



Autores

Jerónimo Aznar Bellver

Francisco Guijarro Martínez

Prólogo

Las dos premisas básicas sobre las que se sustentan los métodos modernos de valoración son: el carácter finalista de cualquier proceso valorativo y la unicidad de métodos. La primera premisa implica, que según sea el fin por el que nos proponemos valorar un determinado bien, así será el criterio de valoración que debamos aplicar. La segunda premisa implica una generalización aplicativa de los métodos de valoración, independientemente del tipo de bien que estemos valorando. Es decir, existe una teoría de la valoración, que como toda teoría científica se encuentra en un continuo proceso de mejora (la metáfora popperiana de la “búsqueda sin término”), pero que su aplicabilidad se extiende a cualquier tipo de bien. Dicho con otras palabras, la unicidad de métodos implica que desde un punto de vista epistemológico no tiene sentido hablar de una teoría de la valoración de inmuebles, de una teoría de la valoración agraria, etc, sino de una teoría general de la valoración.

Coherentemente con estas pautas metodológicas, la elección de un método valorativo basado en la capitalización de rentas (método analítico) o en la comparación del bien objeto de la valoración con otros bienes análogos (método sintético), queda nítidamente determinado por el propósito perseguido por la valoración. Así, siempre que por unas razones u otras el fin perseguido por la valoración consista en estimar un valor de mercado, el método adecuado será el sintético. Por otra parte, como la razón subyacente en la mayor parte de las valoraciones es la de estimar un valor de mercado, la familia de métodos de valoración de tipo sintético va adquiriendo cada vez mayor importancia.

Los métodos sintéticos son de una gran antigüedad. Así, el Profesor Caballer ha encontrado precedentes de este método en el antiguo Egipto. En el caso de España, los precedentes se remontan al siglo X con el sistema de explotación de la “precaria”. Los métodos sintéticos, hasta mediados del siglo XX, se basaban en cálculos matemáticos sencillos, que en general consistían en simples “reglas de tres”. Por medio de estas operaciones aritméticas se realizaban las comparaciones entre el bien objeto de la valoración y una serie de características comunes con otros bienes análogos. Estos procedimientos sencillos se siguen utilizando profusamente en la práctica valorativa tanto agraria como urbana.

En la segunda parte del siglo XX se produce una revolución kuhniana en el campo de la valoración sintética. Esta revolución está impulsada por autores americanos (principalmente Murray) que propugnan la introducción de métodos econométricos en la valoración sintética y autores españoles (principalmente Ballester y Caballer) que ahondan en el uso de los mencionados métodos econométricos y asimismo proponen novedosos enfoques metodológicos, como el “método de las dos funciones de distribución”. Estos esfuerzos conducen a un fortalecimiento teórico de los métodos sintéticos de valoración y como no a unos resultados valorativos mucho más precisos.

En lo que sigue voy a esbozar las líneas de lo que puede suponer una nueva “revolución” en el campo de la valoración sintética. El punto de arranque metodológico lo constituiría la teoría de la demanda basada en las características de los bienes propuesta por Lancaster en el ya lejano 1966, hibridando dicho enfoque con la moderna teoría de la decisión multicriterio. En primer lugar, recordemos que el postulado básico

en que se apoyan los planteamientos de Lancaster es que los consumidores no demandan bienes “en sí mismos” (por ejemplo no demandan automóviles), sino que demandan las características inherentes a dichos bienes (en el caso de los automóviles características tales como la velocidad, el consumo de carburante, el confort, etc).

La teoría de Lancaster es atractiva, pero no ha tenido excesivo éxito aplicativo. Tal vez la excepción que confirma la regla esté precisamente en el campo de la valoración de bienes y males ambientales, a través del método de las variables o precios hedónicos que se sustenta en los planteamientos de Lancaster. Tal vez la razón de la falta general de aplicabilidad de la teoría de Lancaster se deba a una cuestión de tipo técnico que “rompe” la forma usual de razonar y de operar en economía. En efecto, este tipo de teoría requiere dos sistemas de referencia distintos. En primer lugar, el sistema tradicional de los bienes en el que se inserta la recta de balance o restricción presupuestaria (i.e., el conjunto de oportunidades) y en segundo lugar el sistema de referencia de las características intrínsecas de los bienes en el que se insertan las preferencias de los consumidores. Indudablemente, esta duplicidad de sistemas de referencia crea dificultades operativas y rompe con los esquemas analíticos tradicionales del razonamiento económico.

Una forma posible, aunque no única, de abordar el problema anterior consiste en recurrir al fértil arsenal metodológico de la teoría de la decisión multicriterio. En efecto, resulta consustancial a este paradigma decisonal la duplicidad de espacios de referencia. Así, en el campo de la optimización multicriterio tenemos siempre el espacio de las variables de decisión y el espacio de los criterios (i.e., objetivos o metas). Con el uso adecuado de las herramientas analíticas multicriterio me atrevo a conjeturar que la teoría de Lancaster podría ganar considerablemente en operatividad. Esta fértil promesa de éxito resultante de hibridar las ideas de Lancaster con las ideas del análisis multicriterio, aumentan considerablemente al trasladar este tipo de propuesta al campo de la valoración sintética. En efecto, desde el momento que conceptualicemos en el sentido de Lancaster las características de los bienes que utilizamos para la comparación sintética y procedamos a su necesaria agregación con la ayuda de las herramientas analíticas de la teoría multicriterio, estaremos orientándonos en una dirección valorativa novedosa e indudablemente prometedora.

Los primeros pasos en esta dirección ya han sido dados de una forma rigurosa y convincente por los doctores Jerónimo Aznar y Francisco Guijarro, y plasmados en el texto que estoy prologando con estas líneas. En efecto, los citados autores han asimilado perfectamente tanto la lógica decisonal multicriterio como sus diferentes dimensiones analíticas, y han sabido asimismo formular una propuesta metodológica sugerente y realmente novedosa en el campo de la valoración sintética. Por supuesto y como tiene que ser la tarea no está acabada. Recordemos siempre la metáfora popperiana de la ciencia como una búsqueda sin término. Ahora bien, los cimientos de la propuesta son sólidos, por lo que no me queda más que animar a los autores a continuar su fructífera tarea.

Finalmente, me gustaría finalizar esta líneas comentando el aprecio personal y el reconocimiento profesional que tengo por los autores. Por otra parte, este tipo de complicidad entre prologista y autores es algo natural. Ahora bien, en el caso que nos ocupa conocí antes los trabajos de los autores que a ellos mismos. Desde el principio me pareció un equipo de trabajo en el que se equilibra la madurez con la juventud, la formación económica con la matemática y por encima de todo rezuma creatividad por

todos los lados. En definitiva, resulta fácil percibir la orientación de la “mano sabia” de mi admirado amigo el Profesor Vicente Caballer, director de tesis del primero de los autores. Enhorabuena Jerónimo y Francisco, contar con todo mi ánimo y con los consejos que os pueda seguir dando desde el multicriterio, para que continuéis articulando vuestra novedosa propuesta metodológica en el campo de la teoría y práctica de la valoración.

Carlos Romero

Madrid, marzo de 2005

ÍNDICE

Prólogo	3
Capítulo 1. Introducción a la valoración	6
Capítulo 1. Introducción a la valoración	9
1.1 Definición de valoración	9
1.2 Importancia económica y personal de la valoración	12
1.3 Estructura del libro	13
1.4 Anexo. Asociaciones de valoración agrupadas por continentes.....	15
Capítulo 2. Conceptos introductorios	18
2.1. Introducción.....	18
2.2. Decisión multicriterio	18
2.3 Variables explicativas inversas.....	21
2.4 Variables explicativas cualitativas.....	24
2.5 Normalización de los valores	24
2.6 Funciones de distancia. Distancia l1 o distancia manhattan.....	33
2.7 Índice de adecuación	38
2.8 Nomenclatura.....	39
Capítulo 3. Métodos de ponderación de variables.....	40
3.1 Introducción.....	40
3.2 Método Critic.....	41
3.3 Método de la entropía	42
3.4 Método de la ordenación simple.....	43
3.5 Métodos critic y de la entropía aplicados a la valoración.....	43
3.6 Método de la ordenación simple aplicado a la valoración.....	45
3.7 Ejemplo de aplicación a la valoración agraria de los métodos critic y entropía	45
3.8 Ejemplo de aplicación del método de la ordenación simple	49
3.9 Utilización de las ponderaciones obtenidas como complemento de los métodos sintéticos.	50
3.10 Cálculo de la distancia manhattan.	53
Capítulo 4. Métodos de valoración multicriterio con información cuantitativa (i). Método de la suma ponderada	55
4.1 Introducción.....	55
4.2 Método de la suma ponderada	55
4.3 Método de la suma ponderada aplicado a la valoración.....	56

4.4 Ejemplo de aplicación del método de la suma ponderada.....	57
Capítulo 5. Métodos de valoración multicriterio con información cuantitativa (ii). Programación por metas.	63
5.1 Introducción.....	63
5.2 Programación por metas	63
5.3 Programación por metas ponderada en su aplicación a la valoración	66
5.4 Programación por metas mínmax aplicado a la valoración.....	67
5.5 Programación por metas extendida.....	68
5.6 Ejemplos de aplicación de GP a la valoración	69
5.7 Resumen de los valores obtenidos.....	77
Capítulo 6. Proceso analítico jerárquico.....	79
6.1. Introducción.....	79
6.2. Proceso analítico jerárquico (analytic hierarchy process, ahp)	79
6.3. Cálculo de la consistencia de la matriz de comparación pareada.....	83
6.4. Ejemplo. Cálculo de la consistencia de la matriz de comparación pareada con excel.....	86
6.5. Ejemplo. Cálculo del vector propio de la matriz de comparación pareada con excel.....	87
6.6. Anejo: utilización de la función mmult de excel.....	88
Capítulo 7. Proceso analítico jerárquico aplicado a la valoración.....	91
7.1. Introducción.....	91
7.2. Ahp en valoración.....	91
7.3. Caso 1. Valoración de un inmueble agrario	94
7.4. Caso 2. Valoración de un inmueble urbano.....	96
7.5. Caso 3. Valoración de un inmueble urbano.....	100
Anexo 7.1. Caso 1. Valoración de un activo agrario mediante el método multicriterio ahp utilizando la hoja de cálculo	115
Capítulo 8. Métodos de valoración con información cualitativa (ii). El proceso analítico jerárquico agregado	131
8.1. Introducción.....	131
8.2 Agregación de preferencias	131
8.3 Encuesta.....	135
8.4 Mejora de la consistencia de las matrices.....	135
8.5 Ejemplo 1. Valoración de deportistas.....	136
8.6. Ejemplo 2. Aplicación de la programación por metas extendida a la valoración de un espacio medioambiental.....	156
Capítulo 9. Modelos de valoración compuestos.....	168

9.1. Introducción.....	168
9.2. Modelo mavam	168
9.3. Ejemplo 1. Aplicación del modelo mavam a la valoración de un activo agrario	169
9.4. Adecuación del modelo	172
9.5. Ejemplo 2. Aplicación del modelo mavam a la valoración de un inmueble urbano	172
9.6. Adecuación del modelo	176
9.7. Modelo GMAVAM	177
9.8. Ejemplo de aplicación del modelo GMAVAM.....	178
Bibliografía.....	181

Capítulo 1. Introducción a la Valoración

1.1 DEFINICIÓN DE VALORACIÓN

Existe una tendencia a la automatización y mecanización de los procesos valorativos, tendencia que ha sido propiciada por la aparición y desarrollo de la informática y de las bases de datos. Este nuevo contexto ha incrementado las posibilidades de análisis de los expertos así como la calidad de sus determinaciones. Sin embargo, todas las situaciones tienen sus peligros si se llevan a su límite o se aplican de una forma exagerada, y en ese sentido ya se han levantado algunas voces alertando sobre la excesiva mecanización del proceso valorativo, impidiendo que el tasador pueda volcar en él su experiencia, conocimientos, percepciones y olfato acumulados durante su vida profesional, pudiendo mejorar con ello el resultado final, además de enriquecer en su conjunto el proceso colectivo.

En esta línea en el Prólogo del libro “La valoración inmobiliaria: Teoría y práctica” de Gonzales et al, (2006), el Arquitecto Agustí Borrel y Calonge, resume de forma acertada “Y es por ello que después de hacer una loa de la metodología moderna y de la ayuda que supone la informática y la matemática financiera, tengo que hacer de nuevo una loa del sentido común, de la minuciosidad, la experiencia, el oficio y el arte. Porque no estamos tratando de resolver una ecuación matemática, sino de saber cuanto vale hoy o cuanto valdrá mañana un producto inmobiliario, siguiendo unas reglas que fija el mercado o siguiendo unas reglas que nos fija una determinada normativa de obligado cumplimiento”

También el Dr. Oscar Pérez Veyna (2006) señala lo siguiente:

“En el pasado, el conocimiento del mercado era la forma de establecer las ventajas competitivas entre valuadores. Hoy, la disponibilidad y manejo de datos, harán la diferencia. Lo anterior asociado al hecho de no disponer de suficiente cantidad de comparables hace complicado el proceso de valoración masiva cuando se trata de valorar propiedades comerciales y no tanto en propiedades residenciales. Este tipo de valoraciones masivas aún suscitan polémica pues no dejan de mostrar que es necesaria la intuición y conocimiento del valuador: que evidencias tomar, que suposiciones considerar y como interpretar los datos”.

Todos estos elementos son lo que Gilbertson (2001), denomina “un balance entre lo objetivo y lo subjetivo” en el proceso de valoración que actúa como mecanismo de seguridad en valoración. Desordenar este balance, abre las posibilidades de riesgos, sanciones, suspensiones, especialmente cuando nuevos métodos, de los que denominamos automatizados no se acompañan de los mismos estándares de transparencia que han gobernado al menos en documentos y principios, la práctica de la valoración. La presión sobre este balance es el mayor reto que enfrenta el valuador.”

Aznar et al, (2006) precisan “La valoración de todo bien depende del conocimiento que los individuos tienen del contexto y del problema, así como de las percepciones de la realidad de todos los implicados en el proceso de valoración. Tanto el conocimiento (interpretación de la información) como la percepción de la realidad son eminentemente subjetivos, pues vienen determinadas por los puntos de vista de los

actores (Myrdal, 1978, p.778). De ahí que lo subjetivo e intangible debe ser incorporado de forma explícita en los procesos valorativos”.

En sintonía con todo lo expuesto anteriormente planteamos la siguiente definición de Valoración:

“La valoración es la ciencia aplicada que tiene como objetivo la determinación del valor de un bien o el perjuicio de un mal, teniendo en cuenta los elementos de comparación, características o variables explicativas que lo definen, el entorno económico-temporal en que se encuentra, mediante la utilización de un método contrastado de cálculo aplicado por un tasador profesional, y que permita al experto incorporar tanto el conocimiento objetivo como el subjetivo”

Analicemos seguidamente esta definición con detalle:

“La valoración es una ciencia aplicada”

Y en el Diccionario de la lengua española¹, Madrid la ciencia se define de las dos siguientes formas

1. Conocimiento ordenado y, generalmente experimentado, de las cosas.
2. Conjunto de conocimientos y doctrinas metódicamente ordenado, relativo a una materia determinada:

Es evidente que la valoración es una ciencia ya que es un conjunto de conocimientos y doctrinas ordenadas relativo al estudio del valor de los bienes (bienes inmuebles, bienes muebles, empresas y actividades financieras) y que es aplicada ya que busca la aplicación del conocimiento científico a la necesidad de la sociedad en general de conocer el valor de los bienes.

“Tiene como objetivo la determinación del valor de un bien o el perjuicio de un mal”

Siendo el valor según las Normas Internacionales de Valoración (NIV2005) “El precio más probable que compradores y vendedores establecerán para un bien o servicio que está disponible para su compra. El valor establece un precio hipotético o teórico, que será el que con mayor probabilidad establecerán los compradores y vendedores para el bien o servicio. De modo que el valor no es un hecho, sino una estimación del precio más probable que se pagará por un bien o servicio disponible para su compra en un momento determinado”.

“Teniendo en cuenta, los elementos de comparación, características o variables explicativas que lo definen”

¹ Editorial Espasa-Calpe, 2005.

Elementos de comparación que las NIV2005 definen como las “Características específicas de inmuebles y transacciones que provocan que los precios varíen. Se incluyen entre otros: cargas y gravámenes, cláusulas financieras, condiciones de venta, condiciones de mercado, ubicación, así como características físicas y económicas”. En la ECO805/2003 se denominan sin más características y en la literatura tradicional son conocidos también con los nombres de atributos relevantes o variables explicativas. En lo que se sigue se utilizará tanto este último término por su tradición como el propuesto por las NIV2005 y la ECO805/2003.

“El entorno económico-temporal en que se encuentra”

Es evidente que el entorno económico es fundamental en la determinación del valor pues define en parte todos los elementos de comparación. No es lo mismo un entorno económico en crecimiento que uno en recesión. Lo mismo cabe decir del entorno temporal en cuanto a que el valor de los bienes evolucionan con el tiempo y no puede pensarse en mantener ni los mismos elementos de comparación ni sus expresiones cuantitativas en instantes de tiempo distintos. Cada momento precisará adaptaciones en los distintos elementos involucrados en la valoración.

“Mediante la utilización de un método contrastado de cálculo”

No habría que insistir en la necesidad de que el valor final que se determine debe ser el resultado proveniente de **uno o varios métodos de valoración** perfectamente estructurados, contrastados y aplicados, desterrando valores derivados exclusivamente del “leal saber y entender del valuador”, aunque se hace necesario aprovechar el conocimiento y la experiencia del valuador, y de ahí la precisión es “exclusivamente”, ya que esa experiencia y conocimiento debe de ser encauzada y objetivada dentro del proceso valorativo.

“Aplicado por un tasador o valuador profesional”

Y esta metodología planteada y resuelta por un tasador o valuador profesional que las NIV2005 definen como “una persona que posee la cualificación, capacidad y experiencia necesarias para llevar a cabo una valoración”

“Y que permita al experto incorporar tanto el conocimiento objetivo como el subjetivo”

El último punto de la definición es en nuestra opinión el más interesante, con el que pretendemos enlazar con lo expuesto al principio de este capítulo y lo afirmado con anterioridad por distintos autores. Es importante poder incorporar a la valoración tanto la información cuantificada, presente en nuestras bases de datos y conocida comúnmente como información objetiva, como aquella denominada subjetiva, compuesta por información y elementos tan importantes en la determinación del valor como son los elementos de comparación o variables explicativas de tipo cualitativo o intangible que, al no estar expresados, no aparecen en las bases de datos. Los conocimientos, experiencia acumulada por el experto durante su vida profesional deben de alguna forma ser objetivados e incorporados al proceso de determinación del valor.

Por eso dentro de la definición de valoración queremos destacar que el método utilizado debe necesariamente poder incorporar tanto el conocimiento objetivo como el subjetivo.

1.2 IMPORTANCIA ECONÓMICA Y PERSONAL DE LA VALORACIÓN

La valoración es tan antigua como la historia del hombre, y ya en la Biblia aparece una referencia a la valoración de varios activos: En el Levítico, versículo 27, Rescate por los animales y las cosas, a raíz de explicar como puede un hombre conmutar un voto realizado al Señor por un bien material, se define el valor y como determinarlo para cada bien, y en concreto al hablar de bienes urbanos y agrícolas dice.

Las casas

14 Si un hombre consagra su casa al Señor, el sacerdote deberá tasarla. Sea alta o baja, se aceptará la tasación fijada por el sacerdote.

15 Y si el que consagró su casa desea rescatarla, deberá añadir un quinto a la suma en que ha sido tasada, y así volverá a ser suya.

Los campos

16 Si un hombre consagra al Señor algún terreno de su propiedad, este será tasado según la cantidad de semilla que se pueda sembrar en él: cincuenta siclos² de plata por cada cuatrocientos kilos de semilla de cebada.

En la actualidad la importancia de la valoración de todo tipo de activos está fuera de duda. En cualquier sociedad moderna se hace necesario para un gran número de actos económicos conocer el valor de los activos implicados. Como ejemplos servirán las expropiaciones tanto de los gobiernos centrales como los locales, los enjuiciamientos civiles, particiones de herencias, compra-ventas de fincas, hipotecas, valoraciones catastrales con fines impositivos, etc. La valoración de bienes o activos es un hecho trascendente en cualquier país, y directamente ligado al progreso económico, al ser más intensa la actividad económica, también mayor es la necesidad de una mejor y más ajustada valoración de los activos de esa sociedad.

Signo evidente de la importancia que ha adquirido la valoración en el mundo es la existencia de Asociaciones u otros tipos de organizaciones que agrupan a los valuadores a lo largo de todos los continentes como queda reflejado en la tabla 1.1.

² Moneda del Antiguo Testamento de peso 11,4 grs.

Figura 1.1 Asociaciones de tasadores en el mundo.



Con el fin de armonizar las distintas normas de valoración existentes en el mundo a principios de los setenta se creó el TIAVSC (The International Assets Valuation Standards Committee), que en 1994 cambió su nombre por IVSC (Internacional Valuation Standards Committee), y cuyos objetivos según las NIV2005 son:

Formular y publicar, en pro del interés público, normas de valoración de bienes y fomentar su aceptación mundial; y armonizar las Normas entre los Estados del mundo, identificar y manifestar las diferencias en las declaraciones y/o aplicaciones de las Normas cuando éstas se presenten.

El IVSC agrupa la mayoría de asociaciones de profesionales de valoración. A través de los congresos y jornadas que periódicamente se organizan desde cada una de estas asociaciones, los valoradores intercambian experiencias, se actualizan normas de funcionamiento, se desarrollan cursos de formación y, se resumen, mejorar el saber hacer de la profesión.

1.3 ESTRUCTURA DEL LIBRO

En el capítulo 2 se presenta una breve explicación del área de conocimiento conocida como Decisión multicriterio, y se enumeran los métodos que posteriormente se adaptan al ámbito de la valoración. También en este capítulo se desarrollan conceptos importantes que van a ser utilizados en los capítulos siguientes como son: variables explicativas inversas, variables explicativas cualitativas, normalización de valores, índice de adecuación y la adaptación de la nomenclatura.

En el capítulo 3 se introducen los métodos de ponderación de variables: Métodos Crítico, Entropía y Ordenación simple.

El capítulo 4 presenta el primero y más sencillo método de valoración multicriterio con información cuantitativa (I) se presenta el Método de la Suma ponderada

El capítulo 5 introduce al lector en los denominados modelos de programación por metas, cuyo origen también está vinculado al campo de la toma de decisiones. La aplicación de estos modelos, en sus diferentes variantes, al campo de la valoración viene justificada por la manera en que los modelos de programación por metas pueden implementar los modelos de regresión, habituales en los modelos hedónicos de valoración.

Los capítulos 6 y 7 nos introducen en la metodología de valoración multicriterio cuando toda o parte de la información viene expresada de forma cualitativa. En el primero de ellos se explica con detalle el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) como método de ayuda a la toma de decisiones. Y en el segundo se desarrolla la aplicación de dicho método a la valoración. Este último capítulo contiene un anexo en el que se desarrolla un ejemplo de aplicación del AHP con EXCEL con el fin de ver con detalle todo el proceso de cálculo.

En el capítulo 8 se trata la agregación de preferencias y la mejora de la consistencia de las matrices involucradas en la aplicación de AHP.

En el capítulo 9 se incorporan los modelos multicriterio compuestos MAVAM y GMAVAM, que combinan diferentes métodos expuestos en los capítulos anteriores.

Finalmente se incorpora una extensa bibliografía tanto de valoración como de decisión multicriterio, que pueden servir al lector para profundizar en los modelos de valoración, la teoría de la decisión, y sobre cómo combinan de forma exitosa estos dos campos científicos.

1.4 ANEXO. ASOCIACIONES DE VALORACIÓN AGRUPADAS POR CONTINENTES

ÁFRICA	
Instituto de Agentes de la Propiedad Inmobiliaria de Malawi.	Instituto de Evaluadores y Agentes Inmobiliarios de Tanzania
Instituto Nigeriano de Agentes y Evaluadores de la Propiedad Inmobiliaria	Instituto de Sudafricana de Evaluadores.

AMÉRICA	
Instituto de Tasación de Canadá	Instituto de Tasación de EEUU.
Sociedad Americana de Tasadores.	Instituto Argentino de Tasaciones.
Instituto Brasileño de Valuaciones.	Registro Nacional de Avaluadores-Colombia
Federación de Colegios, Institutos, y Asociaciones de Valuadores de la República Mexicana, A.C.	Sociedad de Ingeniería de Tasación de Venezuela (SOITAVE)
Asociación Profesional de Evaluadores de Barbados	Asociación de Arquitectos Tasadores de Chile A.G.
American Right of Way Association (EEUU)	American Society of Farm Managers and Rural Appraisers (EEUU)
La Lonja de la Propiedad Raíz de Bogotá, en Colombia	Sociedad Colombiana de Avaluadores.
Asociación Uruguaya de Avaluadores Profesionales.	Instituto de Evaluadores de Puerto Rico
Instituto de Tasadores Dominicanos. INC.	Cuerpo Técnico de Tasaciones del Perú (CTTP).
Instituto de Valuaciones y Peritajes de Panamá. IVAPPAN	Union Panamericana de Asociaciones de Valoración. UPAV.

ASIA	
Sociedad China de Tasación	Instituto de Agentes de la Propiedad Inmobiliaria de Hong Kong
Consejo de Tasación de Corea.	Instituto de Agentes de la Propiedad Inmobiliaria de Malasia.
Asociación de valuadores Tailandeses.	Cámara de Tasadores Profesionales de Kazajastán
Asociación Japonesa de Tasación Inmobiliaria	Academia de Tasación y de Investigación Inmobiliaria-Israel.
Sociedad de Tasadores de Indonesia.	Instituto de Agentes de la Propiedad Inmobiliaria y Evaluadores de Singapur
Asociación de Tasadores. Turquía.	Departamento de Control de Precios. Ministerio de Hacienda, Vietnam..
Federación Profesional de Valuadores de Activos de Georgia.	Instituto de Expertos en la Valoración de Activos de Georgia.
Asociación Palestina de Auditores y Contables	
Asociación Eslovaca de Tasadores Económicos.	Sociedad Macedonia de Tasación.
Asociación para la Tasación Inmobiliaria Reglada – Finlandia.	El Centro Studi di Estimo e di Economia Territoriale (CeSET), en Italia

EUROPA	
Asociación Federal de Tasadores Públicos Jurados y Cualificados de Alemania	Asociación de Bancos Hipotecarios Alemanes.
Consejo de Asuntos Inmobiliarios de los Países Bajos.	Real Institución de Agentes de la Propiedad Inmobiliaria Registrados del Reino Unido.
Asociación Nacional de Tasadores Rumanos.	Instituto Austriaco de Valoración de Inmuebles y Normas de Valoración
Asociación Letona de Tasadores	Consejo Nacional de Geómetras. Italia.
Instituto Irlandés de Subastadores y Evaluadores.	Sociedad de Agentes de la Propiedad Inmobiliaria Registrados de la República de Irlanda.
Corporación de Tasadores Jurados de Grecia.	Cámara Checa de Tasadores
Sociedad Rusa de Tasadores	Federación Polaca de Asociaciones de Evaluación
Asociación de Tasadores de Noruega	Sociedad Albanesa de Evaluadores de la Propiedad Inmobiliaria.

Asociación Lituana de Entidades de valoración de Empresas e Inmuebles.	Asociación Lituana de Evaluadores de la Propiedad Inmobiliaria.
Sociedad Ucraniana de Tasadores.	Asociación de Tasación. Suecia
Asociación profesional de Sociedades de Valoración de España. ATASA.	Instituto Esloveno de Auditores.

OCEANÍA	
Instituto Australiano Inmobiliario	Instituto Inmobiliario de Nueva Zelanda

Capítulo 2. Conceptos introductorios

2.1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es servir de introducción a la teoría del Análisis de la Decisión multicriterio, área de conocimiento de la que se pueden encontrar extensos manuales, con muy diversas aplicaciones prácticas, y de la que se extraen los nuevos métodos de valuación presentados en este trabajo. Así mismo, en este capítulo se profundizará en algunos de los conceptos importantes a tener en cuenta en el desarrollo y aplicación de esta nueva metodología, como son: variables explicativas inversas, variables explicativas cualitativas, normalización de valores, funciones de distancia, índice de adecuación y, por último, la adaptación de la nomenclatura multicriterio a la valuación.

2.2. DECISIÓN MULTICRITERIO

El objetivo original y central de la Decisión Multicriterio universalmente conocida con las siglas MCDM (*Múltiple Criteria Decision Making*) es ayudar a la toma de decisiones en el mundo de la empresa.

El ser humano está expuesto a decidir en gran parte de sus actuaciones en un contexto de incertidumbre. Según la teoría económica tradicional ante un problema decisional, los agentes económicos optan por elegir la mejor alternativa en función de un solo criterio. Por ejemplo, un empresario tomaría sus decisiones empresariales en función de un sólo objetivo: en la mayoría de las ocasiones, la obtención del máximo beneficio.

Este concepto choca con la realidad cotidiana y el primero en expresarlo de una forma clara fue el premio Nobel H.A. Simon (1955), quien afirma que en las complejas organizaciones actuales, éstas no actúan intentando maximizar una determinada función de utilidad, sino que se plantean distintos objetivos a la vez, la mayoría de los cuales son incompatibles entre sí, por lo que finalmente lo que se pretende es conseguir un determinado nivel de satisfacción en cada uno de ellos. Siguiendo con el ejemplo del empresario, éste se plantearía obtener un porcentaje de beneficios sobre ventas, incrementando las ventas sin sobrepasar su capacidad productiva, y con un incremento de costes que no supere un porcentaje determinado para no tener que incrementar su plantilla de personal.

Como consecuencia de esta visión aparece el MCDM, en un intento de abordar la toma de decisiones en un contexto de distintos objetivos en conflicto y en un entorno incierto. En nuestro ejemplo, objetivos en conflicto por intentar maximizar el beneficio minimizando, al mismo tiempo, algunos costes derivados de una mayor producción como son los de personal; y en un entorno incierto porque el empresario sólo puede hacer estimaciones, más o menos acertadas de cuál será el nivel de demanda futuro, su nivel de ventas, los costes de producción, etc.

En palabras de Moreno-Jiménez (1996), “*se entiende por Decisión multicriterio, el conjunto de aproximaciones, métodos, modelos, técnicas y herramientas dirigidas a*

mejorar la calidad integral de los procesos de decisión seguidos por los individuos y sistemas, esto es a mejorar la efectividad, eficacia y eficiencia de los procesos de decisión y a incrementar el conocimiento de los mismos (valor añadido del conocimiento)”.

La aparición del MCDM es posible gracias a trabajos previos realizados por distintos investigadores en el siglo XIX, con la aportación a la ciencia económica de nuevos conceptos³ como la teoría de la utilidad de Walras, las funciones y curvas de indiferencia de Edgeworth que utiliza Pareto para definir el equilibrio económico que lleva su nombre y que se expresa con la siguiente afirmación: *“que una colectividad se encuentra en un estado óptimo si ninguna persona de esa colectividad puede mejorar su situación sin que empeore la situación de alguna otra persona de la misma. Esta clase de optimalidad se denomina también eficiencia paretiana”*.⁴

Distintos trabajos de mediados del siglo XX refuerzan la base metodológica que sustenta el MCDM. Koopmans (1951) define el término de vector eficiente o no dominado. Kuhn y Tucker (1951) deducen las condiciones que garantizan la existencia de soluciones eficientes en un problema multiobjetivo. Hurwicks (1958) introduce el concepto de vector óptimo en un espacio topológico

Ya en 1961 Charnes y Cooper desarrollan los aspectos esenciales de la programación por metas. Y en 1968 aparece el primer método de decisión multicriterio discreto, el método ELECTRE⁵.

Los años 70 son especialmente fructíferos en el desarrollo de la programación por metas, con trabajos tan importantes como los de Ignizio (1976) y Lee (1972). En la misma época se pone a punto el primer método interactivo el STEM⁶ y se desarrolla la forma de solucionar el problema de la programación lineal con varios criterios⁷.

En 1980 se publica el primer libro sobre el Analytic Hierarchy Process (AHP)⁸.

La década de los 80 es altamente productiva y fructífera en investigaciones y publicaciones sobre análisis multicriterio apareciendo gran diversidad de manuales y trabajos científicos⁹. La aparición y difusión en esta década de los ordenadores personales revoluciona y potencia el desarrollo de la metodología.

En 1984 se presenta el método VEGA¹⁰ una extensión de los algoritmos genéticos a los problemas con objetivos múltiples.

Un indicador de la actividad que existe en este área de conocimiento la proporciona una publicación del año 1996¹¹, en la que se listan 1216 publicaciones, 208 libros, 31 revistas y 143 conferencias de MCDM entre los años 1987 y 1992.

³ BARBA-ROMERO, S.; POMEROL, J-CH.(1997)

⁴ ROMERO,C. (1993)

⁵ ROY, B. (1968)

⁶ GEOFFRION, A.; DYER, J.; FEINBERG, A. (1972)

⁷ ZELENY, M.(1974) y ISERMANN, H. (1974)

⁸ SAATY, T. (1980)

⁹ CHANKONG, V.; HAIMEs, Y.Y. (1983). DE MONTGOLFIER, J.; BERTIER, P. (1978). GÖPFER, A.; NEHSE, R. (1990). HWANG, C.L.; MASUD A. S.M. (1979). SCHÄRLIG, A. (1985). TABUCANON, M. (1988). VINCKE, P. (1989). ZELENY, M. (1982). SAWARAGI,Y.; NAKAYAMA, H. ; TANINO, T. (1985). STEUER, R.E. (1985).

¹⁰ SCHAFFER, J.D. (1984)

En España son de resaltar las aportaciones de Romero C., Barba-Romero y Pomerol y Moreno-Jiménez.

Dentro del área de conocimiento que conocemos como MCDM se han desarrollado un gran número de métodos. Una de las clasificaciones mas aceptadas es la que distingue entre métodos multicriterio continuo y discreto.

- El análisis multicriterio continuo afronta aquellos problemas multicriterio en el que el decisor se enfrenta a un conjunto de soluciones factibles formado por infinitos puntos. En este grupo nos encontramos con la Programación multiobjetivo, la Programación compromiso y la Programación por metas.

- El análisis multicriterio discreto comprende los casos donde el número de alternativas a considerar por el decisor es finito y normalmente no muy elevado. En este grupo encontramos métodos como el Electre, el Promethee, el Proceso Analítico Jerárquico (Analytic Hierarchy Process, AHP) y el Proceso Analítico en Red (Analytic Network Process, ANP).

También dentro de la metodología multicriterio encontramos métodos de ponderación de variables o determinación de los pesos como son los métodos de la Entropía, el método CRITIC, la Ordenación Simple, la Tasación simple, el de las Comparaciones Sucesivas y los mismos AHP y ANP ya enumerados en el análisis multicriterio discreto.

El objetivo de los siguientes capítulos es aplicar algunos de los métodos multicriterio existentes descritos en la teoría de la Decisión al área de Valuación de todo tipo de activos El número de métodos a utilizar va a ser limitado¹² y se concreta en los siguientes, clasificados en función de la información que utilizan o necesitan para su aplicación.

¹¹ STEUER, R.E.; GARDINER, L.R.; GRAY, J. (1996)

¹² Los autores están convencidos que el número de métodos multicriterio a utilizar en Valuación, crecerá de forma exponencial en los próximos años. En el presente trabajo se limitan a exponer aquellos sobre los que vienen trabajando en los últimos años.

1 Métodos de valuación a partir de información cuantificada.

1.1 Métodos de ponderación de variables

1.1.1 Método CRITIC

1.1.2 Método de la Entropía

1.1.3 Método de la Ordenación simple

1.2 Métodos de valuación propiamente dicha

1.2.1 Método de la Suma Ponderada (Weighted Sum Method)

1.2.2 Programación por metas (Goal programming, GP)

2 Métodos de valuación a partir de información cualitativa

2.1 Proceso Analítico Jerárquico (Analytic Hierarchy Process, AHP)

2.2 Modelo MAVAM de valuación individual

2.3 Modelo MAVAM de valuación colectiva (GMAVAM)

2.4 Proceso Analítico en Red (Analytic Network Process, ANP)

En los capítulos siguientes se aborda cada uno de los métodos enunciados anteriormente, viéndose en cada caso el funcionamiento del método y su aplicación en valuación de forma teórica y con ejemplos prácticos.

Con todo, se hace necesario introducir una serie de conceptos necesarios para el correcto entendimiento de los capítulos posteriores. Se trata de algunos conceptos propios del campo de la valoración, y otros extraídos de la decisión multicriterio.

2.3 VARIABLES EXPLICATIVAS INVERSAS

La hipótesis de partida en Valuación es que el valor de los bienes ó activos depende de sus características. Esta afirmación es lógica y no necesita mayor explicación. No es necesario ser un experto para conocer que el valor de un automóvil depende entre otras características, de y su marca y su cilindrada, y que el valor de un inmueble urbano depende también entre otras variables de su superficie y de la calidad de la edificación. En valuación estas características reciben la denominación de elementos de comparación y/o variables explicativas.

Por su relación con el precio las variables explicativas pueden clasificarse en dos grupos:

1 Variables explicativas directas. Son aquellas en que el precio varía en el mismo sentido que ellas; este es, si la variable aumenta el precio aumenta, y si la variable disminuye también lo hace el precio. En los ejemplos planteados anteriormente del automóvil y del inmueble urbano las variables mencionadas son directas, y también

lo son el rendimiento y la calidad de la tierra en inmuebles rústicos y en Valuación de futbolistas el número de goles por partido.

2 Variables explicativas inversas. Son aquellas en que el precio varía en sentido distinto a ellas, esto es, si la variable aumenta el precio disminuye, y si la variable disminuye el precio aumenta. Aunque este tipo de variables son menos numerosas que las directas, existen claros ejemplos de ellas y hay que ser cuidadoso en su detección y en su tratamiento. Ejemplo de este tipo de variables son, en inmuebles rústicos, el riesgo de helada de una parcela por su situación geográfica o la salinidad del suelo; en inmuebles urbanos la distancia al centro de la ciudad o a las zonas de servicio y el nivel de contaminación acústica; y en valuación de futbolistas el número de pérdidas de balón o de asistencias falladas.

Para poder incluir variables explicativas en algunos métodos de valuación (Ratio de valuación, método Beta) es imprescindible transformarlas en directas. Y en algunos otros (AHP, ANP) es conveniente, aunque no imprescindible, su transformación¹³. Existen dos formas de llevar a cabo esta transformación.

a) Transformación por la inversa.

b) Transformación por la diferencia a una constante.

La transformación por la inversa, consiste en sustituir la variable por su inversa. Esto es la variable explicativa inversa x_i sería sustituida por la correspondiente explicativa directa $1/x_i$. Esta transformación tiene la ventaja de que mantiene la proporcionalidad, lo cual es de gran importancia en valuación y solo tiene el inconveniente de no poder ser utilizada cuando la variable toma el valor cero en alguno de los activos de referencia o datos comparables.

La transformación por la diferencia a una constante consiste en sustituir la variable x_i por la diferencia con una constante K cuyo valor debe ser superior que el mayor valor posible de la variable. Esta transformación $(k-x_i)$ comúnmente realizada en valuación tiene varios inconvenientes, el primero es que no mantiene la proporcionalidad y el segundo que según la constante k que se elija varía el resultado obtenido.

2.3.1 Ejemplo.

Partimos de la información de la Tabla 2.1. Con 6 locales comerciales de los cuales conocemos dos variables explicativas, la calidad del entorno (medido en un rango de 1 a 100) y la distancia al centro comercial del barrio.

¹³ La conveniencia de la transformación en directas de las variables inversas al utilizarlas en AHP y ANP, como se verá más adelante (Capítulo 8), se debe a que las comparaciones pareadas entre elementos, básicas en el método AHP, adquieren mayor dificultad si la característica sobre la que se compara es inversa.

	Calidad del entorno (1-100)	Distancia al centro comercial (mts.)
Local A	80	1.100
Local B	85	900
Local C	50	500
Local D	90	800
Local E	60	900
Local F	70	400

Tabla 2.1 Información inicial

De las dos variables consideradas la primera es directa ya que cuanto mayor calidad tenga el entorno más atracción tiene para el posible comprador y, por lo tanto, el valor del local aumenta; mientras que la segunda variable, la distancia al centro comercial del barrio, es inversa pues que los locales más próximos al centro son los que más afluencia de público tienen. Vamos a ver las diferentes formas de transformar la variable inversa en directa y cómo afectan a la proporcionalidad, siendo ésta la propiedad por la que si el cociente de dos variables es igual a n , el cociente de esas mismas variables transformadas también es n .

Las transformaciones que vamos a realizar con el fin de comprobar la proporcionalidad y la permanencia de los resultados son las siguientes (Tabla 2.2).

Transformación por la inversa.

Transformación por la diferencia a una constante $k = 1.500$.

Transformación por la diferencia a una constante $k = 2.000$.

		Variable transformada			PROPORCIONALIDAD			
	Distancia al centro comercial x_i (mts)	$1/x_i$	$1500-x_i$	$2000-x_i$	Distancia al centro comercial x_i (mts)	Inversa ¹⁴ $1/x_i$	$1500-x_i$	$2000-x_i$
Local A	1.100	0,0009	400	900				
Local B	900	0,0011	600	1100	1,2222	1,2222	0,6667	0,8182
Local C	500	0,0020	1000	1500	2,2000	2,2000	0,4000	0,6000
Local D	800	0,0013	700	1200	1,3750	1,3750	0,5714	0,7500
Local E	900	0,0011	600	1100	1,2222	1,2222	0,6667	0,8182
Local F	400	0,0025	1100	1600	2,7500	2,7500	0,3636	0,5625

Tabla 2.2 Transformación a directa de la variable Distancia al centro comercial (x_i).

¹⁴ El cálculo de la proporcionalidad se ha realizado, en los casos de la variable original y los transformados por la diferencia a una constante, dividiendo el valor de A por los valores de los locales B,C,D,E y F. En el caso de la variable inversa el procedimiento es al revés o sea los valores de los locales B,C,D,E y F se dividen por el valor de A.

En la tabla 2.2. Se puede observar:

La transformación por la inversa mantiene la proporcionalidad de los valores de las variables, mientras que cuando la transformación se realiza por la diferencia a una constante, no se mantiene la proporcionalidad.

Las proporciones obtenidas son diferentes según la constante que se emplea.

Por lo tanto, la transformación más adecuada cuando nos encontremos con una variable inversa consiste en sustituirla por su inversa. Esta transformación, como ya se ha comentado, solo tiene el inconveniente de no poderse utilizar si la variable toma el valor cero en alguno de los activos de referencia.

2.4 VARIABLES EXPLICATIVAS CUALITATIVAS

En el apartado anterior se ha abordado la clasificación de las variables en función de su relación con el precio (directas o inversas). Otra de las clasificaciones de las variables, de gran importancia en Valuación, es la de cuantitativas y cualitativas. Las primeras son aquellas que vienen expresadas por cantidades medibles u observables. Ejemplo de este tipo de variables son la Producción, los Ingresos, la Renta, la distancia a un punto determinado, el contenido en sales de un suelo, el número de habitaciones, la superficie, la altura, el número de goles marcados o encajados por minutos jugados, etc. Las segundas, las cualitativas, son aquellas que no son medibles directamente, aunque el experto pueda darles una determinada cuantificación utilizando una escala definida previamente. Son ejemplo de este tipo de variables cualitativas, la calidad del suelo, el aspecto vegetativo, la calidad del entorno urbanístico, la importancia de la imagen, la calidad artística en una obra de arte, etc. Las variables cualitativas tienen cada vez mayor importancia en los procesos valorativos, ya que en sociedades avanzadas y con un nivel de bienestar elevado los aspectos cualitativos de los bienes son preferentes y, por lo tanto, deben ser tenidos en cuenta en la valuación. La principal dificultad que presentan es su cuantificación. Normalmente la forma de abordar este problema es mediante una escala lineal de 0 a 10, o de 0 a 100 (no es indiferente el rango de la escala que se adopte), donde el experto sitúa cada uno de los testigos comparándolos todos entre sí. Miller (1956), en un estudio de gran repercusión en la teoría de la decisión establece que el cerebro humano tiene serias limitaciones para establecer comparaciones globales entre distintos sujetos o alternativas a partir de una escala determinada, dificultad que se incrementa de forma considerable cuando el número de elementos a comparar supera el número 7 (número mágico de Miller). Sin embargo se constata que el cerebro humano se encuentra perfectamente adaptado a las comparaciones por pares; esto es, enfrentado dos elementos en función de una característica determinada, el cerebro humano realiza la comparación. Cuando desarrollemos el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) veremos que esta característica es el punto de partida de dicha metodología, y que permite afrontar la cuantificación de las variables explicativas cualitativas de una forma eficiente, con el fin de incorporarlas al proceso de valuación.

2.5 NORMALIZACIÓN DE LOS VALORES

Los métodos multicriterio exigen la previa normalización de la información. La razón de esta normalización está en la necesidad de unificar las unidades de medida necesarias para poder comparar elementos entre sí. Si en un proceso de decisión (o en

nuestro caso un proceso de valuación) estamos utilizando criterios cuantitativos tan dispares como pueden ser los Ingresos Brutos medidos en euros, dólares o pesos, junto con la producción medida en Kg., litros, o con unidades físicas producidas (automóviles, jamones, plantones, etc.), o junto con la distancia de ubicación medida en mts o Kms, es evidente que establecer comparaciones a partir de esas unidades tan distintas no es recomendable. Aún en los casos en que los distintos criterios vengan definidos con la misma unidad (u.m.,Kgs, mts, etc.), si los valores utilizados en cada criterio son distintos en cuanto tamaño o vienen expresados de distinta forma, esta diferencia puede afectar sensiblemente al resultado, ya que se pueden producir sesgos hacia las cantidades mas elevadas. En el ejemplo siguiente, adaptado de Barba-Romero y Pomerol (1997), se pone en evidencia este tipo de anomalías (Tabla 2.3).

ACTIVO	PRECIO COMPRA (€)	GANANCIAS(€)	Suma
1	-720.000	15.000	-705.000
2	-850.000	12.000	-838.000
3	-450.000	4.500	-445.000
4	-600.000	18.000	-582.000

Tabla 2.3 Inversiones y Ganancias de distintos cultivos

Si la decisión sobre cual es el activo más interesante, se toma en función de la suma Precio de compra+Ganancias, el resultado sería.

$$3 > 4 > 1 > 2$$

Sin embargo si esa misma información se presenta en euros pero expresando el precio de compra en miles (tabla 2.4) el resultado difiere considerablemente:

ACTIVO	PRECIO COMPRA (miles €)	GANANCIAS(€)	Suma
1	-720	15.000	14.280
2	-850	12.000	11.150
3	-450	4.500	4.050
4	-600	18.000	17.400

Tabla 2.4 Inversiones y Ganancias de distintos cultivos

El resultado cambia de forma radical, siendo ahora:

$$4 > 1 > 2 > 3.$$

La forma de solucionar este problema, es uniformizar la información de manera que la unidad y/o la forma en que viene expresada no distorsione el resultado. A este proceso se le denomina normalización y podemos definirlo como el procedimiento por el cual el valor de las variables se transforma y queda comprendido en el intervalo [0-1].

Existen diferentes procedimientos de normalización cada uno con sus características de cálculo y, sobre todo, con resultados distintos en cuanto a su distribución dentro del intervalo general de [0-1] y al mantenimiento o no de la proporcionalidad. A continuación se desarrollan los procedimientos de normalización

más importantes. Para su explicación teórica se utilizarán datos en la forma de los presentados en la tabla 2.5 y al final del apartado se presentara un ejemplo con la aplicación de todas las formas de normalización analizadas.

	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
Alternativa A	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃
Alternativa B	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃
Alternativa C	X ₃₁	X ₃₂	X ₃₃
Alternativa D	X ₄₁	X ₄₂	X ₄₃
Alternativa E	X ₅₁	X ₅₂	X ₅₃
Alternativa F	X ₆₁	X ₆₂	X ₆₃

Tabla 2.5 Información de alternativas y criterios para normalizar

2.5.1 Normalización por la suma

Este sistema de normalización consiste en utilizar el cociente de cada elemento por la suma de los elementos de cada criterio; esto es, por la suma de los elementos de la columna en que está ubicado el elemento a normalizar.

$$X_{11}NORMALIZADO = \frac{X_{11}}{X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51}} = \frac{X_{11}}{\sum_{i=1}^5 X_{i1}}$$

Lo forma general de normalización por la suma sería

$$X_{ij}NORMALIZADO = \frac{X_{ij}}{\sum_{i=1}^n X_{ij}}$$

El intervalo de los valores normalizados es $0 < x_{ij} < 1$ si se cumple que $x_{ij} > 0 \forall_{ij}$

Entre las cualidades positivas de esta normalización está que conserve la proporcionalidad.

2.5.2 Normalización por el Ideal o normalización por el mayor elemento.

Consiste en dividir cada elemento de una columna por el mayor elemento de dicha columna. Se denomina normalización por el Ideal debido a que en una secuencia

de valores de un criterio al mayor valor se le denomina ideal entendiendo que es el valor preferido dentro de los de su columna.

Si en la columna del criterio 1 (Tabla 2.5), los valores de las x_{ij} son

$$x_{11} < x_{31} = x_{41} < x_{51} < x_{21}$$

La normalización de todos los elementos de esa columna se realizaría dividiendo cada uno de ellos por x_{21} que es el mayor.

$$x_{11} \text{NORMALIZADO} = \frac{x_{11}}{x_{21}}$$

Por lo tanto la fórmula general de normalización en este caso, sería.

$$x_{ij} \text{NORMALIZADO} = \frac{x_{ij}}{\max x_{ij}}$$

El intervalo de los valores normalizados es $0 < x_{ij} < 1$, de nuevo si $x_{ij} > 0 \forall_{ij}$; y como ocurriría con el método anterior, también se mantiene la proporcionalidad.

Conserva la proporcionalidad.

2.5.3 Normalización por el rango

La normalización se realiza mediante el cociente de cada elemento menos el mínimo por el rango elemento máximo menos el mínimo. Con el orden asumido en el método anterior, el elemento x_{31} quedaría normalizado de la siguiente forma:

$$x_{31} \text{NORMALIZADO} = \frac{x_{31} - x_{11}}{x_{21} - x_{11}}$$

Por lo tanto la fórmula general de normalización en este caso, sería.

$$x_{ij} \text{NORMALIZADO} = \frac{x_{ij} - \min_{i=1 \dots n} x_{ij}}{\max_{i=1 \dots n} x_{ij} - \min_{i=1 \dots n} x_{ij}}$$

El intervalo de los valores normalizados es $0 \leq x_{ij} \leq 1$. Con este tipo de normalización siempre uno de los elementos es 0 y otro toma el valor 1.

No conserva la proporcionalidad, lo cual es un dato importante para su aplicación en Valuación.

Existen otros procedimientos, como el de normalización por la raíz cuadrada del sumatorio del cuadrado de los elementos, pero no vamos a considerarlo ya que los mas utilizados son los tres considerados en los párrafos anteriores.

2.5.4 Ejemplo

Partimos de la información de la Tabla 2.6, con 6 parcelas agrícolas de las cuales conocemos tres variables explicativas, como son sus Ingresos Brutos en €/Ha, el Riesgo de que se produzca una helada expresado en porcentaje de años en que se ha producido una helada en los últimos 10 años, y la población activa agraria del municipio donde se encuentra situada la parcela.

	Ingresos brutos (€/Ha)	Riesgo de helada (%)	Población agrícola
Parcela A	1.100	10	5.000
Parcela B	980	25	6.000
Parcela C	1.000	15	8.500
Parcela D	755	15	15.000
Parcela E	1.200	5	2.500
Parcela F	1.050	10	3.000

Tabla 2.6 Información de partida.

De las tres variables consideradas, dos de ellas son variables directas con respecto al precio, tanto los Ingresos brutos como la población activa agrícola están relacionadas positivamente con el precio de las parcelas, a mayor valor de la variable mayor valor de las parcelas. Sin embargo, el riesgo de helada es una variable inversa ya que a mayor riesgo de helada, menor precio. Por lo tanto hay que transformar la variable Riesgo de helada en directa, para lo que en este caso emplearemos la inversa del valor original.

Con la transformación por la inversa la tabla inicial de los datos quedaría de la forma de la Tabla 2.7.

	Ingresos brutos (€/Ha)	Riesgo de helada (%)	Población agrícola
Parcela A	1.100	0,10	5.000
Parcela B	980	0,04	6.000
Parcela C	1.000	0,07	8.500
Parcela D	755	0,07	15.000
Parcela E	1.200	0,20	2.500
Parcela F	1.050	0,10	3.000

Tabla 2.7 Información de partida con todas las variables directas

Con todas las variables transformadas en directas el siguiente paso es normalizarlas, para lo que emplearemos los tres procedimientos vistos anteriormente y analizaremos en cada caso los resultados.

- Normalización de la variable Ingresos Brutos: En la tabla 2.8 se presentan los valores de la variable normalizada por los distintos métodos. En la tabla 2.9 se observa el intervalo del valor de la variable normalizada, que también se muestra gráficamente en el Figura 2.1. El intervalo varía en función del método de normalización.

Lo expuesto para la variable Ingresos Brutos puede también observarse para las otras dos variables, Riesgo de Helada (tablas 2.10 y 2.11 y Figura 2.1) y la variable Población activa agraria (tablas 2.12 y 2.13 y Figura 2.2).

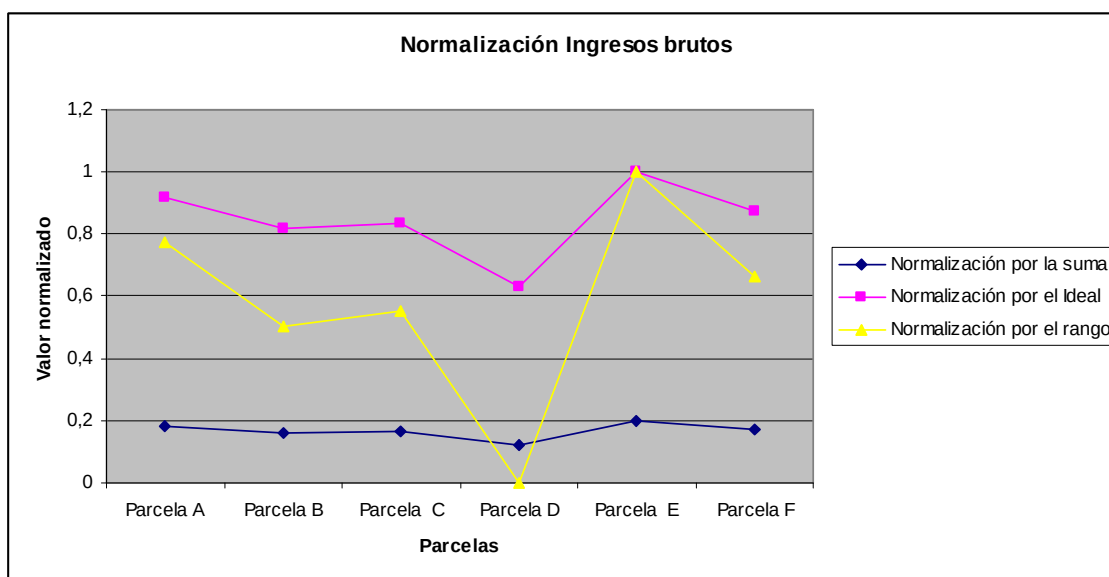
	Normalización por la suma	Normalización por el Ideal	Normalización por el rango
Parcela A	0,1807	0,9166	0,7752
Parcela B	0,1610	0,8166	0,5056
Parcela C	0,1643	0,8333	0,5505
Parcela D	0,1240	0,6291	0,0000
Parcela E	0,1972	1,0000	1,0000
Parcela F	0,1725	0,8750	0,6629

Tabla 2.8 Valores de la variable Ingresos Brutos normalizada, para cada uno de los métodos de normalización

	Ingresos brutos (€/Ha)		
	Normalización por la suma	Normalización por el Ideal	Normalización por el rango
Máximo	0,1972	1	1
Mínimo	0,1240	0,6291	0
Recorrido	0,0731	0,3708	1

Tabla 2.9 Intervalo o recorrido de la variable Ingresos Brutos normalizada, para cada uno de los métodos de normalización

Figura 2.1 Intervalo o recorrido de la variable Ingresos Brutos normalizada, para cada uno de los métodos de normalización



Normalización de la variable Riesgo de Helada:

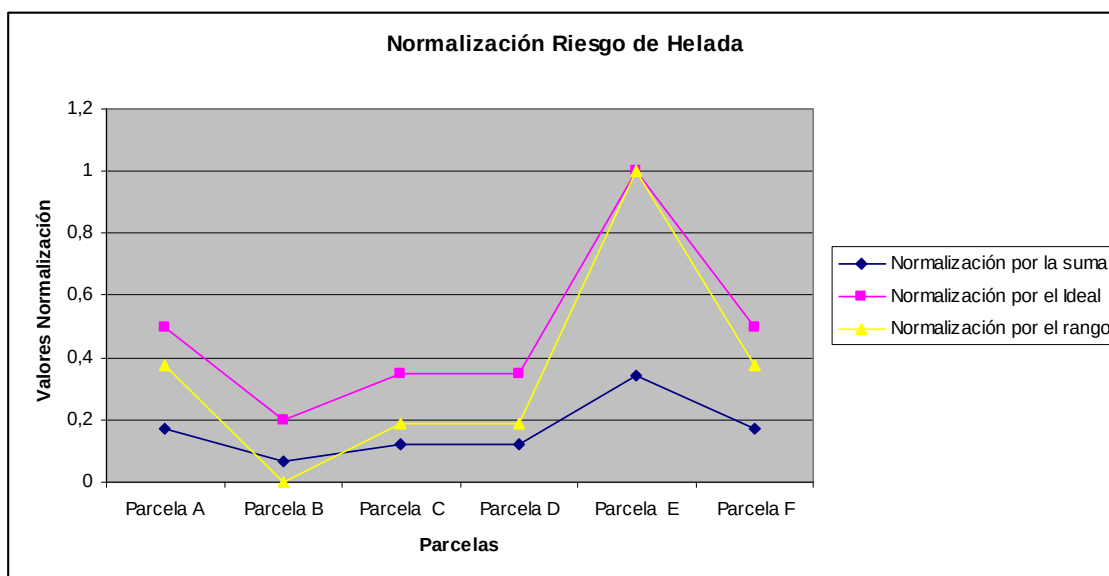
	Normalización por la suma	Normalización por el Ideal	Normalización por el rango
Parcela A	0,1724	0,5000	0,3750
Parcela B	0,0689	0,2000	0,0000
Parcela C	0,1206	0,3500	0,1875
Parcela D	0,1206	0,3500	0,1875
Parcela E	0,3448	1,0000	1,0000
Parcela F	0,1724	0,5000	0,3750

Tabla 2.10 Valores de la variable Riesgo de Helada normalizada, para cada uno de los métodos de normalización

	Riesgo de helada		
	Normalización por la suma	Normalización por el Ideal	Normalización por el rango
Máximo	1,0000	2,9000	1,0000
Mínimo	0,3448	1,0000	0,0000
Recorrido	0,6551	1,9000	1,0000

Tabla 2.11 Intervalo o recorrido de la variable Riesgo de Helada normalizada, para cada uno de los métodos de normalización

Figura 2.2 Intervalo o recorrido de la variable Riesgo de Helada normalizada, para cada uno de los métodos de normalización



Normalización de la variable Población activa agraria:

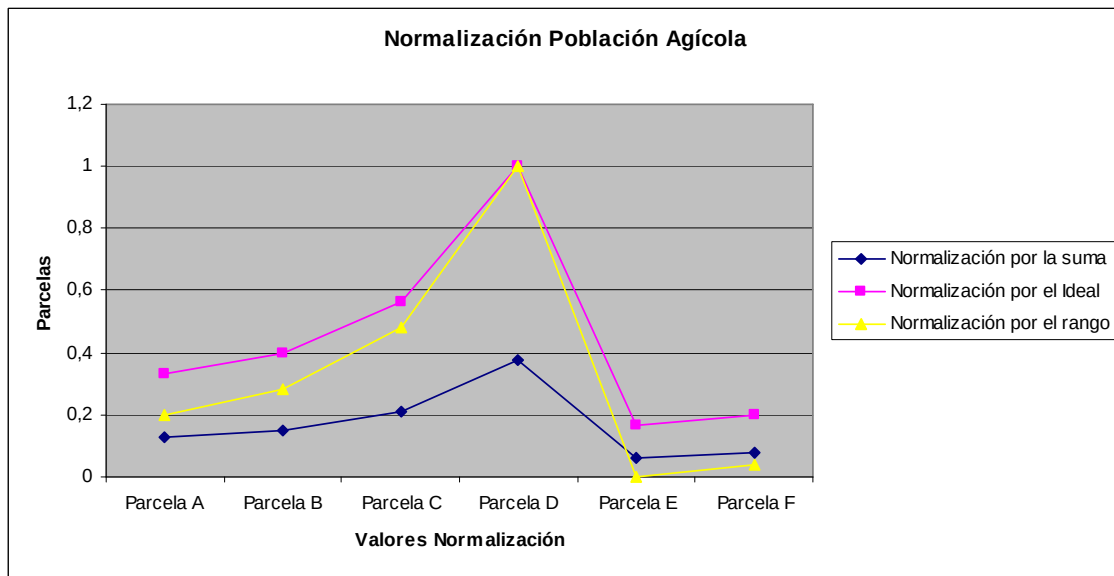
	Normalización por la suma	Normalización por el Ideal	Normalización por el rango
Parcela A	0,1250	0,3333	0,2000
Parcela B	0,1500	0,4000	0,2800
Parcela C	0,2125	0,5666	0,4800
Parcela D	0,3750	1,0000	1,0000
Parcela E	0,0625	0,1666	0,0000
Parcela F	0,0750	0,2000	0,0400

Tabla 2.12 Valores de la variable Población activa agraria normalizada, para cada uno de los métodos de normalización

	Población agrícola		
	Normalización por la suma	Normalización por el Ideal	Normalización por el rango
Máximo	0,3750	1,0000	1,0000
Mínimo	0,0625	0,1666	0,0000
Recorrido	0,3125	0,8333	1,0000

Tabla 2.13 Intervalo o recorrido de la variable Población activa agraria normalizada, para cada uno de los métodos de normalización

Figura 2.3 Intervalo o recorrido de la variable Población activa agraria normalizada, para cada uno de los métodos de normalización



En todos los casos, se observa que el recorrido o intervalo de las variables varía en función del método de normalización utilizado, siendo el más concentrado la normalización por la suma, y el menos la normalización por el rango en el que siempre se tiene un valor 0 y otro 1.

El otro punto fundamental a comprobar es cuál/es de los método/s mantiene/n la proporcionalidad. En este caso se ha tomado, a modo de ejemplo, la parcela A, para la que se ha contrastado la proporcionalidad en las variables consideradas, y con los 3 procedimientos de normalización expuestos. En las tablas 2.14, 2.15 y 2.16 se muestran los resultados obtenidos.

	Ingresos Brutos		Normalización por la suma		Normalización por el Ideal		Normalización por el rango	
	Valor	Proporción	Valor normalizado	Proporción	Valor normalizado	Proporción	Valor normalizado	Proporción
A	1100	1,0000	0,1807	1,0000	0,9166	1,0000	0,7752	1,0000
B	98	0,8909	0,1610	0,8909	0,8166	0,8909	0,5056	0,6521
C	1000	0,9090	0,1643	0,9090	0,8333	0,9090	0,5505	0,7101
D	755	0,6863	0,1240	0,6863	0,6291	0,6863	0,0000	0,0000
E	1200	1,0909	0,1972	1,0909	1,0000	1,0909	1,0000	1,2898
F	1050	0,9545	0,1725	0,9545	0,8750	0,9545	0,6629	0,8550

Tabla 2.14 Cálculo del mantenimiento de la proporcionalidad de los distintos métodos de normalización para la variable Ingresos brutos

	Riesgo de helada		Normalización por la suma		Normalización por el Ideal		Normalización por el rango	
	Valor	Proporción	Valor normalizado	Proporción	Valor normalizado	Proporción	Valor normalizado	Proporción
A	0,1000	1,0000	0,1724	1,0000	0,5000	1,0000	0,3750	1,0000
B	0,0400	0,4000	0,0689	0,4000	0,2000	0,4000	0,0000	0,0000
C	0,0700	0,7000	0,1206	0,7000	0,3500	0,7000	0,1875	0,5000
D	0,0700	0,7000	0,1206	0,7000	0,3500	0,7000	0,1875	0,5000
E	0,2000	0,2000	0,3448	0,2000	1,0000	0,2000	1,0000	2,6666
F	0,1000	1,0000	0,1724	1,0000	0,5000	1,0000	0,3750	1,0000

Tabla 2.15 Cálculo del mantenimiento de la proporcionalidad de los distintos métodos de normalización para la variable Riesgo de helada

	Población agrícola		Normalización por la suma		Normalización por el Ideal		Normalización por el rango	
	Valor	Proporción	Valor normalizado	Proporción	Valor normalizado	Proporción	Valor normalizado	Proporción
A	5.000	1,0000	0,1250	1,0000	0,3333	1,0000	0,2000	1,0000
B	6.000	1,2000	0,1500	1,2000	0,4000	1,2000	0,2800	1,4000
C	8.500	1,7000	0,2125	1,7000	0,5666	1,7000	0,4800	2,4000
D	15.000	3,0000	0,3750	3,0000	1,0000	3,0000	1,0000	5,0000
E	2.500	0,5000	0,0625	0,5000	0,1666	0,5000	0,0000	0,0000
F	3.000	0,6000	0,0750	0,6000	0,2000	0,6000	0,0400	0,2000

Tabla 2.16 Cálculo del mantenimiento de la proporcionalidad de los distintos métodos de normalización para la variable Población agrícola

Como se evidencia en las tablas anteriores, los métodos de normalización que mantienen la proporcionalidad de los datos son la normalización por la suma y la normalización por el ideal. Estos dos procedimientos serán los utilizados en todos los procesos de normalización de los métodos multicriterio que desarrollaremos en los próximos capítulos.

2.6 FUNCIONES DE DISTANCIA. DISTANCIA L1 O DISTANCIA MANHATTAN.

En la práctica valorativa es conveniente la utilización de distintos métodos con el fin de determinar el valor a partir de la información de los testigos de los que se disponga. Por lo tanto, al final del proceso posiblemente tengamos tantos valores del activo a valorar como métodos hayamos utilizado. Uno de los problemas que ha de enfrentar el valorador es cuál de estos valores ha de considerar como válido o preferente respecto a los demás.

Para determinar qué valor elegimos como definitivo vamos a utilizar un método basado en el concepto de distancia introducido por Minkowsky y en el axioma de Zeleny, base de la metodología de la Programación compromiso, que indica: “Dadas dos soluciones posibles en el espacio de los objetivos f_1 y f_2 la solución preferida será aquella que se encuentre más próxima al punto ideal” (Zeleny, 1973).

El concepto general de distancia se representa por (5)

$$L_p = \left[\sum_{j=1}^n |x_j^1 - x_j^2|^p \right]^{1/p} \quad (5)$$

Según el valor que demos a p obtenemos distintas diferentes, de las cuales las más comunes son:

$P=1$. Distancia Manhattan o Norma L_1

$P=2$. Distancia Euclidiana o Norma L_2

$P= \infty$. Distancia Cheyseyev o Norma L_∞

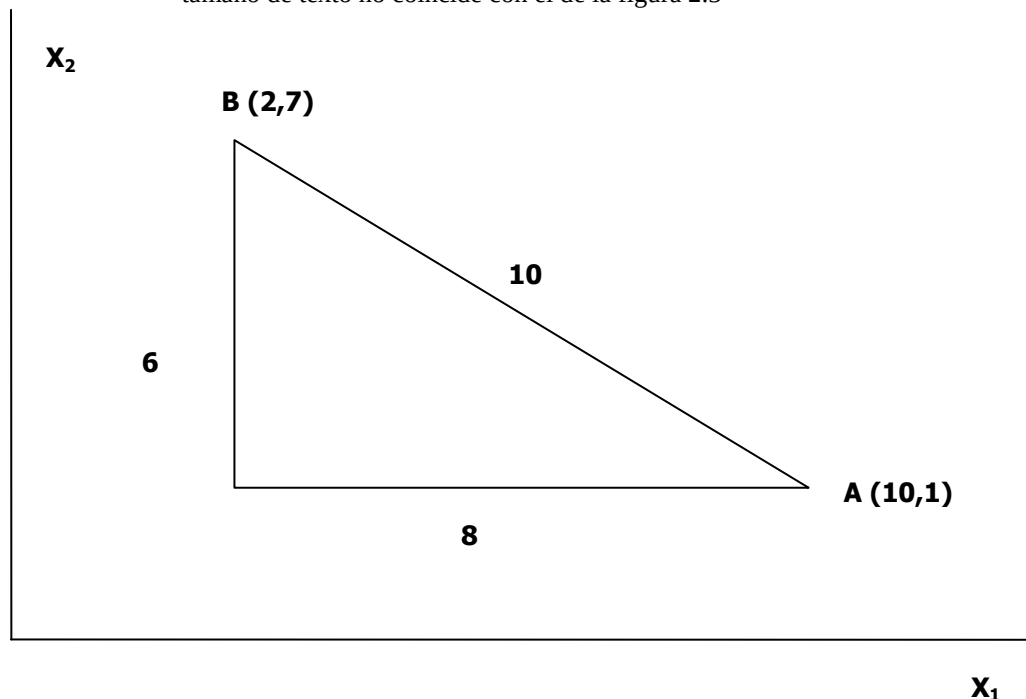
En un eje de coordenadas bidimensional (Figura 2.4), las distancias entre dos puntos A y B serían.

Distancia Manhattan ó $L_1 = 6+8 = 14$

Distancia Euclidiana ó $L_2 = 10$

Distancia Chevyshev ó $L_\infty = 8$

Figura 2.4 Distancia Euclídiana y Manhattan. (Figura tomada de Romero C., 1977 pag. 48) este tamaño de texto no coincide con el de la figura 2.3



La distancia Manhattan se corresponde con la suma de los catetos del triángulo rectángulo de la figura. La distancia Euclidiana a su vez se corresponde con la hipotenusa de dicho triángulo, y la distancia Chevyshev con el máximo valor de los dos catetos que configuran la distancia Manhattan. En términos geométricos, podemos decir

que la distancia Manhattan representa la más larga entre dos puntos y la Cheyevsev la más corta, quedando la euclideana como una distancia intermedia.

Para el problema que nos ocupa en este momento, determinar una metodología para elegir el resultado más ajustado al Ideal, vamos a considerar la distancia Manhattan. La base de esta elección está en el trabajo de Yoon (1987) en el que intenta medir la credibilidad de las diferentes métricas llegando a la conclusión de que la métrica L1 es la más creíble. Las distancias Euclidiana y Cheyevsev las retomaremos al desarrollar la Programación por metas.

Vamos a ver ahora cómo utilizar los conceptos desarrollados anteriormente de las Distancias y la Programación compromiso para elegir el valor definitivo entre los distintos valores obtenidos en función del método utilizado. Para ello, con cada uno de los métodos de valuación que se utilicen para calcular el valor del activo problema, se recalcula el valor de los comparables, con lo que tendremos tantos grupos de valores de los comparables como métodos utilizados (V_m).

Por otro lado tenemos los valores reales de cada uno de los comparables, valores de los que partimos (V_R) y al que consideramos como Punto Ideal.

Fijados estos valores, el procedimiento comienzo con el cálculo de la distancia L1 entre cada V_m y V_R .

Aquel V_m cuya distancia al Ideal sea menor será el método cuya solución adoptaremos como definitiva, ya que es el método con el que obtenemos V_m más parecidos al Ideal que, recordemos son los valores reales y observados de los comparables.

2.6.1 Ejemplo

Veamos este proceso con un ejemplo. Para ello utilizaremos la información del ejemplo que seguiremos en capítulos posteriores, y puesto que aún no se han presentado los métodos multicriterio, aplicaremos únicamente el modelo clásico sintético del Ratio de valuación, y aplicaremos la distancia Manhattan para determinar cual de los distintos valores encontrados en función de la variable utilizada es el más adecuado.

Parcela	Valor	Ingresos brutos	Edad	Población agraria
1	4.200	400	11	1.200
2	6.100	750	10	1.250
3	6.800	870	11	1.300
4	6.200	800	10	1.400
5	5.000	600	10	1.300
X		800	11	1.200

Tabla 2.17 Información de partida

Como paso previo deben obtener los valores normalizados a partir de la información de partida (tabla 2.17), para lo que emplearemos la normalización por la suma.

Parcela	Valor	Ingresos brutos	Edad	Población agraria
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699
X		0,1896	0,1746	0,1569
	SUMA	1	1	1

Tabla 2.18 Información de partida normalizada

Una vez normalizados (tabla 2.11), calculamos los respectivos ratios y los valores de la parcela X, que es la parada cuyo valor desconocemos y pretendemos estimar:

- Variable Ingresos Brutos.

$$Ratio_{IB} = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,0948 + 0,1777 + 0,2062 + 0,1896 + 0,1422} = \frac{28.300}{0,8105} = 34.916,71$$

$$Valor Parcela X = 34.916,71 * 0,1896 = 6.620 \text{ euros/Ha}$$

- Variable Edad

$$Ratio_E = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,1746 + 0,1587 + 0,1746 + 0,1587 + 0,1587} = \frac{28.300}{0,8253} = 34.290,56$$

$$Valor Parcela X = 34.290,56 * 0,1746 = 5.987 \text{ euros/Ha}$$

- Variable Población agraria.

$$Ratio_E = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,1569 + 0,1634 + 0,1699 + 0,1830 + 0,1699} = \frac{28.300}{0,8431} = 33.554,65$$

$$Valor Parcela X = 33.554,64 * 0,1569 = 5.264 \text{ euros/Ha}$$

Tenemos, por lo tanto, tres valores distintos en función del ratio utilizado. Vamos a determinar qué solución es la más adecuada: aquélla que obtenga la menor Distancia Manhattan, entre los valores recalculados de los comparables (6):

$$L_1 = \left[\sum_{j=1}^5 |x_j^1 - x_j^2| \right]^{1/1} \quad (6)$$

El cálculo se realiza de la siguiente forma: partiendo del ratio Ingresos brutos, que sabemos es igual 34.916, 71, ¿qué valor tendrían las parcelas comparables?

$Valor Parcela1=34.916,71*0,0948=3.310 \text{ euros / Ha}$

$Valor Parcela2=34.916,71*0,1777=6.206 \text{ euros / Ha}$

$Valor Parcela3=34.916,71*0,2062=7.199 \text{ euros / Ha}$

$Valor Parcela4=34.916,71*0,1896=6.620 \text{ euros / Ha}$

$Valor Parcela5=34.916,71*0,1422=4.965 \text{ euros / Ha}$

Los valores calculados con el ratio Ingresos brutos aparecen en la tercera columna de la tabla 2.19. La suma de las diferencias absolutas entre estos valores y los precios reales (Ideal en este caso) es la Distancia Manhattan de este método.

La misma operación se realiza con los otros dos ratios Edad y Población agraria, con lo que al final tenemos las Distancia Manhattan de las tres formas de cálculo, que aparecen resumidas en la tabla 2.20.

PARCELA	PRECIO	Valor con Ratio IB	Distancia absoluta	Valor con Ratio E	Distancia absoluta	Valor con Ratio PA	Distancia absoluta
1	4.200	3.310	890	5.987	1.787	5.265	1.065
2	6.100	6.206	106	5.442	658	5.484	616
3	6.800	7.199	399	5.987	813	5.704	1.096
4	6.200	6.620	420	5.442	758	6.143	57
5	5.000	4.965	35	5.442	442	5.704	704
DISTANCIA MANHATTAN			1.850		4.458		3.538

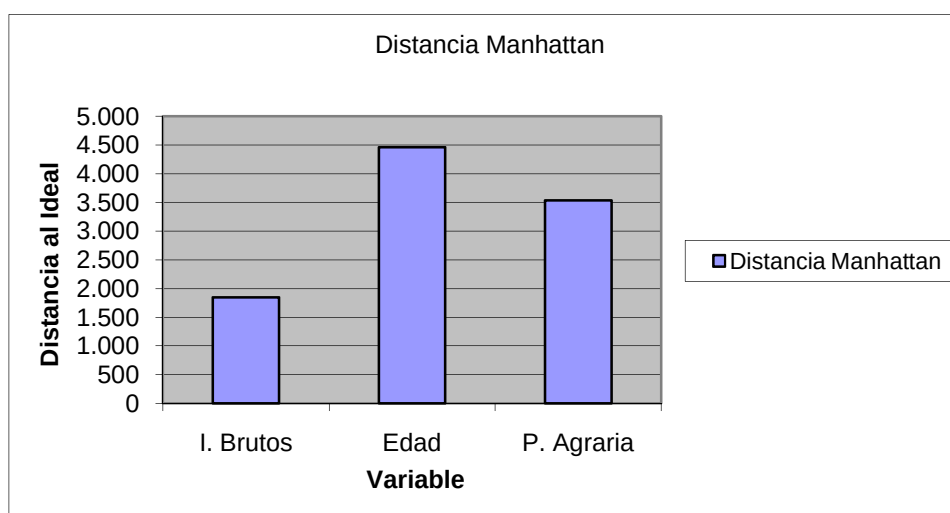
2.19 Distancias Manhattan de los valores recalculados de los testigos al Ideal

Variable	Distancia Manhattan
I. Brutos	1.850
Edad	4.458
P. Agraria	3.538

2.20 Resumen de la distancias Manhattan

Si representamos en un gráfico las distancias obtenidas. Gráfico 2.5

Figura 2.6. Distancias Manhattan



Es evidente en este caso que los valores con menor distancia al Ideal son los obtenidos con el ratio Ingresos brutos, por lo tanto adoptaremos el valor de la parcela problema deducido por este ratio:

VALOR DEFINITIVO DE X = 6.620 euros/Ha.

En sucesivos capítulos utilizaremos el cálculo de la distancia Manhattan para determinar en cada caso el método cuyo resultado es el más indicado.

2.7 ÍNDICE DE ADECUACIÓN

Otra forma de medir la bondad del proceso, y que utilizaremos fundamentalmente cuando trabajemos con Programación por metas, AHP y ANP, es mediante lo que hemos denominado Índice de adecuación (I_a) (Aznar y Guijarro, 2005). Se trata de enfrentar la solución obtenida mediante el modelo de programación por metas con la que se obtendría con una solución ingenua (naive) del problema. Esta última sería la que aplicaría el valorador cuando la única variable conocida para la muestra de testigos fuera el precio, de manera que el valor estimado para cualquier activo problema sería, en buena lógica, el obtenido como promedio entre el conjunto de comparables de la muestra. El índice de adecuación se obtendrá a partir del ratio entre la suma de desviaciones de uno y otro modelo [7]:

$$I_a = \left(1 - \frac{z}{z'}\right) \times 100 \quad [7]$$

donde z recoge la suma del conjunto de variables de desviación para el modelo de valuación por metas ($z = \sum_{j=1}^n |\hat{y}_j - \bar{y}|$), y z' la suma de errores absolutos en el modelo naive ($z' = \sum_{j=1}^n |\hat{y}_j - \bar{y}|$), con $\hat{y}_j$ el valor estimado para el activo j , y con $\bar{y}$ la media de los precios.

De esta manera, el índice de adecuación puede fluctuar entre 0 y 100, con valores más próximos al límite superior cuanto más ajustado o fiable resulte el modelo.

2.8 NOMENCLATURA

Para poder aplicar la metodología multicriterio a la valuación es imprescindible realizar algunos cambios en la terminología original de forma que se adapte el vocabulario multicriterio a la terminología valorativa.

Las denominadas Alternativas en el modelo general se corresponderán en valuación con el conjunto de activos (fincas o parcelas en el caso agrario, inmuebles urbanos en valuación urbana, etc.), cuyos precios y elementos de comparación o variables explicativas se conocen, más el activo a valorar.

Los denominados atributos en el modelo general equivalen con lo que denominamos en valuación elementos de comparación ó variables explicativas.

Capítulo 3. Métodos de ponderación de variables

3.1 INTRODUCCIÓN

Tanto en este capítulo como en los siguientes, en los que se van a exponer la utilización de diversos métodos de decisión multicriterio como técnicas de aplicación a la valoración, en primer lugar se mostrarán en su faceta original como metodología de toma de decisiones, para posteriormente desarrollar su aplicación a la valoración de activos, terminando en todos los casos con un ejemplo ilustrativo de su utilización práctica.

En el capítulo se presentan tres métodos multicriterio cuya función consiste en permitir la ponderación de los distintos criterios (elementos de comparación ó variables explicativas) utilizados para ponderar las alternativas (comparables y el activo a valorar). Los métodos en concreto son:

- Método de la Entropía.
- Método CRITIC.
- Método de la Ordenación Simple.

Decidir entre un grupo de alternativas (1,2,...,n) aquélla que resulte más interesante, y en función de una serie de criterios. Es lógico pensar que todos los criterios no tienen por qué tener la misma importancia. Los métodos de ponderación de criterios CRITIC y de la Entropía pretenden, a partir de la información del valor que las distintas alternativas tienen para cada criterio (Tabla 3.1), determinar de una forma objetiva el peso o importancia de dichos criterios.

ALTERNATIVA	Criterio A	Criterio B	Criterio C
1	X_{1A}	X_{1B}	X_{1C}
2	X_{2A}	X_{2B}	X_{2C}
3	X_{3A}	X_{3B}	X_{3C}
4	X_{4A}	X_{4B}	X_{4C}
5	X_{5A}	X_{5B}	X_{5C}
6	X_{PA}	X_{PB}	X_{PC}

Tabla 3.1 Alternativas y valor de sus criterios

Por otro lado, el método de la ordenación simple, a diferencia de los dos anteriores, permite obtener la ponderación de los criterios por ordenación de los mismos, y su utilización se justifica cuando se parte de una situación tan escasa de información que no es posible la aplicación de los métodos anteriores.

A continuación, vamos a ver con detalle cada uno de estos métodos.

3.2 MÉTODO CRITIC

Este método, original de Diakoulaki *et al* (1995), y cuyo nombre es el acrónimo de CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation, pondera cada variable según la expresión [1] partiendo de los datos que para dicha variable explicativa toman las distintas alternativas.

$$w_j = s_j * \sum (1 - r_{jk}) \quad [1]$$

Siendo:

w_j = peso o ponderación de la variable j

s_j = desviación típica de la variable j

r_{jk} = Coeficiente de correlación entre las variables j y k

El peso de un criterio es tanto mayor cuanto mayor sea su varianza (mayor desviación típica), y cuanto mayor información diferente a la de los otros criterios aporte (menor coeficiente de correlación entre columnas). Con el fin de que las magnitudes sean comparables, se procede previamente a la normalización por la suma de las mismas transformándolas a valores entre 0 y 1, procedimiento que ya hemos visto en el capítulo anterior.

La desviación estándar de cada criterio se obtiene aplicando la fórmula conocida [2]:

$$S_j = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2}{n}} \quad [2]$$

Así mismo utilizando la fórmula del Coeficiente de correlación de Pearson [3] se calculan los distintos coeficientes de correlación entre los criterios.

$$r_{jk} = \frac{\text{cov}(j, k)}{s_j * s_k} \quad [3]$$

Ambas expresiones proporcionan la información para calcular la ponderación de cada uno de los criterios de acuerdo con la expresión del cálculo expuesta anteriormente [1].

3.3 MÉTODO DE LA ENTROPÍA

Este método fue propuesto por Zeleny (1982) como un método objetivo de cálculo de los pesos, y que parte del supuesto de que un criterio tiene mayor peso cuando mayor diversidad hay en las evaluaciones de cada alternativa. Su cálculo se realiza a partir de los valores que adquieren los distintos criterios que se van a ponderar. Conceptualmente, se basa en la teoría de la información de Shannon¹⁵, que introduce el concepto de entropía en un canal de información.

Para su cálculo se empieza por normalizar por la suma los distintos valores a_{ij} de los criterios. Se calcula la entropía de cada variable utilizando la siguiente fórmula [4]

$$E_j = -K * \sum_i (a_{ij} * \log a_{ij}) \quad [4]$$

Siendo $k = \frac{1}{\log m}$, con m el número de alternativas.

La entropía calculada es tanto mayor cuanto más similares son las a_{ij} consideradas. A partir de E , se calcula la diversidad [5]:

$$D_j = 1 - E_j \quad [5]$$

Finalmente, se normaliza por la suma y se obtiene la ponderación buscada [6]:

$$w_j = \frac{D_j}{\sum_i D_j} \quad [6]$$

Los w_j expresan la ponderación o peso de cada uno de los criterios.

¹⁵ SHANNON, C.E.;WEAVER,W. (1949)

3.4 MÉTODO DE LA ORDENACIÓN SIMPLE

El método de la Ordenación simple es el método más sencillo de ponderación de criterios, ya que en él lo único que se demanda al decisor es que ordene los criterios de mayor a menor importancia, de forma que después se otorga el mayor valor al primero y el menor valor al último. En el supuesto de que dos criterios se definan como de la misma importancia a cada uno de ellos se le adjudica el promedio de ambas valoraciones. Puntuados los criterios se normalizan por la suma y el resultado es la ponderación final de los criterios. A modo de ejemplo, se presenta la ponderación de 3 criterios de la tabla 3.2:

Criterios	Orden	Valor	Ponderación
A	2	2	0,3333
B	1	3	0,5000
C	3	1	0,1667
SUMA		6	1

Tabla 3.2 Ponderación de criterios por Ordenación simple.

Este método, por su sencillez, puede ser aplicado en situaciones de muy escasa información.

3.5 MÉTODOS CRITIC Y DE LA ENTROPÍA APLICADOS A LA VALORACIÓN

Vamos a ver cómo aplicar los métodos vistos anteriormente al campo de la Valoración, y para ello recordar la adaptación de la terminología multicriterio de forma que lo que en los puntos anteriores eran criterios ahora son variables explicativas, y lo que denominábamos alternativas ahora son activos (agrarios, urbanos, medioambientales, etc.).

Cuando en Valoración, se utilizan métodos comparativos se parte, como se vio en Capítulos anteriores, de una cierta información de mercado como la que aparece en la Tabla 3.3, donde se tiene una serie de activos que recientemente han sufrido una transacción económica y de las cuales se conoce el precio de transacción (V_i) y el valor de una serie de variables explicativas (X_{ij}). El activo problema (P) sería aquél del que se quiere estimar el precio.

ACTIVOS	PRECIO	Variable explicativa A	Variable explicativa B	Variable explicativa C
1	V_1	X_{1A}	X_{1B}	X_{1C}
2	V_2	X_{2A}	X_{2B}	X_{2C}
3	V_3	X_{3A}	X_{3B}	X_{3C}
4	V_4	X_{4A}	X_{4B}	X_{4C}
5	V_5	X_{5A}	X_{5B}	X_{5C}
Activo Problema (P)		X_{PA}	X_{PB}	X_{PC}

Tabla 3.3 Información de mercado (valores y variables explicativas).

Si se aplica el método del Ratio de valuación, se obtienen tres ratios, uno por cada variable explicativa [7].

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^5 V_i}{\sum_{i=1}^5 x_{ij}} \quad j = A \dots C \quad [7]$$

El valor del activo problema será diferente según el ratio aplicado [8]:

$$VP_j = R_j * xP_j \quad j = A \dots B \quad [8]$$

Con lo cual al final se tendrán, en este caso, tres valores del activo problema:

VP1 , VP2 , VP3

Uno por cada variable explicativa, con lo que se plantea el dilema de cual de ellos o que combinación de ellos es la que se da como valor definitivo.

En algunos casos escoge aquel valor calculado con la variable explicativa más significativa (normalmente variables de tipo económico, como los Ingresos brutos, la Producción, etc). En otros casos se opta por hallar una media de todos los valores conseguidos, o bien si hay alguno que se aparta de forma significativa de los otros no se tiene en cuenta y se promedian exclusivamente los restantes.

Como es evidente, las soluciones anteriores no se sustentan en una base teórica. A suplir esta deficiencia va dirigida la utilización de los métodos que se desarrollan en este capítulo, como métodos de ponderación de variables.

Con la utilización del método de la entropía o el método CRITIC se ponderan las variables explicativas en función de los datos de los que se parte para valorar. Los pesos obtenidos son los que posteriormente permiten ponderar los distintos valores calculados [9] y, por lo tanto, obtener un valor final en función de todas las variables explicativas y de su importancia o peso.

$$V_p = w_1 * V_{p1} + w_2 * V_{p2} + w_3 * V_{p3} \quad [9]$$

Siendo las w_i los pesos o ponderaciones obtenidas por cada variable, y los V_{pi} los distintos valores encontrados en función de la variable utilizada.

3.6 MÉTODO DE LA ORDENACIÓN SIMPLE APLICADO A LA VALORACIÓN

Este método de fácil cálculo, puede tener aplicación en Valoración en dos casos:

- Cuando se aplica el método Beta o de las funciones de distribución.
- Combinado con el Proceso Analítico Jerárquico.

Cuando se aplica el método Beta también se obtiene un valor por cada variable explicativa, pero en este caso no se tiene una información de mercado suficiente para aplicar uno de los métodos de ponderación de variables vistos en el apartado anterior (CRITIC o Entropía), por lo que se puede optar por deducir la ponderación de las variables mediante una simple ordenación. Esa ponderación, como en el caso anterior, será la que se utilizará para ponderar los distintos valores obtenidos.

También este método puede utilizarse, en un caso extremo, para ponderar las variables explicativas en el caso de utilizar el Proceso Analítico Jerárquico (este método se verá con detalle en el próximo capítulo), ya que en AHP el primer paso es ponderar las variables explicativas. Puede darse el caso de no conocer el entorno de forma suficiente como para plantear AHP, por lo que en esa situación puede adoptarse la solución de ponderar las variables explicativas utilizando la Ordenación Simple¹⁶.

Conocido como utilizar los modelos de ponderación multicriterio en Valoración vamos a ver dos ejemplos de su aplicación.

3.7 EJEMPLO DE APLICACIÓN A LA VALORACIÓN AGRARIA DE LOS MÉTODOS CRITIC Y ENTROPÍA

Se pide valorar la hectárea de la parcela X de mandarina variedad Clementina de Nules situada en un municipio de Valencia, utilizando los datos tanto de la parcela problema como de los testigos que aparecen en la Tabla 3.4.

Parcela	Precio €/hg ¹⁷	Ingresos brutos €/hg	Edad plantación	Población agraria
1	4.200	400	11	1.200
2	6.100	750	10	1.250
3	6.800	870	11	1.300
4	6.200	800	10	1.400
5	5.000	600	10	1.300
X		800	11	1.200

Tabla 3.4 Datos de las parcelas testigo y problema.

¹⁶ Cuando se desarrolle el Proceso Analítico Jerárquico y la Programación por metas veremos que este procedimiento de Ordenación simple, aunque posible y válido, es innecesario, ya que es superado por lo que denominaremos el modelo MAVAM.

¹⁷ hg =Hanegada, medida local de superficie equivalente a 831 m².

Las tres variables explicativas utilizadas son cuantitativas y están cuantificadas. Normalizamos por la suma la información de la tabla anterior, transformándose en la de la Tabla 3.5.

Parcela	Precio €/hg	Ingresos brutos €/hg	Edad	Población agraria
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699
X		0,1896	0,1746	0,1569
		1,0000	1,0000	1,0000

Tabla 3.5 Información normalizada.

Pasamos ahora al cálculo de la ponderación de las variables por los dos métodos propuestos.

3.7.1 Ponderación de las variables por el método CRITIC

Calculamos primero la desviación típica de las variables (Tabla 3.6):

Variable	Desviación típica
INGRESOS BRUTOS	0,0412
EDAD	0,0087
POBLACIÓN AGRARIA	0,0099

Tabla 3.6 Desviación típica de las variables

Seguido del cálculo de la correlación entre ellas (Tabla 3.7):

Variable	INGRESOS BRUTOS €	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA
INGRESOS BRUTOS	1	-0,0840	0,4245
EDAD		1	-0,6019
POBLACIÓN AGRARIA			1

Tabla 3.7 Coeficientes de correlación entre variables

Con los datos obtenidos en los procesos anteriores, calculamos el peso de cada variable:

$$w_{IB} = 0,0412 * [(1 - (-0,0840)) + (1 - 0,4245)] = 0,0684$$

$$w_E = 0,0087 * [(1 - (-0,0840)) + (1 - (-0,6019))] = 0,0234$$

$$w_{PA} = 0,0099 * [(1 - 0,4245) + (1 - (-0,6019))] = 0,0216$$

Normalizamos los resultados obtenidos y obtenemos la ponderación de las variables (Tabla 3.8):

Variable	Pesos	Pesos normalizados
INGRESOS BRUTOS	0,0684	0,6036
EDAD	0,0234	0,2060
POBLACIÓN AGRARIA	0,0216	0,1904
SUMA	0,1133	1,0000

Tabla 3.8 Ponderación de las variables por el Método Crítico.

Según el método CRITIC, partiendo de los valores que las variables toman en cada activo, su peso o ponderación es el siguiente:

Ingresos Brutos: 60,36%

Edad: 20,60%

Riesgo de helada: 19,04%

Esto es, la variable más importante es la de Ingresos brutos, mientras que tanto la Edad como la Población agraria tienen importancia similar entre sí y menor a la de ingresos brutos.

3.7.2 Ponderación de las variables por el método de la entropía.

En primer lugar calculamos los logaritmos en base 10 de los valores que toma cada variable en cada parcela (Tabla 3.9):

Parcela	Valor €/hg	Ingresos brutos €/hg	Edad	Población agraria
1	4.200	-1,0233	-0,7579	-0,8045
2	6.100	-0,7503	-0,7993	-0,7868
3	6.800	-0,6858	-0,7579	-0,7697
4	6.200	-0,7222	-0,7993	-0,7375
5	5.000	-0,8472	-0,7993	-0,7697
X		-0,7222	-0,7579	-0,8045

Tabla 3.9 Logaritmos base 10 de los valores de las variables.

Calculamos también el valor de k, que en este caso es la inversa del logaritmo de 6, por ser este el número de parcelas consideradas:

$$K = \frac{1}{0,7782} = 1,2851$$

Con esta información ya pasamos a calcular la entropía de cada variable:

$$E_{IB} = -1,2851 * \left[(0,0948 * (-1,0233)) + (0,1777 * (-0,7503)) + (0,2062 * (-0,6858)) + (0,1896 * (-0,7222)) + (0,1422 * (-0,8472)) + (0,1896 * (-0,7222)) \right] = 0,9844$$

$$E_E = -1,2851 * \left[(0,1746 * (-0,07579)) + (0,1584 * (-0,7993)) + (0,1746 * (-0,7579)) + (0,1587 * (-0,7993)) + (0,1587 * (-0,7933)) + (0,1746 * (-0,7579)) \right] = 0,9944$$

$$E_{PA} = -1,2851 * \left[(0,1569 * (-0,8045)) + (0,1634 * (-0,7868)) + (0,1699 * (-0,7697)) + (0,1830 * (-0,7375)) + (0,1699 * (-0,7697)) + (0,1569 * (-0,8057)) \right] = 0,9992$$

Finalmente, conocida la entropía de cada variable, se calcula su Diversidad y se normaliza, obteniéndose la ponderación buscada (Tabla 3.10):

Variable	Entropía	Diversidad	Pesos normalizados
INGRESOS BRUTOS	0,9844	0,0156	0,9152
EDAD	0,9994	0,0006	0,0371
POBLACIÓN AGRARIA	0,9992	0,0008	0,0477
SUMA		0,0171	1,0000

Tabla 3.10 Peso de las variables por el método de la entropía.

Según el método de la Entropía, partiendo de los valores que las variables toman en cada activo, su peso o ponderación es el siguiente:

Ingresos Brutos: 91,52%

Edad: 3,71%

Población agraria: 4,77%

Esto es, la variable más importante, con mucho, son los Ingresos Brutos, mientras que tanto la Edad como la Población agraria influyen muy poco.

3.8 EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA ORDENACIÓN SIMPLE

Podría darse el caso en un ejemplo como el anterior en que el valorador no tuviese suficiente información para deducir por el Método CRITIC o por el de la Entropía la ponderación de las variables que él considera como explicativas¹⁸. Este problema puede abordarse de una forma sencilla aunque elemental con el método de la Ordenación simple (tabla 3.11):

Variables	Orden	Valor	Ponderación
Ingresos Brutos	1	3	0,5000
Edad	2	2	0,3333
Población agraria	3	1	0,1666
		6	1

Tabla 3.11 Ponderación de las variables por Ordenación simple.

Por este método, partiendo del ordenamiento anterior, el peso o ponderación de las variables es el siguiente:

Ingresos Brutos: 50,00%

Edad: 33,33%

Población agraria: 16,66%

Esto es, la variable más importante es la de Ingresos brutos, seguida de la Edad y finalmente la Población agraria.

Podría darse el caso de que el experto considerase que dos variables tienen la misma importancia, en el ejemplo la Edad y la Población agraria, en ese caso como en la Tabla 3.12, el peso de ambas se distribuye entre las dos variables.

Variables	Orden	Valor	Ponderación
Ingresos Brutos	1	3	0,5000
Edad	2	1,5	0,2500
Población agraria	2	1,5	0,2500
		6	1

Tabla 3.12 Ponderación de las variables por Ordenación simple

Este último supuesto es el que vamos a utilizar para seguir con el ejemplo que hemos planteado.

¹⁸ Este supuesto, que en principio puede parecer irreal y que desde luego haría bajo la metodología actual inviable cualquier intento de valoración, se da en la práctica valorativa mayor número de veces de lo deseado. El valor de la metodología que se irá presentando en los próximos capítulos es que permite hacer frente a este tipo de situaciones. En ese sentido, el método de la Ordenación simple es un primer ejemplo aunque muy elemental comparado con el nivel de elaboración de metodologías que veremos posteriormente como el Proceso Analítico Jerárquico y la combinación de éste con la Programación por metas.

En los puntos siguientes veremos como esta información de los pesos o ponderaciones de las variables explicativas, nos permite mejorar algunos de los métodos comparativos clásicos y, en el próximo capítulo, veremos su aplicación como complemento a la Suma ponderada.

3.9 UTILIZACIÓN DE LAS PONDERACIONES OBTENIDAS COMO COMPLEMENTO DE LOS MÉTODOS SINTÉTICOS.

Con los métodos vistos anteriormente se consiguen ponderar las distintas variables explicativas del precio, en este caso, de una serie de parcelas agrícolas. Vamos a ver a continuación, siguiendo con el ejemplo planteado, cómo utilizar dicha información para obtener el valor definitivo de una parcela agrícola.

Se pide, por lo tanto, valorar la hectárea de la parcela X de mandarina variedad Clementina de Nules situada en un municipio de Valencia, utilizando los datos tanto de la parcela problema como de los testigos que aparecen en la Tabla 3.13

PARCELA	PRECIO €/hg	INGRESOS BRUTOS €/hg	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA
1	4200	400	11	1.200
2	6100	750	10	1.250
3	6800	870	11	1.300
4	6200	800	10	1.400
5	5000	600	10	1.300
X		800	11	1.200

Tabla 3.13 Datos de las parcelas testigo y problema.

Normalizada por la suma la información de la tabla anterior, se transforma en la de la Tabla 3.14.

PARCELA	PRECIO €/hg	INGRESOS BRUTOS €/hg	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699
X		0,1896	0,1746	0,1569
SUMA		1,0000	1,0000	1,0000

Tabla 3.14 Información normalizada.

Si aplicamos el método del Ratio de valuación para el cálculo del valor de la parcela X, obtenemos un ratio y un valor por cada variable explicativa.

- Variable Ingresos Brutos.

$$Ratio_{IB} = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,0948 + 0,1777 + 0,2062 + 0,1896 + 0,1422} = \frac{28.300}{0,8105} = 34.916,71$$

$$Valor Parcela X = 34.916,71 * 0,1896 = 6.620 \text{ euros/Ha}$$

- Variable Edad

$$Ratio_E = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,1746 + 0,1587 + 0,1746 + 0,1587 + 0,1587} = \frac{28.300}{0,8253} = 34.290,56$$

$$Valor Parcela X = 34.290,56 * 0,1746 = 5.987 \text{ euros/Ha}$$

- Variable Población agraria.

$$Ratio_E = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,1569 + 0,1634 + 0,1699 + 0,1830 + 0,1699} = \frac{28.300}{0,8431} = 33.554,65$$

$$Valor Parcela X = 33.554,64 * 0,1569 = 5.264 \text{ euros/Ha}$$

Como vemos se obtienen tres valores de la Parcela X distintos en función de la variable explicativa utilizada (Tabla 3.15):

Variable utilizada	Valor de la Ha	Comparación
Ingresos Brutos	6.620	100
Edad	5.987	90,43
Población agraria.	5.246	79,24

Tabla 3.15 Valores de la parcela X en función de la variable utilizada para su cálculo.

Los valores obtenidos según la variable utilizada, difieren de forma importante ya que si damos el valor 100 al obtenido con los Ingresos brutos, el obtenido con la Edad tiene valor 90,43 y con la Población agraria 79,24. Ante esta diversidad el experto se encuentra en la dificultad de decidir qué valor o combinación de valores debería adoptar como definitivo, y para ello hay distintas soluciones en la práctica, como pueden ser.

1. El tasador opta por utilizar el promedio de todos los valores. En este caso este valor promedio sería de 5.951€, con lo cual utiliza todas las variables en el cálculo del precio, pero considera que todas ellas influyen de la misma forma, lo cual no parece correcto, ya que es lógico suponer que algunas de las variables consideradas (por Ej. Ingresos brutos) tienen mayor influencia que las otras en el precio de la parcela. Todo ello agravado en este caso por la gran diferencia de valores encontrada según qué variable explicativa se utilice.

2. Otra solución adoptada en la práctica de la tasación sería no considerar el precio obtenido con la variable Población agraria por la gran diferencia existente, y sacar la media de las otras dos, con lo cual el precio promedio obtenido

sería 6.303 €. De esta forma, se obtiene un precio bastante distinto al anterior y además se elimina una variable que bajo el supuesto de partida tiene influencia en el precio, además de seguir ponderando las variables utilizadas con el mismo porcentaje.

3. Por último, otra posible solución sería adoptar como válido el precio obtenido con aquella variable que a juicio del tasador sea más explicativa del precio; por ejemplo, los Ingresos brutos, y en este caso el valor final sería de 6.620 €.

Cualquiera de las soluciones adoptadas, como se ha expuesto anteriormente, no se sustenta en una base teórica. Este hecho es el que justifica la utilización de las ponderaciones obtenidas con alguno de los métodos vistos en este capítulo en la obtención del valor final. En efecto, las ponderaciones nos indican la importancia relativa de cada una de las variables en la explicación del precio. Si ponderamos los valores obtenidos por los pesos de las variables obtendremos un valor final en función de todas las variables y su importancia:

- Valor final mediante la ponderación por el Método CRITIC.

$$V_F = 6.620 * 0,6036 + 5.987 * 0,2060 + 5.246 * 0,1904 = 6.227$$

- Valor final mediante la ponderación por Entropía.

$$V_F = 6.620 * 0,9152 + 5.987 * 0,0371 + 5.246 * 0,0477 = 6.531$$

- Valor final mediante la ponderación por Ordenación simple.

$$V_F = 6.620 * 0,5000 + 5.987 * 0,3333 + 5.246 * 0,1660 = 6.176$$

Con la aplicación de las ponderaciones de las variables obtenemos tres nuevos valores, con lo que puede parecer que hemos trasladado el problema anterior de tener tres valores en función de las variables a tener ocho valores en función del ratio, combinación o método de ponderación utilizado (Tabla 3.16).

Método utilizada	Valor de la Ha	Comparación
Ratio Ingresos Brutos	6.620	100
Ratio Edad	5.987	90,43
Ratio Población agraria.	5.246	79,24
Promedio tres Ratios	5.951	89,89
Promedio Ratio Ingresos brutos y Edad	6.303	95,21
Ponderación por M. Crítico	6.227	94,06
Ponderación por Entrpía	6.531	98,65
Ponderación por Ordenación simple	6.176	93,29

Tabla 3.16 Valores de la parcela X en función del método utilizado para su cálculo.

Para resolver definitivamente el problema utilizamos el cálculo de la Distancia Manhattan, según como vimos en el capítulo 2 (2.6).

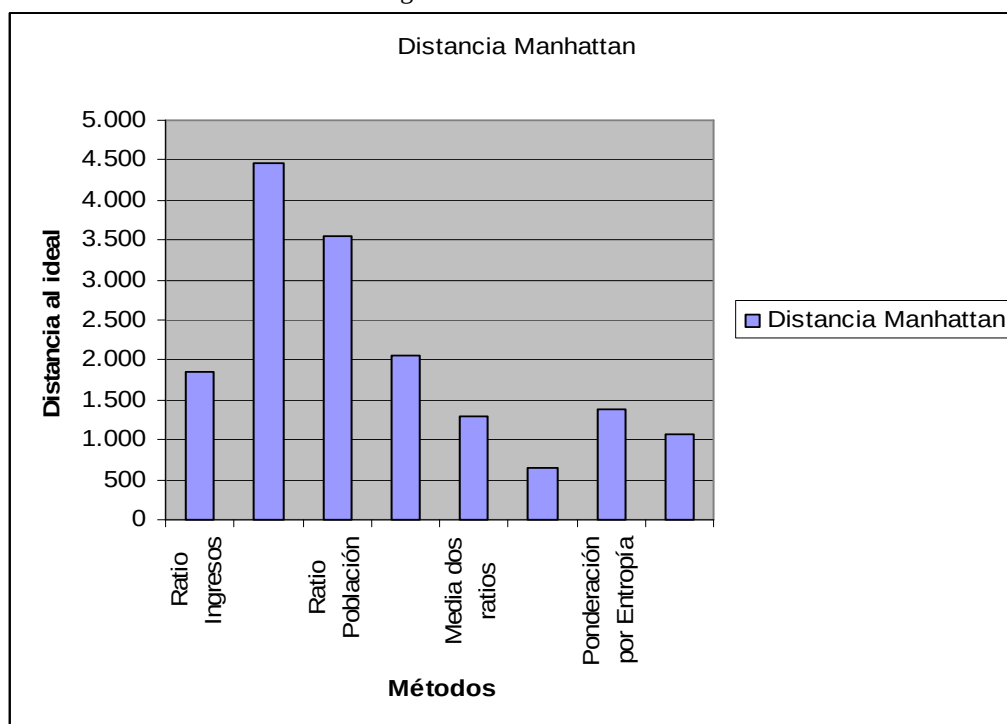
3.10 CÁLCULO DE LA DISTANCIA MANHATTAN.

Consideramos como Ideal los precios de los testigos. Utilizando los distintos métodos recalculamos los precios de los comparables, medimos la Distancia L1 o Manhattan de cada uno de los conjuntos de valores recalculados al Ideal. El que obtenga la menor distancia será elegido como el mejor método entre los posibles para estimar el valor de la Parcela X (Tabla 3.17 y figura 3.1).

Método	Distancia Manhattan
Ratio Ingresos brutos	1.850
Ratio Edad	4.458
Ratio Población agraria	3.538
Media tres ratios	2.048
Media dos ratios	1.304
Ponderación por CRITIC	648
Ponderación por Entropía	1.395
Ponderación por Ordenación simple	1.068

Tabla 3.17. Distancia Manhattan al Ideal

Figura 3.1. Distancia Manhattan.



En este caso, se observa que el mejor resultado (la menor distancia al Ideal) se obtiene con la ponderación por el método CRITIC, por lo tanto adoptaremos como valor final de la parcela X el obtenido mediante este método:

Valor Parcela X = 6.227 euros /hg.

Observemos la utilidad que tiene emplear la distancia Manhattan en la práctica de la valuación. Siempre que el valuador se enfrente a la decisión de tener que escoger entre varios métodos para estimar el precio de un activo, la distancia Manhattan le permitirá tomar esta decisión de forma razonada, y sin que se pueda argumentar que la elección del método se ha realizado arbitrariamente por el valuador.

Capítulo 4. Métodos de Valoración multicriterio con información cuantitativa (I). Método de la Suma ponderada

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo y en el siguiente vamos a ver el Método de la Suma Ponderada y la Programación por metas con sus distintas variantes.

El primero necesita ser complementado con la previa ponderación de las variables mediante alguno de los métodos vistos en el Capítulo anterior, mientras que la Programación por metas puede utilizarse como método autónomo y completo de valoración.

Como se ha hecho anteriormente, veremos primero la aplicación como métodos multicriterio para posteriormente desarrollar su aplicación a la valoración.

4.2 MÉTODO DE LA SUMA PONDERADA

El método de la Suma ponderada calcula la ponderación de las alternativas como resultado del sumatorio del producto del peso de cada variable (calculado por alguno de los métodos de ponderación de variables vistos en el Capítulo anterior, CRITIC, entropía o por Ordenación simple) por el valor que toma para esa alternativa la variable correspondiente

El proceso parte de información similar a la de la Tabla 4.1 donde se tiene el valor normalizado, x_{ij} , de las variables para cada alternativa y el peso o ponderación de cada variable, w_i , previamente calculado por alguno de los métodos conocidos.

ALTERNATIVA	Variable A	Variable B	Variable C
1	x_{1A}	x_{1B}	x_{1C}
2	x_{2A}	x_{2B}	x_{2C}
3	x_{3A}	x_{3B}	x_{3C}
4	x_{4A}	x_{4B}	x_{4C}
5	x_{5A}	x_{5B}	x_{5C}
6	x_{6A}	x_{6B}	x_{6C}
PESOS	w_A	w_B	w_C

Tabla 4.1 Variables y sus pesos o ponderaciones

La ponderación de cada alternativa se obtiene mediante la fórmula [1]:

$$W_i = \sum_{j=1}^n (w_j * x_{ij}) \quad [1]$$

Siendo:

W_i = Ponderación final obtenida de cada alternativa.

w_j = Peso de cada variable obtenido por uno de los métodos conocidos de ponderación (CRITIC, entropía u Ordenación simple).

x_{ij} = Valor de cada variable para cada alternativa.

4.3 MÉTODO DE LA SUMA PONDERADA APLICADO A LA VALORACIÓN.

Como se ha visto anteriormente, se parte de una información como la de la Tabla 4.2, donde se tiene de un conjunto de activos de referencia tanto el valor como una serie de variables explicativas cuantificadas. También del activo a valorar tenemos las variables explicativas con su cuantificación.

Partiendo de la información anterior, se ponderan las variables utilizando uno de los métodos vistos, Entropía o CRITIC, obteniéndose los pesos correspondientes de ellas:

$$w_1, w_2, w_3.$$

Determinados los pesos de las variables, se pasa a la ponderación de cada activo mediante el cálculo del sumatorio del valor de cada variable para ese activo por la ponderación de la variable según (1),

ACTIVOS	Precio	Variable A	Variable B	Variable C	PONDERACIÓN ACTIVOS
1	V_1	x_{1A}	x_{1B}	x_{1C}	W_1
2	V_2	x_{2A}	x_{2B}	x_{2C}	W_2
3	V_3	x_{3A}	x_{3B}	x_{3C}	W_3
4	V_4	x_{4A}	x_{4B}	x_{4C}	W_4
5	V_5	x_{5A}	x_{5B}	x_{5C}	W_5
Activo Problema (P)		x_{PA}	x_{PB}	x_{PC}	W_P
Pesos Variables		w_A	w_B	w_C	

Tabla 4.2 Cálculo de los pesos de las parcelas

La ponderación de los activos normalizada representa el peso de cada activo incluido en el Problema, en función de todas las variables explicativas y de su importancia.

Hasta este punto estaríamos en la aplicación del método de la Suma Ponderada exclusivamente como método multicriterio. El resultado nos indica una ordenación de los activos en función de su peso o ponderación.

A continuación se desarrolla cómo utilizar los datos obtenidos para encontrar el valor del activo problema, que es el objetivo que se plantea en valoración.

Este procedimiento, como se verá mas adelante, es el mismo a seguir con el Proceso Analítico Jerárquico.

Como se conoce el precio V_i de los activos comparables, y conocemos la ponderación de ellos, se calcula el siguiente ratio [2]:

$$\text{Ratio} = \frac{\sum \text{Precio activos testigo}}{\sum \text{Ponderación activos testigo}} \quad [2]$$

Este ratio expresa el precio de la unidad de ponderación (19). Como conocemos también la ponderación del activo a valorar, el producto del ratio por su ponderación [3] dará el valor buscado del activo problema.

Valor activo Problema = Ratio * Ponderación activo problema. [3]

Es importante señalar que el valor obtenido de esta forma estará en función de todas las variables explicativas y de su ponderación o importancia.

4.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA SUMA PONDERADA

Vamos a utilizar, para aplicar el método de la Suma ponderada, el mismo ejemplo del capítulo anterior, lo cual nos permitirá posteriormente poder calcular y comparar la eficiencia de los distintos métodos utilizados. Por lo tanto partimos de la información de la Tabla 4.3.

¹⁹ El cálculo del Ratio propuesto puede llevar a resultados inadecuados cuando no existe correlación entre los datos. Hay una propuesta de Aznar *et al* (2008) para obviar este problema calculando el Ratio mediante Programación por metas.

PARCELA	PRECIO (€)	INGRESOS BRUTOS (€)	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA
1	4.200	400	11	1.200
2	6.100	750	10	1.250
3	6.800	870	11	1.300
4	6.200	800	10	1.400
5	5.000	600	10	1.300
X		800	11	1.200

Tabla 4.3 Datos de las parcelas testigo y problema

Como en los ejemplos anteriores, normalizamos los datos (Tabla 4.4).

PARCELA	PRECIO (€)	INGRESOS BRUTOS (€)	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699
X		0,1896	0,1746	0,1569
		1,0000	1,0000	1,0000

Tabla 4.4 Información normalizada

A partir de la información normalizada de la tabla 4.4 se calculan los distintos pesos de las variables explicativas, tanto con el método de CRITIC como por el de Entropía, (Tabla 4.5).

VARIABLE	PONDERACIONES		
	Método ENTROPÍA	Método CRÍTIC	Método ORDENACIÓN SIMPLE
Ingresos Brutos	0,9152	0,6036	0,5000
Edad	0,0371	0,2060	0,2500
Población agraria	0,0477	0,1904	0,2500
	1	1	1

Tabla 4.5 Ponderaciones de las variables

Aplicamos a los valores normalizados las ponderaciones de las variables, obteniendo la ponderación de cada parcela, para cada método. En primer lugar se realiza el cálculo utilizando la ponderación por Entropía (Tabla 4.6).

PARCELA	PRECIO (€)	INGRESOS BRUTOS (€)	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA	PONDERACIÓN PARCELAS
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569	0,101
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634	0,176
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699	0,203
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830	0,188
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699	0,144
X		0,1896	0,1746	0,1569	0,187
Pesos de las variables por Entropía		0,9152	0,0371	0,0477	

Tabla 4.6 Ponderación de las parcelas aplicando la Suma ponderada más Entropía

Se calcula la ponderación de las parcelas según [1].

$$\text{Ponderación } P1 = 0,9152 * 0,0948 + 0,0371 * 0,1746 + 0,0477 * 0,1569 = 0,101$$

$$\text{Ponderación } P2 = 0,9152 * 0,1777 + 0,0371 * 0,1587 + 0,0477 * 0,1634 = 0,176$$

$$\text{Ponderación } P3 = 0,9152 * 0,2062 + 0,0371 * 0,1746 + 0,0477 * 0,1699 = 0,203$$

$$\text{Ponderación } P4 = 0,9152 * 0,1896 + 0,0371 * 0,1587 + 0,0477 * 0,1830 = 0,188$$

$$\text{Ponderación } P5 = 0,9152 * 0,1422 + 0,0371 * 0,1587 + 0,0477 * 0,1699 = 0,144$$

$$\text{Ponderación } PX = 0,9152 * 0,1896 + 0,0371 * 0,1746 + 0,0477 * 0,1569 = 0,187$$

Conocidas las ponderaciones de las parcelas se calcula el Ratio Valor/Ponderación según [2]:

$$R = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,101 + 0,176 + 0,203 + 0,188 + 0,153} = 34.828,9$$

Una vez calculado R y la ponderación de la parcela X, el valor de ésta es inmediato, aplicando [3]:

$$\text{Valor } X = 34.828,9 * 0,187 = 6.528 \text{ €}$$

Seguidamente vamos a realizar el cálculo del valor de X mediante la ponderación de las variables obtenida por el método CRITIC (Tabla 4.7).

PARCELA	PRECIO (€)	INGRESOS BRUTOS (€)	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA	PONDERACIÓN PARCELAS
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569	0,123
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634	0,171
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699	0,193
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830	0,182
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699	0,151
X		0,1896	0,1746	0,1569	0,180
Pesos de las variables por el M. CRITIC		0,6036	0,2060	0,1904	

Tabla 4.7 Ponderación de las parcelas aplicando la Suma ponderada más Método CRITIC

Se calcula la ponderación de las parcelas según [1]:

$$\text{Ponderación } P1 = 0,6036 * 0,0948 + 0,2060 * 0,1746 + 0,1904 * 0,1569 = 0,123$$

$$\text{Ponderación } P2 = 0,6036 * 0,1777 + 0,2060 * 0,1587 + 0,1904 * 0,1634 = 0,171$$

$$\text{Ponderación } P3 = 0,6036 * 0,2062 + 0,2060 * 0,1746 + 0,1904 * 0,1699 = 0,193$$

$$\text{Ponderación } P4 = 0,6036 * 0,1896 + 0,2060 * 0,1587 + 0,1904 * 0,1830 = 0,182$$

$$\text{Ponderación } P5 = 0,6036 * 0,1422 + 0,2060 * 0,1587 + 0,1904 * 0,1699 = 0,151$$

$$\text{Ponderación } PX = 0,6036 * 0,1896 + 0,2060 * 0,1746 + 0,1904 * 0,1569 = 0,180$$

Conocidas las ponderaciones de las parcelas se calcula el Ratio Valor/Ponderación según [2]:

$$R = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,123 + 0,171 + 0,193 + 0,182 + 0,151} = 34.523,2$$

Dado R y la ponderación de la parcela X, el valor de ésta es inmediato:

$$\text{Valor } X = 34.523,2 * 0,180 = 6.223 \text{ €}$$

Finalmente se calcula el valor de X mediante la ponderación de las variables obtenida por el método de Ordenación simple (Tabla 4.8).

PARCELA	PRECIO (€)	INGRESOS BRUTOS (€)	EDAD	POBLACIÓN AGRARIA	PONDERACIÓN PARCELAS
1	4.200	0,0948	0,1746	0,1569	0,130
2	6.100	0,1777	0,1587	0,1634	0,169
3	6.800	0,2062	0,1746	0,1699	0,189
4	6.200	0,1896	0,1587	0,1830	0,180
5	5.000	0,1422	0,1587	0,1699	0,153
X		0,1896	0,1746	0,1569	0,178
Pesos de las variables por Ordenación simple		0,5000	0,2500	0,2500	

Tabla 4.8. Ponderación de las parcelas aplicando la Suma ponderada más Ordenación simple

Se calcula la ponderación de las parcelas según [1] y es ratio R mediante [2]:

$$\text{Ponderación } P1 = 0,5000 * 0,0948 + 0,2500 * 0,1746 + 0,2500 * 0,1569 = 0,101$$

$$\text{Ponderación } P2 = 0,5000 * 0,1777 + 0,2500 * 0,1587 + 0,2500 * 0,1634 = 0,176$$

$$\text{Ponderación } P3 = 0,5000 * 0,2062 + 0,2500 * 0,1746 + 0,2500 * 0,1699 = 0,203$$

$$\text{Ponderación } P4 = 0,5000 * 0,1896 + 0,2500 * 0,1587 + 0,2500 * 0,1830 = 0,188$$

$$\text{Ponderación } P5 = 0,5000 * 0,1422 + 0,2500 * 0,1587 + 0,2500 * 0,1699 = 0,144$$

$$\text{Ponderación } PX = 0,5000 * 0,1896 + 0,2500 * 0,1746 + 0,2500 * 0,1569 = 0,187$$

$$R = \frac{4.200 + 6.100 + 6.800 + 6.200 + 5.000}{0,130 + 0,169 + 0,189 + 0,180 + 0,153} = 34.413,71$$

Conocidos el ratio R y la ponderación de la parcela X, su valor mediante este método sería:

$$\text{Valor } X = 34.413,71 * 0,178 = 6.114 \text{ €}$$

En la tabla 4.9 aparece el resumen de los valores de la Parcela X según el método de ponderación utilizado.

Método	Valor Parcela X
Suma ponderada+ Entropía	6.528 €
Suma ponderada+ Método CRITIC	6.223 €
Suma ponderada+Ordenación simple	6.114 €

Tabla 4.9 Precios de la parcela X en función del método utilizado

Vemos como en función del método de ponderación elegido el resultado obtenido es distinto. Con el fin de determinar cuál de los resultados obtenidos es el que adoptamos como definitivo utilizaremos el cálculo de la Distancia Manhattan.

PARCELA	PRECIO	Valor SP+Entr.	Diferencia absoluta	Valor SP+CRIT.	Diferencia absoluta	Valor SP+OS	Diferencia absoluta
1	4.200	3.507	692	4.248	48	4.482	282
2	6.100	6.141	41	5.906	193	5.829	270
3	6.800	7.079	279	6.654	145	6.511	288
4	6.200	6.551	351	6.282	82	6.202	2
5	5.000	5.019	19	5.208	208	5.274	274
DISTANCIA MANHATTAN			1.384		677		1.117

Tabla 4.10 Cálculo Distancia Manhattan

En este caso la menor Distancia Manhattan es la obtenida por la combinación de la Suma ponderada más el Método CRITIC, por lo que adoptaremos como valor de la parcela X el estimado con esta metodología.

$$\text{Valor X} = 34.523,2 * 0,180 = \mathbf{6.223 \text{ €}}$$

Capítulo 5. Métodos de Valoración multicriterio con información cuantitativa (II). Programación por metas.

5.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior hemos visto el modelo de valoración Suma ponderada combinado con algunos de los métodos de ponderación vistos en el Capítulo 3. Dicho modelo se sitúa dentro de los métodos comparativos, pues necesita para su aplicación partir de una información con distintos comparables de los cuales se conoce el valor así como el de una serie de variables explicativas. Dentro del mismo grupo situamos los modelos que vamos a desarrollar en este capítulo, la Programación por metas con sus distintas variantes.

5.2 PROGRAMACIÓN POR METAS

El origen de la Programación por metas (del inglés *Goal Programming* en adelante GP) está en una publicación de Charnes, Cooper y Ferguson (1955) sobre la retribución a los ejecutivos de una empresa. Posteriormente Charnes y Cooper (1961) usan por primera vez la denominación *Goal Programming* en su publicación “Management Models and Industrial Applications of Linear Programming”. A partir de este momento se produce una explosión de aplicaciones de GP en los más diversos campos, tanto en diversas publicaciones (20), como con motivo de las seis conferencias que se han convocado hasta el momento sobre GP. La primera en la Universidad de Portsmouth, Reino Unido, en Junio de 1994, convocada por M. Tamiz. La segunda por la Universidad de Málaga, en Torremolinos, en 1996, convocada por R. Caballero. La tercera por la Universidad Laval en la ciudad de Québec (Canadá) en 1998, organizada por J-M Martel y B. Aouni. La cuarta tuvo lugar en el año 2000 en la ciudad de Mstrow (Polonia), la quinta en Kobe (Japón) en 2002 y la sexta en Túnez en el año 2004.

La GP es una extensión de la programación lineal que incluye múltiples objetivos, y su fundamento parte de que ante la dificultad de alcanzar unos objetivos determinados, el decisor opta por acercarse la máximo posible a unas metas prefijadas, minimizando unas variables de desviación máximas y mínimas que se introducen en el modelo. Por lo tanto, GP se enmarca dentro de las técnicas que buscan la satisfacción, que no necesariamente la optimización. Puesto que por lo general los objetivos estarán en conflicto entre sí (aumentar uno puede que conlleve disminuir otro), GP pretende encontrar soluciones compromiso que, si bien no satisfacen plenamente todos ellos, sí permiten alcanzar ciertos niveles de satisfacción que el usuario podría considerar suficiente.

²⁰ Existen un gran numero de publicaciones internacionales que recogen trabajos sobre Programación por metas, algunas de las más importantes son European Journal of Operational Research, Journal of the Operational Research Society, The International Journal of Management Sciencie (Omega), Computers&Operations Research, etc.

Actualmente GP comprende un número de variantes, de las cuales las más importantes son:

- Programación por metas ponderada.
- Programación por metas MINMAX.
- Programación por metas extendida.

A continuación desarrollamos con más detalle cada una de ellas.

5.2.1 Programación por metas ponderadas (Weighted Goal Programming, WGP)

La Programación por metas ponderadas persigue minimizar la suma ponderada de las desviaciones a cada una de las metas.

Su formulación algebraica es

$$\text{Min } \sum_{i=1}^Q (u_i n_i + v_i p_i)$$

s.a.

$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad i = 1 \dots Q$$

$$n_i \geq 0; p_i \geq 0$$

Siendo:

$f_i(x)$ una función lineal de x , esto es, $f_i(x) = \sum_{j=1}^p a_{ij} x_{ij}$, con p el número de variables.

B_i la meta o *goal*.

n_i y p_i representan las desviaciones negativas y positivas, respectivamente, respecto a la meta

u_i y v_i son los pesos o ponderaciones de las desviaciones.

5.2.2 Programación por metas MINMAX o Programación por metas Chebyshev (Minmax GP)

En este modelo se busca la minimización de la máxima desviación de entre todas las desviaciones posibles. A diferencia del modelo WGP que minimizaba la suma de las desviaciones, en este modelo lo que se minimiza es la desviación máxima.

La estructura del modelo es la siguiente.

$Min D$

s.a.

$$(u_i n_i + v_i p_i) \leq D \quad i = 1 \dots Q$$

$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad i = 1 \dots Q$$

$$n_i \geq 0; p_i \geq 0$$

El significado de las variables es el mismo que en WGP.

5.2.3 Programación por metas extendido

Los modelos GP extendidos permiten obtener una solución compromiso entre los modelos GP con metas ponderadas y los modelos MINMAX. Se trata de armonizar los objetivos planteados por uno y otro modelo: minimizar la suma de desviaciones y minimizar la desviación máxima, respectivamente.

El modelo GP extendido tiene la formulación siguiente

$$Min (1-\lambda)D + \lambda \sum_{i=1}^Q (u_i n_i + v_i p_i)$$

s.a.

$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad i = 1 \dots Q$$

$$(1-\lambda)(n_i + p_i) \leq D \quad i = 1 \dots Q$$

$$n_i \geq 0; p_i \geq 0$$

donde λ puede fluctuar entre 0 y 1, según el valorador priorice el modelo MINMAX o el modelo ponderado (WGP). Si λ toma valor 0 entonces coincide con el modelo MINMAX, mientras que si toma valor 1 se está implementando el modelo WGP.

Sobre estos modelos básicos existen un gran grupo de extensiones o variantes:

GP no lineal (*Non-linear GP*), GP cuadrático (*Quadratic GP*), Fraccional GP (*Fractional GP*), GP entera (*Integer GP models*), binaria GP (*Zero-one GP models*), GP estocástica (*Stochastic GP*), GP borrosa (*Fuzzy GP models*) y GP interactiva (*Interactive GP models*). De todas ellas existen múltiples aplicaciones en distintas áreas, sin embargo en Valoración aún no se ha comprobado su utilidad por lo que no las vamos a considerar.

La GP también se ha integrado con otras técnicas. Especialmente importante para este trabajo es la integración con el Proceso Analítico Jerárquico, para la determinación de los pesos o ponderaciones de los criterios mediante la Programación por metas ponderadas. El pionero en esta integración fue Gass (1986). Posteriormente diferentes autores han utilizado esta integración para trabajos en distintos campos:

- Tecnología de la información: Schniederjans et al (1991)
- Planificación y Producción de la energía: Bose et al (1996), Ramanathan (1995),

- Management medioambiental: Alidi (1996), Yin et al (1994).
- Planificación sanitaria: Lee et al (1999)
- Planificación de la producción: Badri (2000); Zhou et al (2000)

Así como otros artículos de desarrollo teórico: Bryson (1995), Despotis (1996), Islam *et al* (1997), Ramanathan (1997).

5.3 PROGRAMACIÓN POR METAS PONDERADA EN SU APLICACIÓN A LA VALORACIÓN

En los puntos anteriores se ha visto las distintas modalidades de GP. Vamos a ver ahora la utilización de WGP como método de valoración.

Se parte de la información conocida y utilizada para cualquier método comparativo (Tabla 3.9) en la cual aparecen una serie de activos de los cuales conocemos su precio (P_i) y la cuantificación de diferentes variables explicativas. También conocemos el valor de estas variables explicativas en el activo problema X.

ACTIVO	Precio	Variable A	Variable B	Variable C
1	P_1	x_{1A}	x_{1B}	x_{1C}
2	P_2	x_{2A}	x_{2B}	x_{2C}
3	P_3	x_{3A}	x_{3B}	x_{3C}
4	P_4	x_{4A}	x_{4B}	x_{4C}
5	P_5	x_{5A}	x_{5B}	x_{5C}
Activo Problema (X)		x_{PA}	x_{PB}	x_{PC}

Tabla 5.1. Información de los activos testigo y problema

Utilizando exclusivamente la información de los activos comparables (Precio y variables explicativas) se plantea el modelo conocido de programación por metas ponderadas:

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^Q (u_i n_i + v_i p_i)$$

s.a.

$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad i = 1 \dots Q$$

$$n_i \geq 0; p_i \geq 0$$

Siendo ahora el significado de cada término el siguiente:

$f_i(x)$ una función lineal de x

x_i son las variables explicativas

b_i Los precios de los activos testigo.

n_i y p_i representan las desviaciones negativas y positivas respecto a los precios de los testigos.

u_i y v_i son los pesos o ponderaciones de las desviaciones que en principio se considerarán con valor la unidad.

Resuelto el modelo se obtiene una función que expresa el valor de los activos en función de las variables explicativas.

$$V = \alpha_1 * X_1 + \alpha_2 * X_2 + \alpha_3 * X_3$$

Esta ecuación se ajusta a la información de la que se parte para hacer la valoración de forma que la suma de las distancias o desviaciones del valor estimado y el valor observado (esto es, el error) de los activos es mínima.

Sustituyendo en la ecuación los valores de x por los del activo a valorar, se obtiene el valor del activo problema P buscado.

5.4 PROGRAMACIÓN POR METAS MÍNMAX APLICADO A LA VALORACIÓN

También este modelo de programación por metas puede ser utilizado en valoración. Con la información de la Tabla 5.1 se puede obtener otra función aplicando la variante MÍNMAX del GP. En este caso se obtiene una función en la que la distancia máxima de los testigos a su precio estimado se minimiza. Expresado de otra forma, la función encontrada minimiza la distancia al testigo más alejado o de mayor error en la estimación. Para ello se aplica el modelo ya conocido:

Min D

s.a.

$$(u_i n_i + v_i p_i) \leq D \quad i = 1 \dots Q$$

$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad i = 1 \dots Q$$

$$n_i \geq 0; p_i \geq 0$$

En la cual:

D es la desviación máxima a minimizar

$f_i(x)$ una función objetivo lineal de x

x son las variables explicativas

b_i los valores de los activos testigo.

n_i y p_i representan las desviaciones negativas y positivas respecto a los valores de los activos.

u_i y v_i son los pesos o ponderaciones de las desviaciones que en principio se considerarán con valor la unidad.

Resuelto el modelo se obtiene una función que expresa el valor en función de las variables explicativas, pero que en este caso cumple la condición de haber minimizado la distancia máxima.

$$V = \alpha_1 * X_1 + \alpha_2 * X_2 + \alpha_3 * X_3$$

Este modelo en combinación con el ponderado compone el GP extendido, de gran interés sobre todo en valoraciones medioambientales como se verá a continuación.

5.5 PROGRAMACIÓN POR METAS EXTENDIDA

Este modelo de Programación por metas tiene un gran interés en valoración, fundamentalmente en dos casos:

- Cuando la valoración en vez de realizarse por un solo valorador se hace utilizando distintos expertos con distintos criterios y/o objetivos (Este caso se desarrollará extensamente en capítulos posteriores).
- Cuando siendo realizada la valoración por un solo experto interesa conocer como varía el valor en función de primar la minimización global (WGP) o la minimización de la distancia máxima a uno de los testigos.

El modelo es planteado en un epígrafe anterior:

$$\text{Min } (1 - \lambda)D + \lambda \sum_{i=1}^Q (u_i n_i + v_i p_i)$$

s.a.

$$f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad i = 1 \dots Q$$

$$(1 - \lambda)(n_i + p_i) \leq D \quad i = 1 \dots Q$$

$$n_i \geq 0; p_i \geq 0$$

Siendo ahora el significado de los distintos términos el siguiente.

λ es el factor de fluctuación ($0 < \lambda < 1$)

D es la desviación máxima a minimizar

$f_i(x)$ una función objetivo lineal de x

x son las variables explicativas

b_i Los valores de los activos comparables.

n_i y p_i representan las desviaciones negativas y positivas respecto a los precios de los comparables.

u_i y v_i son los pesos o ponderaciones de las desviaciones que en principio se considerarán con valor la unidad.

Aplicado este modelo a la misma información de los modelos anteriores se obtiene una función cuyo valor cambia según varíe λ , con lo que el valorador puede comprobar como evoluciona el valor del activo problema según varía el factor de fluctuación y elegir la mejor combinación.

5.6 EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE GP A LA VALORACIÓN

Vamos a plantear la solución al mismo ejemplo utilizado en los métodos anteriores, utilizando los modelos de Programación por metas ponderada y la GP MINMAX. En el capítulo 7 se verá la aplicación del modelo extendido.

5.6.1 GP ponderada

Partimos, de los datos de la Tabla 5.2:

Parcela	Precio €	Ingresos brutos €	Edad	Población agraria
1	4.200	400	11	1.200
2	6.100	750	10	1.250
3	6.800	870	11	1.300
4	6.200	800	10	1.400
5	5.000	600	10	1.300
X		800	11	1.200

Tabla 5.2 Datos de las parcelas comparables y problema

Normalizamos la información (Tabla 5.3):

Parcela	Precio €	Ingresos brutos €	Edad	Población agraria
1	4.200	0,094787	0,174603	0,156863
2	6.100	0,177725	0,158730	0,163399
3	6.800	0,206161	0,174603	0,169935
4	6.200	0,189573	0,158730	0,183007
5	5.000	0,142190	0,158730	0,169935
X		0,189573	0,174603	0,1569863
		1,0000	1,0000	1,0000

Tabla 5.3 Información normalizada

Planteamos el modelo de GP con los datos de los comparables:

$$\text{Min } n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5$$

s.a.

$$0,0984787 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,156863 * x_3 + n_1 - p_1 - 4.200 = 0$$

$$0,177725 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,163399 * x_3 + n_2 - p_2 - 6.100 = 0$$

$$0,206161 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_3 - p_3 - 6.800 = 0$$

$$0,189573 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,183007 * x_3 + n_4 - p_4 - 6.200 = 0$$

$$0,142180 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_5 - p_5 - 5.000 = 0$$

Resolviendo obtenemos la siguiente función.

$$V_x = 23.344,77 * x_1 + 11.381,36 * x_2$$

En la función resultado se observa que la variable x_3 no aparece o sea que no es una variable explicativa del valor.

Sustituyendo en la función los valores de las variables explicativas del activo problema se obtiene el valor buscado:

$$V_x = 23.344,77 * 0,189573 + 11.381,36 * 0,174603 = 6.412,77 \text{ euros}$$

En realidad, este modelo funciona de forma muy similar a como lo hacen los modelos de regresión por mínimos cuadrados. La diferencia está en que mientras en esto últimos se minimiza la suma de errores al cuadrado (mínimos cuadrados), en GP se minimiza la suma de errores absolutos.

La función objetivo del modelo GP es la siguiente:

$$\text{Min } n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5$$

Que puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\text{Min } (n_1+p_1) + (n_2+p_2) + (n_3+p_3) + (n_4+p_4) + (n_5+p_5)$$

Los valores que aparecen entre paréntesis son, precisamente los errores en valor absoluto con los que la función de valoración estimaría el precio de cada comparable. Por ejemplo, para el comparable 2, su precio estimado a partir de la función sería:

$$V_2 = 22.344,77 * x_1 + 11.381,36 * x_2 = 22.344,77 * 0,177725 + 11.381,36 * 0,158730 = 5.955,52 \text{ €}$$

que difiere del valor real de la parcela (6100 €). Precisamente la diferencia entre el valor estimado y el real, lo que conocemos como el error de la estimación, es el valor que registran las variables de desviación n_2 y p_2 . Téngase en cuenta que en el modelo se exige que se cumple la igualdad:

$$0,1777 * x_1 + 0,1587 * x_2 + 0,1634 * x_3 + n_2 - p_2 - 6100 = 0$$

esto es:

$$5.955,52 + n_2 - p_2 - 6100 = 0$$

o lo que es lo mismo

$$n - p = 6100 - 5955,52 = 144,48$$

como en la función objetivo se minimiza la suma de $n_2 + p_2$, entonces necesariamente la única solución es:

$$n_2 = 144,48$$

$$p_2 = 0$$

Luego n_2 recoge la desviación negativa, o lo que podríamos denominar error por subestimación, fuente al otro tipo de error posible que sería el de sobreestimación, y que es recogido por las variables p_i . En este último caso tendríamos el comparable 4, para el que se cumple:

$$0,189573 x_1 + 0,158730 x_2 + 0,183007 x_3 + n_4 - p_4 - 6200 = 0$$

$$0,189573 * 23.344,77 + 0,158730 * 11.381,36 + 0,183007 * 0 + n_4 - p_4 - 6200 = 0$$

$$6.232,11 + n_4 - p_4 - 6200 = 0$$

$$n_4 - p_4 = 6200 - 6.232,11 = -32,11$$

Al igual que con el segundo comparable, existen infinitas soluciones para el sistema $n_4 - p_4 = -32,11$, pero la única que minimiza $n_4 - p_4$ es:

$$n_4 = 0$$

$$p_4 = 32,11$$

Esto es, la función de valoración sobreestima el precio del comparable n, puesto que el precio real es de 6200€ y el estimado 6.232,11 €.

Una interesante propiedad de los modelos GP es que la función de valoración estima exactamente al menos tantos comparables como variables con coeficiente no nulo aparezcan en la función de valoración. En el ejemplo, tenemos dos variables con coeficientes no nulos, x_1 y x_2 , con lo que al menos el precio de dos comparables debe estimarse de forma exacta. El lector puede comprobar que se trata de los comparables 1 y 3.

El error conjunto obtenido, como suma de todas las desviaciones incluidas en la función objetivo, es de 302,31€. Puesto que para los comparables 1 y 3 se estima el precio de forma exacta, el error es imputable a los comparables 2, 4 y 5.

Obviamente, cuanto menor sea este error más ajustado será el modelo de valoración obtenido.

Una vez interpretado el significado de las desviaciones, conviene señalar algunas cuestiones adicionales que deben tenerse en cuenta al plantear un modelo GP:

1. El signo de los coeficientes

Es habitual, salvo que explícitamente se indique lo contrario, considerar que los coeficientes a estimar en la función de valoración sólo puedan tomar valores positivos, o cero si no resultan relevantes. Sin embargo, puede que alguna variable sea inversa y, por lo tanto, su signo a priori debiera ser negativo. En GP resulta muy sencillo introducir esta restricción al modelo, pues para ellos basta cambiar el signo del coeficiente de “+” a “-”.

Sobre el ejemplo anterior, supongamos que el valuador considera que la edad tiene efecto negativo sobre el precio. En ese caso, debería representarse el modelo de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } & n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5 \\ \text{s.a. } & \\ & 0,094787 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,156863 * x_3 + n_1 - p_1 - 4.200 = 0 \\ & 0,177725 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,163399 * x_3 + n_2 - p_2 - 6.100 = 0 \\ & 0,206161 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_3 - p_3 - 6.800 = 0 \\ & 0,189573 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,183007 * x_3 + n_4 - p_4 - 6.200 = 0 \\ & 0,142180 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_5 - p_5 - 5.000 = 0 \end{aligned}$$

De esta forma, y puesto que x_1 , x_2 y x_3 sólo pueden tomar signo positivo, la variable edad es considerada inversa. Al minimizar la suma de desviaciones, la solución encontrada sólo puede tolerar una de estas dos situaciones: o bien x_2 toma valor estrictamente mayor que cero, o bien toma valor cero. En el primer caso la variable resulta relevante desde un punto de vista valorativo; en el segundo se considera irrelevante para la muestra considerada. En ningún caso se permite que pueda tomar valores negativos / variable directa).

La función de valoración que se obtiene es la siguiente:

$$V = 21.744,35 * x_1 + 13.635,58 * x_3$$

Esto es, no se encuentra una función con la edad como variable inversa, y que mejore la propuesta en dicha ecuación, con Ingresos brutos y Población agraria como únicas variables relevantes.

La fijación del signo en los coeficientes es una poderosa herramienta en manos del valuador, que puede indicar en los modelos cuál es el efecto que a priori tiene cada variable sobre el precio; o expresado de otra forma el valuador puede imponer el que una variable sea directa o inversa, según su experiencia previa, información fuera de la muestra, requisito legal, etc. Este tipo de restricciones son invariables en otros modelos de valoración, como la regresión por mínimos cuadrados, donde el signo de las variables es impuesto por la propia función de valoración, al resolver la minimización de los errores cuadráticos, y no por indicación expresa del valuador.

Sin embargo, en GP también existe la posibilidad de dejar “libre” el signo de alguna o todas las variables, permitiendo que el modelo escoja el signo más adecuado. Esto es, el que ofrezca el menor valor en la suma de las desviaciones. Para implementar

esta posibilidad, basta desglosar las variables originales x_i en el binomio $x_i^+ - x_i^-$, en forma similar a como se tratan las desviaciones n_i y p_i .

En el ejemplo anterior, supongamos que el valuador considera que únicamente los ingresos brutos deben considerarse a priori una variable directa, mientras que para las otras dos no tiene tan claro su signo en la función de valoración. Al dejar libres estas dos variables, el modelo quedaría como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Min } & n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5 \\ \text{s.a. } & 0,094787 * x_1 + 0,174603 * (x_2^+ - x_2^-) + 0,156863 * (x_3^+ - x_3^-) + n_1 - p_1 - 4.200 = 0 \\ & 0,177725 * x_1 + 0,158730 * (x_2^+ - x_2^-) + 0,163399 * (x_3^+ - x_3^-) + n_2 - p_2 - 6.100 = 0 \\ & 0,206161 * x_1 + 0,174603 * (x_2^+ - x_2^-) + 0,169935 * (x_3^+ - x_3^-) + n_3 - p_3 - 6.800 = 0 \\ & 0,189573 * x_1 + 0,158730 * (x_2^+ - x_2^-) + 0,183007 * (x_3^+ - x_3^-) + n_4 - p_4 - 6.200 = 0 \\ & 0,142180 * x_1 + 0,158730 * (x_2^+ - x_2^-) + 0,169935 * (x_3^+ - x_3^-) + n_5 - p_5 - 5.000 = 0 \end{aligned}$$

Obteniendo la función de valoración:

$$V = 23.478,05 * x_1 + 12.329,22 * x_2 - 1.135,59 * x_3$$

Luego el modelo ha decidido que la edad se considere variable directa y la Población agraria variable inversa. La suma de las desviaciones asciende a 258,05, un valor sensiblemente inferior al de 302,31 obtenido con el modelo GP inicial, donde todas las variables eran consideradas directas. De esta forma podemos afirmar que la distinta consideración de las variables como directas e inversas ha mejorado al ajuste de la función de valoración.

2. La constante en la función de valoración.

Al igual que ocurre en los modelos de regresión, puede contemplarse la posibilidad de incluir una constante x_0 en la función de valoración. Si, como en el caso de la regresión, su signo no es determinado por el valuador a priori, la implementación dentro de los modelos GP resulta muy sencilla:

$$\begin{aligned} \text{Min } & n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5 \\ \text{s.a. } & (x_0^+ - x_0^-) + 0,094787 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,156863 * x_3 + n_1 - p_1 - 4.200 = 0 \\ & (x_0^+ - x_0^-) + 0,177725 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,163399 * x_3 + n_2 - p_2 - 6.100 = 0 \\ & (x_0^+ - x_0^-) + 0,206161 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_3 - p_3 - 6.800 = 0 \\ & (x_0^+ - x_0^-) + 0,189573 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,183007 * x_3 + n_4 - p_4 - 6.200 = 0 \\ & (x_0^+ - x_0^-) + 0,142180 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_5 - p_5 - 5.000 = 0 \end{aligned}$$

$$V = -353,11 + 23.344,77 * x_1 + 13.403,71 * x_2$$

3. Normalización de las variables.

Si bien en otras metodologías multicriterio la normalización de las variables constituye un paso previo a la formulación de los modelos, en GP puede obviarse este paso y trabajar con las variables en su forma original. Si planteamos el modelo inicial de GP con las variables de la tabla 5.2:

$$\text{Min } n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5$$

s.a.

$$400 * x_1 + 11 * x_2 + 1.200 * x_3 + n_1 - p_1 - 4.200 = 0$$

$$750 * x_1 + 10 * x_2 + 1.250 * x_3 + n_2 - p_2 - 6.100 = 0$$

$$870 * x_1 + 11 * x_2 + 1.300 * x_3 + n_3 - p_3 - 6.800 = 0$$

$$800 * x_1 + 10 * x_2 + 1.400 * x_3 + n_4 - p_4 - 6.200 = 0$$

$$600 * x_1 + 10 * x_2 + 1.300 * x_3 + n_5 - p_5 - 5.000 = 0$$

Se obtiene la función de valoración:

$$V = 5,53 * x_1 + 180,66 * x_2$$

Obviamente los coeficientes de las variables combinan, pues ahora se trabaja con las unidades en que originalmente vienen expresadas. Sin embargo, la suma de desviaciones no varía: 302,32; lo que indica que se obtiene un modelo igual de ajustado que al utilizar las variables normalizadas. De hecho, es fácil comprobar cómo los errores cometidos en la estimación del precio de cada comparable coinciden en ambos modelos.

4. Sobre las variables n_i y v_i

Estas variables representan el peso que el valuador da al error cometido en la estimación del precio del comparable i . Permiten que el valuador pueda otorgar diferente importancia a: 1) sobreestimar frente a subestimar el precio de un comparable, 2) el error cometido en un comparable frente al error cometido en otro. Pero el primer propósito, basta con colocar valores distintos en n_i y v_i para cada comparable.

Si por ejemplo, se considera mucho peor sobreestimar un precio que subestimado, entonces escogeremos valorar de v_i mayores que de n_i . Sin embargo, ésta posibilidad no es tan utilizado en términos prácticos como la segunda, donde el peso de las desviaciones (errores) defiere según el comparable de que se trate. Supongamos que damos la misma importancia a la sobreestimación que a la subestimación, pero pensamos que los comparables 1, 2 y 3 son muchos más fiables que los comparables 4 y 5, cuyos datos los hemos podido obtener de una fuente menos precisa. En este caso, podemos plantear un modelo GP donde el error de los tres primeros comparables tenga un peso 5 veces mayor que el error de los dos últimos:

$$\begin{aligned}
& \text{Min} \quad 5 * n_1 + 5 * p_1 + 5 * n_2 + 5 * p_2 + 5 * n_3 + 5 * p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5 \\
& \text{s.a.} \\
& 0,094787 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,156863 * x_3 + n_1 - p_1 - 4.200 = 0 \\
& 0,177725 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,163399 * x_3 + n_2 - p_2 - 6.100 = 0 \\
& 0,206161 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_3 - p_3 - 6.800 = 0 \\
& 0,189573 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,183007 * x_3 + n_4 - p_4 - 6.200 = 0 \\
& 0,142180 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_5 - p_5 - 5.000 = 0
\end{aligned}$$

La función de valoración que se obtiene difiere de la originalmente planteada:

$$V = 21.744,354 * x_1 + 13.635,58 * x_2$$

Si se sustituyen los valores de cada comparable en dicha función, puede comprobarse como se estiman de forma precisa los precios de los comparables 1 y 3, mientras que para el comparable 2 apenas se obtiene un error de 7,44 €. Por el contrario, los comparables 4 y 5 obtienen errores en la estimación muy superiores: 417,55 € y 408,77 €, respectivamente. La razón de estas desviaciones tan elevadas está en el poco peso otorgado a dichas comparables en el modelo GP. Obviamente, este planteamiento puede obtener valores sensiblemente diferentes según el “peso” que se dé a las desviaciones.

5.6.2 GP MINMAX

En el modelo GP anterior hemos visto cómo el objetivo era minimizar la suma de errores (desviaciones) absolutos, de forma similar a cómo la regresión por mínimos cuadrados minimiza la suma de errores cuadráticos. El objetivo del modelo GP Minmax es minimizar la desviación o error máximo. Esto es, se trata de obtener una función de valoración donde se acote (minimice) el máximo error en la predicción del precio para comparable. En este caso no importa si la suma de errores absolutos es más o menos elevada sino que, por así decirlo, se asume una posición conservadora al intentar limitar el máximo error de predicción.

Para el ejemplo que se ha venido desarrollando a partir de los datos normalizados de la Tabla 3.3, el modelo GP Minmax correspondiente sería:

Min D

s.a.

$$\frac{n_1}{4.200} + \frac{p_1}{4.200} \leq D$$

$$\frac{n_2}{6.100} + \frac{p_2}{6.100} \leq D$$

$$\frac{n_3}{6.800} + \frac{p_3}{6.800} \leq D$$

$$\frac{n_4}{6.200} + \frac{p_4}{6.200} \leq D$$

$$\frac{n_5}{5.500} + \frac{p_5}{5.500} \leq D$$

$$0,094787 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,156863 * x_3 + n_1 - p_1 - 4.200 = 0$$

$$0,177725 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,163399 * x_3 + n_2 - p_2 - 6.100 = 0$$

$$0,206161 * x_1 + 0,174603 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_3 - p_3 - 6.800 = 0$$

$$0,189573 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,183007 * x_3 + n_4 - p_4 - 6.200 = 0$$

$$0,142180 * x_1 + 0,158730 * x_2 + 0,169935 * x_3 + n_5 - p_5 - 5.000 = 0$$

Claramente el conjunto de restricciones se divide en dos componentes: el último bloque, idéntico al utilizado en WGP; y el primero, en el que se indica que el error cometido en la estimación del precio de cada comparable, tiene como cota superior la variable D . Y es precisamente esta variable D la que se minimiza en la función objetivo. Luego si D es mayor o igual que cualquier error en la estimación, y al mismo tiempo intentemos que D tome el menor valor posible, estemos minimizando el error máximo. De ahí la denominación Minmax, de Minimizar el Máximo error.

Al resolver el modelo se obtiene la función de valoración:

$$V = 24.814,71 * x_1 + 9.959,21 * x_2$$

Si se sustituyen los valores de x_1 y x_2 de todos los comparables, se puede observar como los precios peor estimados son los de los testigos 1, 2 y 5. El error en todos ellos, en unos casos por sobreestimación y en otros por subestimación, es de 108,98 €. Éste es también el valor alcanzado por la variable D . Si sustituimos los valores del activo problema en la función de valoración tiene:

$$V = 24.814,71 * 0,189573 + 9.959,21 * 0,174603 = 6443,11 \text{ €}$$

La ventaja de este modelo frente al WGP consiste en que, si suponemos que el activo problema es suficientemente similar a los otros cinco que componen la muestra, podríamos afirmar que muy probablemente el precio estimado, 6.443,11 €, podrá tener un error de cómo máximo 108,18. Esto es, que $V \in [6.344,13, 6.552,09]$.

5.7 RESUMEN DE LOS VALORES OBTENIDOS

En el capítulo anterior llegamos a tres valores distintos de la Parcela X utilizando los modelos de Suma ponderada combinada con las ponderaciones con entropía, CRITIC y la Ordenación simple. En este capítulo para el mismo ejemplo hemos llegado a dos nuevos valores mediante la WGP y la GP MINMAX. En la Tabla 5.4 se resumen los valores obtenidos con los distintos métodos.

Método	Valor Parcela X
Suma ponderada + Entropia	6.528
Suma ponderada + CRITIC	6.223
Suma ponderada + Ordenación simple	6.114
Programación por metas ponderada	6.413
Programación por metas MINMAX	6.443

Tabla 5.4 Resumen de los valores obtenidos con los distintos métodos

Llegados a este punto nos encontramos con que tenemos cinco valores distintos de la parcela a valorar, uno por cada modelo utilizado. Para determinar qué valor elegimos como definitivo utilizamos, como ya conocemos, la Distancia Manhattan (Tablas 5.5 y 5.6):

$$L_1 = \left[\sum_{j=1}^5 |x_j^1 - x_j^2| \right]^{1/1}$$

Parcela	Precio	Valor SP+Entr	Distancia	Valor SP+CRIT	Distancia	Valor SP+OS	Distancia
1	4.200	3.507	692	4.248	48	4.482	282
2	6.100	6.141	41	5.906	193	5.829	270
3	6.800	7.079	279	6.654	145	6.511	288
4	6.200	6.551	351	6.282	82	6.202	2
5	5.000	5.019	19	5.208	208	5.274	274
Distancia MANHATTAN			1.384		677		1.117

Tabla 5.5 Distancias Manhattan de cada modelo de valoración utilizado

Parcela	Precio	Valor WGP	Distancia	Valor GPMInmax	Distancia
1	4.200	4.200	0	4.091	109
2	6.100	5.955	145	5.991	109
3	6.800	6.800	0	6.855	55
4	6.200	6.232	32	6.285	85
5	5.000	5.126	126	5.109	109
Distancia MANHATTAN			303		467

Tabla 5.6 Distancias Manhattan de cada modelo de valoración utilizado

Las distancias aparecen resumidas en la Tabla 5.7.

Método	Distancia Manhattan
Suma ponderada +Entropía	1.384
Suma ponderada + CRITIC	677
Suma ponderada + Ordenación simple	1.117
Programación por metas ponderada	303
Programación por metas MINMAX	467

Tabla 5.7 Resumen de las Distancias Manhattan.

Es evidente en este caso que la Distancia Manhattan menor es la de la Programación por metas ponderada, por lo tanto elegiremos como valor definitivo de la parcela el obtenido con este método.

VALOR DEFINITIVO DE X = 6.399 euros.

Sin embargo, debe considerarse el hecho de que si utilizamos la distancia Manhattan, el mejor resultado siempre será el obtenido mediante WGP, pues precisamente la función objetivo de este modelo es la minimización de la distancia Manhattan tal y como la hemos definido (suma de errores absolutos).

Si, por ejemplo, determináramos que la mejor solución es la que minimizara la distancia euclídea (suma de errores al cuadrado), entonces la mejor opción sería indefectiblemente la proporcionada por la regresión por mínimos cuadrados.

Con todo, pensamos que es mucho más natural e intuitivo intentar minimizar los errores absolutos en las estimaciones, puesto que difícilmente nadie pensaría en modelos que minimicen errores al cuadrado por la dificultad de cálculo que ello supone. De ahí que la propuesta sea utilizar como alternativa a la regresión por mínimos cuadrados, los modelos multicriterio de valoración basado en la programación por metas.

Capítulo 6. Proceso Analítico Jerárquico.

6.1. INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores hemos visto métodos multicriterio cuya aplicación es posible cuando el experto cuenta con suficiente información cuantitativa. Sin embargo en la práctica valorativa son bastante frecuentes las situaciones en las que el tasador parte de una información mínima, limitada normalmente al precio por el que se han realizado recientemente algunas transacciones de activos parecidos o similares al que pretende valorar. En este capítulo y en el siguiente vamos a desarrollar el método denominado Proceso analítico jerárquico; en el primero como método de ayuda a la toma de decisiones y en el siguiente como aplicación a la valoración de activos en situaciones fundamentalmente de escasa información.

6.2. PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (ANALYTIC HIERARCHY PROCESS, AHP)

AHP fue propuesto por el Profesor Thomas L. Saaty (1980), como respuesta a problemas concretos de toma de decisiones en el Departamento de Defensa de los EEUU, siendo actualmente un clásico en el mundo de la empresa donde se aplica en casi todos los ámbitos donde es necesario tomar una decisión de cierta complejidad. Según indica Moreno-Jiménez (2002), si se revisan las Actas de los distintos Simposium Internacionales sobre AHP realizados hasta ahora, se observan trabajos de aplicación del método en áreas tan diversas como Sociedad, Ciencia, Educación, Economía, Transporte, Localización y Asignación de Recursos, Marketing, Producción, Aplicaciones ambientales, Planificación urbana, Sector Público, Sanidad, Evaluación de sistemas, Decisión en grupo, Resolución de conflictos internacionales, Nuevas Tecnologías, Pensamiento y Ética. Un excelente trabajo es “Analytic hierarchy process: An overview of applications”, de Vaidya y Kumar (2006) en European Journal Operational Research, donde se referencian 150 aplicaciones de AHP en el área de la Decisión, 27 de ellos son analizados con cierto detalle y todos son catalogados según el tema abordado. Dicho trabajo refleja de forma adecuada la importancia de este método en el área de la toma de decisiones.

El potencial del método, como distintos autores han evidenciado, se debe a que se adecua a distintas situaciones, su cálculo es sencillo por el software existente y puede utilizarse tanto individualmente como en grupo. En esencia, puede afirmarse que AHP es un método de selección de alternativas (estrategias, inversiones, etc.) en función de una serie de criterios o variables, las cuales suelen estar en conflicto. Para ello, pondera tanto los criterios como las distintas alternativas utilizando las matrices de comparación pareadas y la Escala Fundamental para comparaciones por pares.

El desarrollo del método es el siguiente:

- a) Se parte del interés que puede tener un decisor en seleccionar la más interesante, entre un conjunto de alternativas (estrategias, inversiones, activos, etc.).
- b) Se define qué criterios se van a utilizar para determinar la selección, esto es, cuáles son las características que pueden hacer más deseable una alternativa sobre otra.
- c) Conocidas las alternativas y definidos los criterios, debe primero procederse a ordenar y ponderar el diferente interés de cada uno de los criterios en la selección de las alternativas.
- d) Conocida la ponderación de los criterios se pasa a ponderar las distintas alternativas en función de cada criterio.
- e) Con los dos procesos anteriores c y d se obtienen dos matrices, una matriz columna $n \times 1$ con la ponderación de criterios (siendo n el número de criterios), y otra matriz $m \times n$ de las ponderaciones de las alternativas para cada criterio (siendo m el número de alternativas).
- f) El producto de la segunda matriz por la primera dará una matriz columna $m \times 1$ que indica la ponderación de las alternativas en función de todos los criterios y del peso o importancia de estos.

Conocidos los distintos pasos del método vamos a ver en detalle cómo se realizan, especialmente cuál es el procedimiento de obtención de las ponderaciones y cómo se llega a las distintas matrices indicadas en el método.

La distinta importancia o ponderación tanto de los criterios como de las alternativas dentro de cada criterio podría llevarse a cabo mediante una cuantificación directa de todos ellos. Esto es, el centro decisor podría determinar dentro de una escala (por ejemplo de 1 a 10) el interés de cada uno de los criterios (alternativas). Sin embargo, ello supondría ser capaz de comparar a un mismo tiempo todos estos elementos (criterios, alternativas), lo que representa una enorme complejidad, sobre todo cuando el número de los mismos empieza a ser elevado²¹.

Según Arrow y Raynaud (1986) “Tenemos que admitir que un cerebro normal no está creado para tomar decisiones complejas mediante criterio múltiples: la cantidad de información es demasiado grande como para permitir un tratamiento simultáneo (...) De acuerdo con la experiencia personal, estimamos que cuatro criterios y cuatro alternativas es el máximo de complejidad tratable por el ser humano”.

Para superar esta limitación en la capacidad de procesamiento, Saaty propone realizar comparaciones pareadas entre los distintos elementos, ya que el cerebro humano está perfectamente adaptado a las comparaciones de dos elementos entre sí y para ello plantea la siguiente escala²² (Tabla 6.1):

²¹ Miller G.A. “The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information” The Psychological Review, 1956, vol 63, pp. 81-97.

²² “El origen de la escala propuesta por Saaty está en los trabajos de Weber y Fechner. La ley de Weber (1846) dice que el cerebro humano percibe una modificación o cambio en un estímulo a partir de que este

VALOR	DEFINICIÓN	COMENTARIOS
1	Igual importancia	El criterio A es igual de importante que el criterio B
3	Importancia moderada	La experiencia y el juicio favorecen ligeramente al criterio A sobre el B
5	Importancia grande	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente al criterio A sobre el B
7	Importancia muy grande	El criterio A es mucho más importante que el B
9	Importancia extrema	La mayor importancia del criterio A sobre el B está fuera de toda duda
2,4,6 y 8	Valores intermedios entre los anteriores, cuando es necesario matizar	
Recíprocos de lo anterior	Si el criterio A es de importancia grande frente al criterio B las notaciones serían las siguientes: Criterio A frente a criterio B 5/1 Criterio B frente a criterio A 1/5	

Tabla 6.1. Escala fundamental de comparación por pares (Saaty, 1980)

Teniendo en cuenta la escala de la Tabla 6.1 se construye una matriz cuadrada $A_{n \times n}$ [1]

$$A = [a_{ij}] \quad [1]$$

$$1 \leq i, j \leq n$$

donde a_{ij} representa la comparación entre el elemento i y el elemento j a partir de los valores de la escala fundamental.

La matriz construida debe de cumplir las siguientes propiedades (Saaty, 1986):

- Reciprocidad: Si $a_{ij} = x$, entonces $a_{ji} = 1/x$, con $1/9 \leq x \leq 9$.

estímulo supere el estado inicial en un porcentaje determinado. En 1860, Fechner basándose en las teorías de Weber establece que mientras los estímulos crecen geométricamente, las sensaciones lo hacen aritméticamente y plantea una escala fundamental del 1 al 9. Esta escala además al no considerar el cero y el infinito eliminan los dos puntos de mayor complejidad para el ser humano en procesos comparativos, así como se adapta a la forma más elemental de contar que son los dedos. Por otra parte la validez de esta escala ha sido comprobada empíricamente aplicándola a situaciones muy diversas en situaciones reales” (Moreno-Jiménez, 2002).

- Homogeneidad: Si los elementos i y j son considerados igualmente importantes entonces

$$a_{ij} = a_{ji} = 1$$

además $a_{ii} = 1$ para todo i .

- Consistencia: Se satisface que $a_{jk} * a_{kj} = a_{ij}$ para todo $1 \leq i, j, k \leq n$.

Por la propiedad de Reciprocidad solo se necesitan $n(n-1)/2$ comparaciones para construir una matriz de dimensión $n \times n$.

El supuesto o axioma de consistencia se da en un caso ideal, y pocas veces en la realidad debido a la subjetividad innata al decisor. Esta subjetividad es la que se intenta objetivizar al máximo con el procedimiento de la matriz de comparaciones pareadas, ya que el centro decisor al tener que comparar no sólo una vez los distintos elementos, sino sucesivas veces para construir la matriz, pone en evidencia las inconsistencias de sus comparaciones en el supuesto que existan. El grado de inconsistencia puede medirse mediante el cálculo del Ratio de Consistencia (CR) de la matriz A . El procedimiento para este cálculo se desarrolla en el punto 6.3.

Construida la matriz de comparaciones pareadas se calcula su vector propio. Dado A , un vector v distinto de cero es un vector propio de A si para cierto escalar λ se cumple [10]:

$$A * v = \lambda * v \quad [10]$$

El escalar λ (que puede ser cero) se llama eigenvalor o valor propio de A asociado con el vector propio v . Las raíces reales del polinomio característico de una matriz son los eigenvalores de esta matriz. Se determinan resolviendo el polinomio [11]:

$$\det(A - \lambda * I) = 0 \quad [11]$$

Un vector v es un vector propio de A correspondiente a un eigenvalor λ si y solo si v es una solución no trivial del sistema [12]:

$$(A - \lambda * I) * v = 0 \quad [12]$$

Una aproximación suficiente del vector propio puede obtenerse utilizando la hoja de cálculo Excel y la función matemática MMULT del asistente de funciones. El cálculo se realiza multiplicando la matriz por ella misma, se suman las filas, y se normaliza por la suma cada uno de los elementos, con lo que obtenemos una matriz columna. Esta matriz columna es el vector propio aproximado de la matriz inicial. Se repite la operación anterior (multiplicación de la matriz resultante por si misma, obtención del vector propio) hasta que el vector propio obtenido no se diferencie del anterior hasta la cuarta cifra decimal, con lo que ya se habrá conseguido una aproximación suficiente del vector propio buscado²³. Aunque por lo general no será

²³ En el punto 6.4.de este capítulo se desarrolla un ejemplo del cálculo del vector propio utilizando la hoja de cálculo EXCEL.

necesario, se puede ganar en precisión haciendo que la igualdad se dé en el quinto decimal, sexto, etc.

Existen otras formas de cálculo del vector propio como la media geométrica por filas, y otros métodos más elementales pero menos precisos .

En la práctica del método AHP existe un programa informático (Expert Choice), que con solo definir los elementos de la matriz que están por encima de la diagonal principal (los que están por debajo no es necesario puesto que se supone que la matriz es recíproca) nos da el vector propio buscado, su consistencia y un conjunto de análisis de sensibilidad, etc.

Cuando el vector propio obtenido sea el de la matriz de criterios le llamaremos V_c , e indica el **peso o importancia relativa que cada uno de los criterios utilizados** tiene en la valoración del conjunto de alternativas sobre las cuales se va a trabajar. Esto es, con este sistema se obtiene la ponderación de cada uno de los criterios o características que se van a utilizar para determinar el interés de cada una de las alternativas.

Cuando el vector propio obtenido sea el de la matriz de alternativas para un criterio determinado le llamaremos V_{ai} (vector columna), que indica el **peso o importancia relativa de cada una de las alternativas para el criterio i**. Se obtienen tantos vector propios V_{ai} ($V_{a1}, V_{a2}, \dots, V_{an}$) como criterios (n), siendo el número de elementos de cada vector propio igual al número de alternativas (m).

Volviendo sobre el paso f del método, se multiplica la matriz de vectores propios de las alternativas por la matriz columna del ranking de los criterios [13]:

$$v_a \times v_c = w \quad [13]$$

donde $v_a = [v_{a1}, v_{a2}, \dots, v_{an}]$, $\dim(v_a) = m \times n$.

El resultado es una matriz w cuyos componentes expresan el peso relativo de cada alternativa. Este peso es el que permite ordenar las alternativas de mayor a menor interés y además cuantifica cuál es el interés de cada alternativa con respecto a las otras en función de todos los criterios y de su importancia.

6.3. CÁLCULO DE LA CONSISTENCIA DE LA MATRIZ DE COMPARACIÓN PAREADA

Como se ha visto en el punto anterior las matrices de comparación pareadas deben ser consistentes, luego el paso previo al cálculo del vector propio es la verificación de su consistencia. Dada una matriz A el procedimiento a seguir es el siguiente:

En primer lugar se normalizan por la suma los elementos de la matriz A . [2]:

$$A_{normalizada} = \left[\frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{kj}} \right] \quad [2]$$

Se suman sus filas [3]:

$$\begin{aligned} \frac{a_{11}}{\sum_{n=1}^n a_{n1}} + \frac{a_{12}}{\sum_{n=1}^n a_{n2}} + \dots + \frac{a_{1n}}{\sum_{n=1}^n a_{nn}} &= b_1 \\ \frac{a_{21}}{\sum_{n=1}^n a_{n1}} + \frac{a_{22}}{\sum_{n=1}^n a_{n2}} + \dots + \frac{a_{2n}}{\sum_{n=1}^n a_{nn}} &= b_2 \\ \vdots & \\ \frac{a_{n1}}{\sum_{n=1}^n a_{n1}} + \frac{a_{n2}}{\sum_{n=1}^n a_{n2}} + \dots + \frac{a_{nn}}{\sum_{n=1}^n a_{nn}} &= b_n \end{aligned} \quad [3]$$

El conjunto de bi promediados forma un vector columna que se denomina vector media de sumas o vector de prioridades globales B [4]

$$B = \left[\frac{b_1}{n}, \frac{b_2}{n}, \dots, \frac{b_n}{n} \right]^T \quad [4]$$

El producto de la matriz original A por el vector de prioridades globales B proporcionará una matriz columna denominada vector fila total C^{24} [5].

$$A * B = C = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T \quad [5]$$

Se realiza el cociente entre los elementos de las matrices vector fila total [cn] y vector de prioridades globales [B_n], y se obtiene otro vector columna D [6]:

$$C / B = D \quad [6]$$

que al sumar y promediar sus elementos dará la λ_{max} [7]:

$$\lambda_{max} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad [7]$$

Conocida la λ_{max} se calcula el Índice de consistencia (CI) [8]:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad [8]$$

²⁴ Si bien se trata de un vector columna, la denominación vector fila total es la propuesta por Saaty.

Este CI obtenido se compara con los valores aleatorios de CI que son el valor que debería obtener el CI si los juicios numéricos introducidos en la matriz original (de la cual estamos midiendo su consistencia) fueran aleatorios dentro de la escala 1/9, 1/8, 1/7,....., 1/2, 1, 2,.....7, 8, 9. Los valores son los que aparecen en la Tabla 6.2.

Tamaño de la matriz (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Consistencia aleatoria	0,00	0,00	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Tabla 6.2. Valores de la consistencia aleatoria en función del tamaño de la matriz

En función de n se elige la consistencia aleatoria, el cociente entre el CI calculado y la consistencia aleatoria proporciona el Ratio de Consistencia RC [9]:

$$RC = \frac{CI}{\text{Consistencia aleatoria}} \quad [9]$$

Se considera que existe consistencia cuando no se superan los porcentajes que aparecen en la Tabla 6.3.

Tamaño de la matriz (n)	Ratio de consistencia
3	5%
4	9%
5 o mayor	10%

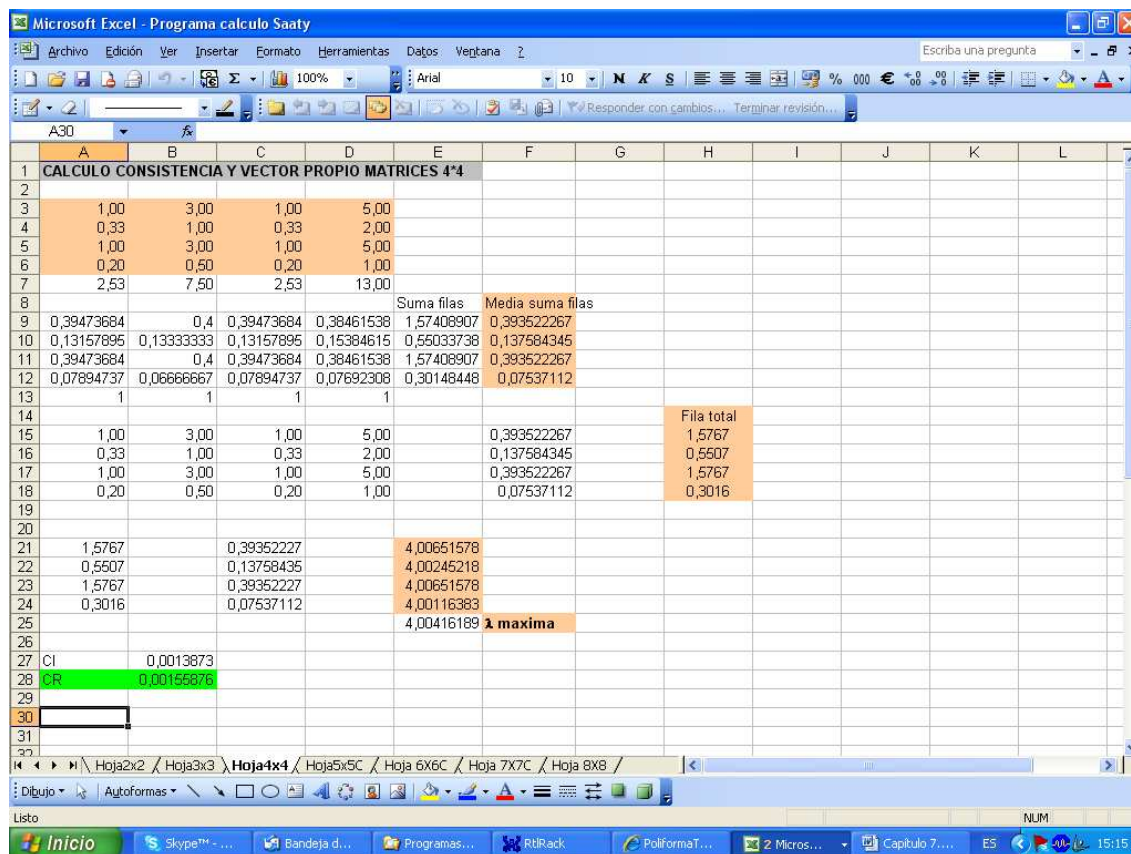
Tabla 6.3. Porcentajes máximos del ratio de consistencia

Si en una matriz se supera el ratio de consistencia máximo, hay que revisar las ponderaciones ²⁵ o bien proceder a incrementar su consistencia mediante la programación por metas (González-Pachón y Romero, 2003).

²⁵ Una forma de mejorar la consistencia cuando no se considera satisfactoria, es clasificar las actividades mediante un orden simple basado en las ponderaciones obtenidas la primera vez que se analizó el problema, y desarrollar, teniendo en cuenta el conocimiento de la categorización previa, una segunda matriz de comparación por pares. En general la consistencia debe ser mejor.

6.4. EJEMPLO. CÁLCULO DE LA CONSISTENCIA DE LA MATRIZ DE COMPARACIÓN PAREADA CON EXCEL.

Verificar la consistencia de una matriz es un proceso relativamente sencillo con Excel. En la pantalla 6.1 aparece todo el proceso para una matriz de rango 4.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	CALCULO CONSISTENCIA Y VECTOR PROPIO MATRICES 4*4											
2												
3	1,00	3,00	1,00	5,00								
4	0,33	1,00	0,33	2,00								
5	1,00	3,00	1,00	5,00								
6	0,20	0,50	0,20	1,00								
7	2,53	7,50	2,53	13,00								
8					Suma filas	Media suma filas						
9	0,39473684	0,4	0,39473684	0,38461538	1,57408907	0,393522267						
10	0,13157895	0,13333333	0,13157895	0,15384615	0,55033738	0,137584345						
11	0,39473684	0,4	0,39473684	0,38461538	1,57408907	0,393522267						
12	0,07894737	0,06666667	0,07894737	0,07692308	0,30148448	0,07537112						
13	1	1	1	1								
14												
15	1,00	3,00	1,00	5,00		0,393522267		Fila total				
16	0,33	1,00	0,33	2,00		0,137584345		1,5767				
17	1,00	3,00	1,00	5,00		0,393522267		0,5507				
18	0,20	0,50	0,20	1,00		0,07537112		1,5767				
19								0,3016				
20												
21	1,5767		0,39352227		4,00651578							
22	0,5507		0,13758435		4,00245218							
23	1,5767		0,39352227		4,00651578							
24	0,3016		0,07537112		4,00116383							
25					4,00416189	lambda maxima						
26												
27	CI	0,0013873										
28	CR	0,00155876										
29												
30												
31												

Pantalla 6.1. Cálculo de la consistencia de una matriz 4X4.

Los pasos a seguir son los siguientes:

La matriz original (A3:D6), se normaliza por la suma (A9:D12).

A la matriz normalizada se suman las filas y se promedia esta suma, obteniéndose la matriz media suma de filas (F9:F12).

La matriz original que volvemos a copiar (A15:D18) se multiplica por la matriz media suma de filas (F15:F18), utilizando la función MMULT del asistente de funciones. El producto, que denominamos matriz Fila total, aparece en (H15:H18).

Se divide elemento por elemento de la matriz Fila total por la matriz media suma de filas (Pantalla 6.1), obteniéndose un vector columna (E21:E24). Se suma y promedia los elementos de este vector. El resultado es la $\lambda_{\text{máxima}}$ (E25), que nos permite calcular el Índice de consistencia CI (B27):

$$CI = \frac{\lambda_{\text{max}} - n}{n - 1} = \frac{4,00416189 - 4}{4 - 1} = 0,0013873$$

Conocido el CI llegamos finalmente al cálculo del Ratio de Consistencia CR.

$$CR = \frac{CI}{Consistencia\ aleatoria} = \frac{0,0013873}{0,89} = 0,00155876 = 0,15\%$$

La consistencia aleatoria puede verse en la Tabla 6.2.

En este caso como el $CR = 0,15\% < 5\%$, la matriz es consistente.

6.5. EJEMPLO. CÁLCULO DEL VECTOR PROPIO DE LA MATRIZ DE COMPARACIÓN PAREADA CON EXCEL

Verificada la consistencia de la matriz vamos a ver cómo se calcula una aproximación suficiente a su vector propio mediante el método de la potencia y utilizando para ello la hoja de cálculo Excel (Pantalla 6.2).

Mediante la función del Asistente de funciones MMULT se multiplica la matriz (A3:D6) por ella misma y se obtiene la matriz (A35:D38). Se suman las filas de esta matriz (F35:F38) y se normaliza por la suma (G35:G38).

Se vuelve a repetir la misma operación, esto es multiplica la matriz anterior (A35:D38) por ella misma (A41:D44), se suman las filas (F41:F44) y se normaliza por la suma (G41:G44).

Esta misma operación se realiza tantas veces (suele ser suficiente con 4, máximo 5) como sea necesario para que el vector columna normalizado obtenido en sus cuatro primeros decimales coincida con los del producto anterior. En el ejemplo se cumple en la cuarta repetición, ya que el vector $(0,3936; 0,1375; 0,3936; 0,0753)^T$ coincide con el obtenido en el paso inmediatamente anterior.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	CALCULO CONSISTENCIA Y VECTOR PROPIO MATRICES 4*4											
2												
3	1,00	3,00	1,00	5,00								
4	0,33	1,00	0,33	2,00								
5	1,00	3,00	1,00	5,00								
6	0,20	0,50	0,20	1,00								
33	VECTOR PROPIO											
34												
35	4	11,5	4	21		40,5	0,3937					
36	1,4	4	1,4	7,33333333		14,13333333	0,1374					
37	4	11,5	4	21		40,5	0,3937					
38	0,76666667	2,2	0,76666667	4		7,73333333	0,0752					
39						102,8666667	1					
40												
41	64,2	184,2	64,2	336,333333		648,933333	0,3936					
42	22,42222222	64,33333333	22,42222222	117,466667		226,644444	0,1375					
43	64,2	184,2	64,2	336,333333		648,933333	0,3936					
44	12,28	36,33333333	12,28	64,33333333		124,126667	0,0753					
45						1648,637778	1					
46												
47	16503,6267	47351,6244	16503,6267	86460,0044		166818,8822	0,3936					
48	5764,0003	16537,8667	5764,0003	30196,7259		58262,59319	0,1375					
49	16503,6267	47351,6244	16503,6267	86460,0044		166818,8822	0,3936					
50	3156,77496	9057,30756	3156,77496	16537,8667		31908,72415	0,0753					
51						423809,0818	1					
52												
53	1090608941	3129136767	1090608941	5713535321		11023889970	0,3936					
54	380902355	1092871622	380902355	1995489637		3850166169	0,1375					
55	1090608941	3129136767	1090608941	5713535321		11023889970	0,3936					
56	208609118	598533934	208609118	1092871622		2108623792	0,0753					
57						28006569900	1					

Pantalla 6.2. Cálculo del Vector propio de una matriz

6.6. ANEJO: UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN MMULT DE EXCEL

La función MMULT del asistente de Funciones de Excel puede facilitarnos los cálculos vistos anteriormente de la Consistencia y el Vector Propio:

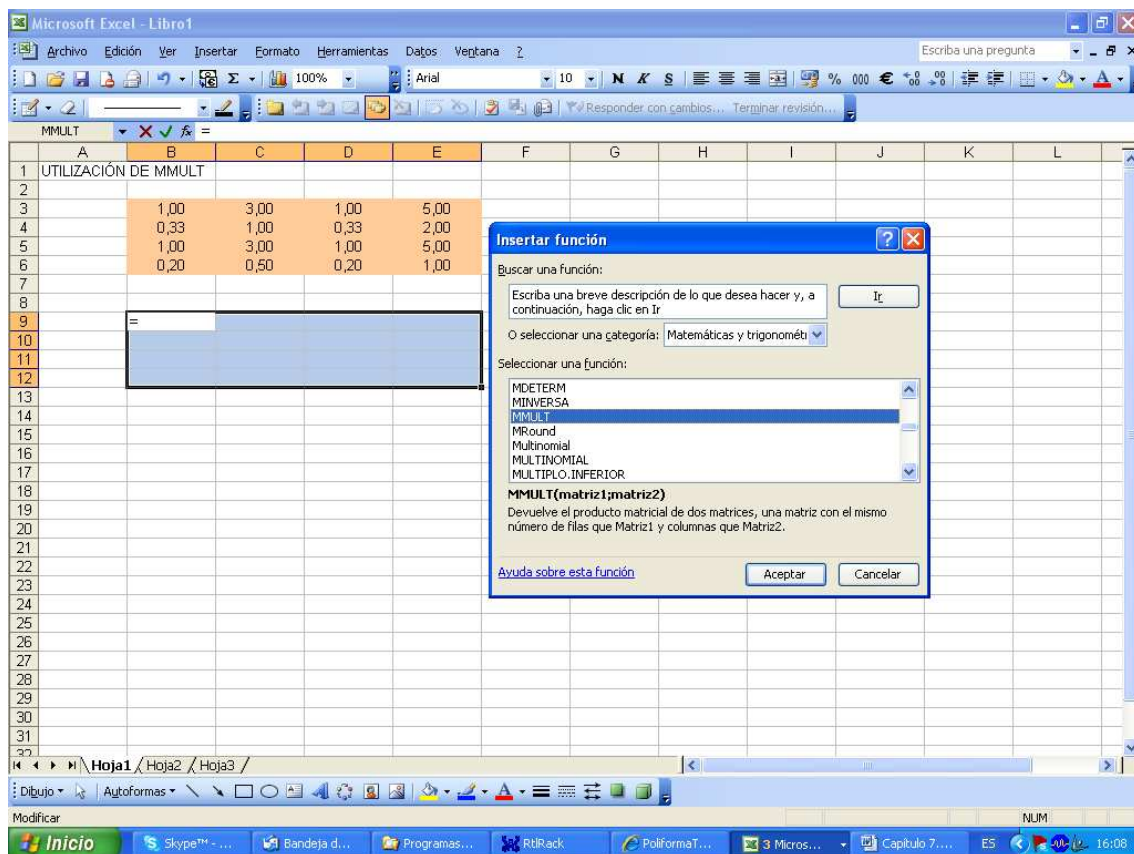
Supongamos que queremos calcular el producto de la matriz (B3:E6) por ella misma.

El primer paso es seleccionar el espacio donde se ubicará el resultado del producto. En este caso al ser el producto de una matriz 4x4 por otra 4x4 (ella misma), el resultado será una matriz 4x4, por eso el espacio seleccionado es (B9:E12)

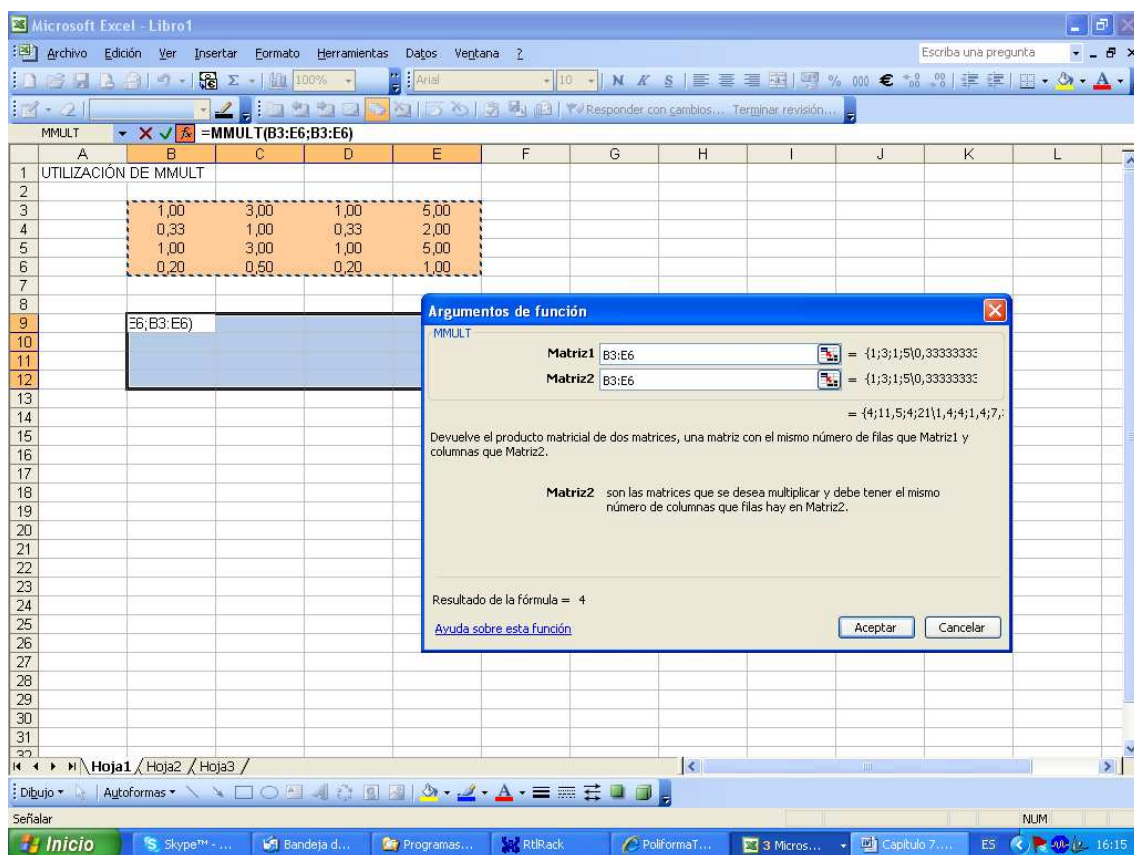
Pinchando en fx (Asistente de funciones) se despliega el cuadro de diálogo de la Pantalla 6.3, en el cual seleccionamos la categoría Matemáticas y Trigonómicas, y dentro de ellas la función MMULT.

Al aceptar aparece el cuadro de diálogo Argumentos de función (Pantalla 6.4) e introducimos en las celdas Matriz 1 y Matriz 2, las matrices a multiplicar. En nuestro ejemplo es la misma matriz (B3:B6) en las dos celdas.

Sólo nos queda Aceptar, pero para ello hay que tener pulsadas al mismo tiempo las teclas Control y Mayúsculas (shift). La matriz producto buscada es la que aparece en el espacio previamente seleccionado (B9:E12) (Pantalla 6.5).



Pantalla 6.3. Selección de la función MMULT



Pantalla 6.4. Cuadro de diálogo de la función MMULT

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

100% Arial 10

B9 {=MMULT(B3:E6;B3:E6)}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	UTILIZACIÓN DE MMULT											
2												
3		1,00	3,00	1,00	5,00							
4		0,33	1,00	0,33	2,00							
5		1,00	3,00	1,00	5,00							
6		0,20	0,50	0,20	1,00							
7												
8												
9		4	11,5	4	21							
10		1,4	4	1,4	7,33333333							
11		4	11,5	4	21							
12		0,76666667	2,2	0,76666667	4							
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												

Hoja1 / Hoja2 / Hoja3

Lista Suma=102,8666667 NUM

Inicio Skype™ - ... Bandeja d... Programas... RtiRack PoliformaT... 3 Micros... Capítulo 7... ES 16:19

Pantalla 6.5. Matriz producto resultante.

Capítulo 7. Proceso Analítico Jerárquico aplicado a la valoración.

7.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior hemos visto los fundamentos de AHP como método de ayuda a la toma de decisiones. El vector final nos indica la ponderación o importancia de cada una de las alternativas en función de los criterios considerados y de la importancia de los mismos. En este capítulo vamos ver como añadiendo un paso al final del proceso podemos utilizar AHP en valoración con la particularidad importante de que nos permite tener en cuenta en el proceso variables cualitativas y/o llegar a obtener el valor buscado en situaciones de escasa información.

7.2. AHP EN VALORACIÓN

El resultado final de la aplicación de AHP es la obtención de un vector que nos indica la ponderación o peso de cada una de las alternativas en función de todos los criterios y su importancia. Esta particularidad²⁶ es la que nos va a permitir su aplicación en Valoración, y para ello seguiremos un procedimiento similar al visto con el método de la Suma ponderada.

Recordemos la necesidad previa de adaptar la terminología utilizada en AHP al campo de la valoración: lo que hemos denominado alternativas serán ahora activos tanto los comparables como el activo a valorar. Los denominados criterios serán ahora variables explicativas.

Realizada la anterior adaptación vamos a ver cómo se plantearía la valoración de un activo mediante AHP, y para ello proponemos una situación bastante normal en la práctica valorativa, aquella en la que hay que valorar en situaciones de muy escasa información, y que es la que justifica la utilización de AHP.

Este es el caso cuando lo único que se conoce de los testigos a utilizar en los métodos comparativos son sus precios. En esta situación puede abordarse la valoración por AHP pero siempre que se den una serie de circunstancias básicas.

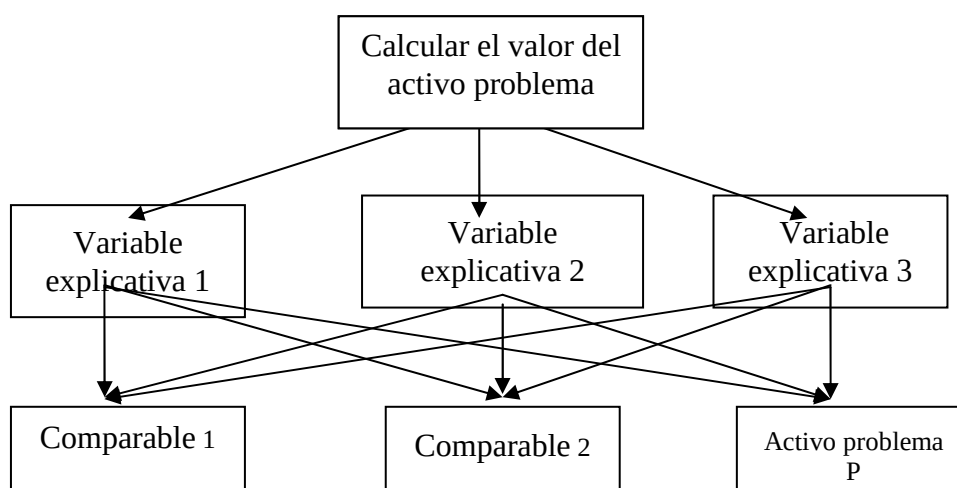
La primera es que se pueda tener acceso al conocimiento (visual, información financiera, descripción, etc.) de los distintos comparables.

La segunda, es que se tengan suficientes conocimientos técnicos como para emitir juicios sobre variables explicativas del precio de los comparables y del bien a valorar.

Bajo estas hipótesis podemos representar el problema mediante el gráfico clásico de AHP (Figura 7.1).

²⁶ Métodos multicriterio como el ELECTRE también utilizados para selección de alternativas no permiten su aplicación a la Valoración, puesto que llegan a una ordenación de las alternativas pero no a su ponderación.

Figura 7.1. Representación gráfica del modelo AHP



El primer paso es determinar las variables explicativas a utilizar. Para ello es fundamental como ya se ha dicho un conocimiento técnico profundo del activo a valorar.

Determinadas estas variables, y aunque todas son explicativas del precio, no todas tienen por qué tener la misma importancia, luego el siguiente paso será calcular el peso de cada una de estas variables. Para ello se plantea la matriz de comparaciones pareadas utilizando la escala ya conocida de comparaciones pareadas (Tabla 7.1).

VALOR	DEFINICIÓN	COMENTARIOS
1	Igual importancia	El criterio A es igual de importante que el criterio B
3	Importancia moderada	La experiencia y el juicio favorecen ligeramente al criterio A sobre el B
5	Importancia grande	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente al criterio A sobre el B
7	Importancia muy grande	El criterio A es mucho más importante que el B
9	Importancia extrema	La mayor importancia del criterio A sobre el B esta fuera de toda duda
2,4,6 y 8	Valores intermedios entre los anteriores, cuando es necesario matizar	
Recíprocos de lo anterior	Si el criterio A es de importancia grande frente al criterio B las notaciones serían las siguientes: Criterio A frente a criterio B 5/1 Criterio B frente a criterio A 1/5	

Tabla 7.1. Escala fundamental de comparación por pares (Saaty, 1980)

De la matriz planteada se comprueba su consistencia y se calcula su vector propio, que nos indicará la ponderación o peso de las variables explicativas en la determinación del precio.

La siguiente fase es precisar la ponderación de los activos, tanto los comparables como el que se pretende valorar para cada una de las variables explicativas. En este paso pueden plantearse dos supuestos:

1. Que la variable explicativa esté cuantificada. Por ejemplo, puede que se esté utilizando la variable Distancia al centro urbano²⁷ y se conocen las diferentes distancias. En este caso la ponderación se realiza simplemente normalizando la variable por el método de la suma.
2. Si la variable no está cuantificada o es cualitativa, se cuantifica planteando la matriz de comparaciones pareadas de los activos con respecto a esa variable explicativa, y calculando su vector propio, previo cálculo de su consistencia.

Al final del segundo proceso se tendrá una matriz con todos los vectores propios de las comparaciones de los activos para cada variable explicativa. Será una matriz $(m \times n)$ siendo m el número de activos y n el número de variables.

Esta matriz se multiplica por el vector $(n \times 1)$ de la ponderación de las variables explicativas calculada anteriormente.

El producto de ambas matrices [1]

$$(m \times n) * (n \times 1) = (m \times 1) \quad [1]$$

resulta una matriz $(m \times 1)$ que indica la ponderación de los activos en función de todas las variables explicativas y su peso.

Hasta este punto sería la aplicación del AHP utilizado como método multicriterio para la toma de decisiones. **El procedimiento para aprovechar esta información en el campo de la valoración es el mismo que el visto en el método de la Suma Ponderada.**

Se calcula el ratio [2]

$$Ratio = \frac{\sum \text{Precio activos comparables}}{\sum \text{Ponderación activos comparables}} \quad [2]$$

A partir de este ratio, su producto por la ponderación del activo a valorar, nos dará el valor que se estaba buscando [3].

Valor activo Problema = Ratio * ponderación activo problema [3]

El valor obtenido está en función de todas las variables explicativas y de su ponderación.

²⁷ Las variables cuando son inversas, como en este caso, previamente hay que transformarlas en directas.

A continuación vamos a aplicar el proceso visto anteriormente a tres casos.

7.3. CASO 1. VALORACIÓN DE UN INMUEBLE AGRARIO

En este caso se plantea la valoración de una parcela destinada al cultivo agrícola y la única información cuantitativa que se tiene es el precio de cuatro transacciones recientes de 4 parcelas similares entre sí, como aparece en la Tabla 7.2.

El experto visita las parcelas comparables y lo que se pretende valorar, y basándose en sus conocimientos agronómicos y de la zona decide elegir como variables explicativas:

- El estado vegetativo: representa el desarrollo de la plantación, su situación sanitaria y de cultivo, y en definitiva es un indicador de su capacidad productiva.
- El microclima: variable que representa la bondad del entorno del cultivo, factor fundamental para medir el riesgo de la producción y la propia supervivencia del cultivo.

Obviamente serían más las variables a considerar en la valuación de una parcela agraria, pero este ejemplo únicamente ilustra una posible aplicación de la metodología.

PARCELAS	PRECIO	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
1	4.000		
2	1.600		
3	5.550		
4	9.800		
X			

Tabla 7.2. Información inicial

Ambas variables elegidas son de tipo cualitativo, y por lo tanto no están cuantificadas.

El primer paso es verificar si ambas variables tienen la misma importancia. Para ello se plantea la matriz de comparación pareada entre ellas, se comprueba su consistencia y se calcula el vector propio (Tabla 7.3)

	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA	VECTOR PROPIO
ESTADO VEGETATIVO	1/1	5/1	0,8333
MICROCLIMA	1/5	1/1	0,1667
CR	0,00%		

Tabla 7.3. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas

Este resultado nos indica que la variable más importante es el Estado vegetativo y en una proporción del 83,33%, mientras que la importancia de la segunda, el Microclima, es sólo del 16,67%.

El siguiente paso es establecer la matriz de comparaciones pareadas y sus vectores propios, para todas las parcelas en función de cada una de las variables explicativas: Estado vegetativo (Tabla 7.4) y Microclima (Tabla 7.5):

	Parcela 1	Parcela 2	Parcela 3	Parcela 4	Parcela x	Vector propio
Parcela 1	1/1	3/1	1/1	1/3	1/1	0,1610
Parcela 2		1/1	1/3	1/7	1/3	0,0566
Parcela 3			1/1	1/3	1/1	0,1610
Parcela 4				1/1	3/1	0,4604
Parcela x					1/1	0,1610
CR	0,00%					

Tabla 7.4. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio en función del estado vegetativo

	Parcela 1	Parcela 2	Parcela 3	Parcela 4	Parcela x	Vector propio
Parcela 1	1/1	1/1	1/5	1/1	1/3	0,0876
Parcela 2		1/1	1/5	1/1	1/3	0,0876
Parcela 3			1/1	5/1	3/1	0,5007
Parcela 4				1/1	1/3	0,0876
Parcela x					1/1	0,2364
CR	0,90%					

Tabla 7.5. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio en función del microclima

Con las ponderaciones obtenidas, tanto de las variables como de las parcelas, se calcula la ponderación final de las parcelas en función de las dos variables utilizadas (Tabla 7.6):

Vectores propios parcelas		Ponderación variables	Ponderación Parcelas
0,1610	0,0876	0,8333	0,1488
0,0566	0,0876	0,1667	0,0618
0,1610	0,5007		0,2176
0,4604	0,0876		0,3983
0,1610	0,2364		0,1736

Tabla 7.6. Cálculo de las Ponderaciones de las parcelas

Con la ponderación y los precios de las parcelas comparables se calculan los ratios y el ratio medio (Tabla 7.7):

VALOR PARCELAS	PONDERACIÓN PARCELAS		RATIOS
4.000	0,1488		26.888
1.600	0,0618		25.904
5.550	0,2176		25.504
9.800	0,3983		24.607
		RATIO MEDIO	25.725

Tabla 7.7. Cálculo de los ratios y del ratio medio

Conocido el ratio medio, el producto de él por la ponderación de la parcela a valorar dará el precio buscado:

$$\text{Precio X} = \text{Ratio medio} * \text{Peso parcela X} = 25.725 * 0,1736 = 4.465 \text{ €}$$

El valor de la parcela problema X es de 4.465 €, valor que ha sido determinado teniendo en cuenta todas las variables explicativas elegidas, estado vegetativo y microclima, así como su peso 0,8333 y 0,1667 respectivamente.

7.4. CASO 2. VALORACIÓN DE UN INMUEBLE URBANO

En la valoración urbana normalmente se cuenta con una información suficiente, ya que al ser un mercado con un mayor número de transacciones permite la elaboración de importantes bases de datos con lo que cualquiera de los métodos comparativos conocidos puede ser de fácil aplicación.

Sin embargo y a pesar de lo dicho, existen supuestos en que la información es escasa o inadecuada.

El primero es en aquellos casos en que el valorador o bien por no tener acceso a esas bases de datos o bien por no existir ellas, se encuentra en la situación de enfrentarse a una valoración con muy poca información.

La segunda es aquella en que aún contando con bases de datos y teniendo acceso a ellas, existen una serie de variables de tipo cualitativo que hay que cuantificar.

Ambas situaciones pueden ser resueltas mediante la aplicación del Proceso Analítico Jerárquico. En este caso el experto se enfrenta a la determinación de un precio por unidad de superficie (m^2) de un inmueble urbano partiendo de una información puramente cualitativa, ya que solo cuenta con el conocimiento de 5 transacciones recientes en la misma ciudad de inmuebles parecidos y de los cuales conoce el precio por m^2 de la transacción como aparece en la Tabla 7.8, pero no tiene ninguna otra información cuantificada de los mismos. El experto conocedor de la zona

en la que trabaja y basándose en su experiencia como valorador decide utilizar como variables explicativas:

- La calidad del entorno²⁸ donde se ubican los edificios, valorándose como calidad los servicios existentes, la existencia de zonas verdes, la falta de contaminación, etc.
- La calidad del edificio, entendiéndose como tal la calidad de los materiales, la existencia de servicios como ascensor, aire acondicionado etc.

Al igual que en el ejemplo de la parcela agraria, se ha primado la exposición ilustrativa a la presentación de una lista exhaustiva de posibles variables explicativas en la valoración de un apartamento.

Estado de conservación del edificio, tanto en su fachada como en el interior.

El experto parte entonces de la información de la Tabla 7.8

EDIFICIO	PRECIO por m ²	CALIDAD ENTORNO	CALIDAD EDIFICIO	ESTADO DE CONSERVACIÓN
1	1.650			
2	1.200			
3	1.575			
4	2.040			
5	3.100			
X				

Tabla 7.8. Información de partida con la que cuenta el experto

El primer paso a realizar es la ponderación de las variables explicativas. Para ello se plantea la correspondiente matriz de comparaciones pareadas, comprueba su consistencia y calcula su vector propio (Tabla 7.9).

	Calidad entorno	Calidad edificio	Estado de conservación	Vector propio
Calidad entorno	1/1	1/3	1/4	0,1220
Calidad edificio		1/1	1/2	0,2970
Estado de conservación			1/1	0,5584
CR	1,76%			

Tabla 7.9. Matriz de comparación pareada y vector propio de las variables explicativas

²⁸ Una de las propiedades importantes del modelo es que esta metavariante puede ser descompuesta en sus variables secundarias con lo que el proceso se enriquece. Este supuesto no se contempla en este ejemplo, pero será desarrollado en el ejemplo nº 3 de este mismo capítulo.

Seguidamente se plantean las matrices de comparación pareadas y el cálculo de la consistencia y vectores propios de los inmuebles urbanos en función de cada una de las variables explicativas. Calidad del entorno (Tabla 7.10), Calidad del edificio (Tabla 7.11) y Estado de conservación (Tabla 7.12).

	Edificio 1	Edificio 2	Edificio 3	Edificio 4	Edificio 5	Edificio x	Vector propio
Edificio 1	1/1	3/1	3/1	1/3	1/5	1/3	0,0825
Edificio 2		1/1	1/1	1/7	1/9	1/7	0,0328
Edificio 3			1/1	1/7	1/9	1/7	0,0328
Edificio 4				1/1	1/3	1/1	0,2069
Edificio 5					1/1	3/1	0,4381
Edificio x						1/1	0,2069
CR	2,55%						

Tabla 7.10. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio en función de la Calidad del entorno

	Edificio 1	Edificio 2	Edificio 3	Edificio 4	Edificio 5	Edificio x	Vector propio
Edificio 1	1/1	3/1	1/3	1/1	1/5	1/1	0,0891
Edificio 2		1/1	1/7	1/3	1/9	1/3	0,0343
Edificio 3			1/1	3/1	1/3	3/1	0,2355
Edificio 4				1/1	1/5	1/1	0,0891
Edificio 5					1/1	5/1	0,4630
Edificio x						1/1	0,0891
CR	5,98%						

Tabla 7.11. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio en función de la Calidad del edificio

	Edificio 1	Edificio 2	Edificio 3	Edificio 4	Edificio 5	Edificio x	Vector propio
Edificio 1	1/1	5/1	3/1	1/1	1/1	3/1	0,2194
Edificio 2		1/1	1/3	1/5	1/5	1/3	0,0403
Edificio 3			1/1	1/3	1/3	1/1	0,0820
Edificio 4				1/1	1/1	3/1	0,2194
Edificio 5					1/1	3/1	0,2194
Edificio x						1/1	0,2194
CR	2,07%						

Tabla 7.12. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio en función del Estado de conservación

Con las ponderaciones obtenidas, tanto de las variables como de los inmuebles urbanos, se calcula la ponderación final de éstos en función de las tres variables utilizadas (Tabla 7.13).

Ponderaciones edificios para cada variable			Ponderación variables	Ponderación edificios en función de todas las variables
0,0825	0,0891	0,2194	0,1220	0,1610
0,0328	0,0343	0,0403	0,3196	0,0374
0,0328	0,2355	0,0820	0,5584	0,1250
0,2069	0,0891	0,2194		0,1762
0,4381	0,4630	0,2194		0,3239
0,2069	0,0891	0,2194		0,1762

Tabla 7.13. Ponderación parcelas en función de todas las variables

Con la ponderación obtenida y los precios de los edificios comparables se calcula el ratio de valuación (Tabla 7.14).

Inmuebles comparables	Precio inmuebles	Ponderación Inmuebles
1	1.650	0,1610
2	1.200	0,0374
3	1.575	0,1250
4	2.040	0,1762
5	3.100	0,3239
SUMA	9.565	08237
RATIO	11.611,60	

Tabla 7.14. Cálculo del ratio

Conocido el ratio, el producto de él por la ponderación del inmueble a valorar dará el precio del apartamento que se pretende valorar:.

$$\text{Precio X} = \text{Ratio} * \text{Ponderación inmueble X} = 11.611 * 0,1762 = \mathbf{2.046 \text{ €/m}^2}$$

El precio del m² del inmueble problema X es de 2.046 €, precio que ha sido determinado teniendo en cuenta todas las variables explicativas elegidas y su peso o importancia.

7.5. CASO 3. VALORACIÓN DE UN INMUEBLE URBANO

En el caso anterior hemos comentado la existencia de metavARIABLES o variables primarias, que son variables explicativas compuestas por otras variables.

Se pueden proponer²⁹ como metavARIABLES en inmuebles urbanos las siguientes:

- Entorno urbanístico.
- Características del edificio donde se ubica la vivienda.
- Características de la propia vivienda.
- Distancias a centros de interés, y calidad y cantidad de las comunicaciones.

Estas metavARIABLES a su vez pueden dividirse en subvariables o variables explicativas secundarias, que ayudan a mejorar el análisis y que sintonizan con el concepto de conglomerados en AHP³⁰, de forma que las variables explicativas serían ahora:

Entorno urbanístico

- Categoría de la zona.
- Contaminación general.
- Servicios.
- Calidad de los comercios.
- Anchura de calle.
- Zonas verdes.

Características del edificio donde se ubica la vivienda

- Fachada.
- Portal.
- Ascensor.
- Portería.
- Estado de conservación.

Características de la propia vivienda

- Calidad de materiales y acabados.
- Baños.

²⁹ Ballester y Rodríguez (1999)

³⁰ Escobar y Moreno (1997)

- Diseño.
- Superficie.
- Altura de planta en caso de que exista ascensor.
- Altura de planta en caso de que no exista ascensor.
- Luminosidad y ventilación.
- Calefacción-aire acondicionado.
- Aislamiento térmico-acústico.
- Terrazas.
- Ratio superficie útil/superficie construida.

Distancias a centros de interés y calidad y cantidad de las comunicaciones

- Distancia a centro urbano.
- Distancia a boca de metro.
- Distancia a parada de autobús.

En este caso vamos a ver cómo enfocar la valoración de una vivienda urbana utilizando las metavARIABLES. Planteado el problema mediante AHP, existen ahora cuatro niveles (figura 7.2):

- El nivel 1 es el objetivo o meta: Calcular el precio de la vivienda A.
- El nivel 2 recoge las metavARIABLES, variables explicativas generales o primarias.
- El nivel 3 está compuesto por las variables explicativas secundarias o subvariables.
- El nivel 4 recoge las viviendas comparables y la problema A.

Situados en este punto los pasos a seguir van a ser:

1. Determinar la ponderación de las distintas variables, tanto las metavARIABLES como las secundarias en el precio de la vivienda, planteando en cada nivel la matriz de comparaciones pareadas, utilizando la escala fundamental de comparación por pares y calculando finalmente su autovector o vector propio. De las variables explicativas de ambos niveles consideradas hay tanto variables cuantitativas (anchura de calle, superficie, ratio superficie útil/superficie construida, distancias a centro urbano, metro, autobús, colegios, ambulatorio) como cualitativas (las restantes). El cálculo del vector propio en las primeras es inmediato ya que se corresponde con el cálculo de la normalización por la suma. Por lo general esta regla suele ser válida en la mayoría de las variables cuantitativas. Por ejemplo, el incremento en precio de las viviendas en primera línea de playa suele ser directamente proporcional a la altura en que se posicionen dentro del edificio. Sin embargo, podemos encontrar otros casos donde no se mantiene la proporcionalidad: el incremento marginal del precio por

unidad de superficie depende del total de metros cuadrados que se esté manejando (tendrá de la utilidad decreciente). En tales situaciones de no linealidad deberemos emplear AHP. En el caso de las variables cualitativas necesariamente hay que plantear la matriz de comparaciones pareadas, el cálculo del autovector de la matriz y el cálculo de su ratio de consistencia.

2. El producto de la ponderación de cada variable secundaria por la ponderación de la metavariante correspondiente, dará el peso o ponderación global de cada variable secundaria, teniendo al final de este proceso un vector columna ($n \times 1$), siendo n el número de variables secundarias.
3. El proceso sigue planteando las matrices y el cálculo del vector propio correspondiente comparando los inmuebles urbanos entre sí para cada variable secundaria. El conjunto de vectores propio forma una matriz de dimensión $m \times n$, siendo m el número de viviendas comparables más vivienda A y n el número de variables explicativas secundarias.
4. El producto de las matrices ($m \times n$) y ($n \times 1$) resulta una matriz ($m \times 1$), que nos indica el peso o ponderación de los distintos inmuebles entre sí en función de todas las variables explicativas y su importancia.
5. Como en los casos anteriores se calcula el ratio

$$R = \frac{\sum \text{Precios comparables}}{\sum \text{Ponderación comparables}}$$

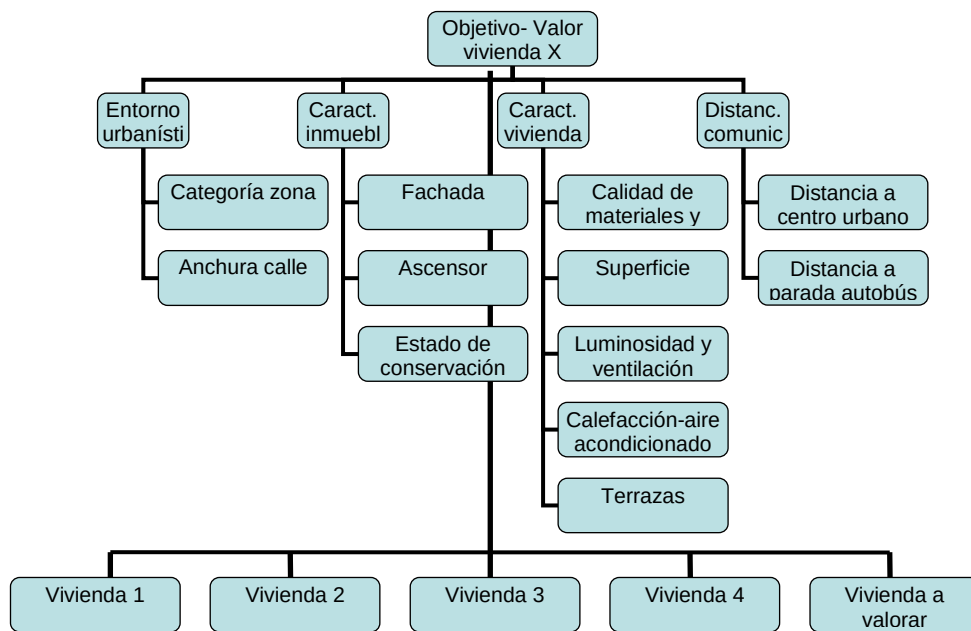
Que al multiplicarse por la ponderación del inmueble a valorar proporciona el precio estimado de A.

A continuación se desarrollan estos puntos en un ejemplo concreto. El cual para no hacerlo excesivamente laborioso de cálculo va a considerar únicamente las cuatro metavariante y sólo algunas de las variables explicativas secundarias. Se parte de la siguiente información (Tabla 7.15):

Variable explicativa	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A
PRECIO € / m ²	3.000	2.750	1.900	1.100	
Entorno urbanístico					
Categoría de la zona					
Anchura de calle	5	7	4	10	8
Características del edificio donde se ubica la vivienda					
Fachada					
Ascensor	sí	sí	no	no	sí
Estado de conservación					
Características de la propia vivienda					
Calidad de materiales y acabados					
Superficie	95	87	110	100	90
Luminosidad y ventilación					
Calefacción-aire acondicionado					
Terrazas					
Distancias a centros de interés y calidad y cantidad de las comunicaciones					
Distancia a centro urbano (Km)	0,50	0,75	1,50	2,00	0,60
Distancia a parada de autobús (Km)	0,20	0,15	0,30	0,25	0,20

Tabla 7.15. Información de mercado de partida

Figura 7.2. Representación gráfica de la jerarquía AHP para la valoración de la vivienda A



Lo primero es determinar el peso o ponderación de las variables explicativas primarias (entorno urbanístico, características del edificio, características de la vivienda y distancias a centros de interés). Para ello se plantea la correspondiente matriz de comparaciones pareadas, se calcula su consistencia y su vector propio (Tabla 7.16).

	Entorno urbanístico	Características del edificio donde se ubica la vivienda	Características de la propia vivienda	Distancias a centros de interés y calidad y cantidad de las comunicaciones	Vector propio
Entorno urbanístico	1/1	1/3	1/7	1/5	0,0553
Características del edificio donde se ubica la vivienda		1/1	1/5	1/3	0,1175
Características de la propia vivienda			1/1	3/1	0,5650
Distancias a centros de interés y calidad y cantidad de las comunicaciones				1/1	0,2622
CR	4,43%				

Tabla 7.16. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las variables primarias

La ponderación obtenida nos indica la importancia de las metavARIABLES en la explicación del precio:

- Entorno urbanístico: 5,53%.
- Características del edificio donde se ubica la vivienda: 11,75%.
- Características de la propia vivienda: 56,50%.
- Distancias a centros de interés y calidad y cantidad de las comunicaciones: 26,22%.

Definida la ponderación de las metavARIABLES, se pasa a ponderar dentro de cada una la importancia de las variables secundarias:

MetavARIABLE : Entorno urbanístico

Variables secundarias:

- Categoría de la zona.
- Anchura de calle.

Se plantea la matriz de comparaciones pareadas (Tabla 7.17):

	Categoría de la zona	Anchura de calle	Vector propio
Categoría de la zona	1/1	5/1	0,8333
Anchura de calle	1/5	1/1	0,1667
CR	0,00%		

Tabla 7.17. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las variables secundarias comprendidas dentro de la variable primaria entorno urbanístico

MetavARIABLE: Características del edificio donde se ubica la vivienda

Variables secundarias:

- Fachada.
- Ascensor.
- Estado de conservación.

Se plantea la matriz de comparaciones pareadas (Tabla 7.18).

	Fachada	Ascensor	Estado de conservación	Vector propio
Fachada	1/1	1/5	1/7	0,0719
Ascensor		1/1	1/3	0,2790
Estado de conservación			1/1	0,6491
CR	4,29%			

Tabla 7.18. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las variables secundarias comprendidas dentro de la variable primaria características del edificio

Metavariante: Características de la propia vivienda

Variables secundarias:

- Calidad de materiales y acabados.
- Superficie.
- Luminosidad y ventilación.
- Calefacción-aire acondicionado.
- Terrazas.

Se plantea la matriz de comparaciones pareadas (Tabla 7.19):

	Calidad de materiales y acabados	Superficie	Luminosidad y ventilación	Calefacción-aire acondicionado	Terrazas	Vector propio
Calidad de materiales y acabados	1/1	1/3	1/1	1/5	1/1	0,0876
Superficie		1/1	3/1	1/3	3/1	0,2364
Luminosidad y ventilación			1/1	1/5	1/1	0,0876
Calefacción-aire acondicionado				1/1	5/1	0,5007
Terrazas					1/1	
CR	0,94%					

Tabla 7.19. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las variables secundarias comprendidas dentro de la variable primaria características de la propia vivienda

Metavariante: Distancias a centros de interés, y calidad y cantidad de las comunicaciones

Variables secundarias:

- Distancia a centro urbano.
- Distancia a parada de autobús.

Se plantea la matriz de comparaciones pareadas (Tabla 7.20):

	Distancia a centro urbano	Distancia a parada de autobús	Vector propio
Distancia a centro urbano	1/1	1/3	0,7500
Distancia a parada de autobús	3	1/1	0,2500
CR	0,00%		

Tabla 7.20. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las variables secundarias comprendidas dentro de la variable primaria distancias

Con este último cálculo se finaliza la ponderación de las variables secundarias. El producto de la ponderación de cada metavariante por las ponderaciones de las variables secundarias que comprende (Tabla 7.21) determina la ponderación final de cada una de las variables secundarias; esto es, la importancia o peso de cada una de las variables secundarias en la explicación del precio de las viviendas. Estas ponderaciones forman el vector propio del peso de las variables explicativas secundarias.

	Peso MetavARIABLES	Peso Variables secundarias	Ponderación final Variables secundarias
Categoría zona	5,53 %	83,33 %	4,61 %
Anchura calle	5,53 %	16,67 %	0,92 %
Fachada	11,75 %	7,19 %	0,84 %
Ascensor	11,75 %	27,90 %	3,28 %
E. Conservación	11,75 %	64,91 %	7,63 %
Calidad m. Y acabado	56,50 %	8,76 %	4,95 %
Superficie	56,50 %	23,64 %	13,36 %
Luminosidad y ventilación	56,50 %	8,76 %	4,95 %
Calefacción- aire acond.	56,50 %	50,07 %	28,29 %
Terrazas	56,50 %	8,76 %	4,95 %
D. Centro urbano	26,22 %	75 %	19,67 %
D. Parada autobus	26,22%	25%	6,55%
			100%

Tabla 7.21. Ponderación final de las variables secundarias

El siguiente paso consiste en ponderar cada una de las viviendas, las comparables más la vivienda a valorar, en función de cada una de las variables secundarias, construyendo en cada caso la matriz de comparaciones pareadas, midiendo su consistencia y calculando los vectores propios respectivos. En la Tabla 7.22 se recogen estos valores respecto a la categoría de la zona.

Variable secundaria: Categoría de la zona.

Matriz de comparaciones pareadas

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/1	3/1	5/1	1/1	0,2808
Vivienda 2		1/1	3/1	5/1	1/1	0,2808
Vivienda 3			1/1	3/1	1/3	0,1070
Vivienda 4				1/1	1/5	0,0505
Vivienda A					1/1	0,2808
CR	0,95%					

Tabla 7.22. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable categoría de la zona.

Variable secundaria: Anchura de calle.

En este caso, al ser una variable cuantificada la ponderación se calcula directamente por normalización por la suma, sin necesidad de plantear la matriz de comparaciones pareadas (Tabla 7.23):

	Valor de la variable	Ponderación
Vivienda 1	5	0,1470
Vivienda 2	7	0,2058
Vivienda 3	4	0,1176
Vivienda 4	10	0,2941
Vivienda A	8	0,2352
SUMA	34	1

Tabla 7.23. Cálculo de los pesos o proporción relativa de las viviendas en función de la variable anchura de calle

Variable secundaria: Fachada

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/1	1/1	3/1	1/1	0,2308
Vivienda 2		1/1	1/1	3/1	1/1	0,2308
Vivienda 3			1/1	3/1	1/1	0,2308
Vivienda 4				1/1	1/3	0,0769
Vivienda A					1/1	0,2308
CR	0,00%					

Tabla 7.24. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable fachada.

Variable secundaria: Ascensor

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/1	3/1	9/1	1/1	0,2854
Vivienda 2		1/1	3/1	9/1	1/1	0,2854
Vivienda 3			1/1	7/1	1/3	0,116
Vivienda 4				1/1	1/9	0,0273
Vivienda A					1/1	0,2854
CR	2,02%					

Tabla 7.25. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable ascensor.

Variable secundaria: Estado de conservación

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/5	3/1	3/1	1/5	0,1098
Vivienda 2		1/1	7/1	7/1	1/1	0,3967
Vivienda 3			1/1	1/1	1/7	0,0485
Vivienda 4				1/1	1/7	0,0485
Vivienda A					1/1	0,3967
CR	2,15%					

Tabla 7.26. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable estado de conservación.

Variable secundaria: Calidad de los materiales y acabado

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/1	5/1	7/1	3/1	0,3459
Vivienda 2		1/1	5/1	7/1	3/1	0,3459
Vivienda 3			1/1	3/1	1/7	0,0606
Vivienda 4				1/1	1/9	0,0325
Vivienda A					1/1	0,2152
CR	9,36%					

Tabla 7.27. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable calidad de los materiales y acabado.

Variable secundaria: Superficie

Al ser una variable cuantificada, como ya se vió en el caso de la anchura de calle, la ponderación se calcula directamente por normalización por la suma sin necesidad de plantear la matriz de comparaciones pareadas.

	Valor de la variable	Ponderación
Vivienda 1	95	0,1970
Vivienda 2	87	0,1804
Vivienda 3	110	0,2282
Vivienda 4	100	0,2074
Vivienda A	90	0,1867
SUMA	482	1

Tabla 7.28. Cálculo de los pesos o proporción relativa de las viviendas en función de la variable superficie.

Variable secundaria: Luminosidad y ventilación

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/5	1/1	3/1	1/3	0,0999
Vivienda 2		1/1	5/1	7/1	3/1	0,5005
Vivienda 3			1/1	3/1	1/3	0,0999
Vivienda 4				1/1	1/7	0,0423
Vivienda A					1/1	0,2573
CR	2,94%					

Tabla 7.29. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable luminosidad y ventilación.

Variable secundaria: Calefacción-aire acondicionado

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	1/1	1/1	9/1	1/1	0,2432
Vivienda 2		1/1	1/1	9/1	1/1	0,2432
Vivienda 3			1/1	9/1	1/1	0,2432
Vivienda 4				1/1	1/9	0,0270
Vivienda A					1/1	0,2432
CR	0,00%					

Tabla 7.30. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable calefacción-aire acondicionado.

Variable secundaria: Terrazas

Matriz de comparaciones pareadas:

	Vivienda 1	Vivienda 2	Vivienda 3	Vivienda 4	Vivienda A	Vector propio
Vivienda 1	1/1	3/1	3/1	1/1	1/1	0,2727
Vivienda 2		1/1	1/1	1/3	1/3	0,0909
Vivienda 3			1/1	1/3	1/3	0,0909
Vivienda 4				1/1	1/1	0,2727
Vivienda A					1/1	0,2727
CR	0,00%					

Tabla 7.31. Matriz de comparaciones pareadas y vector propio de las viviendas en función de la variable terrazas.

Variable secundaria: Distancia a centro urbano

Tanto esta variable como la siguiente, Distancia a parada de autobús, son variables cuantificadas, por lo que el cálculo de su ponderación se hace sin necesidad de plantear la matriz de comparaciones pareadas. Pero, además, ambas variables son inversas, por lo que previamente se transforman en directas mediante el cociente.

	Valor de la variable (kms)	Variable transformada	Vector propio
Vivienda 1	0,50	2	0,3252
Vivienda 2	0,75	1,33	0,2162
Vivienda 3	1,50	0,66	0,1073
Vivienda 4	2,00	0,50	0,0813
Vivienda A	0,60	1,66	0,2699
SUMA		6,15	1

Tabla 7.32. Cálculo del vector propio de las viviendas en función de la variable calidad distancia a centro urbano.

Variable secundaria: Distancia a parada del autobús

	Valor de la variable (km)	Variable transformada	Vector propio
Vivienda 1	0,20	5,00	0,2084
Vivienda 2	0,15	6,66	0,2776
Vivienda 3	0,30	3,33	0,1388
Vivienda 4	0,25	4,00	0,1667
Vivienda A	0,20	5,00	0,2084
SUMA		23,99	1

Tabla 7.33. Cálculo del vector propio de las viviendas en función de la variable distancia a parada autobús.

Con los vectores propios obtenidos a través de las matrices de comparación pareadas de las distintas viviendas para cada variable secundaria se construye una matriz 5x12. El producto de esta matriz por el vector columna 12x1 de las variables secundarias dará un vector columna 5x1 (Tabla 7.34).

PRODUCTO MATRICES

Matriz parcelas en función de cada variable secundaria												Vector Variables secundarias		Vector Producto
0,2808	0,1470	0,2308	0,2854	0,1098	0,3459	0,1970	0,0999	0,2432	0,2727	0,3252	0,2084	0,0461		0,2423
0,2808	0,2058	0,2308	0,2854	0,3967	0,3459	0,1804	0,5005	0,2432	0,0909	0,2162	0,2776	0,0092		0,2564
0,1070	0,1176	0,2308	0,1166	0,0485	0,0606	0,2282	0,0999	0,2432	0,0909	0,1073	0,1388	0,0084		0,1574
0,0505	0,2941	0,0769	0,0273	0,0485	0,0325	0,2074	0,0423	0,0270	0,2727	0,0813	0,1667	0,0328		0,0898
0,2808	0,2352	0,2308	0,2854	0,3967	0,2152	0,1867	0,2573	0,2432	0,2727	0,2699	0,2084	0,0763		0,2541
												0,0495		
												0,1336		
												0,0495		
												0,2829		
												0,0495		
												0,1967		
												0,0656		

Tabla 7.34. Producto de la matriz de vectores propios de las viviendas para cada variable explicativa por el vector columna de la ponderación de las variables explicativas secundarias. El producto resultante es el vector columna que expresa la ponderación de las viviendas en función de todas las variables explicativas utilizadas (tanto primarias como secundarias).

La matriz producto obtenida indica la ponderación de las distintas viviendas (incluida la vivienda a valorar) en función de todas las variables explicativas del precio.

Como se conoce el precio de las viviendas comparables, se calcula el ratio precio / ponderación (Tabla 7.35)

	Precio €/m ²	Ponderación	Precio/Ponderación
Vivienda 1	3000	0,2423	12.381,35
Vivienda 2	2750	0,2564	10.725,43
Vivienda 3	1900	0,1574	12.071,15
Vivienda 4	1100	0,0898	12.249,44
Ratio medio Precio/ponderación			11.856,84

Tabla 7.35. Cálculo del ratio Precio vivienda/Ponderación.

Conocido el ratio precio / ponderación, el producto de dicho ratio por la ponderación de la vivienda a valorar dará el precio estimado para ésta:

$$\text{VALOR m}^2 \text{ vivienda A} = 11.856,84 * 0,2541 = 3.012,82 \text{ € / m}^2$$

$$\text{VALOR VIVIENDA A} = 3.012,82 \text{ € / m}^2 * 90 \text{ m}^2 = 271.154,07 \text{ €}$$

ANEXO 7.1

CASO 1. VALORACIÓN DE UN ACTIVO AGRARIO MEDIANTE EL MÉTOD MULTICRITERIO AHP UTILIZANDO LA HOJA DE CÁLCULO

En este anexo se desarrolla con detalle el cálculo del Caso 1: Valoración de un inmueble agrario. Se presentan todos los pasos con detalle, incluidas las pantallas de Excel para todos los cálculos.

Como se recordará, en este caso se plantea la valoración de una parcela destinada al cultivo agrícola, y la única información cuantitativa que se tiene es el precio de cuatro transacciones recientes de 4 parcelas similares a la parcela a valorar, como aparece en la Tabla A.1.

- El experto visita las parcelas comparables y problema, y basándose en sus conocimientos agronómicos y de la zona, decide elegir como variables explicativas:
- El estado vegetativo. Representa el desarrollo de la plantación, su situación sanitaria y de cultivo y, en definitiva, es un indicador de su capacidad productiva.
- El microclima. Variable que representa la bondad del entorno del cultivo, factor fundamental para medir el riesgo de la producción y la propia supervivencia del cultivo.

Ambas variables son de tipo cualitativo y por lo tanto no están cuantificadas. El valorador tiene que ponderar dichas variables entre sí, y además cuantificar cada parcela para cada una de ellas, utilizando para ello AHP.

Se parte de la información de la Tabla A.1.

PARCELAS	VALOR	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
1	4.000		
2	1.600		
3	5.550		
4	9.800		
X			

Tabla A.1. Información inicial.

Utilizando la Tabla fundamental de comparación por pares ya conocida (Tabla A.2) se plantea la matriz de comparación pareada de las variables explicativas (Tabla A.3).

VALOR	DEFINICIÓN	COMENTARIOS
1	Igual importancia	El criterio A es igual de importante que el criterio B
3	Importancia moderada	La experiencia y el juicio favorecen ligeramente al criterio A sobre el B
5	Importancia grande	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente al criterio A sobre el B
7	Importancia muy grande	El criterio A es mucho mas importante que el B
9	Importancia extrema	La mayor importancia del criterio A sobre el B esta fuera de toda duda
2,4,6 y 8	Valores intermedios entre los anteriores, cuando es necesario matizar	
Recíprocos de lo anterior	Si el criterio A es de importancia grande frente al criterio B las notaciones serían las siguientes. Criterio A frente a criterio B 5/1 Criterio B frente a criterio A 1/5	

Tabla A.2. Escala fundamental de comparación por pares (Saaty, 1980)

	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
ESTADO VEGETATIVO	1/1	5/1
MICROCLIMA	1/5	1/1

Tabla A.3. Matriz de comparación pareada de las variables explicativas

El primer paso es comprobar su consistencia. Para ello se suman las columnas (Tabla A.4), y se normalizan por la suma cada uno de los elementos de la matriz (Tabla A.5).

	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
ESTADO VEGETATIVO	1	5
MICROCLIMA	0,2	1
SUMA	1,2	6

Tabla A.4. Suma de columnas de la matriz

	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
ESTADO VEGETATIVO	0,8333	0,8333
MICROCLIMA	0,1666	0,1666

Tabla A.5. Matriz normalizada por la suma

Se suman las filas de la matriz normalizada (Tabla A.6)

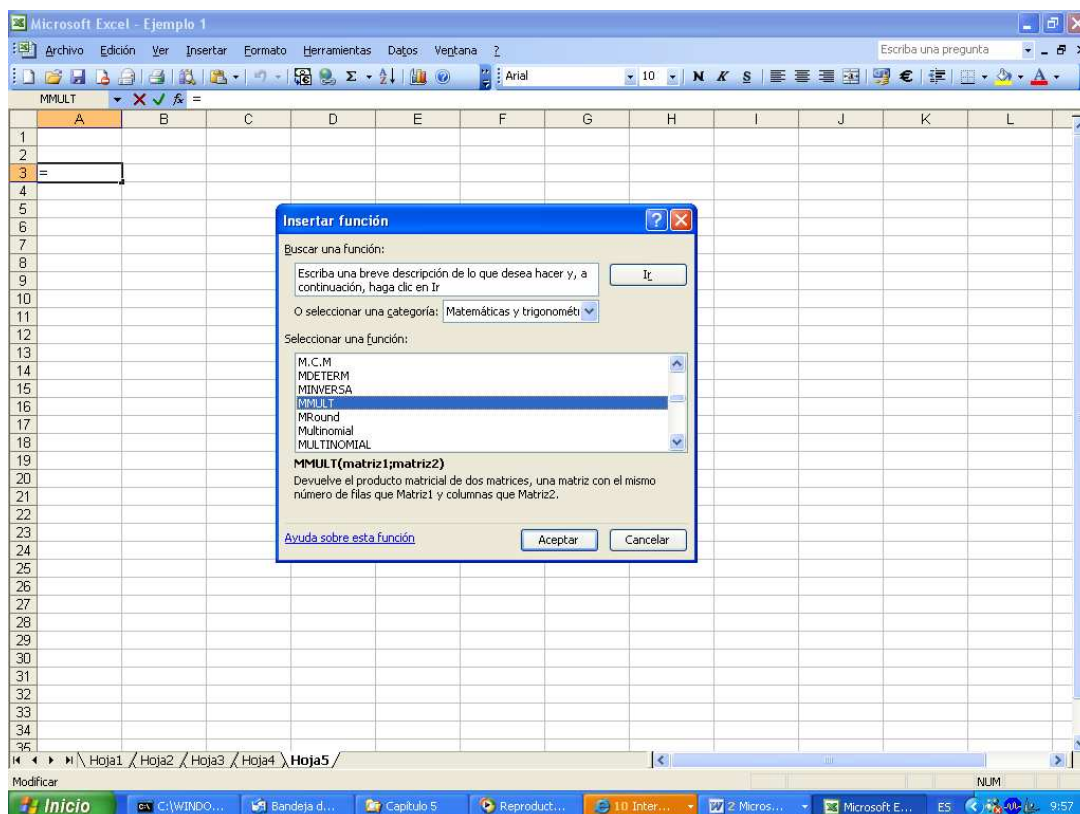
	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA	SUMA	Vector media de sumas
ESTADO VEGETATIVO	0,8333	0,8333	1,6666	0,8333
MICROCLIMA	0,1666	0,1666	0,3332	0,1666

Tabla A.6. Suma de las filas de la matriz normalizada

La suma de los elementos de la matriz normalizada constituye el vector media de sumas o vector de prioridades globales (vector B):

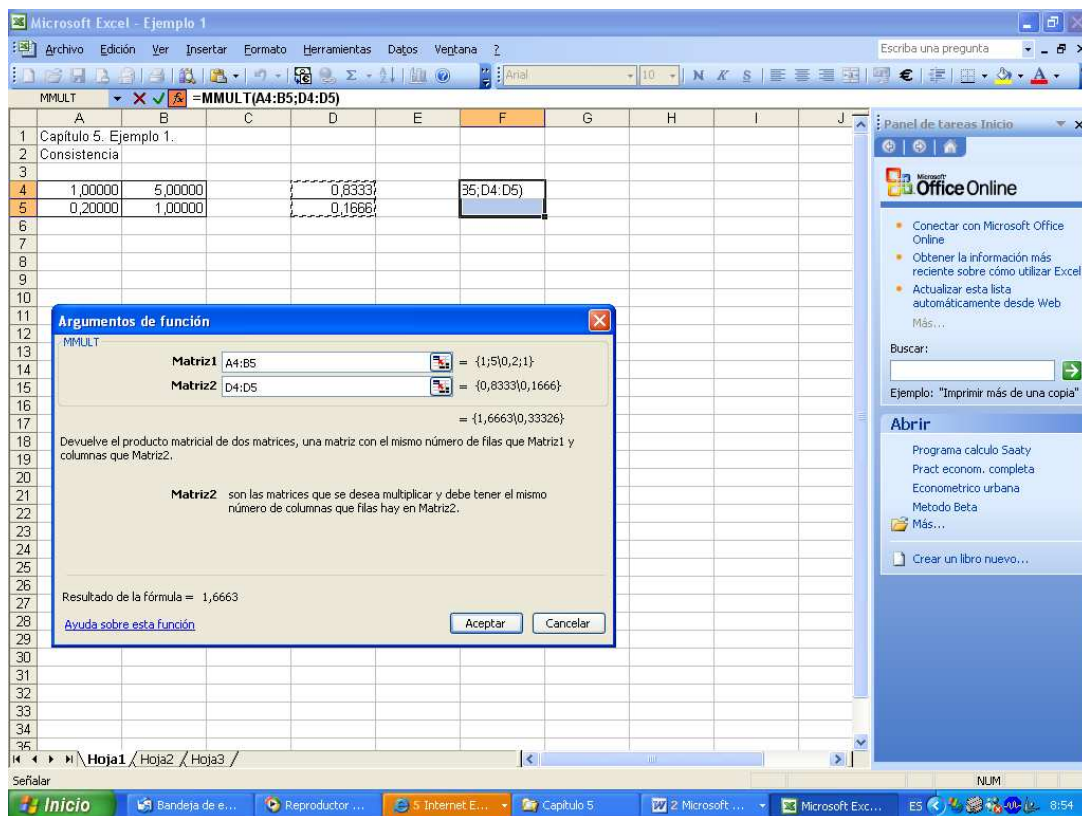
$$B = \left[\frac{1.6666}{2}; \frac{0.3332}{2} \right]^T = [0.8333, 0.1666]^T$$

Utilizando la hoja de cálculo Excel (Asistente de funciones: Funciones matemáticas y trigonométricas: MMULT). Se llega a la Pantalla A.1.



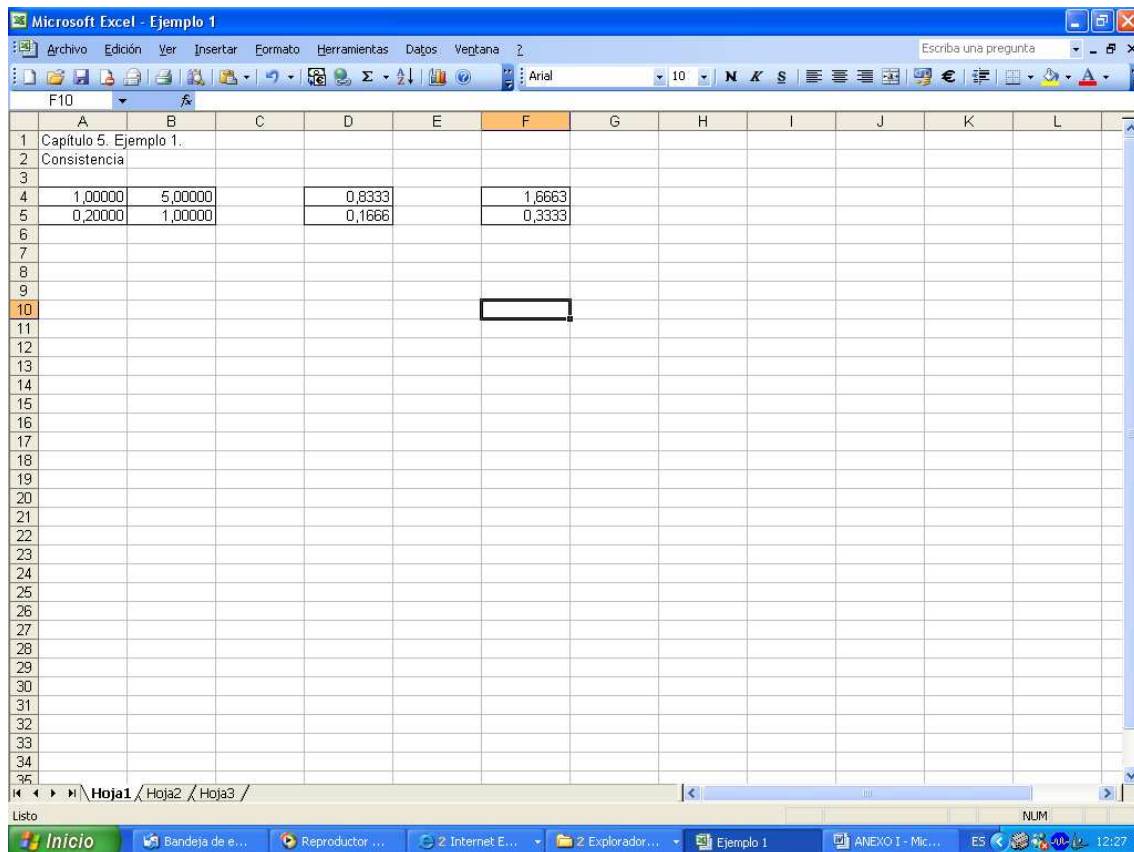
Pantalla A.1. Asistente de funciones. Funciones matemáticas y trigonométricas. MMULT

Realizamos el producto de la matriz original por el vector B (Pantalla A.2).



Pantalla A.2. Producto de la matriz original por el vector B

La forma de realizar este producto es la siguiente: seleccionamos en el asistente de funciones fx dentro de la categoría Matemáticas y trigonométricas la función MMULT. Introducimos en las celdas Matriz1 y Matriz2 las matrices que queremos multiplicar. Previamente se deben haber seleccionado las celdas donde debe aparecer el producto buscado (en este caso F4:F5). Aceptamos al mismo tiempo que pulsamos las teclas Ctrl+Shift, y en las celdas seleccionadas aparecerá el producto la Matriz1 por Matriz2.

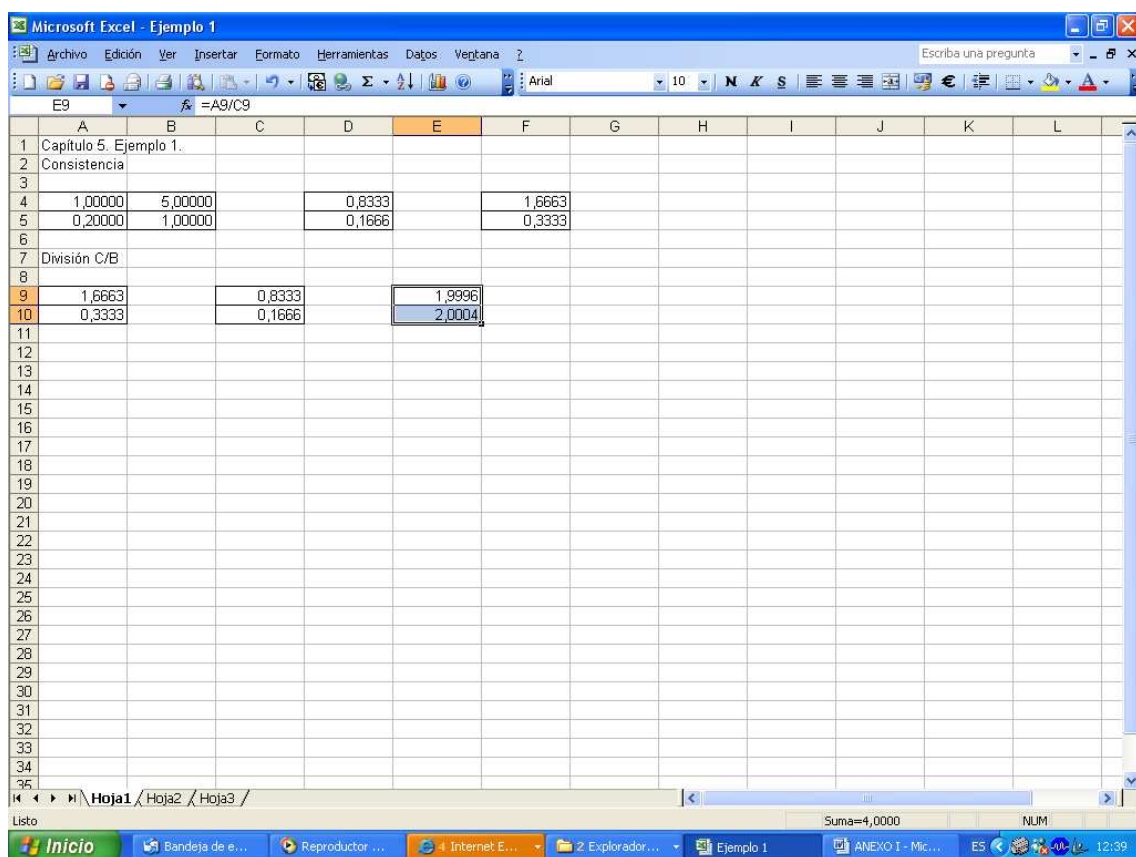


Pantalla A.3. Vector fila total o vector C

El producto de las dos matrices aparece en las celdas F4:F5, seleccionadas previamente, y es el vector C.

1,6663
0,3333

El vector C se divide por el vector de prioridades globales B (Pantalla A.4)



Pantalla A.4. Cociente matrices C/B

Se suman y promedian los elementos del vector D, obteniéndose la $\lambda_{\max}$:

$$\lambda_{\max} = \frac{1.996 + 2.004}{2} = 2$$

Conocido la $\lambda_{\max}$ se calcula el Índice de consistencia (CI):

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{2 - 2}{1} = 0$$

Y a partir de CI y del valor de la consistencia aleatoria (Tabla A.7) se calcula el Ratio de Consistencia.

Tamaño de la matriz (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Consistencia aleatoria	0,00	0,00	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

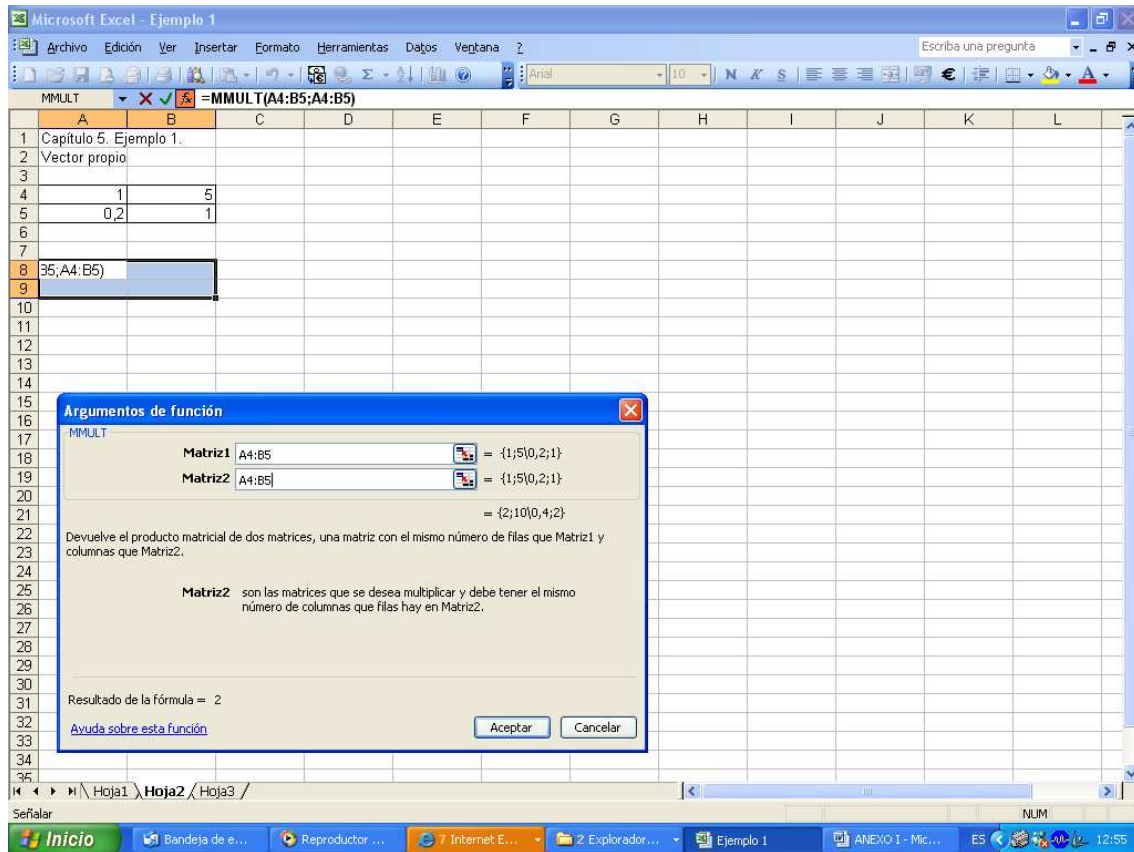
Tabla A.7. Valores de la consistencia aleatoria en función del tamaño de la matriz

El Ratio de Consistencia consistiría, en este caso, en el cociente de cero (CI) entre cero (consistencia aleatoria), que no es posible. Siempre que el número de elementos (n) sea menor o igual que 2, el valor de CI tiene que ser necesariamente cero, como ocurre con el caso que se está exponiendo.

Comprobada la consistencia se pasa a calcular el vector propio de la matriz, también mediante la función MMULT. El proceso consiste en multiplicar la matriz original por ella misma. A la matriz resultante se le suman las filas y cada elemento obtenido se normaliza por la suma. El vector obtenido es una aproximación al vector

propio buscado. Se repite el proceso hasta que los cuatro primeros decimales del vector propio sean iguales al del anterior. En ese momento la aproximación encontrada se puede considerar suficiente.

En nuestro ejemplo multiplicamos por ella misma la matriz de comparaciones pareadas de las variables (Pantalla A.5).



Pantalla A.5. Producto de la matriz por si misma

De la matriz resultante se suman sus filas y se normaliza por la suma, obteniéndose una aproximación al vector propio buscado (Pantalla A.6).

Microsoft Excel - Ejemplo 1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Esciba una pregunta

F13

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Capítulo 5. Ejemplo 1.											
2	Vector propio											
3												
4	1	5										
5	0,2	1										
6												
7												
8	2	10		12	0,8333							
9	0,4	2		2,4	0,1667							
10				14,4	1							
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												

Hoja1 Hoja2 Hoja3

Inicio Bandeja de e... Reproductor ... 7 Internet E... 2 Explorador... Ejemplo 1 ANEXO I - Mic... ES 12:58

Pantalla A.6. Producto de la matriz por si misma

Se repite el proceso, esto es la matriz resultante del producto anterior se multiplica por ella misma, se suman sus filas y se normaliza por la suma, obteniéndose la segunda aproximación al vector propio (Pantalla A.7).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Capítulo 5. Ejemplo 1.											
2	Vector propio											
3												
4	1	5										
5	0,2	1										
6												
7												
8	2	10		12	0,8333							
9	0,4	2		2,4	0,1667							
10				14,4	1							
11												
12	8	40		48	0,8333							
13	1,6	8		9,6	0,1667							
14				57,6	1							
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												

Pantalla A.7. Segunda aproximación al vector propio

El segundo cálculo del vector propio coincide en los cuatro primeros decimales con el anterior, con lo que la aproximación encontrada ya es suficiente.

El resumen de la consistencia y vector propio calculado se encuentra en la tabla A.8.

	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA	VECTOR PROPIO
ESTADO VEGETATIVO	1/1	5/1	0,8333
MICROCLIMA	1/5	1/1	0,1667
CR	0,00%		

Tabla A.8. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas, consistencia y vector propio

Este resultado nos indica que la variable más importante es el Estado vegetativo en una proporción del 83,33%, mientras que la importancia de la segunda, el Microclima, es sólo del 16,67%.

El siguiente paso es establecer la Matriz de comparaciones pareadas y sus vectores propios, de las parcelas, en función de cada una de las variables explicativas: Estado vegetativo y Microclima.

Planteamos primero la matriz con respecto al Estado vegetativo (Tabla A.9).

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X
PARCELA 1	1/1	3/1	1/1	1/3	1/1
PARCELA 2		1/1	1/3	1/7	1/3
PARCELA 3			1/1	1/3	1/1
PARCELA 4				1/1	3/1
PARCELA X					1/1

Tabla A.9. Matriz de comparaciones pareadas de las parcelas en función del Estado vegetativo

Calculamos su consistencia siguiendo el mismo proceso visto anteriormente:

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X
PARCELA 1	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000
PARCELA 2	0,3333	1,0000	0,3333	0,1429	0,3333
PARCELA 3	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000
PARCELA 4	3,0000	7,0000	3,0000	1,0000	3,0000
PARCELA X	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000
	6,3333	17,0000	6,3333	2,1429	6,3333

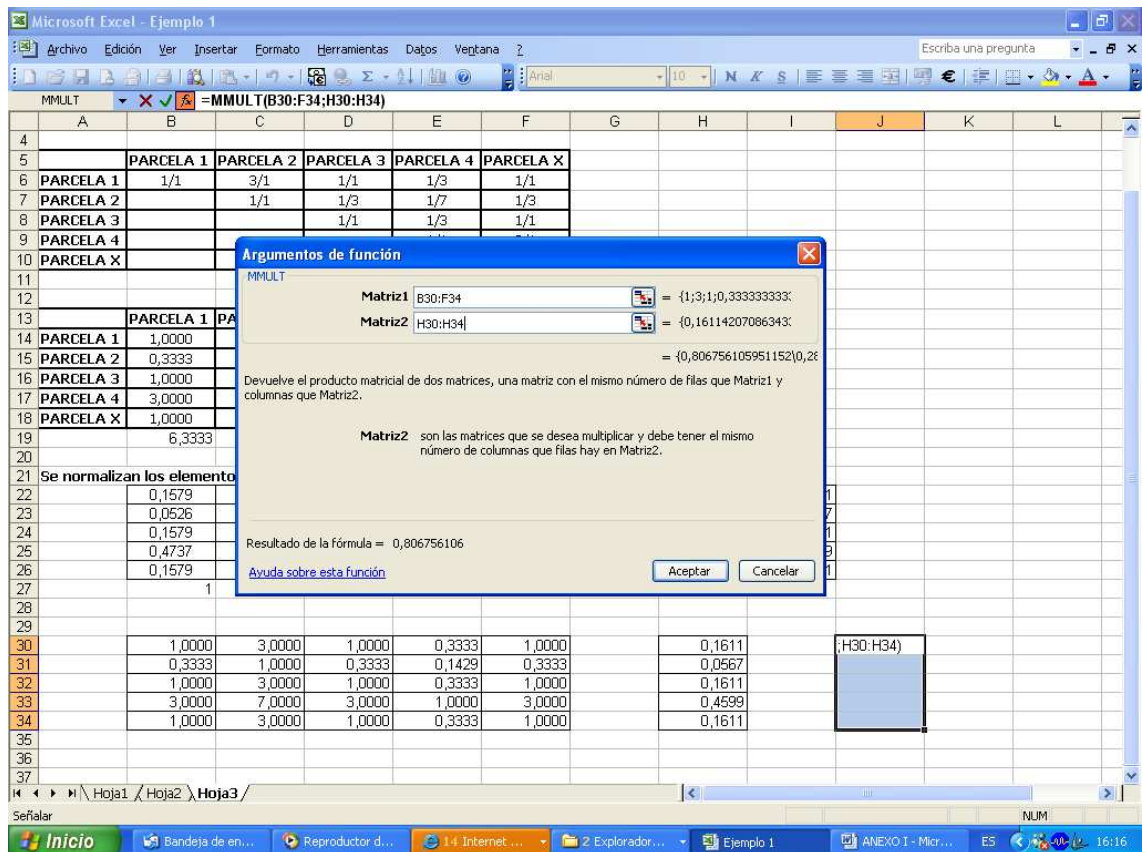
Tabla A.9. Matriz de comparaciones pareadas de las parcelas en función del Estado vegetativo sumadas las columnas

Normalizamos la matriz, sumamos las filas y promediamos, obteniendo el vector media de sumas o de prioridades globales B (Tabla A.10).

					SUMA	PROMEDIO
0,1579	0,1765	0,1579	0,1556	0,1579	0,8057	0,1611
0,0526	0,0588	0,0526	0,0667	0,0526	0,2834	0,0567
0,1579	0,1765	0,1579	0,1556	0,1579	0,8057	0,1611
0,4737	0,4118	0,4737	0,4667	0,4737	2,2995	0,4599
0,1579	0,1765	0,1579	0,1556	0,1579	0,8057	0,1611
1	1	1	1	1		

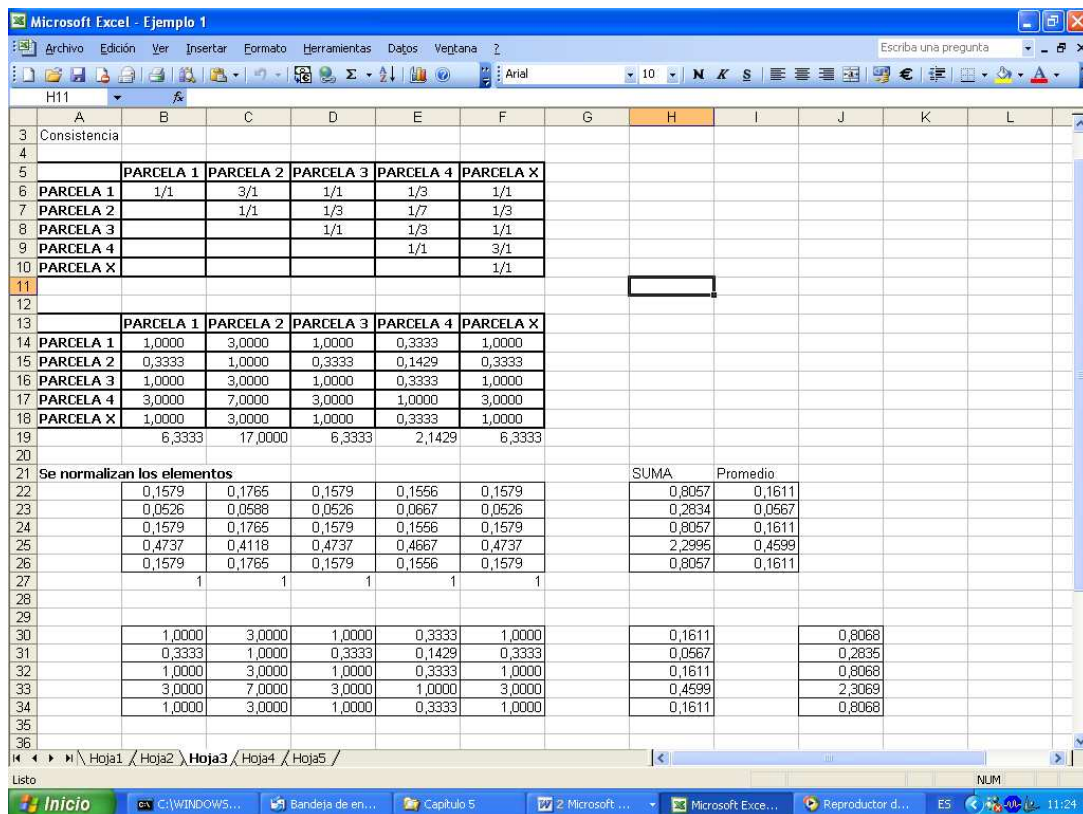
Tabla A.10. Cálculo del vector media de sumas o de prioridades globales B

Multiplicamos la matriz original por el vector promedio B (Pantalla A.8).



Pantalla A.8. Producto de la matriz original por el vector B

El producto de ambas matrices proporciona el vector C (Pantalla A.9).



Pantalla A.9. Cálculo del vector C

Se calcula el cociente entre C y B (Tabla A.11):

Matriz C	Matriz B	Cociente
0,8068	0,1611	5,0065
0,2835	0,0567	5,0024
0,8068	0,1611	5,0065
2,3069	0,4599	5,0162
0,8068	0,1611	5,0065

Tabla A.11. Cociente C/B

Se calcula $\lambda_{\max}$, CI y CR.

$$\lambda_{\max} = \frac{5,0065 + 5,0024 + 5,0065 + 5,0162 + 5,0065}{5} = 5,0076$$

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{5,0076 - 5}{4} = 0,0018$$

$$CR = \frac{0,0018}{1,11} = 0,00171$$

$$CR = 0,17\% < 10\%$$

Comprobada la consistencia de la matriz pasamos a calcular su vector propio, como ya sabemos mediante MMULT, multiplicando la matriz por sí misma hasta encontrar un vector propio que no difiera del anterior en las cuatro primeras cifras decimales (Pantallas A.10, 11, 12 y 13).

Microsoft Excel - Ejemplo 1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana Z

MMULT =MMULT(B14:F18;B14:F18)

Capítulo 5. Matriz Estado vegetativo

Cálculo del vector propio

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X
PARCELA 1	1/1	3/1	1/1	1/3	1/1
PARCELA 2		1/1	1/3	1/7	1/3
PARCELA 3			1/1	1/3	1/1
PARCELA 4				1/1	3/1
PARCELA X					1/1

Argumentos de función

MMULT

Matriz1 B14:F18 = {1;3;1;0,33333333;5}

Matriz2 B14:F18 = {1;3;1;0,33333333;5}

Devuelve el producto matricial de dos matrices, una matriz con el mismo número de filas que Matriz1 y columnas que Matriz2.

Matriz2 son las matrices que se desea multiplicar y debe tener el mismo número de columnas que filas hay en Matriz1.

Resultado de la fórmula = 5

Ayuda sobre esta función

Aceptar Cancelar

Señalar

NUM

Pantalla A.10. Selección de MMULT

Microsoft Excel - Ejemplo 1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Escriba una pregunta

G29

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Capítulo 5. Matriz Estado vegetativo											
2												
3	Cálculo del vector propio											
4												
5		PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X						
6	PARCELA 1	1/1	3/1	1/1	1/3	1/1						
7	PARCELA 2		1/1	1/3	1/7	1/3						
8	PARCELA 3			1/1	1/3	1/1						
9	PARCELA 4				1/1	3/1						
10	PARCELA X					1/1						
11												
12												
13		PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X						
14	PARCELA 1	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000						
15	PARCELA 2	0,3333	1,0000	0,3333	0,1429	0,3333						
16	PARCELA 3	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000						
17	PARCELA 4	3,0000	7,0000	3,0000	1,0000	3,0000						
18	PARCELA X	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000						
19												
20												
21	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000		31,0952	0,1610				
22	1,7619	5,0000	1,7619	0,6190	1,7619		10,9048	0,0564				
23	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000		31,0952	0,1610				
24	14,3333	41,0000	14,3333	5,0000	14,3333		89,0000	0,4607				
25	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000		31,0952	0,1610				
26							193,1905	1,0000				
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												

Hoja1 / Hoja2 / Hoja3 / Hoja4 /

Inicio C:\WIND... Bandeja d... Capítulo 5 Reproduc... 7 Intern... ANEXO I... Microsoft ... ES 9:18

Pantalla A.11. Primera aproximación al vector propio

Microsoft Excel - Ejemplo 1

ArchivoEdiciónVerInsertarFormatoHerramientasDatosVentana?

Escriba una pregunta

MMULT

=MMULT(A21:E25;A21:E25)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
8	PARCELA 3			1/1	1/3	1/1						
9	PARCELA 4				1/1	3/1						
10	PARCELA X					1/1						
11												
12												
13		PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X						
14	PARCELA 1	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000						
15	PARCELA 2	0,3333	1,0000	0,3333	0,1429	0,3333						
16	PARCELA 3	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000						
17	PARCELA 4	3,0000	7,0000	3,0000	1,0000	3,0000						
18	PARCELA X	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000						
19												
20												
21	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000		31,0952	0,1610				
22	1,7619	5,0000	1,7619	0,6190	1,7619		10,9048	0,0564				
23	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000		31,0952	0,1610				
24	14,3333	41,0000	14,3333	5,0000	14,3333		89,0000	0,4607				
25	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000		31,0952	0,1610				
26												
27												
28	A21:E25											
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												
38												
39												
40												
41												

Hoja1 / Hoja2 / Hoja3 / Hoja4 /

Modificar

Argumentos de función

MMULT

Matriz1 A21:E25 = {5;14,3333333333333}

Matriz2 A21:E25 = {5;14,3333333333333}

= {125,507936507937;358,5}

Devuelve el producto matricial de dos matrices, una matriz con el mismo número de filas que Matriz1 y columnas que Matriz2.

Matriz2 son las matrices que se desea multiplicar y debe tener el mismo número de columnas que filas hay en Matriz2.

Resultado de la fórmula = 125,5079365

Avuda sobre esta función

Aceptar Cancelar

Pantalla A.12. Segunda aproximación al vector propio

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X	
PARCELA 1	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000	
PARCELA 2	0,3333	1,0000	0,3333	0,1429	0,3333	
PARCELA 3	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000	
PARCELA 4	3,0000	7,0000	3,0000	1,0000	3,0000	
PARCELA X	1,0000	3,0000	1,0000	0,3333	1,0000	
	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000	31,0952
	1,7619	5,0000	1,7619	0,6190	1,7619	10,9048
	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000	31,0952
	14,3333	41,0000	14,3333	5,0000	14,3333	89,0000
	5,0000	14,3333	5,0000	1,7619	5,0000	31,0952
						193,1905
	125,5079	358,9048	125,5079	44,1111	125,5079	779,5397
	44,1111	126,1429	44,1111	15,5034	44,1111	273,9796
	125,5079	358,9048	125,5079	44,1111	125,5079	779,5397
	358,9048	1026,3333	358,9048	126,1429	358,9048	2229,1905
	125,5079	358,9048	125,5079	44,1111	125,5079	779,5397
						4841,7891
	78920,1020	225682,1640	78920,1020	27737,4298	78920,1020	490179,8999
	27737,4298	79318,7415	27737,4298	9748,6571	27737,4298	172279,8878
	78920,1020	225682,1640	78920,1020	27737,4298	78920,1020	490179,8999
	225682,1640	645367,1224	225682,1640	79318,7415	225682,1640	1401732,3560
	78920,1020	225682,1640	78920,1020	27737,4298	78920,1020	490179,8999
						3044551,7435

Pantalla A.13. Tercera y última aproximación al vector propio

En la pantalla A.13 ya se consigue una aproximación suficiente al vector propio por lo que no es necesario seguir el proceso³¹.

En la Tabla A.12 aparece el resumen de la consistencia y vector propio de la matriz de comparación pareada de las parcelas en función de la variable explicativa Estado vegetativo.

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X	VECTOR PROPIO
PARCELA 1	1/1	3/1	1/1	1/3	1/1	0,1610
PARCELA 2		1/1	1/3	1/7	1/3	0,0566
PARCELA 3			1/1	1/3	1/1	0,1610
PARCELA 4				1/1	3/1	0,4604
PARCELA X					1/1	0,1610
CR	0,17%					

Tabla A.12. Matriz de comparaciones pareadas de las parcelas en función del Estado vegetativo, consistencia y vector propio

³¹ Normalmente con tres o cuatro aproximaciones se llega al resultado buscado.

El mismo proceso se sigue con la matriz de comparación pareada de las parcelas en función de la variable explicativa Microclima. El resumen de la matriz junto con su ratio de consistencia y su vector propio aparece en la Tabla A.13.

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X	VECTOR PROPIO
PARCELA 1	1/1	1/1	1/5	1/1	1/3	0,0876
PARCELA 2		1/1	1/5	1/1	1/3	0,0876
PARCELA 3			1/1	5/1	3/1	0,5007
PARCELA 4				1/1	1/3	0,0876
PARCELA X					1/1	0,2364
CR	0,90%					

Tabla A.13. Matriz de comparaciones pareadas en función del Microclima, consistencia y vector propio

Con las ponderaciones obtenidas tanto de las variables como de las parcelas, se calcula la ponderación final de las parcelas en función de las dos variables utilizadas, mediante el producto de las dos matrices obtenidas como aparece en la Tabla A.14.

Vectores propios parcelas		Ponderación variables	Ponderación Parcelas
0,1610	0,0876	0,8333	0,1488
0,0566	0,0876	0,1667	0,0618
0,1610	0,5007		0,2176
0,4604	0,0876		0,3983
0,1610	0,2364		0,1736

Tabla A.14. Cálculo de las Ponderaciones de las parcelas

Con la ponderación obtenida y los precios de las parcelas comparables se calculan los ratios y el ratio medio (Tabla A.15).

PRECIO PARCELAS	PONDERACIÓN PARCELAS		RATIOS
4.000	0,1488		26.888
1.600	0,0618		25.904
5.550	0,2176		25.504
9.800	0,3983		24.607
		RATIO MEDIO	25.725

Tabla A.15. Cálculo de los ratios y del ratio medio

Conocido el ratio medio, el producto de él por la ponderación de la parcela a valorar estimará el precio de la parcela X:

$$\text{Precio X} = \text{Ratio medio} * \text{Peso parcela X} = 25.725 * 0,1736 = 4.465 \text{ €}$$

El valor de la parcela problema X es de 4.465 €, valor que ha sido determinado teniendo en cuenta todas las variables explicativas elegidas (Estado vegetativo y Microclima), así como su peso 0,8333 y 0,1667 respectivamente.

Capítulo 8. Métodos de valoración con información cualitativa (II). El proceso analítico jerárquico agregado

8.1. INTRODUCCIÓN

Una de las características interesantes de AHP es que puede ser aplicado de forma individual o de forma colectiva, en este último caso, mediante la utilización de grupos de expertos, grupos que pueden a su vez ser homogéneos (por ejemplo en una valoración agraria de cierta importancia intervienen varios Ingenieros Agrónomos) o bien estar formados por subgrupos no homogéneos (por ejemplo en una valoración de deportistas intervienen distintos grupos, un grupo formado por entrenadores, otro grupo de ejecutivos y otro de aficionados).

La aplicación por parte de un solo experto se corresponde con la expuesta en el capítulo anterior.

En este capítulo vamos a desarrollar la utilización de AHP cuando intervienen varios expertos. Para ello habrá que hacer una agregación de las distintas preferencias manifestadas, agregación que es distinta en función de si el grupo es o no homogéneo.

En el supuesto de tener que agregar preferencias de un grupo homogéneo de expertos utilizaremos la programación por metas ponderada.

En el caso de varios grupos de expertos, homogéneos dentro de cada grupo pero no homogéneos entre grupos, utilizaremos la Programación por metas ponderada y la Programación por metas extendida.

En los epígrafes siguientes vamos a ver como utilizar cada una de las variantes de GP anteriores, para posteriormente ilustrar su aplicación mediante dos ejemplos.

8.2 AGREGACIÓN DE PREFERENCIAS

Hemos dicho en el punto anterior que una de las características importantes de AHP es que permite la intervención en un mismo proceso de valoración de varios expertos, caso frecuente en valoraciones de cierta importancia y en valoraciones con repercusiones de tipo político.

Los distintos expertos que pueden intervenir en una valoración pueden ser de dos tipos.

- **Expertos homogéneos:** Son expertos integrantes de un grupo y que tienen entre ellos una serie de coincidencias como pueden ser la formación, el área de trabajo profesional, la finalidad de su trabajo, etc. Ejemplos de este tipo de expertos serían: Grupo de economistas valorando una empresa. Técnicos agrícolas valorando una explotación agrícola, arquitectos valorando un inmueble urbano, etc.

- **Expertos no homogéneos:** Son aquellos expertos integrantes de un grupo cuya visión del valor de los activos es distinto, por su formación, por sus condicionantes políticos, etc. Ejemplos de este tipo de expertos serían: Grupo formado por ingenieros y ecologistas para valorar un espacio medioambiental o economistas y sindicalistas valorando una empresa pública.

En los epígrafes siguientes vamos a desarrollar cómo llegar a una solución única en una valoración cuando interviene un grupo de expertos, tanto en el caso de grupo homogéneo como no homogéneo. Tenemos que llegar a un valor final resultado de la agregación de las preferencias de los distintos expertos.

8.2.1. Agregación de las preferencias de un grupo homogéneo de expertos

La agregación se puede realizar utilizando la Programación por metas ponderada³², o bien mediante la media geométrica³³.

En ambos métodos se parte de las preferencias de cada experto puestas de manifiesto a través de la correspondiente matriz de comparación pareada y su vector propio. Los distintos vectores propios de los expertos se agregan de forma que al final se tenga un único vector propio o vector de ponderación, fruto del consenso de todos los expertos.

Mediante la Programación por metas ponderada y a partir de las preferencias individualizadas, se minimiza la suma de las desviaciones a cada uno de los respectivos pesos, sujeto a las restricciones de que los pesos finales obtenidos se desvíen lo mínimo de cada uno de los pesos determinados por cada individuo. El resultado obtenido normalizado dará los pesos agregados finales. El modelo es el siguiente:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^m (n_{ij} + p_{ij})$$

s.a.

$$w_i^s + n_{ij} + p_{ij} = w_i^j \quad i \in \{1, \dots, q\}, j \in \{1, \dots, m\} \quad [8.1]$$

siendo:

w_i^s = Ponderación agregado de la variable “i”.

n_{ij} = Desviaciones negativas a la ponderación agregada.

p_{ij} = Desviaciones positivas a la ponderación agregada.

w_i^j = Ponderación que cada experto “j” emite sobre la variable “i”.

Para poder realizar el procedimiento de agregación, como hemos dicho anteriormente, es necesario contar previamente con las preferencias de los distintos expertos que intervienen en la valoración. Esta determinación de las preferencias individuales se puede realizar utilizando una encuesta, cuyo contenido se desarrolla en el punto 8.3 y en el Anexo de este capítulo. Se trata de alcanzar un peso o ponderación agregada w_i^s a partir de las ponderaciones individuales w_i^j de cda expoerto j. En total suponemos que existen m expertos, y que cada uno de ellos han ponderado las q

³² Linares y Romero (2002).

³³ Moreno –Jimenez (2002), Saaty (1980)

variables. Obsérvese cómo se ha dado el mismo peso a todos los expertos aunque lógicamente esto se puede modificar.

Con la información de las distintas encuestas se plantearán las correspondientes matrices de comparación pareadas, se comprobará su consistencia (en el supuesto de que no sea suficientemente consistente se mejora siguiendo el procedimiento que se verá en el punto 8.4. de este capítulo), y si su consistencia no es suficiente a pesar de su mejora se elimina. Finalmente se calculan sus vectores propios, que indican las ponderaciones de los distintos expertos, y que son agregadas con el modelo WGP anterior.

8.2.2. Agregación de las preferencias de un grupo no homogéneo de expertos.

En algún tipo de valoraciones, pueden coincidir durante el proceso de valoración grupos distintos de valoradores con intereses no coincidentes. Un ejemplo evidente de este supuesto es la valoración medioambiental donde cualquier espacio natural tiene valores distintos para los distintos actores sociales (Administración, técnicos, empresarios, ecologistas, etc.). Este caso ha sido estudiado por Linares y Romero (2002), y por Cardells y Reyna (1999), y también puede abordarse a través de una encuesta a los distintos individuos de cada colectivo. Con dicha encuesta se determina la ponderación de cada individuo, y en este caso la agregación se realiza en dos fases: una primera por grupos homogéneos mediante la Programación por metas ponderadas y posteriormente una segunda de agregación de los distintos grupos mediante Programación por metas extendida, llegándose finalmente a una ponderación social agregada que permite el cálculo del valor medioambiental:.

- a) Para la agregación de preferencias de los grupos homogéneos, se plantea el modelo WGP como hemos visto en 8.2.1.
- b) Cuando hay que agregar ponderaciones de expertos no homogéneos, con opiniones muy dispares el modelo a utilizar es el de GP extendido. El modelo para obtener la ponderación agregada es el siguiente:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } (1-\lambda)*D + \lambda \sum_{i=1}^Q (n_i + p_i) \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i=1}^q (n_{i1} + p_{i1}) - D \leq 0 \\
& \vdots \\
& \sum_{i=1}^q (n_{m1} + p_{m1}) - D \leq 0 \\
& w_i^s + n_{ij} - p_{ij} = w_i^j \quad i \in \{1, \dots, q\}, j \in \{1, \dots, m\} \quad [8.2] \\
& \sum_{i=1}^q (n_{i1} + p_{i1}) - D_1 = 0 \\
& \vdots \\
& \sum_{i=1}^q (n_{im} + p_{m1}) - D_1 = 0 \\
& \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^m (n_{ij} + p_{ij}) - Z = 0
\end{aligned}$$

Siendo:

D = Distancia máxima.

w_i^s = Ponderación de cada experto para cada variable.

n_{ij} = Desviaciones negativas a la ponderación agregada.

p_{ij} = Desviaciones positivas a la ponderación agregada.

w_i^j = Ponderación agregada para cada variable.

Z = Suma de las desviaciones.

λ = constante. Según el valor de esta constante el modelo se transforma

Si $\lambda = 0$ es el modelo GPMINMAX.

Si $\lambda = 1$ es el GP ponderado.

Dando valores intermedios a λ se obtienen distintas agregaciones. De esta forma se puede elegir aquella agregación que mejor se adapte a las circunstancias de la valoración.

8.3 ENCUESTA

El diseño de la encuesta debe de ser muy cuidadosa, tanto en el contenido como en la presentación, ya que es importante que cada uno de los expertos que intervenga tenga muy claro el procedimiento a seguir.

La encuesta que se propone (Anexo) debe de tener el siguiente contenido.

- Objetivo de la encuesta
- Justificación de la encuesta
- Metodología propuesta
- Encuesta propiamente dicha.

8.4 MEJORA DE LA CONSISTENCIA DE LAS MATRICES

En todos los casos de utilización de matrices de comparación (incluido el visto en el capítulo anterior de un solo valorador) puede darse la circunstancia que alguna de las matrices planteadas no sea consistente, cuando esto sucede se puede mejorar la consistencia de dos formas.

La primera, como ya se dijo en el capítulo 5, siguiendo a Saaty (1980) consiste en clasificar las actividades mediante un orden simple basado en las ponderaciones obtenidas con la matriz planteada, y desarrollar, teniendo en cuenta el conocimiento de la categorización previa, una segunda matriz de comparación por pares. En general la consistencia debe ser mejor.

La segunda forma de mejorar la consistencia es mediante la aplicación de la programación por metas, planteándose el siguiente modelo de Programación por metas ponderadas en el cual se exige a cada valor de la variable que cumpla las restricciones de semejanza, reciprocidad y consistencia.

$$\text{Min } \sum_l (n_l^{(1)} + p_l^{(1)}) + \sum_s (n_s^{(2)} + p_s^{(2)}) + \sum_t (n_t^{(3)} + p_t^{(3)})$$

s.a.

$$w_{ij} - m_{ij} + n_l^{(1)} - p_l^{(1)} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n(n-1), \quad \text{Semejanza.}$$

$$w_{ij} * w_{ji} + n_s^{(2)} - p_s^{(2)} = 1, \quad s = 1, 2, \dots, n(n-1)/2 \quad \text{Reciprocidad} \quad (7.3)$$

$$w_{ij} * w_{jk} - w_{ik} + n_t^{(3)} - p_t^{(3)} = 0, \quad t = 1, 2, \dots, n(n-1)(n-2) \quad \text{Consistencia}$$

$$L \leq w_{ij} \leq U \quad \forall i, j.$$

Siendo:

w_{ij} = Nueva ponderación.

m_{ij} = Ponderación original.

$n_l^{(1)}$ = Desviaciones negativas

$p_l^{(1)}$ = Desviaciones positivas

El modelo plantea la minimización de las distancias sujeto a tres restricciones:

- La primera es que los elementos de la matriz consistente sean semejantes a los de la matriz original.
- La segunda es que se cumpla la restricción de reciprocidad, o sea que la matriz sea recíproca.
- La tercera es que se cumpla la condición de consistencia, que es el objetivo de la transformación.

Con el fin de aclarar los conceptos de agregación y consistencia vistos en este capítulo vamos a ver dos casos.

En el primero Valoración de deportistas, se parte de un grupo homogéneo de expertos y en el desarrollo del mismo una de las matrices no es consistente.

En el segundo Valoración de un espacio medioambiental, el grupo de expertos no es homogéneo.

8.5 EJEMPLO 1. VALORACIÓN DE DEPORTISTAS

En este apartado se describe el proceso que se siguió para calcular el valor de traspaso de un deportista (futbolista, delantero centro de un equipo de la primera división española) en función de la información del mercado de traspasos de dichos deportistas. En el ejemplo se utilizó el Proceso Analítico Jerárquico, así como la mejora de la consistencia de una matriz y la agregación de preferencias.

Dicha valoración parte de la opinión de distintos expertos en la materia, que definen sus opiniones a través de un cuestionario³⁴. En este cuestionario los expertos primero ponderan la importancia de las variables, dentro de un panel de características o variables explicativas previamente seleccionadas por el decisor. En la segunda parte del cuestionario los expertos ponderan los deportistas comparables y el a valorar en función de las variables fijadas.

Finalmente y a partir de la información volcada por los expertos y de la información del mercado de traspasos pertinente el comité valorador determina el valor buscado del deportista a valorar, utilizando como se ha dicho anteriormente el Proceso Analítico Jerárquico.

La información de la que se parte es la de la Tabla 7.1 en la que se recoge el valor del traspaso reciente de 4 jugadores que ocupan la misma posición en el campo (delantero centro) que el que se pretende valorar.

³⁴ En el Anexo se presenta un cuestionario para la aplicación del Proceso Analítico Jerárquico a la valoración agraria. Dicho cuestionario con pequeñas adaptaciones básicamente de denominación sirve para cualquier tipo de valoración.

JUGADOR	VALOR DE TRASPASO (millones €)
1	45
2	12
3	15
4	9
X	

Tabla 8.1. Valor de traspaso de 4 delanteros centro

Se eligen 6 expertos conocedores del mercado de futbolistas a los que se plantea en un primer contacto la elección de las variables o características de los jugadores que en su opinión mas influyen en su precio o valor.

A la vista de las respuestas anteriores el centro decisor elige como variables explicativas del precio para este tipo de jugador las tres siguientes.

- Variable A. Goles por partido.
- Variable B. N° de años que le quedan en pleno rendimiento (33-edad)
- Variable C. Imagen comercial (capacidad de generar recursos extradeportivos para el club).

Se presentan estas características a los expertos y se les somete a una primera encuesta, cuyo objetivo es determinar la ponderación de las variables explicativas elegidas, mediante la notación de las comparaciones pareadas que aparecen en la Tabla 8.2. Para comparar se utiliza la escala fundamental para comparación por pares.

COMPARACIÓN PAREADA	NOTACIÓN
Goles por partido frente a N° de años que le quedan en pleno rendimiento	
Goles por partido frente a Imagen comercial	
N° de años que le quedan en pleno rendimiento frente a Imagen comercial.	

Tabla 8.2. Encuesta ponderación de variables explicativas

Con las contestaciones a esta encuesta se construye la matriz correspondiente y tras comprobar su consistencia se calcula su vector propio.

Definidas las ponderaciones de las distintas variables explicativas, se pasa a analizar estas.

De las tres variables seleccionadas, dos son cuantitativas y se puede conocer su cuantificación, (Goles por partido y N° de años que le quedan en pleno rendimiento) y la

tercera es cualitativa. De las dos primeras la ponderación se deduce rápidamente mediante la normalización por la suma, para la tercera variable se necesitarán las matrices de comparación pareada de los expertos, para ello se les pasara la encuesta de la Tabla 8.3.

VARIABLE EXPLICATIVA: Imagen comercial	
COMPARACIÓN	NOTACIÓN
JUGADOR 1 frente a JUGADOR 2	
JUGADOR 1 frente a JUGADOR 3	
JUGADOR 1 frente a JUGADOR 4	
JUGADOR 1 frente a JUGADOR X	
JUGADOR 2 frente a JUGADOR 3	
JUGADOR 2 frente a JUGADOR 4	
JUGADOR 2 frente a JUGADOR X	
JUGADOR 3 frente a JUGADOR 4	
JUGADOR 3 frente a JUGADOR X	
JUGADOR 4 frente a JUGADOR X	

Tabla 8.3. Encuesta variable explicativa Imagen comercial

Visto el procedimiento se pasa a presentar las distintas matrices elaboradas a partir de las opiniones de los 6 expertos.

Primero las matrices para ponderar las tres variables explicativas seleccionadas. Tablas 8.4, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8 y 8.9.

EXPERTO N° 1				
Variables explicativas	A	B	C	VECTOR PROPIO
A	1/1	9/1	7/1	0,7928
B		1/1	1/2	0,0760
C			1/1	0,1312
CR = 2,1%				

Tabla 8.4. Experto n° 1. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas.

EXPERTO Nº 2					
Variables explicativas	A	B	C		VECTOR PROPIO
A	1/1	5/1	7/1		0,7396
B		1/1	2/1		0,1666
C			1/1		0,0938
CR = 1,3%					

Tabla 8.5. Experto nº 2. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas

EXPERTO Nº 3					
Variables explicativas	A	B	C		VECTOR PROPIO
A	1/1	9/1	7/1		0,7854
B		1/1	1/2		0,0658
C			1/1		0,1458
CR = 2,1%					

Tabla 8.6. Experto nº 3. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas

EXPERTO Nº 4					
Variables explicativas	A	B	C		VECTOR PROPIO
A	1/1	5/1	3/1		0,6370
B		1/1	1/3		0,1047
C			1/1		0,2583
CR = 3,7%					

Tabla 8.7. Experto nº 4. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas.

EXPERTO N° 5					
Variables explicativas	A	B	C		VECTOR PROPIO
A	1/1	5/1	3/1		0,6370
B		1/1	1/3		0,1047
C			1/1		0,2583
CR = 3,7%					

Tabla 8.8. Experto n° 5. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas

EXPERTO N° 6					
Variables explicativas	A	B	C		VECTOR PROPIO
A	1/1	9/1	7/1		0,7928
B		1/1	1/2		0,0760
C			1/1		0,1320
CR = 2,1%					

Tabla 8.9. Experto n° 6. Matriz de comparaciones pareadas de las variables explicativas

Las seis matrices son consistentes, en todas ellas su CR está por debajo del 5% exigido para las matrices de rango 3.

Pero las comparaciones pareadas no coinciden en todos los casos (salvo la 1 y la 6 y la 4 y la 5) (Tabla 8.10), por lo que hay que calcular un vector propio resultante de la agregación de todos los vectores propios. Se plantea pues el modelo de Programación por metas ponderadas para agregación de preferencias.

	Variables explicativas		
	A	B	C
Experto 1	0,7928	0,0760	0,1312
Experto 2	0,7396	0,1666	0,0938
Experto 3	0,7854	0,0658	0,1488
Experto 4	0,6370	0,1047	0,2583
Experto 5	0,6370	0,1047	0,2583
Experto 6	0,7928	0,0760	0,1312

Tabla 8.10. Tabla resumen de los vectores propios de las matrices de comparaciones pareadas de las variables explicativas

Se plantea el modelo de agregación de preferencias.(7.1)

$$\text{Min} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^m (n_{ij} + p_{ij})$$

s.a.

$$w_i^s + n_{ij} + p_{ij} = w_i^j \quad i \in \{1, \dots, q\}, j \in \{1, \dots, m\}$$

que en este caso, sería.

$$\begin{aligned} \text{Min} & n_{11} + p_{11} + n_{12} + p_{12} + n_{13} + p_{13} + n_{14} + p_{14} + n_{15} + p_{15} + n_{16} + p_{16} + n_{21} + p_{21} + n_{22} + p_{22} + \\ & n_{23} + p_{23} + n_{24} + p_{24} + n_{25} + p_{25} + n_{26} + p_{26} + n_{31} + p_{31} + n_{32} + p_{32} + n_{33} + p_{33} + n_{34} + p_{34} + n_{35} + \\ & p_{35} + n_{36} + p_{36} \end{aligned}$$

s.a

$$w_1 + n_{11} - p_{11} = 0.7928$$

$$w_1 + n_{12} - p_{12} = 0.7396$$

$$w_1 + n_{13} - p_{13} = 0.7854$$

$$w_1 + n_{14} - p_{14} = 0.6370$$

$$w_1 + n_{15} - p_{15} = 0.6370$$

$$w_1 + n_{16} - p_{16} = 0.7928$$

$$w_2 + n_{21} - p_{21} = 0.0760$$

$$w_2 + n_{22} - p_{22} = 0.1666$$

$$w_2 + n_{23} - p_{23} = 0.0658$$

$$w_2 + n_{24} - p_{24} = 0.1047$$

$$w_2 + n_{25} - p_{25} = 0.1047$$

$$w_2 + n_{26} - p_{26} = 0.0760$$

$$w_3 + n_{31} - p_{31} = 0.1312$$

$$w_3 + n_{32} - p_{32} = 0.0938$$

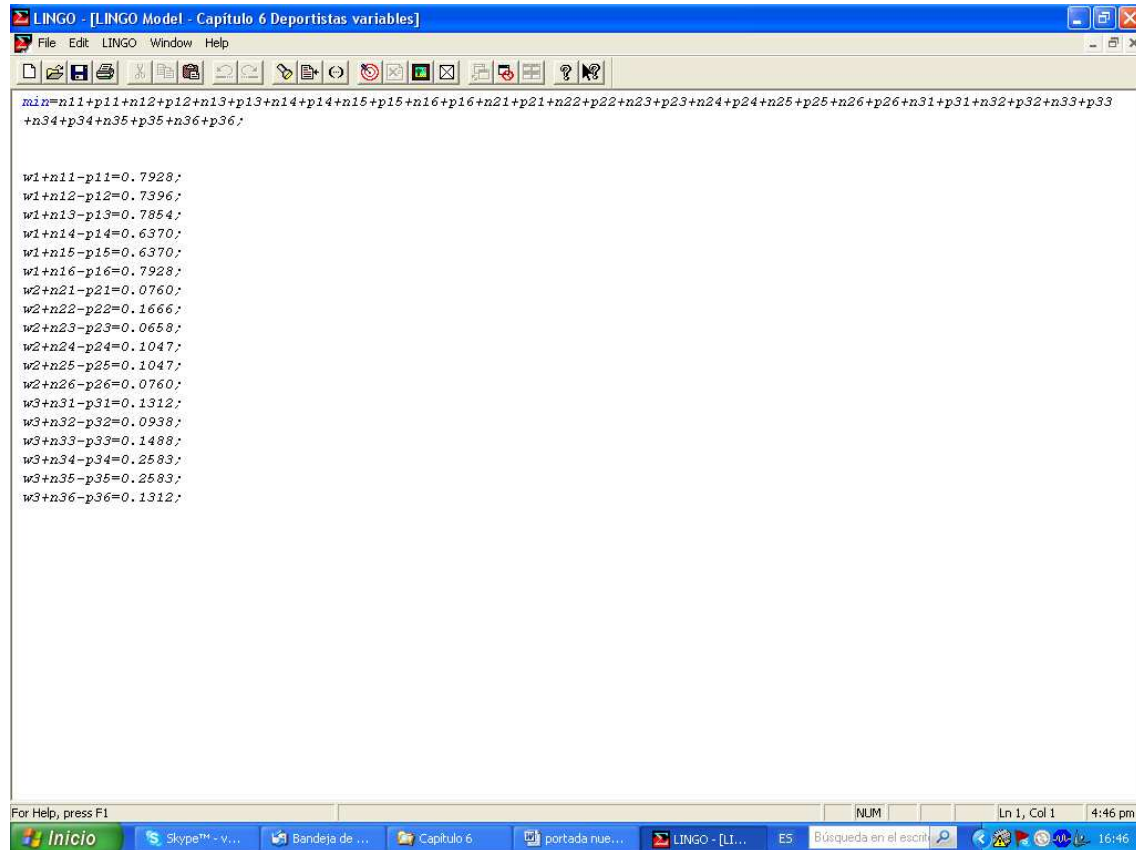
$$w_3 + n_{33} - p_{33} = 0.1488$$

$$w_3 + n_{34} - p_{34} = 0.2583$$

$$w_3 + n_{35} - p_{35} = 0.2583$$

$$w_3 + n_{36} - p_{36} = 0.1312$$

Planteado en LINGO



The screenshot shows the LINGO Model window with the following text:

```

LINGO - [LINGO Model - Capítulo 6 Deportistas variables]
File Edit LINGO Window Help

min=n11+p11+n12+p12+n13+p13+n14+p14+n15+p15+n16+p16+n21+p21+n22+p22+n23+p23+n24+p24+n25+p25+n26+p26+n31+p31+n32+p32+n33+p33
+n34+p34+n35+p35+n36+p36;

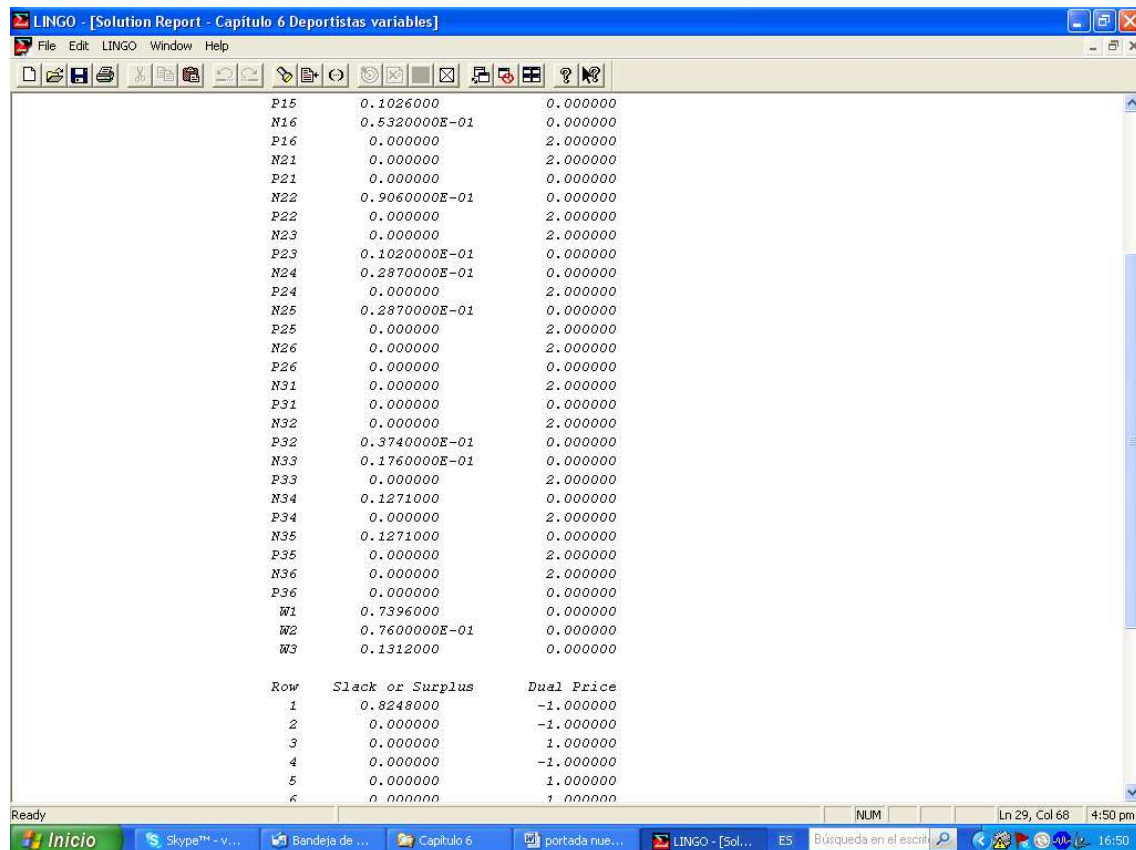
w1+n11-p11=0.7928;
w1+n12-p12=0.7396;
w1+n13-p13=0.7854;
w1+n14-p14=0.6370;
w1+n15-p15=0.6370;
w1+n16-p16=0.7928;
w2+n21-p21=0.0760;
w2+n22-p22=0.1666;
w2+n23-p23=0.0658;
w2+n24-p24=0.1047;
w2+n25-p25=0.1047;
w2+n26-p26=0.0760;
w3+n31-p31=0.1312;
w3+n32-p32=0.0938;
w3+n33-p33=0.1488;
w3+n34-p34=0.2583;
w3+n35-p35=0.2583;
w3+n36-p36=0.1312;
  
```

For Help, press F1

NUM Ln 1, Col 1 4:46 pm

Inicio Skype™ - v... Bandeja de ... Capítulo 6 portada nue... LINGO - [LI... ES Búsqueda en el escrit...

Pantalla 1.



The screenshot shows the LINGO Solution Report window with the following data:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.8248000	-1.000000
2	0.000000	-1.000000
3	0.000000	1.000000
4	0.000000	-1.000000
5	0.000000	1.000000
6	0.000000	1.000000

Ready

NUM Ln 29, Col 68 4:50 pm

Inicio Skype™ - v... Bandeja de ... Capítulo 6 portada nue... LINGO - [Sol... ES Búsqueda en el escrit...

Pantalla 2.

Al resolver el modelo con LINGO el vector propio final resultado de la agregación es el de la tabla 8.11.

Variables Explicativas	Peso
A	0,7396
B	0,0760
C	0,1312

Tabla 8.11. Vector propio agregado de las variables explicativas

Definida ya la ponderación de las variables explicativas, se pasa a la segunda fase que es calcular los vectores propios de los distintos futbolistas para cada variable explicativa.

En este caso de las tres variables explicativas dos son cuantitativas (Goles por partido y el nº de años que le quedan en pleno rendimiento (33-edad)) y pueden cuantificarse y ponderarse con la información que existe en los distintos medios de información deportivos (Tabla 8.12).

JUGADOR	Goles por partido	Ponderación goles por partido	Años de rendimiento	Ponderación años de rendimiento
1	0,81	0,2988	5	0,2000
2	0,28	0,1032	4	0,1600
3	0,42	0,1540	10	0,4000
4	0,57	0,2103	2	0,0800
X	0,63	0,1600	4	0,1600

Tabla 8.12. Cuantificación y ponderación de las variables goles por partido y años que le quedan al jugador de pleno rendimiento

La tercera variable Imagen comercial su ponderación se calcula mediante las respectivas matrices de comparación pareada deducidas de la segunda encuesta planteada a los expertos. Tablas 8.13, 8.14, 8.15, 8.16, 8.17 y 8.18.

Experto nº 1					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	X
1	1/1	9/1	9/1	7/1	3/1
2		1/1	1/3	1/5	1/7
3			1/1	1/2	1/6
4				1/1	1/4
X					1/1
CR = 6,52%					

Tabla 8.13. Experto nº 1 Matriz de comparación pareada de los futbolistas en función de la imagen comercial

Experto nº 2					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	X
1	1/1	9/1	7/1	5/1	5/1
2		1/1	1/5	1/7	1/7
3			1/1	1/3	1/3
4				1/1	1/1
X					1/1
CR = 7,60%					

Tabla 8.14. Experto nº 2 Matriz de comparación pareada de los futbolistas en función de la imagen comercial

Experto nº 3					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	X
1	1/1	9/1	8/1	9/1	5/1
2		1/1	1/3	1/1	1/7
3			1/1	2/1	1/6
4				1/1	1/6
X					1/1
CR = 7,5%					

Tabla 8.15. Experto nº 3 Matriz de comparación pareada de los futbolistas en función de la imagen comercial

Experto nº 4					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	X
1	1/1	9/1	9/1	8/1	7/1
2		1/1	1/1	1/3	1/5
3			1/1	1/3	1/5
4				1/1	1/3
X					1/1
CR = 6,8%					

Tabla 8.16. Experto nº 4. Matriz de comparación pareada de los futbolistas en función de la imagen comercial

Experto nº 5					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	X
1	1/1	9/1	9/1	5/1	5/1
2		1/1	1/1	1/7	1/5
3			1/1	1/7	1/5
4				1/1	1/5
X					1/1
CR = 7,6%					

Tabla 8.17. Experto nº 5 Matriz de comparación pareada de los futbolistas en función de la imagen comercial

Experto nº 6					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	X
1	1/1	9/1	7/1	8/1	8/1
2		1/1	1/6	1/7	1/7
3			1/1	1/3	1/3
4				1/1	1/1
X					1/1
CR = 13,89%					

Tabla 8.18. Experto nº 6 Matriz de comparación pareada de los futbolistas en función de la imagen comercial

Todas las matrices, salvo la planteada por el Experto nº 6 son consistentes (CR < 10%, consistencia máxima para matrices de rango 5).

La matriz del experto nº 6 tiene que mejorar su consistencia para poder ser utilizada. Se plantea el modelo (7.3).

$$\text{Min} \sum_{l=1}^{20} (n_l^{(1)} + p_l^{(1)}) + \sum_{s=1}^{10} (n_s^{(2)} + p_s^{(2)}) + \sum_{t=1}^{60} (n_t^{(3)} + p_t^{(3)})$$

s.a.

$$w_{ij} - m_{ij} + n_l^{(1)} - p_l^{(1)} = 0 \quad l \in \{1, \dots, 20\} \text{ Condición de semejanza}$$

$$w_{ij} * w_{jk} - w_{ik} + n_t^{(3)} - p_t^{(3)} = 0 \quad t \in \{1, \dots, 60\} \text{ Condición de consistencia}$$

$$w_{ij} * w_{ji} + n_s^{(2)} - p_s^{(2)} = 1 \quad s \in \{1, \dots, 10\} \text{ Condición de reciprocidad}$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{ij} \leq 9 \quad \text{para } \forall i, j$$

Que en este caso, sería

$$\begin{aligned}
Min = & n_{11} + p_{11} + n_{21} + p_{21} + n_{31} + p_{31} + n_{41} + p_{41} + n_{51} + p_{51} + n_{61} + p_{61} + n_{71} + p_{71} + \\
& n_{81} + p_{81} + n_{91} + p_{91} + n_{101} + p_{101} + n_{111} + p_{111} + n_{121} + p_{121} + n_{131} + p_{131} + n_{141} + p_{141} + \\
& n_{151} + p_{151} + n_{161} + p_{161} + n_{171} + p_{171} + n_{181} + p_{181} + n_{191} + p_{191} + n_{201} + p_{201} + n_{12} + p_{12} + \\
& n_{22} + p_{22} + n_{32} + p_{32} + n_{42} + p_{42} + n_{52} + p_{52} + n_{62} + p_{62} + n_{72} + p_{72} + n_{82} + p_{82} + n_{92} + \\
& p_{92} + n_{102} + p_{102} + n_{13} + p_{13} + n_{23} + p_{23} + n_{33} + p_{33} + n_{43} + p_{43} + n_{53} + p_{53} + n_{63} + p_{63} + \\
& n_{73} + p_{73} + n_{83} + p_{83} + n_{93} + p_{93} + n_{103} + p_{103} + n_{113} + p_{113} + n_{123} + p_{123} + n_{133} + p_{133} + \\
& n_{143} + p_{143} + n_{153} + p_{153} + n_{163} + p_{163} + n_{173} + p_{173} + n_{183} + p_{183} + n_{193} + p_{193} + n_{203} + p_{203} \\
& + n_{213} + p_{213} + n_{223} + p_{223} + n_{233} + p_{233} + n_{243} + p_{243} + n_{253} + p_{253} + n_{263} + p_{263} + n_{273} + \\
& p_{273} + n_{283} + p_{283} + n_{293} + p_{293} + n_{303} + p_{303} + n_{313} + p_{313} + n_{323} + p_{323} + n_{333} + p_{333} + \\
& n_{343} + p_{343} + n_{353} + p_{353} + n_{363} + p_{363} + n_{373} + p_{373} + n_{383} + p_{383} + n_{393} + p_{393} + n_{403} + \\
& p_{403} + n_{413} + p_{413} + n_{423} + p_{423} + n_{433} + p_{433} + n_{443} + p_{443} + n_{453} + p_{453} + n_{463} + p_{463} + \\
& n_{473} + p_{473} + n_{483} + p_{483} + n_{493} + p_{493} + n_{503} + p_{503} + n_{513} + p_{513} + n_{523} + p_{523} + n_{533} + \\
& p_{533} + n_{543} + p_{543} + n_{553} + p_{553} + n_{563} + p_{563} + n_{573} + p_{573} + n_{583} + p_{583} + n_{593} + p_{593} + \\
& n_{603} + p_{603};
\end{aligned}$$

s.a.

Condición de semejanza

$$w_{12} - 9 + n_{11} - p_{11} = 0;$$

$$w_{13} - 7 + n_{21} - p_{21} = 0;$$

$\vdots$

$$w_{53} - 3 + n_{191} - p_{191} = 0;$$

$$w_{54} - 1 + n_{201} - p_{201} = 0;$$

Condición de consistencia

$$w_{12} * w_{21} + n_{12} - p_{12} = 1;$$

$$w_{13} * w_{31} + n_{22} - p_{22} = 1;$$

$\vdots$

$$w_{34} * w_{43} + n_{82} - p_{82} = 1;$$

$$w_{35} * w_{53} + n_{92} - p_{92} = 1;$$

Condición de reciprocidad

$$w_{13} * w_{32} - w_{12} + n_{13} - p_{13} = 0;$$

$$w_{14} * w_{42} - w_{12} + n_{23} - p_{23} = 0;$$

$$w_{15} * w_{52} - w_{12} + n_{33} - p_{33} = 0;$$

$$w_{12} * w_{23} - w_{13} + n_{43} - p_{43} = 0;$$

$\vdots$

$$w_{23} * w_{31} - w_{21} + n_{133} - p_{133} = 0;$$

$$w_{24} * w_{41} - w_{21} + n_{143} - p_{143} = 0;$$

$\vdots$

$$w_{32} * w_{21} - w_{31} + n_{253} - p_{253} = 0;$$

$$w_{34} * w_{41} - w_{31} + n_{263} - p_{263} = 0;$$

$\vdots$

$$w_{43} * w_{21} - w_{41} + n_{373} - p_{373} = 0;$$

$$w_{44} * w_{31} - w_{41} + n_{383} - p_{383} = 0;$$

$\vdots$

$$w_{52} * w_{21} - w_{51} + n_{493} - p_{493} = 0;$$

$$w_{53} * w_{31} - w_{51} + n_{503} - p_{503} = 0;$$

$\vdots$

$$w_{53} * w_{34} - w_{54} + n_{603} - p_{603} = 0;$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{11} \leq 9;$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{12} \leq 9;$$

⋮

$$\frac{1}{9} \leq w_{21} \leq 9;$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{22} \leq 9;$$

⋮

$$\frac{1}{9} \leq w_{31} \leq 9;$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{32} \leq 9;$$

⋮

$$\frac{1}{9} \leq w_{41} \leq 9;$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{42} \leq 9;$$

⋮

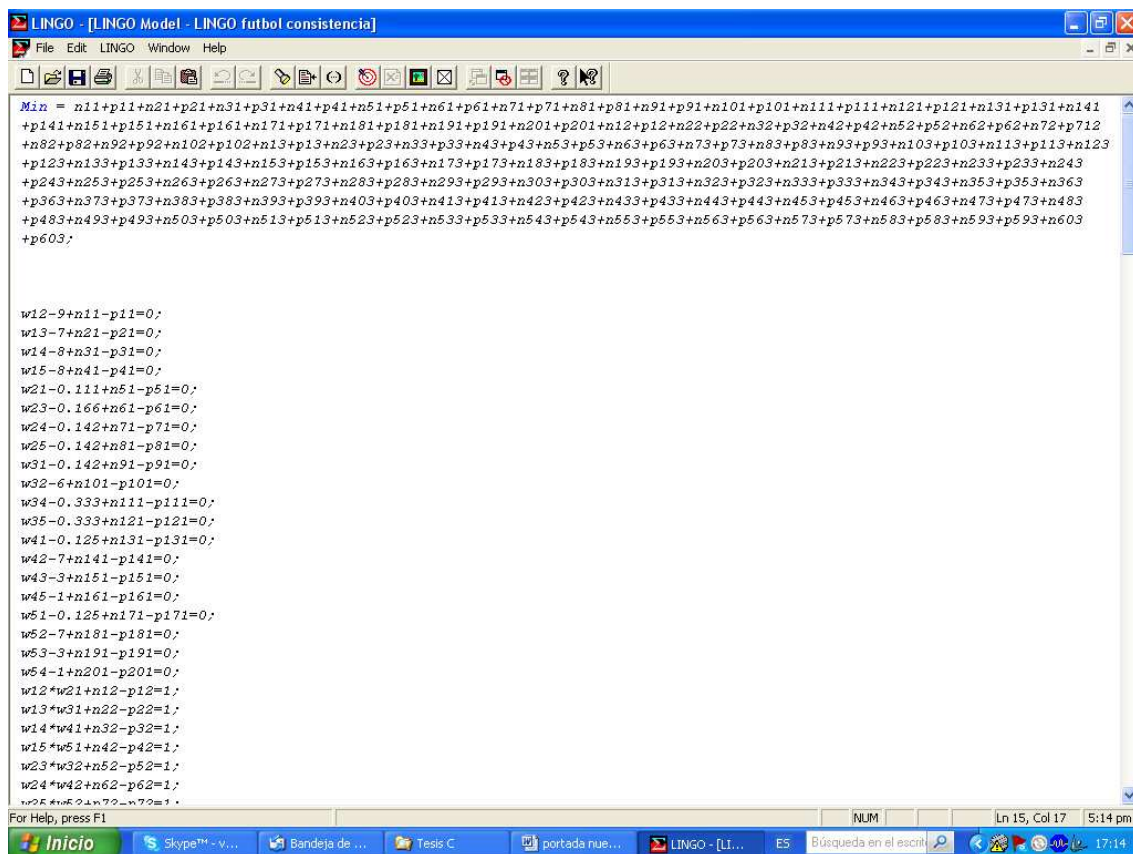
$$\frac{1}{9} \leq w_{51} \leq 9;$$

$$\frac{1}{9} \leq w_{52} \leq 9;$$

⋮

$$\frac{1}{9} \leq w_{55} \leq 9;$$

Resolviendo este modelo con LINGO obtenemos los valores de los distintos w_{ij} que permiten construir una matriz consistente Pantallas de LINGO y Tabla 8.20.



Pantalla 3.

LINGO - [Solution Report - LINGO futbol consistencia]

File Edit LINGO Window Help

P563	0.000000	0.000000
N573	0.000000	2.000000
P573	0.000000	0.000000
N583	0.000000	2.000000
P583	0.000000	0.000000
N593	0.000000	2.000000
P593	0.000000	0.000000
N603	0.000000	2.000000
P603	0.000000	0.000000
W12	9.000000	0.000000
W13	3.857143	0.000000
W14	1.285714	0.000000
W15	1.285714	0.000000
W21	0.111111	0.000000
W23	0.428571	0.000000
W24	0.142857	0.000000
W25	0.142857	0.000000
W31	0.259259	0.000000
W32	2.333333	0.000000
W34	0.333333	0.000000
W35	0.333333	0.000000
W41	0.777778	0.000000
W42	7.000000	0.000000
W43	3.000000	0.000000
W45	1.000000	0.000000
W51	0.777778	0.000000
W52	7.000000	0.000000
W53	3.000000	0.000000
W54	1.000000	0.000000
P72	0.000000	1.000000
W44	1.000000	0.000000
W11	0.110000	0.000000
W22	0.110000	0.000000
W33	0.110000	0.000000
W55	0.110000	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000

For Help, press F1

NUM Ln 1, Col 1 5:15 pm

Pantalla 4.

Experto nº 6					
VARIABLE EXPLICATIVA: IMAGEN COMERCIAL					
JUGADORES	1	2	3	4	5
1	1/1	9	7	2.33	2.33
2		1/1	0,777	0,259	0,259
3			1/1	1/3	1/3
4				1/1	1/1
5					1/1
CR = 0,00%					

Tabla 8.20. Matriz de comparaciones pareadas del experto nº 6 con consistencia corregida

Con todas las matrices ya consistentes se calculan los vectores propios correspondientes, que son los que aparecen en la Tabla 8.21

VECTORES PROPIOS EN FUNCION DE LA IMAGEN COMERCIAL						
	Expertos					
Jugadores	1	2	3	4	5	6
1	0,5411	0,5649	0,5944	0,6424	0,5667	0,4734
2	0,0322	0,0289	0,0390	0,0419	0,0365	0,0526
3	0,0586	0,0773	0,0734	0,0419	0,0365	0,0677
4	0,0988	0,1644	0,0424	0,0913	0,2324	0,2032
5	0,2692	0,1644	0,2509	0,1825	0,1280	0,2032

Tabla 8.21. Vectores propios de las matrices de comparación pareada para la variable explicativa Imagen comercial

Como las ponderaciones de los distintos expertos varía se realiza la agregación de las mismas utilizando la programación por metas como en el caso de las matrices de las variables explicativas.

Se plantea el modelo ya conocido (7.1).

$$\text{Min} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^6 (n_{ij} + p_{ij})$$

s.a.

$$w_{ij} - a_{ij} + n_{ij} - p_{ij} = 0 \quad i \in \{1, \dots, 5\}, j \in \{1, \dots, 6\}$$

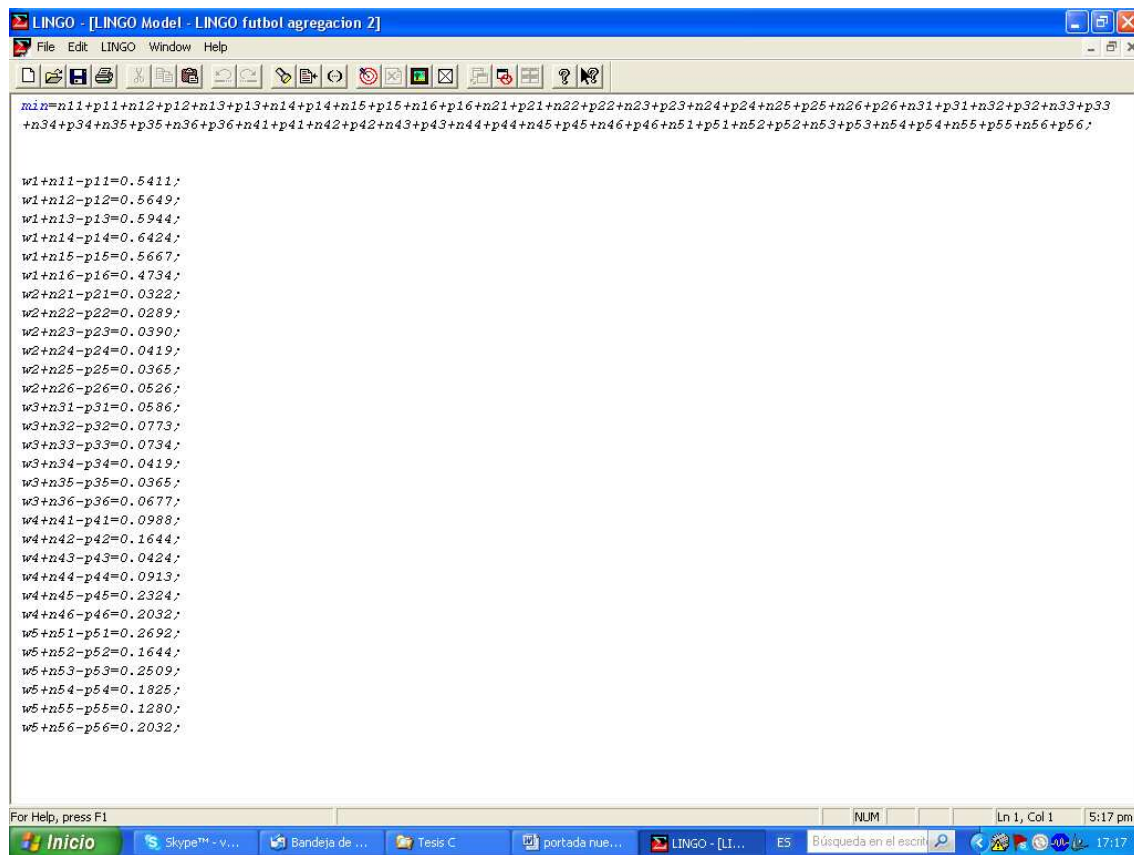
que en este caso, sería.

$$\begin{aligned}
Min = & n_{11} + p_{11} + n_{12} + p_{12} + n_{13} + p_{13} + n_{14} + p_{14} + n_{15} + p_{15} + n_{16} + p_{16} + n_{21} + p_{21} + n_{22} + p_{22} + \\
& n_{23} + p_{23} + n_{24} + p_{24} + n_{25} + p_{25} + n_{26} + p_{26} + n_{31} + p_{31} + n_{32} + p_{32} + n_{33} + p_{33} + n_{34} + p_{34} + n_{35} + \\
& p_{35} + n_{36} + p_{36} + n_{41} + p_{41} + n_{42} + p_{42} + n_{43} + p_{43} + n_{44} + p_{44} + n_{45} + p_{45} + n_{46} + p_{46} + n_{51} + p_{51} + \\
& n_{52} + p_{52} + n_{53} + p_{53} + n_{54} + p_{54} + n_{55} + n_{61} + p_{61} + n_{62} + p_{62} + n_{63} + p_{63} + n_{64} + p_{64} + n_{65} + \\
& p_{65} + n_{66} + p_{66}
\end{aligned}$$

s.a.

$$\begin{aligned}
w_1 + n_{11} - p_{11} &= 0,5411; \\
w_1 + n_{12} - p_{12} &= 0,5649; \\
w_1 + n_{13} - p_{13} &= 0,5944; \\
w_1 + n_{14} - p_{14} &= 0,6424; \\
w_1 + n_{15} - p_{15} &= 0,5667; \\
w_1 + n_{16} - p_{16} &= 0,4734; \\
w_2 + n_{21} - p_{21} &= 0,0322; \\
w_2 + n_{22} - p_{22} &= 0,0289; \\
w_2 + n_{23} - p_{23} &= 0,0390; \\
w_2 + n_{24} - p_{24} &= 0,0419; \\
w_2 + n_{25} - p_{25} &= 0,0365; \\
w_2 + n_{26} - p_{26} &= 0,0526; \\
w_3 + n_{31} - p_{31} &= 0,0586; \\
w_3 + n_{32} - p_{32} &= 0,0773; \\
w_3 + n_{33} - p_{33} &= 0,0734; \\
w_3 + n_{34} - p_{34} &= 0,0419; \\
w_3 + n_{35} - p_{35} &= 0,0365; \\
w_3 + n_{36} - p_{36} &= 0,0677; \\
w_4 + n_{41} - p_{431} &= 0,0988; \\
w_4 + n_{42} - p_{42} &= 0,1644; \\
w_4 + n_{43} - p_{43} &= 0,0424; \\
w_4 + n_{44} - p_{44} &= 0,0913; \\
w_4 + n_{45} - p_{45} &= 0,2324; \\
w_4 + n_{46} - p_{46} &= 0,2032; \\
w_5 + n_{51} - p_{51} &= 0,2692; \\
w_5 + n_{52} - p_{52} &= 0,1644; \\
w_5 + n_{53} - p_{53} &= 0,2509; \\
w_5 + n_{54} - p_{54} &= 0,1825; \\
w_5 + n_{55} - p_{55} &= 0,1280; \\
w_5 + n_{56} - p_{56} &= 0,2032;
\end{aligned}$$

Planteando con LINGO y resolviendo.



```

LINGO - [LINGO Model - LINGO futbol agregacion 2]
File Edit LINGO Window Help

min=n11+p11+n12+p12+n13+p13+n14+p14+n15+p15+n16+p16+n21+p21+n22+p22+n23+p23+n24+p24+n25+p25+n26+p26+n31+p31+n32+p32+n33+p33
+n34+p34+n35+p35+n36+p36+n41+p41+n42+p42+n43+p43+n44+p44+n45+p45+n46+p46+n51+p51+n52+p52+n53+p53+n54+p54+n55+p55+n56+p56;

w1+n11-p11=0.5411;
w1+n12-p12=0.5649;
w1+n13-p13=0.5944;
w1+n14-p14=0.6424;
w1+n15-p15=0.5667;
w1+n16-p16=0.4734;
w2+n21-p21=0.0322;
w2+n22-p22=0.0289;
w2+n23-p23=0.0390;
w2+n24-p24=0.0419;
w2+n25-p25=0.0365;
w2+n26-p26=0.0526;
w3+n31-p31=0.0586;
w3+n32-p32=0.0773;
w3+n33-p33=0.0734;
w3+n34-p34=0.0419;
w3+n35-p35=0.0365;
w3+n36-p36=0.0677;
w4+n41-p41=0.0988;
w4+n42-p42=0.1644;
w4+n43-p43=0.0424;
w4+n44-p44=0.0913;
w4+n45-p45=0.2324;
w4+n46-p46=0.2032;
w5+n51-p51=0.2692;
w5+n52-p52=0.1644;
w5+n53-p53=0.2509;
w5+n54-p54=0.1825;
w5+n55-p55=0.1280;
w5+n56-p56=0.2032;

```

Pantalla 5

For Help, press F1

Variable	Value	Dual Price
P45	0.000000	2.000000
N46	0.1044000	0.000000
P46	0.000000	2.000000
N51	0.8670000E-01	0.000000
P51	0.000000	2.000000
N52	0.000000	2.000000
P52	0.1810000E-01	0.000000
N53	0.6840000E-01	0.000000
P53	0.000000	2.000000
N54	0.000000	2.000000
P54	0.000000	0.000000
N55	0.000000	2.000000
P55	0.5450000E-01	0.000000
N56	0.2070000E-01	0.000000
P56	0.000000	2.000000
W1	0.5649000	0.000000
W2	0.3650000E-01	0.000000
W3	0.5860000E-01	0.000000
W4	0.9880000E-01	0.000000
W5	0.1825000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.9573000	-1.000000
2	0.000000	1.000000
3	0.000000	1.000000
4	0.000000	-1.000000
5	0.000000	-1.000000
6	0.000000	-1.000000
7	0.000000	1.000000
8	0.000000	1.000000
9	0.000000	1.000000
10	0.000000	-1.000000
11	0.000000	-1.000000
12	0.000000	1.000000
13	0.000000	-1.000000
14	0.000000	1.000000
15	0.000000	-1.000000
16	0.000000	-1.000000

NUM Ln 1, Col 1 5:17 pm

Pantalla 6

Los pesos agregados son

0,5649
0,0365
0,0586
0,0988
0,1825

Después de este proceso se tiene el vector propio agregado de todos los jugadores en función de la variable cualitativa Imagen comercial y con ello se completa el cálculo de todos los vectores propios de los jugadores con respecto a las tres variables explicativas (Tabla 8.22).

JUGADOR	Ponderación goles partido	Ponderación años rendimiento	Ponderación Imagen comercial
A	0.2988	0,2000	0,5649
B	0.1032	0,1600	0,0365
C	0.1540	0,4000	0,0586
D	0.2103	0,0800	0,0988
X	0.2324	0,1600	0,1825

Tabla 8.22. Vectores propios de los jugadores en función de las tres variables explicativas

El producto de la matriz formada por los vectores propios de los jugadores con respecto a cada variable explicativa por el vector propio de las variables explicativas, dará la ponderación de los jugadores en función de todas las variables y su peso o ponderación. Tabla 8.23

Vectores propios jugadores			Ponderación variables	Ponderación jugadores
0,2988	0,2000	0,5649	0,7396	0,3103
0,1032	0,1600	0,0365	0,0760	0,0933
0,1540	0,4000	0,0586	0,1312	0,1520
0,2103	0,0800	0,0988		0,1746
0,2324	0,1600	0,1825		0,2080

Tabla 8.23. Producto de matrices para obtener la ponderación de los jugadores en función de todas las variables explicativas y de su peso o ponderación

Conocidas las ponderaciones de los jugadores testigo y el valor de su traspaso, se obtiene el ratio valor traspaso / ponderación. Tabla 8.24.

JUGADOR	PONDERACION		VALOR (millones €)	
1	0,3103		45	
2	0,0933		12	
3	0,1520		15	
4	0,1746		9	RATIO
SUMA	0,7302		81	110,9361

Tabla 8.24. Ratio valor traspaso / Ponderación

El producto del ratio obtenido por la ponderación del jugador X nos dará el valor buscado.

$$\text{VALOR X} = 110,9 * 0,2080 = 23,7_1 \text{ €}$$

8.6. EJEMPLO 2. APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN POR METAS EXTENDIDA A LA VALORACIÓN DE UN ESPACIO MEDIOAMBIENTAL³⁵

Para la realización de la valoración del Parque Cinegético Experimental del “Hosquillo”, se encuestó al siguiente colectivo.

- 3 Biólogos.
- 3 Ingenieros de Montes.
- 3 Agrónomos.
- 3 Visitantes.
- 3 Ecologistas del Grupo Ecologistas en Acción (Cuenca).
- 3 Cazadores pertenecientes a cotos de caza incluidos en la Reserva Nacional de Caza “Serranía de Cuenca”.

Con las respuestas obtenidas se construyeron las matrices de comparación pareada, se verificó su consistencia y se calcularon sus **vectores propios** (Tabla 8. 25)

³⁵ Como ejemplo de la utilización del GP extendido se presenta parte de un trabajo consistente en la valoración del Parque Natural del Hosquillo en Cuenca (España).

	VALORES ³⁶					
Expertos	VUD	VUI	VO/O	VE	VL	Ratio Consistencia
1.Biólogo	0,0746	0,1537	0,0842	0,2541	0,4330	7,18%
2.Biólogo	0,0657	0,1417	0,0959	0,2758	0,4207	7,72%
3.Biólogo	0,2306	0,0655	0,1195	0,4924	0,0918	9,76%
4.Ingeniero Montes	0,1036	0,0556	0,4410	0,0887	0,3109	8,43%
5.Ingeniero Montes	0,0791	0,0504	0,1447	0,4431	0,2824	8,16%
6.Ingeniero Montes	0,1292	0,0689	0,0547	0,2699	0,4770	8,40%
7.Agrónomo	0,0513	0,0820	0,1645	0,3597	0,3423	4,86%
8.Agrónomo	0,4176	0,0572	0,0995	0,2911	0,1344	3,06%
9.Agrónomo	0,4334	0,2256	0,0991	0,1605	0,0812	6,73%
10.Visitante	0,0415	0,0896	0,1547	0,2887	0,4252	7,85%
11.Visitante	0,0827	0,0836	0,0920	0,2683	0,4731	18,23%
12.Visitante	0,0602	0,1423	0,1183	0,2607	0,4182	9,57%
13.Ecologista	0,0494	0,1547	0,1084	0,3345	0,3527	13,85%
14.Ecologista	0,0477	0,1608	0,1141	0,2534	0,4237	6,93%
15.Ecologista	0,0534	0,1450	0,1058	0,2486	0,4470	6,26%
16.Cazador	0,4000	0,0585	0,0960	0,2898	0,1554	7,00%
17.Cazador	0,4186	0,0486	0,1119	0,2562	0,1645	3,88%
18.Cazador	0,3884	0,0710	0,0868	0,2781	0,1754	5,25%

Tabla 8.25 . Vectores propios y consistencia.

³⁶ Los valores se refieren a los comúnmente aceptados en este tipo de valoraciones, Valor de uso directo (VUD), Valor de uso indirecto (VUI), Valor de opción/cuasiopción (VO/O), Valor de existencia (VE), Valor de legado o herencia (VL)

Todas las matrices, excepto las planteadas por los expertos número 11 y 13, pertenecientes a un visitante y a un ecologista, son consistentes, ($CR < 10\%$, consistencia máxima para matrices de rango 5). Se eliminan las dos matrices inconsistentes, quedándonos únicamente con las restantes 16 matrices que si son consistentes.

Dentro de cada uno de los 6 grupos, realizamos la agregación de las preferencias por medio de la media geométrica³⁷ (Saaty, 1980 ;Moreno-Jiménez 2002). Tabla 26.

Preferencia agregada	VUD	VUI	VO/O	VE	VF
D1.Biólogos	0,1042	0,1126	0,0988	0,3256	0,2557
D2.I Montes	0,1019	0,0578	0,1517	0,2197	0,3473
D3.Agrónomos	0,2102	0,1019	0,1175	0,2561	0,1552
D4.Visitantes	0,0505	0,1527	0,1099	0,2510	0,4352
D5.Ecologistas	0,0500	0,1129	0,1353	0,2743	0,4217
D6.Cazadores	0,4021	0,0587	0,0977	0,2743	0,1649

Tabla 26. Preferencias agregadas

Como se observa la percepción del valor es variable en función del grupo considerado. Podríamos mediante una nueva agregación llegar a una solución agregada de todos los participantes, pero en estos casos es más interesante poder observar como varía el valor en función de las distintas sensibilidades y para ello planteamos el modelo de Programación por metas extendido (Linares y Romero, 2002).

$\min = (1 - \lambda) * D + \lambda * (n_{11} + p_{11} + n_{12} + p_{12} + n_{13} + p_{13} + n_{14} + p_{14} + n_{15} + p_{15} + n_{16} + p_{16} + n_{21} + p_{21} + n_{22} + p_{22} + n_{23} + p_{23} + n_{24} + p_{24} + n_{25} + p_{25} + n_{26} + p_{26} + n_{31} + p_{31} + n_{32} + p_{32} + n_{33} + p_{33} + n_{34} + p_{34} + n_{35} + p_{35} + n_{36} + p_{36} + n_{41} + p_{41} + n_{42} + p_{42} + n_{43} + p_{43} + n_{44} + p_{44} + n_{45} + p_{45} + n_{46} + p_{46} + n_{51} + p_{51} + n_{52} + p_{52} + n_{53} + p_{53} + n_{54} + p_{54} + n_{55} + p_{55} + n_{56} + p_{56});$

$(n_{11} + p_{11}) - D \leq 0;$
 $(n_{12} + p_{12}) - D \leq 0;$
 $(n_{13} + p_{13}) - D \leq 0;$
 $(n_{14} + p_{14}) - D \leq 0;$
 $(n_{15} + p_{15}) - D \leq 0;$
 $(n_{16} + p_{16}) - D \leq 0;$
 $(n_{21} + p_{21}) - D \leq 0;$
 $(n_{22} + p_{22}) - D \leq 0;$
 $(n_{23} + p_{23}) - D \leq 0;$
 $(n_{24} + p_{24}) - D \leq 0;$
 $(n_{25} + p_{25}) - D \leq 0;$

³⁷ La agregación por la media geométrica es una de las formas de agregación propuestas por diversos autores. Otra forma es, como ya se ha dicho en este trabajo, mediante la Programación por metas.

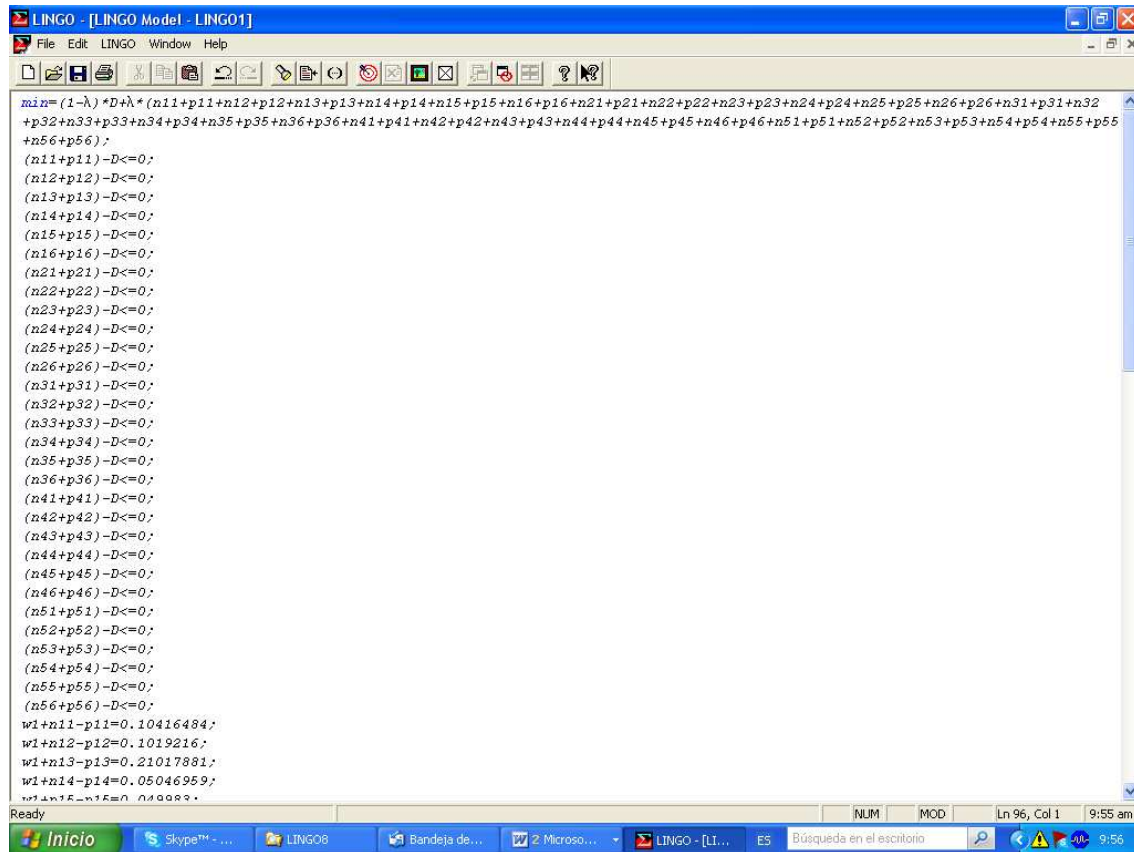
$(n_{26}+p_{26})-D \leq 0;$
 $(n_{31}+p_{31})-D \leq 0;$
 $(n_{32}+p_{32})-D \leq 0;$
 $(n_{33}+p_{33})-D \leq 0;$
 $(n_{34}+p_{34})-D \leq 0;$
 $(n_{35}+p_{35})-D \leq 0;$
 $(n_{36}+p_{36})-D \leq 0;$
 $(n_{41}+p_{41})-D \leq 0;$
 $(n_{42}+p_{42})-D \leq 0;$
 $(n_{43}+p_{43})-D \leq 0;$
 $(n_{44}+p_{44})-D \leq 0;$
 $(n_{45}+p_{45})-D \leq 0;$
 $(n_{46}+p_{46})-D \leq 0;$
 $(n_{51}+p_{51})-D \leq 0;$
 $(n_{52}+p_{52})-D \leq 0;$
 $(n_{53}+p_{53})-D \leq 0;$
 $(n_{54}+p_{54})-D \leq 0;$
 $(n_{55}+p_{55})-D \leq 0;$
 $(n_{56}+p_{56})-D \leq 0;$

$w_1+n_{11}-p_{11}=0.10416484;$
 $w_1+n_{12}-p_{12}=0.1019216;$
 $w_1+n_{13}-p_{13}=0.21017881;$
 $w_1+n_{14}-p_{14}=0.05046959;$
 $w_1+n_{15}-p_{15}=0.049983;$
 $w_1+n_{16}-p_{16}=0.40214204;$
 $w_2+n_{21}-p_{21}=0.112571471;$
 $w_2+n_{22}-p_{22}=0.057797384;$
 $w_2+n_{23}-p_{23}=0.101902067;$
 $w_2+n_{24}-p_{24}=0.152695776;$
 $w_2+n_{25}-p_{25}=0.112916252;$
 $w_2+n_{26}-p_{26}=0.058661094;$
 $w_3+n_{31}-p_{31}=0.098817274;$
 $w_3+n_{32}-p_{32}=0.151692747;$
 $w_3+n_{33}-p_{33}=0.117495404;$
 $w_3+n_{34}-p_{34}=0.109871652;$
 $w_3+n_{35}-p_{35}=0.135281226;$
 $w_3+n_{36}-p_{36}=0.097695302;$
 $w_4+n_{41}-p_{41}=0.32556596;$
 $w_4+n_{42}-p_{42}=0.21972329;$
 $w_4+n_{43}-p_{43}=0.25614501;$
 $w_4+n_{44}-p_{44}=0.25098853;$
 $w_4+n_{45}-p_{45}=0.27434302;$
 $w_4+n_{46}-p_{46}=0.27434234;$
 $w_5+n_{51}-p_{51}=0.255721767;$
 $w_5+n_{52}-p_{52}=0.347270531;$
 $w_5+n_{53}-p_{53}=0.155162725;$
 $w_5+n_{54}-p_{54}=0.435194095;$
 $w_5+n_{55}-p_{55}=0.421685475;$
 $w_5+n_{56}-p_{56}=0.164898043;$

$$n_{11}+p_{11}+n_{12}+p_{12}+n_{13}+p_{13}+n_{14}+p_{14}+n_{15}+p_{15}+n_{16}+p_{16}+n_{21}+p_{21}+n_{22}+p_{22}+n_{23}+p_{23}+n_{24}+p_{24}+n_{25}+p_{25}+n_{26}+p_{26}+n_{31}+p_{31}+n_{32}+p_{32}+n_{33}+p_{33}+n_{34}+p_{34}+n_{35}+p_{35}+n_{36}+p_{36}+n_{41}+p_{41}+n_{42}+p_{42}+n_{43}+p_{43}+n_{44}+p_{44}+n_{45}+p_{45}+n_{46}+p_{46}+n_{51}+p_{51}+n_{52}+p_{52}+n_{53}+p_{53}+n_{54}+p_{54}+n_{55}+p_{55}+n_{56}+p_{56}-Z=0;$$

$$\begin{aligned}(n_{11}+p_{11})-D_1 &= 0; \\ (n_{12}+p_{12})-D_2 &= 0; \\ (n_{13}+p_{13})-D_3 &= 0; \\ (n_{14}+p_{14})-D_4 &= 0; \\ (n_{15}+p_{15})-D_5 &= 0; \\ (n_{16}+p_{16})-D_6 &= 0; \\ (n_{21}+p_{21})-D_1 &= 0; \\ (n_{22}+p_{22})-D_2 &= 0; \\ (n_{23}+p_{23})-D_3 &= 0; \\ (n_{24}+p_{24})-D_4 &= 0; \\ (n_{25}+p_{25})-D_5 &= 0; \\ (n_{26}+p_{26})-D_6 &= 0; \\ (n_{31}+p_{31})-D_1 &= 0; \\ (n_{32}+p_{32})-D_2 &= 0; \\ (n_{33}+p_{33})-D_3 &= 0; \\ (n_{34}+p_{34})-D_4 &= 0; \\ (n_{35}+p_{35})-D_5 &= 0; \\ (n_{36}+p_{36})-D_6 &= 0; \\ (n_{41}+p_{41})-D_1 &= 0; \\ (n_{42}+p_{42})-D_2 &= 0; \\ (n_{43}+p_{43})-D_3 &= 0; \\ (n_{44}+p_{44})-D_4 &= 0; \\ (n_{45}+p_{45})-D_5 &= 0; \\ (n_{46}+p_{46})-D_6 &= 0; \\ (n_{51}+p_{51})-D_1 &= 0; \\ (n_{52}+p_{52})-D_2 &= 0; \\ (n_{53}+p_{53})-D_3 &= 0; \\ (n_{54}+p_{54})-D_4 &= 0; \\ (n_{55}+p_{55})-D_5 &= 0; \\ (n_{56}+p_{56})-D_6 &= 0;\end{aligned}$$

Planteado en LINGO.



Pantalla 7

Resolviendo dando valores a λ se obtiene la Tabla 27.

λ	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	Z	D	$D1$	$D2$	$D3$	$D4$	$D5$	$D6$
0	0.2261	0.00	0.0135	0.1522	0.2591	4.9217	0.1761	0.1761	0.1761	0.1040	0.1761	0.1761	0.1761
0,1	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,2	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,3	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,4	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,5	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,6	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,7	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,8	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
0,9	0.1601	0.0567	0.0936	0.2697	0.3116	3.7311	0.2421	0.0559	0.0581	0.1565	0.1101	0.1236	0.2421
1	0.1463	0.0429	0.1073	0.2559	0.3254	3.7311	0.2559	0.0697	0.0444	0.1702	0.0963	0.1098	0.2559

Tabla 27. Ponderaciones agregadas con GP extendida, para distintos valores de λ .

La mejor solución global son las definidas por $\lambda(0,1-1)$ ya que la distancia total es la menor ($Z=3,7311$). Dentro de dichas soluciones se incluye la GP ponderada ($\lambda=1$).

Si elegimos la solución $\lambda=1$, Estamos inclinándonos por la opinión de los Ingenieros de Montes, los Visitantes y los Ecologistas.

W1	W2	W3	W4	W5
0,1463	0,0429	0,1073	0,2559	0,3254

Tabla 28. Solución para $\lambda=1$.

Si elegimos la solución $0,1 < \lambda < 0,9$, nos inclinamos por la opinión de los Biólogos

W1	W2	W3	W4	W5
0,2261	0,00	0,0135	0,1522	0,2591

Tabla 29. Solución para $0,1 < \lambda < 0,9$.

Por último la solución $\lambda=0$ es la peor globalmente (mayor distancia $Z= 4,9217$) y en ella se favorece la opinión de los Agrónomos y Cazadores.

W1	W2	W3	W4	W5
0,2261	0,00	0,0135	0,1522	0,2591

Tabla 30. Solución para $\lambda=0$.

Mediante la GP extendida hemos llegado a la conclusión de cuales son las mejores soluciones globales y las ponderaciones correspondientes. El decisor puede inclinarse por adoptar aquella cuyos expertos le merezcan mayor confianza o bien quiera favorecer.

Si nuestro objetivo final es llegar a un valor monetario del activo ambiental lo conseguido hasta ahora nos es insuficiente. La forma de transformar estos resultados en un valor monetario pasa por apoyándose en un valor pívot, normalmente el Valor de uso directo, que podamos conectar con el mercado, llegar al valor total y valores parciales mediante la ponderación calculada (Aznar y Estruch, 2007).

ANEXO. ENCUESTA PARA DETERMINAR LA PREFERENCIA DE LOS EXPERTOS

OBJETIVO DE LA ENCUESTA

El objetivo de esta encuesta es llegar a determinar el valor de una finca agrícola. Para ello se va a utilizar los conocimientos y la experiencia de un grupo de expertos entre los que se encuentra usted.

A través de esta encuesta se le va a pedir su opinión sobre distintos aspectos de dicha finca, comparándola con otras fincas testigo y utilizando una metodología que se explica en el punto 3.

Mediante la agregación de los resultados obtenidos por los distintos expertos consultados se llegará finalmente a un valor final.

JUSTIFICACIÓN DE LA ENCUESTA

Esta metodología se justifica en aquellos casos como el que nos ocupa en que no existe una suficiente información cuantificada que nos permita aplicar otros métodos. La metodología utilizada con la información deducida de la encuesta permite cuantificar las variables y llegar al cálculo de un valor final.

METODOLOGÍA PROPUESTA

La metodología propuesta se basa en el método denominado Proceso Analítico Jerárquico y consiste en obtener unas matrices de comparaciones pareadas utilizando las comparaciones obtenidas entre distintos elementos.

Para esas comparaciones se utiliza la siguiente escala fundamental de comparaciones pareadas.

VALOR	DEFINICIÓN	Comentarios
1	Igual importancia	El criterio A es igual de importante que el criterio B
3	Importancia moderada	La experiencia y el juicio favorecen ligeramente al criterio A sobre el B
5	Importancia grande	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente al criterio A sobre el B
7	Importancia muy grande	El criterio A es mucho mas importante que el B
9	Importancia extrema	La mayor importancia del criterio A sobre el B esta fuera de toda duda
2,4,6 y 8	Valores intermedios entre los anteriores, cuando es necesario matizar	
Recíprocos de lo anterior	Si el criterio A es de importancia grande frente al criterio B las notaciones serían las siguientes. Criterio A frente a criterio B 5/1 Criterio B frente a criterio A 1/5	

En la encuesta se le va a pedir que compare utilizando la tabla anterior Primero las variables explicativas seleccionadas y posteriormente las distintas parcelas o fincas agrícolas (tanto las testigo como la a valorar o problema) entre si y para cada variable explicativa.

PROCEDIMIENTO

El procedimiento a seguir será el siguiente.

Primero se le indicaran las variables explicativas seleccionadas para realizar la valoración. Estas variables habrán sido determinadas por un estudio previo en el que se determinaran cuales son las variables mas importantes que influyen en el precio.

Conocidas esas variables se le pide que compare dos a dos utilizando la escala fundamental vista anteriormente. Supongamos que se trabaje con cuatro variables A, B, C y D las comparaciones pedidas serían las siguientes

COMPARACION	NOTACION
Variable A frente a B	
Variable A frente a C	
Variable A frente a D	
Variable B frente a C	
Variable B frente a D	
Variable C frente a D	

Tenga en cuenta al hacer las comparaciones que las primeras comparaciones van definiendo las posteriores.

Posteriormente y previa identificación de la fincas agrícolas testigo y la a valorar o problema, se le pedirá que utilizando el mismo mecanismo compare las fincas o parcelas agrícolas entre si en función de cada una de las variables explicativas. Supongamos que se utilizan las fincas M, N, O y P como testigos para obtener el valor de la finca problema X, se le pedirá que para cada variable compare las fincas entre si utilizando también la Escala fundamental.

VARIABLE A	
COMPARACIONES	NOTACION
La Finca M es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la N	
La Finca M es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la O	
La Finca M es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la P	
La Finca M es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la X	
La Finca N es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la O	
La Finca N es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la P	
La Finca N es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la X	
La Finca O es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la P	
La Finca O es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la X	
La Finca O es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la X	

Las comparaciones entre parcelas se plantean para todas las variables explicativas utilizadas.

ENCUESTA

Las variables explicativas seleccionadas son:

Variable 1:

Variable 2:

Variable 3:

Variable 4:

Variable 5:

Las parcelas testigo son:

Parcela testigo 1:

Parcela testigo 2:

Parcela testigo 3:

Parcela testigo 4:

Parcela testigo 5:

Parcela testigo 6:

La parcela a valorar es:

Compare las variables explicativas entre ellas utilizando la Tabla fundamental

COMPARACION	NOTACION
Variable _ frente a variable _	
Variable _ frente a variable _	
Variable _ frente a variable _	
Variable _ frente a variable _	
Variable _ frente a variable _	
Variable _ frente a variable _	

Compare las parcelas entre si en función de cada variable utilizando la tabla fundamental

VARIABLE _____	
COMPARACIONES	NOTACION
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	

VARIABLE _____	
COMPARACIONES	NOTACION
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	

VARIABLE _____	
COMPARACIONES	NOTACION
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	

VARIABLE _____	
COMPARACIONES	NOTACION
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	

VARIABLE _____	
COMPARACIONES	NOTACION
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	
La Finca _ es teniendo en cuenta esta variable con respecto a la _	

_____ a _____ de _____ del 20__

Fdo. _____

Capítulo 9. Modelos de valoración compuestos³⁸

9.1. INTRODUCCIÓN

En capítulos anteriores hemos visto como aplicar en valoración la Programación por metas y el Proceso analítico jerárquico, AHP, el primero en situaciones en las que se cuenta con información cuantitativa y el segundo cuando la información es tan escasa que el experto solo parte del conocimiento de los precios de los testigos. Además hemos visto otras aplicaciones de GP como son la mejora de la consistencia de las matrices y su utilización para agregar preferencias.

En el caso de la aplicación de AHP uno de los inconvenientes que se le achaca es la excesiva dependencia del experto, en el sentido de que toda la información que se utiliza, salvo los precios de los testigos, es creada por el propio valorador, en este sentido hay que decir.

1. El método se aplica en situaciones en que el experto no puede conseguir información cuantificada, por lo tanto son valoraciones que no pueden ser abordadas por ninguna otra metodología.
2. La información es creada o elaborada por el experto, pero es evidente que este como experto es capaz de aportar una información objetiva al método.
3. AHP aporta al experto una metodología que le ayuda a reflexionar de una forma sistemática y ordenada con lo que consigue objetivizar al máximo sus evaluaciones.
4. Hemos visto también en el capítulo anterior que el método puede ser utilizado por un grupo de expertos con lo cual el resultado final no ya depende de un solo experto sino de la opinión y conocimientos de varios.

Profundizando en el intento de mejorar la objetividad del método aún manteniendo la filosofía y la metodología de AHP, en este capítulo se presentan dos modelos de valoración multicriterio que son el resultado de la utilización conjunta de la GP y AHP, dichos modelos los hemos denominado modelo MAVAM (Multicriteria Valuation Method) y GMAVAM (MAVAM agregado).

9.2. MODELO MAVAM

El modelo MAVAM es una combinación de los métodos AHP y GP, si bien el primero de ellos no se emplea en su totalidad. En la primera etapa del modelo, basándose en la filosofía de AHP, se plantea para cada variable explicativa la correspondiente matriz de comparación pareada entre los comparables, incluyendo al activo a valorar. A partir de cada una de estas matrices se obtiene un vector propio que ordena y pondera cada uno de los comparables en función de la variable explicativa correspondiente. La información obtenida en cuanto a la ponderación de estos

³⁸ Pueden verse con mayor detalle los métodos presentados en este capítulo en Aznar, Guijarro y Moreno-Jiménez (2007,2008)

comparables es la que posteriormente, en la segunda etapa del modelo, es utilizada en la programación por metas para conseguir la función de determinación del valor. El programa lineal de GP es el encargado de definir los coeficientes asociados a cada una de las variables explicativas, así como el término independiente si resultara distinto de cero.

El valor del activo problema se consigue sustituyendo, en la función obtenida anteriormente, las ponderaciones de las variables explicativas correspondientes al activo a valorar.

La utilización de GP queda justificada porque nos permite obtener los pesos o ponderaciones de cada variable explicativa sin tener que realizar las comparaciones pareadas entre ellas, con lo cual se disminuye la posible subjetividad que se introduciría en el modelo a través de las opiniones del experto para establecer estas comparaciones pareadas. Otra posibilidad propia de GP y no contemplada por AHP, es la de modelizar relaciones no lineales entre variables explicativas y la variable a explicar³⁹.

En las secciones siguientes se desarrollan dos ejemplos de aplicación del modelo en una valoración de un activo agrario y de un inmueble urbano.

9.3. EJEMPLO 1. APLICACIÓN DEL MODELO MAVAM A LA VALORACIÓN DE UN ACTIVO AGRARIO

El experto se enfrenta a la valoración de una parcela y la única información cuantitativa que tiene es el precio por unidad de superficie de cuatro transacciones recientes de 4 parcelas comparables, como aparece en la Tabla 9.1.

El experto visita las parcelas testigo y problema y basándose en sus conocimientos agronómicos y de la zona, decide elegir como variables explicativas:

- El estado vegetativo: Variable que representa el desarrollo, estado sanitario y capacidad productiva del mismo.
- El microclima. Variable que representa la bondad del entorno del cultivo y que condiciona su desarrollo favorable.

PARCELAS	PRECIO (€/ha)	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
1	4.000		
2	1.600		
3	5.550		
4	9.800		
X			

Tabla 9.1. Información de partida con la que cuenta el experto

³⁹ En efecto, cuando en AHP se comparan los criterios, el valor asignado a la relación entre dos cualesquiera de ellos es fija (lineal), e independiente de los valores concretos que puedan tomar los testigos en esos criterios. Sin embargo, puede que ese coeficiente dependa de los valores concretos de los testigos, por lo que no parece que la relación lineal entre los criterios asumida por AHP tenga por qué ser la única concebible.

ETAPA 1. El primer paso es teniendo en cuenta la Escala fundamental de comparación por pares conocida plantear las matrices de comparación pareadas de las Parcelas en función de cada variable explicativa, estado vegetativo (Tablas 9.2 y 9.3), y microclima (Tablas 9.4 y 9.5).

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X
PARCELA 1	1/1	3/1	1/1	1/3	1/1
PARCELA 2		1/1	1/3	1/7	1/3
PARCELA 3			1/1	1/3	1/1
PARCELA 4				1/1	3/1
PARCELA X					1/1

RC = 0,20%

Tabla 9.2. Matriz de comparaciones pareadas en función del estado vegetativo

0,1610
0,0566
0,1610
0,4604
0,1610

Tabla 9.3. Ponderación de las parcelas en función del estado vegetativo.

	PARCELA 1	PARCELA 2	PARCELA 3	PARCELA 4	PARCELA X
PARCELA 1	1/1	1/1	1/5	1/1	1/3
PARCELA 2		1/1	1/5	1/1	1/3
PARCELA 3			1/1	5/1	3/1
PARCELA 4				1/1	1/3
PARCELA X					1/1

RC = 0,9%

Tabla 9.4. Matriz de comparaciones pareadas en función del microclima.

0,0876
0,0876
0,5007
0,0876
0,2364

Tabla 9.5. Ponderación de las parcelas en función del microclima.

ETAPA 2. Calculadas las ponderaciones de las parcelas en función de cada variable explicativa se pasa a la segunda etapa del modelo que es la aplicación de GP a la información obtenida .

PARCELAS	PRECIO (€/ha)	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
1	4.000	0,1610	0,0876
2	1.600	0,0566	0,0876
3	5.550	0,1610	0,5007
4	9.800	0,4604	0,0876
X		0,1610	0,2364

Tabla 9.6. Ponderación de las parcelas para cada variable explicativa

A partir de la información de la Tabla 9.6, que recoge las ponderaciones de todas las parcelas para cada variable explicativa y el valor de las parcelas testigo, se plantea el siguiente modelo.

$$Min = n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4;$$

s.a.

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.1610 + a_2 * 0.0876 + n_1 - p_1 = 4.000;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.0566 + a_2 * 0.0876 + n_2 - p_2 = 1.600;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.1610 + a_2 * 0.5007 + n_3 - p_3 = 5.550;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.4604 + a_2 * 0.0876 + n_4 - p_4 = 9.800;$$

$$n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 = z;$$

Se resuelve con LINGO y se obtiene la función.

$$Valor = 73,17 + 20.307,08 * x_1 + 4.308,74 * x_2$$

Sustituyendo los valores de la parcela X en la función anterior, se obtiene el valor de esta por unidad de superficie.

$$Valor X = 73,17 + 20.307,08 * 0,1610 + 4.308,74 * 0,2364 = 4.361 \text{ u.m.}$$

$$z = 279,94$$

Mediante el modelo MAVAM de valoración se ha obtenido el valor de la unidad de superficie una parcela X partiendo de variables cualitativas que han sido cuantificadas en el propio modelo y de forma que el valor obtenido es una función de todas las variables explicativas utilizadas y de la importancia o ponderación de ellas. Además la ponderación o peso de las variables explicativas se ha deducido directamente de la información de mercado sin intervención del experto.

9.4. ADECUACIÓN DEL MODELO

Si aplicamos el Índice de adecuación conocido a los datos obtenidos:

$$z = 279,94$$

$$z' = 9.750 \text{ (Tabla 9.7)}$$

Parcelas	Precio	Diferencias absolutas con solución <i>naive</i>
1	4.000	1.238
2	1.600	3.638
3	5.550	313
4	9.800	4.563
SUMA		9.750

Tabla 9.7. Diferencias absolutas con el modelo naive

Se obtiene un Índice del 96,12%

$$I_a = \left(1 - \frac{279,94}{9750} \right) * 100 = 97,13\%$$

Se observa como el alto valor del Índice nos indica una alta adecuación de la función obtenida.

9.5. EJEMPLO 2. APLICACIÓN DEL MODELO MAVAM A LA VALORACIÓN DE UN INMUEBLE URBANO

En este ejemplo vamos a plantear el problema de determinar un precio por m² de un inmueble urbano partiendo de una información puramente cualitativa. El experto se enfrenta a la necesidad de determinar dicho precio y solo cuenta con el conocimiento de 5 transacciones recientes en la misma ciudad de inmuebles parecidos y de los cuales solo conoce el precio por m².

El experto, conocedor de la zona en la que trabaja y basándose en su experiencia como valorador, decide utilizar como variables explicativas:

- La calidad del entorno donde se ubican los edificios, valorándose como calidad los servicios de todo tipo existentes, la existencia de zonas verdes, la falta de contaminación, etc.
- La calidad del edificio, entendiéndose como tal la calidad de los materiales, la existencia de servicios como ascensor, aire acondicionado, etc.
- Estado de conservación del edificio, tanto en su fachada como en el interior.

Veamos cómo se plantea el modelo MAVAM para abordar este problema a partir de la información de la Tabla 9.8.

EDIFICIOS	PRECIO por m ²	CALIDAD ENTORNO	CALIDAD EDIFICIO	ESTADO DE CONSERVACIÓN
1	1.650			
2	700			
3	1.425			
4	1.600			
5	3.100			
X				

Tabla 9.8. Información de partida con la que cuenta el experto

ETAPA 1. El primer paso es teniendo en cuenta la Escala fundamental de comparación por pares plantear las matrices de comparación pareadas, de los inmuebles urbanos en función de cada una de las variables explicativas, Calidad del entorno (Tablas 9.9 y 9.10), Calidad del edificio (Tablas 9.11 y 9.12) y Estado de conservación (Tablas 9.13 y 9.14).

	EDIFICIO 1	EDIFICIO 2	EDIFICIO 3	EDIFICIO 4	EDIFICIO 5	EDIFICIO X
EDIFICIO 1	1/1	3/1	3/1	1/3	1/5	1/3
EDIFICIO 2		1/1	1/1	1/7	1/9	1/7
EDIFICIO 3			1/1	1/7	1/9	1/7
EDIFICIO 4				1/1	1/3	1/1
EDIFICIO 5					1/1	3/1
EDIFICIO X						1/1

$$RC = 2,55\%$$

Tabla 9.9. Matriz de comparaciones pareadas en función de la Calidad del entorno

0,0825
0,0328
0,0328
0,2069
0,4381
0,2069

Tabla 9.10. Ponderación de las parcelas en función de la Calidad del entorno

	EDIFICIO 1	EDIFICIO 2	EDIFICIO 3	EDIFICIO 4	EDIFICIO 5	EDIFICIO X
EDIFICIO 1	1/1	3/1	1/3	1/1	1/5	1/1
EDIFICIO 2		1/1	1/7	1/3	1/9	1/3
EDIFICIO 3			1/1	3/1	1/3	3/1
EDIFICIO 4				1/1	1/5	1/1
EDIFICIO X					1/1	5/1
EDIFICIO X						1/1

RC = 5,98%

Tabla 9.11. Matriz de comparaciones pareadas en función de la Calidad del edificio

0,0891
0,0343
0,2355
0,0891
0,4630
0,0891

Tabla 9.12. Ponderación de las parcelas en función de la Calidad del edificio

	EDIFICIO 1	EDIFICIO 2	EDIFICIO 3	EDIFICIO 4	EDIFICIO 5	EDIFICIO X
EDIFICIO 1	1/1	5/1	3/1	1/1	1/1	3/1
EDIFICIO 2		1/1	1/3	1/5	1/5	1/3
EDIFICIO 3			1/1	1/3	1/3	1/1
EDIFICIO 4				1/1	1/1	3/1
EDIFICIO X					1/1	3/1
EDIFICIO X						1/1

RC = 2,07%

Tabla 9.13. Matriz de comparaciones pareadas en función de la Calidad del Estado de conservación

0,2194
0,0403
0,0820
0,2194
0,2194
0,2194

Tabla 9.14. Ponderación de las parcelas en función de la Calidad del Estado de conservación

ETAPA 2. Calculadas las ponderaciones de los inmuebles en función de cada variable explicativa se pasa a la segunda etapa del modelo que es la aplicación de GP a la información obtenida.

EDIFICIOS	PRECIO	CALIDAD ENTORNO	CALIDAD EDIFICIO	ESTADO CONSERVACIÓN
1	1.650	0,0825	0,0891	0,2194
2	700	0,0328	0,0343	0,0403
3	1.425	0,0328	0,2355	0,0820
4	1.600	0,2069	0,0891	0,2194
5	3.100	0,4381	0,4630	0,2194
X		0,2069	0,0891	0,2194

Tabla 8.15. Precio y ponderación de los edificios para cada variable explicativa

A partir de la información de la Tabla 8.15, que recoge las ponderaciones para todas las variables explicativas y los precios de los inmuebles, se plantea el siguiente modelo.

$$\text{Min} = n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5;$$

s.a.

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.0825 + a_2 * 0.0891 + a_3 * 0.2194 + n_1 - p_1 = 1.650;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.0328 + a_2 * 0.0343 + a_3 * 0.0403 + n_2 - p_2 = 700;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.0328 + a_2 * 0.2355 + a_3 * 0.0820 + n_3 - p_3 = 1.425;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.2069 + a_2 * 0.0891 + a_3 * 0.2194 + n_4 - p_4 = 1.600;$$

$$a_{0n} - a_{0p} + a_1 * 0.4381 + a_2 * 0.4630 + a_3 * 0.2194 + n_1 - p_1 = 3.100;$$

$$n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4 + n_5 + p_5 = z;$$

Se resuelve con LINGO y se obtiene la función.

$$\text{Valor} = 400,17 + 1.189,64 * x_1 + 2.746,62 * x_2 + 4.133,78 * x_3$$

$$z = 197,99$$

Sustituyendo los valores del inmueble X en la función anterior, se obtiene el valor buscado.

$$\text{Valor X} = 400,17 + 1.189,64 * 0,2069 + 2.746,62 * 0,0891 + 4.133,78 * 0,2194 = 1.797 \text{ €/m}^2$$

Mediante el modelo MAVAM se ha obtenido el valor de un inmueble urbano X partiendo de variables cualitativas que han sido cuantificadas en el propio modelo y de forma que el valor obtenido es una función de todas las variables explicativas significativas utilizadas y de la importancia o ponderación de ellas.

9.6. ADECUACIÓN DEL MODELO

Si aplicamos el Índice de adecuación visto en la sección 2 a la función obtenida.

$$z = 197,99$$

$$z' = 2.730 \text{ (Tabla 9.16)}$$

Parcelas	Valor	Diferencias absolutas con solución naive
1	1.650	85
2	700	835
3	1.425	310
4	1.600	135
5	3.100	1.365
SUMA		2.730

Tabla 9.16. Diferencias absolutas con el modelo naive

Siendo el Índice de adecuación del 92,74%.

$$I_a = \left(1 - \frac{197.99}{2730}\right) * 100 = 92.74\%$$

9.7. MODELO GMAVAM

Una de las ampliaciones que permite el modelo propuesto es la intervención de distintos expertos en la determinación del valor. Esta característica es interesante sobre todo para valoraciones de cierta importancia, bien por su importe o por sus repercusiones sociales, ya que permite llegar a un valor final, resultado no solo de la apreciación de un único valorador sino del consenso de un grupo de ellos.

El procedimiento a seguir en este caso estaría compuesto por tres etapas.

ETAPA 1. Coincide con la del modelo MAVAM, pero en lugar de ser un único experto el que plantea las matrices de comparación pareada, son varios expertos los que elaboran por separado el conjunto de matrices, con lo cual al final se tendrán tantos grupos de vectores propios (en función de las distintas variables) como expertos hayan intervenido. Es lógico pensar que aunque los vectores propios tengan una estructura de ponderación similar⁴⁰ no serán exactamente iguales, por lo tanto hay que llegar a una ponderación única agregada de todas las ponderaciones.

ETAPA 2. La agregación de las distintas ponderaciones se realizan utilizando la Programación por metas, planteando el siguiente modelo ya conocido (Linares y Romero, 2002):

⁴⁰ Este supuesto se da cuando los expertos que intervienen son de formación, conocimientos e intereses parecidos; en este caso el método propuesto es el adecuado. Puede darse el caso de que los expertos no coincidan en los supuestos mencionados, esto suele suceder con frecuencia en valoraciones que van a influir en decisiones de tipo político o con repercusión social y por lo tanto las ponderaciones son bastante o muy distintas unas de otras. En dicho supuesto la agregación debe de realizarse utilizando el modelo extendido de GP (véase Linares y Romero, 2002).

$$\begin{aligned}
Min &= \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^m (n_{ij} + p_{ij}) \\
s.t. & \\
w_i^s + n_{ij} - p_{ij} &= w_i^j; \\
i &\in \{1, \dots, q\}, k \in \{1, \dots, N_j\}
\end{aligned}
\quad [17]$$

donde w_i^j representa el peso otorgado por el experto j al testigo i ; n_{ij} y p_{ij} son las variables desviación negativa y positiva, respectivamente, ligadas al testigo i y experto j ; w_i^s representa el peso consensuado buscado para el testigo i , donde el supraíndice s hace referencia al criterio.

Se resolverán tantos modelos GP como criterios analizados.

ETAPA 3. Situados en este punto se sigue el proceso idéntico a la segunda etapa del modelo MAVAM. Esto es, a partir de las preferencias agregadas se plantea el modelo de GP. Su resolución proporciona el valor buscado, que en este caso no es producto de la opinión de un solo experto, sino que es consecuencia del conocimiento de varios expertos.

9.8. EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MODELO GMAVAM

Vamos a utilizar, para mayor comprensión del proceso, el mismo ejemplo del modelo MAVAM, pero en este caso son varios los valoradores que intervienen en busca de un valor de consenso en función de la opinión de todos ellos.

ETAPA 1. Partimos de la misma información que en el modelo MAVAM, tabla 1, pero ahora son tres los expertos que van a determinar el valor de la parcela problema. Se eligen también como variables explicativas el Estado vegetativo y el Microclima.

Cada experto plantea sus matrices de comparación pareadas de las parcelas en función de cada variable explicativa, de las cuales después de medir su consistencia se calculan los vectores propios.

Tendremos tres ponderaciones (una por cada experto) de las parcelas para cada variable explicativa. Tablas 9.17 y 9.18

Parcelas	EXPERTO 1	EXPERTO 2	EXPERTO 3
1	0,1610	0,1322	0,1234
2	0,0566	0,0784	0,0440
3	0,1610	0,1322	0,1234
4	0,4604	0,3647	0,3592
x	0,1610	0,2952	0,3501

Tabla 9.17. Ponderaciones de los tres expertos en función del Estado vegetativo

Tenemos que llegar en cada caso a una ponderación agregada. Planteamos el modelo de GP.

$$\begin{aligned} \text{Min} &= n_{11} + p_{11} + n_{12} + p_{12} + n_{32} + p_{13} + n_{21} + p_{21} + n_{22} + p_{22} + n_{23} + p_{23} + n_{31} + p_{31} + \\ & n_{32} + p_{32} + n_{33} + p_{33} + n_{41} + p_{41} + n_{42} + p_{42} + n_{43} + p_{43} + n_{51} + p_{51} + n_{52} + p_{52} + n_{53} + p_{53}; \\ \text{s.a.} \\ w_1 + n_{11} - p_{11} &= 0,1610; \\ &\vdots \\ &\vdots \\ w_5 + n_{53} - p_{53} &= 0,3501; \end{aligned}$$

Resolviendo con LINGO obtenemos el vector de ponderación agregado.

$$W = (0,1322; 0,0566; 0,1322; 0,3647; 0,3952)\text{-T}$$

La tabla 9.18 expresa las ponderaciones de los tres expertos para la variable explicativa microclima.

Parcelas	EXPERTO 1	EXPERTO 2	EXPERTO 3
1	0,0876	0,0698	0,0890
2	0,0876	0,1362	0,1715
3	0,5007	0,2788	0,4790
4	0,0876	0,0698	0,0890
x	0,2364	0,4454	0,1715

Tabla 9.18. Ponderaciones de los tres expertos en función del microclima

Planteamos el modelo de GP.

$$\begin{aligned} \text{Min} &= n_{11} + p_{11} + n_{12} + p_{12} + n_{32} + p_{13} + n_{21} + p_{21} + n_{22} + p_{22} + n_{23} + p_{23} + n_{31} + p_{31} + \\ & n_{32} + p_{32} + n_{33} + p_{33} + n_{41} + p_{41} + n_{42} + p_{42} + n_{43} + p_{43} + n_{51} + p_{51} + n_{52} + p_{52} + n_{53} + p_{53}; \\ \text{s.a.} \\ w_1 + n_{11} - p_{11} &= 0,0876; \\ &\vdots \\ &\vdots \\ w_5 + n_{53} - p_{53} &= 0,1715; \end{aligned}$$

Resolviendo con LINGO obtenemos el vector de ponderación agregado.

$$W = (0,0876; 0,1362; 0,4790; 0,0876; 0,2364)\text{-T}$$

Con los vectores de ponderación agregados (Tabla 9.19) finaliza la Etapa 2 del modelo.

PARCELAS	PRECIO	ESTADO VEGETATIVO	MICROCLIMA
1	4.000	0,1610	0,0876
2	1.600	0,0566	0,0876
3	5.550	0,1610	0,5007
4	9.800	0,4604	0,0876
X		0,1610	0,2364

Tabla 9.19. Precio y ponderación de las parcelas para cada variable explicativa

ETAPA 3. Esta etapa es similar a la dos del modelo MAVAM, partiendo de las ponderaciones agregadas planteamos el modelo de GP con la ponderación de los testigos con el fin de obtener la función que explica el valor de ellos con las variables explicativas utilizadas.

$$\text{Min} = n_1 + p_1 + n_2 + p_2 + n_3 + p_3 + n_4 + p_4;$$

s.a.

$$a_1 * 0,1322 + a_2 * 0,0876 + n_1 - p_1 = 4.000;$$

$$a_1 * 0,0566 + a_2 * 0,1362 + n_2 - p_2 = 1.600;$$

$$a_1 * 0,1322 + a_2 * 0,4790 + n_3 - p_3 = 5.500;$$

$$a_1 * 0,3647 + a_2 * 0,0876 + n_4 - p_4 = 9.800;$$

Resolvemos con LINGO y nos da la función.

$$V = 25.825,42 * a_1 + 4.354,65 * a_2$$

Si sustituimos los valores de la parcela X en dicha función

$$V_x = 25.825,42 * 0,1610 + 4.354,65 * 0,2364 = 5.187,27 \text{ €}$$

Valor de la parcela teniendo en cuenta el criterio de tres valoradotes.

BIBLIOGRAFÍA

AGUARON J., MORENO-JIMENEZ J.M. (2000): "Local stability intervals in the analytic hierarchy process". *European Journal of Operational Research*. 125: 113-132.

AGUARON J., MORENO-JIMENEZ J.M. (2003): "The geometric consistency index: Approximated thresholds". *European Journal of Operational Research* 147: 137-145.

AGUARON J., ESCOBAR M.T., MORENO-JIMENEZ J.M. (2003): "Consistency stability for a judgement in AHP decision support systems". *European Journal of Operational Research*. 145: 382-393.

ALIDI A.S. (1996): "A multiobjective optimization model for the waste management of the petrochemical industry". *Applied Mathematical Modeling* 20: 925-933.

ALONSO R., IRURETAGOYENA T. (1990): *Casos prácticos de Valoración Agraria*. MAPA. Madrid.

ALONSO R., IRURETAGOYENA T. (1995): *Valoración Agraria. Conceptos, métodos y aplicaciones*. Mundi-Prensa.

ALONSO R., LOZANO J. (1993): "El método de las dos funciones de distribución: Una aplicación a la valoración de fincas agrícolas en las comarcas Centro y Tierra de Campos (Valladolid)". *Anales del INIA, Economía* 9: 295-325.

ALONSO R., SERRANO A. (1993): Los métodos multicriterio discretos discretos aplicados a la valoración agraria. *Investigación Agraria.Economía* 12.

ALONSO R., VILLA A. (1997): "Un análisis de las empresas del sector de alimentación que cotizan en bolsa mediante técnicas multivariantes". *Revista Española de Economía Agraria* 10(1): 101-138.

ARAGONÉS-BELTRÁN P., AZNAR J., FERRÍS-OÑATE J., GARCÍA-MELÓN M. (2008): "Valuation of urban industrial land: An analytic network process approach". *European Journal of Operational Research* 185(1): 322-339.

ARIAS P. (2001): "Análisis temporal de las ventas y estimación del valor residual de tractores en España". *Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros* 192: 195-222.

ARIAS C. (2001): "Estimación del valor del regadío a partir del precio de la tierra". *Revista Economía Agraria y Recursos Naturales* 1: 115-123.

ARROW K.J., RAYNAUD H. (1986): *Social Choice and Multicriterion Decision-Making*. The MIT Press, Cambridge, MA.

ARROW K.J., RAYNAUD H. (1989): *Opciones sociales y toma de decisiones mediante criterios múltiples*, Alianza Editorial.

AZNAR J. (2002): "Cálculo del Índice de Calidad mediante el Proceso Analítico Jerárquico". *XX Congreso Panamericano de Valuación. X Congreso Argentino de Valuación*.

AZNAR J. (2002): "El Proceso Analítico Jerárquico. Aplicación a la Valoración Agraria". *XX Congreso Panamericano de Valuación. X Congreso Argentino de Valuación*.

AZNAR J. (2003): *Valoración Catastral*. Editorial UPV.

AZNAR J., CABALLER V. (2005): "An application of the analytic hierarchy process method in farmland appraisal". *Spanish Journal of Agricultural Research* 3(1): 17-24.

AZNAR J., ESTRUCH V. (2007): "Valoración de activos ambientales mediante métodos multicriterio. Aplicación a la valoración del Parque Natural del Alto Tajo". *Economía Agraria y Recursos Naturales* 7(13): 107-126.

AZNAR J., GUIJARRO F. (2004): "Modelos de valoración en ambiente de incertidumbre". *Economía Agraria y Recursos Naturales* 4(7): 49-61.

AZNAR J., GUIJARRO F. (2004): "Valoración por intervalos". *V Congreso de Economía Agraria*. Santiago de Compostela.

AZNAR J., GUIJARRO F. (2005): "Métodos de valoración basados en la programación por metas: modelo de valoración restringida". *Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros* 204: 29-45.

AZNAR J., GUIJARRO F. (2007): "Estimating regression parameters with imprecise input data in an appraisal context". *European Journal of Operational Research* 176(3): 1.896-1.907.

AZNAR J., GUIJARRO F. (2007): "Modelling aesthetic variables in the valuation of paintings: an Interval Goal Programming approach". *Journal of the Operational Research Society* 58: 957-963.

AZNAR J., FERRIS J., GUIJARRO F. (2008): "An ANP framework for property pricing combining quantitative and qualitative attributes". En revisión.

AZNAR J., GUIJARRO F., MORENO-JIMÉNEZ J.M. (2007): "Valoración agraria multicriterio en un entorno con escasa información". *Estudios de Economía Aplicada* 25(2): 549-553.

AZNAR J., GUIJARRO F., MORENO-JIMÉNEZ J.M. (2008): "Mixed valuation methods: a combined AHP-GP procedure for individual and group multicriteria agricultural valuation". *Estudios de Economía Aplicada* 25(2): 549-553.

AZNAR J., GUIJARRO F., RIBAL F.J. (2004): "A multicriteria model for IPO pricing". *35th Euroworking group of financial modelling*. Almería.

AZNAR J., PÉREZ-SALAS J.L., RIBAL J. (2001): *Prácticas de valoración*. Editorial UPV.

AZQUETA D. (1996): "Valoración económica del medio ambiente: una revisión crítica de los métodos y sus limitaciones". *Información Comercial Española* 751: 37-46.

AZQUETA D., FERREIRO A. (1994): *Análisis económico y gestión de los recursos naturales*. Alianza Editorial.

BADRI M.A. (2000): "Combining the Analytical Hierarchy Process and goal programming for global facility location allocation problem". *International Journal of Production Economics* 62(3): 237-248.

BALLBÉ P., BALLESTERO E. (2001): *Medidas multicriterio de utilidad y eficiencia para marcas y modelos de automóviles*. Editorial UPV.

BALLESTERO E. (1970): "Sobre el método analítico de valoración". *Revista de Estudios Agrosociales* 72, 7-36.

BALLESTERO E. (1970): *Valoración de fincas*. ASPA 89.

BALLESTERO E. (1973): "Nota sobre un nuevo método rápido de valoración". *Revista de Estudios Agrosociales*, 85: 75-78.

BALLESTERO E., RODRÍGUEZ J.A. (1998): *El precio de los inmuebles urbanos*. Ediciones Dossat.

BALLESTERO E., ROMERO C. (1992): "Il rischio d'errore nella stima secondo il metodo sintetico". *Rivista del Catasto*. Roma.

BARBA-ROMERO S., POMEROL J.CH. (1997): *Decisiones multicriterio: Fundamentos teóricos y utilización práctica*. Servicio Publicaciones Universidad de Alcalá.

BARNARD C. CH., WHITTAKER G., WESTENBARGER D., AHEARN M. (1997): "Evidence of Capitalization of Direct Government Payments into U.S. Cropland Values". *American Journal of Agricultural Economics* 79(5): 1.642-1.650.

BERNE J.L., FEMENÍA C., AZNAR J. (2004): *Catastro y Valoración catastral*. Editorial UPV.

BERTOMEU M., ROMERO C. (2001): "Managing Forest Biodiversity: A Zero-One Goal Programming Approach". *Agricultural Systems* 68: 197-213.

BERTOMEU M., ROMERO C. (2002): "Forest Management Optimisation Models and Habitat Diversity: A Goal Programming Approach". *Journal of the Operational Research Society* 53: 1.175-1.184.

BIBLE D.S., HSIEH CH. (1999): "Determinants of Vacant Land Values and Implications for Appraisers". *The Appraisal Journal* 67(3): 264-268.

BLASCO A., RIBAL F.J., RODRÍGUEZ J.A. (2002): "Valoración de intangibles en las Sociedades Anónimas deportivas en España. Jugadores y marcas". *I Congreso Internacional de Valoración y Tasación*. UPV. Valencia.

- BOISVERT R.N., SCHMIT T.M., REGMI A. (1997): "Spatial, Productivity, and Environmental Determinants of Farmland Values". *American Journal of Agricultural Economics* 79: 1.657-1.664.
- BOLLJU N. (2001): "Aggregation of Analytic Hierarchy Process models on similarities in decision makers preferences". *European Journal of Operational Research* 128: 499-508.
- BOSE R.K., ANANDALINGAM G. (1996): "Sustainable urban energy environment management with multiple objectives". *Energy* 21(4): 305-318.
- BRYSON N. (1995): "A goal programming method for generating priority vectors". *Journal of the Operational Research Society* 46(5): 641-648.
- CABALLER V. (1998): *Valoración agraria. Teoría y Práctica*. Ed. Mundi-Prensa.
- CALATRAVA J., CAÑERO R. (2000): "Valoración de fincas olivereras de secano mediante métodos econométricos". *Investigación agraria: producción y protección Vegetales* 15(1-2): 91-104.
- CAÑAS J.A., DOMINGO J., MARTÍNEZ J. A. (1994): "Valoración de tierras en las campiñas y la Subbética de la provincia de Córdoba por el método de las funciones de distribución". *Investigación Agraria: Economía* 9(3): 447-468.
- CAÑAS J.A., DOMINGO J., MARTÍNEZ J. A. (1995): "Modelos de valoración agraria y tipos de actualización para diferentes aprovechamientos en la Campiña Cordobesa". *Revista Española de Economía Agraria* 171:191-224.
- CARDELLS F., REYNA S. (1999): "Valoración AHP de los ecosistemas naturales de la Comunidad Valenciana". *Revista Valenciana d'Estudis Autonòmics* 27: 153-177.
- CARDELLS F., SALVADOR P. (2000): *Manual de valoración de árboles y arbustos*. Editorial UPV.
- CHANKONG V., HAIMEY Y.Y. (1983): "Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology". Elsevier. New York.
- CHARNES A., COOPER W. (1961): *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. John Wiley&Sons.
- CHARNES A., COOPER W.W., FERGUSON R. (1955): "Optimal estimation of executive compensation by linear programming". *Management Science* 1: 138-151.
- COPLEY R.E. (1996): "The similarities of valuing Real Estate and Bonds, and the diversification benefits of investing in Real Estate". *The Appraisal Journal* July: 304-309.
- CROSS T.L., PERRY G.M. (1995): "Depreciation Patterns for Agricultural Machinery". *American Agricultural Economics Association* 7:194-204.
- DE MONTGOLFIER J., BERTIER P. (1978): "Approche multicritère des problèmes de décision". *Collection Afcet. Editions Hommes et Techniques*, Suresnes.

- DESPOTIS D.K. (1996): "Fractional minmax goal programming: A unified approach to priority estimation and preference analysis in MCDM". *Journal of the Operational Research Society* 47: 989-999.
- DIAKOULAKI D., MAVROTAS G., PAPAYANNAKIS L. (1995): "Determining objective weights in multiple criteria problems: the CRITIC method". *Computers & Operations Research* 22(7): 763-770.
- DIAZ-BALTEIRO L., ROMERO C. (2003): "Forest Management Optimisation models when Carbon captured is Considered: a Goal Programming Approach". *Forest Ecology and Management* 2: 489-500.
- DIAZ-BALTEIRO L., ROMERO C. (2003): *Combined Use Goal programming and the Analytic Hierarchy Process in Forest Management. Analytic Hierarchy Process(AHP) for Natural Resource and Environmental Decision Making*. (Editores: D.L.Schmoldt, J.Kangas, G.Mendoza y M.Pesonen), Kluwer Academic Publishers, Capítulo 6: 81-95.
- ESCOBAR M.T., MORENO-JIMENEZ J.M. (1997): "Problemas de gran tamaño en el Proceso Analítico Jerárquico". *Estudios de Economía Aplicada* 8: 25-40.
- ESCOBAR M.T., MORENO-JIMENEZ J.M. (2000): "Reciprocal distributions in the Analytic Hierarchy Process". *European Journal of Operational Research* 123: 154-174.
- ESCOBAR M.T., MORENO-JIMENEZ J.M. (2002): "A linkage between the Analytic Hierarchy Process and de Compromise Programming Models". *Omega* 30: 359-365.
- FENOLLOSA L. (1999): *Estudio del precio de la tierra en la provincia de Valencia, variables que determinan su evolución*. Trabajo final de carrera. UPV.
- FREI F.X., HARKER T. (1999): "Measuring aggregate process performance using AHP". *European Journal of Operational Research* 116(2): 436-442.
- FRIEDMAN H.C. (1971): "Real Estate Investment and Portfolio Theory". *Journal of Financial y Quantitative Análisis* 6: 861-874.
- GALLETTO L. (1987): "Un'analisi dei prezzi di alcune macchine agricole". *Genio rurale* 6: 33-46.
- GARCÍA DE MENESES T. (2000): "Un modelo analógico para la valoración catastral". *Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros* 185:105-127.
- GARCÍA J., CRUZ S., ANDÚJAR A.S. (1999): "Il metodo delle due funzioni di distribuzione: Il modello triangolare. Una revisione". *Genio rurale* 11:3-8.
- GARCÍA J., CRUZ S., GARCIA L.B. (2002): *Generalización del Método de las dos funciones de distribución (MDFD) a familias betas determinadas con los tres valores habituales. Análisis Selección y Control de Proyectos y Valoración*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Murcia.

GARCÍA J., CRUZ S., ROSADO Y. (2000) “Las funciones de distribución multivariantes en la teoría general de valoración”. *Actas de la XIV Reunión Asepelt-España*. Oviedo.

GARCIA J., GARCIA L.B. (20003): *Teoría general de la Valoración. Método de las dos funciones de distribución*. Unicaja. Fundación.

GARCÍA J., TRINIDAD J.E., GÓMEZ J. (1999): “El método de las dos funciones de distribución: la versión trapezoidal”. *Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros* 185: 57-80.

GARCÍA-MELÓN M., FERRÍS-OÑATE J., AZNAR-BELLVER J., ARAGONÉS-BELTRÁN P., POVEDA-BAUTISTA R. (2008): “Farmland appraisal based on the analytic network process”. *Journal of Global Optimization*, en prensa, doi: 10.1007/s10898-007-9235-0.

FORMAN E.H., GASS S.I. (2001): “The Analytic Hierarchy Process. An exposition”. *Operations Reseach* 49: 469-486.

GEOFFRION A., DYER J., FEINBERG A. (1972): “An interactive approach for multicriterion optimization, with an application to the operation of an academic department”. *Management Science* 19(4): 357-368.

GILBERTSON B.G. (2001): Valuers should be certified for cross-border work, *Property Week*.

GONZALES NEBRED A P., TURMO DE PADURA J., VILLARONGA SÁNCHEZ E. *La Valoración inmobiliaria. Teoría y práctica. Colección Arquitectura Legal*. Ed. La Ley (Wolters Kluwer).

GONZALEZ-PACHON J., ROMERO C. (2001): “Aggregation of Partial rankings: An interval Goal Programming Approach”. *Computers and Operations Research* 28: 827-834.

GONZALEZ-PACHON J., ROMERO C. (2003): “Transitive approximation to pairwise comparison matrices by using interval goal programming”. *Journal of the Operational Research Society* 54(5): 532-538.

GONZALEZ-PACHON J., ROMERO C. (2004): “A method for dealing with inconsistencies in pairwise comparisons”. *European Journal of Operational Research* 158(2): 351-361.

GÖPFER A., NEHSE R. (1990): *Vektoroptimierung*. B.G.Teubner, Leipzig.

HAAS G.L. (1922): “Sales prices as a basis for farmland Appraisal”. *Minnesota Agricultural Experiment Station* .Minneapolis 9.

HANSEN L., LEE H. (2003): “Estimating farm tractor depreciation: tax implications”. *Canadian Journal of Agricultural Economics* 39: 463-479.

HERRERÍAS PLEGUEZUELO R., GARCÍA PÉREZ J., CRUZ RAMBAUD S. y HERRERÍAS VELASCO J.M. (2001): “Il modello probabilistico trapezoidale nel

metodo delle due distribucion della teoria generale de valutazioni". *Genio Rurale* 4: 3-9.

HERRERÍAS PLEGUEZUELO R., PALACIOS F., HERRERÍAS VELASCO J.M. (2002): "Relaciones entre las familias de distribuciones Beta de varianza constante, mesocúrticas y de tipo Caballer". *I Congreso Internacional de Valoración y Tasación*. UPV.

HERRERÍAS PLEGUEZUELO R., PALACIOS F., PÉREZ E. (1994): "Dos tests estadísticos para el valor más probable del PERT clásico". *Estudios de Economía Aplicada* 1: 153-159.

HITZHUSSSEN F.J. (1994): "Valoración económica medioambiental del uso de la tierra y crecimiento agrario sostenible". *Revista Española de Estudios Agrosociales* 168: 31-48.

HURWICZ L. (1958): "Programming in linear spaces". *Studies in Linear and Nonlinear Programming*. K.J.Arrow, L. Hurwics and H. Uzawa editors. Stanford University Press: 38-102.

HWANG C.L., MASUD S.M. (1979): "Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications". *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer.

IGNIZIO J.P. (1976): *Goal Programming y extensions*. Heath (Lexington Books) Lexington, MA.

IGNIZIO J.P., ROMERO C. (2003): *Goal Programming*. *Encyclopedia of Information Systems* (Editor: Hossein Bigdoli) Academic Press.

ISAKSON H.R. (2001): "Using Multiple Regression Analysis in Real Estate appraisal". *The Appraisal Journal* 69(4): 424-430.

ISERMANN H. (1974): *Lineare Vektoroptimierung*. Ph thesis, Universität Regensburg.

ISLAM R., BISWAL R.P., ALAM S.S. (1997): "Preference programming and inconsistent interval judgments". *European Journal of Operational Research* 97(1): 53-62.

KOOPMANS T. C. (1951): "Analysis of production as an efficient combination of activities. Activity Analysis of Production and Allocation" in *Cowles Commission Monographs*. John Wiley&Sons: 33-97.

KUHN H.W., TUCKER A.W. (1951): "Nonlinear programming". Proceedings of the second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. J. Neyman editor. University of California Press, Berkeley: 481-492.

LEATHAM D.G., BAKER T.G. (1981): "Empirical estimates of the effects of inflation on salvage values, cost and optimal replacement of tractors and combines. North Central". *Journal of Agricultural Economics* 3(2): 109-117.

- LEE C.W., KWAK K. (1999): "Information resource planning for a Health-care system using an AHP-based goal programming approach". *Journal of the Operational Research Society* 50(12): 1.191-1.198.
- LEE S.M. (1972): *Goal Programming for Decision Analysis*. Auebach Publications, Philadelphia.
- LINARES P., ROMERO C. (2002): "Aggregation of preferences in an environmental economics context: a goal programming approach". *Omega* 30: 89-95.
- MADDISON D. (2002): "A hedonic analysis of agricultural land prices in England and Wales". *European Review of Agricultural Economics* 27(4): 519-532.
- MALACARNE F., DI FAZIO S. (1899): *Storia dell'Estimo in Italia*. Ed. Edagricole. Bologna
- McNEILL R.C. (1979): "Depreciation of farms tractors in British Columbia". *Canadian Journal of Agricultural Economics* 27(1): 53-58.
- MEDICI G. (1965): *Estimo Rurale*. Ed. Agricole. Bologna.
- MEDICI G. (1977): *Principi di Estimo*. Ed. Agricole. Bologna.
- MICHIELI I. (1970): *Estimo Rurale Civile e Catastale*. Ed. Agricole. Bologna.
- MILLER G.A. (1956): "The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information". *The Psychological Review* 63: 81-97.
- MITCHELL R.C., CARSON R.T. (1989): *Using Surveys to Value Public Goods. The Contingent Valuation Method*. The John Hopkins University Press.
- MORENO-JIMÉNEZ J.M. (1996). *Metodología Multicriterio en el Plan Nacional de Regadíos*. Informe.
- MORENO-JIMENEZ J.M. (2002): *El Proceso Analítico Jerárquico. Fundamentos, metodología y aplicaciones*. RECTA. Monográfico 1.
- MORENO-JIMENEZ J.M., AGUARON J., CANO F., ESCOBAR M.T. (1998): "Validez, robustez y estabilidad en decisión multicriterio. Análisis de sensibilidad en el Proceso Analítico Jerárquico". *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* 4:3 87-397.
- MORENO-JIMENEZ J.M., AGUARON J., ESCOBAR M.T., TURON A. (1999): "Multicriteria procedural rationality on SISDEMA". *European Journal of Operational Research*. 119: 388-403.
- MORENO-JIMENEZ J.M., ESCOBAR M.T. (2000): "El pesar en el proceso analítico jerárquico". *Estudios de Economía Aplicada* 14: 95-115.
- MOSS CH.B. (1997): "Returns, Interest Rates, and Inflation: How They Explain Changes in Farmland Values". *American Journal of Agricultural Economics* 79: 1.311-1.318.

MUSEROS ROVIRA T. (1987): *Tratado de tasación de tierras y demás objetos del campo*. Ed. Cuesta. Madrid.

MYRDAL (1978): "Institutional Economics". *Journal of Economic Issues* 12(4): 771-83.

NORMAS INTERNACIONALES DE VALUACIÓN. Séptima edición.2005.

ORDEN ECO/805/2003 de 27 de Marzo. Publicado en BOE del 9 de Abril del 2003.

ORDEN EHA/3011/2007 de 4 de Octubre. Publicado en el BOE del 17 de Octubre del 2007.

OSSADNIK W., LANGE O. (1999): "AHP-based evaluation of AHP software". *European Journal of Operational Research* 118: 578-588.

PALACIOS F., CALLEJÓN J., HERRERÍAS J.M. (2000): "Fundamentos probabilísticos del Método de Valoración de las dos distribuciones". *Actas de la XIV Reunión Asepelt-España*, Oviedo.

PARTOVI F.Y., BURTON J., BANERJE A. (1989): "Application of Analytic Hierarchy Process in operations management". *International Journal of Operations y Production Management* 10(3): 5-19.

PEACOCK D.L., BRAKE J.R. (1970): *What is used farm machinery worth?*. Michigan State University. Agr.Exp.Sta.Res.Rep 109.

PÉREZ VEYNA O. (2006): "Tecnologías Emergentes en Valoración. Sus bondades para la transparencia y objetividad". *XLII Convención Nacional de Valuación*. Culiacán. Sinaloa. México.

PERRY G.M., BAYANER A., NIXON C.J. (1990): "The effect of usage and size on tractor depreciation". *American Agricultural Economics Association* 72: 317-325.

PLATTNER R.H., CAMPBELL T.J. (1978): "A study of the effect of water view on site value". *The Appraisal Journal* 46(1): 20-25.

POVELLATTO A. (2001): "Crescita differenziata per i prezzi dei terreni agrari". *L'Informatore agrario* 49: 27-30.

RAMANATHAN R. (1995): "Energy resource allocation incorporating quantitative and qualitative criteria: An integrated model using goal programming and AHP". *Socio Economic Planning Sciences* 29(3): 197-218.

RAMANATHAN R. (1997): "A note on the use of goal programming for the multiplicativa AHP". *Journal of Multi-criteria Decision Analysis* 6(5): 296-307.

REYNOLDS J.E. (1997): "New opportunities for using farmland values in the analysis of economic issues: discussion". *American Journal of Agricultural Economics* 79(5): 1.665-1.668.

REYNOLDS J.E., REGALADO A. (2002): "The Effects of Wetlands and other Factors on Rural Land Values". *The Appraisal Journal* 72: 182-190.

ROKA F.M., PALMQUIST R.B. (1997): "Examining the Use of National Databases in a Hedonic Analysis of Regional Farmland Values". *American Journal of Agricultural Economics* 79(5): 1.651-1.656.

ROMERO C. (1973): *Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones*. Alianza Universidad.

ROMERO C. (1997): "Una extensión del método de valoraciones de tierras de las dos distribuciones beta". *Revista de Economía Política* 75: 47-62.

ROMERO C. (1997): *Economía de los recursos ambientales y naturales*. Alianza Economía.

ROMERO C. (2001): "Distributive Equity y Social Efficiency: A note". *Journal of Agricultural Economics* 52: 110-112.

ROMERO C. (2001): "Extended Lexicographic Goal Programming: A Unifying Approach". *Omega* 68: 63-71.

ROSSI C. (2001): *Rivelazioni e previsioni statistiche nell'Egitto dei Faraoni: Idee in libertà per un lavoro scolastico interdisciplinare*. Progetto Alice, in stampa.

ROY B. (1968): "Classement et choix en présence de points de vue multiples, le méthode ELECTRE". *Reveu Francaise d'Informatique et de Recherche Opérationnelle* 2(8): 57-75.

RUIZ ROCHERA F. (1861): *Tasación de tierras*. Ed. Martín Masustegui. Castellón.

SAATY T. (1980): *The Analytic Hierarchy Process*. RWS Publications.

SAATY T. (1986): "Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process", *Management Science* 32(7): 841-855.

SAATY T. (1992): *Multicriteria Decision Making. The Analytic Hierarchy Process*. RWS Publications.

SAATY T. (1994): *Fundamentals of decision making and priority theory with the Analytic Hierarchy Process*. RWS Publications.

SAATY T. (1995): *Toma de decisiones para líderes*. RWS Publications.

SAATY T. (1999): "Basic theory of the Analytic Hierarchy Process: How to make a decision". *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* 4: 395-423.

SANTI JUAREZ T. (1952): *Valoración de fincas y predios*. Ed. Dossat. Madrid.

SAWARAGI Y., NAKAYAMA H., TANINO T. (1985): "Theory Multiobjective Optimization." *Academic Press*, Orlando.

SCHAFFER J.D. (1984): *Multiple objective optimization with Vector Evaluated genetic Algorithms*. Ph thesis, Vanderbilt University, Nashville.

SCHÄRLIG A. (1985): *Décider sur plusieurs critères. Panorama de l'aide à la décision multicritère*. Collection Difiger L'Entreprise. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne.

SCHNIEDERJANS M.J., WILSON R.L. (1991): "Using the Analytic Hierarchy Process and goal programming for information system project selection". *Information and Management* 20(5): 333-342.

SEGURA B. (1984): *La revalorización de la tierra. Evolución en el período 1970-1980 con especial referencia a la Comunidad Valenciana y su utilización en los métodos de valoración agraria*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos. Universidad Politécnica de Valencia.

SIMON H. (1955): "A Behavioral Model of Rational Choice". *Quarterly Journal of Economics* 69: 99-118.

STEUER R.E. (1985): *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. John Wiley&Sons, New York.

STEUER R.E., GARDINER R., GRAY J. (1996): "A bibliographic survey of the activities and international nature of multicriteria decision making". *Journal of Multi-criteria Decision Analysis* 5: 195-217.

TABUCANON M. (1988): *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. John Wiley&Sons, New York.

TORREJÓN A., BONETA. (1897): *Teoría y Práctica de Tasación Agrícola*. Ed. Hijos de D. J. Cuesta. Madrid.

VAIDYA O. S., KUMAR S. (2006): "Analytic hierarchy process: An overview of applications". *European Journal of Operational Research* 169(1): 1-29.

VAN DER HORNET R.C., LOOTSMA F.A. (1997): "Group preference aggregation in the multiplicative AHP". *European Journal of Operational Research* 96(2): 363-370.

VINCKE P. (1989): *L'aide multicritère à la décision. Collection Statistique et Mathématiques Appliquées*. Editions de l'Université de Bruxelles, Bruxelles.

YIN Y.Y., COHEN S.J. (1994): "Identifying regional goals and policy concerns associated with global climate change". *Global Environmental Change-Human and Policy Dimensions* 4(3): 245-260.

YOON K. (1987): "A reconciliation among discrete compromise solutions". *Journal of Operational Research Society* 38(3): 272-286.

ZELENY M. (1973): "Compromise programming" en Cochrane J.L. and Zeleny M. (eds). *Multiple Criteria Decision Making*. University of South Carolina Press.

ZELENY M. (1974): "Linear Multiobjective Programming". *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 95, Springer-Verlag, New York.

ZELENY M. (1982): *Multiple Criteria Decision Making*. Ed. Mc Graw Hill, New York.

ZHOY Z.Y., CHENG S.W., HUA B. (2000): "Supply chain optimization of continuous process industries with sustainability considerations". *Computers and Chemical Engineering* 24: 1.151-1.158.

ZIOBROWSKI A.J., CURCIO R.J. (1992): "The investment characteristics of real estate in other countries". *The Appraisal Journal* 60: 196-205.

ZIZZO N. (1975): "Il principio di gruppo". *Seminario económico dell Università de Catania*.