

**¿QUÉ APORTA EL USO DE DIAGRAMAS DE BARRAS A LA COMPRENSIÓN
DE LA MEDIA Y LA MODA, EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA?**

DANIEL ANTONIO AGUIRRE

FREYDER PAREDES CÁCERES



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUENAVENTURA
2011**

**¿QUÉ APORTA EL USO DE DIAGRAMAS DE BARRAS A LA COMPRENSIÓN
DE LA MEDIA Y LA MODA, EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA?**

DANIEL ANTONIO AGUIRRE

0653918

FREYDER PAREDES CÁCERES

0653765

**Trabajo de Grado para optar por el título de
Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas**

Director

Esp. Rubén Darío Corrales

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUENEVENTURA
2011**

Nota de aceptación

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Buenaventura, septiembre 5 de 2011

A la persona más importante de nuestras vidas.
Nuestro amigo, consejero; el único incondicional,
el Padre de nuestro espíritu, a JESUCRISTO
HOMBRE.

AGRADECIMIENTOS

En alguna clase de filosofía, luego de un arduo debate comprendimos que educarse implica transformarse y para ello, deben superarse las tensiones que surgen entre lo que suponemos es “cierto” y lo que en verdad lo es. En este largo período de formación personal y profesional, que para nuestra fortuna culmina en forma satisfactoria, tuvimos el privilegio de compartir con muchas personas de quienes recibimos aportes muy valiosos que nos ayudaron a superar grandes obstáculos, entre ellas nuestras madres **JUANA LUCÍA QUIÑONES** y **VICENTA CÁCERES**, siempre presentes en los momentos difíciles. Amigos, familiares, compañeros y profesores harían muy extenso el listado de personas a quienes hay que agradecer.

Sin embargo, es preciso expresar en forma particular nuestro respeto, admiración y profunda gratitud, a tres personas que en la fase final de nuestra formación como Educadores Matemáticos, contribuyeron en forma decisiva con su gran conocimiento y comprensión, a que este proyecto de vida se ejecutara en forma exitosa; nos referimos al señor **FRANCISCO VALLECILLA** coordinador del programa en la sede, al señor **RUBÉN DARÍO CORRALES** director del presente trabajo, pero sobre todo, a la Doctora **LIGIA AMPARO TORRES** directora del programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, por su gran gestión como directiva; un millón de gracias.

RESUMEN

El presente trabajo es una descripción de los conocimientos que emergen como parte de las estrategias o procedimientos empleados en la solución de algunas situaciones problema, relacionadas con las medidas de tendencia central (media y moda), las cuales fueron aplicadas a un grupo de estudiantes de sexto grado de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X de Buenaventura. Dichas situaciones presentan información estadística en diferentes tipos de registro, y promueven la construcción e interpretación de diagramas de barras. El propósito de este trabajo es evidenciar si el uso de este tipo de diagramas, favorece la comprensión de los conceptos de media y moda.

Palabras clave: diagrama de barras, comprensión, media, moda.

CONTENIDO

	Pág.
Introducción	10
1. Objetivos	12
1.1. General	12
1.2. Específicos	12
2. Planteamiento del problema	13
2.1. Construcción de gráficos	13
2.1.1. Elección de gráficas	13
2.1.2. Uso de escalas	14
2.1.3. Correspondencia eje-variable	14
2.1.4. Identificación de la variable	15
2.1.5. Relación eje- recta numérica	15
2.1.6. Proporcionalidad de áreas	15
2.2. Interpretación de gráficos	15
2.2.1. Identificación de ejes	16
2.2.2. Extracción de información	16
2.3. Implicaciones en los contextos escolar y extraescolar	15
3. Justificación	17
3.1. Algunas consideraciones locales	18
3.2. Resultados pruebas Saber	19
3.3. Aporte Institucional	20
4. Marco de referencia	21
4.1. Generalidades	21
4.2. Dimensión didáctica	22
4.3. Dimensión curricular	27
4.4. Variables estadísticas	28
4.5. Medidas de tendencia central	29
4.5.1. Complejidad de las medidas de tendencia central	29
4.5.2. Aplicaciones en la vida diaria	30
4.6. El diagrama de barras	31
4.6.1. El título y las etiquetas	32
4.6.2. El marco	32
4.6.3. Los especificadores	32
5. Evaluación	33
5.1. Metodología	33
5.1.1. Etapa de aplicación	34
5.1.2. Etapa de análisis	34
5.2. Instrumento de evaluación	35
5.3. Intencionalidad didáctica	35
Análisis de resultados	40
Algunas apreciaciones y recomendaciones	68
Anexos	71
Referencias bibliográficas	87

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Resumen de las respuestas obtenidas en las diferentes tareas _____	57
Tabla 2. Respuestas de las tareas a y b, de la primera situación _____	59
Tabla 3. Respuestas de las tareas e, c y d, de la primera situación _____	60
Tabla 4. Respuestas de las tareas a, b y c, de la segunda situación _____	62
Tabla 5. Respuestas de las tareas a y b de la situación tres (1) _____	63
Tabla 6. Respuestas de la tarea c de la situación tres (1) _____	64
Tabla 7. Respuestas de las tareas a y b de la situación tres (2) _____	65
Tabla 8. Respuestas de las tareas c y d de la situación tres (2) _____	65
Tabla 9. Porcentaje de respuestas por competencia y forma en que se presentan los datos, en relación a las tareas respondidas _____	66

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
<i>Prueba aplicada</i> _____	72
<i>Resultados prueba: Juan Carlos Andrade</i> _____	75
<i>Resultados prueba: Adriana Colorado</i> _____	78
<i>Resultados prueba: Ever Díaz Valencia</i> _____	81
<i>Resultados prueba: Wendy Arboleda</i> _____	83
<i>Resultados prueba: Geovani Burbano</i> _____	85

INTRODUCCIÓN

La estadística como conocimiento formal ha ido incorporándose vertiginosamente en la sociedad mundial (**Batanero 2002, p.1**). Esto en parte, gracias a los aportes que se han hecho evidentes de esta área del conocimiento a la ciencia; en la medida en que el método científico para conservar su rigurosidad y sistematización ha requerido desde siempre de elementos fundamentales de esta rama del saber, en relación con la recolección, organización, representación y posterior análisis de los datos obtenidos en las observaciones, que en últimas conduzcan al planteamiento de teorías, las cuales den paso a la formulación de las leyes que rigen a la naturaleza.

Sin embargo, se hace posible evidenciar el aporte de la estadística a la sociedad, en aspectos más relacionados con la cotidianidad. Los diferentes medios de comunicación, permanentemente hacen uso de elementos estadísticos para llevar a cabo su labor informativa. Tal es el caso del presentador de la sección deportiva de un noticiero, quien después de relatar el resumen de los encuentros del torneo de fútbol profesional, da a conocer la trayectoria de cada equipo, en una tabla que muestra las diferentes posiciones con respecto a los resultados que han obtenido a lo largo de la temporada. Y si de mostrar el comportamiento de la sociedad en términos de nivel de desempleo, indicadores económicos o crecimiento de la economía se trata; además de las tablas de frecuencia, estos medios suelen usar diagramas de barras y diagramas circulares, ya que permiten sintetizar la información presentada.

Ante este hecho, el sujeto que necesita informarse requiere de algunas competencias que le permitan interpretar la manera como se le presenta la realidad, para posteriormente comprenderla y adaptarse a ella, o procurar transformarla. En este trabajo, se identificaran algunas de estas competencias relacionadas con las medidas de tendencia central, a partir del desarrollo de actividades que requieran el uso de diagramas de barras, en estudiantes de sexto grado; para determinar si la construcción e interpretación de este tipo de gráficas en la solución de *situaciones problema*¹, facilita la comprensión de las medidas de tendencia central, en particular de la media y la moda.

El desarrollo del pensamiento aleatorio capacita a las personas para organizar y analizar la información que perciben de su entorno, y a partir de ese análisis establecer criterios para la toma de decisiones acertadas; pero además, les ayuda a determinar si la información suministrada por los medios de comunicación, se ajusta a la realidad. En otras palabras, el pensamiento aleatorio genera en los sujetos una actitud crítica y reflexiva, que les permite comprender la realidad e incidir sobre ella en procura de su transformación; y la comprensión de los conceptos de media y moda, contribuye al desarrollo de este tipo de pensamiento. En consecuencia, el propósito de este trabajo se concreta a través de los siguientes objetivos:

¹ Término con el que Lester (1980, p. 287) se refiere a una situación en la que se le pide a un individuo realizar una tarea, para la cual no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución. Citado en Godino (2003, p. 89).

1. OBJETIVOS

1.1. GENERAL.

- 1.1.1.** Identificar los aportes del uso del diagrama de barras, a la comprensión de los conceptos estadísticos de media y moda.

1.2. ESPECÍFICOS.

- 1.2.1.** Elaborar situaciones problema que involucren en su solución los conceptos de diagrama de barras, media y moda.
- 1.2.2.** Describir las estrategias empleadas por los estudiantes al resolver las situaciones problema propuestas.
- 1.2.3.** Caracterizar las similitudes evidenciadas en las estrategias de solución, utilizadas por los estudiantes.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Algunas investigaciones en Educación Estadística (**Pereira Mendoza y Mellor, 1990; Li y Shen, 1992; Carvalho, 1998**), al igual que la observación de algunas prácticas educativas, en la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X de Buenaventura, especialmente en los grados quinto y sexto; revelan que en el desarrollo de actividades de aula que requieren el uso de gráficas estadísticas, suelen detectarse errores relacionados con su construcción e interpretación.

2.1. Construcción de gráficos. Destacamos los errores más frecuentes relacionados con:

2.1.1. Elección de gráficas. En un gran número de casos, los estudiantes suelen utilizar gráficas para representar información, sin atender al tipo de variable ni al planteamiento de la situación misma. Tal es el caso de estudiantes que usan diagramas lineales para representar datos que debieran representarse en un diagrama de barras. (**Li y Shen, 1992**, citado en **Batanero et al., junio de 2009, p. 98**)

2.1.2. Uso de escalas. En este aspecto pueden agruparse todos los casos en que se escoge una escala inadecuada para el objetivo pretendido, se omiten las escalas en uno o ambos ejes, no se especifican las coordenadas o no se proporcionan suficientes subdivisiones en las escalas de los ejes. (**Li y Shen, 1992**, citado en **Batanero et al., junio de 2009, p.99**)

2.1.3. Correspondencia eje-variable. Hay estudiantes que no tienen claridad sobre la asignación exclusiva del eje horizontal para la variable, y en consecuencia la sitúan en cualquiera de los dos.

2.1.4. Identificación de la variable. Hay un número considerable de casos en los que el estudiante, aunque establece diferencias entre los datos y sus respectivas frecuencias absolutas; no puede extraer de un enunciado, el nombre (variable) con el que ha de identificar dichos datos.

2.1.5. Relación eje-recta numérica. De igual manera, hay quienes no respetan el orden de los números naturales y en consecuencia numeran las divisiones del eje vertical de cualquier forma. Así mismo, se aprecian casos en los que el estudiante emplea un mismo número en divisiones distintas del eje, para indicar dos datos con igual frecuencia absoluta.

2.1.6. Proporcionalidad de áreas. En la construcción de diagramas de barras o circulares, es importante tener en cuenta la relación entre la cantidad de datos y el área que ocupa su especificador respectivo en el gráfico. En el caso del diagrama de barras, la altura de cada rectángulo depende de la frecuencia absoluta del dato que representa pero, el ancho debe ser el mismo, y este aspecto es ignorado por un número considerable de estudiantes. Además, en el diagrama circular se aprecia que algunos asignan valores grandes a regiones pequeñas y viceversa.

2.2. Interpretación de gráficos. En este aspecto destacamos algunos errores asociados a:

2.2.1. Identificación de ejes. Del mismo modo, hay estudiantes que tienen problemas con el diagrama de barras, sobre todo al usar un diagrama de barras horizontal en lugar de vertical. (*Pereira Mendoza y Mellor, 1990*, citado en *Batanero et al., junio de 2009, p. 99*).

2.2.2. Extracción de información. También hay quienes al estimar la moda, toman la frecuencia en lugar del dato; generalmente cuando la variable es cuantitativa. (*Carvalho, 1998*, citado en *Batanero, UNO 2000, p. 47*).

2.3. Implicaciones en los contextos escolar y extraescolar.

La presencia de estos errores en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística, tiene implicaciones para la vida escolar de los estudiantes, ya que “*los gráficos estadísticos son esenciales para la organización, descripción y análisis de datos*” (*Wild y Pfannkuch, 1999*) y por consiguiente; desfavorece la adquisición de competencias que den cuenta del desarrollo de pensamiento aleatorio. De igual forma tiene implicaciones para un desempeño satisfactorio, en situaciones relacionadas con este tipo de pensamiento, en contextos extraescolares cotidianos o futuros, como los estudios superiores o la vida profesional; roles en los que permanentemente estarán enfrentados a la sociedad de la información.

Por otra parte, el empleo de varios tipos de registro para representar un mismo concepto, evidencia la comprensión de dicho concepto (*Duval, 2004*). Ampliando un poco esta idea, Duval afirma que:

“la lengua natural, las lenguas simbólicas, los *esquemas*, las figuras geométricas, las gráficas cartesianas o las tablas; no pueden considerarse como formando un mismo registro; pues cada uno plantea preguntas específicas sobre el aprendizaje”. ...“Para los sujetos, *una representación permite el acceso al objeto representado*,

solo cuando se cumple dos condiciones: que dispongan de al menos dos sistemas semióticos diferentes para producir la representación de un objeto, de una situación, de un proceso... y que “espontáneamente” puedan convertir de un sistema semiótico a otro, las representaciones producidas, sin siquiera notarlo”. (p.31).

Es por ello que proponemos vincular el diagrama de barras al diseño y aplicación de situaciones problema relacionadas con las medidas de tendencia central, en particular, la media y la moda; en uno de los dos cursos de sexto grado de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X de Buenaventura. Tales situaciones incluyen otro tipo de registros como la lengua natural y las tablas de frecuencia; pero en la mayoría de ellas se privilegia la interpretación y construcción de diagramas de barras.

Además, estas situaciones se caracterizan por que potencian en forma particular, el tratamiento de los elementos asociados a la construcción de diagramas de barras como son el título, las etiquetas, el marco y los especificadores; y requieren de varias competencias relacionadas con los conceptos de media y moda, para su solución. De este modo, se avanzará en la intención de hallar información que permita dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿QUÉ APORTA EL EMPLEO DEL DIAGRAMA DE BARRAS EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA, A LA COMPRENSIÓN DE LOS CONCEPTOS DE MEDIA Y MODA EN LOS ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO, DE LA CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X DE BUENAVENTURA?

3. JUSTIFICACIÓN

La interpretación y la construcción de gráficas estadísticas son dos competencias importantes de la cultura estadística, con que toda persona debiera contar.

“Una persona culta debiera poder leer críticamente los gráficos estadísticos que encuentra en la prensa, Internet, medios de comunicación, y trabajo profesional. Esto supone no sólo la lectura literal del gráfico, sino identificar las tendencias y variabilidad de los datos, así como detectar los posibles errores conscientes o inconscientes que puedan distorsionar la información representada”. (Gal, 2002, p. 2-3).

“Asimismo, debiera conocer los convenios de construcción de los diferentes tipos de gráficos y ser capaz de construir correctamente un gráfico sencillo”. (Schield, 2006).

Podría considerarse que el empleo de diagramas de barras en la solución de situaciones problema, contribuye de algún modo a que los estudiantes construyan e interpreten correctamente este tipo de gráficas estadísticas, pues en el desarrollo de las actividades propuestas están en continua relación con sus *elementos estructurales*², (Friel, Curcio y Bright, 2001) lo que les permitiría familiarizarse con cada uno, identificar sus funciones en el gráfico y en consecuencia, adquirir destrezas relacionadas con el uso (construcción e interpretación) del diagrama de barras.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el propósito principal de este trabajo es identificar ¿Qué aporta el diagrama de barras a la comprensión de los conceptos de media y moda?, se hace necesario privilegiar el empleo de este

² Aspectos fundamentales para la construcción de gráficos de barras como son, el título, las etiquetas, el marco del gráfico y los especificadores.

tipo de registro sobre otros, pues es la única manera de atribuirle al uso de estas gráficas, los resultados obtenidos.

3.1. Algunas consideraciones locales.

Además, se ha tomado como referencia la observación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos de diagrama de barras, media y moda en el grado quinto de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X.

Los resultados de dicha observación sugieren que la enseñanza de la estadística, y en particular; del uso de diagramas de barras y de las medidas de tendencia central, en la básica primaria de la Institución; carece de una adecuada contextualización que permita a los estudiantes apreciar en una dimensión global, las propiedades de lo que aprenden y su funcionalidad. Nos permitimos emitir tal afirmación basándonos en los *comportamientos*³ observados en los estudiantes al enfrentarse a situaciones de dos naturalezas, aunque relacionadas entre sí:

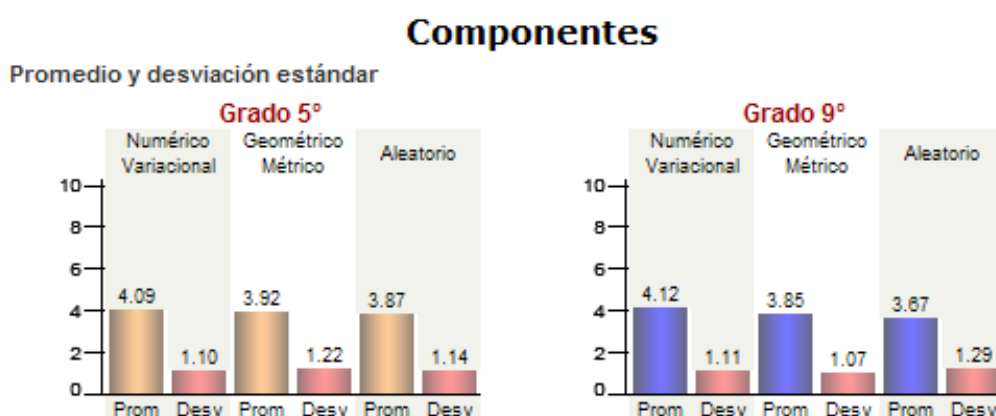
- a. Inicialmente, cuando se pidió determinar la media, la mediana o la moda de una distribución aleatoria de datos, en la mayoría de los casos los estudiantes realizaron la actividad en forma correcta y sin dificultades aparentes (salvo en el caso de la mediana); pero,
- b. Cuando se solicitó lo mismo a partir de la enunciación de una situación que se consideró cotidiana, donde además debían interpretarse los resultados obtenidos; en un reducido número de casos se obtuvieron respuestas correctas y a las que se hubiera llegado con cierta facilidad.

³ Se refiere a los modos en que los estudiantes abordan y resuelven las tareas propuestas en el aula de clases. Vergnaud (1990, p. 3)

Este hecho se debe tal vez, a la escasa formación estadística de quienes están a cargo de este proceso, y en consecuencia, un número considerable de los estudiantes que hacen la transición de la primaria a la secundaria, llegan con muchas dudas e incluso, con muchos vacíos conceptuales; lo que dificulta notablemente su desempeño en un proceso que demanda mucha más actividad de pensamiento aleatorio.

3.2. Resultados pruebas saber.

Por otra parte *“Los bajos promedios a nivel nacional, 3.87 en grado quinto de básica primaria y 3.67 en el grado noveno de básica secundaria en el componente aleatorio de la prueba Saber 2005-2006, muestran las serias dificultades que presentan los estudiantes para resolver situaciones inmersas en el tratamiento de la información”. (Ver Gráfica No. 1)*



Gráfica No. 1. Resultados pruebas Saber 2005-2006 (MEN, 2006)

Por tal motivo se propone la aplicación de situaciones problema en uno de los dos cursos del grado sexto de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X, contextualizadas a partir de los intereses y motivaciones de los estudiantes; con las cuales se busca, observar la forma en que los estudiantes usan (construyen e interpretan) los diagramas de barras, para evidenciar la

aplicación de conocimientos relacionados con la *representación*⁴ de información estadística, y su respectiva interpretación mediante sus indicadores de posición central (media y moda) y, a partir de la descripción de los resultados obtenidos, inferir los posibles aportes del diagrama de barras a la comprensión de los conceptos de media y moda. El tipo de registro que se privilegia en las situaciones propuestas es el diagrama de barras, en el cual los datos se muestran agrupados; es por ello que no se aborda el concepto de mediana pues en este caso, su determinación implicaría el uso de una fórmula, la cual consideramos un tanto compleja para estudiantes de sexto grado.

3.3. Aporte Institucional.

Se considera que este trabajo es relevante para los intereses de los estudiantes, pues a partir de los resultados obtenidos en las situaciones problema, se evidencian dificultades y fortalezas que podrían asumirse como referentes para continuar avanzando hacia la adquisición de una *cultura estadística*, cuyos elementos les permita desempeñarse competentemente en situaciones escolares y extraescolares, relacionadas con el pensamiento aleatorio. Del mismo modo, los educadores matemáticos de la Institución también podrían beneficiarse de los resultados de este trabajo, pues podrían extraer de él, elementos útiles para generar una tipología de situaciones de enseñanza, que contribuya a erradicar o disminuir las principales dificultades de los estudiantes, relacionadas con el uso de diagramas de barras y la comprensión de los conceptos de media y moda.

⁴ Entendida como una función semiótica que da cuenta de la representación de objetos materiales y no materiales. Godino (2003, p. 241-242).

4. MARCO DE REFERECIA

En vista de que el problema a tratar se sitúa en el campo de la educación estadística, se hace necesario conceptualizar su didáctica y los términos más relacionados con el uso de diagramas de barras y la comprensión de la media y la moda.

4.1. Generalidades.

Aunque en la actualidad son muchas las definiciones de estadística, es pertinente precisar que en este caso se asume la postura de un autor, debido a que sintetiza las características fundamentales de este campo del conocimiento, que orientan la etapa de *evaluación* de este trabajo:

“La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final”⁵.

Del mismo modo, es necesario indicar que la estadística escolar suele apoyarse en dos enfoques: *descriptivo* e *inferencial*. Teniendo en cuenta el propósito de este documento se tomaron como referencia ambos, puesto que, la estadística descriptiva tiene como fin “*presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, sin extender las conclusiones a otros datos diferentes o a una población*” **Batanero (2002, p. 10)**, y este es

⁵ Cabría, S. (1994). *Filosofía de la Estadística*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia.

el enfoque con el que se diseñaron y aplicaron las situaciones. Por otra parte, en la estadística inferencial *“el conjunto de datos analizados es una muestra de una población y el interés principal es predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados de la muestra” (p. 10)*. Este enfoque describe la metodología empleada en este trabajo, pues luego de seleccionar el curso sexto uno (muestra) de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X, para la aplicación de situaciones problema donde se vincula el uso de diagramas de barras a la comprensión de los conceptos de media y moda; los resultados obtenidos en los estudiantes de ese grupo, posteriormente se generalizaron (inferencia) para los estudiantes de educación Básica (población).

4.2. Dimensión didáctica

La estadística, sólo muy recientemente es objeto de estudio en las escuelas (**Holmes, 2002**). En los últimos años han sido notorios, su desarrollo y aporte al avance de la ciencia y la tecnología, así como al crecimiento de la economía. En consecuencia, muchos países han introducido su enseñanza desde la educación primaria, procurando *fomentar una cultura estadística que interrelacione dos componentes:*

“a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y

b) Capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, p. 2-3).

Por otra parte, en la conceptualización de los términos empleados en educación matemática, deben tenerse en cuenta tres aspectos a saber: el empleo de una **simbología**⁶ adecuada en la solución de situaciones propuestas en el aula, un conjunto de **situaciones problema**⁷ que movilice tales términos y la **acción**⁸ operatoria de los sujetos que resuelven las situaciones propuestas (Vergnaud, 1990). En consecuencia; a medida que un estudiante se enfrenta a ciertas situaciones para solucionarlas, los conceptos implícitos en dichas situaciones van cobrando sentido para él, de forma tal que puede evocar o explicitar modos de organizar su accionar sobre un conjunto de situaciones en particular.

Si tal organización es automatizada o esboza la formulación y combinación de varias *estrategias*,⁹ entonces el estudiante ha construido uno o varios *esquemas*, que darán cuenta de uno o varios conceptos. En palabras de Vergnaud un **esquema** es “la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada”. (p. 2). Tal organización solo es posible a partir de los conocimientos en acto del estudiante, es decir; del repertorio de conceptos y las relaciones existentes entre ellos, usados para la organización de su conducta, que no se hacen explícitos en la solución de una situación. A estos conocimientos Vergnaud les llama **invariantes operatorios** y los clasifica en *conceptos-en-acto* y *teoremas-en-acto*.

Los invariantes operatorios pueden ser del tipo “proposiciones” si son susceptibles de ser verdaderos o falsos, como en el caso de las “generalizaciones” o “teoremas” que surgen en el proceso de resolución de una determinada tarea. Vergnaud describe un ejemplo en el que los niños

⁶ Conjunto de formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente los conceptos, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento. Vergnaud (1990, p.7).

⁷ Tareas que se modelan a partir de los Campos conceptuales, empleados para contextualizar y para observar la acción del sujeto frente a las actividades que se le asignan. Vergnaud (1990, p.6).

⁸ Conducta que asume el sujeto ante una tarea específica. Vergnaud (1990, p.3).

⁹ Término con el que nos referimos a la explicitación de las diferentes etapas, descritas en la solución de una actividad.

entre los cinco y siete años, “*descubren que no es necesario contar el todo para encontrar el cardinal de $A \cup B$ si ya se ha contado A y B . Se puede expresar este conocimiento por un teorema-en-acto:*

Card ($A \cup B$)=Card (A)+Card (B), siempre que A y B sean disyuntos”. (p. 5).

Así mismo, estos invariantes pueden ser del tipo “*función proposicional*” si se constituyen en piezas indispensables para la construcción de proposiciones, por ejemplo “*los conceptos de cardinal y colección, los de estado inicial, transformación y relación cuantificada, son indispensables para la conceptualización de las estructuras aditivas*”. Este tipo de invariantes son los *conceptos-en-acto*. (p. 6). Por último, un invariante operatorio puede ser del tipo “*argumento*” si explicita la relación entre una proposición y su respectiva función proposicional, nos referimos en este caso a los objetos matemáticos.

De igual forma, Vergnaud se refiere al *campo conceptual* como el concepto didáctico que permite agrupar varias situaciones de aula, como pertenecientes a una misma clase; debido a que comparten los mismos invariantes operatorios, necesarios para su solución. Por ejemplo, afirma que “*el conjunto de situaciones que requieren una adición, una sustracción o una combinación de dichas operaciones; pertenecen al campo conceptual de las estructuras aditivas*”. (p. 7).

Al igual que la acción operatoria, el lenguaje que se emplea en la solución de situaciones problema es fundamental para determinar su sentido, pues por una parte permite representar las diferentes etapas de la acción, y por otra, comunica la forma en que se relacionan los conceptos sobre los cuales se apoya la elaboración del esquema. En su “**Teoría de los campos conceptuales**” **Gérard Vergnaud (1990)** explicita la relación de lo que desde su punto de vista, son los aspectos a tener en cuenta a la hora de caracterizar los aprendizajes de los estudiantes. Aquí un fragmento:

“Un concepto no puede ser reducido a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y enseñanza. A través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver es como un concepto adquiere sentido para el niño. ... Simplemente, si se quiere considerar correctamente la medida de la función adaptativa del conocimiento, se debe conceder un lugar central a las formas que toma en la acción del sujeto. El conocimiento racional es operatorio o no es tal conocimiento”. (p. 1,2).

Con estas palabras, Vergnaud atribuye más relevancia a lo que el estudiante hace con lo que sabe, que a la descripción de los procedimientos que emplea en su accionar. Prueba de ello es el ejemplo que cita sobre la capacidad de un niño para resolver una suma de números naturales, aunque no sea capaz de explicar paso a paso las etapas del algoritmo que emplea. (p. 3). Y añade:

“El homomorfismo entre lo real y la representación no debe ser buscado en primer lugar al nivel de los simbolismos, sino al nivel de los invariantes operatorios contenidos en los esquemas. Es ahí donde se sitúa la base principal de la conceptualización de lo real”. (p. 21).

Como ya se mencionó antes, estudiar el desarrollo y funcionamiento de un concepto implica considerar en forma simultánea un conjunto de *situaciones* que movilicen el concepto, el conjunto de *invariantes* sobre los cuales reposa la operacionalidad de los esquemas que surgen en la solución y, el conjunto de las *formas lingüísticas* y no *lingüísticas* que permiten representar simbólicamente los invariantes, el concepto y las situaciones.

En concordancia con lo anterior, **Curcio (1987)**, en su “**Comprensión de las relaciones matemáticas expresadas en gráficos**” describe un *esquema* teórico del conocimiento general a partir de la comprensión de gráficas. Con base en los resultados obtenidos en un estudio con 389 estudiantes de cuarto y séptimo grado, sugiere que “*mediante actividades gráficas, los estudiantes podrían construir y expandir esquemas relevantes necesarios para la comprensión*”. (p. 1).

Afirma además (Curcio) que en la lectura de gráficos el estudiante debe realizar la traducción entre lo representado y la realidad. Pero esta traducción requiere conocimientos no siempre disponibles por el estudiante sobre los convenios de construcción y elementos del gráfico, que son los siguientes:

- a. Las palabras que aparecen en el gráfico, como su título, las etiquetas de los ejes y de las escalas, que proporcionan las claves necesarias para comprender las relaciones representadas.
- b. El contenido matemático subyacente, por ejemplo los conjuntos numéricos empleados y otros conceptos matemáticos como los de área en un diagrama de sectores, o longitud en un gráfico de líneas, implícitos en el gráfico, y que el estudiante ha de dominar para interpretarlo.
- c. Los convenios específicos que se usan en cada tipo de gráfico y que se deben conocer para poder realizar una lectura o construcción correcta. Por ejemplo, el alumno ha de conocer en un diagrama de sectores que la amplitud del sector es proporcional a la frecuencia; en un diagrama de dispersión que cada punto representa un caso y las coordenadas del punto, los valores de las dos variables representadas. **(p. 3).**

En el estudio realizado con los 389 estudiantes, a partir de un diagrama de barras Curcio plantea seis preguntas de selección múltiple a las cuales clasificó como:

Primera y segunda, literales; por que podían responderse a partir de la observación y extracción directa, de la información contenida en el título del gráfico, los ejes o sus respectivas etiquetas.

Segunda y tercera, comparación; por que requerían de la relación entre las frecuencias absolutas de los datos, para establecer diferencias entre ellos.

Y las preguntas **cinco y seis** de extensión; porque eran necesarios datos externos al gráfico, además del empleo de algún algoritmo. **(p. 5).** Una de las conclusiones a las que llegó Curcio es que los conocimientos previos de los estudiantes son decisivos para la comprensión de los gráficos. **(p. 11).**

4.3. Dimensión curricular

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas indican que para el conjunto de grados de sexto a séptimo, los estudiantes deben:

- a. “Interpretar, producir y comparar representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares.)” y,*
- b. “Usar medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos”¹⁰.*

Puede apreciarse en estos dos estándares la relevancia de este documento, en relación al aporte de elementos que procuren el cumplimiento de las exigencias curriculares del Ministerio de Educación Nacional, en tanto que hacen referencia al *uso del diagrama de barras* y, al *uso de las medidas de tendencia central*; aspectos fundamentales del presente trabajo. Hay que precisar que *la comprensión de las medidas de tendencia central*, es la que posibilita el posterior uso de estos indicadores.

Así mismo, el desarrollo de pensamiento aleatorio es un aspecto de la formación matemática, que se promueve desde la educación primaria; prueba de ello son los siguientes estándares para el grupo de grados de cuarto a quinto:

- a. “Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)”,*
- b. “Interpreto información representada en tablas y gráficas”, y*

¹⁰ Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias. p, 84. Bogotá, Colombia.

c. *“Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican”*¹¹

Aquí también se evidencia la importancia que se le atribuye, al *uso de gráficas estadísticas* (diagrama de barras en nuestro caso) para la representación de información; y a la *comprensión y uso de las medidas de tendencia central*, para su interpretación.

4.4. Variables estadísticas

Son las características a ser observadas en un evento estadístico, o en palabras de Batanero:

“Una variable es un símbolo que puede tomar valores diferentes. Cuando estos valores son los resultados de un recuento estadístico, la llamamos variable estadística, y representa generalmente un cierto carácter de los individuos de una población”. (Batanero, 2002, p. 13)

Las variables suelen ser de dos tipos. **Cualitativas**, si se refieren a un aspecto que generalmente no se expresa en forma de cantidad, como las preferencias musicales o el nivel de estudios de una persona; o **Cuantitativas**, si en efecto permiten que se les represente con una cantidad, como es el caso de la edad o la estatura.

Hay que indicar además, que las **variables cuantitativas** pueden ser **discretas**, si solo pueden representarse mediante números enteros, como la cantidad de personas asistentes a un evento; o **continuas**, si admiten cualquier valor real para su representación, tal es el caso de la medición de la temperatura o el tiempo empleado para realizar una actividad determinada.

¹¹ Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias. p, 83. Bogotá, Colombia.

4.5. Medidas de tendencia central

En el *trabajo estadístico* se distinguen varias etapas comenzando por la formulación de un problema, seguida de la selección de una muestra (dependiendo de la variable a ser medida y el tamaño de la población) y la toma de los datos que permitirán responder la pregunta planteada; posteriormente la tabulación, representación gráfica y análisis de dichos datos. En esta última etapa se requiere del cálculo de una serie de valores llamados estadísticos que “*proporcionan un resumen acerca de cómo se distribuyen esos datos y en muchos casos, permite construir modelos teóricos de dichas distribuciones.*” (Mayén, 2009, p. 14). Entre ellos se encuentran los estadísticos o indicadores de posición central, que proporcionan información esencial del conjunto de datos que se está analizando. Se distinguen principalmente la **media**, la **mediana** y la **moda**. A continuación se amplían estos conceptos a partir de dos aspectos a saber:

4.5.1. Complejidad de las medidas de tendencia central.

El indicador de posición central mas intuitivo es la media que resume en un valor las características de una variable teniendo en cuenta todos los casos, pero sólo es aplicable a variables cuantitativas. La mediana y la moda pueden emplearse en otro tipo de variables, la primera a datos ordinales y la segunda a datos cualitativos. La mediana se define intuitivamente como el valor que ocupa el centro de la distribución cuando los datos se ordenan en forma creciente, y la moda, como el valor de mayor frecuencia. A pesar de ser conceptos estadísticos básicos, las medidas de tendencia central no son siempre bien comprendidas por los estudiantes de educación secundaria e incluso los estudiantes universitarios. (p, 15).

“Ayudar a los estudiantes a comprender progresivamente estos estadísticos no es una tarea sencilla, pues es necesario adaptar estas ideas a sus capacidades cognitivas y diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje significativo.” (p. 15).

Aquí, algunas razones que dan cuenta de la complejidad de estos estadísticos **(Batanero, 2000; citado en Mayén, 2009, p. 15):**

- a. Los estudiantes asignan intuitivamente a la media, mediana y moda propiedades de las operaciones aritméticas elementales que no se conservan para las medidas de posición central.
- b. Las medidas de posición central se pueden referir a diferentes objetos matemáticos que los estudiantes confunden entre sí: media de una variable estadística, media de una variable aleatoria, media de una distribución muestral.
- c. Las propiedades de la media, mediana y moda no son siempre comunes. Por ejemplo, mientras que en el cálculo de la media intervienen todos los datos, esto no ocurre con la mediana o moda.
- d. Los algoritmos de cálculo para cada una de las medidas de posición central son varios, dependiendo de la forma en que se den los datos (agrupados, sin agrupar, gráficamente). Esto causa problemas en los estudiantes, que están acostumbrados a un solo algoritmo para cada situación.

4.5.2. Aplicaciones en la vida diaria

Estos estadísticos tienen, así mismo, frecuentes aplicaciones en la vida diaria, en especial la media. La esperanza de vida, tasa de natalidad, los costos o el índice de precios, son ejemplos de aplicación de la media simple o ponderada que se utilizan con frecuencia en la prensa

o incluso en el trabajo profesional. Otros ejemplos, como las evaluaciones de los estudiantes se realizan en base a las notas medias que determinan la posibilidad de acceso a los estudios universitarios en algunas especialidades. La media también se emplea en el cálculo del centro de gravedad en geometría, el reparto equitativo en situaciones tales como definición de la renta per cápita, el valor más probable en inferencia o predicción, entre otras situaciones de uso frecuente. *(Mayén, 2009, p. 16).*

A continuación se anexan algunas propiedades de la media, propuestas por **Batanero (2002)**:

1. La media es un valor comprendido entre los valores extremos de la distribución.
2. El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
3. La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos. Incluso puede no tener “sentido” para los datos considerados.
4. Se deben tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
5. Es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.
6. Se expresa en la misma unidad de medida que los datos. **(p. 21).**

4.6. El diagrama de barras

El lenguaje gráfico tiene un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de transnumeración, una de las formas básicas de razonamiento estadístico (Wild y Pfannkuch, 1999) que consiste en obtener una nueva información, al cambiar de un sistema de representación a otro. El diagrama de barras es uno de los tipos de gráficos estadísticos. A continuación caracterizamos sus elementos estructurales:

4.6.1. El título y las etiquetas que indican, el contenido contextual del gráfico y cuáles son las variables representadas, respectivamente.

4.6.2. El marco del gráfico que incluye los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. Dicho marco proporciona información sobre las unidades de medida de las magnitudes representadas.

4.6.3. Los especificadores del gráfico, son los rectángulos usados para visualizar los datos. *(Friel, Curcio y Bright, 2001).*

5. EVALUACIÓN.

Se entiende por evaluación en educación, al control ejercido sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en las Instituciones Educativas, o en palabras del Ministerio de Educación Nacional *“es el instrumento por excelencia para saber qué tan lejos o tan cerca se está de alcanzar la calidad establecida en los estándares.”*¹²

A los medios empleados para realizar dicho proceso se les llama, ***Instrumentos de Evaluación***, que constituyen una fase preliminar de la recolección de información. Los datos obtenidos, son organizados y analizados. La información que se obtiene del análisis es representada y posteriormente difundida.

El test, el cuestionario, la encuesta, la entrevista y la observación; son algunos instrumentos de evaluación.

5.1. Metodología.

En nuestro caso, el instrumento de evaluación empleado es la encuesta, aplicada por medio de un conjunto de situaciones problema a un grupo de estudiantes de sexto grado, de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X de Buenaventura. A partir de la descripción y análisis de las respuestas obtenidas en cada una de las situaciones, se generó información considerada pertinente que permitió aportar elementos a la hipótesis:

¹² Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias. p, 9. Bogotá, Colombia.

“El uso de diagramas de barras en la solución de situaciones problema, contribuye a la comprensión de los conceptos de media y moda”

La fase práctica de este trabajo fue abordada en dos etapas:

5.1.1. Etapa de aplicación. Consistió en determinar inicialmente, en cuál de los dos grupos de sexto grado de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X, habrían de aplicarse las situaciones problema que permitieran recolectar información, sobre los conocimientos-en acto de los estudiantes, relacionados con la representación de datos mediante diagramas de barras y su interpretación, a partir de las medidas de tendencia central. Posteriormente, esta información se analizó con el fin de determinar la pertinencia del uso del diagrama de barras, para la comprensión de la media y la moda. La selección del grupo se realizó mediante la técnica de muestreo aleatorio simple. En presencia del profesor que aplicó las situaciones (William Copete), se extrajo una balota marcada con “6¹” de una bolsa plástica negra, la cual contenía dos balotas marcadas con “6¹” y “6²”, respectivamente.

La prueba se aplicó a un total de veintiún estudiantes, en las instalaciones de la Corporación Instituto cooperativo Malcolm x, en un periodo de tiempo de sesenta minutos.

5.1.2. Etapa de análisis. Una vez finalizada la etapa de aplicación, se recogió y sistematizó la información suministrada por las situaciones problema desarrolladas por los estudiantes. Finalmente, la descripción y posterior análisis de esta información suministró elementos estructurales para determinar cuáles son los aportes del diagrama de barras a la comprensión de los conceptos de media y moda en estudiantes de sexto grado.

5.2. Instrumento de evaluación. El instrumento que proponemos consiste en tres situaciones problema, todas con varias tareas y diferentes intencionalidades didácticas:

5.3. Intencionalidad didáctica.

En las tres situaciones propuestas en el instrumento, se procuró hacer evidente el dominio de los estudiantes en los conceptos de media y moda, y los respectivos saberes en los que se apoyan; a partir de dos aspectos: la contextualización de los enunciados mediante situaciones que resulten familiares para ellos y, la implementación del diagrama de barras como componente de estos enunciados.

A continuación se describe en forma general, lo que se pretendía con cada una de las tareas incluidas en las situaciones.

La situación **UNO**, consta de un enunciado donde se relaciona un sector de la población que se encuentra en los alrededores de la Institución Educativa. Teniendo en cuenta el nivel socioeconómico que predomina entre las personas ubicadas en esa zona, se buscaba que los estudiantes asociaran lo que saben sobre la recolección de datos, su descripción y representación; con la modelación de una situación real, a fin de determinar aspectos que den cuenta de la misma.

Esta situación incluye cinco tareas:

La **primera** de ellas pretendía hacer notoria la competencia que permite a los estudiantes, sistematizar la información que se obtiene en un evento estadístico, a partir de una tabla de frecuencias sencilla. En esta tarea sólo debían consignar en una tabla prediseñada, las diferentes “clases” de datos registrados en una distribución aleatoria, el número de veces que se repite

cada una (frecuencia absoluta) y su respectivo porcentaje con relación a toda la distribución.

Con la **segunda** tarea se buscaba, que los estudiantes evidenciaran su destreza para extraer de un enunciado relacionado con eventos estadísticos, la variable estadística a la que se hace referencia; la relacionaran con la muestra poblacional expresada en el enunciado; generaran un título para la tabla de frecuencias diligenciada en la tarea anterior y pudieran justificar su elección.

En la **tercera** tarea se esperaba apreciar en la “acción” de los estudiantes, las competencias necesarias para calcular el promedio de una distribución aleatoria de datos; o en su defecto, determinar la media de los datos luego de registrarlos en una tabla de frecuencias sencilla (variable, frecuencia absoluta y porcentaje). Al mismo tiempo se pretendía que evidenciaran argumentos para establecer diferencias entre los algoritmos empleados en cada caso.

Con la **cuarta** tarea se procuró que los estudiantes evidenciaran la relación entre frecuencia absoluta y moda, en una distribución de datos aleatoria o tabular; y a partir de dicha relación establecieran como moda de la distribución, el dato más repetido o de mayor frecuencia absoluta, en cualquiera de los dos tipos de registro.

Con la **quinta** tarea de la primera situación, se esperaba evidenciar la competencia de representar gráficamente un conjunto de datos, mediante un diagrama de barras. Obviamente, esta competencia es un tanto compleja para estudiantes de sexto grado, pues demanda un conjunto de conocimientos y destrezas entre las que destacamos la distinción entre los ejes, el orden de los números naturales, la identificación de una variable estadística, determinar las etiquetas de cada eje y el dominio sobre la proporcionalidad de áreas; pero con las anteriores tareas ya se había trabajado en estos aspectos por lo

cual, consideramos que esta tarea podría responderse en forma correcta por un número considerable de estudiantes.

Al igual que la anterior, la situación **DOS** también consistía en un enunciado que vincula a los estudiantes con una actividad que es común para la mayoría de ellos, como es asistir a cine. A partir de este hecho se esperaba que los estudiantes hicieran evidente lo que saben sobre adición, en la determinación de la moda de un conjunto de datos registrados en un diagrama de barras.

Esta situación consta de tres tareas:

Con la **primera** tarea se pretendía que los estudiantes emplearan el algoritmo de la adición, para determinar la asistencia total al cine en un día determinado; a partir de la asistencia parcial a cada una de las salas con que cuenta. Una vez identificado el valor correspondiente a la asistencia a cada sala, se determinaría el total como la asistencia general.

En la **segunda** tarea se esperaba que se empleara la noción de cardinalidad de un conjunto. Por tratarse de una gráfica donde la variable de los datos registrados es cualitativa, de escala nominal; los estudiantes debían asumir que el indicador más pertinente para representar la distribución es la moda. Es a partir de este hecho que relacionarían la altura de los rectángulos con el indicador solicitado, para finalmente concluir que la moda es el indicador que mejor describe tal distribución de datos.

En la **tercera** tarea se buscó que de manera sencilla, la totalidad de los estudiantes asociaran la moda o dato solicitado, con el rectángulo de mayor altura; y que no se presentara dificultad alguna al seleccionar el dato situado debajo del rectángulo más alto, como la respuesta.

La **TERCERA** y última situación incluye dos situaciones, cada una, con una gráfica de barras con inconsistencias: error en el cambio de registro y etiquetas intercambiadas, respectivamente. Se esperaba que los estudiantes detectaran los errores en cada gráfico, a partir de la información y las preguntas que los complementan, y luego; expusieran en forma clara, por qué son errores, los corrigieran y así, pudieran responder correctamente las preguntas.

Es así como pretendimos que en la primera de las dos situaciones, en la cual se muestran datos en una tabla de frecuencias sencilla; los estudiantes apreciaran que al registrar los mismos datos en un diagrama de barras, la información presentada no coincidía con los datos de la tabla, y en efecto, lo explicitaran y generaran una nueva gráfica con la información correcta. Esta era la intención del literal a, de esta situación.

En el literal b, se esperaba que para todos fuera sencillo escoger la media como el mejor indicador para los datos, al identificar en forma previa que los datos corresponden a una variable cuantitativa, no son dispersos y el registro muestra dos modas en la distribución.

El literal c consistía en el cálculo de la media (aritmética) de los datos, ya que en este caso, las frecuencias son nombres en lugar de cantidades; por tanto, debía hallarse el cociente entre la suma de los datos y el total de nombres registrados en el eje de las frecuencias.

En la segunda situación, como ya se mencionó; se muestra un diagrama de barras en el que se registran datos de variable cuantitativa, pero en este caso la etiqueta del eje horizontal está ubicada en el eje vertical y la etiqueta del eje vertical, se encuentra en el eje horizontal. En el literal a, se esperaba que a través de las marcas de clase de la variable y el título del gráfico, los estudiantes establecieran una relación entre el eje horizontal y su respectiva etiqueta, y de este modo le asignaran **edades** a este eje, y al eje vertical **estudiantes**; como etiquetas respectivas.

En el literal b, se esperaba apreciar cuántos de los estudiantes del grupo cuentan con las competencias necesarias para calcular la media de un conjunto de datos cuantitativos, registrados en un diagrama de barras, es decir; cuántos comprenden o están familiarizados con el concepto de media ponderada.

El literal c buscaba hacer explícitos aquellos casos en que los estudiantes, mediante una simple observación pudieron seleccionar la marca de clase representada por el rectángulo de mayor altura, como la moda de la distribución.

Y finalmente, con el literal d buscábamos evidenciar los casos en que los estudiantes pudieron indicar la frecuencia absoluta de un dato en particular. A partir de la interpretación de la frase “mayores de edad”, los estudiantes debían seleccionar la marca de clase de mayor valor registrada en el gráfico y posteriormente, indicar el número de veces que se repite en la distribución, como la respuesta solicitada en la tarea.

Los gráficos incluidos en las situaciones se construyeron en el programa EXCEL de Windows 2007.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como se ha mencionado ya en reiteradas ocasiones, las situaciones problema que se diseñaron con el fin de medir los alcances de este trabajo, se aplicaron a los estudiantes de sexto grado de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X. Se seleccionó en forma aleatoria el curso sexto uno, mediante balota; y se procedió a aplicar la prueba a veintiuno de los veintitrés (21/23) estudiantes que conforman el grupo, cuyas edades oscilan entre los diez y trece años. Luego de revisar detalladamente la manera en que los estudiantes resolvieron las diferentes situaciones propuestas, se presenta una descripción detallada de los resultados obtenidos:

1. Solo diez personas resolvieron la totalidad de las tareas planteadas en las situaciones.
2. Todos los estudiantes resolvieron el literal a, de la **primera situación**; el cual consistía en el cambio de registro de información estadística, de una distribución aleatoria de datos a una tabla de frecuencias sencilla, pero todos erraron en el cálculo de los porcentajes correspondientes. Este hecho permite observar una dificultad en el grupo, relacionada con el tratamiento de datos estadísticos en la determinación de la frecuencia relativa de uno de ellos y su posterior conversión (multiplicación por cien por ciento - 100%-) a un porcentaje; aunque no es relevante para los intereses de este trabajo.

SITUACIÓN UNO

Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliecer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 5, 3, 4

A. Completa la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
0	1	2.85
1	3	8.57
2	5	14.28
3	13	37.14
4	8	22.85
5	5	14.28

Aunque dieciséis (16) estudiantes determinaron en forma correcta la frecuencia absoluta de cada dato, ninguno logró mostrar en la tabla, la correspondencia respectiva entre dato y frecuencia. Solo tres (3) de los dieciséis estudiantes ya mencionados evidenciaron tal correspondencia, pero lo hicieron en una misma casilla (variable). Con este hecho se aprecia tan solo una pequeña aproximación a la solución correcta de una tarea que consiste en la tabulación de una distribución aleatoria de datos. Sin embargo, es interesante resaltar un elemento común en los procedimientos empleados por quienes respondieron la tarea, y es la determinación de las frecuencias correspondientes a cada dato; aquí se aprecian unos modos de proceder “parecidos” a los que Vergnaud (1990) llama *invariantes operatorios*.

En este caso particular, a cada estudiante le fue posible determinar la frecuencia de cada dato sólo a partir de dos actividades, la *enumeración* de los datos de igual valor y la posterior *asignación* de un *cardinal* a cada dato. De este modo es posible afirmar que la tabulación de datos reposa como mínimo sobre los invariantes operatorios *enumeración* y *cardinalidad*, a los cuales se les considerará *conceptos-en-acto* debido a que inicialmente son

empleados sin extender una interpretación de los resultados, como es el caso particular descrito, donde los estudiantes cuentan con la información pertinente para realizar la tarea, pero desconocen la manera de registrarla en la tabla por que les falta identificar los demás elementos asociados a su solución; como es el caso de la variable, por ejemplo.

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
3=13	35 Pers	40 %
1=3	35	10 %
5=5	35	10 %
4=8	35	20 %
2=5	35	10 %
0=1	35	20 %

3. La totalidad de los estudiantes asumió la columna reservada para las frecuencias de los datos, como un espacio para especificar el total de datos de la distribución. Suponemos que esto se debe a que dicha columna estaba identificada como “número de familias encuestadas”, y en consecuencia todos los estudiantes pensaron que esta frase se refería al número total de datos presentados en el enunciado; en lugar de asumirla como “número de familias con igual número de hijos”, es decir; número de familias con un hijo, con dos hijos, con tres hijos, etc.
4. Dieciocho (18) personas escogieron un título para la tabla de frecuencias que habían completado en el literal a, de la primera situación; pero en ninguno de los casos se logró establecer una relación entre la variable (menores de 10 años por familia) y la muestra poblacional (familias de escasos recursos de un sector de la

comuna 12) a la que se dirigió el estudio, descritas en la situación. Por tanto se considera que los títulos asignados carecen de sentido:

B. ¿Qué título le pondrías a la tabla? ¿Por qué?

(Menores de 10 años por familia en uno de los sectores más deprimidos de la comuna 12 de B/tura, es el vínculo entre la variable que se pretende medir y la muestra poblacional).

En este caso la única conexión existente entre los procedimientos empleados, es la mención de los niños en el título que se pidió construir para el registro tabular. Se evidencia el desconocimiento de los estudiantes en la *identificación de la variable* del evento, y de la *muestra poblacional*. Se considera que estos son los aspectos básicos (*invariantes*) a tener en cuenta a la hora de determinar el título de una tabla.

5. Dieciséis (16) estudiantes determinaron el promedio de los datos presentados en la primera situación, pero ninguno lo hizo en forma correcta, ni interpretó el valor obtenido; como se solicitó. Cinco personas de estas dieciséis, obtuvieron como media doscientos diez (210). Pensamos que esto se debe a que tomaron seis veces el total de datos (35), ubicado por algunos estudiantes, frente a cada dato en la tabla. De igual forma once estudiantes asumieron el cinco como el promedio de los datos. Suponemos que esta elección se debe a que es el dato de mayor valor en la distribución:

C. Halla el promedio de los datos e interpreta el resultado obtenido.

$103/35 = 2.94$ (en el sector donde se aplicaron las encuestas, el número de niños menores de 10 años por familia, es aproximadamente de tres)

D. Halla el promedio de los datos es 2.94
el resultado obtenido = 2.10

No se aprecia nexo alguno en el proceso de resolución de esta tarea, pues no se evidencian algoritmos, sólo resultados. Al contrario son evidentes los errores que comparten algunas personas al asumir datos incorrectos para las frecuencias absolutas y sobre todo, al suponer el total de dichos datos como la media de la distribución.

6. Diecinueve (19) personas escogieron el tres (3) como el dato más repetido en la distribución. Las dos (2) personas restantes no registran respuesta en este literal:

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia?

(El dato más repetido es el 3, por tanto ese es el dato solicitado en la pregunta).

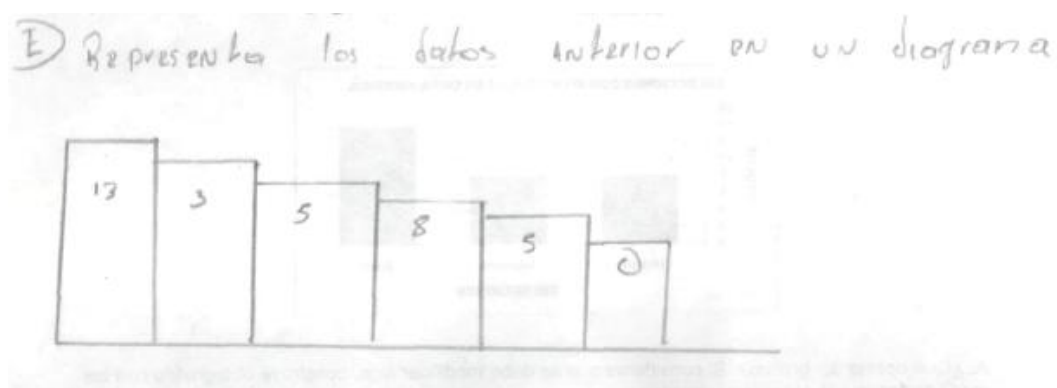
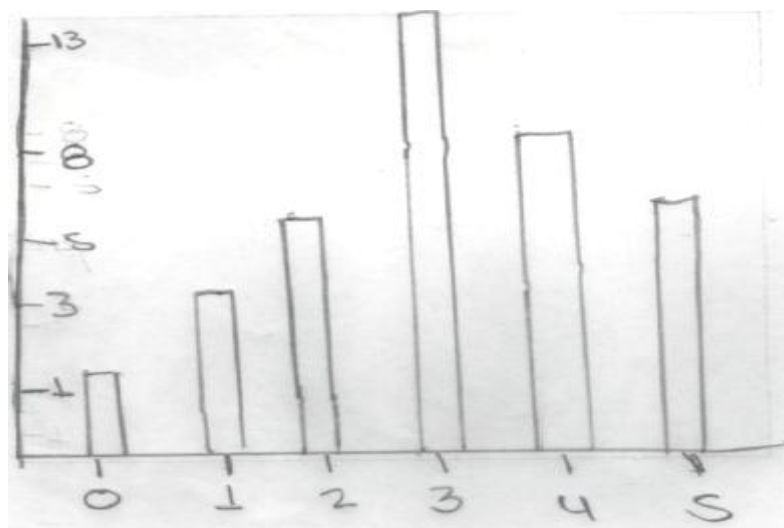
D. El número de hijos que mas se repite es el 3.

En las estrategias de solución empleadas por los estudiantes en esta tarea, se aprecian nuevamente la *enumeración* y la *cardinalidad* como los invariantes que orientan la determinación de la solución; y es que en la tarea de determinar la moda de una distribución de datos aleatoria, interviene directamente el concepto de frecuencia absoluta, pero en este caso además de las dos acciones mencionadas interviene una *comparación* entre los tamaños, cardinales o frecuencias de los datos de la distribución para determinar cuál es el más “grande”, y poder indicar de este modo la solución. Podría considerarse por tanto la **comparación** como un *concepto-en-acto*, pues a partir de ella puede determinarse un valor de posición central.

7. Aunque diecisiete (17) estudiantes consiguieron representar los datos de la situación, mediante un diagrama de barras; ninguno de ellos especificó las etiquetas de los ejes, ni le asignó un título al gráfico. Solo se limitaron a la construcción de rectángulos cuya altura concuerda (en términos de proporcionalidad de áreas) en todos los casos, con la frecuencia del dato que representa cada uno. En solo dos (2) de los diecisiete casos, pueden apreciarse los valores representados (número de familias y número de hijos por familia) en los ejes vertical y horizontal, respectivamente. Debemos precisar además, que un (1) estudiante escribió los datos correspondientes a las frecuencias en el eje horizontal y que cuatro (4) de las cinco personas que no explicitaron el dato más repetido de la distribución, lo hicieron evidente en el diagrama de barras que construyeron, al asignarle una mayor altura al rectángulo que representa dicho dato. De igual forma es importante precisar que en uno (1) de los diecisiete gráficos, los rectángulos se encuentran juntos, como si se tratara de un histograma.

Aquí nuevamente se aprecia la intervención del concepto de *frecuencia absoluta*, como elemento básico para la puesta en escena de una estrategia que posibilite resolver la tarea, así sea de manera aproximada.

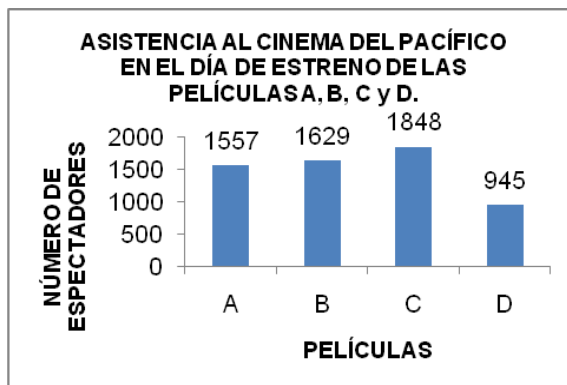
E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.



8. Once (11) personas respondieron correctamente el literal a, de la **segunda situación**; el cual consistía en determinar la asistencia total a un cinema, a partir de la asistencia parcial a cada una de sus salas, en un día determinado. La información se suministró por medio de un diagrama de barras. Cinco estudiantes contestaron incorrectamente el mismo literal y, asumimos que se debe a que no tomaron todos los datos (frecuencias) de la asistencia a cada sala. Los totales que registran estos estudiantes son inferiores a la respuesta correcta y todos coinciden con la suma de dos o tres, de las cuatro frecuencias especificadas en el diagrama:

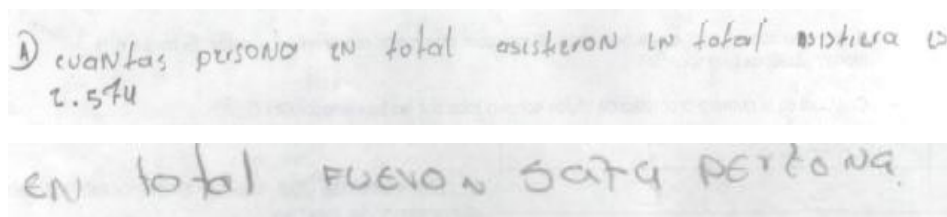
SITUACIÓN DOS

El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cinema del Pacifico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:



A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cinema del Pacífico?

(1557+1629+1848+945=5979 espectadores)



En este nuevo caso se aprecia el empleo de una operación (**adición**) como estrategia para hallar la solución de la tarea, y por consiguiente; se constituye en el invariante operatorio, considerado un *concepto-en-acto*, pues si se interpreta el total se tendrá una percepción completa del aspecto que se aborda en la tarea (indicar la asistencia general a un lugar en un día determinado), pero además, la interpretación de la solución le “asigna” una utilidad al procedimiento empleado, que posteriormente se constituirá en el *sentido* de la adición.

- Trece (13) estudiantes contestaron el literal b; consistente en la escogencia del indicador de tendencia central más apropiado para representar datos de variable cualitativa. Debían decidir entre la

media y la moda. Cuatro de ellos seleccionaron la opción correcta, pero no justificaron su respuesta, como se pedía:

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? ¡Justifica tu respuesta!

(Por tratarse de una variable cualitativa –películas–, el indicador más pertinente para representar los datos, entre la media y la moda es la moda).

B. Creo que la media

B. Creo que sería la moda.

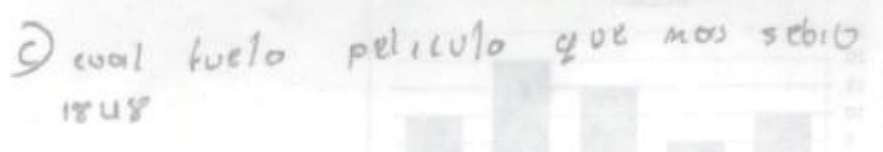
Quienes consideran la moda como mejor indicador de posición central para datos de variable cualitativa, en lugar de la media, pero no justifican su elección, hacen uso de este valor como un *concepto en acto*, pues no explicitan ningún aspecto asociado a él, lo que evidencia deficiencias en su comprensión.

10. Quince (15) estudiantes respondieron el literal c, en el cual debían determinar, a partir del gráfico, el dato con mayor frecuencia. Tres (3) de los quince, tomaron la frecuencia en lugar del dato; los demás contestaron en forma correcta:

C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?

(La película más vista es la representada por el rectángulo de mayor altura, es decir la película c).

C. La mas vista la C.



Aunque esta tarea consiste en determinar la moda de un conjunto de datos, el registro empleado para representar los datos modifica las estrategias de solución utilizadas en este caso. Por tratarse de un registro gráfico de barras, en este caso la comparación entre los tamaños de cada dato no requiere de las acciones de enumeración o cardinalidad, por que los datos ya se encuentran agrupados y se puede apreciar su frecuencia a partir de la *observación* directa del gráfico. Por tanto el concepto en acto empleado en la solución de este tipo de tareas es la *comparación* a partir de la observación de la información registrada en el gráfico. (Curcio, 1978).

11. Catorce (14) de los veintiún estudiantes respondieron el literal a, de la situación **tres (1)**, en la cual se aprecia el cambio de registro de datos, de una tabla de frecuencias sencilla a un diagrama de barras. Este cambio de registro incluye dos errores y, diez (10) de los catorce estudiantes que respondieron esta situación, hicieron explícito sólo uno de ellos, en un nuevo diagrama de barras; el cual consistía en la asignación incorrecta de las frecuencias absolutas de cada dato. Aunque los cuatro (4) estudiantes restantes también elaboraron otro diagrama, donde dos (2) de los rectángulos tienen la misma altura y presentan una mayor prolongación vertical que el tercero; olvidaron especificar a qué se refería cada eje en el gráfico, pues no escribieron los datos ni las cantidades que representarían las frecuencias; lo que hace muy difícil determinar si en efecto, apreciaron las inconsistencias en el cambio de registro.

El segundo error del cual ninguno se percató, es el intercambio de la información incluida en los ejes. Los datos se ubicaron en el eje vertical y las frecuencias en el horizontal. Al ajustar la información de manera adecuada en el gráfico, la forma de éste se modificaría debido a que en el eje vertical no habría elemento alguno, que permitiera

medir la altura de los especificadores y por consiguiente, se obtendría un diagrama de barras horizontales.

SITUACIÓN TRES

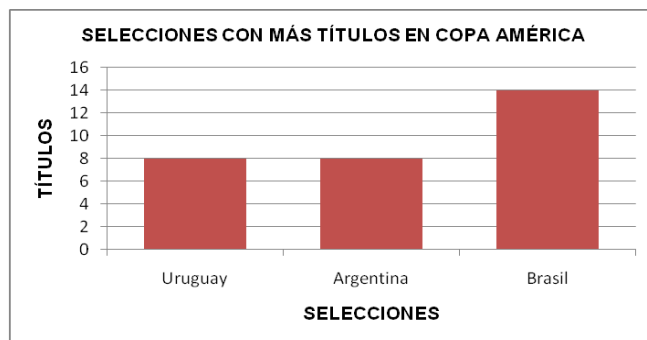
A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

SITUACIÓN TRES (1)

SELECCIONES DE FÚTBOL CON MÁS TÍTULOS EN LA COPA AMÉRICA

Selección	Títulos obtenidos
Uruguay	14
Argentina	14
Brasil	8

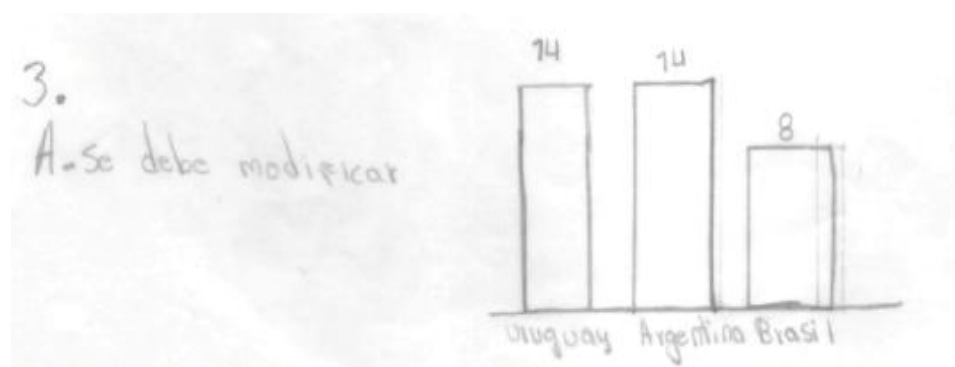
En esta tabla se registra el número de títulos conseguidos por las selecciones de Uruguay, Argentina y Brasil en las diferentes ediciones de la copa América. Al utilizar un gráfico para representar esta información, se obtendría el siguiente diagrama de barras:



A. ¿Qué opinas del gráfico? Si consideras que se debe modificar algo, construye otro gráfico con las modificaciones que estimes necesarias.

(Inicialmente hay que indicar que todos los datos registrados en el diagrama de barras están incorrectos pues, Argentina y Uruguay que presentan el mismo número

de títulos ganados, superan a Brasil, y en el gráfico no se muestra esa situación. Por otra parte, la variable que se mide aquí es el número de títulos obtenidos por las selecciones que integran la muestra, por tanto el cambio de registro de la tabla al diagrama, generaría un gráfico horizontal ya que en este caso las frecuencias absolutas son los nombres de las selecciones).



Nuevamente se relaciona el concepto de frecuencia absoluta con la solución de una tarea. En este caso lo que permitió determinar el error más notorio en el cambio del registro fue la *comparación* de las frecuencias absolutas de los datos respectivos en cada registro. Por tanto, en este tipo de tareas el invariante operatorio requerido para la solución es la *comparación*.

12. Con respecto al literal b, es necesario precisar que doce (12) estudiantes lo respondieron. Seis (6), en forma correcta; aunque sin justificación. En esta ocasión se debía escoger entre la media y la moda, como el mejor indicador para datos de variable cuantitativa:

B. En este caso, ¿cuál crees que sería el indicador que mejor represente los datos, la media o la moda? ¡Justifica tu respuesta!

(La media representaría mejor los datos ya que se trata de una variable cuantitativa, donde se cuenta con dos modas).

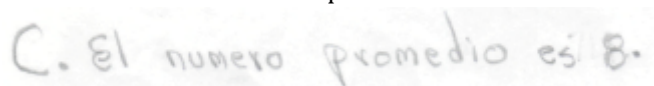
B. Creo que la media

No hubo justificación en las respuestas obtenidas en esta tarea, pero se considera que su solución se basa inicialmente en la *identificación* de la variable de los datos y, en segunda medida en la *identificación* de las propiedades del valor estadístico a escoger.

13. En el literal c, nueve (9) personas realizaron el cálculo de la media y cinco de ellas, lo hicieron de manera correcta. Quienes contestaron en forma errada, asumieron como la media de los datos, el dato de menor valor:

C. ¿Cuál es el número promedio de títulos conseguidos por las tres selecciones?

$((14+14+8)/3=12)$. En promedio las tres selecciones han ganado 12 títulos, en las diferentes ediciones de la Copa América.

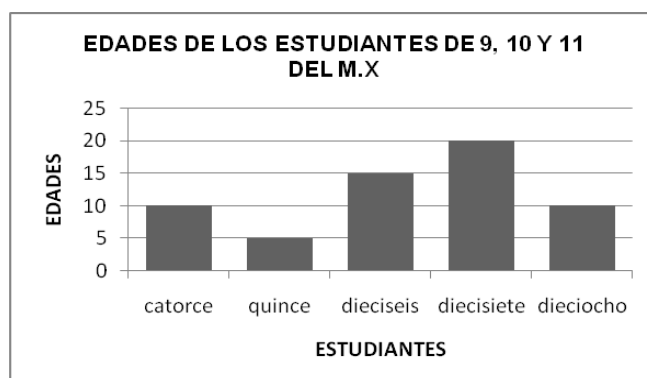


C. El numero promedio es 8.

Se evidencia en la solución de esta tarea, el empleo de la *adición* y la *división* como estrategias para determinar la solución, y por tanto se consideran como los *invariantes operatorios* en este caso.

14. En el literal a, de la situación **tres (2)**, seis (6) personas respondieron que no modificarían nada en un gráfico de barras, en el que se muestran datos de variable cuantitativa, con las etiquetas de los ejes intercambiadas. Tres (3) personas hicieron evidente el error, expresando que la palabra *edades* debía escribirse en el eje donde aparecen las “clases” de datos; y la palabra *estudiantes* debía ir en el otro eje, porque indicaría el número de veces que se repite cada dato. Las restantes doce personas no registran respuesta:

SITUACIÓN TRES (2)



En este nuevo gráfico se muestran las edades de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X.

A. ¿Modificarías algo en el gráfico?

(Al relacionar el título del gráfico con la etiqueta del eje horizontal se podría deducir que los valores (14-18), tendrían más sentido si se refirieran a edades puesto que se trata de estudiantes de noveno a undécimo. La probabilidad de que en una institución de educación formal se acepten personas de 20 años es muy reducida, se diría que nula; este sería el caso de la interpretación de los valores expresados en el gráfico si se dejaran las etiquetas como están).

Aunque no hay mayores evidencias en el proceso de solución, esta tarea se basa en establecer una relación directa entre las marcas de las escalas y la etiqueta del respectivo eje donde se sitúan, inicialmente por medio de una observación que se acompaña de la identificación de otros aspectos, como la unidad en que se mide la variable, por ejemplo.

15. El literal b, fue respondido por trece (13) personas. Todos contestaron de manera incorrecta. En este punto se solicitaba calcular la media de las edades de un grupo de estudiantes (variable cuantitativa), registradas en un diagrama de barras. Ocho (8) de estos estudiantes emplearon el algoritmo de la media aritmética, ignorando que en forma previa a la sumatoria de los datos, debía calcularse el total en años, de todas las personas que tienen la misma edad; lo que

implica la multiplicación de la cantidad que indica la edad de cada grupo, con la frecuencia o número de personas con igual edad. Estos productos son los que han de sumarse para posteriormente, dividir el total, entre el total de personas obtenido de sumar las diferentes frecuencias. Los otros cinco (5) estudiantes asumieron el dato de mayor frecuencia como la media:

B. ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X?

$((14*10+15*5+16*15+17*20+18*10)/(10+5+15+20+10)=16.25$ años. En promedio los estudiantes de noveno, décimo y undécimo del MX tienen un poco más de 16 años de edad).

B. ¿Cuál es la edad promedio aproximada de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X?
R/ 17

No hay evidencia alguna de la puesta en marcha de invariantes operatorios en la solución de esta tarea.

16. En el literal c, se pedía determinar la moda de los datos. Quince (15) personas contestaron en forma correcta y tres (3), lo hicieron de manera errada. Los estudiantes que se equivocaron en la respuesta, calcularon una media aritmética donde la sumatoria de datos es la suma de las frecuencias, y el total de datos, es el total de grupos en los que se asocian algunas personas. Este es el mismo algoritmo empleado por los ocho estudiantes de los que se habló en el punto anterior:

C. ¿Cuál es la edad que predomina en los grados 9, 10 y 11 del Colegio?

(Para determinar la respuesta de esta pregunta basta observar en el gráfico, el dato que cuenta con el rectángulo de mayor altura, lo que es equivalente a indicar que es el dato de mayor frecuencia absoluta (moda). En este caso el dato solicitado es 17).

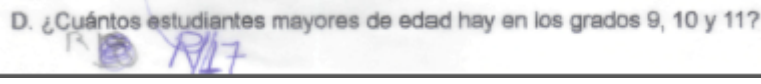
C. ¿Cuál es la edad que predomina en los grados 9, 10 y 11 del Colegio?
R/ 60 10 12

Los invariantes empleados en la solución de esta tarea son los mismos que se explicitaron en la solución de la tercera tarea, de la segunda situación.

17. Por último, en el literal d, se solicitaba indicar la frecuencia correspondiente a uno de los datos registrados en el gráfico. Cuatro (4) estudiantes indicaron el dato de mayor frecuencia absoluta (moda). Siete (7) personas registraron el dato correcto y las demás no contestaron la pregunta:

D. ¿Cuántos estudiantes mayores de edad hay en los grados 9, 10 y 11?

(En este caso debía tenerse en cuenta un aspecto externo al gráfico, y es el hecho que la mayoría de edad se considera para los 18 años. Así, la frecuencia correspondiente a ese dato es 10 y en consecuencia, son 10 los estudiantes de los grados noveno, décimo y undécimo del MX, mayores de edad).



D. ¿Cuántos estudiantes mayores de edad hay en los grados 9, 10 y 11?

En este caso tampoco hay evidencias de los invariantes en los que se apoyó la solución de la tarea, sin embargo, es válido indicar que el concepto de frecuencia absoluta también se encuentra directamente relacionado con la estrategia de solución. Además, la solución requiere de información externa al gráfico pues, es necesario conocer qué edad debe tener una persona para considerarse mayor.

La información presentada anteriormente se sintetiza en la siguiente tabla, en la cual se especifica el tipo de distribución de datos empleado en cada situación y la competencia que se moviliza en las diferentes tareas que la integran:

Tabla 1.

ACTIVIDAD		Literal	ASPECTO EN EL QUE SE CENTRA LA TAREA	RESPUESTAS		
				Correctas	incorrectas	sin responder
SITUACIÓN 1 Distribución aleatoria de datos		A	Tabulación de los datos	0	21	0
		B	Asignación de título a tabla	0	18	3
		C	Cálculo de la media	0	16	5
		D	Determinación de la moda	19	0	2
		E	Representación gráfica	2	15	4
SITUACIÓN 2 Diagrama de barras		A	Sumatoria de frecuencias	11	5	5
		B	Escogencia de indicador	4	9	8
		C	Determinación de la moda	12	3	6
SITUACIÓN 3	SITUACIÓN 3.1 Tabla de frecuencias y diagrama de barras	A	Comparación entre registros	10	4	7
		B	Escogencia de indicador	6	6	9
		C	Cálculo de la media	5	4	12
	SITUACIÓN 3.2 Diagrama de barras	A	Observación de los ejes	3	6	12
		B	Cálculo de la media ponderada	0	13	8
		C	Determinación de la moda	15	3	3
		D	Determinación de frecuencia	7	4	10

Claramente se observa en la anterior tabla, una reducción significativa en el número de respuestas incorrectas obtenidas en la situación dos y la primera parte de la situación tres; con respecto a la primera situación. Este hecho podría sugerir una mayor dificultad por parte de los estudiantes, en realizar tareas sobre el tratamiento de información estadística, en las que la distribución de los datos es aleatoria, en lugar de estar representados en un diagrama de barras; pero esta afirmación la consideraremos como una hipótesis que pueda ser abordada en estudios posteriores, pues en este instante carecemos de soporte teórico que nos permita validarla.

A pesar de la gran cantidad de preguntas que no registran respuesta en las situaciones propuestas, a continuación se presenta una comparación entre las respuestas correctas y las erradas, en las tareas de mayor relevancia para los intereses de este trabajo; teniendo en cuenta solo las tareas respondidas. Para comenzar, es evidente que dos de las competencias más elementales requeridas para la construcción de diagramas de barras como son, la tabulación de datos estadísticos y la asignación de un título a una distribución tabular de datos; no se hicieron explícitas en la muestra poblacional de la prueba (estudiantes), pues ninguna de las veintiún personas (0/21) logró realizar una tabulación adecuada de los treintaicinco datos registrados en la **primera situación**, correspondientes a las treintaicinco *“familias de escasos recursos ubicadas en un sector de la comuna 12 de Buenaventura”*, a quienes se les preguntó por el *“número de hijos menores de diez años que habitaban en cada hogar”*.

Estas dos frases incluidas en el enunciado que describe la situación, hacen explícitas la muestra poblacional a la que se dirige el “estudio” en la situación, y la variable estadística, respectivamente. Como se ha indicado en forma general anteriormente, esta dificultad relacionada con el cambio de registro (tabular) no obedece a desconocer el concepto de frecuencia absoluta, pues en los gráficos contruidos en la última tarea de la primera situación; se aprecia la relación entre el número de veces que se repite un dato (frecuencia), y la altura del rectángulo que lo representa. Tal dificultad está más asociada a la manera de distribuir los datos y sus frecuencias, en la tabla puesto que, en la tarea se debía completar una tabla ya diseñada; solo había que determinar la ubicación de cada cantidad. El hecho de apreciar que la mayoría de quienes contestaron la tarea, hayan escrito las frecuencias de los datos en la columna de la variable, permitiría afirmar que en efecto, los estudiantes no tienen claridad sobre la distribución de los datos y sus frecuencias respectivas, en una tabla.

RESPUESTAS DE LAS TAREAS A Y B DE LA PRIMERA SITUACIÓN

Tarea	aspecto en que se centra	correctas	incorrectas
A	<i>Tabulación de datos</i>	0	21
B	<i>Asignación de título a tabla</i>	0	18

Tabla 2.

De igual modo, ninguna persona del grupo que respondió la segunda tarea (0/18), consiguió asignarle un título adecuado a la tabla de frecuencias que completó. Esto se debe a que en ningún caso se hizo evidente la identificación de la variable aleatoria y la muestra poblacional, expresadas en la situación; requisito previo para establecer una relación entre ambas y a partir de ella, emitir un título para el nuevo registro de los datos. Ante este hecho resultaría razonable asegurar que ningún estudiante del grupo, realizaría el gráfico de barras que representara los datos de la distribución, propuesto en la última tarea de la primera situación; como consecuencia de desconocer dos aspectos básicos de los elementos estructurales del diagrama de barras (**Friel, Curcio y Bright, 2001**), como son el título y las etiquetas. El título escrito para la tabla, es el título para el diagrama de barras por tratarse de los mismos datos; y la identificación de la variable posibilitaría la correcta asignación de etiquetas a los ejes del gráfico.

Sin embargo, puede apreciarse que fueron diecisiete estudiantes (17/17), los que realizaron un gráfico aproximado de la distribución; dos (2/17), con más precisión que los demás. Esto se debe tal vez a que, aunque algunos estudiantes evidencien dificultad en organizar datos en una tabla; si tienen claridad sobre el concepto de frecuencia absoluta, mientras tengan algún tipo de vínculo con el diagrama de barras; podrán “reproducir” un nuevo diagrama donde registren por medio de rectángulos (especificadores), cada dato (marca de clase) y el número de veces que se repite (frecuencia absoluta).

Esto fue lo que al parecer ocurrió con los estudiantes de nuestra muestra; quienes al tener acceso al diagrama de barras en las tareas posteriores, tan solo hicieron una transferencia de los gráficos presentados en las otras situaciones, a lo que se solicitaba en la tarea **(Schield, 2006 citado en Batanero et al., junio de 2009, p. 94)**, es decir; usaron como modelo los gráficos expresados en las situaciones posteriores para elaborar un “nuevo” gráfico, pero con los datos de la primera situación.

RESPUESTAS DE LAS TAREAS E, C Y D DE LA PRIMERA SITUACIÓN

tarea	aspecto en que se centra	correctas	Incorrectas
<i>E</i>	<i>Representación gráfica</i>	2	15
<i>C</i>	<i>Cálculo de la media</i>	0	16
<i>D</i>	<i>Determinación de la moda</i>	19	0

Tabla 3.

Ahora bien, los resultados en las tareas relacionadas con el cálculo de las medidas de tendencia central (media y moda), expresadas en la primera situación, muestran que ninguna de las dieciséis personas (0/16) que respondió la tercera tarea, logró calcular en forma correcta el promedio de los datos descritos en la situación. De hecho, en los pocos casos (5/16) en los que se aprecia algún tipo de algoritmo, se evidencia el mismo error consistente en ponderar el total de datos de la distribución (35), con la cantidad de marcas de clase registradas (6); y en consecuencia el promedio calculado en estos casos fue doscientos diez (210). Esta situación permite apreciar la falta de conocimiento de un aspecto esencial relacionado con la media aritmética, “*la media es un valor comprendido entre los valores extremos de la distribución*” **Batanero (2002)**, y en consecuencia muestra la poca relación que algunos estudiantes tienen con el concepto.

En contraste, todos los que determinaron la moda de la distribución (19/19), lo hicieron en forma correcta. Este hecho podría indicar que es mucho más

sencillo el cálculo de la moda de una distribución aleatoria de datos, que el cálculo de la media de la misma distribución, pues; en el primer caso basta realizar un conteo de los datos repetidos y posteriormente, seleccionar el dato con el mayor cardinal (frecuencia); mientras que la determinación de la media implica el empleo de dos algoritmos; hallar la suma de los datos y luego dividir el valor obtenido entre el total de datos de la distribución.

Es natural que para un estudiante de sexto grado no constituya dificultad alguna, calcular la suma de cinco números positivos menores que dos mil, por lo que se esperaba que la primera tarea de la **situación dos**, fuera resuelta sin ningún contratiempo por la totalidad de los estudiantes a los que se aplicó la prueba; ya que consistía en determinar la asistencia total a un cinema en un determinado día, a partir de la asistencia a cada una de sus salas, y en consecuencia; solo debía hallarse el total de las cantidades que representan la asistencia a cada sala. No obstante, cinco de los dieciséis estudiantes (5/16) que consiguieron contestar esta tarea, lo hicieron en forma incorrecta y se asume que esto se debe a que algunos de ellos, no sabían cuales eran las cantidades que debían adicionarse. Este hecho permite apreciar errores en la interpretación del diagrama de barras (**Batanero 2000, p. 47**); gráfico empleado para mostrar la distribución de los datos en este caso.

El error asociado a la interpretación de diagramas de barras mencionado con anterioridad, consistiría en la dificultad de identificar la frecuencia correspondiente a cada dato registrado en el gráfico. Por tanto, aunque un estudiante conozca y sepa aplicar el algoritmo de la adición; si no logra identificar en forma previa los sumandos (frecuencias absolutas, en este caso), los procedimientos que aplique no generarán el total solicitado.

RESPUESTAS DE LAS TAREAS A, B Y C DE LA SEGUNDA SITUACIÓN

tarea	aspecto en que se centra	correctas	Incorrectas
<i>A</i>	<i>Sumatoria de frecuencias</i>	11	5
<i>B</i>	<i>Escogencia de indicador</i>	4	9
<i>C</i>	<i>Determinación de la moda</i>	12	3

Tabla 4.

Las respuestas obtenidas en la segunda tarea de la segunda situación, nos permiten apreciar que no fue tan sencillo escoger entre la media y la moda; el indicador que mejor representaría un conjunto de datos de variable cualitativa y escala nominal, pues cuatro de las trece personas (4/13) que respondieron la tarea, seleccionaron la media; ignorando que no pueden hacerse tratamientos aritméticos (suma y división) requeridos en este caso, con nombres **(Mayén, 2009, p. 15-16)**. De este modo se hace evidente nuevamente el desconocimiento de una propiedad de la media. Por otra parte, también hay que indicar que en este caso se evidencia una posible dificultad relacionada con la identificación de la variable en un evento estadístico, a partir de su enunciado o de su representación gráfica mediante diagrama de barras. La identificación de la variable en un evento, es lo que posibilita su posterior clasificación como cualitativa o cuantitativa. Esta dificultad es la que posiblemente propició el error en la respuesta de los cuatro estudiantes mencionados con anterioridad.

En la determinación de la moda de los datos registrados en un diagrama de barras, expresada como tercera tarea en la segunda situación, se aprecia la relativa facilidad con que puede realizarse, pues doce de los quince estudiantes (12/15) que la respondieron, lo hicieron en forma correcta. En efecto, sería interesante tratar de encontrar las causas por las cuales, algunos estudiantes escogieron la frecuencia en lugar del dato, **(Batanero, 2001)** y porqué, otros ni siquiera la respondieron; ya que en este caso solo debía escogerse el dato representado por el rectángulo más alto. Pero estos, tampoco son objetivos de nuestro trabajo.

En la **situación tres (1)**, puede apreciarse que diez de las catorce personas (10/14) que contestaron la primera tarea, evidenciaron errores en el cambio de registro de datos, de una tabla a un diagrama de barras; construyendo un nuevo diagrama donde cada dato se aprecia con su frecuencia correcta. El error que se incluyó en esta tarea consistía en intercambiar las frecuencias de los datos, al cambiar el registro de una tabla a un diagrama de barras; conservando el hecho de que en ambos registros, dos de los datos compartieran la misma frecuencia. Sin embargo, como ya se precisó, la proporción de respuestas correctas en la tarea fue alta lo que vislumbra un buen manejo en el cambio de registro de información estadística, **Duval (2004, p. 31)**.

RESPUESTAS DE LAS TAREAS A Y B DE LA SITUACIÓN TRES (1)			
tarea	aspecto en que se centra	Correctas	Incorrectas
<i>A</i>	<i>Comparación entre registros</i>	10	4
<i>B</i>	<i>Escogencia de indicador</i>	6	6

Tabla 5.

Sin embargo, ninguno de los catorce estudiantes (0/14) identificó otro error asociado al cambio de registro. En el diagrama se muestra los datos (títulos) en el eje vertical y las frecuencias (selecciones) en el eje horizontal; lo que implicaría una reformulación en el gráfico.

En la segunda tarea, seis de doce estudiantes (6/12) que la respondieron, escogieron la moda como mejor indicador para datos de variable cuantitativa, pensamos que; motivados por las dos modas que se expresan en la tabla, donde se registran inicialmente los datos, este error constituye una interpretación equivocada del gráfico, **Batanero (2000, p. 47)**. Se aprecia además, nuevamente la falta de conocimiento de algunas propiedades de las medidas de tendencia central (**Mayén, 2009, p. 15-16**), pues aparte de que la variable es cuantitativa, no hay una variabilidad

significativa en los datos; por consiguiente el indicador más pertinente sería la media.

Se esperaba que en la determinación de la media para un conjunto de datos representados mediante diagrama de barras, donde la marca de clase es un nombre, y solo hay tres nombres; todas las personas contestaran correctamente la tarea, pues bastaría dividir la suma de los datos entre tres. Por el contrario, solo nueve de los veintidós estudiantes que aplicaron la tarea, contestaron; y de estos, cinco lo hicieron en forma correcta (5/9). Sabemos que quienes contestaron incorrectamente, lo hicieron por que asumieron como media de los datos, el dato de menor valor; aunque desconocemos las razones.

RESPUESTAS DE LA TAREA C DE LA SITUACIÓN TRES (1)

tarea	aspecto en que se centra	Correctas	Incorrectas
<i>C</i>	<i>Cálculo de la media</i>	5	4

Tabla 6.

Los errores en la interpretación de diagramas de barras empleados para registrar datos de variable cuantitativa, se hacen evidentes nuevamente en esta parte del trabajo. Se esperaba que la etiqueta del eje horizontal en un diagrama de barras, siempre tuviera relación con los datos ubicados en dicho eje; y la etiqueta del eje vertical, hiciera alusión al número de veces que se repite cada dato. Sin embargo, la primera tarea de la **situación tres (2)**; presenta las etiquetas de los ejes intercambiadas (**Friel, Curcio y Bright, 2001**), y aunque se esperaba que los estudiantes apreciaran este error a simple vista, solo tres de los nueve estudiantes (3/9) que contestaron la tarea, lo hicieron evidente. Ningún estudiante de los trece que calcularon la media (0/13) de los datos registrados en el diagrama, lo hizo correctamente. Los trece (13/13) calcularon una media aritmética. (**Batanero, 2001**).

RESPUESTAS DE LAS TAREAS A Y B DE LA SITUACIÓN TRES (2)

tarea	aspecto en que se centra	correctas	Incorrectas
<i>A</i>	<i>Observación de los ejes</i>	<i>3</i>	<i>6</i>
<i>B</i>	<i>Cálculo de la media ponderada</i>	<i>0</i>	<i>13</i>

Tabla 7.

En las dos últimas tareas que consistían en determinar la moda de los datos y la frecuencia absoluta de uno de ellos, respectivamente; encontramos nuevamente una alta proporción en las respuestas correctas en el primer caso puesto, quince de los dieciocho estudiantes (15/18) que contestaron la tarea, lo hicieron en forma correcta, determinando el dato de mayor frecuencia; y en lo que podría considerarse como un procedimiento inverso, es decir; determinar la cantidad de veces que se repite un dato (frecuencia), cuatro de las once personas (4/11) que contestaron la tarea, escogieron el dato en lugar de la frecuencia. *Batanero (2000, p.47).*

RESPUESTAS DE LAS TAREAS C Y D DE LA SITUACIÓN TRES (2)

tarea	aspecto en que se centra	Correctas	Incorrectas
<i>C</i>	<i>Determinación de la moda</i>	<i>3</i>	<i>6</i>
<i>D</i>	<i>Determinación de frecuencia</i>	<i>0</i>	<i>13</i>

Tabla 8.

Con base en las últimas descripciones realizadas, nos permitimos construir un nuevo cuadro, donde se sintetizan las competencias más asociadas a la construcción de diagramas de barras, y su interpretación a partir de las medidas de tendencia central:

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS POR COMPETENCIA Y POR FORMA EN
QUE SE PRESENTAN LOS DATOS, EN RELACIÓN
A LAS TAREAS RESPONDIDAS**

COMPETENCIA	% DE RESPUESTAS (distribución aleatoria de datos)		% DE RESPUESTAS (diagrama de barras)	
	CORRECTAS	INCORRECTAS	CORRECTAS	INCORRECTAS
Identificación de elementos estructurales	2.27	97.73	47.35	52.65
Extracción de información	2.27	97.73	29.81	70.19
Manejo en el cambio de registro	3.42	96.58	71.43	28.57
Cálculo de la media	1	99	7.46	92.54
Cálculo de la moda	100	0	81.6	18.4

Tabla 9.

Es importante agregar que la nueva caracterización de las tareas obedece al vínculo existente entre los propósitos de algunas de ellas, y su estrecha relación con la construcción e interpretación de diagramas de barras; así, todas las tareas incluidas en la *situación uno* fueron caracterizadas como de *distribución aleatoria de datos*, porque es la forma en que los datos son presentados en la situación. Por consiguiente, las tareas incluidas en las situaciones *dos y tres*, se caracterizaron como de *diagramas de barras*. Ahora, de la primera caracterización (distribución aleatoria de datos) se realizaron las siguientes asociaciones:

Las tareas a, b y e requieren en mayor o menor grado la *identificación de elementos estructurales* del diagrama de barras, para su solución.

Las tareas c, d y e implican la *extracción y tratamiento de información*, a partir de los datos descritos.

Las tareas a y e, se basan en el *cambio de registro* de una distribución aleatoria a una tabla de frecuencias, y de un registro tabular a un diagrama de barras, respectivamente.

En las tareas c y d se pide *hallar la media y la moda* de los datos, respectivamente.

Respecto a la segunda caracterización de las tareas (de diagramas de barras), tenemos:

Las tareas a y b de la situación dos, a_1 y a_2 de la situación tres, están clasificadas como de identificación de elementos estructurales del diagrama de barras; pues todas parten de la visualización de dichos elementos para obtener información que permita solucionar la respectiva tarea.

Las tareas c, de la situación dos; c_1 , b_2 , c_2 y c_3 , de la situación tres, requieren de la extracción de información de sus respectivos gráficos para su solución.

La única situación de este grupo que implica manejo en el cambio de registro para su solución, es la tarea a_1 de la tercera situación.

Las tareas c_1 y b_2 de la tercera situación, consisten en calcular la media de los datos.

Y por último, las tareas c de la segunda situación, y c_2 de la tercera; se solucionan calculando la moda de los datos.

Se debe indicar que los porcentajes de esta tabla, se calcularon empleando el concepto de media geométrica con los porcentajes de las respuestas correctas, aproximando a la unidad aquellos porcentajes que presentaban valores nulos, y determinando los porcentajes de las respuestas incorrectas por complemento. De este modo, procuramos aportar algunos elementos que faciliten la comprensión del anterior cuadro.

ALGUNAS APRECIACIONES Y RECOMENDACIONES

Debido a que se evidencian muchas deficiencias en lo referente al uso del diagrama de barras, nos permitimos dar algunas apreciaciones en lugar de hablar de conclusiones, acerca del aporte de este tipo de gráficos estadísticos a la comprensión de los conceptos de media y moda, en los estudiantes de sexto grado de la Corporación Instituto Cooperativo Malcolm X, de Buenaventura:

Aunque en el registro de datos mediante diagrama de barras, los porcentajes para la identificación de elementos estructurales, y la extracción de información, descritos en el cuadro, son inferiores en el caso de las respuestas correctas; se hace evidente el aporte del uso del diagrama de barras, en el desarrollo de la competencia, extracción de los elementos estructurales del diagrama de barras, porque a pesar de no presentar mayoría en las respuestas acertadas; se nota un aumento de respuestas correctas con respecto a la situación donde el registro de los datos se hace en forma aleatoria. Esta apreciación también es válida en la descripción de la segunda competencia (extracción de información), en la cual el porcentaje de respuestas correctas en el registro de gráficos de barras es muy superior al de la distribución aleatoria de datos; a pesar de que es mucho menor al porcentaje de respuestas erradas en su mismo registro, en relación a la primera competencia.

Este hecho permitiría inferir que el diagrama de barras es más potente para la representación de datos que la distribución aleatoria, a la hora de extraer cierta información de ellos, sólo que su funcionalidad se potenciaría más en la medida en que, quien haga uso de ellos identifique y sobre todo, comprenda la función que cumple cada uno de los elementos estructurales en el gráfico.

También es evidente el aporte del diagrama de barras en lo referente al cambio de registro. En este aspecto se requiere fundamentalmente la comprensión del concepto de frecuencia absoluta, es decir las diferentes maneras en que puede expresarse, atendiendo al tipo de registro empleado para presentar los datos. Basta pues, como en el caso en que los datos se presentan en un registro de gráfico de barras, asociar el concepto de mayor frecuencia al especificador de mayor altura, por considerar el orden de las cantidades que representan las respectivas frecuencias en el gráfico. En segunda medida debe apreciarse la consistencia entre las etiquetas y las marcas de cada eje.

Por último, se evidencia en la información consignada en el cuadro que, en lo referente al cálculo de las medidas de tendencia central, el diagrama de barras aporta de manera significativa al cálculo de la moda, en el sentido en que lo “simplifica” reduciéndolo a una mera observación, del especificador con mayor altura (frecuencia absoluta); aunque dicho aporte no se hace muy evidente a la interpretación que se le debiera dar en una situación específica. En contraste, el aporte de este tipo de registro de datos a la determinación de la media es mínimo; solo se hace evidente en aquellos casos en que el cálculo no implique una ponderación de los datos, pues en el caso contrario no se obtuvieron respuestas satisfactorias.

En consecuencia, sugerimos que las clases de estadística en la Institución, se aborden desde la resolución de situaciones-problema; comenzando desde el primer grado; modelando aspectos de la vida cotidiana que resulten familiares para los estudiantes, para que lo que aprenden tenga algún sentido para ellos. Vinculando diversas formas de presentar la información y empleando los conceptos de medidas de tendencia central, en su interpretación; puesto que esa es su función. Pero sobre todo, recomendamos que en la medida de lo posible, vinculen a todas las actividades que se desarrollen en el aula, el diagrama de barras; de tal forma que los estudiantes se familiaricen con la identificación de sus elementos estructurales, a tal

punto que lo adopten como un *esquema* para el tratamiento de información. Si se forman estudiantes competentes en el uso de diagramas de barras, se avanza significativamente en la formación de una *cultura estadística*, donde los sujetos estén en condiciones de resumir e interpretar información pertinente para la toma de decisiones importantes; pues este tipo de diagramas permiten sintetizar la información de una manera muy práctica, pero además requieren el empleo de las medidas de tendencia central para su interpretación.

De haberse obtenido mejores resultados en el presente trabajo, hubieran podido extenderse a estudiantes de la educación básica pues, ***los estándares básicos de competencias en matemáticas*** señalan el pensamiento aleatorio como componente del pensamiento matemático que todo ciudadano debiera desarrollar, pues se incluye en todos los grados de la educación formal (primero a undécimo); pero además, hace especial énfasis de la enseñanza de los gráficos estadísticos (entre los que se encuentra el diagrama de barras) y el uso de las medidas de tendencia central, en los grados comprendidos entre primero y noveno; es decir, la educación básica. ***(p. 81-87).***

ANEXOS

CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X

CURSO: _____ NOMBRE: _____ FECHA: _____

SITUACIÓN UNO

Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliecer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 5, 3, 4

A. Completa la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)

B. ¿Qué título le pondrías a la tabla? ¿Por qué?

C. Halla el promedio de los datos e interpreta el resultado obtenido.

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia?

E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.

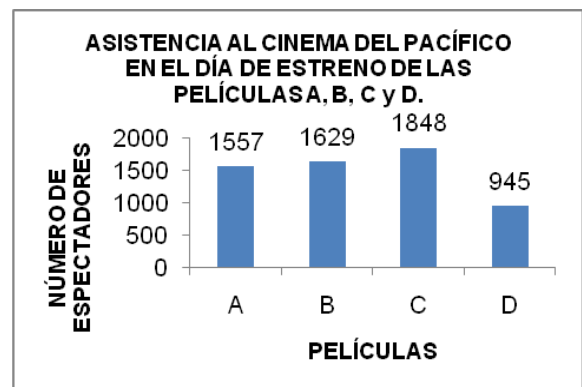
SITUACIÓN DOS

El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cinema del Pacífico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:

A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cinema del Pacífico?

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? ¡Justifica tu respuesta!

C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?



SITUACIÓN TRES

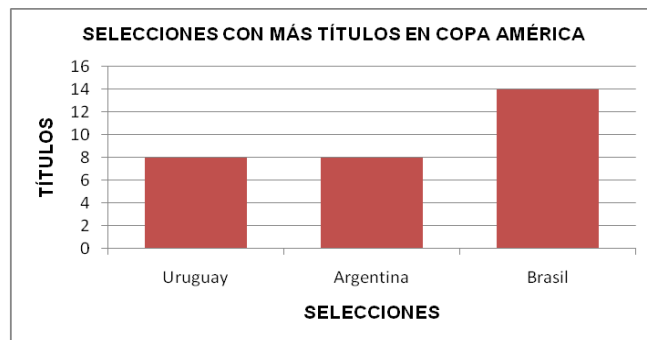
A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

SITUACIÓN TRES (1)

SELECCIONES DE FÚTBOL CON MÁS TÍTULOS EN LA COPA AMÉRICA

Selección	Títulos obtenidos
Uruguay	14
Argentina	14
Brasil	8

En esta tabla se registra el número de títulos conseguidos por las selecciones de Uruguay, Argentina y Brasil en las diferentes ediciones de la copa América. Al utilizar un gráfico para representar esta información, se obtendría el siguiente diagrama de barras:

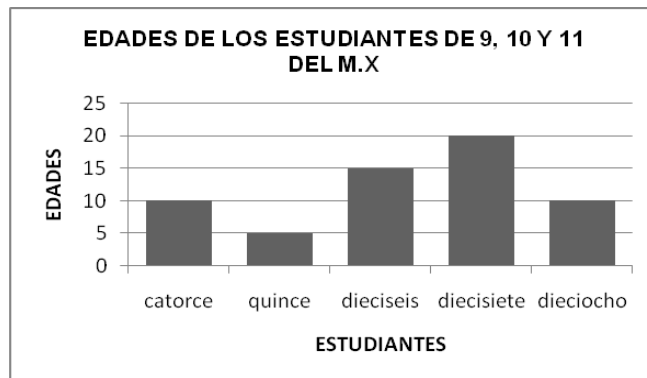


A. ¿Qué opinas del gráfico? Si consideras que se debe modificar algo, construye otro gráfico con las modificaciones que estimes necesarias.

B. En este caso, ¿cuál crees que sería el indicador que mejor represente los datos, la media o la moda? ¡Justifica tu respuesta!

C. ¿Cuál es el número promedio de títulos conseguidos por las tres selecciones?

SITUACIÓN TRES (2)



En este nuevo gráfico se muestran las edades de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X.

- A. ¿Modificarías algo en el gráfico?
- B. ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X?
- C. ¿Cuál es la edad que predomina en los grados 9, 10 y 11 del Colegio?
- D. ¿Cuántos estudiantes mayores de edad hay en los grados 9, 10 y 11?

CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X

CURSO: 6^a NOMBRE: Juan Carlos Andrés Valdez FECHA: 4/20/19

1. Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliecer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 5, 3, 4

A. Complete la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
10	35	4
5	35	
4	35	
3	35	
2	35	
1	35	

B. ¿Qué título le pondrías a la tabla? ¿Por qué? Cuadro familiar del pueblo

C. Halla el promedio de los datos e interpreta el resultado obtenido.

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia? R/ 3

E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.

2. El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cinema del Pacífico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:

A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cinema del Pacífico? R/ 5979

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? Justifica tu respuesta!

C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?

R/ C = 1848



3. A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

SITUACIÓN UNO

SELECCIONES DE FÚTBOL CON MÁS TÍTULOS EN LA COPA AMÉRICA

Selección	Títulos obtenidos
Uruguay	14
Argentina	14
Brasil	8

En esta tabla se registra el número de títulos conseguidos por las selecciones de Uruguay, Argentina y Brasil en las diferentes ediciones de la copa América. Al utilizar un gráfico para representar esta información, se obtendría el siguiente diagrama de barras:



14
14
8
40
16
4

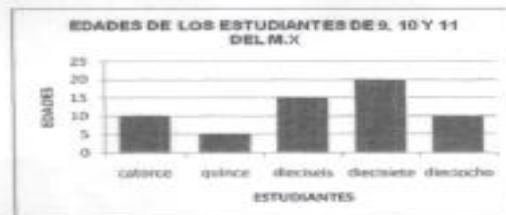
A. ¿Qué opinas del gráfico? Si consideras que se debe modificar algo, construye otro gráfico con las modificaciones que estimes necesarias.

B. En este caso, ¿cuál crees que sería el indicador que mejor represente los datos, la media o la moda? ¡Justifica tu respuesta!

C. ¿Cuál es el número promedio de títulos conseguidos por las tres selecciones?

R/ 12

SITUACIÓN DOS



10
5
15
20
10
60

En este nuevo gráfico se muestran las edades de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X.

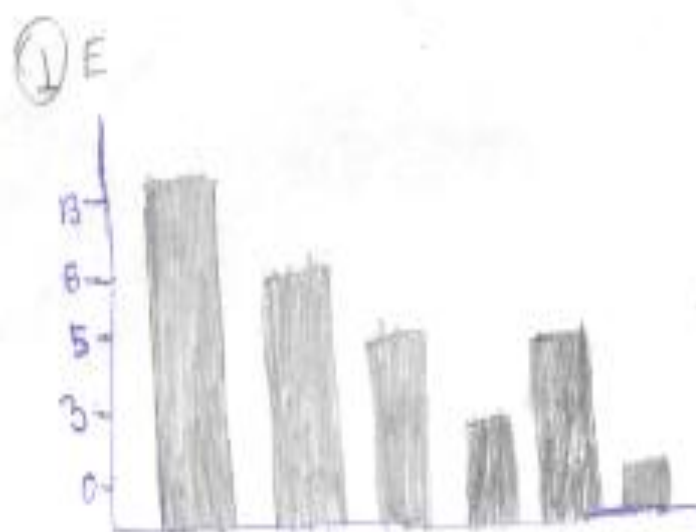
A. ¿Modificarías algo en el gráfico?

B. ¿Cuál es la edad promedio aproximada de los estudiantes de 9, 10 y 11 del Colegio Malcolm X?

C. ¿Cuál es la edad que predomina en los grados 9, 10 y 11 del Colegio?

D. ¿Cuántos estudiantes mayores de edad hay en los grados 9, 10 y 11?

R/ 20
10
12



CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X

CURSO: 6º NOMBRE: Almiana Tora Calzada FECHA: 23/3/2027

1. Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliecer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 5, 3, 4

A. Completa la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
3	36	14
3		1
5		1
8		2
5		1
7		0

B. ¿Qué título le pondrías a la tabla? ¿Por qué?

C. Halla el promedio de los datos e interpreta el resultado obtenido.

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia?

E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.

2. El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cinema del Pacífico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:



A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cinema del Pacífico?

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? (Justifica tu respuesta)

C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?

3. A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

1. Desarrollo

B. El título sería tabla de completación

C. El dato es 5

D. El número de hijos que más se repite es el 3

E.



2.

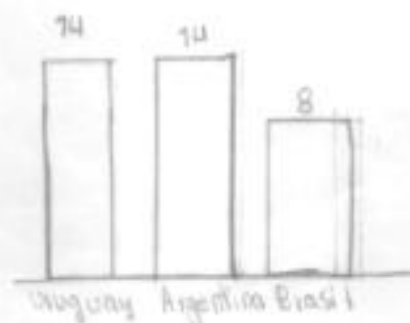
A. Personas fueron 5.979.

B. Cero que sería la moda.

C. La más vista la C.

3.

A. Se debe modificar



B. Creo que la media

C. El numero promedio es B.

4.

A. No creo que hay que modificar

B. La edad 12.

C. La edad 17.

CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X

CURSO: 6^a NOMBRE: EVEL DÍAZ VALENCIA FECHA: 19-JUL-2011

1. Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliécer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 5, 3, 4

A. Completa la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
1	34	100%
2	34	100%
3	34	100%
4	34	100%
5	34	100%
6	34	100%

B. ¿Qué título le pondrías a la tabla? ¿Por qué?

C. Halla el promedio de los datos e interpreta el resultado obtenido.

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia? 3

E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.

2. El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cinema del Pacífico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:

A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cinema del Pacífico?

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? Justifica tu respuesta!

C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?

11 C =



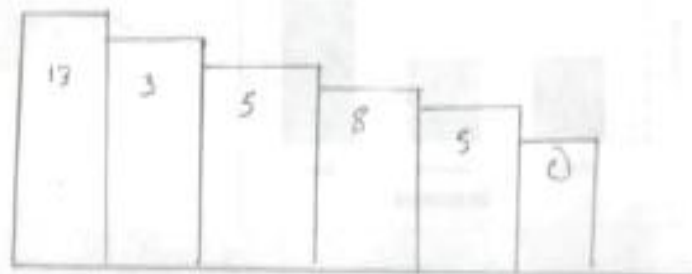
3. A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

B) ¿que título le pondría a los datos?
= hogar comunitario

C) Halla el promedio de los datos es interprete
el resultado obtenido = 210

D) cual es el numero de hijo que mas se repite
por familia = 3

E) Representa los datos anterior en un diagrama



A) cuantas personas en total asistieron en total asistencia es
2.574

C) cual fue el película que mas se vio
muy



CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X

CURSO: 6^º NOMBRE: Lilendy Juliana Abadela S. FECHA: 19-Jul-2011

1. Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliecer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 5, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 5, 3, 4

A. Completa la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
13	35	4
5	35	7
3	35	7
7	35	2
8	35	7
2	35	0

B. ¿Qué título le pondrías a la tabla? ¿Por qué?

C. Halla el promedio de los datos e interpreta el resultado obtenido.

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia?

E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.

2. El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cinema del Pacífico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:

A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cinema del Pacífico?

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? Justifica tu respuesta!

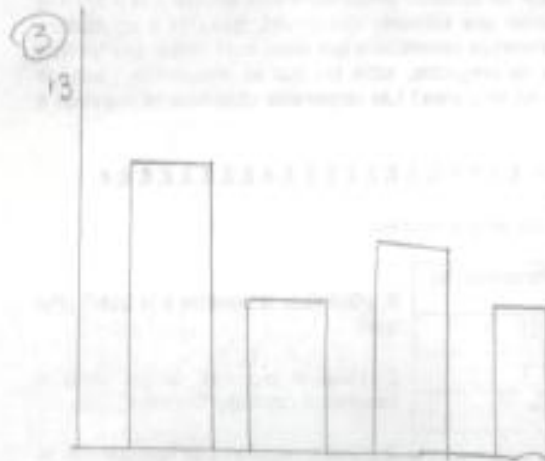
C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?



3. A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

⑦ Por que es mayor de las familias de los barrios

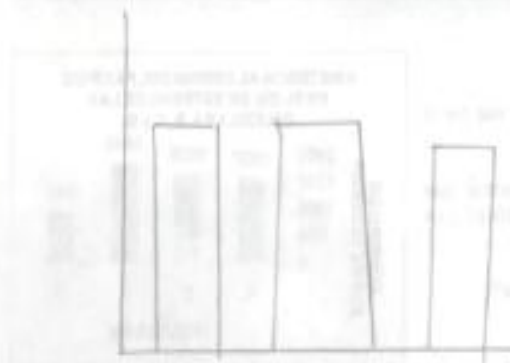
⑧ Hay el número 5



en total fueron 5074 personas

Presenta la moda

pequeña mas vista es



CORPORACIÓN INSTITUTO COOPERATIVO MALCOLM X

CURSO: 6^a NOMBRE: GEORRAN ANDRÉS BARRERA FECHA: 19-julio-2011

1. Las juntas de acción comunal de los barrios El Cambio, Jorge Eliecer Gaitán y el 20 de Julio, desean saber si es conveniente instalar un comedor comunitario para atender a la población menor de edad. Por tal motivo diseñan una encuesta que deberá aplicarse a un número considerable de familias de escasos recursos económicos que vivan en el sector. Las familias encuestadas respondieron un grupo de preguntas, entre las que se encontraba, ¿cuántas personas menores de 10 años viven en esta casa? Las respuestas obtenidas se registran a continuación:

3, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 6, 2, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 2, 3, 0, 3, 6, 3, 1, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 5, 3, 4

A. Complete la siguiente tabla utilizando los datos anteriores:

Menores por familia	No. de familias encuestadas	Porcentaje (%)
3=13	35	16%
1=3	35	10%
5=5	35	10%
4=8	35	20%
2=5	35	10%
0=1	35	20%

B. ¿Qué título le pondría a la tabla? ¿Por qué?

C. Halle el promedio de los datos e interprete el resultado obtenido.

D. ¿Cuál es el número de hijos que más se repite por familia?

E. Representa los datos anteriores en un diagrama de barras.

2. El pasado mes de junio se proyectaron las películas A, B, C y D en las salas 1, 2, 3, y 4 del cine del Pacífico, del Centro Comercial Viva Buenaventura; respectivamente. La asistencia general al estreno de cada película, en cada una de las salas se registra en el siguiente gráfico:

A. ¿Cuántas personas en total asistieron ese día al Cine del Pacífico?

B. ¿Cuál es el indicador de tendencia central, que mejor representaría los datos de la gráfica? ¿La media o la moda? Justifica tu respuesta!

C. ¿Cuál fue la película más vista ese día?

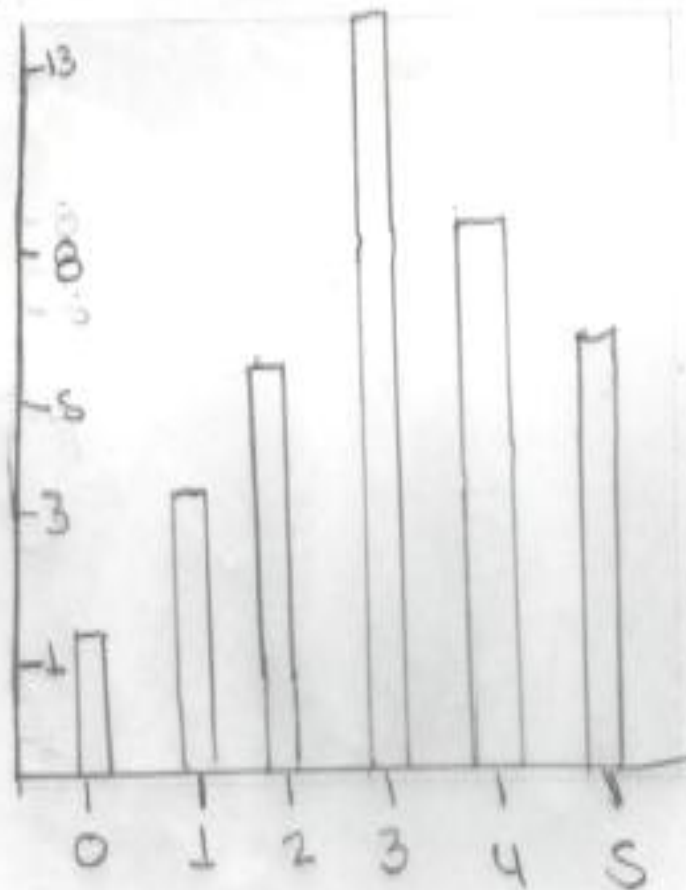


3. A continuación se presentan dos situaciones. Observa detalladamente el gráfico que se incluye en cada una:

B) Yo La Yamaxia los menores de 10 años
Porq' encuestaron alas madres Por cuantos
menores de 10 años tienen

c) 5

D) 3 = 13



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arteaga, P., Batanero, C., & Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los Gráficos Estadísticos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Número 18, p. 93-104.
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, p. 527-547.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la Educación Estadística? *Blaix*, p. 2-13.
- Batanero, C. (2000). Significado y Comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, 25. (pp. 41-58). Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada, España.
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la Cultura Estadística*. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística. Buenos Aires, Argentina. On line: bataneroaugr.es
- Batanero, C., & Godino, J. (Febrero de 2002). Estadística. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada (Ed.). *Estocástica y su Didáctica para Maestros*. (pp. 9-29) Granada, España. On line: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Behar, R., & Yepes, M. (2007). Introducción. Facultad de Ingeniería, universidad del Valle (Ed.). *Estadística. Un Enfoque Descriptivo*. (3ra edición). (pp. 16-18). Cali, Valle, Colombia.: Feriva S.A.
- Curcio, F. R. (noviembre de 1987). Comprehension of Mathematical Relationship Expressed in graph. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 18, nº 5, pp. 382-393.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. (2da edición). (M. Vega, Trad.). Cali, Colombia: Grupo de Educación Matemática, Universidad del Valle (Ed.): Pater Lang S.A. (*Sémiosis et Pensée Humaine. Registres Sémiotiques et apprentissages intellectuels*, 1995).

- Espinel, M. (2000). Gráficas estadísticas: perspectiva desde la Educación Matemática. *El guiniguada*, 8/9, 445-464.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A., & Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. Serrano, L (Ed.). *Tendencias actuales de la Investigación en Educación Estocástica* (pp. 151). Gráficas San Pancrancio. Málaga, España.
- Godino, J. (2003). *Funciones Semióticas, un enfoque ontológico-semiótico de la cognición y la instrucción Matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada (Ed.). (pp. 89, 241-242) Granada, España. On line: <http://www.urg.es/local/jgodino/>
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes Mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada (Ed.). *Tesis Doctoral*. (pp. 14-16). Granada, España.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. (pp. 9, 81-87). Santa Fé de Bogotá, Colombia.
- Vergnaud, G. (1990). Teoría de los Campos Conceptuales. (Godino, J. D, Trad.). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, nº 2,3, pp. 133-170.