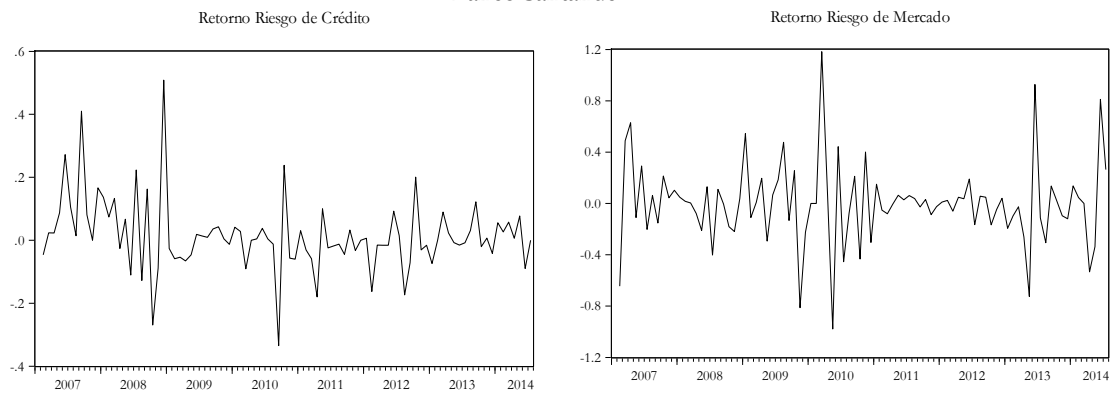
Banco Citibank



Banco BBVA

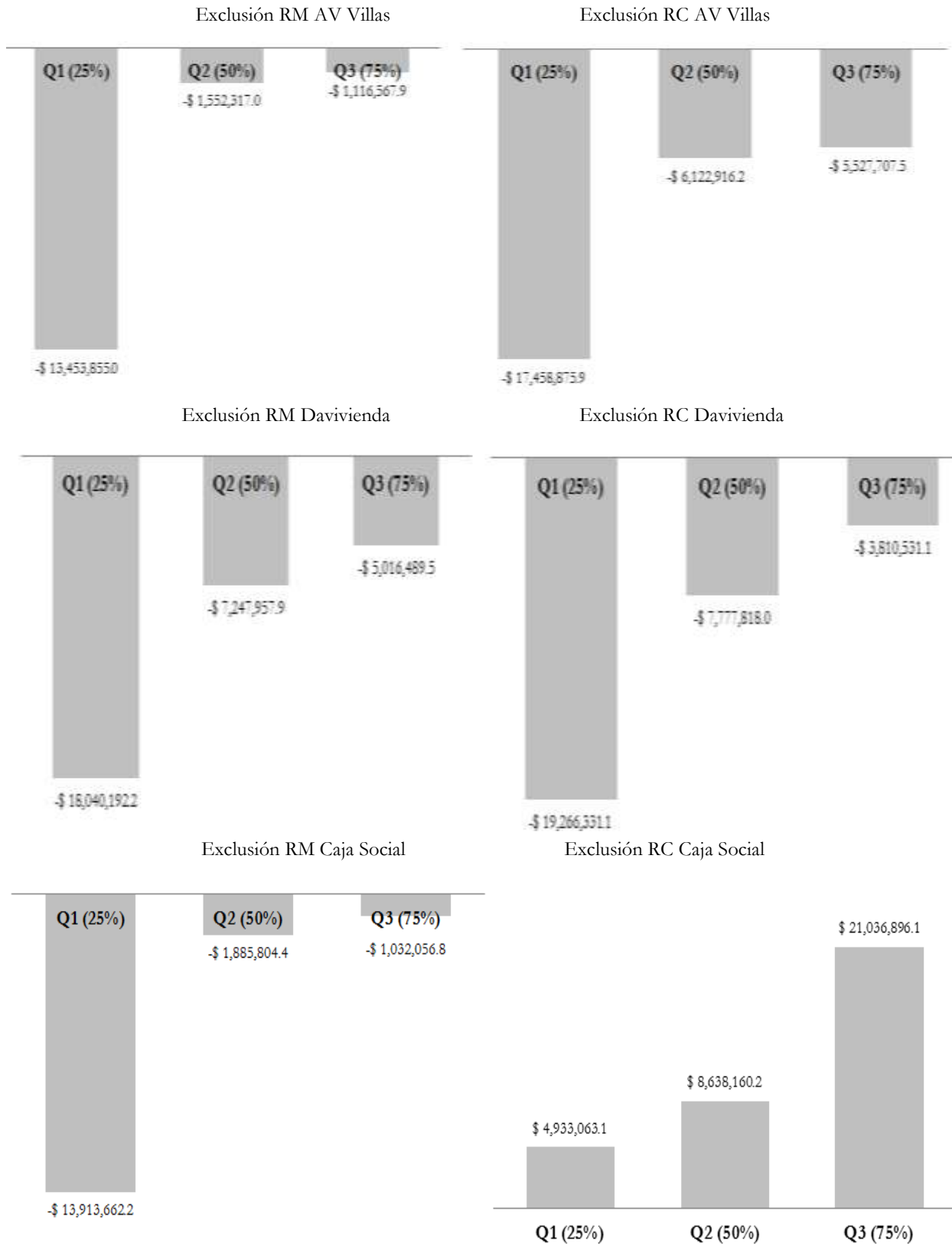


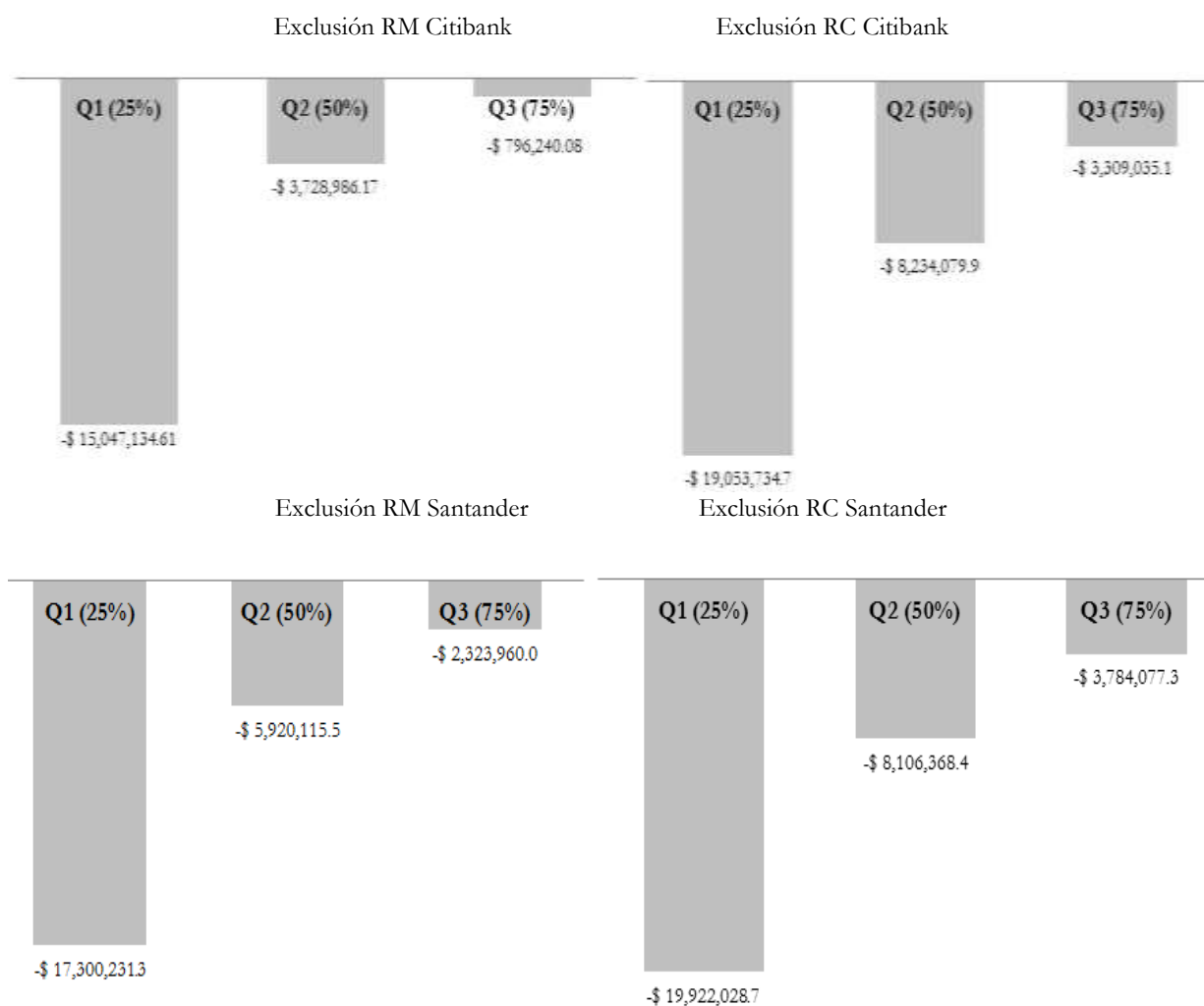
Banco Santander



Fuente: SuperIntendencia Financiera de Colombia. Elaboración propia.

Anexo 4. Cuartiles Valor en Riesgo Marginal por Riesgo individual





Fuente: Elaboración propia.