

UN MODELO MATEMATICO PARA EL CORTE DE VARILLAS

CARLOS JULIO VIDAL H.
PROFESOR AUXILIAR.
DEPARTAMENTO DE INF. Y SISTEMAS.
FACULTAD DE INGENIERIAS.
UNIVERSIDAD DEL VALLE - COLOMBIA.

1. INTRODUCCION

En la práctica se presentan a menudo una serie de problemas relacionados con la mejor forma de realizar cortes de piezas longitudinales, tales como varillas de acero para la construcción, perfiles de aluminio, rollos de papel, etc.

En otras ocasiones se necesita determinar la forma óptima de cortar láminas de acero de determinadas dimensiones, de acuerdo a ciertas piezas o "blancos" requeridos. Esto ocurre muy frecuentemente en la Industria Metalmeccánica.

En ambos casos, la forma óptima de los cortes se refiere al hecho de obtener lo requerido produciendo el mínimo desperdicio posible, considerando como desperdicio cortes remanentes que no se puedan utilizar debido a las dimensiones resultantes, después de realizar los cortes principales.

Existen otros problemas que se refieren al hecho de realizar, en la mejor forma posible, el acomodamiento de objetos tridimensionales en recipientes, tales como rollos de papel de diferentes dimensiones dentro de contenedores, cajas de cartón dentro de camiones, etc.

Los tres problemas descritos se enmarcan en una, dos y tres dimensiones, respectivamente. La solución que se les da en la mayoría de los casos, por no decir en todos, es empírica y basada en la intuición. Puede que muchas veces la solución intuitiva sea la mejor, pero en otras ocasiones existen bases fuertes para dudar que lo sea. Por ejemplo, un desperdicio del 10% en peso al cortar varillas para una construcción parece exagerado y además es muy costoso. ¿Será posible disminuirlo?

La dificultad de solución de los problemas crece proporcionalmente a la dimensión del mismo, ya que las alternativas posibles aumentan generalmente con la dimensión.

Se pretende aquí describir el problema que existe cuando se realizan cortes de varillas para la industria de construcción y se trata de esbozar un modelo de Programación Lineal Entera para su solución,

planteando la dificultad no de resolver el modelo, sino de llegar a él, debido al gran número de alternativas que se presentan.

2. UN CASO SEMEJANTE, PERO MUY SIMPLE.

Para comprender mejor el problema, se presenta a continuación el modelo matemático para un caso semejante, pero muy sencillo, debido al pequeño número de alternativas que se presentan.

Supóngase que se tienen varillas de acero, en cantidad suficiente, de 12 metros de longitud cada una, y que se requieren cortes de las siguientes dimensiones y cantidades:

DIMENSIONES (m)	CANTIDAD
3.00	100
5.00	150
7.00	200
8.00	85

Se desea saber cómo cortar las varillas de 12 metros, de tal forma que el desperdicio sea mínimo. Se considera, en este caso, el desperdicio como cortes menores que 3.00 metros de longitud.

Obsérvese que existen diversas formas posibles y lógicas de cortar cada varilla de 12 m, de tal forma que se obtengan las varillas de las dimensiones deseadas. Para poder formular el modelo deben describirse exhaustivamente todas estas formas.

Para este caso, las combinaciones posibles o los patrones de corte factibles son los siguientes:

DIMEN- SION DE LA VARILLA \ PATRON DE CORTE	1	2	3	4	5	6
3.00	4	2	1	1	0	0
5.00	0	1	0	0	2	1
7.00	0	0	1	0	0	1
8.00	0	0	0	1	0	0
DESPERDICIO (M)	0	1	2	1	2	0

O sea que existen 6 formas lógicas de cortar las varillas de 12 m. Por ejemplo, en el patrón de corte No. 3 se obtiene una varilla de 3.00 m y una varilla de 7.00 m, produciéndose un desperdicio de 2.00 m. Los demás patrones de corte se interpretan en forma semejante.

Con base en estos 6 patrones de corte se definen las variables de decisión, así:

Sea X_i = Número de varillas de 12 m. a cortar según el patrón $i=1,2, \dots, 6$.

Así el modelo de Programación Lineal Entera será el siguiente:

MINIMIZAR DESPERDICIO $D = X_2 + 2X_3 + X_4 + 2X_5$
SUJETO A:

$$\begin{array}{rcl} 4X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4 & \geq & 100 \\ X_2 + 2X_5 + X_6 & \geq & 150 \\ X_3 & \geq & 200 + X_6 \\ X_4 & \geq & 85 \end{array}$$

$$X_i \geq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

La solución de este modelo brindará la mejor forma de hacer los cortes para que el desperdicio sea mínimo.

Nótese que para poder formular el modelo fué necesario describir explícitamente todos los posibles patrones de corte lógicos.

Obsérvese también algo muy importante: se consideran como desperdicios varillas de longitudes menores

de 3.00 m. Pero si en otra parte de la construcción se utilizan varillas de longitudes menores de 3.00 m, por ejemplo de 2.00 m, ya éstas no serán desperdicios y podrían utilizarse. Por lo tanto, para minimizar realmente los costos totales para todo el sistema, deben tenerse en cuenta todas sus necesidades y no una particular. Al parecer esto último ocurre a menudo y por ello el desperdicio aumenta.

3. EL PROBLEMA

En la práctica el problema es más complejo. Ya no sólo existen varillas de 12 m. para cortar, sino de 3, 6 y 12 m. de longitud del calibre adecuado^(*), y en cantidad suficiente.

Y ahora, las longitudes requeridas varían desde 1.00 m hasta 12.00 m. Por simplificación, se supone que los requerimientos de longitudes varían desde 1.00 hasta 12.00 m., de 0.50 en 0.50 m., o sea que ellos son: 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00, ..., 11.00, 11.50, 12.00 m. El problema sería más complejo aún si se requirieran longitudes intermedias. Por lo tanto, se consideran como desperdicio pedazos de varilla de longitudes menores que 1.00 m., en este caso de 0.50 m., de acuerdo a las condiciones impuestas.

Si se supone que en la construcción se requiere de toda la gama de longitudes entre 1.00 m. y 12.00 m., de 0.50 en 0.50 m., habría entonces 23 longitudes diferentes de varillas, cada una con una demanda probablemente diferente.

El problema inicial consiste en generar todas las posi-

(*) Obsérvese que el calibre o diámetro de la varilla no influye en la determinación de los patrones de corte.

bles alternativas ó patrones de corte lógicos.

La primera pregunta que cabe hacerse es la siguiente: ¿Cuál es el número de patrones de corte lógicos bajo estas condiciones? ¿Se puede determinar matemáticamente? ¿Se puede al menos estimar?

La segunda pregunta es la siguiente: ¿Sería demasiado complejo el diseño de un algoritmo que genere todos los posibles patrones de corte lógicos?

Una vez se hayan resuelto estas preguntas y se hayan generado todos los posibles patrones de corte lógicos, la construcción del modelo es inmediata y, probablemente, también su solución. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que existen tres posibles longitudes de varillas "en bruto" para cortar, en vez de una, como en el caso simple.

Otro aspecto que debe considerarse es el hecho de plantear la posibilidad de formular un modelo general, que funcione para cualquier demanda o requerimientos, ya que de no ser así, existiría un modelo diferente para cada demanda, lo cual haría inmanejable el problema.

Hasta el momento, sólo se ha tenido en cuenta la minimización del desperdicio. Sin embargo, el modelo podría considerar algunos otros factores de interés. Como de todas formas, al minimizar el desperdicio se busca minimizar costos, cabría la posibilidad de incluir:

- (a) Los costos de corte de las varillas, los cuales no se han tenido en cuenta y pueden depender del número de cortes que se le realice a cada varilla.
- (b) Los costos de inventario de varillas cortadas en exceso, puesto que el modelo acepta la posibilidad de que en la solución óptima se obtengan más varillas de las que se necesitan (por ello las restricciones de $\geq$), ya que si nó, lo más probable es que el modelo presente ninguna solución factible y más aún dentro de los números enteros. Por ejemplo, en el modelo simple planteado en el numeral 2, se presentan las siguientes soluciones óptimas:

PRIMERA SOLUCION	SEGUNDA SOLUCION
$X_1 = 4$	$X_1 = 10$
$X_2 = 0$	$X_2 = 0$
$X_3 = 0$	$X_3 = 0$
$X_4 = 85$	$X_4 = 85$
$X_5 = 0$	$X_5 = 0$
$X_6 = 200$	$X_6 = 200$
$D^*_{\min} = 85$	$D^*_{\min} = 85$

En ambas soluciones se presenta el desperdicio mínimo de 85 m y se satisface la demanda. Sin embargo, en la segunda solución "sobran" más varillas y, además, se deben realizar más cortes totales (*). Así, la primera solución, desde este punto de vista, es mejor.

La gran conclusión de lo expresado anteriormente es que una vez resuelto el problema principal de generar todos los posibles patrones de corte lógicos, se deben tener en cuenta otros costos y otros aspectos del sistema en forma global, para acercarse más a la solución óptima real. El desconocer la influencia de otros factores sobre los costos totales es lo que conlleva a la subutilización de los recursos en muchas organizaciones actuales.

Para finalizar, se plantea otra posibilidad real que puede ocurrir.

Obsérvese que al comienzo se afirmó que se disponía de un número "ilimitado" de varillas de 3, 6 y 12 m. para ser cortadas. Son embargo, puede darse el caso de que la organización disponga de ciertas cantidades definidas de varillas de cada una de las tres longitudes en inventario y que desee aprovecharlas de la mejor manera posible. Si el número total de varillas disponible es suficiente para cubrir la demanda, ¿Qué cambio ó adición se debe hacer al modelo original? ¿Puede cambiar este aspecto el número posible de patrones de corte lógicos?

4. ALGUNAS CONCLUSIONES E INTERROGANTES

El problema descrito anteriormente trata de mostrar una posible aplicación práctica de la Investigación de Operaciones, a través de la Programación Lineal Entera, en un tipo de organizaciones de nuestro medio.

Se ha planteado un método básico y se han expresado algunos otros aspectos a ser tenidos en cuenta en un modelo más elaborado. Sin embargo, en un principio, el modelo básico inicial puede brindar resultados satisfactorios, siempre y cuando, obviamente se logre llegar a él. Porque vale la pena plantearse el interrogante de si se justifica o nó realizar el esfuerzo de formular el modelo contra los posibles ahorros que se deriven de su solución. Esto sería algo apasionante de verificar en la práctica.

Como una guía para encontrar la respuesta debe decirse que un estudiante del Magister en Ingeniería

(*) Obsérvese que en general, la variable X_1 puede tomar cualquier valor entero mayor o igual a 4 y la solución óptima sigue siendo la misma. Sucede lo mismo para la variable X_6 .

Industrial y de Sistemas de la Universidad del valle, Ingeniero Civil, aseguró que un Ingeniero de tiempo completo tardaba alrededor de una semana en definir intuitivamente la forma de realizar los cortes. Además afirmó que el desperdicio de hierro en una construcción de magnitud considerable podría llegar a decenas de millones de pesos.

Por otra parte, se busca también que el lector trate de identificar problemas reales semejantes y discuta acerca de la posible formulación de un modelo matemático. Debe recordarse que problemas semejantes se encuentran en 1, 2 y 3 dimensiones.

Finalmente, se le plantea al lector el reto de encontrar la respuesta, si ésta existe, de los interrogantes planteados en el numeral 3, principalmente con respecto a la forma de determinar todos los posibles patrones de corte lógicos y con respecto a la búsqueda de un algoritmo que haga lo anterior, llegando inclusive a la formulación del modelo.