



**UNA APROXIMACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA COMERCIAL TEÓFILO ROBERTO POTES
AL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, DESDE LA TEORÍA SEMIÓTICA
COGNITIVA**

JUAN CARLOS LÓPEZ MURILLO

JUDY DALLANA MENA MANTILLA

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGÍAS Y CULTURAS
BUENAVENTURA
2023



**UNA APROXIMACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA COMERCIAL TEÓFILO ROBERTO POTES
AL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, DESDE LA TEORÍA SEMIÓTICA
COGNITIVA**

JUAN CARLOS LÓPEZ MURILLO

JUDY DALLANA MENA MANTILLA

Trabajo de Grado para optar el título de
LICENCIADO EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Dirigido por
JUAN CARLOS JARAMILLO RIASCOS

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ESCUELA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS, TECNOLOGÍAS Y CULTURAS
BUENAVENTURA
2023

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Subdirección Académica	ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO
---	---

Programa Académico — Lic. En Edu. Básica Con Énfasis En Matemáticas
Fecha

Código del programa: 3 4 6 9 Resolución del programa: _____

Día	Mes	Año
30	3	2023

Título del Trabajo o Proyecto de Grado				
UNA APROXIMACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA COMERCIAL TEÓFILO ROBERTO POTES AL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, DESDE LA TEORÍA SEMIÓTICA COGNITIVA.				
Se trata de:				
Proyecto ☐		Informe Final ☒		
Director				
Juan Carlos Jaramillo Riascos				
Nombre del Primer Evaluador				
Jimmy Alexander Uribe Carreño				
Nombre del Segundo Evaluador				
Estudiantes				
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
Juan Carlos López Murillo	1856005	3469	juan.lopez.murillo@correounivalle.edu.co	3212631995
Judy Dallana Mena Mantilla	1857493	3469	judy.mena@correounivalle.edu.co	3136254330
Evaluación				
Aprobado ☒		Meritorio ☐		Laureado ☐
Aprobado con recomendaciones ☐		No Aprobado ☐		Incompleto ☐
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de (máximo un mes) ante:				
Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐		Primer Evaluador ☐		Segundo Evaluador ☐
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: dd mm aa				
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).				

Firmas		
Juan C. Jaramillo R. Juan Carlos Jaramillo Riascos Director del Trabajo o Proyecto de Grado	 Jimmy A. Uribe C. Primer Evaluador	Segundo Evaluador

F-0401-03-04-02 19-10-2015 Elaborado por Instituto de Educación y Pedagogía

Recomendaciones ☐	Observaciones ☐	Razón de desacuerdo - Alternativas ☐
Firmas		
Juan C. Jaramillo R. Juan Carlos Jaramillo Riascos Director del Trabajo o Proyecto de Grado	 Jimmy A. Uribe C. Primer Evaluador	Segundo Evaluador

F-0401-03-04-02

Dedicatoria

Dedicado con mucho orgullo, felicidad y satisfacción a mis padres, José Aníbal López Ibarguen y María Gloria Murillo Asprilla (Q. E. P. D) quienes me enseñaron a no declinar en los momentos difíciles sino a seguir con visión cada uno de los proyectos que me proponga.

A mis hermanos, Jorge Andrés López Murillo, María Yaneht López Murillo, Yuliza López Murillo, Juan José López Murillo y María Yinne López Murillo, por ser parte de mi motivación e inspiración en los diferentes proyectos.

Al departamento del Chocó, especialmente a la comunidad de Panamacító, pueblo de guerreros que, a pesar del desconocimiento de su existencia por parte de los distintos mandatarios, entre ellos; gobernadores y alcaldes que han logrado llegar a dichos cargos, siempre hay fuerzas y unidad para brillar como comunidad olvidada en los tiempos de la politiquería e incluso en los que no existe la misma.

A usted querida y amada dama, quien inspira mi desvelo aun habiendo descubierto que el parámetro a representa la amplitud de sus incitantes y marcadas curvas.

Juan Carlos López Murillo

***Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial
teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva***

Este título se lo dedico a Dios, a mis padres, hermanos y a mí.

A Dios porque sé que con un propósito pude cursar y terminar la carrera.

A mis padres y hermanos por estar y esperar siempre lo mejor de mí.

A mí porque a pesar de los obstáculos y adversidades, pude seguir sin importar nada, entender en cada minuto que valía la pena avanzar y terminar.

Judy Dallana Mena Mantilla

Agradecimientos

A Dios por haberme dado el razonamiento, la dedicación y la perseverancia para cumplir esta meta que a pesar de las dificultades siempre hubieron salidas a cada una de estas.

A la Universidad del Valle por haberme permitido ser parte de aquella comunidad univalluna, no solo desde la interacción en el marco de la educación matemática, sino también desde el marco interactivo de otras disciplinas, creando en mí un espíritu académico, proyectado a generar ideas que contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático a nivel local, nacional e internacional.

A cada uno de los profesores que intervinieron en mi proceso de formación de manera directa e indirectamente y en especial al profesor Jorge Enrique Galeano Cano y al profesor José Francisco Vallecilla Espinosa, a quienes admiro y respeto mucho.

Al director de la investigación Juan Carlos Jaramillo Riascos, a los profesores y evaluadores Jimmy Alexander Uribe Carreño y Diana Marcela Lourido Guerrero por su dedicación, guía y aportes para la culminación con éxito de esta investigación.

A mi familia paterna y materna por haberme brindado su apoyo incondicional y constante durante todo este pregrado, el cual fue un pilar importante para culminar con éxitos el mismo. A mis compañeros, y en especial a Judy Dallana Mena Mantilla y Henry Yesid Mosquera Murillo por haberme dado la oportunidad de interactuar con ellos durante todo este tiempo.

Juan Carlos López Murillo

***Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial
teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva***

Primero que todo darle gracias a Dios por permitirme culminar e iniciar este proceso porque si no fuese por él esto no hubiese sido posible.

A mis padres Felipe Mena Valencia y Patricia Mantilla Angulo, gracias por su apoyo incondicional, por siempre estar y brindarme todo lo que necesito. Por sus enseñanzas, por cuidarme y llenarme de mensajes que me reconfortan cuando no tengo fuerza alguna.

A mis hermanos gracias por su apoyo y mensajes de aliento. A mis profesores que fueron los guías de este maravilloso proceso, en especial a Juan Carlos Jaramillo Riascos por su comprensión y apoyo.

A mis compañeros por sus enseñanzas y por el tiempo compartido, en especial a Juan Carlos López Murillo por ser mi compañero de lucha, por siempre tener voz de aliento y motivarme para continuar cada día.

Judy Dallana Mena Mantilla

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	3
CAPÍTULO I	5
I. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN.....	5
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
1.2 OBJETIVOS	11
1.2.1 Objetivo general.....	11
1.2.2 Objetivos específicos	11
1.3 ANTECEDENTES	11
1.3.1 A nivel internacional.....	12
1.3.1 A nivel nacional	14
1.3.1 A nivel distrital.....	17
1.3 JUSTIFICACIÓN	19
1.3 MARCO CONTEXTUAL	22
CAPÍTULO II	25
II. MARCO TEÓRICO.....	25
2.1 PERSPECTIVA MATEMÁTICA	26
2.1.1 Función Cuadrática	27
2.1.1.1 Función Cuadrática desde un punto de vista algebraico (Función desarrollada o polinómica).....	27
2.1.1.2 Función cuadrática desde la interpretación del lugar geométrico, (Forma analítica)	29
2.2. PERSPECTIVA DIDÁCTICA	31
2.2.1 Una mirada a la función cuadrática desde la didáctica de las matemáticas	31
2.2.2 Representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas	34
2.2.4 Teoría de las situaciones didácticas	38
2.2.3 Análisis semiótico cognitivo de la función cuadrática.....	40
2.2.5 Secuencia didáctica	47
2.3. PERSPECTIVA CURRICULAR	49
2.3.1 Lineamientos Curriculares	50
2.3.1.1 La resolución y planteamiento de problemas.....	50
2.3.1.2 Procesos de comunicación	52

***Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial
teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva***

2.3.1.3	Procesos de modelación.....	53
2.3.1.4	Pensamiento variacional	56
CAPÍTULO III.....		60
III.	MARCO METODOLÓGICO.....	60
3.1	ELEMENTOS METODOLÓGICOS	60
3.2.	Fases de la investigación.....	62
3.2.1	Fase 1: Delimitación del problema de investigación	63
3.2.2	Fase 2: Diseño e implementación de la secuencia didáctica.....	65
3.2.3	Fase 3: Resultados finales de la investigación.....	68
CAPÍTULO IV.....		69
IV.	ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	69
4.1	Rejilla de análisis	69
4.2	Análisis a priori de la secuencia didáctica	72
4.2.1	Situación 1 (S1): Términos relacionados con la función cuadrática y representación de las formas de la función.....	72
4.2.2	Situación 2 (S2): Transformación de los registros de representación analítico y gráfico en la función cuadrática.....	76
4.3	Análisis a posteriori de la secuencia didáctica.....	78
4.3.1.	Situación 1: Términos relacionados con la función cuadrática.....	80
4.3.2.	Situación 2: Transformación del registro de representación analítico al gráfico	109
4.4	Análisis general de las situaciones.....	123
CAPÍTULO V		126
V.	CONCLUSIONES	126
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		130
ANEXOS		134

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Aprendizajes por mejorar de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes. Fuente: ICFES (2016, 2017 y 2018).	7
Tabla 2: Valores de las variables visuales y unidades simbólicas significantes para la función $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.	41
Tabla 3: Aspectos generales de la estrategia basada en experimentos de enseñanza. Fuente: Tomado Camargo (2021)	61
Tabla 4: Elementos conceptuales y procedimentales asociados a la función cuadrática. Elaboración propia.	71
Tabla 5: Modelo de tabla utilizado para la tipificación de respuestas.	79
Tabla 6: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 1- Actividad del inciso a.	80
Tabla 7: Tipificación de respuestas Situación 1 - Tarea 1 - Actividad del inciso b.	83
Tabla 8: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 – 1 - Actividad del inciso a.	86
Tabla 9: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2-1 - Actividad del inciso b.	86
Tabla 10: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 1 - Actividad del inciso c.	87
Tabla 11: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2-1 - Actividad del inciso d.	88
Tabla 12: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso a.	90
Tabla 13: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso b.	92
Tabla 14: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso c.	94
Tabla 15: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 3 - Actividad del inciso a.	96
Tabla 16: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 3 - Actividad del inciso b.	98
Tabla 17: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 3 - Actividad del inciso c.	99
Tabla 18: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 3 -1 - Actividad del inciso a.	100
Tabla 19: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 3 - 1 - Actividad del inciso b.	102
Tabla 20: Tipificación de respuestas Situación 1 - Tarea 3 - 2- Actividad del inciso a.	103
Tabla 21: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 3 – 3 - Actividad del inciso a.	107
Tabla 22: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 1- Actividad del inciso a.	110
Tabla 23: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 1- 2 - Actividad del inciso b.	112
Tabla 24: Tipificación de respuestas Situación 2- Tarea 1 – 3 - Actividad del inciso c.	113
Tabla 25: Tipificación de respuestas Situación 2- Tarea 2 - Actividad del inciso a.	115
Tabla 26: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso a.	118

***Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial
teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva***

Tabla 27: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 3 - Actividad del inciso a.....	119
Tabla 28: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 3 – 2 - Actividad del inciso a.....	121
Tabla 29: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 3 – 3 - Actividad del inciso a.....	122

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Institución Educativa Teófilo Roberto Potes.....	23
Ilustración 2: Concavidad de la parábola y algunos elementos. Elaboración propia.....	28
Ilustración 3: Registro gráfico del ejemplo anterior. Elaboración propia.....	30
Ilustración 4: Representación analítica de la función cuadrática. Elaboración propia.	36
Ilustración 5: Representación gráfica de la función cuadrática. Elaboración propia.....	37
Ilustración 6: Concavidad de la parábola para la representación $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.	42
Ilustración 7: Concavidad de la parábola para la representación $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.	43
Ilustración 8: Intersección de la curva con el eje y de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.	44
Ilustración 9: Análisis de congruencia entre el registro analítico y el registro gráfico de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.....	46
Ilustración 10: Ejemplo asociado a la resolución y el planteamiento de problemas. Fuente, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016).....	52
Ilustración 11: Ejemplo asociado al proceso de comunicación. Fuente, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016).....	53
Ilustración 12: Ejemplo asociado al proceso de modelación. Fuente, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016).....	55
Ilustración 13: Coherencia vertical y horizontal, con referencia al pensamiento variacional. Fuente: Estructura obtenida de Estándares Básicos de competencia matemática (MEN, 2006)..	57
Ilustración 14: Ejemplo asociado al pensamiento variacional. Elaboración propia.	58
Ilustración 15: Relación entre perspectivas. Elaboración propia.....	59
Ilustración 16: Plan de ejecución estrategia de experimento de enseñanza. Fuente: una adaptación de Camargo (2021)	62
Ilustración 17: Esquema de planeación de la secuencia didáctica. Elaboración propia.	66
Ilustración 18: Representación de las gráficas utilizadas para la Situación 1- Tarea 3 - 2 - Actividad del inciso a.....	104

ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T1 - A_a$	81
Imagen 2: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T1 - A_a$	82
Imagen 3: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T1 - A_a$	82
Imagen 4: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T1 - A_b$	84
Imagen 5: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T1 - A_b$	84
Imagen 6: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T1 - A_b$	85
Imagen 7: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 1 - A_a$	86
Imagen 8: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 1 - A_b$	87
Imagen 9: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 1 - A_c$	88
Imagen 10: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 1 - A_d$	89
Imagen 11: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 1 - A_d$	89
Imagen 12: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_a$	90
Imagen 13: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_a$	91
Imagen 14: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_b$	93
Imagen 15: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_b$	93
Imagen 16: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_c$	94
Imagen 17: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_c$	95
Imagen 18: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 2 - A_c$	95
Imagen 19: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 3 - A_a$	96
Imagen 20: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 3 - A_a$	97
Imagen 21: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 3 - A_a$	97
Imagen 22: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 3 - A_b$	98
Imagen 23: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T2 - 3 - A_c$	99
Imagen 24: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T3 - 1 - A_a$	101
Imagen 25: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T3 - 1 - A_b$	102
Imagen 26: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T3 - 2 - A_a$	105
Imagen 27: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T3 - 2 - A_a$	105
Imagen 28: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T3 - 2 - A_a$	106
Imagen 29: Respuesta de un estudiante con respecto a la $S1 - T3 - 2 - A_a$	106

Imagen 30: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 – 3 - A _a	108
Imagen 31: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 – 3 - A _a	109
Imagen 32: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T1 - A _a	111
Imagen 33: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T1 - 2 – A _b	112
Imagen 34: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T1 - 3 – A _c	114
Imagen 35 : Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - A _a	116
Imagen 36: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - A _a	116
Imagen 37: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - A _a	117
Imagen 38 :Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 – A _a	117
Imagen 39: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - 2 – A _a	118
Imagen 40: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 – T3 – A _a	120
Imagen 41: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T3 – 2 - A _a	121
Imagen 42: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T3 - 3 - A _a	123

RESUMEN

El presente trabajo de investigación, tiene como objetivo aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999) mediante la implementación de una secuencia didáctica, en la que se articulan elementos conceptuales y procedimentales enmarcados en la didáctica de las matemáticas y propios de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999) que favorecen el aprendizaje de la función cuadrática por parte los estudiantes de grado octavo de la institución en mención. La secuencia está estructurada en Situaciones de las cuales se desprenden una serie de Tareas y posteriormente algunas Actividades, a partir de las cuales se hizo la caracterización de las producciones de los estudiantes dejando entre ver, por un lado, algunas habilidades asociadas al reconocimiento de los conceptos de la función cuadrática tanto en el registro analítico como en el gráfico y por otro, algunas dificultades al reconocer el mismo objeto en dos registros representación distintos.

Palabras claves: Función cuadrática, secuencia didáctica, representaciones semióticas, registros de representaciones semióticas, transformación.

ABSTRACT

The objective of this research work is to bring the eighth grade students of the Teófilo Roberto Potes Educational Institution closer to the concept of quadratic function based on the cognitive semiotic theory of Duval (1999) through the implementation of a didactic sequence, in which elements framed in the didactics of mathematics and typical of the cognitive semiotic theory of Duval (1999) are articulated that favor the learning of the quadratic function by the eighth grade students of the institution in question. The sequence is structured in Situations from which a series of Tasks emerge and later some Activities, from which the characterization of the students' productions was carried out; The results show, on the one hand, some abilities associated with the recognition of the concepts of the quadratic function both in the analytical register and in the graph, and on the other hand, some difficulties when it comes to recognizing the same object in two different representation registers.

Keywords: Quadratic function, didactic sequence, semiotic representations, registers of semiotic representations, transformation.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación describe una propuesta relacionada con la forma como los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito Especial de Buenaventura, se aproximan al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999). Considerando como recurso pedagógico una secuencia didáctica en la que se articularon elementos conceptuales y procedimentales enmarcados en la didáctica de las matemáticas y propios de la teoría semiótica cognitiva. Este trabajo se organizó en cinco capítulos, los cuales se describen a continuación.

En el primer capítulo se presentan elementos considerados para el planteamiento del problema de investigación incluyendo un conjunto de dificultades asociadas al aprendizaje de la función cuadrática, se formula la pregunta de investigación, los objetivos de la misma, se consideran algunos antecedentes (internacionales, nacionales y locales), se dan argumentos que sustentan la propuesta de trabajo y se contextualiza la investigación a desarrollar.

En el segundo capítulo se desarrolla el marco teórico a partir de tres perspectivas; matemática, didáctica y curricular. En la perspectiva matemática, se presentan algunos conceptos asociados a la función cuadrática desde un punto de vista algebraico y gráfico. En la perspectiva didáctica, se presentan algunos aspectos asociados a la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999), así como también, algunos aspectos de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (2007) y la idea de secuencia didáctica desde Díaz (2013) y Obando (2015) Y, en la perspectiva curricular, se abordan algunos elementos de los Lineamientos Curriculares (MEN,1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) como herramientas pedagógicas que permiten determinar pautas para el diseño curricular en las instituciones educativas.

El tercer capítulo, corresponde al desarrollo de los aspectos metodológicos de la investigación, resaltando la estructura en general de la misma a partir de tres fases respectivamente; la delimitación del problema de investigación, el diseño e implementación de la secuencia didáctica y los resultados finales de la investigación. En la primera fase, se hace una presentación general con respecto al desarrollo del primer capítulo, en el que fue pertinente la revisión de algunos libros, revistas; locales, nacionales e internacionales con el fin de identificar algunas dificultades asociadas al estudio y desarrollo de la función cuadrática.

En la segunda fase, se describe el diseño e implementación de la secuencia didáctica considerando algunos aspectos como la conceptualización sobre la secuencia didáctica y algunos de los elementos a tener en cuenta para el diseño de la misma. Y, en la última fase, se presenta el desarrollo de los análisis a partir de la tipificación de los resultados obtenidos por parte de los estudiantes de grado octavo en la secuencia didáctica con respecto a los aprendizajes asociados a la función cuadrática.

En el cuarto capítulo, se presenta lo concerniente al análisis de las producciones de los estudiantes a partir de la implementación de la secuencia didáctica. Y, en el quinto capítulo, se presenta, en primera instancia las conclusiones, las cuales fueron elaboradas desde lo propuesto en las perspectivas. Para ello, se tuvo en cuenta el objetivo general y los específicos en contraste con los resultados y análisis de estos y, en segunda instancia se presentan las recomendaciones sugeridas para la elaboración de futuros trabajos de investigación, derivadas de los análisis de las producciones de los estudiantes.

CAPÍTULO I

I. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

En este apartado se describen los elementos generales que direccionan esta investigación. Elementos tales como: Planteamiento del problema, objetivos (general y específicos), marco contextual, antecedentes y justificación; los cuales permitirán determinar y estructurar la propuesta de investigación.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Buenaventura siendo un distrito especial y el principal puerto del país colombiano, ha venido presentando desde hace muchos años resultados negativos en materia de educación, ocupando siempre las últimas posiciones ante pruebas nacionales como bien se resalta en el informe nacional de resultados presentado por el Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (ICFES, 2021). De este modo, las investigaciones en el sector educativo empiezan a cobrar importancia para procurar entender lo que ha estado ocurriendo con la educación en este territorio y generar transformaciones positivas que permitan el posicionamiento del distrito en materia de educación, y que a su vez genere en los jóvenes mayores oportunidades de obtener una vida de calidad a partir de lo académico.

En este orden de ideas, si se centra la atención en la Educación Matemática, es posible identificar que se presentan dificultades en los cinco pensamientos que propone el Ministerio de Educación Nacional (MEN), sin embargo, en este trabajo se prestará especial atención al pensamiento variacional, porque se considera un componente articulador entre pensamientos según lo planteado por el MEN (2006) cuando menciona que, el pensamiento variacional se

desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico y aleatorio) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, a través del proceso de modelación.

Ahora bien, considerando que desde los lineamientos curriculares (1998) se reconoce que las funciones juegan un papel importante en el desarrollo del pensamiento variacional, es posible identificar que muchas instituciones educativas del distrito tienen como tarea pendiente en sus aprendizajes por mejorar algunos conceptos asociados a las funciones. Por ejemplo y tomando como referencia la función cuadrática, la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes siendo una de las instituciones educativas de carácter público oficial más representativas del distrito de Buenaventura, reporta los siguientes aprendizajes por mejorar en los últimos años, en relación con el pensamiento variacional (ver la tabla 1).

Competencias	Año			Aprendizajes por mejorar (relacionados con el pensamiento variacional desde la función cuadrática).
	2016	2017	2018	
Comunicación	81%	78%	78%	De los estudiantes no reconocen el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.
	74%	43%	43%	De los estudiantes no usan ni relacionan diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.
	75%	49%	49%	De los estudiantes no establecen relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas

Razonamiento	52%	6%	66%	De los estudiantes no interpretan tendencias que se presentan en una situación de variación.
	70%	54%	54%	De los estudiantes no interpretan ni usan expresiones algebraicas equivalentes.
Resolución	75%	74%	74%	De los estudiantes no resuelven problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

Tabla 1: Aprendizajes por mejorar de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes. Fuente: ICFES (2016, 2017 y 2018).

Considerando los anteriores aprendizajes por mejorar de la I.E Teófilo Roberto Potes, se tuvo a bien realizar una entrevista¹ a profesores de matemática y algunos estudiantes de los últimos grados de escolaridad (octavo, noveno, décimo y once), de la I.E mencionada, con el propósito de identificar algunas dificultades que se presentan en torno al aprendizaje del concepto de función cuadrática a partir de la opinión de los actores principales del proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, se hizo una revisión del plan de área de matemáticas desde el que se ubica el abordaje de las funciones en los últimos dos periodos escolares de grado noveno. Sin embargo, al contrastar estas disposiciones estandarizadas en el plan de área con los resultados de las entrevistas, se presentan las siguientes dificultades:

- ✚ En la I.E. Teófilo Roberto Potes, se trabaja la función cuadrática en el último periodo del año lectivo en grado noveno: al revisar el plan de área de la institución se ubica el abordaje de las funciones de manera general (se deja implícito los tipos de funciones a abordar) en grado noveno, en este orden de ideas, los docentes de matemáticas afirman que en el grado

¹ La entrevista y algunos resultados de su aplicación se muestran en el apartado de anexos al final del trabajo.

noveno a partir de los últimos periodos de los años escolares se introducen algunas nociones de funciones alcanzando a trabajar la función lineal y cuadrática. Además, los estudiantes de grado octavo y noveno corroboran estas ideas cuando afirman que nunca han trabajado con funciones cuadráticas, de este modo, considerando que al momento de realizar la entrevista en la institución estaba en marcha el segundo periodo de tres que se abordan en el año lectivo, a partir de lo anterior, se concluye la posibilidad de que la función cuadrática sea trabajada en el último periodo del grado noveno.

✚ Se favorece un registro de representación más que otro al momento de enseñar la función cuadrática: directamente se les preguntó a los profesores de matemáticas de la I.E. Teófilo Roberto Potes que orientan o han orientado clases en grado noveno, sobre los elementos de la función cuadrática que suelen abordar en su enseñanza, y de forma casi unánime manifiestan que se trabaja la representación gráfica de las funciones cuadráticas dada la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$ identificando algunos elementos en la gráfica, tales como; concavidad (vista como dirección y sentido de la parábola) y cortes con los ejes del plano cartesiano.

✚ Los estudiantes de la I.E. Teófilo Roberto Potes no reconocen distintas formas de representación de la función cuadrática: esto se identificó mediante la entrevista aplicada a los estudiantes, cuando se les compartió una hoja con diez funciones (entre ellas; lineales, cuadráticas y exponenciales) dadas en representación gráfica, tabular y algebraica y se les pidió marcar con una X las que reconocieran como función cuadrática. A partir de este ejercicio, se pudo observar que los estudiantes no reconocen y tampoco ven como opción el registro tabular como una representación de una función cuadrática, además, hay confusión en cuanto a la representación gráfica y algebraica de estas funciones, porque no

mostraron criterios claros para determinar cuáles de las representaciones mostradas en la hoja se clasificaban como funciones cuadráticas.

En el mismo orden de ideas, investigaciones como la de Bonilla (2017) en torno a las ecuaciones cuadráticas, realizada en la institución en la que se desarrolla esta investigación (I. E. Teófilo Roberto Portes), reporta las siguientes dificultades:

- ✚ Los estudiantes presentan múltiples dificultades tanto en el planteamiento como en la comprensión de situaciones problemas asociadas a ecuaciones cuadráticas; esto se presenta debido a que no hay claridad de parte de los estudiantes en la formalización en lenguaje algebraico de la información presentada en lenguaje natural, además, Bonilla (2017) afirma que a esto se le suma el hecho de que no se tiene una comprensión de lo que representa el signo igual en una ecuación.
- ✚ Los estudiantes no comprenden fácilmente los enunciados del problema, esta dificultad se asocia a la falta de interpretación del enunciado, así como la falta de estrategias que permitan identificar lo que se les da (datos) y lo que se les pide (pregunta a responder) en las situaciones problemas. También, en la forma en que se presentan los problemas por parte del docente, ya que, se hace de forma similar y no vincula nuevas estrategias de la enseñanza relacionadas con los problemas.

Otros autores como Duval (2004), González (2011), Almonacid (2018) y Tocto (2016) reportan algunas dificultades asociadas a la comprensión de la función cuadrática desde la perspectiva semiótica cognitiva. Entre ellas;

- ✚ Los estudiantes presentan dificultad en el proceso de la conversión del registro de representación gráfico al registro de representación algebraico, esta dificultad se asocia al

desconocimiento que tienen los mismos en relación con algunas características presentes en el tránsito de un registro a otro, como, por ejemplo, a partir de tres puntos de paso de la parábola, se puede formar un sistema de ecuaciones lineales y hallar la representación algebraica de la función cuadrática.

- ✚ Los estudiantes presentan dificultad en reconocer el mismo objeto en distintos registros de presentación, esta dificultad se asocia a la falta de coordinación entre varios registros de representación de un mismo objeto de conocimiento, no logrando comprender que, sin importar el registro en el que esté representado el objeto, este sigue siendo el mismo.
- ✚ Los estudiantes priorizan el registro de representación algebraico, lo cual deja ver la dificultad que presentan al trabajar funciones cuadráticas en otros registros de representación tales como; lenguaje natural, tabular y gráfico, pues consideran que la función cuadrática sólo puede ser representada en el registro algebraico dejando de lado los procesos de conversión y la coordinación que puede haber entre varios registros de representación de una misma función.

Por todo lo expuesto hasta aquí, la presente propuesta de indagación pretende centrar la atención en el siguiente cuestionamiento: *¿Cómo aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval?*

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general

Aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval mediante la implementación de una secuencia didáctica.

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar elementos conceptuales y procedimentales enmarcados en la didáctica de las matemáticas y propios de la teoría semiótica cognitiva de Duval, que favorezcan el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes.
- Articular en una secuencia didáctica elementos conceptuales y procedimentales que intervienen en el aprendizaje de la función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval.
- Caracterizar los aprendizajes de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes relacionados con el concepto de función cuadrática.

1.3 ANTECEDENTES

En este apartado se revisan algunos trabajos de investigación y artículos de revistas relacionados con el aprendizaje de la función cuadrática, considerando una mirada internacional, nacional y finalmente una mirada distrital (caso Buenaventura).

1.3.1 A nivel internacional

A continuación, se presentan algunas investigaciones a nivel internacional asociadas a los procesos de aprendizaje de la función cuadrática en la escolaridad, además, se hace una revisión de algunas investigaciones en las que se considera la teoría semiótica cognitiva como aspecto importante para que los estudiantes logren la aprehensión de los objetos matemáticos abordados en sus procesos de aprendizaje.

En este sentido, Espinoza (2020) desarrolló un análisis a la forma en que los estudiantes de quinto grado de educación secundaria modelan la función cuadrática al resolver una actividad didáctica mediada por Tracker. Esta actividad didáctica estaba centrada en la búsqueda del modelo matemático del movimiento vertical desarrollado por un objeto que se desliza en un plano inclinado y el Tracker se consideró como un aplicativo que le permitió realizar los análisis de movimientos (cinemática) y de algunas situaciones reales en una o dos dimensiones mediante la generación de modelos matemáticos, estadísticas y gráficos de diferentes variables.

Para el desarrollo del análisis tomó como referencia el ciclo de modelación propuesto por Blum y Leißb (2007), los cuales exponen algunas fases que consideraron necesarias para el trabajo, fases como; la comprensión, interpretación, validación, sistematización, etc. Y, para la descripción y tránsito de las fases del ciclo de modelación se utilizó la guía de preguntas propuestas por Gallart (2016). Al finalizar, se identifica que los estudiantes transitan por las siete fases del ciclo de modelación matemática pero que en realidad con el aplicativo fue difícil observar algunas de las fases, lo cual, le permitió pensarse en nuevo diseño con el fin de poder tener una mayor captación y desarrollo de las fases propuestas en dicho estudio.

Por otra parte, Tocto (2016) y Huapaya (2012) hacen un aporte al aprendizaje de la función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval. Tocto (2016) propone analizar cómo el tránsito a través de distintos registros de representación semiótica favorece la comprensión de la noción de función cuadrática por parte de estudiantes de quinto año de secundaria. Para ello, diseña e implementa una secuencia de actividades bajo los aspectos de la ingeniería didáctica de Artigue et al (1995), las cuales le permitió mostrar que trabajar con las distintas representaciones de la función cuadrática favorece la comprensión del objeto matemático (función cuadrática), pero, reconoce que es necesario que los estudiantes logren un dominio conceptual y procedimental propio de cada registro, sobre todo en el registro algebraico, para favorecer los procesos de conversión de un registro a otro.

En la misma línea desarrolla su trabajo Huapaya (2012) cuyo objetivo fue presentar una propuesta basada en Experimentos de Enseñanza, en donde se realizan prácticas de modelación de situaciones problemas apoyadas por el graficador FUNCIONSWIN32 y la hoja de cálculo EXCEL para favorecer el aprendizaje de la Función Cuadrática. Al realizar el experimento y obtener los resultados, se pudo identificar que efectivamente los estudiantes realizan prácticas de modelación, apoyados por EXCEL y el graficador FUNCIONSWIN32, articulando y coordinando los registros de representación de la función cuadrática, pues sí son capaces de asociar al objeto función cuadrática a dos o más representaciones durante las prácticas de modelación.

Por último, Duval (2016), en su trabajo aborda las representaciones semióticas como procesos constitutivos e inherentes al aprendizaje de los objetos matemáticos, además, propone que no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación, pues, las representaciones semióticas son consideradas como el único medio de acceso a los objetos matemáticos. En este sentido, Duval procura dar respuesta al interrogante ¿Cómo reconocer que

es el mismo objeto representado en dos representaciones cuyos contenidos no presentan ningún parecido, si no se tiene (o no se ha tenido) un acceso a ese objeto que no sea a través de representaciones? siendo este, desde su punto de vista, el problema crucial en el aprendizaje de las matemáticas. Por ello, es necesario que en los procesos de enseñanza y aprendizaje se movilicen distintas representaciones de un mismo objeto matemático para que el estudiante pueda acercarse a una verdadera aprehensión del objeto matemático en cuestión.

Las investigaciones en mención caracterizan la función cuadrática como objeto de estudio a nivel internacional. Las mismas, generan un amplio panorama en tanto que permiten reflexionar ante los procesos de enseñanza y aprendizaje del objeto. De hecho, estas investigaciones resultan ser pertinentes para este trabajo debido a que es posible considerar unidades significantes de la función cuadrática y tener en cuentas como estas han sido presentadas e investigadas en las instituciones educativas a nivel internacional.

1.3.1 A nivel nacional

A nivel nacional, se han desarrollado múltiples investigaciones dirigidas hacia los procesos de enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática, reconociendo trabajos como el de Posso (2020), Amaya (2019), Vasco (2003) y Gonzalez (2011).

En este orden de ideas, Posso (2020) realiza una identificación y caracterización de algunos aspectos del pensamiento variacional que se movilizan a través de la implementación de una propuesta de aula que involucra la modelación de los fenómenos a través de la función cuadrática como variación para el aprendizaje de los estudiantes de noveno grado. Para ello, elaboraron y trabajaron con dos situaciones en contexto que contienen aportes de la perspectiva curricular, la perspectiva didáctica y la perspectiva disciplinar (matemáticas). Después de los resultados

obtenidos en la implementación de las situaciones en aula, se reconoce que, si es posible estimular el pensamiento variacional a partir del estudio de la variación vinculada a la función cuadrática, como una relación de dependencia, y desarrollo de los procesos de modelación que permitan una mejor conceptualización de la función.

Así mismo, Amaya (2019) desarrolló una secuencia didáctica para la enseñanza de la función polinómica de segundo grado. Con el fin de analizar el concepto de las funciones mencionadas anteriormente y fortalecer en el proceso de enseñanza en estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Javiera Londoño del municipio de Medellín. La secuencia está conformada por una serie de actividades que promueven el uso de diferentes registros de representación semióticas (Duval, 1999) alrededor de una situación de cambio abordada con ayuda de material concreto. Al finalizar el proceso, se identificó que el uso de varios registros en una situación de variación contextualizada no sólo permite conocer las ideas de la función cuadrática que manejan los estudiantes, sino que además contribuyen con la enseñanza del concepto.

Por otro lado, Vasco (2003) en su trabajo titulado “El pensamiento variacional y la modelación matemática” plantea que el pensamiento variacional está estrechamente relacionado con el proceso de modelación o modelización de fenómenos y procesos de la realidad, en tanto que, permiten el estudio de la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud en algunos objetos matemáticos, como es el caso de las funciones polinómicas (cuadrática).

Dicha captación y modelación de la covariación son elementos propios de la función cuadrática, pues en la misma se intenta rescatar a partir de sus unidades Significantes como; los parámetros, los signos que anteceden los parámetros y la concavidad de la parábola con la que se analiza la correspondencia a un máximo o aun mínimo el comportamiento que pueden tener algunos

fenómenos de la realidad en los diferentes campos de estudio como la física, economía, biología, ingeniería, entre otros. Reconociendo la modelación de fenómenos como un sistema figurativo, cuyo objetivo principal es representar y dar a comunicar algunos objetos matemáticos a través de esquemas (registros de representación).

Finalmente, González (2011) hace una descripción del tratamiento de las representaciones semióticas de la función cuadrática que realizan los estudiantes de grado noveno del Instituto Agropecuario Veracruz. Para el desarrollo del trabajo, la autora propone una aplicación y análisis de instrumentos para detectar el tratamiento de las representaciones semióticas por medio de “Guías de trabajo” a partir de las producciones hechas por los estudiantes, se pudo identificar algunas dificultades ante el aprendizaje de la función cuadrática priorizando tres registros de representación (registro algebraico, registro gráfico y registro verbal). Algunas de estas dificultades están asociadas al reconocimiento del mismo objeto matemático a través de las representaciones semióticas. Lo cual deja ver que, los estudiantes tienen desconocimiento parcial de que un mismo objeto de aprendizaje puede ser transformado en otro registro de representación, pero sigue siendo el mismo objeto.

Las investigaciones anteriores reflejan algunas de las dificultades recurrentes en relación con el aprendizaje de la función cuadrática por parte de los estudiantes, especialmente los de grado noveno, ya sea por la diversificación de los registros de representación, la caracterización de la misma función a partir de los elementos significante o por la falta de coordinación entre los diferentes registros de representación disponibles como forma de comunicar tal objeto matemático.

1.3.1 A nivel distrital

A nivel distrital, se encuentran investigaciones como la de Bonilla (2017) y Caicedo y Castro (2018) enfocadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática. Por un lado, Bonilla (2017) realiza un análisis al uso de textos escolares en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes de 9° de las Instituciones Teófilo Roberto Potes y Liceo de Occidente del Distrito de Buenaventura”. Para ello, propuso como metodología la realización de observaciones sin intervenciones en las clases, encuestas dirigidas a los estudiantes, entrevista a los docentes, y diálogos con los directivos docentes.

En dicho estudio, se considera la investigación exploratoria con enfoque cualitativo de tipo: estudio de caso. Con el fin de analizar si el uso que los docentes dan a estos textos escolares permite el aprendizaje de las ecuaciones de segundo grado en los estudiantes de 9° de las instituciones seleccionadas en este trabajo. Concluyendo varios aspectos, entre ellos, que los estudiantes tienen un bajo rendimiento académico con respecto a la resolución de problemas, pues no llevan una secuencia entre las fases para resolver un problema limitándose a contestar lo que pueden llegar a entender.

Por otro lado, Caicedo y Castro (2018) en su trabajo titulado “un estudio de caso sobre el abordaje de funciones cuadráticas por parte de los estudiantes de grado 9° de la Institución Educativa Pascual de Andagoya a partir de una propuesta multiregistro”. Desarrollaron un análisis a los resultados de una propuesta multiregistro, tomando como referente las unidades significantes de las actividades seleccionadas y las producciones de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Pascual de Andagoya. Para ello, las autoras proponen un estudio de caso, seleccionando una muestra de 10 estudiantes con los cuales desarrollaron un conjunto de

actividades, con el fin de analizar las representaciones hechas por los estudiantes, así como también tres fases con las que se desarrolla el mismo. Fases como: la Revisión bibliográfica, Selección de las actividades e implementación y Análisis de los resultados, respectivamente.

Las indagaciones reportadas anteriormente, muestran un panorama general del trabajo que se ha realizado en materia de investigaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática a nivel local (Buenaventura) además, permitieron considerar elementos relevantes como la importancia de las transformaciones que se puedan efectuar sobre los objetos matemáticos, particularmente el de la función cuadrática, la forma como los estudiantes abordan la función cuadrática a partir de ciertos registros de representación y cómo los docentes analizan los libros de textos de matemática para la enseñanza de la ecuación cuadrática.

Con respecto a las investigaciones que se realizaron en torno a la función cuadrática se concluye que, una de las principales dificultades a las que se enfrentan los estudiantes es el cambio o traducción entre registros de representación, sobre todo cuando el cambio se efectúa del registro gráfico al algebraico. Otra dificultad está relacionada con el uso limitado de representaciones en los procesos de enseñanza, en los cuales predomina el registro algebraico, impidiendo a los estudiantes transitar desde un registro hacia otro.

Además, permitieron identificar la dificultad asociada a la forma tradicional como la mayoría de los docentes abordan la función cuadrática en el aula de clases, sólo considerando como recurso didáctico el libro de texto, dejando de lado la diversidad de aplicaciones que tiene este objeto de conocimiento en la vida real a partir de los procesos de modelación, caracterización, descripción, variación y covariación, las cuales resultan fundamentales para la comprensión y desarrollo de los objetos matemáticos, incluido el de función cuadrática.

Por otro lado, estas investigaciones permitieron identificar algunos recursos que se han utilizado para el estudio y desarrollo de la función cuadrática tales como; el graficador FUNCIONSWIN32, la hoja de cálculo EXCEL, el Tracker, el software dinámico GeoGebra y la técnica de análisis de textos escolares con el fin de movilizar el aprendizaje especialmente en los estudiantes de grado noveno y décimo en las diferentes instituciones educativas donde se desarrollaron estas investigaciones y la vez dando la posibilidad de proponer situaciones encaminadas al trabajo en el salón como una propuesta motivadora para el aprendizaje de los estudiantes haciendo de la enseñanza un proceso menos tradicional y más enfocado a la realidad de los estudiantes.

Finalmente, estas investigaciones permiten evidenciar la utilidad que tienen las funciones cuadráticas en las distintas áreas del conocimiento, y a su vez proporcionan un aporte teórico para este trabajo, pero en ninguna de estas se trabaja la transformación del registro gráfico al registro analítico. Por ello, en este trabajo se considera fundamental rescatar las posibles transformaciones desde el registro gráfico al registro algebraico y viceversa, a partir de la modelación de procesos y fenómenos de la realidad como una nueva alternativa de aprendizaje de la función cuadrática.

1.3 JUSTIFICACIÓN

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) como ente regulador de la educación en Colombia, está en la obligatoriedad de establecer lineamientos, organizar, dirigir y supervisar la educación en todos los niveles educativos. Por ello, todas las funciones que se organizan en materia de educación deben ir en pro de establecer políticas, estrategias y administrar los distintos niveles educativos como bien se establece en el Decreto 5012 de 2009.

A fin de lograr avances significativos en la educación, particularmente en la educación matemática y poder desarrollar las competencias generales y específicas como; la de razonamiento, resolución

y planteamiento de problemas, comunicación, modelación y elaboración, comparación y ejecución de procedimientos requeridos para poder adaptarse a las exigencias locales, nacionales e internacionales. El Ministerio de Educación Nacional ha propuesto referentes de calidad como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016) y la matriz de referencia; documento basado en los DBA, con la finalidad de establecer unos parámetros generales sobre los conocimientos matemáticos mínimos a alcanzar por parte de los estudiantes, de este modo las instituciones educativas tanto oficiales como privadas organizan, planean y ejecutar su acciones pedagógicas considerando dichos referentes de calidad.

Por otra parte, considerando que el MEN propone cinco pensamientos para el aprendizaje de las matemáticas en la escolaridad, la presente propuesta de investigación se centra en el pensamiento variacional, considerando este como uno de los que mayor relación o articulación tiene con los demás pensamientos, a través del proceso de modelación de situaciones naturales y sociales, empleando los modelos matemáticos como alternativa para formular y resolverlas. Ante ello, el MEN (2006) plantea que;

[...] este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 66).

Así, el pensamiento variacional permite, entre otros aspectos, la posibilidad que los estudiantes tengan un acercamiento significativo a la comprensión, uso de los conceptos y procedimientos de las funciones, tales como; las funciones lineales, cuadrática, logarítmica, exponencial, entre otras.

Entre estas, las funciones cuadráticas serán el centro de atención particular de esta indagación, puesto que obedece a una necesidad o aprendizaje por mejorar propio de la institución objeto de esta investigación, además, esta permite que los estudiantes comprendan, reconozcan y desarrollen situaciones de la vida real vinculadas a la variación y el cambio.

Estas funciones tienen diversas aplicaciones en la vida real, como, por ejemplo, resolver problemas de máximos y mínimos en estudios de inventario, egresos versus ingresos, la trayectoria de una pelota lanzada al aire, la forma que toma una cuerda floja sobre la cual se desplaza un equilibrista, el recorrido desde el origen con respecto al tiempo transcurrido cuando una pelota es lanzada con una velocidad inicial, entre otras relaciones con el contexto real de los estudiantes.

Además, el estudio de estas funciones aporta al tratamiento de situaciones de cambios que permiten fortalecer ciertas habilidades de pensamiento en los estudiantes como la interpretación, argumentación, reflexión, etc. Haciendo énfasis en los sistemas conceptuales y procedimentales de las matemáticas que, a su vez, fijan procesos, entre ellos el de la modelación matemática de fenómenos y procesos de la realidad en los diferentes campos de estudio como la física, economía, biología, ingeniería, entre otros.

De otro lado, algunas investigaciones como las de Bonilla (2017), Caicedo y Castro (2018), Duval (2016), González (2011), Almonacid (2018), Tocto (2016) y Molina (2019) han reportado múltiples habilidades y dificultades que presentan los estudiantes, especialmente de grado noveno, décimo y once en el aprendizaje de la función cuadrática. Esto deja ver, que en el marco del aprendizaje de la función cuadrática aún es posible encontrar múltiples dificultades vinculadas a diferentes factores como; cognitivo, cultural, actitudinal, social o la misma complejidad del objeto de conocimiento.

Además, se ha identificado que estas investigaciones en su mayoría son desarrolladas con estudiantes de básica secundaria, particularmente grado noveno, decimo y once. Por ello, en este trabajo de investigación se pretende hacer una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva, puesto que, se considera necesario que los estudiantes antes de que lleguen a los grados superiores (noveno, décimo y once) puedan tener aquellas competencias que permitan la movilización de situaciones relacionadas con el objeto en mención. Como bien lo menciona el MEN (2016) cuando plantea que, los estudiantes deben modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.

En relación con lo anterior, al analizar los aprendizajes por mejorar asociados al pensamiento variacional, la entrevista implementada y el plan curricular, se logra constatar que, es necesario desarrollar este tipo de pensamiento en los estudiantes de la I. E. Teófilo Roberto Potes desde el abordaje del concepto de función cuadrática, ya que permite articular aquellos elementos mencionados por el MEN (1998) con los otros pensamientos, los cuales, apuntan a que se pueda lograr algunas de las pretensiones de la institución. Además, esta indagación favorece el enfoque constructivista puesto que la Secuencia Didáctica implementada se diseñará de acuerdo con la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

1.3 MARCO CONTEXTUAL

El presente trabajo de investigación se desarrolló en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del distrito especial de Buenaventura que está ubicada en la Cra. 49 #1 Sur-1 a- 1 Sur-85 comuna 8 contiguo al centro comercial “La montaña”, es de carácter público aprobada por la resolución No. 4341 de abril 13 de 1978. Esta ofrece los niveles de educación desde grado cero, hasta la media

técnica y educación para jóvenes y adultos jornada nocturna. Otorgando el título de “Bachiller Técnico Comercial” a quienes culminen de manera satisfactoria el curso de educación media diurna, así como también a quienes culminen de manera satisfactoria el curso de educación media nocturna.



Ilustración 1: Institución Educativa Teófilo Roberto Potes.

Actualmente, es una Institución Educativa con 46 años de servicio a la comunidad que promueve la vivencia y la reflexión de los valores humanos buscando la síntesis entre la fe, la cultura y la vida, teniendo siempre una visión integral de la comunidad; pretendiendo educar a sus estudiantes para responder a la realidad y necesidades de la sociedad y proyectar su formación haciendo énfasis en el desarrollo de valores y actitudes que le permitan afrontar los retos que el mundo contemporáneo exige con eficiencia y calidad.

Esta Institución Educativa tiene como visión ser una organización de formación integral, innovadora permanentemente en su estrategia y metodología de acuerdo con las tendencias educativas, económicas y sociales, proyectando a sus estudiantes eficientemente al campo laboral

y profesional, teniendo como referente el contexto regional, nacional e internacional. Y su misión, es educar a los estudiantes para responder a la realidad y necesidades de la sociedad y proyectar su formación haciendo énfasis en el desarrollo de valores y actitudes que le permitan afrontar los retos que el mundo contemporáneo exige con eficiencia y calidad. Teniendo en cuenta lo anterior, se espera que los estudiantes seleccionados para el desarrollo de la investigación movilicen las competencias asociadas al pensamiento variacional específicamente en las funciones cuadráticas².

² <http://icoterpo.com/>

CAPÍTULO II

II. MARCO TEÓRICO

En el siguiente capítulo se exponen los elementos teóricos en los que se fundamentó la presente investigación, considerando tres perspectivas; matemática, didáctica y curricular. En la perspectiva matemática se presentan algunos aspectos generales de la función cuadrática y algunos conceptos asociados desde un punto de vista algebraico, haciendo énfasis en las características propias de la misma.

En la perspectiva didáctica, se presenta una mirada a la función cuadrática desde la didáctica de las matemáticas; algunos aspectos asociados a la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999) como las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas y el análisis semiótico cognitivo de la función cuadrática. Además, se presentan algunos aspectos de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (2007), la cual aporta elementos para el diseño e implementación de la secuencia didáctica considerada en esta investigación y la idea de secuencia didáctica desde Díaz (2013).

Por último, en la perspectiva curricular se abordan algunos elementos de los Lineamientos Curriculares (MEN,1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) como herramientas pedagógicas que permiten determinar pautas para el diseño curricular en las instituciones educativas oficiales y privadas, haciendo énfasis en pensamiento variacional y en algunas competencias como; la resolución y el planteamiento de problemas, la comunicación y la modelación.

2.1 PERSPECTIVA MATEMÁTICA

Para efecto de esta investigación, se consideró el concepto de función en general desde Bartle y Sherbert, (2001), pues según lo descrito por estos, una función se define de la siguiente manera; Sean A y B conjuntos. Entonces una función de A a B es un conjunto f de pares ordenados en $A \times B$ tal que para cada $a \in A$ existe una $b \in B$ única con $(a, b) \in f$. (En otras palabras, si $(a, b) \in f$ y $(a, b') \in f$ entonces $b = b'$.)

Puntos notables

Si A y B son conjuntos no vacíos, entonces el **producto cartesiano** $A \times B$ de A y B es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) con $a \in A$ y $b \in B$. Esto es,

$$A \times B := \{ (a, b) : a \in A, b \in B \}.$$

Por tanto, si $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 5\}$, entonces $A \times B$ es el conjunto cuyos elementos son los pares ordenados

$$(1, 1), (1, 5), (2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 5).$$

En este orden de ideas, se tienen diversos tipos de funciones; polinómicas, exponenciales, logarítmicas, radicales, racionales, trigonométricas entre otras. Así, en términos generales una función polinómica se puede ver de la siguiente manera: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1$, donde $a_n \in \mathbb{R}$ con $a_n \neq 0$ y $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. Estas funciones están definidas en el conjunto de los números reales, es decir, su dominio son todos los números reales ($\mathbb{R}$).

2.1.1 Función Cuadrática

En matemáticas, una función cuadrática³ o función polinómica de segundo grado, es aquella función que tiene la forma $y = ax^2 + bx + c$, con a, b, c números reales y $a \neq 0$. También se también se denomina función cuadrática a funciones definidas por polinomios cuadráticos de más de una variable, por ejemplo:

$$f(x, y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$$

En este caso el conjunto de puntos que resultan al igualar el polinomio a cero representa lugares geométricos que siempre es posible reducir a una de las formas:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 \mp \left(\frac{y}{b}\right)^2 = c^2, \quad \left(\frac{x}{a}\right)^2 \mp \frac{y}{b} = c$$

Que corresponden a tres tipos de secciones cónicas (elipse, hipérbola y parábola).

2.1.1.1 Función Cuadrática desde un punto de vista algebraico (Función desarrollada o polinómica)

La forma desarrollada de una función cuadrática (o forma estándar) corresponde a la del polinomio de segundo grado, escrito como: $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a, b, c números reales y $a \neq 0$. El coeficiente de x^2 (a), informa de la abertura de la parábola respecto al eje de ordenadas OY.

- Si $a > 0$ la parábola está abierta hacia arriba.
- Si $a < 0$ la parábola está abierta hacia abajo.

³ Parra, T. S (2021). Proyecto Crear 9. Bogotá: Editorial Libros y Libros S.A., Bogotá, D. C., Colombia

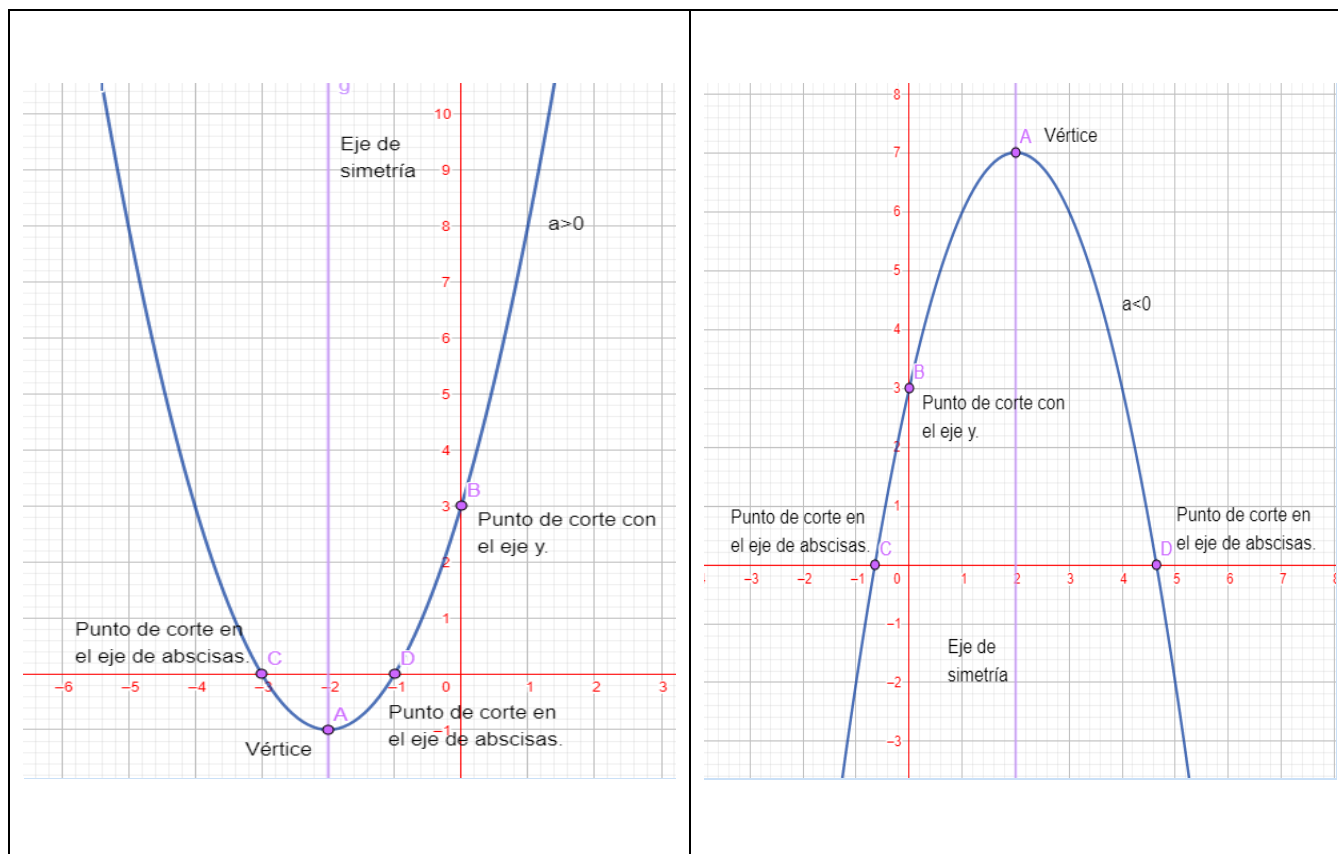


Ilustración 2: Concavidad de la parábola y algunos elementos. Elaboración propia.

La representación gráfica de cualquier función cuadrática es una curva llamada parábola, estas tienen los siguientes elementos:

- **Concavidad:** La concavidad se refiere a la orientación de la abertura de la parábola. La misma está determinada por el signo del coeficiente principal (a): Si “ a ” es mayor que cero (o sea, es un número positivo), las ramas de la parábola estarán abiertas hacia arriba, y si “ a ” es menor que cero (o sea, es un número negativo), las ramas de la parábola estarán abiertas hacia abajo.
- **Valor mínimo de la función:** Si la gráfica es cóncava hacia arriba, el vértice en y (Y_v) es el **valor mínimo** de la función.

- **Valor máximo de la función:** Si la gráfica es cóncava hacia abajo, el vértice en y (Y_v) es el **valor máximo** de la función.
- **Puntos de corte sobre el eje de abscisas:** Son los puntos en donde la gráfica puede llegar a intersectar el eje de abscisas o el eje de la variable independiente. Por ser forma cuadrática, puede haber 0,1 o 2 puntos de cortes sobre este eje.

2.1.1.2 Función cuadrática desde la interpretación del lugar geométrico, (Forma analítica)

Toda función cuadrática puede ser expresada mediante el cuadrado de un binomio de la siguiente manera:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

Siendo **a** el coeficiente principal y el par ordenado (**h, k**) las coordenadas del vértice de la parábola. Para llegar a esta expresión se parte de la forma polinómica y se completan cuadrados.

Por ejemplo:

$$f(x) = x^2 - 6x - 5$$

$$f(x) = (x^2 - 6x + 3^2 - 3^2) - 5$$

$$f(x) = (x^2 - 6x + 9 - 9) - 5$$

$$f(x) = (x^2 - 6x + 9) - 9 - 5$$

$$f(x) = (x - 3)^2 - 14$$

Aquí se obtiene la ecuación analítica de la función cuadrática; donde $a = 1$, por lo tanto, la parábola será cóncava hacia arriba y $h = 3$ y $k = -14$, por lo tanto, el vértice $V = (3, -14)$. (ver imagen tal)

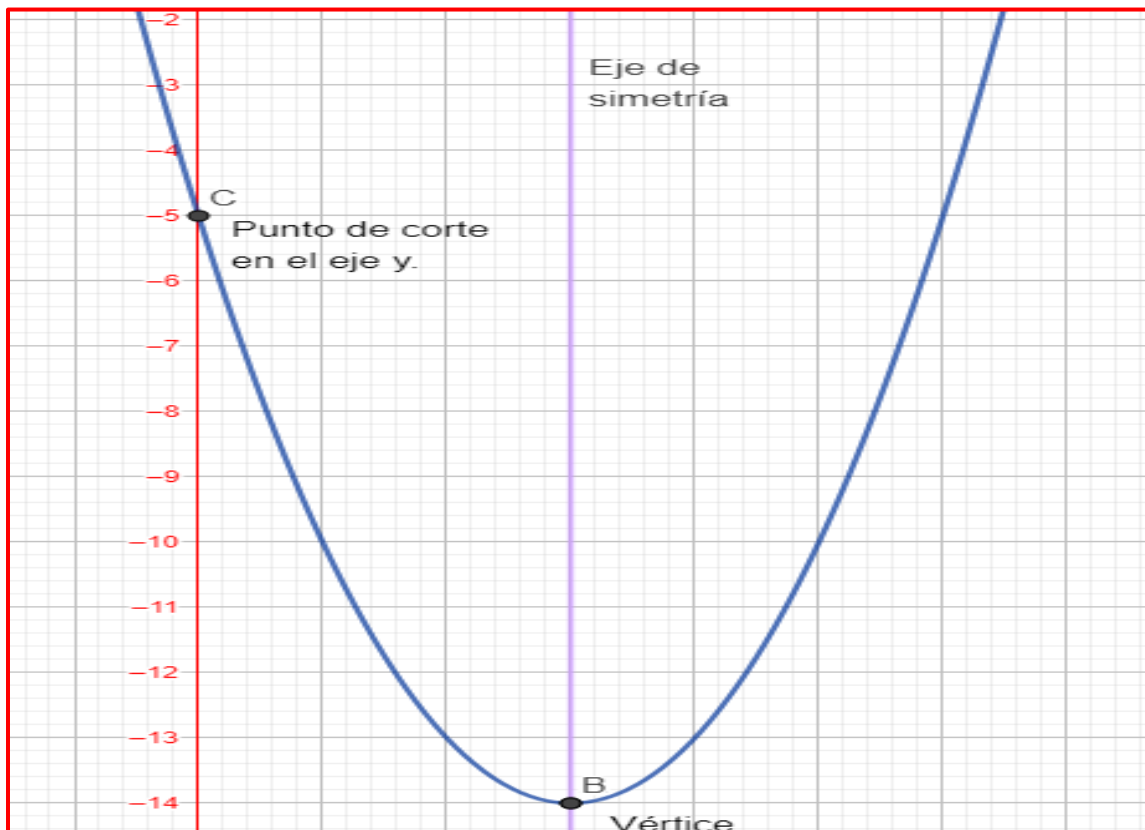


Ilustración 3: Registro gráfico del ejemplo anterior. Elaboración propia.

- **Vértice:** es el punto máximo o mínimo de la parábola.
- **Eje de simetría:** es una recta vertical que pasa por el vértice dividiendo a la parábola en dos partes simétricas.
- **Punto de corte sobre el eje de ordenadas:** es el punto de intersección entre la parábola y el eje de ordenadas. En cualquier función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, este punto es siempre $(0, c)$.
- **Rango:** si la gráfica es cóncava hacia arriba, su rango será: $\text{Rango} = [Y_v, \infty)$ y si la gráfica es cóncava hacia abajo su rango será: $\text{Rango} = (-\infty, Y_v]$.

- **Dominio:** Dado que la función cuadrática es una función polinómica, entonces está definida en el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$). Así, la función $f(x) = (x - h)^2 + k$ tiene como dominio ($\mathbb{R}$).

2.2. PERSPECTIVA DIDÁCTICA

En este apartado se presenta una mirada a la función cuadrática desde la didáctica de las matemáticas; se abordan algunos aspectos de la teoría de los registros de representación semiótica de Duval (1999) como; las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas y el análisis semiótico cognitivo de la función cuadrática. Además, se presentan algunos elementos de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (2007) como alternativas para llevar a cabo el diseño e implementación de la secuencia didáctica, en aras de generar en los estudiantes aproximaciones al concepto de función cuadrática desde el registro analítico, el registro gráfico y viceversa.

2.2.1 Una mirada a la función cuadrática desde la didáctica de las matemáticas

La función cuadrática no tiene un criterio estándar para ser desarrollada en los contextos educativos, pero sí se deben considerar algunas características y propiedades que movilizan el aprendizaje de esta por parte de los estudiantes, las cuales se describen a continuación.

Formas de la función $f(x) = a(x - h)^2 + k$

Analizando la representación analítica de la función cuadrática se observa que la escritura corresponde al cuadrado de un binomio de la siguiente manera $f(x) = a(x - h)^2 + k$, donde **a**, **h**, **k** $\in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Siendo **a** el coeficiente principal y el par ordenado (**h** y **k**) las coordenadas del vértice de la parábola.

Sin embargo, es posible, que la función cuadrática en su representación analítica se presente de otras formas, como, por ejemplo: $f(x) = a(x - h)^2 + k$; $f(x) = a(x - h)^2$; $f(x) = (x - h)^2$ o $f(x) = (x - h)^2 + k$. Con la condición de que; $a, h, k \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$. Dado que si el parámetro $a = 0$, la función cuadrática en su representación analítica pasaría a ser una función constante. De ahí, la restricción pertinente para construir la concavidad de la parábola y su vez la apertura de las mismas ya que si $a > 0$, la curva abre hacia arriba (convexa) y si $a < 0$, la curva abre hacia abajo (cóncava).

A continuación, se representa y analiza cada una de las formas en que se presenta la expresión analítica de función cuadrática:

De la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$

En este caso la representación de la función cuadrática en su expresión analítica está completa, es decir, tiene los tres parámetros a, h, k . Además, el parámetro $a \neq 0$ por lo que es posible afirmar que, la función es cuadrática y en ella se verifica que:

- El vértice (h, k) es el sistema de coordenadas.
- Es simétrica respecto al eje y cuando $h = 0$ y $k = 0$ respectivamente.
- El signo del parámetro a , de la forma en que se abre la gráfica, de tal manera que si $a > 0$, se abre hacia arriba y si $a < 0$ la curva se abre hacia abajo.
- El punto donde la curva cambia de dirección se llama vértice.
- Si $a > 0$, la parábola abre hacia arriba y el vértice es un mínimo.
- Si $a < 0$ la curva se abre hacia abajo (cóncava) y el vértice es máximo.

De la forma $f(x) = a(x - h)^2$

Esta representación de la función analítica también está incompleta, debido a que le falta el parámetro k , es decir, $k = 0$. Además, se puede afirmar que:

- La abertura de la parábola está determinada por el coeficiente x^2 ; esto es, si $a > 0$, entonces, la parábola abre hacia arriba y si $a < 0$, entonces, abre hacia abajo.
- El signo del parámetro h indica la forma en que la curva se traslada sobre el eje de las x .
- Si $h = 0$ la representación analítica de la función sigue siendo cuadrática, dado que la parábola está determinada por el coeficiente x^2 al desarrollar el producto notable.

De la forma $f(x) = (x - h)^2 + k$

Esta representación de la función analítica también está incompleta, puesto que, le falta el parámetro a . Sin embargo, es posible afirmar que $a = 1$ por la propiedad del elemento neutro de la multiplicación, siempre y cuando no se haga la restricción de que $a = 0$, lo cual haría que la función cuadrática en su representación analítica pase a ser una función constante. Además, se puede afirmar que:

- El vértice (h, k) es el sistema de coordenadas.
- Es simétrica respecto al eje y cuando $h = 0$ y $k = 0$ respectivamente.
- Si $a = 0$, entonces la función cuadrática en su representación analítica pasaría a ser una función constante.
- Si $h \neq 0$ y $k \neq 0$, entonces, es posible conocer el desplazamiento tanto vertical como horizontal de la parábola en plano cartesiano.

Al analizar las distintas formas de representación de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$, se logra reconocer algunas de sus características, como; el sistema de coordenadas dado por vértice (h, k) , la restricción de que $a \neq 0$, la forma en que abre la gráfica, de tal manera que si $a > 0$, la curva abre hacia arriba (convexa) y si $a < 0$, la curva abre hacia abajo (cóncava), el desplazamiento tanto vertical como horizontal de la parábola en plano cartesiano siempre y cuando $h \neq 0$ y $k \neq 0$.

2.2.2 Representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas

La epistemología de las matemáticas con respecto a la de las otras ciencias como las sociales y las naturales, implica reconocer las representaciones como el único medio de acceso a los objetos matemáticos, dado que estos no son puramente mentales o instrumentalmente accesibles como son los fenómenos naturales, por lo que, se requiere hacer uso de las representaciones semióticas en cualquier proceso que involucre las matemáticas, en el caso particular de esta investigación, considérese el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Ante ello, Duval (2004) plantea que “no hay conocimiento matemático que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación” (p.1). Considerando necesario acudir a las representaciones semióticas como forma constitutiva para la comprensión y aprendizaje de los objetos matemáticos e incluyendo las actividades cognitivas (tratamiento y conversión) como estrategias que permiten movilizar y potencializar la adquisición de los objetos matemáticos.

En relación con Duval (2004) las representaciones semióticas son aquellas en las cuales la producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico. Estas, permiten expresar y comunicar los objetos matemáticos a partir de las producciones discursivas (en lenguaje natural, en lenguaje formal) o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas, etc). Cumpliendo la función de tratar y objetivar la información como soporte para las representaciones mentales, y aquellas que

permiten estimar que se pasa espontáneamente de la forma que representa al contenido representado.

Ante ello, Duval (2004) establece que el contenido no debe ser separado de su forma, pues debe existir una relación recíproca entre la semiosis entendida como el proceso que involucra signos, incluyendo la creación del significado y la noesis entendida como los actos cognitivos para la aprehensión conceptual de un objeto; logrando el estudio, desarrollo y aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes. Siendo capaces de movilizar los procesos cognitivos referentes a la aprehensión conceptual, así como también de reconocer un objeto matemático en sus diversas representaciones.

A fin de desarrollar y comunicar los objetos matemáticos, entre ellos, la función cuadrática bien sea de forma consciente / no-consciente. Duval (2004) plantea que el sujeto siente la necesidad de acudir a los registros de representación semiótica para lograr representar lo que se habla o se observa. De modo que, el proceso de cambio que realiza el sujeto de lo no-consciente a lo consciente es encontrar los elementos significativos a la representación del objeto matemático. Considerando el descubrimiento de aquello que hasta entonces era completamente desconocido y, que incluso no se sospechaba. En este sentido, dichas representaciones permiten que el sujeto además de la transformación de lo no-consciente a lo consciente, reconozca los elementos significativos de una representación realizando la distinción entre lo que ve y lo que se imagina.

La transformación de un registro de representación a otro según Duval (1999) en ocasiones no es congruente, pues para que dos registros sean congruentes como condición inicial se debe cumplir que los registros sean equivalentes en cuanto a la cantidad de unidades significantes de la representación (inicial) que en la representación (terminal) y viceversa. Si aquella condición se

cumple, es posible afirmar que dichos registros son congruentes, de lo contrario serían no congruentes.

Por ello, los registros de representación semiótica, de acuerdo con Duval (2004) son entendidos cómo aquellos que constituyen los grados de libertad de los que puede disponer un sujeto para interactuar con el conocimiento matemático e intentar explorar las informaciones o simplemente para comunicarlas. Entre los registros se tiene; el natural, el algebraico, las imágenes, los gráficos, etc. Para efecto de este trabajo de investigación, se hace énfasis en los registros de representación; analítico y gráfico de los cuales se presenta un ejemplo de tratamiento y transformación (conversión) respectivamente.

$$\begin{aligned}f(x) &= a(x - h)^2 + k \\f(x) &= -1(x - 1)^2 + 1 \\f(x) &= -1(x - 1)^2 + 1 \\0 - 1 &= -1(x - 1)^2 \\-\frac{1}{-1} &= (x - 1)^2 \\\sqrt{1} &= \pm \sqrt{(x - 1)^2} \\1 = x - 1 \quad 1 + 1 = x &\rightarrow x = 2 \\1 = x - 1 \quad 1 - 1 = x &\rightarrow x = 0\end{aligned}$$

Ilustración 4: Representación analítica de la función cuadrática. Elaboración propia.

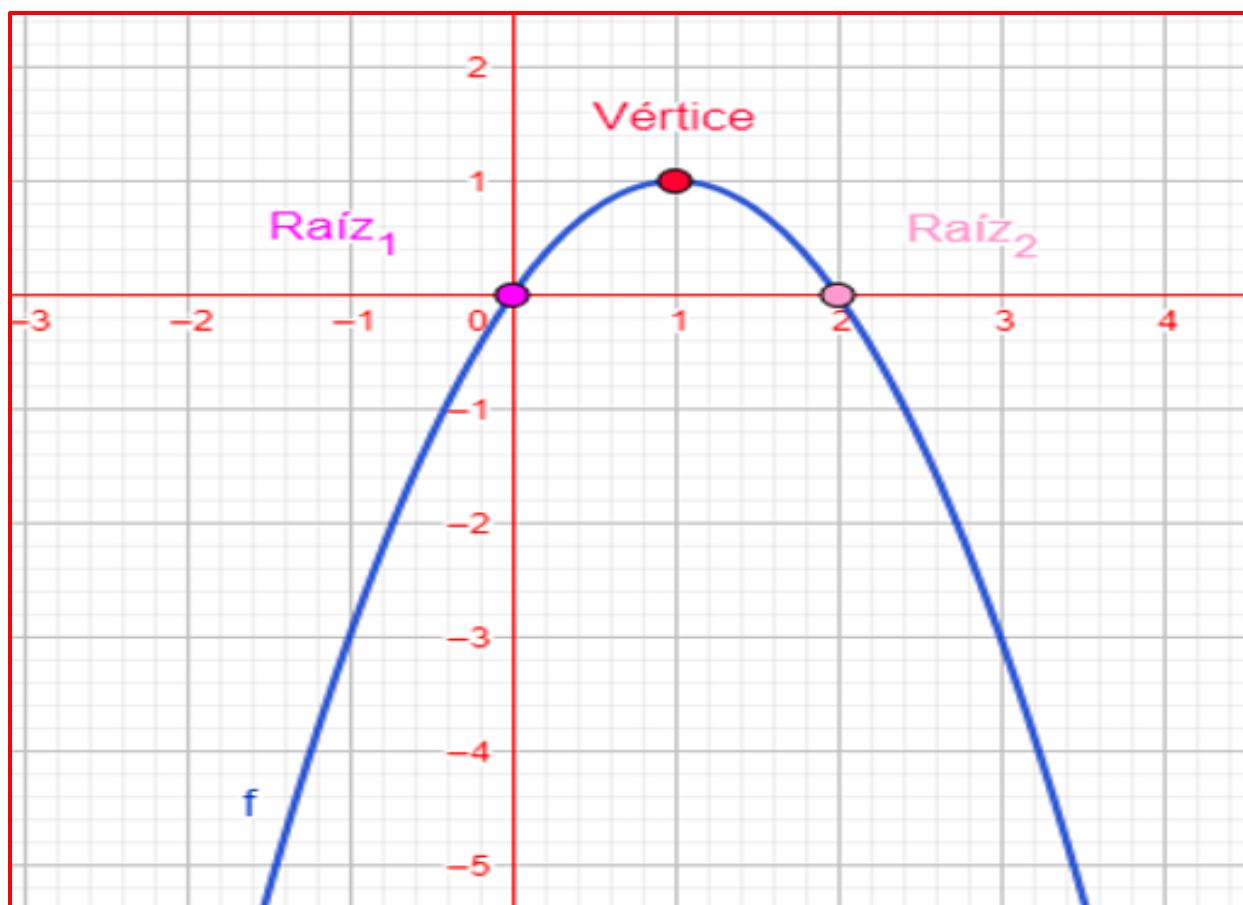


Ilustración 5: Representación gráfica de la función cuadrática. Elaboración propia.

A partir de los anteriores ejemplos, es posible apreciar la transformación de la misma función en dos registros distintos (analítico y gráfico) y a la vez afirmar que dichos registros son congruentes, puesto que, si se hace la transformación del registro analítico al registro gráfico o viceversa, se encuentran las mismas cantidades de unidades significantes tales como; a , h , k , el vértice (h, k) y la unidad significativa relativa a la intersección con el eje y $(0, y)$ donde $a, h, k, y \in \mathbb{R}$ en ambos registros de representación, generando capacidad en el estudiante de coordinar entre dos registros, de manera particular el registro analítico y el registro gráfico de la función cuadrática.

Por lo anterior, se afirma que en el aprendizaje de las matemáticas se hace necesario acudir a los diversos registros de representación como medio de acceso a la construcción del conocimiento

matemático, esta consideración hace pensar el aprendizaje de las matemáticas desde un punto vista cognitivo o bien desde una caracterización de la actividad matemática Duval (1991).

2.2.4 Teoría de las situaciones didácticas

En la enseñanza de las matemáticas una de las cuestiones importantes es ampliar (modificar) la perspectiva vinculada a la forma como se movilizan los objetos matemáticos. Para ello, es necesario considerar alternativas en las cuales los estudiantes puedan ser los constructores de sus propios conocimientos, a partir de reconocer, abordar y resolver situaciones que son generados a su vez por otras situaciones (Brousseau, 2007, pp. 24 - 28)

Dicho lo anterior, se reconoce que, la manera en que aprenden los estudiantes ha sido centro de atención en muchas investigaciones desde el siglo XX hasta la actualidad. Así, en el año (1986) surgió en Francia la teoría de las situaciones didácticas propuesta inicialmente por Brousseau con la finalidad de que cada conocimiento pueda ser determinado por una situación y los estudiantes movilicen el conocimiento en función del aprendizaje de las matemáticas.

Según Brousseau (2007) *“las situaciones didácticas tienen que ver con todo el entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo”* (P. 19). Estas deben permitir la movilización del conocimiento matemático para favorecer el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, así como también la reflexión por parte de los docentes al comprender la relación recíproca que existe entre el estudiante, el profesor y el **medio didáctico**, en la que el profesor proporciona el medio didáctico como alternativa para que el estudiante sea constructor de su propio conocimiento.

A partir de ello, Brousseau (2007) propone que para la movilización del conocimiento matemático es necesario acudir al medio didáctico (secuencia didáctica), pues según él no es posible acceder al saber matemático si no se dispone de este como alternativa para establecer nuevas relaciones en función del conocimiento matemático, así como transformarlo y reorganizarlo.

Así mismo, plantea que para el desarrollo del conocimiento matemático existen cuatro tipos de situaciones didácticas fundamentales; la situación acción, la situación de formulación, la situación de validación y la institucionalización del saber. Las cuales representan la problemática a abordar, como la generalidad de un conjunto de problemas (tareas) organizados entre sí, que son:

La situación de acción, la cual, se centra en que los estudiantes trabajen individualmente con un conjunto de problemas (tareas) organizados entre sí, en los cuales puedan usar conocimientos previos y desarrollar un determinado saber. Siendo capaz de interactuar con el medio didáctico (secuencia didáctica).

La situación de formulación, que consiste en el trabajo que deben realizar los estudiantes en el marco de la construcción del conocimiento, en la que se requiere la comunicación de los mismos, compartir experiencias (ideas) referentes a la problemática abordada e interactuar con el medio didáctico (secuencia didáctica); **en la situación de validación** se presentan una serie de discusiones entre docente y los estudiantes acerca del trabajo realizado para cerciorarse si realmente es correcto el producto obtenido de esta interacción con el medio didáctico (secuencia didáctica). Considerando que, dicha interacción con el medio didáctico puede ser de forma individual o de forma grupal.

Y, la institucionalización del saber tiene que ver con la presentación de los resultados que se obtienen referentes a la construcción del conocimiento a partir de las situaciones didácticas

anteriores (acción, formulación y validación). Considerando la participación del profesor como agente garante para corroborar la pertinencia y validez de las producciones que logran establecer los estudiantes en el marco de la interacción con el medio didáctico (secuencia didáctica) propuesta.

En suma, la perspectiva didáctica deja ver la necesidad de desarrollar actividades que contribuyan a una mejor comprensión e interpretación del concepto de función cuadrática por parte del estudiante; pues no deben ser actividades descontextualizadas; sino más bien vinculadas al mundo real del estudiante, en las cuales él pueda reconocer y comprender muchos de los procesos que se pueden estudiar a través de la modelación matemática, así como también pueda desarrollar destrezas y habilidades cuando trabaje las representaciones analíticas y gráficas de la función cuadrática.

2.2.3 Análisis semiótico cognitivo de la función cuadrática

Analizar la congruencia entre dos registros de representación o más, implica entre otras cosas, reconocer la cantidad de unidades significantes en cada uno y, luego el papel que cumple en el registro de llegada y viceversa. En caso particular, se presenta el análisis semiótico cognitivo de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$ considerando el registro analítico y el gráfico.

Variables visuales a la parábola de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$

La interpretación global que sugiere Duval (1998), como uno de los principales tipos de tratamientos de las representaciones gráficas en la función, fundamenta la correspondencia semiótica entre los parámetros **a**, **h** y **k** de la función cuadrática en su representación analítica $f(x) = a(x - h)^2 + k$ y la representación gráfica (parábola). Permitiendo determinar tres variables

visuales de la parábola y las unidades simbólicas significantes que se corresponden semióticamente con los parámetros ***a***, ***h*** y ***k*** definidos respecto a su signo.

Las tres variables que se proponen son; la abertura de la parábola, la posición del vértice respecto del eje *y*, y la intersección de la curva con el eje *y*. Para ello, se construye la siguiente tabla con el fin de explorar todas las variaciones posibles de la función cuadrática en su forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$ a partir de sus unidades simbólicas significativas.

Variables visuales	Valores	Unidades simbólicas significantes
Abertura de la parábola	Cóncava hacia arriba	$a > 0$
	Cóncava hacia abajo	$a < 0$
Posición del vértice respecto del eje <i>y</i>	A la derecha del eje <i>y</i>	$h < 0$
	Sobre el eje <i>y</i>	$k > 0$ o $k < 0$ y $h = 0$
	A la izquierda del eje <i>y</i>	$h > 0$
Intersección de la parábola con el eje <i>y</i>	En la parte positiva del eje <i>y</i> ($y > 0$)	$a > 0$, $h \neq 0$ y $k > 0$
	En la parte negativa del eje <i>y</i> ($y < 0$)	$a < 0$ y $h \neq 0$ y $k < 0$

Tabla 2: Valores de las variables visuales y unidades simbólicas significantes para la función $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.

La tabla anterior permite ver la combinación de los valores visuales para la función cuadrática dada en su forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, los cuales determinan la representación gráfica en el plano cartesiano. Pues según Duval (2006) “cada característica visual particular puede ser distinguida

solamente a través de la oposición de dos gráficas y cada característica visual particular se combina con una característica semántica de la ecuación y no con la función representada” (p. 152).

Concavidad de la parábola para la representación $f(x) = a(x - h)^2 + k$

La concavidad de la parábola es una de las unidades significantes en la función cuadrática que permiten delimitar el mínimo y máximo, así como también conocer el vértice, siendo este el sistema generador de coordenadas. Así pues, la representación gráfica de la función $f(x) = a(x - h)^2 + k$ es una curva abierta que, al tratarse de una parábola vertical, la concavidad puede ser hacia arriba o hacia abajo. Dependiendo del signo que antecede a el parámetro a , el cual puede tomar valores negativos ($a < 0$) y positivos ($a > 0$) definidos en los reales ($\mathbb{R}$).

A continuación, se presenta la siguiente ilustración donde se puede apreciar lo dicho anteriormente, considerando la función dada en representación analítica $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

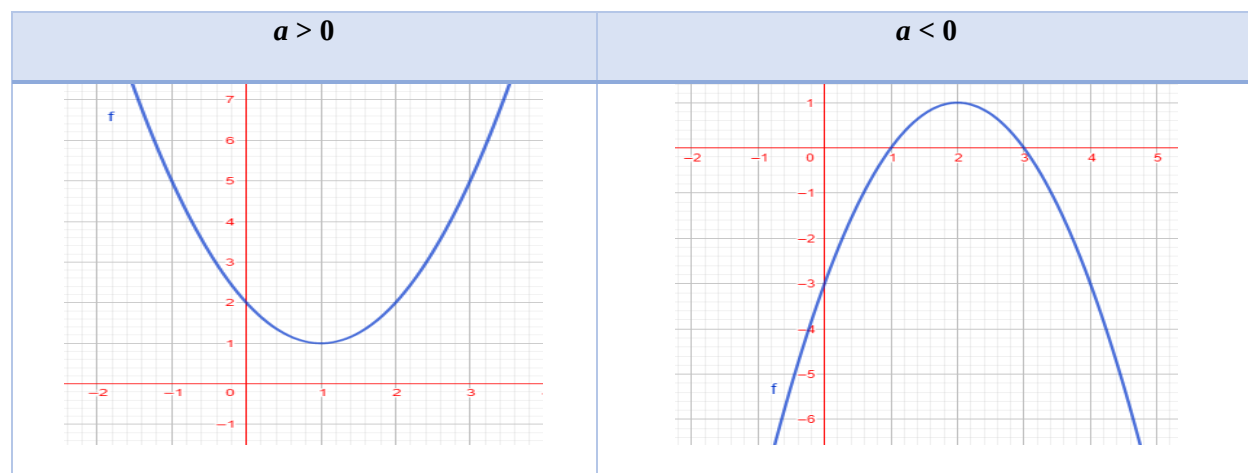


Ilustración 6: Concavidad de la parábola para la representación $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.

Posición del vértice respecto al eje y de la representación $f(x) = a(x - h)^2 + k$

La posición del vértice con respecto al eje y de la representación analítica de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$ permite identificar el desplazamiento del mismo en la representación del plano

cartesiano. En este caso, la posición del vértice respecto del eje y se coordina con la relación de orden para los parámetros h , k y el de la igualdad del parámetro k , cuando el vértice queda sobre el eje y . En la siguiente ilustración, se puede apreciar aquello.

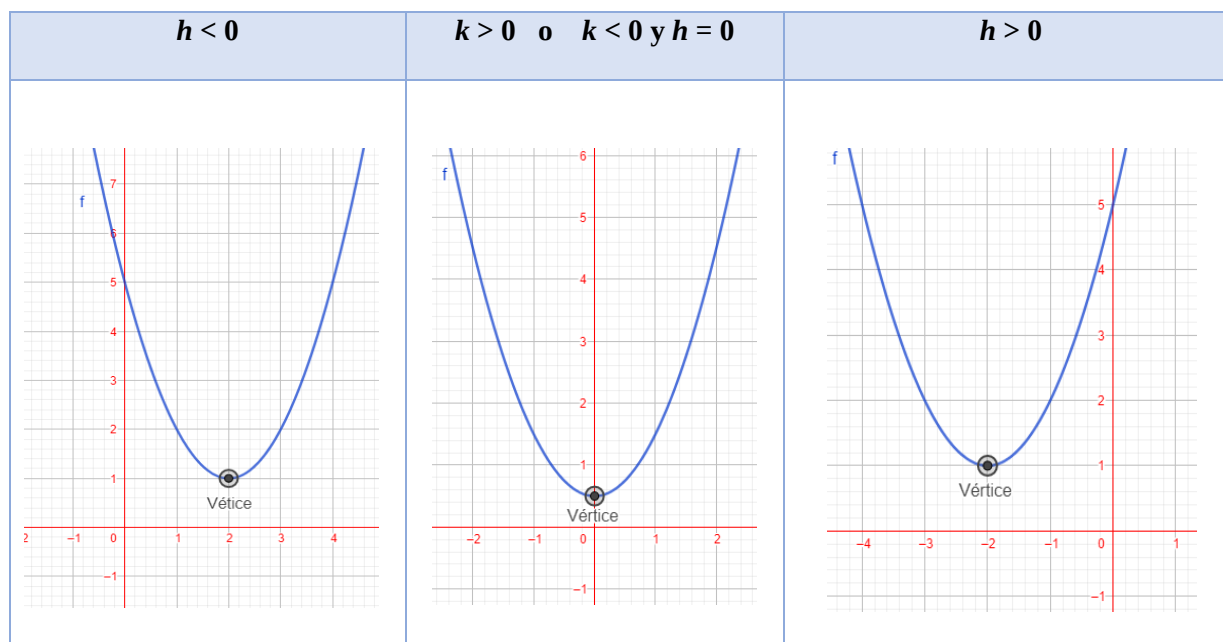
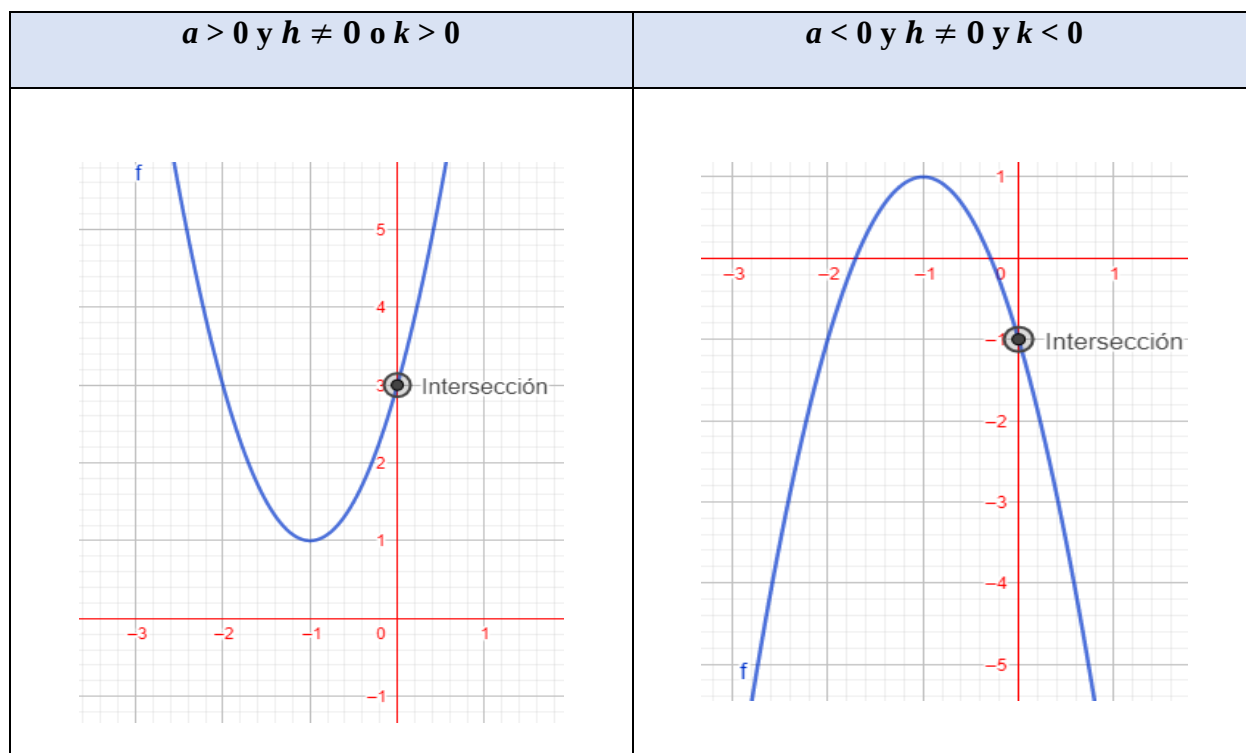


Ilustración 7: Concavidad de la parábola para la representación $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.

Intersección de la curva con el eje y de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$

En la intersección de la curva (parábola) con el eje y de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$ el corte queda establecido por las relaciones de orden para el caso del parámetro a y k y de igualdad para el caso del parámetro h ($a > 0$, $h \neq 0$ y $k > 0$ o $a < 0$ y $h \neq 0$ y $k < 0$) es posibles obtener estas intersecciones tal y como pueden ver en la siguiente ilustración.



*Ilustración 8: Intersección de la curva con el eje y de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$.
Elaboración propia.*

Análisis de congruencia entre el registro analítico y el registro gráfico de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$

La coordinación entre los diferentes registros de representación semiótica permite identificar las reglas de correspondencia entre dos sistemas semióticos diferentes. Al no ser así, se estaría considerando una no-congruencia, pues según Duval (2004) “para determinar si dos representaciones son congruentes o no, es necesario comenzar por segmentarlas en sus respectivas unidades significantes, de manera tal que puedan ser puestas en correspondencia” (p. 22).

En este orden de idea, se considera pertinente la comparación de congruencia entre el registro analítico y el registro gráfico para el caso de la función cuadrática dada en su expresión $f(x) = a(x - h)^2 + k$ con la finalidad de ver si las unidades significantes son las mismas en los dos registros en mención. Ya que, según Duval (2004) “dos representaciones son congruentes cuando hay

correspondencia semántica entre sus unidades significantes, univocidad semántica terminal y el mismo orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones” (p. 24).

Cabe resaltar que, para la comprensión del funcionamiento de la actividad cognitiva de conversión o entender la congruencia que se puede establecer entre dos registros de representación, caso particular el analítico y gráfico de la representación del objeto matemático; función cuadrática, es necesario considerar dos situaciones para el reconocimiento de la conversión como lo menciona Duval (2006) cuando establece que, estas son pertinentes para la apropiación de la transformación de los registros mencionados anteriormente.

Pues según Duval (2006), primero se debe reconocer el mismo objeto en dos representaciones cuyos contenidos son muy diferentes dado que corresponden a dos registros diferentes, y, segundo reconocer dos objetos diferentes en dos representaciones cuyos contenidos parecen semejantes porque corresponden al mismo registro. Para él, la capacidad de convertir en la situación de reconocimiento uno depende totalmente de la capacidad para convertir en la situación dos, y no a la inversa.

Para efectos de esta investigación se considera pertinente segmentar la función cuadrática de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$ en sus respectivas unidades significantes e intentar poner en correspondencia las mismas en dos registros de representación; analítico y gráfico como se podrá observar en la siguiente tabla.

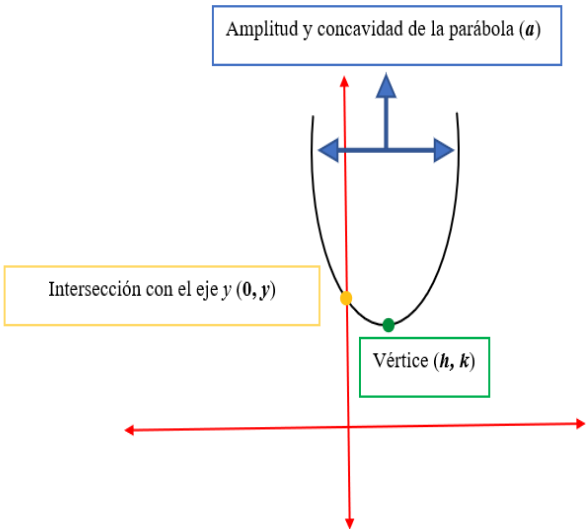
Registros de representación analítico y gráfico de la función cuadrática	Unidades simbólicas significativas
$f(x) = a(x - h)^2 + k$	a, h y k
	a, h y k

Ilustración 9: Análisis de congruencia entre el registro analítico y el registro gráfico de la función cuadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Elaboración propia.

La tabla anterior permite concluir que, es posible efectuar la transformación del registro analítico al registro algebraico y viceversa, puesto que el número de unidades significantes que hay en el registro analítico es la misma cantidad de unidades significantes que hay en el registro gráfico y viceversa. Resaltando el papel que cumple cada una de las unidades significantes **a**, **h**, **k** y la unidad significativa relativa a la intersección con el eje y **(0, y)** donde **a**, **h**, **k**, **y** $\in \mathbb{R}$ en la representación gráfica de la función cuadrática dada en su forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Así;

a: indica la amplitud y concavidad que toma la parábola en la representación gráfica.

h: indica el desplazamiento horizontal de la parábola.

k: indica el desplazamiento vertical de la parábola.

2.2.5 Secuencia didáctica

Para efectos de esta investigación, se consideró el diseño e implementación de una secuencia didáctica estructurada en Situaciones, Tareas y Actividades. Esta estructura permitió la articulación de algunos elementos conceptuales y procedimentales enmarcados en la didáctica de las matemáticas y propios de la teoría semiótica cognitiva de Duval, cuyo fin era aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto al concepto de función cuadrática.

Dicho lo anterior, se considera la perspectiva de Díaz (2013) con respecto a la idea de secuencia didáctica, permitiendo el diseño y el reconocimiento de la estructura de la misma, en tanto que presenta un espectro extremadamente amplio como estrategia para favorecer la aproximación de la noción de función cuadrática en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval.

Según Díaz (2013) la secuencia didáctica es “una organización de las actividades de aprendizaje que se realizan con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo” (p.1). Así, la secuencia didáctica en esta investigación es concebida como una forma de abordar y organizar un conjunto de actividades conectadas entre sí, con el fin de desarrollar aprendizajes en los estudiantes de grado octavo de la institución en mención a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval.

En efecto, la secuencia didáctica, además de estar estructurada en Situaciones, Tareas y Actividades relacionadas entre sí, tenía tres fases. En la fase de inicio o apertura, se intentaba que los estudiantes pudieran reconocer algunos conceptos relacionados con la función cuadrática dada en su forma análitica. En la fase de desarrollo, se esperaba que los estudiantes pudieran conjeturar

el concepto de función cuadrática a partir de la relación que hicieran entre lo conceptual y lo procedimental. Y, en la fase de cierre, se esperaba que los estudiantes hicieran las transformaciones del registro analítico al gráfico y viceversa.

Por otro lado, la idea de Situaciones, Tarea y Actividad en esta investigación es considerada a partir de lo propuesto por Obando (2015), él considera necesario las situaciones en tanto que le permiten al estudiante o grupo de estudiantes desarrollar la actividad matemática en el marco de las condiciones institucionales con intencionalidades didácticas con otros compañeros y el profesor como alternativa para establecer nuevas relaciones en función de movilizar el conocimiento matemático. Es en este sentido, Obando (2015) afirma que:

La *situación* es la manera como un estudiante o grupo de estudiantes actualiza en un aquí y en un ahora (momento histórico específico) su actividad matemática en el marco de las condiciones institucionales (medios culturales a su disposición) para su acción y en relación con los problemas que debe resolver al enfrentar la tarea propuesta por el maestro (p. 162).

En este orden de ideas, la situación es comprendida como la generalidad de un conjunto de problemas (tareas) organizados entre sí. Cuyo fin es movilizar conocimiento matemático por parte de los estudiantes e intentar cierto nivel de razonamiento en el desarrollo de los mismos.

Por ello, Obando (2015) plantea que “las Tareas se deben definir en términos de las acciones que realizan los individuos, tomando en consideración los tipos de cálculo” (p. 21). En este sentido, las Tareas plasmadas en esta investigación constituyen la organización y secuencialidad para caracterizar el desarrollo del pensamiento matemático relacionado con el objeto de conocimiento función cuadrática de los estudiantes del grado octavo de dicha institución.

Así mismo, Obando (2015) plantea que “la actividad se define en relación al conjunto de acciones socialmente dirigidas (orientadas) con el objetivo de alcanzar un fin” (p. 45) del mismo modo, las actividades son comprendidas como las preguntas o acciones con la finalidad de crear situaciones que permitan desarrollar aprendizajes referentes a un objeto matemático.

En suma, la perspectiva didáctica deja ver la necesidad de desarrollar actividades que contribuyan a una mejor comprensión e interpretación del concepto de función por parte del estudiante; pues no deben ser actividades descontextualizadas; sino más bien vinculadas al mundo real del estudiante, en las cuales él pueda reconocer y comprender muchos de los procesos que se pueden estudiar a través de la modelación matemática, así como también desarrollar habilidades cuando trabaje las representaciones analíticas y gráficas de la función cuadrática.

2.3. PERSPECTIVA CURRICULAR

En este apartado se presentan algunos elementos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en sus referentes de calidad; Lineamientos Curriculares (1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) como herramientas pedagógicas que permiten determinar pautas para el diseño curricular en las instituciones educativas oficiales y privadas, articulando algunos aspectos como los enfoques, las metodologías, las estrategias y los contextos definidos en cada una de estas con el propósito de constituir un conjunto de conocimientos y habilidades que permitan desarrollar el aprendizaje de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes.

2.3.1 Lineamientos Curriculares

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se presentan cinco procesos contemplados en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los cuales permiten realizar la actividad matemática; estos son: la resolución y el planteamiento de problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Para efectos de esta investigación, se han considerado la resolución y el planteamiento de problemas, comunicación y la modelación como procesos primordiales con el fin de favorecer la aproximación de la noción de función cuadrática en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval.

2.3.1.1 La resolución y planteamiento de problemas

Este proceso es fundamental para el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas y el estudio del conocimiento matemático, pues en las actividades curriculares se encuentra presente con la mayor parte del tiempo y es determinado como un eje central del currículo de matemáticas, el cual, debe primar en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Además, integra contenidos matemáticos en diversas situaciones contextualizadas de diferentes disciplinas, lo que permite que el quehacer matemático tome más sentido en los procesos de enseñanza y aprendizaje, dado que los estudiantes como bien lo menciona el MEN (1998) comienzan a ganar confianza en el uso de las matemáticas; desarrollando así una mente inquisitiva y perseverante que no solo permite resolver problemas a partir de las matemáticas, sino también la intervención de otras áreas del conocimiento que incluyen representaciones que se necesiten para formular o reformular un problema. Esto hace que su implementación sea propicia a la

integración de procesos como la comunicación y la modelación que son características propias de la resolución de problemas.

En ese sentido, se entiende la resolución de problemas como una serie de procedimientos que se utilizan para el desarrollo de ciertas actividades cognitivas que buscan el fortalecimiento del pensamiento matemático. Apunta, además, a que los estudiantes mismos puedan inventar, formular y resolver problemas matemáticos.

Así mismo, El MEN en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) con respecto a la resolución y planteamiento de problemas, propone una forma de trabajar los problemas con los estudiantes; que es abordando problemas abiertos que les permita a los estudiantes experimentar y buscar las posibles respuestas o tal vez ninguna al problema planteado.

En efecto, el MEN (2016) propone algunas formas de abordar la resolución y el planteamiento de problemas con los estudiantes considerando los ciclos; que es abordando problemas abiertos que les permita a los estudiantes experimentar y buscar las posibles respuestas o tal vez ninguna al problema planteado tal como se logra apreciar en la siguiente ilustración.

Ejemplo

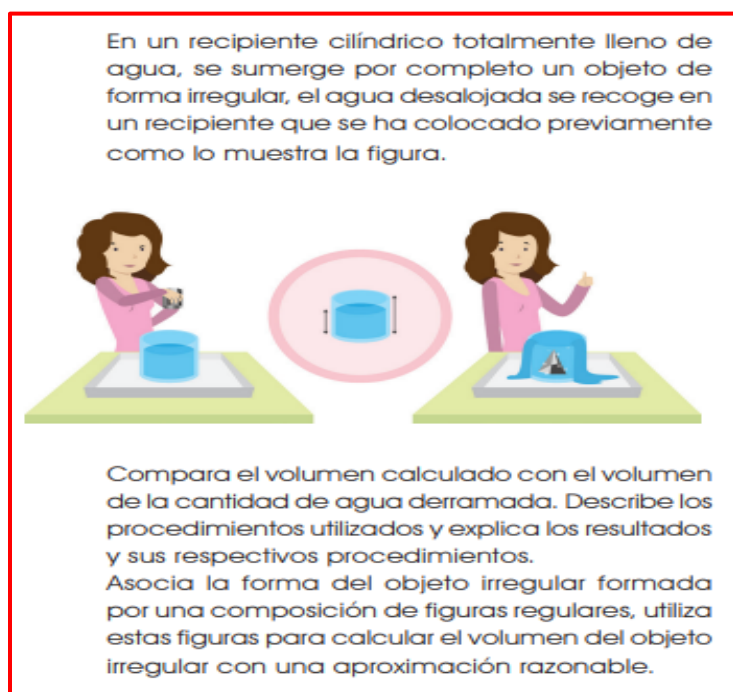


Ilustración 10: Ejemplo asociado a la resolución y el planteamiento de problemas. Fuente, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016)

En ese sentido, se entiende la resolución de problemas como una serie de procedimientos que se utilizan para el desarrollo de ciertas actividades cognitivas que buscan el fortalecimiento del pensamiento matemático. Apunta, además, a que los estudiantes puedan formular y resolver problemas matemáticos.

2.3.1.2 Procesos de comunicación

Este proceso es importante y necesario para la vida del ser humano como bien lo menciona el MEN (1998) cuando plantea que, todos los seres humanos tienen necesidad de comunicar, bien sea en las actividades, profesiones, disciplinas o sitios de trabajo. Por ello, la comunicación es fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos matemáticos, pues

permite ver las distintas formas en la que se puede expresar, representar, escribir, leer y entender un objeto matemático.

Además, permite que el estudiante aprenda matemáticas, ya que, en ella se busca explicar fenómenos que, al estudiante poder representar de diversas formas el mismo contenido se podría comprender mejor. De hecho, según Duval (2016) si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, a las que él llama “registros de representación” o “registros semióticos”, no parece posible aprender y comprender dicho contenido. A partir de lo anterior, se ilustra un ejemplo asociado a la comunicación.

Ejemplo

Encuentra valores para b , c , d , e , etc., que satisfagan las ecuaciones propuestas y argumenta cómo cambian las respuestas obtenidas si se cambia el valor de a por 6 o por 8.

$$a = 4$$
$$a + 2b = 10$$
$$a + 2b + 3c = 28$$
$$a + 2b + 3c + 4d = 68$$
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e = 93$$
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f = 123$$
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f + 7g = 200$$

Describe los procedimientos para obtener valores numéricos que satisfagan las ecuaciones segunda y tercera, si se desconoce el valor de a .

Ilustración 11: Ejemplo asociado al proceso de comunicación. Fuente, *Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016)*

2.3.1.3 Procesos de modelación

La modelación es un proceso de gran importancia en la educación matemática, está integrada en todos los distintos procesos presentes en el desarrollo cognitivo del estudiante como lo vemos en

la resolución de problemas y comunicación. Desde el MEN (2006) puede entenderse la modelación como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente. Además, permite que el estudiante a partir de un buen modelo mental o gráfico busque distintos caminos de solución, estime una solución aproximada o se dé cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido.

Así mismo, en la realización o solución de alguna situación problema contextualizada, el proceso de modelación que en este se realice le permitirá decidir qué variables y relacionar entre las variables que son importantes, lo que posibilita establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad, a partir de los cuales se pueden hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar qué tan razonable son éstos respecto a las condiciones iniciales. (p.53)

Entonces, se puede decir que este proceso permite que el estudiante ponga en juego sus conocimientos y destrezas para utilizarlos en diferentes representaciones para crear un modelo matemático que dé cuenta de la situación para ser resuelta matemáticamente. Esto implica una transformación de las matemáticas que se enseñan en la escuela, puesto que, el estudiante debe simplificar, idealizar y estructurar de acuerdo con la situación a realizar.

De ahí que, se da cabida a los diferentes procesos que se enmarcan en la propuesta del MEN (1998; 2006, 2016) y beneficia al estudiante en cuanto a la manera de mirar una situación, le permite comprenderla desde diferentes esquemas o representaciones e incluso que pueda resolver situaciones problemas haciendo uso de la modelación. A partir de lo anterior, a continuación, se ilustra un ejemplo asociado al proceso de modelación matemática.

Ejemplo

Una araña ubicada en una esquina quiere cazar a una mosca que está ubicada en la esquina inferior izquierda de una caja cúbica cuyo lado mide un metro. La araña usará un camino recto pasando por dos caras del cubo y atravesando una de sus aristas por un punto X como se muestra en la línea punteada de la figura. Determina la posición del punto X para que el camino seguido por la mosca sea el más corto. Encuentra el camino más corto que ha de seguir la araña para llegar hasta la mosca.

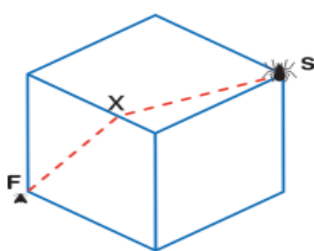


Ilustración 12: Ejemplo asociado al proceso de modelación. Fuente, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016)

Los procesos en mención, permiten entre otras cosas desarrollar algunos objetos de conocimientos matemáticos, caso particular el de la función cuadrática expresada en su forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, ya que esta no solo tiene aplicabilidad en el campo de la educación matemática sino también en el campo de las otras ciencias, como las sociales y las naturales a partir del planteamiento y resolución de problema, la comunicación de esas situaciones problemas y el proceso de modelación, sin dejar de lado los tipos pensamientos entre ellos el variacional, cual está articulado a los demás a partir de sus aspectos propios como el reconocimiento, la percepción, la identificación, entre otros.

2.3.1.4 Pensamiento variacional

El pensamiento variacional como conocimiento que permite articular los demás pensamientos, tiene algunos aspectos propios como; el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, la descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos que resultan pertinentes en el desarrollo y aprendizajes de algunos objetos matemático, caso particular la función cuadrática, ya que esta permite modelar situaciones no solo en el ámbito de la educación matemática sino también en otras ciencias a través del proceso de modelación.

Cabe resaltar que, aquella relación que tiene pensamiento con los demás (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos, es dado a sus aspectos propios, lo cual, requiere de la activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades de magnitud (MEN, 2006, P. 66). En este orden de ideas, a continuación, se ilustra la coherencia vertical y horizontal de algunos estándares asociados al estudio del pensamiento variacional desde el grado cuarto hasta el grado undécimo, pero enfatizando en el conjunto de grado de octavo – noveno.

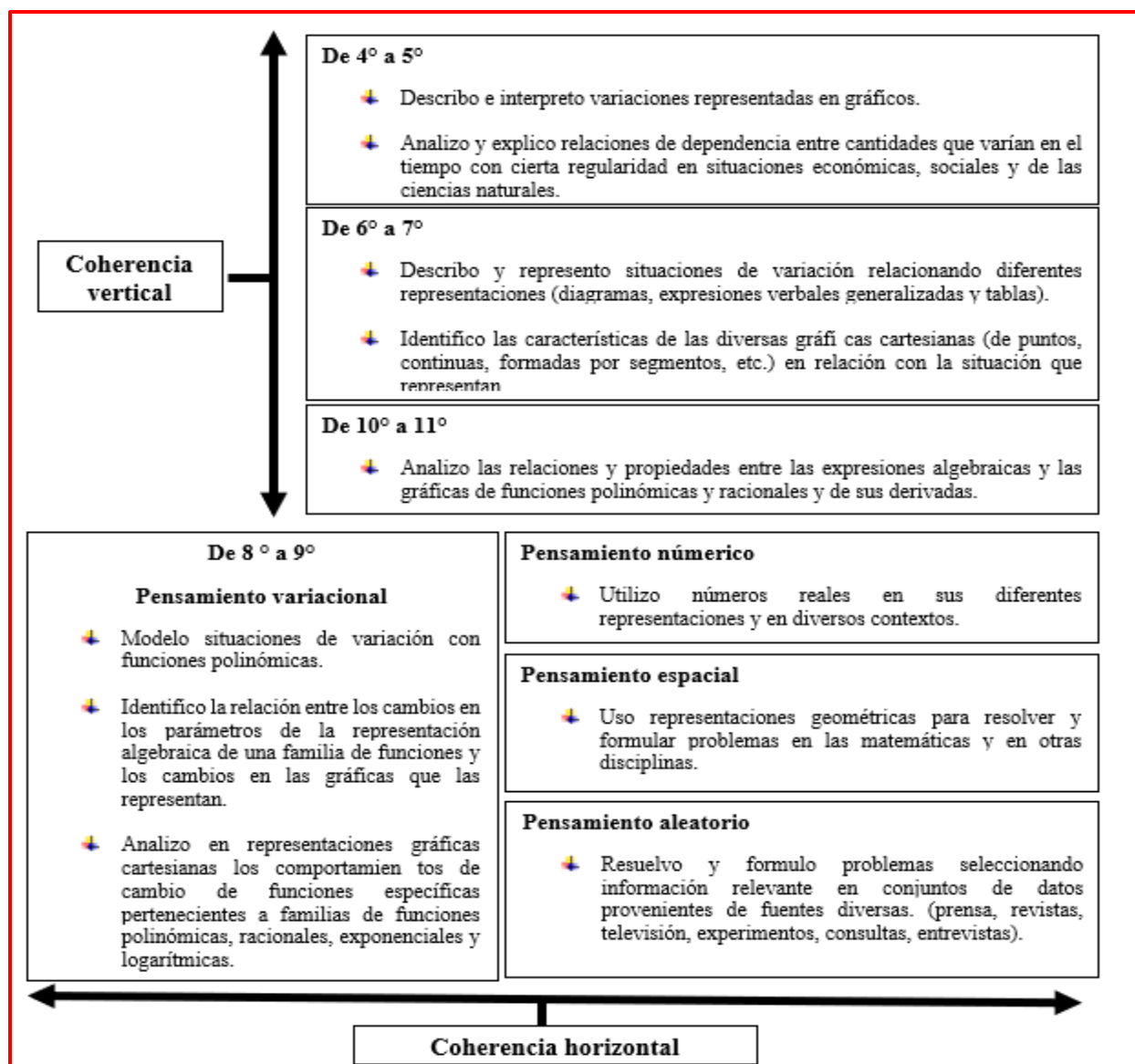


Ilustración 13: Coherencia vertical y horizontal, con referencia al pensamiento variacional. Fuente: Estructura obtenida de Estándares Básicos de competencia matemática (MEN, 2006).

En ese orden de ideas, a continuación, se presenta un ejemplo asociado al pensamiento variacional (en el que se enmarca esta investigación) teniendo en cuenta la coherencia vertical y horizontal establecida en la ilustración inmediatamente anterior asociado al objeto de conocimiento función cuadrática.

Pensamiento variacional	Evidencias de aprendizaje	Ejemplo
•Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.	•Opera con formas simbólicas y las interpreta. •Relaciona un cambio en la variable independiente con el cambio correspondiente en la variable dependiente. •Encuentra valores desconocidos en ecuaciones algebraicas. •Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto.	•El agua que sale por el extremo de un tubo hidraulico ubicado de forma horizontal en las instalaciones hidricas de la universidad del Valle sede Pacífico, describe un arco parabólico con vértice en el extremo del mismo. El cual está ubicado a 10 metros de altura con respecto al suelo. Sin embargo, en un punto a 1 metro abajo del extremo del tubo, la distancia horizontal del agua a una vertical que pase por extremos del tubo es de 2 metros. ¿Cuál es la ubicación horizontal donde el agua toca el suelo?.

Ilustración 14: Ejemplo asociado al pensamiento variacional. Elaboración propia.

En cuanto a la ilustración anterior, se rescata el hecho de que los estudiantes desarrollan algunas competencias tales como; la resolución y el planteamiento de problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos con el fin de favorecer la aproximación de la noción de función cuadrática en los estudiantes.

Con respecto a todo lo dicho, se resalta la pertinencia que tienen los referentes de calidad propuestos por el MEN (1998, 2006) como herramientas pedagógicas para apoyar el proceso de fundamentación y planeación educativa, así como también proporcionar pautas para el diseño

curricular en las instituciones educativas oficiales y privadas, articulando algunos aspectos como los enfoques, las metodologías, las estrategias y los contextos definidos.

De acuerdo con lo considerado en las perspectivas mencionadas, en la siguiente ilustración (13), se puede observar los aportes que realizan cada una de estas a grandes rasgos para el desarrollo de este trabajo de investigación en el marco de la aproximación a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999) mediante la implementación de una secuencia didáctica.

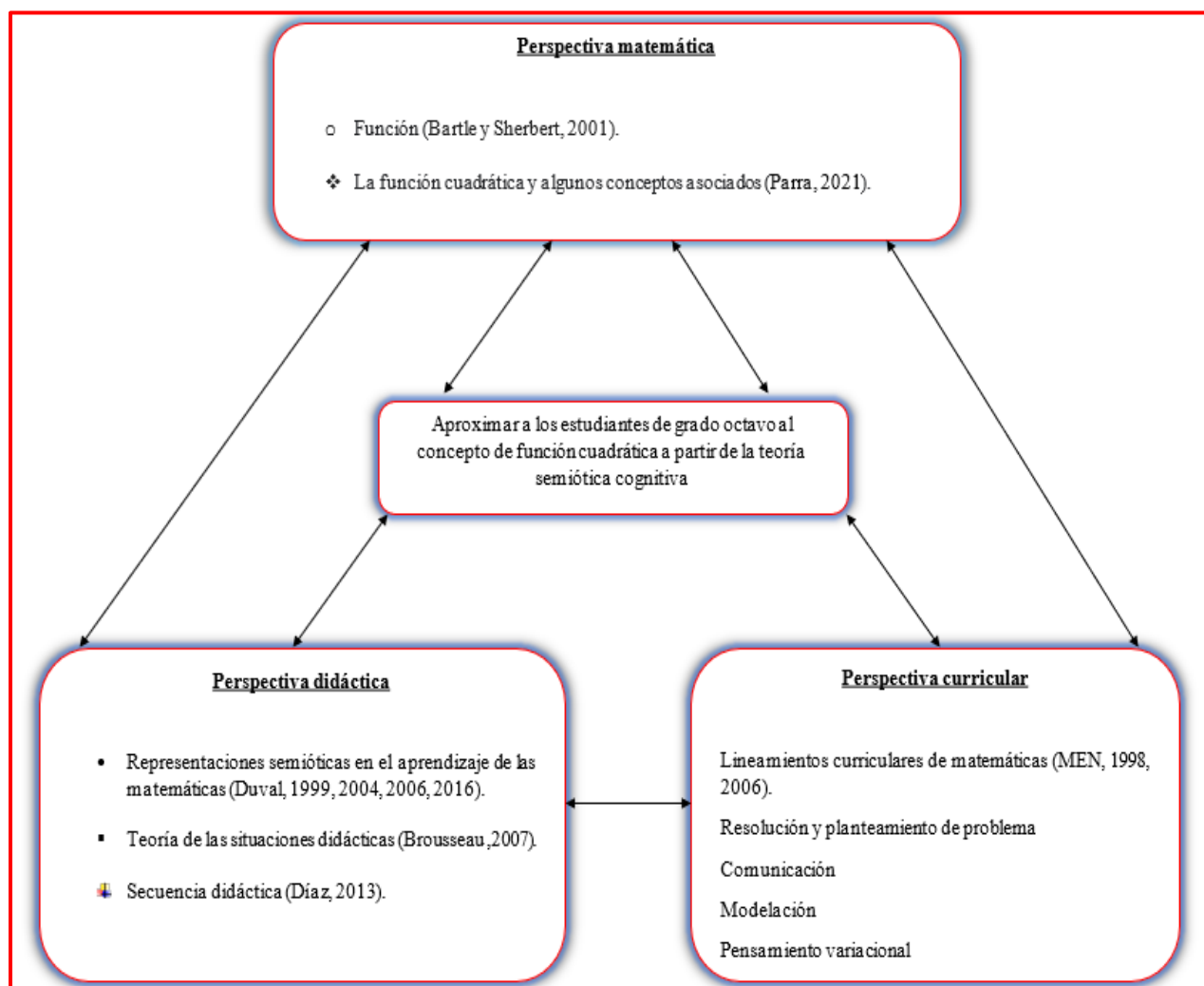


Ilustración 15: Relación entre perspectivas. Elaboración propia.

CAPÍTULO III

III.MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se exponen los elementos metodológicos de la investigación, fundamentada en la estrategia de experimentos de enseñanza de Camargo (2021). Asimismo, se presentan las diferentes fases consideradas para el desarrollo de esta investigación.

3.1 ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Para el desarrollo de este trabajo de investigación se tuvo a bien utilizar el modelo de experimento de enseñanza, fundamentado en la propuesta de Camargo (2021), la cual señala que, esta estrategia de investigación se ocupa principalmente de “capturar los significados que las personas dan a diversos aspectos de las dinámicas propias generadas” (68).

En ese orden de ideas, se consideró necesario trabajar con la estrategia de experimentos de enseñanza propuesta por Camargo (2021) ya que, permitió observar y analizar el proceso de aprendizaje que llevaban los estudiantes con respecto a los conceptos matemáticos relacionados con el pensamiento variacional y/o la función cuadrática. También, mirar la claridad que tenían los estudiantes sobre los conceptos, significados o elementos relacionados con el pensamiento y la función, mencionados anteriormente.

Ahora, continuando con las ideas de Camargo (2021), la autora considera el experimento de enseñanza como una estrategia de investigación cuyo objetivo principal es diseñar, implementar y evaluar una secuencia de enseñanza organizada con la meta de poner en

funcionamiento una conjetura sobre un aprendizaje específico. A continuación, se presenta una tabla que muestra los aspectos generales de la estrategia mencionada anteriormente.

Tipo	Estrategia	Descripción	Participantes	Requisitos	Productos
De diseño ¿Qué pasaría?	Experimento de enseñanza	Diseño, implementación y evaluación de secuencias de enseñanza que ponen en funcionamiento una conjetura.	Equipo de investigación. Estudiantes. Profesor– investigador. Observador no participante.	Se pone en funcionamiento una conjetura en una trayectoria hipotética de aprendizaje. Se hacen microanálisis de la actividad de los estudiantes en el curso del experimento.	Secuencias de enseñanza . Modelos de actuación. Pruebas de existencia. Constructos, interpretaciones, tipologías.

*Tabla 3: Aspectos generales de la estrategia basada en experimentos de enseñanza.
Fuente: Tomado Camargo (2021)*

Considerando lo anterior, este trabajo fue desarrollado con 15 estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes a los cuales se les hizo entrega de una secuencia didáctica que consta de dos Situaciones estructuradas en Tareas y Actividades, diseñadas en el Software Dinámico GeoGebra, para ello, cada estudiante contaba con un computador, papel, lápiz, y la secuencia didáctica de forma física. Esto, con el fin de aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999). Cabe resaltar que, en esta institución hay 5 octavos, pero, para efectos de esta investigación se eligió una muestra de 15 estudiantes, los cuales se seleccionaron teniendo en cuenta los mejores

promedios de tres estudiantes de cada salón, lo cual resultaba pertinente y útil para poner en juego dicha aproximación.

Del mismo modo, se determinaron no solo las fases de la investigación que presentan la forma como se desarrolló el proceso, si no también, los momentos en que se llevó a cabo la estrategia investigativa.

3.2. FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Dando continuidad a las anteriores ideas, el desarrollo de este trabajo estuvo seccionado en tres fases, la fase 1 tiene que ver con la delimitación del problema de investigación, la fase 2, con el diseño e implementación de la secuencia didáctica y la fase 3, a los resultados finales de la investigación. Estas fases están asociadas a los momentos presentados en el esquema 13, el momento 1 y 2 se relaciona con la fase 1; momento 3 y 4 con la fase 2; y el momento 5 y 6 con la fase 3. Habría que mencionar también, que estos momentos junto a las fases dan cuenta de cada uno de los objetivos y de la pregunta de indagación. A continuación, se ilustra el siguiente esquema con respecto a la ejecución de la estrategia metodológica.

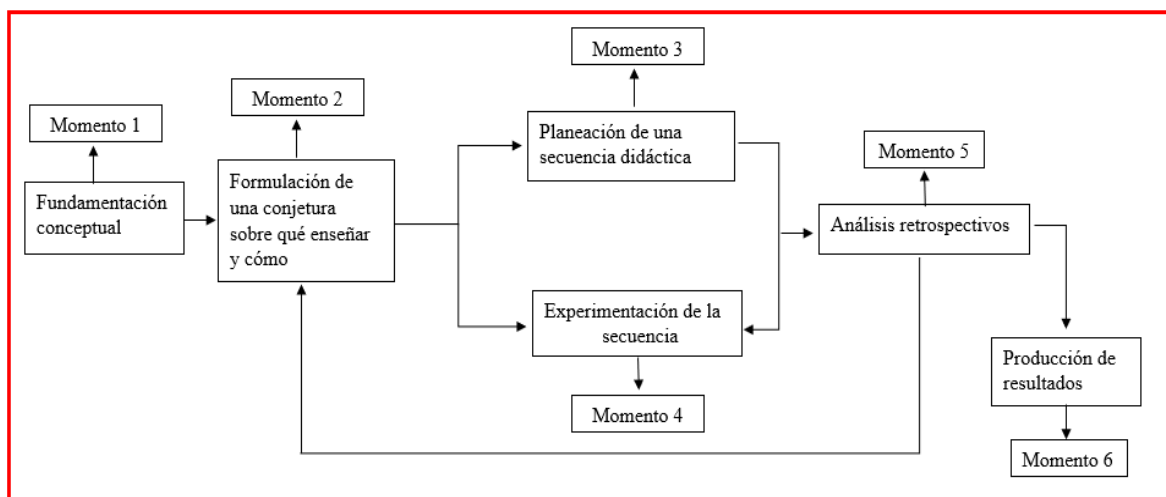


Ilustración 16: Plan de ejecución estrategia de experimento de enseñanza. Fuente: una adaptación de Camargo (2021)

3.2.1 Fase 1: Delimitación del problema de investigación

Para el desarrollo de esta fase, se consideraron los dos primeros momentos ilustrados en el esquema anterior; la fundamentación conceptual y la formulación de una conjetura sobre qué enseñar y cómo.

Momento 1: Fundamentación conceptual

En primer lugar, se presenta el planteamiento del problema en el cual se realizó la revisión de algunos libros, revistas; locales, nacionales e internacionales, referentes de calidad propuesto por el MEN, artículos y trabajos de investigación actuales, con el fin de identificar algunas dificultades asociadas al estudio y desarrollo de la función cuadrática desde la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999). De los cuales, se seleccionaron algunos trabajos internacionales como el de Espinoza (2020), Tocto (2016) y Huapaya (2012) y Duval (1999, 2004, 2016) otros nacionales como el de Posso (2020), Amaya (2019), Vasco (2003) y Gonzalez (2011), y a nivel distrital como el de Bonilla (2017) y Castro y Caicedo (2018).

La revisión de estos trabajos permitió presentar y delimitar la problemática de investigación, la pregunta de investigación, proponer los objetivos, justificar la importancia de investigar el objeto de estudio, resaltar el contexto en la cual fue desarrollada, presentar el marco teórico en el cual se fundamenta la presente investigación, considerando tres perspectivas; matemática, didáctica y curricular. De hecho, la delimitación, fue a partir de la revisión de algunos referentes internacionales, nacionales y locales (Buenaventura) en el marco del aprendizaje de la función cuadrática como objeto con el cual se pueden modelar situaciones no solo del campo de la educación matemática sino en otras ciencias como las ciencias sociales y naturales.

En segundo lugar, se presentó el marco teórico en el cual, se expusieron los elementos teóricos para el desarrollo de la investigación. Para ello, se tuvo en cuenta tres perspectivas; matemática, didáctica y curricular. En tercer lugar, y, por último, se presentó la forma como se llevo a cabo la investigación desde lo conceptual a lo procedimental o viceversa y la realización de la aproximación a la estrategia investigativa experimento de enseñanza. Además, se realizó una conceptualización sobre la secuencia didáctica y los elementos que se deben tener en cuenta para su diseño, a partir de lo que propone Diaz (2013) y Obando (2015).

Momento 2: Formulación de una conjetura sobre qué enseñar y cómo.

Para el desarrollo de este momento se tuvo en cuenta lo propuesto por Camargo (2021) con respecto a la conjetura, pues ella la considera como el motor que dirige el experimento. De hecho, Confrey y Lanchance (2000) citado en Camargo (2021) mencionan que la conjetura formulada debe tener dos dimensiones: una, referida al contenido matemático en juego, que responde al interrogante sobre qué debería ser enseñado; otra, referida al aprendizaje, que responde al cómo debería ser enseñado. En este orden de ideas, a continuación, se presenta la conjetura sobre qué enseñar y cómo.

Conjetura: Para la formulación de una propuesta de aprendizaje asociada a la función cuadrática es importante reconocer las unidades significantes tales como; a , h , k , el vértice (h, k) y la unidad significativa relativa a la intersección con el eje y $(0, y)$ donde $a, h, k, y \in \mathbb{R}$ y desarrollar algunos procesos cognitivos asociados a la transformación de los registros de representación, pues se deben tener en cuenta las exigencias de este objeto de conocimiento en quien lo aprende.

Dimensión del contenido ¿qué enseñar? el desarrollo de la función cuadrática desde la teoría semiótica cognitiva. Para lograr dicho desarrollo, se consideró pertinente abordar algunos conceptos asociados a este objeto (función cuadrática), tales como; la concavidad, el vértice, el máximo y el mínimo, pues a partir de su desarrollo se logró caracterizar la participación y aprendizaje que los estudiantes iban adquiriendo teniendo en cuenta los procesos cognitivos.

Dimensión pedagógica ¿cómo enseñar? las actividades cognitivas asociadas a esta investigación son; las representaciones semióticas, la transformación de las representaciones entre el registro analítico y gráfico, el reconocimiento de las unidades significantes en los registros de representación y la coordinación de registros.

Esta formulación permitió desarrollar, por una parte, la estrategia de experimento de enseñanza considerada en esta investigación y por otro, pensar en las Situaciones, las Tareas y Actividades, así como también en la metodología para su implementación.

3.2.2 Fase 2: Diseño e implementación de la secuencia didáctica

En esta fase, se consideraron los dos siguientes momentos que tienen que ver con la planeación de una secuencia didáctica y su ejecución.

Momento 3: Planeación de una secuencia didáctica

En este momento se consideró la puesta en marcha de una secuencia didáctica, la cual estaba estructurada en Situaciones, Tareas y Actividades, la misma contaba con tres fases según lo que propone Díaz (2013); inicio, desarrollo y cierre. En la fase de inicio o apertura, se intentaba que los estudiantes pudieran reconocer algunos conceptos relacionados con la función cuadrática dada en su forma analítica. En la fase de desarrollo, se esperaba que los estudiantes pudieran conjeturar el concepto de función cuadrática a partir de la relación que

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

hicieran entre lo conceptual y lo procedimental. Y, en la fase de cierre, se esperaba que los estudiantes hicieran las transformaciones del registro analítico al gráfico y viceversa.

Las fases en mención se articulan con los momentos del experimento de enseñanza en tanto que, la primera permite hacer una contextualización general sobre la conceptualización del objeto abordar, caso particular la función cuadrática y además tener en cuenta el qué y cómo enseñar este una vez estudiado la conceptualización. La segunda, permite el desarrollo del objeto a partir de la interacción con un recurso pedagógico, particularmente la secuencia didáctica. Y la tercera, permite analizar las producciones y el desarrollo de los procesos cognitivos asociados al objeto función cuadrática.

Cabe resaltar que, el diseño de la secuencia didáctica fue realizado en formato de word, pero con hipervínculos al software dinámico GeoGebra, cuya finalidad era que los estudiantes pudieran observar, analizar, generar conclusiones a partir de ciertas condiciones planteadas en cada una de las Actividades y finalmente que pudieran comunicar sus respuestas a partir de la lectura de las Tareas y las Actividades que se les había proporcionado en físico y en GeoGebra. Por ello, la secuencia didáctica aquí diseñada tiene la siguiente estructura.

S1	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T1	
A ₁	

Ilustración 17: Esquema de planeación de la secuencia didáctica. Elaboración propia.

En cuanto a los elementos que constituyen dicho esquema está S1, que hace referencia a la primera Situación, T1, se refiere a primera tarea de la Situación 1, A_a a la primera Actividad de la T1, es decir, dicha nomenclatura corresponderá a lo siguiente; **S1 – T1 - A_a**. Y, con respecto al último elemento “**Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco**” era el espacio en el cual los estudiantes podían comunicar sus respuestas a partir de la lectura de la Situación, la Tarea y la Actividad que se les había proporcionado en físico y las observaciones hechas en la representación del software dinámico GeoGebra.

Momento 4: Experimento de la secuencia didáctica

En cuanto al experimento de la secuencia, según Camargo (2021) este es entendido como el proceso de las discusiones académicas por el equipo de investigación mientras el experimento progresa, ya que la preocupación central es la calidad de la experiencia matemática de los estudiantes.

En ese orden de ideas, para la implementación de la secuencia didáctica se tuvieron en cuenta dos días. El día jueves 17 de noviembre de 2022 se desarrolló la primera sesión, la cual tuvo una duración aproximada de 3 horas (inicio de la sesión 9:00 am y cierre de la sesión 12:00 pm) y, la segunda sesión fue desarrollada el día viernes 18 de noviembre de 2022 desde 9:00 am hasta las 12:00 pm con una duración aproximada de 3 horas.

En este momento, se hace referencia a la experiencia que se obtuvo al implementar la secuencia didáctica con los estudiantes, resaltando la habilidad que tenían para comunicar verbalmente las respuestas ante cada una de las Actividades propuestas, así como también para redactar las consideraciones (respuestas) en el espacio en blanco.

Por otro lado, se rescatan algunas dificultades asociadas al manejo del software dinámico GeoGebra como; el temor de desordenar las representaciones al ser sometidas a ciertas restricciones específicas, el manejo de los deslizadores articulados a cada uno de los parámetros (a , h y k) que constituyen la representación de una ecuación cuadrática, la poca comprensión lectora frente a los enunciados de cada uno de las Tareas y la escritura de la ecuaciones en la barra de entrada del software dinámico GeoGebra (fue mejorando al transcurrir la sesión). Estas habilidades y dificultades fueron el resultado de las discusiones académicas que se tuvieron durante el experimento de la secuencia didáctica.

3.2.3 Fase 3: Resultados finales de la investigación

En esta fase, se tuvieron en cuenta los dos últimos momentos presentados en el esquema anterior (13), los cuales están relacionados con los análisis retrospectivos y la producción de resultados.

Momento 5: Análisis retrospectivos

Este momento, es abordado en el capítulo IV de la investigación, el cual, contiene los análisis a priori de las Situaciones, el análisis de las producciones de los estudiantes y un análisis general de la implementación de la secuencia didáctica.

Momento 6: Producción de resultados

En este momento, se presentan algunas conclusiones y recomendaciones producto del desarrollo de la investigación considerando las tres perspectivas adscritas a esta investigación; matemática, didáctica y curricular, así como también la rejilla de análisis construida.

CAPÍTULO IV

IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo, se presenta la rejilla de análisis de los elementos conceptuales y procedimentales considerados para el diseño y análisis de la secuencia didáctica, así como también los análisis a priori, a posteriori y generales de los resultados obtenidos. Cabe resaltar que, la secuencia está estructurada por dos situaciones (**S1** y **S2**), tres tareas cada una (**T1**, **T2** y **T3**) y su vez las tareas están constituidas por máximo tres actividades (**Aa**, **Ab** y **Ac**) las cuales, tenían como objetivo aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes, al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1999). Es importante mencionar que, para hacer más efectiva la aproximación se utilizó el software dinámico GeoGebra, en el cual se hicieron algunas de las representaciones para las Actividades en función de poner en juego el desarrollo de competencias por parte de los estudiantes.

4.1 Rejilla de análisis

En este apartado, se presenta la rejilla de los elementos conceptuales y procedimentales, considerados para el diseño, análisis a priori y a posteriori de la secuencia didáctica y, posteriormente para guiar el análisis de las producciones de los 15 estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes. La rejilla se ha dividido en dos partes que son; los conceptos asociados a la función cuadrática y la transformación de los registros de representación analítico y gráfico en la función cuadrática.

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

En cuanto a los conceptos asociados a la función cuadrática, concavidad, eje de simetría y vértice. Con la intencionalidad de que los estudiantes pudieran identificar y caracterizar la función cuadrática como un objeto matemático con el cual se pueden modelar y representar situaciones de variación y cambio de la vida real.

Con respecto a lo presentado en la rejilla, también se consideró la transformación de los registros de representación analítico y gráfico de la función cuadrática, lo cual posibilita una mayor comprensión en los estudiantes al identificar dos de las formas más representativas o significantes de la función cuadrática, así como también la correspondencia asociativa entre las unidades significantes de cada uno de los dos registros en mención, pues como se propuso en el análisis semiótico cognitivo de la función cuadrática de acuerdo con Duval (2004), ambos registros tienen una correspondencia de unidades significantes.

A continuación, se muestra la rejilla (tabla 4).

Elementos conceptuales y procedimentales enmarcados en la teoría semiótica cognitiva de Duval, que favorecen el aprendizaje de la función cuadrática

Configuraciones de las representaciones y términos asociados a la función cuadrática	1. Conceptos asociados a la función cuadrática			
	1.1 Vértice	1.3 Máximo y mínimo	1.4 Eje de simetría	1.5 Concavidad
	Es un punto en el plano cartesiano, que es mínimo si se abre hacia arriba (cóncava), o máximo si se abre hacia abajo (convexa), este punto se denomina vértice de la parábola y se puede determinar a través de la expresión (h, k)	La función f tiene un valor máximo en un número c si existe un intervalo abierto que contiene a c en el que f está definida, tal que $f(c) \geq f(x)$ para toda x en este intervalo. De manera análoga sucede con valor mínimo , solo que, en este último caso, la f está definida, tal que $f(c) \leq f(x)$ para toda x en este intervalo.	El eje de simetría es “una recta vertical, paralela al eje y , que atraviesa la gráfica de manera que cada rama de ésta, separada por el eje, es el “reflejo” de la otra, asumiendo la idea de que éste simula un espejo”, cuya ecuación es $x = h$.	la gráfica de una función es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo en el punto $(c, f(c))$ si existen $f'(c)$ y un intervalo abierto I que tiene a c tal que para todos los valores de $x \neq c$ en I , el punto $(x, f(x))$ de la gráfica está arriba de la recta tangente a la gráfica en $(c, f(c))$.
	2. Transformación de los registros de representación analítico y gráfico en la función cuadrática			
	2.1 Transformación del registro analítico al gráfico y viceversa		2.2 Coordinación entre el registro de representación analítico y gráfico	
	La puesta en correspondencia de dos representaciones pertenecientes a registros diferentes puede establecerse localmente a través de una correspondencia asociativa entre las unidades significantes elementales constitutivas de cada uno de los dos registros (Duval, 2004, p. 21).		Dos representaciones son congruentes cuando hay correspondencia semántica entre sus unidades significantes, univocidad semántica terminal y el mismo orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones (Duval, 2004, p. 24).	

Tabla 4: Elementos conceptuales y procedimentales asociados a la función cuadrática. Elaboración propia.

4.2 Análisis a priori de la secuencia didáctica

En este apartado, se describe el conjunto de procesos y objetivos que se esperaba que los 15 estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes desarrollaran al interactuar con la secuencia didáctica, en la cual se articularon elementos conceptuales y procedimentales relacionados a la función cuadrática. Dicha secuencia didáctica fue estructurada de la siguiente manera; dos situaciones (**S1** y **S2**), tres Tareas cada una (**T1**, **T2** y **T3**) y su vez las tareas están constituidas por máximo tres Actividades (**Aa**, **Ab** y **Ac**) respectivamente. Cabe resaltar que, en el desarrollo de las Situaciones se identifica lo que propone Brousseau (2007) con respecto a las situaciones didácticas fundamentales.

4.2.1 Situación 1 (S1): Términos relacionados con la función cuadrática y representación de las formas de la función

En esta Situación propuesta (S1), se esperaba que los estudiantes reconocieran algunos conceptos asociados a la función cuadrática dada en su forma analítica $f(x) = a(x - h)^2 + k$ tales como; concavidad, valor mínimo y máximo, eje de simetría y vértice a partir de las Tareas propuestas. Con el fin de alcanzar dicho objetivo, la Situación (S1) fue dividida en tres Tareas y cada tarea en Actividades (tres como máximo).

Tarea 1: Conceptos asociados a la función cuadrática, vértice y concavidad

La primera tarea (T1), está dividida en 2 actividades, las cuales se propusieron con el fin de aproximar a los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de la función cuadrática dada en su forma analítica a partir de la movilización de ciertas situaciones elaboradas de forma secuencial, en las cuales se tuvo en cuenta los

conocimientos previos que tenían los estudiantes con respecto a conceptos asociados a la función cuadrática (concavidad, valor mínimo y máximo, eje de simetría y vértice) .

Para dicha identificación, se consideró el enfoque semiótico cognitivo, pues según Duval (2004) establece que el contenido no debe ser separado de su forma, ya que debe existir una relación entre la semiosis y la noesis para la aprehensión conceptual de un objeto matemático. En ese orden de idea, esta tarea fue diseñada considerando tal enfoque para que posteriormente, los estudiantes tuvieran una interacción más amena con cada una de las Actividades propuestas.

Por otro lado, se esperaba que en esta primera Tarea (T1), los estudiantes pudieran desarrollar una noción de la concavidad en una función cuadrática, modelada a través de las montañas viales que hay entre el Distrito de Buenaventura y la ciudad de Cali. Es decir, que pudieran relacionar las formas de las montañas con la concavidad de una función cuadrática representada en la trayectoria que realiza el bus en el que viaja el estudiante Jorge. De esta manera, les permitirá a los estudiantes relacionarse con tales conceptos para las próximas Actividades.

Tarea 2 (T2): Concavidad y formas de representación de la función cuadrática en su expresión analítico.

La segunda Tarea (T2) tenía como finalidad que los estudiantes pudieran identificar algunas formas de representación de la función cuadrática y analizar lo que ocurre con cada uno de los parámetros de la función en el registro analítico y gráfico al mover los deslizadores de la Situación propuesta en GeoGebra, esto con fin de que, los estudiantes se aproximen un poco más a la construcción del concepto de función cuadrática dada en su forma analítica. Por ello,

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

la Tarea está dividida en tres Actividades enfocadas en primera instancia, al reconocimiento de los parámetros (***a***, ***h*** y ***k***) que constituyen la representación de la ecuación de la función cuadrática, y en segunda instancia al reconocimiento del papel que cumple cada uno de ellos cuando son sometidos a ciertas restricciones específicas.

Para identificar tales características, resultaba pertinente que los estudiantes se aproximaran al concepto de función cuadrática, lo cual, implicaba que, debían reconocer los elementos que constituyen la representación de la ecuación analítico de la función cuadrática tales como; parámetros (***a***, ***h***, ***k***), con ***a*** $\neq 0$ y la concavidad de la parábola (***a*** > 0 o ***a*** < 0).

Posterior a ello, que los estudiantes identificaran la concavidad en la representación gráfica de la función cuadrática cuando los parámetros eran sometidos a ciertas restricciones específicas, y a su vez, pudieran conjeturar la definición de dicha función, teniendo en cuenta la experiencia con GeoGebra. Cabe resaltar que, para los estudiantes modelar dichas situaciones deben recurrir al software dinámico GeoGebra a través de un hipervínculo que se encuentra en la hoja que se planteó para el diseño de la secuencia didáctica. Por ello, las Actividades construidas en esta Tarea estaban enmarcadas en los efectos causados por todos o cada uno de los parámetros cuando fuesen sometidos a movimientos específicos.

En efecto, se puede decir que la intencionalidad en estas tres Actividades era buscar que los estudiantes tuvieran una aproximación a la función cuadrática, a partir de sus unidades significantes (***a***, ***h***, ***k***) dados en la ecuación analítico y representadas (o visualizadas) en lo gráfico. Es decir, que el propósito era que los estudiantes logaran visualizar el movimiento que se genera en la gráfica al variar los parámetros ***a***, ***h***, y ***k***.

Tarea 3 (T3): Vértice de la función, registro analítico y gráfico

La tercera Tarea (T3) busca que los estudiantes construyan el concepto de función cuadrática y reconozcan que la misma puede ser representada e incluso transformada en registros distintos (analítico y gráfico) a partir de la segmentación y comparación de las unidades significantes (**a , h , k**) obtenidas en cada registro, tanto el de partida como el de llegada.

Para lograr tal fin, la Tarea (T3) fue dividida en tres Actividades enmarcadas en la construcción final de la definición de dicha función, teniendo en cuenta la experiencia en las dos tareas desarrolladas inmediatamente anterior y la transformación del registro de representación analítico al gráfico y viceversa.

La transformación de un registro de representación a otro según Duval (1999) implica que haya una segmentación de las unidades significantes en la representación inicial y en la representación terminal. Esta segmentación debe cumplir una correspondencia en cantidad en ambos registros para que sean congruentes, pues de lo contrario serían registros no congruentes y resultaría imposible realizar dicha transformación.

En este orden de ideas, se esperaba que los estudiantes construyeran una noción del concepto de función cuadrática, una vez hayan desarrollado de forma satisfactoria con las actividades propuestas en las tareas 1 y 2, además que identificarán las variables Significantes presentes en los dos registros de representación (analítico y gráfico) y pudieran transitar entre los mismos, identificado o comprendiendo las relaciones existentes entre las respectivas transformaciones.

4.2.2 Situación 2 (S2): Transformación de los registros de representación analítico y gráfico en la función cuadrática

En esta Situación (S2) se esperaba que los estudiantes tuvieran una relación más amena con los conceptos asociados a la función cuadrática, tales como el vértice, concavidad, eje de simetría, etc, los cuales habían sido abordados en la Situación (S1).

Por ello, esta Situación tenía como objetivos, que los estudiantes desarrollarán las respectivas transformaciones entre la representación analítica y la representación gráfica de la función cuadrática, reconociendo cada una de las unidades significantes (***a***, ***h*** y ***k***) y el papel que cumplen en cada uno de los dos registros, exigiendo en el estudiante una serie de razonamientos al reconocer y analizar los cambios de registros de representación de una función cuadrática, en relación a las ganancias o pérdidas generadas por la venta de un producto.

Además, que reconocieran que ciertas situaciones pueden ser modeladas mediante funciones cuadráticas (utilidad, áreas, etc.), y que al dar respuestas hicieran uso del proceso de comunicación, modelación y resolución de problemas. Con el fin de identificar aquellas variables Significantes presentes en las Situaciones y buscar las relaciones que existen entre sí. De este modo, la Situación (S2) fue dividida en tres Tareas y las Tareas en Actividades.

Tarea 1 (T1): Transformación del registro de representación analítico al gráfico

La primera Tarea (T1) tiene como finalidad que los estudiantes puedan reconocer y desarrollar las posibles transformaciones del registro analítico al registro gráfico de la función cuadrática, considerando las unidades significantes (***a***, ***h*** y ***k***) de ambos.

En ese orden de ideas, se esperaba que los estudiantes reconocieran las unidades significantes (a , h y k) de ambos registros de representación y luego de ello, identificaran el papel que cumplen las unidades en cada uno de los registros de representación (analítico y gráfico) en la Situación propuesta, pues según Duval (1999) la transformación de un registro a otro implica que haya una correspondencia en cantidad de unidades significantes en ambos registros, de lo contrario, los registros no serán congruentes y no es posible hacer dicha transformación. Por ello, se espera que los estudiantes segmenten cada registro, comparen sus unidades significantes (a , h y k) y finalmente hagan la respectiva transformación.

Tarea 2 (T2): Transformación del registro de representación gráfico al analítico de la función cuadrática

La segunda Tarea (T2) tiene como objetivo; que los estudiantes puedan reconocer y desarrollar las posibles transformaciones del registro gráfico al registro analítico de la función cuadrática, considerando las unidades significantes (a , h y k) de ambos. Es decir, hacer la transformación inversa a la que habían hecho en la Tarea (T1). De esta manera, la Tarea (T2) consta de tres Actividades.

En ese sentido, se esperaría que los estudiantes tengan una interacción más amena con la transformación del registro gráfico al registro analítico de la función cuadrática, pues ya de cierta manera habrán reconocido las unidades significantes de cada uno de los dos registros y el papel que cumple cada una en ambos, lo cual permitía una mayor exploración por parte de los estudiantes en cuanto a la forma gráfica de una parábola y su ecuación cuadrática con ayuda de GeoGebra.

Tarea 3 (T3): Coordinación entre el registro de representación analítico y gráfico

La tercera Tarea (T3) tiene como finalidad que los estudiantes con la ayuda de GeoGebra puedan transitar por los dos registros de representación semiótica, aproximándose así al concepto de función cuadrática.

De esta manera, la Tarea (T3) consta de tres actividades, con las cuales se esperaba que los estudiantes pudieran desarrollar las posibles transformaciones entre el registro gráfico, y analítico y viceversa de la función cuadrática. Además, que reconocieran que ciertas situaciones pueden ser modeladas mediante funciones cuadráticas (utilidad, áreas, etc.), resaltando su aplicabilidad en la vida cotidiana.

Por otro lado, se esperaría que los estudiantes hicieran uso de los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de las Tareas anteriores, que pudieran relacionar las Tareas al momento de dar respuesta a cada una de las Actividades, y que, además explorarán la forma gráfica de una parábola y su ecuación cuadrática con ayuda de GeoGebra.

Teniendo en cuenta el análisis anterior, se esperaría que en la implementación de la secuencia didáctica los estudiantes puedan aproximarse al concepto de función cuadrática, reconociendo que existen Situaciones las cuales pueden ser modeladas mediante este tipo de función (utilidad, áreas, etc.), con el fin de identificar variables Significantes y las relaciones que existen entre ellas.

4.3 Análisis a posteriori de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica diseñada en este trabajo de investigación fue llevada a cabo en 2 sesiones. La primera fue implementada el día jueves 17 de noviembre de 2022 y tuvo una duración aproximada de 3 horas (inicio de la sesión 9:00 am y cierre de la sesión 12:00 pm)

y, la segunda sesión fue implementada el día viernes 18 de noviembre de 2022 desde 9:00 am hasta las 12:00 pm, los espacios con los que se contó para la implementación, fueron concertados y organizados junto con el coordinador, algunos profesores de área de matemáticas y el profesor de informática, este último es la persona encargada de dirigir y cuidar las salas de sistema de la Institución.

Para la tipificación de los resultados obtenidos a partir de la implementación de la secuencia didáctica, se adaptó una tabla⁴ (ver tabla 5) la cual consta de los siguientes elementos; **Tipo de respuesta**, en la que se hace una caracterización de las producciones de los estudiantes frente a las Actividades de cada Tarea propuesta en las Situaciones, la **Frecuencia** alude a la cantidad de estudiantes que reportan respuestas con características comunes y el **Total** hace referencia a la cantidad de estudiantes que desarrollaron las Actividades. Cabe resaltar que, para identificar el tipo de Actividad a la que se hace referencia, se utilizaron las siguientes convenciones **S1- T1-- Aa**, donde **S1** se refiere a la primera Situación, **T1 – 1** se refiere a la primera parte de la Tarea 1 de la **S1**, y el subíndice **a** refiere a la primera Actividad correspondiente a **T1**.

S1 -T1 – Aa	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Total	

Tabla 5: Modelo de tabla utilizado para la tipificación de respuestas.

⁴ El modelo de la tabla para la tipificación fue tomado de la investigación de Castro, Jaramillo y Obregón (2019).

4.3.1. Situación 1: Términos relacionados con la función cuadrática

Número de estudiantes: 15

Descripción general de la implementación de la Situación 1: Esta situación fue aplicada en una sola sesión el día 17 de noviembre de 2022 y tuvo una duración aproximada de 3 horas (inicio de la sesión 9:00 am y cierre de la sesión 12:00 pm), la sesión estuvo dividida en dos momentos; en el primer momento se utilizó un tiempo de 1 hora y 30 minutos desde las 9:00am hasta 10:30am y el segundo momento 10:50 am hasta las 12:00pm, utilizando un tiempo de 20 minutos para una pausa activa.

Situación 1 - Tarea 1 - Actividad a (S1 - T1- A_a)

En esta Tarea⁵ se describe la trayectoria del bus en el que viajaba el estudiante Jorge desde Buenaventura hasta la ciudad de Cali los viernes de cada semana, con la finalidad de asistir a las clases presenciales de matemáticas en el instituto “JUNDA” los días sábados y domingos. Mientras Jorge viajaba, se da cuenta que el bus sube y baja algunas montañas lo que permitió plantear la siguiente Actividad **a)** *¿Cuál es la concavidad que tiene la parábola entre el kilómetro 0 y el kilómetro 20?* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S1 - T1 - A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que no reconocieron la concavidad de la parábola.	9
	Estudiantes que si reconocieron la concavidad de la parábola	1
	Estudiantes que no dieron respuesta a la Actividad.	5
	Total	15

Tabla 6: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 1- Actividad del inciso a.

⁵ [S1 - T1 - A1 - GeoGebra](#)

En esta Actividad la mayoría de los estudiantes (9 de 15) no reconocieron la concavidad de la parábola. Entre estos 5 asociaron la concavidad de la parábola con otras formas, mencionando que esta tenía forma de una “u”, debido a que los movimientos realizados por el bus en el que viajaba Jorge permitieron que los estudiantes se hicieran una idea de la representación gráfica de la parábola. Teniendo en cuenta, los kilómetros indicados en la Actividad.

Por otro lado, 4 de los 9 estudiantes que no reconocieron la concavidad de la parábola, concluyeron que había una concavidad negativa, por el hecho de que la representación gráfica de la Actividad indicaba una concavidad hacia arriba. Es decir, ellos hicieron referencia al máximo ($a < 0$) como un mínimo ($a > 0$).

Y, en cuanto al último estudiante que sí reconoció la concavidad de la parábola afirmó que, esta era cóncava “hacia arriba y amplia” lo cual, según Duval (2004) el estudiante reconoció que, el contenido no debe ser separado de su forma, pues debe existir una relación recíproca entre la semiosis y la noesis para la aprehensión conceptual de un objeto, caso particular la función cuadrática. En las siguientes imágenes se puede ver lo descrito anteriormente.

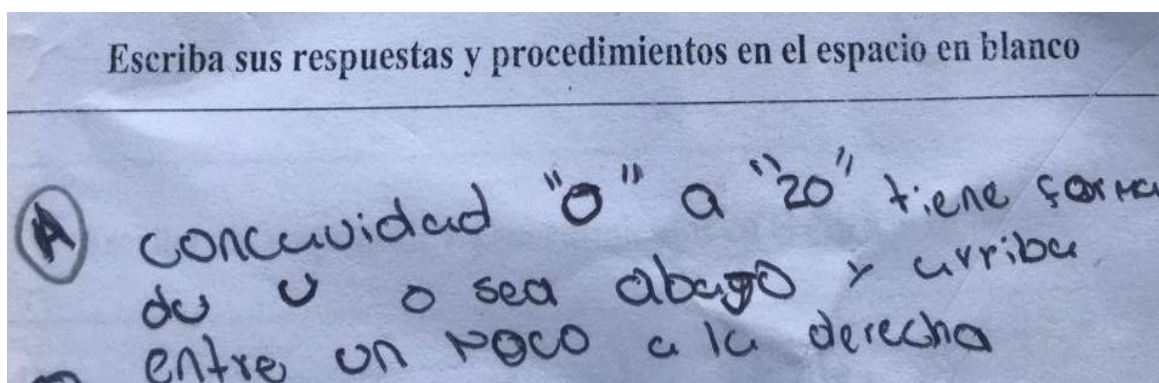


Imagen 1: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T1 - A_a

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

De acuerdo con la respuesta anterior, el estudiante resalta que la concavidad de la parábola tiene forma de una “u” por el hecho de que está hacia abajo. Además, se rescata que no solo observó la concavidad en el intervalo de 0 a 20 kilómetros, sino que también consideró la concavidad en los demás intervalos (20 a 124 kilómetros). Ya que, comunica que la concavidad de la parábola está hacia abajo como arriba, e incluso que está entre un poco a la derecha reconociendo las demás concavidades.

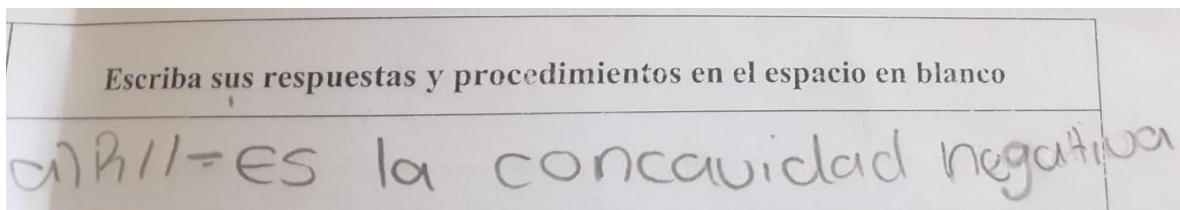


Imagen 2: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T1 - A_a

Con respecto a esta respuesta (imagen 2), se puede observar que el estudiante presenta una noción de concavidad, sin embargo, hay dificultad en cuanto al reconocimiento de la posición de la parábola en la representación gráfica. Pues, asocia el máximo de la parábola como si fuera mínimo, lo cual, deja ver que, no hay una relación entre lo que se representa gráficamente y lo que comunica.

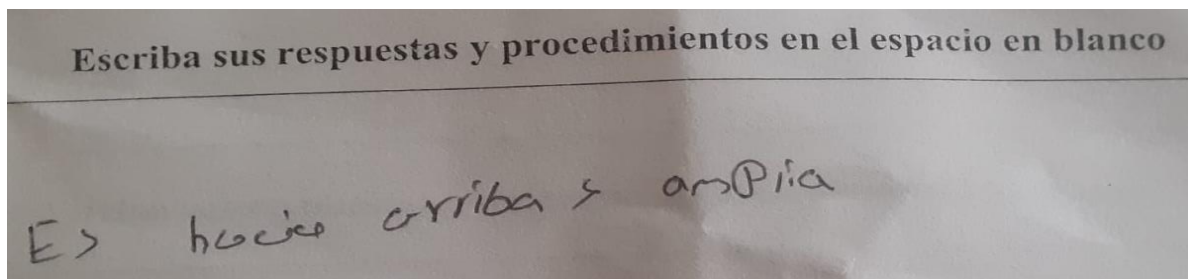


Imagen 3: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T1 - A_a

Como se puede observar en la respuesta anterior, el estudiante respondió de manera correcta la Actividad, pues logró reconocer que la concavidad en el intervalo de 0 a 20 kilómetros está representada positivamente ($a > 0$), es decir que la parábola es hacia arriba. Además, el estudiante no solo reconoció que la concavidad de la parábola era hacia arriba, sino que manifestó que era amplia,

lo que permite inferir que el estudiante contempla la idea de que esta puede ser más cerrada o más amplia. Esto, le ayudaría al estudiante a comprender las relaciones entre los parámetros de la representación analítica y gráfica de la función cuadrática.

Situación 1 - Tarea 1 Actividad b (S1 - T1 - Ab)

Siendo la misma Tarea que la anterior, sobre la trayectoria del bus en el que viajaba el estudiante Jorge desde Buenaventura hasta la ciudad de Cali, permitió plantear otra Actividad **b)** *¿Cuál es la concavidad que tiene la parábola entre el kilómetro 40 y el kilómetro 60?* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S1 - T1 - Ab	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que no reconocieron la concavidad o forma de la parábola.	10
	Estudiantes que no dieron respuesta a la Actividad.	5
	Total	15

Tabla 7: Tipificación de respuestas Situación 1 - Tarea 1 - Actividad del inciso b.

En cuanto a la tipificación realizada en la tabla 7, a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad, se resalta que 10 de 15 no reconocieron la concavidad de la parábola. Entre estos 6 asociaron la concavidad de la parábola con otras formas como “es similar una u amplia”, e incluso una “v” lo cual, no se considera correcto ante lo que se pretendía en la Actividad, pues solo se quedan en el reconocimiento de la forma de la parábola más no se resalta la posición que ésta toma con respecto a lo presentado.

Por otro lado, 4 de los 10 estudiantes que no reconocieron la concavidad de la parábola, ya que manifestaron que la “concavidad era hacia abajo”, lo cual no es cierto en tanto que la concavidad es hacia arriba y por último 5 estudiantes no dieron respuesta a la Actividad. Este

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

reconocimiento no se dió, según Duval (2004) debido a que los estudiantes no lograron articular el contenido que se les pedía y la representación de la concavidad en dicho intervalo, pues él plantea que, para que haya aprehensión conceptual de un objeto, caso particular la función cuadrática debe existir una relación recíproca entre la semiosis y la noesis. Es decir, que el contenido no debe ser separado de su forma. En las siguientes imágenes se puede evidenciar lo descrito anteriormente.

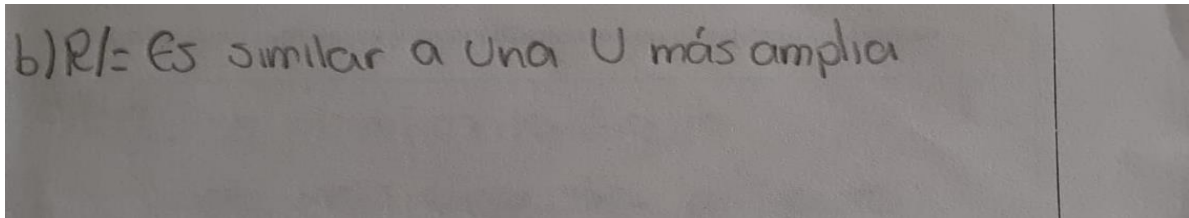


Imagen 4: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T1 - Ab

Al observar la respuesta anterior (imagen 4), el estudiante deja por sentado que la concavidad es “similar a una u más amplia” lo cual, no corresponde a la pregunta propuesta en la Actividad, pues el estudiante asocia la concavidad con otra forma de la parábola, más no reconoce la concavidad de ésta de acuerdo con las distancias dadas en la Actividad. Además, se puede decir que el estudiante solo se queda en la percepción de lo que está representado gráficamente y no intenta ir más allá de lo que está representando para dar respuesta de forma acertada a la Actividad.

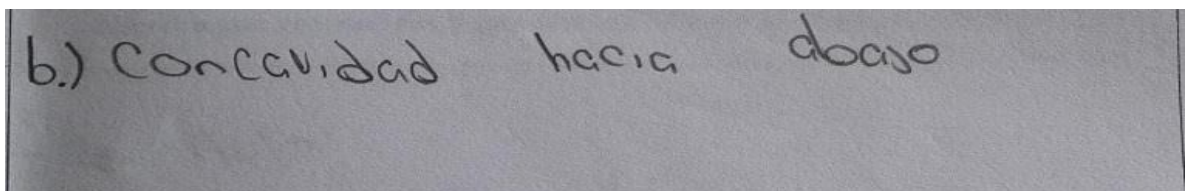


Imagen 5: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T1 - Ab

Analizando la respuesta anterior (imagen 5), el estudiante consideró que había una “concavidad hacia abajo” por el hecho de que la representación gráfica de la parábola está hacia abajo. Lo cual, deja ver la relación que tiene con el término de concavidad, pero no con la posición pues, solo asocian que la representación de la parábola está hacia abajo por la forma que tiene ésta.

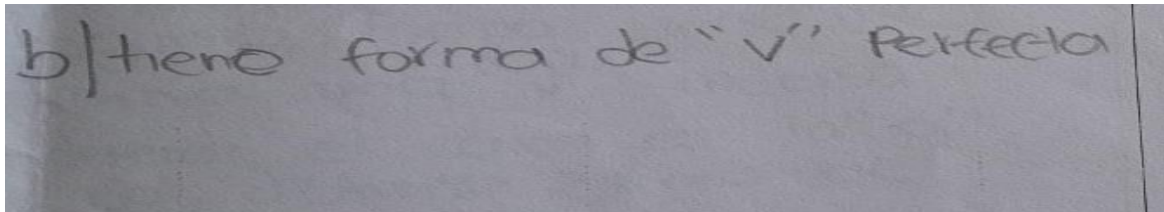


Imagen 6: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T1 - A_b

En cuanto a la respuesta anterior (imagen 6), se puede observar que el estudiante en vez de responder con respecto a la concavidad; asocia la representación gráfica de la parábola con su forma, más no con la posición que esta toma de acuerdo a las distancias dadas en la Actividad. En este caso la parábola es cóncava hacia arriba, por ello, la respuesta que comunicó el estudiante no es correcta. Pues, parece ser que solo se queda en lo que percibe a simple vista y no logran ir más allá de lo que se presenta en la Actividad.

Situación 1 - Tarea 2 - 1 Actividad a (S1 - T2 - A_a)

Para la puesta en marcha de Tarea⁶ se hizo uso del software dinámico GeoGebra en el cual se realizó la representación analítica y gráfica de la función cuadrática dada en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, así como también, se crearon los deslizadores considerando los parámetros a , h y k , a partir de ello se planteó la siguiente Actividad con respecto al parámetro a : **a) ¿Qué ocurre cuando el valor de a es cero ($a = 0$)?** El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en la siguiente tabla.

⁶ [S1 - T2 - A2 - GeoGebra](#)

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

	Tipo de respuesta	Frecuencia
S1 - T2 - 1 - A _a	Estudiantes que si reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica cuando ($a = 0$).	15
	Estudiantes que no dieron respuesta alguna.	0
	Total	15

Tabla 8: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 – 1 - Actividad del inciso a.

En esta actividad, todos de los estudiantes (15 de 15) reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica cuando $a = 0$, considerando algunas expresiones como las siguientes; “se forma una línea recta”, “la parábola se planifica”, “la figura se planifica”. Esto permite ver que reconocen que la función dejó de ser cuadrática, convirtiéndose en una función lineal tal y como se logra observar en la siguiente imagen.

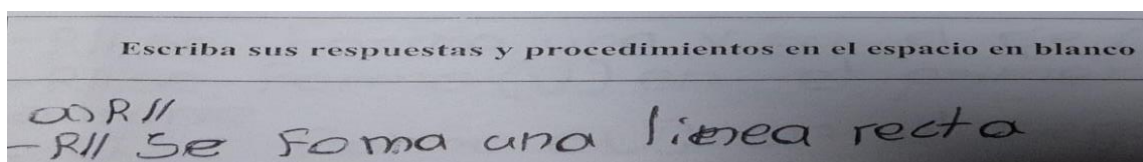


Imagen 7: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 – 1 - A_a

Situación 1- Tarea 2 -1 Actividad b (S1- T2- A_b)

En esta Actividad se les pidió a los estudiantes que analizaran lo siguiente: **b)** ¿Qué ocurre cuando el valor de a es positivo ($a > 0$)? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se reportan en la tabla.

	Tipo de respuesta	Frecuencia
S1 - T2 - 1 - A _b	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica cuando ($a > 0$).	12
	Estudiantes que no dieron respuesta alguna.	3
	Total	15

Tabla 9: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2-1 - Actividad del inciso b

En esta Actividad 12 de 15 estudiantes reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica cuando $a > 0$ resaltando algunas expresiones como las siguientes “se forma una u amplía”, “cuando a es positiva la línea recta se convierte en una u ancha y puede variar de acuerdo a la medida da a ”, “se forma una v delgada” y “se hace más angosta la figura”. Estas expresiones son asociadas a la representación de la parábola bajo aquella condición, pues entre mayor se a , la representación de la parábola es menos amplia. Sin embargo, no reconocieron la concavidad en términos del parámetro a , dado que si este es mayor que cero ($a > 0$) la parábola tiene un mínimo.

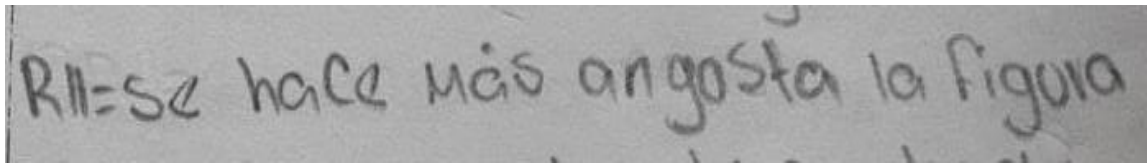


Imagen 8: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1- T2 - 1 -A_b

Situación 1- Tarea 2 -1 Actividad c (S1- T2- A_c)

En esta Actividad se les pidió a los estudiantes que analizaran lo siguiente: **c)** ¿Qué ocurre cuando el valor de a es negativo ($a < 0$)? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se reportan en la tabla.

	Tipo de respuesta	Frecuencia
S1 -T2 -1 - A _c	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica cuando ($a < 0$).	14
	Estudiantes que no dieron respuesta alguna.	1
	Total	15

Tabla 10: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 1 - Actividad del inciso c.

Por otro lado, 14 de 15 estudiantes reconocieron el papel del parámetro a cuando $a < 0$, sin embargo, no establecen claramente si era cóncava hacia abajo en su representación gráfica, pero sí afirman que, “cuando a es negativo la parábola es cóncava”, “cuando a es negativo forma una u inversa” o que “se forma una u inversa”. Logrando identificar el papel que

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

cumple el parámetro a en la representación gráfica de la parábola, pero no estableciendo con claridad la concavidad a partir de aquella restricción. Sin embargo, estas respuestas permiten contrastar el como los estudiantes perciben la "U" al mencionarla en los gráficos en los que la parábola abre hacia arriba.

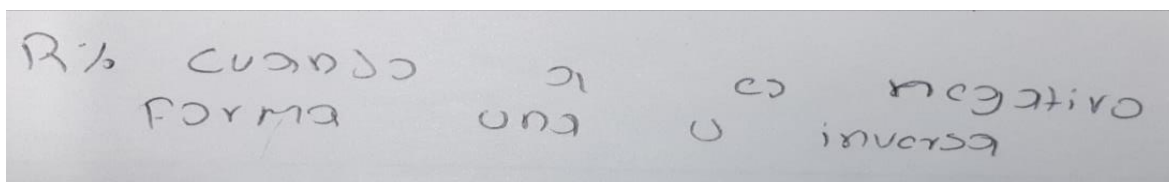


Imagen 9: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 1 -A_c

Situación 1- Tarea 2 -1 Actividad d (S1- T2- A_d)

En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: **d)** ¿Cómo se relaciona el signo de a con la forma del gráfico? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se reportan en la tabla.

	Tipo de respuesta	Frecuencia
S1 -T2 -1 - A _d	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica.	12
	Estudiantes reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica. Pero, no justificaron su respuesta.	2
	Estudiantes que no dieron respuesta alguna.	1
	Total	15

Tabla 11: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2-1 - Actividad del inciso d.

Por último, (12 de 15) estudiantes reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica y algebraica, afirmando que “la gráfica cambia su forma dependiendo el valor de a ” y “cuando es negativo es más cerrada la figura y cuando es positivo la figura se amplía más” “dependiendo el valor de a cambia la medida en la gráfica” “depende el valor de a le da

distinta forma de concavidad”. Dichas apreciaciones realizadas por los estudiantes no son del todo ciertas, pues, aunque reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica no logran dar cuenta del cómo se relaciona el signo de a con la concavidad de la parábola.

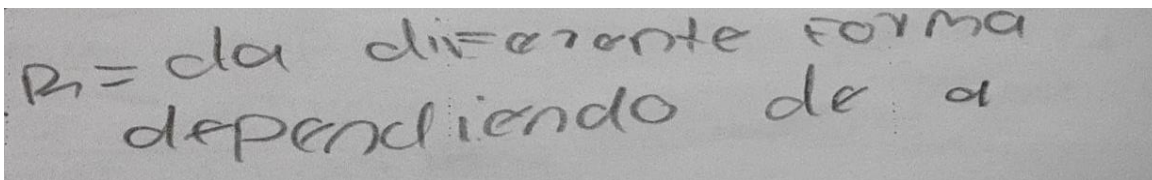


Imagen 10: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 -1 - A_d

En cuanto a los estudiantes que reconocieron el papel del parámetro a en su representación gráfica y algebraica, pero no justificaron su respuesta fueron 2 de 15, es decir, presentaron una noción asociada a la pregunta de la Actividad, afirmando expresiones como; “el signo con gráfico” como se puede observar en la imagen 11. Pero, no deja claro a lo que hace alusión con dicha expresión.

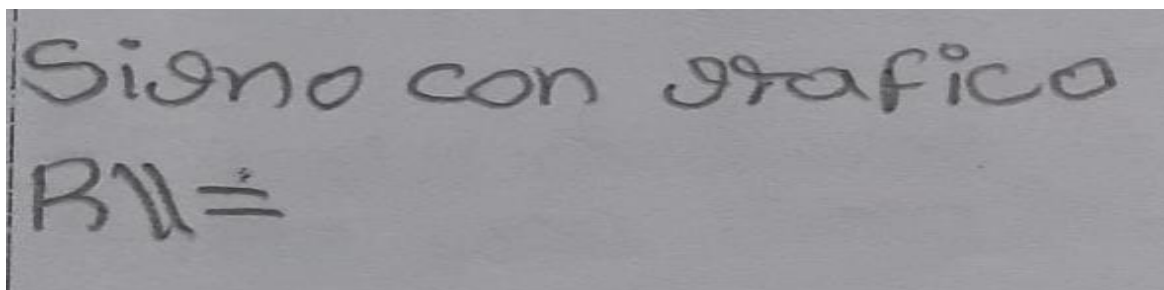


Imagen 11: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1- T2 – 1 - A_d

En la imagen anterior, se puede observar que el estudiante trata de relacionar el parámetro a con la gráfica de acuerdo con el signo, pues, aunque no manifiesta cuál es su relación directa entre el signo del parámetro a con la forma de la gráfica. Deja ver que, dependiendo el signo que tome el parámetro a , asimismo es la representación de la parábola en la gráfica.

Situación 1- Tarea 2 - 2 Actividad a (S1- T2- A_a)

Ahora, Jorge quiere saber el papel que cumple el parámetro h en la representación gráfica de la función cuadrática. Para ello, se plantearon las siguiente Actividades: **a)** ¿Qué ocurre cuando el valor de h es cero ($h = 0$)? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en las siguientes tablas.

S1 - T2 - 2 - A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando ($h = 0$)	7
	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica y algebraica, pero no justificaron su respuesta.	5
	Estudiantes que no reportan respuestas.	3
	Total	15

Tabla 12: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso a.

En esta Actividad 7 de los 15 estudiantes reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando $h = 0$ entre ellos 3, mencionaron que; “se forma una u y pasa por el eje y”, pues asocian la parábola con una forma que se les hizo conocida. Acertando de cierta manera la forma que toma la representación de la parábola cuando ($h = 0$). Así mismo, los 4 últimos estudiantes reportaron algo similar a lo anterior, pero, considerando la parábola como una “v” en vez de una “u”

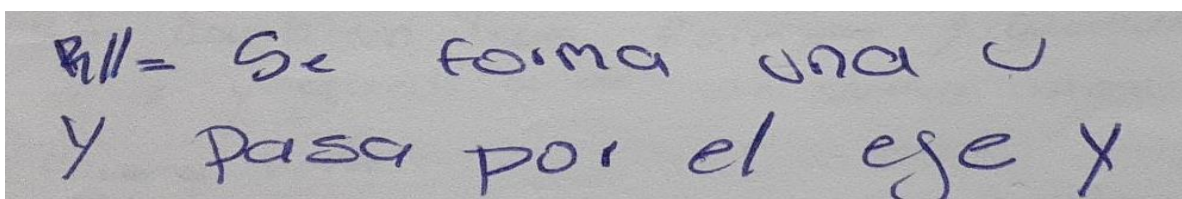


Imagen 12: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1- T2 – 2 - A_a

En la respuesta anterior (imagen 12) se resalta que el estudiante logró acertar la Actividad inicialmente planteada al comunicar la forma e incluso por el eje que pasa. De hecho, asoció la concavidad con una “u”, dado que ya había creado una noción de esta a partir de algunas formas que le resultaban familiares.

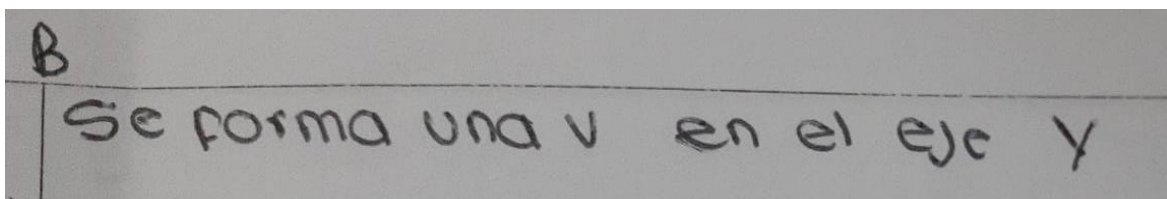


Imagen 13: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 – 2 - A_a

Con respecto a la respuesta de la imagen 13, se resalta que el estudiante tuvo una aproximación a la respuesta de la Actividad, pues asoció la forma con una “u” más no comunicó la intercepción de la parábola con el eje de las ordenadas, siendo esta una de las unidades significantes que puede ser visualizada en la representación gráfica de la parábola a partir de la intercepción con el eje y bien sea en la parte positiva del eje y o en la parte negativa del eje y . Es decir, no manifestó que la intercepción de la parábola en la representación gráfica cuando $h = 0$ queda en la parte positiva o negativa del eje y dependiendo del valor que tome k .

Situación 1- Tarea 2 - 2 Actividad b (S1- T2- A_b)

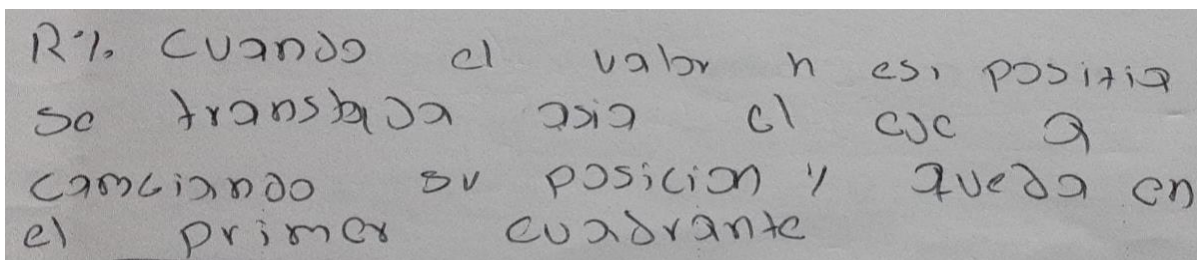
En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: **b)** ¿Qué ocurre cuando el valor de h es positivo ($h > 0$)? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en las siguientes tablas.

S1 - T2 - 2 - Ab	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando $h > 0$.	5
	Estudiantes que no reconocieron el desplazamiento del parámetro h en su representación gráfica cuando $h > 0$.	2
	Estudiantes que no reportan respuestas.	8
	Total	15

Tabla 13: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso b.

En cuanto a la tipificación realizada en la tabla 13, a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad, se resalta que 5 de los 15 reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando $h > 0$. Resaltando algunas consideraciones tales como; “cuando el valor de h es positivo se traslada hacia el eje x cambiando su posición y queda el primer cuadrante”. Esto es quizás por la noción que tiene el estudiante de la estructura del plano cartesiano, entendiéndose esta como la perpendicularidad entre dos rectas numéricas, una horizontal (abscisa) y otra vertical (ordenada) que se cortan en un punto llamado origen y que además forman cuatro cuadrantes, los cuales pueden ser leídos de la siguiente manera; primer cuadrante "I": región superior derecha; segundo cuadrante "II": región superior izquierda; tercer cuadrante "III": región inferior izquierda y el cuarto cuadrante "IV": región inferior derecha.

Por otro lado, 2 de los 15 respondieron a partir de ciertas consideraciones como “queda en el primer cuadrante”, “se forma una u en el primer cuadrante” y “se forma una u delgada un poco más hacia la derecha”. Estas consideraciones dejan ver la relación que hacían los estudiantes con respecto a la representación de la parábola cuando h era sometido a la restricción.

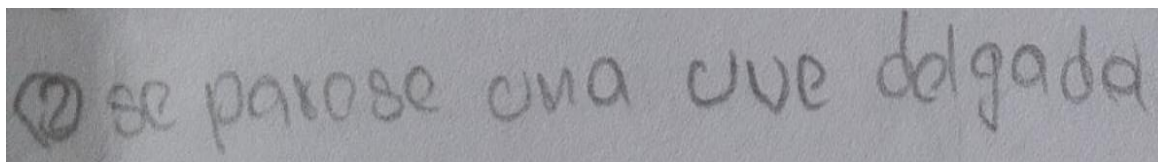


Rta. Cuando el valor h es positiva se transborda hacia el eje a cambiando su posición y queda en el primer cuadrante

Imagen 14: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 2 - A_b

Ante esta respuesta (imagen 14) el estudiante reconoce el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando $h > 0$, además, el estudiante reconoce el desplazamiento vertical del parámetro h en su representación gráfica cuando $h > 0$, dado a la afirmación acertada que comunica, se rescata la relación establecida entre el valor h , y la representación de la parábola en la gráfica.

En cuanto a los 2 de 15 estudiantes que dieron una respuesta a la forma de la parábola más no al desplazamiento que presenta cuando el deslizador del parámetro h era movido hacia la parte derecha, pues como se muestra en la imagen 15; el estudiante respondió que parece una “v” delgada resaltando la manera en que se ve la parábola, más no reconoce lo que sucede con la parábola cuando el valor de h es positivo.



se parece una v delgada

Imagen 15: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 2 - A_b

Situación 1 - Tarea 2 - 2 Actividad c (S1 - T2- A_c)

En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: **c) ¿Qué ocurre cuando el valor de h es negativo ($h < 0$)?** El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en las siguientes tablas.

S1 - T2 - 2 - A _c	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando $h < 0$.	6
	Estudiantes que no reconocieron el desplazamiento del parámetro h en su representación gráfica cuando $h < 0$.	5
	Estudiantes que no reportan respuestas.	4
	Total	15

Tabla 14: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso c.

En esta Actividad 6 de los 15 estudiantes reconocieron el papel del parámetro h en su representación gráfica cuando $h < 0$, entre estos, 4 de los estudiantes afirmaron que la parábola se mueve hacia la izquierda lo cual, resulta ser cierto pues al mover los deslizadores de acuerdo con la condición se aprecia la respuesta dada por el estudiante en la siguiente imagen (16).

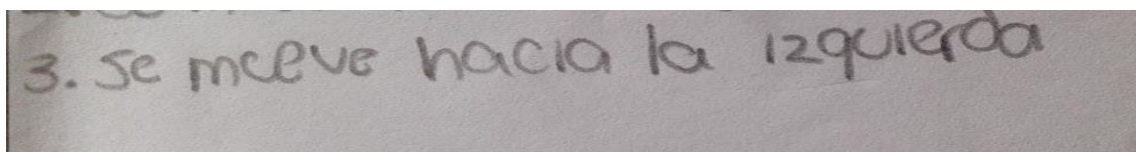


Imagen 16: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1- T2 – 2 - A_c

Así mismo, los 2 estudiantes faltantes respondieron que “queda en el segundo cuadrante” es decir, que la parábola de acuerdo con la condición dada se desplaza al segundo cuadrante, lo cual, deja ver el conocimiento que presentan los estudiantes frente al plano cartesiano; identifica cada uno de los cuadrantes del mismo (plano cartesiano). Pues, como se aprecia en la siguiente imagen (17) el estudiante además de mencionar la forma con la que asocia parábola dice el cuadrante en el cual se ubica el vértice de la parábola teniendo en cuenta la condición dada de que $h < 0$.

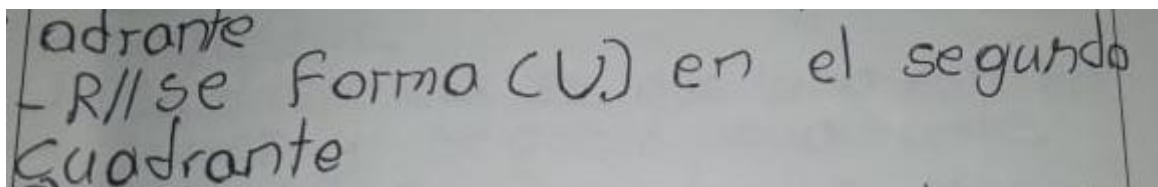


Imagen 17: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 2 - A_c

En cuanto a los 5 de 15 estudiantes, se puede decir que estos no reconocieron el desplazamiento del parámetro h en su representación gráfica cuando $h < 0$. Pues, respondieron con algunas expresiones como; “se vuelve más pequeña la figura”, “se forma una v en el primer cuadrante” y “se forma una u en el cuarto cuadrante”. Estas expresiones dejan ver que los estudiantes quedan cortos en sus respuestas pues no enfatizan el desplazamiento que hace la parábola, si no que todavía siguen asociándose con una forma. Pues, parece ser que no pudieron apreciar el movimiento de la figura en el gráfico. Otros, mencionan cuadrantes distintos al que estaba la figura, quizás por el poco conocimiento del plano cartesiano y sus cuadrantes.

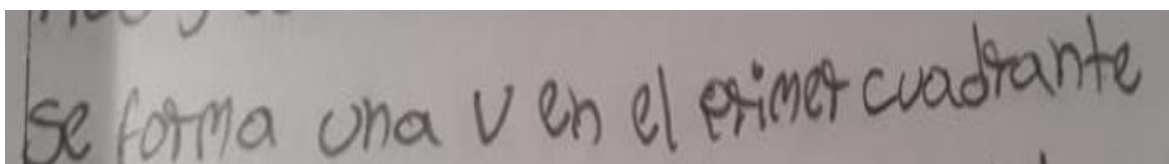


Imagen 18: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 2 - A_c

En la imagen anterior, se observa que el estudiante primero menciona la asociación que le da a la parábola y después la posición en la que considera que queda después de mover el deslizador al lado indicado. Pues, se resalta el hecho de que haya considerado relacionar la forma de la para con una u, pero, en este espacio de acuerdo con la pregunta se esperaba que el estudiante dijera y observara el movimiento que estaba dando la figura cua cuando $h < 0$.

Situación 1- Tarea 2-3 Actividad a (S1 - T2- Aa)

En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: **a) ¿Qué ocurre cuando el valor de k es cero ($k = 0$)?**

El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en las siguientes tablas.

	Tipo de respuesta	Frecuencia
S1 - T2 - 3 - Aa	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro k en su representación gráfica cuando $k = 0$.	3
	Estudiantes que no reconocieron el desplazamiento del parámetro k en su representación gráfica cuando $k = 0$.	5
	Estudiantes que no reportan respuestas.	7
	Total	15

Tabla 15: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 3 - Actividad del inciso a.

En esta actividad 5 de 15 estudiantes comunicaron sus respuestas de acuerdo con lo que se pedía en la condición ($k = 0$.) pues, al darle movilizar a los deslizadores 3 de 5 pudieron responder a la pregunta mencionando que; “se relaciona el cuadrante 2 con el 1” y el otro dijo que; “la forma de la parábola es una v, en el segundo cuadrante y conecta con el eje (x). Esto debido a que, presentan ciertos conocimientos acerca de algunos elementos asociados a la función cuadrática e incluso están familiarizados con la estructura del plano cartesiano.

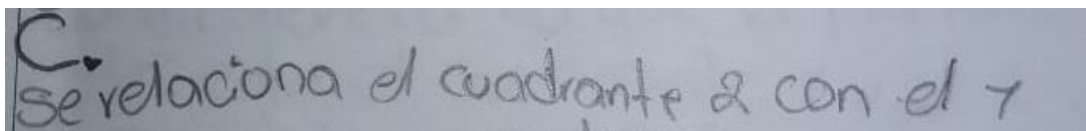


Imagen 19: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1- T2-3 - Aa

En la imagen anterior, se resalta la respuesta que da el estudiante con respecto a esta Actividad pues, expone la relación que tiene la parábola con el cuadrante 2 y 1 cuando $k =$

0. En la cual, se identifica el acercamiento que tiene el estudiante con el plano cartesiano y la buena observación que hace para poder responder a lo que se le pide.

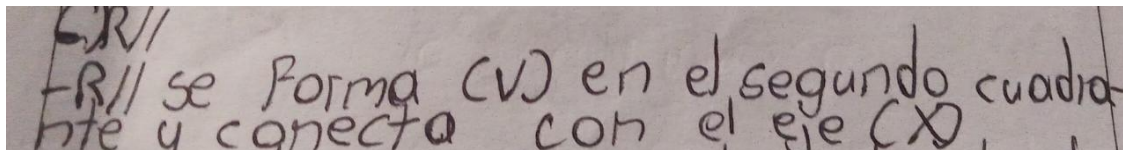


Imagen 20: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 3 - A_a

Así mismo, en la respuesta anterior (imagen 20) se observa que el estudiante reconoce que la parábola está en el segundo cuadrante y conecta con el eje (x), pero, de acuerdo a la posición que toma la parábola cuando $k = 0$ al igual que con el eje (x) se conecta con el eje (y) y se encuentra también, en el primer cuadrante. Sin embargo, es importante la forma en la que el estudiante puede identificar la posición de la figura en su condición dada.

Por otro lado, 5 de 15 estudiantes no reconocieron el desplazamiento del parámetro k en su representación gráfica cuando $k = 0$. Pues, algunos afirmaron que “sostiene una forma” “queda en el cuarto cuadrante” y “queda en el tercer cuadrante”. La primera expresión fue un poco incompleta pues, no dejan claro la posición que toma la parábola cuando se trabaja con la condición dada, (ver imagen 21) en cuanto a la segunda y tercera se puede decir que los estudiantes no presentan relación con la estructura del plano cartesiano, ya que, no responden a la Actividad de acuerdo a lo propuesto.



Imagen 21: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 - 3 - A_a

Situación 1 - Tarea 2 - 3 Actividad b (S1 - T2- Ab)

En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: *c) ¿Qué ocurre cuando el valor de k es positivo ($k > 0$)?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en las siguientes tablas.

S1 - T2 - 3 - Ab	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro k en su representación gráfica cuando $k > 0$.	8
	Estudiantes que no reportan respuesta.	7
	Total	15

Tabla 16: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 3 - Actividad del inciso b.

En esta Actividad, 8 de los 15 estudiantes lograron dar cuenta del papel del parámetro k en su representación gráfica cuando $k > 0$. Reconociendo que, el desplazamiento de la parábola cuando k es sometido a dicha condición ($k > 0$) es vertical. Esto quizás se deba, a que los estudiantes con la ayuda del deslizador en GeoGebra pudieron captar aquel desplazamiento de la parábola y, luego poder dar algunas consideraciones como; “la forma tiene un desplazamiento hacia arriba”, “se desplaza hacia arriba”, “la u se desplaza hacia en los primeros cuadrantes”.

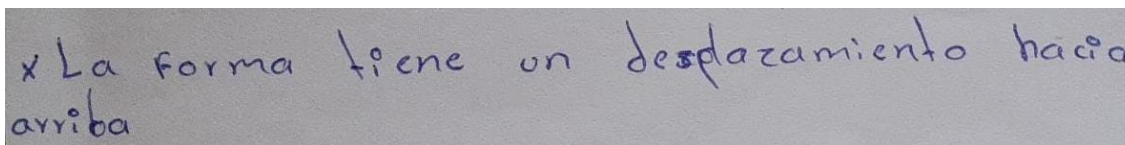
A photograph of a student's handwritten response on a piece of paper. The text is written in blue ink and reads: "x La forma tiene un desplazamiento hacia arriba".

Imagen 22: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 – 3 -Ab

En cuanto a la respuesta del estudiante en la imagen 22, se puede observar que logró reconocer el desplazamiento e incluso afirmar que era hacia arriba, dicho reconocimiento es

verdadero, pues cuando el parámetro k es sometido a dicha condición el desplazamiento que tiene la parábola es vertical y hacia arriba.

Situación 1- Tarea 2 - 3 Actividad c (S1 - T2- A_c)

En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: *c) ¿Qué ocurre cuando el valor de k es negativo ($k < 0$)?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta Actividad se reporta en las siguientes tablas.

S1 -T2 -3 – A _c	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron el papel del parámetro k en su representación gráfica cuando $k < 0$.	10
	Estudiantes que no reportan respuesta.	5
	Total	15

Tabla 17: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 2 - 3 - Actividad del inciso c

Con respecto a la tipificación en la tabla anterior, se puede observar que, 10 de 15 estudiantes respondieron a la Actividad planteada, es decir, estudiantes que reconocieron el papel del parámetro k en su representación gráfica cuando $k < 0$. Y, por otro lado, 5 de los 15 no dieron respuesta a la Actividad. De los 10 que hicieron dicho reconocimiento se rescatan algunas consideraciones como “se desplaza hacia abajo”, “la u se desplaza hacia abajo” y “hay un desplazamiento en los cuadrantes”, lo cual reafirma aquel reconocimiento realizado por los estudiantes que desarrollaron la Actividad.

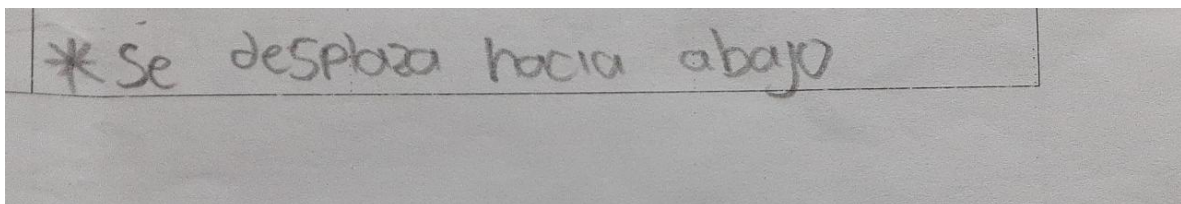


Imagen 23: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T2 – 3 - A_c

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

Como se muestra en la imagen 23, se reconoce que el estudiante respondió de manera acertada, pues logró reconocer que, cuando el parámetro k en su representación gráfica hay un desplazamiento. Esto quizás se deba a que el estudiante con la ayuda del deslizador (k) en GeoGebra pudo reconocer que la representación de la parábola tiene un desplazamiento hacia abajo más no hacia arriba, de hecho, porque quizás ya había hecho una especie de relación y diferencia entre el desplazamiento horizontal y vertical que tenía la parábola.

Situación 1 - Tarea 3 - Actividad a, b (S1 - T3 - A_{a, b})

Esta Tarea⁷ hacía referencia a la búsqueda sobre las funciones de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$ desarrollada por José, amigo de Jorge con la finalidad de averiguar más sobre este objeto. En se pudo plantear las siguientes Actividades **a)** *¿Qué sucede con el vértice a medida que los valores de a cambian?* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en las siguientes tablas.

S1 - T3 - 1 - A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron lo que sucede con el vértice a medida que los valores de a cambian.	10
	Estudiantes que no reportan respuesta.	5
	Total	15

Tabla 18: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 3 -1 - Actividad del inciso a

Como se puede observar en el la tabla anterior, la mayoría (10 de 15) de los estudiantes lograron comunicar sus respuestas ante esta Actividad a partir ciertas expresiones como; “cambian las formas y cuando es igual a cero se vuelve una forma recta”, “se forma forma

⁷ [S1 - T3 - A3 -1 - GeoGebra](#)

una línea recta”, “se va moviendo de cuadrante en cuadrante dependiendo del deslizador”, y “se forma una u que cambia hacia varios lados dos”. Dichas afirmaciones, son acertadas dado que, cuando se hace uso del deslizador (animación) se puede apreciar todas y cada una de estas afirmaciones hechas por los estudiantes.

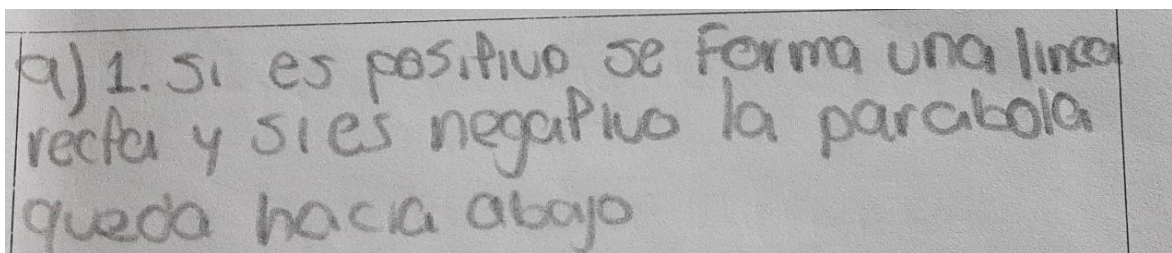


Imagen 24: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 – 1 - A_a

En cuanto a la respuesta del estudiante (imagen 24) es posible resaltar que, este tuvo a bien considerar algunas expresiones asociadas a los cambios del parámetro a en la representación de la parábola al dar respuesta a la Actividad, tales como; “línea recta” y “la parábola” pues ya quizás, había hecho una especie de relación y diferencia entre las presentaciones anteriores y estas que le permitieron responder aquella Actividad pero no del toda correcta, ya que el estudiante confundió el caso cuando $a = 0$ al afirmar que se representaba una línea recta la cual se obtiene siempre y cuando se establezca la condición de que $a = 0$.

Situación 1- Tarea 3 – 1 Actividad b (S1- T2- A_b)

En esta Actividad se preguntaba lo siguiente: **b) ¿Qué ocurre con la parábola cuando a es negativo y cuando a es positivo?** El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en las siguientes tablas.

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

S1 - T3 - 1 - Ab	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron la concavidad de la parábola cuando a es negativo y cuando a es positivo	9
	Estudiantes que no reportan respuesta.	6
	Total	15

Tabla 19: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 3 - 1 - Actividad del inciso b

En esta Actividad, 9 de los 15 de los estudiantes respondieron a lo planteado apoyándose en las Tareas (T1, T2) abordadas en esta Situación, dado a que respondían a partir de las expresiones que ya habían usado en las Tareas anteriores tales como; “ cuando es negativo es cóncava hacia abajo y cuando es positivo la parábola es cóncava hacia arriba”, “cuando a es positivo va hacia arriba y cuando a es negativo va hacia abajo” y “ se desplaza hacia abajo formando un montaña y se desplaza hacia arriba formando una u”. Estas consideraciones permiten reconocer la relación que desarrollaron los estudiantes con respecto a las Tareas anteriores, dado que asociaron la concavidad en esta Actividad con algunas de las representaciones que ya habían usado para las Actividades en la T1 y T2.

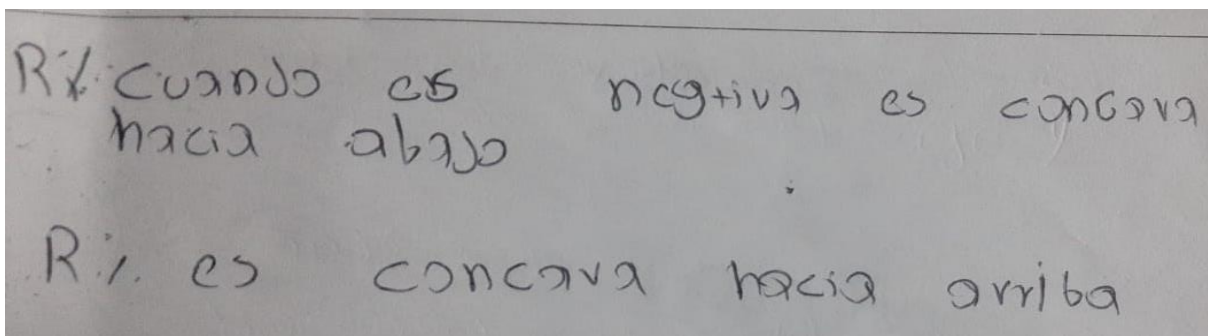


Imagen 25: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 - 1 - Ab

Con respecto a esta respuesta (imagen 25) el estudiante consideró algunos elementos que ya se habían abordado en las Tareas anteriores para dar respuesta a esta Actividad como; la concavidad y el signo del parámetro a , porque quizás ya había hecho una especie de

comparación con la ayuda del deslizador en GeoGebra, lo cual le permitió comunicar la respuesta acertada.

Situación 1 - Tarea 3 – 2 Actividad a (S1 - T2- A_a)

En esta Tarea⁸ hacía referencia a la búsqueda sobre las funciones de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$ desarrollada por José, amigo de Jorge con la finalidad de averiguar más sobre este objeto. En esta se pudo plantear las siguientes Actividades **a)** *¿Qué sucede con el vértice a medida que los valores de a cambian?* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en las siguientes tablas.

S1 - T3 - 2 - A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que identificaron la similitud y diferencia de las dos parábolas de las funciones	1
	Estudiantes que no identifican la similitud y diferencia de las dos parábolas de las funciones	1
	Estudiantes que identifican la diferencia entre las parábolas.	2
	Estudiantes que no identifican la diferencia de las dos parábolas de las funciones, pero, identifican la similitud entre ellas.	5
	Estudiantes que no reportan respuesta.	6
	Total	15

Tabla 20: Tipificación de respuestas Situación 1 - Tarea 3 - 2- Actividad del inciso a

A continuación, se exponen las dos funciones representadas en el plano cartesiano que se utilizaron para que los estudiantes dieran respuesta a la Actividad anterior.

⁸ [S1 - T3 - 2 - A_a - GeoGebra](#)

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

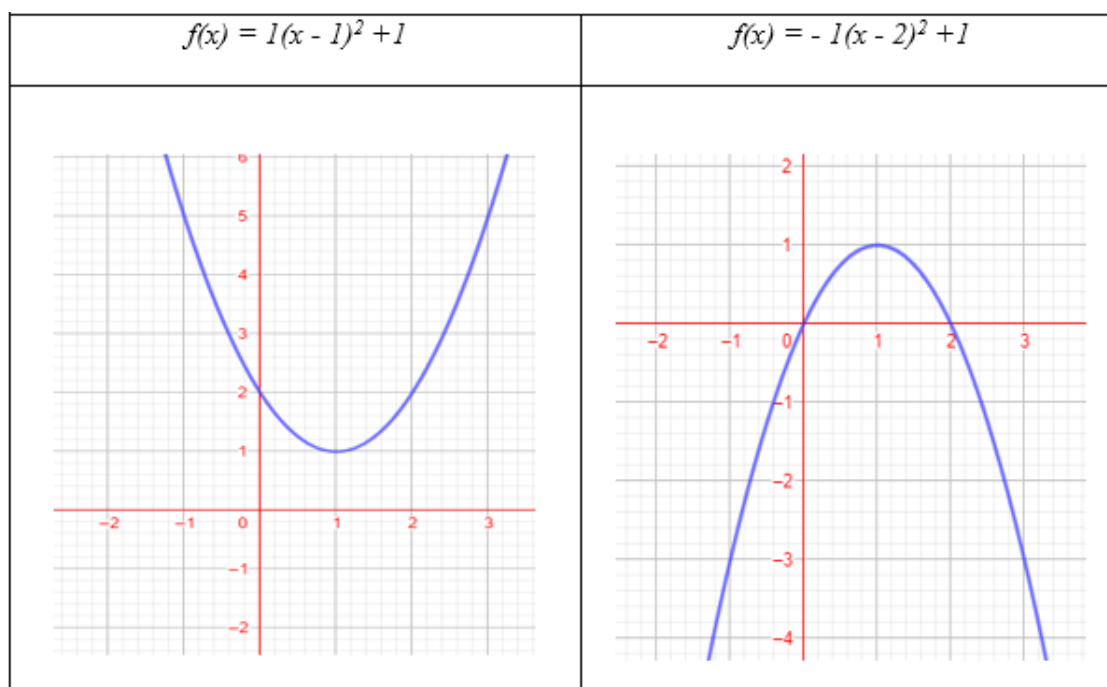


Ilustración 18: Representación de las gráficas utilizadas para la Situación 1- Tarea 3 - 2 - Actividad del inciso a

En esta Actividad, 1 de 15 estudiantes identificaron la similitud y diferencia de las dos parábolas de las funciones, pues mencionó que se parecen porque las parábolas tienen la misma forma una “v”, pero las medidas; el ancho y la forma cambian” lo cual, deja ver el buen dominio que ha tenido el estudiante tanto en esta Actividad como en las anteriores, pues se resalta la pertinencia del reconocimiento de la concavidad de la parábola cuando esta es mayor y menor que cero , al igual que se reconoce la asociación que el estudiante le da a la parábola para hablar de su similaridad. Se considera acertada la respuesta que da el estudiante, pues es una manera de comunicar sus saberes.

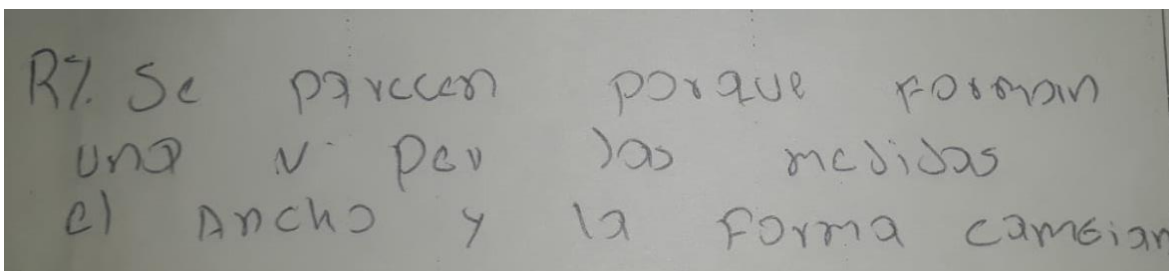


Imagen 26: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 - 2 - A_a

También, otro estudiante que no identificó la similitud y diferencia de las dos parábolas de las funciones, puede ser por el poco conocimiento o acercamiento que tiene frente al plano cartesiano puesto que expresa que “la diferencia es que una parábola está en el primer cuadrante y segundo cuadrante que se parecen porque las dos están en el primer cuadrante”. Esto, refleja lo mencionado anteriormente, además deja ver que la respuesta no es del todo correcta y fue incompleta.

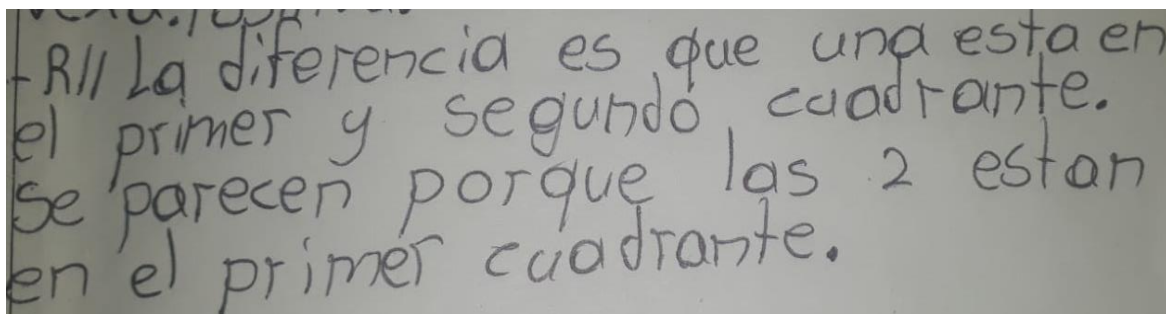


Imagen 27: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 - 2 - A_a

Por otra parte, 2 de 15 estudiantes solamente identifican la diferencia que hay entre las parábolas, pues no encontraron ninguna similitud. Entonces, en este caso solo resalta las diferencias entre sí. Expresando que, se diferencian en la concavidad. Como se muestra en la siguiente imagen 28.

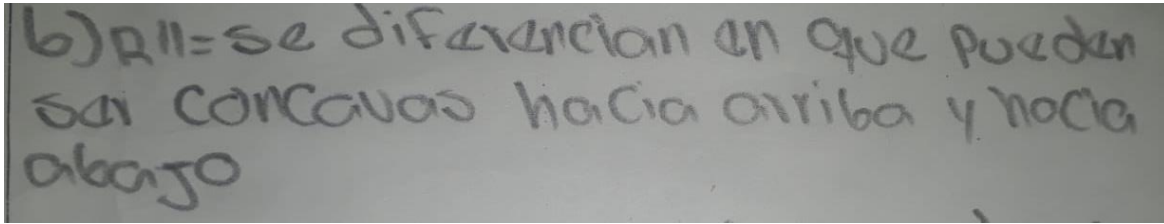


Imagen 28: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 – 2 - A_a

Por último, 5 de 15 estudiantes que no identificaron la diferencia de las dos parábolas de las funciones, pero, identificaron la similitud entre ellas. Pues, mencionaron que “la diferencia es que la primera está entre el cuadrante 7 y el 2 y la segunda está en el cuadrante 2 y se parecen porque tienen la misma forma, pero con diferente amplitud”. De acuerdo con ello, se puede decir que los estudiantes ya tenían un poco más de acercamiento en cuanto a la escritura de las funciones en la barra de entrada del software dinámico GeoGebra (fue mejorando en el transcurso de la sesión), y, también decir que el no reconocimiento de las diferencias de las parábolas resulta ser por el poco conocimiento de la función cuadrática y de algunos de sus elementos.

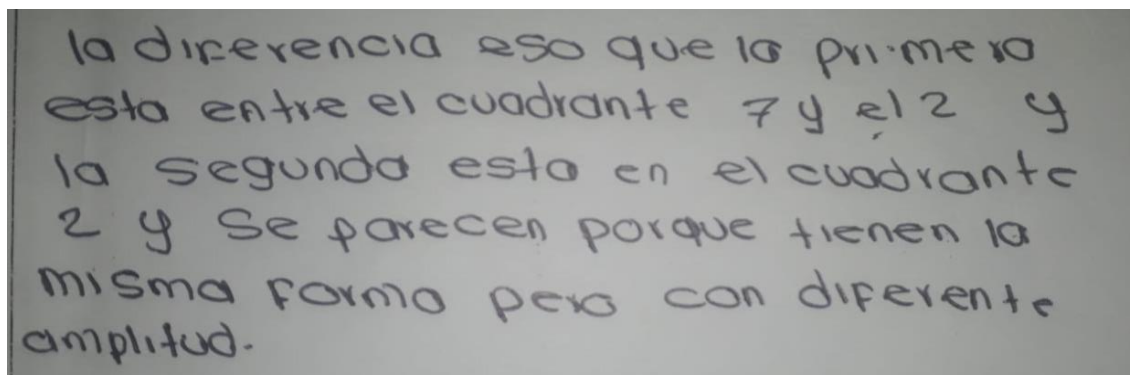


Imagen 29: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1- T3 – 2 - A_a

Así como también, por otros objetos que son pertinentes para la comprensión del tema. Como; el reconocimiento de unidades en el plano cartesiano y las estructura del mismo serían

de gran apoyo para comunicar lo que se requiere, cuando se habla de alguna representación en él. En cuanto a la similitud, se aprecia la respuesta del estudiante en la imagen 29, pues expone de forma clara la relación que encuentra entre las representaciones de las parábolas y se observa que, logra ser una respuesta acertada. Pues, aunque tengan la misma forma su posición o amplitud de la parábola cambia.

Situación 1- Tarea 3 – 3 Actividad a (S1- T2- Aa)

Esta Tarea⁹ surge teniendo en cuenta la anterior, después que los estudiantes respondieron a cuál era la similitud y diferencia de las dos funciones representadas en la gráfica, ahora, se le presenta la siguiente función $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ y su respectiva gráfica. De acuerdo con ello, se presenta la siguiente Actividad: **a)** ¿La gráfica que está en el enlace corresponde a la representación analítica de la función $f(x) = (x - 1)^2 + 1$? ¿Qué concluye? El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S1 -T3 -3- A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocen representación gráfica y analítica de la función. Pero, su justificación no es clara.	3
	Estudiantes que no reconocen la representación gráfica y analítica de la función.	7
	Estudiantes que no reportan respuesta.	5
	Total	15

Tabla 21: Tipificación de respuestas Situación 1- Tarea 3 – 3 - Actividad del inciso a

En esta Actividad 3 de 15 estudiantes reconocieron la representación gráfica y analítica de la función, pero, la justificación presentada no fue tan clara y no se pudo apreciar tanto la

⁹ [S1 - T3 – 3 - A3 - GeoGebra](#)

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

finalidad de la Actividad. Pues, los estudiantes expresaron que “sí, porque tienen la misma longitud” es decir que, para ellos la gráfica que estaba dada en su representación analítica correspondía o era la misma que se presentaba de forma gráfica. En ese sentido, acertaron en su respuesta, pues son las mismas. Y lo que se requería era que los estudiantes pudieran reconocer que sin importar el registro de representación en el que estuviese la función era la misma. Cuando mencionaron que tenían la misma longitud; es muy abierta la respuesta y no se deja muy claro lo que se hace referencia. Sin embargo, se resalta el hecho de que reconozcan y manejen ciertos términos asociados a cualquier objeto matemático, en este caso se ha visto en el de la función cuadrática.

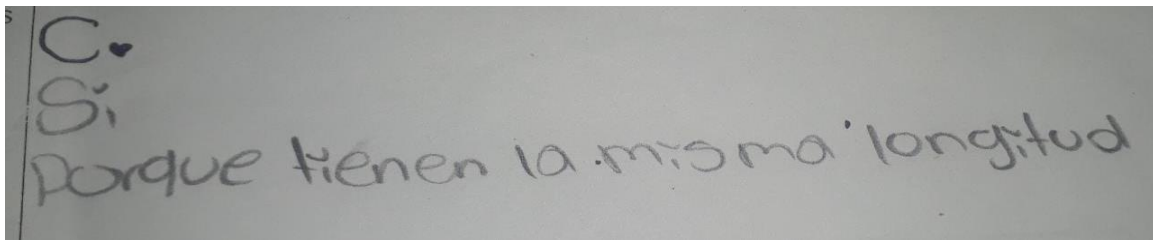


Imagen 30: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 – 3 - A_a

Por otro lado, 7 de 15 estudiantes no reconocieron la correspondencia de la representación analítica con la algebraica, pues dieron respuesta como: “tienen diferencia de posición”, “una es más amplia que otra”, “se forma una v y una de ella es más amplia que la otra”, “que todos los parámetros no son los mismos y la gráfica es una v paralela” y “no, porque en la gráfica da 1,1 pero en función da...” Estas expresiones dejan ver que, los estudiantes no se centraron tanto en analizar la representación algebraica con su gráfica para deducir que eran lo mismo, comunicaron que estas son diferentes por el hecho de encontrarse en representación diferentes y también, por quedarse solo en la forma de la parábola que le estaban dando. Por ello, no se llega a concluir de acuerdo con lo que la Actividad planteaba.

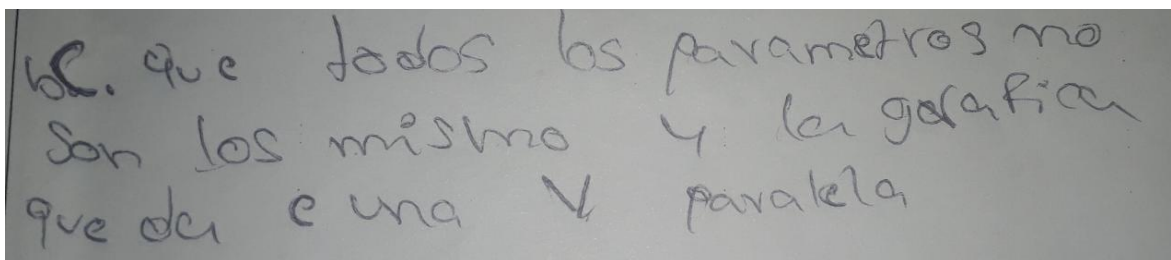


Imagen 31: Respuesta de un estudiante con respecto a la S1 - T3 - 3 - A_a

En ese sentido, se observa en la imagen anterior (31) una de las respuestas que los estudiantes dieron con respecto a la Actividad, en esta se resalta la forma en la que el estudiante comunica su respuesta, pero más que ello como resulta para él ser diferente la función en las representaciones dada, pues dice que no, porque aquellos parámetros no son los mismos. Se puede decir que, es necesario que las representaciones tomen sentido en la movilización de cualquier objeto matemático, en este caso se resalta en la función cuadrática. Puesto que, como menciona Duval (1999) no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación (p.1) y se necesita en este caso que los estudiantes puedan reconocer y llegar a comprender el objeto de función cuadrática desde la representación que sea posible, sin sentir que, por el hecho de estar en otra representación, el objeto cambia.

4.3.2. Situación 2: Transformación del registro de representación analítico al gráfico

Número de estudiantes: 15

Descripción general de la implementación de la Situación 2: Esta Situación se desarrolló el día el día viernes 18 de noviembre de 2022 desde 9:00 am hasta las 12:00 pm, de 2022 empleando un tiempo de aproximadamente 3 horas y 30 minutos. Para el desarrollo de esta Situación se tuvo en cuenta dos momentos, el primer momento fue desde las 9:15 am hasta

las 10:30am. Luego, se hizo un descanso de 20 minutos y terminando este tiempo, se procedió con el desarrollo de la misma (Situación 2), la cual finalizó a las 12:00pm.

Situación 2 - Tarea 1 - Actividad a (S2 - T1 - A_a)

En esta Tarea¹⁰ se describe el proceso de modelación de las ventas de cholados, especialmente en el Distrito de Buenaventura haciendo uso de la función cuadrática, con el fin de dar cuenta si al desarrollar dicha venta se puede tener ganancia o pérdida. Para esta Situación se considera a Don Carlos un vendedor de cholado los sábados y domingos en el parque del Distrito Especial de Buenaventura.

Pero, él tiene una inquietud con respecto a los precios, pues no sabe cuánto cobrar por cada cholado si todos tienen los mismos ingredientes, por lo que acude a su amigo Pedro para que le ayude decidir cuánto debería cobrar por cada cholado producido. Este le recomienda la función $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$ para calcular los ingresos e indicando que “x” representaría el número de cholados que debe vender, “y” representaría la ganancia y le ayudó a plantar la siguiente Actividad a *¿Qué sucede con la gráfica que representa las ganancias por la venta, cuando el valor de “x” es 40 cholados? Para ello, debes reemplazar en la ecuación el valor de “x” por 40.* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S2-T1 - A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocen el comportamiento de la gráfica cuando $x = 40$ cholados.	10
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	5
	Total	15

Tabla 22: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 1- Actividad del inciso a.

¹⁰ [S2 - T1 - A1 - GeoGebra](#)

Como se puede observar en la tabla anterior, la mayoría de los estudiantes reconocieron el comportamiento de la gráfica cuando $x = 40$, pues al hacer uso del software dinámico GoeGebra pudieron constatar que, efectivamente la ecuación que hacía posible la representación de la parábola se convertiría en una función afín, ya que, 40 es una de las raíces de la función, por lo tanto, al ser reemplazado en la misma, la representación ya no sería una parábola sino una línea recta que simula una función constante.

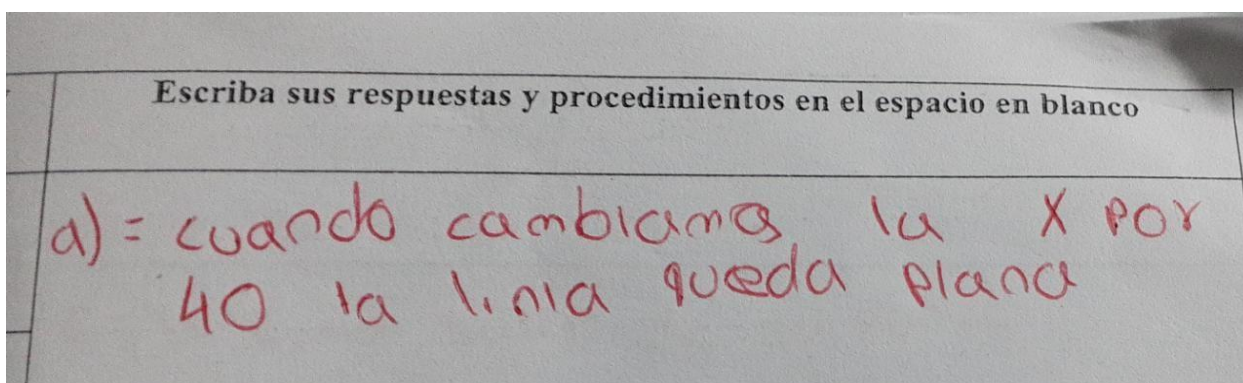


Imagen 32: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T1 - A_a

En la respuesta anterior (imagen 32) el estudiante logra responder a la Actividad de manera acertada, pues efectivamente, la representación de la parábola pasa hacer una función constante, en tanto que 40 es una de las raíces de la función. Es decir, que Don Carlos no puede vender en este caso exactamente 40 cholados porque no tendría ganancia ni pérdida.

Situación 2 - Tarea 1- 2 Actividad b (S2 - T1 - A_b)

Don Carlos, al analizar el resultado obtenido anteriormente, queda un poco insatisfecho, por lo que decide reemplazar en la ecuación el valor de “x” por la cantidad de 120 cholados. Logrando establecer la siguiente pregunta; **b)** *¿Qué forma tiene la gráfica, cuando el valor*

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

de “x” es reemplazado por 120 cholados? El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S2 - T1 - 2 - Ab	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocen la forma que tiene la gráfica, cuando el valor de “x” es reemplazado por 120 cholados.	12
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	3
	Total	15

Tabla 23: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 1- 2 - Actividad del inciso b

Considerando la frecuencia de la tabla anterior, se resalta que la mayoría de los estudiantes reconocen la forma que tiene la gráfica, cuando el valor de “x” es reemplazado por 120 cholados, pues manifiestan expresiones como; “la gráfica hace una línea recta”, “es horizontal” y “la forma es plana”. Estas se consideran válidas en tanto que, 120 es la otra de las raíces, la cual hace que resulte una función constante horizontal más no una parábola como inicialmente se había representado. En efecto, esta sustitución permitió que los estudiantes observaran la relación entre ambos registros (algebraico y gráfico) y además reconocieran que, aunque esté la representación de la ecuación no siempre será gráficamente una parábola, pues todo depende de aquellos valores que tomen los parámetros y la variable (x).



Imagen 33: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T1 - 2 - Ab

Frente a esta respuesta (imagen 33) y a las expresiones que dieron en general los estudiantes en esta Actividad (12 de 15), es importante mencionar que, dichos estudiantes al hacer uso del software dinámico GeoGebra para constatar que, efectivamente la forma de la gráfica, cuando el valor de “x” es reemplazado por 120 cholados es recta, horizontal o en efecto plana. Reconociendo, además, el papel de la variable x (cantidad) en la representación de la gráfica e incluso en la ecuación, pues cuando Don Carlos vende exactamente 40 o 120 cholados no se le genera ni ganancia ni pérdida alguna tal como se logra reconocer en la gráfica cuando estas cantidades son reemplazadas respectivamente.

Situación 2 - Tarea 1 - 3 Actividad c (S2 - T1 - A_c)

Ahara, la finalidad era que los estudiantes pudieran reconocer cuántos cholados podría vender Don Carlos para obtener ganancias. Para ello, se planteó la siguiente pregunta; *c) ¿Obtendrá ganancia Don Carlos al producir la cantidad de 130 cholados? ¿por qué? Teniendo en cuenta que el eje “y” positivo presenta la ganancia y el “y” negativo la deuda.* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S2 - T1 - 3 - A _c	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocieron que Don Carlos si tenía ganancias o pérdidas al producir la cantidad de 130 cholados, pero no justificaron su respuesta.	13
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	2
	Total	15

Tabla 24: Tipificación de respuestas Situación 2- Tarea 1 – 3 - Actividad del inciso c

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

En esta Actividad, se esperaba que los estudiantes aplicaran conocimientos previos derivados de Actividades ya realizadas en el desarrollo de la Tarea. Con respecto a ello, los estudiantes comunicaron sus respuestas a partir del reconocimiento del registro analítico y gráfico. Pues, al reemplazar el valor de x por la cantidad 130 cholados y considerando la condición inicial de que el eje “ y ” positivo presenta la ganancia y el “ y ” negativo la deuda, 13 de los 15 estudiantes dieron respuesta a la Actividad de manera acertada a partir de expresiones cotidianas como; “si obtendrá ganancias” y “si tiene ganancia porque está en el eje y de arriba”

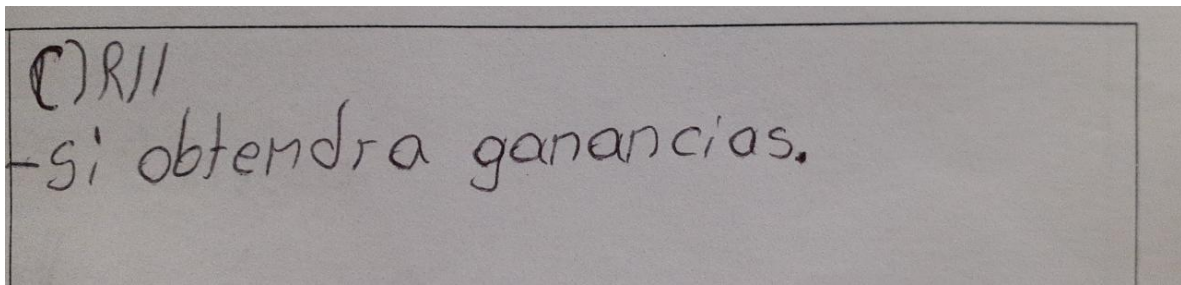


Imagen 34: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T1 - 3 - A_c

Como se puede observar en la imagen anterior, el estudiante dió respuesta a la Actividad planteada inicialmente, una vez reconoció la forma que tomó la representación en la gráfica cuando x fue reemplazada por la cantidad de 130 cholados, pudo afirmar que Don Carlos si obtendrá ganancia. Esta afirmación es quizás porque el estudiante ya había tenido una interacción con las Actividades anteriores, las cuales eran similares.

Situación 2 - Tarea 2 - Actividad a (S2 - T2 - A_a)

En esta Tarea¹¹, Don Carlos interactúa con Simón, el hijo de Pedro quién es economista y le recomienda que consulte algunos términos como el vértice, si es cóncava o convexa y los

¹¹ [S2 - T2 - A2 - GeoGebra](#)

puntos en la representación analítica y gráfica de la función cuadrática. Para ello, se planteó la siguiente pregunta; **a)** *¿Es posible afirmar que la gráfica contenida en el enlace anterior se puede realizar a partir de la ecuación $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$? ¿por qué?* El tipo de respuesta que se obtuvo a partir de las producciones de los estudiantes frente a esta Actividad se evidencia en la siguiente tabla.

S2-T2 – A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Los estudiantes que afirmaron que la representación gráfica de la función se puede realizar a partir de la ecuación presentada de forma analítica.	2
	Los estudiantes que afirmaron que, la representación gráfica de la función se puede realizar a partir de la ecuación presentada de forma analítica. Pero, su justificación no es clara.	8
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	5
	Total	15

Tabla 25: Tipificación de respuestas Situación 2- Tarea 2 - Actividad del inciso a

En esta Actividad 2 de 15 estudiantes afirmaron que, la representación gráfica de la función se puede realizar a partir de la ecuación presentada de forma analítica. Pues, mencionaron que; “sí, porque tienen el mismo vértice” y “sí, porque tienen los valores apropiados”. Se puede decir que los estudiantes pudieron identificar que el mismo objeto se representa tanto de forma analítica como algebraica. Y que, exactamente la representación gráfica fue realizada con la función dada en la Actividad. Esto deja ver la relación que tienen los estudiantes con ciertos elementos de la función cuadrática y las distintas formas de representación que puede llegar a tener el objeto matemático.

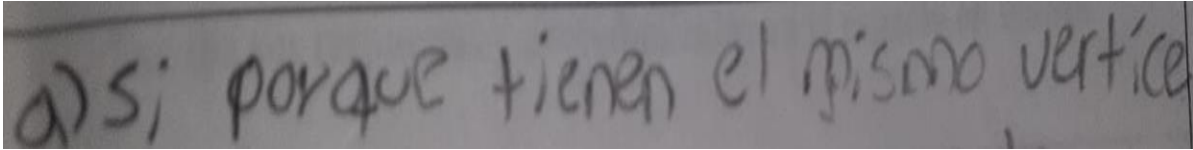


Imagen 35 : Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - A_a

Con respecto a la imagen anterior, se puede observar que el estudiante reconoce que, aunque haya dos formas de representación se está trabajando con el mismo objeto matemático, en este caso función cuadrática, lo cual, es apropiado y considera acertada la respuesta para esta Actividad, pues es necesario que para llegar a la comprensión de un objeto matemático este sea representado de diferentes formas y que se pueda comprender tanto de forma directa como inversa.

En cambio, 8 de 15 estudiantes afirmaron que, la representación gráfica de la función se puede realizar a partir de la ecuación presentada de forma analítica. Pero, su justificación no es clara. Entre ellos, 4 respondieron que “sí, porque es cóncava positiva” pues, la respuesta no fue del todo clara cuando intentan justificar pues, hablan de la concavidad de la parábola, más no se comunica la respuesta de acuerdo con la Actividad.

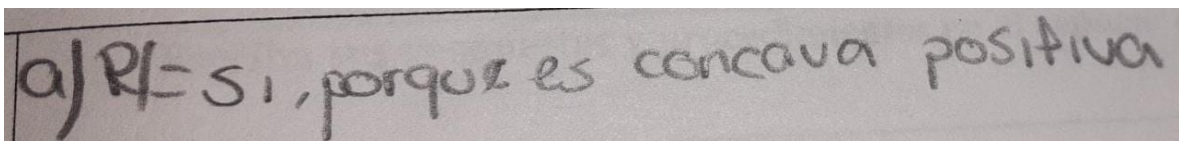


Imagen 36: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - A_a

Así mismo, 3 de los estudiantes mencionaron que “sí, porque la gráfica es alta” pues, se identifica que el estudiante para justificar la respuesta solo se queda en la forma que puede tener la función representada en la gráfica. Pero, no lo asocia con la transformación que hay entre los dos registros o más bien representaciones que se ilustran en la Actividad.

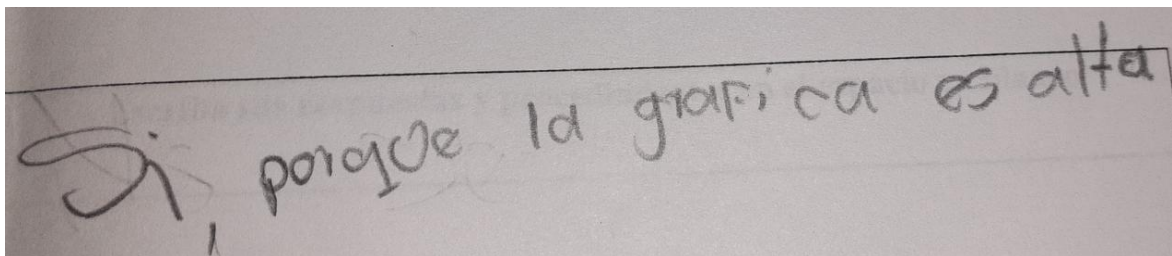


Imagen 37: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - A_a

Y, el último estudiante expresó que; “sí, porque a pesar de las diferentes fórmulas tiene la misma forma” pues, deja ver la relación que él intentó a hacer con la representación analítica y la gráfica, pero, aunque hace referencia a varias fórmulas, se resalta el hecho de que pudo asociar o reconocer que en algunas ocasiones un mismo objeto de conocimiento puede estar representado de distintas formas y no cambiaría.

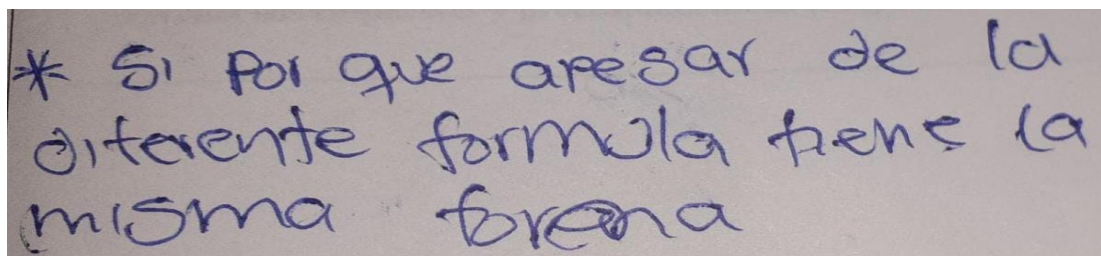


Imagen 38 :Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 – A_a

Situación 2 - Tarea 2 - 2 Actividad a (S2 - T2 - A_a)

Después de ello, Simón quiere verificar qué tan amplia fue la observación que hizo Don Carlos de la gráfica presentada. Para esto, se propuso la siguiente Actividad: **a)** *¿Qué términos de los mencionados anteriormente (el vértice, si es cóncava o convexa y los puntos) se pueden encontrar en la ecuación $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$? Escríbelos. Frente a esta Actividad se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 26.*

S2 - T2 - 2 - A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que reconocen algunos términos (vertice, si es cóncava o convexa) en la ecuación representada de forma analítica y gráfica.	8
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	7
	Total	15

Tabla 26: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 2 - 2 - Actividad del inciso a

En esta Actividad, los estudiantes (8 de 15) lograron reconocer algunos términos asociados a la función cuadrática tales como; el vértice, cóncava o convexa. Para llevar a cabo tal reconocimiento, los estudiantes hicieron uso de algunos de los conocimientos desarrollados en las Actividades anteriores. Un ejemplo de este tipo de respuesta se muestra en la imagen siguiente.

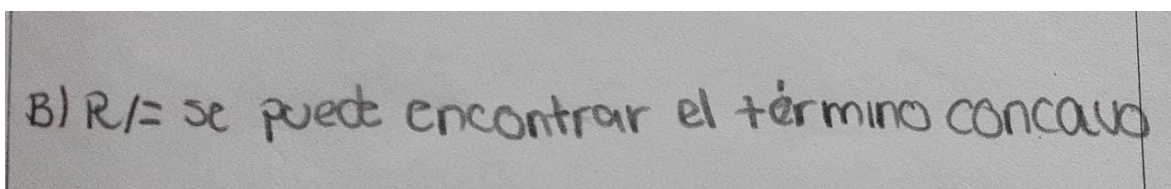


Imagen 39: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T2 - 2 - A_a

Como se puede observar en la imagen anterior, el estudiante reconoció uno de los términos asociado a la función cuadrática, esto debido que ya había interactuado con las Actividades anteriores, por ejemplo, con la Tarea 1 de la Situación 1 en los incisos *a* y *b*, en la cual se le preguntaba sobre la concavidad específicamente en algunos intervalos. Esto permite resaltar que, el estudiante no solo reconoció uno de los términos sino también hizo uso de los conocimientos adquiridos en el transcurso de las Actividades anteriores.

Situación 2 - Tarea - 3 - Actividad a (S2 - T2 - Aa)

En esta Tarea¹², Simón le manifiesta a Don Carlos que el vértice de la función cuadrática dada en su representación analítica $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ya está determinado a partir del punto (h, k) pero que el parámetro “a” en ocasiones no está establecido por lo que hay que hallarlo despejando “a” de la siguiente ecuación; $y - k = a(x - h)^2$, en la cual (h, k) son los valores que tiene el vértice y, que cuando algunos de estos no están, toma el valor de cero (0). Posteriormente, (x, y) son los valores de cualquier punto situado sobre la parábola de la función. Quedando de la siguiente manera $a = y - k / (x - h)^2$. Para esto, le propuso la siguiente Actividad: **a)** *¿Cuál es la función de la parábola que está en el enlace anterior? ¿por qué? Escríbela.* Frente a esta Actividad se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 27.

S2 - T3 - Aa	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que lograron identificar la función de la parábola representada en el registro gráfico.	12
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	3
	Total	15

Tabla 27: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 3 - Actividad del inciso a

En concordancia con lo plasmado en la tabla 27, se resalta que, la mayoría de los estudiantes (12 de 15) identificaron la función de la parábola representada en el registro gráfico, es decir, lograron hacer la transformación del registro gráfico al registro analítico de la función, esto debido quizás al reconocimiento del vértice, pues este es un término explícito asociado a la función que, en la representación analítica es obtenido a partir del par ordenado (h, k) o

¹² [S2 - T3 - A1 - GeoGebra](#)

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

quizás por la intercepción de la parábola con el eje de la ordenada o bien por el reconocimiento de las unidades significantes en ambos registros de representación.

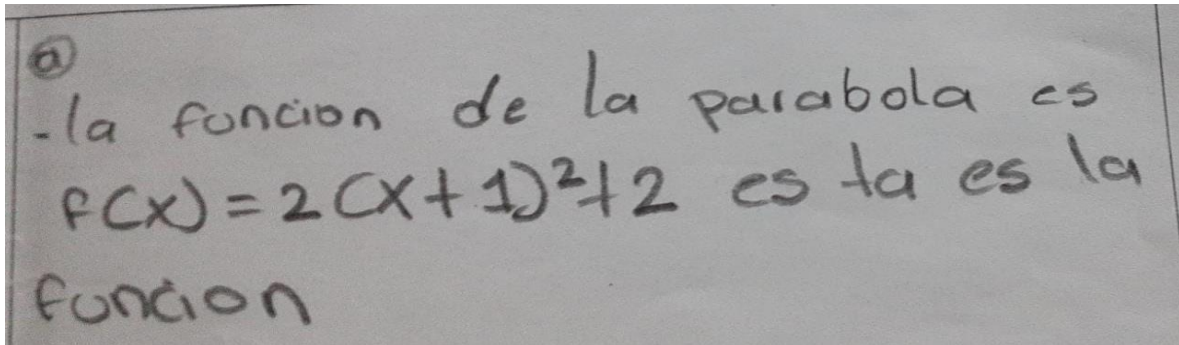


Imagen 40: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 – T3 – A_a

Con respecto a la respuesta que comunicó el estudiante en esta Actividad (imagen 40), se puede resaltar claramente que el estudiante logra desarrollar el proceso de la transformación del registro gráfico al registro analítico, pues quizás reconoce las unidades significantes (**a**, **h** y **k**) en ambos registros de representación o bien el vértice (**h**, **k**) el cual se puede obtener a partir de la ecuación $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

Situación 2 - Tarea 3 - 2 Actividad a (S2 - T2 - A_a)

Para el desarrollo de esta Tarea¹³, Don Carlos evidenció que se podía representar primero la función y luego su gráfica. Simón le ha planteado la siguiente función $f(x) = (x - 5)^2 - 4$ e invita a Don Carlos a responder la siguiente Actividad: **a)** ¿La función $f(x) = (x - 5)^2 - 4$ corresponde a la representación gráfica que está en el enlace? ¿Por qué? Para esta Actividad se obtuvieron los resultados que se reportan en la siguiente tabla.

¹³ [S2 - T3 - A2 - GeoGebra](#)

S2 -T3 – 2 -A _a	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que identifican que la función representada de forma analítica no corresponde a la representación gráfica.	9
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	6
	Total	15

Tabla 28: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 3 – 2 - Actividad del inciso a

En esta Actividad, se pretendía que los estudiantes pudieran reconocer y comparar dos registros de representación a partir del reconocimiento de las unidades significantes (**a**, **h** y **k**) en ambos registros de representación o bien el vértice (**h**, **k**) el cual se puede obtener a partir de la ecuación $f(x) = a(x - h)^2 + k$ y pudieran comunicar si los registros tenían alguna correspondencia, lo cual efectivamente se dio debido a que 9 de los 15 estudiantes lograron comunicar sus respuestas acertadas. Identificando que la función representada de forma analítica no corresponde a la representación gráfica, ya que el parámetro **a** en la representación gráfica deja ver que tiene un coeficiente numérico menor que cero ($a < 0$), sin embargo, en la presentación analítica el parámetro **a** tiene un coeficiente numérico mayor que cero ($a > 0$).

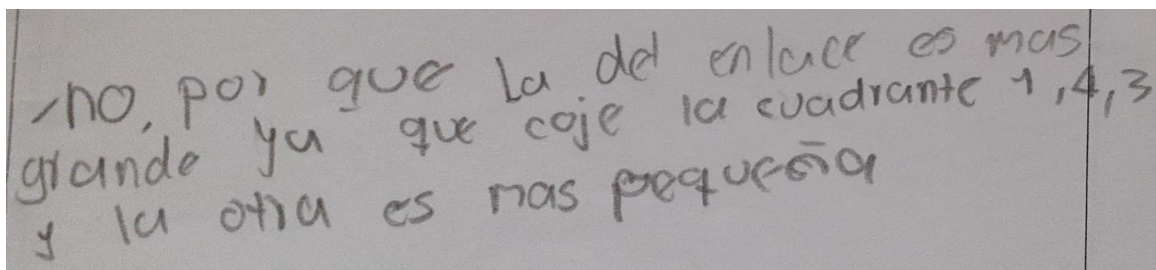


Imagen 41: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T3 – 2 - A_a

De acuerdo con la respuesta del estudiante (imagen 41), se ve claramente la justificación que desarrolla con la finalidad de poner en correspondencia la no congruencia entre ambos registros de representación, dado que la función del registro analítico es convexa y la del

registro gráfico es cóncava. Además, se puede observar que, el estudiante tiene un reconocimiento de los cuadrantes del plano cartesiano, pues manifiesta de manera acertada en los que se encuentra la parábola, esto quizás por el desarrollo de las actividades anteriores o bien por la visibilidad que tiene el plano cartesiano con respecto a la representación de la parábola.

Situación 2 - Tarea 3 – 3 Actividad a (S2 - T2- Aa)

Finalmente, en esta Tarea¹⁴ Don Carlos le propone a Simón que encuentre la función de la parábola que está representada en el enlace que el mismo le proporciona con la finalidad que el reconozca que estas funciones pueden ser representadas en varios registros de representación. Ante ello, se plantea la siguiente *Actividad: a) ¿cuál es la función que representa la parábola contenida en el enlace anterior?* Para esta Actividad se obtuvieron los resultados que se reportan en la siguiente tabla.

S2 - T3 – 3 - Aa	Tipo de respuesta	Frecuencia
	Estudiantes que identifican la función representada en el registro gráfico.	10
	Estudiantes que no dan respuesta a la Actividad.	5
	Total	15

Tabla 29: Tipificación de respuestas Situación 2 - Tarea 3 – 3 - Actividad del inciso a

En esta Actividad los estudiantes hicieron uso de los conocimientos que habían desarrollados, pues como se puede observar 10 de 15 identificaron la función representada en el registro gráfico, quizás por el reconocimiento de las unidades significantes del gráfico (**a**, **h** y **k**) en ambos registros de representación o bien el vértice (**h**, **k**) el cual se puede obtener a partir de

¹⁴ [S2 - T3 - A3 - GeoGebra](#)

la ecuación $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Un ejemplo de este tipo de respuesta se muestra en la imagen siguiente.

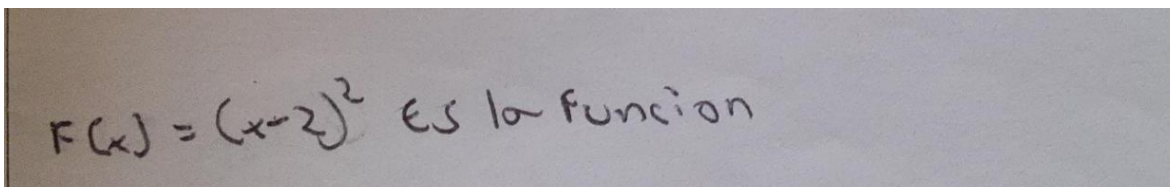


Imagen 42: Respuesta de un estudiante con respecto a la S2 - T3 - 3 - A_a

Con respecto a esta respuesta (imagen 42), se puede ver que el estudiante acierta de manera correcta e incluso afirma que esa es la función, quizás por el reconocimiento de las unidades significantes del gráfico (**a**, **h** y **k**) en el registro de representación, por el reconocimiento del vértice (**h**, **k**), la concavidad o incluso por el desarrollo e interacción con las Actividades anteriores.

4.4 ANÁLISIS GENERAL DE LAS SITUACIONES

En este apartado se presentan algunos comentarios generales de la implementación de la secuencia didáctica y de las producciones de los estudiantes. En este orden de ideas, una vez desarrollada la primera Situación (S1) se consideró necesario realizar una socialización con los estudiantes, buscando clarificar los conceptos inmersos en S1, pues, de ello dependía en gran medida el desarrollo de S2. Para la socialización, se le dió la palabra a los estudiantes, con la finalidad que estos comunicarán en términos generales cómo entendieron y abordaron las Actividades planteadas en la S1, de este modo, a partir de dicho proceso de oratoria de los estudiantes poder complementar en procura de alcanzar todos los propósitos enmarcados en S1 que permitirían dar un primer paso hacia la aproximación al concepto de función cuadrática.

En relación con lo anterior, se consideró lo propuesto por Brosseau (2007) en la situación de formulación, cuando menciona que, el trabajo que deben realizar los estudiantes en el marco de la construcción del conocimiento, requiere de la comunicación de los mismos, compartir experiencias (ideas) referentes a la problemática abordada e interactuar con el medio didáctico (**secuencia didáctica**). Esta interacción realizada con los estudiantes a partir de lo planteado en la Situación (1) permitió saber cómo estos estaban considerando los conceptos asociados a la función cuadrática mencionados anteriormente. Además, permitió desarrollar la situación de validación, dado que se presentaron algunas discusiones entre los que dirigían aquella implementación y los estudiantes acerca del trabajo realizado para cerciorarse si realmente era correcto el producto obtenido de esta interacción con el medio didáctico (secuencia didáctica). Desarrollando así, la institucionalización del saber con respecto a los resultados que se fueron obteniendo en el transcurso del desarrollo de la Situación (S1).

En cuanto a la Situación (2), se puede decir que los estudiantes en su mayoría además de lograr avanzar y familiarizarse un poco más con los conceptos asociados a la función cuadrática, como; la concavidad y el vértice, también abordaron conceptos como; el valor mínimo y máximo en una función cuadrática e identificaron los parámetros **a**, **h**, **k** y el papel de cada uno de estos como unidades significantes en el registro de representación analítico y gráfico. Aquellos conceptos permitieron desarrollar en la mayoría estudiantes una aproximación al concepto de función cuadrática considerando la transformación del registro de representación analítico al gráfico, gráfico al analítico y la coordinación entre ambos registros.

Al terminar la Situación 2 (S2), se presentaron una serie de discusiones entre los participantes de la investigación y los estudiantes, acerca del trabajo realizado en esta

Situación para cerciorarse si realmente era correcto o no la forma en que se estaban considerando los conceptos mencionados anteriormente y partir de ello hacer proceso de validación con la finalidad de aportar ideas para la respectiva aproximación.

En términos generales, se puede decir que las Situaciones consideradas en esta investigación resultaron convenientes para la aproximación al concepto de función cuadrática a los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Técnica Comercial Teófilo Roberto Potes, pues les permitieron a los estudiantes reconocer para qué sirven y a su vez, la utilidad en la vida cotidiana, así como también, desarrollar los procesos relacionados con la transformación entre el registro analítico, gráfico y viceversa a partir de la segmentación y el reconocimiento de las unidades significativas (**a , h y k**) de la función cuadrática.

CAPÍTULO V

V. CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las conclusiones generales en el marco del desarrollo de la presente investigación considerando cada uno de los objetivos propuestos con la finalidad de aproximar a los estudiantes al aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval.

En ese orden de idea, la presente investigación tuvo como objetivo aproximar a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes al concepto de función cuadrática a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval mediante la implementación de una secuencia didáctica. En relación con este objetivo, y como resultado del análisis realizado en el capítulo anterior, se detallarán aspectos relevantes y concluyentes en términos de cada objetivo específico con la finalidad de dar cuenta del objetivo general del presente trabajo.

En relación con el primer objetivo específico, se puede afirmar que, para el desarrollo de la investigación sobre el aprendizaje de la función cuadrática fue posible realizar la revisión de algunos libros, revistas; locales, nacionales e internacionales, referentes de calidad propuesto por el MEN, artículos y trabajos de investigación actuales, lo cual, ayudó identificar elementos conceptuales y procedimentales enmarcados en la didáctica de las matemáticas y propios de la teoría semiótica cognitiva de Duval, tales como; los conceptos asociados a la función cuadrática (la concavidad y el vértice, el valor mínimo y máximo), el análisis semiótico de la función cuadrática haciendo énfasis en los parámetros a , h , k y el papel de

cada uno de estos como unidades significativas en el registro de representación analítico, gráfico y viceversa.

De acuerdo con lo anterior y en alusión con el segundo objetivo específico, relacionado con la articulación en una secuencia didáctica los elementos conceptuales y procedimentales con el fin de aproximar a los estudiantes al aprendizaje de la función cuadrática, a partir de la teoría semiótica cognitiva de Duval, se puede afirmar que el diseño de las Actividades estuvo fundamentado desde los elementos teóricos considerando las tres perspectivas; matemática, didáctica y curricular. De esta manera, se buscaba que cada Actividad tuviera un objetivo en particular, con la finalidad de aproximar a los estudiantes al aprendizaje de la función cuadrática.

Cabe resaltar que, las Actividades propuestas en la Situación (S1) tenían como objetivo llevar a los estudiantes a que reconocieran algunos conceptos asociados a la función cuadrática, además, tuvieran un reconocimiento de los parámetros tanto en el registro analítico como en el registro gráfico e identificaran el papel que tenía cada uno de estos en ambos registros de representación.

Por otra parte, las Actividades propuestas en la Situación (S2), las cuales tenían como objetivo que los estudiantes desarrollarán las respectivas transformaciones entre la representación analítica y la representación gráfica de la función cuadrática, reconociendo cada una de las unidades significantes **a , h y k** y el papel que cumplen en cada uno de los dos registros de representación analítico, gráfico y viceversa.

Se debe agregar que, en estas Actividades, se usó el software dinámico GeoGebra, con el fin de que los estudiantes pudieran observar con mayor facilidad los parámetros (**a , h y k**) como

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

unidades significantes y el papel que cumplen en cada uno de los dos registros de representación (analítico y gráfico) y finalmente pudieran dar cuenta de cada una de las Actividades consideradas en ambas Situaciones (S1 y S2).

Ese orden de ideas, se afirma que la mayoría de los estudiantes al interactuar con el diseño de las dos Situaciones mencionadas anteriormente cumplieron con el objetivo de ambas Situaciones, ya que reconocieron los conceptos asociados a la función cuadrática, además, tuvieron un reconocimiento de los parámetros ***a***, ***h*** y ***k*** tanto en el registro analítico como en el registro gráfico e identificaron el papel que tenía cada uno como unidades significantes en ambos registros.

Y, en el tercer objetivo trazado se caracterizó los aprendizajes de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes relacionados con el concepto de función cuadrática a través de sus producciones, logrando identificar que la mayoría de los estudiantes reconocieron los conceptos asociados a la función cuadrática, desarrollaron las respectivas transformaciones entre la representación analítica y la representación gráfica de la función cuadrática cada una de las unidades significantes ***a***, ***h*** y ***k*** y el papel que cumplen en cada uno de los dos registros de representación (analítico y gráfico). Además, se observó que la mayoría de los estudiantes lograron modelar las situaciones, a través de la exploración del concepto de la función cuadrática, al identificar, analizar e interpretar los dos registros de representación; analítico y gráfico.

Finalmente, se concluye de manera favorable, que la mayoría de los estudiantes lograron resolver cada una de las Actividades propuestas de forma adecuada, a partir de la interacción

con la secuencia didáctica y la utilización del software dinámico GeoGebra, tal como se había propuesto en el marco del objetivo general de la presente investigación.

Recomendaciones

A continuación, se listan algunas recomendaciones que pueden ser objeto de estudio de futuros trabajos de investigación en el campo de la Educación Matemática, considerando los resultados obtenidos, a partir de las producciones de los estudiantes en el desarrollo de la secuencia didáctica y el análisis a las mismas dadas en tres perspectivas; matemática, didáctica y curricular.

- Considerando que los estudiantes tuvieron un acercamiento a las funciones cuadráticas a partir a los procesos de modelación matemática y que tal acercamiento no fue tan detallado, resulta importante conocer ¿De qué manera influyen los procesos de modelación matemática en los estudiantes cuando empiezan simular algunas de las dinámicas que ocurren en la realidad a través de la función cuadrática?
- En vista de que algunos estudiantes asumen las representaciones de un mismo objeto matemático como si fuese distinto, es necesario indagar sobre lo siguiente; ¿Cómo se deben abordar las representaciones semióticas en el aprendizaje de los objetos matemáticos para que los estudiantes comprendan las matemáticas desde la coordinación de los registros, haciendo uso de Softwares dinámicos de matemáticas?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adriano, A. I. A. (2018). *Modelización de funciones cuadráticas: Espacio de trabajo matemático personal de estudiantes de humanidades* (Doctoral dissertation, Pontificia Universidad Católica del Perú-CENTRUM Católica (Peru)).
- Amaya Baena, J. I. (2019) Los sistemas de representación semiótica en la enseñanza de funciones polinómicas de segundo grado en la Institución Educativa Javiera Londoño.
- Aranzazu Muñoz, C. M. (2013) Secuencia didáctica para la enseñanza de la Función Cuadrática. *Facultad de Ciencias*.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2001). *Introducción al análisis matemático de una variable*. Limusa Wiley.
- Bonilla Paz, M. D. (2017). Análisis del uso de textos escolares en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes de 9° de las instituciones Teófilo Roberto Potes y Liceo de Occidente del Distrito de Buenaventura.
- Briones Cruz, A. J. (2018). Gráfica de funciones: función cuadrática (Master's thesis, Universidad Nacional de Educación).
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: didáctico/didactic to algebra study* (Vol. 7). Libros del Zorzal.

Caicedo Murillo, N. M., & Castro Hurtado, C. A. (2018). Un estudio de caso sobre el abordaje de funciones cuadráticas por parte de los estudiantes de grado 9° de la Institución Educativa Pascual de Andagoya a partir de una propuesta multiregistro.

Camargo, L. (2021). Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y el análisis.

Díaz, Á. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. *UNAM, México, consultada el, 10(04)*, (pp. 1-15).

Duval, Graphiques et Equations: l’articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 1 (1988), (pp. 235–255).

Duval, R. (1999). Registros de representación, comprensión y aprendizaje. *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Primera edición). (M.V. Restrepo, Trad.) Cali: Universidad del Valle. GEM.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos aprendizajes intelectuales* (2a. ed.). Peter Lang-Universidad del Valle. Cali. (Original francés publicado en 1995).

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas.

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

Espinoza Benites, C. A. (2020). Modelación de la función cuadrática mediada por tracker en estudiantes de quinto grado de secundaria.

Font, V. (2001). Reflexiones didácticas desde y para el aula. *Revista Ema*, 6(2), pp. 180 - 200.

Gómez-Blancarte, A. L., Guirette, R., & Morales-Colorado, F. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra. *Educación matemática*, 29(3), 189-224.

González, G. (2011). Tratamiento de las representaciones semióticas de la función cuadrática. *Manizales, Colombia*.

Huapaya Gómez, E. (2012). Modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes). (2021). Informe nacional de resultados del examen Saber 11° 2020 (vol. I).

Ministerio de Educación Nacional, (1998). Matemáticas. *Lineamientos curriculares del área de matemáticas*. MEN. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional, (2006). Matemáticas. *Estándares Básicos de Competencia en matemáticas*. MEN. Bogotá, Colombia, (p. 66).

Ministerio de Educación Nacional. (2009, 28 de diciembre). *Decreto 5012 de 2009*. Bogotá: Gaceta oficial del congreso. Obtenido de <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=38494>

- Molina Páez, D. (2019). *La función cuadrática: una propuesta para el trabajo en clase usando GeoGebra y el enfoque del aprendizaje basado en proyectos*. Universidad del Valle.
- Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3 y 4 de una institución educativa de la Educación Básica* (Doctoral dissertation, Universidad del Valle).
- Posso Torres, J. E. (2020). Aspectos característicos del pensamiento variacional en la modelación de fenómenos a través de la función cuadrática.
- Sancán Piguave, S. M., & Poveda Mariscal, A. M. (2022). *Estrategias didácticas digitales en el aprendizaje y comprensión de la función cuadrática* (Bachelor's thesis, Universidad de Guayaquil. Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación).
- Tocto Núñez, E. (2016). Comprensión de la noción función cuadrática por medio del tránsito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria.
- Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In *Anais eletrônicos do CIAEM—Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau* (Vol. 9, pp. 2009-2010).

ANEXOS

A continuación, se presentan en primera instancia, los anexos asociados a la caracterización de realizada con el fin de obtener información que aportará elementos para la construcción del planteamiento del problema en esta investigación a partir de una entrevista semiestructurada dirigida a los estudiantes de grado 8°, 9°, 10° y 11° y 5 profesores de matemática de los grados anteriores de la Institución Educativa Técnica Comercial Teófilo Roberto Potes.



**UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**UNA APROXIMACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA COMERCIAL TEÓFILO ROBERTO
POTES AL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, DESDE LA TEORÍA
SEMIÓTICA COGNITIVA**

Investigadores;

Juan Carlos López Murillo
Judy Dallana Mena Mantilla

Director de la investigación;

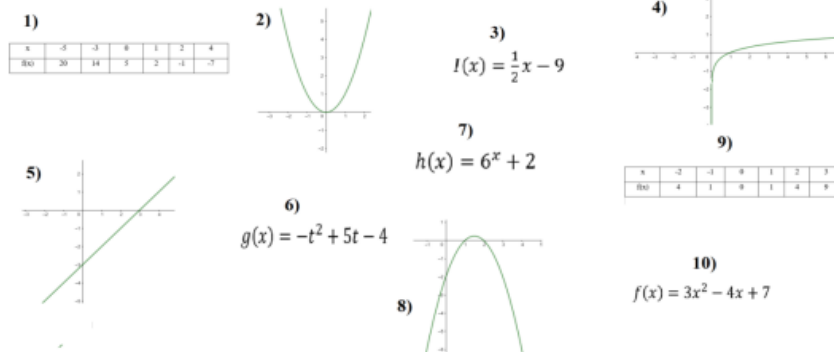
Juan Carlos Jaramillo Riascos

Con el propósito de obtener información que aporte algunos elementos para la construcción del planteamiento del problema de la propuesta de indagación a realizar, se propone la presente entrevista semiestructurada dirigida a estudiantes de grado 8°, 9°, 10° y 11° de la Institución Educativa Técnica Comercial Teófilo Roberto Potes.

1. ¿Alguna vez ha trabajado con funciones cuadráticas?
2. (Para estudiantes de noveno en adelante) Si la respuesta es afirmativa, preguntar ¿Recuerda usted en qué grado trabajo función cuadrática con su profesor (a)?
3. ¿Qué recuerda usted de la función cuadrática?
4. ¿Cuál fue la mayor dificultad que presentó cuando estaba aprendiendo sobre funciones cuadráticas?
5. Observa en la siguiente imagen las opciones de la 1 a la 10 e indica marcando con una **X** las que reconozcas como función cuadrática:



UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA



UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

UNA APROXIMACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA COMERCIAL TEÓFILO ROBERTO
POTES AL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA, DESDE LA TEORÍA
SEMIÓTICA COGNITIVA

Investigadores;

Juan Carlos López Murillo
Judy Dallana Mena Mantilla

Director de la investigación;
Juan Carlos Jaramillo Riascos

Con el propósito de obtener información que aporte algunos elementos para la construcción del planteamiento del problema de la propuesta de indagación a realizar, se propone la presente entrevista semiestructurada dirigida a profesores del área de matemáticas que orientan clases en los grados 8° y 9° en la Institución Educativa Técnica Comercial Teófilo Roberto Potes.

1. ¿En qué grado de escolaridad se enseña la función cuadrática en esta Institución Educativa?
2. ¿Qué dificultades se presentan a la hora de enseñar la función cuadrática?
3. ¿Qué importancia tiene para usted el aprendizaje de función cuadrática por parte de sus estudiantes?
4. ¿Qué elementos de la función cuadrática suele abordar en sus clases para que los estudiantes logren aprenderla?

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

S1: Términos relacionados con la función cuadrática	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T1: Conceptos asociados a la función cuadrática, concavidad, valor mínimo y máximo relativo y vértice	
Lea con detalle cada una de las siguientes tareas y siga las instrucciones. Jorge es un estudiante de Buenaventura que debe viajar a la ciudad de Cali los días viernes de cada semana, con la finalidad de asistir a las clases presenciales de matemáticas en el instituto “JUNDA” los días sábados y domingos. Mientras viaja, Jorge se da cuenta que el bus sube y baja algunas montañas como se observa en el siguiente enlace; https://www.geogebra.org/geometry/p7qzx9gk La ilustración presentada en el enlace anterior, permite observar que, las montañas recorridas por el bus desde la ciudad de Buenaventura hasta la ciudad de Cali, son similares a una curva abierta. También llamadas cóncavas y convexas o parábola, dependiendo del signo que tenga la unidad significativa “a”. Así, por ejemplo, la gráfica es cóncava si “a” es negativa y es convexa si “a” es positiva. a) ¿Cuál es la concavidad que tiene la parábola entre el kilómetro 0 y el kilómetro 20? b) ¿Cuál es la concavidad que tiene la parábola entre el kilómetro 40 y el kilómetro 60?	

En segunda instancia, se presenta el diseño de la secuencia didáctica considerada en esta investigación, la cual consta de dos Situaciones (S1 y S2) subdivididas en Tareas (T1, T2, T3 como máximo) y a su vez en Actividades (A_a, A_b, A_c como máximo).

S1: Términos relacionados con la función cuadrática	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T2: Concavidad y formas de representación de la función cuadrática en su expresión analítico	
Jorge, al llegar a la casa consulta sobre aquellas formas que tienen las montañas dándose cuenta que, estas son similares a la parábola de una función cuadrática dada en forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$ como se logra observar en el siguiente enlace; https://www.geogebra.org/graphing/vybeyw87 a) Utilizando el link anterior, mueva el punto sobre el deslizador “a” con ayuda del mouse de tal forma que los valores de a cambien, observe la gráfica y responda las siguientes preguntas. - ¿Qué ocurre cuando el valor de a es cero ($a = 0$)? - ¿Qué ocurre cuando el valor de a es positivo ($a > 0$)? - ¿Qué ocurre cuando el valor de a es negativo ($a < 0$)? - ¿Cómo se relaciona el signo de a con la forma del gráfico?	

b) Utilizando nuevamente el link anterior, mueva el deslizador “***h***” con ayuda del mouse de tal forma que se cambien los valores de ***h***, observe la gráfica y observe la gráfica y responda las siguientes preguntas.

- ¿Qué ocurre cuando el valor de ***h*** es cero ($h = 0$)?
- ¿Qué ocurre cuando el valor de ***h*** es positivo ($h > 0$)?
- ¿Qué ocurre cuando el valor de ***h*** es negativo ($h < 0$)?

c) Finalmente, mueva el deslizador “***k***” con ayuda del mouse de tal forma que se cambien los valores de ***k***, observe la gráfica y responda las siguientes preguntas.

- ¿Qué ocurre cuando el valor de ***k*** es cero ($k = 0$)?
- ¿Qué ocurre cuando el valor de ***k*** es positivo ($k > 0$)?
- ¿Qué ocurre cuando el valor de ***k*** es negativo ($k < 0$)?

S1: Términos relacionados con la función cuadrática	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T3: Vértice de la función, registro analítico y gráfico	
José es un compañero de Jorge, quien después de darse cuenta de lo que hacía su amigo Jorge, se interesó en averiguar más sobre este tipo de función. Por lo que decide realizar una consulta extra y se logra dar cuenta que, este tipo de función se puede considerar como una función cuadrática, que tiene grado dos ($f(x) = a(x - h)^2 + k$) y, además, posee un punto llamado vértice de la parábola. a) Describe el comportamiento del “Vértice” el cual corresponde al punto (h, k). Para ello, ingrese al siguiente enlace; https://www.geogebra.org/graphing/j7ypz2qg y mueva el punto sobre el deslizador “a” con ayuda del mouse, de tal forma que los valores de a cambien, observe la gráfica y responda las siguientes preguntas. - ¿Qué sucede con el vértice a medida que los valores de a cambian? - ¿Qué ocurre con la parábola cuando a es negativo y cuando a es positivo? b) Ahora, ingresa al siguiente enlace; https://www.geogebra.org/graphing/aegubmzn luego, en la barra de entrada copia la función $f(x) = 1(x - 1)^2 + 1$ y $f(x) = -1(x - 2)^2 + 1$	

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

- ¿En qué se parecen y en qué se diferencian las dos parábolas de las funciones? c) Luego de haber hecho la similitud y diferencia de las dos funciones anteriores, analiza la siguiente función $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ y la gráfica que se presenta en el siguiente enlace; https://www.geogebra.org/graphing/tyxcjyat - ¿La gráfica que está en el enlace corresponde a la representación analítico de la función $f(x) = (x - 1)^2 + 1$? ¿Qué concluye?	
---	--

S2: Transformación de los registros de representación analítico y gráfico en la función cuadrática	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T1: Transformación del registro de representación analítico al gráfico	
Lea con detalle cada una de las siguientes tareas y siga las instrucciones. Don Carlos es un vendedor de cholado en el parque del Distrito Especial de Buenaventura. Él ha decidido trabajar sólo los días sábados y domingos por lo que hay mayor cantidad de asistencia de personas que pueden consumir dicho producto, pero tiene una inquietud con respecto a los precios, pues no sabe cuánto cobrar por cada cholado si todos tienen los mismos ingredientes. Ante ello, le consulta a su amigo Pedro para decidir cuánto debería cobrar por cada cholado producido. Su amigo, le recomienda considerar la siguiente función $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$ para calcular los ingresos e indicando que “x” representa el número de cholados y “y” representa la ganancia. a) Don Carlos quiere corroborar lo dicho por su amigo Pedro. Ayúdale a Don Carlos, Para ello, ingresa al siguiente enlace; https://www.geogebra.org/graphing/ggwequxs luego, de haber ingresado al enlace, copia en la barra de entrada la función $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$. Observa la gráfica y responde la siguiente pregunta. - ¿Qué sucede con la gráfica que representa las ganancias por la venta, cuando el valor de “x” es 40 cholados? Para ello, debes reemplazar en la ecuación el valor de “x” por 40. b) Don Carlos, al analizar el resultado obtenido anteriormente, queda un poco insatisfecho, por lo que decide reemplazar en la	

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

ecuación el valor de “x” por la cantidad de 120 cholados. Logrando establecer la siguiente pregunta; - ¿Qué forma tiene la gráfica, cuando el valor de “x” es reemplazado por 120 cholados? c) Considerando las conclusiones anteriores y usando la misma ecuación dada por su amigo Pedro, Don Carlos decide producir 130 cholados. - ¿Obtendrá ganancia Don Carlos al producir la cantidad de 130 cholados? ¿por qué? Teniendo en cuenta que el eje “y” positivo presenta la ganancia y el “y” negativo la deuda.	
---	--

S2: Transformación y coordinación de los registros de representación analítico y gráfico	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T2: Transformación del registro de representación gráfico al analítico de la función cuadrática	
Simón, el hijo de Pedro, es un economista es recién graduado y pretende asesorar a Don Carlos con relación a las ventas de los cholados el día viernes, ya que Don Carlos saldrá a vender el día sábado y domingo los cholados en el parque del Distrito Especial de Buenaventura. a) Simón le recomienda a Don Carlos que observe algunos términos como el vértice, si es cóncava o convexa y los puntos (raíces) que hacen que la función sea igual a cero en el siguiente enlace; https://www.geogebra.org/graphing/ydpbucaf - Luego de la observación le consulta lo siguiente; ¿es posible afirmar que la gráfica contenida en el enlace anterior se puede realizar a partir de la ecuación $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$? ¿por qué? b) Ahora, Simón quiere verificar qué tan amplia fue la observación que hizo Don Carlos de la gráfica presentada en el enlace anterior. Para ello le consulta lo siguiente; - ¿Qué términos de los mencionados anteriormente (el vértice, si es cóncava o convexa y los puntos) se pueden encontrar en la ecuación $G(x) = (x - 80)^2 - 1600$? Escríbelos.	

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

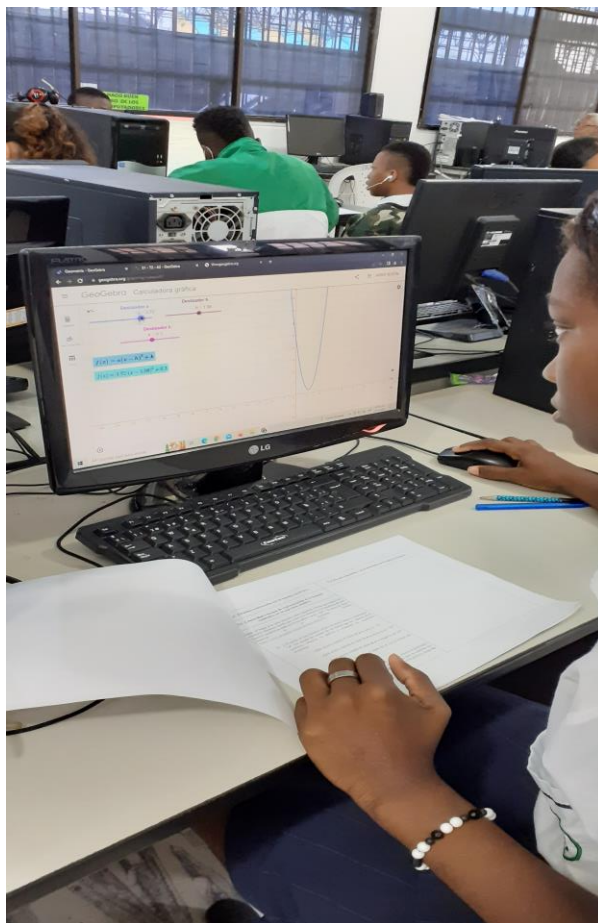
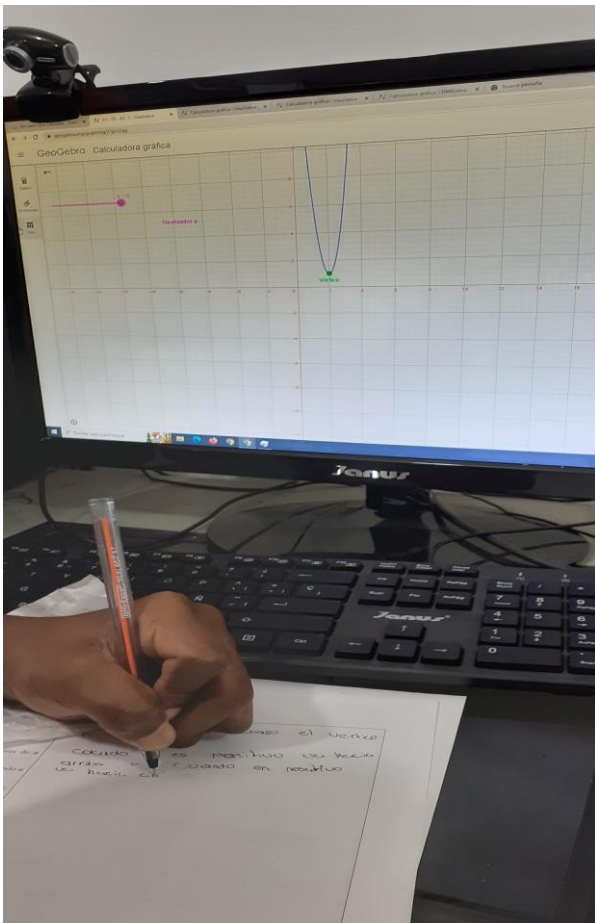
S2: Transformación y coordinación de los registros de representación analítico y gráfico	Escriba sus respuestas y procedimientos en el espacio en blanco
T3: Coordinación entre el registro de representación analítico y gráfico	
Don Carlos le consulta a Simón que sí existían otras funciones similares a la que su amigo Pedro le había dado para calcular la ganancia al vender los cholados. Simón le responde que sí y, que de hecho hay infinitas (muchas). Don Carlos un poco sorprendido, le pide a Simón que le realice unos ejemplos incluyendo las gráficas. Simón acepta y le manifiesta que le hará tres ejemplos. Simón le recomienda a Don Carlos que tenga presente algunos de los términos relacionados con la función cuadrática como; la concavidad, el vértice y los puntos (raíces) que hacen que la función sea igual a cero. a) Ahora, Simón le manifiesta a Don Carlos que el vértice de la función cuadrática dada en su representación analítico $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ya está dado a partir del punto (h, k) pero que el parámetro “a” en ocasiones no está dado por lo que hay que hallarlo despejando “a” de la siguiente ecuación; $y - k = a(x - h)^2$, en la cual (h, k) son los valores que tiene el vértice y, que cuando algunos de estos no están toma el valor de cero (0). Posteriormente, (x, y) son los valores de cualquier punto situado sobre la parábola de función. Quedando de la siguiente manera $a = (y - k) / (x - h)^2$.	

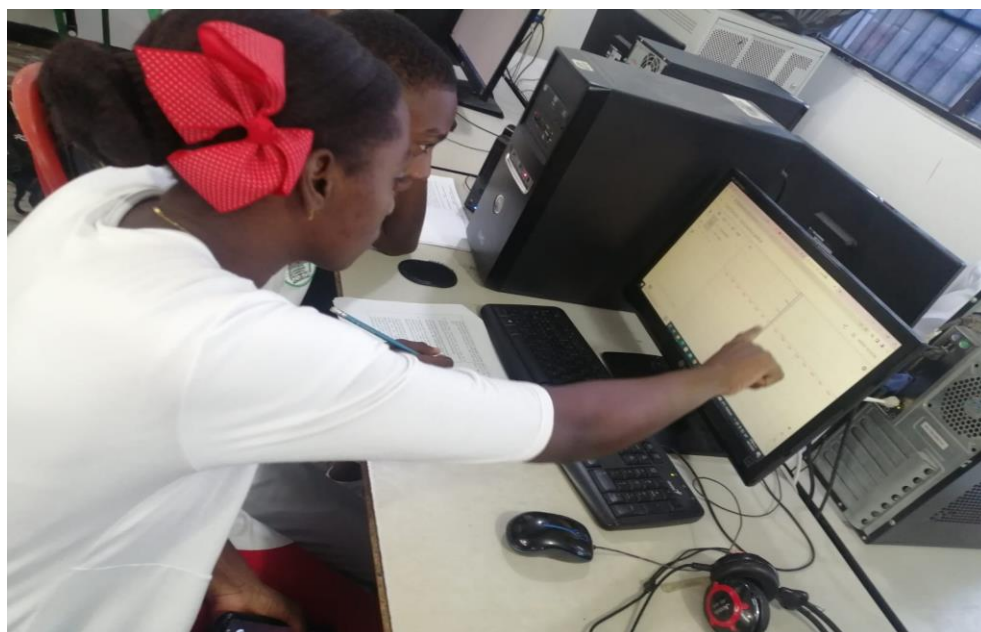
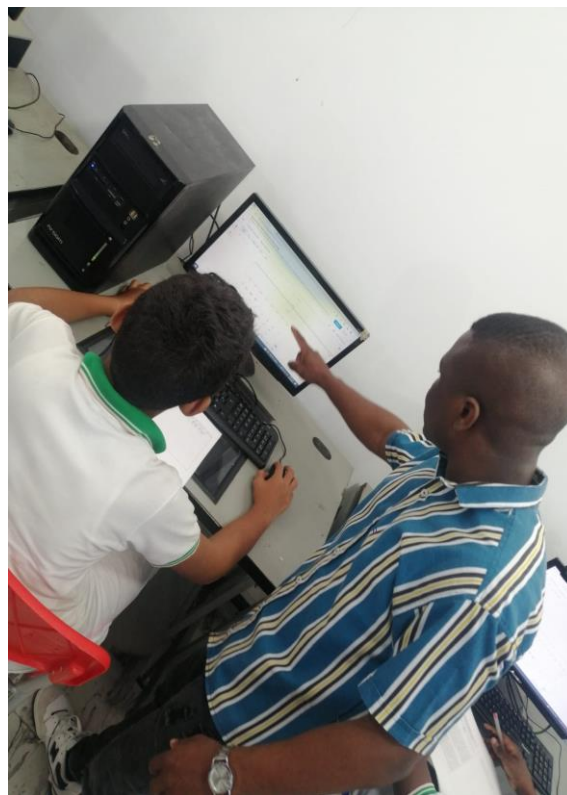
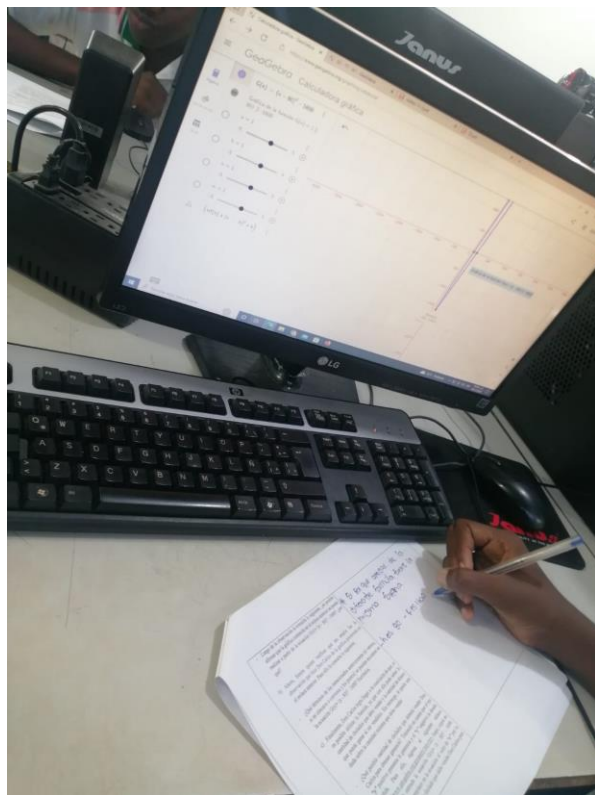
Después de la explicación, ayúdale a Don Carlos a responder la siguiente pregunta, para ello apóyese en el siguiente enlace;
<https://www.geogebra.org/graphing/uwnkem2m>

- ¿Cuál es la función de la parábola que está en el enlace anterior? ¿por qué? Escríbela.
- b) Sin embargo, Don Carlos logró evidenciar que se podría representar primero la función y luego la gráfica. Para ello, Simón le ha planteado la siguiente función $f(x) = (x - 5)^2 - 4$ ayúdale a Don Carlos a responder la siguiente pregunta apoyándose en el enlace;
<https://www.geogebra.org/graphing/ddsgy999>
- ¿La función $f(x) = (x - 5)^2 - 4$ corresponde a la representación gráfica que está en el enlace? ¿Por qué?
- c) Finalmente, Don Carlos le propone a Simón que encuentra la función de la parábola que está en representada en el siguiente enlace; <https://www.geogebra.org/graphing/b8xewddg>
- Ayúdale a Simón a responder la siguiente pregunta apoyándose en el enlace anterior ¿cuál es la función que representa la parábola contenida en el enlace anterior?

Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

Tercera y última instancia, se presentan algunas de las fotografías durante el experimento de la secuencia didáctica.





Una aproximación a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica comercial teófilo roberto potes al concepto de función cuadrática, desde la teoría semiótica cognitiva

