MODELACIÓN DEL *CUTTING STOCK PROBLEM* EN UNA EMPRESA DEL SECTOR METALMECÁNICO

Diana Andrea Peña Calderón (1003438)

Director

Juan Pablo Orejuela, Msc.



UNIVERSIDAD DEL VALLE

ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y ESTADÍSTICA

MAESTRIA EN INGENIERIA INDUSTRIAL

SANTIAGO DE CALI

2012

MODELACIÓN DEL *CUTTING STOCK PROBLEM* EN UNA EMPRESA DEL SECTOR METALMECÁNICO

Diana Andrea Peña Calderón (1003438)

Tesis presentada como trabajo de grado para optar por el título de Magíster en Ingeniería con énfasis en Ingeniería Industrial

Director

Juan Pablo Orejuela, Msc.



UNIVERSIDAD DEL VALLE

ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y ESTADÍSTICA

MAESTRIA EN INGENIERIA INDUSTRIAL

SANTIAGO DE CALI

2012

NOTA DE ACEPTACIÓN

_____

_____

_____

_____

Presidente del Jurado

_____

Jurado

_____

Jurado

Santiago de Cali, Agosto de 2012

DEDICATORIA

A Dios, por iluminarme y bendecirme en el transcurso de mi carrera.

A mis padres y a mi esposo por creer en mí y por su apoyo incondicional para lograr esta meta profesional.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia y mi esposo por comprenderme y apoyarme en esas largas horas de dedicación y estudio.

A mis profesores y en especial a mi director de tesis Juan Pablo Orejuela por su guía y acompañamiento durante el desarrollo de esta tesis.

A mi jefe Juan José Borrero por su apoyo y comprensión.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN **11**
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA **13**
2. OBJETIVOS **16**
2.1 OBJETIVO GENERAL 16
2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS 16
3. JUSTIFICACIÓN **17**
4. ESTADO DEL ARTE **18**
5. CARACTERIZACIÓN DEL CUTTING STOCK PROBLEM **23**
5.1. CLASIFICACIÓN 26
5.1.1Dimensionalidad 27
5.1.2Tipo de asignación entre ítems y objetos 27
5.1.3Variedad de los objetos 28
5.1.4Variedad de los ítems 29
5.2. ENFOQUES DE SOLUCIÓN 35
5.2.1Programación lineal entera 35
5.2.2Procedimientos heurísticos secuenciales 36
5.2.3Procedimientos heurísticos híbridos 37
5.2.4Metaheurísticas 38
6. CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA 40
6.1. ELEMENTOS 40
6.2. CLASIFICACIÓN 41
6.2.1Dimensionalidad 41
6.2.2Tipo de asignación entre ítems y objetos 42
6.2.3Variedad de los objetos 42
6.2.4Variedad de los ítems 42
7. PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA **43**
7.1 CARACTERIZACIÓN DEL CASO DE ESTUDIO Y RECOLECCION DE DATOS .. 43
7.2 IDENTIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS 44
7.3 VERIFICACIÓN DE MATERIAL DISPONIBLE 44
7.4 PROGRAMACIÓN DEL CORTE 44

7.4.1 Formulación del modelo 45
7.4.1.1 Notación y definición 45
7.4.1.2 Formulación Verbal 48
7.4.1.3 Formulación Matemática 49
7.4.1.4 Descripción del modelo 52
7.5 CORRIDA DEL MODELO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS 59
8. CASO DE ESTUDIO 60
8.1 OBJETIVO DEL CASO 60
8.2 RESEÑA DE LA EMPRESA 60
8.3 CARACTERIZACIÓN DEL CASO DE ESTUDIO Y RECOLECCION DE DATOS ... 61
8.4 IDENTIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS 66
8.5 VERIFICACIÓN DE MATERIAL DISPONIBLE 67
8.6 PROGRAMACIÓN DEL CORTE 68
8.7 CORRIDA DEL MODELO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS 71
8.7.1 Implementación del modelo 71
8.7.2 Análisis de la implementación del modelo 72
8.7.3 Análisis de resultados 73
8.7.4 Análisis de sensibilidad 75
9. CONCLUSIONES E INVESTIGACIÓN FUTURA 83
10. BIBLIOGRAFÍA 85
11. ANEXOS 88

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Notación de tipos de problemas 31
Tabla 2. Resumen de las características 34
Tabla 3. Enfoques de solución 38
Tabla 4. Estado del Arte 39
Tabla 5. Requerimientos de lámina 63
Tabla 6. Rollos de lámina disponibles 64
Tabla 7. Patrones de corte 64
Tabla 8. Cumplimiento de requerimientos 65
Tabla 9. Ajuste de requerimientos 66
Tabla 10 . Verificación de material disponible 68
Tabla 11. Requerimientos de demanda según tipo de lámina y calibre 69
Tabla 12. Desperdicio mínimo 70
Tabla 13. Número máximo de flejes por rollo 70
Tabla 14. Lista de Chequeo para el proceso de validación de la estructura del modelo 73
Tabla 15. Costo de desperdicio 74
Tabla 16. Costo de mantener en inventario 74
Tabla 17. Costo de mantener en inventario 75
Tabla 18. Variación desviación límite inferior 76
Tabla 19. Variación desviación límite superior 78
Tabla 20. Variaciones de la desviación de los requerimientos 79
Tabla 21. Variaciones del desperdicio mínimo 81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Departamento de corte de material en sistema de manufactura. 25
Figura 2. Notación general..... 30
Figura 3. Elementos del problema 33
Figura 4. Tipos de corte..... 33
Figura 5. Máquina Slitter..... 40
Figura 6. Propuesta metodológica para solución del problema bajo estudio 43
Figura 7. Configuración general del problema a modelar..... 45
Figura 8. Flujo del proceso 61
Figura 9. Desviación entre requerimientos y despacho..... 76
Figura 10. Efectos del cambio de la desviación inferior en el costo de desperdicio..... 77
Figura 11. Efectos del cambio de la desviación inferior en el costo de mantener..... 77
Figura 12. Costo de mantener en inventario flejes cortados..... 78
Figura 13. Efectos de los cambios en las desviaciones 79
Figura 14. Comportamiento del desperdicio..... 80
Figura 15. Efectos de las variaciones del desperdicio mínimo 81
Figura 16. Costo desperdicio con variación del horizonte de tiempo..... 82

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Requerimientos de demanda 88
Anexo 2. Peso y anchos de rollos y flejes 90
Anexo 3. Flejes iniciales 91
Anexo 4. Costos de desperdicio por rollo 92
Anexo 5. Costo de mantener flejes iniciales 93
Anexo 6. Costo de mantener flejes cortados 94
Anexo 7. Código en AMPL del modelo 95
Anexo 8. Configuraciones de corte 100
Anexo 9. Rollos cortados 111
Anexo 10. Desviaciones entre requerimiento y despacho 113

INTRODUCCIÓN

En los procesos de manufactura se hace necesaria la optimización de los procesos para maximizar las ganancias de las empresas, lo cual se logra mediante el aprovechamiento de los recursos económicos, técnicos y humanos. Algunos de estos procesos son la planeación y programación de la producción, control de inventarios, almacenamiento y transporte, entre otros.

Este trabajo se enfoca principalmente en la toma de decisiones para problemas asociados al proceso de planeación y programación de la producción a niveles tácticos y operativos, más específicamente al proceso del corte, en conjunto con el control de inventarios de materia prima disponible y de producto en proceso. Este problema es conocido en la literatura como *Cutting Stock Problem* (CSP) y es considerado como un problema que se presenta con frecuencia en diversas industrias, como son la metalúrgica, metalmecánica, textil, papelera, maderera, entre otras.

El *Cutting Stock Problem* considera aquellas industrias en las que dentro de su proceso productivo es necesario cortar material que viene en dimensiones estándar, con el fin de obtener piezas en tamaños y formas requeridas, como por ejemplo, el corte de madera, de rollos de papel, de tela, de acero, entre otros. Para lo cual es de gran importancia realizar este proceso de una manera eficiente buscando minimizar el desperdicio y costos asociados a éste. Dado que en muchos procesos se generan desperdicios de material, ya sea por las condiciones del proceso o de la maquinaria; se hace necesario que si estos desperdicios se presentan sean minimizados, de forma que su utilización sea la adecuada (Karelahti, 2002).

Para la optimización de los recursos de materia prima es necesario relacionar y alinear diferentes factores tales como las características del material a utilizar en el corte, las necesidades o requerimientos de demanda, los patrones de corte a utilizar y las dimensiones requeridas, el espacio disponible para su almacenamiento y las limitaciones de la maquinaría, entre otros.

Diversos autores como Kantorovich (1939), Gilmore y Gomory (1961), Dyckhoff (1990) han estudiado el CSP y lo han catalogado según su grado de complejidad como un problema *NP-hard*, ya que el espacio de búsqueda de la solución puede ser muy complejo

dependiendo de las condiciones y restricciones que el problema involucre y de las diferentes combinaciones de corte que puedan existir (Wongprakornku y Charnsetikul, 2010). Al respecto, existen diferentes estrategias de solución, tales como métodos heurísticos, meta- heurísticos y algorítmicos (Karelahti, 2002), pero aún no existe un método global para dar solución a este, debido a la complejidad asociada a este tipo de problemas.

Para el caso de la presente propuesta de investigación se pretende desarrollar un modelo matemático que permita planear y programar el corte de rollos de acero para la fabricación de tubería en una empresa del sector metalmecánico, buscando cumplir los requerimientos de demanda, el aprovechamiento del espacio disponible para su almacenamiento, y lo más importante, la minimización del costo asociado al desperdicio y niveles de inventarios.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El *Cutting Problem o trim loss* consiste básicamente en el corte de rollos de gran tamaño de algún tipo de material (papel, textiles, acero, madera, entre otros) en flejes o pequeños rollos de diferentes anchos, los cuales comúnmente son utilizados como materia prima para fabricar un producto final; las longitudes de estos flejes son definidas por los clientes o por las especificaciones del proceso productivo para la fabricación del producto final. Si se consideran los niveles de inventario de materia prima y de producto en proceso generados por el proceso del corte, a este problema se le conoce como *Cutting Stock Problem*, ya que establece una dualidad entre el material y el espacio físico ocupado por éste, estando así estrechamente relacionado con el "*Packing Problem*", pues en esencia manejan la misma estructura lógica.

Para el proceso de corte se deben considerar posibles patrones o configuraciones de corte, es decir la forma como se cortará el rollo (número de flejes o rollos de menor ancho), para así cumplir con las necesidades de demanda y con ciertas restricciones asociadas a la capacidad de la máquina, las condiciones del proceso, la minimización del desperdicio, las dimensiones solicitadas, la materia prima disponible, tiempos de corte, entre otras. Siendo así de gran importancia el papel del planeador del corte, ya que debe buscar la configuración óptima que permita cumplir con los requerimientos de demanda, minimizar el desperdicio y a su vez el número total de rollos a cortar, es decir la optimización de los recursos disponibles (Varela et al, 2009).

En cuanto a los inventarios de materia prima y del material generado por el proceso de corte mencionado anteriormente, resulta de gran importancia controlarlos, no sólo por las restricciones de espacio físico y costo que puedan existir, sino por la necesidad de cumplir con los requerimientos de demanda en una fecha requerida. En ese sentido, es necesario garantizar la disponibilidad de materia prima necesaria y de producto en proceso, ya que este material es vital para el inicio del proceso productivo, y una falta de éste podría repercutir en incumplimientos en la entrega del producto final.

Según lo anterior, la complejidad del sistema se ve afectada por el tipo de asignación, la dimensionalidad y la variedad de objetos. En cuanto al tipo de asignación se pueden considerar diferentes opciones: la primera es que todo el material en inventario se use y no todos los requerimientos se cumplan (eficiencia); y la segunda es que todos los

requerimientos se cumplan pero tan sólo una parte se consuma (efectividad), es decir que sea necesario generar inventario de producto en proceso para completar el ancho del rollo y no generar mayor desperdicio. Por otro lado, también se podría considerar un equilibrio entre el inventario y la cobertura de la demanda, de forma que se maximice el cumplimiento de los pedidos minimizando el inventario o se minimice el inventario cumpliendo la demanda. Con relación a la dimensionalidad, se considera que es la característica más importante pues se refiere al número mínimo de dimensiones importantes para la determinación de la solución, por ejemplo: el largo, ancho, entre otros. Y por último, la variedad de objetos en términos de sus dimensiones ya sean de gran tamaño o de menor tamaño (Karelahti, 2002).

En el problema específico que se presentará como caso de estudio en una planta de producción de tubería, según análisis realizados por la empresa, se han evidenciado unos niveles de desperdicio del 1.5% en promedio por cada rollo cortado, lo cual representado en términos del peso desperdiciado equivale a unas 25 toneladas aproximadamente, para un nivel de producción promedio mensual de 1700 toneladas cortadas con una rotación promedio de 8 días; y un nivel de inventario de producto en proceso que en algunas ocasiones supera el 24% de la capacidad de almacenamiento. Es en este contexto que se deben buscar opciones de almacenamiento alternativo, las cuales resultan ser inseguras para el personal de la planta ya que el material cortado se debe ubicar en posiciones y lugares no adecuados para su almacenamiento.

Para dar solución a este problema se requiere llevar a cabo un proceso de configuración de patrones de corte o la definición de una programación, que permita atender la demanda de material necesario para la fabricación de la tubería en las cantidades y dimensiones especificadas teniendo en cuenta las limitaciones de la máquina y la materia prima, además de los altos costos que pueden generar los niveles de desperdicio considerables; pues la programación que se está realizando actualmente en la empresa no es la óptima, ya que el proceso de planeación se lleva a cabo mediante ensayo-error.

Resulta entonces de gran importancia, dar solución a este problema mediante una propuesta metodológica que incluya la construcción de un modelo que permita agrupar y representar todas las necesidades y limitaciones del proceso como tal, optimizando una función objetivo que minimice el costo asociado al número total de rollos cortados, al desperdicio generado por cada rollo y al inventario generado por este proceso. Tomando como apoyo la estrategia de solución que más se ajuste a la complejidad del problema en

términos del tiempo de solución, tales como los métodos heurísticos, los meta-heurísticos y algorítmicos. (Cherri y otros, 2009).

Por lo tanto, al abordar este problema se pretende responder a la pregunta*: ¿Cómo configurar o programar el corte de rollos de forma que se cumplan con los requerimientos de demanda y a su vez se minimice el desperdicio y nivel de inventario en una empresa del sector metalmecánico?*

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar una propuesta metodológica para la optimización del problema de la programación del corte y control del inventario de material cortado (*Cutting Stock Problem*) en una empresa del sector metalmecánico.

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Caracterizar el *Cutting Stock Problem* en la industria metalmecánica mediante la revisión de la literatura, para así identificar sus características y las técnicas de solución abordadas.

- Caracterizar el sistema objeto de estudio mediante la definición de criterios inherentes al proceso.

- Desarrollar un modelo matemático que permita tanto la selección de una configuración de corte adecuada como el control del inventario de material cortado a través de la construcción de una función objetivo y el conjunto de restricciones que representen el problema.

3. JUSTIFICACIÓN

El "*Cutting Stock Problem"* es un problema de gran complejidad tanto por las características y variables que involucra como por las técnicas que se utilizan para abordarlo; y además es una temática en constante evolución, debido a que muchos investigadores han desarrollado diversos modelos para resolverlo, pero aún no existe un método único para resolver este tipo de problemas. El interés en este problema puede ser sustentado por su aplicación práctica y el reto que representa para la academia; pues en general, es computacionalmente difícil de resolver. (Cherri y otros, 2009).

Por lo tanto, se evidencia la necesidad de explorar nuevos métodos de solución o la validación y ajuste de métodos y modelos existentes para problemas particulares en industrias específicas y sus respectivas necesidades, para así lograr la utilización eficiente de los recursos escasos en los procesos inherentes a la programación del corte y su inventario.

En el caso específico de la empresa a abordar, ésta tiene dentro de sus objetivos la minimización de los costos, lo cual se puede lograr mediante el aprovechamiento de los recursos. Por lo tanto, surge la necesidad de abordar este problema desde un enfoque que permita optimizar principalmente los recursos de materia prima y espacio disponible considerando los requerimientos de demanda, la configuración de corte óptima para las diferentes referencias y los niveles de inventario.

4. ESTADO DEL ARTE

El "*Cutting Stock Problem*" (CSP) fue formulado por primera vez en 1939 por el economista ruso Kantorovich, y en 1951, junto con Zalgaller sugirieron resolverlo mediante la programación lineal buscando la utilización económica del material en la fase de corte. (Haessler y Sweeney, 1991)

Posteriormente en 1961-1963, Gilmore y Gomory propusieron un modelo para la resolución de este tipo de problemas expresados en una sola dimensión (1D-CSP), como por ejemplo el largo o el ancho. Sus primeros intentos para resolverlo fue a través de métodos analíticos; donde en un principio determinaron los patrones de corte posibles, que son descritos como el número de referencias de cada tipo que se cortan en longitudes estándar; posteriormente, la solución se logró utilizando un modelo matemático basado en estos patrones (Dikili y otros, 2007). Este modelo tiene como objetivo minimizar el desperdicio generado por la operación de corte, para lo cual se hace necesario encontrar una combinación óptima de corte a través de patrones de corte. (Varela y otros, 2009)

El problema del CSP se puede formular como un problema de optimización lineal entera, pero debido al gran número de patrones de corte o combinaciones posibles (columnas) que pueden existir hace que el problema sea de gran complejidad. Por lo tanto, para resolver estas dificultades Gilmore y Gomory relajaron la restricción de integralidad y propusieron un método simplex con una técnica de generación de columnas y la aplicación de procedimientos de redondeo para la solución no entera más común. (Poldi y Nereu, 2009)

Posteriormente en el año 1965, se extendieron sus estudios hacia los problemas en dos dimensiones, los cuales son considerados como "*NP-hard*". Estos problemas son abordados por Gilmore y Gomory como un problema unidimensional en dos etapas; y han presentado un enfoque de solución basado en una formulación de programación entera con una técnica de generación de columnas, donde cada columna representa un patrón de corte posible, y es generado por la solución del problema bi-dimensional de la "mochila". (Suliman, 2006)

Dyckhoff en 1981- 1990 clasifica al 1D-CSP como un problema de una dimensión con un suministro ilimitado de rollos de idéntico tamaño y un conjunto de órdenes que deben

cumplirse, y plantea la división del problema en varios subproblemas, para así resolver cada uno de ellos por separado (Dikili y otros, 2007)

Por otro lado, se han propuesto algoritmos heurísticos para la generación de patrones de corte factibles para producir las columnas de un problema de programación entera. Según Farley (1990), Beasley (1985), Hahn, (1968), los patrones de corte pueden ser generados a través de la programación dinámica, y según Wang (1983) a través de la generación constructiva de cortes con guillotina, o por los métodos mixtos propuestos por Farley (1990) obteniendo un límite para los problemas de dos dimensiones con un gran número de variables estructurales y la resolución del dual del CSP. (Suliman, 2006)

Yang y otros (2006) plantean en su investigación un enfoque mejorado de Búsqueda Tabú para la resolución de problemas de corte unidimensional, el cual es tratado como un problema de secuencia e incorpora una función objetivo mixta haciendo uso del concepto de reutilización de materiales, permitiendo así elegir el plan de corte con el mínimo desperdicio, y lograr un mayor acercamiento hacia la obtención de una solución óptima.

Dikili y otros (2007) proponen un método de eliminación sucesiva basado en los posibles patrones de corte obtenidos por los métodos analíticos convencionales en la fase de modelación matemática propuestos por Gilmore y Gomory, el cual minimiza tanto el número de patrones diferentes de corte como el material de desperdicio y es capaz de capturar la solución ideal de los métodos analíticos y garantizar una solución entera. De forma que al minimizar el desperdicio, la utilización del inventario es maximizada.

Varela y otros (2009) proponen una nueva solución heurística basada en el algoritmo GRASP para resolver el CSP en una sola dimensión en la fabricación de rollos de plástico. La fase de generación de este algoritmo resuelve una versión simplificada muy similar al problema convencional, para lo cual proponen un procedimiento heurístico secuencial y aleatorio. Posteriormente, en la fase de reparación, el problema simplificado es transformado en una solución del problema real.

Poldi y Nereu (2009) consideran en su investigación el CSP unidimensional enfocándose en las diferentes longitudes disponibles en inventario en cantidades limitadas y en los problemas de baja demanda. Además proponen y comparan algunos métodos heurísticos que generan una solución entera y se basan en la generación de columnas, tales como las heurísticas residuales, "*Greedy Procedure*", "*FFD Procedure*".

En cuanto a los problemas de dos dimensiones, Suliman (2006) presenta un procedimiento heurístico secuencial de tres etapas con el objetivo de minimizar el desperdicio. En la primera etapa determinan el patrón de corte según el ancho que produce el mínimo desperdicio. Posteriormente, en la segunda etapa se determina la longitud de la tabla y la distribución de las piezas asociada al ancho de ésta para así generar un buen patrón de corte. En la etapa final se determina el número de veces que el patrón generado es utilizado.

Baldacci y Boschetti (2007) proponen un enfoque de dos niveles para resolver el problema de corte ortogonal sin guillotina maximizando el valor total de las piezas cortadas mediante una reducción de procedimientos para la resolución de este tipo de problemas y para el cálculo de cotas superiores adecuadas para el primer nivel del procedimiento. Además, se describen una serie de desigualdades con el fin de reforzar los límites superiores.

Mobasher y Ekici (2012) propusieron un modelo de programación lineal entera mixta que tiene como objetivo minimizar el costo total de producción considerando el costo de materia prima y los costos de alistamiento. Para resolver este problema proponen como método de solución dos algoritmos de búsqueda local y la técnica de generación de columnas basada en un algoritmo heurístico.

Como se observa, han surgido numerosas investigaciones que abordan diferentes problemas según el tipo de dimensión (1D y 2D) y desde diversos enfoques tales como los métodos exactos, heurísticos y meta heurísticos, pero aún no existe un método global establecido para dar solución a este tipo de problemas, debido a la complejidad asociada.

En los últimos años, ha habido varios esfuerzos para resolver este problema de programación lineal a través de "*branch and bound*", o *"branch and price*" que es la combinación del "*branch and bound*" con la generación de columnas; y a través de los planes de corte de uso general Chvatal-Gomory. (Dikili y otros, 2007)

Otros enfoques utilizados han sido la relajación lagrangiana, métodos de eliminación sucesiva, programación dinámica, procedimientos heurísticos secuenciales, entre otros. Posteriormente en el apartado 5.2 se profundizará sobre los diferentes enfoques de solución utilizados en la literatura revisada y las funciones objetivos que han sido definidas.

En el contexto nacional, Jaramillo y otros (2009) proponen un método basado en algoritmos genéticos y programación lineal para resolver el problema del corte en un proceso productivo de cajas de cartón, con el cual buscan minimizar el desperdicio del cartón, los cambios de posición de las cuchillas (patrones) y la cantidad de material procesado. Además, se evidencia que el desempeño de los algoritmos genéticos y la programación lineal en conjunto es superior a la utilización de éstos de forma independiente, ya que permiten superar las dificultades que surgen al aumentar el tamaño del problema.

Toro y otros (2007) presentan las soluciones obtenidas al aplicar el algoritmo de Búsqueda Tabú al problema de corte bidimensional tipo guillotina, usando codificación con árboles binarios, donde el objetivo es obtener patrones de corte que minimicen el desperdicio de material. Para evaluar el desempeño de este algoritmo utilizan sistemas de prueba disponibles en la literatura especializada y miden el porcentaje de uso del material disponible.

Toro y otros (2008) estudiaron técnicas de inicialización como los algoritmos *Bottom-left* (BL). *Bottom-left-fill* (BLF) y el mecanismo *Difference Process* (DP) para el problema de corte bidimensional tipo guillotina y usaron el algoritmo de Búsqueda Tabú para solucionarlo. Se evidenció que para problemas de gran tamaño y alta complejidad matemática la solución inicial influye en la calidad de la solución final, pues en la implementación se verificó que soluciones iniciales aleatorias presentaban soluciones finales pobres.

Álvarez (2010) presenta una metodología para los problemas de corte (*Cutting Stock*) y empaquetamiento óptimo bidimensional (*Strip y Bin Packing*) de piezas rectangulares, con cortes tipo guillotina, con y sin rotación de piezas, en placas y rollos infinitos usando técnicas metaheurísticas de optimización, tales como Simulated Annealing (SA), *Variable Neighborhood Search* (VNS) y Particle Swarm Optimization (PSO).

En cuanto al caso específico a estudiar en la presente propuesta de investigación, se pretende desarrollar un modelo matemático para dar solución a un problema *de 1.5 dimensiones*, ya que la decisión de gran importancia en este caso, es la definición del número de flejes de determinado *ancho* necesarios para cumplir con los requerimientos de demanda. Esto, sin considerar el *largo* como comúnmente se hace en la literatura, debido a que los requerimientos de demanda están dados en términos del *peso* necesario

que deben tener los flejes para cumplir con las diferentes necesidades; por tanto el *peso* remplazaría esta segunda dimensión (largo) ya que restringe el problema en términos de los requerimientos de demanda .

Por otro lado, el modelo de programación propuesto en el presente trabajo de investigación involucra dos factores de gran importancia que en la literatura revisada no son considerados y son establecidos por políticas de la empresa, como lo son la necesidad de cortar los rollos de lámina en su totalidad y el consumo o despacho completo de los flejes cortados para no generar inventario de “retales”. El primer factor obliga a completar el ancho del rollo con referencias susceptibles a permanecer en inventario, si en un momento dado esta referencia no es solicitada; y el segundo factor se refiere a que los flejes no se pueden consumir parcialmente para cumplir con los requerimientos de demanda, lo cual restringe la desviación que pueda existir entre el material solicitado y el material cortado pues obliga a encontrar una mejor combinación en términos del patrón de corte y del rollo seleccionado para su corte, buscando que esta desviación sea muy pequeña y que el material consumido o despachado sea muy cercano a los requerimientos de demanda.

A su vez en términos del desperdicio por políticas de la empresa se definen unos rangos de desperdicio para así maximizar la utilización del rollo y facilitar el proceso de corte en la máquina. Además, se involucra el espacio físico ocupado por el material cortado como una restricción del sistema.

5. CARACTERIZACIÓN DEL CUTTING STOCK PROBLEM

En este apartado se presenta la caracterización del problema abordado mediante la revisión de la literatura para identificar sus características y los enfoques de solución utilizados, según como se define en el primer objetivo específico de este proyecto de investigación.

El *Cutting Stock Problem* consiste en encontrar el mínimo número de unidades de materia prima que se necesitan para obtener un conjunto de artículos de diferentes tamaños. Cada uno de estos artículos tiene una demanda específica la cual corresponde al número de veces que se va a cortar de las unidades de materia prima, buscando así la minimización del desperdicio (Clautiaux y otros, 2010)

Según Gracia (2010) consiste en satisfacer las demandas de unas determinadas piezas que se deben obtener mediante el corte o partición de un objeto más grande disponible en inventario en unas determinadas cantidades. La asignación generalmente se realiza persiguiendo el objetivo de minimizar los recortes o piezas residuales generadas por el corte.

El proceso del corte tiene un gran impacto en los requerimientos totales y sus costos asociados, por lo cual se hace necesario la generación de un plan de corte que sea efectivo en términos del costo, pues no solamente se debe buscar minimizar el desperdicio de material sino que éste a su vez se vea traducido en ahorros significativos para las empresas; dado que los costos asociados a los niveles de inventario de materia prima y de producto en proceso son parte importante de los costos totales; para lo cual es indispensable la toma de decisiones en términos de los niveles de inventario y a su vez de un plan de corte óptimo (Abbasi y Sahir, 2010)

Por lo tanto, dado que el *Cutting Stock Problem* es un problema de optimización, más específicamente de programación lineal entera; para éste se puede obtener una solución óptima con resultados económicos significativos si entre sus objetivos se considera alguno de los siguientes:

- Maximizar la utilización del material en inventario (Minimizar la cantidad de material en inventario para una lista de materiales dada).

- Minimizar el número de cortes, es decir mejorar la eficiencia o productividad reduciendo los tiempos de alistamiento.
- Minimizar el desperdicio.
- Mejoramiento de la rentabilidad a través de la reducción del costo de producción y del costo de inventario (nivel de inventario apropiado), o el aumento de los precios de los productos, cumpliendo con los requerimientos de los clientes y las restricciones técnicas que puedan existir.

Entre los costos relacionados con el *Cutting Stock Problem*, se encuentran los costos asociados al inventario y los relacionados directamente con el proceso del corte:

Costos de inventario: Se refiere a los costos de almacenamiento de materia prima, piezas reutilizables y producto terminado, los costos fijos de almacenamiento y los costos de oportunidad.

Costos del corte: Son los costos asociados a las pérdidas de material y desperdicios, a los cambios de patrón o alistamiento, reprocesos y planeación de la configuración de corte.

Dado el gran impacto del proceso de corte en las ganancias de una empresa, el papel que juega el departamento de corte en los sistemas de manufactura tales como la industria papelera, textil, maderera, metalmecánica, entre otros cobra gran importancia; no sólo porque busca la optimización de los recursos disponibles tanto desde el punto de vista económico como ambiental (eliminación y manejo de residuos), sino también por la necesidad de una planeación y configuración de corte adecuada que tenga en cuenta los requerimientos de demanda, el inventario de materia prima y de producto terminado y las condiciones inherentes al proceso.

En la figura 1 se muestra la estructura y flujo del proceso dentro de un departamento de corte convencional en un sistema de manufactura.

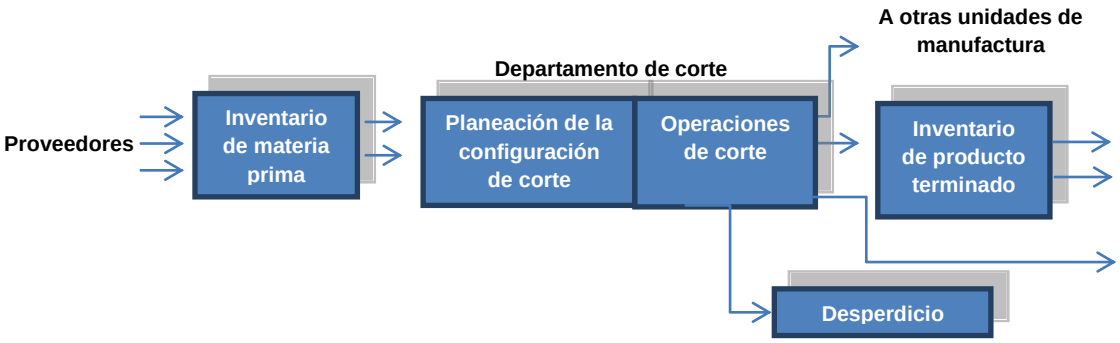


Figura 1. Departamento de corte de material en sistema de manufactura.

Fuente: Abbasi y Sahir, 2010

Por lo tanto, el papel del programador de la producción consiste en desarrollar un programa de producción que detalle el número de rollos o piezas a cortar y su respectiva configuración de corte para satisfacer la demanda, a partir de los pedidos del número de piezas de tamaño final. El objetivo del planificador consiste en determinar la forma más económica para satisfacer la demanda. Cuando se consideran períodos de tiempo, el objetivo no es sólo minimizar el número total de materia prima requerida para fabricar los productos finales, sino que también hay que considerar los gastos incurridos por almacenamiento, y a su vez las limitaciones que existan.

Según Dyckhoff (1990), el C*utting Stock Problem* se encuentra dentro del marco de los problemas asociados al Corte y Empaquetado (*Cutting and Packing Problems*), ya que poseen una estructura lógica común que los caracteriza. En la literatura, este tipo de problemas aparecen identificados bajo diferentes denominaciones, pero en esencia tienen la misma estructura; entre estos se encuentran: *cutting stock y trim loss problems, bin packing, dual bin packing, strip packing, vector packing, y knapsack (packing) problems,vehicle loading, pallet loading, container loading*, y car *loading problems,* entre otros.

Ante esta variedad de aplicaciones que han surgido en la literatura, Dyckhoff en 1990 propone una tipología para clasificar este tipo de problemas a través de la definición de identificadores basados en las características básicas comunes entre ellos. Para esto considera dos grupos de datos básicos cuyos elementos consisten en "figuras" geométricas definidas en una o más dimensiones:

- **Objetos:** Conjunto de piezas grandes que se encuentran disponibles en inventario (entradas)

- **Ítems:** Conjunto de piezas pequeñas que corresponden a los requerimientos de demanda (salidas).

En el proceso de corte se construyen patrones teniendo en cuenta las combinaciones geométricas de los *ítems pequeños* asignados a los *objetos grandes*, considerando que los ítems se generan a partir de los objetos. Además, existen unas piezas residuales no pertenecientes a los ítems, a las cuales se les conoce como "*desperdicio*"; el cual es uno de los principales objetivos a minimizar en este tipo de problemas.

Usualmente en los problemas de corte, los objetos grandes son materiales sólidos cortados en piezas o ítems pequeñas; entre los cuales se encuentran la pulpa y papel, metal, madera, vidrio, plástico, cuero y textiles.

El problema consiste en seleccionar uno o todos los ítems pequeños, agruparlos en uno o más subconjuntos, y éstos asignarlos a uno de los objetos grandes, de forma que se cumplan con las condiciones geométricas, es decir que los ítems de un subconjunto deben ubicarse o caber en el objeto al que se asocian y a su vez los ítems no se deben superponer, optimizando así una función objetivo dada; donde la solución puede utilizar todos o algunos de los objetos todos y o algunos de los ítems (Wäscher y otros, 2007).

Por lo tanto, se pueden definir cinco subproblemas inherentes a la estructura de los *Cutting and Packing Problems*, los cuales deben ser resueltos de manera simultánea para poder obtener el óptimo global. Estos son:

- Problema de selección de los objetos
- Problema de selección de los ítems
- Problema de agrupamiento de los ítems en subconjuntos
- Problema de asignación de los subconjuntos a los objetos
- Problema de distribución de los ítems en cada uno de los objetos de acuerdo a sus restricciones geométricas

5.1. CLASIFICACIÓN

Por otro lado, como se mencionaba anteriormente, Dyckhoff definió una clasificación basada en las siguientes cuatro características básicas comunes tales como

dimensionalidad, tipo de asignación entre ítems y objetos, variedad de objetos grandes y variedad de ítems pequeños; las cuales tiene una codificación asignada:

5.1.1 Dimensionalidad

Es la característica más importante ya que define el número mínimo necesario de dimensiones para describir la geometría de los patrones de corte**,** pues en vez de considerar por separado los objetos grandes y pequeños, es atribuida a los patrones**.** Esta característica puede ser unidimensional, bidimensional, tridimensional o multidimensional (Dyckhoff, 1990), y se codifican de la siguiente manera:

(1) Unidimensional: Hace referencia a los problemas de corte que se pueden expresar solamente en una sola dimensión, por ejemplo el largo. Comúnmente esta situación se presenta cuando se desean obtener tramos o trozos de barras, tubos o perfiles.

(2) Bidimensional: Consisten en decidir de qué manera se va a cortar la materia prima en inventario cuando se tienen dos dimensiones a considerar en los productos (ancho y largo), ya sean hojas/placas rectangulares o rollos/bobinas. Estos problemas pueden ser clasificados según la forma de los objetos a cortar, ya sean regulares o irregulares; y a su vez, según el tipo de corte a utilizar ya sea tipo guillotina o no guillotina.

(3) Tridimensional: Comúnmente se presenta en el *Packing Problem,* cuando se considera el alto de las estibas, el cual se define como la tercera dimensión.

(N) N-dimensional con N>3: Son problemas de más de tres dimensiones, que pueden ser obtenidos cuando se involucra el tiempo, entre otros.

5.1.2 Tipo de asignación entre ítems y objetos

La asignación de los ítems pequeños a los objetos grandes se presenta en dos etapas:

- Organización de los ítems en los patrones adecuados.
- La asignación de estos patrones a los objetos grandes apropiados.

Surgiendo así ciertas restricciones en términos del tipo de asignación, el número de etapas de la asignación, el número, frecuencia o secuencia de los patrones, entre otras.

Por lo tanto, se debe tener claro si una selección o la totalidad de los objetos y los ítems tienen que ser asignados a los patrones. Para lo cual, Dyckhoff (1990) plantea dos categorías:

(B) Se asignan todos los objetos a una selección de ítems (*Beladeproblem*, en alemán)

(V) Se asignan todos los ítems a una selección de objetos (*Verladeproblem*, en aleman).

Wäscher y otros (2007) tomaron como base la clasificación de Dyckhoff (1990) y formularon las siguientes categorías:

Maximización del output: En esta categoría todos los objetos se utilizan y por tanto la selección se realiza sobre los ítems, es decir que el conjunto de objetos grandes no es suficiente para acomodar todos los objetos pequeños, buscando así maximizar el valor de la asignación. Esta categoría es equivalente a la "B" de Dyckhoff.

Minimización del input: Esta categoría equivale a la "V" de Dyckhoff, ya que elige entre un conjunto de objetos sobre los cuales se acomodan todos los ítems. Dado que el conjunto de objetos de gran tamaño es suficiente para acomodar todos los artículos pequeños, es necesario minimizar las pérdidas (Gracia, 2010).

5.1.3 Variedad de los objetos

Dyckhoff (1990) plantea que la variedad viene dada por las formas y el número de figuras permitidas, pues una figura se determina por su forma, tamaño y orientación. Existen dos clases de formas:

Regulares: Pueden ser rectangulares o cualquier otro figura geométrica no rectangular, las cuales pueden ser encontradas en la industria de los muebles, metalúrgica, y del papel. Existen figuras de la misma forma que pueden diferir en su tamaño y orientación. Por ejemplo, las figuras unidimensionales pueden tener su forma y orientación iguales, y sólo diferir en su tamaño. Por lo tanto, dependiendo de su dimensionalidad, el tamaño de una figura puede medirse por su longitud, área o volumen.

Irregulares: Éstas pueden tomar cualquier forma y se pueden encontrar en la industria de las confecciones, calzado de cuero, automóviles y aeroespacial, entre otras (Suliman 2006).

Para la variedad de los objetos, Dyckhoff distingue si los objetos tienen la misma o diferentes formas. Existen tres tipos para distinguir la variedad de los objetos grandes:

(O) Un único gran objeto.Ej.:*Knapsacking o pallet loading.*

(I) Muchos objetos, todos ellos iguales. Ej.: *Binpacking*

(D) Diferentes objetos. Ej.: *Cutting Stock* de objetos grandes que contengan piezas residuales de períodos anteriores.

Por otro lado, a diferencia de Dyckhoff (1990), el cual identifica los objetos grandes como idénticos y de diferentes formas, Wäscher y otros (2007) proponen los siguientes tipos:

- **Un único gran objeto:**
  - ✓ Todas sus dimensiones fijas
  - ✓ Una o más dimensiones variables
- **Muchos objetos (todas dimensiones fijas):**
  - ✓ Idénticos
  - ✓ Variedad débilmente heterogénea
  - ✓ Variedad fuertemente heterogénea

5.1.4 Variedad de los ítems

Del mismo modo, para la variedad de los ítems pequeños Dyckhoff (1990) propone 4 tipos:

- (F) Pocos ítems (de diferentes figuras).Ej.: (Cargue de vehículos con 10 ítems).
- (M) Muchos ítems de muchas diferentes figuras. Ej.: (Embalaje de 100 o más ítems de longitudes distribuidas entre 0 y 1 en contenedores de longitud 1).
- (R) Muchos ítems de relativamente pocas diferentes figuras (no-congruentes). Ej.: (Corte de mil o más artículos de menos de 50 figuras diferentes.
- (C) Figuras congruentes. Ej.: *Pallet loading*

Por otro lado, Wäscher y otros (2007) clasifican los ítems de la siguiente forma:

- Todos idénticos: Es equivalente a la tipo “C” de Dyckhoff.
- Variedad débilmente heterogénea: Es equivalente a la tipo “R” de Dyckhoff.
- Variedad fuertemente heterogénea: Agrupa las categorías “F” y “M” de Dyckhoff.

Según todo lo anterior, al agrupar las cuatro características principales propuestas por Dyckhoff: dimensionalidad, asignación, variedad de objetos y variedad de ítems se obtienen 4x2x3x4= 96 tipos diferentes de problemas de Corte y Empaquetado (*Cutting and Packing Problems*), los cuales se denotan de la siguiente forma:

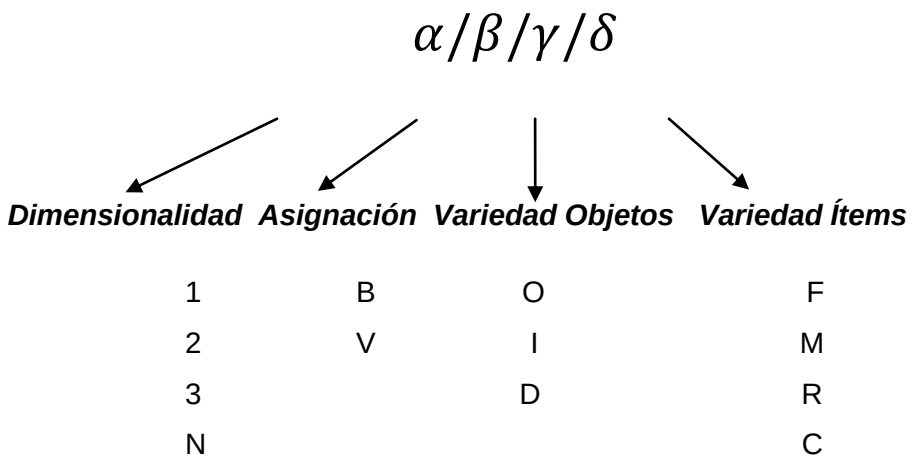


Figura 2. Notación general

Fuente: Dyckhoff (1990)

Donde:

Dimensionalidad:

(1) Una dimensión
(2) Dos dimensiones
(3) Tres dimensiones
(N) N-dimensiones con N>3

Tipo de asignación entre ítems y objetos

(B) Se asignan todos los objetos a una selección de ítems
(V) Se asignan todos los ítems a una selección de objetos

Variedad de objetos grandes

(O) Un único gran objeto
(I) Muchos objetos, todos ellos iguales
(D) Diferentes objetos

Variedad de ítems pequeños

(F) Pocos ítems de diferentes dimensiones

(M) Muchos ítems de muchas dimensiones

(R) Muchos ítems de relativamente pocas dimensiones

(C) Muchos ítems todos iguales

En cuanto al *Cutting Stock Problem,* se tiene que comúnmente todos los ítems se asignan a una selección de objetos, donde existen muchos objetos iguales y muchos ítems de relativamente pocas dimensiones. En la tabla 1 se relaciona la notación para cada tipo:

Tipo	Notación
Cutting Stock Problem clásico	1 / V / I / R
Cutting Stock Problem (2D)	2 / V / I / R
Trim Loss Problem	1/ / /, 2/ / /, o 3/ / /

Tabla 1. Notación de tipos de problemas

Fuente: Dyckhoff, 1990

Otra característica importante a considerar es la *disponibilidad* de los objetos y los ítems, la cual se refiere a los límites superior e inferior en términos de la cantidad de material en inventario, a la secuencia y a la fecha en la que un objeto o un ítem pueden o tienen que ser cortados, es decir cuándo estarán disponibles.

También, se debe tener en cuenta la *forma de medir la cantidad* de los objetos y los ítems, es decir que esta medición puede ser de tipo entera o continua. La medición entera representa la frecuencia o número de objetos o ítems de cierta forma, y la medición continua hace referencia a la longitud total de los objetos o ítems convirtiéndose así en otra dimensión sin ser esencial para la geometría de los patrones, incluso no necesariamente debe ser la longitud, pues por ejemplo en el caso de los rollos puede ser el peso o el diámetro de éstos. En el caso en que se combinen los problemas unidimensionales con la medición continua, a éstos problemas se les conocerá como de "*1.5 dimensiones*" (Dyckhoff, 1990), pues son problemas más complejos que los unidimensionales pero no son verdaderos bidimensionales (Haessler y Sweeney, 1991).

Por otro lado, también es necesario considerar los *patrones de corte*, los cuales consisten en fijar las cuchillas de la máquina de corte para obtener objetos pequeños provenientes de un objeto de gran tamaño con anchos específicos determinados por el cliente. Para lo

cual, surgen dos problemas: el primero es determinar las dimensiones adecuadas para los objetos grandes; y la segunda es seleccionar la forma en que se van a recortar las piezas pequeñas para hacer que el desperdicio de material del objeto grande sea mínimo. Este es un proceso común en las industrias de papel, telas, madera y acero, donde grandes láminas del material deben recortarse en rectángulos o rollos más pequeños de diferentes tamaños para satisfacer las órdenes de los clientes.

Por otro lado, para cambiar de un patrón de corte a otro diferente se requiere cambiar la posición de las cuchillas, suspendiendo el proceso de corte. A este problema se le conoce como Problema de Secuenciación de los Patrones de Corte (*Pattern Sequencing Problem)*, para lo cual se deben planear adecuadamente los patrones que se programan en la máquina. (Jaramillo y otros, 2009)

Los patrones de corte tienen un gran impacto sobre las combinaciones geométricas y la asignación de los ítems a los objetos; debido a que los patrones individuales pueden resultar en restricciones geométricas o combinatorias, y en el caso de la asignación de los ítems a los objetos, las restricciones sobre el número, el orden o la combinación de los patrones deben ser consideradas (Dyckhoff, 1990).

Para lo cual es necesario considerar ciertas restricciones de los patrones de corte con respecto a:

- Distancias mínimas o máximas entre los ítems
- La orientación de las figuras o ítems
- La frecuencia o cantidad de ítems en un patrón
- El nivel máximo de desperdicio
- El número máximo de órdenes.
- El tipo y el número de cortes permitidos, entre otras.

Tal como se muestra en figura 3:

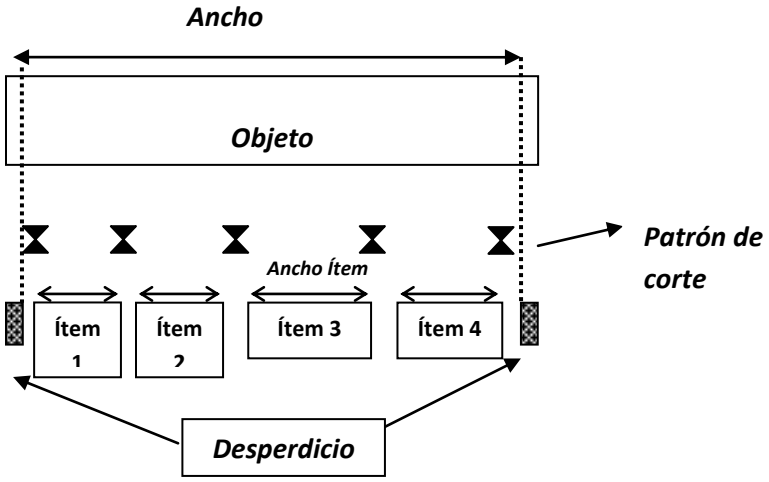


Figura 3. Elementos del problema

Fuente: Elaboración propia

En cuanto al tipo de corte, existen dos tipos: guillotina y no guillotina tal como se muestra en la figura 4. El tipo guillotina es aquel que al aplicarse sobre un rectángulo produce dos nuevos rectángulos, es decir, si el corte va de un extremo al otro del rectángulo original, en otro caso se denomina del tipo no guillotina. Un patrón es de tipo guillotina si se puede obtener por sucesivos cortes de tipo guillotina. La complejidad de patrones guillotina depende del número de direcciones de corte cambiantes (etapas) así como el número de cortes paralelos por etapa. Un patrón es no guillotina si es obtenido por sucesivos cortes de guillotina y no guillotina. Éstos a su vez, se clasifican en orientados o no-orientados, en dónde el término orientado se refiere a que la longitud de los rectángulos debe estar alineada paralelamente a la longitud de los rollos a cortar, es decir que la rotación no está permitida. (Álvarez, 2010)



Figura 4. Tipos de corte

Fuente: Álvarez (2010)

Por otro lado, para resolver este tipo de problemas es de gran importancia la definición del objetivo a minimizar o maximizar, teniendo en cuenta si se refiere a la secuencia, combinación del patrón de corte, número de patrones, o a las cantidades de objetos, ítems y piezas residuales, entre otros. Por ejemplo, algunas funciones objetivos que se pueden plantear son:

- Minimizar el número de montajes o cambios de patrón
- Minimizar el desperdicio o maximizar la utilización de los objetos
- Minimizar el costo de alistamiento y de inventario
- Minimizar el número de cortes.
- Maximizar el total de piezas cortadas, entre otras.

En la tabla 2 se resumen las principales características a tener en cuenta al abordar este tipo de problemas con respecto a las existencias de los objetos de gran tamaño, la lista de ítem, los patrones geométricos y la asignación de los ítems a los patrones y de los patrones a los objetos:

Características de…	Características geométricas	Características combinatorias	Otras características
Objetos	Dimensionalidad Forma de las figuras	Medición de cantidad Surtido o Variedad Disponibilidad	Objetivos Estado de la información Variabilidad
Ítems	En principio, como las de los objetos grandes		
Combinaciones geométricas	Dimensionalidad Restricciones de patrones	Restricciones de patrones(número de cortes, tipo, número y combinación de figuras)	Objetivos Estado de la información Variabilidad
Asignaciones	-	Restricciones del número de etapas, orden o frecuencia de patrones	Objetivos Estado de la información Variabilidad

Tabla 2. Resumen de las características

Fuente: Dyckhoff (1990)

Continuando con el primer objetivo específico definido para el presente proyecto de investigación, se presentan los diferentes enfoques de solución utilizados en la literatura para resolver este tipo de problemas:

5.2. ENFOQUES DE SOLUCIÓN

Los métodos exactos ofrecen soluciones óptimas para el *Cutting Stock Problem* con variables enteras si el tamaño de las instancias es pequeño, lo cual en algunas ocasiones puede encontrarse alejado de lo que es habitual en las decisiones reales de planificación industrial. Esto debido a que cuando existen anchos pequeños a cortar de un objeto con un ancho mucho mayor, se pueden generar un gran número de patrones posibles, y a su vez la restricción de integridad de las variables de decisión puede hacer que el problema sea difícil de resolver computacionalmente. (Gracia, 2010)

Dada esta situación, existen dos tipos de procedimientos heurísticos que han sido ampliamente utilizados para resolver problemas de corte unidimensionales. Uno de los enfoques utiliza como punto de partida la solución de la relajación de un problema de programación lineal entera, donde la solución es modificada de alguna manera para proporcionar una solución entera. El segundo enfoque consiste en generar patrones de corte secuencialmente para satisfacer una parte de los requerimientos restantes. Este procedimiento heurístico secuencial termina cuando todos los requerimientos son satisfechos (Haessler y Sweeney, 1991).

Por otro lado, aparecen los métodos meta heurísticos los cuales tienen la capacidad de no verse atrapados en óptimos locales como podría suceder con la heurística tradicional, pero su proceso de solución es a menudo guiado por heurísticas de nivel inferior.

5.2.1 Programación lineal entera

Casi todos los procedimientos basados en la programación lineal para resolver el *Cutting Stock Problem* se remontan a Gilmore y Gomory (1961, 1963). Para lo cual, proponen la relajación de la restricción de integridad para la solución de problemas de programación lineal logrando minimizar el desperdicio a través de la generación de columnas evitando el conocimiento explícito o enumeración de todos los patrones desde el principio, ya que bajo este esquema las columnas (patrones) son generadas cuando se requieran (Hideki y Pinto, 2007). La idea consiste en utilizar el método simplex revisado para resolver el

problema de la entrada del patrón de corte siguiente a la base mediante la resolución de un problema de la mochila asociado. Este método es denominado en la literatura como *delayed column generation technique,* y permite resolver este tipo de problemas en un tiempo computacional mucho menor (Karelahti, 2002).

Para resolver este problema es necesario iniciar con un problema maestro, el cual consiste en una relajación lineal del problema original y posee una estructura más simple, ya que se genera sólo un número pequeño de columnas para así poder obtener una solución factible para el problema relajado. Posteriormente, se genera un sub-problema el cual permite identificar columnas o variables adicionales que no han sido incluidas en el programa maestro y que mejoran el valor de la función objetivo. En los problemas unidimensionales este es el equivalente a resolver el problema de la "mochila" unidimensional (Hideki y Pinto, 2007).

Haessler (1980) presenta una modificación a esta técnica en la cual restringe el número de veces que cualquier tamaño puede aparecer en un patrón de corte, y consiste en una programación lineal de dos fases: en la primera fase, una solución óptima es obtenida para un conjunto limitado de patrones, y en la segunda fase, la solución óptima es encontrada para todos los patrones.

5.2.2 Procedimientos heurísticos secuenciales

Los procedimientos heurísticos secuenciales pertenecen a la clase de heurísticas de búsqueda local. La solución se construye mediante la generación de patrones uno a uno hasta que todos los requerimientos de demanda se hayan satisfecho, donde los patrones inicialmente seleccionados deben tener un nivel de desperdicio bajo, un nivel de utilización alto y dejar una serie de requerimientos para poder combinar bien los patrones futuros, evitando así incurrir posteriormente en desperdicios excesivos. (Karelahti, 2002).

Este procedimiento es capaz de tomar decisiones eficaces en diferentes situaciones, (Haessler y Sweeney, 1991):

1. Cálculo de los descriptores de requerimientos de demanda. Los descriptores más comunes pueden ser el número unidades de materia prima necesario (rollos) para satisfacer los requerimientos de demanda y el número promedio de rollos pequeños que se obtuvo de cada uno de los rollos grandes.

2. Establezca las metas para el siguiente patrón que entró en la solución. Los objetivos pueden ser establecidos en términos del desperdicio, utilización del patrón y el número de rollos ordenados en el patrón.
3. Búsqueda exhaustiva para que un patrón cumpla con estas metas.
4. Si un patrón es encontrado, añadir este patrón a la solución al nivel máximo posible. Este nivel es determinado de forma que el número programado de los rollos no exceda la cantidad ordenada. Reducir los requerimientos ordenados y repita el paso 1.
5. Si no se encuentra ningún patrón, reducir para el nivel de utilización del siguiente patrón y volver al paso 3.

La ventaja principal de este método es que puede controlar otros factores aparte del desperdicio y elimina el problema del redondeo al trabajar sólo con valores enteros.

5.2.3 Procedimientos heurísticos híbridos

Este procedimiento consiste en combinar los dos procedimientos descritos anteriormente, de tal forma que se utilice el procedimiento heurístico secuencial para generar una solución, la cual es guardada y utilizada como base inicial en el procedimiento de programación lineal. Posteriormente, el desperdicio es reducido si es posible a través iteraciones adicionales.

Otra forma de combinar estos dos métodos es resolviendo primero el problema como un problema de programación lineal con el fin de obtener los precios duales óptimos. Estos precios duales son utilizados después para probar si el patrón de corte es aceptado en el procedimiento heurístico secuencial, para así evitar desperdicios excesivos en los patrones de corte.

Por lo tanto, independientemente de la forma como se combinen estos dos métodos, lo más importante del éxito de la unión entre el procedimiento heurístico secuencial y el redondeo de problemas de programación lineal es la selección del criterio apropiado para resolver el problema (Haessler y Sweeney, 1991).

5.2.4 Metaheurísticas

Ante el problema que presenta la búsqueda local y las heurísticas constructivas de quedar atrapadas en óptimos locales, surgen las metaheurísticas a mediados de 1970 pues tienen la capacidad de guiar la búsqueda local para que se escape de los óptimos locales. Muchos de estos algoritmos se han utilizado para resolver el *Cutting Stock Problem,* entre los cuales se destaca Tabu Search (TS), Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP), Evolutionary Approaches (EA) y Ant Colony optimization (ACO), entre otros (Karelahti, 2002).

Según Dyckhoff (1990) desarrolló una tipología de enfoques de solución teniendo en cuenta el tipo de problema, para lo cual los dividió en dos categorías: Orientados a los objetos o ítems, y los orientados a los patrones tal como se muestra en la tabla 3:

Orientados los objetos o ítems		***Orientados a los patrones***	
Métodos exactos	***Algoritmos de aproximación***	***Un patrón***	***Varios patrones***
Branch and Bound, Programación dinámica	Bin Packing Algorithms	Knapsack algorithms, varios métodos en más dimensiones	LP-based y heurísticas en general

Tabla 3. Enfoques de solución

Fuente: Dyckhoff (1990)

Según la literatura revisada, en la tabla 4 se detallan los enfoques de solución utilizados por los autores y las funciones objetivos propuestas. En el caso del presente proyecto de investigación el enfoque de solución a utilizar es una técnica de solución exacta más específicamente un modelo de programación lineal entera mixta, debido a la complejidad que presenta incluir todos los factores anteriormente presentados para resolver este tipo de problemas, y además de que el proceso de corte hace parte de la planeación detallada, es decir que la planeación es de corto plazo. La función objetivo planteada es minimizar los costos asociados al desperdicio y al nivel de inventario.

Autores	Año	Función objetivo	Técnicas de solución
Nicos Christofides, Eleni Hadjiconstantinou	1995	Maximizar el total de piezas cortadas, o minimizar el desperdicio	Algoritmo de búsqueda de árbol
J.M. Valério de Carvalho , A.J. Guimaraes Rodrigues	1995	Minimizar el desperdicio y la reducción del número de montajes	Técnica de generación de columnas
S. Benati	1997	Minimizar el desperdicio total	Algoritmo basado en la estrategia de enumeración parcial de todos los patrones de corte factibles
Saad M.A. Suliman	2001	Minimizar desperdicio	Búsqueda de árbol
Oliver Holthaus	2002	Minimizar el costo	Técnica de generación de columnas
Eugene J. Zak	2002	Minimizar el material a consumir de inventario para cumplir con la demanda	Generación de filas y columnas
Mhand Hi	2004	Maximizar la utilización de espacio	Algoritmo basado en búsqueda gráfica
S.M.A. Suliman	2006	Minimizar desperdicio	Heurístico secuencial
Chien-Tung Yang , Tso-Chung Sung, Wei-Chu	2006	Minimizar el desperdicio total y el desperdicio total incentivado	Búsqueda tabú
Roberto Baldacci , Marco A. Boschetti	2007	Maximizar el total de piezas cortadas	Programación entera mixta
A. Cemil Dikili, Ebru Sarıo, Nazan Akman Pek	2007	Minimizar número de patrones de corte, minimizar el desperdicio, maximizar la utilización del material	Método de eliminación sucesiva
Jung-Fa Tsai , Ping-Lun Hsieh , Yao-Huei Huang	2009	Minimizar la cantidad de sustrato de vidrio requerido para satisfacer las órdenes	Algoritmo de optimización
Ramiro Varela ,Camino R. Vela ,Jorge Puente,María Sierra ,Inés González-Rodríguez	2009	Minimizar el número de cortes, el costo de alistamiento, el desperdicio, los tiempos de realización de pedidos ponderados por sus prioridades	Solución heurística basada en el algoritmo GRASP llamada Sequential Heuristic Randomized Procedure (SHRP).
Kelly Cristina Poldi, Marcos Nereu Arenales	2009	Minimizar el desperdicio total	Método simplex con generación de columnas, y branch-bound
Adriana Cristina Cherri , Marcos Nereu Arenales, Horacio Hideki Yanasse	2009	Minimizar desperdicio	Heurísticas constructivas y residuales
Rita Macedo,CláudioAlves, J.M.ValériodeCarvalho	2010	Minimizar la cantidad total de hojas en inventario	Problema de flujo mínimo (Arco) de dos dimensiones
Sirirat Wongprakornkul and Peerayuth Charnsethikul	2010	Minimizar el número de cortes en inventario, y el costo asociado al inventario y backorders	Técnica de generación de columna y branch and bound
Murat Ersen Berberler, Urfat Nuriyev, Ahmet Yıldırım	2011	Minimizar el desperdicio	Algoritmo de programación dinámica
Nergiz Kasimbeyli, Tugba Sarac, Refail Kasimbeyli	2011	Minimizar el desperdicio y el número de flejes en inventario	Programación lineal entera con dos objetivos sin patrones de corte
Azadeh Mobasher,Ali Ekici	2012	Minimizar el costo total de producción, incluyendo los costos de alistamiento	Dos algoritmos de búsqueda local y técnica de generación de columnas
Weimin Zheng, Peiyu Ren, Peng Ge, Yanqing Qiu, Zhusheng Liu	2012	Minimizar el desperdicio y los tiempos de cambio	Algoritmo heurístico híbrido
Yaodong Cui, Baixiong Huang	2012	Minimizar la suma de las placas y los costos de corte	Técnica de generación de columnas

Tabla 4. Estado del Arte

Fuente: Elaboración propia

6. CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA

En el marco del *Cutting Stock Problem* y la clasificación propuesta por Dyckhoff (1990), a continuación se caracteriza el sistema objeto de estudio según como se plantea en el segundo objetivo específico de este proyecto:

6.1. ELEMENTOS

Se pueden identificar los siguientes elementos, tal como se muestra en la figura 5:

- **Objetos:** Rollos de lámina en acero, los cuales tienen asociados unos anchos, pesos, tipos de lámina y calibres; y a partir de ellos se generan unos flejes o ítems de diferentes anchos y pesos, que a su vez heredan el tipo de lámina y calibre del rollo del que provienen.
- **Ítems:** Flejes de lámina provenientes de los objetos de diferentes anchos y pesos, que a su vez heredan el tipo de lámina y calibre del rollo del que provienen.
- **Patrón de corte o herramentada:** Configuración de las cuchillas y herramental para el corte el ancho del ítem deseado.

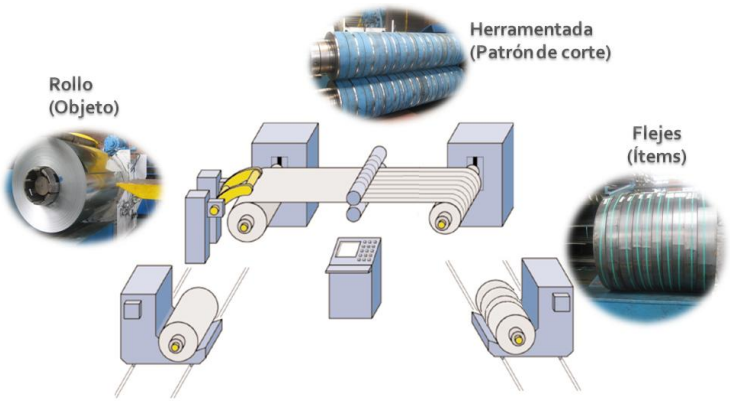


Figura 5. Máquina Slitter

Fuente: Empresa bajo estudio

Por consiguiente, de los objetos se generan unos ítems mediante un patrón de corte, pues el proceso de corte consiste en la selección de los *objetos* o rollos existentes en inventario para su corte posterior, asociando la demanda de los *ítems* o flejes a un rollo(s) específico(s), buscando que el rollo seleccionado sea el que más se ajuste al

requerimiento de demanda de los ítems en términos del peso solicitado. Posteriormente, se configura el *patrón de corte* o herramentada para encontrar el número de óptimo de ítems a cortar de cada objeto, teniendo en cuenta tanto el ancho de los objetos como el de los diferentes ítems y la cantidad de ítems en inventario, buscando así minimizar el desperdicio y el nivel de inventario de los flejes cortados.

En cuanto al corte de los rollos existen las siguientes consideraciones a tener en cuenta:

- Generalmente, los rollos no se cortan parcialmente sino que se cortan en su totalidad.
- Los rollos se encuentran disponibles a partir de un período de liberación o de llegada.

Con relación al cumplimiento de los requerimientos se debe considerar que:

- Cada fleje se debe consumir o despachar en su totalidad; es decir que no se puede consumir o despachar una parte parcial del fleje sino que se debe buscar el peso del fleje que más se acerque al requerimiento, y así lograr que la desviación entre el requerimiento y el despacho sea mínima.
- El nivel de cumplimiento de estos requerimientos debe ser mayor a un porcentaje de cumplimiento, por lo tanto la decisión de si se consume un fleje o no, está determinada por este nivel.

6.2. CLASIFICACIÓN

6.2.1 Dimensionalidad

Según Dyckhoff (1990) este problema se podría catalogar como un problema de *1.5 dimensiones*, ya que combina la medición entera con la medición continua, pues considera el número o frecuencia de ítems (flejes) a cortar de un objeto (rollo) y a su vez el número de rollos necesarios a cortar, teniendo en cuenta tanto el peso de los rollos como de los flejes provenientes de éstos. Es decir, que la demanda en términos del peso es continua y el número de flejes a cortar de un rollo para cumplir esa demanda es entero. Por lo tanto, esta investigación no se abordará de la forma en la que tradicionalmente numerosas investigaciones han considerado problemas conocidos como de *dos dimensiones,* teniendo en cuenta tanto el largo como el ancho sino que se considerará el *ancho* y el *peso*.

6.2.2 Tipo de asignación entre ítems y objetos

En el caso del problema a abordar en este proyecto de investigación, *todos los ítems se asignan a una selección de objetos (V),* debido a que los requerimientos de demanda vienen dados en términos del peso necesario a cortar de un fleje, el cual se le asigna a un rollo que posee los atributos necesarios para cumplir con estos requerimientos. Los rollos tienen asociados unos anchos, pesos, tipos de lámina y calibres; y a partir de ellos se generan unos flejes o ítems de diferentes anchos y pesos, que a su vez heredan el tipo de lámina y calibre del rollo del que provienen.

6.2.3 Variedad de los objetos

En la empresa del sector metalmecánico a estudiar, para la variedad de objetos grandes (rollos) hay que tener en cuenta que todos son *Diferentes objetos (D)*, ya que varían en su ancho y peso. Además cada objeto grande tiene asociado ciertas características tales como tipo de lámina y calibres.

6.2.4 Variedad de los ítems

Y por último, la variedad de los ítems se puede considerar como de muchos ítems de muchas dimensiones (M), ya que las dimensiones de estos varían dependiendo de la referencia, tipo de lámina y calibre. Así como los rollos, los ítems también tienen un ancho asociado, pero los anchos son muchos y variados dependiendo de la referencia final a fabricar, y los pesos de los flejes dependen del ancho y el peso del rollo del que provengan.

En conclusión, la notación para describir este problema en específico sería: *1.5/ V/ D/M*.

7. PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Para abordar el problema del corte en la empresa de sector metalmecánico, se ha realizado una propuesta metodológica que consta de 5 fases, tal como se muestra en la figura 6:

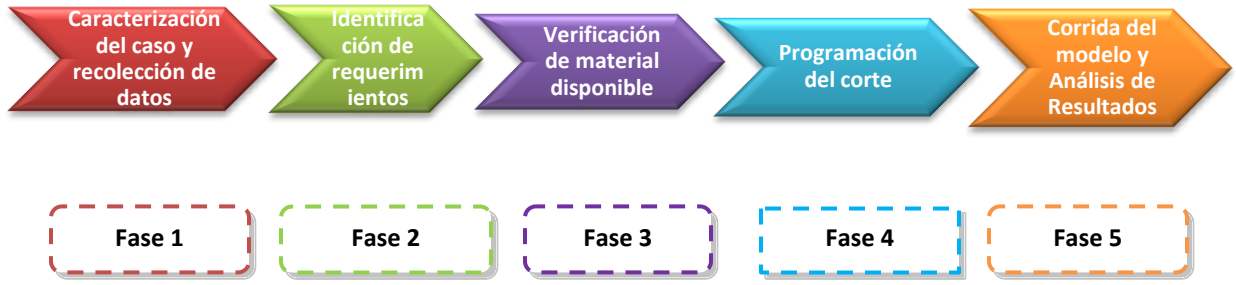


Figura 6. Propuesta metodológica para solución del problema bajo estudio

Fuente: Elaboración propia

7.1 CARACTERIZACIÓN DEL CASO DE ESTUDIO Y RECOLECCION DE DATOS

En esta fase se debe caracterizar y analizar la estructura y comportamiento del *Cutting Stock Problem* en la empresa bajo estudio. Para esto, es necesaria la revisión de la literatura y la recolección de los datos necesarios que permitan identificar las características y criterios inherentes al proceso; a partir de diferentes fuentes primarias y secundarias.

Como se ha mencionado anteriormente, se deben recolectar los datos concernientes a los requerimientos de demanda, la disponibilidad del material, las restricciones existentes en términos de los patrones de corte, los costos asociados al proceso del corte, al inventario generado por este proceso y a otros costos incurridos, y las demás consideraciones relevantes para la resolución del problema.

7.2 IDENTIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS

Al contar con toda la información concerniente al problema que se está enfrentando, es necesario identificar el comportamiento de los requerimientos de demanda; para lo cual se debe realizar una clasificación de éstos según el tipo de material y las especificaciones o medidas solicitadas, que permita evaluar la disponibilidad del material en términos de los requerimientos, y a su vez ajustar éstos a las restricciones que puedan existir y/o afectar su cumplimiento en el sistema bajo estudio.

7.3 VERIFICACIÓN DE MATERIAL DISPONIBLE

Esta fase se enfoca hacia la verificación y validación del material disponible en inventario ya sea de materia prima, producto en proceso y/o producto terminado, lo cual permite tanto la selección de la materia prima que más se ajuste a los requerimientos como la comparación entre el material disponible y el material solicitado; para así actualizar y generar los nuevos requerimientos al considerar el material con el que se cuenta en inventario.

Esta información es de vital importancia, por cual se requiere q sea confiable, veraz y suministrada en tiempo real.

7.4 PROGRAMACIÓN DEL CORTE

Una vez se han identificado los requerimientos y se han cruzado con el inventario, es necesario definir el patrón o configuración de corte asociado a cada material, de forma que se encuentre el mínimo número de unidades de materia prima que se necesitan para obtener un conjunto de artículos de diferentes tamaños y a su vez satisfagan los requerimientos de demanda; pues un programa de corte se compone de un conjunto de decisiones relacionadas entre sí, como lo son:

- Selección de la materia prima a cortar.
- Asignación de la materia prima a cada demanda específica.
- Construcción del patrón de corte para cada materia prima a cortar.

Para lo cual se propone el modelo de programación lineal entera mixta descrito a continuación:

7.4.1 Formulación del modelo

En la figura 7 se describe la configuración general del modelo desarrollado en el presente trabajo de grado:

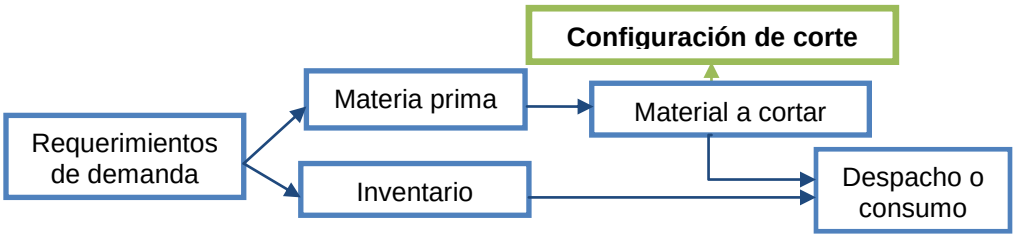


Figura 7. Configuración general del problema a modelar

Fuente: Elaboración propia

Como se observa existen unos requerimientos de demanda, los cuales pueden ser atendidos mediante el corte de materia prima, o con el inventario disponible de material que ya se encuentra cortado. En el caso de ser necesario cortar material, se deben construir configuraciones de corte que minimicen el desperdicio y que permitan cumplir con los requerimientos de demanda para su posterior despacho o consumo. Las configuraciones de corte se deben construir de forma que se complete el ancho de la materia prima o rollos teniendo en cuenta a su vez un rango de desperdicio establecido para garantizar la calidad del corte

A continuación se formula el modelo propuesto:

7.4.1.1 Notación y definición

- **Conjuntos:**

RO= Conjunto de rollos

RI= Conjunto de rollos iniciales

AN= Conjunto de anchos de banda de fleje

LAM=Conjunto de tipo de lámina

CAL=Conjunto de calibres

RLC [l,c]=Conjunto inducido que representa los rollos que pertenecen a un tipo de lámina y calibre específicos.

ILC [l,c]=Conjunto inducido que representa los rollos iniciales que pertenecen a un tipo de lámina y calibre específicos.

PER= Conjunto de períodos en los que se cortan los rollos.

PERQ= Conjunto de períodos en los que se cumplen los requerimientos.

- **Índices:**

a = Ancho	$a \in AN$
i = Rollo inicial	$i \in ILC[l,c]$
r = Rollo	$r \in RILC[l,c]$
l =Lámina	$l \in LAM$
c =Calibre	$c \in CAL$
t = Período de corte	$t \in PER$
s =Período de cumplimiento del requerimiento	$s \in PERQ$

- **Parámetros:**

PR_r = Peso del rollo *r* [Kg.]

A_r= Ancho del rollo *r* [mm.]

F_a=Magnitud de los flejes de ancho *a* [mm.]

FI_a=Magnitud de los flejes iniciales de ancho *a* [mm.]

P_{ar}= Peso de un fleje de ancho *a* proveniente del rollo *r* [Kg.]

R_{alcs}= Kg. requeridos de flejes de ancho *a* de tipo de lámina *l* de calibre *c* en el período *s* [Kg.]

DM_{lc}= Desperdicio mínimo del tipo de lámina *l* de calibre *c* [mm.]

DMX=Desperdicio máximo [mm.]

FR_{lc}=Cantidad máxima de flejes a cortar dependiendo del tipo de lámina *l* y calibre *c* [unid.]

DESVI=Desviación mínima entre el requerimiento y el despacho [%]

DESVS=Desviación máxima entre el requerimiento y el despacho [%]

TF= Período final del horizonte de tiempo [unid.]

PL_r=Período de liberación del rollo r [unid.]

INI_{ai}=Número de flejes iniciales de ancho *a* provenientes del rollo inicial *i* [unid.]

PI_{ai}= Peso de un fleje de ancho *a* proveniente del rollo inicial *i* [Kg.]

CD_r= Costo de desperdicio del rollo *r* [$/mm.]

CI_{ai}=Costo de mantener en inventario de flejes de ancho *a* provenientes del rollo inicial *i* [$/Kg.]

CIR_{ar}= Costo de mantener en inventario de flejes de ancho *a* provenientes del rollo *r* [$/Kg.]

ED= Espacio de almacenamiento disponible en la bodega [mm lineales]

- **<u>Variables:</u>**

X_{arts}= Número de flejes del ancho *a* a cortar del rollo *r* en el período *t* para cumplir con el requerimiento en el período s; s>=t [unid]

XI_{ais}=Número de flejes de ancho *a* provenientes del rollo inicial *i* a utilizar del inventario inicial para cumplir con el requerimiento en el período s [unid]

XIF_{ais}= Número de flejes de ancho *a* provenientes del rollo inicial *i* que quedan del inventario inicial a utilizar para cumplir con el requerimiento en el período *s* [unid]

K_{alct}= Kg. Cortados de flejes de ancho *a* de tipo de lámina *l* de calibre *c* en el período *t* [kg.] (*Variable de consolidación*)

Y_{rt}= { 1, si se corta el rollo *r* en el período *t*; 0, de lo contrario. [binaria]

D_{alcs}=Despacho de flejes de ancho *a* de tipo de lámina *l* de calibre *c* en el período *s.* [Kg.]

IFP_{alcs} = Inventario final de los flejes de ancho *a* de tipo de lámina *l* de calibre *c* en el período *s* [Kg.]

7.4.1.2 Formulación Verbal

Función Objetivo: Minimizar los costos asociados al desperdicio generado durante el proceso de corte de rollos y a mantener material cortado en inventario.

Restricciones:

Este modelo presenta las siguientes restricciones:

- **a)** Despachos
- **b)** Cumplimiento de requerimientos
- **c)** Inventario final
- **d)** Balance inventario inicial
- **e)** Corte de rollos
- **f)** Nivel de desperdicio
- **g)** Límite de flejes por rollo
- **h)** Cantidad a cortar por rollo
- **i)** Cantidad de material cortado
- **j)** Espacio de almacenamiento disponible
- **k)** Obvias

7.4.1.3 Formulación Matemática

Función Objetivo:

Minimizar Costo= Costo de desperdicio + Costo de mantener en inventario flejes iniciales + Costo de mantener en inventario flejes cortados

Costo de desperdicio

$$\sum_{t\in PER}\sum_{r\in RO}(A_r * Y_{rt} - \sum_{a\in AN}(F_a * (\sum_{s\in PERQ|s\geq t\leq TF+1} X_{arts}))) * CD_r$$

Costo de mantener en inventario flejes iniciales

$$+\sum_{a\in AN}\sum_{i\in RI}\sum_{s\in PERQ}(XIF_{ais} * PI_{ai} * CI_{ai})$$

Costo de mantener en inventario flejes cortados

$$+\sum_{a\in AN}\sum_{r\in RO}\sum_{t\in PER}\sum_{s\in PERQ|s\geq t\leq TF+1}((s-t) * X_{arts} * P_{ar} * CIR_{ar})$$

Restricciones:

a) **Despachos**

$$\sum_{t\in PER|t\leq s}\sum_{r\in RLC[l,c]}(X_{arts} * P_{ar}) + \sum_{i\in ILC[l,c]}(XI_{ais} * PI_{ai}) = D_{alcs}$$

[Kg.]

$$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, s \in PERQ | s < TF + 1$$

b) **Cumplimiento de requerimientos**

- **Inferior**

$$D_{alcs} \geq R_{alcs} * (1 - DESVI)$$

[Kg.]

$$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, s \in PERQ$$

- **Superior**

$$D_{alcs} \leq R_{alcs} * (1 + DESVS) \quad \text{[Kg.]}$$

$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, s \in PERQ$

c) Balance inventario inicial

- **s=1**

$$INI_{ai} - XI_{ais} = XIF_{ais} \quad \text{[unid]}$$

$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, i \in ILC[l,c], s \in PERQ | s = 1$

- **s>1**

$$XIF_{ais-1} - XI_{ais} = XIF_{ais} \quad \text{[unid]}$$

$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, i \in ILC[l,c], s \in PERQ | s > 1$

d) Inventario final

$$\sum_{t \in PER | t \leq s} \sum_{r \in RLC[l,c]} (X_{arts} * P_{ar}) = IFP_{alc} \quad \text{[Kg.]}$$

$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, s \in 1..(TF+1) | s = TF + 1$

e) Corte de rollos

- **t<PL_r**

$$\sum_{t \in PER | t < PL_r} Y_{rt} = 0$$

$\forall r \in RO$

- **t>PL_r**

$$\sum_{t \in PER | t \geq PL_r} Y_{rt} \leq 1$$

$\forall r \in RO$

f) Nivel de desperdicio

- **Mínimo**

$$(A_r * Y_{rt}) - \sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} F_a * X_{arts} \geq DM_{lc} * Y_{rt} \quad \text{[mm]}$$

$\forall l \in LAM, c \in CAL, r \in RLC[l,c], t \in PER$

- **Máximo**

$$(A_r * Y_{rt}) - \sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} F_a * X_{arts} \leq DMX * Y_{rt} \quad \text{[mm]}$$

$\forall r \in RO, t \in PER$

g) Límite de flejes por rollo

$$\sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} X_{arts} \leq FR_{lc} * Y_{rt} \quad \text{[unid]}$$

$\forall l \in LAM, c \in CAL, r \in RLC[l,c], t \in PER$

h) Cantidad a cortar por rollo

- **Peso**

$$\sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} P_{ar} * X_{arts} \leq PR_r \quad \text{[Kg.]}$$

$\forall r \in RO, t \in PER$

- **Ancho**

$$\sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} F_a * X_{arts} \leq A_r * Y_{rt} \quad \text{[mm.]}$$

$\forall r \in RO, t \in PER$

i) Cantidad de material cortado

$$K_{alct} = \sum_{r \in RLC[l,c]} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} X_{arts} * P_{ar}$$

[Kg.]

$\forall a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, t \in PER$

j) Espacio de almacenamiento disponible

$$\sum_{a \in AN} \sum_{r \in RO} \sum_{t2 \in PER \mid t2 \leq t} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t+1 \leq TF+1} (X_{art2s} * F_a) + \sum_{a \in AN} \sum_{i \in RI} \sum_{s \in PERQ} (XIF_{ais} * FI_a) \leq ED \quad \text{[mm]}$$

$\forall\, t \in PER$

k) Obvias

$$X_{arts}, XI_{ais}, XIF_{ais} \in Enteras;$$
$$Y_{rt} \in Binarias;$$
$$K_{alct}, D_{alcs}, IFP_{alcs} \in Continuas$$

7.4.1.4 Descripción del modelo

- **<u>Función Objetivo</u>**

$$\sum_{t \in PER} \sum_{r \in RO} (A_r * Y_{rt} - \sum_{a \in AN} (F_a * (\sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} X_{arts}))) * CD_r$$
$$+ \sum_{a \in AN} \sum_{i \in RI} \sum_{s \in PERQ} (XIF_{ais} * PI_{ai} * CI_{ai})$$
$$+ \sum_{a \in AN} \sum_{r \in RO} \sum_{t \in PER} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} ((s-t) * X_{arts} * P_{ar} * CIR_{ar})$$

[$]

El propósito de la función objetivo es minimizar los costos en los que se incurren durante el proceso del corte de objetos (rollos) para generar ítems (flejes), los cuales son básicamente los costos asociados al desperdicio generado, el nivel de inventario inicial a mantener y el nivel de inventario según su tiempo de permanencia.

A continuación se explicará cada uno de los componentes de la función objetivo:

Componente 1: Costos de desperdicio

$$\sum_{t\in PER}\sum_{r\in RO}(A_r * Y_{rt} - \sum_{a\in AN}(F_a * (\sum_{s\in PERQ|s\geq t\leq TF+1} X_{arts}))) * CD_r \quad [\$]$$

En este primer componente se calcula el desperdicio generado por cada rollo cortado a lo largo del horizonte de tiempo, es decir que se considera tanto el ancho de los rollos (A_r) como el ancho de cada fleje a cortar(F_a), donde la variable binaria (Y_{rt}) se activa al cortar el rollo *r*, lo cual a su vez activa el ancho correspondiente al rollo, para así determinar el desperdicio generado por rollo *r* (mm) restándole la cantidad de flejes cortados de cada ancho (X_{arts}) multiplicados por su respectivo ancho (F_a), y a su vez esta diferencia es multiplicada por el costo de desperdiciar un milímetro de cada rollo *r* ($/ mm de ancho del rollo *r* cortado), obteniendo así como resultado el costo de desperdicio total generado por el corte de los rollos.

Componente 2: Costo de mantener en inventario flejes iniciales

$$+\sum_{a\in AN}\sum_{i\in RI}\sum_{s\in PERQ}(XIF_{ais} * PI_{ai} * CI_{ai}) \quad [\$]$$

Este componente proporciona el costo de mantener en inventario los flejes iniciales, es decir que consolida el número de flejes de ancho *a* provenientes del rollo inicial *i* que quedan del inventario inicial a utilizar para cumplir con el requerimiento en el período *s* (XIF_{ais}) teniendo en cuenta sus respectivos pesos (PI_{ai}) y el costo asociado a mantener cada fleje inicial de ancho a proveniente del rollo inicial *i* (CI_{ai}).

Componente 3: Costo de mantener en inventario flejes cortados

$$+\sum_{a\in AN}\sum_{r\in RO}\sum_{t\in PER}\sum_{s\in PERQ|s\geq t\leq TF+1}((s-t) * X_{arts} * P_{ar} * CIR_{ar}) \quad [\$]$$

Este componente corresponde al costo generado por mantener en inventario los flejes cortados, con el fin de que cuando se corte un rollo y se tenga que generar material para inventario por efectos de la configuración de corte y nivel de desperdicio, su costo de

mantenerlo en el almacén sea lo más bajo posible considerando su tiempo de permanencia (*s-t*). Para esto se multiplica el número de flejes de ancho a *a* cortar de un rollo *r* en el período *t* para cumplir con el requerimiento en *s* (X_{arts}) por su respectivo peso P_{ar} y costo de mantener $CIR_{ar.}$

Restricciones

a) Despachos

$$\sum_{t \in PER | t \leq s} \sum_{r \in RLC[l,c]} (X_{arts} * P_{ar}) + \sum_{i \in ILC[l,c]} (XI_{ais} * PI_{ai}) = D_{alcs}$$

[Kg.]

$$\forall \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{AN}, \boldsymbol{l} \in \boldsymbol{LAM}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{CAL}, \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{PERQ} | \ \boldsymbol{s} < \boldsymbol{TF} + \boldsymbol{1}$$

Esta restricción define que los despachos de los flejes según su ancho *a*, tipo de lámina *l* y calibre *c* para cada período de cumplimiento *s* de los requerimientos deben ser iguales a la cantidad de flejes con los que se cuenta al inicio del horizonte de tiempo (XI_{ais}) multiplicado por su respectivo peso (PI_{ai}), para así consolidar el peso total con el que se cuenta como inventario inicial de cada ancho de fleje, y a esto se le suma la cantidad de flejes cortados durante los diferentes períodos *t* para cumplir los requerimientos en *s* (X_{arts}) multiplicado por sus pesos respectivos (P_{ar}). En pocas palabras, los despachos deben ser iguales al inventario inicial más el material cortado. La unidad de medida de esta restricción son los Kg.

b) Cumplimiento de requerimientos

- **Inferior**

$$D_{alcs} \geq R_{alcs} * (1 - DESVI)$$

[Kg.]

$$\forall \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{AN}, \boldsymbol{l} \in \boldsymbol{LAM}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{CAL}, \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{PERQ}$$

- **Superior**

$$D_{alcs} \leq R_{alcs} * (1 + DESVS)$$

[Kg.]

$$\forall \boldsymbol{a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, s \in PERQ}$$

Estas dos restricciones relacionan los despachos D_{alcs} con los requerimientos de demanda R_{alcs}, pues permiten que exista una desviación entre ellos, tanto por encima (DESVS) como por debajo (DESVI) del requerimiento, la cual por lo general es definida según las políticas y metas de la empresa.

c) Balance inventario inicial

- **s=1**

$$INI_{ai} - XI_{ais} = XIF_{ais}$$

[unid]

$$\forall \boldsymbol{a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, i \in ILC[l,c], s \in PERQ | s = 1}$$

- **s>1**

$$XIF_{ais-1} - XI_{ais} = XIF_{ais}$$

[unid]

$$\forall \boldsymbol{a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, i \in ILC[l,c], s \in PERQ | s > 1}$$

Estas dos restricciones pretenden definir el comportamiento entero del inventario inicial, es decir en términos de las unidades de flejes que se utilizan para cumplir la demanda de cada ancho en determinado período *s*. Donde para el primer período del horizonte de tiempo (s=1), el material del inventario inicial que queda al final del período *s* (XIF_{ais}) es calculado restándole al inventario inicial (INI_{ai}) los flejes que se utilizan de éste (XI_{ais}), y cuando s>1, el material del inventario inicial que queda al final del período (XIF_{ais}) equivale a la resta entre el inventario final del inicial del período anterior (XIF_{ais-1}) y los flejes que se utilizan del inventario inicial (XI_{ais}).

Estas dos restricciones son de gran importancia ya que garantizan que los flejes no se despachen o consuman parcialmente para ajustarse a los requerimientos sino que sea de forma entera o completa.

d) Inventario final

$$\sum_{t \in PER | t \leq s} \sum_{r \in RLC[l,c]} (X_{arts} * P_{ar}) = IFP_{alc} \quad \text{[Kg.]}$$

$\forall \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{AN}, \boldsymbol{l} \in \boldsymbol{LAM}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{CAL}, \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{1}..(\boldsymbol{TF}+\boldsymbol{1}) | \ \boldsymbol{s} = \boldsymbol{TF}+\boldsymbol{1}$

Esta restricción busca que el material que no se despache en ningún período del horizonte de tiempo corresponda al inventario final $IFP_{alc,}$ para lo cual se creó un último período ficticio *TF+1* que no existe en el horizonte de tiempo, para así asignarle el material que sea cortado para inventario, es decir que supere los requerimientos totales.

e) Corte de rollos

- **t<PLr**

$$\sum_{t \in PER | t < PL_r} Y_{rt} = 0$$

$\forall \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{RO}$

- **t>PLr**

$$\sum_{t \in PER | t \geq PL_r} Y_{rt} \leq 1$$

$\forall \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{RO}$

Estas restricciones consideran dos situaciones:

- Si el período *t* el cual se está evaluando es menor que el período de liberación del rollo PL_r, es decir que si el rollo aún no se encuentra disponible, éste no se podrá cortar.
- Sólo se podrá cortar si el período *t* es mayor al período de liberación del rollo PL_r, es decir cuando el rollo ya esté disponible.

Además, garantizan que un rollo sólo se corte una vez a lo largo del horizonte de tiempo.

f) Nivel de desperdicio

- **Mínimo**

$$(A_r * Y_{rt}) - \sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} F_a * X_{arts} \geq DM_{lc} * Y_{rt}$$

[mm]

$\forall \boldsymbol{l \in LAM, c \in CAL, r \in RLC[l,c], t \in PER}$

- **Máximo**

$$(A_r * Y_{rt}) - \sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} F_a * X_{arts} \leq DMX * Y_{rt}$$

[mm]

$\forall r \in RO, t \in PER$

Estas restricciones garantizan que el desperdicio generado por el corte en términos del ancho del rollo A_r se encuentre dentro de un rango específico, en el cual se define un límite inferior y superior. El desperdicio mínimo DM_{lc} está definido por el tipo de lámina y calibre y el desperdicio máximo *DMX* por las políticas de optimización de los recursos de la empresa. La unidad de medida de esta restricción son los mm.

g) Límite de flejes por rollo

$$\sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} X_{arts} \leq FR_{lc} * Y_{rt}$$

[unid]

$\forall \boldsymbol{l \in LAM, c \in CAL, r \in RLC[l,c], t \in PER}$

Mediante esta restricción se pretende que un fleje se genere sólo si el rollo se corta, pues los flejes provienen de los rollos y a su vez define un límite máximo de cortes por rollo, ya que dependiendo del tipo de lámina (propiedades mecánicas) y su calibre, el número de flejes puede afectar el desempeño de la máquina, debido al esfuerzo que debe hacer ésta durante el corte. Por lo cual, es necesario para cada tipo de lámina y calibre definir un límite máximo de cortes por rollo FR_{lc}.

h) Cantidad a cortar por rollo

- **Peso**

$$\sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} P_{ar} * X_{arts} \leq PR_r$$

[kg.]

$\forall \boldsymbol{r \in RO, t \in PER}$

- **Ancho**

$$\sum_{a \in AN} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} F_a * X_{arts} \leq A_r * Y_{rt}$$

[mm.]

$\forall r \in RO, t \in PER$

Se plantean dos restricciones para limitar la cantidad a cortar por rollo. La primera considera el límite de cantidad a cortar en términos del peso de cada uno de los rollos PR_r, es decir que no se puede cortar más de lo que pesa el rollo; y la segunda define el límite de cantidad a cortar en términos del ancho del rollo A_r.

i) Cantidad de material cortado

$$K_{alct} = \sum_{r \in RLC[l,c]} \sum_{s \in PERQ \mid s \geq t \leq TF+1} X_{arts} * P_{ar}$$

[kg.]

$\forall \boldsymbol{a \in AN, l \in LAM, c \in CAL, t \in PER}$

Esta restricción se definió para consolidar en una sola variable K_{alct} la cantidad de material cortado X_{arts} en términos de peso P_{ar}, para así poderlos comparar con los requerimientos de demanda y validar su cumplimiento.

j) Espacio de almacenamiento disponible

$$\sum_{a\in AN}\sum_{r\in RO}\sum_{t2\in PER|t2\le t}\sum_{s\in PERQ|s\ge t+1\le TF+1}(X_{art2s}*F_a)+\sum_{a\in AN}\sum_{i\in RI}\sum_{s\in PERQ}(XIF_{ais}*FI_a)\le ED \quad \text{[mm]}$$

$\forall\ \boldsymbol{t}\in \boldsymbol{PER}$

A través de esta restricción se pretende establecer un límite máximo para la generación de material en inventario en cada período de tiempo teniendo en cuenta el espacio de almacenamiento disponible *ED*, es decir el espacio que ocupa el material cortado $X_{art2s}*F_a$ y el material que queda del inventario inicial al final del período $XIF_{ais}*FI_a$. La unidad de medida son los milímetros lineales.

7.5 CORRIDA DEL MODELO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para resolver el *Cutting Stock Problem* es recomendable apoyarse en una herramienta computacional, la cual permitirá generar una configuración de corte óptima resultante del modelo de programación lineal entera mixta propuesto en este proyecto.

Para el análisis de los resultados, se debe verificar que el modelo cumpla con todas las restricciones inherentes al sistema objeto de estudio, en términos de los patrones de corte, niveles de desperdicio y de inventario, cumplimiento de requerimientos, entre otros. Por lo tanto, es de gran importancia que los resultados tengan un procesamiento adecuado con relación a la organización y análisis de los datos que surjan a partir de la aplicación del modelo.

A su vez, para conocer el comportamiento del modelo de programación lineal entera mixta propuesto en este proyecto es necesario analizar la sensibilidad de éste ante cambios en su estructura y/o parámetros mediante la construcción de escenarios.

8. CASO DE ESTUDIO

8.1 OBJETIVO DEL CASO

Se pretende abordar el problema de programación del corte (*Cutting Stock Problem*) a través de un caso de estudio que permita aplicar la propuesta metodológica mencionada y el modelo de programación lineal entera mixta propuesto, para así determinar la configuración de corte óptima que minimice los niveles de desperdicio y de inventario.

En este proyecto se plantea como caso de estudio el problema real del corte de rollos de lámina en una planta de producción de tubería en acero ubicada en Yumbo, Valle del Cauca. A continuación se describe el proceso del corte de rollos de lámina en la planta de producción mencionada, así como las restricciones a tener en cuenta a lo largo de la investigación. Además, se identifican los problemas relacionados con la programación del corte y sus indicadores más significativos, los cuales permitirán la validación del método de solución planteado.

8.2 RESEÑA DE LA EMPRESA

La empresa tomada como caso de estudio es una organización colombiana fundada el 31 de Mayo de 1958, que atiende el sector de transporte, textil, servicios públicos y metalmecánica.

Desde 1975 fabrica y comercializa tubería metálica con costura y perfilería, donde el proceso de fabricación está distribuido en dos plantas. En la planta 1 se produce tubería de formas redondas, cuadradas, rectangulares, ovaladas y elípticas, en diferentes tipos o calidades de lámina como lo son Cold Rolled (CR), Hot Rolled (HR), Estructural (EH) y Galvanizada (GV) que van desde 7/8” hasta 3” en calibres de 0.70 mm hasta 3 mm. Por otro lado, en la planta 2 se produce todo lo relacionado con perfilería como lo son los ángulos, viguetas, parales, canales, entre otros en lámina Galvanizada (GV) y la tubería de dimensiones pequeñas (Redondos desde 3/8” hasta 7/8” y Cuadrados de ½”) en lámina Cold Rolled (CR) en calibres desde 0.40 mm hasta 1.5 mm.

La planta 1 cuenta con una máquina cortadora de rollos de lámina (*Slitter*) la cual abastece material de producto en proceso (flejes) para el proceso de producción de

tubería tanto a la planta 1 como a la planta 2; es decir que de la planta 1 que está ubicada en Yumbo, Valle del Cauca se realizan despachos de flejes hacia la planta 2, la cual se encuentra ubicada en Caloto, Cauca.

Lo anterior, quiere decir que la máquina Slitter debe satisfacer los requerimientos de demanda tanto de la planta 1 y planta 2, las cuales tienen niveles de producción mensuales de 1200 ton y 500 ton en promedio respectivamente.

Tanto la tubería como la perfilería es fabricada partir de rollos de lámina de acero cortada en flejes (rollos más pequeños), que posteriormente son sometidos al proceso de formado, introduciendo la lámina por una serie de rodillos, donde sus bordes son fusionados en un proceso especial de soldadura por inducción de alta frecuencia, formando así la tubería.

Por lo tanto, cada tipo de tubería a fabricar tiene un ancho de fleje de lámina correspondiente que permite la fabricación del producto final, es decir que dependiendo del diámetro del tubo así mismo debe ser el ancho del fleje que se debe cortar, para lo cual se tienen especificados los anchos correspondientes para cada referencia de tubería según el tipo de lámina y calibre.

8.3 CARACTERIZACIÓN DEL CASO DE ESTUDIO Y RECOLECCION DE DATOS

En la figura 8 se describe el flujo del proceso de corte en la empresa bajo estudio y las áreas involucradas:

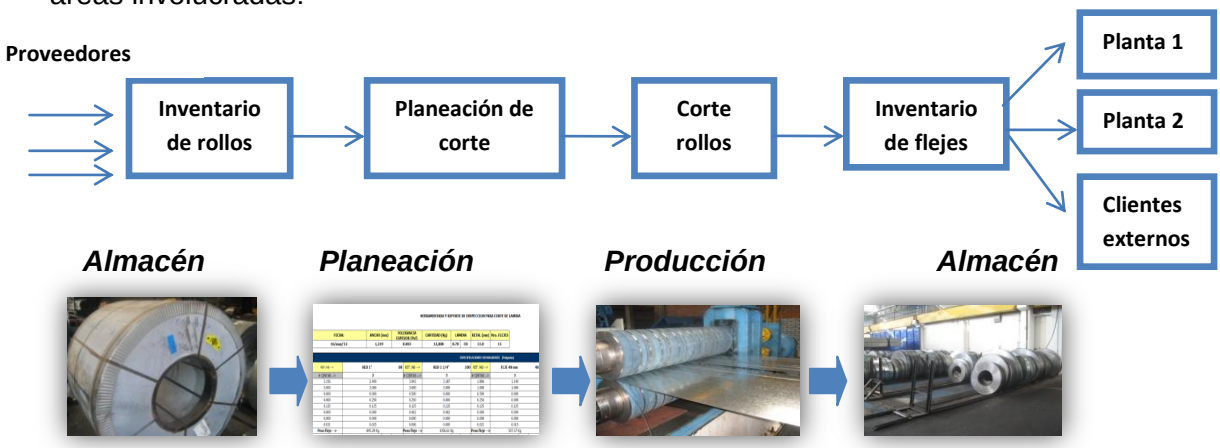


Figura 8. Flujo del proceso

Fuente: Empresa bajo estudio

A continuación se detallan otras de las características planteadas por Dyckhoff en 1990 enmarcadas dentro del caso de estudio, como lo son la disponibilidad y los patrones de corte:

- **Disponibilidad**

En relación al comportamiento de los precios locales del acero, estos han sido demasiado vulnerables ante cambios en la oferta y la demanda del mismo. En épocas donde la demanda por los productos de acero ha caído y con ellas los precios, los productores recortan la producción con el fin de intentar equilibrar la oferta y la demanda de acero y detener así la caída de los precios. Pasa lo contrario cuando la oferta se incrementa, aumentan los precios y aumenta la producción para poder suplir toda la demanda y equilibrar nuevamente el mercado**.** Pero la producción local no alcanza a suplir en su totalidad la demanda del sector de construcción y de la industria, por lo cual se hace necesario acudir a otros países.

Ante estas dificultades de la volatilidad del precio del acero, la empresa bajo estudio realiza procesos de negociación para adquirir el acero tanto en el mercado nacional como internacional, pues importa gran parte de la materia prima de países como México, Brasil, Venezuela y China; lo cual representa tiempos de entrega largos. Por esta razón, se hace necesario abastecerse del material suficiente para cubrirse durante el período de entrega y así garantizar la *disponibilidad* de la materia prima (rollos de lámina en acero).

- **Patrones de corte**

Para la construcción de los patrones de corte es necesario considerar las limitaciones que presenta la máquina cortadora en cuanto a la calidad del corte y la capacidad de la máquina:

- El número máximo de flejes que se pueden cortar por rollo son 24. Este número varía dependiendo del tipo de lámina y calibre, pues entre mayor sea el calibre menor es el número de cortes que se deben hacer para no afectar así el desempeño de la máquina.
- El retal o desperdicio debe encontrarse entre los 8 mm y los 15 mm por rollo dependiendo del tipo de lámina y el calibre. El límite inferior es necesario para garantizar una buena calidad y acabado de los flejes de los extremos, y el límite

superior es definido por políticas de la empresa en cuanto a la utilización de lámina.

Por lo tanto, la pregunta que se busca responder en este problema es: *Cómo configurar o programar el corte de rollos de forma que se cumplan con los requerimientos de demanda y a su vez se minimice el desperdicio y nivel de inventario en una empresa del sector metalmecánico?*

Esta pregunta se puede desglosar de la siguiente manera:

- ¿Cuántos y cuáles rollos cortar para cumplir con los requerimientos de demanda de cada fleje?
- ¿Cuántos flejes de cada ancho cortar por rollo?

Por lo tanto, para un mayor entendimiento acerca del problema de la programación del corte de lámina en la empresa bajo estudio a continuación se presenta el siguiente ejemplo:

Para la primera semana del mes, en la tabla 5 se presentan los siguientes requerimientos de lámina para las referencias de tubería a producir de la calidad de lámina galvanizada (GV) en calibre 1.5 con sus respectivos anchos de los flejes necesarios para la producción de la tubería:

Calidad Lámina-Calibre	Referencia	Requerimiento (Kg.)	Ancho de fleje (mm)
GV 1.5	GALVANIZADO 30*40	2781	133
GV 1.5	GALVANIZADO 19*76	8360	188
GV 1.5	GALVANIZADO 1/2	3869	63
GV 1.5	GALVANIZADO 1 1/2	2500	148
GV 1.5	GALVANIZADO 30*50	1500	156

Tabla 5. Requerimientos de lámina

Fuente: Empresa bajo estudio

En la tabla 6 se relaciona el material disponible en rollos para cortar en la primera semana del mes, y se puede observar que tanto el ancho como el peso de los rollos varían:

No. rollo	Calidad lámina	Calibre	Peso Neto (Kg.)	Ancho (mm)
1	GV	1.50	7,018.00	1,220.00
2	GV	1.50	7,118.00	1,220.00
3	GV	1.50	7,070.00	1,219.00
4	GV	1.50	7,922.00	1,000.00
5	GV	1.50	7,272.00	1,000.00

Tabla 6. Rollos de lámina disponibles

Fuente: Empresa bajo estudio

Y en cuanto al nivel de inventario de flejes, se asume que para la primera semana no hay disponibilidad de flejes con los anchos requeridos.

Por lo tanto, al contar con la información presentada anteriormente se puede dar respuesta a las preguntas a resolver:

- ¿Cuántos y cuáles rollos cortar para cumplir con los requerimientos de demanda de cada fleje?

Una configuración factible sería: De los 5 rollos disponibles, cortar 3 rollos (1, 2, 3) según los patrones de corte que se presentan en la tabla 7:

Ancho	Rollo 1	Rollo 2	Rollo 3
133	2	2	1
188	4	4	0
63	3	3	5
148	0	0	3
156	0	0	2
Total flejes/rollo	**9**	**9**	**11**
Desperdicio	**13 mm**	**13 mm**	**15 mm**

Tabla 7. Patrones de corte

Fuente: Empresa bajo estudio

Como se observa, el nivel de desperdicio de cada uno de los rollos y el número de flejes se encuentra dentro del rango especificado en las restricciones de los patrones de corte.

- ¿Cuántos flejes de cada ancho cortar por rollo?

Para responder a esta pregunta, éstas son las configuraciones de corte de cada rollo, en las cuales se evidencia que varios rollos pueden tener la misma configuración, como lo es el caso de los rollos 1 y 2:

Configuración de corte del rollo 1 y 2:

2 flejes de ancho 133 mm.

4 flejes de ancho 188 mm.

3 flejes de ancho 63 mm.

Configuración de corte Rollo 3:

1 fleje de ancho 133 mm.

5 flejes de ancho 63 mm.

3 flejes de ancho 148 mm.

2 flejes de ancho 156 mm.

Y con estas configuraciones de corte, se obtiene que todos los requerimientos se cumplen:

Referencia	Ancho (mm)	Requerimiento (Kg.)	Kg. cortados
GALVANIZADO 30*40	133	2781	3853
GALVANIZADO 19*76	188	8360	8713
GALVANIZADO 1/2	63	3869	4015
GALVANIZADO 1 1/2	148	2500	2575
GALVANIZADO 30*50	156	1500	1809

Tabla 8. Cumplimiento de requerimientos

Fuente: Empresa bajo estudio

Como se observa, con esta configuración se cumplen los requerimientos de cada referencia, para lo cual se debe tener en cuenta que un fleje se debe consumir completamente, pues como se mencionó anteriormente no se despachan ni se producen flejes parciales. Para esto, es necesario tener en cuenta el peso de los flejes provenientes de cada rollo esto con el fin de despachar o producir la cantidad de flejes que se acerquen más al requerimiento, como se puede apreciar en la tabla 9:

Ancho	Rollo 1	Rollo 2	Rollo 3	Requerimiento (Kg.)	Kg. cortados	Diferencia (Req-Cort)
133	765	776	771	2781	3853	**-1072**
188	1081	1097	1090	8360	8713	**-353**
63	362	368	365	3869	4015	**-146**
148	851	863	858	2500	2575	**-75**
156	897	910	905	1500	1809	**-309**

Tabla 9. Ajuste de requerimientos

Fuente: Empresa bajo estudio

Tal como se observa, el requerimiento de los flejes de ancho 133 mm fue superado en 1072 Kg., para lo cual se debe despachar o producir la cantidad más cercana al requerimiento y como el peso de un solo fleje proveniente de cada uno de los rollos se encuentra por debajo de los 1072 kg, es necesario dejar en inventario uno de éstos flejes, en este caso el fleje que se debería almacenar es el proveniente del rollo 2 (776 Kg.), obteniendo así que el requerimiento se cumpla con 3077 Kg. logrando una diferencia de tan sólo 296 Kg. (3077-2781 Kg.), permitiendo así el mayor acercamiento al requerimiento. Para el resto de requerimientos de los anchos de flejes 188, 63, 148, y 156 mm se despachan completamente los Kg. cortados ya que el peso de cada uno de los flejes se encuentra por debajo de la diferencia y no se puede despachar ni producir flejes parciales.

8.4 IDENTIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS

Se identificaron los requerimientos de demanda para 7 anchos de fleje, 4 tipos de lámina y 3 tipos de calibre en un horizonte de tiempo de una semana (5 días laborales), pues el

proceso de corte hace parte de la planeación detallada, es decir que la planeación es de corto plazo.

Estos requerimientos vienen dados en unidades de peso (Kilogramos) para cada ancho de fleje solicitado y su correspondiente tipo de lámina y calibre en un período de tiempo dado, los cuales se encuentran relacionados posteriormente en los parámetros del modelo.

8.5 VERIFICACIÓN DE MATERIAL DISPONIBLE

En cuanto a la verificación de material disponible, se consideró tanto la materia prima (Rollos) disponible para su corte posterior como el inventario de material ya cortado (Flejes) según su ancho, tipo de lámina y calibre.

Para el caso de los rollos, cada uno de éstos tiene asociado un período de liberación o llegada, es decir el período en el cual ya se puede disponer de ellos para su corte. Para el caso de estudio se consideraron 47 rollos de lámina. Este material disponible viene dado en unidades de peso Kilogramos, y a su vez tiene asociado un ancho en milímetros.

En cuanto a los flejes, se definieron 16 rollos iniciales *I* de los cuales provienen unos flejes iniciales de cada ancho, tipo de lámina y calibre, y se encuentran disponibles al inicio del horizonte de tiempo, es decir el inventario inicial disponible para cumplir los requerimientos. Este material viene dado tanto en unidades de fleje como en unidades de peso, para así garantizar que el consumo sea entero.

Al comparar el material total disponible con los requerimientos de demanda se observa que hay existencia suficiente tanto en rollos como en flejes para dar cumplimiento a éstos requerimientos tal como se muestra en la tabla 10; por lo tanto, se debe encontrar una configuración de corte óptima que permita aprovechar de la mejor forma posible el material del que se dispone, es decir optimizar los recursos con los que se cuenta, desperdiciando lo menos posible.

Tipo de lámina	Calibre	Peso rollos	Peso flejes	Total Peso Disponible	Requerimiento total	Disponible-Requerimiento
CR	**C1**	72.580	5.041	*77.621*	*54.084*	*23.537*
CR	**C2**	49.150	2.893	*52.043*	*37.661*	*14.382*
CR	**C3**	28.310	4.163	*32.473*	*29.811*	*2.662*
GV	**C1**	36.010	2.636	*38.646*	*35.309*	*3.337*
GV	**C2**	51.010	5.280	*56.290*	*32.067*	*24.223*
GV	**C3**	29.710	3.687	*33.397*	*30.672*	*2.725*
HR	**C1**	35.822	4.211	*40.033*	*37.294*	*2.739*
HR	**C2**	27.170	4.266	*31.436*	*29.192*	*2.244*
HR	**C3**	32.520	3.523	*36.043*	*33.703*	*2.340*
EH	**C1**	25.950	4.316	*30.266*	*28.761*	*1.505*
EH	**C2**	26.614	2.520	*29.134*	*22.506*	*6.628*
EH	**C3**	25.068	2.380	*27.448*	*24.437*	*3.011*
Total		**439.914**	**44.916**	**484.830**	**395.497**	

Tabla 10 . Verificación de material disponible

Fuente: Empresa bajo estudio

8.6 PROGRAMACIÓN DEL CORTE

Parámetros

Para la programación del corte mediante el modelo de programación lineal entera mixta, se deben tener en cuenta los siguientes parámetros:

- Se consideran 5 períodos de tiempo para realizar la programación del corte.
- El número de rollos *r* disponibles para corte es de 47, donde cada rollo está asignado a un tipo de lámina y calibre, y el número de rollos iniciales *i* es de 16 rollos.
- Los anchos de los rollos A_r son de 1219 mm y 1000 mm, y los anchos de los flejes requeridos F_r y FI_r son 7 de las siguientes medidas: 152 mm, 73 mm, 79 mm, 58 mm, 228 mm, 38 mm y 67 mm.
- Los requerimientos de demanda R_{alcs} vienen dados en Kg. para 7 anchos de flejes, 4 tipos de lámina y 3 calibres. A continuación se relación los requerimientos de la lámina CR y los otros tipos de lámina se pueden consultar en el anexo 1:

✓ ***Lámina Cold Rolled (CR):***

Lámina	CR																			
Calibre	C1																			
Ancho	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Fleje	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
Requerimientos	9540	1510	0	0	0	0	0	8573	2430	520	0	0	0	0	5020	0	2710	1099	2000	0	0

CR													
C1													
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
7510	0	0	0	0	2490	992	4900	0	590	4200	0	0	0

CR																				
C2																				
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
0	0	0	0	10890	0	957	0	813	798	0	3630	440	1689	0	478	501	0	4440	239	2159

CR													
C2													
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	2030	7020	0	290	0	807	480

CR																				
C3																				
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	9970	950	0	0	0	0	0	6570	2170	731	0	0	0	0

CR														
C3														
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	7020	1820	580	0	0	0	0

Tabla 11. Requerimientos de demanda según tipo de lámina y calibre

Fuente: Empresa bajo estudio

- Cada rollo tiene un ancho y un peso asociado, y cada fleje tiene su peso respectivo dependiendo de su ancho, y del peso y ancho del rollo del que provengan. El peso se encuentra en Kilogramos y el ancho en Milímetros, tal como se muestra en el anexo 2.
- En el anexo 3 se relaciona el número de flejes iniciales de ancho *a* provenientes del rollo inicial *i y* el peso de un fleje de ancho *a* proveniente del rollo inicial *i.*

- Cada rollo debe tener un desperdicio mínimo DM_{lc} según el tipo de lámina y calibre:

Desperdicio mínimo											
CR			GV			HR			EH		
C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3
8	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9

Tabla 12. Desperdicio mínimo

Fuente: Empresa bajo estudio

- El desperdicio máximo *DMX* independientemente del tipo de lámina y calibre es de 15 mm.
- Para el cumplimiento de los requerimientos, se ha definido que los despachos se pueden encontrar por debajo del requerimiento en un 5% (DESVI) y por encima en un 15% (DESVS).
- Para el corte de los rollos se considera un número máximo de flejes por rollo FR_{lc} dependiendo del tipo de lámina y calibre:

		Número flejes máximo por rollo
CR	C1	24
CR	C2	24
CR	C3	19
GV	C1	19
GV	C2	19
GV	C3	17
HR	C1	19
HR	C2	19
HR	C3	17
EH	C1	15
EH	C2	15
EH	C3	15

Tabla 13. Número máximo de flejes por rollo

Fuente: Empresa bajo estudio

- El espacio de almacenamiento disponible *ED* es de 100.000 mm lineales. Otros parámetros son los costos considerados en el modelo como lo son el costo de desperdicio, costo de mantener flejes iniciales en inventario y el costo de mantener los flejes cortados. Estos costos están relacionados con el valor del objeto, y dependen del

proveedor, del precio al que se haya negociado con éste, y a las fluctuaciones del precio del acero. Estos datos fueron suministrados por la empresa bajo estudio:

Costo desperdicio: El costo de desperdicio CD_r corresponde al costo por cada milímetro de lámina desperdiciado por rollo cortado. En el anexo 4 se relacionan los costos de desperdicio asociado a cada rollo.

Costo de mantener flejes iniciales en inventario: El costo de mantener flejes iniciales en inventario $CI_{ai,}$ viene dado por cada fleje de ancho *a* proveniente de un rollo inicial *i,* es decir los flejes. Este costo es multiplicado en la función objetivo por el peso de cada uno de los flejes, es decir que este costo está dado en $/Kg., tal como se muestra en el anexo 5. Este costo fue calculado teniendo en cuenta el valor del objeto del que provienen los flejes y el peso de cada uno de los flejes.

Costo de mantener los flejes cortados en inventario: El costo de mantener flejes cortados en inventario $CIR_{ai,}$ viene dado por cada fleje de ancho *a* proveniente de un rollo r a cortar. Este costo es multiplicado en la función objetivo por el peso de cada uno de los flejes, es decir que este costo está dado en $/Kg tal como se muestra en el anexo 6. Este costo fue calculado teniendo en cuenta el valor del objeto del que provienen los flejes y el peso de cada uno de los flejes. También es necesario tener en cuenta el costo de oportunidad asociado a cortar un rollo, pues al cortarlo es más costoso mantener flejes con un ancho específico en inventario, ya que al estar cortado le que quita la posibilidad de ser utilizado para otra referencia, es decir que al maximizar el número de rollos sin cortar, se maximiza la probabilidad de que estos rollos se puedan utilizar después y por ende se minimiza el inventario de flejes cortados.

8.7 CORRIDA DEL MODELO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

8.7.1 Implementación del modelo

Con la información obtenida del caso estudio, se implementó el modelo de programación lineal propuesto en el lenguaje de programación AMPL, y se utilizó como herramienta computacional el solucionador de modelos de programación lineal entera mixta *Gurobi del NEOS Server for Optimization.* Para esto se desarrolló un archivo con el código del modelo en AMPL, otro archivo con los datos, y por último un archivo de comandos. (Ver Anexo 7).

El modelo resultó tener 4434 variables, de las cuales 764 son binarias, 3024 enteras y 646 lineales y, 2042 restricciones. Esto al considerar 47 rollos, 16 rollos iniciales, 7 anchos de fleje, 4 tipos de lámina y 3 calibres para 5 períodos de tiempo.

8.7.2 Análisis de la implementación del modelo

Inicialmente para la validación de la estructura del modelo y de los resultados arrojados se construyó una instancia más pequeña que la instancia final mencionada anteriormente. Esta instancia resultó tener 1250 variables, de las cuales 202 son binarias, 931 enteras y 117 lineales y, 459 restricciones. Esto al considerar 13 rollos, 4 rollos iniciales, 8 anchos de fleje, 2 tipos de lámina y 1 calibre para 4 períodos de tiempo.

A través de esta implementación se validó el cumplimiento de las restricciones planteadas, y el buen funcionamiento del modelo, mediante las soluciones óptimas obtenidas. Para esto se realizó una validación de la estructura del modelo y de la información de salida obtenida a través de una Lista de Chequeo en la cual se analizaron los aspectos que se consideraron fundamentales para el funcionamiento del modelo:

Lista de Chequeo Validación del modelo		
Aspecto	**SI**	**NO**
Corte		
¿El rollo es cortado según su período de liberación o de disponibilidad?	**X**	
¿Un rollo es cortado sólo una vez?	**X**	
¿El peso cortado por rollo es menor al peso total del rollo?	**X**	
¿El desperdicio del corte se encuentra entre los rangos especificados?	**X**	
¿El período en el que es cortado el rollo es menor al período de cumplimiento del requerimiento?	**X**	
¿Está cumpliendo el número de flejes máximo por rollo?	**X**	

Requerimientos	
¿Está cumpliendo con los requerimientos de demanda?	**X**
¿El consumo o despacho de los flejes es entero?	**X**
Inventario	
¿Está teniendo en cuenta el inventario inicial para la actualización de requerimientos?	**X**
¿Es coherente la relación inventario inicial y final, material cortado y despachado?	**X**
¿El inventario en cada período ocupa menos espacio del disponible?	**X**

Tabla 14. Lista de Chequeo para el proceso de validación de la estructura del modelo

Fuente: Elaboración propia

Al finalizar este exhaustivo proceso se obtuvo la coherencia entre las ecuaciones planteadas y los resultados obtenidos, pues no se encontró ningún tipo de inconsistencia y el total de variables y ecuaciones funcionaron tal como se esperaba.

En cuanto a la complejidad computacional, se observó que al realizar las corridas de las dos instancias, el tiempo de solución para la primera instancia fue de 20 segundos y para la segunda instancia fue de aproximadamente 30 minutos. Este cambio en tiempo de solución ocurre debido al aumento en el tamaño de la instancia por el alto número de variables binarias y enteras que involucra.

8.7.3 Análisis de resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y los aspectos más relevantes para su análisis.

Para la aplicación del modelo de programación lineal propuesto a la instancia final se consideraron 47 rollos, 16 rollos iniciales, 7 anchos de fleje, 4 tipos de lámina y 3 calibres para 5 períodos de tiempo tal como se mencionó anteriormente. Para este problema, se encontró una programación óptima en la cual resultó que se cortaron 42 rollos de los 47

disponibles con sus respectivas configuraciones de corte para cumplir los requerimientos de demanda (Ver Anexo 8), y además se observa que los rollos que se cortaron, sólo fueron cortados una vez a lo largo del horizonte de tiempo.

Tal como se muestra en el anexo 9, los rollos fueron cortados teniendo en cuenta su período de disponibilidad o liberación, y los costos incurridos al cortarlos como son los de desperdicio CD_r y de mantener inventario CIR_{ar}. Por ejemplo, de los rollos de lámina CR y calibre C1 disponibles no se cortaron dos (R3 y R4), pues eran lo más costosos en términos del desperdicio y del inventario, tal como se muestra a continuación:

Costo desperdicio CR C1						
R1	**R2**	**R3**	**R4**	**R5**	**R6**	**R7**
$ 11.500	$ 11.560	**$ 11.590**	**$ 11.610**	$ 11.455	$ 11.455	$ 11.311

Tabla 15. Costo de desperdicio

Fuente: Elaboración propia

En cuanto al costo de mantener en inventario los flejes provenientes de los rollos R3 y R4, éstos eran los más costosos ($1355/Kg y $1350/ Kg respectivamente), pues son los más pesados, y como el costo de mantener viene dado por cada Kg cortado, se ve reflejado como un costo mayor en la función objetivo con relación a los flejes provenientes de los otros rollos del mismo tipo de lámina y calibre:

	Rollo	Peso rollo
CR C1	**R1**	10370
	R2	10400
	R3	**10430**
	R4	**10480**
	R5	10350
	R6	10350
	R7	10200

Tabla 16. Costo de mantener en inventario

Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto, el modelo busca cumplir con cuatro condiciones para el corte de los rollos:

- Que el rollo se encuentre disponible en el período para su corte.

- Que cumpla con el peso necesario para cumplir con los requerimientos de demanda.
- Que sea el menos costoso en términos del desperdicio y del inventario.
- Que no se haya cortado en un período anterior.

En cuanto a la función objetivo, se observa que la estructura de costos se encuentra distribuida de la siguiente forma:

Costo de desperdicio	Costo de mantener en inventario flejes iniciales	Costo de mantener en inventario flejes cortados	Costo total
$ 4.333.181	$ 84.391.345	$ 45.164.302	**$ 133.888.828**

Tabla 17. Costo de mantener en inventario

Fuente: Elaboración propia

8.7.4 Análisis de sensibilidad

Para conocer el comportamiento del modelo de programación lineal propuesto, se realizaron análisis en términos de la sensibilidad de éste, variando los parámetros que más afectan los resultados del modelo.

En el caso de la desviación entre el material requerido y el despachado, se encontró que en el problema que se aplicó como caso de estudio, todo lo despachado en cada período de tiempo para cada tipo de lámina y calibre estuvo dentro del rango establecido de 5%-15%. En la figura 9 se observa que el material despachado de lámina CR y calibre C1 se encuentra muy cercano al requerimiento real, ya que existen muy pocas desviaciones que se encuentran muy por encima del requerimiento siempre manteniéndose dentro del rango establecido. Las desviaciones obtenidas para los demás calibres y tipos de lámina se pueden observar en el anexo 10:

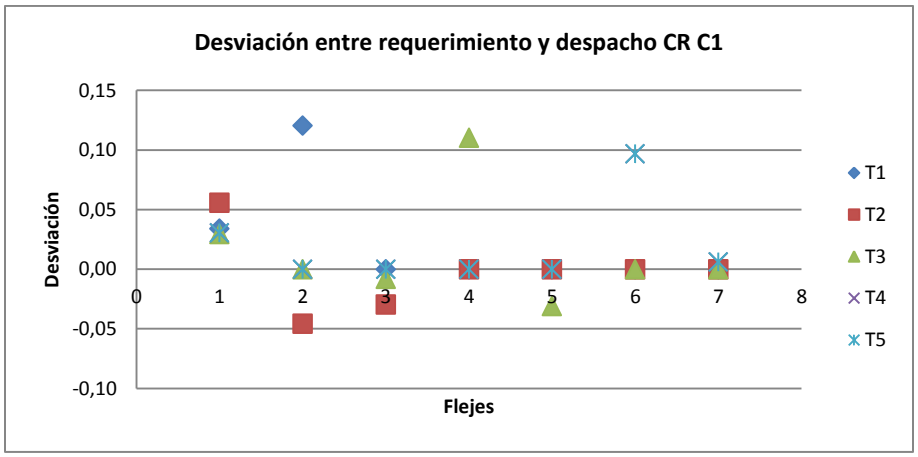


Figura 9. Desviación entre requerimientos y despacho

Fuente: Elaboración propia

Pero cuando se realizaron variaciones con valores que se encuentran por debajo de los de la instancia inicial generan infactibilidad, por lo tanto la desviación de los requerimientos (DESVI y DESVS) es uno de los elementos que más afecta la factibilidad del modelo. Inicialmente se modificó el límite inferior de la siguiente forma para conocer su comportamiento:

Desviación requerimientos	
	DESVI
Inicial	5%
V1	10%
V2	15%
V3	20%
V4	25%
V5	30%
V6	35%

Tabla 18. Variación desviación límite inferior

Fuente: Elaboración propia

Con estas variaciones al límite inferior se observó una disminución del costo de desperdicio y de mantener en inventario flejes cortados, pues con una menor desviación se incrementa la probabilidad de que de un rollo se puedan cortar más flejes, es decir

mayores opciones para combinar las configuraciones de corte, generando así un menor desperdicio tal como se muestran en las figuras 10 y 11. Por otro lado, se disminuye el nivel de inventario pues al reducir el límite inferior de las desviaciones la demanda "disminuye", por lo tanto es necesario cortar menos.

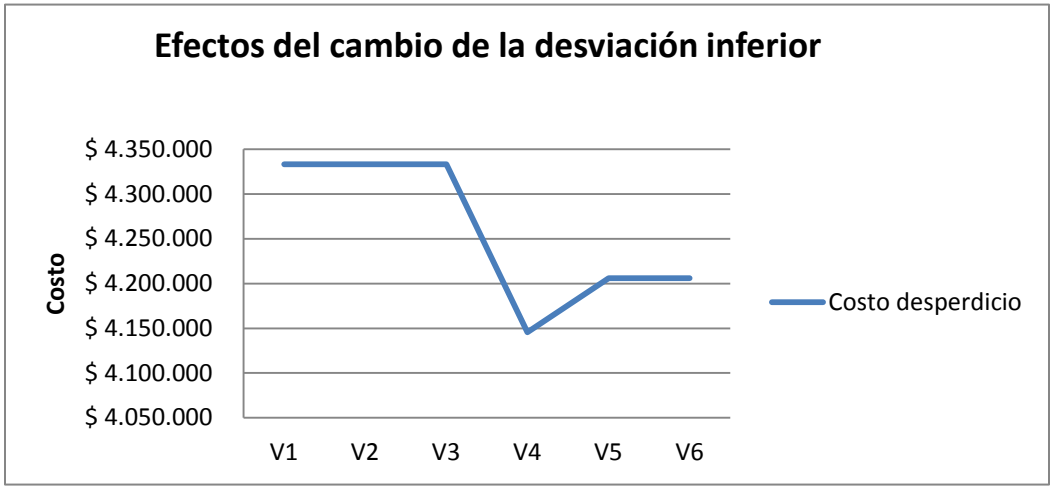


Figura 10. Efectos del cambio de la desviación inferior en el costo de desperdicio

Fuente: Elaboración propia

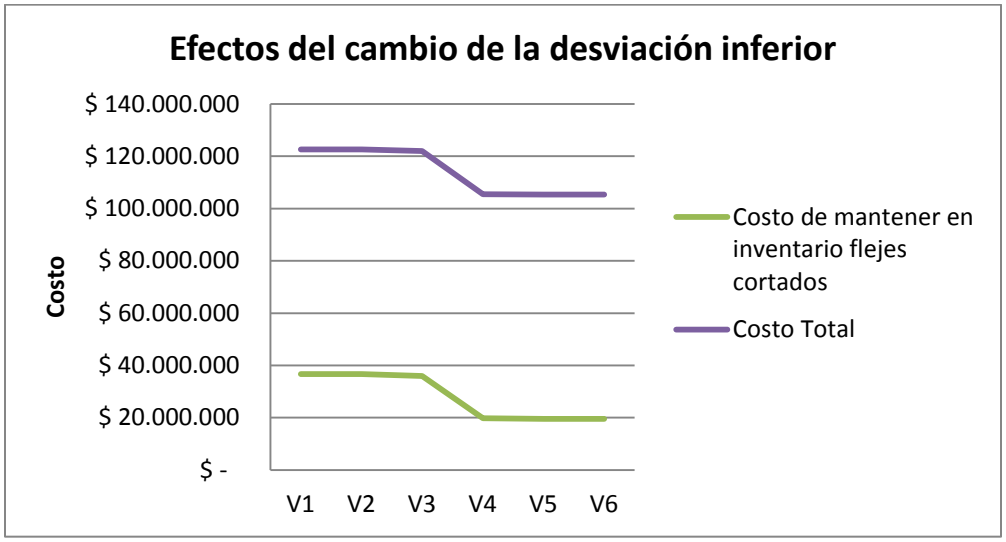


Figura 11. Efectos del cambio de la desviación inferior en el costo de mantener

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a las variaciones de la desviación por el límite superior, se realizaron las siguientes versiones:

Desviación requerimientos	
	DESVS
Inicial	15%
V1	25%
V2	35%
V3	45%
V4	55%
V5	65%
V6	75%

Tabla 19. Variación desviación límite superior

Fuente: Elaboración propia

Durante la implementación, las tres últimas versiones no corrieron pues superaban la capacidad del Neos Server, por lo tanto se presentan el comportamiento de las tres primeras versiones, en donde se observa una tendencia de disminución del costo de mantener en inventario flejes cortados, esto debido a que mayor demanda se puede despachar más material y tener menos en inventario.

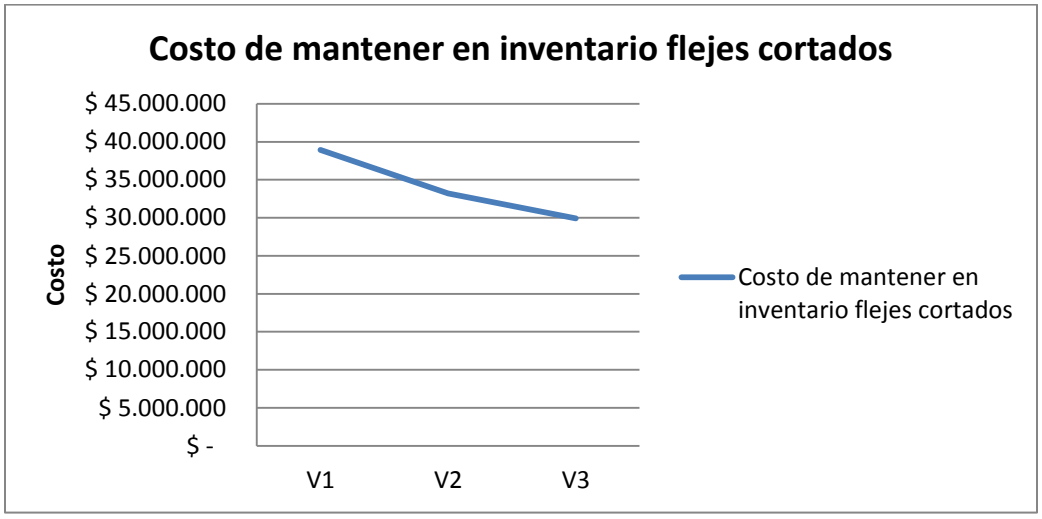


Figura 12. Costo de mantener en inventario flejes cortados

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente, se realizaron versiones aumentando los dos límites de la desviación de los requerimientos, tal como se muestra a continuación:

Desviación requerimientos		
	DESVI	**DESVS**
Inicial	5%	15%
V1	10%	25%
V2	15%	35%
V3	20%	45%
V4	25%	55%
V5	30%	65%
V6	35%	75%

Tabla 20. Variaciones de la desviación de los requerimientos

Fuente: Elaboración propia

Al llevar a cabo estas variaciones al parámetro de desviación, el modelo se inclina hacia el límite inferior en vez del superior por la naturaleza del modelo que es de minimización de costos; logrando así que se corte menos material, pues de la versión inicial a la versión 6 se deja de cortar un rollo pues se pasa de 42 rollos a 41; lo cual se ve reflejado en una disminución de los costos totales tal como se muestra a continuación:

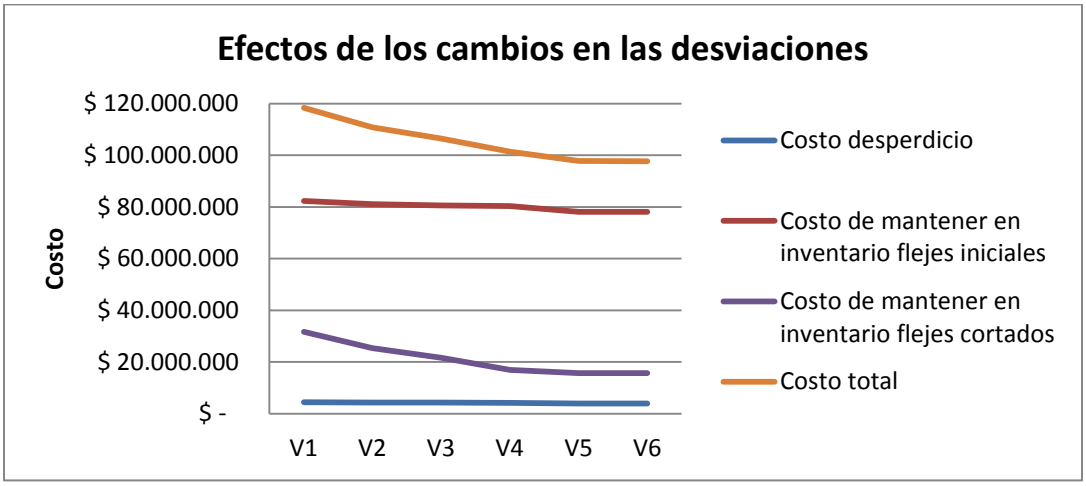


Figura 13. Efectos de los cambios en las desviaciones

Fuente: Elaboración propia

En cuanto al nivel de desperdicio, en la instancia final se consideró que el límite inferior estaba entre los 8 y 9 mm dependiendo del tipo de lámina y calibre, y el límite superior era de 15 mm, tal como se muestra en la figura 14:

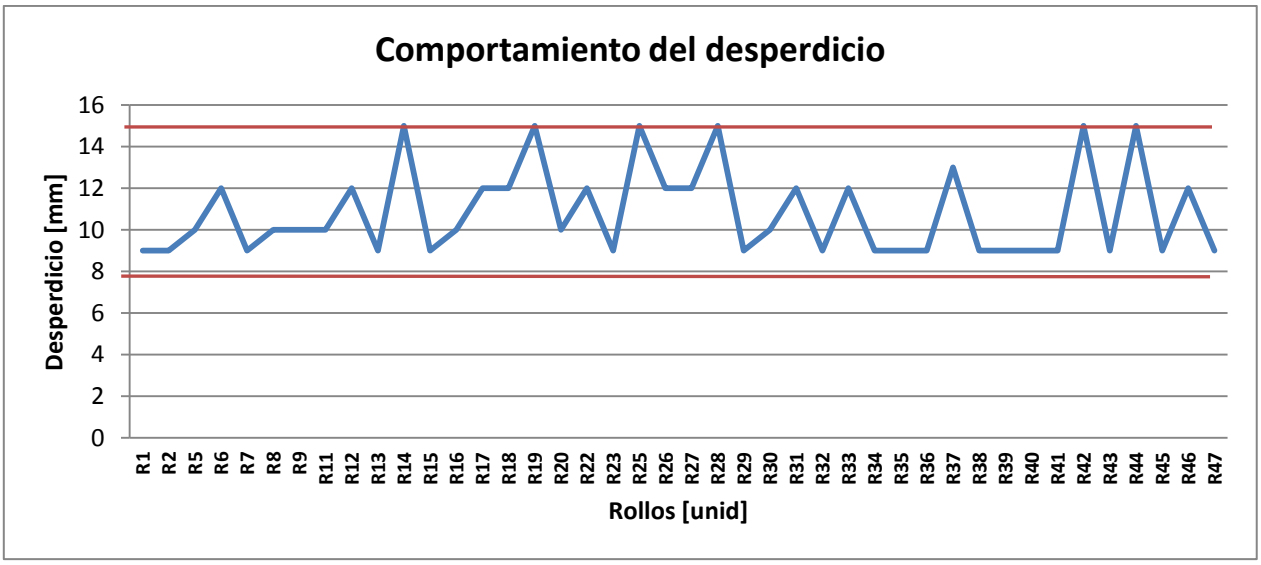


Figura 14. Comportamiento del desperdicio

Fuente: Elaboración propia

Se revisaron los casos en los cuales el desperdicio se encontró en los dos puntos extremos: 9 mm y 15 mm, y se observó que las configuraciones de corte se encontraban balanceadas en términos de los anchos de los flejes, es decir que estaban conformadas tanto por flejes anchos como angostos, pues no se encontraron configuraciones en las que todos los flejes fueran angostos o todos anchos; ya que por lo general los flejes angostos son esenciales completar el ancho del rollo para así poder obtener un desperdicio dentro de los rangos especificados. Un ejemplo de esto son las configuraciones de corte de los siguientes rollos:

Rollo 32:

3 flejes de 228 mm

1 fleje de 73 mm

5 flejes de 79 mm

1 fleje de 58 mm

Retal= 9 mm

Rollo 14:

6 flejes de 152 mm

4 flejes de 73 mm

Retal= 15 mm

Posteriormente, para conocer su comportamiento para el desperdicio mínimo se estructuraron las siguientes variaciones, teniendo en cuenta el tipo de lámina y calibre, debido a que el límite inferior del desperdicio depende de estos dos factores:

Desperdicio mínimo												
	CR	CR	CR	GV	GV	GV	HR	HR	HR	EH	EH	EH
	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3
Real	8	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9
V1	7	8	8	8	7	8	8	8	8	8	8	8
V2	6	7	7	7	6	7	7	7	7	7	7	7
V3	5	6	6	6	5	6	6	6	6	6	6	6
V4	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5
V5	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4
V6	2	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3
V7	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2
V8	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
V9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 21. Variaciones del desperdicio mínimo

Fuente: Elaboración propia

Al realizar estas variaciones se encontró que los costos totales disminuyen tal como se muestra en la figura 15, debido a que se genera una disminución tanto en el costo de desperdicio como en el costo de mantener en inventario flejes cortados, lo cual se debe a que se pueden aprovechar más el ancho de los rollos, es decir que se puede cortar más con relación a la versión inicial, y por ende cambian las configuraciones de corte para cumplir con los requerimientos de demanda.

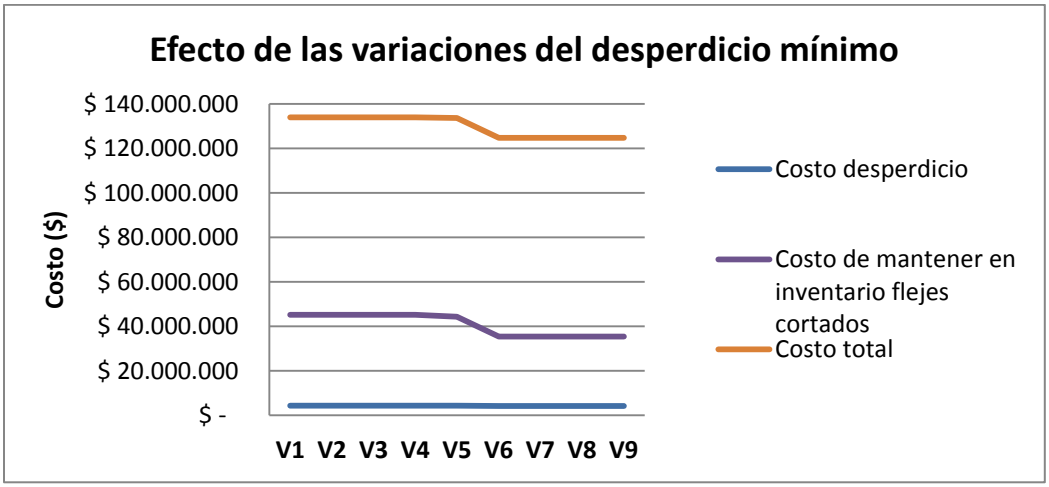


Figura 15. Efectos de las variaciones del desperdicio mínimo

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, se evalúa el proceso de planeación detallada, ya que actualmente la empresa realiza el proceso de construcción de los patrones de corte o herramentada de forma diaria debido a la forma en las que están establecidos los programas de producción de las plantas y la programación de los despachos a la planta 2. En el modelo el horizonte de planeación fue de una semana (5 días laborales) y se comparó con el proceso real de la empresa, que es la programación diaria, para lo cual se construyeron 5 modelos para cada día y se obtuvo que en términos del costo es más recomendable realizar la programación con un horizonte de tiempo más grande pues se tienen mayores opciones para combinar y conformar los patrones de corte, logrando así obtener mejores combinaciones en términos del nivel de desperdicio total, tal como se muestra en la figura 16 este cambio en el horizonte de planeación representa una reducción del 4% semanal del costo de desperdicio:

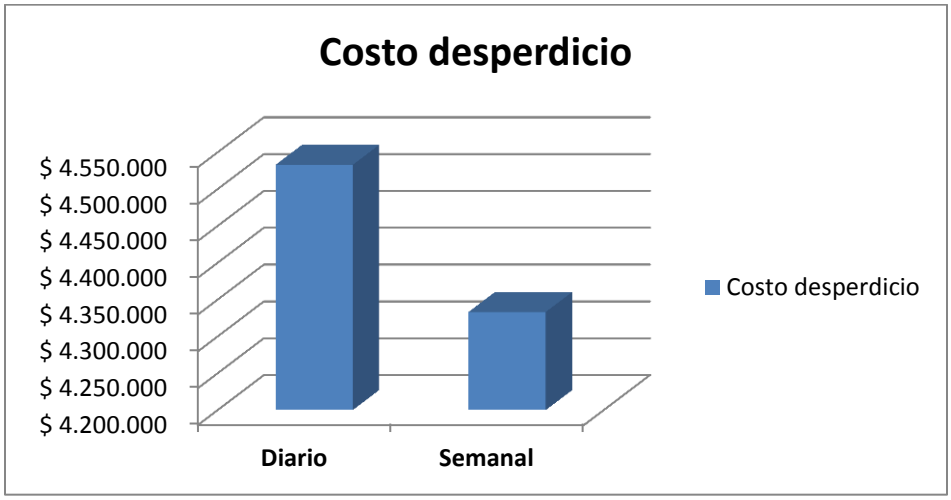


Figura 16. Costo desperdicio con variación del horizonte de tiempo

Fuente: Elaboración propia

9. CONCLUSIONES E INVESTIGACIÓN FUTURA

De acuerdo a la revisión de la literatura realizada se puede afirmar que los elementos principales del *Cutting Stock Problem* son los objetos, los ítems y los patrones de corte, pues en el proceso de corte se construyen patrones teniendo en cuenta las combinaciones geométricas de los *ítems pequeños* asignados a los *objetos grandes*, considerando que los ítems se generan a partir de los objetos. Además, existen unas piezas residuales no pertenecientes a los ítems, a las cuales se les conoce como "*desperdicio*"; el cual es uno de los principales objetivos a minimizar en este tipo de problemas.

Este tipo de problemas se clasifican según cuatro características básicas: (1) dimensionalidad, (2) tipo de asignación entre ítems y objetos, (3) variedad de los objetos, y (4) variedad de los ítems. Otras características importantes a considerar para abordar este tipo de problemas son la disponibilidad de los objetos y los ítems, la forma de medir la cantidad de los objetos y los ítems y la definición del objetivo o indicador de desempeño. Por lo tanto, dado que el proceso de corte tiene un gran impacto en los requerimientos totales y sus costos asociados, es necesario generar ahorros significativos en términos del desperdicio generado y los niveles de inventario.

El desarrollo de este trabajo de investigación aporta una propuesta metodológica la cual permite dar solución a este tipo de problemas considerando los requerimientos de demanda, el material disponible en inventario, y la configuración de patrón de corte. Esta propuesta permite identificar los requerimientos y la disponibilidad de material para darle cumplimiento a éstos, ajustándose a ellos mediante el modelo programación lineal propuesto para la programación del corte. Este modelo no sólo considera la configuración de los patrones de corte sino que incluye la verificación del material disponible en inventario tanto en materia prima como producto en proceso, el espacio de almacenamiento disponible, niveles de cumplimiento de los requerimientos (desviaciones), restricciones de la máquina y el material a cortar como lo es el número de cortes y niveles de desperdicio, y los costos de desperdicio y de mantener en inventario producto en proceso, entre otros. Adicionalmente, cabe resaltar que el modelo fue implementado un sector real de la industria como lo es el metalmecánico, teniendo en cuenta las necesidades implicadas en este sector y los datos fueron obtenidos de la misma.

En cuanto a la implementación del modelo propuesto, se observó que la complejidad de éste radica en que los datos de entrada (requerimientos de demanda) son de tipo de continuo y los datos de salida (número de flejes a cortar) deben ser de tipo entero, por la condición que existe de que los flejes deben despacharse o consumirse en su totalidad y no parcialmente, los cuales a su vez deben ajustarse lo más cercano posible a los requerimientos, para lo cual se estableció unos límites de incumplimiento o desviación por encima y por debajo de los requerimientos. Se evidenció que esta desviación afecta en gran medida la factibilidad del modelo así como el nivel de inventario con el que se cuenta, pues entre más cercano se necesite lo que se despacha con relación al requerimiento se evidencia una mayor complejidad para resolverlo, afectando así la factibilidad de éste.

Conjuntamente, no se consideró tanto el largo como el ancho como tradicionalmente numerosas investigaciones lo han abordado, sino que se tuvo en cuenta el *ancho* tanto en los flejes requeridos como en los rollos disponibles para cumplir con los requerimientos de demanda; sin considerar el *largo*, debido a que los requerimientos de demanda están dados en términos del *peso* necesario que deben tener los flejes para cumplir con las diferentes necesidades.

Con relación a la metodología de solución y a la herramienta computacional empleada, el tiempo de solución del modelo varía dependiendo del tamaño de la instancia y del nivel de cercanía del material despachado con relación al requerido, pues entre más cercano se requiera lo que se despache o se consuma más complejo es la búsqueda de la solución óptima y por ende el tiempo de solución aumenta. Para la instancia final implementada el tiempo de solución fue aceptable a pesar de ser un modelo de programación lineal de alta complejidad.

En el caso de instancias más grandes o de un horizonte de tiempo más extenso valdría la pena explorar otras metodologías de solución para investigaciones futuras como las meta heurísticas, para el caso de estudio aplicado la metodología de solución utilizada fue la adecuada, pues en la empresa metalmecánica estudiada la planeación y programación del corte se hace día a día, es decir que los horizontes de tiempo son cortos.

Por lo tanto, se plantea como recomendación para la empresa realizar la programación con un horizonte de tiempo más grande pues se tienen mayores opciones para combinar y conformar los patrones de corte, lo cual genera una reducción en los costos totales.

10. BIBLIOGRAFÍA

Abbasi, J. A., & Sahir, M. H. (2010). Development of Optimal Cutting Plan using Linear Programming Tools and MATLAB Algorithm. *International Journal of Innovation, Management and Technology, 1*(5), 483-492.

Alvarez, D. (2010). *Solución del problema de empaquetamiento óptimo bidimensional en un sola placa, en placas y rollos infinitos con y sin rotación de piezas usando técnicas metaheurísticas de optimización.* Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

Baldacci, R., & Boschetti, M. A. (2007). A cutting-plane approach for the two-dimensional orthogonal non-guillotine cutting problem. *European Journal of Operational Research, 183*, 1136–1149.

Beasley, J. (1985). Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. *Journal of the Operational Research Society, 36*, 297-306.

Benati, S. (1997). An Algorithm for a Cutting Stock Problem on a Strip. *The Journal of the Operational Research Society, 48*(3), 288-294.

Cherri, A., Arenales, N. M., & Yanasse, H. H. (2009). The one-dimensional cutting stock problem with usable leftover– A heuristic approach. *European Journal of Operational Research, 196*, 897-908.

Christofides, N., & Hadjiconstantinou, E. (1995). An exact algorithm for orthogonal 2-D cutting problems using guillotine cuts. *European Journal of Operational Research, 83*, 21-38.

Clautiaux, F., Alves, C., de Carvalho, J. V., & Rietz, J. (2010). New stabilization procedures for the cutting stock problem. *INFORMS Journal on Computing, 23*, 530-545.

Cui, Y., & Huang, B. (2012). Reducing the number of cuts in generating three-staged cutting patterns. *European Journal of Operational Research, 218*, 358–365.

Dikili, A. C., Sarıoz, E., & Akman Pek, N. (2007). A successive elimination method for one-dimensional stock cutting problems in ship production. *Ocean Engineering, 34*, 1841–1849.

Dyckhoff, H. (1990). A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research, 44*, 145-159.

Ersen, M., Nuriyev, U., & Yıldırım, A. (2011). A software for the one-dimensional cutting stock problem. *Journal of King Saud University (Science), 23*, 69–76.

Farley, A. (1990). The cutting stock problem in the canvas industry. *European Journal of Operational Research, 44*, 247-255.

Gilmore, P., & Gomory, R. (1963). A linear programming approach to the Cutting Stock Problem-Part II. *Operations Research, 11*(6), 863-888.

Gracia, C. P. (2010). *Métodos y Algoritmos para resolver problemas de Corte unidimensional en entornos realistas. Aplicación a una empresa del Sector Siderúrgico.* Valencia, España: Departamento de Organización de Empresas. Universitat Politécnica Valéncia.

Haessler, R. (1980). A note on computational modifications to the Gilmore-Gomory. *Operations Research, 28*, 1001-1005.

Haessler, R., & Sweeney, P. (1991). Cutting stock problems and solution procedures. *European Journal of Operational Research, 54*, 141-150.

Hahn, S. (1968). On the optimal cutting of defective sheets. *Operations Research, 16*, 1100-1114.

Hideki, H., & Pinto, M. J. (2007). An integrated cutting stock and sequencing problem. *European Journal of Operational Research*(183), 1353–1370.

Holthaus, O. (2002). Decomposition approaches for solving the integer one-dimensional cutting stock problem with different types of standard lengths. *European Journal of Operational Research, 141*, 295-312.

Jaramillo, J., Correa, F., & Jaramillo, R. (2009). Desarrollo de un Método Basado en Algoritmos Genéticos y Programación Lineal Para la Solución de un Problema de Corte Unidimensional. *Cuarto Congreso Colombiano de Computación 4CCC. Sociedad Colombiana de Computación*.

Karelahti, J. (2002). Solving the cutting stock problem in the steel industry. *Department of Engineering Physics and Mathematics. Helsinki University of Technology*, 2-5.

Kasimbeyli, N., Sarac, T., & Kasimbeyli, R. (2010). A two-objective mathematical model without cutting patterns for one-dimensional assortment problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*.

Kasimbeyli, N., Sarac, T., & Kasimbeyli, R. (2011). A two-objective mathematical model without cutting patterns for one-dimensional assortment problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics, 235*, 4663–4674.

Macedo, R., Alves, C., & Valério de Carvalho, J. (2010). Arc-flow model for the two-dimensional guillotine cutting stock problem. *Computers & Operations Research, 37*, 991--1001.

Mhand, H. (2004). Exact algorithms for unconstrained three-dimensional cutting problems: a comparative study. *Computers & Operations Research, 31*, 657-674.

Mobasher, A., & Ekici, A. (2012). Solution approaches for the cutting stock problem with setup cost. *Computers & Operations Research*.

Poldi, K., & Nereu, M. (2009). Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths. *Computers & Operations Research, 36*, 2074-2081.

Suliman, S. (2001). Pattern generating procedure for the cutting stock problem. *Int. J. Production Economics, 74*, 293-301.

Suliman, S. (2006). A sequential heuristic procedure for the two-dimensional cutting-stock problem. *Int. J. Production Economics, 99*, 177–185.

Toro, E., Rueda, A., & Granada, M. (2007). Algoritmo de búsqueda tabú aplicado a la solución del problema de corte bidimensional guillotinado. *Universidad Tecnológica de Pereira, 37*, 43-48.

Toro, E., Rueda, A., & Ruiz, H. (2008). Efecto de la configuración inicial en la solución del problema de corte bidimensional usando el algoritmo de búsqueda tabú. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada, 1*(11), 107-113.

Tsai, J.-F., Hsieh, P.-L., & Huang, Y.-H. (2009). An optimization algorithm for cutting stock problems in the TFT-LCD industry. *Computers & Industrial Engineering, 57*, 913-919.

Valério de Carvalho, J., & Guimaraes Rodrigues, A. (1995). An LP-based approach to a two-stage cutting stock problem. *European Journal of Operational Research, 84*, 580-589.

Varela, R., Vela, C., Puente, J., Sierra, M., & Inés, G.-R. (2009). An effective solution for a real cutting stock problem in manufacturing plastic rolls. *Ann Oper Res, 166*, 125–146.

Vilaboa, J. (1997). Oportunidade para la incorporación de software que optimice el corte de rollizos en los aserraderos chilenos. *Revista Facultad de Ingeniería U.T.A Chile, 4*, 1-10.

Wang, P. (1983). Two algorithms for constrained two dimensional cutting stock problems. *Operations Research, 31*, 573-586.

Wäscher, G., Haußner, H., & Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research, 183*, 1109–1130.

Wongprakornkul, S., & Charnsethikul, P. (2010). Solving One-Dimensional Cutting Stock Problem with Discrete Demands and Capacitated Planning Objective. *Journal of Mathematics and Statistics, 6*, 79-83.

Yang, C.-T., Sung, T.-C., & Weng, W.-C. (2006). An improved tabu search approach with mixed objective function for one-dimensional cutting stock problems. *Advances in Engineering Software, 37*, 502–513.

Zak, E. (2002). Modeling multistage cutting stock problems. *European Journal of Operational Research, 141*, 313–327.

Zheng, W., Ren, P., Ge, P., Qiu, Y., & Liu, Z. (2012). Hybrid heuristic algorithm for two-dimensional steel coil cutting problem. *Computers & Industrial Engineering, 62*, 829-838.

11. ANEXOS

Anexo 1. Requerimientos de demanda

- ✓ ***Lámina Galvanizada (GV):***

GV																																
C1																																
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	7170	0	0	1740	284	514	2507	0	0	0	5960	0	0	0	0	647	0	7016	0	0	0	0	5770	0	1859	817	1025	0	0	0	0	0	0	0

GV																																		
C2																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
1050	3998	1501	420	0	260	0	1340	0	2972	398	1580	0	0	0	4002	0	528	4789	398	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	698	2010	1990	1003	3130

C3																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
4020	0	0	0	6720	0	0	3970	2312	2030	0	1998	0	0	2905	0	3990	537	2190	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- ✓ ***Lámina Aguanegra (HR):***

HR																																		
C1																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
2990	506	2110	301	4020	0	0	2320	6017	630	473	0	305	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5119	4317	0	0	0	0	0	2450	3880	406	1450	0	0

HR																																		
C2																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	0	630	3920	520	8120	0	0	0	0	0	0	6990	0	475	0	0	0	0	0	0	0	5797	2270	470	0	0	0	0

HR																																		
C3																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	5630	515	0	0	0	219	1930	4920	2945	1599	0	0	0	0	0	503	2530	372	4930	0	0	0	450	970	0	5780	0	410

- ✓ ***Lámina Estructural (EH):***

EH																																		
C1																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	550	0	8890	0	0	8880	0	670	0	0	0	0	8002	530	1239	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

EH																																		
C2																																		
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	7070	2072	2789	0	0	0	0	4925	1920	3730	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

EH																																			
C3																																				
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	1229	1510	4300	0	0	0	0	1219	1520	4189	0	0	0	0	4110	2690	3670	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Anexo 2. Peso y anchos de rollos y flejes

				Ancho flejes						
				F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	Rollo	Peso rollo	Ancho rollo	152	73	79	58	228	38	67
CR C1	R1	10370	1219	1293	621	672	493	1940	323	570
	R2	10400	1219	1297	623	674	495	1945	324	572
	R3	10430	1219	1301	625	676	496	1951	325	573
	R4	10480	1219	1307	628	679	499	1960	327	576
	R5	10350	1219	1291	620	671	492	1936	323	569
	R6	10350	1219	1291	620	671	492	1936	323	569
	R7	10200	1219	1272	611	661	485	1908	318	561
CR C2	R8	6860	1219	855	411	445	326	1283	214	377
	R9	9730	1219	1213	583	631	463	1820	303	535
	R10	12410	1219	1547	743	804	590	2321	387	682
	R11	8250	1219	1029	494	535	393	1543	257	453
	R12	11900	1219	1484	713	771	566	2226	371	654
CR C3	R13	8980	1219	1120	538	582	427	1680	280	494
	R14	9410	1219	1173	564	610	448	1760	293	517
	R15	9920	1219	1237	594	643	472	1855	309	545
GV C1	R16	9890	1219	1233	592	641	471	1850	308	544
	R17	7900	1000	1201	577	624	458	1801	300	529
	R18	9340	1000	1420	682	738	542	2130	355	626
	R19	8880	1000	1350	648	702	515	2025	337	595
GV C2	R20	10230	1000	1555	747	808	593	2332	389	685
	R21	11500	1000	1748	840	909	667	2622	437	771
	R22	8980	1000	1365	656	709	521	2047	341	602
	R23	9700	1000	1474	708	766	563	2212	369	650
	R24	10600	1000	1611	774	837	615	2417	403	710
GV C3	R25	10150	1000	1543	741	802	589	2314	386	680
	R26	10340	1000	1572	755	817	600	2358	393	693
	R27	9220	1000	1401	673	728	535	2102	350	618
HR C1	R28	8710	1219	1086	522	564	414	1629	272	479
	R29	10350	1219	1291	620	671	492	1936	323	569
	R30	9871	1219	1231	591	640	470	1846	308	543
	R31	6891	1219	859	413	447	328	1289	215	379
HR C2	R32	11550	1219	1440	692	749	550	2160	360	635
	R33	7730	1219	964	463	501	368	1446	241	425
	R34	7890	1219	984	472	511	375	1476	246	434
HR C3	R35	8750	1219	1091	524	567	416	1637	273	481
	R36	8320	1219	1037	498	539	396	1556	259	457
	R37	7460	1219	930	447	483	355	1395	233	410
	R38	7990	1219	996	478	518	380	1494	249	439
EH C1	R39	8740	1000	1328	638	690	507	1993	332	586
	R40	8889	1000	1351	649	702	516	2027	338	596
	R41	8321	1000	1265	607	657	483	1897	316	558
EH C2	R42	8216	1000	1249	600	649	477	1873	312	550
	R43	9288	1000	1412	678	734	539	2118	353	622
	R44	9110	1000	1385	665	720	528	2077	346	610
EH C3	R45	9740	1000	1480	711	769	565	2221	370	653
	R46	7549	1000	1147	551	596	438	1721	287	506
	R47	7779	1000	1182	568	615	451	1774	296	521

Anexo 3. Flejes iniciales

		Cantidad	Peso/fleje			Cantidad	Peso/fleje
F1	I1	1	973	F1	I9	1	1191
F2	I1	1	467	F2	I9	1	572
F3	I1	1	505	F3	I9	0	619
F4	I1	2	371	F4	I9	2	454
F5	I1	0	1459	F5	I9	1	1786
F6	I1	1	243	F6	I9	1	298
F7	I1	1	429	F7	I9	1	525
F1	I2	0	1151	F1	I10	1	1288
F2	I2	2	553	F2	I10	2	619
F3	I2	0	598	F3	I10	1	669
F4	I2	0	439	F4	I10	1	492
F5	I2	0	1726	F5	I10	0	1932
F6	I2	2	288	F6	I10	0	322
F7	I2	0	507	F7	I10	0	568
F1	I3	0	819	F1	I11	1	1203
F2	I3	0	393	F2	I11	1	578
F3	I3	1	426	F3	I11	1	625
F4	I3	1	313	F4	I11	0	459
F5	I3	0	1229	F5	I11	1	1805
F6	I3	0	205	F6	I11	0	301
F7	I3	1	361	F7	I11	0	530
F1	I4	1	1036	F1	I12	0	1162
F2	I4	1	498	F2	I12	2	558
F3	I4	0	539	F3	I12	1	604
F4	I4	0	395	F4	I12	0	443
F5	I4	0	1554	F5	I12	1	1743
F6	I4	1	259	F6	I12	1	291
F7	I4	0	457	F7	I12	1	512
F1	I5	1	1539	F1	I13	1	1231
F2	I5	0	739	F2	I13	2	591
F3	I5	1	800	F3	I13	1	640
F4	I5	0	587	F4	I13	1	470
F5	I5	0	2308	F5	I13	0	1846
F6	I5	0	385	F6	I13	0	308
F7	I5	0	678	F7	I13	0	542
F1	I6	1	1459	F1	I14	1	1112
F2	I6	0	701	F2	I14	1	534
F3	I6	0	758	F3	I14	1	578
F4	I6	0	557	F4	I14	1	424
F5	I6	0	2188	F5	I14	1	1668
F6	I6	1	365	F6	I14	0	278
F7	I6	0	643	F7	I14	0	490
F1	I7	0	1110	F1	I15	1	1260
F2	I7	1	533	F2	I15	1	605
F3	I7	1	577	F3	I15	1	655
F4	I7	0	423	F4	I15	0	481
F5	I7	0	1665	F5	I15	0	1889
F6	I7	0	277	F6	I15	0	315
F7	I7	0	489	F7	I15	0	555
F1	I8	0	1261	F1	I16	0	1178
F2	I8	0	605	F2	I16	0	566
F3	I8	1	655	F3	I16	1	612
F4	I8	0	481	F4	I16	0	450
F5	I8	0	1891	F5	I16	1	1768
F6	I8	1	315	F6	I16	0	295
F7	I8	1	556	F7	I16	0	519

Anexo 4. Costos de desperdicio por rollo

Rollo	Costo desperdicio	Rollo	Costo desperdicio
R1	$ 11.500	**R25**	$ 11.190
R2	$ 11.560	**R26**	$ 11.467
R3	$ 11.590	**R27**	$ 10.005
R4	$ 11.610	**R28**	$ 8.239
R5	$ 11.455	**R29**	$ 10.220
R6	$ 11.455	**R30**	$ 9.644
R7	$ 11.311	**R31**	$ 6.548
R8	$ 7.120	**R32**	$ 10.672
R9	$ 10.010	**R33**	$ 7.748
R10	$ 13.150	**R34**	$ 7.863
R11	$ 8.970	**R35**	$ 8.330
R12	$ 11.980	**R36**	$ 8.113
R13	$ 9.560	**R37**	$ 7.541
R14	$ 10.174	**R38**	$ 7.980
R15	$ 10.489	**R39**	$ 8.640
R16	$ 10.320	**R40**	$ 8.730
R17	$ 8.952	**R41**	$ 8.210
R18	$ 10.140	**R42**	$ 8.099
R19	$ 9.837	**R43**	$ 9.510
R20	$ 11.349	**R44**	$ 8.930
R21	$ 12.850	**R45**	$ 10.210
R22	$ 9.946	**R46**	$ 8.140
R23	$ 10.306	**R47**	$ 8.225
R24	$ 11.760		

Anexo 5. Costo de mantener flejes iniciales

Fleje	Rollo inicial	Costo	Fleje	Rollo inicial	Costo
F1	I1	$ 1.282	F1	I9	$ 1.338
F2	I1	$ 1.282	F2	I9	$ 1.338
F3	I1	$ 1.282	F3	I9	$ 1.338
F4	I1	$ 1.282	F4	I9	$ 1.338
F5	I1	$ 1.282	F5	I9	$ 1.338
F6	I1	$ 1.282	F6	I9	$ 1.338
F7	I1	$ 1.282	F7	I9	$ 1.338
F1	I2	$ 1.361	F1	I10	$ 1.338
F2	I2	$ 1.361	F2	I10	$ 1.338
F3	I2	$ 1.361	F3	I10	$ 1.338
F4	I2	$ 1.361	F4	I10	$ 1.338
F5	I2	$ 1.361	F5	I10	$ 1.338
F6	I2	$ 1.361	F6	I10	$ 1.338
F7	I2	$ 1.361	F7	I10	$ 1.338
F1	I3	$ 1.275	F1	I11	$ 1.362
F2	I3	$ 1.275	F2	I11	$ 1.362
F3	I3	$ 1.275	F3	I11	$ 1.362
F4	I3	$ 1.275	F4	I11	$ 1.362
F5	I3	$ 1.275	F5	I11	$ 1.362
F6	I3	$ 1.275	F6	I11	$ 1.362
F7	I3	$ 1.275	F7	I11	$ 1.362
F1	I4	$ 1.257	F1	I12	$ 1.363
F2	I4	$ 1.257	F2	I12	$ 1.363
F3	I4	$ 1.257	F3	I12	$ 1.363
F4	I4	$ 1.257	F4	I12	$ 1.363
F5	I4	$ 1.257	F5	I12	$ 1.363
F6	I4	$ 1.257	F6	I12	$ 1.363
F7	I4	$ 1.257	F7	I12	$ 1.363
F1	I5	$ 1.299	F1	I13	$ 1.331
F2	I5	$ 1.299	F2	I13	$ 1.331
F3	I5	$ 1.299	F3	I13	$ 1.331
F4	I5	$ 1.299	F4	I13	$ 1.331
F5	I5	$ 1.299	F5	I13	$ 1.331
F6	I5	$ 1.299	F6	I13	$ 1.331
F7	I5	$ 1.299	F7	I13	$ 1.331
F1	I6	$ 1.339	F1	I14	$ 1.261
F2	I6	$ 1.339	F2	I14	$ 1.261
F3	I6	$ 1.339	F3	I14	$ 1.261
F4	I6	$ 1.339	F4	I14	$ 1.261
F5	I6	$ 1.339	F5	I14	$ 1.261
F6	I6	$ 1.339	F6	I14	$ 1.261
F7	I6	$ 1.339	F7	I14	$ 1.261
F1	I7	$ 1.249	F1	I15	$ 1.342
F2	I7	$ 1.249	F2	I15	$ 1.342
F3	I7	$ 1.249	F3	I15	$ 1.342
F4	I7	$ 1.249	F4	I15	$ 1.342
F5	I7	$ 1.249	F5	I15	$ 1.342
F6	I7	$ 1.249	F6	I15	$ 1.342
F7	I7	$ 1.249	F7	I15	$ 1.342
F1	I8	$ 1.341	F1	I16	$ 1.360
F2	I8	$ 1.341	F2	I16	$ 1.360
F3	I8	$ 1.341	F3	I16	$ 1.360
F4	I8	$ 1.341	F4	I16	$ 1.360
F5	I8	$ 1.341	F5	I16	$ 1.360
F6	I8	$ 1.341	F6	I16	$ 1.360
F7	I8	$ 1.341	F7	I16	$ 1.360

Anexo 6. Costo de mantener flejes cortados

Fleje	Rollo a cortar	Costo	Fleje	Rollo a cortar	Costo	Fleje	Rollo a cortar	Costo
F1	R1	$ 1.352	F1	R9	$ 1.254	F1	R17	$ 1.133
F2	R1	$ 1.352	F2	R9	$ 1.254	F2	R17	$ 1.133
F3	R1	$ 1.352	F3	R9	$ 1.254	F3	R17	$ 1.133
F4	R1	$ 1.352	F4	R9	$ 1.254	F4	R17	$ 1.133
F5	R1	$ 1.352	F5	R9	$ 1.254	F5	R17	$ 1.133
F6	R1	$ 1.352	F6	R9	$ 1.254	F6	R17	$ 1.133
F7	R1	$ 1.352	F7	R9	$ 1.254	F7	R17	$ 1.133
F1	R2	$ 1.355	F1	R10	$ 1.292	F1	R18	$ 1.086
F2	R2	$ 1.355	F2	R10	$ 1.292	F2	R18	$ 1.086
F3	R2	$ 1.355	F3	R10	$ 1.292	F3	R18	$ 1.086
F4	R2	$ 1.355	F4	R10	$ 1.292	F4	R18	$ 1.086
F5	R2	$ 1.355	F5	R10	$ 1.292	F5	R18	$ 1.086
F6	R2	$ 1.355	F6	R10	$ 1.292	F6	R18	$ 1.086
F7	R2	$ 1.355	F7	R10	$ 1.292	F7	R18	$ 1.086
F1	R3	$ 1.355	F1	R11	$ 1.325	F1	R19	$ 1.108
F2	R3	$ 1.355	F2	R11	$ 1.325	F2	R19	$ 1.108
F3	R3	$ 1.355	F3	R11	$ 1.325	F3	R19	$ 1.108
F4	R3	$ 1.355	F4	R11	$ 1.325	F4	R19	$ 1.108
F5	R3	$ 1.355	F5	R11	$ 1.325	F5	R19	$ 1.108
F6	R3	$ 1.355	F6	R11	$ 1.325	F6	R19	$ 1.108
F7	R3	$ 1.355	F7	R11	$ 1.325	F7	R19	$ 1.108
F1	R4	$ 1.350	F1	R12	$ 1.227	F1	R20	$ 1.109
F2	R4	$ 1.350	F2	R12	$ 1.227	F2	R20	$ 1.109
F3	R4	$ 1.350	F3	R12	$ 1.227	F3	R20	$ 1.109
F4	R4	$ 1.350	F4	R12	$ 1.227	F4	R20	$ 1.109
F5	R4	$ 1.350	F5	R12	$ 1.227	F5	R20	$ 1.109
F6	R4	$ 1.350	F6	R12	$ 1.227	F6	R20	$ 1.109
F7	R4	$ 1.350	F7	R12	$ 1.227	F7	R20	$ 1.109
F1	R5	$ 1.349	F1	R13	$ 1.298	F1	R21	$ 1.117
F2	R5	$ 1.349	F2	R13	$ 1.298	F2	R21	$ 1.117
F3	R5	$ 1.349	F3	R13	$ 1.298	F3	R21	$ 1.117
F4	R5	$ 1.349	F4	R13	$ 1.298	F4	R21	$ 1.117
F5	R5	$ 1.349	F5	R13	$ 1.298	F5	R21	$ 1.117
F6	R5	$ 1.349	F6	R13	$ 1.298	F6	R21	$ 1.117
F7	R5	$ 1.349	F7	R13	$ 1.298	F7	R21	$ 1.117
F1	R6	$ 1.349	F1	R14	$ 1.318	F1	R22	$ 1.108
F2	R6	$ 1.349	F2	R14	$ 1.318	F2	R22	$ 1.108
F3	R6	$ 1.349	F3	R14	$ 1.318	F3	R22	$ 1.108
F4	R6	$ 1.349	F4	R14	$ 1.318	F4	R22	$ 1.108
F5	R6	$ 1.349	F5	R14	$ 1.318	F5	R22	$ 1.108
F6	R6	$ 1.349	F6	R14	$ 1.318	F6	R22	$ 1.108
F7	R6	$ 1.349	F7	R14	$ 1.318	F7	R22	$ 1.108
F1	R7	$ 1.352	F1	R15	$ 1.289	F1	R23	$ 1.062
F2	R7	$ 1.352	F2	R15	$ 1.289	F2	R23	$ 1.062
F3	R7	$ 1.352	F3	R15	$ 1.289	F3	R23	$ 1.062
F4	R7	$ 1.352	F4	R15	$ 1.289	F4	R23	$ 1.062
F5	R7	$ 1.352	F5	R15	$ 1.289	F5	R23	$ 1.062
F6	R7	$ 1.352	F6	R15	$ 1.289	F6	R23	$ 1.062
F7	R7	$ 1.352	F7	R15	$ 1.289	F7	R23	$ 1.062
F1	R8	$ 1.265	F1	R16	$ 1.272	F1	R24	$ 1.109
F2	R8	$ 1.265	F2	R16	$ 1.272	F2	R24	$ 1.109
F3	R8	$ 1.265	F3	R16	$ 1.272	F3	R24	$ 1.109
F4	R8	$ 1.265	F4	R16	$ 1.272	F4	R24	$ 1.109
F5	R8	$ 1.265	F5	R16	$ 1.272	F5	R24	$ 1.109
F6	R8	$ 1.265	F6	R16	$ 1.272	F6	R24	$ 1.109
F7	R8	$ 1.265	F7	R16	$ 1.272	F7	R24	$ 1.109

Anexo 7. Código en AMPL del modelo

```
#CONJUNTOS

set RO; # Conjunto de rollos, índice r

set RI; # Conjunto de rollos iniciales, índice i

set AN; # Conjunto de anchos de banda de fleje, índice a

set LAM; # Conjunto de tipo de lámina, índice l

set CAL;# Conjunto de calibres, índice c

set RLC {LAM,CAL} within RO;# Conjunto inducido que representa los rollos que pertenecen a un tipo de lámina y calibre específicos.

set ILC {LAM,CAL} within RI;

set PER; # Conjunto de períodos en los que se cortan los rollos, índice t

param TF>= 0, integer; #Período final del horizonte de tiempo [unid.]

set PERQ:=1..TF; # Conjunto de períodos en los que se cumplen los requerimientos, índice s

#PARAMETROS

param PR {r in RO}>= 0;#Peso del rollo r[Kg.]

param A {r in RO}>= 0; #Ancho del rollo r [mm.]

param F {a in AN}>= 0; #Magnitud flejes de ancho a [mm.]

param FI{a in AN}>= 0; #Magnitud de los flejes iniciales de ancho a [mm.]

param P {a in AN, r in RO}>= 0; #Peso de un fleje de ancho a proveniente del rollo r[Kg.]

param R {a in AN, l in LAM, c in CAL, s in PERQ}>= 0; #Kg. requeridos de flejes de ancho a de tipo de lámina l de calibre c en el período s [Kg.]

param DM {l in LAM, c in CAL}>= 0; #Desperdicio mínimo deL tipo de lámina l del calibre c [mm.]
```

param DMX>= 0;# Desperdicio máximo [mm.]

param FR {l in LAM,c in CAL}>= 0;#Cantidad máxima de flejes a cortar dependiendo del tipo de lámina l y calibre c [unid.]

param DESVI>= 0; #Desviacion mínima entre el requerimiento y el despacho [%]

param DESVS>= 0; #Desviacion máxima entre el requerimiento y el despacho [%]

param PL {r in RO}>= 0;# Período de liberación del rollo r [unid.]

param INI{a in AN, i in RI}>= 0;# Número de flejes iniciales de ancho a provenientes del rollo inicial i del tipo de lámina l de calibre c[unid]

param PI {a in AN, i in RI}>= 0;# Peso de un fleje de ancho a proveniente del rollo inicial i [kg]

param CD {r in RO}>= 0;# Costo de desperdicio del rollo r [$/mm.]

param CI {a in AN,i in RI}>= 0;#Costo de mantener en inventario de flejes de ancho a provenientes del rollo inicial i del tipo de lámina l de calibre c [$/Kg.]

param CIR {a in AN,r in RO}>= 0;#Costo de mantener en inventario de flejes de ancho a provenientes del rollo r [$/Kg.]

param ED>= 0;# Espacio de almacenamiento disponible en la bodega [mm lineales]

#VARIABLES

var X {a in AN, r in RO, t in PER, s in 1..(TF+1):s>=t}>= 0,integer;# Número de flejes del ancho a a cortar del rollo r en el período t para cumplir con el requerimiento en el período s [unid]

var XI {a in AN,i in RI,s in PERQ}>= 0,integer;# Número de flejes de ancho a provenientes del rollo inicial i de tipo de lámina l de calibre c del inventario inicial a utilizar para cumplir con el requerimiento en el período s[unid]

var XIF {a in AN,i in RI,s in PERQ}>= 0,integer;# Número de flejes de ancho a provenientes del rollo inicial i de tipo de lámina l de calibre c que quedan del inventario inicial a utilizar para cumplir con el requerimiento en el período s [unid]

var K {a in AN, l in LAM, c in CAL,t in PER}>= 0;# Kg. Cortados de flejes de ancho a de tipo de lámina l de calibre c en el período t [kg.]

var Y {r in RO,t in PER} binary ;#Variable binaria, igual a 1 si se corta el rollo r en el período t e igual a 0 de lo contrario

var D {a in AN,l in LAM, c in CAL,s in PERQ}>= 0 ;#Despacho de flejes de ancho a de tipo de lámina l de calibre c en el período s. [kg.]

var IFP {a in AN,l in LAM, c in CAL}>= 0 ;# Inventario final de los flejes de ancho a de tipo de lámina l de calibre c en el período s [Kg.]

minimize despinv:

sum {t in PER, r in RO}(A[r]*Y[r,t]-sum{a in AN}(F[a]*(sum{s in 1..(TF+1):s>=t}X[a,r,t,s])))*CD[r]

+ sum {a in AN, i in RI,s in PERQ} (XIF[a,i,s]*PI[a,i]*CI[a,i])

+ sum {a in AN, r in RO,t in PER, s in 1..(TF+1):s>=t} ((s-t)*X[a,r,t,s]*P[a,r]*CIR[a,r]);

#RESTRICCIONES

1 Despachos

subject to desp {a in AN, l in LAM, c in CAL, s in PERQ: s<TF+1}:

sum {t in PER,r in RLC[l,c]:t<=s} (P[a,r]*X[a,r,t,s])+ sum{i in ILC[l,c]}(XI[a,i,s]*PI[a,i])= D[a,l,c,s];

#2A Cumplimiento de requerimientos

subject to cumpreq {a in AN, l in LAM, c in CAL,s in PERQ}:

(D[a,l,c,s]) >= R[a,l,c,s]*(1-DESVI);

2B Cumplimiento de requerimientos

subject to cumreq2 {a in AN, l in LAM, c in CAL,s in PERQ}:

(D[a,l,c,s]) <= R[a,l,c,s]*(1+DESVS);

#3A Balance inventario inicial

```
subject to balinv1 {a in AN, l in LAM, c in CAL,i in ILC[l,c],s in PERQ:s=1}:

INI [a,i]-XI[a,i,s]= XIF[a,i,s];

#3B Balance inventario inicial

subject to balinv2 {a in AN, l in LAM, c in CAL,i in ILC[l,c],s in PERQ:s>1}:

XIF[a,i,s-1]-XI[a,i,s]= XIF[a,i,s];

# 4 Inventario final

subject to infi {a in AN, l in LAM, c in CAL, s in 1..(TF+1): s=TF+1}:

sum {t in PER,r in RLC[l,c]:t<=s} (P[a,r]*X[a,r,t,s])= IFP[a,l,c];

# 5A Corte de rollos

subject to disro {r in RO}:

sum {t in PER:t<PL[r]} (Y[r,t])=0;

# 5B Corte de rollos

subject to disro2 {r in RO}:

sum {t in PER:t>=PL[r]} (Y[r,t])<=1;

# 6A Desperdicio mínimo

subject to rmin {l in LAM, c in CAL,r in RLC[l,c],t in PER}:

(A[r]* Y[r,t])-(sum{a in AN,s in 1..(TF+1):s>=t}(F[a]*X[a,r,t,s]))>=DM[l,c]*Y[r,t];

# 6B Desperdicio máximo

subject to rmax {r in RO,t in PER}:

(A[r]* Y[r,t])-(sum{a in AN, s in 1..(TF+1):s>=t}(F[a]*X[a,r,t,s]))<=DMX*Y[r,t];

# 7 Número de flejes máximo por rollo

subject to flemax {l in LAM, c in CAL,r in RLC[l,c],t in PER}:

sum {a in AN,s in 1..(TF+1):s>=t} (X[a,r,t,s])<= FR [l,c]*Y[r,t];
```

```
# 8A Cantidad a consumir por rollo

subject to rollos1 {r in RO,t in PER}:

sum {a in AN,s in 1..(TF+1):s>=t} P[a,r]*X[a,r,t,s]<=PR[r];

#8B Cantidad a consumir por rollo

subject to rollos2 {r in RO,t in PER}:

sum {a in AN,s in 1..(TF+1):s>=t} F[a]*X[a,r,t,s]<=A[r]*Y[r,t];

# 9 Cantidad cortada

subject to kgcort {a in AN, l in LAM, c in CAL,t in PER}:

K[a,l,c,t]= sum {r in RLC[l,c],s in 1..(TF+1):s>=t}(X[a,r,t,s]* P[a,r]);

# 10 Espacio de almacenamiento

subject to esp {t in PER}:

sum {a in AN,r in RO,t2 in PER,s in (1..TF+1):t2<=t and s>=t+1}X[a,r,t2,s]*F[a]+sum{a in AN,i in RI, s in PERQ} XIF[a,i,s]*FI[a]<=ED;
```

Anexo 8. Configuraciones de corte

	t=1 s=1							t=1 s=2						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	7	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	5	2	0	0	0	0	1	0	4	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	2	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	2	0	4	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=1							t=1						
	s=3							s=4						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=1							t=1						
	s=5							s=6						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=2							t=2						
	s=2							s=3						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	1	1	0	3	1	5	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	2	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	3	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	2	10	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	1	5	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	5	0	0	0	0	1	5	0	1	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	1	0	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	4	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	1	0	0	0	0	0	2	7	0	0	0	0
R47	1	3	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0

	t=2							t=2						
	s=4							s=5						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=2						
	s=6						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	4	0	0	0	3
R43	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	1	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0

	t=3							t=3						
	s=3							s=4						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	4	0	4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	1	1	0	3	1	5	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	2	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	6	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	2	0	5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	5	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	4	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=3							t=3						
	s=5							s=6						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=4							t=4						
	s=4							s=5						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	6	0	0	0	0	6	1	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	8	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	9	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	1	5	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	2	4	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	t=4						
	s=6						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0
R15	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	1	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0

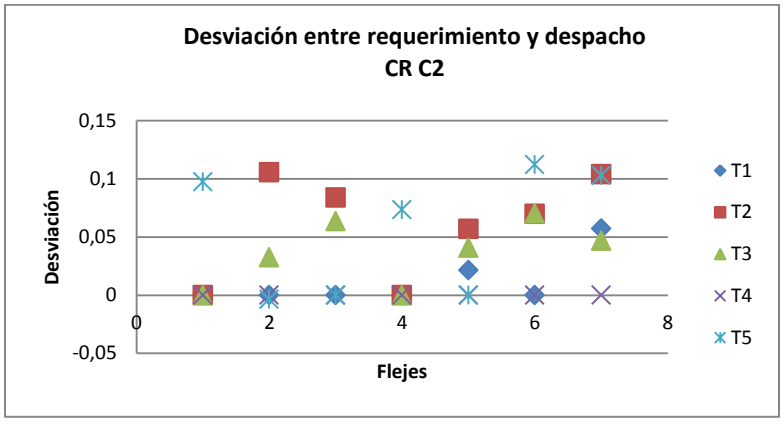
	t=5							t=5						
	s=5							s=6						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
# Rollo	152	73	79	58	228	38	67	152	73	79	58	228	38	67
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R5	4	0	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R9	1	12	0	0	0	3	1	0	0	0	0	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R15	6	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	1	4	1	3	5	0	0	0	0	0	0	0
R23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R28	0	5	7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	6	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	1	2	0	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

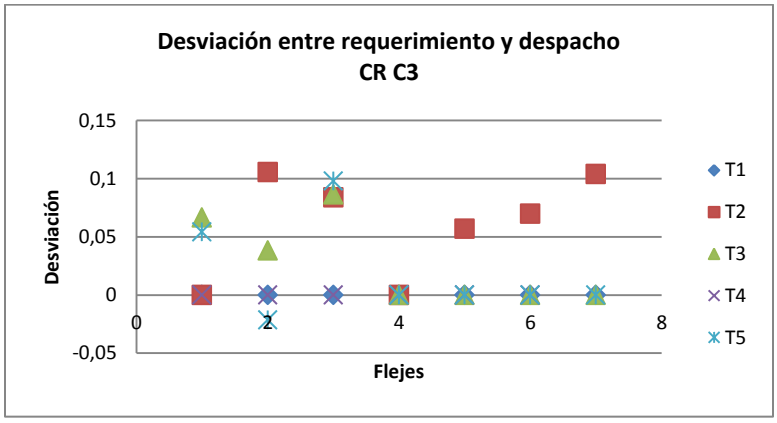
Anexo 9. Rollos cortados

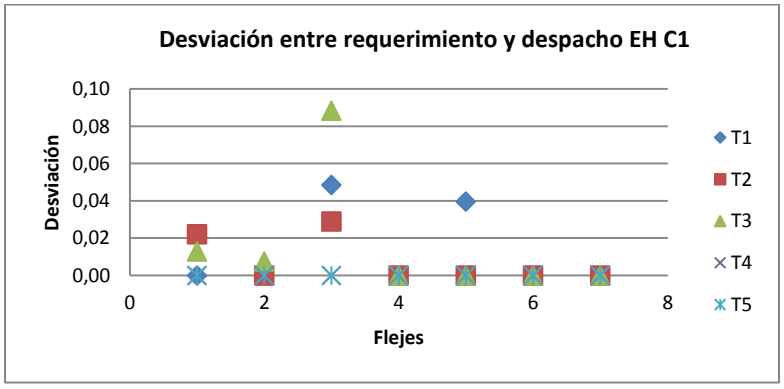
	Períodos de tiempo					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**Se corta rollo?**
R1	0	0	1	0	0	1
R2	0	1	0	0	0	1
R3	0	0	0	0	0	0
R4	0	0	0	0	0	0
R5	0	0	0	0	1	1
R6	0	0	0	1	0	1
R7	1	0	0	0	0	1
R8	0	1	0	0	0	1
R9	0	0	0	0	1	1
R10	0	0	0	0	0	0
R11	0	0	1	0	0	1
R12	1	0	0	0	0	1
R13	0	1	0	0	0	1
R14	0	0	1	0	0	1
R15	0	0	0	0	1	1
R16	1	0	0	0	0	1
R17	0	0	1	0	0	1
R18	0	1	0	0	0	1
R19	0	0	0	1	0	1
R20	0	0	1	0	0	1
R21	0	0	0	0	0	0
R22	0	0	0	0	1	1
R23	1	0	0	0	0	1
R24	0	0	0	0	0	0
R25	0	0	1	0	0	1
R26	1	0	0	0	0	1
R27	0	1	0	0	0	1
R28	0	0	0	0	1	1
R29	0	0	0	1	0	1
R30	0	1	0	0	0	1
R31	1	0	0	0	0	1
R32	0	1	0	0	0	1
R33	0	0	1	0	0	1
R34	0	0	0	0	1	1
R35	0	0	0	1	0	1
R36	0	0	0	0	1	1

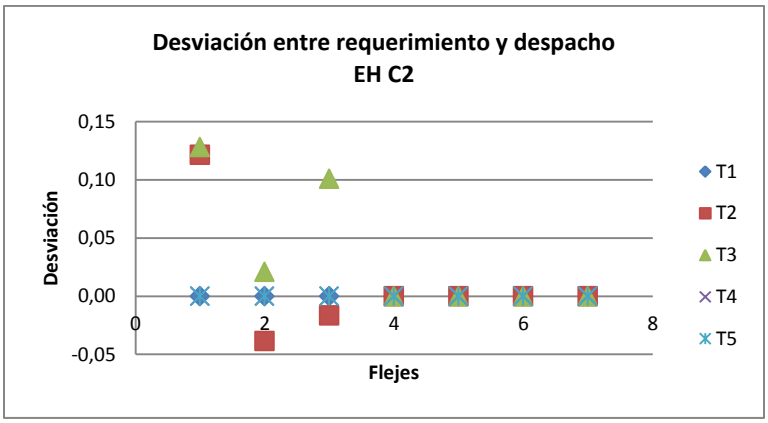
R37	0	1	0	0	0	1
R38	0	0	1	0	0	1
R39	0	1	0	0	0	1
R40	0	0	1	0	0	1
R41	1	0	0	0	0	1
R42	0	1	0	0	0	1
R43	0	0	1	0	0	1
R44	0	1	0	0	0	1
R45	0	0	0	1	0	1
R46	0	1	0	0	0	1
R47	0	1	0	0	0	1
				Total rollos cortados		**42**

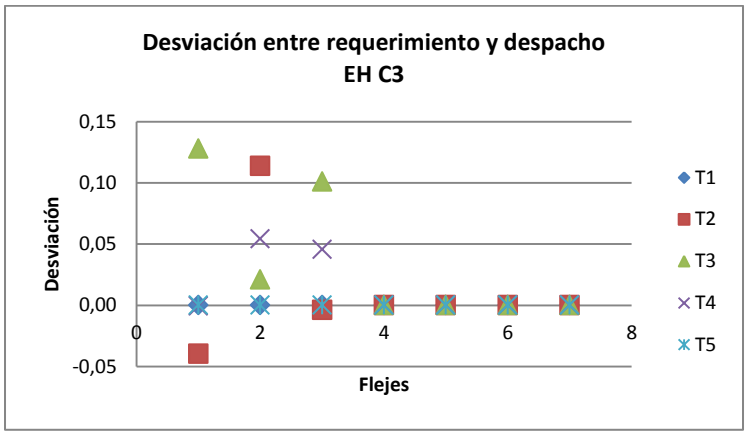
Anexo 10. Desviaciones entre requerimiento y despacho

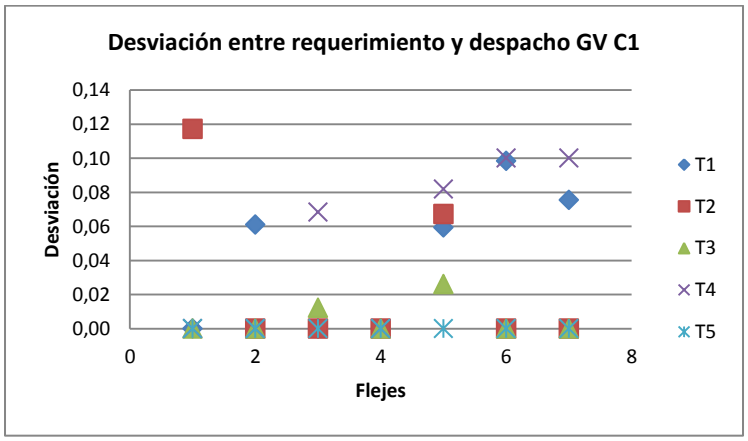


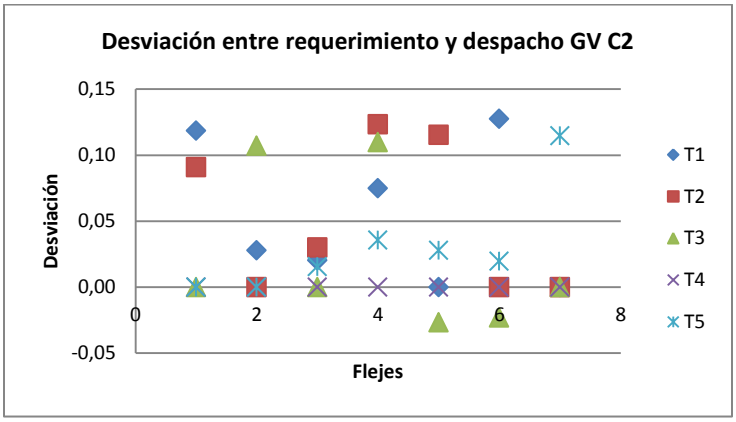


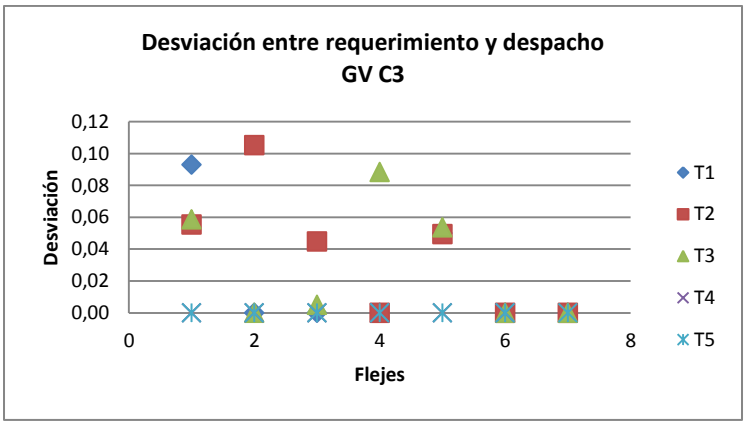


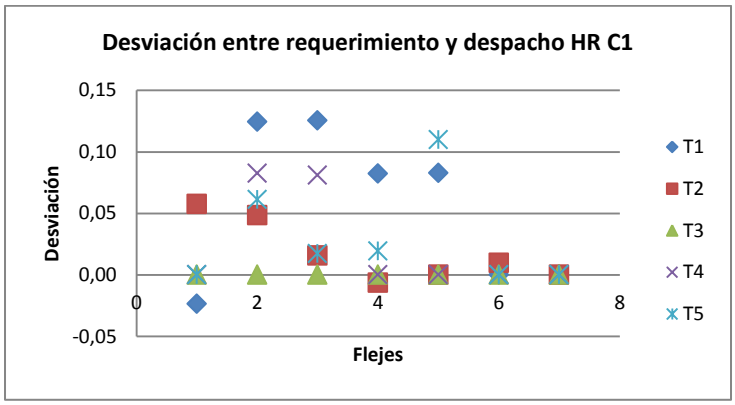

Desviación entre requerimiento y despacho
EH C2
0,15
0,10
0,05
0,00
-0,05
Desviación
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5

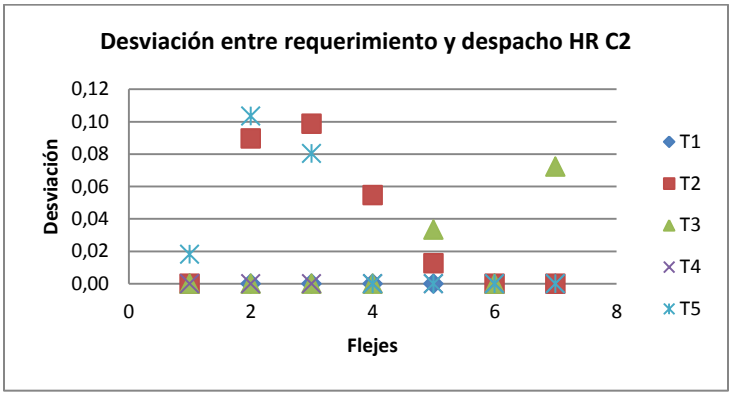

Desviación entre requerimiento y despacho
EH C3
0,15
0,10
0,05
0,00
-0,05
Desviación
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5

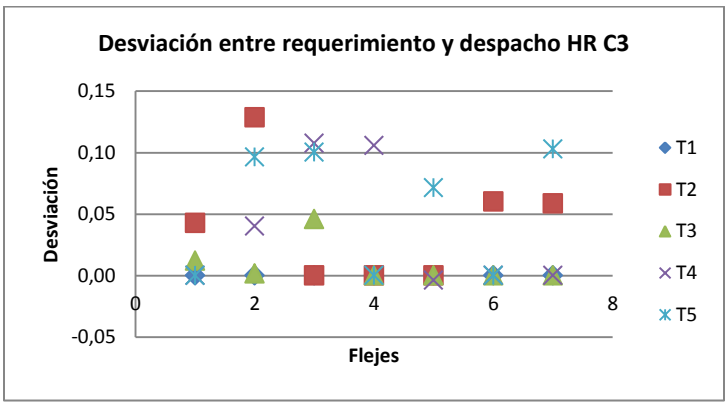

Desviación entre requerimiento y despacho GV C1
0,14
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
Desviación
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5


Desviación entre requerimiento y despacho GV C2
0,15
0,10
0,05
0,00
-0,05
Desviación
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5


Desviación entre requerimiento y despacho
GV C3
Desviación
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5


Desviación entre requerimiento y despacho HR C1
Desviación
0,15
0,10
0,05
0,00
-0,05
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5


Desviación entre requerimiento y despacho HR C2
Desviación
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5


Desviación entre requerimiento y despacho HR C3
Desviación
0,15
0,10
0,05
0,00
-0,05
0
2
4
6
8
Flejes
T1
T2
T3
T4
T5