

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE RUTEO DE VEHÍCULO EN UNA INDUSTRIA DEL
SECTOR ALIMENTICIO EN EL VALLE DEL CAUCA APLICANDO EL
ALGORITMO DE PETALOS**

Presentado por:

**JORGE LUIS PINTO MORALES
FABIAN ALEXIS ROJAS HERNANDEZ**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
SANTIAGO DE CALI
2013**

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE RUTEO DE VEHÍCULO EN UNA INDUSTRIA DEL
SECTOR ALIMENTICIO EN EL VALLE DEL CAUCA APLICANDO EL
ALGORITMO DE PETALOS**

Presentado por:

**JORGE LUIS PINTO MORALES
FABIAN ALEXIS ROJAS HERNANDEZ**

**Para optar al título de:
INGENIERO INDUSTRIAL**

Director:

Ing. JULIO CESAR LONDOÑO

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
SANTIAGO DE CALI
2013**

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	8
2.	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	10
2.1.	Planteamiento del problema	10
2.2.	Objetivos.....	12
2.2.1.	Objetivo general.....	12
2.2.2.	Objetivos específicos	12
3.	MARCO TEÓRICO.....	13
3.1.	Heurísticas para la solución del VRP	14
3.1.1.	Método del Barrido.....	14
3.1.1.1.	El problema del agente viajero TSP	15
3.1.1.2.	Algoritmo MTZ para la eliminación de Sub-rutas	16
3.1.2	Heurística de Pétalos.....	16
4.	PROCESO METODOLÓGICO.....	18
4.1.	Identificación del Sistema.....	19
4.1.1.	Obtención de datos.....	19
4.1.2.	Matriz de distancias	19
4.1.3.	Flota de camiones	21
4.2.	Asignación de rutas.....	21
4.2.1.	Aplicación del algoritmo de Barrido.	21
4.2.1.1.	Resultados algoritmo de Barrido.....	27
4.2.2.	Secuenciación	28
4.2.2.1.	Aplicación del Algoritmo de secuenciación MTZ en AMPL.	28
4.2.2.2.	Modelo MTZ en AMPL	31
4.2.3.	Solución del modelo de Secuenciación.....	36
4.3.	Solución Sistema de ruteo – Heurística de Pétalos.....	36
4.3.2.	Aplicación de la Heurística de Pétalos en AMPL.	37
4.3.3.	Solución del algoritmo de Pétalos.....	40

5.	ANÁLISIS SISTEMA DE RUTEO.....	51
5.1.	Escenario 1. Variación en la visita al cliente de mayor demanda.	51
5.2.	Escenario 2. Variación en la visita al cliente más lejano	52
6.	PROPUESTA DE DISEÑO PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO IMPLEMENTANDO ZONIFICACIÓN.....	53
6.1.	Formulación del modelo para la Solución del VRP.....	53
6.1.1.	Notación y Definición.....	53
6.2.	Construcción Caso Zonificación.	55
6.3.	Resultados de la modelación aplicada en la zonificación.....	58
7.	ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN DEL CASO ESTUDIO (VRP)	65
7.1.	Creación de escenarios basados en la interpretación del costo Dual o precio sombra en los resultados del modelo.....	66
7.1.2.	Zona Sur con restricción del cliente de mayor precio sombra.	68
8.	CONCLUSIONES.....	69
	BIBLIOGRAFÍA.....	71

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.

Ilustración 1. Ejemplo de un problema de ruteo de vehículos con 1 depósito y 13 clientes.	11
Ilustración 2. Marco general de un Generador de Modelos	30
Ilustración 3. Ubicación de clientes en la Ciudad de Cali	38
Ilustración 4. Zonas de Distribución	57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Recopilación de datos.....	20
Tabla 2. Ejemplo matriz de distancia.....	21
Tabla 3. Ruta 1 - Aplicación método del Barrido.....	24
Tabla 4. Ruta 2 - Aplicación método del Barrido.....	24
Tabla 5. Ruta 3 - Aplicación método del Barrido.....	25
Tabla 6. Ruta 4 - Aplicación método del Barrido.....	25
Tabla 7. Ruta 5 - Aplicación método del Barrido.....	26
Tabla 8. Ruta 6 - Aplicación método del Barrido.....	26
Tabla 9. Ruta 7 - Aplicación método del Barrido.....	26
Tabla 10. Ruta 8 - Aplicación método del Barrido	27
Tabla 11. Ruta 9 - Aplicación método del Barrido	27
Tabla 12. Modelo MTZ en AMPL	32
Tabla 13. Ejemplo Primera Ruta	33
Tabla 14. Matriz de Distancia Ruta 1.....	33
Tabla 15. Datos del MTZ en AMPL.....	34
Tabla 16. Resultado del Modelo MTZ.....	35
Tabla 17. Resultados del método de Secuenciación.	39
Tabla 18. Datos ruta 8	40
Tabla 19. Datos Ruta 21.....	41
Tabla 20. Datos de la ruta 22.....	43
Tabla 21. Datos Ruta 23.....	44
Tabla 22. Datos de la Ruta 25.....	46
Tabla 23. Datos Ruta 26.....	47
Tabla 24. Datos Ruta 27.....	48
Tabla 25. Datos Ruta 116	49

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Inicio Algoritmo del Barrido	22
Gráfico 2. Algoritmo del Barrido ejemplo 1	23
Gráfico 3. Algoritmo del Barrido ejemplo 2	23
Gráfico 4. Secuencia Ruta 8	41
Gráfico 5. Secuencia Ruta 21	42
Gráfico 6. Secuencia ruta 22	44
Gráfico 7. Secuencia Ruta 23	45
Gráfico 8. Secuencia Ruta 25	46
Gráfico 9. Secuencia Ruta 26	47
Gráfico 10. Secuencia Ruta 27	49
Gráfico 11. Secuencia Ruta 116	50
Gráfico 12. Ruta 1 Norte	59
Gráfico 13. Ruta 2 Norte	60
Gráfico 14. Ruta 3 Norte	60
Gráfico 15. Ruta 1 Occidente	61
Gráfico 16. Ruta 2 Occidente	61
Gráfico 17. Ruta 3 Occidente	62
Gráfico 18. Ruta Sur	62
Gráfico 19. Ruta 1 Oriente	63
Gráfico 20. Ruta 2 Oriente	63
Gráfico 21. Ruta Suroeste	64
Gráfico 22. Ruta Noroeste	64
Gráfico 23. Ruta Sur (menor precio sombra)	67
Gráfico 24. Cambio de arcos debido a que no se visita el cliente 76.	68
Gráfico 25. Ruta Sur (mayor precio sombra)	68

1. INTRODUCCIÓN.

Los sistemas de transporte se encuentran dentro del grupo de los elementos primordiales de la cadena de abastecimiento, siendo una de las actividades claves en la logística (Vidal 2010); una parte importante de estos sistemas se centra en el despacho de productos a los clientes, lo que representa una situación compleja a solucionar dentro de una organización, denominado como el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP) (Olivera 2004).

La distribución de productos representa un proceso clave dentro de la empresa, que cumple con el propósito de generar valor agregado, en la cual se comprometen recursos como vehículos, equipos, personas e instalaciones, y cuyo uso representa un costo en la cadena de abastecimiento; (Chopra y Meindl 2008) mencionan además, que en la generación de valor agregado, es importante tener en cuenta la experiencia del cliente, que se refiere a la facilidad con que ellos pueden colocar y recibir los pedidos.

La colocación de productos desde los depósitos de almacenamiento a los centros de distribución o clientes finales; es una actividad compleja que se realiza a diario en las empresas que comercializan bienes; la adecuada planificación de las actividades de distribución puede significar considerables ahorros en los costos de transporte; (Toth y Vigo 2000) mostraron que estos costos representan entre el 10% y el 20% del valor final de los bienes y por tal razón, la utilización de técnicas de investigación operativa es útil para encontrar soluciones (rutas) que cumplan el propósito de satisfacer la necesidades de los clientes a menores costos. El ahorro puede lograrse como lo mencionan (Kytöjoki, Nuortio et al. 2007), diseñando rutas de alta calidad, que se construye cuando se utiliza adecuadamente la flota disponible de vehículos en los horarios establecidos para realizar la distribución de los productos.

Para la solución del problema de la distribución se han propuesto modelos que encuentran la solución óptima, aplicando sólo en casos donde el número de clientes es inferior a 50, debido a que el requerimiento computacional es demasiado alto, mientras que en problemas más complejos y con más variables (número elevado de clientes, ventanas de tiempo y restricciones de capacidad), se hace necesaria la utilización de

heurísticas que, aunque no aseguran encontrar la mejor solución, proporcionan una de buena calidad, aceptable y en un tiempo de computo admisible (Jaques Pirabán, 2008).

Una de las heurísticas de solución que permite llegar a un resultado factible es el algoritmo de pétalos el cual parte de un grupo de rutas que cumplen las restricciones y selecciona un subconjunto de éstas de costo mínimo que visite exactamente una vez a cada cliente. Este trabajo de grado presenta como propuesta de investigación la realización de un sistema de ruteo de vehículos en una empresa de alimentos utilizando la heurística de algoritmo de pétalos.

En este documento se presenta la descripción del problema objeto de estudio, los objetivos que se proponen alcanzar, una revisión de las teorías utilizadas para la solución del problema de ruteo de vehículos, la metodología que se sugiere, la creación y aplicación de los modelos y las soluciones o hallazgos encontrados tanto en el modelo inicial como en los escenarios que se presentan.

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1. Planteamiento del problema

De manera general, un problema de ruteo de vehículos contempla un conjunto de clientes, depósitos dispersos geográficamente y una flota de transporte (Ryan, Hjorring et al. 1993). Cada cliente tiene cierta demanda que deberá ser satisfecha por un vehículo de acuerdo al volumen y la cantidad de sus productos, estos ocupan un lugar en él y es común que uno solo transporte no pueda satisfacer la demanda de todos los consumidores en una misma ruta (Olivera, 2004); por otro lado, los clientes podrían tener restricciones relativas a su horario de servicio, estas se expresan en forma de intervalos de tiempo (llamados ventanas de tiempo) en los que se puede arribar al cliente (Li and Lim 2002). La figura 1 representa la situación descrita anteriormente.

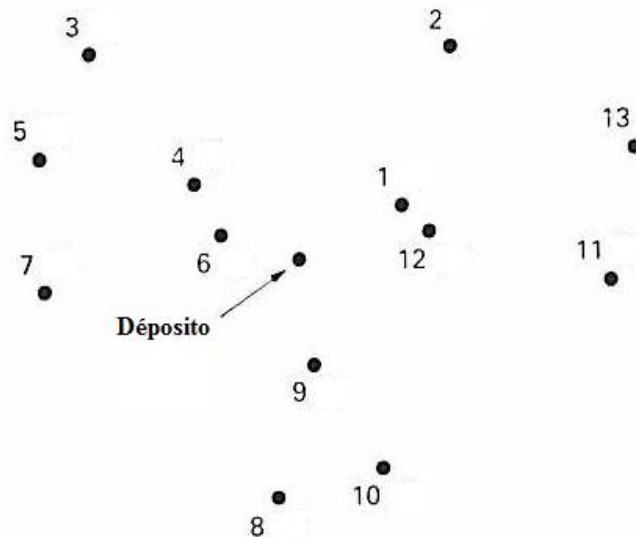
En la figura 1, se observan las diferentes localidades de la cadena de suministro involucradas en el proceso de distribución, identificándose el depósito y 13 instalaciones que deben ser visitadas desde dicho almacén con el propósito de satisfacer sus demandas. Para lograr esta situación, deberá partir un vehículo y visitar una serie de clientes desplazándose por las posibles vías con distancias conocidas.

Los vehículos tienen asociado un costo fijo en el que se incurre al utilizarlo y un costo variable proporcional a la distancia que recorra; estos se nombran como flota homogénea cuando los factores (capacidad, costo, etc.) son iguales, y en el caso donde hay diferencias, se denota como flota heterogénea (Vidal 2010). La cantidad de vehículos disponibles es un dato de entrada para el problema que en ocasiones puede determinarse como una variable de decisión. El objetivo más usual suele ser utilizar la menor cantidad de vehículos y minimizar la distancia recorrida ocupa un segundo lugar.

De acuerdo a los factores que contempla el VRP, el desempeño de una red de distribución debe ser evaluado en dos dimensiones.

- Cumplimiento o satisfacción de las necesidades del cliente.
- El costo asociado a realizar la actividad anterior.

Ilustración 1. Ejemplo de un problema de ruteo de vehículos con 1 depósito y 13 clientes.



Fuente: Adaptado de (Ryan, Hjring et al. 1993), Extensions of the Petal Method for Vehicle Routing, 1993

De esta manera, la compañía debe evaluar el impacto sobre el servicio al cliente y el costo mientras compara las diferentes opciones de redes. Las necesidades del cliente que son satisfechas influyen en los ingresos que, junto con el costo, deciden la rentabilidad de la red de entregas (Chopra y Meindl, 2008).

El VRP es un problema de complejidad computacional, lo que impide que su solución se realice en tiempo polinomial, es por esto que se denomina NP-hard (NP-difícil), lo que impide alcanzar una solución óptima, y dependiendo de las características especiales de clientes, locaciones y producto/servicio, requiere la elaboración de una metodología de solución específica con la cual sea posible aproximarse de la manera más viable al óptimo (González V. y González A. 2006).

Desde el siglo pasado se han desarrollado investigaciones alrededor de las soluciones que se pueden presentar para el problema del enrutamiento de vehículos. En 1959, se realizó por primera vez una formulación del problema para una aplicación de distribución de combustible (Dantzig and Ramser 1959); después se propuso el primer algoritmo que resultó efectivo para su resolución: el Algoritmo de Ahorros (Clarke and Wright 1964). A partir de estas investigaciones, el concepto de ruteo de vehículos y su problemática

arraigada mantiene en constante crecimiento, por un lado, hacia modelos que incorporen cada vez más características de la realidad, y por otro, en la búsqueda de algoritmos que permitan resolver los problemas de manera eficiente (Olivera 2004).

En este caso se plantea una investigación que se abordará utilizando información de un caso real en una empresa de alimentos del Valle del Cauca, el cual distribuye sus productos a clientes mayoritarios y detallistas en la ciudad de Santiago de Cali. Para el desarrollo se aplicará el Algoritmo de Pétalos, que plantea la solución en dos fases, la primera se encarga de encontrar de un conjunto de rutas factibles (R) donde cada cliente es visitado por varias rutas, estas son determinadas por una heurística de ruteo, la segunda fase, busca a partir del conjunto de R seleccionar un subconjunto de costo mínimo que visite exactamente una vez a cada usuario y encontrar así una solución factible. Este caso en particular cuenta con una flota de vehículos homogénea, cada cliente posee una demanda determinística y no se cuenta con restricciones en las horas de visitas.

2.2. Objetivos

2.2.1. Objetivo general

Diseñar un sistema de ruteo de vehículos para la distribución de productos perecederos en una organización del Valle del Cauca utilizando el algoritmo de pétalos, para satisfacer las necesidades de los clientes a menores costos.

2.2.2. Objetivos específicos

- Establecer los principales elementos dentro del ruteo de vehículos, analizando los diferentes factores necesarios para la aplicación de un algoritmo de pétalos.
- Elaborar un caso de estudio, a partir de datos reales, con el propósito de formular un problema de ruteo de vehículos.
- Construir un modelo matemático que permita aplicar el algoritmo de Pétalos para el caso de estudio con el fin de resolver un problema de ruteo de vehículos.
- Evaluar el desempeño del algoritmo de pétalos, bajo diferentes escenarios, para determinar conclusiones de utilidad práctica.

3. MARCO TEÓRICO

El problema de enrutamiento de vehículos es conocido como el VRP, este representa un conjunto de nodos a ser visitados (clientes) y un conjunto de vehículos inicialmente ubicados en un nodo particular (deposito), el objetivo es asignar rutas a los vehículos (secuencia ordenada de nodos) tendiente a minimizar el costo total de transporte (Jaque Pirabán 2008).

En el estudio del VRP se han determinado diferentes variaciones con el propósito de acercarse a situaciones reales del problema, estos problemas incluyen la adición de variables y restricciones. Una de las más utilizadas es el CVRP (Capacited Vehicle Routing Problem) es una variante donde se tiene en cuenta la capacidad determinística variable de los vehículos. Por otro lado también a lo largo del estudio de ruteo se han originado otras variaciones como el VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows) que se produce al incluir ventanas de tiempo para realizar las entregas, estos son periodos fijos durante los cuales se puede realizar la entrega a los clientes. Existen otros casos en los que se varían el número de depósitos conocidos como MDVRP (Multiple Deposits Vehicle Routing Problem).

SVRP (Sochastic Vehicle Routing Problem) corresponde a una familia de problemas donde alguna o varias variables del problema son aleatorias y varían en el tiempo, se conocen tres enfoques principales de este problema: (1) El VRPSD (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands), en donde solo son conocidas las demandas de los clientes con una distribución de probabilidad. (2) El VRPSC (Vehicle Routing Problem with Stochastic Customers) en este caso la variable aleatoria son los clientes, quienes se presentan con una determinada probabilidad. (3) El VRPST (Vehicle Routing Problem with Stochastic Times), aquí, los tiempos de viaje y de servicio son variables estocásticas. (Jaque Pirabán 2008)

Este marco teórico se ve enfocado en el VRP, presentando las principales teorías que serán utilizadas en el desarrollo de este trabajo de grado.

3.1. Heurísticas para la solución del VRP

Las principales heurísticas estudiadas para la apropiada solución del sistema de ruteo son:

3.1.1. Método del Barrido.

Uno de los algoritmos más sencillo para la formación de rutas para un problema de enrutamiento es conocido como Barrido, en él las rutas se forman girando una semirrecta con origen en el depósito e incorporando los clientes “barridos” por dicha semirrecta hasta que se cumpla con la restricción de capacidad luego, cada clúster es ruteado resolviendo un TSP (Traveling Salesman Problem/Problema del viajero) de forma exacta o aproximada.

Este algoritmo puede aplicarse en problemas planos, es decir, en los que cada nodo se corresponde con un punto en el plano y las distancias entre ellos se definen como la distancia Euclídea. Se supone que cada cliente i esta dado por sus coordenadas polares (ρ_i, θ_i) en un sistema que tiene al depósito como origen.

Paso 1 Inicialización. Ordenar los clientes según θ de manera creciente. Si dos clientes tienen igual valor de θ , colocar primero el de menor valor de ρ . Seleccionar un cliente w para comenzar y hacer $k := 1$ y $C_k := \{w\}$

Paso 2 Selección. Si todos los clientes pertenecen a algún clúster, ir a 3. Si no, seleccionar el siguiente cliente w_i . Si w_i puede ser agregado C_k sin violar las restricciones de capacidad, hacer $C_k := C_k \cup \{w_i\}$. Si no, hacer $k := k + 1$ y crear un nuevo clúster $C_k := \{w_i\}$. Ir a 2.

Paso 3 Optimización. Para cada clúster C_k para $t = 1, \dots, k$, resolver un TSP con sus clientes.

El procedimiento se repite n veces, comenzando en cada ejecución por un cliente diferente. Se propone además un procedimiento para eliminar clientes de cada ruta

finalizada e insertar clientes que aun no fueron visitados, en el caso que esto disminuya el costo de la ruta. Los clientes eliminados de la ruta serán barridos por alguna ruta posterior.

En la solución del VRP el método del Barrido como se explica sólo nos proporciona el número de clientes dentro de una ruta, pero no estima la secuencia, el recorrido y la distancia, por tanto es apropiado que se estudien métodos que proporcionen estos datos.

3.1.1.1. El problema del agente viajero TSP

En el estudio del problema de ruteo de vehículos se encuentra que la forma más simple de formular es la dada por el Problema del Agente Viajero (TSP) donde se dispone de un solo vehículo encargado de visitar cada cliente en una sola ruta al costo mínimo, en este caso el depósito si existe no se distingue de los clientes, no tiene una demanda asociada a los clientes además de no poseer restricciones temporales, según (Dantzig, 1954), propone la siguiente notación:

$$\min \sum_{i,j \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (1.2)$$

$$\sum_{j \in \Delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \in V \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \forall (i,j) \in E \quad (1.5)$$

x_{ij} es una variable binaria que indica si el arco (i, j) es utilizado en la solución. La función objetivo (1.1) establece que el costo total de la solución es la suma de los costos de los arcos utilizados. Las restricciones 1.2 y 1.3 indican que la ruta debe llegar y abandonar cada nodo exactamente una vez. Finalmente, las restricciones 1.4 son llamadas restricciones de eliminación de sub-tours e indican que todo subconjunto de nodos S debe ser abandonado al menos una vez.

3.1.1.2. Algoritmo MTZ para la eliminación de Sub-rutas

Es una generalización del TSP donde cada ruta inicia y finaliza en el depósito y puede contener a lo sumo k clientes. Una formulación a este tipo de problemas fue modelado por Miller, Tucker y Zemlin (1960), donde se tuvieron en cuenta restricciones del modelo elemental del TSP, reemplazando la restricción (1.4), por:

$$u_i - u_j + nX_{ij} \leq n - 1 \quad \forall (i, j) \in E, i \neq 0, j \neq 0 \quad (2.1)$$

La restricción (2.1) realiza al igual que la restricción (1.4) la eliminación de las subrutas pero incluyendo las variables reales u_i para $i = 1, \dots, n$, cumpliendo con el propósito de forzar a que las variables reales u determinen una cantidad estrictamente creciente a lo largo de la ruta (es decir, $u_j \geq u_i + 1$ si j es visitado inmediatamente después que i). (Olivera 2004)

3.1.2 Heurística de Pétalos

Para el desarrollo del algoritmo se disponen de un conjunto de rutas S las cuales se crean previamente mediante varios algoritmos de generación de ellas, de modo que cada ruta $r \in S$ es factible. Puede que un cliente sea visitado por varias rutas dado que sus generaciones vienen de diferentes métodos y heurísticas, por lo tanto, se genera el problema de seleccionar un subconjunto final de S de costo mínimo que visite solo una vez a cada cliente resolviendo el problema de Set Partitioning Problem

$$\min \sum_{k \in S} c_k x_k \quad (3.1)$$

$$\sum_{k \in S} a_{ik} x_k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$x_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in S \quad (3.3)$$

c_k = es el costo del pétalo

$x_k = 1$ Si y solo si la ruta r_k pertenece a la solución, de lo contrario es cero.

a_{ik} Es un parámetro binario, el cual toma el valor de 1 cuando i pertenece a la ruta k , de lo contrario vale cero.

Dado el caso extremo de que S contenga todas las posibles rutas factibles, solucionar el SPP conlleva a resolver el problema en forma exacta. En general cada columna del SPP representa una ruta de R . Cuando en toda columna los ceros aparecen de forma consecutiva, el problema verifica la propiedad de Columnas Circulares y el SPP correspondiente puede ser resuelto en tiempo polinomial, pero se convierte en impráctico cuando S es muy grande (Boctor and Renaud 2000). Ya en el contexto del problema, la propiedad establece que, para determinado ordenamiento de los clientes del problema, se forma un intervalo con el conjunto de clientes visitado por cada ruta (que en algunos casos tiene forma de pétalo).

Reglas heurísticas para la generación de un prometedor subconjunto S de las rutas de vehículos simples, llamado 1-pétalos, se ha desarrollado por (Foster and Ryan 1976) y por (Ryan, Hjring et al. 1993). (Renaud, Boctor et al. 1996), incluyen en S no solo las rutas de un solo vehículo, sino también las configuraciones, llamadas 2-pétalos, que consiste en dos incrustaciones o en intersecciones de rutas.

4. PROCESO METODOLÓGICO.

En el caso de estudio diseñado se planteó que la forma de llevar a cabo la aplicación del algoritmo de pétalos para un caso de 80 clientes, se realizará en diferentes fases.

En la primera fase se hace necesario recoger la información con el propósito de conocer el sistema, se establecen los antecedentes y se formula el problema específico a resolver. Debe quedar la información de los parámetros bajo los cuales opera el sistema y los antecedentes al problema para así poder definir el objetivo de la investigación.

Se realiza la agrupación de clientes mediante el método de Barrido, donde se asignan a una ruta cumpliendo las restricciones de capacidad. Este método agrupa los clientes barriendo en un solo sentido teniendo en cuenta las coordenadas cartesianas, se busca que al hacer el ruteo se recorran menores distancias, con el propósito de brindarle al modelo mejores rutas y que se seleccione la mejor; para el desarrollo de esta fase, se utilizó una hoja de cálculo.

Una vez conocido el posible conjunto de rutas, se pasa a la fase de secuenciación el cual se desarrolla a partir del método MTZ creado por Miller-Tucker-Zemlin, en esta fase se construye en lenguaje de máquina los programas que representan dichos algoritmos. Se utiliza el servidor que funciona en base al CPLEX llamado el NEOS SERVER MINTO, el cual funciona por medio de programación en formato AMPL (por sus siglas en ingles, A Modeling Language for Mathematical Programming) es de uso libre y se encuentra disponible para ser accedido de manera gratuita en Internet. A este servidor se le entregaran tres archivos para la solución del problema, los tres deben ir en archivo de texto, el primero, debe contener el modelo, el segundo, los datos y el tercero, los comandos. El servidor hace uso de la información suministrada para resolver el problema y entregar la solución.

Una vez se obtienen las rutas, estas se utilizan para el desarrollo del algoritmo de pétalos de acuerdo a las restricciones y parámetros conseguidos en la secuenciación, donde se busca obtener el grupo de rutas que minimicen el costo.

Se analiza el resultado obtenido, comparándolo con nuevos resultados que se obtienen de resolver el mismo problema bajo diferentes condiciones (escenarios), contruidos con base en las variaciones que se puedan presentar de las condiciones iniciales. Por último, se realiza un nuevo método de solución al problema a partir de la modelación matemática del VRP, desarrollado a partir de la creación de zonas de agrupamiento de clientes encontrando nuevas soluciones, con el propósito de comparar la solución obtenida con respecto al obtenido por el método de Pétalos.

4.1. Identificación del Sistema.

El primer paso para la consecución de los objetivos de este proyecto es conocer los antecedentes del caso estudio. Esto datos fueron suministrados por una industria del sector alimenticio de la ciudad de Cali, el cual realiza el despacho de estos suministros en toda la zona urbana; en las tablas proporcionadas por la compañía se detalla la demanda por semana, se analizan los datos, obteniendo una totalidad de 80 clientes, los cuales una vez identificados se procede a realizar el levantamiento de la información.

4.1.1. Obtención de datos.

Identificado el número de clientes se prosigue con la obtención de los datos, para esto se hace uso de una herramienta ofimática, Excel, en la cual se emplea una hoja de datos para generar una matriz donde se insertan los antecedentes de demandas por clientes. En la hoja se exponen las coordenadas en plano cartesiano a las que pertenece cada cliente (las coordenadas están dadas en metros, por confidencialidad de la empresa no se pueden incluir las direcciones de los clientes).

4.1.2. Matriz de distancias

Después de la recolección de los datos de todos los clientes que se incluyen en el problema, se realiza la ubicación en coordenadas cartesianas con el fin de resolver el modelo en función de las distancias entre cada punto, obteniendo así una minimización del trayecto total recorrido (función objetivo). Para un mejor acercamiento en la solución del modelo, se opta por ubicar el centro de distribución ó depósito en las coordenadas (0,0), de tal manera que se reorganicen también las coordenadas de los clientes en

función del depósito, después de lo dicho se procede a elaborar la matriz con las distancias existentes entre los clientes y el centro de distribución.

Tabla 1. Recopilación de datos.

CLIENTE	coordenada x (m)	coordenada y (m)	Demanda (Kg)
Bodega o Deposito	0	0	
CLIENTE 1	3503,75	2033,35	1654
CLIENTE 2	3938,93	1725,31	355
CLIENTE 3	5241,9848	2009,4489	5033
CLIENTE 4	3760,7544	3964,6353	4660
CLIENTE 5	3099,2936	5080,7064	750
CLIENTE 6	3727,62	3932,5119	1017
CLIENTE 7	2299,1592	-890,3391	1797
CLIENTE 8	2102,1936	-1086,5523	612

Fuente: Adaptación de los datos suministrados por la industria del sector alimenticio de la ciudad de Cali y Tabulados por los autores.

Se inicia con la agrupación de la cantidad de clientes que van a formar parte de una ruta previamente establecida (cumpliendo con la restricción de capacidad del camión para suplir la necesidad de estos), después se hallan las distancias con la *ecuación de distancias entre dos puntos de una recta*:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Las distancias encontradas son, trayectos rectos que no siguen el camino de las calles de la ciudad, lo cual conlleva a que el recorrido represente una mayor distancia. Según investigaciones de (Aponza and Rodriguez 2006), el factor de conversión para Cali es de 1,22 el cual se obtuvo de la regresión lineal de las distancias calculadas con el software GoogleTM Earth y las reales obtenidas con GPS.

En la Tabla 2 se muestra la matriz de distancias relacionada con una de las rutas utilizadas para el modelo, donde se observa el trayecto que se debe recorrer entre cada nodo. El nodo 1 siempre hace referencia al depósito, por lo cual es indispensable ubicarlo en todas las matrices a construir. Todos los valores obtenidos en las matrices incluyen el valor del factor de conversión (1,22) pasando así de una distancia lineal a una real.

Finalmente los datos están listos para incluirlos en la solución del problema y encontrar así la asignación de los nodos que minimicen la distancia dentro de cada ruta.

Tabla 2. Ejemplo matriz de distancia

		Y	0	-13069,883	-1550,1711	18,2322	50,7897
		X	0	-4462,7128	-2449,4912	-1209,0988	-3525,4388
X	Y		1	41	42	43	44
0	0	1		16849	3537	1475	4301
-4462,7128	-13069,8828	41	16849		14267	16453	16048
-2449,4912	-1550,1711	42	3537	14267		2440	2353
-1209,0988	18,2322	43	1475	16453	2440		2826
-3525,4388	50,7897	44	4301	16048	2353	2826	

Fuente: Matriz de Distancia Elaborado por los autores a partir de los datos de clientes.

4.1.3. Flota de camiones

Para este problema se utiliza una flota homogénea de camiones con capacidad de 12000 kg, la cual estará disponible para todos los conjuntos de rutas generados sin importar la cantidad de clientes que cada una de ellas visite. El camión empieza su recorrido en el Depósito que estará ubicado en la coordenada (0,0), y realizara su tour visitando la cantidad de clientes asignados a la ruta, sin incumplir la restricción de capacidad, finaliza su recorrido al llegar de nuevo al punto de partida (Deposito).

4.2. Asignación de rutas

Una vez se conocen los datos de ubicación se debe pasar a la construcción de las rutas, estas se realizan mediante la heurística de Barrido.

4.2.1. Aplicación del algoritmo de Barrido.

Para la definición de la cantidad de clientes que debe tener cada ruta dentro del modelo es indispensable definir un factor que agrupe los clientes en función de una restricción. En este caso se toma como base la demanda del cliente para limitar cada grupo a rutiar.

Dado que la capacidad del camión (homogénea) es de 12000 kg, solo se podrán agrupar los clientes cuya demanda acumulada sea menor o igual a la capacidad, agrupando dos o más clientes que serán atendidas por un solo camión.

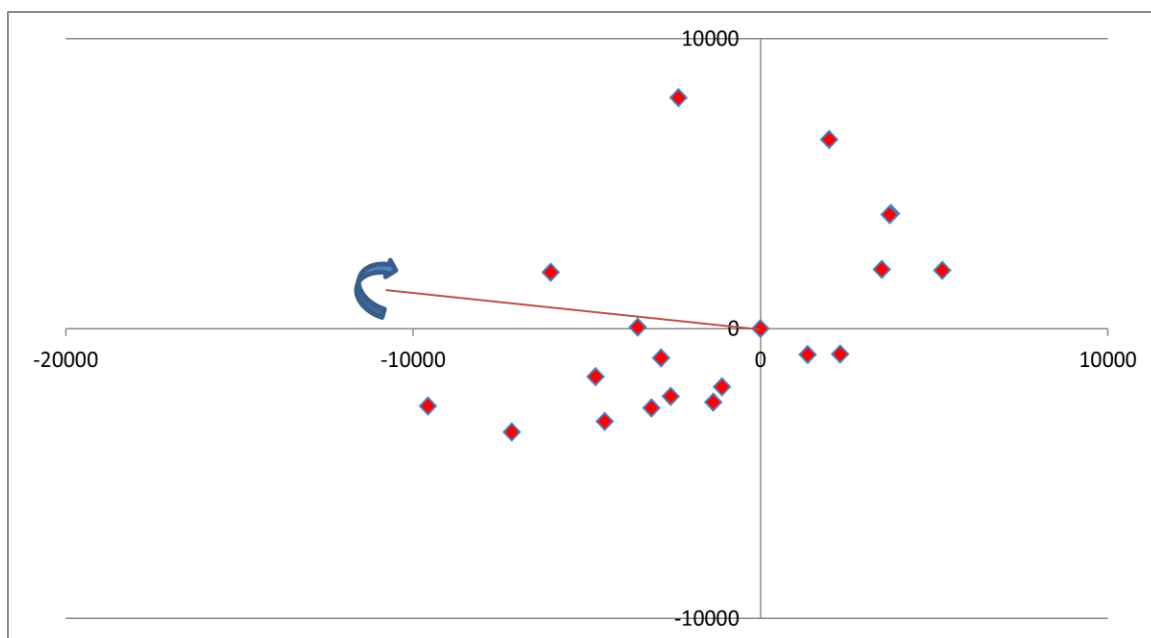
Para la aplicación del algoritmo del Barrido, se utiliza una hoja de cálculo, donde se ubican los datos de los nodos; nombre del cliente, coordenadas (x,y) y demanda de cada uno; las coordenadas indican el punto de ubicación desde el depósito hasta el nodo; se debe tener en cuenta que el depósito está situado en las coordenada (0,0), pues las rutas inician y terminan en este lugar.

Una vez se conocen las coordenadas, se utiliza la función ATAN2 para generar el ángulo que forma cada nodo, permitiendo la correcta ubicación de los clientes en el plano cartesiano, y así poder realizar la aplicación del algoritmo del Barrido.

Como se observa en el Gráfico 1, una vez estén ubicados los clientes se inicia con el Barrido desde el nodo que se decida tomar como inicial, y se comienza a realizar la agrupación de los clientes sumando las demandas acumuladas sin exceder la capacidad del camión.

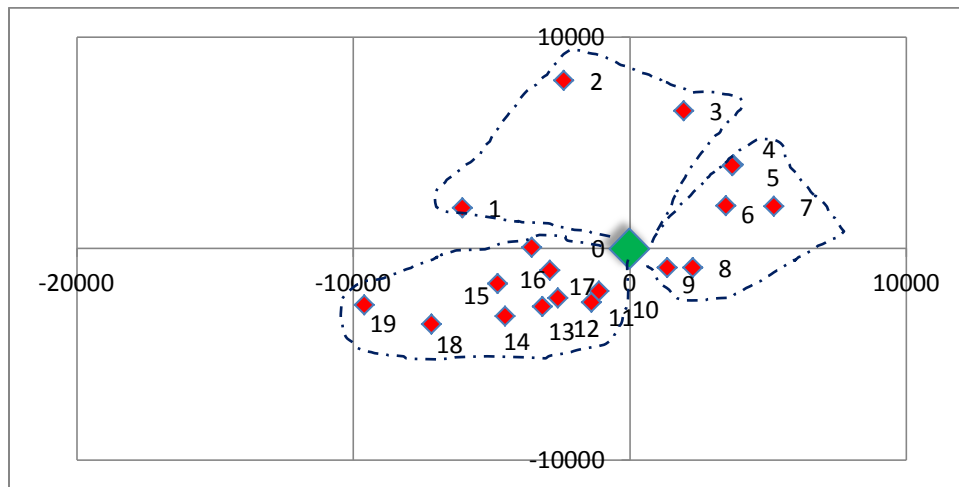
Formado el primer conjunto de nodos cuya demanda acumulada no supera la capacidad del camión, se inicia una nueva ruta a partir del siguiente cliente en ubicación, empezando de nuevo el cálculo de la demanda acumulada para llegar nuevamente a la máxima utilización del camión, este proceso se repite hasta visitar la totalidad de los nodos, como se observa en el ejemplo del Gráfico 2 .

Gráfico 1. Inicio Algoritmo del Barrido



Fuente: Elaborado por los autores, adaptado del gráfico de ubicación de los clientes en la Ciudad.

Gráfico 2. Algoritmo del Barrido ejemplo 1

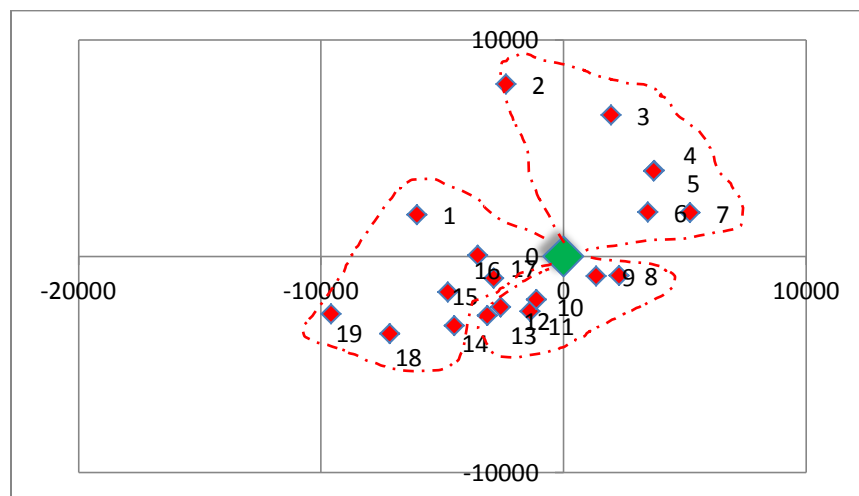


Fuente: Elaborado por los autores.

Para obtener la totalidad de conjuntos de rutas factibles generadas por el algoritmo del Barrido, se debe repetir el proceso anterior, cambiando el nodo de origen consecutivamente, es decir, que si el conjunto de rutas anterior inició en el nodo 1, el siguiente grupo se inicia desde el nodo 2, tal como se muestra en los ejemplos del Gráfico 2 y el Gráfico 3 .

Para esta investigación en particular, se generaran 80 conjuntos de rutas, ya que el punto de partida para empezar el Barrido se inicia tantas veces como nodos tenga el caso estudio.

Gráfico 3. Algoritmo del Barrido ejemplo 2



Fuente: Elaborado por los autores.

De los 80 conjuntos de rutas que se generan en la hoja de cálculo creada, se muestra a continuación las rutas que se obtienen iniciando desde el nodo 1.

La primera ruta que se obtuvo parte desde el cliente 1 hasta el cliente 4, utilizando más del 95% de la capacidad del camión.

Tabla 3. Ruta 1 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
1	1654,2	1655,2
2	355,03	2010,2
3	5032,8	7043
4	4660	11703

Fuente: Tomado de la hoja de cálculo diseñada por los autores para la aplicación del Algoritmo del Barrido.

Hasta el cliente 4 se lleva una demanda acumulada de 11703 Kg, que no supera el límite de capacidad, pero al incrementar la demanda del cliente 5 (siguiente nodo en barrer), dicha restricción no permite agrupar este nodo a la ruta, por tanto la hoja de cálculo inicia una nueva ruta con este ultimo nodo, ver Tabla 4.

Tabla 4. Ruta 2 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
5	750	750
6	1017,064	1767,064
7	1796,557	3563,621
8	612,318	4175,939
9	454	4629,939
10	2078,85	6708,789
11	1500	8208,789
12	792	9000,789
13	543,4	9544,189
14	276	9820,189
15	320	10140,189
16	345	10485,189
17	300	10785,189

Bajo este mismo proceso se generan las rutas restantes que completa la visita de la totalidad de los clientes.

Tabla 5. Ruta 3 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
18	2197,512	2197,512
19	600	2797,512
20	368	3165,512
21	1292,764	4458,276
22	939,726	5398,002
23	638	6036,002
24	190,073	6226,075
25	150	6376,075
26	210,974	6587,049
27	780	7367,049
28	874	8241,049
29	490	8731,049
30	1205,94	9936,989
31	235	10171,989
32	231	10402,989
33	72	10474,989

Tabla 6. Ruta 4 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
34	2511,234	2511,234
35	3068	5579,234
36	750	6329,234
37	409	6738,234
38	353,8	7092,034
39	825	7917,034
40	1725	9642,034
41	1966	11608,034

Tabla 7. Ruta 5 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
42	1500	1500
43	235,762	1735,762
44	1082	2817,762
45	648	3465,762
46	961,12	4426,882
47	558,099	4984,981
48	348,19	5333,171
49	364	5697,171
50	950,84	6648,011
51	1532	8180,011
52	2650	10830,011

Tabla 8. Ruta 6 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
53	3096	3096
54	1500	4596
55	1296	5892
56	282,52	6174,52
57	1280	7454,52
58	514	7968,52
59	364,669	8333,189
60	853,445	9186,634
61	944,08	10130,714

Tabla 9. Ruta 7 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
62	3000	3000
63	436,414	3436,414
64	6249,05	9685,464

Tabla 10. Ruta 8 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
65	4095,492	4095,492
66	1783,292	5878,784
67	1453,76	7332,544
68	1098,431	8430,975
69	444,342	8875,317
70	1213,639	10088,956
71	1565,983	11654,939
72	160	11814,939

Tabla 11. Ruta 9 - Aplicación método del Barrido

Cliente	Demanda/cliente (Kg)	Demanda Acumulada (Kg)
73	794,898	794,898
74	471	1265,898
75	600	1865,898
76	1032,25	2898,148
77	698,29	3596,438
78	171	3767,438
79	155	3922,438
80	169,396	4091,834

Se obtuvo para el primer barrido 9 posibles rutas.

4.2.1.1. Resultados algoritmo de Barrido.

Finalmente se construyeron 708 rutas agrupadas en 80 conjuntos correspondientes a los 80 clientes que se trabajaron. Se observa que de la totalidad de rutas generadas existen rutas repetidas, es decir, que agrupan la misma cantidad y los mismos nodos de solución. De tal manera, se hace necesaria la depuración de estas rutas, pues no aportan nuevas soluciones al modelo, al contrario, representan una mayor cantidad de trabajo para el

modelo de solución. Finalmente la cantidad de rutas definidas para ingresar al modelo son 157.

Una vez se conoce el número de rutas factibles se procede con la secuencia, que permite obtener el orden de visita y las distancia total recorrida.

4.2.2. Secuenciación

Todos los clientes poseen demandas predefinidas que deben ser cumplidas, como se muestra en el método del barrido, donde cada ruta es cubierta por un camión y la demanda agregada de los clientes que pertenecen o han sido agrupados en dicha ruta no debe ser mayor que la capacidad del vehículo, una vez encontradas las rutas se debe secuenciar en el orden de visita a cada nodo minimizando los costos

Existen diferentes metodologías que proporcionan la secuenciación de rutas, (Bentley 1992) estudia diferentes métodos rápidos de resolución del TSP, entre ellos: vecino más cercano, considerado el método más sencillo y directo, su desarrollo comienza tomando el nodo más cercano al último nodo de la ruta que o se haya ruteado y lo suma al final de la ruta, sucesivamente hasta terminar los nodos de la red; también se establece otro método conocido como la inserción más lejana, heurísticas basadas en árboles y optimizadores locales (2-opt, 3-opt), por otro lado como se estudió en la sección 3.1.1.2, Miller, Tucker y Zemlin (1960), diseñaron una solución a la formulación del TSP llamada MTZ mediante el algoritmos de ramificación y acotamiento.

Teniendo en cuenta el tamaño de las rutas y que se ha cumplido con las restricciones de demanda y capacidad, se puede resolver el problema con método exacto, pues este se trata de un TSP. Para este caso se decide utilizar el MTZ.

4.2.2.1. Aplicación del Algoritmo de secuenciación MTZ en AMPL.

En el estudio realizado se decidió llevar a cabo la solución del problema implementando programación en lenguaje AMPL (A Mathematical Programming Language), utilizando el servidor NEOS.

AMPL es un lenguaje de modelación para programación matemática de fácil uso, debido a su capacidad de formular en notación algebraica problemas de optimización ya sean de programación lineal y no lineal, en las variables discretas o continuas, haciendo más sencillo la comunicación entre la programación y el ordenador, para desarrollar los problemas este lenguaje puede utilizar algún paquete de optimización o solver, tales como, CPLEX, MINOS, u OSL(Fourer, Gay et al. 2012). Este lenguaje fue desarrollado en los laboratorios BELL, permite usar notación común y conceptos familiares para formular modelos de optimización y examinar las soluciones, mientras el equipo maneja la comunicación con un solucionador apropiado. Tiene bondades de flexibilidad y conveniencia que lo hace ideal para creación rápida de prototipos y el desarrollo del modelo, mientras que su velocidad y opciones de control lo convierten en una opción esencialmente eficaz para las actividades de producción repetida.

Un programa escrito en AMPL se estructura de la siguiente forma:

- Sentencias relacionadas con los conjuntos de datos, los parámetros y las variables de decisión
- La función objetivo y el conjunto de restricciones.
- Los datos del problema.

Las características clave del lenguaje AMPL:

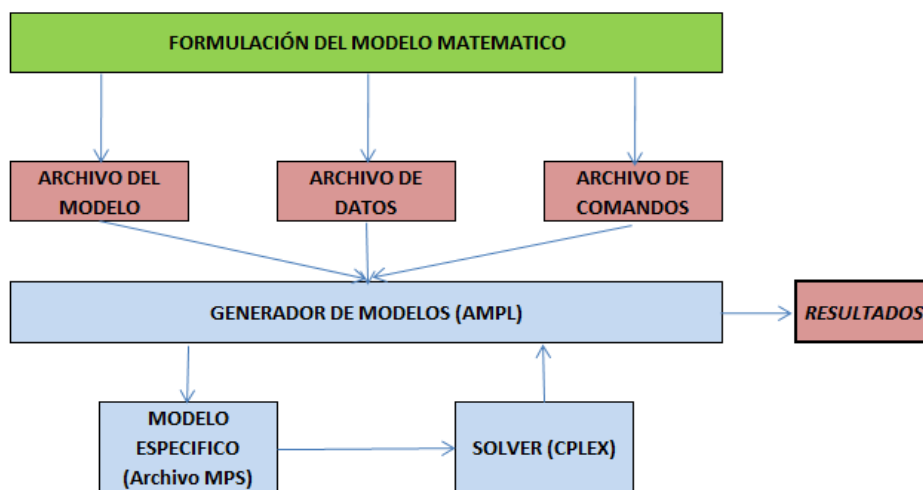
- El amplio apoyo para los conjuntos y los operadores establecidos. Modelos en AMPL pueden usar conjuntos de pares, triples, y más tuplas; colecciones de conjuntos indexados sobre conjuntos; conjuntos de objetos no ordenados, ordenados y circulares y conjuntos de números.
- Sintaxis aritmética general y natural, lógica y expresiones condicionales, convenciones familiares para ejecutar procesos con sumatorias y otras operaciones iterativas.
- Características de programación no lineal tales como, los valores inicial del primal y el dual, funciones definidas por el usuario, diferenciación automática rápida, y la eliminación automática variables "definidas".

- Convenientes notaciones de control que incluyen declaraciones de nodos y arcos para los problemas de red, una sintaxis especial para las funciones lineales discontinuas y especificación por columnas de coeficientes lineales.

El proceso de planteamiento y solución de un modelo matemático desarrollado en lenguaje AMPL se presenta en la Ilustración 2. Marco general de un Generador de Modelos, en donde se escribe en tres archivos en lenguaje AMPL, teniendo en cuenta que el tercer archivo solo denota la forma como debe organizarse las soluciones, el archivo del modelo, de datos y el de comandos, se remiten a un generador de modelos, que procesa los archivos convirtiéndolos en un programa maestro para luego ser resueltos mediante el software de optimización CPLEX, que remite los resultados al generador de modelos para que sean entregados al usuario.

NEOS server, es una plataforma de uso libre que ofrece el generador de modelos. Esta plataforma posee variados solvers que se utilizan de acuerdo con especificaciones del modelo, los solvers implementados por el NEOS utilizan para la solución de problemas el lenguaje AMPL y trabajan sobre los paquetes de optimización CPLEX y MINOS, utilizando métodos como el branch and bound (B&B). Además resuelven problemas de optimización de programación lineal y no lineal, al igual que programación lineal entera mixta. Para este problema específico se utilizan solvers que resuelven programación lineal entera mixta, como lo es, MINTO.

Ilustración 2. Marco general de un Generador de Modelos



Fuente: Tomado de las Notas de Clase de Logística por el PhD Vidal Julio Cesar (2010)

La modelación del problema de secuenciación de las rutas ya determinadas por el algoritmo de barrido, se aplica el siguiente modelo teniendo en cuenta las ecuaciones (1.1), (1.2), (1.3) y (2.1).

Conjuntos (En el lenguaje AMPL se define con set)

Nodos	Estipula el Numero de Nodos (clientes)
Arcos	Conjunto de Arco formados por la unión de dos nodos diferentes

Parámetros (En el lenguaje AMPL se define con param)

N =	Numero de nodos
C_{ij} =	Distancia del Arco formado por el nodo i al nodo j

Variables (En el lenguaje AMPL se define con var)

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco i a j se establece} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$U =$ Indica la posición del cliente dentro de la ruta.

En la Tabla 12 se presenta el modelo en Lenguaje AMPL.

4.2.2.2. Modelo MTZ en AMPL

Después de construir el modelo de optimización, se procede a realizar la primera prueba con el Solver MINTO en la plataforma de NEOS, para esto se utilizan las rutas determinadas a partir del algoritmo aplicado, el cual estipula una cantidad de clientes específicos, la primera ruta se determina (ver Tabla 13)

Tabla 12. Modelo MTZ en AMPL

```
# Modelo MTZ

param N integer > 2; # Número de nodos
set Nodos ordered := {1..N}; # Conjunto de nodos ordenados
set Arcos := {i in Nodos, j in Nodos: i <> j}; # Conjunto de arcos formados por la unión de 2 nodos
param C{(i,j) in Arcos}; # Distancia del arco formado por el nodo i al nodo j
var x {(i,j) in Arcos} binary; # Variable que indica si el arco (i,j) se establece
var u {Nodos} >= 0; # Variable relacionada con los nodos

minimize Distancia:
sum {(i,j) in Arcos} C[i,j]*x[i,j];
# Minimiza la distancia total de viaje

subject to Salida {i in Nodos}:
sum {(i,j) in Arcos} x[i,j]=1;
# Cumplimiento de la visita desde un nodo solamente puede llegar a un único nodo

subject to Entrada {i in Nodos}:
sum {(j,i) in Arcos} x[j,i]=1;
# Cumplimiento de la visita hacia un nodo solo se puede llegar desde un único nodo

# Restricciones de Subtour
subject to NoSubtour1 {(i,j) in Arcos: i<>j and i>=2 and j>=2}:
u[i] - u[j] + N*x[i,j] <= N - 1;
# Garantiza que el nodo siguiente que se visita, tenga una posición en la secuencia superior al nodo
predecesor.

subject to NoSubtour2 {i in Nodos: i >= 2}:
u[i] <= N - 1 - (N - 2)*x[1,i];
# Garantiza que el origen de la secuencia sea el depósito.

subject to NoSubtour3 {i in Nodos: i >= 2}:
u[i] >= 1 + (N - 2)*x[i,1];
# Garantiza que el final de la secuencia sea el depósito.
```

Tabla 13. Ejemplo Primera Ruta

CLIENTE	Demanda (Kg)	Capacidad del camión (Kg)
Bodega o Deposito		
Cliente 1	1654,2	1654,2
Cliente 2	355,034	2009,234
Cliente 3	5032,8	7042,034
Cliente 4	4660	11702,034

Fuente: Adaptación de los datos suministrados por la industria del sector alimenticio de la ciudad de Cali y Tabulados por los autores.

De acuerdo a la demanda y respetando la restricción de capacidad del camión la primera ruta contiene 4 clientes, que van del cliente1 al 4.

Para realizar la secuenciación es necesario conocer la distancia que existen entre el depósito y los clientes y entre los mismos clientes, ya que el MTZ como lo indica el modelo tiene como función objetivo disminuir la distancia. Para proceder con el desarrollo del algoritmo se utiliza la matriz de distancias mostrada en la sección (4.1.2) y se crea la matriz de distancias para la ruta 1.

Tabla 14. Matriz de Distancia Ruta 1

(m)	1	2	3	4	5
1	.	4942	5246	6849	6667
2	4942	.	650	2121	2377
3	5246	650	.	1627	2741
4	6849	2121	1627	.	2993
5	6667	2377	2741	2993	.

Fuente: Adaptación de los datos suministrados por la industria del sector alimenticio de la ciudad de Cali y Tabulados por los autores.

Como se observa en la Tabla 14 existen 5 orígenes y 5 destinos, pero se debe tener en cuenta que el punto 1 se refiere al depósito y del 2 al 5 son los clientes, entre cada punto

existe una determinada distancia real, ya que como se indicó anteriormente es el producto de la distancia euclidiana y el factor de correlación de la ciudad, estos datos son los que se ingresan al segundo archivo denominado como “Datos”.

Es importante tener en cuenta que los números mencionados y que encabezan tanto la matriz de distancias como los valores de demanda, no son los verdaderos números de los clientes, estos son números organizados de forma ascendente iniciando desde el 1, el cual representa siempre al depósito, hasta la cantidad de clientes que se encuentran en una zona, debido a que en el archivo Modelo los nodos se generan con el comando `set ordered`, el cual construye el conjunto de números enteros desde 1 hasta N, donde N representa la cantidad de nodos a secuenciar. Luego de que se obtengan los resultados, estos valores son reemplazados por los originales (número de cliente) para terminar con la asignación y secuencia gráfica.

Tabla 15. Datos del MTZ en AMPL

Datos MTZ					
param N := 5;					
param C := [*,*] :					
	1	2	3	4	5:=
1	.	4942	5246	6849	6667
2	4942	.	650	2121	2377
3	5246	650	.	1627	2741
4	6849	2121	1627	.	2993
5	6667	2377	2741	2993	.;

Fuente: Elaborada por los autores.

Los datos contienen el valor de los parámetros definidos en el modelo que son, N que determina el número de nodos y C, que es la matriz de distancia orígenes - destinos.

Por último se elabora el archivo de “comandos” el cual tiene como función organizar los resultados del problema de una forma clara, colocando las variables que se desean conocer de forma ordenada, además de permitir darle un nombre a la solución.

Una vez los tres archivos están contruidos, se procede a la optimización del modelo utilizando la plataforma NEOS server, debido a que el modelo contiene variables enteras y binarias se escoge la opción *Mixed Integer Linear Programming*, (Programación Entera Lineal Mixta), la cual presenta diferentes opciones de software para la optimización, teniendo en cuenta experiencias en el campo académico se opta por la utilización del solver MINTO, que recibe programación en lenguaje AMPL, al ingresar estos tres archivos se obtiene como resultado un archivo de la siguiente manera:

Tabla 16. Resultado del Modelo MTZ

RESULTADOS DEL PROBLEMA

DISTANCIA TOTAL = 16879.0
Arcos a establecer =
x :=
1 2 1.0
2 3 1.0
3 4 1.0
4 5 1.0
5 1 1.0
;
u [*] :=
2 1.0
3 2.0
4 3.0
5 4.0

Fuente: Elaborado por los autores.

En la Tabla 16 se muestra la solución al problema dando como resultado una distancia recorrida de 16.879 metros, la distancia mínima de la ruta. Después se observa la variable x, que determina la combinación de visitas entre clientes y la variable U, que muestra el orden en que se visita el nodo.

4.2.3. Solución del modelo de Secuenciación.

En la Ilustración 3 se representan los puntos a servir en la ciudad de Cali, el depósito está ubicado en el centro de las coordenadas cartesianas (0,0).

De la aplicación del método del Barrido se determinaron 157 rutas como se menciona en la sección 4.2.1.1. A estas rutas, se les aplica el algoritmo de secuenciación denominado como MTZ obteniendo 157 resultados diferentes (ver Tabla 17).

4.3. Solución Sistema de ruteo – Heurística de Pétalos.

Una vez encontradas las posibles rutas factibles se procede a escoger el conjunto de rutas que representen el menor costo, para esto se utiliza la heurística de pétalos, esta debe disponer de un conjunto de rutas S las cuales fueron creadas mediante el algoritmo del Barrido de modo que cada ruta $r \in S$ es factible y representa un costo diferente.

Para el desarrollo del modelo matemático se tuvieron en cuenta las restricciones derivadas de la denotación del algoritmo de pétalos como se mencionó en la sección 3.1.2.

4.3.1. Definición y Notación del modelo.

El propósito del modelo es determinar el conjunto de rutas que permita la visita a todos los clientes, minimizando el costo asociado a la distancia que se debe recorrer para satisfacer la demanda total de los clientes.

Conjuntos:

Rutas: Conjunto de rutas (1.. n)

Clientes: Conjunto de clientes (1.. m).

Parámetros:

n : Total de rutas

m : Total de clientes

Variable

$$x_k = \begin{cases} 1, & \text{si la ruta } k \text{ es asignada} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Función objetivo ecuación:

$$\min \sum_{k \in S} c_k x_k \quad (3.1)$$

El propósito es minimizar el costo el cual está asociado a la distancia de la ruta k y una variable binaria x_k que determina si se escoge o no la ruta para la solución.

Esta función objetivo está sujeta a, ecuación (3.2):

$$\sum_{k \in S} a_{ik} x_k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

Donde a_{ik} es la matriz de las 157 rutas creadas, la cual determina con 1 si el cliente i pertenece a la ruta k o cero de lo contrario, de esta forma cuando el cliente i pertenece a la ruta k , x_k se vuelve 1.

4.3.2. Aplicación de la Heurística de Pétalos en AMPL.

Una vez reconocido el modelo de aplicación para la optimización, y ya contruidos los parámetros necesarios para el desarrollo se procede con la creación de los archivos modelo, datos y comandos, para realizar la optimización.

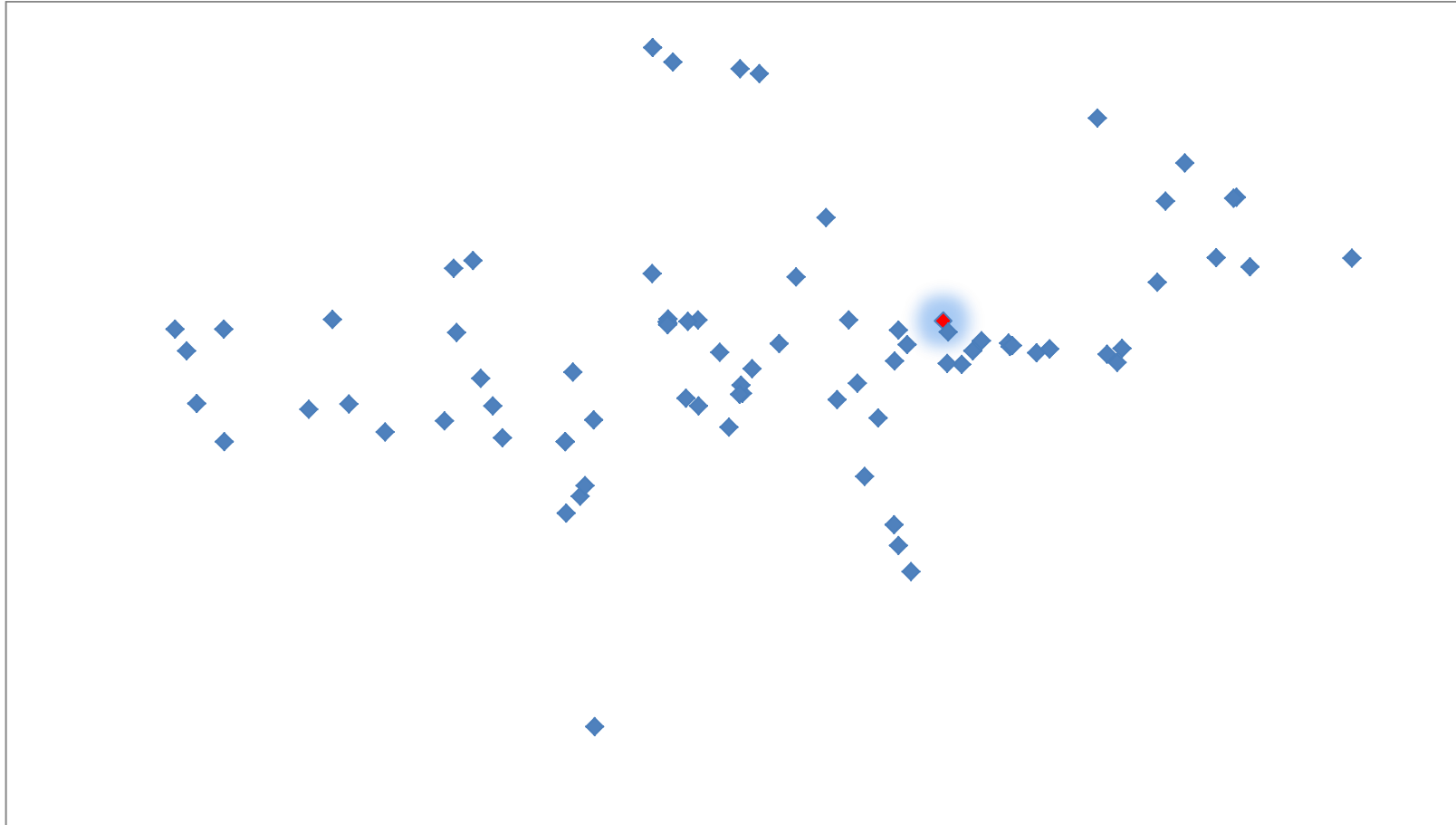


Ilustración 3. Ubicación de clientes en la Ciudad de Cali

Tabla 17. Resultados del método de Secuenciación.

Ruta	Distancia	Ruta	Distancia	Ruta	Distancia	Ruta	Distancia	Ruta	Distancia	Ruta	Distancia
1	16.879	28	13.334	55	37.253	82	63.198	109	45.010	136	52.809
2	36.498	29	34.251	56	20.289	83	5.115	110	31.447	137	22.429
3	35.899	30	15.469	57	37.196	84	20.576	111	24.457	138	51.336
4	60.221	31	15.469	58	20.290	85	5.506	112	39.682	139	22.764
5	45.363	32	39.355	59	37.180	86	61.664	113	30.266	140	50.247
6	37.506	33	54.637	60	20.514	87	5.506	114	30.850	141	22.764
7	19.977	34	50.525	61	23.218	88	5.675	115	30.909	142	49.773
8	27.737	35	38.556	62	52.273	89	23.780	116	45.919	143	27.723
9	38.174	36	26.847	63	16.626	90	31.632	117	20.240	144	41.708
10	18.759	37	18.003	64	17.500	91	36.568	118	46.609	145	15.598
11	39.006	38	39.321	65	47.494	92	49.977	119	20.766	146	49.708
12	47.505	39	18.221	66	18.934	93	31.632	120	24.744	147	21.237
13	62.839	40	39.529	67	21.164	94	37.746	121	24.748	148	35.383
14	44.393	41	54.479	68	26.847	95	39.400	122	33.919	149	34.013
15	31.632	42	49.797	69	21.719	96	41.106	123	33.923	150	34.976
16	22.507	43	38.452	70	56.145	97	33.698	124	26.822	151	34.405
17	46.669	44	24.498	71	47.848	98	34.653	125	35.495	152	34.320
18	9.884	45	16.114	72	21.794	99	44.806	126	21.953	153	34.911
19	18.735	46	40.918	73	52.442	100	35.031	127	35.568	154	33.579
20	10.838	47	63.253	74	22.195	101	44.173	128	8.112	155	35.191
21	18.403	48	31.963	75	51.554	102	37.770	129	22.539	156	22.100
22	40.532	49	24.006	76	22.758	103	11.003	130	12.272	157	37.675
23	45.919	50	40.896	77	53.407	104	45.273	131	22.502		
24	46.905	51	63.587	78	40.525	105	31.630	132	52.801		
25	35.851	52	7.663	79	63.504	106	22.867	133	21.022		
26	20.576	53	38.884	80	1.988	107	45.223	134	52.809		
27	49.751	54	20.289	81	3.704	108	22.867	135	21.759		

Fuente: Tabla diseñada por los autores.

Para el archivo de modelo se realiza la transcripción en lenguaje AMPL como se realizó en 4.2.2.1. (el archivo del modelo en AMPL obsérvese en Anexo 1)

El parámetro n determina el número de rutas factibles (157) y el m el número de clientes (80), se procede con la creación de dos conjuntos llamados clientes y rutas, los cuales determinan el campo donde se mueven los parámetros y la variable.

La matriz a_{ik} es una matriz de elementos binarios de 157 por 80 donde el número 1 estipula que el cliente i pertenece a la ruta k .

4.3.3. Solución del algoritmo de Pétalos.

Según los datos que arroja la aplicación de la heurística de pétalos da como resultado ocho (8) rutas con una distancia total recorrida de **284.688 m**. Las rutas que se determinaron fueron.

Ruta 8:

El camión inicia el recorrido en el Depósito (0,0), cumpliendo con las restricciones de demanda de los clientes y capacidad del camión, dando como resultado un costo de **27.737 m**; siguiendo la secuencia mostrada a continuación.

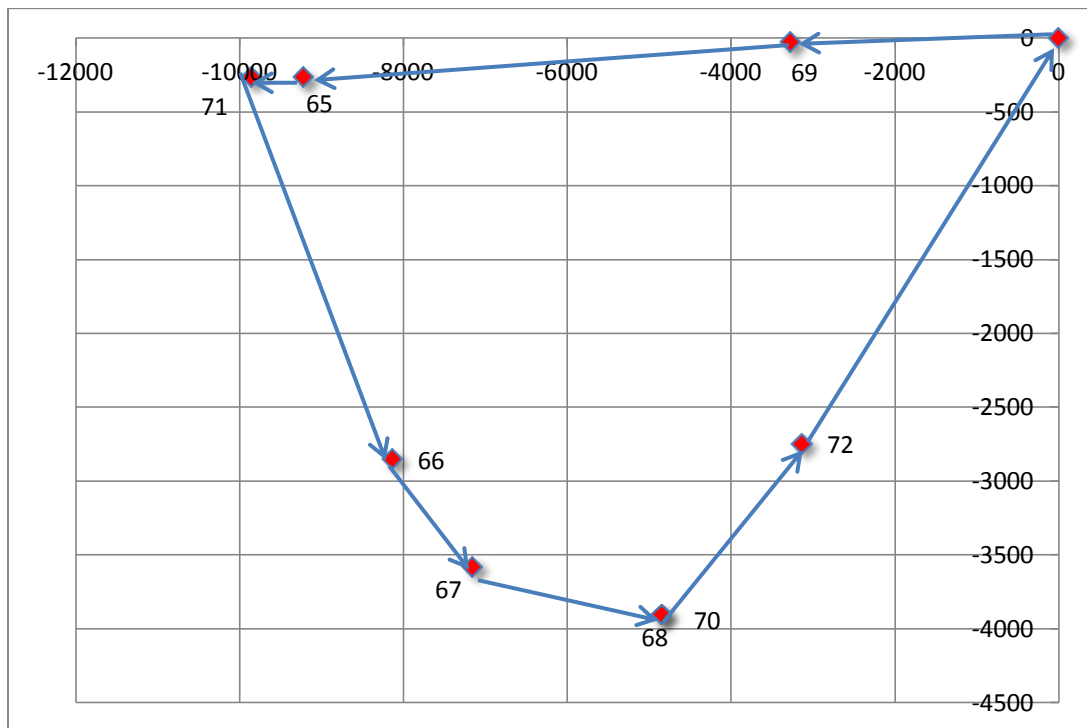
Tabla 18. Datos ruta 8

RUTA 8			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
65	-9218,42	-267,41	2
66	-8129,89	-2851,60	4
67	-7150,28	-3582,19	5
68	-4845,60	-3900,82	6
69	-3272,64	-29,52	1
70	-4845,60	-3900,82	7
71	-9847,05	-267,41	3
72	-3132,73	-2746,55	8

Distancia recorrida	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo de recorrid (h)	Demanda total de la ruta(kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
28	35	0,79	11814	8	1476,75	4	2	6,79

La trayectoria de la ruta se realiza en un tiempo de 6,79 horas, incluyendo el tiempo en tránsito, el administrativo y el de descargue en cada cliente.

Gráfico 4. Secuencia Ruta 8



Ruta 21:

El recorrido inicia de igual forma en el Depósito (0,0) con un costo total de **18.403 m**, prosigue en la secuencia mostrada cumpliendo con la demanda de los clientes y respetando la capacidad.

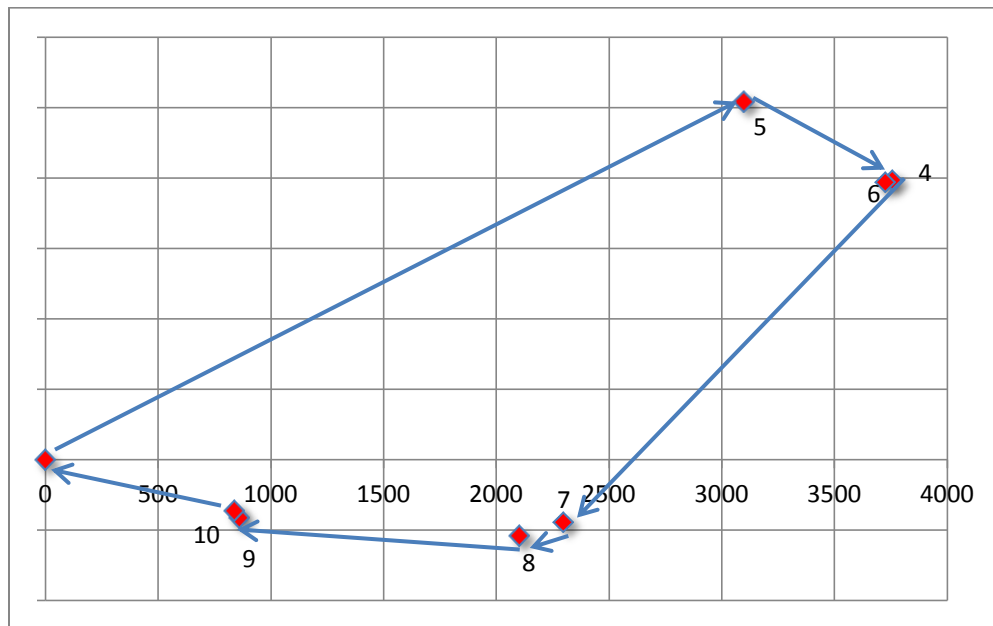
Tabla 19. Datos Ruta 21

RUTA 21			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
5	3099,29	5080,71	1
4	3760,75	3964,64	2
6	3727,62	3932,51	3
7	2299,16	-890,34	4
8	2102,19	-1086,55	5
9	861,19	-830,00	6
10	839,10	-731,46	7

Distancia recorrida	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo de recorrid (h)	Demanda total de la ruta(kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
18	35	0,53	11368	7	1624	3,5	1,75	5,78

En esta ruta el tiempo de recorrido es de 5,78 horas.

Gráfico 5. Secuencia Ruta 21



Ruta 22:

La ruta tres está constituida por 18 clientes los cuales prosiguen la siguientes secuencia cumpliendo tanto las restricciones de demanda como de capacidad con un costo de **40.532 m.**

Tabla 20. Datos de la ruta 22

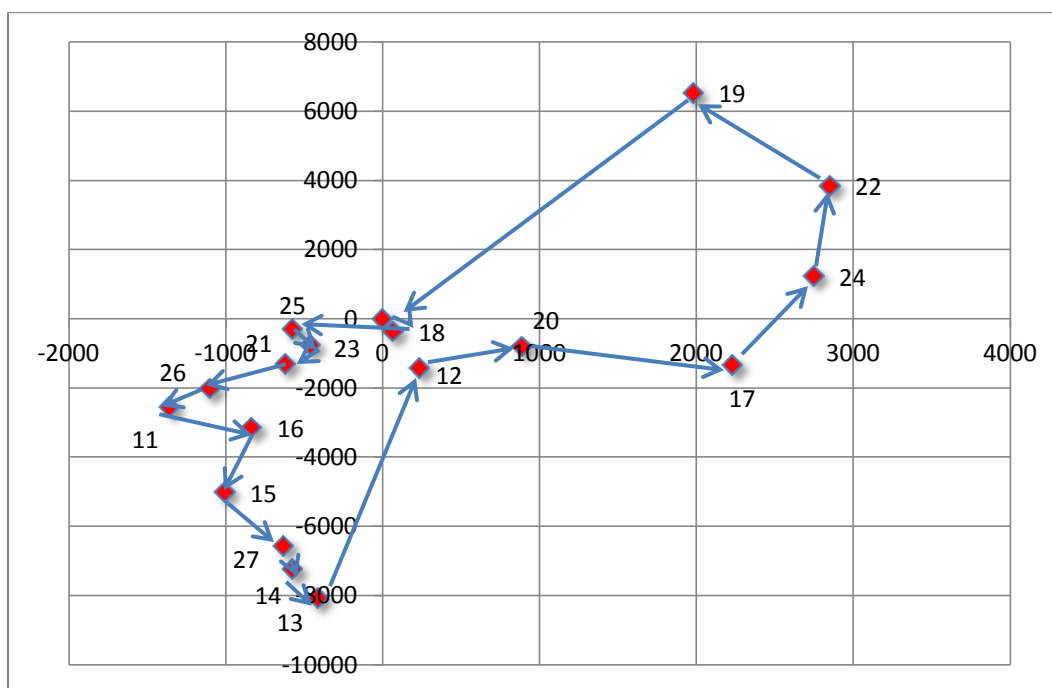
RUTA 22			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
11	-1358,20	-2549,47	6
12	239,30	-1411,26	12
13	-412,65	-8079,47	11
14	-570,03	-7246,00	10
15	-1004,77	-5014,72	8
16	-832,04	-3140,28	7
17	2233,50	-1344,84	14
18	68,11	-371,59	1
19	1981,93	6519,75	17
20	890,03	-800,48	13
21	-619,43	-1308,81	4
22	2852,01	3843,96	16
23	-460,51	-768,36	3
24	2750,16	1225,90	15
25	-570,65	-301,70	2
26	-1098,04	-2012,49	5
27	-627,71	-6573,14	9

Distancia recorrida (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo recorrid (h)	Demanda total (kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
41	35	1,16	11443	17	673,1176	8,5	4,25	13,91

Fuente: Elaborado por el autor

Según la secuenciación de la ruta anterior, el tiempo que se invierte en el recorrido de ella es de 13,91 horas. Se debe tener en cuenta que el tiempo excede las horas de trabajo permitidas por persona, por tanto se debe penalizar con horas de descanso e incurrir en un pago de horas extras.

Gráfico 6. Secuencia ruta 22



Ruta 23:

De igual forma esta ruta inicia y termina en el depósito después de visitar a los 12 clientes respetando las restricciones, con un costo de **45.919 m**.

Tabla 21. Datos Ruta 23

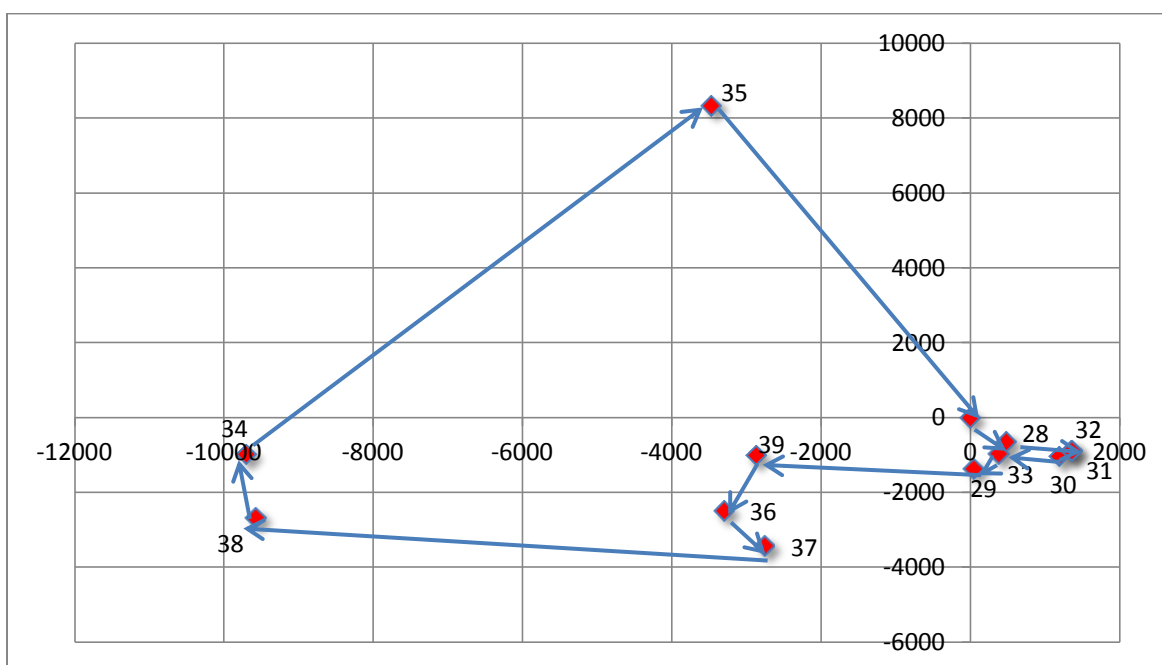
RUTA 23			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
28	491,49	-650,28	1
29	54,30	-1374,36	6
30	1200,20	-1039,67	4
31	1369,25	-907,27	2
32	1369,25	-907,27	3
33	385,03	-980,20	5
34	-9696,72	-981,07	11
35	-3465,00	8331,25	12
36	-3295,65	-2495,64	8
37	-2746,17	-3436,77	9
38	-9568,17	-2676,66	10
39	-2860,30	-1015,79	7

Distancia recorrida (km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo de recorrid (h)	Demanda total (kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
46	35	1,31	11025	12	918,75	6	3	10,31

Fuente: Elaborado por el autor

En 10,31 horas se cumple con el recorrido total de esta ruta, teniendo en cuenta todos los tiempos asociados. En esta ruta de igual forma el tiempo excede las horas de trabajo permitidas por persona, por tanto se debe penalizar con horas de descanso e incurrir en un pago de horas extras.

Gráfico 7. Secuencia Ruta 23



Ruta 25:

Constituida por nueve (9) clientes en diferentes coordenadas, cumpliendo las restricciones y minimizando distancia, con un costo **35.851 m.**

Tabla 22. Datos de la Ruta 25

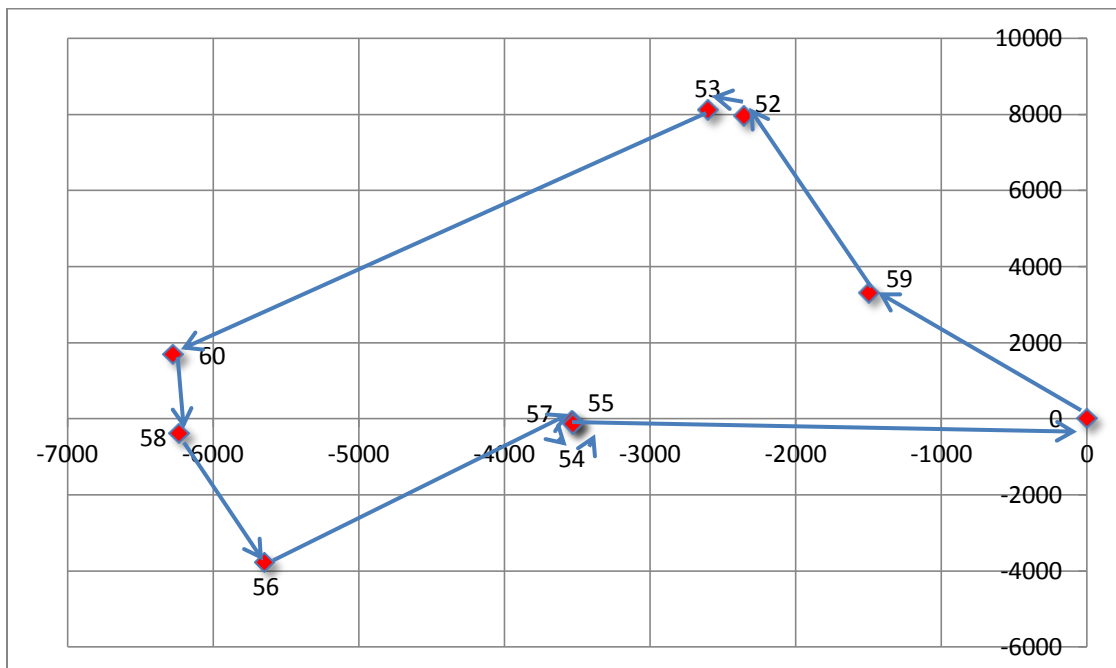
RUTA 25			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
52	-2354,69	7953,58	2
53	-2600,44	8103,34	3
54	-3526,05	-88,99	8
55	-3538,02	-45,58	9
56	-5648,49	-3773,20	6
57	-3531,88	-131,10	7
58	-6235,71	-386,78	5
59	-1497,18	3316,96	1
60	-6273,75	1691,69	4

Distancia recorrida (Km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo recorrid (h)	Demanda total de la ruta(kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
36	35	1,02	11836	9	1315,111	4,5	2,25	7,77

Fuente: Elaborado por el autor

Tiempo de recorrido para la secuenciación anterior, 7,77 horas.

Gráfico 8. Secuencia Ruta 25



Ruta 26:

Consta de 4 clientes que cumplen con las restricciones determinadas y arroja un costo de **20.576 m.**

Tabla 23. Datos Ruta 26

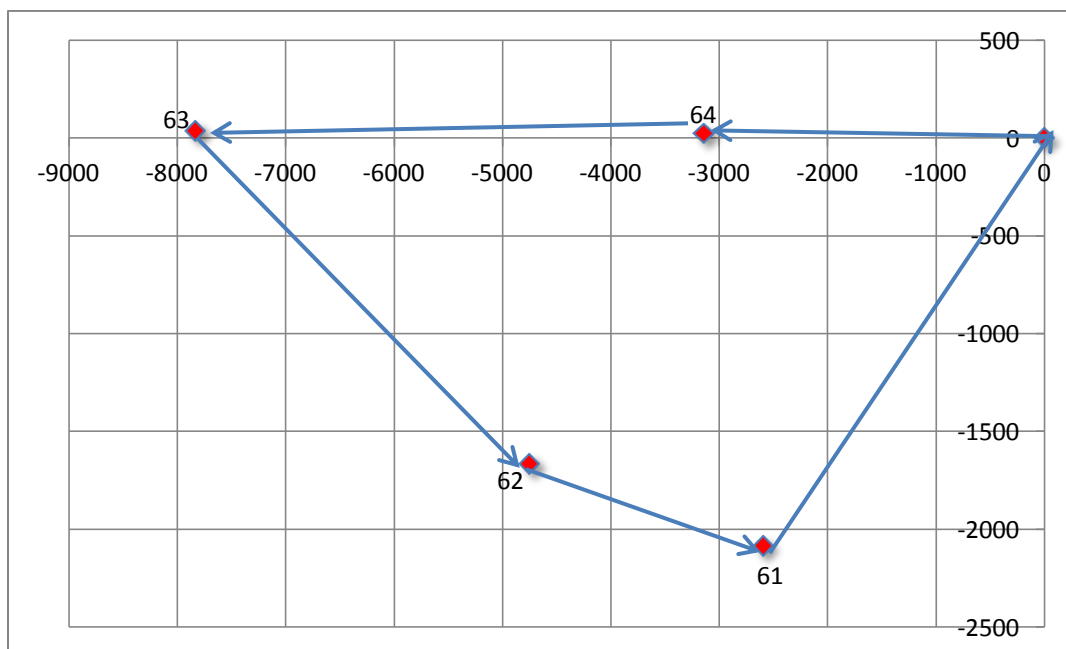
RUTA 26			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
61	-2591,23	-2082,81	4
62	-4746,50	-1663,04	3
63	-7825,85	40,37	2
64	-3138,87	26,91	1

Distancia recorrida (km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo recorrido (h)	Demanda total de la ruta(kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
21	35	0,59	10629	4	2657,25	4	1	5,59

Fuente: Elaborado por los autores.

Como se puede observar, el tiempo de recorrido de la ruta 26, dada su secuenciación, es de 5,59 horas.

Gráfico 9. Secuencia Ruta 26



Ruta 27:

Esta ruta esta creada por 11 clientes, los cuales prosiguen la secuencia mostrada en el Gráfico 10. Secuencia Ruta , arroja un costo de **49.869 m**

Tabla 24. Datos Ruta 27

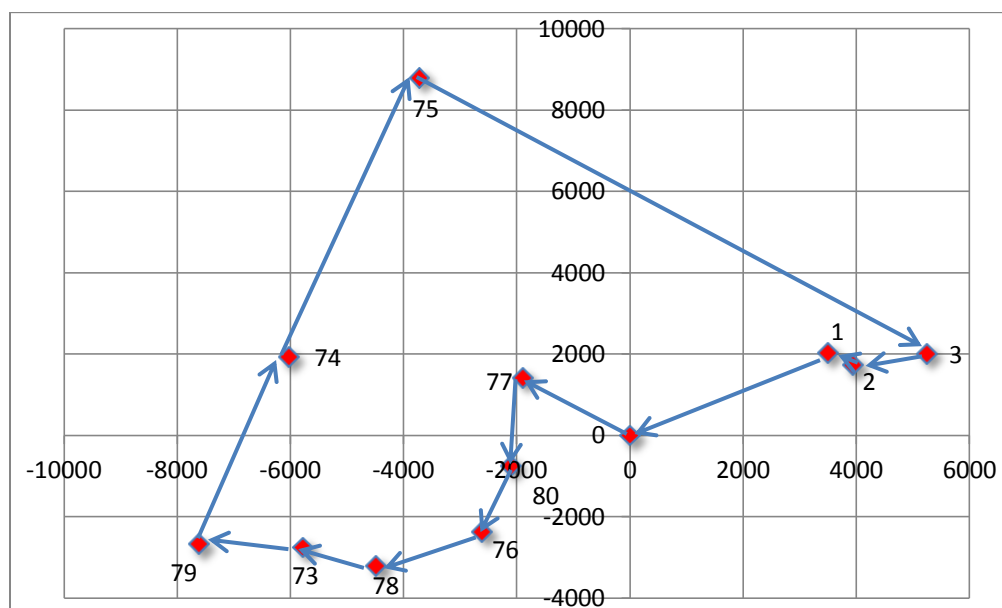
RUTA 27			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
73	-5769,99	-2752,19	5
74	-6026,17	1928,27	7
75	-3722,71	8798,34	8
76	-2608,11	-2378,87	3
77	-1886,21	1411,26	1
78	-4478,05	-3205,39	4
79	-7614,47	-2684,04	6
80	-2098,51	-744,48	2
1	3503,75	2033,35	11
2	3938,93	1725,31	10
3	5241,98	2009,45	9

Distancia recorrida	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo recorrid (h)	Demanda total (kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
50	35	1,42	11134	11	1012,182	5,5	2,75	9,67

Fuente: Elaborado por los autores.

El tiempo de recorrido de total de la ruta es de 9,67 horas. En este recorrido el tiempo excede las horas de trabajo permitidas por persona, por tanto se debe penalizar con horas de descanso e incurrir en un pago de horas extras.

Gráfico 10. Secuencia Ruta 27



Ruta 116:

Consta de 12 clientes, con un costo total recorrido de **46.905 m**, siguiendo la secuencia que se muestra en el Gráfico 11.

Tabla 25. Datos Ruta 116

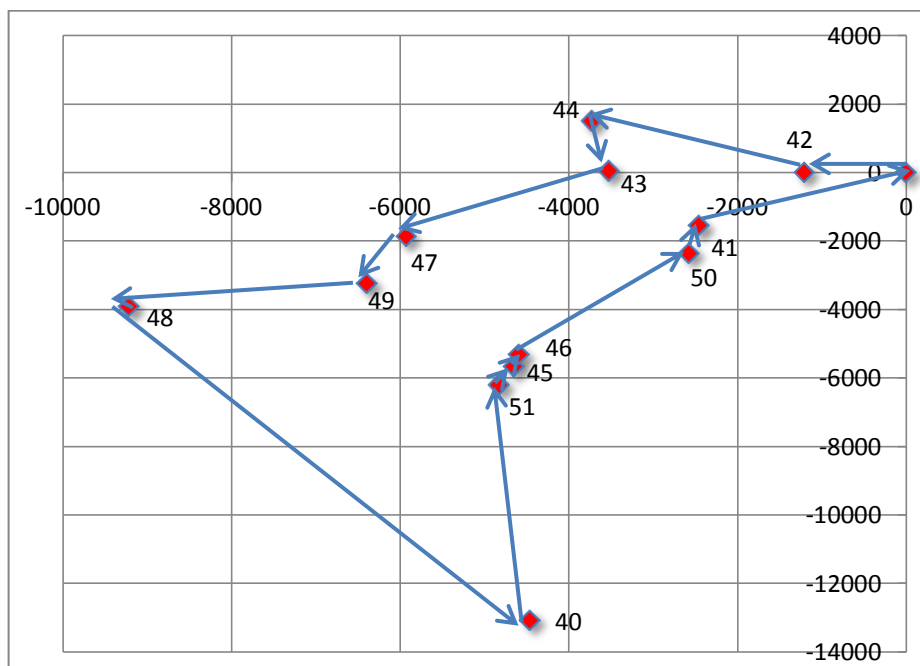
RUTA 116			
CLIENTES	COORDENADAS		POSICIÓN EN LA RUTA
	X	Y	
40	-4462,71	-13069,88	7
41	-2449,49	-1550,17	12
42	-1209,10	18,23	1
43	-3525,44	50,79	3
44	-3730,38	1507,20	2
45	-4648,94	-5655,02	9
46	-4589,42	-5309,91	10
47	-5927,07	-1862,29	4
48	-9215,97	-3902,56	6
49	-6392,79	-3233,18	5
50	-2573,44	-2347,18	11
51	-4832,71	-6206,76	8

Distancia recorrida (km)	Velocidad Promedio (Km/h)	Tiempo recorrid (h)	Demanda total (kg)	Número de paradas	Demanda promedio (Kg)	Tiempo promedio de paradas (h)	Tiempo administrativo (h)	Tiempo Total (h)
47	35	1,34	11871	12	989,25	6	3	10,34

Fuente: Elaborado por el autor

Para esta ultima ruta generada, el tiempo de recorrido es de 10,34 horas.

Gráfico 11. Secuencia Ruta 116



5. ANÁLISIS SISTEMA DE RUTEO.

Con el propósito de evaluar la factibilidad del sistema de ruteo creado a partir de la aplicación del algoritmo de pétalos, se implementó la evaluación de escenarios dentro del mismo modelo.

5.1. Escenario 1. Variación en la visita al cliente de mayor demanda.

En una primera instancia se optimizaron todos los 80 clientes bajo el supuesto de un despacho constante. Para evaluar el comportamiento del modelo se opta por excluir un cliente que deje de ser recurrente.

Se decide tomar el cliente de mayor demanda, para este caso es el cliente 65, obligando al modelo a no realizar la visita bajo las siguientes restricciones:

$$\sum_i^{80} \sum_k^{157} a_{ik} x_k = 1 \quad \forall i \neq 65 \quad (4.1)$$

$$\sum_i^{80} \sum_k^{157} a_{ik} x_k = 0 \quad \forall i = 65 \quad (4.2)$$

La restricción (4.1) se refiere a la condición de visita a cada cliente, volviéndose uno (1) cuando el cliente i es visitado en la ruta k , excepto el cliente número 65, por consiguiente la restricción (4.2) se asegura que la sumatoria de el cliente i , en este caso 65 sea igual a 0, es decir, que ninguna ruta de las seleccionadas lo tome en cuenta.

Al solucionar el modelo bajo estas dos nuevas restricciones se obtuvo un costo de 298.952 m determinado por 8 rutas, lo cual representa una mayor distancia recorrida comparada con la solución del modelo inicial, este comportamiento se analiza con el resultado arrojado por el Solver, donde se observa que al restringir un cliente el número de rutas óptimas disminuye, para este caso de las 157 posibles rutas solo 152 hacen parte de la solución.

Por otra parte la otra forma de analizar sería eliminando al cliente de forma definitiva, lo cual implicara reconstruir el modelo de nuevo, tomando un mayor tiempo de ejecución.

5.2. Escenario 2. Variación en la visita al cliente más lejano

Por otro lado se realiza de nuevo el mismo escenario tomando como referencia el cliente más lejano al depósito, se toman las restricciones anteriores diferenciando e igualando a 71, obteniendo un resultado de 302.084 m y 10 rutas que de igual manera representa un mayor costo y un aumento en el número de rutas. En el análisis de los datos obtenidos se observó que de las 157 rutas factibles se pasan a 121 reduciendo las opciones de conjunto de rutas.

Finalmente analizando el comportamiento de este escenario, donde en una primera parte se tuvo en cuenta la demanda y después la distancia, se encontró que independiente del parámetro que se tome para restringir al modelo en la visita de los clientes, su costo siempre va a ser mayor que la solución original.

Este comportamiento es determinado por la forma en que se construyó el modelo de optimización, donde se le suministraron rutas predeterminadas generadas a partir del algoritmo del barrido, lo cual no le permite construir rutas alternas cuando se le restringe la visita a un cliente, por el contrario el Solver elimina las que no satisfagan la restricción, es decir, no tiene en cuenta las rutas que resultaron con menor costo en el modelo inicial y lo obliga a utilizar las demás rutas que así sean de mayor costo cumplan con las nuevas limitaciones.

6. PROPUESTA DE DISEÑO PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO IMPLEMENTANDO ZONIFICACIÓN.

El sistema de ruteo creado a partir del algoritmo de pétalos, tiene como base rutas predeterminadas (que en este caso provienen del método del barrido), que al ya estar creadas no permiten alteraciones de clientes ni de secuencia, por tal razón la creación de los escenarios es limitada, pues esta restricción no permite la generación de rutas alternas.

Se decidió establecer grupos de nodos ubicados en un mismo espacio territorial con el propósito de crear un conjunto pequeño de clientes y así construir un caso estudio que se pueda resolver en tiempo oportuno y no se convierta en un modelo indeterminado. Además que permita el desarrollo de escenarios necesarios para realizar análisis frente al modelo de pétalos y el comportamiento del precio dual en el VRP. Como también se quiere constatar la calidad de esta solución frente a la solución obtenida por Pétalos.

Para la construcción de este modelo se optó por estudiar la bibliografía del VRP desarrollada por Miller, Tucker y Zemlin (1960). Formulación MTZ del CVRP, este método considera que el problema está encaminado al mínimo costo, contando con una flota uniforme de vehículos, cada uno con capacidad C para servir a los clientes geográficamente dispersos, que poseen una demanda determinista y deben ser servidos por un solo vehículo. (Moghadam Farhang, Sadjadi et al. 2010)

6.1. Formulación del modelo para la Solución del VRP.

En este modelo se propone la minimización de los costos asociados a la distancia recorrida, creando rutas que cumplan con la demanda de los clientes.

6.1.1. Notación y Definición

Conjuntos.

Set Nodos $\{1..N\}$ Conjunto de Nodos Ordenados

Variables

u_{ij} = Determina la demanda acumulada al salir del cliente j para determinar si visita el cliente i

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{Si el arco entre los clientes i, j es asignado} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Definición de Parámetros

c_{ij} = Distancia del arco formado por el nodo i al nodo j

D = Valor de la demanda del cliente

CAP = Capacidad del camión

R = Número de Vehículos

N = Número mínimo de Nodos

Formulación Matemática.

$$\min \sum_i^I \sum_j^J c_{ij} x_{ij} \quad (5.1)$$

La función objetivo, es el costo total de la solución.

$$\sum_j^J x_{0j} = R \quad (5.2.)$$

$$\sum_i^I x_{i0} = R \quad (5.3)$$

En la restricción (5.2) R es la cantidad de vehículos a utilizar, donde se asegura que cada vehículo que sale del depósito se desplace a un nodo j, la (5.3) asegura que desde cualquier nodo i se regrese R vehículos al depósito.

$$\sum_j^J x_{ij} = 1 \quad \forall i \neq j \quad (5.4)$$

$$\sum_i^I x_{ij} = 1 \quad \forall j \neq i \quad (5.5)$$

Las restricciones (5.4) y (5.5) aseguran que todo cliente sea un nodo intermedio de alguna ruta, es decir, un solo origen y un solo destino.

$$(u_i - u_j) + CAP * x_{ij} \leq CAP - D_j \quad (5.6)$$

La restricción (5.6) evita la creación de subtour, y proporciona el contador de demanda acumulada para la restricción de capacidad.

$$D_i \leq u_i \leq CAP \quad (5.7)$$

Esta restricción demuestra que la demanda del cliente i sea menor a la demanda acumulada u_i y esta menor a la capacidad del camión

6.2. Construcción Caso Zonificación.

Se dispone de una distribución física constituida por una red de 80 clientes a los cuales se les debe cumplir con la demanda determinística estipulada en el primer caso estudio, como se conoce, la forma más básica del VRP es el TSP, que de igual forma representa un problema NP-Hard, que para ser resuelto necesita un tiempo de calculo que se incrementa con rapidez a medida que aumenta el número de Nodos; en un caso general el número de rutas factibles que debe considerarse es $(n - 1)!/2$, puesto que hay $(n - 1)$ posibilidades para el primer Nodo después del Depósito, $(n - 2)$ posibilidades para el siguiente Nodo y así sucesivamente. El denominador 2 surge porque cada ruta presenta una ruta inversa equivalente con la misma distancia (TSP simétrico). Así, mientras un TSP con 10 Nodos tiene no menos de 200.000 soluciones factibles que deben ser

consideradas, un problema con 20 Nodos tiene alrededor de 10^{16} soluciones factibles, mientras que un problema con 50 Nodos tiene alrededor 10^{62} (Hillier 2001)

Como se plantea, la solución para un VRP de 80 clientes representa una complejidad computacional aun mayor, pues su posible cantidad de soluciones factibles serian de gran tamaño, por tal razón su tiempo de repuesta al modelo sería muy alto.

Es así como se determinó cardinalmente la asignación de nodos a zonas geográficas de la ciudad (Norte, Sur, Oriente y Occidente) que no superen los 25 clientes en cada grupo, con el propósito de disminuir la posibilidad de que el modelo no encuentre una solución factible.

Las zonas constituidas de acuerdo a su ubicación geográfica son (ver Ilustración 4):

Zona Norte.

Enmarcada por el color rojo, se encuentra conformada por 14 clientes.

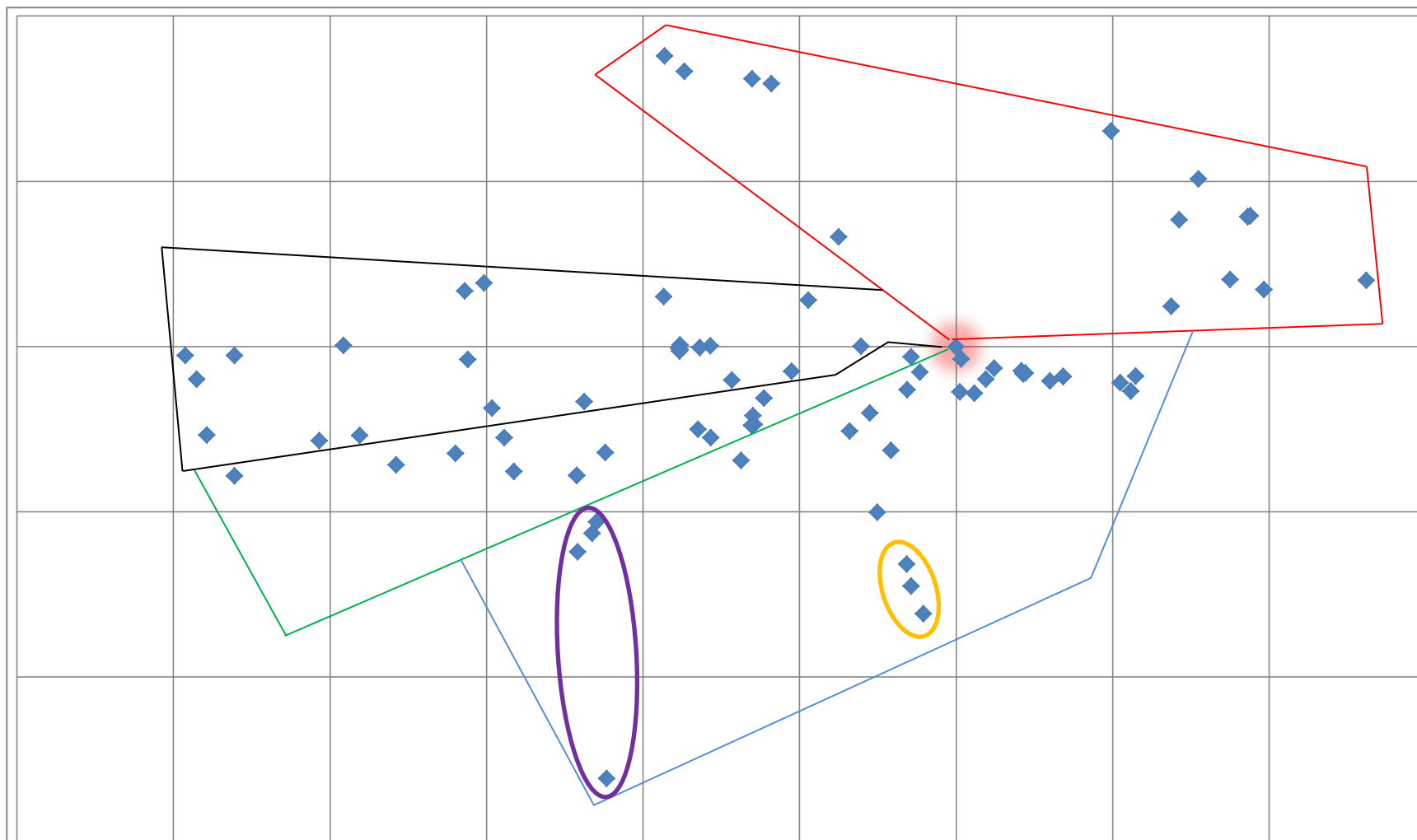
Zona Sur

Enmarcada por el color verde, se encuentra conformada por 15 clientes

Zona Occidente

Enmarcada por el color negro, se encuentra conformada por los clientes 23 clientes.

Ilustración 4. Zonas de Distribución



Fuente: Elaboración propia, adaptada de la gráfica de ubicación de los clientes en la Ciudad

Zona Oriente

Enmarcada por el color azul, se encuentra conformada por 28 clientes

6.2.1. Aplicación del lenguaje AMPL para la solución del problema de ruteo en la zonificación.

Una vez clasificadas las zonas de distribución para los productos de la empresa, se procede con el desarrollo de los archivos para implementar AMPL y encontrar una solución óptima en cada uno de ellos; recordando características del lenguaje tales como la utilización de los archivos de notas (Modelo, Datos y Comandos), que son los encargados de la sintaxis para la ejecución de los procesos, tal y como se muestra en la sección 4.2.2.1

Para el archivo inicial (Archivo de texto) se construyen las sentencias que determinan el objetivo y las restricciones correspondientes a la asignación y secuenciación de las rutas para cada zona. (ver Anexo 2)

Después se realiza la construcción del archivo de datos en el que se determinan los valores de los parámetros mencionados en el archivo del modelo y la matriz de distancia construida de acuerdo a cada zona. (Ver Anexo 3). Se prosigue con la creación del archivo plano de comandos, que ayude a visualizar mejor las respuestas.

6.3. Resultados de la modelación aplicada en la zonificación

Después del desarrollo y la aplicación de los modelos para la solución del VRP sobre cada una de las zonas predeterminadas, se obtienen los resultados de secuenciación y asignación óptimos que minimizan la distancia total recorrida por zonas, y posteriormente la sumatoria de dichos resultados conformarán la trayectoria total de los 80 clientes.

En la zona oriente se identificaron varios problemas, pues al ser el conjunto de nodos de mayor tamaño aplicado a un método exacto, representa un problema de gran complejidad.

Se realiza una primera prueba con este número de clientes, dando como resultado un solución no factible, por tanto se disminuye aleatoriamente el número de clientes hasta un

valor igual a los de las demás zonas, con el propósito de conocer el comportamiento del modelo, obteniendo como resultado de nuevo soluciones no factibles; ya determinado que el número de clientes no estaba afectando directamente el buen funcionamiento del modelo, se entra a analizar la ubicación de los clientes, encontrando 7 clientes alejados de la zona de mayor concentración de nodos.

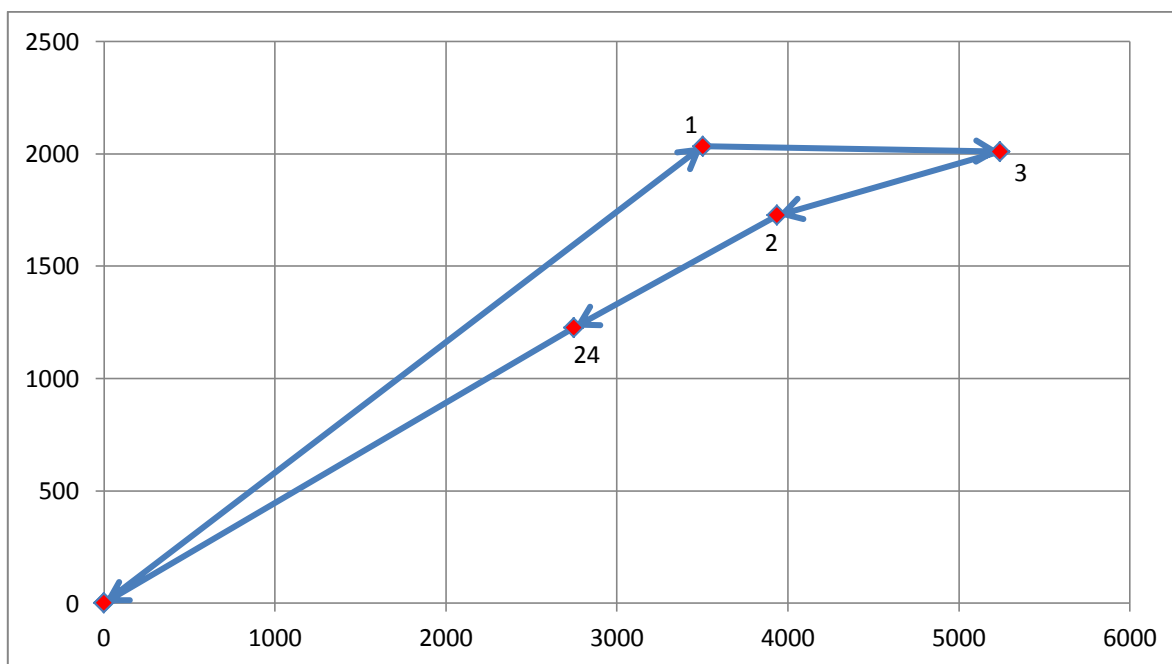
Ya identificado los clientes de mayor lejanía que no permiten que el modelo optimice los resultados de la zona, se crean dos nuevas zonas, identificadas como zonas con barreras geográficas, las zonas se observan en la Ilustración 4

Zona Noroeste, Enmarcados en Naranja con 3 clientes

Zona Suroeste, Encerrados en violeta, la cual contiene 4 clientes

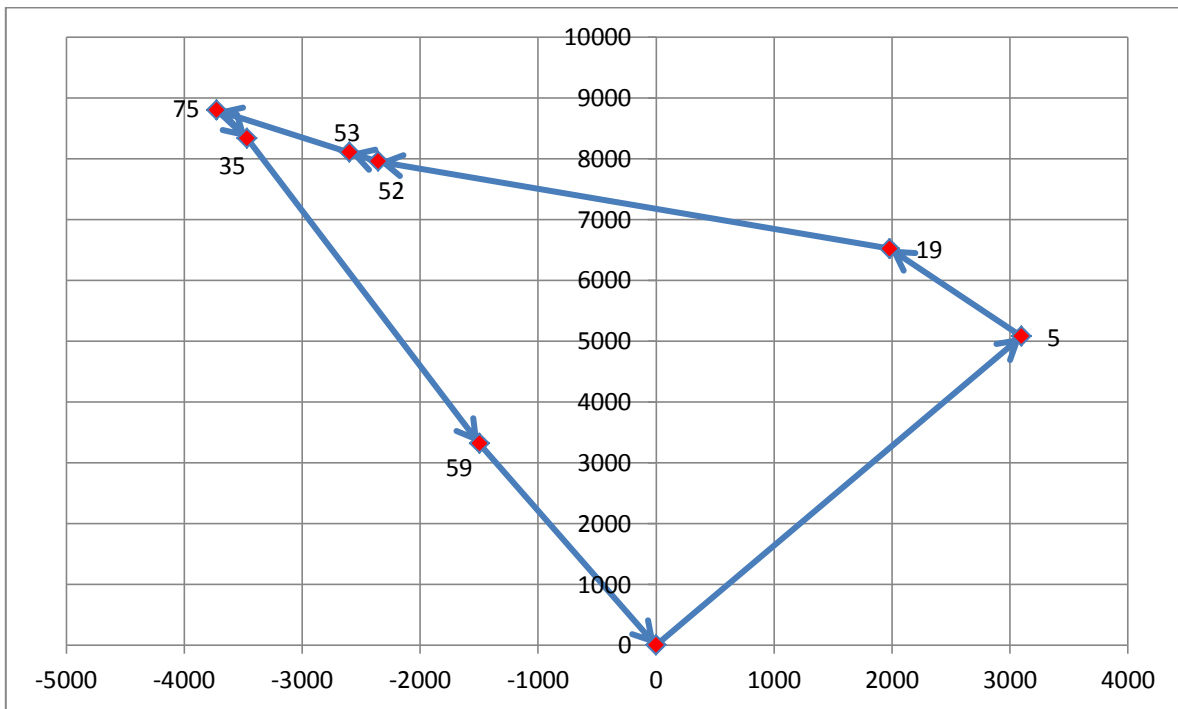
Para la zona Norte se generaron tres (3) rutas (Grafico 12, 13 y 14) debido a que las demandas de los clientes sumaban 24.978 Kg (mayor a los 24.000 Kg, Capacidad límite de 2 camiones). La distancia total recorrida es de 56.240 m.

Gráfico 12. Ruta 1 Norte



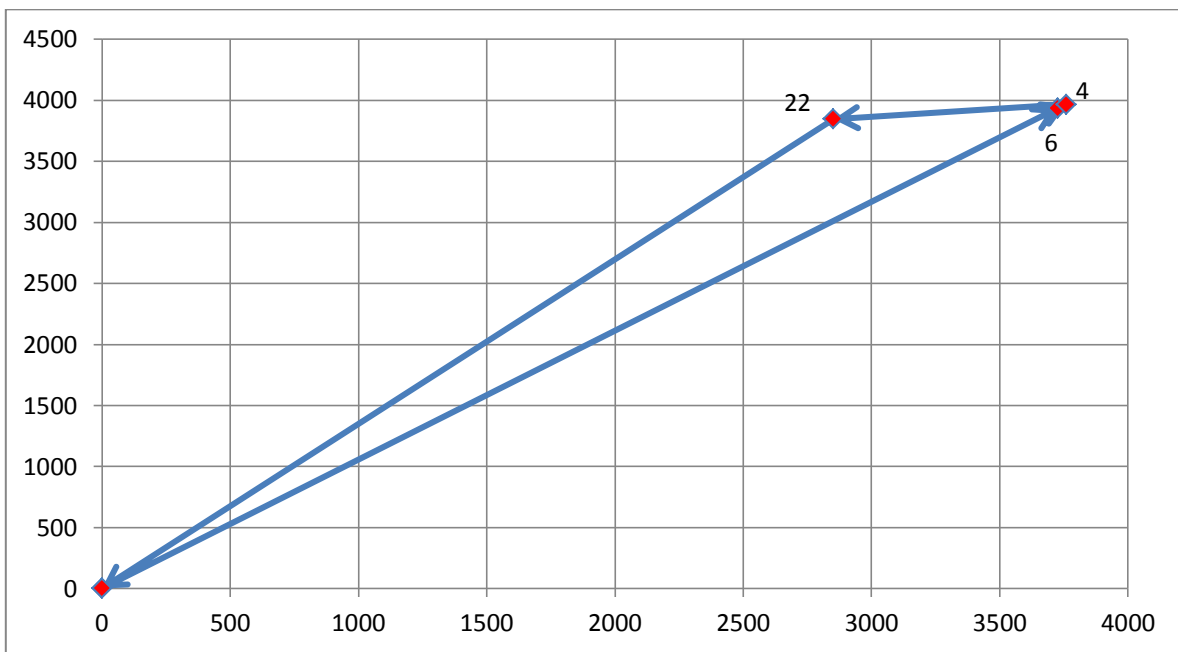
Compuesta por los clientes 1, 2, 3 y 24, con una demanda de 7232 Kg.

Gráfico 13. Ruta 2 Norte



Demanda total de la ruta 11.129 Kg.

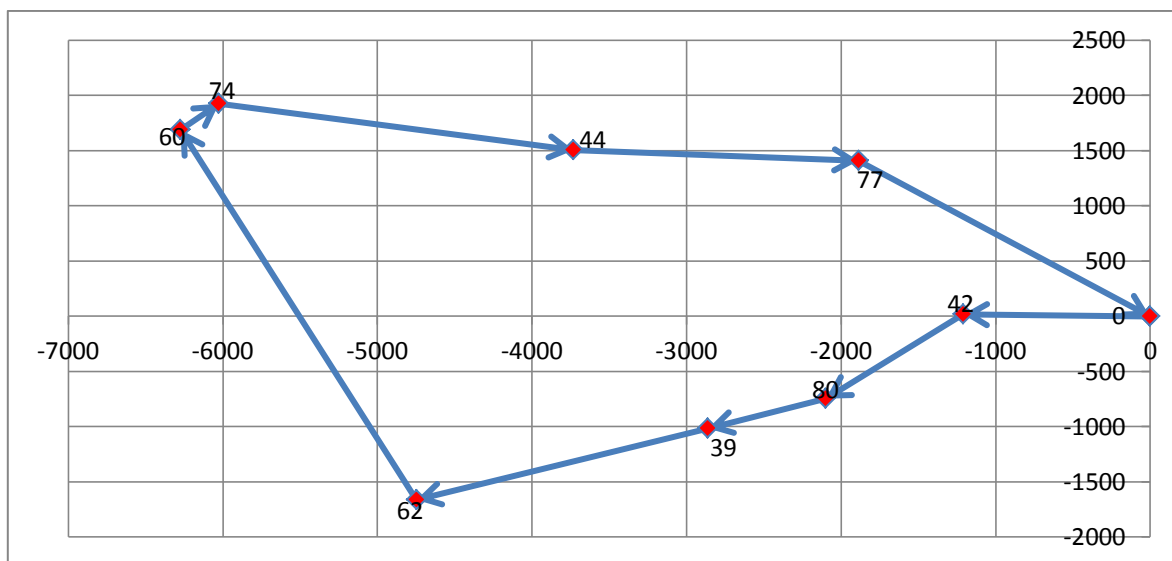
Gráfico 14. Ruta 3 Norte



Demanda total de la ruta 6617 Kg.

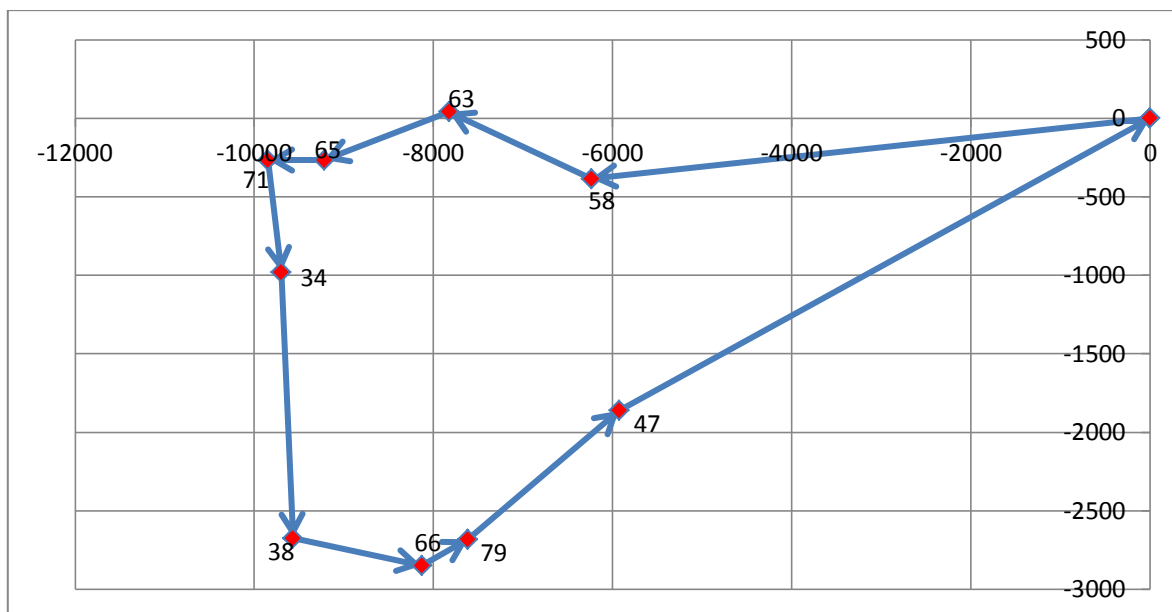
Siguiendo con la asignación, en la Zona Occidente se generaron otras tres (3) rutas dado que las demandas de los clientes alcanzaron los 31.575 Kg y su distancia recorrida total es de 55.478 m. (Grafico 15, 16 y 17).

Gráfico 15. Ruta 1 Occidente



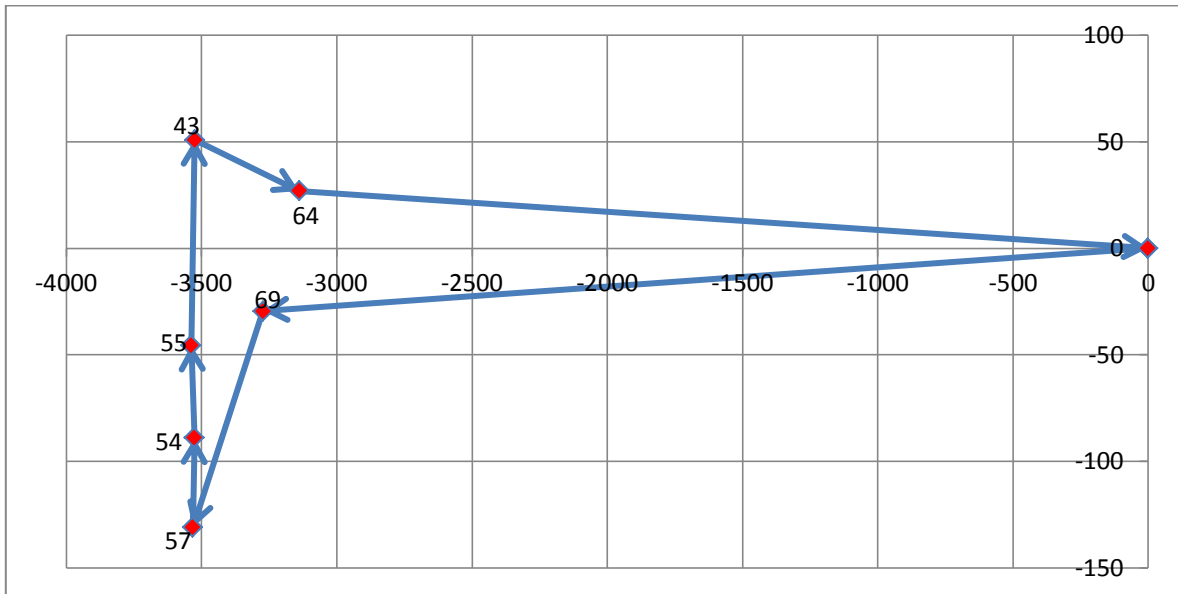
Demanda de la ruta 8598 Kg.

Gráfico 16. Ruta 2 Occidente



Demanda de la ruta: 11.972 Kg

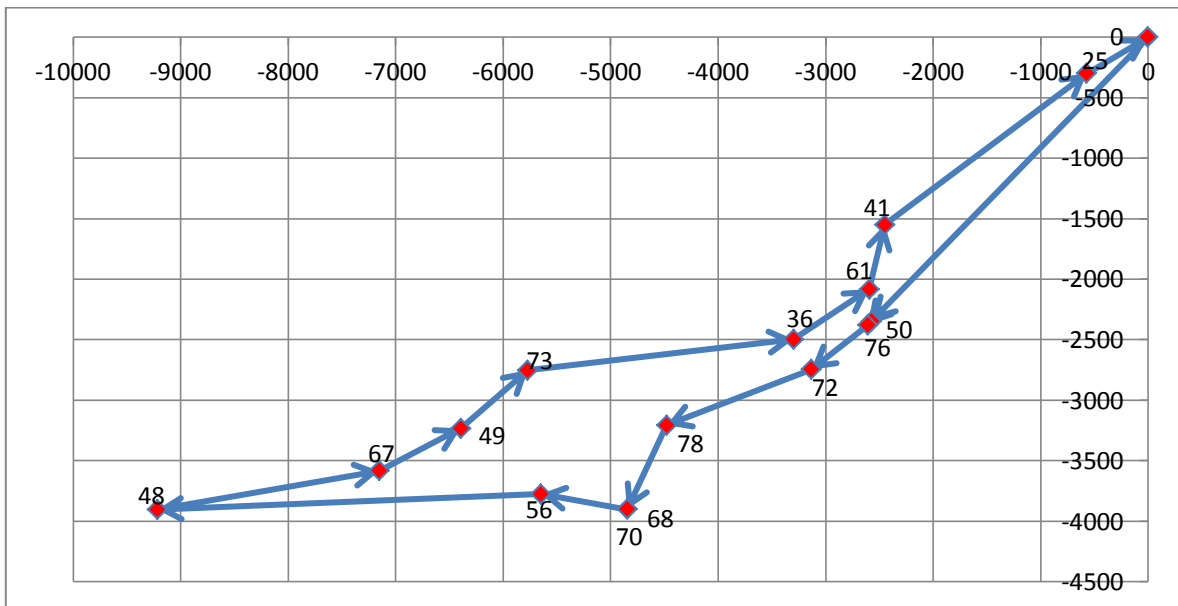
Gráfico 17. Ruta 3 Occidente



Demanda de la ruta: 11.005 Kg

Para la zona sur se generó una sola ruta asignada a 15 clientes, los cuales sumaban una demanda de 11.680 Kg y una distancia total de recorrido de 25.900 m. (Gráfico 18)

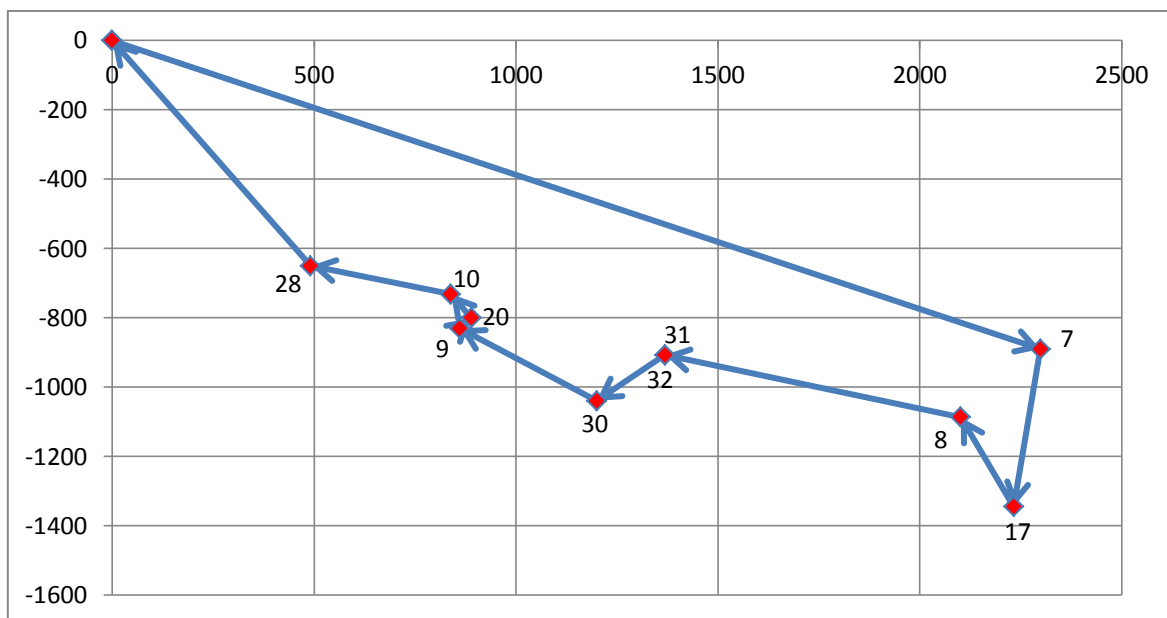
Gráfico 18. Ruta Sur



Finalmente, se obtiene la asignación de dos (2) rutas para la zona oriente supliendo una demanda de 16.424 Kg generando un recorrido de 22.388 m. (Gráfico 19 y 20)

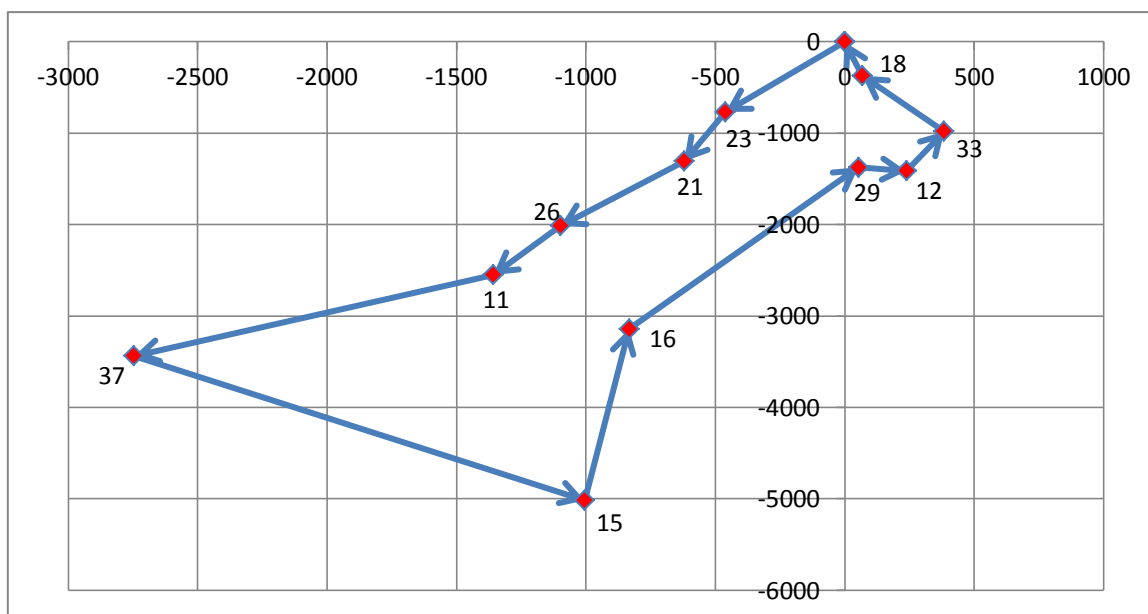
Cabe resaltar que adicional a estas dos rutas, se crean independientemente otras dos para llegar a los clientes excluidos por las razones expuestas anteriormente (clientes de zona Noroeste y Suroeste).

Gráfico 19. Ruta 1 Oriente



Demanda de la ruta 10.197 Kg.

Gráfico 20. Ruta 2 Oriente



Demanda de la ruta 6.227 Kg.

A continuación se muestran las rutas para los clientes excluidos de la solución original de la zona oriente, dando como resultado en la del Suroeste un recorrido de 34.932 m y para la Noroeste un recorrido de 19.785 m. (Gráfico 21 y 22)

Gráfico 21. Ruta Suroeste

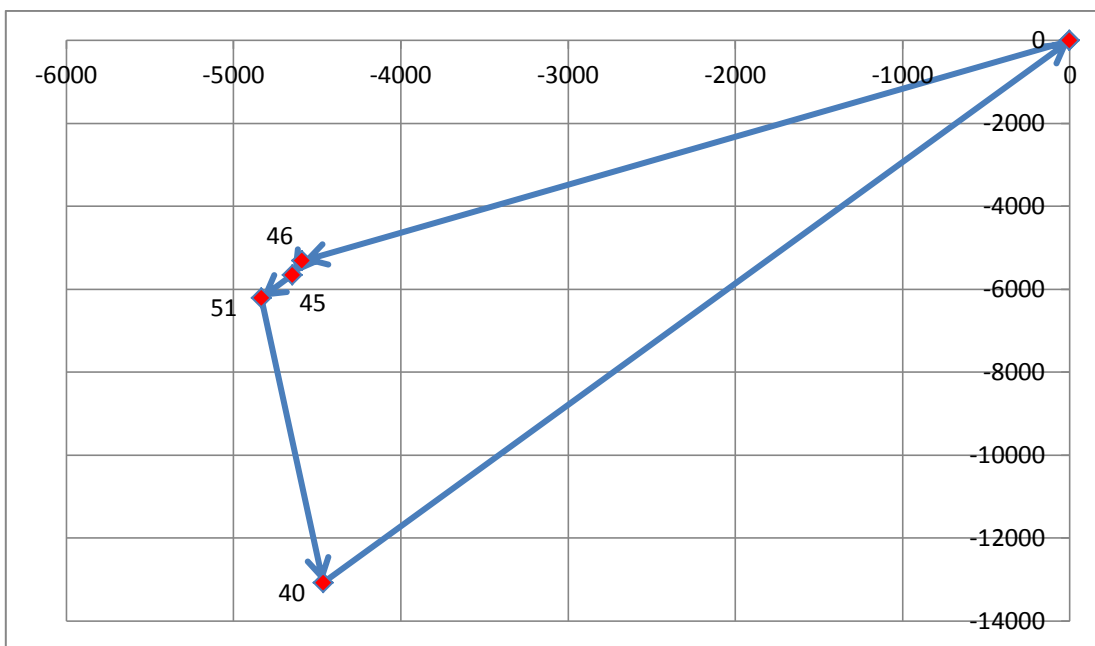
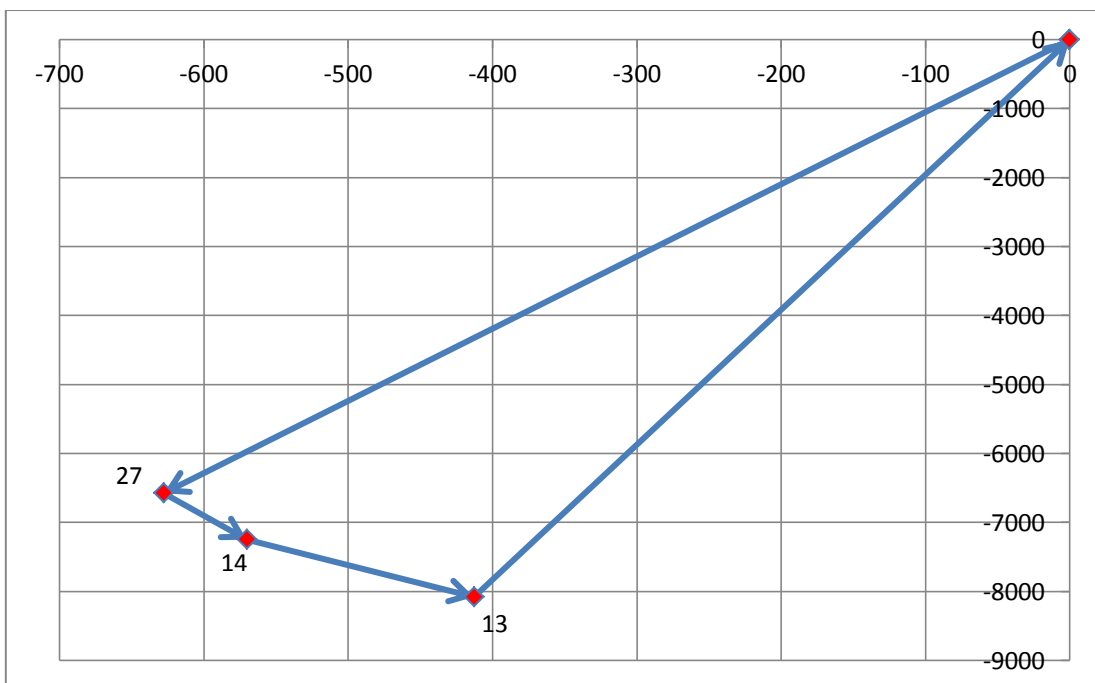


Gráfico 22. Ruta Noroeste



7. ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN DEL CASO ESTUDIO (VRP)

Se obtuvieron dos respuestas para la solución de este caso estudio, en la primera parte se desarrolló el algoritmo de pétalos, el cual nos arrojó una distancia recorrida de **284.688 m** utilizando 8 camiones. Para este resultado se encontró que el tiempo de preparación del modelo conlleva varios procesos largos, y no permite realizar modificaciones, es decir, en caso que se decida adicionar un cliente más, se tendrá que empezar de nuevo a construir el posible conjunto de rutas, lo cual conllevaría un alto nivel de tiempo; en el caso de excluir más de dos clientes también se deberá generar desde el principio la construcción del conjunto de rutas.

Esto causa grandes limitaciones para crear alteraciones al modelo, lo cual lo hace rígido y poco práctico, para realizar análisis de diferentes escenarios que se pudieran analizar.

Por otro lado este trabajo se resolvió mediante la aplicación de un modelo exacto para la solución del VRP, que como se explicó anteriormente por su complejidad no permite grandes cantidades de nodos para visitar, por esto se decidió dividirlo en zonas de acuerdo a su ubicación geográfica. En la implementación de esta metodología se encontraron diferentes inconsistencias en la generación de las soluciones, que produjo la creación de nuevas rutas que sí permitieran cumplir con la visita total de los clientes. Sin embargo una vez se implementa esta metodología nos arroja a distancia de **214.723 m**. la cual represente un menor costo que en la implementación del pétalos, es decir en cuanto al costo asociado a la distancia este método resulta de mejor.

Además la estrategia por zonas, nos permite definir mejores escenarios para comprobar la factibilidad del modelo, como se explico en el análisis del sistema de ruteo creado aplicando el algoritmo de pétalos, este al excluir un cliente nos proporcionaba un mayor costo, caso contrario a la estrategia de zonificación.

Para comprobar esta afirmación se muestra a continuación el estudio del precio sombra en el VRP.

7.1. Creación de escenarios basados en la interpretación del costo Dual o precio sombra en los resultados del modelo.

Este representa el costo de oportunidad de una unidad adicional en el término independiente de la restricción correspondiente. Es decir, en cuánto se afecta la función objetivo por cada unidad adicional que se incremente el lado derecho.

Con el propósito de analizar los resultados de precios sombra que se muestran en cada ruta y su determinación en las decisiones de asignación, se tiene en cuenta para este estudio la metodología de generación de columnas, de modo que de manera iterativa se evalúe una posible ruta a entrar a la base del problema (Feillet 2007), es así como se revisa el comportamiento de un cliente y su costo dual frente a la posibilidad de abandonar una ruta y como esto afecta el resultado de la función objetivo.

En la modelación del problema, específicamente en los comandos de los resultados, se ingresa un nuevo “display” encargado de mostrar cuál es el valor de los precios sombra en los clientes, siendo este determinado por la distancia más corta que recorrería frente a cada uno de los otros clientes. Este dato fue incluido del manual de AMPL donde especifica que para mostrar el valor de un precio sombra es necesario escribir dentro del archivo de comandos el nombre de la **restricción.dual**, para el caso en estudio se llama **salida.dual**.

Es así, como se puede apreciar en cualquiera de los archivos de resultados de la modelación, por ejemplo la zona Sur (ver Anexo 4), los valores de los costos duales para los clientes que en ella interactúan.

Para demostrar lo explicado anteriormente se opta por excluir los clientes de la zona Sur que presenten el menor y el mayor costo dual (se escoge esta zona por conveniencia, dado que es la que genera una sola ruta para la solución del problema). Por consiguiente, la nueva zona sur presenta dos alteraciones en su secuenciación y su resultado final, cada uno dependiente del cliente que se sustraiga según la condición de su precio sombra.

7.1.1. Zona Sur con restricción del cliente de menor precio sombra.

El resultado de la modelación inicial de esta zona muestra al cliente 76 como el de menor precio sombra, por lo tanto se incluye esta variación en la restricción (5.4):

$$\sum_j^J x_{ij} = 1 \quad \forall i \neq j, i \neq 76 \quad (6.1)$$

$$\sum_i^I x_{ij} = 1 \quad \forall j \neq i \forall j \neq 76 \quad (6.2)$$

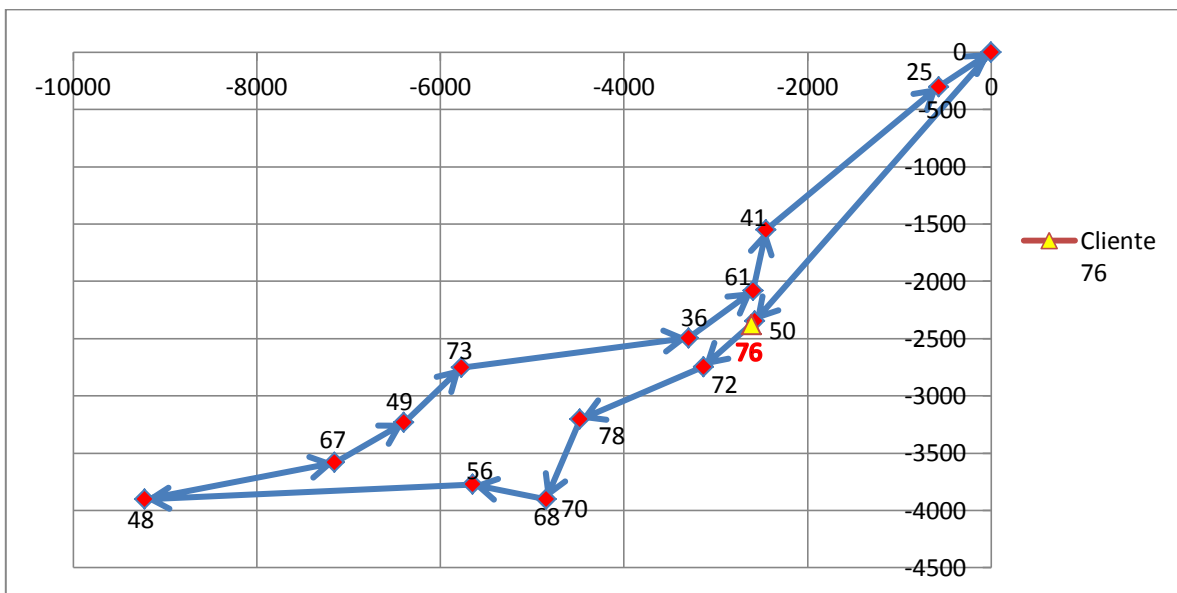
En las restricciones (6.1) y (6.2) se muestra la exclusión del cliente

Por consiguiente, se obtiene un nuevo resultado que indica lo siguiente:

Demanda de la nueva ruta: 10.729 Kg

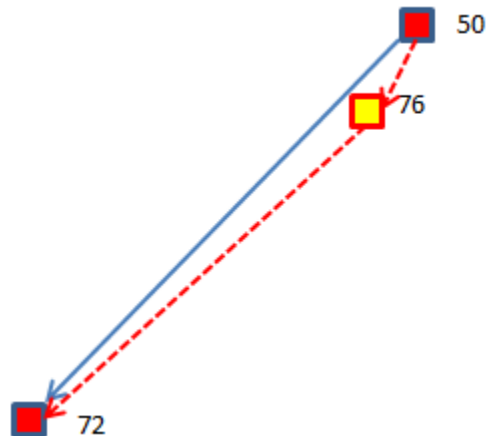
Secuenciación de la ruta:

Gráfico 23. Ruta Sur (menor precio sombra)



En esta gráfica se muestra la exclusión del cliente 76 del recorrido en la ruta de la zona Sur, el resultado final de la trayectoria es de 25.899 m, 1 menos que la solución original con todos los nodos. Se observa una disminución insignificante debido a que el cliente 76 se encuentra casi en la misma trayectoria entre el cliente 50 y el 72, es así como la ruta original genera el arco 50-76-72 y ahora muestra a 50-72, la resta de la trayectoria del primer arco con el segundo da como resultado el valor que disminuye la función objetivo al realizar esta prueba. (Gráfico 23 y 24)

Gráfico 24. Cambio de arcos debido a que no se visita el cliente 76.

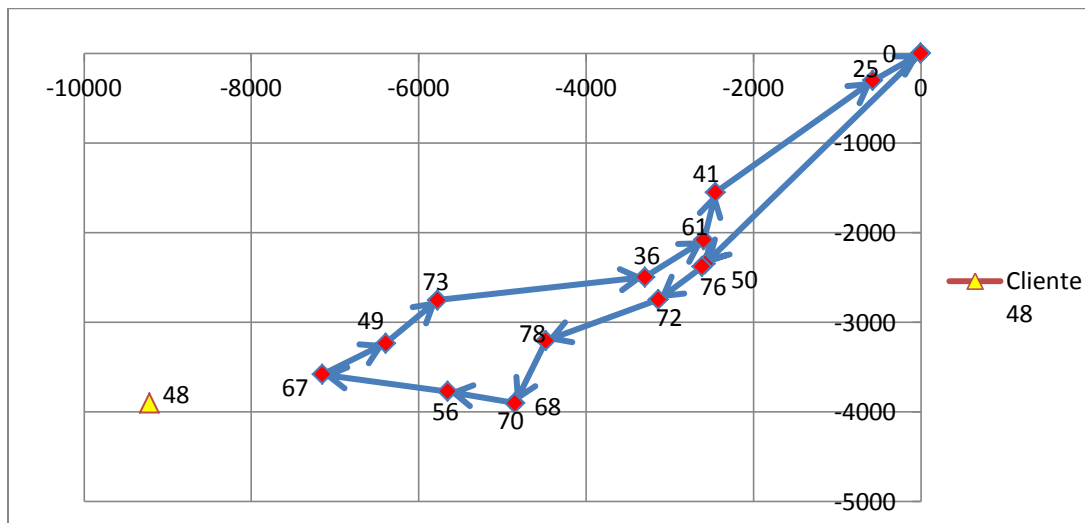


7.1.2. Zona Sur con restricción del cliente de mayor precio sombra.

Para este caso el resultado del ruteo muestra un mayor costo dual en el cliente 48, dejando la restricción del modelo de la siguiente manera:

La secuenciación bajo esta nueva restricción queda de la siguiente manera:

Gráfico 25. Ruta Sur (mayor precio sombra)



Este recorrido se realiza en 20.842 m, que en comparación con el resultado de la ruta original para esta zona disminuye en 5.058 unidades, que al igual que en el escenario anterior se ve reflejado en la diferencia de la trayectoria del arco de la ruta original 56-48-67 con el arco 56-67. (Gráfico 25)

8. CONCLUSIONES

- Utilizando el Algoritmo del Barrido se obtienen buenas rutas que cumplen con las restricciones de demanda y capacidad, generando un mayor aprovechamiento en la utilización de los camiones que en la zonificación resuelto con un método exacto, pues mientras en el primero se cubren todos los nodos con ocho (8) vehículos, para el segundo se hizo necesario disponer de once (11). Es decir, que en la estrategia de agrupación por zonas se presentaron dificultades que obligaron a la utilización de un mayor número de vehículos; incurriendo en un gran porcentaje de sub utilización de la capacidad máxima del camión.
- La comparación del Algoritmo de Pétalos y la estrategia de zonificación resuelta a partir de la aplicación de un método exacto para la solución del VRP, dió como resultado una menor distancia recorrida que en la aplicación del Pétalos, además de proporcionar mayor flexibilidad en la creación de escenarios permitiendo excluir más de dos clientes en caso que fuera necesario.
- El diseño de este sistema de ruteo utilizando el algoritmo de Pétalos, da como resultado un sistema de rutas factibles que sirven como solución inicial al problema, estas rutas son creadas por el Algoritmo del Barrido e ingresadas a la Heurística de Pétalos como rutas ya predeterminadas, por tanto no pueden ser modificadas de manera inmediata, pues se hace necesario la creación de nuevas rutas si se ingresa un nuevo cliente o se excluyen más de dos.
- Se pudo constatar la complejidad que existe al trabajar con métodos exactos para la solución del VRP, con una cantidad superior a 30 clientes, donde se evidencio grandes restricciones de este tipo de modelos para la solución del problema de ruteo, pues su capacidad de solución se vuelve limitada a el número de clientes que se utilice, pues al aumentar el número de nodos el conjunto de posibles rutas aumenta exponencialmente.
- Por último el diseño de ruteo que se realizó garantizando al pétalos buenas rutas, presenta problemas para encontrar mejores soluciones alternas, por otro lado la

zonificación de igual manera presentó problemas para resolver este problema planteado, es por esto que se deja para futuras investigaciones resolver este mismo problema mediante el Set Partitioning Problem basado en la generación de Columnas.

- Se pueden plantear nuevas soluciones adicionando rutas iniciales factibles mediante el método de los Ahorros.

BIBLIOGRAFÍA

Aponza, F. and J. Rodriguez (2006). Proceso de Logística Inversa del Reciclaje en la empresa IPP Ltda., Universidad Autónoma de Occidente.

Bentley, J. (1992). "Fast Algorithms for Geometric Traveling Salesman Problems." ORSA journal on computing **4**(4): 387-411.

Boctor, F. F. and J. Renaud (2000). "The column-circular, subsets-selection problem: complexity and solutions " Computers & Operations Research: 383-398.

Chopra, S. and P. Meindl (2008). Administración de la Cadena de Suministros. Mexico.

Clarke, G. and W. Wright (1964). "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. ." Operations Research **12**: 568 - 581.

Dantzig, G., Fulkerson, D., Johnson, S. (1954). "Solution of a large scale traveling salesman problem. ." Operations Research **2**: 393–410.

Dantzig, G. and J. Ramser (1959). "The truck dispatching problem." Management Science **6**: 80 - 91.

Feillet, D. (2007). "Solution of vehicle routing problems with Branch and Price." Habilitation à diriger des recherches. Université d' Avignon et des Pays de Vaucluse.

Foster, B. and D. Ryan (1976). "An integer programming approach to the vehicle scheduling problem." Journal of the Operational Research Society **27**: 367–384.

Fourer, R., D. M. Gay and B. W. Kernighan. (2012). "AMPL, Un lenguaje de Programación Matematica."

González V., G. and F. González A. (2006). "METAHEURÍSTICAS APLICADAS AL RUTEO DE VEHÍCULOS. UN CASO DE ESTUDIO. PARTE 1: FORMULACIÓN DEL PROBLEMA." Ingeniería e Investigación **0120-5609**.

Hillier, F. S. a. L., G. J. (2001). Introduction to operations research.

Jaque Pirabán, R. A. (2008). Métodos Aproximados para la Solución del Problema de Enrutamiento de Vehículos, Universidad Nacional de Colombia.

Kytöjoki, J., T. Nuortio, O. Bräysy and M. Gendreau (2007). "An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems." Computers & Operations Research **34**(9): 2743-2757.

Li, H. and A. Lim (2002). Local search with annealing-like restarts to solve the vehicle routing problem with time windows. . Proceedings of the 2002 ACM symposium on Applied computing., AMC: 560-565.

Miller, AW Tucker, RA Zemlin - Journal of the ACM (JACM), 1960 "Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems".

Moghadam Farhang , B., S. J. Sadjadi and S. M. Seyedhosseini (2010). "Comparing Mathematical and Heuristic Methods for Robust Vehicle Routing Problem." International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences **2**(2): 109 - 116.

Olivera, A. (2004). Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos, Universidad de la República.

Renaud, J., F. F. Boctor and G. Laporte (1996). "An Improved Petal Heuristic for the Vehicle Routing Problem." Operational Research Society: 329 - 336.

Ryan, D. M., C. Hjørning and F. Glover (1993). "Extension of the Petal Method for Vehicle Routing." Operational Research Society **44**(3): 289 - 296.

Toth, P. and D. Vigo (2000). An Overview of Vehicle Routing Problems. . Monographs on Discrete Mathematics and Applications. In: The Vehicle Routing Problem. : 1 - 26.

Vidal, C. J. (2010). PLANEACIÓN, OPTIMIZACIÓN Y ADMINISTRACIÓN DE CADENAS DE ABASTECIMIENTO Santiago de Cali, COLOMBIA.

ANEXOS

Anexo 1. Archivo modelo de Pétalos en lenguaje AMPL

```
param n;  
param m;  
set RUTAS:= 1..n; # Conjunto de rutas  
set CLIENTES:= 1..m; # Conjunto de clientes  
  
param a{k in RUTAS, i in CLIENTES}; # si el cliente i es visitado por la ruta k  
param c{k in RUTAS}; #costo de la ruta k  
  
var x {k in RUTAS} binary; # Variable que indica si la ruta k es asignada  
  
minimize Distancia: sum {k in RUTAS} c[k]*x[k];# Minimiza la distancia total de los viajes  
  
subject to visita {i in CLIENTES}:  
sum{k in RUTAS} a[k, i]*x[k]=1; # Cumplimiento de la visita de un cliente
```

Anexo 2. Archivo modelo para solución del VRP en AMPL

```
NODOS ordered := {1..N}; # Conjunto de nodos ordenados
param N integer > 2; # Número de nodos
param D{NODOS}; # Demanda del cliente
param C{i in NODOS, j in NODOS: i <> j}; # Distancia del arco formado por el nodo i al
nodo j
param CAP >= 0; #Capacidad del camion
param R >=0;
var x {i in NODOS,j in NODOS: i<>j} binary; # Variable que indica si el arco (i,j) se
establece
var u {NODOS} >= 0;# Variable relacionada con los nodos
minimize Distancia: sum {i in NODOS,j in NODOS: i <> j} C[i,j]*x[i,j];# Minimiza la distancia
total de viaje

subject to salida {j in NODOS: j<>1}:
sum{i in NODOS:i<>j} x[i,j]=1; # Desde un nodo solo visita un cliente
subject to entrada {i in NODOS: i<>1}:
sum{j in NODOS:i<>j} x[i,j]= 1; # Hacia un nodo se llega solo desde un cliente

subject to salida_deposito {j in NODOS: j = 1}:
sum{i in NODOS: i<>1} x[i,j]= R; # Desde un nodo solo visita un cliente

subject to entrada_deposito {i in NODOS: i = 1}:
sum{j in NODOS: j<>1} x[i,j]=R; # Desde un nodo solo llega un cliente

# Restricciones de Subtour
subject to Subtour {i in NODOS, j in NODOS: i<>j and i>=2 and j>=2}:
u[i] - u[j] + CAP*x[i,j] <= CAP - D[j];

subject to u_min {i in NODOS: i<>1}:
D[i]<=u[i];
```

subject to $u_max \{i \text{ in } NODOS: i < > 1\}$:
 $u[i] \leq CAP$;

Anexo 3. Archivo de datos para solución del VRP en lenguaje AMPL

```
param N := 15;
param R := 1;
param CAP := 12000;
param D:=

2      150
3      750
4      1966
5      348
6      364
7      951
8      283
9      944
10     1454
11     2312;

param C := [*,*] :

      1      2      3      4      5      6      7      8      9      10     11:=
1      .      788    5043   3537   12210  8740   4249   8287   4056   9757   7589
2      788    .      4268   2752   11426  7953   3493   7504   3286   8970   6818
3      5043   4268   .      1548   7424   3884   900    3266   996    4886   2552
4      3537   2752   1548   .      8740   5231   984    4753   672    6248   4095
5      12210  11426  7424   8740   .      3540   8323   4355   8382   2550   5332
6      8740   7953   3884   5231   3540   .      4783   1122   4846   1018   2056
7      4249   3493   900    984    8323   4783   .      4135   323    5783   3358
8      8287   7504   3266   4753   4355   1122   4135   .      4262   1847   992
9      4056   3286   996    672    8382   4846   323    4262   .      5855   3533
10     9757   8970   4886   6248   2550   1018   5783   1847   5855   .      2838
11     7589   6818   2552   4095   5332   2056   3358   992    3533   2838   .;
```

Anexo 4. Resultado Zona Sur

RESULTADOS DEL PROBLEMA VRP

DISTANCIA TOTAL = 25900.0

Arcos a establecer =

x :=

D	50	1.0
25	D	1.0
36	61	1.0
41	25	1.0
48	67	1.0
49	73	1.0
50	76	1.0
56	48	1.0
61	41	1.0
67	49	1.0
68(70)	56	1.0
72	78	1.0
73	36	1.0
76	72	1.0
78	68(70)	1.0;

u [*] :=

25	12000.0
36	8940.0
41	11850.0
48	5577.0
49	7395.0
50	951.0

```
56  5229.0
61  9884.0
67  7031.0
68(70) 4626.0
72  2143.0
73  8190.0
76  1983.0
78  2314.0;
```

salida.dual [*] :=

```
25  788.0
36  365.0
41  672.0
48  2550.0
49  960.0
50  57.0
56  992.0
61  323.0
67  1018.0
68(70) 960.0
72  365.0
73  960.0
76  57.0
78  960.0;
```