

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SOBRE LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: ESTUDIO DE CASO EN ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.

JULIO CÉSAR MÉNDEZ CARDONA



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI
2018**

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SOBRE LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: ESTUDIO DE CASO EN ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.

JULIO CÉSAR MÉNDEZ CARDONA

Trabajo de maestría presentado como requisito para optar al título de:

MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Director:

Mg. Diego Díaz Henríquez



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI
2018**

Tabla de contenido

Resumen	1
Introducción general	2
CAPÍTULO 1: Contextualización del problema a estudiar	5
1.1 Introducción	5
1.2 Justificación	5
1.3 Planteamiento del problema	8
1.4 Objetivo general	10
1.5 Objetivos específicos	10
1.6 Antecedentes	11
1.6.1 Estado del arte	11
1.6.1.1 La comprensión de los gráficos estadísticos	11
1.6.1.2 La investigación en educación estadística y el conocimiento didáctico del contenido del profesor	15
1.6.1.3 El estudio del Conocimiento Didáctico del Contenido en estadística	17
1.7 Resultados sobre distintas investigaciones en torno a los gráficos estadísticos	19
Capítulo 2: Marco teórico del conocimiento didáctico del contenido	22
2.1 Referentes teóricos.	22
2.1.1 Origen de algunos gráficos estadísticos	22
2.2 Breve historia de CDC	24
2.3 Significado y características del Conocimiento Didáctico del Contenido	25
2.4 Categorías de análisis del trabajo de investigación	29
2.4.1 Categorías para análisis de interpretación de gráficas estadísticas	29
2.4.2 Categorías de análisis para el CDC	30
2.5 Aspecto curricular	32
Capítulo 3: Metodología.	34
3.1 Introducción	34
3.2 Paradigma de investigación: cualitativo	34

3.3 Diseño: estudio de casos	35
3.4 Fase primera	35
3.4.1 Selección de estudiantes	36
3.4.2 Aplicación de cuestionario de situaciones problema	36
3.5 Fase segunda	37
3.5.1 Categorías de análisis del cuestionario	37
3.6 Fase tercera	38
3.7 De los instrumentos y procedimientos de recolección de datos.	38
3.7.1 Entrevista	38
3.7.2 Cuestionario	40
3.7.3 Cuestionario didáctico sobre gráficas estadísticas	40
3.7.4 Situaciones hipotéticas:	41
<i>CAPÍTULO 4. Análisis de resultados</i>	42
<i>CAPÍTULO 5. Conclusiones</i>	56
Consideraciones finales	60
<i>Bibliografía</i>	61
Anexos	68

Tabla de ilustraciones

ILUSTRACIÓN 1 EJÉRCITO DE ANÍBAL Y NAPOLEÓN. FUENTE: SERRANO (2010, FIG.1, P.134).....	22
ILUSTRACIÓN 2: COMPONENTES DEL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR EN RELACIÓN AL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO Y DE INVESTIGACIÓN. FUENTE: PINTO (2010, FIG. 2.1, P. 88).....	28
ILUSTRACIÓN 3: DIVERSAS INVESTIGACIONES QUE RELACIONAN ESTADÍSTICA Y CDC (2008). CITADAS EN PINTO (2010).....	28
ILUSTRACIÓN 4: COMPONENTES Y CATEGORÍAS PROPUESTAS POR LA INVESTIGACIÓN (2017).	30
ILUSTRACIÓN 5. GRÁFICA DE SITUACIÓN HIPOTÉTICA 1	68
ILUSTRACIÓN 6. GRÁFICA DE SITUACIÓN HIPOTÉTICA 2.	69
ILUSTRACIÓN 7. GRÁFICAS DE SITUACIÓN HIPOTÉTICA 3.	69
ILUSTRACIÓN 8. DIAGRAMA DE TALLO Y HOJAS.	69
ILUSTRACIÓN 9. DIAGRAMA DE BARRAS.	70
ILUSTRACIÓN 10. DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES.	70
ILUSTRACIÓN 11. DIAGRAMA POLÍGONO DE FRECUENCIAS.	71
ILUSTRACIÓN 12. DIAGRAMA DE LÍNEAS.....	71
ILUSTRACIÓN 13. DIAGRAMAS DE CAJAS Y BIGOTES.	71
ILUSTRACIÓN 14. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN.	72
ILUSTRACIÓN 15. GRÁFICA DE SITUACIÓN HIPOTÉTICA 4.	72

Resumen

El siguiente trabajo de grado tiene como propósito identificar o determinar los conocimientos didácticos de contenidos en estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas a nivel de pregrado en la Universidad del Valle (sede Norte del Cauca) en la interpretación de gráficos estadísticos. Este trabajo se pretende fundamentar desde el *conocimiento didáctico del contenido* (CDC), de Lee S. Shulman (1986) así como desde la EOS (Enfoque Ontosemiótico) para el diseño del cuestionario, éste consta de cuatro situaciones hipotéticas, que pueden suceder en clase.

El paradigma de investigación es cualitativo y su diseño es un estudio de casos. Se seleccionan cuatro estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas a quienes se les aplica un cuestionario didáctico de contenido y la entrevista en profundidad.

En el primer instrumento se identifican cinco elementos de cada situación hipotética: situaciones problema (entornos cotidianos al estudiante), lenguaje (propio de Estadística), procedimientos (algoritmos), conceptos-definición y argumentos (justificaciones); la entrevista, en cambio, se centra en lo curricular relacionado con el Pensamiento aleatorio, las concepciones sobre la Estadística; su enseñanza y aprendizaje, la manera de planificar u organizar las actividades de la clase, en particular, de las gráficas estadísticas.

Palabras claves: CDC, Didáctica, gráficas estadísticas, estudiante en formación docente.

Introducción general

El presente trabajo de grado se forma a partir de la lectura de estudios o investigaciones realizadas sobre dificultades presentes en estudiantes y profesores de Básica Primaria en la interpretación de gráficas estadísticas. Algunas de las dificultades refieren a la relación entre tipo de datos (variable cualitativa o cuantitativa) y sus correspondientes gráficos, no identificar los componentes del gráfico (título, etiquetas en ejes X e Y), escoger una escala no adecuada a los datos recolectados.

Estas dificultades son recurrentes en profesores de escuelas Primaria, Básica y Media así como en estudiantes de institutos de educación superior como las universidades, también en estudiantes para profesor en su formación de Estadística (véase en: Prueba CAOS (2005), Montero y Ainley (2003), Espinel (2007), Arteaga, Batanero y Ruíz (2008) en Pinto (2010)). Este trabajo de grado pretende determinar los conocimientos didácticos de contenido que los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la sede Norte del Cauca de la Universidad del Valle han adquirido para la enseñanza de la Estadística, especialmente, en la interpretación de gráficos estadísticos. Para esto el trabajo de grado se apoya en el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) que fue propuesto por Lee Shulman (1986). Este trabajo de grado se desarrolla en los siguientes apartados: contextualización del problema a estudiar, marco teórico, metodología, cuestionario: análisis y resultados y conclusiones.

En el primer capítulo se expone y explica la Contextualización del problema a estudiar, consiste en las dificultades que se presentan en estudiantes de Educación Secundaria y Media, como también en estudiantes de licenciatura de Educación Básica sobre la enseñanza de la

interpretación de gráficas estadísticas, por lo que se crean tres objetivos que buscan: primero, caracterizar el CDC en estudiantes para profesor de la sede Norte del Cauca de la Universidad del Valle; segundo, identificar algunas dificultades en la lectura e interpretación de las gráficas estadísticas y, tercero, indagar algunos elementos del conocimiento didáctico del contenido que los estudiantes de la licenciatura reciben en las distintas líneas de formación.

En el capítulo segundo se exponen y explican los referentes teóricos más importantes sobre CDC, enfoque propuesto por Lee Shulman (1986); Conocimiento Didáctico de Contenido, éste propone tres dimensiones: conocimiento del contenido de la materia a enseñar, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular. De acuerdo al CDC, se estudia o indaga sobre cómo se desarrolla el conocimiento de los profesores para preparar las clases y su forma de enseñar.

Luego, en el capítulo tercero se explica cómo se diseñaron las preguntas del cuestionario y cómo se proponen unos ítems a partir de la “Pauta de análisis de idoneidad didáctica” propuesta por Godino (2009) y aplicada por Arteaga (2010). Seguidamente, se explican los procedimientos para recolectar la información mediante dos instrumentos: cuestionario didáctico sobre gráficos estadísticos y entrevista en profundidad. Asimismo, se propone la escala de Sorto (2004) citada por Pinto (2010), para evaluar las respuestas del cuestionario que consiste en dar un valor de 4,3,2,1, y 0 según la respuesta sea correcta, completa, coherente y no adecuada por parte de los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

En el capítulo cuarto, llamado Análisis: Cuestionario y entrevista, se realiza evaluación de cada Caso y los resultados de las respuestas de los estudiantes de licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas que se obtuvieron a partir del cuestionario didáctico de

contenido sobre gráficas estadísticas y la entrevista en profundidad, para luego, expresarlas en términos de la escala de Sorto (2004). También, se identifican elementos de CDC en los estudiantes de licenciatura que reciben en los distintos cursos que reciben de las diferentes líneas de formación.

Finalmente, en el capítulo quinto se presentan las Conclusiones que nos indica cómo es el Conocimiento Didáctico del Contenido y algunas dificultades en la interpretación de gráficas estadísticas en los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

CAPÍTULO 1: Contextualización del problema a estudiar

1.1 Introducción

Este capítulo trata de algunas dificultades que presentan los estudiantes de los diferentes niveles de escolaridad en educación primaria, secundaria y media. También, en estudiantes de universidad, que serán profesores en instituciones de educación pública y privada. Por tal razón, se inicia con el ¿por qué? Incluir a la Estadística en el currículo de Matemáticas y los resultados de Colombia en las pruebas estandarizadas nacionales como Supérate y Saber, pruebas internacionales como Program International Student Assessment (PISA). De esta manera, desde el triángulo didáctico se relaciona el saber, el estudiante, faltando por analizar al estudiante en su formación de práctica docente. Para analizar esta problemática, este trabajo de grado busca identificar algunos elementos de la formación de estudiantes de licenciatura de Educación Básica con Énfasis en Matemáticas que serán útiles para desempeñar su rol de profesor, en la interpretación de gráficas estadísticas.

1.2 Justificación

Desde la escuela, el pensamiento aleatorio hace parte del componente matemático. Desde lo curricular con los Estándares Básicos de Competencia (2006), los Lineamientos Curriculares y ahora los Derechos Básicos de Aprendizaje (2015), se esperaría que esta preparación y entrenamiento redunde en buenas pruebas a nivel local e internacional. El panorama a nivel internacional es similar pues en sus currículos, el pensamiento aleatorio está presente desde los primeros grados y es allí en donde se han presentado dificultades en la interpretación de gráficos según Curcio (1987) de 4° a 7°, Li y Shen (1992) en estudiantes de secundaria.

En Colombia, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del MEN (2006), proponen cinco tipos de pensamiento. Uno de ellos, el Pensamiento Aleatorio. En donde cobra especial importancia para la interpretación de gráficas estadísticas, éstas se enseñan desde grado Primero (pictogramas y diagrama de barras) hasta grado Undécimo (Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas). Este último describe más ampliamente el Pensamiento Aleatorio.

Resultados de las pruebas estandarizadas nacionales y externas en lo relacionado con la estadística dan cuenta de las representaciones gráficas provenientes de diversos tipos de datos y naturaleza; como Física, Ciencias sociales, Química, Biología. Asimismo, de la necesidad de extraer información para decidir la opción correcta al enunciado propuesto para contestar. Esto es, tener en cuenta como mínimo los componentes del gráfico; como título del gráfico, etiqueta del eje X y, etiqueta del eje Y.

Informes de evaluación en prueba Pisa (2009), TIMSS (2002) y SABER (2012), indican que el desempeño de los estudiantes en Colombia en su competencia matemática presenta dificultades en especial en el pensamiento aleatorio (Castellanos, 2013, p. 5). Pruebas SABER más recientes indican que aún hay dificultades en la competencia matemática en los estudiantes.

En la investigación de Castellanos (2013) se realiza un análisis de las diversas gráficas que se evalúan en las pruebas Saber 5° en los años 2003, 2006 y 2009, en las competencias evaluadas y el nivel de lectura propuestos por Curcio (1989), citado por Castellanos (2013, p. 66) así como la cantidad de preguntas para cada nivel. A continuación se presentan algunas investigaciones relacionados con las dificultades presentes en la interpretación y análisis de gráficas en todo nivel de escolaridad.

Algunas investigaciones que se enfocan en la comprensión de gráficas estadísticas y en la que cada investigador la llama de forma particular; “comprensión de gráficas” es la de Curcio (1987), el “sentido de los datos” por Burges (2002), el “sentido crítico” definido por Gal (2002), Batanero (2001), en este sentido Batanero identifica varias dificultades que se presentan en estudiantes, y que son de importancia para el estudio que se pretende realizar en este trabajo: interpretar el contenido de los gráficos, interpretar gráficos en los niveles superiores, elegir correctamente el gráfico de acuerdo al tipo de variable a través de estudiantes de licenciatura.

Este trabajo se enfoca en estudiantes de universidad; no en estudiantes de colegio, ni en profesores que enseñan en éstos, tampoco en docentes de universidad, sin embargo, es importante tener en cuenta ciertos elementos curriculares, epistémicos y didácticos que posiblemente reciben los estudiantes de la licenciatura desde las diferentes líneas de formación para enseñar estadística. Un concepto que conocerán los estudiantes de licenciatura terminando sus estudios, es el de transposición didáctica; elemento que puede ser potente para preparar sus clases de estadística. “Por su parte Yves Chevallard con su propuesta de “transposición didáctica” ha contribuido, en este caso desde el contexto francés, decisivamente a la configuración de las didácticas específicas. Dentro del triángulo o terna didáctica (enseñante, saber, aprendiz)” (Bolívar, 2005).

Este estudio se centra en el estudiante de licenciatura en Educación Básica. En este sentido, el estudio quiere conocer qué conocimientos ha adquirido el estudiante de licenciatura en Educación Básica énfasis en Matemáticas para enseñar los contenidos de Estadística; en especial gráficas estadísticas, y en particular su interpretación.

En este sentido, el trabajo de grado requiere, que en el curso de Análisis Exploratorio de Datos se realicen actividades donde los futuros profesores de Estadística en Educación Básica sean orientados en construcción de tablas de frecuencia, medidas de tendencia central, construcción de gráfico de barras, diagramas circulares, histogramas y diagramas de líneas, los dos primeros a mano; los demás en Geogebra. Además de lo anterior, es importante que manejen saberes en cuanto a medidas de dispersión (rango, varianza, desviación estándar), medidas de forma (asimetría y apuntamiento o curtosis), medidas de posición no centrales como cuartiles(25%), deciles (10%), percentiles (1%), diagrama de tallos y hojas, diagrama de cajas y bigotes, y diagrama de dispersión). Además de lo anterior, se hace necesario conocer en los estudiantes de licenciatura la forma cómo pueden relacionar lo aprendido en los cursos de Educación Matemática con la Estadística y Probabilidad.

1.3 Planteamiento del problema

En las dos últimas décadas aproximadamente, el currículo de Matemáticas en Colombia ha incluido la Estadística como medio para fortalecer el pensamiento aleatorio, de vital importancia para todo ciudadano que en ocasiones ve a través de los medios de comunicación datos estadísticos. Esto ha sido reflejado en las dinámicas institucionales educativas introduciendo la estadística como parte fundamental del área de Matemáticas. No sólo se ha reconocido a nivel de instituciones educativas, sino que se puede observar que en pruebas externas y nacionales como Pisa, TIMSS, Saber, Supérate, etc; todo lo relacionado con el pensamiento aleatorio cobra mucha importancia.

Por lo anterior, las pruebas internacionales y nacionales se han preocupado por el aprendizaje de la estadística; los estándares de la Comisión Nacional de Profesores de Matemáticas NCTM

(1991) de Estados Unidos (siglas en inglés) sugirieron, pautas y recomendaciones a los profesores sobre diversas formas de afrontar la enseñanza y aprendizaje de la estadística en términos generales, como en cada tema particular, como es el caso de la representación de datos. En este sentido, la NCTM (1991); propone que los estudiantes estén presentes en los procesos de recolección, organización, descripción de los datos y sean capaces de construir, leer e interpretar gráficas, así como analizar tendencias, proponer conjeturas y predicciones a partir de los datos (Castellanos, 2013, pág. 5).

También, en las pruebas internacionales; como la evaluación PISA (OCDE, 2009) está presente la noción de incertidumbre; se evalúa la representación de datos en TIMSS (Gil y Tiana, 2002), y en las pruebas nacionales, se incluye el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en las pruebas SABER-Colombia; (ICFES, 2012) donde se evalúa el manejo de datos de distinta naturaleza (Castellanos, 2013, pág. 5).

De esta manera, los informes internacionales y nacionales en sus resultados han medido el desempeño de los estudiantes en Colombia en su competencia matemática, presentando dificultades en el razonamiento y la resolución de situaciones problema relacionados con el pensamiento estadístico (Mullis, Martin, Foy y Arora, 2011; ICFES, 2012; MEN, 2009b), (Castellanos, 2013, pág. 5).

En las dificultades que presentan estudiantes en educación básica y media, y en estudiantes de universidad que serán futuros profesores; se encontraron problemas como tener gráficos de polígonos de frecuencias con variables cualitativas, o diagrama de barras horizontales para representar datos que se debieran representar en un diagrama de dispersión, según Li y Shen (1992) en (Arteaga, 2011). Aquí se observa que no hay relación entre el tipo de variable y su correspondiente gráfico. También, respecto a escalas en los ejes (X e Y) en los gráficos

estadísticos, en ocasiones omiten uno de los ejes o ambos; así como no especificar el origen de coordenadas.

Con respecto a dificultades de lectura y comprensión, en el diagrama de barras al variar la posición de las barras de horizontal a vertical (disposición de los datos), los estudiantes tienen errores de lectura (Pereira, Mendoza y Mellor, (1990). Citado en Castellanos (2013, pág. 5).

En este sentido surgen preguntas como: ¿por qué a los estudiantes se le dificultad leer y comprender información estadística?, ¿Cuáles son los procesos de razonamiento estadístico que se activan en los estudiantes?, ¿Qué estrategias didácticas crea o pone en juego el profesor en sus clases de estadística? Las anteriores preguntas conllevan al siguiente problema:

¿Cuál es el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) sobre la interpretación de gráficos estadísticos en los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle de la sede Norte del Cauca?

Para ello, se han diseñado los siguientes objetivos:

1.4 Objetivo general

Determinar el Conocimiento Didáctico del Contenido sobre la interpretación de gráficos estadísticos en estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle sede Norte del Cauca.

1.5 Objetivos específicos

1. Caracterizar el Conocimiento Didáctico del Contenido en los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

2. Identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes de licenciatura en Matemáticas en la lectura de gráficos estadísticos.
3. Indagar algunos elementos del Conocimiento Didáctico del Contenido que los estudiantes de la licenciatura reciben en las distintas líneas de formación.

1.6 Antecedentes

1.6.1 Estado del arte

1.6.1.1 La comprensión de los gráficos estadísticos

En Serrano (2010) la mayoría de las investigaciones han girado en torno a la comprensión de los gráficos estadísticos que involucra su lectura, la interpretación, selección y construcción. La comprensión de los gráficos es una habilidad que permite a las personas obtener información a partir de un gráfico o por otros (Friel, Curcio y Bright, 2001). Para Serrano (2010) lo anterior involucra tres procesos que los llama: *traslación*, *interpretación* y *extrapolación/interpolación*; el primer proceso se puede observar desde los cambios de registro semióticos como es de una tabla de frecuencias a una descripción verbal, de tabla de frecuencias a gráfico estadístico, de un gráfico a un número, esto es, la interpretación que establece relaciones entre los datos representados en el gráfico y la selección de los valores más importantes según los datos, como por ejemplo, la moda, la media y la mediana. En Serrano (2010) estas relaciones se pueden realizar entre los especificadores de un gráfico o entre el especificador y sus etiquetas. La *extrapolación* y la *interpolación* van más allá de la interpretación y se produce al percibir las tendencias o al especificar las implicaciones a partir de los datos.

En la investigación de Wu (2004), citado por Serrano (2010), sobre la comprensión gráfica en estadística con estudiantes de secundaria en Singapur; define ésta en función de cuatro elementos: lectura, interpretación, construcción y evaluación de gráficos. Cada elemento cuenta con varios componentes y las habilidades que debe tener un estudiante de secundaria en cada elemento:

- *Lectura de gráfico*: extraer los datos directamente de uno o más gráficos y generar información calculando o mostrando datos de forma explícita en uno o más gráficos
- *Interpretación de gráficos*: formular opiniones de uno o más gráficos
- *Construcción de gráficos*: presentar o editar datos en forma gráfica
- *Evaluación de gráficos*: evaluar un gráfico respecto a su exactitud y efectividad

Los elementos (lectura, interpretación, construcción y evaluación) antes mencionados han sido utilizados por diversos autores para generar preguntas que pueden dar origen a sus estudios de investigación a partir de los gráficos estadísticos. Estas preguntas de investigación se han agrupado para caracterizar tres niveles de comprensión gráfica. Curcio (1987), citado en Serrano (2010) distingue tres niveles de comprensión gráfica, que han sido estudiados por otros investigadores y modificados según los intereses que desean en sus estudios:

- *Leer los datos*: se refiere a observar lo que está representado en el gráfico, lo que implica localizar los datos necesarios y traducirlos a un lenguaje verbal.
- *Leer entre los datos*: implica realizar comparaciones o interpolaciones relacionando los datos representados.
- *Leer más allá de los datos*: significa extraer la estructura de los datos realizando predicciones e inferencias.

Después, incluye un cuarto nivel: *lectura detrás de los datos*, en este nivel se quiere establecer la relación que hay entre los datos y el contexto del que surgen, indagando los condicionantes de por qué en un determinado momento se producen algunos datos y otros no (Shaughnessy, 2007). Por ejemplo, si los datos se refieren al número de hermanos que tiene cada estudiante de una clase, se deberían asociar a los datos de la situación económica, social y

demográfica del entorno (lugar, región o país) en el momento de su nacimiento, con el objeto de dar una explicación a los datos.

Gal (2002) considera que las tres habilidades: interpretación, construcción y evaluación, constituyen una parte importante de la alfabetización estadística, ya que es la unión de dos competencias relacionadas entre sí: *interpretar* y *evaluar* críticamente información estadística de una gran variedad de fuentes, y *formular* y *comunicar* una apreciación razonada de esa información. Por otro lado, Aoyama (2007) analizando la interpretación que hacen estudiantes de algunos gráficos ha establecido los siguientes niveles de comprensión del gráfico:

1. *Nivel Racional/literal*: Los estudiantes leen correctamente los gráficos, interpolan, detectan tendencias y predicen. Usan las características del gráfico para responder a las cuestiones propuestas pero no critican la información y no proporcionan explicaciones alternativas.
2. *Nivel Crítico*: Los estudiantes leen el gráfico, comprenden el contexto y evalúan la fiabilidad de la información; pero no son capaces de pensar en hipótesis alternativas que expliquen la disparidad entre un gráfico y una conclusión.
3. *Nivel Hipotético*: Los estudiantes leen el gráfico, lo interpretan, evalúan la información y son capaces de crear sus propias hipótesis y modelos.

Las investigaciones que se han realizado respecto a la comprensión e interpretación han permitido determinar cuáles son los componentes necesarios para desarrollar un buen *sentido gráfico* (Friel, Curcio y Bright, 2001) que se domina con la creación de gráficos propios y del uso de gráficos diseñados por otros, en una variedad de contextos que requiere dotar de sentido a los datos. Así, se han establecido que los comportamientos que permiten saber que una persona ha adquirido el *sentido gráfico* son los siguientes:

1. Reconocer los componentes de los gráficos, las diferentes relaciones entre ellos y el efecto de los componentes en la presentación de la información en los gráficos.
2. Utilizar el lenguaje específico de los gráficos cuando se justifica acerca de la información que éstos contienen.

3. Entender las diferentes relaciones que involucra la información en una tabla de frecuencia, un gráfico y los datos que los constituyen.
4. Interpretar la información contenida en los gráficos.
5. Comprender qué tipo de gráfico corresponde según la variable estadística del estudio.
6. Tener seguridad de la relación entre los datos y del contexto de donde provienen para no personalizarlos.

De otro lado, Ben-Zvi (2002) evalúa las capacidades de los alumnos de 13 años para dar sentido a datos estadísticos y a sus representaciones. Trata también de analizar las dificultades con las que pueden encontrarse los alumnos para pasar de una *visión local* de los datos (por ejemplo fijarse solamente en un punto de un gráfico) a un *visión global* en la que se necesitan habilidades para buscar, describir y explicar patrones y tendencias en un conjunto de datos.

Sugiere que la obtención de una visión global de los datos puede ser un proceso complejo para los estudiantes.

En el ámbito internacional son tres los términos que se utilizan en el estudio para la enseñanza y aprendizaje de la Estadística; éstos son: *pensamiento estadístico*, *razonamiento estadístico* y *cultura estadística*; que incluyen las representaciones gráficas en las diversas investigaciones. Al respecto Serrano (2010) señala: el significado de cada término puede variar según su autor de referencia (delMas, Garfield y Ooms, 2005). *El pensamiento estadístico* comprende “lo que hace un estadístico”. Los procesos que se incluyen en él son: organizar un conjunto de datos, resolver un problema concreto, razonar siguiendo un proceso y comprobar las soluciones. *El Razonamiento estadístico* se entiende como el camino a través del cual las personas piensan y dan significado a las ideas estadísticas. Esto es interpretar un conjunto de datos, realizar representaciones gráficas y hacer resúmenes estadísticos. *La Cultura estadística*; habilidad para conocer, interpretar y evaluar información estadística de tablas y gráficos. Una diferencia al *Pensamiento estadístico* del *Razonamiento* o la *Cultura estadística* es la habilidad para ver los procesos estadísticos de forma holística, y para explorar los datos de forma no académica. Para el

razonamiento estadístico un componente importante es la *transnumeración* (Wild y Pfannkuch, 1999), es decir, la comprensión de los datos estadísticos a partir del cambio de representación gráfica o representación semiótica.

1.6.1.2 La investigación en educación estadística y el conocimiento didáctico del contenido del profesor

La investigación en educación estadística es un campo de innovación y desarrollo constituido por todas aquellas personas (educadores estadísticos) que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso o las actitudes hacia la Estadística (Pinto, 2010, pág. 82). De modo que la investigación en educación estadística es investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística (Batanero, 2001a; Bacelar, et al. 2001). Es común encontrar profesionales de diversas disciplinas involucrados en investigación estadística como psicólogos, economistas, matemáticos, educadores entre otros.

En Europa, particularmente, al estudio de la Estadística y Probabilidad se le denomina Estocástica, según Shaughnessy (1992), la investigación en educación estadística es relativamente joven (Batanero et al., 2000), cada vez es más relevante y esto lo demuestran los congresos de Conferencias Internacionales sobre la Enseñanza de la Estadística (ICOTS, *International Conference on the Teaching of Statistics*, siglas en inglés), reuniones de trabajo de forma presencial o satelital de la Asociación Internacional sobre Educación Estadística (IASE, *International Association for Statistical Education*, siglas en inglés), las reuniones de los Institutos Internacionales de Estadística (ISI, *International Statistical Institute*, siglas en inglés) y los Foros Internacionales de Investigación sobre Razonamiento, Pensamiento y Cultura

Estadística (SRTL, *Statistical Reasoning, Thinking and Literacy*, siglas en inglés) en Pinto (2010, pág 82).

Desde el origen de las diversas conferencias, reuniones y grupos de investigaciones han aparecido diferentes líneas de investigación en educación estadística, siendo para Pinto (2010, pág. 82), tres las que nombra.

La primera la proponen, Shaughnessy (1992) y Shaughnessy y Bergman (1993) a partir del estado de la cuestión de diferentes estudios en educación estadística, surge la necesidad y coincide con los autores anteriores desarrollar investigaciones futuras en situaciones como:

- Desarrollar instrumentos de medición en los diferentes contextos escolares y grados (niveles).
- Ideas equivocadas y concepciones en educación secundaria.
- Estudios transculturales.
- Efectos de los programas por computador.
- Efectos de la instrucción en la enseñanza
- Rol de la meta-cognición en la toma de decisiones según diferentes variables.

La segunda, es de parte de Batanero et al. (2000) quienes proponen como áreas de investigación las siguientes:

- Razonamiento estadístico (análisis y discusión sobre pensamiento, razonamiento y capacidad estadística).
- La tecnología y su papel en la enseñanza.
- Razonamiento inferencial (para un nivel universitario).
- Formación de docentes (conocimiento del profesor sobre el contenido y conocimiento pedagógico).

La última propuesta de temas a investigar es de Ito (en Barcelar, et al., 2001), profesor de la Universidad de Nagoya, Japón, quien propuso cinco categorías:

- Capacidad estadística del futuro ciudadano.
- Formación de profesores de Estadística.

- Enseñanza de la Estadística y sus métodos para futuros usuarios.
- Enseñanza de la Estadística y sus métodos para futuros “productores” y “analistas” de datos.
- Enseñanza de la Estadística teórica y práctica para futuros “productores” de métodos estadísticos.

De interés particular para este trabajo de investigación son los conocimientos del profesor sobre el contenido disciplinar, de currículo y didáctico y cómo éste lo pone en juego en clase sobre gráficas estadísticas (palabras o discurso, símbolos o notación, recurso material como video beam, videos, programas como Geogebra, cuadernos, actividades, talleres, hechos en clase, etc.) y sus concepciones acerca de la Estadística. En Pinto (2010), Shaughnessy (1992 y 2007) y Batanero, et al. (2000) han encontrado que este aspecto de interpretación de gráficas es poco investigado.

Este interés ha sido reconocido por el estudio ICMI/IASE (2006); según Pinto (2010) que se justifica y plantea la necesidad de hacer más investigación en este sentido:

Se debería prestar más atención a las concepciones y creencias estadísticas de los profesores (...) El conocimiento didáctico del contenido requerido para la enseñanza y el modo en que los profesores usan su conocimiento estadístico al enseñar Estadística que también debe tenerse en cuenta (Mickelson y Heaton, 2004. Citado en Pinto (2010, p 84)).

1.6.1.3 El estudio del Conocimiento Didáctico del Contenido en estadística

En 2008 en Monterrey (México), según Pinto (2010, p. 90), se presentaron tres congresos internacionales:

- “Educación Estadística en la Matemática Escolar” convocado por el ICMI/IASE
- El 11th international Congress on Mathematical Education (ICME)
- Encuentro Latinoamericano de Educación Estadística (ELEE), en el mes de julio.

Acorde a los anteriores congresos se encontraron algunos trabajos que relacionaban Estadística con el CDC: Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008), Watson y Callingham (2008), Burges (2008), Chick y Pierce (2008) y González y Pinto (2008). Aquí se nombra uno. Watson y Cullingham (2008), citado por Pinto (2010, pág. 92), aplicaron el Instrumento de Perfiles del Profesor (Teacher Profile Instrument) basado en el cuestionario que Watson (2001) aplicó a profesores de Primaria y Secundaria; 42 en total (22 de primaria y 20 de Secundaria), en tres ciudades de Australia. El objetivo, investigar el conocimiento que tienen del contenido, la reflexión sobre el conocimiento que tiene los estudiantes acerca de la Estadística y el CDC que utilizan a partir de las respuestas de ellos.

Para su investigación, consideraron 12 ítems que estaban dirigidos a explorar el CDC del profesor, se solicitó a ellos predecir el rango de respuestas de sus estudiantes a partir de ciertas preguntas específicas y explicar cómo pueden utilizarlas. También, de qué forma interviene mediante ejemplos, actividades o el discurso para corregir las respuestas no apropiadas de sus estudiantes. Algunos tópicos fueron: a) la probabilidad de ganar a partir de títulos de noticias sobre eventos deportivos en artículos de revista o periódico, b) un gráfico circular que sumaba el 128,5% en un artículo sobre comerciantes minoristas, c) preguntas sobre indemnización extraído de un artículo sobre la relación entre muerte por accidentes de auto y muerte por infarto.

Los resultados de la investigación de Watson y Callingham (2008), citado en Pinto (2010) fueron, en el nivel “bajo”, los profesores sugerían respuestas parcialmente correctas de los estudiantes a cada pregunta. En el nivel “medio”, los profesores fueron capaces de sugerir tanto respuestas correctas como incorrectas para los gráficos, relacionando indemnización de muerte por accidente automovilístico y por infarto. También, logran identificar errores y dan sugerencias para mejorar el gráfico circular. En el nivel “alto”, los profesores tienen dificultades para

alcanzar puntajes altos, en especial en las preguntas que relacionan las respuestas de los estudiantes y para sugerir actividades de intervención en el salón de clase. Asimismo, mostraron tendencia de centrarse más en conceptos matemáticos en el razonamiento de los problemas (Pinto, 2010, pág. 93).

1.7 Resultados sobre distintas investigaciones en torno a los gráficos estadísticos

Un estado del arte sobre diferentes investigaciones recientes en relación a dificultades, errores y obstáculos más frecuentes que dificultan un conocimiento estadístico, así como la interpretación de gráficas estadísticas, se puede encontrar en Friel, Curcio y Bright (2001) y en Shaughnessy (2007), de acuerdo a Serrano (2010). En seguida, se enuncian algunos puntos relevantes de dichas investigaciones y otras más recientes, que aportan y muestran al profesor una variedad de dificultades que se presentan en relación con los gráficos.

La construcción de gráficas conlleva el manejo de varios conceptos tanto de matemáticas como estadísticos como son conteo, tablas de frecuencias (absoluta, relativa, acumulada), razón, escala, unidades de medida, tipos de variables, origen, ejes, proporción.

En relación con las *escalas*, es decir, los ejes X e Y; los estudiantes leen las escalas dado un gráfico; sin embargo, se les dificulta seleccionar una escala adecuada a un conjunto de datos; es decir, dado los datos debe construir un gráfico (según tipo de variable y proponer su eje X e Y numéricamente). La escala se realiza según la magnitud de los datos (valor posicional; unidades, decenas, centenas, etc). Estas deben estar en ambos ejes, con suficientes divisiones y especificando el origen de coordenadas (Batanero, Arteaga y Ruíz, 2009). Cada gráfico presenta sus propias dificultades específicas. Así, en grado primero se trabaja el *pictograma* con un ideógrafo según la situación problema que se plantea. Un niño presenta dificultad si se representa

parte del ideógrafo, esta dificultad puede seguir los principios de Bruner que propuso en 1960 (Enactivo, Icónico, Simbólico). Respecto al diagrama de *tallos y hojas* se puede observar que hay que manejar el sistema decimal posicional; unidades, decenas, centenas.

Para un niño supone un problema cuando el tallo es cero o no tiene dato. El gráfico de *barras* es el más utilizado en el ámbito escolar para representar variables cualitativas (categóricas) y cuantitativas. Algunos investigadores (Lee y Meletiou, 2003) han escrito sobre las dificultades que se presentan a los estudiantes entre el histograma y el diagrama de barras. El *histograma* es una herramienta útil para mostrar la forma de la *distribución* de los datos. Es necesario ordenar las expresiones decimales y agruparlos por lo cual se dificulta la construcción, interpretación y aplicación. El *polígono de frecuencias* que nos muestra la forma de las distribuciones de diferentes variables. El diagrama lineal usado para variables que representan variación en el tiempo. El gráfico de sectores que expresa los datos de forma porcentual y su relación con el área del sector circular y su respectivo ángulo. Los conceptos de proporción, razón y porcentaje son importantes, así como la idea de aumento o disminución experimentado en el tiempo (Schield, 2006), citado en Serrano (2010).

Ahora bien para cuando se tiene la asociación entre dos variables; como tiempo de estudio y calificación corresponde al gráfico *nube de puntos* que se representa en un plano cartesiano.

En el gráfico de *caja y bigotes*, los estudiantes interpretan que entre mayor área del rectángulo, mayor es el porcentaje de los datos. El gráfico vincula conceptos como mediana, valor máximo y mínimo, cuartiles, que permite comparar entre otras cajas para una variable determinada.

Hasta el momento, se ha documentado tres aspectos importantes en torno a las gráficas estadísticas: lectura, interpretación y construcción; y estos aportan a la evaluación de los gráficos

estadísticos. Identificar las dificultades que se presentan en los estudiantes en todos los ámbitos de escolaridad; hace que se generen preguntas del ¿por qué? de ellas y ¿cómo? se podrían mejorar. Lo anterior, vincula un saber relacionado con estudiantes y lleva a preguntar por los procesos de enseñanza que realiza el profesor para que sus estudiantes adquieran unas competencias alrededor de las gráficas estadísticas.

Para terminar, este trabajo se interesa en identificar algunos componentes que desde la formación docente, un estudiante de la licenciatura en educación matemática ha adquirido para desempeñar el rol de profesor. Para este trabajo de grado, se toman en consideración los niveles de interpretación formulados por Curcio (1987), así como otros elementos importantes para la interpretación de gráficas estadísticas como son su construcción, y la evaluación de ellos, los conceptos matemáticos que contribuyen en los procesos antes mencionados y las posibles estrategias que los estudiantes de la licenciatura expongan al momento de planificar, organizar materiales o recursos didácticos en la clase, para materializar la clase se cuenta con otros elementos que están relacionados con el saber matemático o estadístico como las situaciones problemas contextualizadas, los argumentos, procedimientos, algoritmos y, relaciones con otros saberes que sus estudiantes puedan alcanzar los propósitos de sus actividades. También es importante indagar acerca de la concepción que tengan sobre la Estadística y si es posible sobre su relación con las matemáticas.

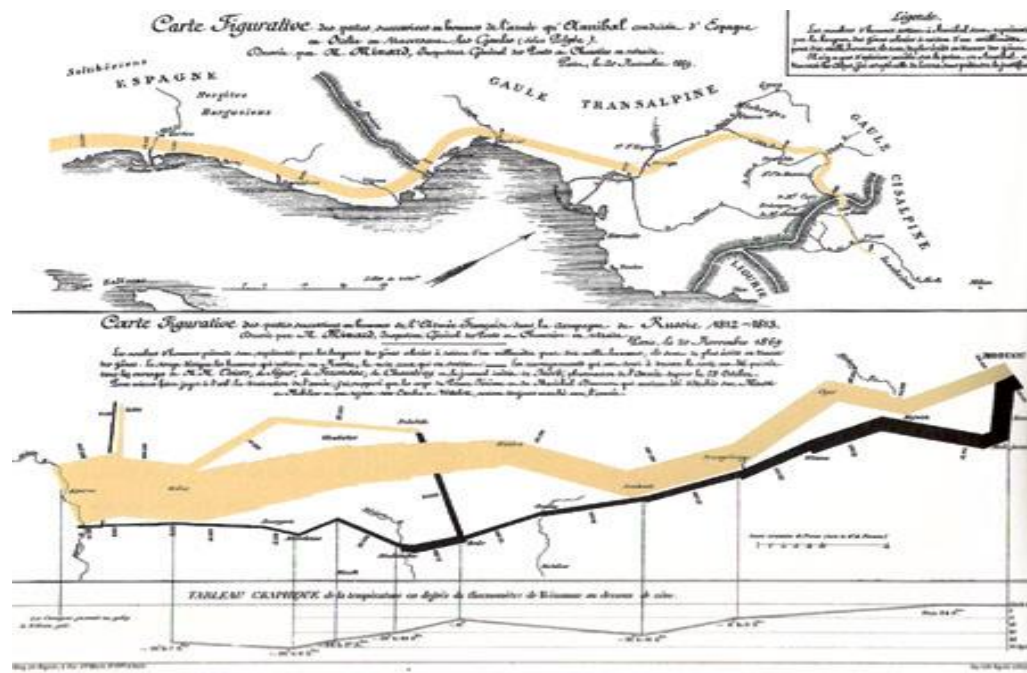
Capítulo 2: Marco teórico del conocimiento didáctico del contenido

2.1 Referentes teóricos.

2.1.1 Origen de algunos gráficos estadísticos

En Serrano (2010, pág. 134), William Playfair; economista e ingeniero escocés, fue quien invento el diagrama de barras y de sectores, además de los gráficos de línea (Wainer, 2005). En 1869, el ingeniero Charles Minard construye un gráfico tan interesante como una pintura de arte; en el gráfico se nota un trazo grueso que con el transcurrir del tiempo y de la guerra en el continente europeo se hace delgado, esta línea representa la cantidad de soldados que al inicio de la guerra eran muchos pero con el paso del tiempo; los soldados muertos en batalla, las enfermedades y la escases de alimento han mermado el número de ellos. Asimismo, en la gráfica se representa la segunda guerra púnica de Aníbal, que pasa a través de los Alpes; y llega a Roma por el norte sorprendiéndolos.

Ilustración 1 Ejército de Aníbal y Napoleón. Fuente: Serrano (2010, fig.1, p.134)



Se tiene otras representaciones de siglo pasado como son el gráfico de tallos y hojas y el gráfico de cajas y bigotes que propone John Tukey en 1976, como parte del Análisis Exploratorio de Datos (DEA, siglas en inglés), que él mismo promueve (Tufle, 2001).

Los gráficos actualmente se hallan presente en diversos medios de comunicación e información y los encontramos en diferentes ámbitos de la vida: la educación (Pruebas Saber), economía (Índice de precios al consumidor), la sociedad (Nivel educativo de la población), la política (candidatos a la presidencia), la biología (longitud del fémur de áfidos), psicología (test para evaluar competencias), entre muchas más. En revistas, prensa y televisión se ven gráficos estadísticos. A veces se presentan gráficos con errores lo cual sería una buena estrategia para formar un debate en clase.

Se quiere formar ciudadanos alfabetizados estadísticamente para lo cual es necesario desarrollar la habilidad para leer y comprender las tablas y gráficos estadísticos; en algunas instituciones tienen en su currículo en el área de Matemáticas a la estadística desde la Educación Primaria.

Para Serrano (2010), los gráficos estadísticos los define como representaciones gráficas en las que por diversas formas geométricas o números se muestran hechos numéricos o relaciones entre ellos para comunicarlos o analizarlos.

En Serrano (2010), un gráfico estadístico está constituido por cuatro componentes (Friel, Curcio y Bright, 2001):

- Un *marco* o contexto donde se ubica la situación y de donde provienen los datos.
- Los *especificadores* que indican la relación entre los datos que se representan; estos pueden ser rectángulos, líneas, puntos, dibujos, etc.
- Las *etiquetas* indican las unidades de medida como el nombre de la(s) variable(s) que presenta el gráfico.
- El *fondo* que puede ser una imagen, una cuadrícula o colores sobre el que va el gráfico.

A continuación se hace un breve repaso de investigaciones recientes que involucran la enseñanza y aprendizaje de los gráficos estadísticos.

2.2 Breve historia de CDC

Para Pinto (2010), la teoría de la enseñanza propuesta por Shulman se da a partir de dos artículos, *Those who understand: knowledge growth in teaching* (1986b) y *Knowledge and teaching: foundations of new reform* (1987). A partir de estos artículos, surgen las siguientes caracterizaciones de la enseñanza para esa época que dan cuenta del surgimiento del CDC:

1° *La necesidad de profesionalizar la enseñanza*. Había profesores que no tenían idea del significado de la profesión y de lo que implicaba enseñar.

2° *El énfasis entre 1857-1900 hacia el contenido* como elemento esencial para enseñar un área.

3° *Críticas recibidas a la corriente didáctica del profesor* (surgida en los 70s y criticada en los 80s) principalmente por la limitada conceptualización de “profesor eficaz”, a describir sin analizar las conductas de un determinado profesor, dejando de lado otros elementos del contexto como por ejemplo concepciones, creencias y procesos de aprendizaje del estudiante, a su concepción lineal y simple de aprendizaje, a no tener en cuenta el contenido y tener como hipótesis principal que el docente es la causa exclusiva, única y directa de un buen rendimiento de los estudiantes (López, 1999).

4° *Críticas recibidas a la corriente didáctica del profesor denominada pensamiento del profesor* (surgida a mediados de los 70s), debido a que ignora la reflexión del profesor sobre la acción, escasa atención a su razonamiento pedagógico; al cambio y evolución del mismo, tiene marcado carácter psicológico. Las investigaciones padecen de generalidad, olvida elementos del aula como estudiantes, contexto y currículo, preocupación por los procesos cognitivos, deja de lado el análisis del contenido relacionado con la didáctica (López, 1999).

5° *Los paradigmas proceso-producto y pensamiento del profesor, favorecieron mayor énfasis* (finales de los 70s y mediados de los 80s) *en procesos de evaluación y acreditación y selección de profesores basado en lo pedagógico*. Asumiendo que el tener licenciatura cubre el contenido de la disciplina. Lo anterior, incide en escasas investigaciones sobre cómo la asignatura específica se transforma en conocimiento en el profesor, llamado por Shulman el “paradigma perdido” (*Missing Paradigm*).

6° *Recuperar y asignarle el justo valor al conocimiento del contenido*. Shulman y su grupo de investigación proponen un programa de investigación denominado “Desarrollo del conocimiento

para la enseñanza” (Knowledge Growth in Teaching), sin restarle importancia al contenido pedagógico, métodos y técnicas que se forman en el profesor.

Shulman y su grupo de investigación buscaban crear un modelo que integrara el conocimiento del contenido con el conocimiento pedagógico; algunos de los resultados obtenidos al proponer un programa fueron:

- ❖ Realizar una investigación con el fin de estudiar cómo aprenden a enseñar profesores de secundaria de biología, inglés, matemáticas y ciencias sociales (ver Shulman, 1986b).
- ❖ Una experiencia de formación docente a partir de la investigación anterior.
- ❖ Un análisis de contenidos de las investigaciones sobre el docente (ejemplo; Fenstermacher, 1978; Smith, 1980 y Schwab, 1983, citados por Shulman).
- ❖ Observación de episodios de enseñanza hecha por Shulman y compañeros de investigación y análisis de los hechos por otros.
- ❖ Creación de una Junta Nacional para la Enseñanza (dirigida por Shulman a mediados a los 80s) como reforma de la profesión docente en Estados Unidos.

De lo anterior surge una corriente de investigación que Shulman denominó “el conocimiento base para la enseñanza”. A continuación, se considera el significado y las características del CDC.

2.3 Significado y características del Conocimiento Didáctico del Contenido

Shulman (1986b) propone tres categorías para pensar la forma cómo se desarrolla el conocimiento de los profesores en especial en el contenido: conocimiento del contenido de la materia específica, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular.

Un año después, Shulman (1987, p.8) añade otras categorías, establece así un cuerpo de conocimiento como base para la enseñanza, les denomina saberes o conocimientos indispensables, que el profesor debe saber como mínimo:

- Conocimiento de la materia impartida
- Conocimientos pedagógicos generales
- Conocimiento del currículo
- Conocimiento pedagógico de la materia (conocimiento didáctico del contenido)
- Conocimiento de los educandos y de sus características
- Conocimientos de los objetivos, las finalidades y los valores educativos

De acuerdo a Pinto (2010), Shulman (1986b y 1987) y Barnett y Hodson (2001) los docentes deben dominar los saberes fundamentales de la materia, también cómo enseñar ese contenido en forma efectiva, es decir, la forma más fácil o difícil para los estudiantes de comprender el saber, para promover el interés y habilidades en los estudiantes, se requiere organizar, secuenciar y presentar el contenido. Lo anterior exige que se tenga un conocimiento pedagógico (de métodos de enseñanza y aprendizaje) que se adapte al contexto específico de la materia, que es la Estadística, es decir, el conocimiento de la didáctica específica.

Shulman (1986b) define y caracteriza el CDC de la siguiente manera:

Las formas más útiles de representación de estas ideas, las analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones más poderosas – en una palabra, las formas de representación y formulación de la materia que hacen a ésta comprensible a otros... incluye un conocimiento [o comprensión] de lo que hace que el aprendizaje de un tópico específico sea fácil o difícil: las concepciones y creencias que los estudiantes de diferentes edades y experiencias, traen consigo al aprender estos tópicos y lecciones frecuentemente enseñados con anterioridad (p.9).(Pinto, 2010, págs. 10-11).

A continuación, se nombra una propuesta para trabajar el CDC desde la educación estadística.

Godino, et al (2008) presenta un modelo de CDC como un ciclo de formación para incrementar el conocimiento estadístico y conocimiento pedagógico. En el cual se da un proyecto estadístico para trabajar en el salón de clases y en el cual los profesores realizaron un análisis didáctico. (Pinto, 2010, p. 91).

Godino, et al. (2008) identifican como componentes del CDC:

- a) *Epistemología*: reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos enseñados (ej. reflexión sobre diferentes significados de aleatorización).
- b) *Cognición*: predicción del aprendizaje de los estudiantes, errores, obstáculos y estrategias.
- c) *Recursos de enseñanza y técnicas*: experiencia con buenos ejemplos de situaciones de enseñanza, herramientas didácticas; capacidad crítica para analizar libros de textos, documentos curriculares y adaptar el conocimiento estadístico a diferentes niveles de enseñanza.
- d) *Motivar*: habilidad para estimular el interés de los estudiantes y tomar en cuenta sus actitudes y creencias.
- e) *Interacción*: habilidad para crear buena comunicación en el salón de clases y usar la evaluación como una forma para guiar la instrucción.

Los resultados indican que los futuros profesores tienen dificultad en aplicar la GAEDS “Guía para Analizar y Evaluar la Didáctica Apropiable” (Guide to Analyse and Evaluate the Didactical Suitability), que sugiere las cinco dimensiones antes detalladas, y en valorar la idoneidad de un proceso didáctico, justificado en la poca preparación de su formación y la complejidad del CDC.

Un modelo para identificar CDC en el docente es el propuesto por Burges (2006) tiene en cuenta los componentes de razonamiento y pensamiento estadístico de Wild y Pfannkuch (1999): reconocimiento de los datos (conocer la procedencia de ellos), transnumeración (diversas representaciones de los datos como números a tablas y gráficos), consideración de la variación (describir patrones y explicarlos de acuerdo al contexto), razonamiento con modelos estadísticos (tablas de frecuencia y gráficos, hasta lo más complejos y generales como modelos lineales), por último integración de lo estadístico y lo contextual (ésta relación como un componente del pensamiento estadístico). Además, el modelo agrega lo importante que es conocer cuánto utiliza el profesor los elementos que hacen parte de la resolución de un problema en Estadística: el ciclo investigativo (problema, plan, datos, análisis y conclusión), el ciclo interrogativo (generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar) y las disposiciones, tales como escepticismo e imaginación,

Pinto (2010, pág. 88). El modelo de Burges es el primero que se propone como una manera de identificar el marco teórico sobre el conocimiento del profesor de Estadística. Su modelo se representa en la siguiente figura:

Ilustración 2: Componentes del conocimiento del profesor en relación al pensamiento estadístico y de investigación. Fuente: Pinto (2010, fig. 2.1, p. 88)

			Conocimiento estadístico para la enseñanza			
			Conocimiento del contenido		Conocimiento didáctico del contenido	
			Conocimiento común del contenido	Conocimiento especializado del contenido	Conocimiento del contenido y estudiantes	Conocimiento del contenido y enseñanza
Pensamiento estadístico en investigaciones empíricas	Pensamiento estadístico en investigaciones empíricas	Necesidad de los datos				
		Transnumeración				
		Variación				
		Razonamiento con modelos				
		Integración de la estadística y el contexto				
	Ciclo investigativo					
	Ciclo interrogativo					
	Disposiciones					

Del análisis de las anteriores investigaciones que relacionan la Estadística y el CDC con los tres principales componentes que propone Shulman, se presenta la siguiente tabla de sus componentes y categorías. Se agrega las dimensiones y descriptores que propone Pinto (2010, pág. 74) en su estudio de las representaciones gráficas en Estadística.

Ilustración 3: Diversas investigaciones que relacionan Estadística y CDC (2008). Citadas en Pinto (2010)

Autor(es)	Componentes	Categorías
Godino et al (2008)	1. Epistemología. 2. Cognición. 3. Recursos de enseñanza y técnicas. 4. Motivar. 5. Interacción	1. Situaciones problema 2.Lenguaje 3.Reglas(definiciones, propiedades, procedimientos) 4.Argumentos 5.Relaciones
Watson y Cullingham (2008)	1. Conocimiento del contenido. 2. Conocimiento de la Estadística 3. CDC.	Preguntas sobre antecedentes en: -Saberes en Matemáticas -Experiencia en la enseñanza de la Estadística, y -Niveles escolares de experiencia docente
Burges (2008)	1. Conocimiento del contenido.	1.Necesidad de los datos 2. Transnumeración

	2. Conocimiento didáctico del contenido.	3.Variación 4.Razonamiento con modelos 5.Integración de la estadística y el contexto
Pinto (2010)	1. Conocimiento del contenido a enseñar 2.Conocimiento de las estrategias y representaciones instruccionales 3.Conocimiento del proceso de aprendizaje	1-I. Concepciones 1-II Fuentes de obtención de su conocimiento 1-IIIDisposición 1-IVConocimiento del currículo 1-VCreencias 1-VIConocimientos esenciales 2-IConcepciones de E-A 2-IIFuente de obtención de su conocimiento 2-IIICurrículo 2-IVVinculación 2-VEstrategias de enseñanzas específicas 2-VIDificultades 3-IConocimiento del proceso cognitivo 3-IIDiagnóstico 3-IIIEstrategías 3-IVMateriales

El presente estudio se identifica con la propuesta de Godino y su grupo de investigación. Se centra principalmente en su dimensión epistémica para el desarrollo del cuestionario didáctico de contenido, este a su vez se identifica con el componente de Shulman “Conocimiento de la materia a enseñar”.

2.4 Categorías de análisis del trabajo de investigación

2.4.1 Categorías para análisis de interpretación de gráficas estadísticas

Este estudio basado en un enfoque cualitativo considera pertinente las siguientes categorías de análisis para explicar los niveles de interpretación gráfica de acuerdo a Curcio (1987), sin embargo, hay otros autores que proponen diferentes niveles como es el caso de Aoyama (2007), como se resumen a continuación: Aquí se resumen:

Niveles de interpretación de Curcio:

- Leer los datos
- Leer entre los datos
- Leer más allá de los datos
- Leer detrás de los datos

Niveles de interpretación de Aoyama:

- Nivel Racional/literal
- Nivel Crítico
- Nivel Hipotético

2.4.2 Categorías de análisis para el CDC

Asimismo, este trabajo de grado considera importante para determinar el Conocimiento Didáctico del Contenido, los tres componentes que propone Lee Shulman (1986), en la forma como el docente aprende ciertos conocimientos; que luego pone en práctica en la organización o planificación y, luego el desarrollo de una clase de Estadística y en particular sobre la interpretación de ellas.

El siguiente cuadro muestra los componentes propuestos por Shulman (1986) y las categorías que formula esta investigación para identificar el CDC en los estudiantes de la licenciatura.

Ilustración 4: Componentes y categorías propuestas por la investigación (2017).

Componentes	Categorías
Conocimiento del contenido curricular	1.Lineamientos curriculares 2.Estándares Básicos de Competencias
Conocimiento didáctico del contenido	1.Concepciones 2.Fuentes de obtención de conocimiento 3. Planeación de clase
Conocimiento de la disciplina a enseñar	Conceptos estadísticos: 1. Situaciones problema 2.Lenguaje 3.Reglas (definiciones, propiedades, procedimientos) 4.Argumentos

	5.Relaciones
--	--------------

Otro enfoque que aporta a este trabajo de grado es el CDC para la interpretación de gráficas estadísticas en estudiantes de la licenciatura en Educación Básica Énfasis en Matemáticas es la EOS (enfoque Ontosemiótico) y específicamente al diseño del cuestionario. El cuestionario se centra en la dimensión epistémica desde la EOS, y que se corresponde con el *conocimiento del contenido a enseñar* propuesto por Lee Shulman (1986).

Esta perspectiva propuesta por Godino y sus colaboradores (Godino 2002; Godino y Batanero 2003; Godino, Batanero y Font 2007; Godino, Contreras y Font 2006), proporciona una perspectiva pragmático-antropológica del conocimiento matemático y propone tres dimensiones en el análisis de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: epistemológica, cognitiva e instruccional. Cada una de ellas se aborda con herramientas agrupadas en tres modelos teóricos: teoría de los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos, teoría de las funciones semióticas y teoría de las configuraciones didácticas (Batanero, 2008).

Para considerar el objeto matemático de estudio o estadístico como en este caso son los gráficos estadísticos, la *Pauta de análisis de idoneidad didáctica*, la **idoneidad didáctica** hace referencia a la adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo de la institución donde se enseña. Son seis los criterios de idoneidad atendiendo los procesos de enseñanza y aprendizaje: epistémica (relativa a los significados institucionales), cognitiva (a los significados personales), mediacional (recursos tecnológicos), emocional (actitudes, afectos, emociones), interaccional (interacciones docente-estudiante), y ecológica (relaciones intra e interdisciplinarias y sociales). En su componente epistémico aporta a la construcción del

cuestionario para la recolección de la información pertinente. Los siguientes son los elementos del significado a tener en cuenta:

- *Situaciones problema*: Situaciones fenomenológicas que ponen en juego las actividades donde surge las gráficas estadísticas (situaciones-problemas, aplicaciones). Por ejemplo, para representar una gráfica estadística según tipo de variable estadística.
- *Lenguaje*: Representaciones materiales utilizadas en las situaciones problemas que se proponen en clase. Las palabras, notaciones, gráficos, tablas de frecuencia, y otras representaciones que se puedan usar para referirnos a los gráficos estadísticos. El lenguaje es de suma importancia en la teoría de la enseñanza y el aprendizaje debido a su función comunicativa e instrumental, que utiliza el profesor o estudiante como mediadores.
- *Procedimientos*: Formas de actuar ante las situaciones problema que se enfrenta (operaciones, algoritmos y reglas de cálculo). Cuando el estudiante se enfrenta a un problema y trata de resolverlo o comunicar la solución o estrategias que lleva a cabo a otros contextos y problemas.
- *Conceptos-definición*: palabras y significados que hacen parte del objeto matemático estadístico que se aborda o algunos que están ligados a las gráficas estadísticas como variable estadística, diagrama, escalas, medidas de tendencia central, etc.
- *Argumentos*: todas las acciones y objetos que se relacionan entre sí para formar argumentos o razonamientos que dan cuenta de los diversos procesos al resolver una situación problema.

2.5 Aspecto curricular

Este estudio, en el componente curricular, pretende identificar qué conocimientos del currículo en matemáticas poseen los estudiantes de licenciatura y para ello, se tendrán en cuenta los Lineamientos curriculares y los Estándares básicos de competencias en matemáticas.

En Colombia, según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), los gráficos estadísticos se hacen necesarios para cumplir con los estándares propuestos para los niveles o grados primero a tercero:

- Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.

Cuarto a quinto:

- Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).

Sexto a séptimo:

- Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares).

Octavo a noveno:

- Interpreto y analizo críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

Décimo a undécimo:

- Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.

En últimos grados se trabaja diagrama de caja y bigotes y el diagrama de dispersión (bivariado) en algunas instituciones educativas. (Méndez., 2015).

Capítulo 3: Metodología.

3.1 Introducción

Se trata de realizar una propuesta de tipo cualitativo, centrada en un estudio de casos, la recolección de datos se hace con un cuestionario de *situaciones hipotéticas*, luego se realiza una entrevista en profundidad donde las preguntas se centran en el conocimiento didáctico del contenido, según las respuestas dadas por los estudiantes.

3.2 Paradigma de investigación: cualitativo

El propósito de este trabajo de grado es comprender qué y cómo el profesor de Estadística pone en juego sus saberes; para enseñarlo a sus estudiantes, pues de esta forma expone saberes propios del área, sus pensamientos, concepciones y creencias.

Teniendo en cuenta lo anterior, en Pinto (2010); para Stakes (1998) y Rodríguez, Gil y García (1999) las características de una investigación cualitativa se resumen en tres aspectos:

- 1) El objetivo de la investigación es la comprensión, centrada en la indagación de los hechos.
- 2) El papel que adopta el investigador, desde el inicio de la investigación de interpretar los hechos desde dentro, asumiendo una profunda atención y comprensión empática sobre las creencias, concepciones y conocimientos del profesor.
- 3) El investigador, durante el proceso mismo del estudio, construye el conocimiento a partir del contexto natural del profesor, de acuerdo a los significados que el otorga al objeto de estudio y a través de la utilización de una variedad de formas de recogida de información.

3.3 Diseño: estudio de casos

Se estudia el CDC del profesor a partir del estudio de casos, de acuerdo a Pinto (2010), que cita a Thompson (1992), Los estudios de Caso pueden ser utilizados intencionalmente y de manera puntual, para reflexionar acerca de sus conocimientos, concepciones, creencias, y de su práctica. Se entiende como estudio de caso, “el estudio de la particularidad y la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stakes, 1998, p.11)

Desde una mirada cualitativa se solicita a los profesores que proporcionen información por medio de diferentes técnicas como: a) entrevista biográfica b) situaciones problemas en *cuestionario didáctico sobre gráficas estadísticas* (consiste en cuatro casos sobre enseñanza y aprendizaje), c) entrevista en profundidad respecto de las respuestas del cuestionario didáctico, y d) análisis de materiales para la enseñanza de la representación gráfica como evaluaciones, talleres, actividades en clase, ejercicios propuestos, cuadernos de los estudiantes, texto(s) guía del profesor, videos, software entre otros. Este último para estudiantes que puedan tener experiencia docente en instituciones educativas de la región.

3.4 Fase primera

En la primera fase se selecciona la población que se estudia y que cumpla características que se quieren estudiar para aplicar el cuestionario cuyo primer criterio de selección es haber visto el curso de “Análisis Exploratorio de Datos” de estadística o tener experiencia en clases escolares, haber visto algunos cursos de la línea de Lenguaje y comunicación, Didáctica, Historia y epistemología de las matemáticas. Se considera que cuatro serán los estudiantes para aplicar el cuestionario y la entrevista.

Las etapas metodológicas fueron las siguientes:

- Selección de estudiantes de pregrado
- Aplicación de cuestionario de situaciones problema
- Análisis de cuestionario
- Entrevista en profundidad

3.4.1 Selección de estudiantes

La selección de los estudiantes se realiza bajo el procedimiento de muestreo No probabilístico por el caso llamado “Muestreo por conveniencia”, cuya característica es escoger elementos de la población que cumpla con criterios de la investigación, Se escogen cuatro estudiantes que tomaron la decisión de colaborar con la investigación.

3.4.2 Aplicación de cuestionario de situaciones problema

Para aplicar el cuestionario, primero se tiene en cuenta que los estudiantes de la licenciatura en Educación matemática hayan visto en el curso de Análisis exploratorio de datos; los contenidos estadísticos como construcción de tablas de frecuencia, construcción de algunas gráficas a mano y en el software Geogebra, medidas de tendencia central, de dispersión y de posición. Luego, se socializa las teorías. El CDC de Lee Shulman (1986) que orienta los objetivos de la investigación y la EOS que aporta algunos elementos a tener en cuenta en los Casos contextualizados o situaciones problema. Los estudiantes tienen un mes para contestar las preguntas del cuestionario.

3.5 Fase segunda

3.5.1 Categorías de análisis del cuestionario

Para el análisis a las respuestas dadas por los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, se toma la escala de Sorto (2004, p.117-118) que de acuerdo a Pinto (2010, p. 167-168), su puntaje de valoración es el siguiente:

4= La solución es completa y correcta.

3= La solución es casi completa y correcta.

2= La respuesta está en la dirección completa y contiene algunos elementos esenciales, tales como una cadena de razonamiento.

1= Algo de trabajo es correcto, pero el estudiante eligió una opción prematura o incorrecta.

0= La respuesta es totalmente errónea o sin sentido.

El propósito del cuestionario es evidenciar las estrategias de representación gráfica que usan los estudiantes y conceptos inmersos en estas y, que reflejan dificultades en procesos o algoritmos de solución.

Luego de esta fase, se identifican las dificultades con respecto a componentes, lectura e interpretación de algunas gráficas estadísticas que presentan los estudiantes de licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática de acuerdo al análisis (análisis del cuestionario y entrevista en profundidad) hecho en la anterior fase.

3.6 Fase tercera

Finalmente, se indaga a partir del cuestionario y la entrevista en profundidad algunos elementos de CDC que los estudiantes reciben en las distintas líneas de formación y sus dificultades para enseñar las bases para la interpretación de gráficas estadísticas.

3.7 De los instrumentos y procedimientos de recolección de datos.

Se tendrán en cuenta tres aspectos importantes para la elaboración de los instrumentos:

Entrevista, Cuestionarios y situaciones hipotéticas...

Se destacan tres aspectos en el análisis de los instrumentos

3.7.1 Entrevista

La entrevista se usa como recurso para profundizar sobre el sistema de creencias y saberes propios de su disciplina. Se utiliza en diferentes momentos de la investigación; primero como exploración de la biografía del profesor, así como la experiencia en el campo de la educación; segundo, como técnica para conocer y profundizar en las respuestas dadas en el cuestionario por el profesor, en este estudio esta es una función primordial como se nombró anteriormente.

Se emplea el método de triangulación metodológica en el análisis y procedimiento de los datos arrojados. Para Okuda, y Restrepo., C. (Restrepo, 2005) “La triangulación se refiere al uso de varios métodos (tanto cuantitativos como cualitativos), de fuentes de datos, de teorías, de investigadores o de ambientes en el estudio de un fenómeno”. Tal es el caso de la planeación de clase, cuaderno de los estudiantes, exámenes, actividades en clase y talleres, presentaciones en video beam, tareas (ejercicios o problemas). Esto se realiza si el estudiante trabaja en alguna

institución educativa. De lo contrario se triangula el cuestionario y la entrevista que presentan los estudiantes de la licenciatura.

Siguiendo a Pinto (2010), la entrevista se centra sobre aspectos que se relacionan con el currículo de estadística o matemáticas, la planeación de clase, concepciones sobre la Estadística, su enseñanza y aprendizaje; así como del conocimiento del currículo en representaciones gráficas.

En Pinto (2010), se asume la entrevista en profundidad de Taylor y Bogdan (1987, p.101), donde el investigador y las personas a entrevistar se citan cara a cara y con sus propias palabras expresan sus experiencias, de formación, de sus creencias, de sus clases y perspectivas de su labor docente, como lo expresa Sorto (2004), citada en Pinto (2010) indica: “La información obtenida del cuestionario escrito es suficiente para una descripción general de algunos de los aspectos del conocimiento para la enseñanza, pero este es limitado y algunas veces difícil de interpretar” (Pinto, 2010, pág. 199).

Por tal razón se pide a los estudiantes de licenciatura que expliquen sus ideas respecto a las preguntas del cuestionario, dar respuestas a preguntas incompletas y que reflexione acerca de su experiencia en la universidad y de los elementos básicos al preparar una clase de Estadística particularmente sobre gráficas estadísticas.

Algunas preguntas que se realizan en el cuestionario en profundidad son las siguientes:

- Nombre, apellidos, lugar donde vive, instituciones donde ha estudiado y trabajado.
- Indagar sobre el porqué de la decisión de ser profesor de Estadística y lo que pensaba que era necesario para poder enseñar.
- Describir la formación inicial y permanente y el contexto donde trabajan los profesores.
- Explorar las concepciones que tiene de la Estadística y su enseñanza y aprendizaje.
- Indagar sobre opiniones e ideas que tienen los profesores sobre la forma de planificar y organizar la clase de Estadística.

3.7.2 Cuestionario

En este instrumento se diseñan situaciones problema o *problemas hipotéticos* contextualizadas, basadas en la investigación de Pinto (2010) y modificadas de acuerdo a los objetivos que se quieren estudiar sobre gráficas estadísticas, niveles de lectura, conceptos matemáticos que se asocian a las gráficas como área, perímetro, rectángulo, valor posicional y, otras más, alguna situación realizada en el aula que el profesor requiere resolver, enfatizan la necesidad de investigar la didáctica del profesor (sobre su conocimiento). Su diseño se sustenta en elementos de la EOS (Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática), en la *Pauta de análisis de idoneidad didáctica*, propuesta por Juan D. Godino y utilizado en su tesis doctoral por Arteaga (2011).

3.7.3 Cuestionario didáctico sobre gráficas estadísticas

Para esta etapa se tiene en cuenta dos investigaciones para la construcción de las preguntas del *cuestionario didáctico de gráficas estadísticas*; estas son la de Pinto¹ (2010), Arteaga (2011) quien cita a Godino y Batanero (2008).

Para realizar el cuestionario didáctico de gráficas estadísticas se diseñaron cuatro situaciones problema hipotéticas. “Una situación hipotética de enseñanza – aprendizaje es una herramienta que nos permite mostrar de forma narrativa y metafórica lo que el profesor normalmente dice y hace para que los estudiantes aprendan un concepto matemático” (Llinares, 2000). En este sentido Llinares (2000), citado en Pinto (2010, p. 164), la estructura de cada situación problema fue (i) enunciado de la situación que puede ser una actividad, tarea, diálogo, exposición sobre la enseñanza y aprendizaje de una gráfica estadística, (ii) la respuesta hipotética de un estudiante o

¹ Casos tomados y adaptados al contexto local de Tesis doctoral de Pinto Sosa (2010).

algunos problemas o preguntas relativas referente a gráficas estadísticas y (iii) algunas preguntas para el profesor (de carácter diagnóstico y acción).

Al igual que Moreno (2000), citado en Pinto (2010, p. 164), las situaciones problema enunciadas sirven como contexto a partir del cual se reflexiona acerca de la Estadística en particular con los gráficos estadísticos. Así como también, conocer los niveles de interpretación y lectura de las gráficas estadísticas. Se busca que el profesor comente aspectos relacionados con la didáctica del contenido, las dificultades que se presentan en cada situación problema que se plantea, la forma de responder ante las inquietudes de los estudiantes y la manera como se enfrentan y resuelven los problemas que surgen al enseñar Estadística y especialmente gráficas estadísticas. Tal como se afirman:

Con este análisis se pretende que los estudiantes reconozcan, además de los conceptos y procedimientos, los distintos lenguajes usados, los tipos de justificaciones de propiedades y procedimientos, los procesos de argumentación y generalización. El objetivo es que el profesor sea consciente de la trama de objetos y significados que se ponen en juego en los procesos de estudio matemático que deberán diseñar, implementar y evaluar (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006). Citado por Arteaga (2011, pág. 252).

3.7.4 Situaciones hipotéticas:

Las situaciones hipotéticas de este trabajo de grado se han realizado a partir de las situaciones propuestas por Pinto (2010). Con ellas se busca conocer si los estudiantes asociación de forma adecuada un tipo de variable con sus respectivos gráficos, manejan el léxico propio respecto a las gráficas, distinguen el contexto del cual provienen los datos estadísticos, leen los componentes del gráfico para evaluarlos y, en qué nivel o grado de estudio se pueden enseñar. Las situaciones hipotéticas de este trabajo de investigación se adaptaron con el propósito de caracterizar el CDC de los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Énfasis Matemáticas (Ver Anexo).

CAPÍTULO 4. Análisis de resultados

En el análisis de los resultados dados por cuatro estudiantes que se rotulan como E1, E2, E3, E4 se encuentra lo siguiente por cada problema hipotético o caso:

Caso 1.

Selección adecuada del gráfico: Los estudiantes concuerdan que el gráfico es el adecuado (tallo-hojas). En cuanto a la explicación dan argumentos como: E1 “Permite separar cada dato”, E2 “fácil elaboración, da idea de la distribución de los datos”, E3 “fácil elaboración, con el podemos hacernos la idea de que distribución tienen los datos, la asimetría etc.”, E4 “No complicado para su elaboración, los datos de este no se agrupan alrededor de un único tallo. Con él podemos hacernos la idea de qué distribución tienen los datos.”.

La cantidad de datos y el tipo de dato, que para este caso son números enteros, hace que el gráfico de tallo y hojas sea el más apropiado. Por tanto, en la escala Sorto es 3: la solución es casi completa y correcta.

¿Crees que es posible representar los datos con otro tipo de gráfico estadístico? Si es así ¿cuál gráfico será? Argumenta tu respuesta.

Para esta pregunta la respuesta fue sí, lo cual es correcto, sin embargo, todos concordaron que el histograma y el polígono de frecuencias era la otra opción y no tuvieron en cuenta por ejemplo; el diagrama de barras, que se puede utilizar para datos que son números enteros, es decir, para variables aleatorias discretas. Algunos argumentos que escribieron fueron los siguientes:

E1: “Sí creo que es posible representar esos datos en otro tipo de gráfico estadístico, a los que corresponden a una variable de tipo cuantitativo, por ejemplo el histograma, ya que este también permite agrupar los valores de datos en intervalos”

E2: “Sí, es posible representar los datos con otro tipo de gráfico estadístico y es polígono de frecuencia e histograma, para ello es necesario calcular el rango, cantidad de intervalos de clase y amplitud del intervalo”.

E3 y E4 presentan el mismo argumento.

Por tanto, en la escala Sorto es 3: La solución es casi completa y correcta.

Y para terminar el análisis del caso 1, se realizó la siguiente pregunta:

Elabora por lo menos tres conclusiones que se originan del gráfico de tallo y hojas.

Las conclusiones presentadas por los estudiantes se orientan a la lectura e interpretación del diagrama de hojas, estas son acertadas. E1 se diferencia de los demás por escribir “Se observa cada dato individual. Se representa poca cantidad de datos. Presenta dificultad por la repetición de datos”. Por interés, de la investigación se valida tanto las características como las lecturas que hacen los estudiantes del diagrama de tallo y hojas. En escala de Sorto las respuestas son valoradas como 3: La solución es casi completa y correcta.

Respecto a la lectura e interpretación de las gráficas, según los niveles de interpretación de Curcio, los estudiantes tienen el primer nivel “leer los datos”, pues se obtienen directamente del gráfico y los explican con un lenguaje verbal.

E2: “Asimetría positiva. Moda 15 min. Mediana 35 min”. Aquí se observa que el estudiante posee un nivel de comprensión gráfica según Curcio de “Leer los datos”.

E3: “A partir del gráfico de tallos podemos determinar la Moda, que es 15 minutos es decir la mayoría de los estudiantes demoran 15 minutos para llegar de la casa al colegio”. “Por otro lado, también el diagrama nos permite determinar que el estudiante que menos demora en llegar de la casa al colegio demora 5 minutos, y el estudiante que más demora en llegar de la casa al colegio demora 75 minutos”. Se observa que “lee los datos”, y compara datos, es decir, “Leer entre los datos. Este corresponde al segundo nivel de Curcio.

E4: “A través de este gráfico se puede determinar la moda, que en este caso es 15 minutos.”. “La mediana, como la cantidad de datos son impares, se tiene que el elemento central es 35 minutos”. Primer nivel de Curcio “Leer los datos”.

Caso 2.

¿En qué contexto se recoge la información, el gráfico lo indica?

Todos los estudiantes respondieron correctamente. Identifican el contexto de donde provienen los datos, pues ayuda a comprender o mejorar la lectura y la interpretación de los datos. En la escala de Sorto (2010), las soluciones obtuvieron un 4: La solución es completa y correcta.

¿Cuál es el propósito del histograma?

El propósito del histograma es mejorar la presentación de una gran cantidad de datos; más si estos datos son expresiones decimales (variable continua). También los datos permiten que se puedan agrupar. Las respuestas de los estudiantes fueron:

E1: “Mejor presentación de los datos. Observar mejor la presentación de los datos”. Sorto 2: La respuesta está en la dirección correcta y contiene algunos elementos esenciales tales como una cadena de razonamiento. E2: “La información se repite. Barras altas indican mayor cantidad de estudiantes y barras bajas menor cantidad de estudiantes”. Sorto 3: La solución es casi completa

y correcta. E3: “La información se agrupa en clases. Tener idea de que tan frecuentemente la información de cada clase se repite en cada conjunto”. Sorto 3: La solución es casi completa y correcta. E4: “Utilizado en variables continuas y discretas, con un gran número de datos”. Sorto 4: La solución es completa y correcta.

Escriba algunas conclusiones y recomendaciones acerca del histograma.

Los estudiantes responden:

E1: “Permite la acumulación o tendencia, la dispersión y la forma de la distribución”. Sorto 03: La solución es casi completa y correcta. *Recomendaciones.* No es el gráfico apropiado para datos que varían con el tiempo. E2: “La estatura que más se repite está entre 71,4-75, 7. Sólo un estudiante tiene mayor estatura entre 101.5-108,5”. Sorto 3: La solución es casi completa y correcta. E3: “La estatura que más se repite está entre 71,4cm y 75, 7cm. El estudiante de mayor estatura está entre 101,5cm y 105,8cm. Cinco estudiantes entre los de menor estatura 58.5cm y 62,8cm. El nivel en la escala Sorto es 4: La solución es completa y correcta. En la escala de interpretación de Curcio es “Leer los datos” y “Leer entre los datos”. Hay comparaciones entre los datos que observa en el histograma.

E4: “La estatura que más se repite 71,4-75,7”. En la escala Sorto el nivel es 3: La solución es casi correcta y completa.

Los estudiantes hacen lectura en el histograma; pueden identificar el intervalo modal que corresponde con la barra de mayor longitud; esto corresponde al primer nivel de Curcio “leer los datos”.

Es posible representar los datos mediante otro(s) gráficos, explique.

Las explicaciones dadas por los estudiantes:

E1: “Sí, tallo y hoja y polígono de frecuencias”. Corresponde a la escala Sorto 2: La respuesta está en la dirección correcta y contiene algunos elementos esenciales, tales como una cadena de razonamiento. La información está dada por ciento diez datos lo cual no es adecuado para un diagrama de tallo y hojas, además, son expresiones decimales lo cual presenta mayor dificultad para su organización.

E2: “Sí, es posible representar los datos mediante otro(s) gráficos como por ejemplo polígono de frecuencia, dado que se está trabajando con datos agrupados me permite obtener la marca de clase, como también mediante un diagrama circular”. Sorto 2: La respuesta está en la dirección correcta y contiene algunos elementos esenciales, tales como una cadena de razonamiento. El diagrama circular se corresponde con una variable cuantitativa discreta. E3: “Si es posible, mediante un diagrama circular y también se podría con un polígono de frecuencia pues los datos que se están trabajando están agrupados”. Sorto 02: La respuesta está en la dirección correcta y contiene algunos elementos esenciales, tales como una cadena de razonamiento.

E4: “Sí, es posible representar estos datos mediante otro grafico estadístico como por ejemplo: polígono de frecuencias, dado que se está trabajando con datos agrupados lo cual me permite obtener la marca de clase”. Los estudiantes son valorados con Sorto 3: La respuesta es correcta y casi completa. Dado que no tienen en cuenta al parecer que los datos corresponden con una variable continua y además la cantidad de datos no es pequeña.

El gráfico más apropiado para la cantidad de datos y tipo de dato que se corresponde con una variable continua es el polígono de frecuencias. No son adecuados el diagrama de tallo hojas y diagrama circular.

¿Qué conceptos de Estadística se pueden relacionar con el gráfico?

Este punto, fue contestado por los estudiantes de forma correcta, aunque pudieron dar más conceptos estadísticos relacionados con el gráfico. De las respuestas más completa es la del estudiante E3. Según niveles de Sorto 3: La respuesta es correcta y casi completa.

E1: Rango, frecuencia absoluta, tipos de gráficos, entre otros. E2: Variables continuas o cuantitativas discretas, intervalos, rango, frecuencia absoluta. E3: Medidas de posición (cuartiles, deciles y percentiles), Medidas de tendencia central. (Moda, media y mediana). Medidas de dispersión. (Rango, Desviación media, Varianza, Desviación estándar o típica, Coeficiente de variación de Pearson). E4: Variables continuas o cuantitativas discretas, intervalos, rango, frecuencia absoluta.

A partir del gráfico puede idear situaciones en otros contextos, explica.

Esta pregunta fue argumentada correctamente por el estudiante E1, E3 para los demás, no es posible a partir de una situación problema proponer otros. Veamos las respuestas dadas por ellos.

E1: Sí, como peso de los estudiantes, producción de una fábrica en diferentes días. E2: No, la actividad se centra en los datos. E3: Sí, el peso de los estudiantes de licenciatura de sexto semestre. E4: No, los datos solo son de estatura.

Caso 3.

En este caso se trata de valorar la presentación de diversos gráficos en sus componentes (título, etiqueta X, etiqueta Y).

En este caso los estudiantes debían contestar M (malo) en todos los gráficos; lo que indica que aún presenta dificultades para identificar los componentes de un gráfico estadístico, aunque

luego se pide que expliquen su respuesta; ellos argumentan que se fijaron que los gráficos no tenían título; otro explico que se fijó en las escalas.

Caso 4.

¿Felipe puede graficar en otros tipos de gráficos estadísticos?, si hay otras opciones de gráfico, ¿Cuáles serán?

Las respuestas dadas por los estudiantes fueron las siguientes:

E1: Sí, diagrama de sectores y pictograma que corresponde con variables cualitativas. E2: No, por ser datos cualitativos. 3: Diagrama circular. E4: No, por ser recolección de datos cualitativos.

Se observa que no todos los estudiantes tienen claridad respecto a la variable cualitativa y cuáles serían los gráficos correspondientes, por ejemplo, no se nombró el diagrama de barras. De acuerdo, a la escala de Sorto (2010) los niveles para cada estudiante respectivamente son: 3-1-3-1.

En la escala de Sorto los valores son 3: La solución es casi completa y correcta. 1: Algo de trabajo es correcto, pero el estudiante eligió una opción prematura e incorrecta.

¿Qué opina de la actividad?

Aquí se espera que el estudiante evalúe las actividades propuestas, sin embargo, opinar respecto del caso 4, nos da elementos para saber si es adecuada a un grado o nivel de estudio.

E1: bien planteada, “ya que recoge información que es fácil de obtener y a partir del cual se puede crear una problemática que le sea significativa a los estudiantes”. E2: Actividad buena por tratar datos cualitativos, por no ser lineal no lleva una secuencia como el proceso cuantitativo.

E3: Considero que es una actividad buena, le permite al estudiante identificar y determinar que

conceptos y gráficos puede trabajar a partir de los datos dados. E4: “productora de conocimiento es muy buena ya que permite que el estudiante trabaje y estudie de mejor manera y sencilla con los datos de las variables cualitativas.”

¿Qué saberes de la Estadística propicia la actividad?

Las opiniones respecto a la preguntas son coherentes y bien contestadas. En la escala de Sorto la valoración es 3, pues se complementan unas a otras. Las respuestas fueron las siguientes:

E1: “productora de conocimiento es muy buena ya que permite que el estudiante trabaje y estudie de mejor manera y sencilla con los datos de las variables cualitativas.”. E2: Recolección y análisis de datos, muestreo. Indica que sólo se halla la moda en datos cualitativos. E3: Recolección y análisis de datos. Identificación de gráficos para representar los datos. E4: Recolección y análisis de datos, muestreo, identificar que para este tipo de ejercicios solo se halla la moda, no se puede representar gráficamente con todos los diagramas.

Para qué nivel o grado escolar es adecuada además de la propuesta

Los estudiantes proponen que la actividad se puede trabajar en los grados 6 a 9., sin embargo, algunos indican que puede ser para todos los grados. Si se tiene en cuenta los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, el diagrama de barras se enseña de 1° a 7°. Veamos lo que contestaron ellos.

E1: Según Estándares Básicos 6° y 7° u 8° a 9°. E2: Adecuado para grados posteriores- E3: Grados 10 y 11 grados 10 y 11. E4: Educación básica secundaria y media técnica.

¿Qué alcances y limitaciones presenta la actividad?

E1: Alcances: reduce datos categóricos en diagrama de barras al presentar la misma anchura sirve para identificar y presentar de manera más concreta una categoría. Utilidad de la estadística para interpretar datos. No identifico ninguna dificultad en la actividad. E2: Alcances: obtener datos (que se convertirán en información) de personas, seres vivos, comunidades, contextos o situaciones en profundidad en las propias formas de la expresión de cada uno de ellos. E3: Música preferida por los estudiantes, cuál más le gusta y cuál menos. Cantidad de estudiantes por tipo de música. E4: No contestó.

¿Qué modificaciones le haría a la actividad? ¿Qué pretende con los cambios?

Los estudiantes contestan que la actividad no requiere de modificaciones. Un estudiante no contestó. Las respuestas por ellos fueron:

E1: Presentar de forma explícita la situación. E2: No hace cambios a la situación. E3: Buena actividad, no haría cambios. E4: No contestó.

Fortalezas y dificultades de la actividad

Todas las respuestas tienen coherencia como fortalezas de la actividad propuesta por el profesor. De la escala de Sorto su valoración es 4: La solución es completa y correcta.

E1: Utilidad de la estadística en solucionar problemas cotidianos. E2: Explora ambientes, contextos, subculturas, aspectos de la vida social. E3: Permite explorar y ejercitar conceptos enseñados. E4: Los pro: permite a los estudiantes una exploración a través de los gráficos estadísticos, identificar contextos, cultura y demás datos a través de estos.

¿Qué errores puedes identificar en el estudiante al analizar la situación problema?

Las respuesta son pertinentes, el gráfico no tiene título, para construirlo se necesita construir la tabla de frecuencias con sus correspondientes clases de intervalo, donde se halla el rango, número de clase, ancho de cada clase. Por tanto, en la escala de Sorto (2004) su valoración es 4: La solución es completa y correcta. Los cuatro estudiantes de licenciatura en Educación Básica énfasis Matemáticas, contestaron:

E1: Falta título y etiquetas en ejes. E2: Conflicto mental al construir tabla de frecuencias. E3: Dificultad para seleccionar gráfico según tipo de variable. E4: No tiene pregunta no responde.

En cuanto a la entrevista en profundidad (video-grabadas) se centra en el conocimiento de los lineamientos curriculares y Estándares básicos de competencias matemáticas, particularmente en el pensamiento aleatorio, la concepción sobre la Estadística, su enseñanza y aprendizaje, el currículo propio sobre gráficas estadísticas, y la planeación de las clases sobre Estadística y en particular sobre las gráficas estadísticas. En los siguientes párrafos se encuentra algunos argumentos de los estudiantes de licenciatura que se relacionan con las respuestas dadas en el cuestionario didáctico sobre gráfica estadísticas, es decir, se realiza triangulación de los instrumentos para recolectar la información.

En el cuestionario, cada situación problema hipotética presenta un gráfico y una pregunta que evalúa el nivel tanto de lectura como comprensión del gráfico estadístico. Los niveles de acuerdo a Curcio (1987) son cuatro: leer los datos, leer entre los datos, leer más allá de los datos y leer detrás de los datos. Según el análisis, los estudiantes alcanzan el segundo nivel; leer entre los datos.

Para los componentes que propone Lee Shulman (1986); en el componente *Conocimiento del contenido curricular* los estudiantes tienen conocimientos respecto a los Lineamientos curriculares: procesos (resolución de problemas, razonamiento, comunicación, modelación de situaciones reales), contextos y conocimientos básicos (pensamientos matemáticos). Nombran los diferentes Pensamientos matemáticos; aunque sólo los han leído en la línea de Tecnología y Didáctica; así como sus estándares en el pensamiento Numérico, pensamiento Variacional y pensamiento Espacial y sistemas geométricos. No han hecho lectura del pensamiento Aleatorio y sistemas de datos.

En cuanto al componente *Conocimiento didáctico del contenido*; la *concepción* acerca de la Estadística es algorítmica pues la describen como una ciencia de la matemática (E1) de la cual se recolecta información, se organiza, luego se interpreta para dar solución a un problema. También, es importante en otras disciplinas como la Economía y la Medicina. Para E2, dice “entonces es como que a partir de unos datos que me dan yo puedo analizar y puedo obtener información que otros temas en matemáticas no podré hacerlo, por ejemplo en una ecuación cuadrática”. E3 no pudo contestar esta pregunta.

E4: “pues a mí personalmente no me parece muy complicada, me parece muy interesante y me gusta mucho ya que nos gusta... nos permite recolectar, organizar e interpretar información, esa información nos...esa información nos; bueno la podemos interpretar de manera más concreta, adecuando ya sea como tablas de frecuencia, luego realizando sus respectivas gráficas, dentro de las gráficas hay unas que nos permiten identificar como la moda y me parece muy interesante porque son...”.

Para los estudiantes en la categoría “Fuentes de obtención de conocimientos”, ellos indican que una fuente para preparar las clases sería los libros o textos, también indican que el buscador Google y a los profesores.

La última categoría, “Planeación de la clase”, los estudiantes inicialmente se apropiarían del tema, además tendrían en cuenta el contexto de los estudiantes, además cuentan con elementos teóricos como problemas contextualizados, constructivismo, TSD, y para primaria utilizarían material concreto o manipulable.

E1: “la planeación de una clase de estadística que yo propondría a futuro, sería ponerle a los estudiantes una situación problemática y a través de ellos el estudiante vaya descubriendo reglas y propiedades y yo al final al finalizar, según la teoría del constructivismo sería institucionalizaría dicho conocimiento”. E2: “con estudiantes de primaria pues trataría de buscar objetos manipulables con los que ellos puedan identificarse o para ellos sea más fácil adquirir este... un conocimiento, por ejemplo yo lo puedo hacer con... con maquetas o con... incluso entre los mismo estudiantes preguntarles cuál es el helado favorito de los estudiantes o cuál es la edad que... la edad de los estudiantes, cuántos de ellos es la edad que más se repite ese tipo de cosas, yo creo que ya en secundaria; pues no sé sería como empezar a partir de datos pequeños... para que... a partir de datos pequeños puedan empezar a mirar esas definiciones de lo que es la moda, yo creo que lo básico moda, mediana, la media aritmética. E3: “hacer la clase significativa para los estudiantes, conocer los conocimientos previos de los estudiantes. Trataría que “la clase no fuera tan teórica, que los estudiantes puedan manipular, puedan interactuar en la clase”, “si voy a trabajar con gráficas llevaría por ejemplo maquetas, materiales concretos que ellos puedan manipular, que puedan percibir, visualizar más fácilmente que no sea simplemente y llenar información pues en un tablero”, E4: “si estoy trabajando por lo menos con gráficas estadísticas

entonces creería una situación en la que los estudiantes por lo menos dentro del mismo salón les diga que... cuál es la edad de los estudiantes, o el peso o la estatura, el color favorito, bueno cosas así por el estilo para que los estudiantes entre ellos mismos recolectan los datos, los analicen y los interpretan entre ellos mismos, luego les preguntaría que por lo menos que... qué aprendieron, qué fue lo que más les gustó que notaron cosas así por el estilo”.

En el componente *Conocimiento de la disciplina a enseñar* (epistémico), los estudiantes dicen que en la planeación de sus clases tienen en cuenta *situaciones problema contextualizadas*; aunque en el cuestionario no todos proponen problemas a partir de otro planteado. En su discurso, utilizan *léxico* propio de la Estadística, esto se observó tanto en el cuestionario como en la entrevista video-grabada, también sus *argumentos*; en su mayoría; en la escala Sorto fue 3= La respuesta es correcta y casi completa. En cuanto a *relacionar* saberes de la matemática con las gráficas estadísticas, no asocian muchos conceptos de la matemática con el diagrama circular, y en cuanto al diagrama de barras; hablan de área del rectángulo, no dicen nada respecto al perímetro; por ejemplo.

En cuanto al objetivo tres: Indagar algunos elementos o componentes del CDC que los estudiantes reciben en las diferentes líneas de formación se encontró que los estudiantes desde algunos cursos se han apropiado de algunos saberes importantes para la enseñanza; como el discurso en Matemáticas desde la línea del lenguaje, en la línea de Tecnología, han preparado clases; no propiamente de Estadística pero que da cuenta de algunos saberes y han propuesto estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de sus compañeros de curso. Después de las entrevistas, se hicieron preguntas a los estudiantes respecto a actividades que se proponían desde

la línea de las Tic, por ejemplo; se preguntó si desarrollaban algunos contenidos estadísticos, las respuestas de ellos fue que se desarrolla más el pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

Con respecto a elementos de CDC para la enseñanza de la estadística; desde las diferentes líneas de formación en la licenciatura; es posible que los estudiantes; que en este momento están en séptimo semestre de la carrera vean algunos cursos posteriormente que propongan actividades del pensamiento aleatorio. Hasta el momento surgen las siguientes inquietudes al respecto: ¿Es posible que en las diferentes líneas de formación, se propongan actividades que fortalezcan el Pensamiento aleatorio, o la Estadística y la probabilidad?, si es así, ¿Es posible que profesores del plan de la licenciatura en Educación Básica énfasis en Matemáticas realicen actividades que propicien la reflexión del pensamiento aleatorio?, ¿Es posible que planeen actividades del pensamiento Aleatorio con los saberes básicos de Estadística para ponerlos en clase?, ¿qué saberes específicos de Estadística se trabajan y cuáles no? Las anteriores dudas pueden servir para posteriores estudios o trabajos de grado en la línea de Didáctica que se enfoque en la Estadística. Además, desde este trabajo una sugerencia para la licenciatura es la de abrir cursos que se enfoquen en la Historia y epistemología de la Estadística, como también en la Didáctica de la Estadística.

CAPÍTULO 5. Conclusiones

Este capítulo se dedica a expresar las conclusiones y recomendaciones que se encontraron según los objetivos propuestos y el aporte que tendrá a la sociedad y comunidad de estudiantes en los diversos niveles de educación en la región. Mediante una tabla se compara categorías que trata este trabajo versus las propuestas inicialmente por Shulman (1986b) (ver Anexo).

El Conocimiento didáctico del contenido de los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica contiene algunos elementos desde la Didáctica, básicos en cuanto a recursos que se utilizan en la realización de la clase para estudiantes de Educación Primaria; aunque los estudiantes de licenciatura tienen en cuenta la importancia del uso de material concreto o manipulable como Lego; con el cual pueden diseñar la representación de un gráfico de barras, sin necesidad de realizar las escalas; sino hasta la secundaria. A nivel de secundaria los estudiantes de licenciatura; tienen más elementos teóricos dados por los Lineamientos Curriculares; esto es, el tratar problemas del contexto de los estudiantes, es la información proveniente de los niños como edad, estatura y peso para tratar conceptos de variable y tablas de frecuencia. Sin embargo, no tienen ciertos elementos que hacen parte del currículo propio de la institución y el plan de área de Estadística y de los Estándares básicos de Competencias en matemáticas, es decir, no han realizado lectura de los estándares del Pensamiento Aleatorio que les daría competencias y contenidos a desarrollar en la asignatura de Estadística o dentro del área de Matemáticas y que además sirve para diseñar el plan de área de Matemáticas; para luego desarrollar secuencias didácticas en los diferentes contenidos de Estadística; por lo cual se debe fortalecer desde los diferentes cursos ofrecidos por las líneas de formación (Didáctica de las

matemáticas, Historia y Epistemología, Razonamiento y Lenguaje, Nuevas tecnologías) que ofrece el pensum de la licenciatura.

En cuanto a los saberes básicos en Estadística, las palabras que utilizan en sus explicaciones los cuatro estudiantes muestran al menos un manejo apropiado del léxico propio del área, aunque presentan dificultades entre el manejo del tipo de variable y su correspondiente gráfico estadístico, sobre todo con datos cualitativos. Respecto al nivel de lectura y comprensión de los gráficos se situaron en “leer entre los datos” según los niveles de interpretación gráfica de Curcio (1987). Se observa en el cuestionario contestado por los estudiantes que esta conclusión concuerda con algunos estudios antes nombrados como en el caso de Li y Shen (1992) que cito Arteaga (2011).

Para posteriores investigaciones se recomienda que el estudio se realice con profesores de colegios públicos del sector rural y de la ciudad, para contrastar su CDC. También se puede realizar este contraste con los estudiantes que se preparan y los que se han graduado y con los que tienen por lo menos cinco años de experiencia en educación.

De acuerdo a los objetivos propuestos, se desprenden las siguientes conclusiones:

Objetivo 1.

En el primer componente que propuso este trabajo de investigación basado en los propuestos por Shulman es el conocimiento del contenido curricular. Aquí se encuentra que los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Énfasis Matemáticas, los cuatro estudiante de séptimo semestre nombraron dentro de las actividades que realizarían; situaciones problemas contextualizadas de acuerdo a sus estudiantes, además de los saberes previos con que llegan a clase. De acuerdo, a la entrevista no tienen conocimiento de los estándares del Pensamiento

Aleatorio aunque sí han leído de los pensamientos Variacional, Numérico y, Espacial y Sistemas Geométricos. Asociaron los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas con los Lineamientos Curriculares, en cuanto al contexto de enseñar matemática y los pensamientos pero no dijeron nada de los procesos matemáticos como la Comunicación, el Razonamiento, la Modelación, se nombró la Resolución de Problemas.

En el componente del conocimiento de la asignatura a enseñar, es decir, Estadística; los estudiantes manejan las palabras propias de Área respecto a los algunos conceptos que se relacionan con la lectura e interpretación de las gráficas estadísticas como son variables cuantitativas y cualitativas o categóricas, diagrama de barras, circular, histograma, media mediana y moda, varianza, rango y otras más, como lo indica las respuestas del cuestionario. En cambio, no asociaron conceptos matemáticos a las gráficas estadísticas, además se les dificultó relacionar la variable cualitativa con el diagrama circular.

Con respecto al componente conocimiento didáctico del contenido, los estudiantes explicaron algunos elementos teóricos didácticos que vieron y aplicaron en los cursos que ofrece el plan de la licenciatura en Educación Básica Énfasis en Matemáticas, los estudiantes indican que realizaron actividades de análisis del discurso de algunos docentes en instituciones de educación; desde la línea de Lenguaje y comunicación, y prepararon algunas clases donde había mediación de la tecnología, explícitamente utilizaron el programa de Geogebra para enseñar saberes de geometría. Un estudiante nombra la teoría o modelo constructivista; otro nombra elementos de la TSD (Teoría de Situaciones Didácticas), otro habla acerca del uso de material manipulable o concreto para los estudiantes de Educación Primaria.

Objetivo 2.

Respecto a las dificultades que se identificaron en los estudiantes de la licenciatura en la lectura e interpretación de las gráficas estadísticas que se encontraban en cada de uno de los Casos, se puede identificar el contexto del cual proviene los datos, relacionar variables discretas con el diagrama de barras y los continuos con histograma, sin embargo cuando se les presentó gráficas estadísticas para ser evaluadas sus resultados no fueron buenos, al parecer no tuvieron en cuenta los componentes de los gráficos para entender la información que se haya en ellos. Después se preguntó que explicaran el porqué de las respuestas dadas y los estudiantes explican que no tuvieron en cuenta los componentes como inicialmente se explicó. Uno de ellos se fijó solamente en las escalas que presentaban las gráficas; dificultad que en otras investigaciones se han presentado como la expuesta en este trabajo.

Objetivo 3.

Por último, se indago a los estudiantes de la licenciatura con el fin de hallar algunos elementos de la CDC en algunos cursos; las características que se hallaron en los cuatro estudiantes; respecto a su conocimiento didáctico del contenido, se halla que se realizan aportes desde cada línea de formación a los diferentes pensamientos matemáticos; excepto al Pensamiento Aleatorio. Los estudiantes confirmaron que no tratan contenidos de Estadística en los diferentes cursos que vieron hasta el séptimo semestre. En este objetivo surgen algunas preguntas cómo si se tiene Historia y Epistemología de las Matemáticas por qué no de Estadística o un análisis del discurso desde la Estadística, o en los cursos de Estadística porque no dar herramientas didácticas.

En el anexo se realiza un cuadro comparativo de los componentes de CDC que propone Shulman (1986b)

Consideraciones finales

Respecto a los estudiantes; en el momento de realizar su “praxis” tengan herramientas que posibiliten una adecuada lectura de gráficas estadísticas. También, desde la licenciatura se proponga estrategias para enseñar la Estadística, especialmente la interpretación de gráficas estadísticas.

Ahora bien, finalmente, es necesario que desde las diversas líneas de formación; se incluyan actividades en los diferentes cursos sobre el Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos. Desde la línea de Tic por ejemplo; con Geogebra se puede hallar medidas de tendencia central y dispersión, realizar gráficas de distribuciones de probabilidad como la distribución Normal, Binomial, y también gráficas de teoría de hipótesis como también ampliar los saberes de los futuros profesores en diversos marcos teóricos que aportan a la enseñanza de la Estadística como el CDC (Conocimiento Didáctico del Contenido) o la EOS (Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática).

Bibliografía

- American Psychological Association (APA). (2002). *Publication Manual of the American Psychological Association (5a ed.)*. Washington, DC: Autor.
- American Psychological Association (APA). (2002). *Publication Manual of the American Psychological Association (5a ed.)*. Washington, DC: Autor.
- American Statistical Association (5a Ed). (2007). <http://www.amstat.org/education/gaise>.
Obtenido de <http://www.amstat.org/education/gaise>.
- An, S. K. (2004). The Pedagogical content knowlegde of middle school. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.
- Aoyama, K. y Stephens, M. (2003). Graph interpretation aspects of statistical literacy: a japanese perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 15(3), 3-22.
- Aoyama, K. (2006). Investigating a hierarchy of students graph interpretation. En A. Rossman & B. Chance (Eds.). *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute. Recuperado el 2 de julio de 2008, de http://www.ime.usp.br/~abe/ICOTS7/Proceedings/PDFs/InvitedPapers/6C2_AOYA.pdf
- Arteaga, C. J. (2011). *Evaluación Sobre Conocimientos Sobre Gráficos Estadísticos Y Conocimientos Didácticos De Futuros Profesores. Tesis Doctoral*. Granada.
- Arteaga, P. B. (2008). Complejidad semiótica de gráficos estadísticos en la comparación de dos distribuciones por futuros profesores, Hipótesis Alternativa.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C., & Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNIÓN. Revista latinoamericana de educación matemática*, 93-104.
- Ball, D. L. (1998). Unlearning to teach mathematics. *For the Learning of Mathematics*,.
- Ball, D. L. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teacher's mathematical knowledge.
- Barnett, J. y. (2001). Pedagogical Content Knowledge: toward a fuller understanding of what good science teachers know. *Science Teacher Education*,.
- Batanero, H. A. (2008). Significado del teorema central del límite en textos universitarios de probabilidad y estadística. *Estudios Pedagógicos*, 7-28.

- Batanero, J. D. (23 de 01 de 2014). www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas. Recuperado el 23 de 01 de 2014, de www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Bogdan., S. T. (2000). En S. T. Bogdan., *Introducción a los métodos calitativos*. (pág. 344). New York.: Ediciones Paidós.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. *Profesorado: Revista de curriculum y formación del profesorado*, 13.
- Carrion, J. C. (2006). An investigations about translation and interpretation of statistical graphs and tables by students of primary education.
- Castellanos, M. T. (2013). *Tablas y graficos estadísticos en la prueba Saber-Colombia*. Granada.
- Castellanos, M. T. (2013). www.funes.uniandes.edu.co. Recuperado el 10 de 11 de 2015, de www.funes.uniandes.edu.co: <http://www.funes.uniandes.edu.co>
- Chance, B. (2002). News approaches to gathering daata on student learning for research on statistics education.
- Dolores, C. (2008). Las gráficas, sus usos y retos en la enseñanza y en la investigación en matemática educativa. *Perspectivas docentes*, 36, 51-58.
- Dolores, C. y Cuevas, I. (2007). Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 69-96.
- Espinel, F. M. (2007). Construcción y Razonamiento De Gráficos Estadísticos En La Formación De Profesores. *Investigación en educación matemática: comunicaciones de los grupos de investigación del XI Simposio de la SEIEM*.
- Espinel, M. C. y Bruno, A. (2008). Algunas dificultades sobre gráficas estadísticas que perduran en los estudiantes para profesores de Primaria. *Hipótesis Alternativa*, 9(1), 17. Recuperado el 10 de marzo de 2009, de <http://www.ucv.ve/hipotesis/Data/Hipotesis%20alternativa%20N16.pdf>
- Espinel, M. C., Bruno, A. y Plasencia, I. (2008). Statistical graphs in the training of teachers. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading & A. Rossman (Eds.), en *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI y IASE.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1994). Judgments of association in scatterplots: An empirical study of students' strategies and preconceptions. Documento presentado en el *Fourth International Conference Psychology on Teaching Statistics (IV ICOTS)*. The National Institute of Statistics and Applied Economics: Morocco.

- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Feixas, G., Cornejo, & Manuel, J. (1996). Manual de la técnica de de rejilla mediante el programa record. En G. Feixas, Cornejo, & J. Manuel, *Manual de la técnica de de rejilla mediante el programa record* (págs. 1-31). Barcelona: España.
- Friel, S. & Bright, G. (1995). *Graph Knowledge: Understanding How Students Interpret Data Using Graphs*. Documento presentado en the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH, EE. UU.
- Friel, S., Bright, G., Frierson, D., y Kader, G. (1997). A framework for assessing knowledge and learning in statistics (K-8). En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 55-63). Amsterdam: IOS Press.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing. Comprehension and Instructional Implications. *Journal of Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. y Garfield, J. (1997) (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* Amsterdam: IOS Press.
- Garfield, J, delMas, B. y Chance, B. (2003, agosto). The Web-based ARTIST: Assessment Resource for Improving Statistical Thinking. Documento presentado en el *Symposium: Assessment of Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality of AERA Annual Meeting*, Chicago.
- Garfield, J. (1995). How students learn Statistics. *International Statistical Review*, 65, 25-34.
- Garfield, J. (1996). Assessing student learning in the context of evaluating a chance course. *Communications in Statistics. Theory and Methods*, 25(11), 2863-2873.
- Garfield, J. (2002). Web ARTIST: Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking. Founded by National Science Foundation and University of Minnesota and California Polytechnic State University. Recuperado el 9 de febrero de 2005, de <http://data.gen.umn.edu/artist/index.html>
- Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistical Education Research Journal*, 2(1), 22-38. Recuperado el 25 de noviembre de 2005, de [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2\(1\).pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2(1).pdf)

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning. Connecting research and teaching practice*. London: Springer.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning. Connecting research and teaching practice*. London: Springer.

Garritz, A. y Trinidad, R (2004). El conocimiento pedagógico del contenido. *Educación Química*. 15(2), 98-102.

Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: an introduction and orientation. En Gess-Newsome, J. y Lederman, N. G. (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge: the construct and its implications for science education* (pp.3-17). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Godino, B. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, 191-218.

Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas: un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Servicio de reprografía de la facultad de ciencias. Granada.

Gordon, S. E. (1998). *Understanding students learning statistics: An activity theory approach*. Disertación Doctoral no publicada, Universidad de Sydney, Australia.

ICMI/IASE (2006). Statistics Education in School Mathematics: Challenges for Teaching and Teacher Education. En *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)/ International Association for Statistical Education (IASE) Study*. Recuperado el 26 de julio de 2007, de http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/

Konold, C. y Garfield, J. (1993). *Statistical Reasoning Assessment. Part 1: Intuitive Thinking*, Unpublished manuscript, SRRI. Amherst: University of Massachusetts.

Kosslyn, S. M. (1989). Understanding charts and graphs. *Applied Cognitive Psychology*. 3, 185-225.

Kurtz, N. R. (1999). *Workbook for Statistical Analysis for the Social Sciences*. London: Allyn and Bacon.

Llinares, S. (1992). Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores. En C. Marcelo (Ed.), *La investigación sobre la formación del profesorado: métodos de investigación y análisis de datos* (pp. 57-95). Argentina: Cincel.

Llinares, S. (1993). Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento del contenido pedagógico y entornos de aprendizaje. En L. Montero y J. Vez (Eds.), *Las didácticas específicas en la formación del profesorado I* (pp. 377-407). Santiago de Compostela: Tórculo Edicións.

Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En J. Ponte y et al. (Eds.), *Desenvolvimiento profesional de los profesores de matemáticas en formación* (pp. 47- 82). Lisboa, Portugal: Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación.

Meletiou, M. (2003). On the formalist view of mathematics: impact on statistics instruction and learning En A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of Third European Conference in Mathematics Education*. Bellaria, Italy: European Research in Mathematics Education Society. Recuperado el 31 de agosto de 2006, de <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings>

Meletiou, M. y Lee, C. (2002). Student understanding of histograms: A stumbling stone to the development of intuitions about variation. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the sixth international conference on teaching statistics: Developing a statistically literate society*. Cape Town, South Africa. Voorburg: ISI.

Meletiou, M. y Stylianou, D. A. (2003). Graphical Representation of Data: The Effect of the Use of Dynamical Statistics Technological Tool. En *Proceeding Sixth International Conference on Computer Bases Learning in Science* (pp. 296-306). Praga: Universidad de Zilina.

MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá : Magisterio.

Méndez., C. J. (2015). La interpretación de gráficas estadísticas: el caso de estudiantes de la licenciatura. En J. C. Cardona. Cali, Colombia.

Monteiro, C. y Ainley, J. (2003, marzo). Developing Critical Sense in Graphing. En, *Proceedings of the Third Conference of European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1-10). Bellaria, Italy. Recuperado el 16 de noviembre de 2007, de www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5_monteiro_cerme3.pdf

Monteiro, C. y Ainley, J. (2006). Studen teachers interpreting media graph. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*.

Salvador, Brasil: International Statistical Institute e International Association for Statistical Education. Recuperado el 14 de abril de 2009, de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>

Monteiro, C. y Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal Mathematics Education*, 2(3), 187-207. Recuperado el 14 de abril de 2009, de <http://www.iejme.com/032007/main.htm>

Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65 (2), 123-165.

Moore, D. (2000). *The basic practice of Statistics*. 2d. ed. New York: W. H. Freeman and Company.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática. (J. M. Álvarez y J. Casado, Trads.) Sevilla, España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”. (Trabajo original publicado en 1989).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standard for school mathematics*. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (M. Fernández Trad.). Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”.

NCTM. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. . Reston.

Nicholson, J., y Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher? En *The International Statistical Institute 54th Session*. Berlin, Alemania. Recuperado el 6 de Julio de 2008, de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>

Noll, J. (2007). Graduate Teaching Assistants’ Statistical Knowledge for Teaching. Disertación Doctoral no publicada, Portland State University.

Nortes, A. (1987). *Encuestas y precios*. Madrid: Editorial Síntesis.

OCDE. (1999). *Measuring student knowledge and skills – A New framework for assessment*. Paris: OCDE Publications.

Pehkonen, E. (2001). A hidden regulating factor in mathematics classrooms: mathematics-related beliefs. In M. Ahtee, O. Björkqvist, E. Pehkonen & V. Vatanen(Eds.). *Research on mathematics and science education* (pp.11-35). Institute for Educational research. University of Jyväskylä.

Pereira-Mendoza, L., y Mellor, J. (1991). Students’ concepts of bar graphs-Some preliminary findings. En D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the third international conference on teaching statistics* (Vol. 1, pp. 150-157). Voorburg: International Statistical Institute.

Pfannkuch, M. (2006). Comparing box plot distributions: A teacher’s reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 27-45. Recuperado el 14 de noviembre de 2007, de [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5\(2\)_Pfannkuch.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5(2)_Pfannkuch.pdf)

Pfannkuch, M. y Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistical Education Research Journal*, 1(2), 4-21. Recuperado el 23 de junio de 2005, de <http://fehps.une.edu.au/serj>

Pfannkuch, M. y Wild, C. (2003). Statistical thinking: how can we develop it? En *Proceedings of the 54th International Statistical Institute Conference* [CD-ROM]. Voorburg: International Statistical Institute

Pfannkuch, M., Budgett, S., Parsonage, R. y Horring, J. (2004). Comparison of data plots: building a pedagogical framework. En *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*, 8 pp, Copenhagen, Dinamarca.

Pérez, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. II. Técnicas y análisis de datos*. Madrid: La Muralla.

Pinto, J. E. (2010). En J. E. S., *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación*. (pág. 166). Salamanca.

Restrepo, M. O. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*. VOL XXXIV./ N° 1, 119.

Sánchez, M. T. (2013). *Tablas y gráficos estadísticos en la Saber-Colombia*. Granada-España.

Serrano, L. (2010). *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estocástica*. Málaga: Gráficas San Pancrancio.

Sosa, J. E. (2010).
<https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/dissertations/10.Sosa.Dissertation.pdf>
. Recuperado el 05 de mayo de 2015, de <https://www.stat.auckland.ac.nz>

Anexos

Situación problema 1: El profesor pide a sus estudiantes de grado 9° que recojan la información dentro del salón acerca del tiempo que toman en llegar al colegio desde la casa de cada uno(a), dado en minutos y después realizar un gráfico con los datos recogidos. Uno de los estudiantes realizó un diagrama de tallos y hojas.

Situación problema 2.: Se presenta un histograma que representa los datos de la estatura en cm de los niños(as) de una institución educativa de Cali. A partir de este se aplica una serie de preguntas que buscan conocer el nivel de lectura en el que se ubica el estudiante.

Situación problema 3.: A partir de diversos tipos de gráficos estadísticos construidos en Geogebra, el estudiante aplica su habilidad para criticar y evaluar el gráfico.

Situación problema 4.: Se expone la respuesta de un estudiante de una actividad donde es importante la definición de variable y su relación con un tipo de gráfico determinado.

Ilustración 5. Gráfica de situación hipotética 1

El gráfico que realizó uno de los estudiantes fue el siguiente:

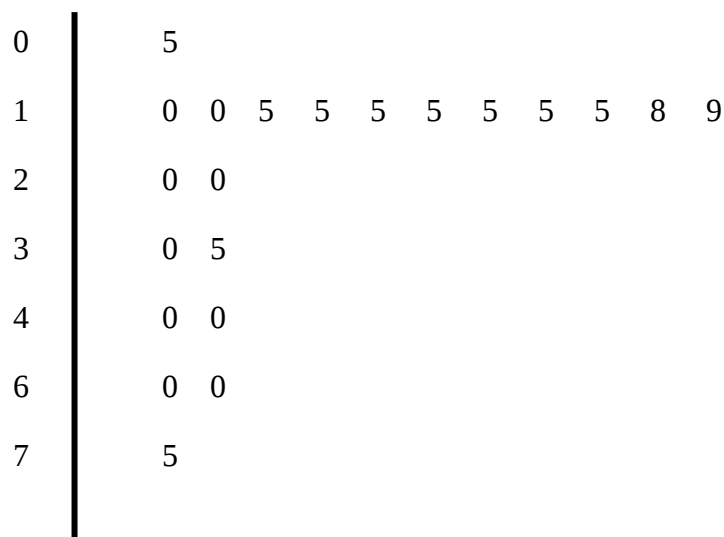


Ilustración 6. Gráfica de situación hipotética 2.

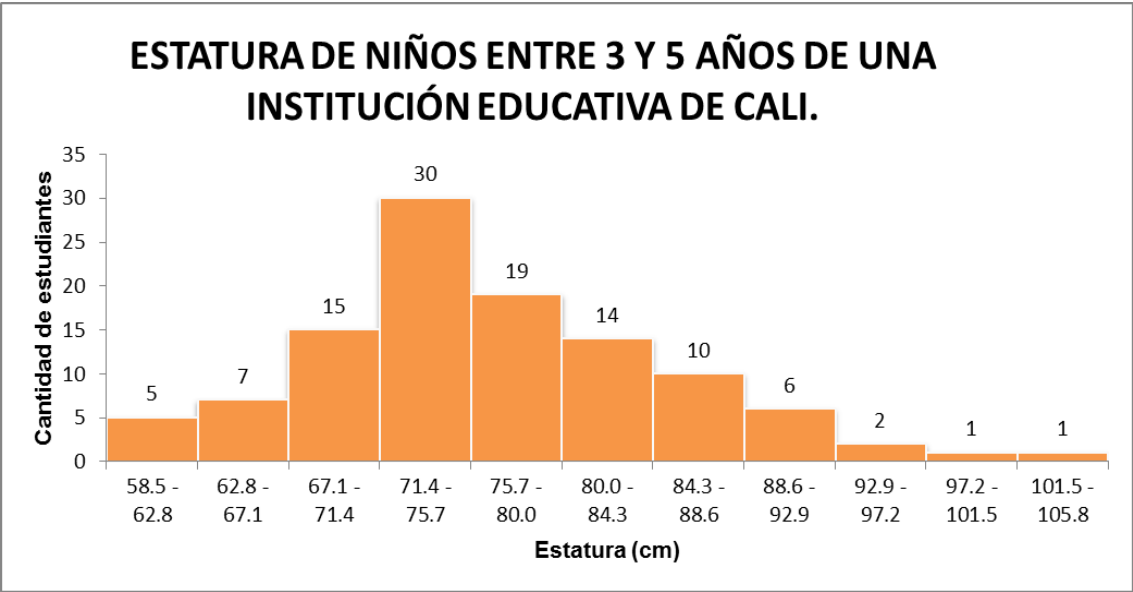


Ilustración 7. Gráficas de situación hipotética 3.

Ilustración 8. Diagrama de tallo y hojas.

1		0	0	5	5	5	5	5	5	5	8	9
2		0	0									
3		0	5									
4		0	0									
5												
6		0	0									

alto : 75.0

La clave 3|1 significa 31

Ilustración 9. Diagrama de barras.

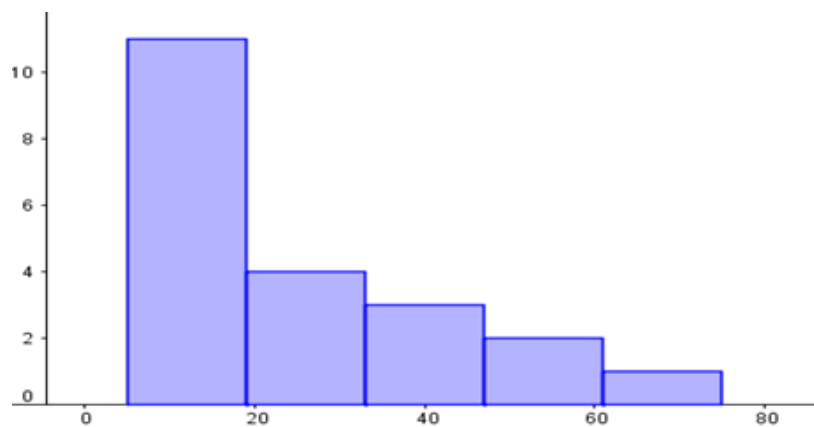


Ilustración 10. Diagrama de caja y bigotes.

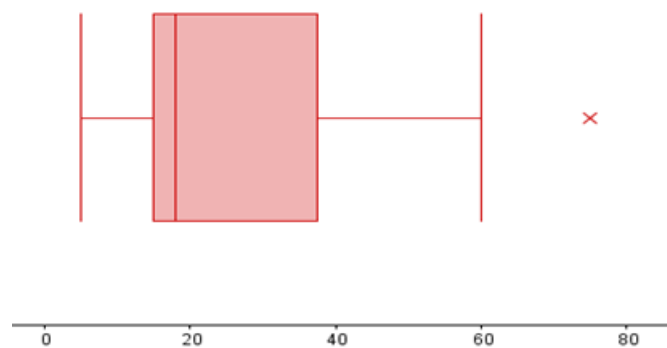


Ilustración 11. Diagrama polígono de frecuencias.

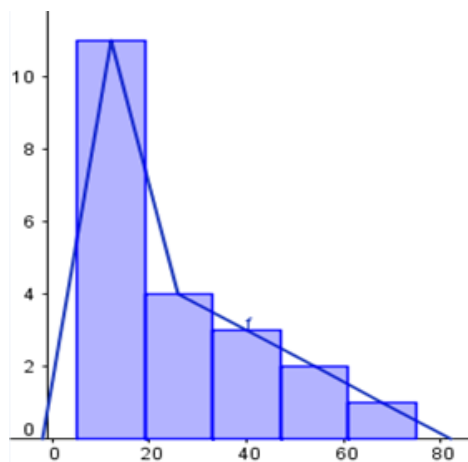


Ilustración 12. Diagrama de líneas.

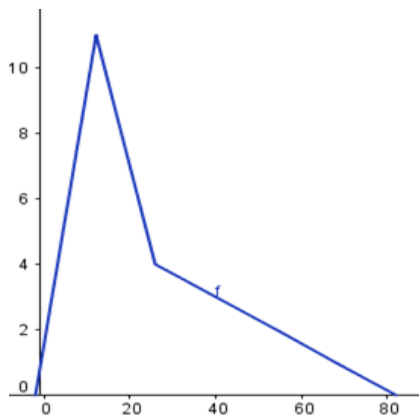


Ilustración 13. Diagramas de cajas y bigotes.

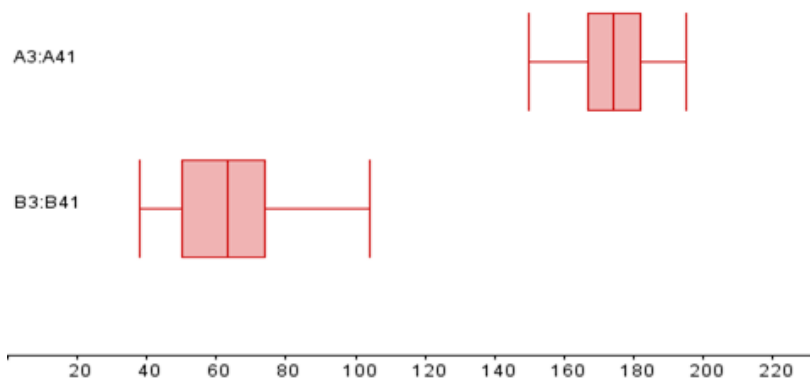


Ilustración 14. Diagrama de dispersión.

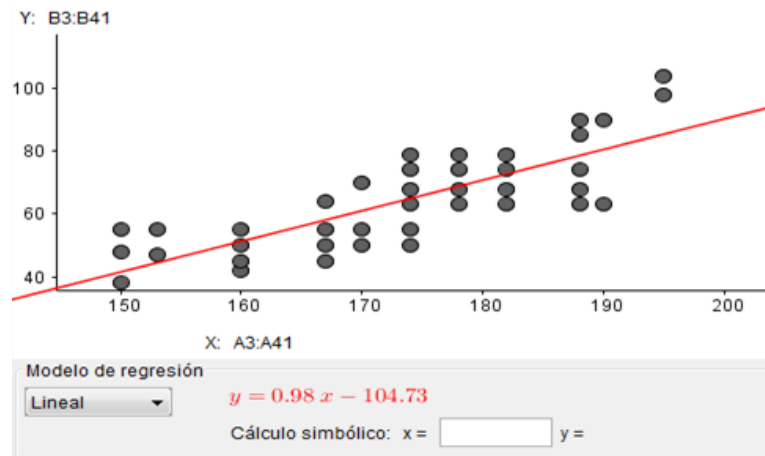
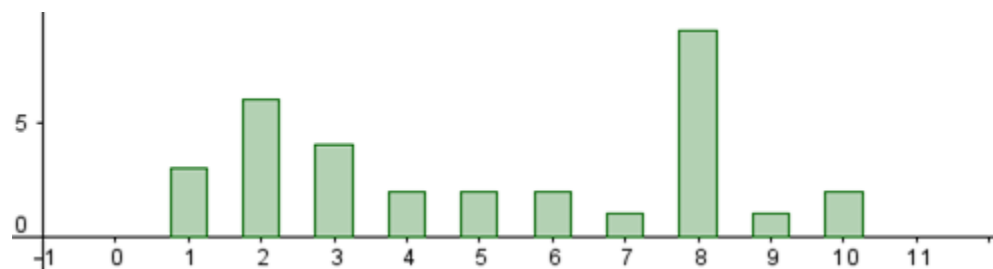


Ilustración 15. Gráfica de situación hipotética 4.



Componentes o Categorías	Lee Shulman	Trabajo propuesto
Conocimiento de la materia enseñable.		
Conocimiento de las formas de representación del contenido a enseñar.		
Conocimiento de los procesos de aprendizaje de los estudiantes sobre el contenido a enseñar.		
Conocimiento pedagógico general.		
Conocimiento de los objetivos o propósitos de la enseñanza.		

Conocimiento curricular.	☆	○
Conocimiento de estrategias de enseñanza y aprendizaje. Estrategias y medios instruccionales.	☆	☆
Conocimiento del contexto.	☆	☆



No es tratado en el trabajo.



Tratado en el trabajo