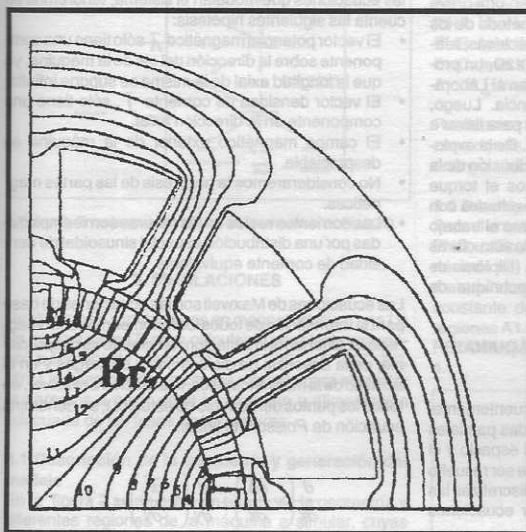


Estudio de una máquina sincrónica de imanes permanentes por el método de los elementos finitos



RESUMEN

En este artículo presentamos el estudio de una máquina sincrónica de imanes permanentes por el método de los elementos finitos MEF. En el estudio efectuamos el cálculo del torque electromagnético y un análisis de la distribución de la inducción magnética, con fines de diseño.

ABSTRACT

The study of a permanent magnets synchronous machine has been realized using the finite elements method FEM. The calculation of the electromagnetic torque and the analysis of electromagnetic induction distribution with design purposes it has been made too.

PALABRAS CLAVES

Máquina sincrónica de imanes permanentes, método de los elementos finitos MEF, torque electromagnético.

□ Martha Cecilia Amaya Enciso,
M. Sc.
Ingeniera Electricista
Profesora Asociada
Universidad del Valle

□ Francisco Abel Roldán Hoyos,
M. Sc.
Ingeniero Electricista
Profesor
Corporación Universitaria Autónoma de Occidente
Cali

1. INTRODUCCIÓN

Las máquinas sincrónicas de imanes permanentes son cada vez más utilizadas en aplicaciones industriales, donde asociadas a una alimentación a frecuencia variable, reemplazan progresivamente las máquinas de corriente continua. Se les llama también máquinas de corriente continua sin escobillas y se encuentran

* Este texto se recibió, para ser publicado, en enero de 1998.

en aplicaciones de robótica sustituyendo los accionadores hidráulicos.

El principio de funcionamiento de la máquina sincrónica de imanes permanentes es idéntico al de una máquina sincrónica clásica. El rotor gira a la misma velocidad del campo magnético rotatorio del estator, desfasado con respecto a él en un ángulo θ .

La potencia y el torque son, para estas máquinas, factores esenciales en su dimensionamiento, razón por la cual es muy útil calcular, finalmente, la distribución de la inducción sobre el entrehierro.

El objeto de este trabajo es el de realizar este análisis, en vacío como en carga, a fin de conocer tanto la inducción en el entrehierro como el valor del torque en función del ángulo θ . Con el fin de realizar el estudio propuesto, presentaremos, en primer lugar, una breve introducción teórica de la aplicación del método de los elementos finitos **MEF**, a las máquinas eléctricas; realizaremos una breve descripción de **FLUX2D**, un programa de elementos finitos desarrollado en el Laboratorio de Electrotecnia de Grenoble-Francia. Luego, presentaremos la metodología propuesta para llevar a cabo las simulaciones en magnetostática. De la explotación de resultados analizaremos la distribución de la inducción en el entrehierro, calcularemos el torque electromagnético y la confrontación de resultados con los cálculos analíticos. Este estudio resume el trabajo final del curso de modelización numérica de estructuras electromagnéticas, en el marco del DEA (Diplôme de Études Approfondies de l'Institut Polytechnique de Grenoble, Francia).

2. APLICACIÓN DEL MEF A LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Los sistemas físicos se representan, frecuentemente, por un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales asociado a condiciones de frontera en el espacio y el tiempo. Este sistema, en general, no puede ser resuelto directamente, es necesario, entonces, discretizar las ecuaciones, es decir, reemplazarlas por ecuaciones algebraicas.

El método de los elementos finitos **MEF**, permite la discretización de dichas ecuaciones. No obstante, el **MEF** utiliza una formulación integral, en lugar de las ecuaciones en derivadas parciales y, por lo tanto, es necesario efectuar una transformación de ecuaciones, por ejemplo, por el método de los residuos ponderados, según la formulación de Galerkin [1], [2] [3]. El **MEF** discretiza, entonces, esta formulación integral para obtener un sistema de ecuaciones algebraicas que proporcionan una aproximación a la solución del problema. El esquema representativo de este proceso se presenta en la figura 1.

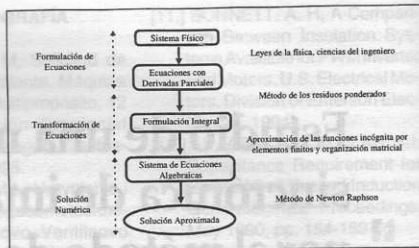


Figura 1. Proceso de la resolución numérica.

En el caso de las máquinas sincrónicas, para establecer las ecuaciones que modelan el sistema, tendremos en cuenta las siguientes hipótesis:

- El vector potencial magnético $\vec{A}$ sólo tiene una componente sobre la dirección del eje de la máquina, ya que la longitud axial de la misma se supone infinita.
- El vector densidad de corriente $\vec{j}$, sólo tiene una componente en la dirección axial.
- El campo magnético exterior de la máquina es despreciable.
- No consideraremos la histéresis de las partes magnéticas.
- Las corrientes reales en las ranuras son reemplazadas por una distribución espacial sinusoidal de densidad de corriente equivalente.

Las ecuaciones de Maxwell son las ecuaciones de base para la formulación de todos los fenómenos electromagnéticos. Cuando la imantación remanente es despreciable, en la ausencia de dieléctricos o de cargas y en el dominio de la magnetostática, la ecuación a resolver, en todos los puntos del dominio de estudio Ω , se denomina ecuación de Poisson no lineal:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \right) = -\vec{j}$$

donde, $\vec{A}$ vector potencial magnético se define como:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$$

$\vec{B}$: inducción magnética [T], $\vec{j}$: densidad de corriente total [A/m²], ν : reluctividad magnética [m/H].

FLUX2D [4] es un programa de computador que permite resolver la ecuación de Poisson y a partir de $\vec{A}$ obtener la inducción magnética $\vec{B}$, intensidad de campo magnético $\vec{H}$ y muchos otros resultados, tales como mapas de líneas de flujo, inducción, permeabilidad; curvas de distribución espacial inducción, potencial

magnético, campo magnético; curvas de evolución temporal de corrientes, voltajes, torques; cálculos puntuales y globales de flujos, fuerzas, inductancias, torques, etc. En la figura 2 se muestra el enlace básico de los diferentes módulos de FLUX2D.

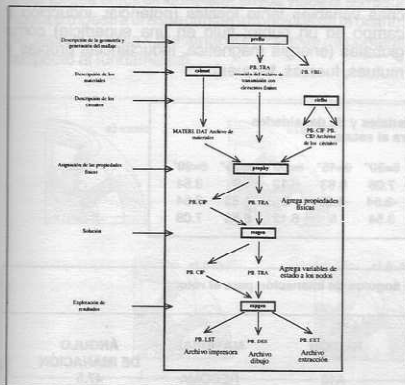


Figura 2. Encadenamiento básico de los módulos de FLUX2D.

3. SIMULACIONES

Realizamos 8 simulaciones en magnetostática, una (1) en vacío y siete (7) para calcular el par electromagnético a ángulos de carga θ de 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°. La obtención de un campo rotatorio para el estator la haremos a partir de la localización y alimentación adecuada de las fases en las ranuras.

3.1 Descripción de la geometría y generación del mallaje

En la figura 3 se muestra un cuarto de la geometría y diferentes regiones de la máquina a simular, cuyas características son:

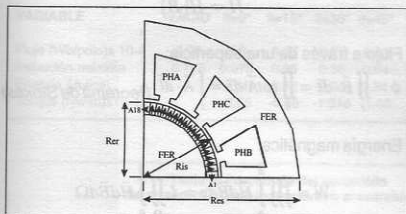


Figura 3. Geometría de la máquina sincrónica de imanes permanentes.

Radio externo estator $R_{es} = 90$ mm
Radio interno estator $R_{is} = 45$ mm
Radio externo rotor $R_{er} = 43$ mm
Entrehierro $\delta = 1$ mm
Longitud axial $L = 30$ mm
Número de polos $2p = 4$
Número de fases $m = 3$
Número de ranuras $Z = 12$
Número de ranuras/(polo . fase) $q = z/(2pm) = 1$
Paso polar en ranuras $\tau = z/(2p) = 3$
Factor de devanado $K_n = 1$
Densidad de corriente eficaz $j = 5$ A/mm²
Número de imanes $N_i = 72$
Altura radial de cada imán $h_i = 3.5$ mm
FER: núcleo magnético de estator y rotor
AIR: entrehierro
PHA: fase a
PHB: fase b
PHC: fase c
 $A_1, \dots, A_{18}$: imanes permanentes

Realizamos un mallaje denso alrededor del entrehierro, zona donde se concentra el proceso de conversión de energía electromecánica.

3.2 Descripción de los materiales

Para el entrehierro y las fases, regiones AIR, PHA, PHB, PHC, utilizamos la permeabilidad del vacío; para los núcleos del estator y rotor, región FER, utilizamos un material magnético de permeabilidad relativa isotrópica constante de 1000 y para los imanes permanentes regiones A1 a A18, utilizamos un material denominado RECOMA y cuya característica se muestra en la figura 4.

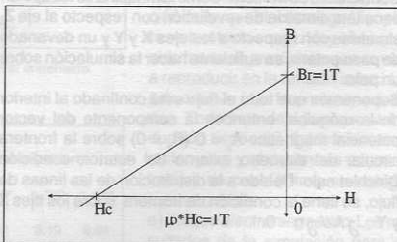


Figura 4. Característica magnética de los imanes permanentes.

3.3 Asignación de propiedades físicas y condiciones de frontera

Ya que las simulaciones son en magnetostática, para el cálculo del torque electromagnético decidimos dejar el campo rotórico fijo a un ángulo de 45° mecánicos y rotar el campo estático en el sentido horario con las siguientes densidades de corriente:

$$j_a = 5\sqrt{2}\cos(\theta - 30^\circ)$$

$$j_b = 5\sqrt{2}\cos(\theta - 150^\circ)$$

$$j_c = -5\sqrt{2}\cos(\theta - 270^\circ)$$

Propiedades físicas. La asignación de propiedades físicas de las regiones, tanto del estator como de rotor, se resumen en las tablas 1 y 2.

Tabla 1. Asignación de materiales y de densidades de corriente para el estator

REGION	MATERIAL	$\theta=0^\circ$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=60^\circ$	$\theta=75^\circ$	$\theta=90^\circ$
PHA	VACÍO	6.12	6.83	7.08	6.83	6.12	5	3.54
PHB	VACÍO	-6.12	-5	-3.54	-1.83	0	1.83	3.54
PBC	VACÍO	0	1.83	3.54	5	6.12	6.83	7.08

Tabla 2. Asignación de materiales y de ángulos de imanación para el rotor

REGIÓN	MATERIAL	ÁNGULO DE IMANACIÓN	REGIÓN	MATERIAL	ÁNGULO DE IMANACIÓN
A1	VACIO		A10	RECOMA	47.5
A2	RECOMA	7.5	A11	RECOMA	52.5
A3	RECOMA	12.5	A12	RECOMA	57.5
A4	RECOMA	17.5	A13	RECOMA	62.5
A5	RECOMA	22.5	A14	RECOMA	67.5
A6	RECOMA	27.5	A15	RECOMA	72.5
A7	RECOMA	32.5	A16	RECOMA	77.5
A8	RECOMA	37.5	A17	RECOMA	82.5
A9	RECOMA	42.5	A18	VACIO	

Condiciones de frontera. Como la máquina es tetrapolar, tiene una simetría de revolución con respecto al eje **Z**, simetrías con respecto a los ejes **X** y **Y** y un devanado de paso entero, es suficiente hacer la simulación sobre un polo.

Suponemos que todo el flujo está confinado al interior de la máquina, entonces la componente del vector potencial magnético $A_z = 0$ ($B_n = 0$) sobre la frontera circular del diámetro externo del estator, condición Dirichlet nulo. Debido a la distribución de las líneas de flujo, se tiene la condición de frontera sobre los ejes **X** y **Y**, $\partial A_z / \partial n = 0$.

3.4 Solución del problema

Se trata de un problema de magnetostática axi-simétrico con vector potencial magnético en dos dimensiones, definido por:

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ j \\ j_z \end{pmatrix} \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_r \\ H_\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} B_r \\ B_\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} \right) = -j_z$$

El programa **FLUX2D** debe calcular el vector portencial A_z , sobre todos los elementos finitos generados en el mallaje. A partir de la solución podemos deducir muchas variables tanto locales (potencial, inducción y campo en un punto; flujo en una superficie) como globales (energía magnética, inductancias propias y mutuas, fuerzas, torques).

Potencial en un punto:

$$A(x, y) = \sum A_i \alpha_i(x, y)$$

Inducción en un punto:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \sum \vec{A}_i$$

Campo magnético en un punto:

$$\vec{H} = \vec{H}(\vec{B})$$

Flujo a través de una superficie:

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{teorema de Stokes})$$

Energía magnética:

$$W = \iiint_V \vec{H} d\vec{B} dv = L \iint_\Omega \vec{H} d\vec{B} d\Omega$$

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Las figuras 5, 6 y 7 muestran, respectivamente, la evolución de las líneas de flujo magnético, de la distribución de la inducción magnética en el entrehierro en vacío y para los ángulos de carga $\theta=0^\circ$, $\theta=30^\circ$, $\theta=60^\circ$, $\theta=90^\circ$ y del torque electromagnético, cuyos valores se resumen en la tabla 3. La figura 8 muestra el espectro de armónicos de la distribución de la inducción en vacío y la tabla 4 presenta el porcentaje de contenido de armónicos con respecto al fundamental.

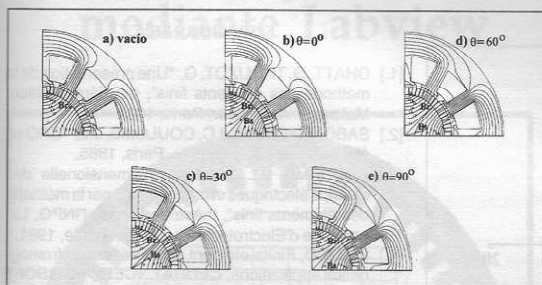


Figura 5. Evolución de las líneas de flujo magnético.

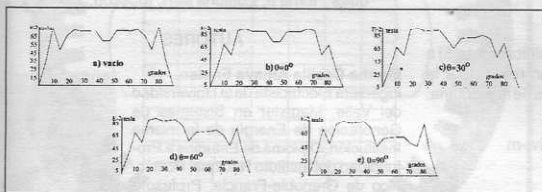


Figura 6. Evolución de la distribución espacial de la inducción en el entrehierro.

Tabla 3. Valores del flujo por polo, la inducción máxima, energía y torque electromagnético en el entrehierro

VARIABLE	VACIO	$\theta=0^\circ$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=60^\circ$	$\theta=75^\circ$	$\theta=90^\circ$
Flujo (Wb/polo) x 10 ⁻⁴	5.94	6.9	6.87	6.77	6.62	6.42	6.19	5.94
Inducción máxima	0.775	0.975	0.96	0.95	0.94	0.925	0.9	0.85
Energía (Julios)		3.81	3.78	3.68	3.51	3.31	3.08	2.84
Torque (Nw-m) x 10 ⁻⁴		-0.55	-0.68	-1.316	-1.86	-2.28	-2.54	-2.63

Tabla 4. Porcentaje del contenido de armónicos de la inducción en el entrehierro

ARMÓNICO	3	5	7	9	11	13	15	17
%	27.7	6.39	10.6	4.21	6.39	10.6	6.39	9.58

De los resultados anteriores podemos extraer algunas conclusiones con respecto a:

a) *Tipo de máquina*: de los resultados del cálculo del torque electromagnético se confirma fácilmente que se trata de una máquina sincrónica de polo liso. El campo resultante va siempre adelante del campo rotórico.

b) *Régimen de funcionamiento*: comparando las líneas equiflujo, la distribución de la inducción y los resultados de la energía almacenada, para los diferentes ángulos de carga, podemos concluir que se trata de un generador (disminución progresiva de la energía almacenada en el sistema a medida que aumenta la carga) con carga capacitiva (inducción máxima mayor en carga que en vacío).

c) *Saturación*: debido al tipo de carga, es una máquina fuertemente saturada (inducciones en los dientes entre 2.3 y 2.6 teslas); las líneas de fuga, en las figuras 5d y 5e, principalmente, confirman la saturación.

d) *Distribución de la inducción*: La distribución muestra claramente el efecto de las ranuras sobre la misma, este efecto de ranura traerá, como consecuencia, una ondulación del torque electromagnético para un punto de carga. Hay un contenido fuerte de armónicos que se van a reproducir en la tensión inducida, provocando interferencias y pérdidas. Todo esto debido a que la inducción tiene una distribución casi rectangular y el devanado concentrado y de paso entero no corrige esta anomalía.

e) *Torque electromagnético*: Los resultados de la simulación para el torque electromagnético ratifican el tipo de máquina sincrónica de polo liso que obedece a la fórmula bien conocida [5]:

$$\tau = k \sin \theta \text{ [Nw-m]}$$

donde: $k = 2.63$.

Estos resultados de la simulación

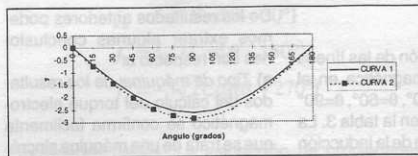


Figura 7. Evolución del torque electromagnético.
1: curva analítica, 2: resultados de simulación.

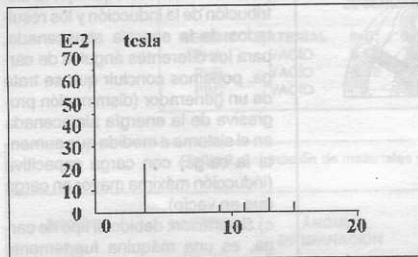


Figura 8. Espectro de la distribución de la inducción en el entrehierro.

los comparamos con los obtenidos analíticamente[5] a partir de la derivada de la energía con respecto a la posición y utilizando datos constructivos de la máquina:

$$\tau = \frac{1}{\mu_0} p^2 \tau_r \partial B_m / \partial \theta \sin \theta = 2.85 \sin \theta \text{ Nw-m}$$

con:

$$B_{sm} = \frac{1}{\delta \pi p} \sqrt{2} m_s \mu_0 I_s K_{devs} w_s$$

$$B_{rm} = \frac{1}{\delta \pi p} \sqrt{2} m_r \mu_0 I_r K_{devr} w_r$$

donde:

τ_r : paso polar

B_{sm}, B_{rm} : inducciones máximas del estator y rotor

m_s, m_r : número de fases del estator y rotor

I_s, I_r : corrientes eficaces del estator y rotor

K_{devs}, K_{devr} : factores de devanado del estator y rotor

w_s, w_r : número de espiras por fase del estator y rotor

La comparación muestra una gran concordancia entre la simulación y el cálculo analítico, con un porcentaje de error de sólo 7.7% y que nos permite concluir que una simulación en dos dimensiones es suficiente para efectos de diseño.

5. CONCLUSIONES

El método de los elementos finitos es un herramienta de trabajo poderosa, tanto para el diseñador de máquinas como para el analista de las mismas. Con respecto al diseño, permite seleccionar el proyecto óptimo, tanto desde el punto de vista de comportamiento (torque, regulación, rendimiento, pérdidas, etc.) como del punto de vista económico, ya que proporciona todas las características geométricas de la máquina.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1.] DHATT. G, THOUZOT. G, "Une présentation de la méthode des éléments finis", deuxième édition, Malone S. A. Editeur, París, 1984.
- [2.] SABONNADIÈRE. J.C, COULOMB. J.L, "CAO en électrotechnique", Hermes, París, 1985.
- [3.] COULOMB. J.L, "Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis", thèse de état de l'INPG, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, 1981.
- [4.] FLUX2D, Finite-element software for electromagnetics applications, CEDRAT (CEE), MAGSOFT (USA).
- [5.] IVANOV-SMOLENSKI. A.V, "Machines Electriques", tome II, Editions MIR, Moscou, 1979

AUTORES

Martha Cecilia Amaya Enciso.

Ingeniera Electricista de la Universidad del Valle, Magíster en Sistemas de Generación de Energía de la misma Institución, Diploma de Estudios a Profundidad del Instituto Nacional Politécnico de Grenoble-Francia. Profesora Asociada de la Cátedra de Conversión de Energía en la Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Valle; en la actualidad se encuentra en comisión de estudios para realizar el tercer año de Doctorado en el Instituto Nacional Politécnico de Grenoble-Francia. Su campo de investigación es la modelización y estudio en régimen transitorio de máquinas eléctricas.
CE: martha.amaya@maxwell.univalle.edu.co



Francisco Abel Rodán Hoyos.

Ingeniero Electricista de Universidad Tecnológica de Pereira, Diploma de Estudios a Profundidad del Instituto Nacional Politécnico de Grenoble-Francia. Profesor de tiempo completo en el área de potencia del Programa de Ingeniería Eléctrica de la Corporación Universitaria Autónoma de Occidente. Sus áreas de interés son las máquinas eléctricas y alta tensión.
CE: franrol@verne.cuao.edu.co

