GERMÁN GUERRERO PINO
COMPILADOR

Einstein
CIENTÍFICO Y FILÓSOFO

Universidad del Valle
Programa Editorial

Einstein: científico y filósofo

Colección Artes y Humanidades

El titulo del libro, *Einstein: científico y filosofo*, delimita muy bien el sentido de la presente obra y de sus distintas contribuciones: presentar a los amables lectores la manera *sui generis* y fecunda como se complementan el trabajo científico y la reflexión filosófica en la producción intelectual y creativa de Albert Einstein. Es bien sabido del número importante de contribuciones de Einstein en las ciencias físicas a comienzos del siglo XX y lo significativas que fueron, y lo siguen siendo, por contener nuevos puntos de vista sobre la forma de encarar el estudio de la naturaleza física y el conocimiento científico, en particular, la creatividad científica. Einstein es un digno ejemplo donde ciencia y filosofía confluyen de manera fértil, sin que una esté supeditada a la otra. Con las gráficas y elocuentes palabras del propio Einstein: "en tiempos como el presente, cuando la experiencia nos compele a buscar una nueva y más sólida fundamentación, el físico no puede simplemente entregar al filósofo la contemplación crítica de los fundamentos teóricos, porque nadie mejor que él puede explicar con mayor acierto dónde le aprieta el zapato".

La compilación consta de doce artículos de doce destacados profesores, la mayoría de ellos con un reconocido prestigio internacional: Favio E. Cala, Carlos A. Cardona, Juan C. Granada, Germán Guerrero, Décio Krause, Regino Martínez, Héctor A. Múnera, Gonzalo Munévar, Michel Paty, Luis G. Pedraza, Andrés Rivadulla y Ángel E. Romero.

El libro hace aportes importantes en física teórica, historia general de la física e historia de la física en Colombia, pero sobretodo en filosofía de la ciencia (filosofía de la física). Así que esperamos que la presente compilación sea un impulso más para el desarrollo de la filosofía de la ciencia en nuestro país, que se encuentra en estado de consolidación. Pero dicho esto, hay que subrayar que la pertinencia del libro es tanto local como internacional en estos distintos campos del saber, los cuales se complementan entre sí.

Universidad del Valle

Programa Editorial

Germán Guerrero Pino
Compilador

Einstein: científico y filósofo

Colección Artes y Humanidades

Guerrero Pino, Germán
Einstein : científico y filósofo / Germán Guerrero Pino. -- Cali : Editorial Universidad del Valle, 2010.
411 p. ; 24 cm. -- (Colección Artes y Humanidades)
ISBN 978-958-670-835-7
1. Einstein, Albert, 1879-1955 - Crítica e interpretación 2. Relatividad (Física) 3. Teoría del conocimiento científico 4. Filosofía de la ciencia
I. Tít. II. Serie.
530.01 cd 21 ed.
A1270839

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

Universidad del Valle
Programa Editorial

Título: *Einstein: científico y filósofo*
Compilador: Germán Guerrero Pino
ISBN: 978-958-670-835-7
ISBN PDF: 978-958-765-618-3
DOI: 10.25100/peu.74
Colección: Artes y Humanidades - Filosofía
Primera Edición Impresa octubre 2010
Edición Digital febrero 2018

Rector de la Universidad del Valle: Édgar Varela Barrios
Vicerrector de Investigaciones: Jaime R. Cantera Kintz
Director del Programa Editorial: Francisco Ramírez Potes

© Universidad del Valle
© Germán Guerrero Pino

Diagramación: Unidad de Artes Gráficas de la Facultad de Humanidades

Este libro, o parte de él, no puede ser reproducido por ningún medio sin autorización escrita de la Universidad del Valle.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión del autor y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad del Valle, ni genera responsabilidad frente a terceros. El autor es el responsable del respeto a los derechos de autor y del material contenido en la publicación (fotografías, ilustraciones, tablas, etc.), razón por la cual la Universidad no puede asumir ninguna responsabilidad en caso de omisiones o errores.

Cali, Colombia, febrero de 2018

CONTENIDO

Prólogo 7

Inercia con fuentes materiales o la eliminación de los sistemas inerciales: sobre lo propuesto por Mach y lo hecho por Einstein
Favio Ernesto Cala Vitery 11

Teoría especial de la relatividad y conocimiento *a priori*
Carlos Alberto Cardona Suárez 31

Génesis de la teoría general de la relatividad
Juan Carlos Granada E. 67

La realidad del espacio físico: entre teoría y experiencia
Germán Guerrero Pino 83

¿Pueden ser separables las entidades indiscernibles? Ensayo sobre posibles consecuencias de una posición de Einstein frente a la indiscernibilidad
Décio Krause 121

Acerca de la masa y su tratamiento dado por Einstein y Garavito
Regino Martínez-Chavanz 141

El experimento de Michelson-Morley y el segundo postulado de Einstein: inextricablemente unidos
Héctor A. Múnera 245

Einstein y el límite de la velocidad de la luz
Gonzalo Munévar 291

Einstein 1905: inteligibilidad racional y creación científica
Michel Paty 309

El punto físico como límite de la experiencia geométrica
en cuatro experimentos de pensamiento
Luis Gerardo Pedraza Saavedra 333

Albert Einstein y la filosofía actual de la ciencia
Andrés Rivadulla 365

La perspectiva relativista del mundo físico en el siglo XVIII.
Los aportes de L. Euler
Ángel E. Romero 383

PRÓLOGO

Este libro data de finales de 2005, cuando me encontraba con los inestimables colegas Michel Paty y Regino Martínez celebrando lo exitoso que había sido el *Simposio internacional "Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo"*, que se realizó del 28 de noviembre al 2 de diciembre de ese año, con el apoyo de la Facultad de Ciencias, el Instituto de Educación y Pedagogía, la Facultad de Humanidades y el Departamento de Filosofía de la Universidad del Valle.

En aquella ocasión, los profesores Paty y Martínez me propusieron el proyecto de elaborar un libro sobre Einstein a partir de las memorias del simposio que se habían publicado en cd-rom, pues consideraban que allí había un material valioso, de excelente calidad académica. El proyecto se alargó en el tiempo porque vimos, en un primer momento, la necesidad de mejorar el material seleccionado de las memorias. Así, por ejemplo, la conferencia del profesor Paty, que estaba en francés, se tradujo al español, y los artículos de los profesores Cala, Granada, Múnera y el mío mismo fueron revisados y ampliados significativamente. Por otra parte, los profesores Krause, Martínez y Pedraza, que habían participado en el simposio, decidieron elaborar nuevos artículos para el libro. Finalmente, entretanto se concretaban estos artículos, se invitó a colaborar a otros colegas, con quienes no habíamos contado en el simposio, y es así como los profesores Cardona, Munévar, Rivadulla y Romero se unieron al proyecto.

Sea esta la oportunidad para agradecer a todos ellos por el esmero que han puesto en la elaboración de las contribuciones, la paciencia que

han tenido durante el prolongado tiempo que llevó contar con todos los artículos y el cuidado de los detalles en el proceso de edición y publicación del libro.

El título del libro delimita muy bien el sentido de la presente obra y de sus distintas contribuciones: presentar a los amables lectores la manera sui generis y fecunda como se complementan el trabajo científico y la reflexión filosófica en la producción intelectual y creativa de Albert Einstein. Hans Reichenbach, con quien Einstein discutió en distintas ocasiones sobre los fundamentos de la teoría de la relatividad, resalta muy bien esta peculiaridad de su trabajo cuando dice: "Einstein no es un matemático formal, ocupado sólo en desarrollar teorías matemáticas. Por el contrario, piensa analíticamente, esto es, se preocupa de aclarar el significado de los conceptos. Las matemáticas sólo constituyen, para él, un medio de expresar un proceso intuitivo –un proceso que se origina en fuentes inconscientes y para el cual el lenguaje formal representa meramente la estructura. Es un raro don de la fortuna encontrar reunidos, en una sola mente, una intuición filosófica y un talento para las matemáticas y la física. Sólo una mente que combinase estos rasgos podía crear la teoría de la relatividad" ("Estado actual de la discusión sobre la relatividad", 1921).

Es bien sabido del número importante de contribuciones de Einstein en las ciencias físicas a comienzos del siglo XX y lo significativas que fueron, y lo siguen siendo, por contener nuevos puntos de vista sobre la forma de encarar el estudio de la naturaleza física y el conocimiento científico, en particular, la creatividad científica. Einstein es un digno ejemplo donde ciencia y filosofía confluyen de manera fértil, sin que una esté supeditada a la otra. Con las gráficas y elocuentes palabras del propio Einstein: "en tiempos como el presente, cuando la experiencia nos compele a buscar una nueva y más sólida fundamentación, el físico no puede simplemente entregar al filósofo la contemplación crítica de los fundamentos teóricos, porque nadie mejor que él puede explicar con mayor acierto dónde le aprieta el zapato" ("Física y Realidad", marzo de 1936).

Para organizar el contenido del libro recurrí a un criterio un tanto simplista, por orden alfabético de la primera letra del primer apellido del colaborador, pues me fue imposible agrupar los distintos artículos en subtemas; aunque, desde luego, en cada uno de ellos sobresale el tratamiento de cuestiones específicas de la física en su respectivo contexto filosófico.

El libro hace aportes importantes en física teórica, historia general de la física e historia de la física en Colombia, pero sobre todo en filosofía de la ciencia (filosofía de la física). Así que esperamos que la presente

compilación sea un impulso más para el desarrollo de la filosofía de la ciencia en nuestro país, que se encuentra en estado de consolidación. Pero dicho esto, hay que subrayar que la pertinencia del libro es tanto local como internacional en estos distintos campos del saber, los cuales se complementan entre sí.

Quisiera terminar agradeciendo al Departamento de Filosofía de la Universidad del Valle por el apoyo académico que me ha brindado durante estos años de preparación del libro y al profesor Víctor Hugo Dueñas, director del Programa Editorial de la Universidad del Valle, por su apoyo comprometido en la concreción de este proyecto y por los cuidados en la edición y publicación del libro.

Germán Guerrero Pino
Cali, agosto de 2010

PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA

INERCIA CON FUENTES MATERIALES O LA ELIMINACIÓN DE LOS SISTEMAS INERCIALES: SOBRE LO PROPUESTO POR MACH Y LO HECHO POR EINSTEIN*

Favio Ernesto Cala Vitery†

Resumen

Según Ernst Mach, el movimiento absoluto es una noción mal establecida, epistemológicamente objetable. Siguiendo a Mach, Einstein intentó eliminar el movimiento absoluto de la dinámica clásica para implementar la *relatividad del movimiento entre cuerpos materiales*. Pero, mientras Mach pensaba que para ello era preciso derivar la dinámica y la inercia a partir del conjunto de interacciones que relacionan a las partes materiales del universo en su conjunto, Einstein convirtió el problema de la relatividad del movimiento, en el problema de la eliminación de los sistemas de referencia privilegiados (inerciales). Se distingue lo que el primero proyectó de lo que el segundo, finalmente, hizo.

---

* El presente artículo es una versión ampliada y revisada del texto de la conferencia que ofrecí, con el título "La relatividad del movimiento o la eliminación de los sistemas inerciales; sobre lo que Mach dijo y lo que Einstein hizo", en el *Simposio Internacional "Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo"*, Universidad del Valle, noviembre de 2005, y que fue publicada en las memorias del evento en CD-ROM, Unidad de Artes Gráficas, Facultad de Humanidades, 2005, Cali-Colombia.

† Director del Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Jorge Tadeo Lozano.

Correo electrónico: favio.cala@utadeo.edu.co

INTRODUCCIÓN

En 1883, Ernst Mach (1837-1916) publicó su *Science of Mechanics*. El libro, como buena parte del conjunto del pensamiento de Mach, no tardaría en ejercer influencia entre sus contemporáneos y herederos intelectuales. Esto porque, en éste, además de pretender una clara exposición retrospectiva sobre los orígenes conceptuales de la mecánica, Mach dedicó especial atención a las nociones absolutas de espacio, tiempo y movimiento empleadas por Newton en sus *Principia*.

Sus agudas críticas le ubicaban en la tradición del largo periplo de discusiones al respecto inaugurado desde el nacimiento de la mecánica por el debate Newton- Leibniz (Alexander (ed.), 1956). Para Mach, el movimiento absoluto o, mejor, el movimiento con respecto al espacio absoluto no era más que un fantasma metafísico, un atavismo medieval que parecía recuperar las ilusorias esferas del cosmos Ptolemaico, y que por tanto había que desterrar del cuerpo de la mecánica. En su lugar, cualquier movimiento debía entenderse como movimiento relativo entre cuerpos materiales y, en la época, el candidato ideal para sustituir al invisible espacio absoluto no era otro que el conjunto de las distantes estrellas fijas.

En este contexto la ley de la inercia, con su cuerpo único abandonado en el vacío y dotado de una condición de movimiento sin la mediación de fuentes materiales aparentes tendría que entenderse, según Mach, como una ley condicionada y determinada por la interacción del cuerpo en cuestión con el conjunto material del universo. Lo mismo cabría esperar, en general, para la inercia de un cuerpo.

Esta sugestiva idea resonaría con especial insistencia en el fuero intelectual del joven Einstein hasta bien entrados los años de la Teoría General de la Relatividad (TGR).

Así, mientras Einstein daba forma a su inédita teoría de gravitación esperaba que ésta, además de extender el principio especial de la relatividad a sistemas de referencia no inerciales arbitrarios para cubrir todo tipo de movimientos relativos, satisficiera los requerimientos de Mach sobre las fuentes materiales de la inercia[1].

En este escrito se intenta, siguiendo una línea histórica panorámica, distinguir en qué sentido Einstein proyectó fidedignamente la idea original de Mach de amarrar la estructura inercial a la material estelar. Para ello, en

[1] A esta conexión causal entre fuentes materiales e inercia Einstein terminaría bautizándola como el **Principio de Mach** (Einstein, 1918). Intentando ajustar las ecuaciones de campo al principio de Mach, Einstein sentó las bases de la cosmología relativista.

la siguiente sección, presento una breve reconstrucción de la bien conocida crítica de Mach al argumento canónico usado por Newton para defender la distinguibilidad del movimiento absoluto. Seguidamente argumento que la idea de Mach de sentar la dinámica en bases epistemológicamente consistentes, como la relatividad del movimiento entre cuerpos materiales, fue progresivamente convertida por Einstein en el proyecto de eliminar los sistemas de referencia inerciales en el contexto de una teoría de campo gravitatorio.

El vaso de Newton

A mediados del siglo XIX, la mecánica de Newton se había erigido como el estandarte de la ciencia. Tras unificar la mecánica celeste y la mecánica terrestre, de mostrar la consonancia entre la física de los cielos y la física del suelo, el templo newtoniano, merced a sus más notables continuadores –citemos a Hamilton y a Lagrange– mostraba su acertado dominio del problema del movimiento. Empero, desde su temprana formulación geométrica, la mecánica de Newton no había sido exenta de reiteradas críticas por su distintiva adopción del movimiento absoluto. Nadie podía imaginar algún buen experimento para detectar el espacio absoluto y, a pesar de la invisibilidad de este soporte universal de los fenómenos, la mecánica parecía funcionar bastante bien.

Recordemos, a este propósito, que Newton defendió la existencia de un espacio absoluto depositario del movimiento absoluto y soporte de su filosofía natural del movimiento. Sin embargo, ya en el escolio a sus *Principia* advierte sobre las dificultades para justificar su existencia. Tiene que establecer la diferencia entre movimientos relativos o sensibles y movimientos absolutos o reales. Los movimientos relativos pueden definirse a partir de relaciones entre cuerpos materiales, observables, sensibles, pero el movimiento absoluto ha de referirse al espacio absoluto y éste es invisible, inmaterial e indetectable en sí mismo y con relación directa a los cuerpos. ¿Cómo, entonces, justificar su ontología? ¿Cómo defender su existencia?

Está claro que no puede hacerse por indagación directa; hay que apelar a efectos reales o absolutos del movimiento. Para Newton la clave está en la aceleración. Recurre a las consecuencias dinámicas del movimiento acelerado, ya que el movimiento más simple, el movimiento rectilíneo uniforme, está viciado desde el cuerpo de su dinámica para tal efecto. Resulta imposible distinguirle del reposo absoluto o relativo.

Y es que el peculiar talante de la dinámica de Newton, sumado a su concepción del espacio (y el tiempo) absoluto hacen indistinguibles el movimiento rectilíneo uniforme relativo a un sistema de referencia inercial arbitrario, del hipotético movimiento rectilíneo, referido al espacio absoluto. No existen, según la mecánica newtoniana, diferencias dinámicas entre el movimiento uniforme relativo y el movimiento uniforme absoluto. A este nivel parece innecesario recurrir al movimiento absoluto para cualquier descripción cinemática del movimiento y a este nivel se situaron las críticas más conocidas de los adversarios de Newton. Pero, ¿Qué pasa con el movimiento no uniforme, con el movimiento acelerado? La agudeza de Newton pasó por ilustrar las consecuencias dinámicas, los efectos que diferencian al movimiento absoluto del movimiento relativo cuando éstos son referidos a sistemas de referencia acelerados. En parte por esto, para ilustrar su argumento, Newton se ha servido de un vaso en rotación y de una cuerda tensada por la rotación de dos esferas. Antes de discutir el experimento del vaso en rotación, leamos del escolio de los *Principia*, las razones del propio Newton en este sentido (Newton, 1686, p. 10)[2]:

> Los efectos que distinguen al movimiento absoluto del relativo son las fuerzas de recesión con respecto al eje del movimiento circular. Porque no existen tales fuerzas en un movimiento circular puramente relativo, pero sí en un movimiento circular verdadero y absoluto. Estas son mayores o menores de acuerdo a la intensidad del movimiento.

Reparamos en el experimento del vaso porque sobre éste recaen las alusiones directas de Mach. Veamos: siguiendo a Newton, suponemos que de una cuerda en rotación pende un vaso lleno de agua. Las paredes del vaso comunican paulatinamente su rotación al agua, hasta que ésta alcanza la misma velocidad que aquellas. Sobre la superficie del agua, plana antes de la rotación, se observa un ahuecamiento. Las paredes del vaso y el contenido de agua giran, finalmente, al unísono alcanzando el reposo relativo. ¿Dónde reside el origen, la fuente del ahuecamiento? ¿Qué le justifica?

Este es el núcleo del argumento ofrecido por Newton. El reposo relativo entre el agua y su recipiente, aparentemente, obligan a remitir la fuente de la distorsión en la superficie líquida al contenedor absoluto, al espacio

[2] Por razones de precisión cronológica he procurado referenciar directamente los originales (ver referencias). En todos los casos la traducción al castellano es mía.

absoluto. Newton, con este experimento pretende mostrar que el agua tiene un movimiento, una rotación real con respecto al invisible espacio absoluto. Las fuerzas centrífugas, manifiestas en la superficie del agua dan cuenta del mismo[3].

Con todo, la prueba de Newton, parece condenada por la invisibilidad del espacio absoluto. No convence a Leibniz, para quien el espacio absoluto no es una entidad substancial sino la configuración relativa entre cuerpos coexistentes. El movimiento se entiende, según él, como el orden sucesivo de dichas configuraciones. Su celebrada identidad de los indiscernibles no puede privilegiar un espacio absoluto invisible. Incluyo uno de los conocidos pasajes en que Leibniz intenta, rápidamente, pasar de la indiscernibilidad entre posiciones relativas equivalentes a la indiscernibilidad del movimiento como argumento central de su ataque a las nociones absolutas de Newton (en Alexander (ed.), 1956, p. 73):

> Con el fin de probar que el espacio sin cuerpos es una realidad absoluta; el autor [Clarke] objetó, que un universo material finito podría moverse hacia adelante en el espacio. Yo respondí que no parece razonable pensar que el universo material deba ser finito; y, aunque debiéramos suponerlo finito no parece razonable que deba tener movimiento distinto al de la posición [relativa] entre sus partes, porque tal movimiento no produciría ningún cambio que pudiera ser observado.

Según Leibniz dado que un universo material moviéndose a una velocidad definida A, resulta indistinguible del mismo universo material moviéndose a una velocidad B, las dos situaciones físicas deberían –vía Principio de Identidad de los Indiscernibles– identificarse. Se trataría de dos formas de nombrar la misma situación física. Por el contrario, Newton, al afirmar la existencia del espacio absoluto, debería concluir que se trata de dos situaciones ontológicamente distintas aunque indistinguibles. Esto no dejó de incomodar a un buen número de detractores. La situación parece

[3] Aquí sigo la interpretación tradicional del experimento de Newton, (la asumida por Mach) según la cual este fue diseñado como un argumento decisivo contra la concepción relacional del movimiento (al estilo de Leibniz). Sin embargo, siguiendo a Koyre, Laymon plantea que este fue diseñado contra Descartes y que Newton pretendía mostrar que la concavidad del agua, al no depender de la traslación del agua con respecto a la materia de la vecindad inmediata, servía como refutación de la interpretación cartesiana del movimiento verdadero (filosófico). En este sentido el experimento de Newton pretendería mostrar que la dinámica que acaba de sentar permite una distinción clara entre movimiento absoluto y movimiento relativo. Véase Laymon, 1978.

desembocar en una suerte de redundancia ontológica al nivel cinemático de la física newtoniana[4].

Tampoco Huygens, por ejemplo, parece convencido pues le resulta inaceptable un receptáculo de movimiento absoluto, sin que de éste pueda determinarse si su condición es de movimiento o de reposo. Argumentos semejantes son esbozados por el obispo Berkeley, para quien además el movimiento es relativo en su propia naturaleza y no puede concebirse sin que cuerpos correlacionados existan previamente. Para él, el movimiento absoluto es una idea abstracta. Casi literalmente Mach se pone a su costado y defiende la misma postura. En este sentido se refirió así (Mach, 1883, p. 280): "Nadie es competente para predicar sobre movimientos absolutos; estos son pura construcción mental que no puede producirse en la experiencia".

De modo que, a grandes rasgos, las objeciones a la concepción absoluta del movimiento newtoniano parecen cimentarse en la siguiente peculiaridad de la teoría newtoniana: Las transformaciones de Galileo, bajo las cuales las leyes de la dinámica newtoniana preservan su forma, indican que el movimiento puede juzgarse indistintamente desde un sistema de referencia inercial arbitrario, con lo cual la referencia al espacio absoluto resulta innecesaria. Solamente las posiciones y las velocidades iniciales cambian de un sistema a otro. No hay, por lo tanto, razón para creer que exista el privilegiado sistema de referencia absoluto, el espacio absoluto, pues este no puede distinguirse de los demás.

A este nivel pareciera que Newton ha elegido esta distinción para bautizar el indistinguible sistema inercial predilecto de Dios. La discusión puede alargarse en esta dirección, pero aquí interesa más recalcar que la arbitrariedad en las constantes de integración (velocidad y posición inicial) sugiere la relativización de la velocidad y la posición de los cuerpos.

Pero el llamativo salto de la relatividad de posición a la relatividad del movimiento, insinuado por la relatividad de las velocidades, debe superar el escollo impuesto por la relativización de las aceleraciones y esta empresa, asumida en parte por Einstein, estuvo plagada de complicaciones sin que exista aún hoy un consenso claro sobre su desenlace.

En general Newton es criticado por privilegiar un sistema de referencia inercial sobre los demás aunque su propia dinámica –vía transformaciones de Galileo– haga imposible tal distinción. Pero ya se ha dicho que por ello recurre a sistemas de referencia acelerados; por esto un vaso en rotación

[4] En cualquier caso, en la representación Galileana o Neo-Newtoniana del espacio-tiempo newtoniano, el criterio de reposo absoluto es eliminado, reteniendo las familias o clases equivalentes de sistemas de referencia inerciales.

desde el cual se juzga la superficie del agua que contiene. Así que aunque ni Leibniz, ni Huygens, ni Berkeley, sean seducidos por el absolutismo de Newton, tampoco dan respuesta satisfactoria al desafío planteado por él desde su vaso en rotación.

Deberíamos, en respuesta, esperar de sus detractores algún tipo de justificación relativista o relacional para la fuerza centrífuga evidenciada en la concavidad de la superficie de agua. No es este el lugar para auscultar los elusivos argumentos de la mayoría de sus detractores, pero sí es el escenario adecuado para señalar que, a diferencia de los citados, Mach no elude la cuestión sobre el origen de las fuerzas centrífugas. Su respuesta es popular. La originalidad de la misma radica en que en ella, a diferencia de sus predecesores, no sólo intenta reducir los efectos dinámicos del movimiento a relaciones espaciales entre cuerpos materiales sino que, eludiendo lo que considera una abstracción del universo entero, conecta, en su pertinente discusión, el movimiento local a la materia del universo distante, acaso preludiando la conexión estructura inercial-materia de la TGR. Pero esto último mas allá de ser la sugestiva razón que, a mi juicio, ha hecho de Mach una figura del pensamiento tan atractiva, es anticipar demasiado. Leamos lo que escribe en relación al desafió abierto por Newton con su vaso rotante (Mach, 1883, p. 284):

> El experimento de Newton con el vaso de agua en rotación simplemente nos informa que la rotación relativa del agua con respecto a las paredes del vaso no produce ninguna fuerza centrífuga detectable, pero que tales fuerzas son producidas por su rotación relativa con respecto a la masa de la tierra y los otros cuerpos celestes.

Antes de reparar en la concisa respuesta de Mach al experimento del vaso de Newton, algunas observaciones suyas respecto a la ley de la inercia resultan pertinentes por su tinte pre-relativista. No sobra tampoco insistir en que, según Mach, todo movimiento es relativo y sólo adquiere sentido si se juzga con relación a otros cuerpos.

Por esto la ley de la inercia resulta sospechosa, pues confiere una condición de movimiento rectilíneo a un cuerpo solitario en el universo, moviéndose en el espacio vació sin relación a nada (material). Esta concepción es debida, según Mach, a la abstracción que hacemos del universo circundante; bien podría referirse la ley de la inercia a las estrellas fijadas a las esferas ptolemaicas y el espacio absoluto estar adherido a éstas. Todo esto es un atavismo imperdonable. Mach claramente señala (Mach, 1883, p. 286): “Cuando decimos que un cuerpo preserva inmodificada su

dirección y velocidad en el *espacio*, nuestra aserción no es más que una referencia abreviada al *universo entero"*.

Si bien la ley de la inercia se antoja como una conveniente descripción, una vez recuperado el universo entero que esta ignora, desde allí debe originarse su justificación.

Aunque su epistemología se incline hacia la descripción fenomenológica y económica del mundo físico, no parece contento con la forma en que la ley de la inercia de Newton salva las apariencias. Mach redime el estatus ontológico de la materia distante. En este contexto el interrogante abierto por las observaciones de Mach estaría relacionado con la correcta formulación de una teoría en que tal condición de movimiento (inercial) sea determinada por la materia total circundante, en función de algún tipo de interacción del cuerpo en cuestión con la distribución material total.

Ya en 1872, en su *History and Root of the Principle of the Conservation of Energy* advertía (Mach, 1872, p. 17): "¿Qué participación tiene cada masa en la determinación de la dirección y velocidad de la ley de la inercia?"

Esto para la ley de la inercia. Ahora bien, transitando en la misma dirección, es de esperar que, similarmente, cuando pasemos a movimientos no inerciales, los efectos de una aceleración absoluta, de una aceleración en el espacio (absoluto), con respecto a nada, tengan también su origen en cierto tipo de interacción con respecto a las fuentes materiales del universo.

La idea de Mach es que podemos explicar los efectos dinámicos de la aceleración absoluta en términos de aceleraciones relativas con respecto a la distribución total de materia. Concretamente, en su solución relativista al experimento del vaso, efectivamente propone que pueden justificarse los efectos dinámicos de una rotación absoluta (fuerza centrífuga) en términos de rotaciones relativas con respecto a la tierra y las estrellas. En este sentido lega a sus seguidores un desafío monumental (Mach, 1883, p. 284): "Los principios de la mecánica pueden, de hecho, ser concebidos en forma tal que las fuerzas centrífugas aparezcan incluso para rotaciones relativas".

Estas palabras debieron resonar con insistencia entre los pensamientos de Einstein, pues al concebir su pretendida extensión del principio restringido de la relatividad para cubrir cualquier tipo de movimientos, daba por sentado que esto implicaba, de forma más o menos natural, la incorporación de las ideas de Mach sobre el origen de la inercia en el cuerpo de su nueva teoría de gravitación. Sobre esto discurre la siguiente sección.

De todas formas ha circulado una cierta ambigüedad en la interpretación de las observaciones de Mach sobre las flaquezas de las nociones de espacio, tiempo y movimiento absolutos. Ello como resultado de la tensión entre sus objeciones epistemológicas y las implicaciones ontológicas de su "solución" relacional o relativista al problema de la inercia.

Y es que su epistemología define a la ciencia como un sistema económico de relaciones que permiten describir la experiencia. La empresa científica, vista bajo este criterio, debería conformarse con salvar económicamente las apariencias y poco más, ya que al entrar en consideraciones de corte ontológico-interpretativo se correría el riesgo de permitir que nociones metafísicas se cuelen en nuestras teorías científicas. Desde esta óptica, quizás a Newton le hubiera bastado con no referirse al espacio absoluto como si se tratara de una entidad física real. Al fin y al cabo su dinámica parecía salvar las apariencias. Este tipo de lectura fenomenológica de corte instrumentalista fue –y sigue siendo– recogida por algunos filósofos positivistas que vieron –y ven– en Mach a su precursor. Pero, por otra parte, Mach reclamó una formulación alternativa de la inercia que, en el fondo, permitiría sustituir definitivamente la función dinámica del espacio en la estructura de la teoría. El mensaje resultante no era otro que, si se creía en la mecánica de Newton, había que creer también en la existencia física del espacio, ya que éste provee todo el soporte a la estructura inercial y las leyes del movimiento, de modo que la estrategia instrumental no funciona.

Si referimos, por ejemplo, la ley de la inercia a un conjunto de cuerpos materiales e intentamos no hablar del espacio, éstos cuerpos funcionan como rótulos para fijar empíricamente un sistema de coordenadas pero no explican el comportamiento dinámico de los cuerpos. Bien pueden los sistemas de referencia estar amarrados a las estrellas fijas pero éstas no causan la inercia. Al final tendríamos que aceptar que sigue siendo el espacio (con el tiempo) el soporte universal de las leyes de movimiento y la estrategia instrumental no serviría de nada. El asunto es sutil.

MACH, EINSTEIN Y LA TGR

Es cierto que la influencia de Mach sobre el joven Einstein –seguramente la más importante– consintió en quebrantar su fe dogmática en la mecánica de Newton, en herir las nociones absolutas de espacio, tiempo y movimiento. Esto no es baladí.

Si se repara en que cuando Einstein labraba el terreno para su Teoría Especial de la Relatividad (TER), las transformaciones que conectan los

sistemas de referencia privilegiados, las transformaciones de Lorentz-Fitzgerald ya se habían definido, con su discutible interpretación; si también se repara en que por entonces Henri Poincaré ya vislumbraba una teoría en que la inercia de un cuerpo aumentaría con su velocidad y, sobre todo, si se señalan las dificultades para incorporar la electrodinámica de los cuerpos en movimiento de forma consistente en la mecánica clásica, se está tentado a pensar que la TER era una inminente necesidad histórica y que precisamente este quebranto en la fe hacia las nociones newtonianas era lo que se requería para que alguien se atreviera a interpretar las transformaciones de Lorentz-Fitzgerald como contracciones y dilataciones en el espacio y en el tiempo. Pero esto último, que fue lo que Einstein hizo, y lo que Mach cortejó con sus sendas críticas son cosas muy distintas. Este parece ser el sino del complicado derrotero epistemológico seguido por Einstein a tenor de la influencia de Mach. A nosotros nos ocupa la historia subsiguiente, la que relaciona las ideas de Mach con la Teoría General de la Relatividad (TGR) y puestos a buscar consecuencias se dirá que la influencia persiste y que para los años en que Einstein preparaba su bella teoría de gravitación esperaba que ésta satisficiera las ideas de Mach sobre la inercia.

Con su Relatividad Restringida, Einstein parecía haber resuelto el escollo de las monstruosas nociones absolutas señaladas por Mach[5]. Ahora había que satisfacer las ideas de él sobre la inercia. No en vano en la primera edición del siglo XX de su ya popular *Science of Mechanics*, Mach indicaba este camino (Mach, 1883, p. 290):

> El número de relativistas ha crecido muy rápidamente... Probablemente muy pronto no habrá ningún defensor importante de la postura opuesta. Pero, si las inconcebibles hipótesis del espacio absoluto y del tiempo absoluto no pueden ser aceptadas, surge la pregunta: ¿De qué forma podemos dar a la ley de la inercia un significado inteligible?

Es justo advertir que buena parte de la notoriedad actual de Mach se debe a las reiteradas muestras de gratitud legadas por Einstein y al empeño puesto, por él, en satisfacer las ideas del primero. Sin embargo, entre lo dicho por Mach y lo entendido y hecho por Einstein, hay diferencias sustanciales, seguramente justificadas por los profundos cambios que la

[5] Digo que Einstein "parecía" haber resuelto el problema de la relativización del espacio y el tiempo porque en un sentido restringido así fue. Pero quedaba pendiente el asunto de la eliminación definitiva del espacio, o el espacio-tiempo en este caso, como una entidad cuya existencia física podía postularse con independencia de la ocurrencia de procesos materiales y para ello se requería una teoría en que la inercia no estuviera signada por la estructura del espacio-tiempo.

física, ejemplificada en la emblemática figura del propio Einstein, sufría entre los años ochentas del XIX –cuando Mach publicaba su Mecánica– el cambio de siglo –cuando Einstein debió leerle– y los años de la TGR– cuando todavía las ideas de Mach alimentan sus esfuerzos.

A fin de despejar, en lo posible, parte de este nebuloso episodio es preciso reparar sucintamente en las intenciones que pueden leerse en las palabras de Mach. A estas alturas es razonable afirmar que si de sus comentarios hubiera que proyectar alguna intención, o conjunto de intenciones que, en el contexto de la dinámica, merecieran el calificativo de Programa Machiano, no es atrevido pensar que éste apuntaría en el siguiente orden:

Es preciso dar a la ley de la inercia una correcta formulación que, además de salvar las apariencias, responsabilice a las fuentes materiales por el comportamiento inercial de los cuerpos. En la misma línea argumental los efectos diferenciales debidos a cualquier tipo de movimiento absoluto han de justificarse en función de movimientos relativos con respecto a las fuentes materiales del universo.

Desde luego, la principal contrariedad consiste en que Mach nunca llevó a buen concurso sus ideas, sólo en un brevísimo pasaje de su *History of Mechanics* recomienda una pista más específica sobre la ruta que debería seguir algún continuador de su programa. Sugiere algún tipo de suma de interacciones relativas a la materia estelar (Mach, 1883, p. 268). Posteriormente Einstein (1913-1915), al postular ecuaciones tensoriales de campo gravitatorio que amarran la estructura inercial (Γ) y la métrica del espacio-tiempo (g) a un tensor de energía-momento (T) que da cuenta de la distribución de materia-energía a gran escala parece avanzar en cierta medida en esta dirección[6]. Pero es más ajustado decir que el camino transitado hasta allí diverge del perfilado por Mach.

En el pensamiento de Einstein las ideas de Mach parecen sostenerse como una especie de ideal científico más que como un consciente camino teórico. Lo digo porque, en primer lugar la ley de la inercia y su formulación *à la* Mach se ha evaporado, o acaso nunca fue contemplada en sus inquietudes fundamentales. En todo caso, esto no debería extrañarnos si se piensa que una teoría relativista *à la* Mach que pueda justificar los efectos diferenciales de los movimientos absolutos parece implicar la ley de la inercia en algún tipo de límite. Si se busca lo segundo, si se ataca

[6] Sigue siendo discutible la afirmación de que la TGR es una teoría machiana. El consenso más generalizado afirma que no lo es, aunque ciertos modelos del espacio-tiempo, en particular aquellos que son globalmente hiperbólicos, respetan la conexión materia-inercia en el sentido de Mach (Wheeler, 1964). Mi opinión es contraria. Véase Cala (2008).

el problema general, como en cierto sentido es el propósito de Einstein, se podría obtener lo primero. Buscando generalizar la relatividad del movimiento podría aparecer una noción de inercia epistemológicamente consistente.

Históricamente conviene resaltar que, en parte debido a la nueva profundidad con que el problema del movimiento y las leyes que le gobiernan había sido auscultado por Mach, la dudosa ley de la inercia cedía paso a concepciones epistemológicamente más aceptables. En particular L. Lange (1885) encausó sus esfuerzos hacia la obtención de una interpretación de la primera ley de Newton, en la que el peso interpretativo recaía en el sistema de coordenadas (el sistema inercial) al cual habría que referirla. Este sistema de coordenadas podía encontrarse con la ayuda de puntos materiales que le sirvieran de referencia[7]. Pero claro, esto dista mucho de satisfacer una relación inercia-materia estelar del talante anticipado por Mach, de modo que Seeliger (1895), el mismo Lange (1902) y otros, intentaron subsanar esta limitación. Ellos buscaron, entre otras cosas, la relación entre un sistema de coordenadas inercial apropiado y el sistema empírico de coordenadas astronómicas. Intentaron, en otras palabras, encontrar el conjunto empírico de familias de sistemas de referencia inerciales o, mejor, de sistemas de referencia privilegiados en los cuales la ley de la inercia y consecuentemente, la segunda ley fuesen físicamente aceptables[8].

No es fácil atribuir una influencia concreta sobre Einstein a los trabajos de Lange y a los del creciente número de relativistas que con el cambio de siglo suscribieron sus creencias y sus esfuerzos en este sentido. Pero aunque Einstein vea en Mach al más genuino inspirador de su Teoría General de la Relatividad, está claro que el enfoque seguido por él fue coloreado por los novedosos planteamientos que sobre la ley de la inercia entretuvieron estos últimos. Porque, como ya se ha dicho, la cuestión sobre una ley de la inercia que satisfaga las ideas de Mach nunca fue

[7] Según la definición inicial de Lange, un sistema inercial es un sistema de coordenadas con respecto al cual tres partículas libres, proyectadas desde un mismo punto y moviéndose en direcciones coplanares, siguen líneas rectas avanzando distancias mutuamente proporcionales. En consecuencia, la ley de la Inercia postula que una cuarta partícula se mueve uniformemente con respecto a este sistema de coordenadas.

[8] Aunque estas estrategias de machianización de la inercia suponen un avance desde el punto de vista operativo, caen todas en la trampa instrumentalista ya que los puntos materiales involucrados en las novedosas definiciones de sistema inercial, cumplen todos una función pasiva. Son rótulos para referir las trayectorias inerciales y en ningún sentido cumplen la función dinámica de actuar como fuentes materiales de las fuerzas inerciales al estilo de las interacciones gravitatorias.

contemplada directamente por Einstein. En su lugar, en concordancia con lo dicho aquí, su atención se vio desplazada hacia los sistemas de referencia privilegiados. No sobra decir que éstos habían desempeñado un papel determinante en su Teoría Especial de la Relatividad (1905) y que, siguiendo este camino, por extensión, probarían su importancia en la gestación de la Teoría General de la Relatividad (1915) y en la lectura que Einstein hiciera de las observaciones de Mach.

De modo que cuando Mach sentenciaba que podía concebirse una dinámica en que incluso para rotaciones relativas las fuerzas centrıfugas aparecieran, la insinuación pasaba por una suma de interacciones entre cuerpos materiales que permitiera despojar dichas fuerzas centrífugas, y en general las llamadas seudo fuerzas debidas a movimientos no inerciales, de su interpretación absolutista. En suma, cualquier efecto dinámico, que en la mecánica clásica fuese interpretado como el resultado de una aceleración absoluta, cabría esperar que en una teoría al estilo de Mach fuese interpretado como causado por la sumatoria de interacciones relativas al conjunto de puntos materiales del universo que la dinámica newtoniana abstrae en favor del espacio absoluto. Y, aunque es bien cierto que Mach alcanzó a soslayar la posibilidad de que algún tipo de éter permee la acción inercial sobre los cuerpos, el tipo de interacciones que entretuvo siguió anclado en el esquema acostumbrado de la acción instantánea a distancia. Es más, se esperaba que esta fuerza fuera de origen gravitacional o correspondiera a una modificación apropiada para incluir la materia distante.

Einstein, por su parte, al plantearse previamente el problema ya canónico de la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, había adoptado el tratamiento formal de la teoría de campos y esto lo ponía ya en otra perspectiva. La teoría de campos es una teoría local. El valor instantáneo de un campo está determinado por la estructura del campo en el pasado inmediato y en la vecindad más próxima. Fuentes distantes, como la materia de las estrellas fijas, podrían generar la inercia, pero su influencia llegaría con retardo debido a la propagación del campo a través del espacio intermedio. No sobra decir que fue precisamente un análisis juicioso de este `retardo' y sus implicaciones en la propagación de señales luminosas –del campo electromagnético– lo que le había llevado a proscribir la simultaneidad absoluta; criterio este fundamental para la vieja noción de acción a distancia.

El enfoque acogido por Einstein en relación a los sistemas de referencia privilegiados, en este contexto, no fue abierto explícitamente por Mach. Pero claro, había llovido mucho desde entonces y cuando

Einstein preparaba su TGR, las fuerzas a distancia, paradigmáticas del modelo newtoniano, empezaban a ceder paso, de la mano de la electrodinámica, a la noción de campo; el formalismo de la covariancia general (inventado por Ricci y Levi-Civita en 1901) estaba siendo incorporado por el propio Einstein en su nueva teoría de gravitación (TGR) y la ley de la inercia diluía su relevancia en favor de la cuestión de los sistemas de referencia privilegiados.

Estos sistemas de referencia privilegiados, los sistemas inerciales, habían probado su importancia en la TER. Al igual que en la mecánica newtoniana, éstos satisfacen un principio de relatividad. Einstein les definió como aquellos sistemas o marcos de referencia en que las leyes de Newton se cumplen o, de forma más general y por lo mismo más equívoca, como aquellos en que las leyes de la física toman su forma más simple. Esto conlleva a que los movimientos inerciales sean indistinguibles o a que las descripciones de un movimiento juzgado por distintos observadores inerciales sean equivalentes. Empero ni la mecánica clásica, ni la teoría especial de la relatividad admiten un principio de relatividad para sistemas de referencia acelerados (no inerciales). Esta es la principal dificultad que entraña una auténtica teoría general de la relatividad del movimiento. Por esto las tempranas objeciones de Leibniz a Newton se disiparon en terreno de nadie. Su identidad de los indiscernibles no podía extenderse arbitrariamente de sistemas de referencia inerciales a sistemas de referencia acelerados. El vaso de Newton, prácticamente invulnerable durante dos siglos como estandarte de este peculiar triunfo del movimiento absoluto en la mecánica clásica, encontró la primera oposición incisiva en las objeciones de Mach. Con todo, éstas no parecían insinuar una extensión del principio de relatividad, pero el daño estaba hecho y cuando Einstein, sin duda profundamente alentado por el que reconocería como el pensamiento mas feliz de su vida –el principio de equivalencia– dirigía sus esfuerzos en este sentido, no pudo menos que remembrar la inspiración cultivada desde las palabras de Mach.

Poco después de concebir su TER, Einstein ya contemplaba la extensión de su principio de relatividad restringido. En 1907, cerrando un artículo destinado a repasar su reciente teoría escribía (Einstein, 1907, p. 411): "¿Podría suponerse que el principio de la relatividad también es satisfecho por sistemas moviéndose relativamente entre sí con aceleración?"

Según él "esta pregunta debía ocurrírsele a cualquiera que hubiera seguido las aplicaciones del principio de la relatividad" (Einstein, 1907, p. 412).

Con el fuerte impulso recibido por el posterior descubrimiento del principio de equivalencia, la estética de la empresa debió resultarle irresistible[9]. Por entonces Einstein ya estaba inmerso en el problema de construir una teoría relativista de campo gravitatorio. Y para 1911, cuando trabajaba en su preliminar teoría escalar de gravitación, su enfoque no había cambiado y estaba claro. Al respecto escribió (Einstein, 1911, p. 898): "En tal enfoque uno no puede hablar de la aceleración absoluta del sistema de coordenadas de la misma forma que en la teoría especial de la relatividad uno no puede hablar de la velocidad absoluta del sistema".

Lo que debe concluirse es que el sempiterno problema de la relatividad del movimiento había sido convertido por Einstein en el problema de la extensión del principio de relatividad o, equivalentemente, en el de la eliminación de los sistemas de referencia privilegiados. Años después, tras ver concluida su TGR (1915), cuando todavía creía que ésta entrañaba un principio general de relatividad para todo tipo de movimientos, daba por sentado que el rumbo trazado hasta allí había sido franqueado siguiendo las líneas insinuadas por Mach y que además ésta satisfacía las ideas de él sobre los orígenes de la inercia. No sorprende entonces que en 1916, en un extenso artículo destinado a repasar aspectos fundacionales de la teoría, dedicara especial atención a justificar la necesidad de extender el postulado de la relatividad. Einstein nos regala un pasaje tan ilustrativo como envolvente, en donde no puede dejar de rememorar a Mach. En éste, el vaso de Newton ha sido sustituido por dos esferas en rotación relativa. Las ideas de Mach se envuelven en la particular interpretación de Einstein. Prefiero citar en extensión por la justa relevancia del texto (Einstein, 1916, p. 112-113):

> En la mecánica clásica, al igual que en la teoría especial de la relatividad, existe un defecto epistemológico inherente, que quizás haya sido por primera vez señalado con claridad por **Ernst Mach**. Lo ilustraremos con el siguiente ejemplo: Dos cuerpos fluidos del mismo tamaño y naturaleza flotan libremente en el espacio a distancias tan grandes entre sí y con respecto a todas las demás masas, que sólo es necesario tener en cuenta las fuerzas gravitacionales que surgen de la interacción entre diferentes

[9] El principio de relatividad restringido afirmaba la equivalencia, inherente ya a la mecánica clásica, entre sistemas de referencia inerciales. El principio de equivalencia parecía extender esta condición estableciendo una ecuación entre sistemas de referencia uniformemente acelerados y campos gravitacionales homogéneos. Esto permite pensar ciertas aceleraciones –las debidas a un campo gravitacional homogéneo– como reposo, al igual que como podemos pensar movimientos inerciales como una forma de reposo. Que con esto se pueda vislumbrar la naturaleza gravitatoria de la inercia y, de paso, apuntar en la dirección de la eliminación de los sistemas de referencia privilegiados, dicho así tan ligeramente, parecía concordar con lo proyectado por Mach.

partes del mismo cuerpo. Suponga que la distancia entre los dos cuerpos es invariable, y que en ninguno de los cuerpos se presentan movimientos relativos de sus partes entre sí. Pero suponga que cada masa, al ser vista por un observador en reposo relativo a la otra masa, rota con velocidad angular constante con respecto a la línea que une a las masas. Este es un movimiento relativo de las dos masas verificable. Ahora imaginemos que cada uno de los cuerpos ha sido estudiado con instrumentos de medición en reposo relativo con respecto a los mismos, y que la superficie de S_1 ha resultado esférica, mientras que la de S_2 corresponde a un elipsoide de revolución. En consecuencia planteamos la siguiente pregunta: ¿Cual es la razón para esta diferencia entre los dos cuerpos? Ninguna respuesta puede ser admitida como epistemológicamente satisfactoria,[10] a menos que la razón proporcionada sea un *hecho observable de la experiencia*. La ley de causalidad no tiene el significado de una sentencia del mundo de la experiencia, excepto cuando hechos observables aparecen finalmente como causas y efectos. La mecánica newtoniana no da una respuesta satisfactoria a esta cuestión. Se pronuncia de la siguiente manera: Las leyes de la mecánica se aplican al espacio R_1, con respecto al que el cuerpo S_1 está en reposo, pero no se aplican al espacio R_2, con respecto al que el cuerpo S_2 está en reposo. Pero el espacio privilegiado R_1 de Galileo, introducido así, es meramente una causa facticia, y no una cosa que pueda ser observada. Está claro que la mecánica de Newton satisface apenas aparentemente el requerimiento de la causalidad, en el caso bajo consideración, dado que responsabiliza a la causa facticia R_1 por las diferencias entre los cuerpos S_1 y S_2. La única respuesta satisfactoria debería ser que el sistema físico consistente en S_1 y S_2 no revelara dentro de sí ninguna causa imaginable para referir el comportamiento desigual entre S_1 y S_2. En consecuencia la causa debe residir fuera de este sistema. Tenemos que considerar que las leyes generales del movimiento, que en particular determinan la forma de S_1 y S_2, deben ser tales que el comportamiento mecánico de S_1 y S_2 esté parcialmente condicionado, en aspectos bastante esenciales, por las masas distantes que tenemos en el sistema considerado. Estas masas distantes, y su movimiento relativo a S_1 y S_2, deben en consecuencia ser tomadas como el asiento de las causas (que deben ser susceptibles de observación) del comportamiento desigual de los dos cuerpos S_1 y S_2. Ellas asumen el papel de la causa facticia R_1. De todos los espacios imaginables R_1, R_2, etc., en cualquier tipo de movimiento relativo entre sí, no existe ninguno al que debamos tomar como privilegiado a priori sin revivir la objeción epistemológica previamente mencionada. Las leyes de la física deben ser de una naturaleza que las haga aplicables a cualquier sistema de referencia en cualquier tipo de movimiento. Por esta vía debemos alcanzar una extensión del postulado de la relatividad.

[10] Desde luego, una respuesta puede ser satisfactoria desde el punto de vista de la epistemología, y sin embargo, resultar físicamente inadecuada si está en conflicto con otras experiencias. (Esta nota aclaratoria es de Einstein).

El párrafo anterior es ambiguo. Es cierto que la crítica de Mach apuntaba hacia la eliminación de R_1 como causa de los efectos diferenciales entre las dos "esferas". Propuso, en su lugar, la materia distante. La lógica de Mach parte desde las estrellas, desde la materia distante como fuente de los distintos efectos inerciales locales. Pero al inadmisible monstruo metafísico que Mach vio en el espacio absoluto de Newton (causante de la concavidad en la superficie líquida del vaso rotante), indistinguible desde la misma mecánica de cualquier sistema de referencia inercial como R_1(causante de la deformación elipsoidal en la esfera de Einstein), habría que buscarle una justificación empírica soportada en la materia estelar. Mach seguramente renegaría del sistema de referencia inercial por su naturaleza privilegiada en sí misma y sin relación a nada (material). Por esto apuntó a las estrellas. Por esto también resultó inicialmente más lícito pensar en una derivación de la familia empírica de sistemas de referencia privilegiados. De modo que, siguiendo su derrotero, cabría esperar mejor que los efectos inerciales, como la aceleración centrífuga, fueran sustentados en función de una suma de interacciones originadas en movimientos relativos a la materia estelar distante, al universo en su conjunto. A cambio, Einstein, en lugar de buscar el asiento del comportamiento privilegiado de las leyes de la física en estos sistemas de referencia mediante interacciones relativas a la materia distante, intenta eliminar los sistemas de referencia privilegiados. Eliminarlos, en lugar de justificarlos empíricamente, parece un golpe de ingenio que el propio Mach no debió imaginar. El enfoque de Einstein se origina en las leyes que gobiernan el movimiento local de los cuerpos y la relación entre las mismas cuando se pasa de un sistema de referencia a otro. Después habrá que mirar a las estrellas. Su meta, ha insistido: extender el principio de relatividad para cubrir todo tipo de movimientos.

A pesar del feliz convencimiento inicial con que Einstein vio resueltas sus dudas y de la certeza que creyó abrazar con sus ecuaciones tensoriales de campo gravitatorio (1915), puede resultar objetable pensar que su Teoría General de la Relatividad entrañe un auténtico principio general de la relatividad de movimiento. En todo caso de ser así, los requerimientos de Mach sobre la inercia, aunque perseguidos por caminos distintos a los sugeridos por él, habrían sido satisfechos de un modo original y elegante, propio del genio de Einstein. Por el contrario: ¿Acaso en la TGR cualquier desviación en el espacio-tiempo de las líneas geodésicas no supone la admisión de un movimiento absoluto? ¿Acaso estas familias de líneas geodésicas no trazan las trayectorias inherentes a los sistemas de referencia privilegiados? Estas preguntas siembran dudas. Sin embargo el hecho de

que en esta teoría la estructura inercial (Γ) esté determinada por la métrica del espacio-tiempo (g) y que a su vez ésta dependa de la distribución total de materia contemplada en el tensor de energía-momento (T), parece presagiar la posibilidad de que en cierta medida las insinuaciones relativistas que Mach ligara a la materia cósmica podrían ser satisfechas.

Estas consideraciones (y otras posteriormente acogidas por Einstein) le llevaron a intentar nuevas estrategias para ajustar sus ecuaciones de campo a los requerimientos de Mach sobre los orígenes de la inercia propiciando ulteriormente su definición definitiva del Principio de Mach. Esta historia merece atención, pero escapa al alcance de este escrito.

CONCLUSIÓN

Hay que decir que la crıtica de Mach, recibida de una forma tan comprometida por Einstein, nace de una epistemología empirista que pretendía limpiar la mecánica de lagunas metafísicas. Bien es cierto que Einstein, sobre todo en su juventud, antes de encausar el proyecto de la TGR, recibió el influjo de la filosofía anti-metafísica pregonada por Mach y materializada en el rechazo compartido hacia el invisible espacio absoluto.

Pero en parte tras el éxito de la TER, el latente empirismo que fundamenta la crítica de Mach, aunque presente, no parece ser la fuerza determinante que impulsa su pertinacia científica. Al contrario, este palidece al lado de la evidente inyección de confianza con que Einstein acoge sus intuiciones estéticas o, a pesar de Mach, metafísicas.

Por esto puede verse que Einstein recorre toda esta historia decantándose por su creciente compromiso estético, aquel que quisiera emparentar la verdad y la belleza con la unidad de la naturaleza. El principio de equivalencia puede juzgarse como la apología de esta filosofía. Y es que, sin ir más lejos, la equivalencia entre masa inercial y masa gravitacional permitió a Einstein vislumbrar la extensión de su principio de relatividad para intentar cubrir todo tipo de movimientos. Entonces lo que para Mach había sido una desagradable concesión metafísica de la mecánica clásica, a saber, sentar las bases de la inercia en un invisible espacio absoluto y no en la materia tangible, sirvió a Einstein para fortalecer y sostener su convicción en el proyecto de la TGR. La razón: según él, Ernst Mach había señalado el defecto epistemológico que supone el tratamiento privilegiado de la inercia en los marcos inerciales. Y aunque parezca cierto que para Mach hubiera podido ser un defecto epistemológico, cuando observa que

este tratamiento privilegiado no depende del sustrato fundamental de la realidad física mecanicista, es decir, de la materia, también se entiende que para Einstein el defecto compartido por la mecánica clásica y su TER, es un defecto de naturaleza fundamentalmente estética aunque insista en llamarlo de otro modo. A Einstein le molestaba la falta de simetría, el tratamiento desigual entre unos sistemas y otros. De no ser así; ¿Por que habría de disgustar tanto la existencia de sistemas privilegiados, siempre y cuando este privilegio dependiera de la distribución de materia? Einstein, insisto, fiel a su intuición, no se planteó en un comienzo el problema machiano de la relatividad de movimiento en esta dirección.

En su lugar optó por intentar eliminar los sistemas de referencia privilegiados y después intentó amarrar sus ecuaciones de movimiento a la estructura material del universo en su conjunto. El resultado fue una teoria de gravitacion discutiblemente machiana.

BIBLIOGRAFÍA

Alexander, H.G. (ed.) (1956): *The Leibniz Clarke-Correspondance* (1717), Manchester, Manchester University Press.

Cala, F., Gómez, A., Ramos, J. (2007): "De la Relatividad de la Inercia al Universo Cerrado", *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 31 (118)*, pp. 97-108.

Cala, F. (2008): "Sobre la dinámica relacional del espacio-tiempo y la conservación de la energía en la Teoría General de la Relatividad", *THEORIA: Revista de teoría, historia y fundamentos de la ciencia* 23 (62), pp. 175-793.

Einstein, A. (1907): "Über das Relativitätsprinzip un die aus demselben gezogenen Folgerungen", *Jahsrbuch der Radioaktivitat und Elektronik 4*, pp. 411-419.

_____ (1911): "Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes", *Annalen der Physik* **35**, 1911, pp. 898-908.

_____ (1916): "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie", *Annalen der Physik, 49*,(translation published in: *The Principle of Relativity*, collection of papers by A. Einstein et al., New York, Dover, 1952, pp. 111-164.

_____ (1918): "Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie", *Annalen der Physik, 55*, pp. 241-244.

Lange, L. (1885): "Ubre die wissenschaftchilche Fassung der Galilei'schen Beharrungsgesetzes", *Philosophische Studien 20*, pp. 266-297.

Lange, L. (1902): "Das Inertialsystem vor dem Forum der Naturforschung", *Philosophische Studien 2*, pp. 1-71.

Laymon, R. (1978): "Newton's Bucket Experiment", *Journal of the History of Philosophy 16*, pp. 399-413.

Mach, E. (1872): *History and Root of the Principle of the Conservation of Energy*, Chicago: Illinois, Open Court, 1911.

Mach, E. (1883): *The Science of Mechanics*, La Salle: Illinois, Open Court, 1960.

Newton, I. (1686) *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Trad. de A. Motte (1729), Berkeley, University of California Press, 1960.

Seeliger,H. (1895): "Über das Newton'sche Gravitionsgesetz", *Astronomische Nachrichten 137*, pp. 129-136.

Wheeler, J.A. (1964): "Mach's principle as boundary condition for Einstein's equation", en *Conference Internationale sur les theories relativistes de la gravitation*. París, Gauthier-Villars, pp. 223-232.

TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD Y CONOCIMIENTO A PRIORI

Carlos Alberto Cardona Suárez[*]

Resumen

El artículo se propone tres tareas: (i) introducir una semblanza de la dificultad que el desarrollo de geometrías no-euclidianas y el advenimiento de la Teoría Especial de la Relatividad impusieron al programa trascendental kantiano; (ii) presentar un esbozo del intento y las limitaciones del proyecto de Bertrand Russell por salvar algunos aspectos del programa kantiano apoyándose en la geometría proyectiva; (iii) ofrecer una propuesta que intenta restituir algunas de las ideas de Russell incorporando los aspectos advertidos por la Teoría Especial de la Relatividad y depurando el programa de los acercamientos idealistas con los que se formuló inicialmente.

Nadie pone en duda el éxito pragmático que durante el siglo XVIII cosechó el programa mecanicista de Newton. No obstante el éxito pragmático, al programa le faltaba un fundamento epistemológico y metafísico. A pesar de los sorprendentes resultados, no eran claros: (i) la naturaleza del espacio y del tiempo postulados como marcos absolutos para referir las leyes de la mecánica, (ii) el origen y el estatuto epistemológico de las denominadas *Leyes del Movimiento*, (iii) el sentido profundo de las denominadas

* Profesor de la Escuela de Ciencias Humanas, Universidad del Rosario.
Correo electrónico: carlos.cardona@urosario.edu.co

Definiciones (en particular, cantidad de materia, cantidad de movimiento, fuerza ínsita, fuerza impresa), (iv) el verdadero papel de las denominadas *Reglas para filosofar*. Para muchos comentaristas, esta laguna se llenó con los alcances del proyecto trascendental kantiano. La relación Newton-Kant es de doble vía. En la formulación de Michael Friedman:

> De un lado, los *Principia* de Newton representan una realización de los principios trascendentales contenidos en la primera Crítica. Como tal, estos proveen al sistema de Kant con un "ejemplo en concreto" que confiere "sentido y significado" a los conceptos y principios excesivamente abstractos de la filosofía trascendental…
> De otro lado, Kant ve la ciencia newtoniana en necesidad de un análisis crítico o metafísico, un análisis que revele el origen y significado de sus conceptos y principios básicos. Tal ciencia se encuentra inextricablemente enmarañada con problemas metafísicos; ella requiere en consecuencia de los servicios de la filosofía trascendental que hace dichos problemas más explícitos y los ubica en su contexto propio. (Friedman, 1992, p. 136–137)

La arquitectura de la *Crítica de la Razón Pura* supone que es posible contar con tres disciplinas que aportan modelos para el programa trascendental. En primer lugar, la lógica aristotélica, que a juicio de Kant había ya tomado el camino seguro de una ciencia desde su formulación en la obra de Aristóteles (Kant, 1993, B VIII) y no había dado, desde ese entonces, un paso atrás. En segundo lugar, la geometría que sólo se puede construir, a juicio del filósofo, a partir de juicios sintéticos *a priori*. «*Ningún principio de la geometría pura*, sostiene Kant, *es analítico*» (Kant, 1993, B16, 23). En tercer lugar, la mecánica de Newton que contiene algunos juicios sintéticos *a priori* entre sus principios fundamentales, *v. gr.*, el principio de conservación de la cantidad de movimiento, el principio de igualdad de acción y reacción. Las dos últimas ciencias mostraban que en efecto hay juicios sintéticos *a priori* y abonaban, en consecuencia, el camino a la pregunta "¿cómo son ellos posibles?"

La situación para el programa kantiano a finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX resultó ser paradójica: le acompañaban, por un lado, el optimismo que se insinuaba en gracia del creciente éxito de un programa ilustrado inspirado en el avance de la ciencia; y, de otro lado, la frustración al notar que el avance traía consigo el abandono de los tres modelos que inspiraron la arquitectónica de la obra de Kant. En primer lugar (sin que el orden sea cronológico), gracias a los aportes de Peirce, Frege y Russell fue posible concebir una lógica completa de relaciones,

mostrando con ello que la lógica de Aristóteles no gozaba de la completitud que suponía Kant. El hecho de contar con una lógica de relaciones dejó abierta la posibilidad de una construcción analítica de los principios de la geometría, así como la posibilidad de deducir todas las verdades de la aritmética a partir del lenguaje y los axiomas de algún tipo de sistema lógico (logicismo) sin recurrir a alguna forma de intuición[1]. En segundo lugar, se desarrollaron programas alternos de geometrías no-euclidianas que concluyeron en la demostración de su consistencia interna. Si bien, ninguna de dichas geometrías tenía que acudir a la experiencia para validar sus resultados y con ello sus principios podían reservar para sí el calificativo de *a priori*, no era ya obvio que cuando dichos principios pretendían capturar las propiedades del espacio que ha de servir de forma pura para la receptividad kantiana, pudiesen conservar el mismo apelativo. En tercer lugar, las críticas filosóficas de Mach a las nociones fantasmagóricas de espacio y tiempo absolutos, las reservas críticas de físicos como Hertz con respecto a la obscuridad intrínseca del concepto newtoniano de fuerza, la posibilidad insinuada por Poincaré de reducir los principios de la física a convenciones y los intentos fallidos por conciliar la mecánica de Newton y el electromagnetismo resumido en la obra de Maxwell, condujeron a dar la espalda a la orientación newtoniana y a divisar la posibilidad de un nuevo rumbo finalmente encontrado por la senda de la Teoría de la Relatividad.

Cuando Kant se ocupa, en primera instancia, de la receptividad en general, tiene que establecer las condiciones de su posibilidad. Esa dirección le lleva a reconocer que espacio y tiempo son formas puras de la sensibilidad. En ese orden de ideas, el espacio no alude a alguna propiedad de las cosas (ni consideradas en sí mismas, ni en sus relaciones mutuas); alude, más bien, a la condición subjetiva de la sensibilidad que hace posible que nos representemos los objetos como exteriores a nosotros mismos. El espacio pasó de ser concebido a la manera de un *Sensorium Dei* (Newton, 1977, p. 320) a la manera de un *Sensorium Hominis*. El espacio no es un concepto empírico, tampoco es un concepto discursivo. El espacio hace posible que se nos den los fenómenos en nuestra receptividad, no es algo que logramos extraer después de ponerle atención a los mismos. «*La geometría*, sostiene Kant, *es una ciencia que establece las propiedades del espacio sintéticamente y, no obstante, a priori*» (Kant, 1993, B40, 18). Conviene anotar dos elementos: (i) para Kant *geometría* y *geometría euclidiana* son sinónimos, no cabe la posibilidad de imaginar una geometría que no

[1] Obviamos en la presentación todos los desarrollos ulteriores del programa logicista y tan sólo nos limitamos a reseñar las esperanzas concebidas a comienzos del siglo XX.

fuese, al mismo tiempo, euclidiana en su esencia; sólo así se entiende, para ampliar la formulación de Kant, que (ii) las proposiciones de la geometría sean apodícticas, es decir, estén acompañadas de la conciencia de su necesidad.

Antes que Lobachevski y Bolyai hubiesen concebido geometrías con modificaciones al famoso quinto postulado de Euclides, Carl Friedrich Gauss, a comienzos del siglo XIX, ya había concebido su posibilidad lógica. Se abstuvo de publicar sus resultados por temor a la reacción de las huestes kantianas. Después Félix Klein interpretó los términos no-euclidianos valiéndose de términos euclidianos y mostró así que los proyectos no-euclidianos de Bolyai y Lobachevski no encerraban contradicción interna alguna. En ese orden de ideas, si puedo concebir varios sistemas geométricos, todos ellos internamente consistentes aun cuando antagónicos entre ellos, ¿con qué derecho impongo de manera *a priori* uno de ellos para estudiar las propiedades del espacio de la receptividad kantiana, salvo aduciendo una elección arbitraria? Gauss fue el primer postkantiano en sugerir que tal asignación tendría que llevarse a cabo con procedimientos experimentales, es decir, de manera *a posteriori*. En otras palabras, dado que no hay contradicción en la posibilidad de concebir un triangulo cuya suma de ángulos internos difiera de dos rectos, afirmar que dicha suma equivale a dos rectos para los triángulos de los que se ocupa mi facultad receptiva exige, de parte mía, una validación de tipo experimental. En palabras de Gauss:

> Llegué a estar más y más convencido de que la necesidad de nuestra geometría no puede ser demostrada, al menos ni por, ni para, el intelecto humano. Tal vez en alguna vida futura podamos tener otras ideas acerca de la naturaleza del espacio las cuales en el presente nos resultan inaccesibles. La geometría, en consecuencia, tiene que ser clasificada hasta ese entonces no con la aritmética, la cual es de naturaleza puramente apriorística, sino con la mecánica. (Citado en Jammer, 1982, p. 147).

Gauss no pretendía sugerir que a nuestro espacio de receptividad le viene bien una geometría no-euclidiana; antes al contrario, pretendía mostrar que dicho espacio se ajustaba a los resultados establecidos por Euclides. Sin embargo, quería defender que aquello había de establecerse bajo la tutela de la experiencia. Este estilo de argumentación complicaba, entonces, la pretendida fundamentación kantiana, aun cuando los mismos resultados experimentales no fuesen concluyentes para favorecer ninguna de las dos aproximaciones. O bien (i) Kant está equivocado y debemos (a)

bien sea probar experimentalmente la validez de la geometría euclidiana como expresión de las propiedades de nuestro espacio de receptividad fenoménica, o (b) hallar un nuevo sistema de proposiciones geométricas que sea consistente y refleje las propiedades de tal espacio; o bien (ii) Kant está en lo correcto salvo que debemos hacer más fuerte su argumentación.

EL PROYECTO DE BERTRAND RUSSELL

En 1897 Bertrand Russell escribió un soberbio ensayo con el ánimo de reseñar un siglo de discusiones en torno a la dificultad que entrañaban las geometrías no-euclidianas para un programa trascendental a la manera de Kant y pretendía salvar algún elemento de aprioricidad en la determinación de las propiedades del espacio. El escrito de Russell, primero en una serie inmensa de publicaciones del autor, apareció bajo el titulo de *An essay on the foundations of geometry* y en él se transpira, aún, la fuerte influencia idealista que recibió de su maestro Bradley. La geometría era, para los idealistas, la gran fortaleza en la lucha contra el empirismo: ella constituía el paradigma de conocimiento posible que se puede obtener con seguridad absoluta en forma independiente de la experiencia; nadie dudaba de su validez, así como nadie dudaba de su pretendida referencia objetiva. Todo ello antes del advenimiento de las geometrías no-euclidianas.

Russell subraya dos formulaciones diferentes del *dictum* kantiano. La primera de ellas es la más citada aun cuando resulte ser las más problemática. La primera versión se puede enunciar así: «*Si la geometría tiene certeza apodíctica, su objeto, a saber el espacio, debe ser a priori, y como tal debe ser puramente subjetivo*» (Russell, 1897, p. 1). La versión 2 reza así: «*Si el espacio es puramente subjetivo, la geometría debe tener certeza apodíctica*» (Russell, 1897, p. 1). Además de advertir y depurar el uso ambiguo del término *subjetivo*, que puede terminar llevándonos de cabeza a la defensa de alguna forma de psicologismo, Russell sostenía que el advenimiento de las geometrías no-euclidianas golpeaba de frente a la primera versión, pero no así a la segunda. Efectivamente, dado que hay varios sistemas alternativos, ninguno de ellos lleva consigo la conciencia de su necesidad; en consecuencia, no es en los resultados de la geometría en donde se encuentra fundamento alguno para la pretendida subjetividad del espacio. Los argumentos que llevan a la versión 1 prueban que alguna forma de externalidad es requisito necesario para la receptividad fenoménica, pero no prueban que dicha forma se ajuste necesariamente a los cánones de la geometría euclidiana. Sin embargo, si reconocemos,

por bases independientes de la geometría, que el espacio es subjetivo y debe darse *a priori*, hemos de admitir que la geometría posee certeza apodíctica. Esta era la tarea principal que se impuso Russell en el tratado comentado. Para esta tarea quiso apoyarse en la recién fundada geometría proyectiva y dirigió sus esfuerzos a probar que si bien no era posible establecer una deducción trascendental de los resultados de la geometría euclidiana –y en eso Kant estaba equivocado–, sí era posible adelantar una deducción trascendental de los resultados de la geometría proyectiva –y esta modificación haría nuevamente plausible la argumentación kantiana–. En palabras de Russell: «*Esta* [la geometría proyectiva]*, yo mantendré, es necesariamente verdadera de cualquier forma de externalidad y es, dado que alguna forma tal es necesaria para la experiencia, completamente a priori*» (Russell, 1897, p. 6). La idea de Russell es sostener que tanto la geometría euclidiana, como las geometrías no-euclidianas, comparten la estructura proyectiva que es la que, por sí, puede defenderse como si ostentase una naturaleza *a priori*.

> A menos que los no-euclidianos puedan probar, lo que ellos hasta el momento han fallado en pretender probar, que nosotros podemos estructurar una intuición de espacios no-euclidianos, la posición de Kant no puede ser derribada sólo por la metageometría, sino que debe también ser atacada, si puede ser exitosamente atacada, desde su lado puramente filosófico. (Russell, 1897, p. 57).

Russell identifica tres periodos en el desarrollo de las reflexiones filosóficas atadas a la evolución de nuevas geometrías en el siglo XIX. Primer período [Lobachevski, Bolyai]: se obtuvieron sistemas geométricos consistentes a pesar de negar el quinto postulado y se conservó el espíritu sintético de Euclides. Segundo período [Riemann, Helmholtz]: el espacio se ve privado de características cualitativas para evitar referencias incómodas a la intuición y se convierte en un caso particular de una concepción más amplia de *variedades.* El concepto central de este periodo fue el de *medida de curvatura* –ideado inicialmente por Gauss, pero aplicado por él simplemente al caso de superficies–[2]. Tercer período [Cayley, Klein]: se introduce un enfoque proyectivo por oposición a un enfoque métrico en el estudio del espacio. El paso del segundo al tercer período simula una oscilación pendular que va desde un extremo que sobrevalora la cantidad, al extremo opuesto en donde la cantidad es perfectamente irrelevante:

[2] Riemann y Helmholtz pretendían mostrar con sus métodos algebráicos, alejados del pretendido fundamento kantiano en la intuición, la naturaleza empírica de los axiomas recibidos.

«*Esta* [la geometría proyectiva], *comienza por reducir todas las nociones así llamadas métricas –distancia, ángulo, etc.– a formas proyectivas, y obtiene, por esta reducción, una unidad y simplicidad metodológica antes imposible*» (Russell, 1897, p. 28)[3]. En el caso de la defensa aludida en el segundo periodo, la medida es posible gracias a la superposición de magnitudes comparadas, y ésta sólo es posible si el movimiento deja invariantes las magnitudes. Así las cosas, cuando la geometría se concibe independiente de cualquier conexión con el mundo mecánico, ella no puede aparecer revestida de objetividad alguna. Sigamos la fuerza de la declaración de Helmholtz:

> Los axiomas de la geometría, tomados por sí mismos fuera de toda conexión con las proposiciones mecánicas no representan relaciones de cosas reales. Cuando se toman aisladas, si nosotros las observamos con Kant como formas de intuiciones trascendentalmente dadas, ellas constituirán una forma dentro de la cual cualquiera que sea el contenido empírico encajará y, en consecuencia, en ninguna forma limitarán o determinarán de antemano la naturaleza del contenido empírico. Esto, sin embargo, es verdad no sólo de los axiomas euclidianos, también lo es de los axiomas de la geometría esférica y pseudoesférica.
>
> Tan pronto como ciertos principios de la mecánica son reunidos con los axiomas de la geometría, obtenemos un sistema de proposiciones que tiene interés real, y dado que puede ser verificado o derrocado por observaciones empíricas, así puede ser inferido a partir de la experiencia. Si un tal sistema fuese a ser tomado como una forma trascendental de intuición y pensamiento, debe ser asumida una armonía preestablecida entre forma y realidad. (Helmholtz, 1995, p. 245)

La crítica central de Russell a los proyectos de Riemann y Helmholtz se basa en el *dictum* de corte idealista según el cual no hay diferencia cuantitativa sin identidad cualitativa. Dado que la cantidad es un resultado de comparación de dos objetos cualitativamente semejantes, el conocimiento de las propiedades esenciales del espacio no se puede obtener sólo a partir de juicios de cantidad que pretenden negar los aspectos cualitativos, aunque de hecho tienen la obligación de incorporarlos. En ese orden de ideas, Russell propone atender previamente las dos siguientes preguntas: (i) ¿qué axiomas, o propiedades del espacio, se deben presuponer para que sea posible la comparación cuantitativa de las partes del espacio? [Deducción Trascendental]. (ii) ¿Qué inferencias se pueden extraer a

[3] La intención de ver en la geometría proyectiva un intento de reducción es altamente discutible. No obstante, haremos caso omiso de dicho señalamiento.

propósito de las medidas de las figuras espaciales en el marco de dicha deducción trascendental? (Russell, 1897, p. 65).

Las críticas de Russell al segundo período lo conducen a abrigar la esperanza de encontrar en la geometría proyectiva un candidato para estructurar *a priori* la forma posible de toda externalidad. A la manera de principios heurísticos, podemos resumir tres ventajas de la geometría proyectiva: (i) la geometría proyectiva es enteramente *a priori* –al menos esto es lo que pretende mostrar Russell–, en tanto que la geometría métrica es en parte empírica (requiere la coordinación con elementos mecánicos); (ii) la geometría proyectiva es independiente de la idea de movimiento presente en la geometría métrica; (iii) la geometría proyectiva es cualitativa, en tanto que la geometría métrica es cuantitativa. Ahora bien, con el ánimo de valerse de los desarrollos técnicos en geometría proyectiva, debidos a Klein y Cayley, Russell sugiere tres axiomas que, a su juicio, le permitirán adelantar una deducción trascendental de los resultados resumidos en dicha geometría. Estos tres problemáticos axiomas aseguran que: (1) todas las partes del espacio son cualitativamente semejantes y si las podemos distinguir ello sólo se debe al hecho de que una reside fuera de la otra. (2) El espacio es continuo e infinitamente divisible. El cero de extensión es el punto. (3) Dos puntos determinan tan sólo una recta (Russell, 1897, p. 132). Los axiomas y las pretensiones del proyecto de Russell fueron después sometidos a una crítica fuerte de parte de Poincaré (Poincaré, 1899) y a una defensa tímida de parte del mismo Russell (Russell, 1899). De cualquier manera, y quizá motivado por la nueva orientación empirista de su pensamiento, Russell no volvió a ocuparse de este proyecto de raigambre kantiana.

EL PROYECTO DE MINKOWSKI

En la introducción señalamos que el proyecto de Kant se apoyaba en tres ciencias que le servían de modelo (lógica, geometría y mecánica) y advertimos también que durante el siglo XIX y comienzos del XX, una a una las tres ciencias tuvieron que reconstruir, como el ave Fénix, sus propios fundamentos. En la primera parte exploramos las dificultades que el desarrollo de geometrías no-euclidianas generaba a quienes pretendiesen conservar las tesis más básicas del proyecto kantiano. Nos vamos a ocupar, ahora, de las dificultades que entraña una revisión de la mecánica de Newton.

La exigencia metafísica de un fantasmagórico espacio absoluto (lo propio vale también para el tiempo absoluto), la tácitamente aceptada y no del todo condenada posibilidad de existencia de una acción instantánea a distancia, y la no invarianza de las ecuaciones de Maxwell bajo las transformaciones de Galileo provocaron en Einstein una incomodidad que ya no era admisible que se siguiera tolerando. Me abstengo de mencionar la naturaleza metafísica de la fuerza denunciada por Hertz y las dificultades experimentales para determinar la velocidad absoluta de la luz con respecto al éter en reposo. Einstein sugirió, entonces, un giro copernicano en la construcción de la mecánica con el objeto de encarar buena parte de las dificultades advertidas. Mientras la mecánica de Newton asume que (i) las medidas que diferentes observadores hacen de longitudes y comparaciones temporales han de ser absolutas e independientes de los estados de movimiento de los marcos de referencia en donde se practican tales protocolos y (ii) a consecuencia de lo anterior, las llamadas *Leyes Fundamentales de la Física* valen sólo para ciertos marcos de referencia privilegiados (aquellos que reposan o se mueven con velocidad constante en línea recta en el marco del espacio absoluto), la mecánica de Einstein en contravía asume que (i) las leyes fundamentales de la física son absolutas, es decir, independientes del marco de referencia en el que los observadores pretenden establecerlas (no hay, entonces, marco de referencia privilegiado) y (ii) a consecuencia de lo anterior, las medidas que los observadores llevan a cabo de longitudes y comparación de movimientos han de tornarse relativas, es decir, ajustadas a las condiciones de los marcos de referencia que se pretende comparar.

De otra parte, las transformaciones de Galileo, que son las ecuaciones que permiten traducir las medidas de longitud y tiempo evaluadas en un marco de referencia en términos de las medidas obtenidas en otro marco de referencia cuyo movimiento en relación con el primero está claramente determinado, por un lado dejan invariantes las caracterizaciones que se obtienen con la aplicación de las leyes de Newton, siempre que los sistemas se muevan entre sí con movimientos uniformes y en línea recta, y, por otro lado, no establecen tope alguno a la velocidad con que se puede transmitir información. Las ecuaciones de Maxwell que alcanzan a caracterizar casi en forma completa los denominados fenómenos electromagnéticos no se mantienen invariantes bajo la aplicación de las transformaciones de Galileo. En ese orden de ideas, si conservamos las transformaciones de Galileo, conservamos con ellas el carácter absoluto de las medidas de longitud e intervalos temporales, podemos reservar

para las leyes de Newton el calificativo de *Leyes Fundamentales* (dada su invarianza), no nos cuidaremos de reaccionar frente a la posibilidad de que una información pueda viajar a velocidades escandalosamente altas y hemos de buscar otras leyes para el electromagnetismo que merezcan el calificativo de fundamentales esperando que se mantengan invariantes bajo dichas transformaciones. Así las cosas, si, al contrario, exigimos un tope a la velocidad con que se pueda transferir información, otras deben ser las ecuaciones de transformación que permitan traducir la información que capturan dos observadores diferentes y otras las denominadas leyes de la físicas si exigimos de ellas la invarianza bajo una aplicación de tales transformaciones.

La primera tensión que condujo a lo que he denominado el *giro copernicano* puede sintetizarse en la formulación del primer postulado de la Teoría Especial de la Relatividad (TER), también denominado *Principio de Relatividad*, y reza así: "todos los observadores, independientemente del estado del sistema de referencia donde se encuentren, han de concebir las mismas leyes de la física". La segunda tensión se puede, así mismo, resumir en la aceptación del segundo postulado de la TER que afirma: "existe una velocidad límite que no puede ser superada por ningún objeto material". El hecho de que esta velocidad resulte ser la de la luz en el vacío carece, por lo pronto, de importancia. De hecho Einstein formuló dicho postulado en estos términos: «*la luz se propaga siempre en el vacío con una velocidad c independiente del estado de movimiento del cuerpo emisor*» (Einstein, 1952, p. 38). Cuando se construyen las ecuaciones de transformación (Transformaciones de Lorentz) que estipulan las reglas de traducción entre las mediciones de longitudes y comparación de movimientos para dos observadores en marcos de referencia diferentes, siempre que la velocidad de un sistema en relación con el otro se mantenga constante[4] y se asuma que la velocidad límite estipulada coincide con la velocidad de la luz en el vacío, se encuentra con sorpresa que: (i) las ecuaciones de Maxwell son invariantes bajo dicha transformación; (ii) la declaración "el evento A es simultaneo con el evento B (distante de A)" formulada por un observador ya no coincide con la declaración que emite el otro observador acerca de los mismos dos eventos (esto es, la simultaneidad de eventos distanciados es una relación relativa al marco de observación); (iii) los observadores ya no coinciden en sus lecturas de longitud y de intervalos temporales (una vara que en reposo mide un metro, reporta una lectura menor cuando el observador que la mide se encuentra

[4] Es decir, siempre que nos restrinjamos al ámbito que estipula la TER.

en movimiento y mayor es la diferencia de lecturas cuando mayor es la velocidad relativa de los dos sistemas –contracción de la longitud–; de la misma manera, si un observador encuentra que dos eventos que ocurren en el mimo lugar para él, y que en consecuencia se pueden evaluar con el mismo reloj, están distanciados por una hora, serán evaluados por otro observador en movimiento, y que por ello tiene que hacerlo con relojes diferentes, como si estuviesen distanciados por un tiempo mayor a una hora –dilatación del tiempo–. Como en el caso anterior, mayor será la diferencia si la velocidad relativa de los sistemas es mayor); (iv) cuando un observador mide la masa inercial de un objeto se ve en la obligación de asignarle valores mayores cuando el objeto incrementa su velocidad, y lo hace de tal manera que dicho valor se acerca asintóticamente a un valor infinitamente grande cuando el cuerpo bordea la velocidad de la luz; (v) no hay acción a distancia en el sentido esperado por Newton; (vi) los principios de conservación de la energía y conservación de la cantidad de movimiento se funden en un sólo principio. Dado que estos resultados coinciden con valoraciones experimentales, sobre todo cuando conllevan altas velocidades, y ofrecen un sistema más simple para la formulación de la mecánica, incorporarlos a la manera de paradigma nos obliga a reeducar nuestras expectativas básicas en relación con los fenómenos físicos. Conviene, pues, reeducar nuestra física *naive*.

Mientras podemos estar dispuestos a aceptar el primer postulado sin mayores resistencias, la aceptación del segundo postulado, el de la constancia de la velocidad de la luz, nos tiene que ser impuesta casi a la fuerza. Los comentaristas suelen tener posiciones muy encontradas a la hora de establecer las condiciones que llevaron a Einstein a formular dicho enunciado a la manera de un postulado. Me inclino a pensar que la resistencia a admitir la posibilidad de una acción a distancia es realmente el motivo central; sin embargo no estoy interesado ahora en argüir en favor de dicha hipótesis. Por lo pronto, quiero señalar que un año antes de la publicación del artículo de Einstein, Poincaré ya había formulado un proyecto para variar la presentación de la mecánica que incluiría, a éste, como uno de sus principios básicos.

> De todos estos resultados, explica Poincaré, –si llegan a confirmarse– surgiría una mecánica completamente nueva que, ante todo, vendría caracterizada por el siguiente hecho: ninguna velocidad podría sobrepasar la de la luz…, porque los cuerpos opondrían una inercia creciente a las causas que tendiesen a acelerar su movimiento, y esta inercia se haría infinita al aproximarnos a la velocidad de la luz. (Poincaré, 1978, p. 58).

En el año de 1908, tres años después de la aparición de la TER, el matemático ruso de origen alemán Hermann Minkowski presentó un impactante artículo en el que pretendía recoger los resultados básicos de la cinemática de la TER en un nuevo espacio geométrico 4-dimensional. En este nuevo marco la independencia de espacio y tiempo se pierde en favor de una integración esencial. En palabras de Minkowski: «*De aquí en adelante el espacio por sí mismo, y el tiempo por sí mismo, serán condenados a desvanecerse entre las meras sombras, y sólo una clase de unión de los dos se preservará como una realidad independiente*» (Minkowski, 1952, p. 75).

Los puntos del espacio 4-dimensional de Minkowski pueden ser denominados en forma general como *eventos*[5], tres de sus lecturas coordenadas pueden tener la interpretación clásica de coordenadas espaciales, en tanto que la cuarta coordenada bien puede leerse como la lectura temporal que define, por así decirlo, la fecha del evento para el observador particular que hace la lectura. Así las cosas, un evento se caracteriza por la cuádrupla (*x, y, z, t*). Si somos capaces de reconocer, por algún criterio que ahora no conviene dilucidar, el objeto material que ocupa un evento y logramos hacerlo durante un trayecto largo de nuestra contemplación, podemos imaginar que la línea que une todos aquellos puntos eventos consecutivos registra una historia o un lapso breve de la vida del objeto material en cuestión. Dicha línea se denomina una *línea-de-mundo*. Imaginemos ahora que representamos en un sistema ortogonal las coordenadas espaciales y la coordenada temporal en un marco de Minkowski (figura 1). Omitiremos, por asuntos de simplicidad gráfica, dos de las coordenadas espaciales. El eje horizontal captura las lecturas temporales, mientras el eje vertical hace lo propio con las lecturas espaciales en la dirección X. Las otras dos rectas representan líneas de mundo de rayos de luz que convergen y, a continuación, se expanden desde el origen del sistema. Los eventos que caen en el sector denominado *Futuro Absoluto* son eventos que, en principio, podían recibir el influjo causal de un evento localizado en el origen del sistema. Ello se justifica porque bien podemos concebir algún tipo de información que viaje desde el origen hasta dicho evento, en ese caso la información viajaría a una velocidad inferior a la velocidad de la luz y no hay, en ese sentido, restricción alguna. Otro observador que contempla los mismos eventos puede diferir en las lecturas temporales asociadas pero estará de acuerdo, en todos los casos, en que los eventos del futuro absoluto ocurren

[5] Minkowski usa la expression *world-point*.

después del evento presente en el origen del sistema. En forma análoga, todos los eventos del sector denominado *Pasado Absoluto* pueden tener un influjo causal sobre el origen y todos los observadores coincidirán en que dichos eventos ocurrieron antes del evento presente en el origen, aunque difieran en las lecturas particulares. Algo muy diferente ocurre con los eventos en el sector denominado *Contemporaneidad Posible*. Estos eventos son independientes causalmente del evento presente en el origen. En efecto, para que una información viajase desde el origen a cualquiera de dichos puntos-de-mundo, tendría que hacerlo a una velocidad superior a la velocidad de la luz y este es un límite infranqueable. Puede haber observadores que contemplen que el evento del origen es simultáneo con alguno de los eventos de la contemporaneidad posible, en tanto que otros observadores pueden tener noticia primero del origen y después del evento, o viceversa.

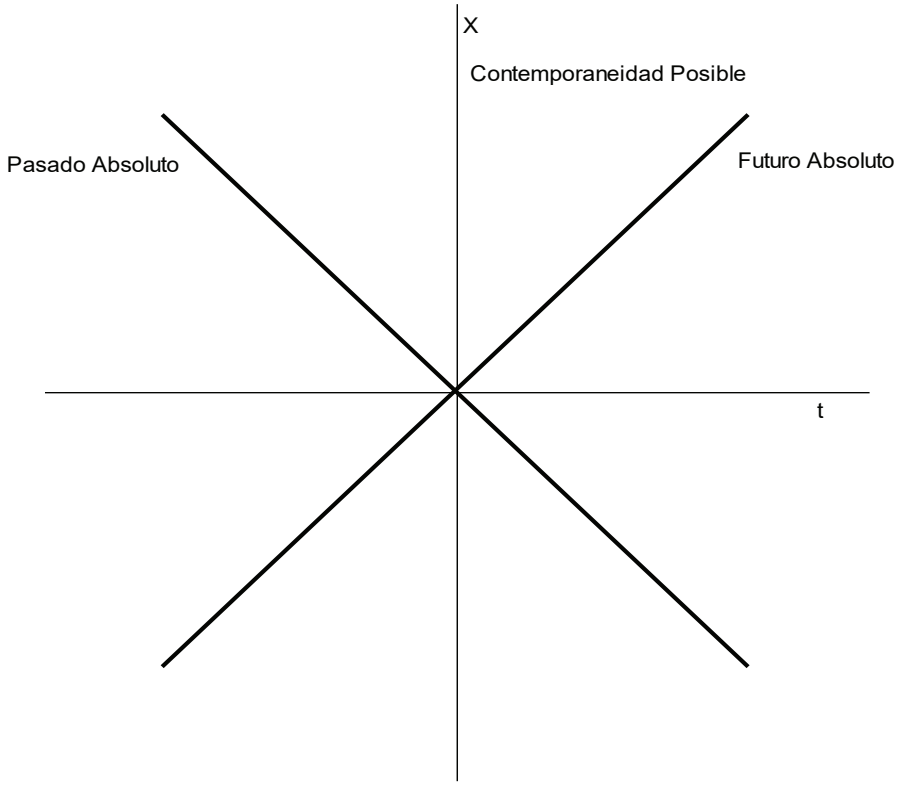

Figura 1. Clasificación de eventos

Ahora podemos agregar la línea-de-mundo de un segundo observador que pasa por el origen del sistema original justo cuando los relojes tanto de un sistema como del otro tienen una lectura "cero". Este observador se desplaza con velocidad constante. Dicha línea de mundo no puede dirigirse hacia las zonas de contemporaneidad posible. También podemos trazar la curva que une todos los eventos que el segundo observador encuentra simultáneos con la lectura $t=0$ de su cronómetro. En virtud de la relatividad de la simultaneidad, no podemos esperar que dicha recta coincida con el eje X del grafico original. A la línea de mundo del nuevo observador la denominaremos t' y sobre ella podremos ubicar las lecturas temporales que adelanta este nuevo observador. En forma análoga, a la recta que reúne los eventos simultáneos con $t = t' = 0$ para el segundo observador, la denominaremos X' y allí señalaremos las lecturas espaciales realizadas por el segundo observador (figura 2).

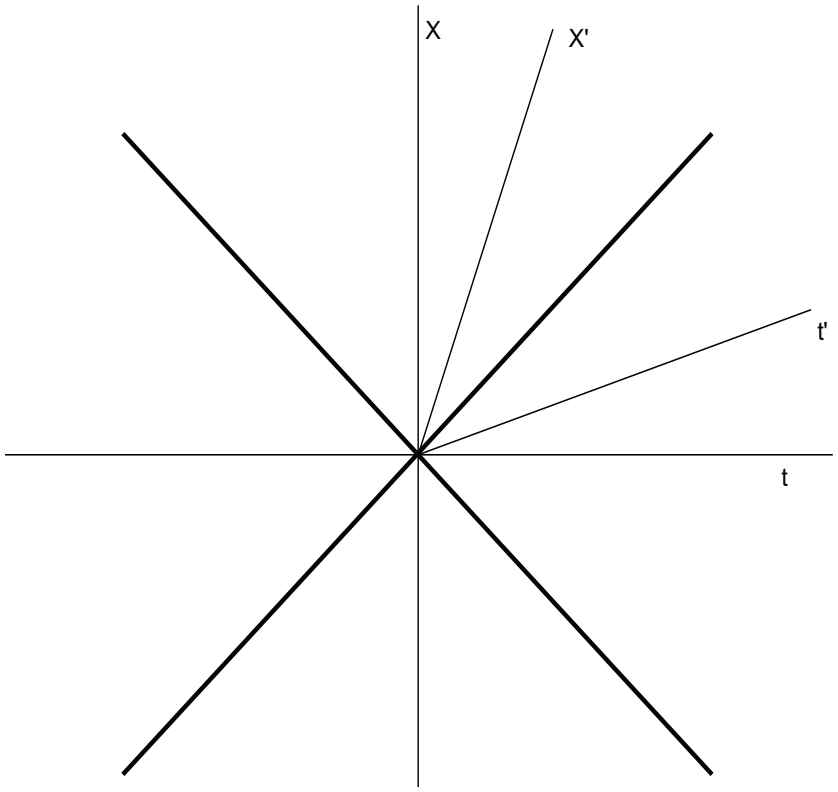

Figura 2. Comparación de observadores

Dados dos eventos cualesquiera A y B, a los que corresponden las siguientes determinaciones desde el punto de vista de un observador O: A (x_1, y_1, z_1, t_1), B (x_2, y_2, z_2, t_2), y desde el punto de vista de otro observador O', que se desplaza con velocidad constante en relación al primero: A(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1), B(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2), las transformaciones de Lorentz establecen la invarianza de la siguiente cantidad, a la que podemos denominar *métrica relativista* por su similitud con la métrica pitagórica siempre que no nos paralicemos por el hecho de admitir valores negativos[6]:

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \Delta \rho^2$$

Si asumimos que $\Delta \rho^2 = 0$, y $t'_1 = t_1 = 0$, $x'_1 = x_1 = 0$ y suprimimos, por comodidad, los parámetros *y* y *z*, la ecuación se transforma en $x_2^2 = c^2 t_2^2$ lo que corresponde a la línea de mundo de un rayo de luz que llega al origen y después se expande a partir de él[7]. Si asumimos $\Delta \rho^2 = 1$, y elegimos un sistema de unidades en el cual $c = 1$ y suponemos que el primer evento coincide en el origen de los dos sistemas, la ecuación deviene en $t_2^2 - x_2^2 = t_2'^2 - x_2'^2 = 1$ (una hipérbola). Para los casos particulares en los que $x_2 = 0$ y $x'_2 = 0$, la hipérbola corta los ejes t y t' justo en los puntos que determinan las unidades de medida temporal para los dos sistemas correspondientes. La siguiente gráfica (figura 3) muestra la hipérbola, que bien podemos denominar *hipérbola de calibración*, y las correspondientes determinaciones de las unidades de los dos sistemas coordenados. De la misma manera, podemos asumir $\Delta \rho^2 = -1$ y obtener la nueva hipérbola de calibración que permite determinar las unidades de medida sobre los ejes X y X' para los dos observadores en cuestión. La gráfica muestra también la segunda hipérbola mencionada. Cuando las unidades de medida han sido establecidas, los observadores pueden hacer las lecturas de las coordenadas que cada uno asigna a los eventos en los que pretende fijar la atención. La figura siguiente (figura 4) muestra cómo se proyecta ortogonalmente el evento B sobre cada uno de los sistemas coordenados y sugiere que la lectura de coordenadas debe ajustarse a las unidades de medida de cada observador. La representación de Minkowski capta en forma fiel todas las consecuencias que se derivan de la TER.

[6] La velocidad de la luz se nombra con *c*.

[7] Si el intervalo espacio-temporal entre dos eventos es tal que $\Delta \rho^2 = 0$, tal intervalo se denomina *Light-like.* Si tal intervalo es $\Delta \rho^2 > 0$, él se denomina *Time-like*. Si dicho intervalo es $\Delta \rho^2 < 0$, se denomina *Space-like.*

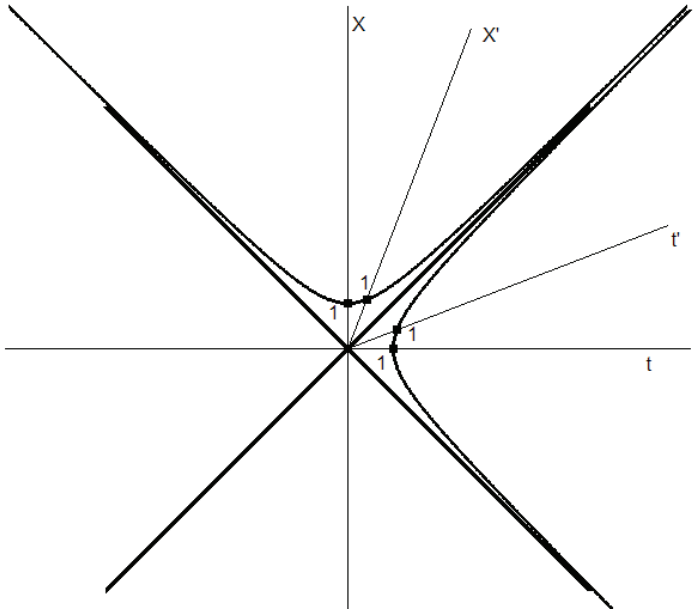

Figura 3. Hipérbolas de calibración

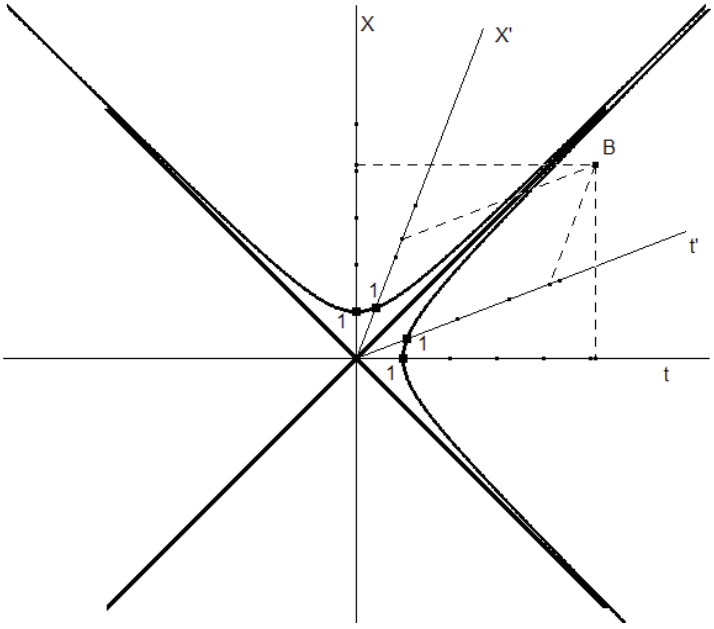

Figura 4. Lectura de coordenadas

No es nuestro interés extendernos en la presentación del poder y del alcance del espacio de Minkowski, por lo pronto basta señalar que (i) dicho esquema de presentación captura en forma adecuada la estructura completa de la cinemática relativista (al menos en el ámbito de la Teoría Especial); (ii) la comparación de lecturas espacio-temporales de dos observadores diferentes (siempre que sus velocidades relativas se mantengan constantes para no hacer intervenir consideraciones propias de la Teoría General de la Relatividad) exige el uso de hipérbolas de calibración que respetan adecuadamente los invariantes básicos de la teoría; y (iii) si se asume que no hay velocidad infranqueable, esto es que la velocidad de la luz fuese infinitamente grande, los conos de causalidad del espacio de Minkowski se plegarían contra los ejes verticales de los modelos de representación y, en esos casos, las expectativas de la TER coincidirían con las expectativas prescritas en las Transformaciones de Galileo.

DE REGRESO A LA GEOMETRÍA PROYECTIVA

Retomaremos ahora nuestra discusión central: ¿es posible reconocer algún aspecto geométrico en nuestra descripción fenoménica del mundo físico como si se hubiese impuesto *a priori*? Hemos esbozado un intento adelantado por Bertrand Russell a finales del siglo XIX frente al cual caben las siguientes observaciones centrales: (i) Poincaré denunció en forma juiciosa la obscuridad metafísica que acompaña a los axiomas propuestos por el filósofo; (ii) Russell, por razones obvias, no consideró ningún elemento que estuviese asociado con el desarrollo de la TER. En esta última parte pretendo aportar elementos que permitan considerar nuevamente las intuiciones de Russell sin compromiso metafísico alguno y procurando atender los resultados relativistas resumidos en los espacios de Minkowski. En particular, sugeriré que se puede adelantar con éxito el programa de Russell si hallamos una forma de interpretar las hipérbolas de calibración de Minkowski sin hacer que los aspectos métricos sean dominantes. Para efectos de la exposición, resumiré primero el problema a debatir, presentaré a continuación un breve esbozo de la evolución de la Geometría Proyectiva y exhibiré algunos de los resultados más valiosos para nuestra disertación; y, por último, expondré la dirección en la que se puede construir el ámbito de la reinterpretación de las hipérbolas de calibración.

Resumen del problema. La existencia de geometrías no-euclidianas arroja dudas acerca de la pretendida conciencia de necesidad que debe acompañar

la formulación de las propiedades del espacio, entendido éste como marco de la receptividad de un agente cognitivo racional. Con el ánimo de sostener un esquema argumentativo cercano a la defensa de una formulación *a priori* de las propiedades del espacio podemos aducir que la filosofía trascendental (i) no prohíbe que los matemáticos desarrollen estructuras internamente consistentes diferentes a la aproximación euclidiana; de hecho pueden hacerlo a la manera de *divertimentos* sin pretender referencia objetiva alguna; (ii) ni prohíbe que los físicos seleccionen una u otra de estas geometrías para intentar capturar en dicho lenguaje las leyes fundamentales que subsumen los fenómenos físicos; (iii) pero exige que la geometría que describe las propiedades del espacio de percepción cercana sea necesariamente la geometría euclidiana[8]. En otras palabras, aun cuando hay diversas creaciones formales de los matemáticos (a las cuales sólo hay que exigir coherencia interna: amplia libertad), y entre éstas creaciones sólo algunas son adecuadas para pretender enunciar las leyes físicas fundamentales (libertad restringida al éxito pragmático), en el ámbito de la percepción cercana, el sujeto racional tiene la obligación de circunscribir su espacio de recepción inmediata a los cánones de la geometría euclidiana. En ese orden de ideas, y parafraseando la exigencia de Riemann, según la cual el espacio debe tener curvaturas locales ajustadas a la métrica pitagórica, aun cuando globalmente la estructura métrica sea diferente a la euclidiana, el espacio de percepción local ha de ser euclidiano, no cabe otra posibilidad. Esta readecuación de la defensa de la postura trascendental kantiana demanda que una cierta propiedad innata de la mente humana, a saber, la visualización de espacios cercanos, nos obligue a adherirnos previamente a la geometría euclidiana. En otras palabras, mientras los defensores de

[8] Carnap explotó en forma brillante esta distinción en su tesis doctoral. Allí distingue entre espacio formal, cuyas construcciones se entienden a la manera de proposiciones analíticas *a priori*, espacio intuitivo que al ocuparse de *eidos* en el sentido husserliano, debía construir sus proposiciones a la manera de juicios sintéticos *a priori*, y finalmente el espacio físico que consiste en la elección del espacio formal más adecuado para escribir las leyes que estipulan algún tipo de orden en los fenómenos físicos, sus resultados deben concebirse a la manera de proposiciones sintéticas *a posteriori*. Carnap concluye:

> Las viejas controversias entre matemáticos, quienes disputaban las aseveraciones de Kant, y filósofos, quienes las defendían, no podían obviamente alcanzar ningún resultado, pues los dos bandos no estaban hablando del mismo objeto. El primero tenía en mente parcialmente el espacio formal (por ejemplo Couturat) y parcialmente el espacio físico (Riemann, Helmholtz, Poincaré), el último tenía en mente el espacio intuitivo. Así ambos bandos estaban en lo correcto y podrían haber sido fácilmente reconciliados si la claridad concerniente a los tres significados de espacio hubiese prevalecido. (Carnap, 1991, p. 47).

la posibilidad de otras formas de geometría[9] no demuestren que cabe la posibilidad de tener intuiciones que se adecuen a una visualización original no-euclidiana, la exigencia trascendental kantiana sigue incólume. Hans Reichenbach en su influyente *The Philosophy of Space & Time* (1958, p. 48) propuso esta respuesta a la defensa neokantiana: la visualización de la geometría euclidiana es el resultado de una habituación cultural, no es el resultado de una prescripción *a priori*. Reichenbach se dio a la tarea de concebir experimentos mentales para familiarizarnos con la posibilidad de otros mundos similares a los nuestros, salvo que los parámetros asociados con la velocidad de la luz fuesen bastante reducidos. El filósofo intentaba convencernos de que en dichos mundos es posible imaginar culturas que hubiesen desarrollado una habituación a una geometría acorde con las expectativas relativistas.

La respuesta de Reichenbach a la exigencia neokantiana está basada en el hecho de reconocer, de antemano, la dificultad que entraña la magnitud elevada de la velocidad de la luz. En otras palabras, dado que nosotros estamos familiarizados con acontecimientos a bajas velocidades, resulta difícil admitir las dificultades que implican las predicciones relativistas a altas velocidades. De hecho, la aceptación del paradigma relativista implica admitir el postulado de la constancia de la velocidad de la luz. No hay duda de que se trata de una formulación que en primera instancia violenta las expectativas a las que nos hemos ido habituando con base en nuestras experiencias de primera mano. Nos cuesta trabajo aceptar que la velocidad de la luz no se altere en virtud del movimiento del sistema en donde se adelanta la medición. El principio de la constancia de la velocidad de la luz entorpecería cualquier intento en el que pretendamos una aceptación, de primera mano, de los axiomas relativistas. De hecho, dicho principio se compromete con un rasgo métrico que caracteriza en forma normativa el tipo de organización de nuestra experiencia. Su aceptación *a priori* es tan cuestionable como podría llegar a serlo cualquier formulación métrica incluida en la geometría euclidiana: que el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, por ejemplo.

La primera aproximación al problema se puede plantear en los siguientes términos: ¿es posible estructurar una presentación de la teoría especial de la relatividad que permita un transito más suave entre nuestras experiencias familiares y la aceptación de los axiomas de dicha teoría? Dado que la principal dificultad proviene de los rasgos métricos implícitos en el

[9] Para el espacio intuitivo si nos referimos a las distinciones de Carnap.

axioma que impone la constancia de la velocidad de la luz, el problema se puede reformular así: ¿es posible estructurar una presentación de la teoría especial de la relatividad que haga caso omiso de los compromisos métricos formulados, en primera aproximación, en el principio de la constancia de la velocidad de la luz?

Ahora bien, la geometría proyectiva surgió en principio del estudio de la geometrización de los fenómenos visuales. De hecho fueron los pintores del Renacimiento, preocupados por desarrollar técnicas que permitiesen representar en forma fiel un espacio tridimensional en un marco bidimensional, quienes abrieron la posibilidad para los desarrollos proyectivos. En ese orden de ideas, la geometría proyectiva está atada en forma más natural a la visualización inmediata que la misma geometría euclidiana. Si queremos crear un marco geométrico ajustado a los criterios proyectivos que impone la visualización inmediata sin que ello implique compromiso alguno con la geometría euclidiana y que, más bien, deje abierta la posibilidad para una habituación a la geometría de Minkowski, por ejemplo, hemos de luchar con el carácter no natural del principio de constancia de la velocidad de la luz. En otras palabras, el postulado de la constancia de la velocidad de la luz posee un compromiso métrico que no es fácil de incorporar en un modelo proyectivo. Así las cosas, podemos definir en los siguientes términos el rumbo de la exploración por seguir: dado que los resultados básicos de la cinemática relativista son capturados en el espacio de Minkowski gracias a las hipérbolas de calibración, queremos indagar acerca de la posibilidad de reinterpretar dichas hipérbolas en un espacio proyectivo. Si esta tarea se logra podremos defender, como pretendía Russell con una argumentación impregnada de idealismo y que no concebía elementos relativistas, la prioridad de la geometría proyectiva, dada su cercanía con los procesos naturales de la visualización –este punto marcaría una cercanía con el proyecto trascendental kantiano–, sin que de ella se desprenda un compromiso *a priori* con la geometría euclidiana –este punto marcaría un distanciamiento con el proyecto trascendental kantiano–.

Breve esbozo de la evolución y algunos resultados de la Geometría Proyectiva. La Geometría Proyectiva tuvo su antesala con el surgimiento de la perspectiva durante el denominado *Renacimiento Italiano*. El estudio de la percepción visual había hecho de la pirámide de Euclides su instrumento por excelencia. Este instrumento pide imaginar el ojo en un vértice de la pirámide, el objeto a ser contemplado en la base y los rayos visuales[10]

[10] Sin importar si salen del ojo o se dirigen a él.

conformando el cuerpo de la misma. En el siglo X d.C. el pensador árabe conocido en occidente con el nombre de Alhacén adelantó un estudio cuidadoso del vértice de dicha pirámide. Alhacén sentó las bases para una propuesta puntillista de la percepción visual, en oposición al tratamiento holista propio de los acercamientos aristotélicos[11]. El arquitecto León Battista Alberti complementó la pirámide de Euclides anteponiendo un plano de proyección pictórica. El pintor profesional debía, pues, concentrar su atención –desde el vértice de la pirámide– en la manera como los rayos visuales, cuando atraviesan el velo de Alberti, calcan la huella del objeto a percibir. La siguiente figura ilustra la pirámide de Euclides y la contribución de Alberti (figura 5). El grabado que sigue a continuación (figura 6) exhibe una bellísima presentación del pintor alemán Alberto Durero[12] dirigida a los jóvenes aprendices que querían valerse de los nuevos instrumentos desarrollados en Italia[13]. El grabado también ilustra los principios de la aproximación puntillista muy posiblemente tomados de la influencia de Alhacén.

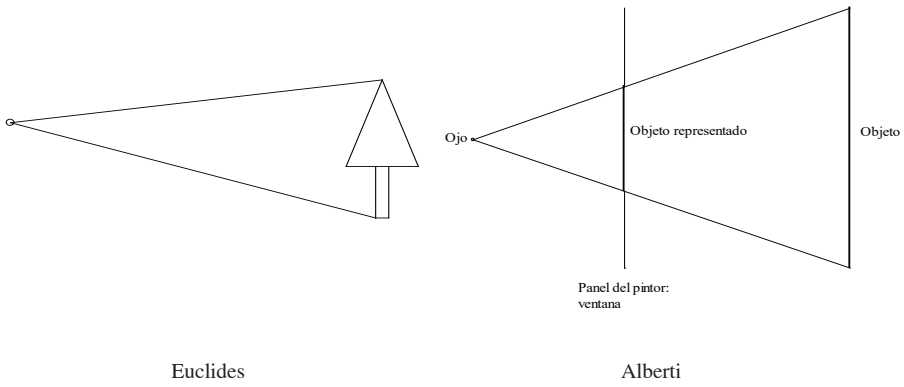

Figura 5. Pirámides de Euclides y Alberti

[11] Véase Alhacén (2001).

[12] Imagen extraida de Albrecht Durero (1970), Unterweisung de Messung, Wesbaden, DR. Martin Sönding oJ.G. p. 181.

[13] Véase Durero (1970), p. 182.

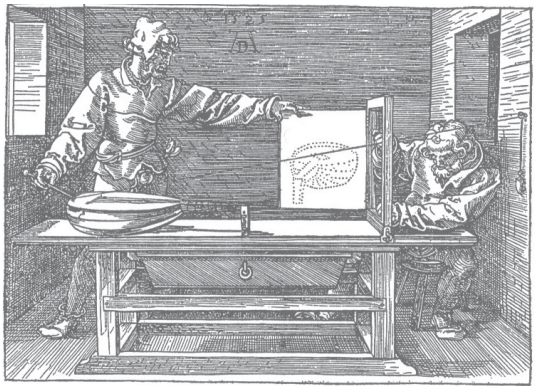

Figura 6. Grabado de Durero

El dispositivo del Velo de Alberti fue auxiliado con principios heurísticos de representación proyectiva que facilitaban la presentación pictórica de espacios tridimensionales. El mayor de los aportes proviene de la excelsa obra del pintor italiano conocido como Piero Della Francesca. Johannes Kepler recogió la influencia puntillista de los trabajos de Alhacén en Europa y quedó altamente impresionado por las presentaciones que Durero hizo de los desarrollos italianos. Sin el temor que albergaban sus predecesores se atrevió a postular la retina como el asiento de la proyección pictórica que servía de fondo para nuestro campo visual. En su tratado de óptica se atrevió también a formular la necesidad y posibilidad de estructurar un estudio unificado de las cónicas. La idea seminal de Kepler se sintetiza en la posibilidad de reunir en una sola curva a las tres cónicas conocidas por los griegos. Me voy a permitir citar en extenso la brillante intuición de Kepler:

> Las secciones de todos ellos [los conos], sin importar la clase, se pueden agrupar en cinco especies. Pues la curva sobre la superficie de un cono establecida por una sección es o bien recta, o una circunferencia, o una parábola, una hipérbola o una elipse. Hablando en forma análoga más bien que geométrica, existe entre estas curvas, en razón de sus propiedades, el siguiente orden: este va desde la línea recta a través de un número infinito de hipérbolas hasta la parábola; y desde allí a través de un número infinito de elipses a la circunferencia. La más obtusa de todas las hipérbolas es una línea recta; y la más aguda una parábola. De la misma manera, la más aguda de todas las elipses es una parábola; y la más obtusa una circunferencia. Luego la parábola, de un lado, posee en su naturaleza dos cosas infinitas –la hipérbola y la línea recta– y, del otro lado, dos cosas que son finitas y regresan sobre sí mismas –la elipse y la circunferencia–. Ella en sí misma se sostiene en un

lugar intermedio, con una naturaleza media. Pues aunque es infinita, asume una limitación desde el otro lado, dado que entre más se extiende más llega a ser paralela a sí misma,[14] y no expande sus brazos (por así decirlo) como lo hace la hipérbola, pero regresa desde el abrazo del infinito, siempre buscando menos aunque siempre abarca más. En comparación con la hipérbola, entre más abarca entre sus brazos, también busca extenderse más[15]. En ese orden de ideas, los límites opuestos son la circunferencia y la línea recta: el primero es pura curvatura, el último es pura rectitud. La hipérbola, la parábola y la elipse están ubicadas en lugares intermedios y participan tanto de la curvatura como de la rectitud, la parábola de manera equilibrada, la hipérbola en mayor magnitud de la rectitud y la elipse de la curvatura. Por esta razón, tan pronto como la hipérbola se extiende más, ella llega a ser más semejante a una línea recta, esto es, a sus asíntotas. Tan pronto como la elipse es llevada más allá del centro, más emula la circularidad y finalmente se reúne de nuevo consigo misma. La parábola, en la posición intermedia, es siempre más curvada que la hipérbola toda vez que ellas sean extendidas por idénticos intervalos; y es siempre más recta que la elipse. Y dado que así como la circunferencia y la recta llevan los extremos a reunirse, y la parábola reside en el medio, así también, tal como todas las rectas son semejantes, y todas las circunferencias también lo son, de la misma manera todas las parábolas son semejantes y difieren únicamente en grado.

En forma adicional, hay en estas curvas ciertos puntos que merecen una atención especial: estos tienen una definición precisa, más no un nombre, a menos que usted tome una definición o alguna propiedad a la manera de un nombre. Pues las líneas rectas trazadas desde estos puntos hasta las rectas que tocan la sección, en sus puntos de tangencia, forman ángulos iguales a aquellos que se construyen cuando los puntos opuestos se reúnen con los mismos puntos de tangencia. En virtud de la similitud con el comportamiento de la luz,… llamaremos a estos puntos focos. Podríamos haberlos llamado centros, dado que ellos están sobre los ejes de las secciones, pero los estudiosos de las cónicas denominaron a otro punto el centro en el caso de la hipérbola y la elipse. Así en la circunferencia existe un foco A, y este es el mismo punto denominado centro; en la elipse hay dos focos B y C, igualmente distanciados del centro de la curva, y tanto más en la medida en que ella se torne más aguda. En la parábola, uno de sus focos D se encuentra en el interior de la sección, mientras que el otro ha de suponerse sobre el eje, o bien por fuera, o bien en el interior de la sección, removido a una distancia infinita[16] del primero, así que la recta HG o IG trazada desde este foco oculto

[14] Quizá Kepler se refiere al hecho de que entre más se extiende la parábola a lado y lado, sus tangentes tienden a ser verticales, si atendemos a la figura que acompaña la presentación de Kepler.

[15] Kepler describe con un lenguaje más poético que técnico el contraste entre la parábola y la hipérbola.

[16] Kepler no teme en reconocer una distancia infinita entre los dos focos. Esta presentación contrasta con el tono siempre cauto con el que sus contemporáneos aludían al infinito. Descartes,

hasta cualquier punto de la sección G es paralela al eje DK. En la hipérbola, el foco externo F está más cercano al foco interno E en la medida en que la hipérbola se hace más obtusa. Y el foco que es externo a una de las secciones opuestas es interno a la otra, y viceversa.

En consecuencia, y por analogía, se sigue que el par de focos en una línea recta (hablamos de una línea recta, contrario a la costumbre, únicamente para completar nuestra analogía) coincide con la línea recta misma, y es singular, como en el caso de la circunferencia. Entonces en la circunferencia, el foco está justo en el centro, alejado tanto como es posible de la circunferencia circundante; en la elipse se aleja menos y en la parábola mucho menos; finalmente, en la línea recta, el foco se aleja de ella por la menor cantidad posible: esto es, cae sobre ella. Y así en los casos limites, la circunferencia y la recta, los focos llegan a reunirse, alejándose de la curva la mayor distancia en el primer caso, y cayendo justo sobre la recta en el último. En el medio, la parábola, ellos [los focos] están apartados una distancia infinita, mientras que en la elipse y en la hipérbola, las cuales están a los lados, los focos, apareados en sus funciones, están apartados por una distancia medible, el otro foco es interior a la elipse y exterior en el caso de la hipérbola. (Kepler, J., 2000, pp. 106-109).

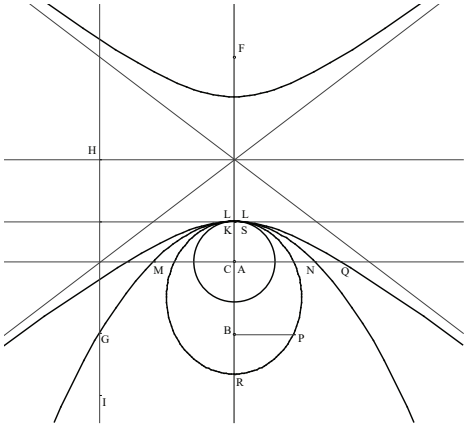

Figura 7. Kepler y el proyecto de la unificación de las cónicas

Los pintores nunca se dieron a la tarea de explorar los fundamentos de las técnicas que estaban desarrollando; a ellos les bastaba con sentirse satisfechos con los logros pictóricos que, ya de por sí, eran invaluables. Unos siglos más tarde los matemáticos profesionales llegaron a interesarse por los desarrollos perspectivos, Giovanni Battista Benedetti entre ellos. Quisieron inicialmente incorporar esos trabajos en el cuerpo euclidiano

por ejemplo, prefería referirse a dimensiones ilimitadas o indefinidas para reservar el adjetivo infinito para los atributos de la divinidad.

sin llegar a pensar en la posibilidad de desarrollar un nuevo programa de investigación. Fue el matemático y arquitecto francés Girard Desargues (1591 – 1661) el primero en presentar en forma consolidada y a la manera de un nuevo campo de estudio de la geometría los desarrollos insinuados en los aportes renacentistas. Desargues también recogió la insinuación de Kepler y puso en marcha el proyecto de construir una teoría unificada de las cónicas. Estos proyectos se reúnen en sus dos magnas obras: *Perspective* (1636)[17] y *Traité des Coniques* (1639). La recepción inmediata de la obra de Desargues no fue la más afortunada. Ya había demasiado entusiasmo alrededor del nuevo proyecto cartesiano como para pedir espacio para una nueva reorientación de la geometría. Las cosas en el siglo XIX cambiaron favorablemente gracias a los trabajos iniciales de Poncelet y al ejercicio de proveer un tratamiento algebraico adelantado por Félix Klein. La geometría proyectiva se formuló, entonces, como un proyecto autónomo que abrió las puertas para ver realizado el sueño de Kepler. El proyecto de elaborar una teoría unificada de las cónicas salió a la luz en la obra *Geometrie der Lage* (1847) de Karl Georg Christian von Staudt.

Mientras la geometría euclidiana se practica con regla y compás, y con ello admite la transferencia de medidas, la geometría proyectiva, en su formulación original, se adelanta tan sólo con regla sin graduar y con ello cierra las puertas a los conceptos métricos implícitos en la transferencia de medidas. Los siguientes seis axiomas ilustran una de las muchas posibilidades de presentar el cuerpo axiomático básico de la geometría proyectiva plana (por razones de simplicidad omitimos la extensión a sistemas más complejos)[18]:

1. Cualesquiera dos puntos distintos son incidentes en sólo una recta.
2. Cualesquiera dos rectas son incidentes en al menos un punto.
3. Existen al menos cuatro puntos entre los cuales no hay tres que sean colineales.
4. Los tres puntos diagonales de un cuadrángulo completo no son en ningún caso colineales.

[17] Al título de la obra le acompaña el siguiente subtitulo: «*Méthode universelle de mettre en perspective les objets donnés réellement ou en devis, avec leurs proportions, mesures, éloignemens, sans employer aucun point qui soit hors du champú de l'ouvrage*» [traducción personal: *Método general de poner en perspectiva los objetos…sin emplear ningún punto que resida por fuera del campo para la obra*].

[18] En la presentación de los resultados en los que se apoya la tesis del presente artículo, seguiré la excelente presentación de Coxeter (1987) inspirada en parte en la también excelente obra de Veblen (1910). Algunos teoremas se presentarán con una indicación entre paréntesis de la forma (7.34) que puede leerse como proposición 4 de la sección 3 en el capítulo 7 de la obra de Coxeter.

5. Si dos triángulos son perspectivos desde un punto, ellos lo son también desde una recta.
6. Si una proyectividad deja invariante cada uno de tres puntos sobre una recta, deja invariante cada punto sobre la recta.

El universo de un espacio proyectivo está poblado de puntos y rectas. No obstante, no se requiere ninguna definición original ni tampoco una intuición primitiva de ninguno de estos objetos. Tan sólo se requiere un criterio para establecer el tipo de relación de incidencia a la que se alude en (1) y en (2). En el plano proyectivo no hay rectas paralelas ((2) lo prohíbe). Estamos ante un cuadrángulo completo (4) cuando contamos con cuatro puntos (sin que tres de ellos sean colineales) entre los cuales se pueden concebir seis posibles parejas incidentes en seis rectas diferentes. El cuadrángulo completo está constituido por los cuatro puntos y las seis rectas. El axioma (5) es un enunciado del famoso teorema de Desargues; la figura 8 exhibe los triángulos ABC y A'B'C' perspectivos desde el punto O[19], dichos triángulos también son perspectivos desde la recta o[20]. En otras presentaciones de la geometría proyectiva (5) puede ser un teorema. Por último, una proyectividad elemental (6) es una correspondencia que asigna a cada punto incidente en una recta (o recta incidente con un punto) una recta incidente con un punto fijo (o, en el segundo caso, un punto incidente en una recta fija). Una proyectividad más compleja se obtiene cuando se cuenta con una composición de varias proyectividades simples, en ese caso, una proyectividad también puede llegar a ser una correspondencia que asocia los puntos de una recta (o las rectas de un haz) con los puntos de otra recta o de ella misma (o con las rectas de otro haz o él mismo)

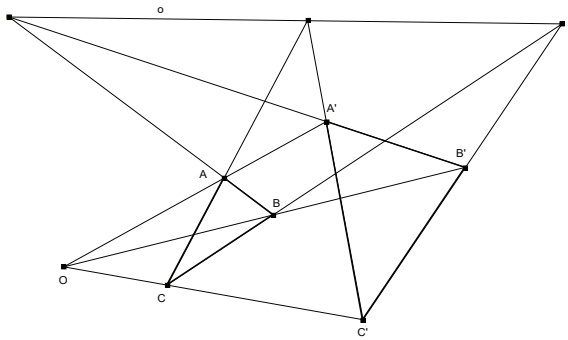

Figura 8. Teorema de Desargues, Axioma (5)

[19] Es decir, las rectas AA', BB', CC' son todas concurrentes en el punto O.

[20] Es decir, los tres puntos de incidencia de los pares de rectas (AB, A'B'), (AC, A'C'), (BC, B'C') son colineales (la recta incidente con dichos puntos es o)

El primer resultado sorprendente de este cuerpo axiomático es el famoso principio de dualidad. Dado un teorema del sistema, podemos intercambiar mutuamente las palabras *punto* y *recta* y hacer arreglos sintácticos menores y así obtener un nuevo teorema del sistema. En ese orden de ideas, cada vez que demostramos un teorema, demostramos realmente dos[21]. Entre los resultados más importantes para nuestro propósito, quiero subrayar los siguientes.

(1) Dada una recta o y tres puntos incidentes en ella A, B, C es posible construir un cuadrángulo completo con A y B como puntos diagonales y C la intersección de otra de las rectas del cuadrángulo con o. En este caso, la intersección de la sexta recta del cuadrángulo con o (digamos el punto D) se dice el *conjugado armónico de C con respecto a A y B* y se nota así H(AB, CD). También se puede demostrar que puede haber muchos cuadrángulos que satisfacen la condición pero la determinación del punto D es independiente del cuadrángulo seleccionado (2.41). La figura siguiente ilustra el caso.

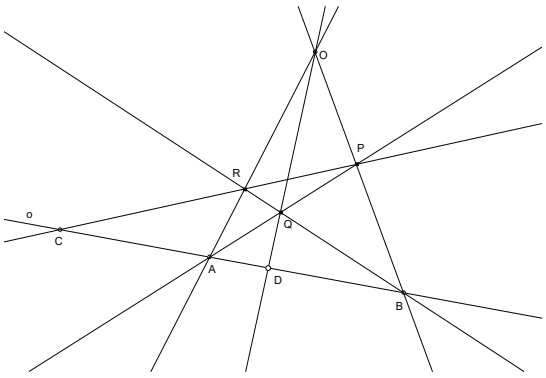

Figura 9. Relación armónica

(2) Si admitimos, en el caso de intentar una lectura proyectiva del plano euclidiano, que C es un punto infinitamente alejado de A, se puede mostrar que D cae en el punto medio de A y B. En la figura 10, la recta PR (paralela a o) busca a C en el infinito. Russell se vale de este resultado (inspirado en Klein) para insinuar, siempre que por lo pronto omitamos las dificultades del continuo, que se puede introducir números en el plano euclidiano interpretado proyectívamente. La idea consiste en asignarle

[21] Esto se deriva fácilmente del hecho de que a partir del conjunto de axiomas se puede demostrar uno a uno el dual de cada axioma.

convencionalmente 0 a A, 1 a D e ∞ a C, en consecuencia habría que asignarle 2 a B[22].

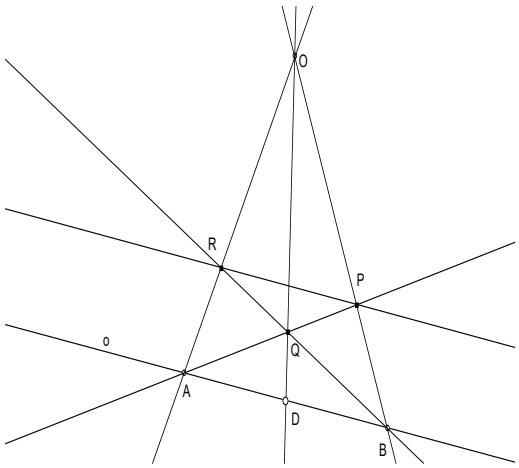

Figura 10. Conjugado armónico de un punto al infinito

(3) Una correlación es una transformación que a cada punto le asigna una recta y a cada recta le asigna un punto de tal manera que se preserva la relación de incidencia de acuerdo al principio de dualidad. La correlación es proyectiva si transforma cada forma unidimensional proyectívamente. Uno de los resultados más interesantes establece que si yo conozco cómo es que una correlación proyectiva transforma los cuatro vértices de un cuadrángulo completo en sus duales (es decir, en los cuatro lados de un cuadrilátero completo), entonces ya está dada unívocamente la forma como dicha correlación debe asignar puntos a rectas y rectas a puntos a cualquier ejemplar que tomemos del espacio proyectivo dado (6.42). El resultado es muy interesante porque él establece que una cierta exploración local en el espacio proyectivo determina el comportamiento global de la correlación dada. Es sorprendente que Russell hubiese omitido este aspecto central que le hubiese permitido hacer muchas asociaciones con los resultados de Riemann.

(4) Una polaridad es una correlación proyectiva de periodo 2. Es decir, asigna a cada punto A una recta a y a continuación asigna a la recta a nuevamente el punto A. En ese caso, a se dice *la polar* de A y A *el polo* de a. Cualquier correlación proyectiva que asocie cada uno de los tres vértices de un triangulo con su correspondiente lado opuesto es una polaridad y ella ya queda absolutamente determinada si conozco al menos otro punto

[22] Véase Russell (1897), p. 126.

y su polar (7.21). Este resultado complementa la observación en (3): una determinación local define un comportamiento global. Un triangulo (ABC) con tales características se dice *triangulo autopolar* y dado que la polaridad está ya unívocamente determinada si, además, conozco otro punto P y su polar p, dicha polaridad se puede enunciar con el símbolo (ABC)(Pp). La figura 11 ilustra el caso en el que ABC es un triangulo autopolar (esto es, la polar de A es BC, la de B AC y la de C AB), P tiene como polar p. En este caso la polaridad ya está absolutamente determinada y estipula que la polar de Q, por ejemplo, es la recta q.

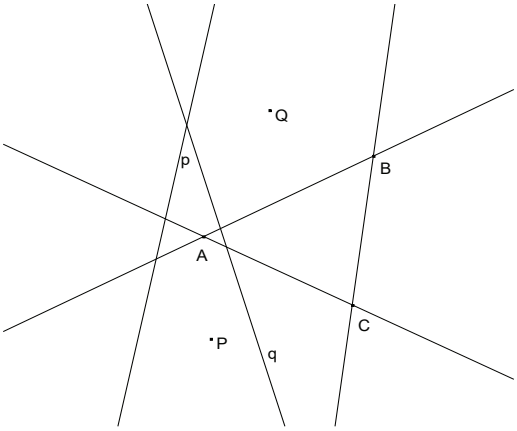

Figura 11. Polaridad (ABC)(Pp)

(5) Si ocurre que a la polar de un punto A es también incidente con A, dicho punto se dice *autoconjugado*. No toda polaridad tiene puntos autoconjugados, en caso de tenerlos, la polaridad se dice *hiperbólica*, en caso contario se dice *elíptica*. Si una polaridad tiene puntos autoconjugados (al menos uno) se puede probar que (8.1): (i) la recta que contiene dos puntos autoconjugados no puede ser ella misma autoconjugada; (ii) es imposible que una recta tenga más de dos puntos autoconjugados; (iii) si hay un punto autoconjugado P existe también otro sobre cada recta incidente con P excepto en su polar p. En ese orden de ideas, el lugar de todos los puntos autoconjugados se denomina una *cónica* y la reunión de todas las polares correspondientes define una envolvente de tangentes. Una polaridad hiperbólica induce, pues, una partición de puntos y rectas así: los puntos pueden ser (i) autoconjugados (puntos de la cónica), (ii) exteriores (incidentes en dos rectas autoconjugadas), (iii) interiores (no son incidentes en rectas autoconjugadas); las rectas pueden ser (i) tangentes (autoconjugadas), (ii) secantes (no autoconjugadas que contienen dos

puntos autoconjugados), (iii) no-secantes (no autoconjugadas que carecen de puntos autoconjugados). La figura 12 muestra la cónica que resulta de la polaridad hiperbólica (ABC)(Pp). En ella se puede ver que P, Q, R son puntos autoconjugados, B es un punto exterior (incidente en dos tangentes), D es un punto interior (no incidente en ninguna tangente), p es una tangente, QR es una secante (incide en dos puntos autoconjugados), m es una no secante (no autoconjugada que carece de puntos autoconjugados). La gráfica a la derecha ilustra una porción de la envolvente de tangentes de (ABC)(Pp). Conviene advertir una diferencia en el estudio de las cónicas de Desargues y el estudio posibilitado en el siglo XIX. Desargues parte de las cónicas como objetos dados y de ellas él descubre buena parte de sus propiedades asociadas con las polaridades, de hecho lo hace usando complicadas relaciones métricas. En esta presentación hemos reconocido las propiedades polares para construir, a partir de ellas, los objetos denominados *cónicas*.

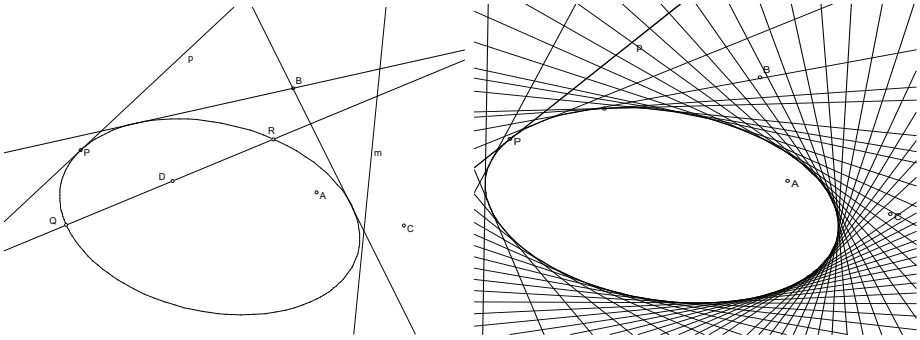

Figura 12. Cónica (ABC)(Pp)

(6) Si bien una cónica ya está bien definida si conozco un triangulo autopolar, un punto autoconjugado y su respectiva polar, ella también se determina unívocamente si conozco: (i) tres puntos autoconjugados y las polares de dos de ellos (8.41) o su forma dual: tres tangentes y los polos de dos de ellas; (ii) 5 puntos autoconjugados (no puede haber tres de ellos colineales) (9.21) o su forma dual: 5 tangentes (no puede haber tres de ellas concurrentes) (9.12).

Reinterpretación de las hipérbolas de calibración. La presentación proyectiva de las cónicas a partir de polaridades no supone distinción alguna entre hipérbolas, elipses o parábolas. Podemos, no obstante, hacer esfuerzos para concebir el plano euclidiano o el plano de Minkowski, por ejemplo,

como espacios proyectivos. Podemos, por ejemplo, asumir que dos rectas paralelas son efectivamente concurrentes en un punto *al infinito* (siguiendo la brillante intuición de Kepler), otras dos rectas paralelas en una dirección diferente a la de las anteriores rectas serían concurrentes con otro punto al infinito y todos los puntos al infinito serían incidentes con una única recta al infinito. Para evitar que la noción de infinito aluda a algún criterio métrico, podemos pasar de un plano proyectivo a un espacio afín suprimiendo arbitrariamente una recta y todos los puntos incidentes en ella. A dicha recta la llamamos *recta al infinito* y a los puntos incidentes en ella *puntos al infinito*. Con esa orientación metodológica en mente, un plano afín puede concebirse como un plano proyectivo al que se le ha suprimido la recta elegida como recta al infinito y los puntos que la conforman. En ese orden de ideas, es fácil establecer que (i) una elipse es una polaridad hiperbólica para la cual la recta al infinito es una no-secante; (ii) una parábola es una polaridad hiperbólica para la cual la recta al infinito es una tangente; (iii) una hipérbola es una polaridad hiperbólica para la cual la recta al infinito es una secante; (iv) el centro de la cónica es el polo de la recta al infinito; (v) las tangentes a través del centro de una hipérbola son las asíntotas de la misma.

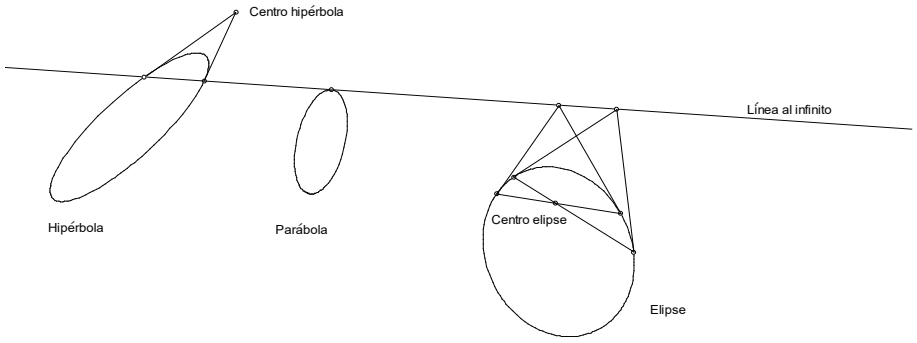

Figura 13. Polaridades hiperbólicas en un espacio afín

Haremos ahora el esfuerzo por concebir un espacio proyectivo en el que los puntos pudiesen aceptar la interpretación de eventos en el plano de Minkowski y las rectas pudiesen aceptar una de tres interpretaciones: (i) líneas de mundo de objetos que se desplazan a velocidad constante[23]; cualesquiera dos eventos en tal tipo de líneas son tales que $\rho^2 > 0$; (ii) líneas de mundo de rayos de luz, cualesquiera dos eventos en tal tipo de líneas

[23] Esto con el ánimo de no hacer intervenir fuerzas en nuestro esquema de representación.

son tales que $\rho^2 = 0$; (iii) la clase que contiene todos los eventos simultáneos con un evento original dado, cualesquiera dos eventos de tal tipo de líneas son tales que $\rho^2 < 0$. Supondremos, por lo pronto, que es factible hallar una interpretación de los axiomas proyectivos en el universo de Minkowski[24]. En ese orden de ideas, podemos ahora invocar la línea de mundo de un observador en un plano de representación de Minkowski al que aun no le acompañamos con ningún criterio métrico. Esta línea bien puede ser la horizontal *t* en los anteriores diagramas de Minkowski. Consideremos dos eventos A y B sobre dicha línea e imaginemos un tercer evento C ubicado en el *horizonte* de dicha línea[25]. Podemos ahora hallar el conjugado armónico de C con respecto a A y B H(AB,CD). Por lo comentado en (1) y (2) de la sección anterior, esperamos que dicho evento caiga en el punto medio entre A y B. Ahora imaginamos las líneas de mundo de rayos de luz que convergen y se proyectan desde D. La siguiente figura ilustra los elementos considerados.

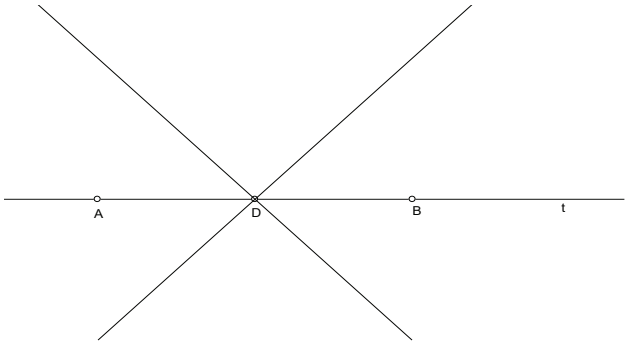

Figura 14. Minkowski reconsiderado

Ahora podemos concebir las rectas que reúnen (i) todos los eventos simultáneos con A, (ii) todos los eventos simultáneos con D, (iii) todos los eventos simultáneos con B. Estas rectas no deben ser concurrentes (no hay un evento simultaneo con A, B y D), por tanto asumiremos que se cortan en la recta al infinito.

[24] De hecho, si se asumen consideraciones métricas es posible mostrar que el espacio de Minkowski es un espacio métrico proyectivo y que todas las geometrías de Minkowski cuyos círculos son elipses y sólo elipses son euclidianas. Véase Busemann (1953), pp. 115, 141.

[25] Con la expresión *horizonte de dicha línea* me refiero a un evento del arroyo de las experiencias fenomenológicas del observador, reconocido este evento como absolutamente distante de cualquiera de los dos iniciales, siempre que haya una interpretación fenomenológica para *absolutamente distante*.

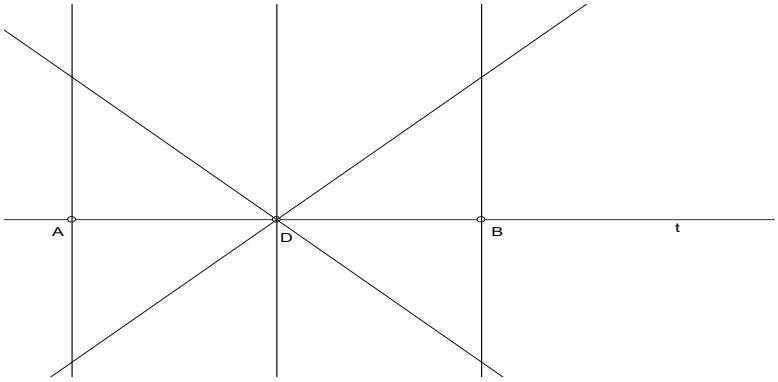

Figura 15. Minkowski reconsiderado

Ahora bien, si quiero reconstruir la hipérbola de calibración de la estructura de Minkowski, puedo asumir que A y B son puntos autoconjugados y las rectas que contienen los eventos simultáneos con ellos son sus respectivas polares a y b. Nos faltaría (para usar el criterio comentado en (6(i)), otro punto autoconjugado. Si quiero que dicha cónica sea, efectivamente, una hipérbola, debo garantizar que la recta al infinito sea una secante. En ese caso basta con tomar el punto autoconjugado que nos falta justo sobre la recta al infinito y garantizar que dicha recta posee otro punto autoconjugado. Para garantizar el caso tomaremos como punto autoconjugado un punto sobre alguna de las líneas de mundo de los rayos de luz ubicado en el horizonte. Imaginamos que el observador, ubicado en D, divisa hacia el horizonte y concibe en su campo visual, por ejemplo, el punto en donde convergen las imágenes que tiene al frente de los dos rieles de un ferrocarril. También puede concebir el evento E que perteneciendo a la línea de mundo de un rayo de luz, pertenece también a la clase de eventos que son simultáneos con el evento C, el que sirvió de base para la determinación de D. Por razones de simetría fenomenológica podemos imaginar que hay otro evento E' sobre la línea de mundo de la luz que corre en la dirección contraria en la que se ubica el anterior evento y que pertenece también a la clase de eventos simultáneos con C. Este punto también sería autoconjugado y, en consecuencia, la recta al infinito tendría que ser necesariamente una tangente. El lugar geométrico de todos los puntos autoconjugados de la correlación hiperbólica ajustada a las condiciones mencionadas ha de ser, pues, una hipérbola. Conviene imaginar que C está infinitamente alejado de B. La siguiente figura ilustra la construcción.

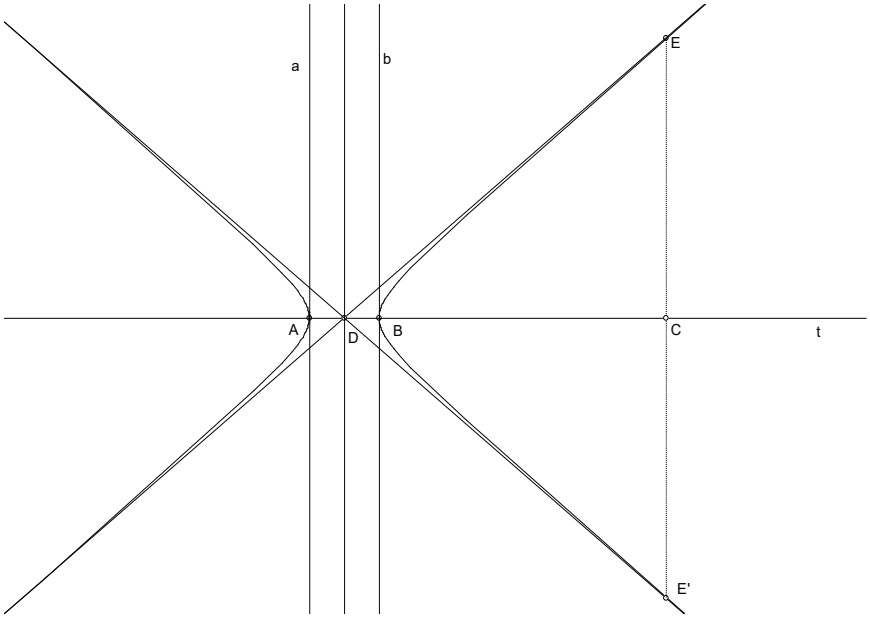

Figura 16. Construcción de una hipérbola de calibración

La geometría cuyos puntos pueden concebirse a la manera de eventos en un plano espacio-temporal de Minkowski y en el que pueden introducirse las líneas de mundo de rayos de luz, sin involucrar aun consideraciones métricas, da la posibilidad de construir las hipérbolas de calibración, si encontramos una forma de interpretar el protagonismo que pudiese desempeñar la polaridad hiperbólica que le asigna como polares a cada evento A y B las clases de eventos simultáneos con cada uno de ellos y hace de las líneas de mundo de la luz asíntotas de dicha polaridad. Dado que los conos de luz desempeñan un papel protagónico, bien podemos pensar que esta clase de geometría permite introducir de primera mano aspectos asociados con la visualización. En otras palabras, la geometría de Minkowski, interpretada como espacio formal para la geometría del espacio intuitivo –a la manera de Carnap– permite introducir observadores en forma natural. Conviene, entonces, pensar en la posibilidad de hacer fenomenología para ingeniarse una argumentación que permita introducir la polaridad hiperbólica que, en forma natural, permita construir las hipérbolas de calibración. Si esta empresa se logra adelantar con éxito, contaríamos con un espacio geométrico formal (de hecho proyectivo con una modificación que lo convierte en un espacio afín) que podríamos reconocer *a priori* para imponer las propiedades del espacio intuitivo, toda

vez que captura en forma natural el ámbito de la percepción o visualización cercana y que captura también la exigencia básica de la TER, a saber, el reconocimiento de un limite infranqueable para la transmisión de información.

BIBLIOGRAFÍA

Alhacén (2001): *Theory of Visual Perception*, Philadelphia, American Philosophy Society. Edición crítica y traducción al inglés de Mark Smith.

Buekenhout, F. (editor) (1995): *Handbook of Incidence Geometry,* Amsterdam, Elsevier Science B. V.

Busemann, H. & Kelly, P. (1953): *Projective Geometry and Projective Metrics*, New York, Academic Press INC., Publishers.

Carnap, R. (1991): *Der Raum.* Topos Verlag.

Coxeter, H. S. M. (2000): *Projective Geometry*, New York, Springer-Verlag.

Desargues, G. (1864): *Oeuvres*, Paris, Leiber, Éditeur.

Durero, A. (1970): *Unterweisung der Messung*, Wiesbaden, Dr. Martin Sändig oHG.

Einstein, A. (1952): "On the electrodynamics of moving bodies", en Einstein, A. et al. *The principle of relativity*, New York, Dover Publications INC.

Friedman, M. (1992): *Kant and the Exact Sciences*, Cambridge, Mass, Harvard University Press.

Helmholtz, H. (1995): "Origin and Significance of Geometrical Axioms", en Helmholtz, H. *Science and Culture,* Chicago, The University of Chicago Press.

Jammer, M. (1982): *Concepts of Space,* New York, Dover Publications, INC.

Kant, I. (1993): *Kritik der reinen Vernunft*, Hamburg, Felix Meinen Verlag.

Kepler, J. (2000): *Optics, Paralipomena to Witelo & Optical part of Astronomy.* Santafe, New Mexico, Green Lion Press. Traducción al inglés de William Donahue.

Minkowski, H. (1952): "Space and Time", en Einstein, A. et al., *The Principle of Relativity*, New York, Dover Publications INC.

Newton, I. (1977): *Óptica,* Madrid, Ediciones Alfaguara. Traducción al español de Carlos Solís.

Poincaré, H. (1899): "Des Fondements de la Géométrie. A propos d'un livre de M. Russell", *Revue de Metaphysique et de Morale*, 7, pp. 251-279

_____ (1978): "Los principios de la física matemática", en Einstein, A. et al. *La Teoría de la Relatividad* (selección de L. Pearce Williams), Madrid, Alianza Editorial, traducción al español de Miguel Paredes.

Reichenbach, H. (1958): *The Philosophy of Space and Time*. New York, Dover Publications, INC.

Russell, B. (1897): *An essay on the foundations of geometry,* Londres, Cambridge University Press.

_____ (1899): "Sur les Axiomes de la Géométrie", *Revue de Metaphysique et de Morale*, 7, pp. 684-707.

Veblen, O. & Young, J. W. [1910]: *Projective Geometry*, New York, Blaisdell Publishing Company.

PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA

GÉNESIS DE LA TEORÍA GENERAL DE LA RELATIVIDAD*

Juan Carlos Granada E.†

Resumen

Se examina el proceso de génesis de la teoría general de la relatividad, prestando especial atención a la discusión del problema gravitacional dentro de los programas mecánico clásico, electromagnético y relativista. Se caracterizan los trabajos de Einstein dirigidos hacia la construcción de una teoría relativista del campo gravitacional. Así mismo, se exponen las teorías alternativas de la gravedad propuestas por otros autores y se demuestra la influencia que ejercieron sobre Einstein. Se enfatiza el papel desempeñado por Hilbert en la etapa final de este proceso y el impacto de su punto de vista en la formulación del programa de investigación que busca la unificación de las fuerzas de la naturaleza.

---

* El presente artículo es una versión ampliada y revisada del texto de la conferencia que ofrecí, con el mismo título, en el *Simposio Internacional "Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo"*, Universidad del Valle, noviembre de 2005, y que fue publicada en las memorias del evento en CD-ROM, Unidad de Artes Gráficas, Facultad de Humanidades, 2005, Cali-Colombia.

† Profesor del Departamento de Física, Universidad del Valle.
Correo electrónico: granada@univalle.edu.co

INTRODUCCIÓN

Además de la celebración del centenario de la publicación de los legendarios artículos de 1905 y de conmemorar los 50 años de la muerte de Albert Einstein, el año 2005 abre el espacio para la celebración de los 90 años de la culminación del período que llevó a la formulación de la teoría general de la relatividad.

Considerada la más perfecta entre las teorías físicas existentes, este esquema para describir el campo gravitacional y las leyes que lo gobiernan sigue siendo, hoy por hoy, el prototipo de teoría física usado por los físicos en la búsqueda de una descripción unificada de las fuerzas de la naturaleza. La fascinación ejercida por esta teoría obedece en gran parte al hecho de que Einstein la construyó mediante un proceso deductivo, partiendo de una sola propiedad del campo gravitacional, descubierta por Galileo trescientos años antes: la igualdad entre la masa inercial (que determina la aceleración de un cuerpo bajo la acción de una fuerza) y la masa gravitacional (que determina las fuerzas gravitacionales entre un cuerpo y los demás).

Aunque en algunos textos clásicos se ha recalcado que la formulación de la teoría general de la relatividad se anticipó a su época, en el sentido de que la teoría de Newton de la gravitación (a pesar de algunas evidencias experimentales "menores") aún no había entrado en estado de crisis y no se imponía categóricamente la formulación de una nueva teoría del campo gravitacional, no es del todo exacto afirmar que Einstein se encontraba solo en la labor de formular esta nueva teoría. La existencia de diversos programas de investigación, diferentes escuelas científicas y diferentes concepciones metodológicas para la descripción de los fenómenos físicos jugaron un papel fundamental durante los ocho años que llevaron a la formulación final de la teoría general de la relatividad.

Con el fin de tener una idea clara de la génesis de la teoría general de la relatividad, en el presente trabajo se da una caracterización de los programas de investigación planteados a comienzo del siglo XX (programas mecánico clásico, electromagnético y relativista) y se analiza el problema gravitacional dentro de los contextos de dichos programas, enfatizando las dificultades lógico-teóricas enfrentadas por dicho problema. Se examinan los intentos de extensión dinámica de la ley de la gravitación universal (leyes de Weber, Gauss, Riemann y Gerber) y los intentos de explicar la gravitación como manifestación de propiedades electrodinámicas. Se examinan también las propuestas de Poincaré y Minkowski para formular

una extensión de la ley de la gravitación universal dentro del recién planteado programa relativista.

A partir del anterior diagnóstico, se caracterizan los trabajos de Einstein de 1907 y 1911, en los cuales se perfila el camino para la construcción de una teoría del campo gravitacional mediante la extensión del principio de relatividad formulado en 1905.

Se examina a continuación la etapa en la cual se formularon las diversas teorías estacionarias de la gravedad (Abraham y Einstein), enfatizando el papel desempeñado por la discusión Einstein-Abraham en el esclarecimiento de las propiedades relevantes del campo gravitacional a ser tenidas en cuenta en la formulación de la teoría pertinente.

Se exponen así mismo las teorías escalares de Nordström y se recalca el papel que desempeñó la segunda de estas teorías en el convencimiento de Einstein de adelantar el programa indicado junto con Grossmann y que formula claramente la relación entre el campo gravitacional y el tensor métrico, renunciando así definitivamente a la representación escalar de la gravitación.

Se caracteriza, finalmente, la serie de trabajos clásicos que llevaron a Einstein a finales de 1915 a formular las ecuaciones del campo gravitacional y a explicar la precesión del perihelio de mercurio, enfatizando el papel desempeñado por Hilbert en la etapa final de este proceso, que terminó presentando los primeros elementos que llevaron a la formulación del programa de investigación, al cual actualmente se dedican los mayores esfuerzos: la unificación de las fuerzas de la naturaleza.

En la elaboración de esta trabajo se utilizaron ampliamente las monografías de Whittaker (1960), Vizguin (1981), los artículos de Sauer (1998), Logunov, Mestvirishvili and Petrov (2004), Todorov (2005), además del Tomo I de la edición rusa de las obras de Einstein, publicadas bajo la redacción de Tamm et al (1965).

EL PROBLEMA DE LA GRAVITACIÓN ANTES DE 1905

Hacia finales del S. XIX y comienzos del S. XX el problema de la gravitación no se contaba entre los problemas centrales de la física, como sí lo eran el problema del electrón, del átomo, de la radiación del cuerpo negro, entre otros. La anomalía más característica detectada dentro de la teoría newtoniana de la gravedad se consideraba una parte del corrimiento del perihelio de mercurio, que no había podido ser explicada mediante teoría de perturbaciones. Sin embargo, no se puede afirmar que estas

dificultades de la teoría newtoniana para explicar una observación anómala constituyeran el punto de partida de una crisis en la teoría existente.

Antes de la formulación de las ecuaciones del campo electromagnético, la concepción dominante acerca de la gravedad era la basada en la mecánica newtoniana (programa mecánico clásico). Sin embargo, a finales del S. XIX empieza a plantearse la cuestión de describir la gravedad en términos de la síntesis electromagnética de los fenómenos físicos (programa electromagnético). Al formularse la teoría especial de la relatividad hace exactamente 100 años, surge la inquietud de describir la gravedad con base en el principio de relatividad (programa relativista). Caractericemos brevemente estos programas.

El programa mecánico clásico es la síntesis de la física con base en las leyes de Newton, la teoría newtoniana de la gravedad y las correspondientes representaciones del espacio y del tiempo. Los conceptos fundamentales en este programa están determinados por las representaciones newtonianas sobre la gravedad; en efecto, la ley de la gravitación universal lleva implícita una concepción de espacio euclídeo; el carácter de largo alcance de la interacción gravitacional implica una concepción de espacio y tiempo absolutos; la masa es tanto medida de inercia como de interacción gravitacional, y está basada en la representación de cantidad de sustancia. Las propiedades de las fuerzas consideradas en el programa mecánico clásico derivan de la representación de la fuerza de gravedad.

El programa electromagnético es la síntesis electromagnética de la variedad de fenómenos físicos. La fundamentación electrodinámica de los conceptos de masa y fuerza se hace con base en las siguientes premisas: *(i)* el éter electromagnético es una realidad primaria; *(ii)* las cargas son estados excitados del éter; *(iii)* la materia consta de estas partículas; *(iv)* la masa inercial de las partículas cargadas tiene origen electromagnético. Para incluir la gravedad dentro de tal programa, Lorentz postuló la existencia de masas longitudinal y transversal de un electrón, considerando a este último como una esfera deformable. En contraste con esta concepción, Abraham consideraba al electrón como una esfera no deformable con masas longitudinal y transversal. Wacker y Wilkens aplicaron la dependencia de la masa con la velocidad a la descripción del movimiento de los planetas.

El programa relativista, por su parte, es la síntesis de la variedad de fenómenos físicos con base en la universalidad del espacio y del tiempo y en el principio de relatividad relacionado con el espacio y el tiempo (covariancia de Lorentz de las ecuaciones fundamentales de la física). Entre las herramientas metodológicas de este programa destacan el uso de

procedimientos de medición con reglas, relojes, sistemas de referencia y señales luminosas, el principio de observabilidad de las magnitudes físicas fundamentales (al menos a nivel de experimentos mentales), el principio de correspondencia con la física Newtoniana y la no existencia de sistemas de referencia privilegiados. Este programa se basa además en el principio básico de perfección interna (sencillez, unidad, concordancia) y en el criterio de simetría (los modelos deben reflejar las simetrías existentes a nivel experimental[1]). La Teoría Especial de la Relatividad, punto culminante de este programa, es la respuesta a las profundas anomalías aparecidas en la electrodinámica con base en los postulados de relatividad (todos los fenómenos de la física, incluido el electromagnetismo, tienen la misma forma en todos los sistemas inerciales de referencia) y de constancia de la velocidad de la luz (la velocidad de la luz en el espacio libre tiene un valor definido independiente del movimiento de la fuente y del observador). Sin embargo la pregunta natural que surgió una vez se planteó esta teoría es ¿cómo extender esta nueva concepción al problema de la gravedad?

Examinemos con más detalle el problema gravitacional dentro de estos programas.

EL PROBLEMA GRAVITACIONAL DENTRO DEL PROGRAMA MECÁNICO CLÁSICO

Dentro de este programa, el problema gravitacional siguió las siguientes etapas de desarrollo: *(i)* Transformación de la concepción newtoniana de la gravedad de hipótesis en teoría y aparición del programa mecánico-clásico, que culmina con la formulación de la ley de la gravitación universal. *(ii)* Elaboración del formalismo matemático (cuasi-campo) que culmina con

[1] Los tres trabajos clásicos de 1905 inician recalcando imperfecciones lógico-teóricas de las teorías existentes. En el trabajo *Nueva definición del tamaño de las moléculas* se indica que "las más antiguas definiciones de la verdadera magnitud del tamaño de las moléculas se han basado en la teoría cinética de los gases, mientras que los fenómenos físicos observados en los líquidos hasta el momento no han sido utilizados para hallar estas magnitudes" . En el trabajo *Sobre un punto de vista heurístico, relacionado con la aparición y transformación de la luz* Einstein recalca que "existe una profunda diferencia entre las representaciones teóricas de los físicos sobre los gases y otros cuerpos ponderables y la teoría maxwelliana de los procesos electromagnéticos en el denominado espacio libre". Finalmente, *Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento* inicia con la frase "se sabe que la electrodinámica de Maxwell, en su forma actual, al ser aplicada a los cuerpos en movimiento lleva a asimetrías que, aparentemente, no son propias a los fenómenos mismos". En todos estos trabajos se recalca que estas asimetrías existen a nivel de teoría, no a nivel experimental y por lo tanto es imperativo lograr acuerdo entre estos dos niveles.

la formulación de la ecuación de Poisson para el potencial gravitacional. *(iii)* Visualización de las dificultades (corrimiento del perihelio de mercurio y paradoja gravitacional). La concepción mecánico-clásica de la gravedad presenta una serie de dificultades lógico-teóricas, entre las que destacan el *fenomenologismo* (imposibilidad de deducir la ley de la gravitación universal de leyes más fundamentales junto con la asimetría entre los niveles de descripción fenomenológico y microscópico), *aislacionismo* (imposibilidad de asociar la gravedad con otras teorías físicas, además de la posición privilegiada de la gravedad frente a otras interacciones), *instantismo* (acción a distancia instantánea), *apriorismo geométrico* (presunción injustificada desde el punto de vista físico de una estructura euclídea del espacio), *absolutismo geométrico* (existencia de absolutos espacio-temporales que no se someten a la influencia de los cuerpos en movimiento y los campos), *empirismo* (imposibilidad de explicar la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitacional; la masa inercial entra en la expresión para la ley de la gravitación universal, pero no entra en otras interacciones).

EL PROBLEMA GRAVITACIONAL DENTRO DEL PROGRAMA ELECTROMAGNÉTICO

Con anterioridad a la formulación de las ecuaciones de Maxwell, fueron realizados intentos de explicar la gravedad como manifestación de las propiedades eléctricas y magnéticas de la materia, de los cuales el más notable es la teoría de Mossotti (1836), de acuerdo con la cual la gravedad es resultado de que la magnitud de la atracción entre cargas distintas es diferente a la magnitud de la repulsión entre cargas iguales. La igualdad entre las masas inercial y gravitacional se obtiene de manera exacta ya que ambas son proporcionales al número de corpúsculos en el átomo.

También fueron propuestas generalizaciones dinámicas de la ley de la gravitación universal (Weber, Gauss, Riemann y Gerber), de las cuales la más notable es la de Gerber (1898), que modifica el potencial de interacción newtoniano GM/r por

$$[GM/r][1+(2/c)(dr/dt)+(3/c^2)(dr/dt)^2]$$

(siendo c la velocidad de la luz) y que explica para el corrimiento del perihelio de mercurio el valor no explicado de 43´´[2].

[2] Como lo señaló Laue en 1920, la fórmula de Gerber no tiene ninguna relación con la teoría general de la relatividad, ya que fue "adivinada" simplemente para coincidir con un valor observado, y no obtenida a partir de principios físicos fundamentales.

Cuando hacia finales del S XIX la concepción maxwelliana del electromagnetismo logra su aceptación general entre la comunidad científica, Lorentz (1900) propone dos variantes que reducen la gravitación al electromagnetismo. En ellas se parte de la concepción de Mossotti y se generalizan las ecuaciones del movimiento de cargas en campos electromagnéticos. Al considerar que la inercia de la materia tiene origen electromagnético, se explica la proporcionalidad entre la masa inercial y la gravitatoria, se predice una velocidad finita para la propagación de la gravedad. Sin embargo, no se explica la anomalía en el corrimiento del perihelio de mercurio y se llega a una fuerte contradicción: en el marco de la concepción electromagnética no puede haber atracción sin absorción de radiación, lo que lleva a la aparición de calor (Poincare demostró que para la tierra la temperatura debería crecer 10 billones grados por seg.), lo que obliga a renunciar a la ley de conservación de la energía para compensar esta rata de aparición de calor.

En el contexto de la relatividad especial, Poincare (1905) y Minkowski (1908) propusieron teorías electromagnéticas de la gravedad en las que mostraron que es posible encontrar expresiones para la fuerza de atracción entre dos masas puntuales que satisfagan la invariancia de Lorentz y se reduzcan a la ley de Newton para velocidades pequeñas. Sin embargo, la pregunta que dejaron abiertas estas propuestas es ¿cómo generalizar la ecuación de Poisson, de tal manera que se reflejen los postulados de la relatividad especial? Es precisamente en esta etapa de desarrollo cuando se inicia de manera sistemática el estudio del problema de la gravitación dentro del programa relativista.

El principio de equivalencia (1907 y 1911)

Luego de la publicación de su trabajo pionero (Einstein, 1905, p.7)[3] Einstein en 1907 empieza a manifestar su insatisfacción con la teoría especial de la relatividad, dado que ésta no incorporaba el movimiento acelerado en los sistemas de referencia. Parte de esta insatisfacción se basaba en el criticismo de Mach de la "monstruosa noción de espacio absoluto" en la mecánica newtoniana y en la indicación de este autor que recalcaba interpretar la interacción entre masas en un lenguaje puramente cinemático (con base en el concepto de aceleración), entendiendo la inercia como propiedad de los cuerpos en relación a las masas alejadas

[3] Las páginas indicadas en las citas de los trabajos de Einstein corresponden a las del tomo I de la edición en ruso de sus trabajos (Tamm I.E., Ya.A. Smorodinskiy y B.G. Kuznetsov, (1965))

del universo. En su artículo *sobre el principio de la relatividad y sus consecuencias* Einstein (1907, p 65) manifiesta la necesidad de resolver dos problemas: *(i)* extender el principio de relatividad a sistemas no-inerciales de referencia y *(ii)* construir una teoría del campo gravitacional partiendo de una descripción del campo gravitacional (homogéneo) sobre una base puramente geométrico-cinemática. La motivación para tal planteamiento es la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitacional, la cual es casual en la mecánica newtoniana, aunque experimentalmente se cumple exactamente. Así, llega Einstein a la idea de que *para un observador que cae libremente del techo de una casa no existe campo gravitacional* (por lo menos a su alrededor). De este principio (bautizado más tarde con el nombre de principio de equivalencia), Einstein deduce que la velocidad de la luz a lo largo de una dirección ξ de un campo gravitacional homogéneo depende del potencial gravitacional Φ como $c(\Phi)=(1+\Phi/c^2)$ y los rayos que no se mueven en la dirección ξ se doblan bajo la acción del campo gravitacional. Ya para esta época, Einstein había manifestado en privado la posibilidad de aplicar su principio a considerar el desplazamiento secular aún sin explicar del perihelio de mercurio. Sin embargo, la prevención de Einstein acerca de las matemáticas y su concepción de que la física es esencialmente una ciencia concreta e intuitiva constituyeron un serio obstáculo para la rápida formulación de una teoría de la gravedad en los términos del programa relativista y fueron precisos cuatro años (hasta 1911) para que Einstein retomara su interés en el problema del campo gravitacional. Durante los años de 1908-1911 la atención de Einstein se concentró en el problema cuántico y en la física estadística, aunque en este período se expresa por primera vez la necesidad de construir una teoría unificada de campos, partículas y cuantos (limitada en este caso al programa electrodinámico). Pero en Junio de 1911, luego de su estadía en Praga, Einstein (1911, p. 165) retoma la discusión de 1907, en la cual se renuncia explícitamente a la constancia de la velocidad de la luz en presencia de un campo gravitacional. Una de las implicaciones más importantes de este proceso es que se pierde la interpretación física elemental de las coordenadas (su diferencia ya no se puede medir con simples regla y reloj).

El siguiente paso importante lo dará Einstein en 1912, cuando inicia su colaboración con Marcel Grossmann en Zurich. Sin embargo, durante este intervalo de tiempo tiene lugar el intento de construir teorías escalares de la gravedad, con la participación activa de Max Abraham, el propio Einstein y Gunnar Nordström. Examinemos este proceso.

PRIMERA TEORÍA DE ABRAHAM (1911)

Inmediatamente después de la publicación del artículo de 1911, donde Einstein formula definitivamente el principio de equivalencia, Max Abraham propone una teoría de la gravedad basada en la Teoría Especial de la Relatividad, y en el principio de equivalencia que postula para el potencial gravitacional del campo gravitacional la ecuación

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2}\right)=4\pi G\rho, \quad u=ict,$$

que generaliza la ecuación de Poisson al cambiar el operador de Laplace por el operador de D´Alembert. Esta es una teoría de carácter escalar, con lo que se supera la dificultad señalada por Maxwell de que la energía propia del campo gravitacional es negativa. Con base en esta teoría, Abrahams predice que la velocidad de la luz depende del potencial gravitacional en la forma $c(\Phi)=(1+\Phi/c^2)$, reproduciendo los resultados obtenidos anteriormente por Einstein con base únicamente en el principio de equivalencia. Adicionalmente, predice para el corrimiento del perihelio de mercurio un valor secular $\delta\phi=14''$. Finalmente, la teoría propuesta por Abraham predice la existencia de ondas gravitacionales.

Sin embargo, esta teoría se relaciona mal con el programa relativista. Tal como lo demostró Einstein (1912a, p. 189), esta teoría viola la covariancia de Lorentz incluso a nivel local, de donde se infiere la contradicción interna de la teoría de Abraham al basarse tanto en el principio de equivalencia como en la teoría especial de la relatividad.

PRIMERA TEORÍA ESTACIONARIA DE EINSTEIN

A pesar de la crítica a la que sometió la primera teoría de Abraham, algunas ideas son tomadas por Einstein (1912a, p. 189) para proponer su propia teoría escalar de la gravedad, en la cual se postula una dependencia de la velocidad de la luz con respecto a las coordenadas de la forma $c=c_0+ax$, donde a/c_0 es la intensidad del campo gravitacional. Así, c satisface la ecuación de Laplace. Einstein extiende esta ecuación a una semejante a la de Poisson en la forma $\nabla^2 c=4\pi k\rho$. (más adelante se demuestra que esta ecuación entra en contradicción con el principio de acción y reacción). Se obtienen las ecuaciones del movimiento de un punto material en un campo gravitacional estacionario y la ley de conservación de la energía en un campo gravitacional. Se examina, así mismo, la influencia de la

gravedad sobre los procesos electromagnéticos y termodinámicos. Sin embargo, el mayor valor de este trabajo radica en la formulación de la idea de que la geometría puede ser diferente a la euclídea en presencia de un campo gravitacional. En particular, en un sistema que rota uniformemente la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro es diferente a π e virtud de la contracción de Lorentz que experimentan el patrón usado para determinar la longitud de la circunferencia.

SEGUNDA TEORÍA ESTACIONARIA DE EINSTEIN

A raíz de la publicación de los primeros variantes de teoría de la gravedad basados en el principio de equivalencia, surge entre Einstein y Abraham una discusión, en la cual el segundo acusa al primero de quebrantar los fundamentos de la teoría de la relatividad al introducir en el principio de equivalencia la necesidad de considerar una velocidad de la luz que varía con las coordenadas. Mientras Abraham veía en esto un punto débil del programa relativista, que indicaba la necesidad de retomar los derroteros del programa electromagnético, Einstein, al contrario, vio en ello la oportunidad de ampliar los alcances del programa relativista. Para que la ecuación del campo sea compatible con el principio de acción y reacción, se proponen dos soluciones: *(i)* En el experimento mental propuesto para formular el principio de equivalencia se considera una caja cerrada sin masa; en esta nueva versión de su teoría escalar, Einstein propone asignar a las paredes de la caja una masa gravitacional, con lo que contradice la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitacional. *(ii)* Alterar las ecuaciones del campo, lo que implica salir de los límites del principio de equivalencia y examinar campos no homogéneos. La ecuación de Poisson se modifica de tal manera, que incluye un término proporcional al cuadrado del gradiente de la velocidad de la luz, que se interpreta como la densidad de energía del campo gravitacional. En esta teoría el principio de equivalencia es válido sólo para campos débiles. Sin embargo, la pregunta que surge es ¿Cómo pasar a una teoría con campos no estacionarios? Einstein indica que las ecuaciones para el potencial gravitacional se pueden obtener de un principio variacional para la métrica $ds^2=[c(x,y,z)]^2dt^2- dl^2$, en la cual el tensor de curvatura y el tensor de Ricci son diferentes de cero. Así, la reformulación de la teoría de los campos estáticos en el lenguaje de la geometría diferencial lleva a la concepción de espacio-tiempo curvo.

LA SEGUNDA TEORÍA DE ABRAHAM (1912)

Esta teoría toma de la segunda teoría estacionaria de Einstein la idea de que el papel de potencial gravitacional lo desempeña la raíz cuadrada de la velocidad de la luz. Esta teoría evidenció el carácter contradictorio de las teorías escalares de la gravitación en el marco del programa relativista. La aparición de esta teoría coincide con el inicio de la colaboración de Einstein con Grossmann, que llevaría a la publicación en 1913 del crucial *proyecto de una teoría generalizada de la relatividad y de la teoría de la gravitación.* Sin embargo, aún deberían aparecer dos teorías adicionales, dentro de la concepción escalar de la gravedad, que tendrían su influencia en el establecimiento del carácter tensorial de la gravedad.

LA TEORÍA DE EINSTEIN-GROSSMAN

En el *proyecto de una teoría generalizada de la relatividad y de la teoría de la gravitación*, publicado por Einstein y Grossmann (1913, p. 273), se compendian todos los trabajos publicados por Einstein sobre la teoría del campo gravitacional (Einstein (1907, 1911)) y se formula claramente la relación entre el campo gravitacional y el tensor métrico, renunciando definitivamente a la representación escalar del campo gravitacional. El intervalo de la teoría especial de la relatividad $ds^2=c^2dt^2-c^2dx^2-c^2dy^2-c^2dz^2$ toma ahora la forma $ds^2=g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}$. Las componentes del tensor métrico $g_{\mu\nu}$ (que expresan la estructura del espacio-tiempo), se identifican con las componentes del potencial gravitacional. Se renuncia así definitivamente a la representación escalar de la gravitación. La teoría de la gravitación adquiere doble carácter: *(i)* Es una teoría tensorial del campo gravitacional; *(ii)* es una teoría del espacio-tiempo. El movimiento inercial del punto material se interpreta como la línea geodésica en el 4-espacio. Así, es la métrica la que adquiere sentido físico, y no las coordenadas. Adquieren también sentido físico las ecuaciones del movimiento, como ecuaciones geodésicas. En el entorno de un punto la métrica, mediante una transformación lineal de coordenadas, se puede reducir a la forma de Minkowski, y por lo tanto localmente es válida la teoría de la relatividad especial.

En la parte matemática del programa propuesto, Grossmann define los tensores de curvatura y de Ricci y estima que el tensor de Ricci puede ser usado para la formulación de una teoría covariante de la gravedad, lo cual constituye un gran paso hacia la formulación de la teoría general

de la relatividad. La covariancia se entiende en este caso como la independencia de los resultados físicos con respecto a la elección de las coordenadas, las cuales se escogen por mera conveniencia. Sin embargo, Einstein y Grossmann renuncian a la covariancia general de las ecuaciones del campo gravitacional, ya que según ellos, se violan los principios de correspondencia (en el límite newtoniano no son compatibles con la ecuación de Poisson), causalidad y conservación de la energía. En particular, la exigencia de causalidad significa que las 10 componentes del tensor métrico $g_{\mu\nu}$ deben determinarse de manera unívoca por el tensor energía-esfuerzo, lo cual sabemos ahora que no es así, ya que en las ecuaciones del campo gravitacional sólo seis de las diez componentes de la métrica son independientes. En el programa, Einstein y Grossmann proponen en calidad de ecuaciones del campo gravitacional un conjunto de ecuaciones invariantes únicamente frente a transformaciones lineales de coordenadas. Serían necesarios dos años adicionales para que Einstein encontrara las ecuaciones covariantes del campo gravitacional.

PRIMERA Y SEGUNDA TEORÍAS DE NORDSTRÖM (1913, 1914)

Como se indicó anteriormente, durante la publicación del *programa* aparecieron dos teorías adicionales propuestas por Nordström dentro de la concepción escalar de la gravedad. La primera teoría de la gravitación propuesta es una teoría escalar dentro del programa relativista. Supone que la velocidad de la luz c es constante (es decir, es invariante en el sentido de Lorentz). La ecuación de Poisson es modificada en el sentido de la primera teoría de Abraham. Se supone que la masa en reposo de la partícula depende del potencial gravitacional en la forma $m_0(\Phi)=m_0(0)\exp(\Phi/c^2)$. La fuente del campo gravitacional no está adecuadamente definida. Cuando esta teoría es propuesta, aparece el trabajo fundamental de Einstein y Grossman de 1913 que reseñamos anteriormente. A pesar de algunas dificultades señaladas por Einstein, Nordström considera que el mayor logro de su teoría es haber conservado el postulado de la constancia de la velocidad de la luz. A diferencia de las teorías de Einstein y Abraham, esta teoría no predice la desviación de la luz en presencia de un campo gravitacional y obtiene para el corrimiento del perihelio de mercurio un valor tres veces menor que el observado. Estos resultados contribuyeron en cierta medida a llamar la atención en el programa tensorial de Einstein-Grossmann.

La segunda teoría de Nordström considera que la constante gravitacional G depende del potencial. La teoría es covariante frente a las transformaciones

de Lorentz y en ella tiene lugar el principio de equivalencia. En calidad de fuente del campo se toma la traza del tensor energía-esfuerzo (Laue). Einstein y Fokker (Einstein y Fokker, 1914, p. 305) en un trabajo titulado *Teoría de la gravitación de Nordström desde el punto de vista del cálculo diferencial absoluto* demostraron, a la luz del *programa* de Einstein, Grossmann que esta teoría se puede deducir del intervalo $ds^2=g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu =\Phi^2(dx^2+dy^2+dz^2-c^2dx^2)$; por lo tanto, las ecuaciones del movimiento se pueden obtener a través de la ecuación de la geodésica. La ecuación del campo que se obtiene muestra que la curvatura escalar R es proporcional a la traza del tensor energía-esfuerzo T.

FORMULACIÓN DE LA TEORÍA GENERAL DE LA RELATIVIDAD

Examinemos ahora la serie de trabajos que llevaron a Einstein a formular las ecuaciones definitivas del campo gravitacional.

En el trabajo *Sobre el estado actual del problema de la gravitación* (Einstein, 1913, p. 273), se formula claramente la diferencia entre las teorías escalares de la gravitación (en las cuales el potencial gravitacional es un escalar) y las teorías tensoriales (que implican la introducción de una curvatura del espacio). Se indica la posibilidad de verificar la desviación de la luz en un campo gravitacional mediante observaciones durante un eclipse solar. Tal experimento no pudo ser realizado debido al estallido de la primera guerra mundial.

En el artículo *Sobre la teoría general de la relatividad* (Einstein, 1915a, p.425) se restituye el principio de covariancia de las ecuaciones, pero a un alto precio. Las ecuaciones del campo gravitacional obtenidas son $R_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$, las que son correctas en las regiones del espacio fuera de las fuentes del campo. Sin embargo, estas ecuaciones se obtienen bajo la suposición de que la métrica es plana conformemente (es decir, $g_{\mu\nu}=\Psi^2\eta_{\mu\nu}$), con lo que se da un paso atrás al retornar a las teorías escalares de la gravedad.

En el trabajo *Explicación del movimiento del perihelio de mercurio en la teoría general de la relatividad* (Einstein, 1915b, 439) las ecuaciones obtenidas en el artículo anterior son aplicadas para calcular diversos efectos en las regiones del espacio libres de materia $R_{\mu\nu}=0$. El primer efecto considerado es la desviación de los rayos de luz al pasar cerca del sol, obteniéndose el doble del valor deducido en los cálculos anteriores. Para un rayo de luz que pasa cerca de la superficie solar ($\Delta=7\times10^5$ km, $r_g=3$ km) tenemos $\delta\varphi=1{,}75''$. El segundo efecto analizado es la desviación

del perihelio de mercurio, descubierta por Leverrier.

En el trabajo *Ecuaciones del campo gravitacional* (Einstein, 1915c, 448) por primera vez aparecen las ecuaciones correctas del campo gravitacional $R_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{c^4}\left(T_{\mu\nu}-\frac{1}{2}Tg_{\mu\nu}\right)$. Se termina así la construcción de la teoría general de la relatividad.

En el caso cuando $g_{00}=1+2\Phi/c^2$, $T_{00}=\rho c^2$ las ecuaciones de Einstein toman la forma $\frac{\partial^2 g_{00}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g_{00}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 g_{00}}{\partial z^2}=\frac{8\pi G}{c^2}\rho$ que corresponden a la ecuación de Poisson.

La primera exposición detallada de la teoría general de la relatividad fue presentada por Einstein (Einstein, 1916, p.452) en su trabajo *Fundamentos de la teoría general de la relatividad*. En la introducción Einstein introduce por primera vez el término "*teoría especial de la relatividad*". Allí aparece también por primera vez la convención de Einstein de suprimir el símbolo de sumatoria cuando aparecen dos índices repetidos.

EL APORTE DE HILBERT A LA FORMULACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL CAMPO GRAVITACIONAL

Casi simultáneamente con la formulación de la teoría general de la relatividad por Einstein, Hilbert dio una derivación de ésta a partir de un principio único. Este aporte de Hilbert es resultado de un proceso que inicia desde 1912 cuando, después de formular la teoría de las ecuaciones integrales lineales, dedica su atención a la realización del programa formulado en su sexto problema: axiomatizar aquellas ramas de la física en las cuales la matemática juega un papel preponderante (para más detalles, véase Sauer, 1998, p. 529). En este proceso jugaron un papel importante las ideas básicas de la teoría que en 1912 formuló Gustav Mie, la cual pretendía ser una teoría completa de la física, basada en el principio de que el campo electromagnético y sus fuentes son suficientes para describir el mundo físico[4]. Hilbert plantea aplicar la axiomatización de la física a la teoría electrónica de Mie junto con el programa de Einstein-Grossmann. De la teoría de Mie Hilbert adoptó el axioma de que todas las entidades físicas del universo (tanto de origen gravitacional, como electromagnético) pueden ser descritas mediante una función universal que depende de la métrica, sus primeras y segundas derivadas con respecto a las 4-coordenadas, así como del 4-potencial electromagnético y sus primeras derivadas con respecto a las 4-coordenadas. Con base en esto, Hilbert obtiene las ecuaciones del campo electromagnético y las ecuaciones del campo gravitacional (véanse

[4] Los aspectos básicos de la teoría de Mie se pueden encontrar en Whittaker (1960), pp. 153.

los detalles en Logunov, 2004, 607). Es importante recalcar el contraste que siguen los caminos de Einstein y Hilbert, para llegar a las ecuaciones del campo gravitacional, el cual queda evidenciado en la siguiente tabla, adaptada de Vizguin, 1981, p. 307:

Einstein	Hilbert
Utiliza una vía físico-constructiva.	Utiliza una vía axiomático-deductiva.
Tiende al equilibrio de los aspectos físicos y matemáticos.	Hay una ventaja evidente del aspecto matemático sobre el físico.
La teoría general de la relatividad no tiene relación con la teoría del campo unificado (en el sentido de Mie).	Las ecuaciones del campo gravitacional se derivan de un principio variacional unificador.
Se tiende a evitar cualquier representación hipotética de la estructura de la materia, en particular, de la naturaleza electromagnética de la materia.	Se utilizan representaciones sólidamente establecidas sobre la naturaleza electromagnética de la materia.
Se presta especial atención al lado empírico (experimental).	Se ignora el lado empírico (experimental).

El valor de este aporte de Hilbert radica en que las ecuaciones fundamentales de dos fenómenos físicos (la gravitación y el electromagnetismo) se obtienen a partir de un principio unificador. A pesar de que la valoración inicial de Einstein hacia este trabajo fue escéptica, el trabajo de Hilbert fue la primera propuesta, de toda una serie de teorías del campo unificado (incluidas las de Einstein posteriores a la formulación de la teoría general de la relatividad) basadas en la concepción relativista general. Además, este trabajo ocupa un lugar especial en la historia del descubrimiento de uno de los principios fundamentales de la física teórica: la relación entre las simetrías y las leyes de conservación (teorema de Noether).

Conclusión

Así, al examinar el proceso de génesis de la teoría general de la relatividad, quedan evidenciados el papel jugado por la discusión del problema gravitacional dentro de los diferentes programas científicos vigentes al iniciar el siglo XX y la forma como en ese proceso de discusión se despejó la vía hacia la construcción del grandioso edificio de la teoría einsteiniana del campo gravitacional. El análisis muestra además que, como resultado de este proceso surge un nuevo programa de investigación que busca la unificación de las fuerzas de la naturaleza, programa que ha permeado la evolución de la física durante el Siglo XX y que aún permanece vigente en los inicios del S XXI.

BIBLIOGRAFÍA

Einstein, A. (1905): *Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*, en Tamm et al (1965), pp. 7-35. La versión en español de este trabajo se encuentra en Hawking (2001) y Stackel (2001).

_____ (1907): *Sobre el principio de relatividad y sus consecuencias*, en Tamm et al (1965), pp. 65-114.

_____ (1911): *Acerca de la influencia de la fuerza de gravedad en la propagación de la luz*, en Tamm et al (1965), pp. 165-174. La versión en español de este trabajo se encuentra en Hawking (2001).

_____ (1912a): *Velocidad de la luz y campo gravitacional estático*, en Tamm et al (1965), pp. 189-201.

_____ (1912b): *Acerca de la teoría del campo gravitacional estático*, en Tamm et al (1965), pp. 202-216.

_____ (1913): *Sobre el estado actual del problema de la gravitación*, en Tamm et al (1965), pp. 273-298.

_____ (1914): *Fundamentos formales de la teoría general de la relatividad*, en Tamm et al (1965), pp. 326-384.

_____ (1915a): *Sobre la teoría general de la relatividad*, en Tamm et al (1965), pp. 425-434.

_____ (1915b): *Explicación del movimiento del perihelio de mercurio en la teoría general de la relatividad*, en Tamm et al (1965), pp. 439-447.

_____ (1915c): *Ecuaciones del campo gravitacional*, en Tamm et al (1965), pp. 448-451.

_____ (1916): *Fundamentos de la teoría general de la relatividad*, en Tamm et al (1965), pp. 452-504. La versión en español de este trabajo se encuentra en Hawking (2001).

Einstein, A. y Grossmann, M. (1913): *Proyecto de una teoría generalizada de la relatividad y de la teoría de la gravitación*, en Tamm et al (1965), pp. 227-266.

_____ (1914): *Propiedades covariantes de las ecuaciones del campo en la teoría de la gravedad, basadas en la teoría generalizada de la relatividad*, en Tamm et al (1965), pp. 399-409.

Einstein, A. y Fokker, A.D. (1914): *Teoría de la gravitación de Nordström desde el punto de vista del cálculo diferencial absoluto*, en Tamm et al (1965), pp. 305-312.

Hawking, S. (editor) (2001): *A hombros de gigantes*, Editorial Crítica, Drakontos, Madrid.

Logunov, A.A.; Mestvirishvili, M.A. y Petrov, V.A. (2004): *How were the Hilbert-Einstein equations discovered?* Uspekhi Fizicheskikh Nauk 174 663-621 (English translation: Physics-Uspekhi 47 (2004) 607-621); arXiv: physics/0405075.

Sauer, T. (1999): *The relativity of discovery: Hilbert's first note on the Foundations of Physics*, Arch. Hist. Exact Sci. 53 529-575; arXiv:physics/9811050.

Stackel, J. (editor) (2001): *Einstein 1905: un año milagroso,* Editorial Crítica, Drakontos, Madrid.

Tamm, I.E.; Smorodinskiy, Ya.A. y Kuznetsov, B.G. (1965): *Recopilación de las Obras científicas de Einstein: Tomo I*, Nauka, Moscú.

Todorov, I.T. (2005): *Einstein and Hilbert: The Creation of General Relativity* arXiv:physics/0504179

Vizguin, V.P. (1981): *Teoría relativista de la gravitación. Fuentes y formación. 1900-1915*, Nauka, Moscú.

Whittaker, E. (1960): *A history of the theories of aether and electricity* (vol. II), Harper and Brothers,

LA REALIDAD DEL ESPACIO FÍSICO: ENTRE TEORÍA Y EXPERIENCIA*

Germán Guerrero Pino†

Pascal situó al hombre a mitad de camino entre los ángeles y las bestias.
Es de esta posición, pensaba él, de la que surge la "situación humana".
La ciencia, el glorioso logro del hombre moderno, se halla análogamente
situada entre la matemática pura y la experiencia sensorial bruta:
es de la tensión conceptual generada entre estas coordenadas polares
de la que provienen las perplejidades *filosóficas* sobre la ciencia.
N. R. Hanson (1971)

---

* Una primera versión de este trabajo la presenté, en junio de 2007, como requisito para ascender a la categoría de profesor titular dentro del escalafón de la Universidad del Valle. Los profesores Carlos Emilio García, Universidad de Caldas y Universidad de Manizales, y Jairo Roldán Charria, Universidad del Valle, fueron los pares académicos en la sustentación del mismo, a quienes agradezco por sus útiles comentarios y sugerencias que permitieron mejorarlo.

El escrito es una fusión, en el buen sentido de la palabra, de partes de tres trabajos anteriores míos: "Geometrías pura y aplicada desde el enfoque sintáctico-axiomático de las teorías", *eidos*, Revista de Filosofía de la Universidad del Norte, No. 3 Julio 2005, pp. 60-82; "Teoría kantiana del espacio, geometría y experiencia", *Praxis Filosófica*, nueva serie, No. 20, Enero-Junio 2005, pp. 31-68; y "Einstein y la realidad del espacio: Realismo y convencionalismo", *Praxis Filosófica*, nueva serie, No. 22, Enero-Junio 2006, que es una versión mejorada del artículo "El debate convencionalismo/ realismo en el contexto de la teoría de la relatividad", Memorias del *Simposio Internacional Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo*, noviembre 28 a diciembre 2 de 2005, Programa Editorial Facultad de Humanidades, Universidad del Valle.

† Profesor del Departamento de Filosofía, Universidad del Valle.

Correo electrónico: germangu@univalle.edu.co

Resumen

El escrito tiene dos objetivos estrechamente vinculados, aunque el tema sea único: el primero es de carácter general y hace una reflexión filosófica sobre la relación entre teoría y realidad, y el segundo tiene un carácter más particular al circunscribir dicha relación a lo que tiene que ver con el estatus ontológico (la realidad) del espacio físico. Además la reflexión tiene una orientación histórica ya que analiza en forma crítica las propuestas más determinantes al respecto, los puntos de vista de Euclides, Newton, Leibniz, Kant, Poincaré y Einstein, principalmente.

INTRODUCCIÓN

El presente escrito tiene dos objetivos estrechamente vinculados, aunque el tema sea único: el primero es de carácter general y hace una reflexión filosófica sobre la relación entre teoría y realidad, y el segundo tiene un carácter más particular al circunscribir dicha relación a lo que tiene que ver con el estatus ontológico (la realidad) del espacio físico. Además la reflexión tiene una orientación histórica ya que analiza en forma crítica las propuestas más determinantes al respecto, los puntos de vista de Euclides, Newton, Leibniz, Kant, Poincaré y Einstein, principalmente.

La primera inquietud, la relación entre teoría y realidad, tiene que ver con preguntas como: ¿hasta dónde están determinadas las teorías científicas por la observación y la experiencia?, ¿las teorías son un fiel reflejo de la realidad y llegamos a ellas por un proceso paulatino de abstracción a partir de la experiencia? o, por el contrario, ¿las teorías se basan en principios lógicos que condicionan toda nuestra experiencia, de tal modo que no podemos concebir principios contrarios a ellos, ni tener experiencias que los contradigan? En el primer caso apoyamos un **empirismo extremo** y en el segundo un **apriorismo de tipo kantiano**, pero en ambos casos nos encontramos con una coincidencia entre teoría y realidad. En el empirismo la experiencia se impone y en el apriorismo la razón domina.

Tenemos vías intermedias a las anteriores (cuya formulación no es tan simple) que defienden que las teorías contienen muchos elementos conceptuales que son libres construcciones de la mente humana; pero entonces la pregunta que surge es ¿qué tan vinculadas se encuentran estas construcciones conceptuales con la realidad, una vez que se ha confirmado suficientemente bien la teoría? En este punto encontramos dos alternativas: una es la que prefieren los realistas moderados, si contamos con suficiente evidencia a favor de la teoría, entonces hemos de admitir que sus

construcciones conceptuales refieren al mundo (veremos que Einstein se aproxima a esta posición en lo que tiene que ver con su concepción sobre el espacio); la otra posición, que se conoce como antirrealismo, es la que defienden los empiristas moderados, y dice así: aunque la teoría esté bien confirmada, en la mayoría de los casos, no tenemos evidencia suficiente para concluir que los constructos conceptuales hablan del mundo (veremos que el convencionalismo de Poincaré, en lo referente al espacio, está más próximo a esta vía).

Esto es en los términos generales de teorías, pero en los términos concretos del espacio o de la geometría, entendiendo a esta como el estudio del espacio, la anterior reflexión toma la siguiente forma. La cuestión general que surge es ¿qué tan relacionado está el concepto de espacio (de la teoría general de la relatividad, si se quiere) con la experiencia? O, en términos de la geometría, ¿de dónde proceden los primeros principios de la geometría?, ¿cuál es la naturaleza de los axiomas geométricos? En la línea empirista estaríamos dispuestos a afirmar que el espacio se nos revela a nuestros sentidos o a nuestras observaciones y experiencias o, lo que es equivalente, que la geometría deriva de la experiencia. En la línea apriorista, en cambio, afirmaríamos que las propiedades del espacio o los principios de la geometría son impuestos por la razón. Veremos que, como se adelantó más arriba, Einstein propone en este asunto una vía intermedia que se aproxima al realismo al afirmar que si bien el espacio es un constructo teórico, tenemos muy buenas razones para creer que este se corresponde con un elemento de la realidad. En tanto que el convencionalismo de Poincaré defenderá que el espacio es un constructo teórico que no tiene un correlato en el mundo, aunque hablamos como si así fuera.

En otros palabras, podríamos decir que la ponencia gira en torno a la pregunta ¿es la observación la que en últimas decide cómo es realmente la geometría del mundo?, y presenta las principales respuestas dadas a la misma, ubicándolas en el espectro marcado por las dos posturas extremas, realismo y convencionalismo. Veremos que este tema recorre buena parte de la historia de la ciencia de occidente, pues la geometría aparece con Euclides en el siglo III a.c. y esta rama del saber, tal y como él la entendía, tiene que ver con el espacio físico. Abordaremos la defensa de Newton de un espacio real y absoluto, para después ver las fuertes críticas que hace Leibniz a esta concepción. Las ideas de estos pensadores forman el contexto en el que se presentarán las reflexiones kantianas sobre el espacio y los juicios sintéticos *a priori*. Y finalmente veremos que el tema aparece más recientemente en las teorías de la relatividad especial y general de Einstein, formuladas en

1905 y 1916, respectivamente, cuyas implicaciones filosóficas se construyen sobre lo que se ha dado en llamar el reto convencionalista de Poincaré, planteado a comienzos del siglo XX, en 1902 aproximadamente. De modo que nos espera una travesía un poco complicada y larga dado el interés y la envergadura del tema.

EUCLIDES: GEOMETRÍA Y ESPACIO FÍSICO

Creo que es conveniente comenzar con un pequeño análisis de ciertas particularidades sobre la forma como los griegos entendieron la geometría, las cuales podemos ubicar de un modo bastante preciso en la obra de Euclides, esto es, en su libro *Elementos* (escrito hacía el año 300 a.c., y también conocido como *Elementos de la geometría*[1]). Para Euclides la geometría es una investigación del espacio físico que nos rodea, la cual es susceptible de ser presentada como una construcción formal. Así que los *Elementos* es un estudio sobre las propiedades del espacio físico real y sus relaciones, antes que ser una obra abstracta y formal. Por tanto, la geometría griega no es del todo abstracta, el geómetra no sólo trata con conceptos o definiciones, también se ocupa de la existencia y construcción de los objetos de los que tratan estos conceptos o definiciones. Las palabras de Aristóteles son muy significativas en este sentido:

> Un geómetra indicará por medio de una definición qué cosa significa la palabra triángulo; más que un triángulo exista o que sea posible construirlo, y que sea por ende lícito sacar consecuencias del hecho de haberlo construido, es una verdad que no viene ni admitida ni probada por medio de la definición, y que debe ser supuesta o demostrada a parte[2].

Esto es, para los griegos los conceptos (términos o definiciones) geométricos "tienen un significado *real* antes que *nominal*, esto es, valen para indicar un objeto al cual se atribuye de cualquier modo, existencia fuera de nosotros en un mundo inteligible"[3]. Esto también se deja ver

[1] "Desde hace tiempos se habla de los Elementos de la geometría de Euclides, como si el geómetra griego hubiera escrito una obra llamada *Elementos de la geometría*. No hay tal. Las obras citadas en la bibliografía para este capítulo, se titulan invariablemente Elementos, lo cual es correcto, desde el punto de vista histórico; parece, en efecto, que la obra se llamaba Enseñanza de los elementos: *stoijeíosis* (según la trascripción que se puede hacer a la fonética española) y se la llamaba comúnmente elementos: *stoijéia*", Campos (1994), p.1.

[2] Aristóteles, *Analítica posterior*; citado desde Enriques (1924), p. 35.

[3] Enriques (1924), p. 25.

a partir de la manera como los griegos entendían los principios de la geometría; para éstos antes que ser principios abstractos, "en el postulado se trata de exhibir mediante una construcción una propiedad sencilla, fácil de captar [del espacio o las figuras espaciales]"[4]. Por tanto, no hay duda de que el espacio físico real es el que estudia la geometría y no un espacio diferente a éste.

Podríamos decir que este fuerte vínculo establecido entre geometría y espacio físico, mediado por la experiencia, es una constante que se mantiene desde los griegos –concretado en la geometría euclídea– hasta Kant, pasando por Newton. Este vínculo se supuso en forma implícita hasta antes de Kant; Kant tendrá el mérito de ser el primero en hacerlo explícito y presentar una justificación epistemológica del mismo; y, finalmente, será cuestionado y negado con la aparición de las geometrías no euclidianas. Así, un efecto importante de estas geometrías fue romper con este principio de equivalencia entre el espacio de la geometría y el espacio físico. Esta idea queda bien establecida en las siguientes palabras de Campos:

> Cuando se cree que las verdades de la geometría euclidiana concuerdan universalmente con la experiencia, se cree también que tal geometría es la única posible, es connatural con la manera de percibir de los seres humanos. Los *Elementos*, el texto de Euclides, representa para Kant la ciencia, en estado de derecho, bien constituida, no con juicios analíticos sino sintéticos *a priori*[5].

El análisis alrededor del quinto postulado nos permitirá igualmente ver que lo que se hace en geometría tiene de alguna manera relación con los objetos de la experiencia. La larga e interesante historia del problema del quinto postulado de la geometría de Euclides, el así llamado postulado[6] de las paralelas (que en un lenguaje moderno corresponde a: por un punto exterior a una recta pasa *una y sólo una* paralela a dicha recta) tiene que ver

[4] Campos (1994), p. 15. Lo del paréntesis es mío. Esta tesis se puede reforzar con las siguientes palabras de Gray: "las demostraciones geométricas de los griegos eran factibles gracias a las hipótesis que hacían respecto al espacio subyacente, que se encuentran reflejadas en los conceptos de congruencia, semejanza, paralelismo y la posibilidad de efectuar construcciones geométricas", Gray (1992), p. 47. Más adelante se mostrará que, en términos amplios, Newton se une a esta tradición.

[5] Campos (1994), p. 7.

[6] Siguiendo el estudio de Federico Enriques (1924), pp. 35 y 39, empleo el término 'postulado' (que actualmente hacemos equivalente a 'axioma') y no 'axioma', porque esta última expresión se emplea en los *Elementos* de Euclides como equivalente a 'noción común', que no es lo mismo que axioma en sentido moderno.

con la aparición de geometrías no euclídeas y con el origen de la distinción entre geometrías pura y física, tal y como se mostrará más adelante.

Los *Elementos* de Euclides (330-275 a.c.) se abren con 23 definiciones (en las que se definen la mayoría de los conceptos básicos), cinco postulados y cinco ideas comunes. Los postulados se ocupan expresamente de los conceptos (términos o definiciones) que los preceden. A continuación aparecen estos cinco postulados en un lenguaje un tanto moderno y tal como se encuentran en la traducción que hace Federico Enriques del texto griego (en la edición crítica de Heiberg)[7]:

> 1-2
>
> Se pide: que de cualquier punto se pueda conducir una recta a todo otro punto.
>
> Y que, toda recta limitada, se pueda prolongar indefinidamente *por derecho*.
>
> 3
>
> Y que, con cualquier centro y cualquier distancia, se pueda describir un círculo.
>
> 4
>
> Y que todos los ángulos rectos sean iguales entre sí.
>
> 5
>
> Y que si una recta, cortando a otras dos, forma los ángulos internos a una misma parte, menores de dos rectos, las dos rectas prolongadas al infinito se encontrarán de la parte en que son los dos ángulos menores de dos rectos.

Hay que tener presente que actualmente decimos "segmento de recta" y no "recta limitada", reservando la palabra "recta" para algo infinito. De acuerdo con esto, podemos reinterpretar los dos primeros postulados del modo siguiente: por dos puntos cualesquiera pasa una y sólo una recta.

La formulación del quinto postulado, tal y como aquí aparece enunciado, no corresponde a la actual (por un punto exterior a una recta pasa una única paralela), pero su equivalencia está claramente establecida en los *Elementos*. Parece ser que Proclo (412-482) fue el primero en enunciar el quinto postulado de esta forma familiar y la razón de su mayor aceptación parece estar en que: es el resumen del postulado más claro a los ojos modernos, los comentaristas de la nueva generación lo consideran la mejor

[7] Enriques (1924), pp. 36 y 37. Sobre el tipo de lenguaje empleado en la traducción, Enriques dice que "la divulgación de los *Elementos* que se ofrece es bastante fiel para que los lectores puedan apreciar el sabor de la obra griega, y que por otra parte es bastante libre para haber adoptado tal vez expresiones del lenguaje geométrico que son más breves y familiares a nuestro oído", Enriques (1924), p. 10.

expresión de la posición de Euclides[8], y "puede ser reformulado fácilmente para sugerir geometrías no euclidianas, negando bien la existencia o bien la unicidad de las paralelas"[9].

El problema con el quinto postulado radicaba en que a todo el mundo le parecía que los cuatro primeros postulados eran evidentes por sí mismos, cosa que no sucedía con el quinto. Les parecía que este postulado no era del todo intuitivo, ya que, por ejemplo, para la situación descrita en el quinto postulado, si la suma de los ángulos internos es un poco menor que 180º, el punto de intersección de las dos rectas está tan alejado**,** que nuestra intuición nos sería de muy poca ayuda. Desde luego que esta objeción también puede expresarse en términos de la noción de rectas paralelas: de acuerdo con la definición, las paralelas son rectas situadas en un mismo plano**,** que al prolongarse indefinidamente nunca se cortan, por tanto, y puesto que nuestra intuición es limitada, cabe preguntarse si realmente existen las paralelas y, en caso afirmativo, si existe una única paralela a una recta dada y a un punto dado. Más adelante retomaré esta discusión al hablar del origen de las geometrías no euclidianas.

El espacio absoluto newtoniano: un enfoque realista

Demos un salto gigantesco en el tiempo y pasemos a otra época, al año de 1687, cuando Newton publica su gran obra *Principios matemáticos de la filosofía natural*. Este es un libro enteramente de física, pertenece así a las ciencias de la naturaleza, y Newton presenta este libro a la manera de los *Elementos* de Euclides. Los *Elementos* se convierte en paradigma para la construcción de los *Principia* de Newton, y éste último, a su vez, se convertirá en modelo para la construcción de toda teoría física durante los siglos XVIII y XIX, y prácticamente hasta comienzos del siglo XX. Podemos decir que este modelo euclídeo de axiomatización se rompe con la aparición de la mecánica cuántica, puesto que esta teoría física realmente no se construye a la manera de los *Elementos*[10].

Destaco este aspecto general del trabajo de Newton dada su trascendencia histórica. Otro aspecto más particular de su obra que quiero mostrar es el

[8] Véase Gray (1992), p. 58.

[9] *Ibíd.*

[10] Podemos decir que las teorías físicas clásicas se construyen teniendo como modelo el enfoque sintáctico-axiomático de las teorías empíricas, mientras que la mecánica cuántica lo hace a la luz del enfoque semántico. Mejor dicho, una de las virtudes de esta última teoría es que introduce precisamente dicho enfoque. Para profundizar más en estas cuestiones remito a van Fraassen (1970b) y a mis escritos Guerrero (2005) y Guerrero (2008).

lugar donde aparece su concepción de espacio y tiempo, para así presentar los detalles de su concepción del espacio absoluto y también para discutir qué tan importante va a ser esta concepción dentro de su tema de la mecánica.

El libro *Principia* comienza con ciertas definiciones, a la manera de los *Elementos*; se define cantidad de materia (masa), cantidad de movimiento, inercia, fuerza impresa, fuerza centrípeta, etc., en total se presentan ocho definiciones, y enseguida aparece una pequeña disertación llamada "Escolio" en la que Newton expone sus nociones de espacio y tiempo. El resto de la obra, lo cual menciono simplemente por curiosidad, contiene: los axiomas sobre el movimiento (las tres famosas leyes de Newton); a continuación aparece el Libro I, que se inicia con una serie de lemas, en los que Newton construye el cálculo de fluxiones (la primera versión de lo que hoy conocemos como cálculo diferencial), toda una matemática con la que no se contaba hasta entonces; en seguida, en este mismo libro, aparece una serie de proposiciones y teoremas en los que Newton desarrolla toda su mecánica en forma abstracta, matemática, y al estilo de la geometría de Euclides. Es hasta el libro III, "Sistema del mundo (matemáticamente tratado)", donde se deja ver en forma explícita que todo lo hecho anteriormente se aplica al mundo natural. Aquí es donde demuestra, por ejemplo, que los planetas girando alrededor del Sol describen órbitas elípticas y que los satélites también describen órbitas elípticas.

En el "Escolio" sobre el espacio y el tiempo Newton presenta, desarrolla y sustenta (en parte) su concepción de espacio absoluto[11]. De acuerdo con él, hay que diferenciar entre **espacio aparente** (relativo) y **espacio real** (verdadero): el espacio aparente nos lo proporcionan los sentidos en tanto que el espacio real es el espacio absoluto, tal y como él lo concibe. El espacio físico absoluto de Newton tiene las siguientes características.

a) "El espacio absoluto, tomado en su naturaleza, sin relación a nada externo, permanece siempre similar e inmóvil"[12]. El espacio está en reposo absoluto (o con un movimiento rectilíneo uniforme) y no sufre ningún tipo de modificación, es un agente que actúa por sí mismo pero sobre el cual no se puede actuar.

[11] En lo que sigue de la exposición sólo hago referencia explícita al espacio, que es el tema que aquí interesa, pero no hay que perder de vista que dentro del sistema de la mecánica de Newton la noción de tiempo absoluto desempeña un papel tan fundamental como la de espacio absoluto.

[12] Newton (1687), p. 229.

b) "Todas las cosas están situadas… en el espacio según el orden de situación"[13]. En términos ontológicos, el espacio es anterior a los cuerpos: no sólo los contiene a todos, sino que seguiría existiendo aun cuando todos ellos desaparecieran. *El* espacio es absoluto porque existe a la manera como existen los cuerpos físicos (el espacio es tan real como estos), pero existe en forma independiente de estos.
c) Es inobservable, "las partes del espacio no pueden verse o distinguirse de otras mediante nuestros sentidos"[14], "es realmente dificilísimo descubrir y distinguir de modo efectivo los movimientos verdaderos y los aparentes de los cuerpos singulares, porque las partes del espacio inmóvil donde se realizan esos movimientos no son observables por los sentidos"[15]. El espacio trasciende, o va más allá de, la información que nos proporcionan los sentidos y la experiencia.

Por tanto, el espacio es muy parecido a un cuerpo material pero de naturaleza un tanto etérea, y éste puede pensarse como vacío, pero los cuerpos no pueden existir fuera del espacio. En definitiva, el espacio absoluto es infinito, homogéneo, isótropo y euclídeo (tiene una métrica euclídea). Por último, no hay duda en que Newton tiene la convicción de que si se dieran las condiciones físicas necesarias podríamos tener acceso de un modo sensible o por medio de experimentos al espacio absoluto: "es posible que en las región de las estrellas fijas, o aún más lejos, pueda existir algo que esté en absoluto reposo"[16].

Ahora bien, ¿qué es lo que lleva a Newton a defender esta particular concepción del espacio? Bien podría decirse que esta imagen particular del espacio desarrollada por Newton coincide bastante bien con la que uno se forma de manera un tanto intuitiva; pero lo cierto es que, desde un punto de vista conceptual, tenemos que decir lo contrario: los conceptos

[13] *Ibíd*., p. 231.

[14] *Ibíd*.

[15] *Ibíd*. p. 234.

[16] *Ibíd*. p. 231. John Keill, de la Universidad de Oxford y uno de los primeros defensores de la física newtoniana de la época, hace la siguiente descripción del espacio absoluto de Newton, bastante llamativa: "concebimos que el espacio es aquello donde se colocan todos los cuerpos… que es enteramente penetrable, recibiendo a todos los cuerpos en él, y no negando el acceso a ningún tipo de cosa; que está inalterablemente fijo, incapaz de ninguna acción, forma o cualidad; cuyas partes no es posible separar una de otras, por grande que sea la fuerza que se aplique; más el espacio, siendo él mismo inmóvil, acepta las sucesiones de las cosas en movimiento, determina las velocidades de sus movimientos y mide distancias de las cosas mismas"; en su libro *An Introduction to Natural Philosophy*, 1758. Mencionado en van Fraassen (1970a), p. 134.

y principios sobre los cuales Newton levanta la mecánica, lo llevan a desarrollar un espacio absoluto. Newton se ve en la necesidad lógica[17] de adjudicar una existencia independiente y real al espacio físico por la importancia que tiene dentro de sus sistema la noción de reposo o, si se quiere, la de movimiento rectilíneo uniforme o, también si se quiere –dada la estrecha relación conceptual de estas tres nociones–, la de aceleración. Estas nociones, y por supuesto en conjunción con las leyes, implican que es posible determinar ya sea el reposo o la velocidad o la aceleración de un cuerpo en términos absolutos; o, a la inversa, las leyes de Newton no tendrían ningún sentido sin el concepto de espacio absoluto (y el de tiempo absoluto, desde luego). Se supone que el reposo y el movimiento constante rectilíneo son reales, y del mismo modo ha de ser real el espacio absoluto que presupone estos estados de los cuerpos. Además de esta necesidad lógica, en Newton también encontramos una necesidad ontológica[18] de introducir el espacio absoluto, tal y como se mencionó más arriba: tanto las cosas como sus acontecimientos se dan en (o dentro de) un espacio absoluto.

EL ESPACIO RELACIONAL LEIBNIZIANO: UN ENFOQUE ESCÉPTICO

A esta concepción de espacio se le opuso, casi de manera simultánea a su presentación, el gran filósofo Leibniz. Éste desarrolla una concepción del espacio relacional, de acuerdo con la cual el espacio en realidad no existe, éste simplemente es un concepto, una idea, pero que como tal no hay nada real que le corresponda. La idea de espacio la obtenemos a partir de la relación de coexistencia entre dos objetos.

Leibniz no sólo tiene una concepción distinta a la de Newton, sino que además le parece completamente inaceptable su idea de espacio absoluto por sus implicaciones dentro de la filosofía natural, pero por sobretodo dentro del campo de la teología natural. En la filosofía natural, Leibniz considera que el espacio absoluto es un concepto metafísico innecesario, en tanto que en la teología natural éste concepto o, mejor, entidad, dado su carácter real, lleva a un imagen errada de Dios, en el mejor de los casos, y en el peor, lo identifica con el espacio mismo.

Leibniz cree que en ambos casos nos la podemos arreglar bastante bien con un espacio que, más que ser real, es conceptual, el espacio como una cosa puramente relativa… como un orden de coexistencia. Pues el espacio

[17] Véase Jammer (1954), pp. 127-163.

[18] Véase Granés (2005), pp. 118-128.

señala en términos de *posibilidad* un orden de las cosas que existen al mismo tiempo, en tanto que existen conjuntamente, sin entrar en sus peculiares maneras de existir; y en cuanto vemos varias cosas juntas, nos damos cuenta de este orden de cosas entre ellas[19].

Para Leibniz el espacio no es sino un sistema de relaciones, desprovisto de existencia metafísica u ontológica. Los cuerpos existentes definen unas relaciones de distancia o situación a partir de las cuales construimos los conceptos de lugar y espacio, pero estos no refieren a nada existente por sí mismo. En términos ontológicos, no hay nada más que cuerpos y a partir de ellos podemos encontrar ciertas relaciones entre los mismos; en tanto que para Newton hay espacio y cuerpos, incluso para él, el espacio es ontológicamente anterior a los cuerpos.

Aquí vale la pena hacer una reflexión filosófica interesante de carácter semántico, y es que normalmente creemos que todo aquello que no existe no puede ser nombrado, y uno salta de allí a decir que todo lo que es nombrado efectivamente tendrá que existir. Entonces, como se habla de espacio, pues necesariamente debe haber algo a lo que refiere ésta palabra, esto es, debe existir una entidad llamada *espacio*. A partir de la discusión anterior, vemos que no tiene que ser así, hay muchos ejemplos del sentido común que nos muestra que podemos tener expresiones que no refieren a ninguna entidad en el mundo, por ejemplo, la palabra *unicornio*: uno puede

[19] Leibniz (1715 y 1716), p. 68. La cursiva es mía y busca subrayar la oposición entre lo que es meramente posible (conceptual, podríamos decir) y lo real. En el siguiente párrafo, que pertenece a la Quinta carta de Leibniz a Clark (discípulo de Newton), y que sería la última carta de la interesante disputa epistolar que mantuvieron, entre noviembre de 1715 y octubre de 1716, sobre las distintas cuestiones relacionadas con las nociones de espacio que defendían, Leibniz, digo, describe bastante bien la forma como llegamos a la noción de espacio: "veamos cómo los hombres vienen a formarse la noción de espacio. Consideran que varias cosas existen a la vez y encuentran cierto orden de coexistencia, según el cual la relación de unos con otros es más o menos simple. Este orden es su *situación* o distancia. Cuando acontece que uno de esos coexistentes cambia en esa relación con respecto a multitud de otros, sin que éstos cambien entre ellos, y que un nuevo cuerpo que llega adquiere la misma relación que el primero había tenido con los otros, se dice que ha venido a ocupar el lugar del primero y se llama a ese cambio un movimiento que está en aquel en el que está la causa inmediata del cambio. Y cuando varios, o incluso todos, cambiasen según ciertas reglas conocidas de dirección y de velocidad, se puede siempre determinar la relación de situación que cada uno adquiere con respecto a los demás, e incluso aquel que cada otro tendría o que tendría con respecto a cada otro si no hubiera cambiado o si hubiera cambiado de otra manera. Y suponiendo o imaginando que entre dichos coexistentes hubiera un número suficiente de ellos que no hubiesen sufrido cambio en sí mismos, se dirá entonces que aquellos que tienen una relación con estos existentes fijos igual a la que otros habían tenido antes con ellos, ocuparán el *mismo lugar* que dichos otros habían ocupado. Y aquello que comprende a todos esos sitios es llamado *espacio*", Leibniz (1715 y 1716), p. 112.

hablar perfectamente de unicornios de manera significativa, pero sabemos que no hay ninguna entidad en el mundo que sea un unicornio. Un caso parecido para la reflexión filosófica es que Newton, de alguna manera, está apoyando la idea de que si hablamos del espacio tiene que haber algo en el mundo con lo que se corresponda, pero hemos visto, con Leibniz, que podemos hablar del espacio de manera significativa sin que tengamos que casarnos con la existencia del espacio como tal.

Los argumentos de Mach contra el espacio absoluto de Newton, presentados casi 200 años después, transcurren en una línea argumentativa muy semejante a la de Leibniz, y de sus ideas vale la pena mencionar estas: "podríamos decir que Newton se encuentra aún bajo el influjo de la filosofía medieval, como si empezara a ser infiel a su firme propósito de investigar únicamente hechos reales"; su noción de tiempo absoluto "se trata de una concepción metafísica ociosa"[20], así como sus nociones análogas de espacio absoluto y movimiento verdadero. Para Mach es clara la contradicción palmaria existente entre los principios metodológicos de la ciencia promulgados por Newton y la postulación de un espacio absoluto, de tal manera que él será del parecer de mantener los primeros y rechazar lo último.

En síntesis, son tres las ideas clave en este apartado.

1. Hay un realismo en Newton y un escepticismo en Leibniz respecto a la existencia real del espacio.
2. Leibniz reconoce que la teoría (la mecánica) desarrollada por Newton es una teoría que da cuenta en forma completa de los fenómenos mecánicos terrestres y celestes, pero con lo que no está de acuerdo es que el espacio absoluto postulado por la teoría sea real. En este sentido podríamos decir que la teoría de Newton (que incluye la afirmación de que el espacio absoluto es real) y la teoría de Leibniz (que niega la anterior afirmación) son teorías **empíricamente equivalentes**, dan cuenta de los mismos fenómenos[21].
3. Considero que prácticamente desde Euclides y hasta antes de Kant, pasando por Newton, existe la idea implícita de la equivalencia entre espacio geométrico (tema de la geometría) y espacio físico (tema de la física); incluso, lo que es más radical, que son lo mismo. Para el caso, baste mencionar las siguientes palabras de Newton:

[20] Mach (1883), pp. 272 y 273.

[21] Véase van Fraassen (1980), pp. 44-46.

> La descripción de las líneas rectas y los círculos sobre la cual se basa la geometría pertenece a la mecánica. La geometría no nos enseña a trazar esas líneas, aunque requiere que sean trazadas, pues exige que el aprendiz aprenda primero a describirlas con precisión antes de entrar en la geometría, mostrando luego cómo pueden resolverse los problemas de esas operaciones. Describir líneas rectas y círculos es un problema, pero no un problema geométrico. Se exige de la mecánica la solución de ese problema, y cuando está resuelto, la geometría muestra la utilidad de lo aprendido; y constituye un título de gloria para la geometría el hecho de que a partir de esos pocos principios, recibidos de otra procedencia, sea capaz de producir tantas cosas[22].

Kant tendrá el mérito no sólo de hacer explícita esa equivalencia, sino también de construir todo un sistema epistemológico, su filosofía trascendental, para justificarla. En tanto que la negación de esa equivalencia será una de las consecuencias importantes de la aparición de las geometrías no-euclídeas.

Kant: coincidencia entre las geometrías pura y física

En términos generales, podríamos decir que el debate entre la concepción newtoniana de un espacio absoluto y la leibniziana del espacio como simple relación, conforma el contexto principal y de partida en el que va a trabajar Kant. Kant en una primera etapa vacila entre el realismo newtoniano y el conceptualismo leibniziano, pero después, en una segunda etapa, elabora su propia alternativa, una manera bastante particular de fundar sus ideas sobre el espacio, que va a ser completamente diferente a las dos maneras planteadas hasta el momento[23]. La principal peculiaridad de la propuesta kantiana sobre el espacio es que antes que fundamentarse en una reflexión dentro de la filosofía natural (hoy diríamos la física), lo hace en una reflexión filosófica o, mucho mejor, eminentemente epistemológica, cosa que no sucede con Leibniz, ni mucho menos con Newton.

En otras palabras, en la novedosa propuesta kantiana, la cual concreta en su magna obra *Crítica de la razón pura* (1781-1787), si bien va a predominar el carácter absoluto del espacio, la tesis fundamental de Newton, esto será así pero obviamente en un contexto completamente distinto, en una nueva epistemología que significaba, con su propia terminología, una verdadera *revolución copernicana* en epistemología. Kant tiene además

[22] Newton (1687), pp. 199-200.

[23] En este apartado nos concentraremos en esta segunda etapa

la importancia adicional de que si bien no pone en duda, igual que sus predecesores, la equivalencia entre las geometrías pura y física, fue quien por primera vez se preguntó explícitamente por su origen. Como dice Reichembach, "correspondió a Kant el mérito de haber subrayado más que otros la necesidad de dar una explicación para la coincidencia entre la geometría matemática y la física, y su teoría de los juicios sintéticos *a priori* debe considerarse como el gran esfuerzo de un filósofo para explicar esta coincidencia"[24]. El presente apartado busca explicitar, en términos amplios, estos dos aportes de Kant, pero sobretodo el segundo.

A continuación describo el esquema general del proceder kantiano a la hora de desarrollar su teoría del espacio y lo fundamental de su filosofía de la geometría en la *Crítica*.

a) Parte por admitir la verdad de la geometría: los axiomas de la geometría son juicios sintéticos *a priori*.
b) Por lo anterior, la cuestión no es justificar la geometría sino mostrar cómo es posible esta geometría científica o, en términos generales, qué características comparten ciencias como la geometría, la matemática y la física para, precisamente, ser ciencias[25].
c) Puesto que la geometría trata del espacio, entonces responder a la pregunta anterior pasa por responder a ¿qué es el espacio?; o, en otras palabras, mostrar cómo están estrechamente vinculadas su teoría del espacio y su filosofía de la geometría. El vínculo radica en estas dos propiedades del espacio: su idealidad trascendental y su realidad empírica. Lo primero permite hablar de una especie de geometría pura, y lo segundo de una especie de geometría aplicada[26] o, lo que es lo mismo, de la aplicación de la geometría pura a la experiencia.
d) Construcción de la geometría pura.
e) Enunciación del *Principio de los axiomas de la intuición*, que aclara la aplicación de la geometría pura a los objetos de la experiencia. En otras palabras, aquí se demuestra que la geometría euclídea abstracta es válida para los objetos de la experiencia o, a la inversa, que el

[24] Reichembach (1951), p. 137.

[25] En estos particulares términos, el esquema de la *Crítica de la razón pura* es como sigue: la pregunta central es bien conocida, cómo es posible la metafísica como ciencia, pero para responder a ella, hay que saber primero qué caracteriza a un saber como científico. La respuesta a esto último es: poseer juicios sintéticos *a priori*; de modo que la nueva pregunta que surge es cómo son posibles estos juicios, a lo cual se dedica buena parte de la *Crítica*.

[26] Las expresiones *geometría pura* y *geometría aplicada* no son de Kant, las retomo de Mittelstaedt (1966), pp. 45 y 46, porque considero que permiten presentar con mayor claridad los planteamientos de Kant.

espacio de la experiencia es euclídeo. En síntesis, en este punto se muestra que los axiomas de la geometría son juicios sintéticos *a priori* y que el espacio físico es un espacio euclidiano. Estas dos ideas se convierten en la columna vertebral que articula las distintas ideas que se exponen en el presente apartado.

Kant no pone en duda la geometría, en la *Crítica* no va a reconstruir la geometría, ni va a hacer modificación alguna a esta rama del saber, simplemente está seguro de que la geometría es correcta, y tomo esta situación como un hecho establecido. Con sus propias palabras, "tenemos, pues, por lo menos, algunos indiscutibles conocimientos sintéticos *a priori*, y no debemos preguntar si son posibles (puesto que son reales), sino solamente cómo son posibles, para poder deducir también del principio de la posibilidad de los conocimientos dados la posibilidad de todos los demás"[27]. Así que Kant no tratará de mejorar o remendar la geometría o alguna cosa por el estilo. En este sentido, Kant no intentará justificar los axiomas de la geometría en algo más evidente o más fundamental, para él es evidente que son universalmente necesarios; este es su punto de partida y no el de llegada. Más bien su tarea consistirá en mostrar qué es lo que hace ser a esta geometría científica. Su gran pregunta en la *Crítica* es cómo es posible la metafísica como ciencia, pero antes tiene que demostrar, de manera particular, cómo son posibles la matemática y la ciencia de la naturaleza, la física.

Para Kant, admitir la verdad de la geometría es aceptar que sus axiomas son juicios sintéticos *a priori*. Los axiomas de la geometría son juicios sintéticos ya que, en sentido negativo, no pueden ser analíticos puesto que estos no se derivan de las definiciones de los conceptos que en ellos aparecen. En sentido positivo, los axiomas de la geometría relacionan dos o más conceptos geométricos proporcionando información nueva que va más allá de la contenida en dichos conceptos, y es por ello que son juicios sintéticos. Pero además de esta propiedad, los axiomas de la geometría son *a priori* porque no son válidos en virtud de una posible experiencia sino que son pensados de inmediato por su necesidad, tienen una validez apodíctica. En otros términos, si el espacio se entendiera como la mera posibilidad de la relación de coexistencia de las cosas, como plantea Leibniz, deberíamos admitir entonces que dicha noción relacional se obtiene a partir de la experiencia, con lo cual hemos de aceptar además que los axiomas de la geometría, la ciencia del espacio físico, se obtienen

[27] Kant (1783), §4.

por simple inducción a partir de la observación y la experiencia. Y aceptar esto último es admitir que la universalidad de los axiomas de la geometría es sólo empírica, contingente (es una "universalidad comparativa", como dice Kant), y por tanto no necesaria; lo cual es inadmisible para él, como hemos sentado unos párrafos arriba. Para Kant es impensable que el concepto de espacio sea contingente, que los axiomas de la geometría no tengan certeza absoluta; puesto que, si así fuese, estos podrían modificarse en el transcurso del tiempo y la geometría podría cambiar, de tal manera que en un futuro se podría aceptar como verdadero que, por ejemplo, por dos puntos no pasa una recta.

Pero, ¿cuál es el origen de esta necesidad del espacio? En pocas palabras, esta necesidad se origina en el hecho que el espacio es una intuición pura. Para Kant el espacio no es una entidad real, una propiedad del mundo (como piensa Newton), ni una construcción conceptual, una relación entre ideas (como piensa Leibniz)[28]. El espacio es algo muy particular porque no depende de los objetos espaciales, pero tampoco cabe llamarlo objeto, como plantea N. K. Smith: "el espacio no representa ninguna propiedad de las cosas en sí, ni las representa en su relación recíproca. Es decir, el espacio no representa ninguna determinación que vincule a los objetos mismos y que se mantenga, aun haciendo abstracción de todas las condiciones subjetivas de la intuición"[29]. En realidad, el espacio es la forma externa de los fenómenos, es una intuición pura. El espacio pertenece a las condiciones trascendentales de posibilidad de la experiencia y, por tanto, nunca puede darse una alteración del concepto de espacio a partir de la experiencia. Así que afirmar que el espacio es una intuición pura significa que si bien todos los fenómenos son espaciales, esta espacialidad no está en las cosas como tal, sino que es puesta por nosotros. La espacialidad es resultado de la manera como nosotros organizamos nuestras múltiples sensaciones; siempre las organizamos de manera espacial. En pocas palabras, hay que considerar al espacio como condición de posibilidad de los fenómenos, en esto consiste precisamente la doctrina de la *idealidad trascendental del espacio*: el espacio por sí sólo no es un objeto, sino solamente una de las condiciones que hace posible la experiencia de los objetos.

Pero esta doctrina se complementa con la de la *realidad empírica del espacio*, de acuerdo con la cual: "aunque el *concepto de espacio*, considerado como el de un ente o el de un modo objetivo y real, es imaginario, *respecto*, sin embargo, *a todo lo sensible* es no sólo plenamente verdadero sino

[28] Véase Kant (1770), Parágrafo 15, D; Kant (1781-1787), A28/B44 y A39-40/B56-57.

[29] Smith (1950), p. 71.

también el fundamento de toda verdad en la sensibilidad externa"[30]. El espacio como tal no es una entidad real en sí, no es número (*noumenon*, cosa-en-sí), algo que esté más allá de nuestra experiencia, un objeto del mundo totalmente independiente de nosotros; lo mismo sucede con los llamados objetos de la experiencia, de acuerdo con Kant. La ordenación de nuestras sensaciones en objetos que están en el espacio es, precisamente, algo que nosotros aportamos y no algo que pertenezca al mundo como tal. Pero aún así, no hay nada extraño en decir que nuestras experiencias son espaciales o que los objetos se encuentran en el espacio. Es en este preciso sentido que hay que entender la afirmación kantiana de que el espacio es una realidad empírica, del mismo modo que decimos que los objetos de la experiencia son realidades empíricas. Por tanto, nunca podremos percibir los objetos fuera del espacio porque siempre ordenamos todas nuestras experiencias espacialmente; siempre tenemos que concebir los objetos dentro del espacio, ya que precisamente el espacio no es otra cosa que la forma de todas las apariciones externas de objetos de la experiencia.

En la primera doctrina se concluyó que el espacio es pura idealidad, pura subjetividad, pero entonces ¿por qué decimos que éste espacio subjetivo es el mismo espacio de la geometría, el mismo espacio de los objetos físicos? La segunda doctrina responde a esa pregunta: todas nuestras sensaciones externas son ordenadas espacialmente y en este sentido todas ellas están condicionadas por el concepto de espacio. Aún más, la interpretación del espacio como una condición de posibilidad de los fenómenos pone de manifiesto estas dos propiedades del concepto, idealidad trascendental y realidad empírica, que en un principio parecían excluirse. Y, finalmente, Kant al complementar estas dos doctrinas en su noción de intuición pura hace converger el problema de la geometría pura con el problema del espacio físico real: en el espacio como intuición pura se refuerzan las dos cuestiones.

Veamos ahora cómo se construye la geometría pura, esto es, ¿cómo se construyen los conceptos de la geometría y cómo se establecen sus axiomas y teoremas? Los conceptos geométricos se obtienen por construcción en la intuición pura y "*construir* un concepto significa presentar la intuición *a priori* que le corresponde"[31]. Esto es así porque los conceptos geométricos se refieren a figuras en el espacio de la intuición, mediante las cuales se representan dichos conceptos en la intuición pura. Por tanto, el modo como se construye un concepto en la intuición pura corresponde, en cierto

[30] Kant (1770), Parágrafo 15, E. Esta doctrina también se presenta en Kant (1781-1787), A28/B44.

[31] Kant (1781-1787), B741.

modo, a su definición. Ahora bien, ¿en qué sentido pueden considerarse los axiomas de la geometría como evidentes por sí mismos, como inmediatamente ciertos? Los axiomas se extraen de forma inmediata de la intuición pura y son ciertos también de forma inmediata, en esto último radica su validez apodíctica. El que sea de forma inmediata se debe a que son principios intuitivos y no son discursivos (del entendimiento). Esto es, la verdad de los axiomas no está mediada por otros conceptos, como es el caso en los discursivos; aún más, la verdad evidente de los axiomas resulta inmediatamente de las reglas de construcción de los conceptos que estos contienen. Este razonamiento sirve igualmente para justificar que los axiomas de la geometría son sintéticos *a priori*. Ahora bien, en cuanto a los teoremas, aunque se obtienen por derivación lógica a partir de los axiomas, y por ello pareciese que fuesen analíticos, en realidad son juicios sintéticos *a priori* dado que su comprensión última depende de la de los axiomas, que es sintética.

Finalmente, observemos la aplicación de la geometría pura a los objetos de la experiencia. Kant en "El principio de los axiomas de la intuición" da el paso que conduce de lo que hemos llamado geometría pura a la aplicación de la geometría euclídea a los objetos de la experiencia, esto es, justifica el hecho que la geometría euclídea abstracta sea válida para los objetos de la experiencia. Este principio, el principio de los axiomas de la intuición[32], permite trasladar la verdad apodíctica de la geometría pura al espacio real, al espacio físico, mediante el siguiente razonamiento: se ha mostrado, por una parte, que los fenómenos los encontramos en el espacio ("la intuición empírica sólo es posible mediante la intuición pura") y, por otra, que los axiomas de la geometría euclídea pura (en cuanto estos tienen que ver con la intuición pura) son verdades apodícticas, de ahí que los axiomas de la geometría aplicada, en cuanto se aplican a las intuiciones empíricas, sean también verdades apodícticas. En pocas palabras, lo que dice la geometría euclídea para el caso de la intuición pura vale también

[32] El "Principio de los axiomas de la intuición" dice, en la primera edición, "todos los fenómenos son, en virtud de su intuición, magnitudes extensivas" (*Ibíd*., A163), y en la segunda, "todas las intuiciones son magnitudes extensivas", *Ibíd*., B203. Pero lo importante está en la aclaración que hace Kant de lo que significa este principio: "Este principio trascendental de las matemáticas de los fenómenos amplía notablemente nuestro conocimiento *a priori*. En efecto, sólo él permite aplicar la matemática pura, con toda su precisión, a los objetos de la experiencia, lo cual no resultaría claro por sí mismo si prescindiéramos de él. Es más, ello ha provocado numerosas contradicciones. Los fenómenos no son cosas en sí mismas. La intuición empírica sólo es posible mediante la intuición pura (del espacio y del tiempo). Consiguientemente, lo que la geometría afirma de esta última vale también incuestionablemente para la primera", *Ibíd*., A166/B207.

para la intuición empírica porque todos los fenómenos están determinados por la intuición pura.

Con esto llegamos a configurar la propuesta kantiana, que básicamente consiste en afirmar que la geometría euclídea es válida tanto en su forma pura como en su forma aplicada; lo que en últimas equivale a decir que el espacio físico real que experimentamos es un espacio euclídeo, un espacio con una métrica euclídea cuyos axiomas son juicios sintéticos *a priori*. En lo que sigue de la presente exposición se puede ver que Kant no tenía razón al afirmar esto último, lo cual constituye, como hemos visto, un punto fundamental de partida en la elaboración de su propuesta epistemológica y, en particular, en su reflexión filosófica sobre el espacio y la geometría euclídea. La tesis falla en dos puntos, las dos direcciones en las que transcurre su reflexión filosófica: una, la que tiene que ver con la *unicidad* de la geometría pura, al afirmar que sus axiomas tienen una validez apodíctica, son juicios sintéticos *a priori*; y dos, en la dirección de la geometría aplicada, al implicar que el conocimiento de la estructura espacial del mundo se obtiene de forma *a priori*, independientemente de la observación y la experiencia[33].

La primera parte de la tesis queda refutada por la aparición de las geometrías no euclídeas. En este punto la siguiente reflexión de Poincaré es bastante significativa: «cuál es la naturaleza de los axiomas geométricos. ¿Son juicios sintéticos *a priori*, como decía Kant? Entonces se nos impondrían con tal fuerza que no podríamos concebir la proposición contraria, ni construir sobre ella un edificio teórico. No habría geometría no euclideana»[34]. Ahora bien, como efectivamente contamos con geometrías alternativas a la de Euclides, tenemos que concluir que los axiomas de estas distintas geometrías no son sintéticos *a priori*.

En cuanto a la segunda parte de la tesis, ésta queda en vilo con la aparición de las geometrías no euclídeas y finalmente se va al traste con la teoría general de la relatividad de Einstein, en la que se demuestra a partir de consideraciones físicas y matemáticas que el espacio físico es semiesférico, no euclídeo. Dado que Einstein llega a esta conclusión teniendo en consideración determinadas observaciones y experiencias físicas, así como también ciertos experimentos, debemos concluir que el

[33] Como dice Reichenbach, "Kant no quiere decir simplemente que las leyes generales *a priori* sean correctas –esto sería trivial–, sino que el conocimiento empírico no puede prescindir de ellas", Reichenbach (1921), p. 38. Para el rechazo del espacio como una intuición pura *a priori* véase Reichenbach (1921) y Reichenbach (1928/1957), pp. 30-36.

[34] Poincaré (1902), p. 61.

conocimiento del espacio físico no se obtiene de manera *a priori*, esto es, dejando de lado toda consideración empírica.

LAS GEOMETRÍAS NO-EUCLÍDEAS: GEOMETRÍAS PURA Y FÍSICA

El origen de la distinción entre geometrías pura (matemática) y física (aplicada) está relacionado directamente con la aparición de geometrías no-euclídeas, así que pasemos entonces a la exposición de las principales peculiaridades relacionadas con las geometrías no euclídeas. Las principales implicaciones de la aparición de esas geometrías fueron tres.

a) Permitió una mejor comprensión de la naturaleza hipotética de la geometría axiomática pura y, por tanto, de las matemáticas en general.
b) Produjo el esclarecimiento del concepto de espacio físico en oposición al concepto de espacio matemático. Esto es, proporcionó la separación entre geometría pura y geometría física.
c) Puso en claro que no había ningún medio *a priori* para decidir, lógica o matemáticamente, sobre el tipo de geometría que representa en realidad las relaciones espaciales entre los cuerpos físicos. Esto precisamente porque la geometría euclídea y las no euclidianas están en igualdad de condiciones desde un punto de vista lógico, las últimas son tan consistentes como la primera.

El debate sobre el estatus del quinto postulado de la geometría de Euclides, el postulado de las paralelas, transcurrió por tres vías:

> Intentos de derivar el postulado de las paralelas del resto de la geometría elemental, intentos de volver a formular el postulado o la definición de las paralelas convirtiéndolo en algo que no pudiera ser objeto de tantas objeciones y descripciones de lo que podría abarcar la geometría si se negara, de alguna manera, el postulado[35].

De acuerdo con la primera vía, el problema con el postulado no radicaba en su verdad sino en su independencia respecto al resto de postulados; es decir, para muchos matemáticos este postulado en realidad no era tal, sino un teorema que podía demostrarse a partir de los otros cuatro. Se hicieron muchos esfuerzos infructuosos para llevar esta tarea a feliz término, hasta que con la construcción de geometrías no-euclidianas quedó demostrada la independencia del quinto postulado; es decir, el hecho de que el quinto

[35] Gray (1992), p. 56.

postulado no es derivable de los otros. Hemos de concluir que el quinto postulado es independiente de los otros cuatro, puesto que podemos construir un sistema de geometría, también con cinco postulados, en el que uno de sus postulados niega el postulado de las paralelas, mientras que los otros cuatro se mantienen igual, de tal modo que ninguno de los teoremas (los enunciados derivados de los postulados) contradice (lógicamente) a los postulados. Precisamente, de esta manera es como se procede a construir geometrías no-euclídeas. Por tanto, cualquiera de los sistemas de geometría no-euclidiana tiene un postulado alternativo a –un postulado incompatible con– el quinto postulado de Euclides que toma una de las formas de su negación. Como el quinto postulado asevera dos tipos de cosas: una, la existencia de paralelas y, dos, que la paralela es única; entonces es posible construir por esta vía sólo dos tipos de geometrías: las que afirman que no hay paralelas y las que afirman que hay más de una paralela. Todo esto, claro está, respecto a una recta dada y a un punto dado.

Veamos entonces las principales características de las geometrías no-euclidianas. La primera de estas posibilidades que se apartan de Euclides fue explorada independientemente y casi simultáneamente, a comienzos del siglo XIX, por Karl Friedrich Gauss, János Bolyai y Nikolai Lobachevski, quienes desarrollaron la geometría no-euclidiana llamada geometría hiperbólica. Esta geometría mantiene los cuatro primeros postulados de la geometría euclídea, pero rechaza el quinto, proponiendo como alternativa algo equivalente al siguiente enunciado: por un punto exterior a una recta pasa más de una paralela. Nótese que si se omiten las palabras 'más de' se obtiene una expresión equivalente al postulado de las paralelas.

La segunda posibilidad fue propuesta, no mucho después de la primera, por el matemático alemán Georg Friedrich Riemann. El tipo de geometría no-euclídea que propuso se conoce como geometría esférica, de modo que rechaza tanto el quinto postulado como el segundo, y admite los otros tres de la geometría euclídea. Los dos postulados alternativos son respectivamente: por un punto exterior a una recta no pasa ninguna paralela, y dos rectas cualesquiera tienen dos puntos distintos en común. Además, la geometría elíptica tiene como variante del segundo postulado de la geometría esférica el siguiente enunciado: dos rectas cualesquiera tienen un único punto en común.

Una propiedad importante que deben cumplir estos sistemas de geometría es que sean consistentes. Un sistema es consistente cuando carece de contradicciones internas, esto es, cuando no es contradictorio, en particular cuando sus teoremas no contradicen a sus propios postulados.

Ahora bien, ¿cómo determinar que un sistema de geometría es consistente o inconsistente? Un sistema es contradictorio o inconsistente cuando a partir de él se puede demostrar cualquier enunciado, y es consistente o no contradictorio en caso contrario, cuando de él no se deriva ninguna contradicción. Así, en un sistema contradictorio nos podemos encontrar con que algunos enunciados y sus respectivas negaciones son derivables. Esta es la forma sintáctica de definir la consistencia, pero está su equivalente semántica que es más efectiva: un sistema axiomático es consiste si tiene un modelo, una estructura matemática, en el cual los axiomas son verdaderos. Y esto último por la siguiente razón, en palabras de van Fraassen: "todos los axiomas de la teoría (adecuadamente interpretados) son verdaderos en el modelo; por lo que todos los teoremas son similarmente verdaderos en él; pero ninguna contradicción puede ser verdadera de algo; por lo tanto, ningún teorema es una contradicción"[36].

En definitiva, se dice que la consistencia de un sistema formal no es una propiedad absoluta sino relativa; esto es, la consistencia de un sistema es respecto a otro que se toma como referencia. De manera particular, la consistencia de las geometrías no euclídeas está supeditada a la consistencia de la geometría euclídea y esto porque para cada una de las geometrías no-euclídeas se puede elaborar una interpretación, construir un modelo, en la geometría euclídea. De modo que de haber alguna inconsistencia en alguna de ellas, esta debería aparecer en alguno de los modelos que satisface la geometría euclídea, pero tal cosa no se presenta. Por tanto, hemos de concluir que las geometrías no euclídeas son tan consistentes, exentas de contradicción, como la euclídea.

Una vez elaboradas las geometrías no euclídeas la pregunta obvia fue: ¿cuál es la geometría verdadera? o, en términos más directos, ¿cuál es la geometría del mundo físico? Este problema sobre la estructura geométrica de nuestro espacio físico no había surgido antes puesto que cuando sólo se contaba con la geometría euclidiana, y no existiendo otra posibilidad, se suponía esta geometría como la aplicable a la realidad física. Pero ante la presencia de diversas geometrías la salida al problema comienza por distinguir entre una geometría pura (matemática) y una geometría aplicada (física). Así que desde el punto de vista lógico, las geometrías no euclidianas y la euclidiana están en igualdad de condiciones: podemos calificarlas a todas ellas de geometrías puras. Pero desde el punto de vista de la experiencia, en relación con la realidad, queda el interrogante: ¿cuál es la geometría verdadera?, ¿cuál es la geometría del mundo físico?, o,

[36] van Fraseen (1980), p. 43.

si se quiere ser menos pretencioso, ¿cuál de ellas describe la estructura espacial de la realidad?, o, aún más, ¿cuál de ellas se adecua mejor a la experiencia? Una vez llegados a este punto queda como tarea averiguar el tipo de estructura del espacio físico, saber si el espacio físico es euclidiano o no.

Resultó natural recurrir a la experimentación para tratar de indagar si esta cuestión se podría resolver *a posteriori*[37]. Así, por ejemplo, Gauss (1817), bajo su perspectiva empirista extrema trató de determinar directamente mediante triangulación ordinaria, realizada con instrumentos topográficos, si la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180º o no. No falta decir que no encontró ninguna desviación interesante que permitiera demostrar o refutar su convicción por la validez de la geometría no euclidiana.

La propuesta de Helmholtz (1863) es bastante interesante porque representa una especie de reconciliación del apriorismo kantiano con el empirismo. Helmholtz es el primero en poner en evidencia la independencia existente entre la exposición metafísica y la exposición trascendental del concepto de espacio, en lo que no cayó en cuenta Kant. Más aún, para Helmholtz la exposición trascendental es incorrecta, en tanto que la exposición metafísica no lo es. Al objetar duramente el argumento trascendental, está cuestionando la suposición del carácter *a priori* que Kant da a la geometría euclídea. De acuerdo con él, es cierto, como plantea Kant, que tenemos una intuición pura del espacio, pero esa intuición pura no tiene porqué ser euclídea. La intuición pura puede tener la propiedad de continuidad, propia de la geometría euclídea como de las no euclídeas, pero no tiene por qué poseer una métrica. De este modo, el espacio como una forma pura de la intuición conduce a una sola conclusión: todos los objetos del mundo externo necesariamente tienen que estar dotados de extensión espacial pero sin embargo el carácter geométrico, el tipo de métrica, de esta extensión es únicamente cuestión de la experiencia. Si la extensión es euclídea (tiene una métrica euclídea) o no, eso lo define la experiencia. El tipo de geometría, de métrica, que tiene el espacio depende de la experiencia.

Considero que los planteamientos de Mittelstaedt[38] van en una dirección muy semejante a la de Helmholtz, al plantear que el error de Kant se

[37] El estado de la situación queda bastante bien descrito por las siguientes palabras de Sklar: "¿No es evidente, pues, que los empiristas tienen razón?... Es la observación, pues la que ha de decidir cómo es realmente la geometría del mundo. Cualquier esperanza de conocer la geometría del mundo con certeza e independientemente de la observación y el experimento es falaz", Sklar (1992), p. 88.

[38] Véase Mittelstaedt (1966).

encuentra en la argumentación que presenta en el principio de los axiomas de la intuición, sobre la aplicación de la geometría a la experiencia, particularmente al afirmar que los axiomas de la geometría tienen una validez apodíctica tanto en el dominio de la intuición pura de espacio como en el de las intuiciones empíricas. En este punto yo sólo diría que Mittelstaedt estará de acuerdo con la idea de que para Kant es claro que la geometría es aplicable a la experiencia y que él no tiene duda en que esta geometría no es otra que la geometría euclidiana, independientemente de si logra presentar una argumentación consiste para sostener dicha idea.

CONVENCIONALISMO DE POINCARÉ

Como dije más arriba, una vez establecidas las geometrías no-euclídeas quedaba entonces como tarea averiguar el tipo de estructura del espacio físico, saber si el espacio físico es euclidiano o no. Ante estas preguntas y dada la imposibilidad de poder establecer en forma *a priori* la estructura geométrica del espacio físico, puesto que las geometrías no-euclídeas y la euclídea tienen el mismo estatus lógico, resultó natural darle la razón al punto de vista empirista, de acuerdo con el cual sólo la observación y el experimento deciden sobre la teoría correcta acerca del mundo. De tal manera que esto sería tan cierto para la geometría del espacio físico como para la física en general, la química, la biología y, en general, las ciencias denominadas empíricas. Pero, entonces, como pregunta Sklar, realmente "¿están las cosas tan predeterminadas?"[39].

La respuesta de H. Poincaré a esta pregunta fue que no. Poincaré, a principios del siglo XX, intentó demostrar, de una vez por todas, la inutilidad de la controversia entre aprioristas y empiristas radicales, y la falacia de cualquier intento por descubrir experimentalmente cuál de las geometrías mutuamente excluyentes es aplicable al espacio real. La conclusión a la que llegó Poincaré fue que la experiencia no puede confirmar ni refutar una geometría cualquiera que ésta sea. Así que para él, "los axiomas de la geometría no son, pues, ni juicios sintéticos *a priori* ni hechos experimentales"[40], los axiomas de la geometría "no son más que convenciones, pero esas convenciones no son arbitrarias; transportados nosotros a otro mundo –que llamo el mundo no euclídeo y que trato de imaginar–, habríamos sido conducidos a adoptar otras"[41].

[39] Sklar (1992), p. 88.

[40] Poincaré (1902), p. 62.

[41] *Ibíd*., p. 16.

La cuestión central que indaga Poincaré en su libro *La ciencia y la hipótesis* (1902) tiene que ver con la certeza de la ciencia, y asume como tarea controvertir aquella idea ingenua de que si bien la ciencia es falible, podemos estar seguros de que muchas de sus distintas construcciones gozan de una certeza inamovible. Al indagar Poincaré por las peculiaridades propias de las construcciones científicas, se encuentra con que realmente no todas pueden ser asumidas como hipótesis que tarde o temprano serán verificadas por la observación y la experiencia, convirtiéndose así en verdades fecundas de la ciencia. De acuerdo con Poincaré, muchos constructos científicos no son hipótesis, en el sentido anterior, sino que son definiciones o convenciones: "esas convenciones son la obra de la libre actividad de nuestra mente, que en ese dominio no reconoce obstáculo. En él, ella puede afirmar porque decreta; pero entendámonos: esos decretos se imponen a nuestra ciencia, que, sin ellos, sería imposible; no se imponen a la naturaleza"[42].

Por este camino, Poincaré llega a concluir que el espacio no es un constructo hipotético de la ciencia sino una mera convención. Su argumento es más o menos como sigue: uno, nunca medimos el espacio mismo directamente, sino que siempre medimos objetos físicos dados empíricamente en el espacio, ya sean estos varillas rígidas o rayos de luz; y dos, los experimentos no pueden decidir nada sobre la estructura del espacio como tal, sólo suministran las relaciones que se mantienen entre los objetos.

Poincaré nos propone imaginarnos el caso de una dilatación uniforme del universo[43]. Todas sus dimensiones aumentan, uniformemente, durante la noche un millar de veces. Lo que antes medía un metro, mide ahora un kilómetro. Esta dilación se encuentra más allá de cualquier verificación física, pues cualquiera que fuese el instrumento de medición que se empleara, éste también habría crecido en la misma proporción. La cuestión es que si partimos de considerar que la longitud de nuestras varas de medir permanece constante, entonces hemos de concluir que el espacio es no-euclídeo, sería lobachevskiano. En otras palabras, podría suceder, independientemente de las mediciones que realicemos, que cualquier apariencia de no-euclidicidad en el espacio se debiese a campos que se dilatan y contraen, y cosas por el estilo, y no propiamente a que el espacio sea en sí mismo euclidiano.

[42] *Ibíd*., p. 14.

[43] Poincaré (1902), pp. 76-79.

En términos generales, lo que se quiere mostrar con este experimento metal o de pensamiento es que todas nuestras experiencias pueden ser igualmente acomodadas por dos teorías alternativas, y que en particular, para el caso del espacio físico, podemos dar con dos teorías alternativas equivalentes: en una el espacio físico es no-euclídeo y los cuerpos son completamente rígidos, mientras que en la otra el espacio físico resulta euclídeo y los cuerpos (y también los instrumentos de medición) se dilatan. Bajo estas circunstancias, no habría ninguna experiencia que permitiera elegir una teoría por encima de la otra.

Debemos concluir, entonces, en términos generales, que nuestras teorías físicas no están por completo determinadas por la experiencia. Esta es la así llamada tesis de la **infradeterminación o subdeterminación o indeterminación** de las teorías por la experiencia, conocida también como tesis Duhem-Quine, la cual sostiene, en últimas, que podemos dar con pares de teorías empíricamente equivalentes pero teóricamente diferentes. Es decir, es posible construir teorías alternativas, en el sentido que sus descripciones del mundo son distintas, pero que dan cuenta de los mismos fenómenos. Estas teorías no discrepan en cuanto a la experiencia, las dos se adecuan igualmente bien a los fenómenos, "salvan los fenómenos"[44], que de por sí han de ser observables.

Así que, bajo las circunstancias anteriores, no hay nada en los hechos que determine cuál es la geometría correcta; por tanto, concluye Poincaré, ningún tipo de observación y experimento refuta o confirma la geometría euclídea. Para él carece de sentido preguntarse si la geometría euclídea es verdadera o falsa, nos corresponde a nosotros decidir qué tipo de geometría dar al mundo. En este sentido los principios de la geometría "no son más que convenciones" o, lo que es equivalente, la verdadera geometría del mundo es una cuestión de decisión o convención por nuestra parte y no una cuestión de hecho. Pero, llegados a este punto, Poincaré concluye que, si aplicamos consideraciones de simplicidad y conveniencia, debemos partir de que la geometría del mundo es euclídea: "la experiencia nos guía en esta elección que no nos impone y no nos hace reconocer cuál es la geometría más verdadera, sino cuál es la *más cómoda*"[45]. Esto es, en lo que a Poincaré respecta, la geometría más conveniente para representar el espacio físico es la euclidiana puesto que es mucho más simple[46] que las otras, es la que

[44] Véase van Fraassen (1980), cap. 3.

[45] *Ibíd*., p. 82. Martínez-Chavanz ha introducido el neologismo *comodismo* para referirse a esta posición de Poincaré, véase Martínez-Chavanz (2006).

[46] Esta noción de simplicidad de Poincaré concuerda con la caracterización que se hace de la misma

la intuición y, de algún modo, la experiencia misma nos proporcionan en un primer momento o, si se quiere, la que obtenemos de la abstracción familiar de la experiencia común con los cuerpos sólidos y los rayos de luz. Como puede observase, la propuesta de Poincaré tiene implicaciones epistemológicas de largo alcance al plantear que no podemos llegar a un conocimiento ni siquiera aproximado de la estructura del mundo ni a partir de la observación directa y los experimentos, y mucho menos apartados de ellos.

Considero que el físico Kip S. Thorne (1994) defiende una especie de instrumentalismo muy próximo al convencionalismo de Poincaré, que bien podríamos calificar de extremo o, bien, de convencionalismo consecuente. Esto porque efectivamente admite que es posible desarrollar de un modo consecuente las dos concepciones opuestas sobre el espacio-tiempo, la euclídea y la no-euclídea, sin que, como es lógico, tengan implicaciones ontológicas. Thorne (1994) muestra que es posible desarrollar dos teorías o paradigmas equivalentes sobre los fenómenos relativistas: en uno, en el *paradigma del espacio-tiempo curvo*, se considera que el espacio-tiempo es curvo y las reglas de medir no son elásticas, siempre mantienen sus longitudes independientemente de dónde se encuentren y cómo estén orientadas; en el otro, en el *paradigma del espacio-tiempo plano*, el espacio-tiempo se considera plano y las reglas perfectas son elásticas.

En el primer paradigma se cuenta con la ecuación de campo de Einstein que describe cómo la materia genera la curvatura del espacio-tiempo, y también con las leyes que nos dicen que las reglas y relojes perfectos miden las longitudes y los tiempos del espacio-tiempo curvo de Einstein. Adicionalmente, estas últimas leyes nos dicen cómo se mueven la materia y los campos a través del espacio-tiempo curvo (por ejemplo, que los cuerpos que se mueven libremente viajan en líneas rectas–geodésicas). Por su parte, en el segundo paradigma se cuenta con una ley que describe cómo la materia, en el espacio-tiempo plano, genera el campo gravitatorio, y adicionalmente otras leyes que describen cómo dicho campo controla la contracción de las reglas perfectas y la dilatación de las marchas de los relojes perfectos. Así, estas leyes también describen la forma como el campo gravitatorio controla, también, los movimientos de partículas y campos a través del espacio-tiempo plano. De acuerdo con Thorne, el conjunto de leyes del primer paradigma pueden derivarse matemáticamente a partir del segundo conjunto de leyes, y viceversa.

al final del texto.

En síntesis, nos encontramos ante dos conjuntos de leyes que son diferentes representaciones matemáticas de los mismos fenómenos físicos. Los conjuntos de leyes son distintas representaciones porque sus respectivas fórmulas matemáticas tienen aspectos diferentes, con lo cual las **imágenes** que contienen (o despliegan) los dos paradigmas (teorías) también son diferentes. Precisamente decimos que son dos paradigmas (diferentes) porque **proyectan imágenes** distintas del mundo. Pero el caso es que aún siendo distintos paradigmas, dan cuenta de los mismos fenómenos observables, "salvan los fenómenos". Por esto decimos que son empíricamente equivalentes. En términos generales, debemos concluir que nuestras teorías no están determinadas de una forma completa por la experiencia, esto es, se encuentran indeterminadas por la experiencia o por los fenómenos.

Este tipo de argumentos lleva a Thorne a concluir que "a medida que maduran, los físicos teóricos… pueden considerar el espacio-tiempo curvado el domingo, cuando piensan sobre agujeros negros, y plano el lunes, cuando piensan sobre ondas gravitatorias… Esta libertad implica poder"[47].

LA RESPUESTA DE EINSTEIN: UN ENFOQUE REALISTA DEL ESPACIO

La posición de Einstein en este tema, y en el contexto del reto de Poincaré, es bien clara: "la pregunta acerca de si la geometría práctica del universo [la estructura espacial del mundo físico] es o no euclidiana tiene un sentido claro y la respuesta sólo puede proporcionárnosla la experiencia"[48] o, si se quiere, "el problema de si el continuo tiene una estructura euclídea, riemanniana u otra de naturaleza distinta, es una cuestión estricta de la física, que ha de ser contestada por la experiencia y no una cuestión de convención elegida sobre la base de la mera conveniencia"[49]. Pero esto no quiere decir que esté defendiendo un empirismo extremo, puesto que la respuesta que nos pueda proporcionar la experiencia sobre la geometría del espacio físico no la obtenemos de manera directa, sin que medie reflexión o análisis alguno, sino que, por el contrario, la respuesta, como veremos, está supeditada a consideraciones teóricas, de principio. En otras palabras, no es posible resolver la cuestión de la estructura geométrica del mundo sin

[47] Thorne (1994), p. 372.

[48] Como lo señaló Einstein en su conferencia ante la Academia de Ciencias de Berlín, en 1921, publicada más tarde con el título *Geometría y experiencia*. Véase Einstein (1921), p. 235. Para un estudio profundo y detallado de los planteamientos de Einstein sobre la geometría física, en el contexto de los de Poincaré, véase Paty (1992) y Paty (2005).

[49] *Ibíd*., p. 238.

tener en cuenta ciertos resultados de la teoría general de la relatividad y sin enfrentar el reto convencionalista lanzado por Poincaré.

Einstein empezará por decir que Poincaré sólo tenía razón en parte, tal y como se concluye a partir de la teoría general de la relatividad, pues con él hay que admitir que la construcción conceptual de la noción de espacio en la física se basa en el hecho empírico de que hay dos clases de cambios en los cuerpos físicos: cambios de estado y cambios de posición. Por una parte, los objetos del mundo físico tienen modificaciones o cambios en lo que tiene que ver con su forma, con su estado, así por ejemplo, esta mesa sobre la que escribo podría dilatarse o contraerse; en tanto que el movimiento de la mesa sería un cambio de posición. Por tanto Einstein plantea que

> Si rechazamos la relación entre el cuerpo de la geometría euclídea axiomática y el cuerpo prácticamente rígido de la realidad, llegaremos de inmediato, como el agudo y profundo pensador Henry Poincaré, al siguiente enunciado: la geometría euclidiana se distingue por encima de toda otra geometría axiomática concebible gracias a su simplicidad[50].

La conclusión de Einstein es que el hecho de que adoptemos una geometría es cuestión de convención, pero únicamente mientras no hagamos ninguna suposición concerniente al comportamiento de los cuerpos físicos implicados en las mediciones. Una vez establecidas estas suposiciones, el sistema geométrico queda determinado por la experiencia. Por tanto, la salida al convencionalismo de Poincaré la encuentra Einstein en comenzar por reconocer que la relación entre las posibles localizaciones de los cuerpos rígidos (a los que Einstein llama "prácticamente rígidos" o "casi rígidos") del mundo físico son equivalentes a las relaciones entre los cuerpos de la geometría euclídea. O, en términos más concretos, si admitimos el postulado fundamental que dice "si dos distancias han sido halladas iguales una vez y en alguna circunstancia, son iguales siempre y en todas las circunstancias"[51], hay que concluir que la estructura geométrica del espacio está condicionada por la experiencia. Este principio es un principio elemental, pero de acuerdo con Einstein es el principio sobre el que descansa "no sólo la geometría práctica de Euclides, sino también su más reciente generalización, la geometría práctica de Riemann, y la teoría general de la relatividad"[52].

[50] *Ibíd*., p. 235.

[51] *Ibíd*., p. 237.

[52] *Ibíd*.

Ahora bien, por las consideraciones propias de la teoría general de la relatividad se tiene que un campo gravitacional, la distribución de la materia, afecta el comportamiento de las reglas de medir y los relojes, por tanto esta conclusión "es suficiente para excluir la validez exacta de la geometría euclidiana en nuestro universo"[53]. Einstein ilustra de manera más particular esta conclusión:

> En un sistema de referencia que posee un movimiento de rotación con respecto a un sistema inercial, las leyes de localización de los cuerpos rígidos no corresponden a las reglas de la geometría euclidiana, de acuerdo con la contracción de Lorentz. De modo que si admitimos los sistemas no inerciales en un pie de igualdad, debemos abandonar la geometría euclídea[54].

En pocas palabras, la argumentación de Einstein es como sigue. Es posible resolver a través de la experiencia qué tipo de geometría corresponde a la estructura del espacio, siempre y cuando se parta de la idea, fundamental dentro de la física, que los cuerpos mantienen su misma extensión cuando son trasladados de un sitio a otro, esto es, se mantenga la congruencia de los estados de los cuerpos al ser trasladados. Partiendo de este principio, entonces, es posible reconstruir toda la experiencia física que tenemos, de tal manera que esto nos lleva a concluir que la geometría correspondiente es una geometría no euclídea, semiesférica, o, para ser más precisos, semirriemanniana.

Pero aquí debemos hacer una precisión, hay que tener claro que realmente lo que se está presuponiendo que debe adecuarse a la experiencia es el comportamiento de los estados de los cuerpos más los cambios de los mismos, lo cual constituye un sistema completo[55]. Así, este sistema completo es el que se contrasta con la experiencia, y no propiamente cada una de estas componentes por separado. No podemos llegar a la idea ingenua que lo que se está proponiendo es que el espacio es completamente empírico, en el sentido en que se experimenta de manera directa. Lo que se puede decir es que la totalidad de las experiencias (encuadradas dentro

[53] Einstein (1917), p. 113.

[54] Einstein (1921), p. 235.

[55] En este punto pareciese que nos estuviéramos moviendo en un círculo vicioso, pero no es así, como bien deja ver Einstein: "dado que la física tiene que hacer uso de la geometría desde el momento en que establece sus conceptos, el contenido empírico de la geometría no puede ser especificado y contrastado sino en el marco de la física como un todo", Einstein (1952), p. 143. Considero que M. Paty estaría de acuerdo con esta manera particular de concebir el realismo de Einstein, véase Paty (2006).

de un sistema) sobre el estado de los cuerpos y los cambios de los cuerpos, acompañadas del principio de congruencia en la traslación, lleva a Einstein a concluir que el espacio es no euclídeo. En ese sentido podemos afirmar que nuestro esquema conceptual nos lleva a privilegiar, que los cuerpos no modifican su extensión al cambiar su posición, lo cual finalmente nos conduce a que, a la luz de la experiencia, efectivamente la geometría del espacio físico es no euclídea.

Pero esta última afirmación tiene que ser complementada en relación con la cuestión de la existencia independiente del espacio (o del espacio-tiempo) de otros elementos de la realidad, pues, de acuerdo con Einstein, las teorías de la relatividad especial y general responden a esta cuestión de maneras completamente diferentes. A la luz de la teoría de la relatividad especial, hay que concluir que el espacio-tiempo tiene una existencia independiente de la materia o el campo, esto es, según Einstein, "la descripción de los estados físicos presupone el espacio como algo que viene dado de antemano y que lleva una existencia independiente"[56]. Mientras que en la teoría de la relatividad general "el espacio no tiene existencia separada de "aquello que llena el espacio", de aquello que depende de las coordenadas"[57]; en esta teoría "el espacio vacío, es decir, un espacio sin campo, no existe. El espacio-tiempo no tiene existencia por sí mismo, sino únicamente como una cualidad estructural del campo"[58]. En términos más generales: "es la idea del campo –dice Einstein– como representante de lo real, en combinación con el principio de la relatividad general, la que muestra el verdadero meollo de la idea cartesiana: no existe espacio «libre de campo»"[59].

Pero aún así, aunque el espacio-tiempo tiene una dependencia ontológica del campo, este tipo de resultado contrasta con el argumento de Poincaré que muestra la posibilidad de elaborar teorías empíricamente equivalentes en este dominio de la física. Para visualizar mejor la posición de Einstein en este asunto, puntualicemos mejor en qué consiste el convencionalismo de Poincaré y veamos qué otras alternativas tenemos.

Como hemos visto, el convencionalismo es una forma de escepticismo que defiende la posibilidad de darse múltiples teorías del espacio que den cuenta igual de bien de los datos observacionales y experimentales, y que por lo tanto todas ellas serían igualmente correctas, aunque no podemos

[56] Einstein (1952), p. 151.

[57] *Ibíd*., p. 155.

[58] *Ibíd*.

[59] *Ibíd*., p. 156.

declarar a ninguna de ellas como la verdadera. De modo que en últimas no tenemos acceso a la estructura geométrica del espacio. La alternativa sería el realismo, que no sólo acepta que las teorías sobre el espacio postulan una estructura espacial (o espacio-temporal) inobservable, sino que van más allá al afirmar que si la teoría es adecuada empíricamente, entonces la estructura espacial es verdaderamente real, existe en el mundo. Así, el principio del realista es que si una teoría es correcta, existen las entidades postuladas por ella, las entidades inobservables. Pero esta salida realista funciona muy bien si contamos con una única teoría sobre el espacio, pero se ve en muy graves aprietos cuando contamos con un par de teorías empíricamente equivalentes. En esta situación es cuando el problema de Poincaré se presenta de manera más clara. Para buscar una salida al mismo, el realista ya no puede acudir a criterios externos a la teoría, como la observación y los resultados experimentales, sino a criterios pragmáticos que tienen que ver con las características de la teoría en relación con sus usuarios; características tales como la simplicidad o belleza.

¿Qué dice Einstein sobre todo esto? Einstein en muchos lugares habla del carácter puramente ficticio de los fundamentos de la teoría científica. Así, por ejemplo, dice:

> Los filósofos naturales de aquellos días [siglos XVIII y XIX], en su mayoría, estaban poseídos por la idea de que los conceptos fundamentales y los postulados de la física no eran, en sentido lógico, libres invenciones de la mente humana y que eran deducibles a partir de la experiencia por "abstracción", es decir, por medios lógicos. Un completo reconocimiento del carácter erróneo de esta noción aparecería sólo con la teoría de la relatividad general, que demostró que, a partir de una base bien distinta de la newtoniana, es posible dar cuenta de una mayor cantidad de hechos empíricos. Pero más allá de la cuestión de la superioridad de uno u otro punto de partida, el carácter ficticio de los principios fundamentales es muy evidente, toda vez que podemos señalar dos principios esencialmente diferentes que concuerdan ambos, ampliamente con la experiencia. Esto, a la vez, demuestra que todo intento de deducción lógica de los conceptos básicos y postulados de la mecánica a partir de las experiencias elementales está condenado al fracaso[60].

Pero igualmente considero que existen pasajes en los escritos de Einstein en los que hay un marcado realismo. Veamos dos de ellos:

[60] Einstein (1933), p. 273.

> Para quien es un descubridor en este campo [la física], los productos de su imaginación se le presentan como tan necesarios y naturales que él mismo considera –y querría que los demás los consideraran– como realidades dadas y no como creaciones del pensamiento[61].
> La experiencia puede **sugerir** los conceptos matemáticos apropiados, pero éstos, sin duda ninguna, **no pueden ser deducidos** de ella. Por su puesto que la experiencia retiene su calidad de **criterio último** de la utilidad física de una construcción matemática. Pero el principio creativo reside en la matemática. Por tanto, en cierto sentido, considero que **el pensamiento puro puede captar la realidad**, tal como los antiguos lo habían soñado[62].

O también, "es en el limitado número de campos y de ecuaciones simples que pueden existir matemáticamente donde descansa la esperanza del teórico de **captar lo real en toda su profundidad**"[63].

Aún más, hablando sobre la interpretación que introdujo Max Born sobre la función de onda, en la que las funciones espaciales de las ecuaciones no pretenden ser un modelo matemático de la estructura atómica, sino que estas funciones sólo determinan las probabilidades matemáticas de hallar tales estructuras, Einstein dice: "aún creo que es posible un modelo de la realidad o, sea, una teoría que represente **las cosas en sí mismas** y no tan sólo la probabilidad de su aparición"[64].

Como anuncié más arriba, hay un argumento adicional del realista, al cual no recurre Einstein de manera explícita en estas citas, para consolidar mejor su apuesta ontológica, este consiste en pasar de la postulación de entidades inobservables a la existencia de las mismas. El argumento recurre a valores teórico-pragmáticos[65] como la simplicidad para lograr dicho propósito. Veámoslo.

---

[61] *Ibíd*., p. 270.

[62] *Ibíd*., p. 274. La negrilla es mía.

[63] *Ibíd*., p. 275. La negrilla es mía.

[64] *Ibíd*., p. 276. La negrilla es mía. Esta misma idea nos la recuerda Einstein cuando dice: "Nos referimos a una teoría que describa exhaustivamente lo físicamente real (con inclusión del espacio cuadridimensional) mediante un campo. La presente generación de físicos se inclina por contestar negativamente a esta pregunta; opinan, en concordancia con la forma actual de la teoría cuántica, que el estado de un sistema no se puede caracterizar directa sino sólo indirectamente, mediante especificación de la estadística de las medidas realizadas en el sistema; prevalece la convicción de que la naturaleza dual (corpuscular y ondulatoria), confirmada experimentalmente, sólo puede alcanzarse mediante un debilitamiento semejante del concepto de realidad. Mi opinión es que nuestros conocimientos reales no justifican una renuncia teórica de tan largo alcance, y que no se debería dejar de estudiar hasta el final el camino de la teoría de campos relativista", Einstein (1952), p. 157.

[65] Para la distinción entre virtudes epistémicas y pragmáticas de una teoría, véase van Fraassen (1980), cap. 4.

El realista parte de admitir que las teorías del espacio proponen verdaderamente una estructura real del mundo, pero a la vez tienen en cuenta que esta estructura es inobservable: no tenemos acceso a ella ni por la observación (o la experiencia) ni por medios experimentales. Con el propósito de no caer en un escepticismo a la hora de enfrentar el reto de Poincaré, y ante la imposibilidad de dirimir la disputa sobre la base de una diferencia de compatibilidad con los datos observacionales, los realistas acuden a criterios que tienen que ver con las características de las teorías usadas, para finalmente concluir que si la teoría está suficientemente bien confirmada, debemos aceptar que es verdadera y, con ello, la realidad de las entidades inobservables postuladas. Se argumenta que en la elección de una teoría aplicamos criterios tales como la plausibilidad intrínseca, la simplicidad, el conservadurismo, la coherencia con otras teorías de fondo, etc., de tal manera que, concluyen los realistas, este tipo de consideraciones puede ayudar a decidir legítimamente cuál es la teoría más convincente y con ello las entidades postuladas que debemos aceptar.

En este sentido el realismo de Einstein puede recibir un importante apoyo de la idea de que sus teorías de la relatividad especial y general son más simples que sus alternativas empíricamente equivalentes (observacionalmente indistinguibles), dado que esas teorías no poseen la estructura problemática e innecesaria que contamina a sus alternativas. Esto puede ser cierto, pero no es suficiente para concluir que dichas teorías son verdaderas o más verdaderas, lo único que podemos concluir es que son *más manejables*, por ser más simples, aunque sean empíricamente equivalentes con sus alternativas. Si se concluyese que son verdaderas (o más verdaderas) estaríamos tomando a la simplicidad como criterio de verdad, como guía para afirmar la verdad de una teoría. Pero desde luego que esto es erróneo, una cosa es la verdad y otra la simplicidad: la simplicidad "no indica características *especiales* que hagan que una teoría sea más factiblemente verdadera (o empíricamente adecuada)"[66]. Aún más, el valor (pragmático) de *simplicidad* de una teoría está supeditado a los valores (epistémicos) de *consistencia* y *adecuación empírica* ya que no tiene sentido examinar la simplicidad de una teoría que sea inconsistente o que no sea empíricamente adecuada. En otras palabras, nos interesa la simplicidad de teorías consistentes (no contradictorias) y que se adecuen a la experiencia.

En conclusión, realmente estas consideraciones a partir de criterios pragmáticos de una teoría no pueden ayudar a sacar adelante la propuesta

[66] van Fraassen (1980), p. 90.

realista de que ciertos constructos teóricos tienen su correlato en el mundo. Las teorías de Einstein son mejores (en cuanto a simplicidad) que sus equivalentes empíricos, pero ello no significa que sean verdaderas o más verdaderas. Esta particular ventaja de las teorías einstenianas no permite asegurar un realismo respecto a la estructura espacio-temporal del mundo, en la medida en que no podemos tomar el criterio de simplicidad como una medida o señal de la verdad de una teoría.

En resumen, y para terminar, respecto a la pregunta ¿cuál es la verdadera estructura espacial del mundo físico?, tenemos tres tipos de respuesta. El realista (Einstein) afirma que si bien no tenemos un conocimiento directo de esta, podemos aunar suficientes elementos de juicio, basados indirectamente en múltiples experiencias y observaciones, que nos pueden llevar a dar una clara respuesta positiva a la pregunta. El empirista moderado (escéptico) admite que la pregunta está bien planteada, que es legítima, pero suspende el juicio porque considera que no tenemos suficiente evidencia empírica para dar una respuesta afirmativa o negativa a la pregunta. En tanto que el convencionalista (una especie de instrumentalista o de empirista extremo, según se mire) plantearía que la pregunta no tiene sentido, es irrelevante, debido a que por su naturaleza el concepto de espacio es una mera convención.

Bibliografía

Campos, A. (1994): *Axiomática y geometría. Desde Euclides hasta Hilbert y Bourbaki*, Bogotá, 1994.

Einstein, A. (1917): *Relativity. The Special and General Theory*, Crown, New Cork, 1961; v.e. *Sobre la teoría de la relatividad especial y general*, Alianza Editorial, Madrid, 1999.

_____ (1921): "Geometry and Experience", en Einstein (1954), pp. 227-240; v.e. "Geometría y experiencia", pp. 40-53.

_____ (1933): "On the Method of Theorical Physics", en Einstein (1954), pp. 263-270; v.e. "Sobre el método de la física teórica", pp.78-84.

_____ (1952): "Relativity and Problem of Space", Appendix V de Einstein (1917), pp. 135-157; v.e "La relatividad y el problema del espacio", pp. 119-140.

_____ (1954): *Ideas and Opinions*, Crown, New York, 1960; v.e. *Sobre la teoría de la relatividad y otras aportaciones científicas*, Sarpe, Madrid, 1983.

Enriques, F. (1924): *Los elementos de Euclides y la crítica antigua y moderna*, Instituto "Jorge Juan" de Matemáticas, Madrid, 1954.

Euclides: *Elementos*, ver Enriques (1924).

Granés, J. (2005): *Isaac Newton. Obra y contexto. Una introducción*, Pro-Offset Editorial Ltda., Bogotá, 2005.

Gray, J. (1992): *Ideas de espacio*, Biblioteca Mondadori, Madrid.

Guerrero, G. (2005): *Enfoque semántico de las teorías. Estructuralismo y Espacio de estados: coincidencias y divergencias*, Servicio de Publicaciones Universidad Complutense de Madrid, Madrid- España, (soporte CD-ROM).

_____ (2008): "Individuación de las teorías en el enfoque semántico", *Principia*, 12(1), junio 2008, pp. 97-119, Universidad Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Hanson, N. R. (1971): *Observación y explicación*, Alianza, Madrid, 1977.

Jammer, M. (1954), *Conceptos de espacio*, Editorial Grijalbo, México D.F., 1970.

Kant, I. (1770): *Principios formales del mundo sensible y el mundo inteligible*, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, 1996.

_____ (1781/1787): *Crítica de la razón pura*, Madrid, Alfaguara, 1980.

_____ (1783): *Prolegomena to any Future Metaohysics*, Hackett Publishing Company, Indianapolis, 1985; v.e.: *Prolegómenos a toda metafísica del porvenir*, Editorial Porrúa, Argentina, 1991.

Leibniz, G. (1715 y 1716): *La polémica Leibniz-Clarke*, Edición y traducción de Eloy Rada, Taurus, Madrid, 1980.

Mach. E. (1883): *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of Its Development*, The Open Court Publisheing Co., Illinois, 1960.

Martínez-Chavanz, R. (2006): "Entrevista con Regino Martínez-Chavanz", *Praxis Filosófica*, nueva serie, No. 22, Enero-Junio 2006.

Mittelstaedt, P. (1966): *Problemas filosóficos de la física*, Editorial Alhambra, Madrid, 1969.

Newton, I. (1687): *Principios matemáticos de la filosofía natural*, Editora Nacional, Madrid, 1982.

Paty, M. (1992): "Physical Geometry and Special Relativity. Einstein and Poincaré", en L. Boi, D. Flament y J.-M. Salanskis (Eds.), *1830-1930: A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics*, Springer-Verlag, Berlin.

_____ (2005): "Introdução a três textos de Einstein sobre a geometria, a teoria física e a experiencia", *Scientiæ Studia*, São Paulo, v. 3, n. 4, p. 641-62, 2005.

_____ (2006): "Einstein y el rol de las matemáticas en la física", *Praxis Filosófica*, nueva serie, No. 22, Enero-Junio 2006.

Poincaré, H. (1902): *La ciencia y la hipótesis*, Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1943.

Reichenbach (1921): "Estado actual de la discusión sobre la relatividad", en *Moderna filosofía de la ciencia*, Tecnos, Madrid, España, 1965.

_____ (1928/1957): *The Philosophy of Space and Time*, Dover, New York.

_____ (1951): *La filosofía científica*, FCE, México, 1953.

Sklar, L. (1992): *Filosofía de la física*, Alianza Editorial, Madrid, 1994.

Smith, N. K. (1950): *A Commentary to Kant's "Critique of pure reason"*, New York. (Reimpresión de segunda edición, revisada y aumentada, de 1923).

Thorne, K. (1994): *Agujeros negros y tiempo curvo*, Crítica, Barcelona, 1995.

Torretti, R. (1967): *Manuel Kant. Estudio sobre los fundamentos de la filosofía crítica*, Charcas, Buenos Aires, 1980.

van Fraassen, B. C. (1970a): *Introducción a la filosofía del tiempo y del espacio*, Editorial Labor, Barcelona, 1978.

_____ (1970b): "On the extension of Beth's semantics of physical theories", *Philosophy of Science*, september, 1970, pp. 325-339.

_____ (1980): *The Scientific Image*, Clarendon Press, Oxford; v.e. *La imagen científica*, Paidós-UNAM, México, 1996.

PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA

¿PUEDEN SER SEPARABLES LAS ENTIDADES INDISCERNIBLES? ENSAYO SOBRE POSIBLES CONSECUENCIAS DE UNA POSICIÓN DE EINSTEIN FRENTE A LA INDISCERNIBILIDAD

*Décio Krause**

Resumen

La defensa de Einstein de la separabilidad y de la localidad parece implicar que las entidades físicas tendrían individualidad, o sea, serían individuos. Por otro lado, Einstein fue uno de los responsables por la forma de la "estadística" que se llama "de Bose y de Einstein" (B-E). Los bosones, o sea, los objetos cuánticos que obedecen a B-E, pueden estar más de uno en el mismo estado cuántico, lo que indica que tienen *todas* las mismas propiedades, o sea, son indiscernibles y por tanto no podrían tener individualidad. Según una tradición que remonta a Schrödinger, Weyl y otros, esos cuanta serían no-individuos. ¿Hay conficto entre esas dos posiciones de Einstein? En este artículo, articulamos algunas consideraciones de naturaleza filosófica procurando mostrar, aunque sin hacer análisis exegético de las ideas de Einstein, que las dos posiciones del gran físico no son contradictorias, desde que asumamos que los

* Grupo de Lógica y Fundamentos de la Ciencia, Departamento de Filosofía, Universidad Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC – Brasil, www.cfh.ufsc.br/~dkrause.

Correo electrónico: dkrause@cfh.ufsc.br.

Agradezco a Germán Guerrero Pino por la atención y ayuda en la corrección del texto. Los errores que aún persisten son de mi total responsabilidad.

objetos cuánticos son de una naturaleza muy peculiar (son entidades sin identidad).

EL REALISMO DE EINSTEIN

Sin desear adentrar a la discusión exegética del gran físico, vamos a apoyarnos en algunas lecturas de Einstein y en observaciones de comentadores sobre su filosofía, destacando dos posiciones que ciertamente identificaremos como de facto pertenecientes a Einstein y que nos interesan apuntar, aunque de forma breve: la separabilidad y su noción de realidad. Es bien sabido que la filosofía de Einstein presupone esos dos principios fundamentales. Como dijo Einstein:

> El mundo físico es real. Se supone que esto es una hipótesis fundamental. ¿Qué significa 'hipótesis' aquí? Para mí, una hipótesis es una afirmación (*statement*) cuya *verdad* debe ser asumida en el momento, *pero cuyo significado debe ser colocado por encima de cualquier ambigüedad.* La afirmación de arriba me parece a mí, entretanto, en sí misma, como si uno dijera: 'El mundo físico es un canto de un gallo'. A mí me parece que 'real' es una categoría intrínsecamente vacía, sin sentido (una casa de palomas vacía), cuya importancia monstruosa reside solamente en el hecho de que yo puedo hacer ciertas cosas en ella y ciertamente otras no.
>
> [Lo] real de una parte del espacio, A, debería (en teoría) de algún modo 'existir' independientemente de lo que es pensado como real en otra parte del espacio, B. Si un sistema físico se extiende sobre dos partes del espacio, A *y* B, entonces lo que está presente en B debería de alguna forma tener una existencia independiente de lo que está en A. Lo que está presente en B no debería depender de cualquier tipo de medición que se haga en la parte del espacio, A; debería ser también, sobretodo, independiente de que se haga o no una medición en A. (…) Entretanto, si renunciamos a la hipótesis de que lo que está presente en diferentes partes del espacio tiene una existencia real e independiente, entonces no veo lo que la física supuestamente describe[1].

Como comenta Howard en la secuencia de esas citas, el realismo de Einstein es entonces la tesis de la separabilidad, la afirmación de que la separación espacial es condición suficiente para la individuación de los sistemas físicos. Así, somos conducidos por Einstein a considerar dos cosas aparentemente indisociables: que las cosas distintas espacialmente son realidades físicas distintas, y por tanto *individuos* distintos. No es claro (para mí) cómo Einstein llevaría esas consideraciones al dominio

[1] *Cf.*, Howard (2004).

cuántico, pero teniendo a la vista su concepción de que (aparentemente) esos principios de su filosofía deberían ser aplicados a todo (como aparentemente intentó mostrar con el argumento EPR), lo mismo debería pasar a escalas muy pequeñas, quizás igual a la distancia de Planck (cerca de 10^{-33} cm). De ese modo, sería legítimo indagar: ¿son realidades físicas distintas los objetos cuánticos que son contados como *más de uno*, y que están a distancias (si es que están) muy pequeñas uno de lo otro? ¿Por ejemplo, pueden ser considerados separados los dos quarks *up* que forman un protón cualquiera? (los protones son formados por dos quarks *up* y un quark *down*). Como veremos abajo, el uso de palabras como "distintos" nos traen problemas en ese contexto, y es por eso que optamos por decir "más de uno" (esas cosas quedarán claras en lo que viene). La palabra "espacialmente", así como "separables", son también problemáticas en ese contexto (quizás lo mismo que la palabra 'distancia'), y el sentido empleado por Einstein no deja claro tampoco lo que significarían en esa escala; en las dimensiones de Planck, la gravedad parece ser esencial, y entonces las nociones usuales de espacio y tempo no serían más las tradicionales newtonianas (usadas de igual modo por las teorías cuánticas); en ese caso, deberíamos tomar los conceptos de la relatividad general. El problema, como destacaremos más abajo, es que hasta el día de hoy no tenemos una teoría unificada para la física cuántica y la relatividad general. Para tratar la cuestión, pienso entonces que podemos empezar con las estadísticas cuánticas, en especial la llamada "de Bose-Einstein" y sus relaciones con la indiscernibilidad.

Einstein, la indiscernibilidad y sus consecuencias

Parece claro que podemos asumir que la posición de Einstein es la de que los bosones (por lo menos) son indiscernibles, una vez que deben obedecer a la estadística B-E. Claro que podríamos discutir ese punto con un análisis exegético de sus ideas, pero creo que el gran científico propuso esa forma de estadística como si fuera obedecida por las entidades físicas (bosones). Eso se debe esencialmente a la creencia de que, para obedecer a esa estadística, las entidades no pueden tener individualidad en el sentido tradicional. ¿Es eso así? ¿De qué forma esa manera de contar estados implica la no-individualidad? Hay filósofos, como van Fraassen (que se basa en un trabajo anterior de otros autores[2]), que piensan que podemos tener objetos semejantes a los "objetos clásicos" (i.e., que cumplan la mecánica clásica y sean, por tanto,

[2] Véase van Fraassen (1998).

individuos) cumpliendo B-E. Eso es matemáticamente posible de hecho, como ilustra la situación siguiente: hay dos estados posibles, *A* y *B*, y dos objetos cuánticos, *a* y *b*. Desde el punto de vista clásico habría cuatro posibilidades para los estados posibles del sistema conjunto (estadística de Maxwell-Boltzmann), y además se asume que todas pueden ocurrir con la misma probabilidad (=): (1) ambos objetos están en *A*, (2) ambos están en *B*, (3) el objeto *a* está en *A* y el objeto *b* está en *B*, y lo opuesto, o sea, (4) el objeto *a* está en *B* y el objeto *b* está en *A* (figura 1, (I)). En la estadística de Bose-Einstein, los dos últimos estados se cuentan como el mismo, lo que hace que no pueda haber distinción entre los objetos. Eso se representa en la figura de abajo (II) por dos bolinas negras, que buscan no proporcionar ninguna distinción entre las entidades por sus nombres *a* y *b*. Así, hay tres estados posibles, y a cada uno se le atribuye la probabilidad 1/3. En la última figura (III), esa misma estadística es considerada nuevamente para individuos, pero para que las cosas funcionen, la probabilidad 1/3 debe dividirse en dos. Eso, en nuestra opinión, no es otra cosa que un ardid mañoso para hacer que la forma de contar dé correctamente, pero aún habrá distinción entre los *dos* últimos estados, uno en el que el objeto *a* está en *A* y el objeto *b* está en *B*, y el opuesto, como en Maxwell-Boltzmann, aunque tengan la misma probabilidad (ahora) 1/6.

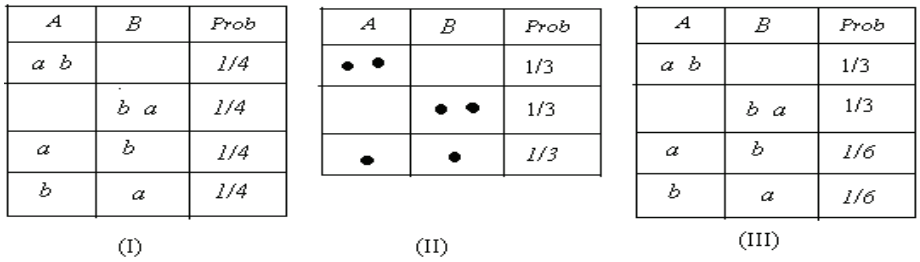

Figura 1. Las estadísticas de Maxwell-Boltzmann (I), la de Bose-Einstein en su forma usual sin que haya distinción de los objetos cuánticos (II) y la misma estadística pero considerando como si fuera aplicada a individuos (III). Note que las probabilidades en (III) no son las mismas para todas las posibilidades.

Pero en (III), insistimos, los objetos *son* discernibles (son individuos), por ejemplo por sus nombres *a* y *b*, que son usados en acepción referencial, o en "referencia singular directa", como dice Strawson (2006), o sea, como designando objetos cuánticos particulares. En efecto, suponga que *a* y *b* no son considerados como nombres propios, pero que son tomados como parámetros, o variables, designando objetos cuánticos cualesquiera

de un cierto tipo (en sentido de una descripción indefinida). En ese caso, tendremos problemas con la identificación de los referentes de esas descripciones, pues para que la situación (III) acontezca, debemos poder discernir entre *a* y *b*, para que podamos saber que los dos últimos casos son de hecho distintos, lo que implica tener un criterio de identidad para esas entidades. Pero si es esto lo que precisamente está en juego, o sea, si debemos identificar los referentes de *a* y de *b*, entonces no podremos pensar en *a* y *b* como parámetros o como variables. Que eso es, de hecho así puede ser visto con un ejemplo de las matemáticas. Podemos referirnos a dos números primos *a* y *b* que no conocemos, por ejemplo, el primero y el segundo números primos de Mersenne con más de 10 millones de decimales –los que se conocen hoy no pasan de un poco menos de ese número de decimales; el mayor tiene 9,808,358 decimales, descubierto en septiembre de 2006. Si esos números existen (aunque el conjunto de los números primos sea infinito, no sabemos si el conjunto de los números de Mersenne lo es), aunque no sean conocidos, *tienen identidad*, pues (si existen) podemos discernirlos precisamente por el hecho de que uno es el primer número primo con más de 10 millones de decimales, y el otro no tiene esa propiedad. Eso hace toda la diferencia; aunque no los conocemos, esos números son individuos. La situación con los bosones (y con otros objetos cuánticos) es ciertamente otra.

Si entonces *a* y *b* son nombres, su uso en sentido referencial implica individualización de las entidades. Si por otro lado los nombres no son usados en sentido referencial, pero en sentido descriptivo, o sea, en el sentido de que un nombre tiene referencia en virtud de algún contenido descriptivo asociado al nombre, debemos considerar las descripciones definidas[3]. Pero asociar a un nombre (como "Max Planck") una descripción definida, como "el gran físico que originó las ideas sobre cuantización", también exige que se tenga una teoría de la identidad para las entidades nombradas. En efecto, sabemos que la descripción $\iota x F(x)$, que suponemos significa "el gran físico que originó las ideas sobre cuantización", es parafraseada, según la teoría de Russell, por $\exists x(F(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow y{=}x) \wedge Q(x))$, o sea, por una expresión que hace uso de la identidad. El problema con esa identificación (dada por cualquier uso de los nombres) es que si los bosones pueden estar todos en un mismo estado, o sea, tienen *todos* las mismas propiedades, ¿cómo es posible esa distinción? Hay dos respuestas: la primera es asumir que hay *propiedades ocultas*, más allá de la física, las cuales confieren la identificación y hacen la distinción entre los objetos. Sabemos de las

[3] Sobre el uso de los nombre en física, véase French & Krause (2006), cap. 5.

inconveniencias de esa hipótesis, debido a los problemas que hay en asumir *variables ocultas*, aunque fuese esa aparentemente la posición de Einstein. La otra es asumir que hay algo *más allá* de las propiedades, alguna forma de substrato, o *haecceity*, o *primitive thisness*, que sería la responsable por la individuación, de modo que los objetos tendrían una forma semejante a lo que Heinz Post llamó "individualidad trascendental"[4]. Esa suposición de formas de substrato en la física cuántica es también descartada por las discusiones al respecto[5]. Así, o hay substrato, o la mecánica cuántica no es completa con respecto a la individuación, o los objetos cuánticos no son individuos. La primera hipótesis puede ser eliminada por motivos como los de arriba, así como por llevar la metafísica muy lejos; la segunda posibilidad debe ser descartada bajo la hipótesis de que hay conjuntos *completos* de variables dinámicas, como los operadores numéricos de ocupación lo son en la segunda cuantización (para campos libres). Nos parece que la tercera posibilidad es la más consecuente con lo que dicta la propia física. Surge entonces la cuestión: ¿si los objetos cuánticos pueden, en ciertas situaciones, ser *absolutamente* indiscernibles, cómo podemos hablar de ellos? ¿Cómo cuantificar sobre esas entidades? Esas cuestiones surgen de inmediato a partir de la hipótesis de la indiscernibilidad.

Debemos reconocer que nuestros lenguajes, usados en particular para hacer referencia a las cosas del mundo y describir las teorías, es un lenguaje de objetos[6], o sea, cuando hablamos, en general hablamos de objetos. Como dice Toraldo, "dividimos el mundo en objetos para hablar"[7]. No nos importa el motivo por el cual procedemos de ese modo, sino simplemente constatar que de hecho lo hacemos[8]. Ese simple hecho de dividir el mundo en objetos nos induce a pensar en ellos como siendo cosas distintas unas de otras. La idea de que su localización espacial implica individuación está presente en nuestras concepciones atávicas. Pero podemos ciertamente indagar si es posible que haya dos objetos que se diferencien solamente por su localización espacial y temporal, como dijo Kant que sería posible con dos gotas de agua[9]. Su posición, como

[4] Sobre todo esto, puede verse French & Krause (2006).

[5] Véase Teller (1998).

[6] Véase Toraldo di Francia (1981), p.222.

[7] *Ibíd*.

[8] El lector interesado puede intentar asociar esas ideas con la formación del mundo por los niños, como sustentó Piaget. Para esa analogía, así como para sus relaciones con el Principio de Objetivación de Schrödinger, véase Krause (2007).

[9] Kant (1980), p.154 [319-20]. Los números entre "[" y "]" indican las páginas de la edición

es bien sabido, gustaba comentar la opinión de Leibniz sustentada por su Principio de Identidad de los Indiscernibles, que dice que no hay *dos* entidades que difieran *solo en número*, habiendo siempre una cualidad, o propiedad intrínseca (como diríamos nosotros hoy) que los distingue. Para el filósofo de Könisberg, si hacemos abstracción de esas cualidades leibnizianas, la diferencia en localización espacial se torna una condición suficiente para la individuación.

En la física cuántica esa cuestión aparece nuevamente de varias formas. El principio de Leibniz, denotado PII, que podemos escribir en un lenguaje de segundo orden como

$$\forall F((F(x) \rightarrow F(y)) \rightarrow x{=}y),$$

donde x y y son variables individuales y F es una variable para predicados, o propiedades, de individuos, es sabidamente un teorema de la lógica de segundo orden. Pero en la física cuántica podemos indagar sobre el dominio de la variable F, y así distinguir entre tres formas principales del principio, a saber: PII(1), que permite todas las propiedades y relaciones en el dominio de F, incluyendo las de localización espacial; PII(2), que elimina esas últimas propiedades, y PII(3), que considera solamente las monádicas (que podemos asociar a "cualidades"). Lo importante es que se ha mostrado que las tres formas no son válidas en la física cuántica[10]. De igual modo, cuando las entidades cuánticas no tienen *ninguna* posibilidad de ser distinguidas, estas no sólo son pensadas sino *tratadas* por la física como más de una (no voy a decir "distintas" para no ser acusado de estar usando un concepto que no se aplica a ellas, la identidad –y su negación, la diferencia), como cuando decimos que en un condensado de Bose-Einstein (BEC) una cantidad enorme de objetos cuánticos (bosones) a muy bajas temperaturas entran en un mismo estado cuántico (o sea, teniendo *todas* las propiedades en común) pero, no son en absoluto *la misma* entidad, sea lo que eso signifique en esos casos (se ve aquí la fuerza de nuestro lenguaje usual y su forma de expresión sobre objetos). Así, tenemos que contemplar el problema de que las entidades cuánticas son descritas por las matemáticas usuales, y entonces tenemos que respetar el principñio del tercio excluso en la forma a = b v a b, eso es, dentro de las matemáticas,

original alemán de 1787, y son aquí indicadas para que el lector interesado pueda encontrar el pasaje en cualquier versión que disponga.

[10] French & Redhead (1988) y French & Krause (2006), cap. 4. En un artículo reciente (arXiv: 0705.0322v1, mayo de 2007), los autores argumentan que el principio de Leibniz, que se sospechaba ser falso en la mecánica cuántica, es de hecho falso.

o dos bosones son iguales o son diferentes, aunque en ese caso no podamos indicar la diferencia.

Lo que podemos decir es que quizás el "objeto cuántico" sea de una naturaleza distinta de los objetos de nuestro entorno, y que las cuestiones usualmente colocadas para esos no se aplican para aquellos. En efecto, recordemos que en ciertas "situaciones cuánticas", notoriamente en las de superposición, no podemos de forma alguna decir, como parece sencillo hacer desde un punto de vista "clásico", que dos objetos cuánticos, como dos electrones, cuando en la superposición de dos estados ψ_1 y ψ_2, o sea, cuando son descritos por una función de onda $\psi_{12} = \psi_1 + \psi_2$, no podemos decir que están en uno de los estados, ni en el otro, ni en ambos, ni en ninguno, que serían las cuatro situaciones lógicamente posibles (desde el punto de vista "clásico"), pero sí podemos decir que están en un estado "nuevo", el de *superposición* de ψ_1 y ψ_2[11]. La situación de superposición es algo totalmente nuevo, apuntado por la física cuántica, y no tiene nada similar en ninguna descripción clásica del mundo. Entretanto, es claro que en la superposición podemos "pensar" en ellos como *dos* objetos cuánticos, situación que en cualquier "descripción clásica" estará destinada a ser completamente errónea. Los experimentos de tipo Aspect, que se tornarán el patrón en esos casos, confirman esa suposición, dando razón a la mecánica cuántica y siendo contrarios al realismo local de Einstein (d'Espagnat 2006).

Se sabe que la forma de descripción de las situaciones cuánticas es un punto de discordia entre los creadores de la física cuántica. Bohr decía que debemos hacer todo en el lenguaje clásico, pero Heisenberg objetaba que necesitamos encontrar un modo de expresar la física cuántica de forma que no dependa de los conceptos clásicos; más precisamente, dijo que "[e] l paso decisivo es siempre un paso a algo discontinuo. Nunca se puede esperar avanzar por medio de pequeños pasos hacia la teoría real: en un cierto punto, estamos obligados a saltar, a dejar realmente los conceptos viejos e intentar algo realmente nuevo"[12]. El mismo Bohr, que por oponerse al realista Einstein, en algunas ocasiones es tenido como un no-realista, puede pasar por un realista respecto a otras formas de entidad. Esa es, a propósito, la opinión de Henry Folse Jr. (1986), pero no profundizaremos en esa cuestión aquí. Basta recordar que según Folse Jr., la "ontología de Bohr" sería de entidades distintas de las entidades clásicas. ¿Apuntaría eso a una matemática distinta de la usual para describirlos?

[11] Véase Albert (1993), cap.1 y Dirac (1958), cap.1.

[12] *apud* Bokulich (2007).

En resumen, una situación física descrita por una función de onda $\psi_{12} = \psi_1 + \psi_2$, como se indicó arriba, trata de *dos* objetos cuánticos, aunque no se puedan discernir. Por tanto, no hay un sentido preciso, excepto en su acepción metafórica, al decir que ellos son *distintos*. El problema, como se vio arriba, es que palabras como *distintos* (o *iguales*), etc. nos traen problemas con la indiscernibilidad, pues la lógica y las matemáticas involucradas, siendo en general las usuales, incorporan el principio de Leibniz visto arriba. Creemos entretanto que podemos encontrar un modo preciso y que aparentemente evita ese tipo de problemas que el lenguaje puede traer si hablamos en términos de *cardinales* de las colecciones de esas entidades[13]. De ese modo, contar los cardinales (en algún sentido de esa palabra) de las colecciones nos proporciona un modo de hablar, aunque metafóricamente, de *varias entidades*, y entonces quizás en alguna forma de separabilidad, que entretanto no puede hacerse en la práctica. Nosotros, conjuntamente con Steven French, usamos la expresión *no-individuos* para referirnos a objetos cuánticos que pueden ser contados como más de uno (en términos de cardinales), pero que no obedecen a las leyes de la teoría usual de la lógica y de las matemáticas tradicionales. Ciertamente esa terminología no es la mejor, y quizás deberíamos hablar de *casi-individuos*, o *pseudo-individuos*, pero detrás de esa terminología hay una larga tradición que remonta a los padres de la física cuántica (el asunto es extensamente discutido en nuestro libro referido arriba). Las entidades cuánticas, entonces, pueden ser *pensadas* como realidades distintas en la acepción de que se agregan en colecciones con cardinales mayores que 1, aunque no puedan ser discernidas por ningún mecanismo de la teoría, y quizás ni por la misma mente de Dios[14]. Pero, si eso parece ser sensato para los objetos de la *vieja* mecánica cuántica (no relativista), ¿qué decir de las teorías cuánticas de campos? Es sobre eso que hablaremos a continuación.

EL OBJETO FÍSICO

La caracterización de los no-individuos no puede, por todo lo que sabemos, ser dada a partir de los individuos usuales con los cuales estamos acostumbrados, aunque estos sean considerados como los objetos microscópicos de la física clásica (que son individuos, pues la localización

[13] Schrödinger ya había apuntado hacia esos problemas del lenguaje "clásico" que usamos para hablar de las cosas cuánticas (Schrödinger 1957).

[14] Dalla Chiara & Toraldo di Francia (1993).

espacio-temporal es una propiedad que permite individualizarlos). De ese modo, no-individuos no son individuos sin individualidad (lo que parecería ridículo decir al mismo tiempo), ni tampoco entidades para las cuales la individualidad se perdió (como sugirió Heisenberg), ni individuos indiscernibles, entidades a las cuales no tendríamos cómo atribuir propiedades, pues esa visión nos comprometería con la posibilidad de que haya variables oculta, lo que como sabemos trae problemas para la física cuántica, teniendo a vista los conocidos teoremas limitadores de algunas de esas variables (entretanto, la discusión siegue aún hoy). Decir que las entidades cuánticas son individuos pura y simplemente, a la par con sus hermanos clásicos es posible, pero a un costo nada pequeño, como apuntaran Redhead & French en 1988[15]. Decir, tal y como defienden los adeptos de la interpretación de Bohm, que son individuos asociados a ciertas funciones (u "ondas piloto") que hacen que tengan las propiedades típicas de los objetos cuánticos es también posible, pero esa interpretación también padece de las conocidas restricciones. Parece entonces que nos restan dos posibilidades. La primera es adoptar el punto de vista de que estamos tratando con un tipo de entidad que no se asimila a ningún tipo de objeto que conocemos o con el cual tuvimos contacto anteriormente[16]. Tales entidades formarían una nueva ontología, y deberían, por lo menos en principio, poder ser descritas por alguna lógica y por alguna matemática. Esa es ciertamente una posición realista acerca de algún nuevo tipo de entidades. Pero, ¿cómo serían esas entidades? En el presente, es común asumir que los constituyentes básicos de la materia, el *stuff* del mundo, está formado por campos, como indican las teorías cuánticas de campos, aunque efectivamente podemos suponer que estas no son la última palabra, una vez que no incorporan la gravitación. Entretanto, como son lo mejor de lo que disponemos hoy en día, esas hipótesis merecen ser consideradas, tal y como haremos más abajo.

Podemos pensar que debemos encontrar una explicación para lo que sean los no-individuos. Entretanto, creo que es suficiente decir que, formalmente, son entidades que no obedecen la teoría tradicional de la lógica clásica y de las matemáticas tradicionales. Informalmente, si somos indagados a encontrar una explicación, podemos recurrir a una imagen de objetos que no pueden ser discernidos uno de los otros sin que se trate de una ignorancia meramente epistemológica, y que cualesquiera

[15] Véase French & Krause (2006).

[16] Hay numerosos filósofos y científicos que sugieren esa posibilidad; un análisis interesante está en Bitbol (1996).

dos de ellos, si son de una misma especie (si, ellos son, como sabemos, descritos como pertenecientes a ciertas categorías o especies), pueden ser "permutados" sin que se perciba ninguna diferencia entre los estados de los sistemas físicos antes y después de la permutación. Pero, para buscar una justificación, quizás sea ilustrativo observar como Leonard Eisenbud, en su libro de introducción a la mecánica cuántica[17], relata algunos detalles de cómo se dieron las grandes revoluciones en física. Dice que antes de Newton y Galileo, los científicos intentaban explicar el origen del movimiento, basados en la idea Aristotélica de que todo movimiento debe tener una causa. Newton, por otro lado, no cuestionó la naturaleza del movimiento, y tampoco dio una explicación, sino que simplemente postuló que los objetos "naturalmente" (las comillas son de Eisenbud) permanecen en movimiento, y lo que importa es el cambio de su velocidad, o sea, su aceleración. Einstein tampoco se preguntó por cómo puede la velocidad de la luz ser independiente del movimiento de un observador, sino que simplemente asumió que la velocidad de la luz es constante. De igual modo, dice Eisenbud, ¿cómo podemos concebir que las partículas cuánticas, como los electrones, ahora parece que se comportan como partículas, ahora como ondas? La mecánica cuántica, como sabemos, no "explica" esa dualidad, pero la asume, y con eso quiere decir que nuestras concepciones usuales que vienen de la mecánica clásica no dan cuenta de las cosas cuánticas. Todas esas hipótesis, dice nuestro autor, llevaron a resultados de interés científico. De la misma manera, pero sin buscar hacer una comparación, podemos decir que la hipótesis de que hay entidades de las cuales se puede hablar (aún que metafóricamente) pero que *ab initio* no tienen ni individualidad ni identidad, constituye una ventaja, pues nos deja más cercanos a las suposiciones de la física cuántica, incluyendo las teorías cuánticas de campos. Podemos así postergar cualquier explicación sobre los no-individuos y asumir su existencia. Pienso que, haciendo eso, estaremos mucho más cercanos de lo que postula (aunque implícitamente) la física de hoy.

Si postulamos la existencia de entidades de ese tipo, debemos mostrar que la suposición tiene sentido desde un punto de vista lógico y matemático, una vez que decidamos asumir, aunque provisionalmente, que la física cuántica ya proveyó todas las razones para tal suposición. Recordemos solamente que la hipótesis de la indiscernibilidad es absolutamente necesaria para que encontremos las explicaciones a los fenómenos que nos rodean. Sin ella, nos arriesgaríamos a decir, la física no se constituiría.

[17] Eisenbud (2000), pp. 141-2.

Un ejemplo sencillo ayudará a esclarecer el punto. La entropía *S* de un gas simple formado de *N* partículas de masa *m* que se mueven en un volumen *V* está dada por

$$\frac{S}{kN} = \ln\frac{V}{W^3} + \frac{3}{2} + \frac{\ln\alpha}{N}$$

donde *k* es la constante de Boltzmann W^3, con $W = (\frac{2\pi\hbar^2}{mkT})^{1/2}$, es el volumen de De Broglie de una partícula, y *T* es la temperatura. Hagamos $\alpha=1$ si las partículas son discernibles, y $\alpha=1/N!$ si son indiscernibles, y obtenemos entonces la conocida fórmula de Sackur-Tetrode que proporciona los valores observados de la entropía de un gas monoatómico[18]. Lo importante es que ¡solamente ese segundo caso (de la indiscernibilidad) se verifica en la naturaleza! O sea, la indiscernibilidad es un hecho del mundo.

Es importante, para ese tipo de discusión, hacer una distinción entre individualidad y distinguibilidad. En general, las personas piensan que las cosas pueden ser consideradas individuos (una vez se ponen a reflexionar sobre eso) porque pueden ser discernidas de otras cosas, aún siendo de una misma especie. Desde los escolásticos sabemos que eso es una falacia. Aquella cosa que distingue un individuo de otros no es lo que hace de él un *individuo* (French 1998); la distinción involucra más de una entidad, pero la individualidad es algo que dice respecto a la entidad con ella misma. En efecto, podemos pensar en un mundo posible formado por un individuo solamente: él es de hecho un individuo, pero no se distingue de ningún otro por el simple hecho de que no hay otros para hacerlo. Como recuerda French,[19] "[e]l problema, en efecto, habla del fundamento espacio-temporal y de cómo es considerado – ¡lo que hace esa distinción mucho más difícil de lo que podemos pensar!". Así, el argumento de que si tenemos un electrón aquí y otro en la Luna, entonces eso hace que tengan identidad (sean individuos), es falaz desde el punto de vista de la física cuántica, aunque no desde el punto de vista de las matemáticas clásicas, pues el sistema conjunto de los dos electrones, como sabemos, es descrito por una función de onda antisimétrica de la forma $\psi_{12} = 1/\sqrt{2}(\psi_1\psi_2 - \psi_2\psi_1)$, pero que cuando se calculan las probabilidades relevantes, aparece un término "de interferencia" que no puede ser descartado, y que hace que no se pueda saber cuál es el electrón que está aquí y cuál es el que está en la Luna[20].

[18] Véase French & Krause (2006), §2.5.

[19] *Op. Cit.*

[20] French & Krause (2006), pp.153ss; Dalla Chiara & Toraldo di Francia (1993), p.265-6; Merzbacher (1970), p.14.

Características del "nuevo objeto"

En su reseña del libro de Lee Smolin, *The Trouble with Physics: the rise of String Theory, the fall of a science, and what comes next*, Brent Deschamps menciona cuales son los "grandes problemas en la física de hoy" según Smolin. El segundo problema es como sigue[21]: "Problema 2: Resolver los problemas en los fundamentos de la mecánica cuántica, ya sea que se le de sentido a la teoría tal y como se presenta, ya sea que se invente una nueva teoría que tenga sentido".

Hacer que la mecánica cuántica de hoy, entendida en sentido amplio, o sea, envolviendo sus aspectos relativistas (las teoría cuánticas de campos) tenga sentido, si tenemos en cuenta la conocida frase de Feynman de que ninguna persona comprende la física cuántica, quizás sea una tarea difícil. Inventar una nueva teoría es algo que aún se está intentando, como ejemplifican las teorías de cuerdas y la gravitación cuántica. Pero hay también otras cosas involucradas en ese problema, como la cuestión ontológica. Si la física cuántica presenta un nuevo paradigma, como parece ser evidente hoy, podemos pensar, como Kuhn, que cambiar de paradigma es cambiar de mundo[22], y eso puede ocasionar, indirectamente, un cambio de ontología[23]. ¿Qué podemos decir sobre la ontología asociada a las teorías de campos? Según pienso, hay dos cosas involucradas en esa pregunta. La primera habla respecto a las entidades más básicas a las que la teoría se reduce desde un punto de vista matemático. La segunda está relacionada con lo que esa teoría postula como existente en el mundo físico, aunque implícitamente. Son cosas distintas, y pienso que no pueden ser confundidas.

Toraldo di Francia sustenta una posición interesante sobre los objetos cuánticos; dice que esas entidades son *objetos nomológicos*, dados por las leyes físicas. Su posición, creo, puede ser corroborada por los descubrimientos de ciertas partículas debido a la intervención anterior de la teoría física (o de las matemáticas). Ejemplos son los de las conocidas partículas Ω^{-} menos, de los neutrinos y de los quarks (el llamado bosón de Higgs puede ser otro buen ejemplo), que fueron postuladas teóricamente, o sea, descritas por las leyes de la física (y de las matemáticas) antes de ser descubiertas en la naturaleza. Esto puede generalizarse a las otras entidades cuánticas. Por ejemplo, ¿qué es un electrón? La respuesta es que

[21] Deschamps (2007).

[22] Kuhn (1978), cap. 9.

[23] Esta cuestión también fue resaltada en el contexto de "nuevas ontologías" por Michel Bitbol (1996), p.365.

es una entidad que tiene cierta masa, cierta carga eléctrica, ciertos valores de spin y así sucesivamente, y todas las cosas que tengan exactamente esas características son electrones (esas propiedades son *esenciales*). Toraldo destaca además la importancia de la consideración histórica y filosófica de los objetos nomológicos[24]. Como él dice:

> Los historiadores tal vez se enceguecieron por la belleza de la relatividad o de la mecánica cuántica, y les gusta describir esas teorías como *las* revoluciones de comienzos del siglo XX. Entretanto, creo que un desarrollo mucho más importante tuvo lugar en el cambio de siglo [del XIX al XX], un desarrollo que los futuros historiadores probablemente localizarán en una perspectiva más adecuada. Se trata del descubrimiento de los objetos *nomológicos* (…) los objetos nomológicos son descritos por las leyes físicas, o, cada clase de ellos representa una ley física. (Toraldo di Francia 1978).

Esas supuestas entidades, que pueden constituir colecciones correctamente con cardinales mayores que uno, creemos nosotros, pueden ser pensadas como "distintas", aunque no tengan identidad, y así, *separadas* en algún sentido –en virtud de "contar como más de una". La palabra "distintas" empleada anteriormente no debe conducir el lector a pensar que estamos asumiendo la teoría de la identidad (creemos que sería suficiente tener una teoría de la indiscernibilidad). Es meramente una manera de hablar, y en el metalenguaje (informal) nosotros podemos permitirnos esas flexibilidades, de la misma forma que cuando al considerar la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel, hablamos de la colección universal, o "conjunto universo", aunque él no exista como un conjunto de la teoría. En verdad, la idea de "distintos" se refiere a la existencia de colecciones con cardinales mayores que uno (que ciertamente no pueden ser *conjuntos* en el sentido usual de este término, por no satisfacer los postulados de las teorías usuales de conjuntos, en especial el axioma de la extensionalidad). Esas entidades, bajo esa hipótesis, no pueden ser ordenadas, aunque puedan ser colocadas en fila india (figura 2), como hacen actualmente los científicos para finalidades de transmisión de informaciones en la computación cuántica (pero en ese caso una fila india con una selección de tales objetos y "otra" obtenida por una "permutación" de uno de sus elementos por "otro" que sea indiscernible de él, no conduce a nada físicamente diferente). Todas esas palabras entre comillas deben ser debidamente explicadas en ese contexto, y esa es la función de la teoría de los casi-conjuntos, o de

[24] Toraldo di Francia (1981), p.222; (1985), (1996).

los casi-objetos y sus colecciones, si desean. En particular, el concepto usado arriba de cardinal no puede ser definido como usualmente se hace, o sea, por medio de ordinales, debiendo recibir un tratamiento alternativo, también proporcionado por la teoría de casi-conjuntos[25].

Figura 2. Esquematización del llamado estado de superposición W, conteniendo ocho iones de calcio en una armadilla. Ellos tienen sus propiedades correlacionadas (en el sentido de la mecánica cuántica). Para los efectos físicos (por ejemplo en la computación cuántica), no hay diferencia entre esa disposición u otra cualquiera, obtenida por un cambio de posiciones de los iones (para detalles, véase la Scientific American de Marzo de 2006).

Así, si intentamos describir algunas de las "cualidades" de esas nuevas entidades, podemos hacer las siguientes observaciones[26]: los objetos cuánticos, en la mayor parte de las interpretaciones, no son *continuants*, contrariamente a los objetos "clásicos", que tienen trayectorias bien definidas que permiten que sean identificados en tiempos distintos a las primeras observaciones. Cuando entran en los estados de superposición (*entangled states*), no hay manera de cómo discernir entre ellos, y lo mismo sucede si son "observados" de nuevo algún tiempo después, nada hay que nos haga pensar que se trata de los *mismos* objetos (la propia expresión "los mismos" carece de sentido aquí, como ya se dijo arriba). Además, los objetos cuánticos pueden ser, como los clásicos, objetos de predicación, o tener propiedades, como spin, masa o momento angular. En verdad, ellos *están dados* por sus propiedades; son *objetos nomológicos*. Eso significa, como vimos arriba, que los objetos cuánticos ya vienen "empaquetados" como objetos de cierto tipo o clase (la palabra *sort* puede ser usada en ese contexto) por las consideradas teorías. De otra forma, podemos decir que las propiedades "esenciales" nacen con los objetos mismos.

La individuación de esos objetos en ciertos momentos, o lo mismo cuando permanecen confinados por un cierto tiempo, son "fingidas". Como dice Toraldo di Francia, esas entidades presentan una *mock individuality*, que se pierde cuando se mezclan con otros quanta de la misma especie[27]. Teniendo en cuenta este hecho, la cuestión de si se puede atribuir nombres

[25] Sobre esa teoría, véase French & Krause (2006), cap.7; Krause (2007), cap.4

[26] Parcialmente basados en Mittelstaedt (2005). Para una discusión más detallada, véase Krause (2007), cap. 2.

[27] Toraldo di Francia (1985); Dalla Chiara & Toraldo di Francia (1993).

o rótulos a esos quanta, igualmente cuando son simplemente "excitaciones de campos", o concentraciones de energía, nos conduce a una situación delicada, como ya sugerimos arriba. Por otro lado, esos nombres o rótulos identifican los quanta de cierto modo, y para evitar que esa identificación se torne "permanente" es que son introducidos los postulados de simetría, como los principios de permutabilidad o invariancia. Pero como la indiscernibilidad parece ser una característica esencial del mundo cuántico, debemos, por lo que todo indica, buscar una manera de expresar esos quanta y sus colecciones, con los cuales el físico trabaja, de un modo que sea más cercano a las "verdaderas propiedades" de esas entidades, en particular considerando su indiscernibilidad y su no-individualidad.

Pero, hoy debemos considerar lo que dicen las teorías cuánticas de campos, y quizás las teorías que intentan unir la física cuántica y la gravitación, cuyos dos grandes exponentes son las teorías de cuerdas y la gravitación cuántica. Entretanto, llamar "teorías" a los desarrollos en esas líneas (teorías de cuerdas, gravitación en loop) es aún un abuso de lenguaje, por lo menos si tenemos en cuenta la concepción usual de teoría como algo dado (por lo menos potencialmente) a partir de un conjunto de postulados, que tiene o puede tener un lenguaje y una lógica subyacentes. Claro que la concepción semántica de las teorías[28] necesita ser repensada en ese campo, pues no vemos cómo podemos aceptar sin discusión aserciones como la de van Fraassen de que "[l]a concepción semántica hace del lenguaje algo irrelevante en tal asunto" y que "*presentar una teoría es definir una clase de modelos directamente,* sin poner atención a cuestiones de axiomatización"[29]. Ciertamente este énfasis lo toma de Suppes, pero Suppes también dice que el modo de presentar la clase de modelos de una teoría (o sea, el modo de axiomatizarla) es describiendo un predicado conjuntista, una fórmula del lenguaje de la teoría de conjuntos que sintetiza la conjunción de todos los axiomas de la teoría[30]. Así, es claro que no puede haber modelos *tout court*. Los modelos son modelos de algo, pues necesitamos de un predicado (o algo equivalente) para que los modelos formen su extensión. A continuación podemos, sin duda, estudiar los modelos que nos interesan en función de nuestras convicciones filosóficas, como la adecuación empírica u otra.

Entretanto, es algo complicado hablar en términos de modelos de ese modo, y en especial tratándose de la física actual. Tomemos por ejemplo,

[28] Suppes (2002) y van Fraassen (1989).

[29] van Fraassen (1989), p.222, el énfasis es del original.

[30] Suppes (2002).

y sin entrar en los detalles técnicos, la física de partículas de hoy, el llamado Modelo Standard (MS). El MS describe tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza, dejando de lado solamente la fuerza de la gravedad. Las otras tres son la fuerza electromagnética, que actúa entre partículas cargadas eléctricamente; la fuerza débil, responsable por el decaimiento radioactivo; y la fuerza fuerte, que actúa entre los constituyentes del núcleo atómico. Las dos primeras son tratadas en conjunto por la electrodinámica cuántica (QED es su sigla en inglés, que igualmente aquí usaremos, como es común en textos de otras lenguas); la fuerza fuerte, por la cromodinámica cuántica (QCD). Las dos "teorías", QED más QCD dan el MS. Entretanto, la QED y la QCD funcionan como ladrillos distintos de una misma pared. Pero, aunque puede usarse una o la otra, no pueden ser usadas en conjunto (como constituyendo una solo teoría, o un único ladrillo), pues no hay una teoría que las unifique, una GUT (*Grand Unification Theory*) que unifique las tres fuerzas fundamentales (débil, fuerte y electromagnética). Todas las tentativas de elaborar una GUT han sido consideradas hasta el presente insatisfactorias. Esas "teorías" funcionan localmente; cuando hay un problema para resolver, los físicos escriben una cierta función (un lagrangeano) que para ellos proporciona las indicaciones relevantes sobre el sistema considerado, y hacen actuar un grupo de *gauge* sobre este, que en síntesis hace que ciertas cantidades relevantes resulten invariantes (los valores esperados de las medidas de los observables) por la acción del grupo. Conocemos muy bien los grupos de la QED y de la QCD, pero no de su unión (a pesar de las tentativas ya realizadas). Entretanto, y de igual modo, no hay "teoría" en *stricto sensu*, con un lenguaje establecido, con postulados y otras cosas con las cuales estamos acostumbrados a trabajar. En efecto, el físico Arthur Jaffe alega que "la mayoría de los físicos de hoy [él decía eso en 1999] garantizan que las ecuaciones de la electrodinámica cuántica en su forma simple son inconsistentes; en otras palabras, garantizan que las ecuaciones no tienen solución"[31]. Claro que el problema de la inconsistencia puede ser superado desde el punto de vista lógico teniendo en cuenta lo que hoy sabemos de las lógicas paraconsistentes, que pueden fundamentar sistemas inconsistentes y no triviales (y que no todas sus formulas sean teoremas[32]), una vez se haga algo para que tengan una lógica subyacente. Pero si no tiene ecuaciones, o postulados, no hay teorías en su sentido habitual; así, ¿cómo hablar de modelos o de una lógica? ¿Modelos de qué? ¿Lógica subyacente a qué? Si los casos particulares que podemos tratar con

[31] Jaffe (1999), p.136.

[32] Véase da Costa, Krause & Bueno (2007).

las teorías son los modelos, entonces no hay cómo caracterizarlos de un modo preciso, excepto si decimos, de un modo un tanto ambiguo, que tratan de las fuerzas respectivas. Pero eso me parece muy poco para caracterizar una teoría y sus entidades básicas.

De esta forma, somos conducidos a reflejar que la ontología asociada a una teoría es algo bastante complicado, y esto es mucho más complicado en los casos de la QED y de la QCD, que son *teorías de campos*. En esas teorías ("teoría", aquí, es una manera de hablar) los campos son las entidades básicas, y en cierto modo los campos no son más que entidades matemáticas (en verdad, son ciertas clases de equivalencia de campos de *gauge*, por tanto algo bastante alejado de las cosas de nuestra experiencia o intuición). En efecto, nosotros hoy *sabemos* que el mundo está hecho de quarks y leptones (en la medida en que las teorías que nos cuentan esa historia son aceptas por lo menos como parcialmente verdaderas), y que sus interacciones son descritas por las fuerzas fundamentales de la naturaleza. Pero hay que distinguir entres dos cosas que parecen importantes: la primera es la descripción de las interacciones mismas entre esas entidades, y la otra es la descripción de las entidades mismas, de la forma como resultan de la teoría (o de las teorías). Creo que podemos pensar, quizás de un modo un tanto "a la Einstein", que esas entidades básicas son *realidades físicas*, pero no es cierto lo que eso significa exactamente. En la medida en que la mecánica cuántica viene teniendo victorias sobre la concepción de Einstein, la propia idea de separabilidad se pone en duda[33]. Pero si las cosas son como dicen los físicos, entonces el mismo MS no está "completo". Quedan cosas por explicarse, como ciertas constantes que son introducidas, y también como partículas que aún necesitan ser encontradas, como el bosón de Higgs, y también hay dudas en que el mismo Higgs pueda explicar la masa de las otras partículas, y de la materia en general. Aunque formalmente esas entidades sean descritas como campos, o campos de *gauge*, y las cantidades físicas sean obtenidas a partir de esos campos, aún seguimos hablamos de partículas. Es un hecho que la palabra "partícula" es solamente un término, que no puede ser asociado a lo que nuestra imaginación pueda sugerir (algo como una pequeña bolita), podemos (y quizás debemos) intentar destacar sus cualidades básicas, resaltando las indicadas más arriba. Lo mismo que incorporando la gravitación, quizás en otra forma de formulación matemática, por ejemplo involucrando *cuerdas*, y aún así habrán *partículas*, aunque ahora resultantes de las "cuerdas", membranas u otras cosas. No importa el nombre que demos a las entidades más básicas de la materia. Ellas son

[33] d'Espagnat (2006).

asumidas como *objetos* de algún tipo, quizás por necesidad en nuestra forma de pensar y de nuestro discurso, y también es lícito, desde el punto de vista de los fundamentos de la ciencia y de su filosofía, procurar describir "la lógica" de esas entidades.

BIBLIOGRAFÍA

Albert, D. Z. (1993): *Quantum Mechanics and Experience*, Cambridge, MA., Harvard Un. Press, 2nd printing.

Bitbol, M. 1996, *Mécanique Quantique: une Introduction Philosophique*, Paris, Flammarion (Nouvelle Biblioteque Cientifique).

Bokulich, A. (2007): "Heisenberg meets Kuhn: closed theories and paradigms", *Philosophy of Science* 73 (1), 90-107.

Castellani, E. (ed.) (1998): *Interpreting Bodies: Classical and Quantum Objects in Modern Physics,* Princeton, Princeton Un. Press.

da Costa, N.C.A., Krause, D. and Bueno, O. (2007): "Paraconsistent logic and paraconsistency", in D. Jacquette, editor of the volume on Philosophy of Logic; D.M.Gabbay, P.Thagard and J.Woods (eds.), Philosophy of Logic, Elsevier, 2007, in the series Handbook of the Philosophy of Science, v. 5, p. 655-781.

Dalla Chiara, M.L. and Toraldo di Francia,G. (1993): "Individuals, kinds and names in physics", in Corsi, Giovanna et al. (eds.), *Bridging the gap: philosophy, mathematics, physics*, Dordrecht, Kluwer Ac. Press, 261-283.

Deschamps, B. (2007): Reseña de Lee Smolin, *The Trouble with Physics: the rise of String Theory, the fall of a science, and what comes next*, *Notices de la AMS* vol.54, n.8, 990-3.

Dirac, P.A. M. (1958): *Principios de Mecánica Cuántica*, Barcelona, Ariel.

d'Espagnat, B. (2006): *On Physics and Philosophy*, Princeton, Princeton Un. Press.

Einsenbud, L. (1971): *The Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, New York, Van Nostrand. Reimpreso por la American Mathematical Society, 2007.

Folse Jr., H. (1986): "Complementarity and scientific realism", in P. Weingartner & G. Dorn (eds.), *Foundations of Physics: A selection of papers contributed to the Physics Section of the 7th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Vienna: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, 93-101.

French, S. & Redhead, M. (1988): "Quantum Physics and the Identity of Indiscernibles", *British Journal for the Philosophy of Science* 39, 233-46.

French, S. & Krause, D. (2006): *Identity in Physics: A Historical, Philosophical, and Formal Analysis*, Oxford, Oxford Un. Press.

Howard, D.A. (2004): "Albert Einstein, Philosophy of Science", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2004 Edition)*.

Jaffe, A. (1999): "Where does quantum field theory fit into the big picture?", in Cao 1999, pp.136-147. Cao,T.Y. (ed.) 1999, *Conceptual Foundations of Quantum Field Theory*, Cambridge, Cambridge Un. Press.

Kant, I. (1980): *Crítica da Razão Pura*, Tradução de Valério Rohden e Ubaldo Balbur Moosburger. Coleção Os Pensadores, São Paulo, Abril Cultural.

Krause, D. (2006): "Einstein y la indiscernibilidad", *Praxis Filosófica* 22 (Enero-Junio), 113-130.

Krause, D. (2007): *La Metafísica de la No-Individualidad: Ensayo sobre la Indiscernibilidad de los Quanta*, prepublicación en http://www.cfh.ufsc.br/~dkrause/QuantaMet/quanta.htm

Kuhn, T. (1978): *A Estrutura das Revoluções Científicas*, S. Paulo, Perspectiva (Col.Debates), 2ª. Ed.

Pais, A. (1995): *Sutil é o Senhor: A Ciência e a Vida de Albert Einstein*, S. Paulo, Nova Fronteira, 3ª. reimpressão.

Schödinger, E. (1998): "What is an elementary particle?", in Castellani, E. (ed.), *Interpreting Bodies: Classical and Quantum Objects in Modern Physics*, Princeton, Princeton Un. Press 1998, 197-210.

Strawson, P. (2006): "Direct singular reference: intended reference and actual reference", como capitulo 6 de Strawson, P., *Entity and Identity and Other Essays,* Oxford, Oxford Un. Press.

Suppes, P. (2002): *Representation and Invariance of Scientific Structures*, CSLI Pu., Stanford.

Teller, P. (1998): "Quantum mechanics and haecceities", in Castellani,E. (ed.), *Interpreting Bodies: Classical and Quantum Objects in Modern Physics,* Princeton, Princeton Un. Press, 114-141.

Toraldo di Francia, G. (1978): "What is a physical object?", *Scientia* 113, 57-65.

_____ (1981): *The Investigation of the Physical World*, Cambridge, Cambridge Un. Press.

_____ (1985): "Connotation and denotation in microphysics", in Mittelstaed, P. and E.W. Stachow (eds.), *Recent developments in quantum logics*, Mannheim: Bibliographishes Institut, 203-214.

Van Fraassen, B. (1989): *Laws and Symmetry*, Oxford, Clarendon Press.

_____ (1998): "The problem of indistinguishable particles", in Castellani, E. (ed.), 73-92.

ACERCA DE LA MASA Y SU TRATAMIENTO DADO POR EINSTEIN Y GARAVITO

Regino Martínez-Chavanz[*]

Resumen

Presentamos el concepto de masa inercial (inercia) variable con la velocidad del móvil tal como Einstein lo concibió y demostró. Las delicadas verificaciones experimentales de la fórmula de Einstein para la masa fueron, al principio, poco precisas y controversiales, pero posteriores medidas más cuidadosas fueron validadas, lo que condujo a la aceptación y consolidación del concepto de "masa relativista variable"; y por ende de la corroboración de una previsión capital de la relatividad, íntimamente relacionada con otra deducción esencial: la inercia de la energía ($E = mc$).

De la situación precedente, incierta y momentáneamente controversial, se valió el ingeniero colombiano Julio Garavito (1865-1920) como argumentario para intentar demostrar –por métodos clásicos propios–

* Exprofesor jubilado de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Investigador del Equipo REHSEIS-CHSPAM (UMR 7219) CNRS et Université Paris 7-Denis Diderot, Paris, France. Correo electrónico: rmartinezchavanz@bbox.fr

Agradecimientos. La elaboración del presente trabajo ha sido posible gracias a la colaboración y al financiamiento del equipo de investigación REHSEIS (Recherches Épistémologiques et Historiques sur les **S**ciences **E**xactes et sur les **I**nstitutions **S**cientifiques), adscrito a la Université Paris 7-Denis Diderot, París y al **CNRS** (**C**entre **N**ational de la **R**echerche **S**cientifique) de Francia. Mis agradecimientos también al Departamento de Filosofía de la Universidad del Valle, Cali, por haberme invitado a participar en la elaboración del presente libro, asimismo al profesor Dr. Germán Guerrero su compilador y editor.

que la masa sí permanecía invariable. Él no especifica a qué tipo de masa invariante se refiere. Su solución, aunque desacertada, es original e ingeniosa, y se basa *in summa* en una hipotética especie de "cuantización" de la fuerza electromagnética deflectora, la cual actúa sobre el electrón acelerándolo en el dispositivo experimental utilizado. Dicha fuerza operaría de manera pulsante.

Nos valdremos de la ocasión para analizar las interpretaciones tradicionales que se dan de los conceptos de masa, inercia, energía, inercia de la energía y equivalencia entre materia y energía. A través de este análisis lingüístico y semántico se exhibirán ciertos abusos de lenguaje subliminales, elipsis excesivas, sinécdoques y metonimias inapropiadas, inexactitudes conceptuales, anfibologías ocultas y complicaciones inútiles que jugaron, y aún todavía lo hacen, un papel negativo en la intelección, interpretación, asimilación y enseñanza de la relatividad, en favor parcial de Garavito. Teniendo en cuenta este sincretismo, lo mismo que las opciones epistemológicas de Garavito, se puede intentar explicar y comprender la actitud interpretativa y el esfuerzo de Garavito para restablecer el estatus clásico de la masa y así restaurar la imagen de la mecánica newtoniana. Su conservatismo hacia la masa clásica, su no desnewtonización, ilustran en parte el antirrelativismo profesado por Garavito.

El equívoco de Garavito consistió en tratar de resolver, con métodos estrictamente clásicos, un resultado experimental que era del dominio exclusivo de la relatividad. Paradójicamente llegamos a la conclusión oximórica que Garavito tuvo y no tuvo razón, probó poco y demasiado. Por un lado, tanto en mecánica clásica (regida por el grupo de Galileo) como en mecánica relativista (regida por el grupo de Poincaré), la masa es invariable. Esta insensibilidad de la masa con la velocidad es inseparable de cada uno de los grupos señalados, donde el primero es una aproximación del segundo. Por otro lado, en la mecánica newtoniana, la masa es igual a la inercia y ambas se conservan. Pero en la mecánica einsteiniana, no hay conservación de la masa, sí de la inercia, además de ser las dos diferentes; y es la inercia la que varía con la velocidad.

El desacierto de Garavito fue acudir a la identidad clásica de la masa con la inercia –válida aproximadamente– pero impertinente en este problema experimental. En cambio, su irreductibilidad fue la solución correcta propuesta por Einstein, conforme a la experiencia. Hay que temperar el desatino de Garavito, y las circunstancias atenuantes se deben al uso corriente de un lenguaje elíptico, subliminal y ambivalente.

CONTENIDO

1. **Introducción**

2. **La masa**
2.1. Las diferentes masas
2.2. Masa, inercia y electricidad
2.3. Modelos de electrón
2.4. Conclusiones

3. **El tratamiento de Einstein**
3.1. Las consecuencias de la relatividad
3.2. La nueva dinámica relativista del electrón y su masa variable
3.3. El tratamiento de Planck
3.4. La masa propia invariable (estática) y la inercia variable (dinámica)
3.5. Otras demostraciones de la masa inercial variable

4. **"E igual emecedós"**
4.1. La inercia de la energía
4.2. El punto cero de la escala de energía relativista
4.3. La relación entre la "masa" variable y la masa-energía
4.4. Predecesores de una correlación entre la energía y la masa
4.5. Rigurosidad y paternidad
4.6. Otras demostraciones
4.7. Conclusiones

5. **La situación experimental**
5.1. Polémica experimental
5.2. Pugilato teórico-experimental
5.3. Más sobre la verificación de la relatividad de la inercia
5.4. Verificaciones de la relación entre la inercia y la energía
5.5. Verificaciones indirectas de la relación entre la masa y la energía
5.6. Verificaciones directas de "e igual emecedós"
5.7 Conclusiones

6. **El tratamiento de Garavito**
6.1. La dinámica de los electrones según Garavito
6.2. El artículo de Garavito
6.3. La solución de Garavito

6.4. Análisis, comparación y evaluación del aporte de Garavito
6.5. La equivocación de Garavito
6.6. Opciones epistemológicas de Garavito
6.7. La geometría profesada por Garavito no lo secundó
6.8. Opiniones sobre el artículo de Garavito
6.9. Conclusiones

7. **Lingüística y abusos de lenguaje relativistas. Conceptualización y terminología**
7.1. Masa e inercia clásicas son idénticas
7.2. Masa no es inercia en relatividad
7.3. Diferentes afirmaciones *verbatim* de Einstein y otros alrededor de la masa, la inercia y "e igual emecedós"
7.4. La terminología ambigua de Einstein
7.5. Citaciones *verbatim* de lo que otros relativistas afirmaron
7.6. Los dos significados de "e igual emecedós"
7.7. La fórmula "e igual emecedós" ¿es identidad o equivalencia numérica masa-energía, inercia-energía?
7.8. La masa y la energía como modos pasivos o activos de la masa-energía según las circunstancias
7.9. La luz: el primer motor amásico nunca inmóvil
7.10. Interpretación de los argumentos y resultados de Garavito
7.11. Conclusiones masivas

8. **Conclusiones generales**

Bibliografía y Notas

INTRODUCCIÓN

Hacia 1903 comenzó a sospecharse teóricamente que la masa mecánica (material, inercial o gravitacional) tenía un origen electromagnético, en parte o en su totalidad. Además, se elaboraron teorías para describir al electrón luciendo como una "figura geométrica": una esfera electrizada ora rígida, ora deformable, al menos con ciertas esencias de simetría –geométricas, eléctricas, dinámicas y relativistas–. La conclusión teórica fue que la "masa o inercia" del electrón era variable con la velocidad y se

dedujeron dos fórmulas diferentes para describir dicha variación (fórmulas de Abraham y Lorentz-Einstein).

Tres años después, las primeras medidas experimentales, sobre electrones muy veloces, corroboraron plenamente el hecho de que la "masa o inercia" sí variaba con la velocidad y eso condujo a interpretar la naturaleza de la masa como puramente electromagnética (Kaufmann, 1901, 1902, 1903, 1905, 1906). Quedaba pendiente verificar cuál de las dos fórmulas aludidas era la que correctamente describía la variación inercial. Finalmente, en 1908, la experiencia (Bucherer, 1908; Hupka, 1910a) confirmó ampliamente la fórmula de Lorentz y Einstein. La comprobación definitiva tuvo lugar en 1915 (Guye y Lavanchy, 1915, 1916) y cerró decisivamente la discusión y polémica.

Desde un principio, sólo la teoría de la relatividad especial (TRE) dio una descripción completa, satisfactoria y coherente de la variación de la inercia con la velocidad. La extensión del principio de relatividad (PR) de los estados de reposo y de movimiento uniforme de los cuerpos a toda la física, permitió generalizar la mecánica newtoniana y obtener una mecánica relativista, compatible con dicho principio, que prevé la variación de la inercia con la velocidad y provee la fórmula exacta de dicho comportamiento, y todo eso independiente del modelo y naturaleza del electrón. Esta importante previsión de la TRE exigía y siempre exigirá cuidadosas medidas experimentales para validar y consolidar dicha teoría que, dicho sea de paso, se piensa es la mejor y más exacta teoría de que se disponía y lo es hasta hoy. Era claro, por lo demás, que el nuevo marco conceptual relativista convergía sinérgicamente hacia el marco canónico de la mecánica clásica, de manera que esta lucía como un límite exacto, en primera aproximación, de la mecánica relativista; de por sí ya una prueba, al menos epistemológica.

Nos proponemos exponer la descripción que dio Einstein (1905), de la variabilidad de la "masa" con la velocidad basada en el PR. También expondremos la explicación original que proveyó Garavito (Garavito, 1912), basada en un mecanismo dinámico *ad hoc*. Sabemos que Garavito objetaba la TRE y, en general, rechazaba no sólo la física desnewtonizada sino la geometría deseuclidianizada, la cual se reveló ser el marco matemático natural de la simetría de todos los fenómenos físicos descritos por la TRE. Presentaremos la manera cómo Garavito, basado en la mecánica clásica, trata la invariabilidad de la "masa" y objeta el resultado positivo de las experiencias de Kaufmann y Bucherer, interpretándolas de manera muy original para concluir finalmente que se trataba de un efecto

aparente, ilusorio. Proponemos también una hipótesis interpretativa para comprender el fondo de la explicación de Garavito –de paso excluimos su antirrelativismo– en ese importante debate contradictorio.

La imperiosa necesidad de llevar a cabo la desnewtonización de los conceptos fundamentales de la cinemática newtoniana y la reformulación de esta, con el fin de consolidar una electrodinámica maxwelliana exenta de contradicciones, condujeron, primero a Lorentz, y finalmente a Poincaré y Einstein a la elaboración de la TRE; cada uno con su estilo e instrumentos propios. Poincaré la llamó dinámica del electrón y Einstein, en su lugar, la llamó electrodinámica de móviles (y contiene una sección que llamó: Dinámica del electrón). Por un afortunado retruécano, o un palíndromo aproximado, podríamos leer en ambos casos: dinámica(del) electrón y electro(n)dinámica, lo que muestra el parentesco temático en los dos autores. Garavito intituló su trabajo "La dinámica de los electrones". Sabemos que gracias a Minkowski, con su geometría tetradimensional deseuclidianizada, el problema dinámico del electrón se transformó en un problema de "cinemática del electrón", en una "geometría del electrón".

Según la TRE, la masa material propia y característica de un cuerpo –valga la tautología–, que está asociada con la cantidad de materia ligada al número de átomos que lo constituyen, es invariante o absoluto en los cambios de referenciales inerciales (referenciales lorentzianos), no la afecta el movimiento uniforme, no se conserva en los procesos, no es aditiva (no es extensiva) y es diferente de la masa inercial o inercia. Además, tiene un equivalente energético interno, y su coeficiente numérico energético es c^- (o factor de convertibilidad de unidades). En cuanto a la energía, esta se conserva, varía según los referenciales inerciales, es una componente numérica de un cuadrivector, está asociada con la inercia y tiene un equivalente inercial, cuyo coeficiente "inértico" o "másico" es c (la inercia y la masa propia están correlacionadas con la energía). La inercia es proporcional a la masa en reposo y es también consubstancial con la energía total. La inercia y la gravitación son, finalmente, aspectos de un único y mismo concepto: la curvatura del espaciotiempo. Aquí no trataremos este último aspecto, que exige extender una segunda vez el principio de relatividad especial (PRE) a todos los referenciales acelerados –o principio de relatividad general (PRG)– los cuales devienen todos inerciales gracias al principio de equivalencia (PE) y a la escogencia de un marco en caída libre y a la desaparición del espacio y el tiempo en tanto que coordenadas sin significado físico directo y sin interpretación métrica inmediata.

De conformidad con la TRE, la masa propia de un cuerpo –no como su velocidad, su energía y su inercia, que son propiedades relacionales– es un atributo absoluto, intrínseco a él y no depende del observador que mide la masa; es una característica del móvil y no de los observadores, es decir, no es relativa a estos últimos. En ese sentido, no existe relatividad de la masa, ya que, como el tiempo propio, no es una propiedad relacional, como sí lo son las coordenadas, la datación, la velocidad y la aceleración, etc. La masa material caracteriza al cuerpo y es un invariante con respecto a los cambios de referenciales inerciales conectados por transformaciones de Lorentz (TL). Dicho de otro modo, en la relatividad einsteiniana, la masa material no presenta perspectivas cinemáticas para diferentes observadores (invariancia), pero sí proyecciones cinéticas (no conservación) para diferentes transformaciones físicas (procesos). En cambio, la inercia –o masa inercial, que en relatividad no es idéntica a la masa material– sí es relativa, relacional, y presenta un verdadero efecto de perspectiva cinemática y dinámica; es variable y está asociada con la energía total del cuerpo. La carga másica que, como la carga eléctrica, es invariable y tiene un equivalente energético intrínseco, invariable y no conservativo. Por el contrario, la carga inértica es variable y tiene un equivalente energético variable y conservativo.

La masa einsteiniana (materia relativista), invariante o escalar de Lorentz –por TL– es diferente de la masa newtoniana (materia clásica), invariante de Galileo –por transformaciones de Galileo (TG)–. Por consiguiente, el término único de masa (como el de inercia), empleado tanto en física clásica como en física relativista, no tiene el mismo significado conceptual en ambas teorías, son esencialmente diferentes y cubren dos ideas distintas. Hay una cierta ambigüedad abusiva –tolerada– en usar el mismo término de masa en estas dos teorías diferentes sin previo acuerdo, convención, aclaración o alerta. Este detalle semántico esencial escapó a Garavito, lo mismo que a los físicos de su generación (y aún a muchos contemporáneos). Mejor dicho, no se explicitaba lo suficiente. El mismo Einstein no pone énfasis en la invariancia de la masa "propia" (Einstein, 1905a, 1905b, 1907b). La masa, como invariante implícito, aparece por la primera vez en la dinámica relativista elaborada por Planck en forma lagrangiana (Planck, 1906a, 1906b, 1907a, 1958), donde se involucra en la definición del lagrangiano invariante; también aparece más explícita en la teoría de Minkowski (Minkowski, 1908, 1911, 1915) como módulo (seudo norma) invariante del cuadrivector impulso-energía.

Aprovecho estos comentarios para aclarar que esta tolerancia lexicológica, en nombre de la convergencia límite de dos teorías jerarquizadas, nada tiene que ver con el problema de la traducibilidad del léxico entre dos teorías competidoras y jerarquizadas (una como caso especial o límite al cual converge la otra, más general por ajuste de parámetros o cambio de fase) y su polémica inconmensurabilidad en el sentido de Kuhn. Nuestro objetivo es otro: señalar que un abuso lingüístico, fruto de un mismo léxico compartido por dos teorías opuestas y sin la debida discriminación semántica, puede conllevar, por un lado, a la incomprensión y rechazo, a primera vista, de una nueva teoría; y por otro lado, conducir a demostraciones erróneas. La manera de proceder de Garavito, abstracción hecha de su conocida aversión hacia todo lo no euclidiano y lo no newtoniano, ilustra nuestra escogencia metodológica. Veremos cómo de esa confusión lingüística y semántica entretenida no escapó Garavito, anomalía que lo favorece de buena fe en su intento por rescatar la masa clásica invariable y constante.

En resumen, el objetivo central de este trabajo es, primero, analizar cómo concebían Einstein y Garavito, en sus idearios y marcos de pensamiento diferentes, el concepto de masa frente al advenimiento de la física no newtoniana; segundo, detectar y aclarar ciertos desatinos y ambigüedades de Einstein como también desaciertos de Garavito; tercero, señalar los equívocos a través de citaciones *verbatim* de Einstein, Garavito y otros físicos; y cuarto, indagar y explicar las causas internas y las razones externas de esas anfibologías e inexactitudes.

Primero recordaremos las generalidades de la masa y la inercia. Luego expondremos la idea de inercia variable con la velocidad y el concepto de masa invariante, no conservativa y no aditiva (la suma de las partes es mayor que su unión), según Einstein. Históricamente el primero que dio la solución a ese problema de manera rigurosa y correcta no fue Einstein, sino Planck. Enseguida presentaremos el tratamiento clásico que Garavito dio a la masa (o inercia) invariable, conservativa y aditiva (la suma de las partes es igual a su unión). Renglón seguido, ofreceremos una discusión conceptual, insistiendo en los abusos semánticos, terminológicos y anfibológicos relativos al lenguaje clásico y relativista de la física, a los cuales ya nos referimos sucintamente. ¿Necesita la física una descontaminación bourbakista?

De paso, esperamos que esta contribución aleje los malentendidos que acompañan las presentaciones estereotipadas, las interpretaciones canónicas, y los comentarios reiterativos que a menudo se hacen de algunas

consecuencias esenciales de la teoría de la relatividad (TR). Nos valdremos de la luz como ejemplo, esta tiene energía e inercia pero no tiene masa, no es materia.

Si no se tiene en cuenta la lectura literal y crítica de los conceptos relativistas, que aquí exponemos, eso no impedirá seguir utilizando lícitamente la relatividad, realizar sus aplicaciones prácticas y ejecutar sus cálculos correctamente; sólo impedirá la legítima intelección del sentido profundo de los cambios conceptuales que esta teoría propone. No por mucho intelectualizar es mejor la práctica. Pero sin duda, una legítima comprensión teorética y un cabal debate contradictorio en el seno de una teoría son tributarios de su claridad, asepsia y precisión lingüístico-conceptual. El campo semántico debe ser transparente y estar descontaminado. ¿Necesitamos, por ventura, en física un equipo Nicolas Bourbaki (1934-)? ¿Aún temperado? De veras que sí. El lenguaje puede traicionar no sólo la traducción sino la expresión misma del pensamiento.

Para evitar toda retroproyección acomodada y voluntarista de las concepciones actuales a los hechos originales –ya muy distantes– y anticipaciones de antecesores, y, entonces, de allí inferir deducciones y conjeturas apresuradas, sólo usaremos la literatura de la época y las teorías, razonamientos e interpretaciones corrientes en el periodo que aquí nos interesa. Se trata de contemplar, por un instante, los hechos originales y sus interpretaciones cara a cara.

Para facilitar una lectura lineal y poner énfasis en la parte conceptual, no desarrollaremos el tratamiento matemático de fondo y más bien lo enviamos a las referencias originales. Las fórmulas que aparecen sin deducción son simples atisbos serios de sustentación. Para favorecer una lectura en diagonal y apresurada, las secciones estarán acompañadas, a menudo, de resúmenes introductorios y conclusiones y se podrá prescindir de los pocos cálculos matemáticos. Aquí nos limitaremos exclusivamente a la problemática de la masa, inercia y energía del *annus mirabilis* de 1905; sobra decir que otros desarrollos de esta temática son no menos importantes dentro del marco de la teoría de relatividad general (TGR) del *mensis mirabilis* de 1915 (noviembre 4, 11, 18 y 25), cuando Einstein creó la teoría relativista no euclidiana de la gravitación en un mes.

LA MASA

Comencemos, a manera de introducción sucinta, exponiendo las principales ideas, definiciones, características y diferencias que

oculta el concepto de masa, como capacidad asociada con diferentes fenómenos dinámicos; asimismo mencionaremos su hipotético substrato electromagnético y su modelización electrónica.

La segunda ley de Newton expresa la proporcionalidad entre fuerza, masa y aceleración: f = kma. Ahora bien, si se eligen adecuada y convencionalmente las unidades de medida, se puede escoger cómodamente el valor de k = 1, de manera que f = ma.

El factor de proporcionalidad k es una constante numérica positiva, cuyo valor depende de cualquier conjunto de valores correlacionados de f, m y a; también depende de las unidades arbitrarias escogidas para expresar aquellas magnitudes; pero en cambio, una vez hecha dicha escogencia, k es independiente de la fuerza, la masa y el tiempo.

Un sencillo valor arbitrario deseado para k depende necesariamente del sistema de unidades de f, m, l (longitud) y t (tiempo). Tres de estas unidades tomadas como fundamentales determinan la cuarta –que en la práctica es la fuerza, como unidad derivada– y esta escogencia arbitraria de m, l y t es suficiente para definir a f y fijar el valor de k, y para simplificar se toma k = 1. De aquí resulta que la unidad de masa (1 Kg) se moverá con la unidad de aceleración (1 metro, por 1 seg, por 1 seg) si se le aplica la unidad de fuerza (1 newton, N). Es decir: f = kma $\Rightarrow$ 1 N = k (1 Kg 1 m/s) $\Leftrightarrow$ k = 1; o sea que la unidad de fuerza da a la masa 1 la aceleración 1. Algo parecido sucede con f = kdp/dt, peso = km_g g, m = kI y $m_g = km_i$, donde I es la inercia o masa inercial m_i y m_g la masa gravitacional.

Para otras escogencias de sistemas de unidades tendremos k 1. Por ejemplo, si tomamos como conjunto de unidades f = 1 libra y m = 1 Kg, aquella comunica de hecho una aceleración de 14,6 pies/s . De donde se deduce, por la segunda ley de Newton, que en estas unidades, k = 0,0685 lb·seg /Kg·pie.

Las diferentes masas

En mecánica newtoniana se emplea el término de masa, seguido de un adjetivo, para caracterizar numéricamente diferentes magnitudes estáticas y dinámicas propias de los cuerpos: la masa material –o masa mecánica o simplemente masa– de un cuerpo caracteriza su cantidad de materia intrínseca, es la capacidad material; la masa inercial mide la inercia de un cuerpo, es la capacidad de conservar constante su estado de movimiento o de reposo; la masa gravitacional (activa y pasiva) evalúa la capacidad de la intensidad (y respuesta) del (al) campo gravitatorio generado por la materia; la masa maupertuisiana valúa la capacidad de impulso o cantidad de

movimiento de un cuerpo; las masas longitudinal y transversal representan la capacidad de respuesta a la acción de una fuerza paralela o normal a la dirección del movimiento. También se asoció la masa con la capacidad de energía cinética, la masa leibniziana. Finalmente, del origen material de la inercia, como necesaria capacidad material totalitaria (Mach, 1883) se pasó más tarde a considerarla como capacidad electrodinámica o capacidad inercial del éter, y se habló de masa e inercia electromagnéticas.

Todas estas diversas masas clásicas, para las cuales se dispone de definiciones operacionales adecuadas, son conceptualmente diferentes, proporcionales entre ellas y se identifican gracias a una escogencia apropiada del sistema de unidades. Por su lado, la relatividad introdujo la masa propia como capacidad energética interna (capacidad "masergética") y la inercia como capacidad energética total (capacidad "inercergética"). Hoy sólo subsisten las cuatro primeras masas. Mas su significado cambia al pasar de la mecánica clásica a la mecánica relativista, como lo analizaremos más tarde.

Después que Newton expusiera el concepto clásico de masa material y masa inercial (Newton, 1687), muchos físicos lo sometieron a una crítica analítica y sintética, y se esforzaron por elaborar una definición coherente, operacional o axiomática (su observacionalidad, operacionalidad o teoricidad) (Jammer, 1961, 1999).

En física relativista, masa e inercia no son idénticas, contrariamente a lo que sucede en física clásica. La primera se asocia con la energía interna y la segunda se vincula con la energía total. La masa y la inercia no se identifican propiamente con la energía, ni conceptualmente, ni dimensionalmente, ni por unidades. No son pues equivalentes lógicamente, ni idénticas, ni iguales; pero en cambio son equivalentes numéricamente, proporcionales, intercambiables, hay un equivalente inértico y másico de la energía, y recíprocamente, existe un equivalente energético de la masa y la inercia. Esto lo detallaremos más adelante.

Masa, inercia y electricidad

El primero en conjeturar que la inercia, y la masa que le es consubstancial clásicamente, sean simples manifestaciones epifenomenológicas del electromagnetismo, al menos parcialmente, fue Joseph John Thomson (Thomson, 1881). Él demostró que al moverse una partícula cargada se inducen efectos electromagnéticos que se repercuten en una resistencia adicional al movimiento (usa una analogía hidrodinámica): la inercia sería autoinducción electrodinámica, que se repercute en un aumento ficticio de la masa inercial. Este incremento virtual, debido a esa inercia inducida, lo

calculó Thomson y es proporcional al cuadrado de la carga e inversamente proporcional al radio indeformable de la partícula y al cuadrado de la velocidad de la luz (c). Esta fue la idea que originó el ambicioso programa reduccionista y unificador para explicar toda la física, incluida la mecánica, a partir del electromagnetismo, programa antagonista, rival y en abierta competencia con el mecanicismo, que era el ideal de aceptación mayoritaria.

En resumen, Thomson encontró un aumento de la inercia debido al campo que rodea a la partícula móvil, una relación entre energía, masa y c y el plausible origen electromagnético de la inercia. Esta idea fue retomada por Max Abraham (Abraham, 1902a) proponiendo que "*la inercia del electrón se origina en el campo electromagnético*". Ese mismo año, Walter Kaufmann anuncia haberlo validado experimentalmente y concluye que "*la masa total del electrón es un fenómeno puramente electromagnético*" (Kaufmann, 1902). Lorentz infiere que por "*la negación de la existencia de la masa material, el electrón negativo ha perdido mucho de su substancialidad*" (Lorentz, 1906). Poincaré habló de "*el fin de la materia*" (Poincaré, 1902; 1904, p. 315; 1905a, 1908a, p. 223).

El resultado de Thomson fue mejorado por Olivier Heaviside (Heaviside, 1889) y obtiene el incremento de masa m = 4/3(E/c), donde E es la energía electromagnética. Para Heaviside este incremento de masa no es ficticio, por el contrario, es un fenómeno real, físico, de fuerza de inercia eléctrica. A esa misma fórmula para la masa electromagnética llegó Wien y encontró, además, que para altas velocidades, depende de la velocidad (Wien, 1900). Luego siguieron los trabajos de Abraham sobre la masa electromagnética (Abraham, 1902a, 1902b, 1903) –apoyados en el impulso del campo electromagnético introducido por Poincaré (Poincaré, 1900)– donde define las masas longitudinal y transversal dependientes de la velocidad; estas masas coinciden para pequeñas velocidades. En esta teoría, la masa pasó a tener dos componentes: una mecánica y otra electromagnética. Abraham, lo mismo que Wien, fue un defensor de la visión electromagnética del mundo ("*weltbild"*) –la segunda ley de Newton se derivaría de las ecuaciones de Maxwell– y de la esencia puramente electromagnética de la masa, excluyendo su naturaleza material y adjudicando a la masa mecánica un valor nulo (Abraham, 1905, vol. 2, p. 139; Langevin, 1923, cap. VII). La idea de Abraham de que la masa no fuese un escalar sino un tensor (Abraham, 1902a, 1902b) fue desarrollada usándose cuaterniones (Conway, 1907).

La inercia variable, las masas transversal y longitudinal, las experiencias de Kaufmann y el principio de relatividad fueron mencionados y comentados por Poincaré en muchos escritos de divulgación y técnicos (Poincaré, 1902, cap. 14; 1904, 1905a, en caps. 7 y 8; 1905c, 1908a, p. 215; 1908b, 1909, 1912a, 1912b; 1913, p. 201). Para una síntesis del desarrollo de las ideas ver (Abraham, 1914a, 1914b).

Modelos de electrón

La hipótesis de que la masa debía ser de origen enteramente electromagnético condujo los físicos a preocuparse por el soporte de esa masa y carga, es decir, el electrón; y propusieron varios modelos conducentes a una masa variable con la velocidad. La experiencia debía pronunciar el veredicto correcto más tarde.

El modelo de Abraham (electrón de Abraham) era el de un corpúsculo rígido, esférico, uniformemente cargado y cuya masa o inercia –de naturaleza puramente electromagnética– móvil resultó ser variable (Abraham, 1902a, 1902b, 1903).

El electrón de Lorentz era esférico en reposo, deformable y contráctil en la dirección paralela al movimiento, transformándose en un elipsoide con el movimiento, de masa variable y con origen parcial electromagnético (Lorentz, 1904). Lorentz elaboró este modelo, basado en la contracción de Lorentz-FitzGerald, para explicar la experiencia negativa de Michelson-Morley (Michelson y Morley, 1887) y todas las de orden β, donde $\beta = v/c$ y v es la velocidad relativa del referencial Tierra y c la celeridad de la luz. Así quedaba garantizada la imposibilidad de detectar el movimiento absoluto.

El electrón de Alfred Bucherer (1863-1927) es deformable pero de volumen constante, (Bucherer, 1904, 1905). El modelo de Langevin (Langevin, 1904), parecido al de Bucherer aunque independiente de este, fue retomado por Poincaré como "*el electrón de Langevin*", (Poincaré, 1905c).

En cambio, el modelo de electrón de Einstein no tiene estructura, ya que él optó por una teoría cinemática (vale decir, geométrica) del electrón sin mirar sus detalles estructurales, su naturaleza ni el origen electromagnético de su masa. Además, pensaba que su teoría del comportamiento dinámico del electrón debía partir de hipótesis y principios teóricos más generales; no era una teoría fenomenológica o constructivista, sino por el contrario, una teoría de principios, que llamaremos teoría "principial". Como veremos más adelante, la experiencia sólo confirmó los vaticinios del modelo de

Lorentz y Einstein, validó la forma funcional de la dependencia de la variación de la inercia con la velocidad.

Conclusiones

En la mecánica clásica, la masa tiene dos significados. Primero: la masa como contenido material, o masa material, llamada simplemente masa, fue definida por Newton, (Newton, 1687), como un número que mide la cantidad de materia contenida en un cuerpo. Esta cantidad numérica es intrínseca, propia y característica del cuerpo y por consiguiente invariante, absoluta, independiente de su estado de movimiento. Segundo, la masa como efecto inercial, masa inercial o simplemente inercia, mide la inercia de un cuerpo y está representada por un número o coeficiente de inercia que traduce numéricamente la incapacidad de un cuerpo, su resistencia o dificultad, a cambiar su estado de reposo o de movimiento. La masa y la inercia clásicas son proporcionales, idénticas, constantes en los procesos o transformaciones físicas, individualmente aditivas e invariantes del movimiento.

Las consecuencias más importantes de la teoría de la inercia o masa de naturaleza electromagnética fueron de desacoplar los conceptos de masa e inercia; establecer la dependencia de esta con la velocidad; despojar a la masa material de su substrato sustancial; no interpretar la masa inercial de un cuerpo como la medida de su cantidad de materia (idéntica a la masa material); otorgar un papel dinámico e inértico al propio campo electromagnético que rodea a las cargas y, en último análisis, tomar en cuenta la capacidad energética protagónica del campo en detrimento de la materia. Esto último abrió la posibilidad de considerar la masa inercial de un cuerpo más bien como una medida de su contenido energético total, y la masa de un cuerpo como una medida de su capacidad energética parcial propia. Este programa fue realizado por Einstein dentro del marco de la teoría de la relatividad y de él nos ocuparemos abajo.

A raíz, por un lado, del desarrollo consecuente de la electrodinámica maxwelliana y, por otro lado, de la generalización del principio de relatividad galileana y la extensión de las transformaciones de Galileo (TG) –grupo de Galileo (GG)– los conceptos de masa e inercia comenzaron a mutar. Así, por ejemplo, en mecánica relativista la masa y la inercia siguen siendo proporcionales pero no idénticas. La primera es invariante, independiente del estado de movimiento, no constante en los procesos, no aditiva y se asocia con la energía **interna**. Por el contrario, la inercia es variable, dependiente del estado de movimiento y se vincula con la energía

total. Esta última se conserva en los procesos, es aditiva y varía con el referencial. Hay aumento de la energía e incremento de la inercia con la velocidad, pero no abultamiento de la masa en general. Esto lo veremos con la luz.

El uso indiscriminado y paralelo de los conceptos de masa, inercia, energía e impulso en mecánica clásica y en mecánica relativista, se debe a que son análogos, homónimos; pero de hecho no son homólogos, ni sinónimos, ni clones semánticos cuando se pasa de una teoría a la otra. De todo lo anterior nos ocuparemos en su momento oportuno.

Es notorio que desde el principio no se habló de variación de la masa, la cual se conserva clásicamente, sino de aumento de la inercia con el movimiento, con sus consecuencias dinámicas y una nueva visión electromagnética de la mecánica.

EL TRATAMIENTO DE EINSTEIN

En esta sección resumiremos analítica y críticamente la nueva dinámica relativista propuesta por Einstein y los novedosos conceptos de masa, inercia y energía que introdujo. Así mismo, señalaremos la fórmula inexacta que él dedujo para la "masa", o mejor dicho para la inercia, variable con la velocidad. Esta ecuación fue corregida por Planck y es él el verdadero fundador de la dinámica relativista con la derivación de su ley fundamental, la introducción del impulso relativista y la demostración general de la inercia de la energía. El carácter invariante de la masa propia fue facilitado por Minkowski.

De la misma manera que la creación de la geometría no euclidiana (GNE) exigió la ampliación del 5. postulado de Euclides (~ –325– ~ –265), la creación de la mecánica no newtoniana (relativista) se debió a la generalización del 5. corolario de Newton. Más exactamente, ese corolario (Newton, 1687; 1982, p. 245): el principio de relatividad de Galileo, aplicable exclusivamente a la mecánica, se extendió a la óptica y al electromagnetismo, se generalizó a toda la física, y devino el principio de relatividad especial (PRE). Lo que en la geometría fue una deseuclidianización, en la física fue una desnewtonización. Esta se favoreció enormemente de aquella. Notemos que al decir que, en relatividad, la masa no es conservativa ni aditiva (la suma de las partes es mayor que su unión) ya se está violando (¿ensanchando?) el 2 axioma de Euclides: si a cosas iguales se agregan cosas iguales los totales son iguales (Euclides, ~ –300; 1956, p. 155; 1990, p. 178). También piénsese en los números naturales,

unión de los números pares e impares, y estos tres conjuntos contienen el mismo número infinito de elementos. Esto viola el 8 axioma de Euclides: el todo es mayor que sus partes.

Las consecuencias de la relatividad

Al principio se concibió un mundo aristotelizado, que luego fue reemplazado por otro galileanizado y newtonizado, para ser finalmente einsteinizado, donde la materia debe moverse es con respecto a la materia.

La generalización de la teoría clásica de la relatividad de Galileo-Newton por medio de la teoría especial de la relatividad de Poincaré-Einstein llevó en sí cambios fundamentales. El PR de los estados de reposo y de movimiento rectilíneo y uniforme extendido a toda la física entrañó un entrelazamiento del espacio con el tiempo y la existencia de una velocidad límite infranqueable, que coincide con la celeridad c de la luz. Esto implicó otro entrelazamiento totalitario, en un mundo cuadridimensional, de las nociones de relatividad de la inercia, de la energía y del impulso, como también de la absolutividad de la masa propia y de la energía propia. La mecánica clásica o TR de Galileo-Newton –valga el pleonasmo– de geometría euclidiana del mundo físico intuitivo, cabal, aproximado y lento abrió paso a la mecánica relativista o TR de Poincaré-Einstein –valga la tautología– de geometría minkowskiana del universo discursivo, correcto, exacto, y rápido (Cuvaj, 1968). Esta limitativa constante c, que estructura la forma diferencial cuadrática del espaciotiempo e impone a este un horizonte cinemático, implica que la masa, inercia y energía, que clásicamente no guardaban relación alguna con el espacio y el tiempo, sí van a tener vínculos con el espacio-tiempo, a través de c. La materia relativista –y, por lo demás, la materia cuántica (para la cual la acción ħ)– tendrán un comportamiento totalmente diferente a la materia clásica.

La consecuencia directa de la mutación relativista de magnitudes fundamentales, tales como la masa, inercia, energía e impulso, fue que estos sufrieron una alteración profunda en su contenido conceptual, sentido semántico, significado físico y en sus relaciones, que vienen a ser muy diferentes de las acepciones clásicas, como lo veremos. Como las tres magnitudes anteriores ya no corresponden, como nuevas ideas relativistas, a las nociones clásicas, lo más natural y lógico ha debido ser cambiar de terminología, no se hizo, por un lado, por economía lexicográfica. Por otro lado, tampoco se hizo por fuertes razones físicas y teóricas, ya que, a pesar de tenerse dos estructuras teóricas disímiles, ellas deben guardar

ciertas relaciones y la más general converger hacia la otra, que deviene así un caso límite particular y exacto de la general. Esto justifica que la terminología de la teoría general también tienda asintóticamente al de la particular. Es como si en el límite c → ó v 0 se operase un cambio de fase, se llegase a una interfaz donde ambas teoría coinciden o se identifican. Guardando el mismo vocabulario se garantiza la correlación, convergencia, no inconmensurabilidad y cierta correspondencia dual entre ambas teorías. Esto ha sucedido también en otras ciencias que han sufrido profundas metamorfosis conceptuales.

Pero guardar la misma terminología, no acompañada de una previa discriminación, explicación e interpretación, puede conducir a abusos de lenguaje, confusiones semánticas, ambigüedades indeseables, vicios anfibológicos, elipsis apresuradas, metáforas infortunadas y extralimitaciones de símbolos. Ciertamente, estas taras conceptuales han contaminado una auténtica hermenéutica y una acertada inteligibilidad de la teoría de la relatividad, asimismo de la teoría cuántica, mas no atentan contra su coherencia, ni ilegitiman los razonamientos, ni invalidan su praxis, ni obstaculizan sus cálculos exactos.

Cuando hablemos de invariancia o invariantes siempre será con respecto a TL (invariantes lorentzianos o relativistas); cuando se trate de invariantes galileanos (respecto de TG) lo indicaremos explícitamente. Nótese que constancia e invariancia son diferentes.

La nueva dinámica relativista del electrón y su "masa" variable

Presentamos el resumen de la deducción de la variación de la masa transversal con la velocidad, tal como Einstein la obtuvo –como consecuencia de su nueva dinámica relativista desnewtonizada (Einstein, 1905a)–, comentamos la fórmula errónea de Einstein, su corrección por Planck, verdadero autor de la fórmula exacta, y restableceremos los créditos merecidos de los autores del nuevo concepto de masa, que Einstein no cita.

En su artículo fundacional de la TRE, Einstein trata en el segundo capítulo la "Parte electrodinámica" (párrafo 10) y en ella la "Dinámica del electrón (lentamente acelerado)" (Einstein, 1905a, p. 917). Parte de un "electrón" de carga y masa en reposo m_o invariables (invariantes o escalares bajo las TL) acelerado lentamente (para evitar pérdidas energéticas por radiación) bajo la acción de un campo electromagnético. Aplica el PR, que lo autoriza a describir el movimiento del electrón con la ley de Newton en dos sistemas inerciales diferentes, uno de ellos en reposo relativo. Luego

aplica las transformaciones de Lorentz y la de los campos. Escoge una definición de fuerza y, finalmente, por identificación obtiene (exigencia) lo que él llama la "masa longitudinal" $m_l = m_o/(1 - v/c)$ y la "masa transversal" "$m_t = m_o/(1 - v/c)$". Poniendo $\gamma = 1/(1 - v/c)$, se obtiene $m_l = m_o\gamma$ y $m_t = m_o\gamma$.

La introducción de una masa longitudinal y transversal variables fue anterior a la relatividad (1905) y se debe a Abraham y Lorentz (Abraham, 1902a, 1902b; Lorentz, 1900, 1904), que Einstein no cita.

Como Einstein está persuadido de que la TRE contiene a la teoría de Newton como un caso particular exacto ($c \rightarrow$), entonces parte de esta (para v 0) como válida y luego la generaliza a cualquier velocidad, para la cual ya la dinámica de Newton deja de ser válida. Termina su artículo dando una nueva expresión correcta de la energía cinética relativista K, la cual entraña sibilinamente la inercia de la energía ($E = mc$), y obtiene $K = mc - m_o$. Concluye que K crece indefinidamente cuando la velocidad del móvil se acerca al horizonte de la celeridad c. Asimismo, estudia el movimiento del electrón en un campo magnético (radio de curvatura).

El tratamiento de Einstein –un poco tortuoso, elíptico y avaro en desarrollos matemáticos detallados– de la dinámica del electrón no lo conduce a la escritura explícita de su ley de movimiento, como tampoco al valor correcto de la "masa" variable. Más tarde, Einstein reconoció este desacierto y anotó que su definición de fuerza no era "*ventajosa, como fue mostrado primero por Planck*" y era mejor tener en cuenta el impulso y la energía. Esta nota, con la fórmula equivocada, aparece en la traducción francesa de Solovine de 1925 (Einstein, 1925), no en (Einstein, 1950b).

La nueva teoría de la dinámica electrónica de Einstein fue citada, dos meses más tarde, por Kaufmann en la publicación de su nueva serie de experiencias sobre la masa de los electrones en los rayos β (Kaufmann, 1905) y también allí establece la diferencia teórica de fondo entre las teorías de Lorentz y Einstein que dan la expresión de la masa variable, (Kaufmann, 1906).

El tratamiento de Planck

Planck aborda la dinámica relativista, (Planck, 1906a, 1906b, 1907a, 1908), de manera clara, concisa y rigurosa; y muestra que el error de Einstein proviene de la escogencia inapropiada de la definición de fuerza –que éste reconoce en 1907 y en 1913 en nota de pie de página a su artículo fundacional de 1905, compilado en (Blumenthal, 1913)–, de haber saltado una rotación del referencial y un eslabón en su cadena de razonamientos

elípticos. Planck escoge la definición de fuerza adecuada de tal manera que se tenga en cuenta la conservación del momento lineal o impulso **p** y de la energía (Planck, 1906a).

Planck definió la masa inercial de un cuerpo como el límite del impulso dividido por la velocidad cuando esta última tiende a cero, y luego la relacionó con la masa gravitacional, (Planck, 1907a). Esta masa de Maupertuis, introducida por Planck, contiene la masa transversal y longitudinal y nunca más se habló de estas. Extendió la nueva dinámica al formalismo analítico de Lagrange y al canónico de Hamilton, contribuyendo así a la generalidad, transparencia y depuración de los argumentos originales de Einstein, (Einstein, 1905a). El aporte de Planck, de los principios variacionales a la relatividad, se reveló de una importancia capital. A partir del principio de la mínima acción, aplicada a la acción invariante $A = - m_o c\, ds$, ds es la métrica, deduce la cinemática relativista. Con el lagrangiano relativista $L = - m_o c\ (1 - v/c)$ obtiene el hamiltoniano $H = c\,(m_o c + \mathbf{p})$ y finalmente propone las nuevas ecuaciones del movimiento en forma vectorial $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{f}$. Esta fórmula la toma Planck como nueva definición de la fuerza; el impulso relativista **p**, que introduce, reviste la forma $\mathbf{p} = m_o \mathbf{v} / (1 - v/c)$ que Planck le dio. Todo lo anterior es el aporte de Planck, (Planck, 1906a), y Einstein lo reconoce, lo retoma y lo cita, (Einstein, 1907b, 1910). Además de introducir "la masa relativista" m(v) y la equivalencia masa-energía, Planck funda la termodinámica relativista con la invariancia de la entropía, de su constante h y de su ley de la radiación del cuerpo negro invariante (Planck, 1900, 1906a, 1907a, 1909).

Sobre esta ley fundamental de la dinámica relativista, –análoga a la de Newton, con términos homónimos, mas no homólogos, como la fuerza relativista de Planck, el tiempo propio, el impulso relativista, la masa y la definición de la "masa variable relativista" $m_o\gamma$– Einstein agrega, sin duda influenciado por Mach, que "*estas ecuaciones no tienen contenido físico y deben ser consideradas como las ecuaciones de definición de la fuerza*".

Quedan pendiente dos cosas: la validación experimental irrefutable y la interpretación teórica apropiada que diferencia, en relatividad, los conceptos de masa propia y masa inercial, la invariancia y no conservación de la primera, y la variación de la segunda.

La masa propia invariable (estática) y la inercia variable (dinámica)

La masa propia m_o de un cuerpo se define y mide en un sólo referencial privilegiado, aquel donde el cuerpo está en reposo relativo. Desde otro referencial inercial no se podría medir directamente m_o, sólo se podría

deducir indirectamente. Hay que acercarse al cuerpo, atraparlo y colocarlo sobre una balanza comóvil o en reposo relativo a él para realizar la medida propia ("balanzada" o pesada). Si se mide m_o desde otro referencial se obtendrá un valor más grande, que notaremos provisionalmente por m' = m(v) = $m_o\gamma$. Siempre se encontrará el mismo valor m_o si el cuerpo se lleva al estado de reposo, inmovilizándolo, en cualquier referencial animado de cualquier velocidad uniforme. Así la relatividad reconoce el valor intrínseco, independientemente de la velocidad, de la masa propia m_o. Por el contrario, si la masa permanece en su referencial comóvil y se mide su valor desde otros referenciales inerciales donde no está en reposo, entonces el valor diferente que se encontrará no será la masa, más bien será la inercia.

Hay que notar que la masa en reposo m_o es la única que tiene sentido físico operacional, es característica del cuerpo y es uno de los invariantes, junto con el espín, del grupo de Poincaré y sirve para etiquetar las representaciones lineales de dicho grupo. No debe, pues, usarse la otra "masa relativa" m' = m_r = m(v), la cual no tiene una definición clara y adecuada. Teoréticamente y para ser consistentes, en lugar del desarrollo histórico, debe usarse una marcha lógica: partir del impulso (momento lineal) **p** y la energía total E del cuerpo en movimiento para llegar a definir su masa (m_o). En cuanto a la inercia I, se debe partir de la definición de la energía total E y deducir la energía cinética K y luego la masa inercial variable I. Esto lo veremos en el tercer párrafo que sigue.

De aquí que sea improcedente hablar de masa (propia) variable. En cambio es lícito hablar de masa inercial o inercia variable. El inoportuno término de masa relativista, o la aporía de masa relativa, o la impropiamente masa variable es en realidad, por definición, la inercia variable: m_r = m' = m(v) = I(v) = I = $m_o\gamma$. Existe absolutividad de la masa propia. Existe relatividad de la masa inercial. La inercia variable implica la inercia de la energía variable, y viceversa; es decir, hay equivalencia lógica entre estas dos aserciones.

Los dos invariantes m_o y t_o (tiempo propio) están correlacionados (m_o/t_o = m'/t' = invariante). Con la ayuda de la elasticidad del tiempo se puede deducir el incremento de la masa inercial. El incremento de la inercia, como la contracción de las longitudes y la dilatación del tiempo, debe ser recíproco, simétrico, en armonía con el PR.

En mecánica clásica, la masa material y la masa inercial son proporcionales. La constante universal de proporcionalidad, por convención y comodidad, se iguala a 1 gracias a una escogencia adecuada de unidades.

Así se logra la identificación clásica de masa e inercia. En relatividad es lo contrario: masa e inercia son proporcionales, pero nunca idénticas, ya que $\gamma \quad 1$; la coincidencia se produce en el reposo ($v = 0 \rightarrow \gamma = 1$).

Es un abuso de lenguaje hablar de la masa relativa de un cuerpo. Es un pleonasmo hablar de masa en reposo. Es una redundancia poner el símbolo m_o. Esto se comprende sin extralimitaciones puristas u obsesiones bourbakistas, ya que la verdadera masa es la del cuerpo sobre la balanza comóvil que lo "balanza" o "masa", como el peso pesa cuerpos. Como las costumbres son tozudas, seguiremos hablando, por tautología interpuesta, de masa en reposo, masa propia, masa invariante –que son sinónimos–y usaremos m_o para poner énfasis en esto. Así y todo, lo sobrio y correcto sería decir: la masa m.

El inapropiado concepto de masa relativista o masa variable se reemplazará por el de masa inercial o simplemente inercia, término este estrechamente asociado con la energía total. Por ejemplo, siempre se dice sin más, que el fotón no tiene masa pero sí inercia, vale decir, la luz tiene masa nula, pero inercia, peso, impulso y energía diferentes de cero.

Otras demostraciones de la masa inercial variable

Ya mencionamos la primera demostración rigurosa de la masa inercial variable dada por Planck, donde enmienda algunas inconveniencias, elipticidades e inexactitudes de Einstein y da la fórmula exacta (Planck, 1906a). Otras alternativas se justificaron porque se criticó la demostración original de Einstein de privilegiar demasiado al electromagnetismo y la fuerza de Lorentz –en toda la TR– y por dar generalidad a la deducción. La fórmula de la "masa relativista de un cuerpo móvil" se demostró con otro tipo de razonamientos en colisiones elásticas o inelásticas de cuerpos animados de la misma velocidad, basados en el principio de la conservación del impulso unido a las TL, (Lewis y Tolman, 1909; Epstein, 1911 (retomado en Bergmann, 1950; Tolman, 1912, 1934). En resumen: la inercia variable es una consecuencia directa de las TL, y viceversa, e independiente del proceso de colisiones.

En otra deducción de la masa inercial relativista, se usan dos simetrías generales del espacio (la isotropía espacial y la invariancia relativista por TL) o sea la conservación del momento angular J y el tiempo "relativista" $t' = t_o\gamma$. Resumiendo en exceso, se trata del experimento imaginario de una "honda" con una masa m_o, que gira con periodo propio t_o y con una cantidad de rotación $\omega_o = 2 /t_o$ de eje paralelo a x. Respecto a otro referencial inercial (ambos con ejes colineales móviles en la dirección de

las equis) se tendrá: $J' = m'r'^2/t' = J_o = m_o r_o^2/t_o \rightarrow m'/t' = m_o/t_o \rightarrow m' = m_o\gamma = I$.

El vínculo entre la masa inercial y la energía total de la TRE fue generalizado por Einstein en la TRG, donde la masa gravitacional se asocia con la energía total a través del tensor de energía-impulso, lo que no quiere decir que en dicha teoría se disponga de una definición apropiada de masa, como sí es el caso en la TRE con el módulo del cuadrivector de energía-impulso p.

"E IGUAL EMECEDÓS"

El propósito de esta sección es mostrar la estrecha relación entre la variancia de la inercia y la invariancia e inconstancia de la masa con una de las consecuencias más importantes de la TRE, a saber, la inercia y la masa de la energía. Esto merece una atención especial porque está vinculado con el tema que preocupó a Garavito y lo condujo a proponer una solución clásica.

La inercia de la energía

En su artículo fundacional de la TRE, Einstein aplica el PR del reposo y del movimiento uniforme a una onda electromagnética plana, y a través de las TL encuentra la variación de su energía al ser medida desde dos referenciales de inercia diferentes. Obtiene $E' = E_o\gamma$, que tiene la misma forma para la dilatación del tiempo $t' = t_o\gamma$ (Einstein, 1905a). En un nuevo artículo (Einstein, 1905b, 1909b), Einstein estudia un *gedankenexperiment* (su fetiche) en el cual imagina un emisor de luz en reposo que la difunde simultáneamente en dos sentidos simétricos. Luego examina el balance energético desde dos referenciales inerciales. Aplica el principio de conservación de la energía, la relatividad de la energía $E' = \gamma E_o$ y, después de un cálculo, análisis, aproximaciones, analogías y "*evidencias*" elípticas, obtiene finalmente la emblemática relación $E = mc$ como un simple teorema exacto de la TRE. Concluye afirmando que:

> Si un cuerpo pierde energía radiante E, su masa disminuye en E/c . [...] Formulamos la siguiente conclusión más general: La masa de un cuerpo es una medida de su contenido de energía; si la energía varía en E, la masa varía en el mismo sentido en E/c . [...] La radiación transporta inercia entre los cuerpos emisores y receptores (Einstein, 1905b).

En todas las citaciones que pondré lo subrayado en negrita es mío; si proviene *verbatim* del autor lo indicaré explícitamente con (sic), y nos servirá para los análisis y discusiones posteriores.

La precedente aserción contiene dos ideas centrales, inercia y masa, que Einstein confundirá constantemente en el régimen del dominio relativista. Analizaremos más adelante esta confusión en la discernibilidad que hay entre masa e inercia, lo cual nos servirá para comprender un aspecto de la TRE y para apreciar el aporte de Garavito. Ahora resulta que la masa clásica es aditiva (extensiva) en todas las transformaciones físicas, pero la masa propia relativista no es aditiva (la suma de las partes es mayor que su unión) en dichas transformaciones.

Este teorema, en forma de *adendum* a la TRE, fue considerado por Einstein como el resultado más importante de la relatividad. Él atribuyó inequívocamente a la energía luminosa (radiación) masa inercial y masa propia, aunque esta sea nula para la luz, pero eso hay que apercibirlo leyendo entre líneas. La generalización para cualquier forma de energía se obtuvo dos años más tarde, (Planck, 1907a; Einstein, 1907b).

El punto cero de la escala de energía relativista

Veamos otra diferencia fundamental entre la mecánica clásica y relativista en cuanto a la energía. La medida de esta siempre se toma como diferencia entre dos niveles, inicial y final, y señala pérdida o ganancia energética de un mismo sistema. Por consiguiente, basta de una escala relativa para las medidas energéticas, porque al tomar diferencias se elimina una constante arbitraria aditiva, que puede tomarse libremente como punto cero, es decir, correrse el origen de la escala. Clásicamente no existe un cero absoluto de energía, no existe una escala absoluta que mida la energía total absoluta contenida en un cuerpo. Para la temperatura sí existe una escala absoluta de Kelvin.

Esta normalización de la constante aditiva conduce a que el nivel fundamental de la energía sea cero para una masa en reposo. En la mecánica newtoniana ese proceso, que llamaremos renormalización clásica –es decir, la redefinición de cantidades por eliminación de constantes aditivas arbitrarias sin repercusiones físicas observables– trae por consecuencia el que la energía cinética clásica K se defina por $\frac{1}{2}m_o v$. En TRE, en cambio, la renormalización relativista reinterpreta las constantes, que no se eliminan, y sí tienen efectos observables físicamente, ya que se identifica así el punto cero de la energía o cero absoluto.

En el marco relativista, la energía interna E_o de un cuerpo en reposo es un invariante que mide la capacidad intrínseca de actuar sobre otros cuerpos, queda fija de manera absoluta, es el cero absoluto de la energía, el "*punto cero*" (*Nullpunkt*) (Einstein, 1907a, p. 382), que sólo depende de la estructura interna, es independiente de la velocidad, de la energía cinética K extrínseca, es el contenido total de energía intrínseca del cuerpo y es proporcional a la masa propia: $E_o = m_oc$ (Einstein, 1907a). De manera que la masa es la medida de la cantidad de materia clásica y a la vez la medida del contenido energético intrínseco que marca el cero (Einstein, 1905b). La masa (estática) no mide más la inercia (dinámica).

Digresión. Esta renormalización de la energía, con la cual queda identificada la constante aditiva, se obtiene automáticamente en la TRE al tomar los límites de integración para K (ver § 5.4), es decir, al evaluar $K = (Ic) = (m_oc\,\gamma)$ entre $v = 0$ y $v = v$ se obtiene $K = m_oc\,(\gamma - 1) = (I - m_o)c$; pero si se realiza el cálculo explícito de la constante de integración, entonces esta vale m_oc como límite inferior de la energía, E_o, que también se ve en $E = m_oc + K$ al poner $K(v = 0) = 0$, acorde con $K = (I - m_o)c = E - m_oc = E - E_o$. Si se parte de la renormalización relativista, a saber, escoger el nivel cero tal que la energía E_o para un cuerpo en reposo sea m_oc , entonces la energía E de un cuerpo en movimiento ($E = K + cte.$) se reduce a la conocida inercia de la energía: $E = m_o\gamma c = Ic$.

Tomemos la masa inercial $I = m_o\gamma$, para las pequeñas velocidades del caso clásico, entonces la energía cinética "bruta" vale $K = m_oc\,\gamma \quad m_oc + \frac{1}{2}m_ov$. En tal caso, la constante aditiva m_oc se cancela cuando se miden diferencias de energía y no tiene trascendencia desde el punto de vista newtoniano. Pero desde la perspectiva einsteiniana sí la tiene, ya que toda energía debe tener una masa inercial equivalente, y viceversa, mas no una masa propia. Gracias a la variabilidad de la inercia, es decir, a la inercialidad de la energía, esta, que antes se definía haciendo abstracción de una constante arbitraria (en la integración del trabajo), ahora tiene un nivel tope inferior m_oc , la escogencia es forzosamente E_o. La ecuación $E = I(v)c$ es más general y contiene a $E_o = m_oc$ como caso particular cuando la velocidad tiende a cero: $I(v = 0) = I_o \equiv m_o$ y $E = Ic \rightarrow E_o = m_oc$. Esta masa m_o absolutista, en el sentido de ser invariante por el GL, sirve también para definir la inercia relativista, la cual le es proporcional: $I = I(v) = m_o\gamma = m_o/ (1 - v /c)$.

La relación entre la "masa" variable y la masa-energía

Existe una manera de deducir $E = mc$, a partir de la "masa relativista variable m(v)", que muestra su relación con esta. Se parte de la definición del trabajo T y del teorema de la energía cinética, se aplica la ley de Newton relativista o rapidez de cambio del impulso relativista identificable a la fuerza aplicada, y se usa la definición de la masa relativista. Por un proceso de diferenciación e integración se obtiene la energía cinética: $K = (m - m_o)c$ y de allí la equivalencia de la energía-masa en reposo $E = m_o c$ [$Fds = dT = dK = (dp/dt)ds = d(mv)ds/dt = vd(mv) = v\,dm + mvdv = c\,dm$. La última etapa proviene de $m = m_o/(1 - v/c) \rightarrow m\,c = m\,v + m_o\,c \rightarrow c\,dm = v\,dm + mvdv$].

Algunos libros escriben $K = (m - m_o)c = m \bullet c$, pero ahora no podemos interpretar m como un incremento de masa (¡invariable!). Lo correcto es escribir $K = (I - m_o)c = I \bullet c$.

Predecesores de una correlación entre la energía y la masa

Antes de Einstein, muchos sospecharon y calcularon la existencia de una plausible relación de proporcionalidad entre la energía y la masa.

Elucubraciones anacrónicas atribuyen a Voltaire y a su amiga Madame du Chastelet haberse topado con $E = mc$ (Hladik, 2007).

En 1898, Gustav Mie (1869-1957) se refirió a "*la **inercia** de la **energía** en movimiento*", pero el primero en conjeturar una densidad de masa 1/c veces proporcional a la densidad de energía electromagnética fue Poincaré, quien imaginó, en 1900, "*la **energía** electromagnética como un fluido ficticio no indestructible,* [...] *dotado de **inercia**,* [...] *con una densidad J/c* " y con impulso (Poincaré, 1900). Este artículo, que Einstein leyó antes de 1905 y luego citó, contiene, además, el proceso de sincronización de relojes a través de señales luminosas y el esbozo de un *gedankenexperiment* que mencionamos en el parágrafo precedente. En 1904, Gustave Le Bon (1841-1931) vaticinó que la materia es "*energía condensada*". Agregaba que la materia y la energía "*son dos cosas **idénticas** bajo aspectos diferentes.* [... La materia...] *es simplemente una **forma** estable de la energía y nada más.* [...] *Hay que **materializar** la* energía" (Le Bon, 1904).

El segundo en proponer una proporcionalidad general entre la materia y la energía fue Friedrich Hasenöhrl (1874-1915). Éste no demostró la fórmula exacta $E = mc$, sino esta: $E = kmc$, con $k = 8/3$, la cual derivó al estudiar, en un *gedankenexperiment*, la energía electromagnética que llena una cavidad en movimiento (Hasenöhrl, 1904). Un año después mejoró el cálculo y obtuvo finalmente $k = 3/4$, (Hasenöhrl, 1905). Su

conclusión general fue que la **masa** de un cuerpo depende de la **energía** que absorbe y ese incremento en **masa aparente** se debe a una **inercia** que posee la **energía electromagnética**, de hecho a la temperatura del cuerpo (Hasenöhrl, 1909). El mismo valor 3/4 ya había sido hallado por J. J. Thomson (Thomson, 1881) y verificado por Comstock (Comstock, 1908). Un error en el cálculo de Hasenöhrl fue detectado por Ebenezer Cunningham (1881-1977) (Cunningham, 1914, p.189) y su corrección dio k = 1. La corrección de la discrepancia en el valor 3/4 recibió una explicación teórica (Fermi, 1922, 1962).

Después que Einstein dedujo E = mc , quien encontró la equivalencia general, para cualquier tipo de energía, fue Planck, hecho que algunos acreditan exclusivamente a este ya que achacan a Einstein un vicio lógico en su demostración, que piensan es tautológica.

Rigurosidad y paternidad

En cuanto a la fórmula E = mc , fue Einstein, de manera indiscutible, el primero quien la escribió en esa forma. Muchos años más tarde, su deducción original (Einstein, 1905b) fue blanco de críticas dirigidas contra su estilo elíptico y sibilino, sus sobreentendidos, la adición de una constante innecesaria, etc.; asimismo de señalamientos analíticos, de falacia, petición de principio (*petitio principii*), círculo vicioso, tautología y paralogismo, (Ives, 1952; Jammer, 1961, p. 177, 1999; Arzéliès, 1966, p. 74-79; Miller, 1981, p. 377, Hladik, 2007, 2008) sin consecuencias graves. Otros, en cambio, hicieron la apología, mejoras y demostraron que sí hay coherencia lógica y ausencia de vicios lógicos en su método (Riseman y Young, 1953; Stachel y Torretti, 1982; Fadner, 1988). Otros simplemente niegan la autoría de la ecuación a Einstein. De todos modos, las ideas ya estaban en el aire. Para la larga historia de E = mc ver (Jammer, 1961; Siegel, 1978; Miller, 1981; Fadner, 1988; Hladik, 2007, 2008). Según Fadner:

> Einstein fue el primero que obtuvo la relación matemática correcta entre la energía y la masa material, el primero en desarrollar el concepto de energía en reposo, y el primero en enunciar la total equivalencia entre la masa y la energía. (Fadner, 1988).

Recordemos que Planck obtuvo, por la primera vez, no sólo exacta y rigurosamente la ley fundamental de la dinámica relativista, sino también la deducción de la ecuación de la inercia de la energía para los procesos termodinámicos, ya que "*para toda emisión o absorción de **calor** la **masa***

inercial *del cuerpo se altera, y el incremento de* ***masa*** *es siempre igual a la cantidad de* ***calor*** [...] *dividida por c* ". (m = Q/c) (Planck, 1907a; 1958, p. 204). Después generalizó esta ley de la inercia de la energía para cualquier tipo de transferencia de energía (Planck, 1907a, 1908).

Planck distingue la energía interna y la cinética (de traslación) afirmando que

> Concebimos la energía (sic) total de un cuerpo en movimiento como compuesta aditivamente de un término el cual es independiente del estado interno del cuerpo y solamente varía con su velocidad: la energía de traslación; y un segundo término el cual es independiente de la velocidad y sólo depende del estado interno [...]: la energía interna del cuerpo. (Planck, 1907a, 1958, p. 176).

Planck también anota que

> Esencialmente la misma conclusión ha sacado Einstein (Ann. d. Phys. 18. p. 639, 1905) al aplicar el principio de relatividad a un proceso particular de la radiación, sin embargo con la suposición, permitida como una primera aproximación, que la energía total de un cuerpo en movimiento se compone aditivamente de su energía cinética y de su energía con respecto al sistema donde está en reposo. (Planck, 1958, § 17, p. 204, nota 1).

Otras demostraciones

Después de los trabajos sobre la inercia de la energía de Poincaré, Hasenhörl y Einstein, éste propuso otras demostraciones. Una prueba "condición necesaria y suficiente", no propiamente basada sobre su TRE, consiste en un experimento mental (que llamaremos *gendankenexperiment* del "cilindro automóvil"), idea que proviene de Poincaré (Poincaré, 1900), la cual Einstein cita –caso único en que él hace referencia a Poincaré– y retoma para imaginar un cilindro hermético, horizontal y de peso despreciable, con radiación electromagnética que va de un extremo a otro. Esto generaría un movimiento del centro de masa del cilindro sin la intervención de una fuerza externa, ya que sólo existe la presión de radiación interna y la acción y la reacción. Esta aporía la resuelve otorgando una "*masa inercial*" a la energía transportada por la radiación y así se evita que el centro de masa se mueva por sí sólo, se comportara como un *perpetuum mobile*, violando así la ley de la inercia. El dispositivo trabajaría por ciclos con ayuda de un transportador de energía luminosa, especie de pistón (de masa cero, como la luz) cuyo vaivén acciona el cilindro automóvil. Concluye que "*la* ***inercia*** *de un cuerpo depende de su contenido en* ***energía***" y "*A una*

modificación de ***energía*** ***E*** *debe corresponder un cambio de* ***masa*** *de mismo signo y de valor igual a* ***E/c*** ". Aquí no especifica si es energía interna, ni si es masa invariante; también usa indistintamente los términos de inercia y masa para ***E*** /c , ya que escribe ora "*inercia E/c* ", ora "*masa E/c* " (Einstein, 1906a).

Otro argumento demostrativo para E = mc se basa en la TRE (Einstein, 1907a).

Finalmente, en 1946, Einstein dio otra demostración elemental apoyándose en la física clásica (conservación de la cantidad de movimiento, la presión de radiación y la aberración astronómica), (Einstein, 1946; Jordan, 1982). Se ha llegado hasta imaginar un *gendankenexperiment* con un emisor de energía que expela no luz sino partículas masivas, y se concluye con la convencionalidad del concepto de energía propia (Feigenbaum y Mermin, 1988). Existen otros desarrollos y correcciones (Jackson, 1958; Rigney y Biser, 1966; Rohrlich, 1970, 1989; Zink, 1971; Antippa, 1976; Simon y Husson, 1991; Baierlein, 1991; Holladay, 1992).

Conclusiones

La TR de Galileo-Newton y la TR de Poincaré-Einstein gozan de simetrías diferentes. En su programa de relativización de la física, Einstein se atacó en su artículo fundacional (1905) a la elaboración de una nueva dinámica compatible con el PR de los estados de reposo o de movimiento uniforme. Parte de un *gedankenexperiment* que modela un electrón en interacción con un campo electromagnético visto por diferentes observadores inerciales conectados por TL de coordenadas y de campos. Elige una definición de fuerza inapropiada que lo conduce a una masa transversal –término introducido por Abraham y Lorentz y comentado por Poincaré– variable con la velocidad pero con una dependencia funcional incorrecta ($m_t = m_o\gamma$), desacierto nunca corregido por él en la nota de pie de página de (Blumenthal, 1913; Einstein, 1922c, 1925, 1950b). Esto implica que las fórmulas de la masa de Lorentz y Einstein sean realmente diferentes, aunque se hablara erróneamente de la fórmula de Lorentz-Einstein. Einstein tampoco enuncia explícitamente la ley de su nueva dinámica.

Unos meses más tarde (1906), Planck sí resuelve exactamente el problema planteado por Einstein, gracias a una lagrangianización adecuada de la mecánica relativista y a la escogencia apropiada de la fuerza, define el impulso relativista conveniente ($\mathbf{p} = m_o\gamma\mathbf{v} = I\mathbf{v}$), obtiene cabalmente la

ley de la dinámica relativista ($\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt$) y obtiene la expresión correcta de la masa inercial variable con la velocidad ($I = m_o\gamma$). Así confirma teóricamente la misma expresión obtenida por Lorentz en 1904. En 1907, Einstein reconoce su desatino, adhiere al método de Planck y hace suya la nueva formulación.

Einstein culmina su deducción relativista con la inercialización de la energía total y la masificación de la energía interna, ligadas respectivamente con la variancia de la inercia y con la invariancia de la masa. La introducción en la TRE de una geometría pseudoeuclidiana, de una cuarta dimensión temporal y de los cuadrivectores, por parte de Poincaré (Poincaré, 1905b, 1905c; ver Miller, 1977) y los desarrollos ulteriores sistemáticos y rigurosos de estas ideas por Minkowski (Minkowski, 1908, 1909, 1915), permitió exhibir explícitamente la invariancia de la masa y el tiempo propio, como la covariancia de las ecuaciones fundamentales de la TRE.

Einstein no usa más el adjetivo transversal y sigue confundiendo masa con inercia –estas las atribuye equivocadamente a la luz–, aunque sabe de manera pertinente, implícita y tácita con qué está relacionado cada término (con la energía interna y total, respectivamente). Nadie en la época se esmeró por señalar lo que una misma terminología, aparentemente homóloga, pero en realidad homónima, significaba específicamente en cada teoría clásica y relativista. El tratamiento einsteiniano de la masa e inercia de la energía desencadenó una polémica de rigurosidad y un debate de paternidad.

El tiempo y la energía, como componentes de los respectivos cuadrivectores de posición e impulso-energía, se transforman de manera parecida. La energía total, la inercia y el tiempo relativos tienen estrechas relaciones homológicas con los conceptos absolutos (invariantes o propios) que son la energía interna, la inercia propia idéntica a la masa propia, y el tiempo propio: $E = E_o\gamma$, $I = I_o\gamma$, $t = t_o\gamma$. La masa propia está estrechamente relacionada con el tiempo propio, como invariantes relativistas, lo mismo que con la inercia, la energía total y el impulso.

En resumen, la novedosa dinámica relativista, tal como la elaboraron Einstein y Poincaré, la perfeccionó Planck y la codificó Minkowski con su lenguaje geométrico asociado a su formalismo covariante cuadridimensional (Minkowski, 1908, 1911) desembocó en la invariabilidad de la masa propia, la no preservación de la masa propia, la variabilidad de la inercia y la energía, la inercia de la energía: la energía perdida o ganada se repercute en un aumento o disminución de la masa inercial o de la masa propia. Aunque el aumento de la masa inercial con la velocidad, con la energía cinética, esté íntimamente relacionado con la equivalencia masa-energía, deducibles

mutuamente el uno del otro, son conceptos completamente diferentes. El primero separa a la masa propia invariable de la masa inercial variable. El segundo encierra dos interpretaciones diferentes consubstanciales con la inercia y la masa, como veremos. Einstein atribuye separadamente inercia y masa a la energía, la primera como caso particular de la segunda, más general, pero no lo disocia de manera contundente.

"E igual emecedós", que se reduce a menudo a la simple fórmula $E = mc$ o prosaicamente hablando a la "equivalencia masa-energía", es una proposición más bien elíptica, compleja y bipolar, que, en virtud de la diferencia entre masa e inercia, oculta realmente dos fórmulas conceptualmente bien diferentes: $E_o = m_o c$ (nivel cero energético interno, energía de masa) y $E = Ic$ (definición inértica de la energía, inercia de la energía).

Finalmente, la TRE da un tope inferior a la energía, $E_o = m_o c$, la renormaliza, no queda indefinida a causa de una constante arbitraria, da un punto o nivel cero a la escala de la energía, ese cero es justamente $m_o c$. Esta es la segunda renormalización de la energía después que Planck hiciese la primera, al imponer una talla mínima en la parcelación de la energía espectral del cuerpo negro, para evitar que su energía emitida no tendiese al infinito, esquivando así la catástrofe ultravioleta. Su constante limitadora o quantum de acción $\hbar$ es a la materia cuántica lo que la constante limitánea c en la materia relativista. El crecimiento indefinido de la energía total y la inercia lo ataja c, especie de horizonte. El indefinido límite inferior de la energía lo impone $m_o c$. De manera que, en cualquier circunstancia, cuántica y relativística, la energía tiene un valor definido, finito y acotado. Se trata de evitar lo indefinido, el infinito. La energía (total o cinética) siempre permanece finita, como si el término $E_o = m_o c$, que traduce la inercia en reposo de la energía, hubiese contribuido a volver finita una energía que tendía al infinito con la velocidad; es como si hubiese sido renormalizada. Dada la importancia de la constante $\hbar$ de Planck, a la constante de la celeridad límite c se ha propuesto llamarla "constante de Einstein" (Lévy-Leblond, 1994), más atinado sería llamarla "constante de Poincaré".

Luego de esta digresión estaremos en capacidad de analizar y valorar, con más precisión, el trabajo de Garavito sobre la constancia de la "masa" con respecto a la velocidad. Toca ahora a la experiencia validar las fórmulas para las masas, sea la de Abraham, o la de Lorentz y Planck. En otras palabras, discriminar entre los electrones de Abraham, de Lorentz, de Langevin, de Bucherer y de Einstein. Históricamente es incorrecto hablar de la masa de Lorentz-Einstein, lo correcto es la masa de Lorentz-Planck.

LA SITUACIÓN EXPERIMENTAL

Esta sección la dedicaremos a la confirmación experimental de una de las diferentes conjeturas sobre la naturaleza del electrón, la corroboración de la variación de la masa inercial como primer test de la TRE y la validación indirecta de la inercia y masa de la energía. También señalaremos las dificultades experimentales, los debates contradictorios, la polémica e interés empírico que despertó.

La nueva concepción de los físicos teóricos sobre el origen de la masa y la inercia, y sus interrelaciones con la electricidad, la energía, el impulso y la velocidad, asimismo como el comportamiento de los electrones altamente veloces, estimuló a los físicos experimentales para verificar empíricamente las teorizaciones anteriores. Entre las primeras experiencias figuran las llevadas a cabo por Walter Kaufmann (1871-1947) (Kaufmann, 1901), donde aceleró electrones (rayos beta) y luego los desvió por la acción simultánea de un campo eléctrico y magnético. En su publicación describe su dispositivo, funcionamiento y cálculos. Efectivamente observó el aumento de la "***masa** aparente*" (inercia) con la velocidad, asociada a la idea de dos componentes para la masa: una mecánica y otra electromagnética.

De una segunda repetición experimental más cuidadosa, donde da numerosas tablas de medidas (Kaufmann, 1902, 1903), concluyó: "*no sólo los rayos de Becquerel sino también los rayos catódicos están formados de electrones*, ***cuya masa es de origen puramente electromagnético***." (sic) Esta afirmación satisfizo a Abraham y a Bucherer (Abraham, 1902a, 1902b; Bucherer, 1904). Promete mejorar las medidas para "*dictaminar sobre los electrones de Abraham y Lorentz*".

Una nueva serie de medidas (Kaufmann, 1905, 1906) reconfortó lo anterior e invalidó la fórmula de Lorentz y Planck. Más tarde se probó que no era así y que las fórmulas que reflejaban exactamente los hechos experimentales eran las de "*Lorentz y Einstein*" (corregida por Planck), iguales pero de procedencia teórica diferente (Lorentz, 1904, Einstein, 1905a). Kaufmann fue el primer físico que comprendió la diferencia entre las teorías de Lorentz y de Einstein.

Polémica experimental

Las experiencias cuidadosas de Bucherer (Bucherer, 1908, 1909a, 1909b) confirmaron por primera vez la ecuación de Lorentz y Einstein (siempre subentenderemos la fórmula corregida por Planck) que da la

variación de la masa transversal con la velocidad. Estos nuevos resultados experimentales de Bucherer, frente a los de Kaufmann, originaron una gran polémica y animados debates contradictorios entre experimentalista por un lado, entre teóricos por otro lado, y entre estos y los primeros sobre la verificación empírica y efectiva de la fórmula de la masa variable, sobre todo que lo primero que estaba en juego era la validez de la TRE. Para más detalles ver (Jammer, 1961, 2000; Miller, 1981; Piersaux, 1999) y para un análisis detallado y reciente de la experiencia de Kaufmann ver (Cushing, 1981).

Las nuevas tentativas experimentales fueron numerosas y variadas para verificar definitivamente la predicción relativista de la inercia variable y así clarificar la confusa situación. Las experiencias se prolongaron hasta 1940 para explorar un amplio espectro de velocidades y técnicas mejoradas. La lista es larga para el periodo que nos interesa (Woltz, 1909; Hupka, 1909, 1910a; Guye y Ratnovsky, 1910; Ratnowsky, 1911; Schäfer, 1913, 1916; Neumann, 1914; Guye y Lavanchy, 1915, 1916).

Pugilato teórico-experimental

Por primera vez se observó de manera clara que la totalidad de la masa inercial del electrón –cualquiera que fuese su origen: mecánico o electromagnético– sí variaba con la velocidad, (Kaufmann, 1906). Aunque su exactitud no permitió decidir entre las tres teorías rivales, que afirmaban dicha variabilidad pero con comportamientos diferentes según fórmulas diferentes. En efecto, sus primeros resultados experimentales, muy cuidadosos, parecieron confirmar las teorías de Abraham y de Bucherer (había una desviación del orden del 3% entre la experiencia y el modelo propuesto) y descartar las de Lorentz y Einstein (desviación del orden del 10% entre la experiencia y el modelo propuesto). Por el momento, Kaufmann halló "*las medidas incompatibles con la fórmula de* ***Lorentz-Einstein***" (sic).

Era tal el interés del propio Einstein por dilucidar la problemática teórica y experimental relacionada con la inercia variable, que propuso un experimento de desviación electrostática, (Einstein, 1906b), con el propósito de medir la relación entre las masas transversales y longitudinales del electrón, y así determinar con exactitud la ley correcta que rige la variación de la masa con la velocidad. En consecuencia, así se podría ayudar a discriminar definitivamente las predicciones de las cinco teorías rivales. Einstein calculó la razón entre la masa transversal y longitudinal predicha por cada una de las teorías en juego, en el caso específico de

su dispositivo experimental. No sabemos si tal experiencia fue llevada a cabo.

La tarea inmediata fue examinar a fondo el protocolo y resultado de la experiencia de Kaufmann de 1906, ya que muchos sospechaban que, correctamente interpretada, estaba a favor de la teoría de Einstein. Planck participó en el cuidadoso análisis, en la evaluación crítica y en la discusión de los indecisos resultados experimentales de Kaufmann, (Planck, 1906b, 1907b), dando crédito al procedimiento experimental y a los errores de medida y defendiendo la tesis de que dichas experiencias no eran decisivas y no refutaban de manera categórica y definitiva las teorías de Lorentz y Einstein. Ese era también el parecer de Röntgen. Einstein también interpretó las medidas de Kaufmann en el marco de su TRE, (Einstein, 1906b, 1907b). Luego siguió una gran cantidad de trabajos teóricos de análisis, discusión, crítica, evaluación de los dispositivos experimentales, de protocolo, de cuidado, de precisión y de errores, los cuales avalaron finalmente la confirmación experimental de la variabilidad de la "masa" con la velocidad predicha por la TRE (Kaufmann, 1907; Bestelmeyer, 1907, 1909, 1910; Stark, 1908; Bucherer, 1909c; Heil, 1909, 1910; Hupka, 1910b).

Una experiencia de Bucherer (Bucherer, 1908) vino a confirmar ampliamente la masa de Lorentz y Einstein. Este logro puso punto final a la polémica, al pugilato y resolvió la crisis que golpeaba a la física. Pero los experimentos no pararon y se prosiguieron con más refinamiento. Las experiencias de Alfred H. Bucherer y Erich Hupka fueron consideradas por Planck, en 1909, como la verificación definitiva de la relatividad de la inercia (Planck, 1909). Sólo una década después se tuvo la confirmación definitiva, (Guye y Lavanchy, 1916; Glitscher, 1917). Así terminó esa importante polémica teórica y experimental, que enfrentó la recién nacida TRE (Laub, 1910; Laue, 1911).

Einstein, como también toda la comunidad científica internacional, se interesó por la verificación rápida y definitiva de la consecuencia más importante de la nueva dinámica predicha por la TRE, a saber, la masa inercial variable con el movimiento. Garavito también se enteró de esta nueva situación y, como era de esperarse, se interesó por el tema, que iba en contra de un precepto clásico tradicional. Mas su preocupación se orientó más bien a salvar las apariencias pero con la antigua conceptualización newtoniana. Es decir, que permaneciendo fiel al pensamiento newtoniano, desconoció la nueva teoría einsteiniana de la masa y volcó sus esfuerzos en demostrar que esa variación no se presentaba en la realidad y que su

explicación, como epifenómeno, era perfectamente factible dentro del marco de la sola mecánica clásica. Abajo trataremos esto.

Más sobre la verificación de la relatividad de la inercia

Experimentalmente se mide la velocidad v de los electrones por medio de su deflexión provocada por un campo eléctrico y magnético cruzados, y la energía cinética ganada K se mide por la energía perdida por los electrones y transformada en energía térmica en un calorímetro. Al graficar $v = f(K) = f(E)$, v en unidades 10^8 m/s y E en unidades $m_o c^2$, se obtiene una curva experimental que, para pequeñas velocidades, confirma los resultados previstos por la ley de la mecánica clásica ($E = \frac{1}{2} m_o v^2$). Luego la curva sube rápidamente, alejándose de esta ley y toma, a partir de $E = 5$, a $v = 3$ por asíntota. Así la nueva ley relativista pone de manifiesto que la velocidad tiende a c.

Entonces queda aclarada la interpretación física correcta de ser $m_o\gamma = I(v) = I$ el coeficiente de inercia relativista (definición) que describe correctamente la oposición de la materia relativista a todo cambio de estado cinemático en armonía con el PR y el PL. Asimismo, queda claro y justificado que la equivalencia entre la inercia y la energía, $E = Ic^2 = m_o\gamma c^2$, o inercia de la energía, es el segundo aspecto de la relación "e igual emecedós", que generaliza la equivalencia entre la energía y la masa de un cuerpo en reposo. A esto nos referiremos más adelante.

Tomemos un referencial R dentro de un conjunto de otros referenciales de inercia, para éstos R (que se puede considerar en reposo relativo) presenta velocidades diferentes (energías cinéticas) con relación a cada uno y no se debe a un proceso físico determinado sino al movimiento relativo del conjunto, a las TL. En cambio si se le suministra velocidad por una transformación física o proceso, es decir, energía cinética por el trabajo u otro tipo de energía (eléctrica, calorífica, luminosa, nuclear, radioactiva, sonora, etc.), entonces ahora sí se trata de un proceso físico real. En el primer caso, la masa propia invariante m_o no aumenta sino la inercia I, que es relativa a los otros observadores y depende de sus velocidades relativas. No hay relatividad de la masa propia. Sí hay relatividad de la inercia. En el segundo caso, sí se aumenta la masa propia m_o debido a un posible incremento de la energía interna de masa.

Existen dos aplicaciones de la inercia variable, que se pueden considerar como pruebas indirectas de la relatividad de la inercia: una teórica de Sommerfeld y otra experimental a los espectros.

Arnold Sommerfeld (1868-1951) introdujo la variación relativista de la inercia en el modelo atómico de Bohr con el fin de interpretar y describir la estructura fina del espectro del átomo de hidrógeno (Sommerfeld, 1915, 1919). Lo logró parcialmente porque no tuvo en cuenta el espín del electrón. La estructura completa y detallada de dicho espectro la obtuvo finalmente Dirac, al considerar al electrón dentro del formalismo de la mecánica cuántica relativista (Dirac, 1928). Ulteriores análisis de las medidas de la estructura fina de rayas espectrales y del espectros de rayos X confirmaron la validez de la ley de variación relativista de la "masa" con la velocidad en el modelo de Sommerfeld (Glitscher, 1917).

Verificaciones de la relación entre la inercia y la energía

Permitámonos una corta digresión. Las confirmaciones de la variancia de la inercia con la velocidad, $I = I(v) = m_o\gamma = I_o\gamma$, constituyen justamente las primeras verificaciones indirectas de la inercia de la energía, $E = Ic$. Al acelerar un electrón desde el reposo, por ejemplo, se le comunica velocidad, es decir, se incrementa su energía cinética K de K y varía su inercia inicial I_o (en reposo, $I_o = m_o$) de I_o a $I_o + I = I$. Ahora bien, si admitimos que la energía cinética posee la inercia equivalente $K/c = I$, entonces se tiene: $I = I_o + I = I_o + K/c = m_o + m_oc\ (\gamma - 1)/c = m_o\gamma$. Lo mismo se obtendría partiendo de la definición de la inercia a partir de la energía total E: $I = E/c = (E_o + K)/c = m_o\gamma$. Recíprocamente, de la inercia variable se obtiene la inercia de la energía, si calculamos el trabajo y lo igualamos a la variación de la energía cinética (teorema de la energía cinética): $dT = dK = F\,ds = (dp/dt)ds = d(Iv)ds/dt = vd(Iv) = v\,dI + Ivdv = c\,dI$, ya que de $I = m_o\,(1 - v/c)$ tenemos $I\,c = I\,v + m_o\,c$, o sea $c\,dI = v\,dI + Ivdv$. Es decir, $dT = d(Ic)$. Integrando y teniendo en cuenta los límites ($v = 0$, $v = v$), o evaluando la constante de integración, se obtiene $K = (I - m_o)c$, $K = m_oc\ (\gamma - 1) = E - E_o$ y $E = m_oc + K$, E siempre denotará la energía total.

De manera que como la inercia de la energía conduce a la variancia de la inercia, y recíprocamente, entonces la verificación de la una implica la verificación de la otra, e inversamente. La relatividad de la inercia se puede interpretar como una perspectiva cinemática debido al cambio de punto de vista (TL). Es como si la inercia propia se proyectara en la inercia impropia. En cambio, la masa propia queda como un punto fijo, invariante, como por otro lado, la inercia propia I_o.

Verificaciones indirectas de la relación entre la masa y la energía

Hasta la muerte de Garavito, en 1920, no se conoció una prueba directa y contundente de la equivalencia masa-energía, $E_o = m_oc$. Las

verificaciones directas de esta correlación fueron muy tardías (1933), entretanto se obtuvieron corroboraciones indirectas. En los ejemplos que vamos a ver sólo la pérdida de una fracción de la masa se transforma en energía equivalente a través de reacciones nucleares. El balance de la variación de las masas reactivas iniciales y finales m se compara con la energía cinética liberada K, lo que corrobora su equivalencia, vía $K = m \cdot c$. Aquí la masa varía (m) por un proceso físico que crea K. Lo inverso, $K \rightarrow$ m sí se verifica en un proceso físico. En ambos procesos la masa varía. Por el contrario, si K proviene de un cambio de punto de vista (TL), entonces la masa no varía (invariancia por TL), m = 0, y sólo varía la inercia, I 0.

Con las reacciones nucleares artificiales vinieron las primeras pruebas indirectas de la equivalencia masa-energía.

Frederick Soddy (1877-1956) fue el primero en afirmar, en 1904, que la **masa** material de los cuerpos radioactivos podía transformarse en energía y violarse así el principio de Lavoisier de la conservación de la masa: la masa final del cuerpo radioactivo sería inferior a la inicial. Se apoya en Kaufmann para considerar la masa variable y la plausible pérdida de masa de los cuerpos radiactivos, y concluye que "*la masa atómica debe ser mirada como una función de la* ***energía interna****, y la disipación de esta última en radioactividad debe ocurrir a expensas de la* ***masa*** *del sistema*". (Soddy, 1904).

Los primeros indicios empíricos de la aplicación de la equivalencia entre la energía y la masa propia provinieron de comparar la hipótesis de William Prout (1785-1850) de considerar el hidrógeno como componente primordial de todos los átomos. El descubrimiento de los isótopos y el defecto de masa m –diferencia entre la masa del núcleo atómico de un elemento químico y la suma de las masas de sus constituyentes protónicos (hidrógeno)–, el cual es medible espectrométricamente, se interpretó correctamente como la manifestación de la energía de enlace nuclear equivalente, energía esta resultante (en valor absoluto) de la repulsión eléctrica coulombiana entre los protones y cuyo estimativo coincide con $m \cdot c$. Así se explicaron las contradicciones, se rescató la exactitud de la hipótesis de Prout y se comprendió que varios núcleos de hidrógeno pesan más cuando están separados que cuando están juntos, ligados en los núcleos, de manera que la masa de los elementos no son exactamente números enteros. El todo es menor que la suma de sus partes.

Una de las primeras tentativas para aplicar **la inercia** de la energía provienen de Langevin, (Langevin, 1913) al querer explicar la desviación

de los pesos atómicos de números enteros y empleó la relación E = mc para el cálculo de masas atómicas.

Segundo, se considera que la primera verificación experimental directa se dio en las trasmutaciones nucleares artificiales y en la fisión (John Crockcroft y Ernest Walton (1931), Otto Hahn y Fritz Strassmann (1938). Hay que anotar que aquí esta corroboración empírica de la equivalencia entre la masa y la energía no es una auténtica verificación de esta ley, ya que se puede argüir que se trata más bien, al romperse el enlace, de la legítima transformación de la energía de enlace entre los nucleones (cargados positivamente que se repelen eléctricamente) en energía cinética, aunque exista un equivalente en masa, pero esta no interviene físicamente. Por consiguiente no se apela a la relación de la masa-energía para explicar esta liberación enorme de energía, sino a la clásica ley de la fuerza eléctrica de Coulomb.

Otra prueba indirecta de la equivalencia masa-energía fue su aplicación a la producción de la energía estelar. En 1927 Francis William Aston (1877-1945) calculó la energía liberada al sintetizar un núcleo de helio fusionando cuatro núcleos de hidrógeno. Luego afirmó:

> Esta transformación de la masa en radiación por aniquilación de materia es la llamada «energía atómica», y puede pensarse que es la fuente del calor de las estrellas" y concluye que "podría ser utilizada cuando se descubrirá el proceso para provocar artificialmente la trasmutación de los elementos. (Aston, 1933).

La idea de que la fuente energética de las estrellas proviniese de la fusión nuclear de hidrógeno en helio fue de Arthur Eddington y la desarrollaron bajo otras formas Friedrich G. Hautermans, Robert Atkinson, Hans Bethe y Carl F. F. von Weizsäcker. Este proceso de fusión nuclear se considera como otra prueba indirecta de E = mc .

Así se corroboró los vaticinios de Gustave Le Bon: "Nos hemos preguntado si esta disociación de la materia y su resultante, la liberación de la energía intra-atómica, no será igualmente la causa, muy ignorada todavía, del entretenimiento del calor solar". (Le Bon, 1905).

Verificaciones directas de "e igual emecedós"

Ahora presentaremos las auténticas verificaciones directas de la transformación o intercambio efectivo de masa en energía y viceversa.

La aniquilación de un par electrón-positrón y la consecuente producción de un fotón inmaterial lo propuso y describió Dirac en estos términos:

> Un electrón ordinario de energía positiva no puede saltar en uno de los estados ocupados de energía negativa, a causa del principio de Pauli; por el contrario, puede saltar en un hueco y colmarlo. De esta manera, un electrón y un positrón pueden destruirse recíprocamente. Su energía debe encontrarse bajo la forma de fotones. (Dirac 1933a, 1933b, 1995, p. 704, 767).

Esta predicción teórica condujo a la primera y genuina verificación experimental directa y definitiva de la equivalencia masa-energía y se logró más tarde al entrar en juego la materia y la antimateria en los procesos de aniquilación (desmaterialización en energía pura inmaterial) y creación ("*materialización*" de la energía pura) (Joliot-Curie, 1933a, 1933b; Joliot, 1933, 1934a, 1934b). Se obtuvo la aniquilación de pares electrón-positrón en rayos gamma: electrón + positrón → 2 ó 3 fotones, y viceversa. Se puede interpretar como la transformación o intercambio mutuo de materia, con masa en materia sin masa. En general, la conversión mutua partícula-antipartícula en fotones es total 100%, lo mismo que la desintegración de en fotones.

También suele suceder que una partícula con alta energía choque inelásticamente contra otra y una parte de su energía cinética disponible se transforme directamente en energía de masa y se creen partículas. Por ejemplo, en la reacción (protón + protón) → (protón + protón) + otras partículas (protón y antiprotón, , etc.). Así mismo, un fotón puede ser absorbido por un protón y resultar el protón más otra partícula creada.

La confirmación directa de la equivalencia materia-energía se verificó, pues, por primera vez en el caso de la aniquilación total de materia (100%) y la aparición de energía inmaterial equivalente. La segunda confirmación directa de E = mc fue la ocurrencia inversa del proceso anterior, vale decir, la creación de materia a partir de energía equivalente (materialización integral de la energía) y fue lograda creando pares de partículas y sus antipartículas a partir de energía pura. Gracias a toda esta serie de corroboraciones experimentales, lo que antes era dudoso devino probable y luego realidad.

Recientemente se ha bombardeado con neutrones a núcleos atómicos, estos emiten rayos gamma, cuya energía debe ser igual a la diferencia de las masas, antes y después de la absorción de los neutrones, multiplicada por c , hecho confirmado con medidas de alta precisión (Rainvill, 2005).

Conclusiones

Primero, las experiencias de Kaufmann confirmaron que efectivamente la inercia aumenta con la velocidad, por un lado, como consecuencia de la hipotética naturaleza electromagnética de la inercia; por otro lado, como una condición, junto a la contracción de Lorentz-FitzGerald, para enunciar el teorema de los estados correspondientes de Lorentz –especie de principio de relatividad prerrelativista– que explique el resultado negativo del experimento de Michelson-Morley y otras experiencias de orden β . Por último, las referidas experiencias también validaron una exigencia necesaria y no menos suficiente de la estructura del espacio-tiempo para legitimar la existencia de una celeridad límite, insuperable e invariante. Hasta aquí las experiencias confirman las teorías de Abraham, Lorentz y Einstein. Planck y Einstein (Planck, 1906b, 1907b, Einstein, 1907b) examinaron de manera analítica, crítica y positiva los resultados del test experimental de Kaufmann (Kaufmann, 1906). Ambos teóricos concluyeron que había conformidad entre la "*masa del electrón en movimiento"* descrito por la *Relativitätstheorie* (sic, p. 439) y lo revelado por la experiencia. Para esa época había otras tres teorías rivales sobre el modelo del electrón (Abraham, 1902a, 1902b, 1903; Langevin, 1904; Bucherer, 1904).

Segundo, la experiencia de Bucherer, en cambio, eliminó su propia teoría y la de Abraham y sólo corroboró la fórmula de Lorentz para la dependencia funcional exacta de la inercia variable con la velocidad, y, por lo demás, comprobó esa misma fórmula de variación dinámica demostrada rigurosamente, a partir de la relatividad, por Planck. La relación inicial que Einstein obtuvo entre inercia y velocidad no era la correcta, por eso aceptó la de Planck.

Las experiencias de Hupka, Guye y Lavanchy, y otras más, convalidaron definitivamente la relatividad de la inercia, tal como lo prevé y demuestra la TR.

Tercero, podemos conjeturar que el conjunto de todas las experiencias citadas comprueban indirectamente la inercia de la energía –que no la equivalencia masa propia-energía interna– ya que al adicionar a la inercia propia, $I(v = 0) = I_o = m_o$, el equivalente inértico de la energía cinética, $K/c = m_o(\gamma - 1)$, se obtiene la inercia incrementada del móvil $I(v) = m_o\gamma$.

Cuarto, las experiencias de Kaufmann y Bucherer fueron las primeras confirmaciones de la TRE en lo que respecta a su predictividad; en cuanto a su retrodictividad, la teoría ya estaba en perfecta armonía con la fenomenología prerrelativista conocida, puesto que para eso fue elaborada.

Por último, sobre esta base experimental directa e indirecta, queda, por un lado, desacoplada la masa m_o de la inercia I, que en la TR de Galileo-Newton (mecánica clásica) son idénticas. En la TR de Einstein son diferentes. Por otro lado, tenemos la definición de la inercia, proporcional a la masa, $I = I(v) = m_o\gamma$. La ecuación $E = mc$ tiene una doble interpretación: como equivalencia de la inercia y la energía total, $E = Ic = m_o\gamma c$, y como equivalencia de la masa y la energía interna de un cuerpo en reposo, $E_o = m_o c$. Este comentario lo ampliaremos en la última sección. Todo lo anterior está de conformidad con las verificaciones experimentales.

EL TRATAMIENTO DE GARAVITO

Aquí presentaremos y examinaremos, tanto analítica como críticamente, el aporte de Garavito sobre la masa clásica frente a las nuevas concepciones teóricas y resultados experimentales ininteligibles clásicamente.

Garavito, en sus estudios de ingeniería y física, tuvo como toda su generación, una formación profunda y exclusiva en mecánica newtoniana, con sus formulaciones lagrangiana, hamiltoniana y poissoniana, y sus aplicaciones exitosas y ejemplares, sobre todo en mecánica celeste. La inmensa mayoría desarrollaba y defendía una física fundada, exclusivamente, sobre las bases de la newtoniedad del espacio, el tiempo y la masa, la causalidad, el determinismo y los modelos mecanicistas. Se hacía sólo una lectura clásica del mundo.

Esa mecánica es correcta en su estricto dominio de validez y, en él, el éxito y exactitud de sus aplicaciones, previsiones y cálculos son inmensos, útiles e inestimables. La mecánica de Newton seguirá aplicándose allí con satisfacción. Pero para dominios que toman en cuenta velocidades comparables con la celeridad de la luz y campos de gravitación intensos, entonces sus previsiones no concuerdan con los hechos observados y sus leyes aparecen aproximadas. Por consiguiente, era necesario elaborar una mecánica más general que se aplicara en todas las situaciones y dominios, y que contuviese a la mecánica newtoniana como caso particular exacto y límite de la nueva mecánica. Esta generalización fue la que Garavito encontró objetable, no la aceptó y la combatió, a pesar de que muchas reflexiones de Garavito estaban fuertemente cargadas de la lectura de Poincaré –su autor predilecto y uno de los creadores de la TRE– y de estar al corriente de los avances teóricos y experimentales de su época.

Cabe preguntarnos ¿qué pensó Garavito de la inercia y masa de la energía, propiedades estas relativistas y muy emparentadas con la inercia

variable? No dejó notas explícitas sobre estas predicciones relativistas, mas conjeturamos que tampoco las aceptó. Sobre la teoría cuántica de la radiación de Planck y Einstein, y el átomo de Bohr no conocemos testimonios sobre su acogida.

La dinámica de los electrones según Garavito

La importancia del tema era experimental, y de mucha actualidad, como Garavito lo señala, debido a que había controversia, desde 1906, sobre los resultados experimentales relativos a la "masa" variable de electrones muy veloces y sobre sus interpretaciones teóricas. Ante la polémica experimental, la confusión reinante y la incertidumbre desatada era pertinente que Garavito, como todos los físicos, se interrogara sobre el fondo de la problemática, pensara tomar parte crítica, emitir sus propios conceptos y formular nuevas propuestas para defender sus convicciones newtonianas. Lo que efectivamente hizo sin salirse del terreno clásico. Todavía en vida, 1917, Garavito pudo tener la oportunidad de ver el desenlace experimental definitivo de esta anomalía inercial y comprobar la consolidación de la nueva teoría no newtoniana.

El objetivo de Garavito fue, por un lado, orientar sus esfuerzos a salvar, restablecer y consolidar el concepto clásico de masa absoluta e invariable y, por otro lado, armonizar y conciliar los nuevos hechos experimentales de la dinámica de los electrones con la tradicional y canónica mecánica (Garavito, 1912). Garavito admite que "*Dos problemas se presentan en los movimientos, a saber: 1. Dado el movimiento, hallar las fuerzas capaces de producirlo; 2. Dadas las fuerzas, hallar el movimiento*". Él prefirió el primer problema por ser "*más fecundo*" y no el segundo porque consideraba que no se conocía exactamente la fuerza actuante. Más exactamente, su tesis afirma:

> Pero el método que se empleó corresponde al segundo problema. Se ha supuesto conocida la fuerza en cada caso y se ha determinado el movimiento. Si éste concuerda con los hechos, la ley de la fuerza es correcta. ¿Qué se debe concluir si el movimiento previsto no coincide con el movimiento real?

Para reforzar su metodología, Garavito invoca la epistemología de Poincaré, a saber, que por proceder la mecánica de la experiencia, esta no puede contradecirla.

Entonces, Garavito parte de los datos empíricos que, sobre el movimiento de electrones acelerados, ya se tenían, pero elabora una

hipótesis explicativa para mostrar que los resultados experimentales son aparentes y mal interpretados y, por consiguiente, no corresponden ni a una desviación anómala –que sería sólo ficticia–, ni a una verosímil variación de la masa con la velocidad, por ende esta preservaría su clásica invariabilidad y conservación.

Después de analizar teóricamente la dinámica del problema surgido, Garavito admite que se trata de un simple epifenómeno, y emite la explicación de una aparente variación de la masa con la velocidad como debida a choques que los electrones sufren en su viaje entre el cátodo y el ánodo. Propone que la fuerza, como la materia, presente "*discontinuidad*" y su acción, a través de los campos eléctrico y magnético sobre el electrón, se traduciría por unas "*percusiones sucesivas*" de dichos campos sobre los electrones. En términos modernos se diría que imagina que la influencia del campo está cuantizada, o que el mismo campo lo está. Esta manera de ver las cosas es original, audaz y prematura, ya que precedió, de cierta manera, a la cuantización efectiva de los campos relativistas, realizada siete años después de su muerte, en 1920.

El artículo de Garavito

Garavito menciona en su artículo el nombre de los principales investigadores y la naturaleza del problema que los ocupaba, lo que muestra que estaba bien al corriente de la situación, lo mismo que de la numerosa lista de publicaciones que aparecen en un libro que él cita como referencia (Righi, 1904, 1906).

Sus ideas las expresa así: "De aspecto trascendental para la ciencia, por haber dado origen a una interpretación discordante con la mecánica clásica, son los experimentos efectuados por físicos modernos, los profesores Sres. J. J. Thomson, Kauffmann, Lenard, Simon, Wiechert, Becquerel, etc., referentes a las desviaciones que sufren los rayos catódicos, los rayos *beta* del *radium* y los "*ultramorados*" (sic), al someter dichos rayos a la acción de un campo eléctrico y de un campo magnético simultánea o separadamente" (Garavito, 1912).

Primero, recuerda las leyes del movimiento del electrón y su trayectoria bajo la acción desviadora de un campo eléctrico y uno magnético (especie de prisma electromagnético), siempre dentro del marco de la dinámica clásica. Supone que la acción de los dos campos es diferente según que actúen separada o simultáneamente y escribe las ecuaciones del movimiento separadamente para: 1) el campo eléctrico, 2) el campo magnéticos y 3) para los dos actuando simultáneamente. Luego estudia cada uno de estos tres casos y para ellos obtiene diferentes expresiones para la relación carga-

masa e/m en función de la fuerza deflectriz y de la desviación y velocidad de los electrones. Con el tercer caso se calcula la velocidad y obtiene, finalmente, e/m en función de las intensidades de los campos eléctrico y magnético y del recorrido y desviación de los electrones.

Recapitula los diferentes valores experimentales "*discordantes*" de la medida de e/m del electrón obtenidos por los experimentadores citados, los toma de (Righi, 1904, 1906, p. 105). Puntualiza que "*Experimentos muy precisos, efectuados por el profesor Kaufmann, han hecho ver que los valores de e/m disminuyen rápidamente cuando la velocidad del electrón crece, hasta aproximarse a la velocidad de la luz*".

Cita el pasaje de la consecuencia e interpretación de los resultados de Kaufmann:

> Or, comme tout porte à croire que la charge est toujours la même pour tous les électrons, il est nécessaire de supposer que c'est leur masse qui n'est pas constante, et qu'elle croit rapidement avec leur vitesse, quand celle-ci est voisine de la vitesse de la lumière (La Théorie Moderne des Phénomènes Physiques – Augusto Righi Professeur à l'Université de Bologne –págs. 107, 108). Ver (Righi, 1906).
> Traducción: Ahora bien, como todo incita a creer que la carga es siempre la misma para todos los electrones, es necesario suponer que es su masa la que no es constante, y que crece rápidamente con su velocidad, cuando ésta se acerca a la velocidad de la luz.

Garavito agrega que

> Esta conclusión ha tenido gran favor entre las gentes que gozan con toda innovación; pero no ha sido bien acogida por los amantes de la Mecánica, y esto sin que se les pueda tachar de espíritus rutinarios ni retrógrados". En dicho libro se afirma que "los electrones no poseen una masa material en el sentido ordinario de la palabra" sino una "masa aparente. (Righi, 1906, p. 108).

La solución de Garavito

Garavito imagina que

> El conflicto ha provenido, a mi modo de ver, de la elección que se ha hecho entre los dos problemas á que da lugar el estudio de los movimientos. Si en vez de haber elegido el segundo problema, se hubiese escogido el primero, no hubiera habido ningún desacuerdo entre físicos y matemáticos.

Léase entre experimentalistas y teóricos.

Garavito ahora propone una plausible explicación para negar, en contravía de la observación experimental, que los electrones se desvían anómalamente, es decir, que al admitir que masa e inercia son idénticas, entonces la inercia es invariable y constante y no es la causa de la disminución de la aceleración de los electrones, lo que implicaría ausencia de desviación.

Postula Garavito una hipótesis audaz: extender o generalizar la discontinuidad de la materia a la fuerza; o en sus propios términos: "*La materia nos parece continua a causa de la imperfección de nuestros sentidos, pero no lo es. Esto mismo, y por la misma discontinuidad de la materia, debe ocurrir con las fuerzas naturales*". Esta osada conjetura lo conduce a la siguiente consecuencia:

> Es probable que las acciones eléctricas y magnéticas sean debidas a percusiones sucesivas provenientes del campo eléctrico y magnético, y cuya intensidad y frecuencia determinan el valor de la fuerza. Si esto se admite, la explicación del fenómeno es muy sencilla.

Gracias a un cálculo sencillo, Garavito pasa a aplicar su hipótesis, y obtiene la desviación de los electrones a partir de la frecuencia de los "*choques*" comunicados por la fuerza discontinua del campo (eléctrico o magnético) a los electrones, de su velocidad, del espacio recorrido en el seno del campo, y del "*impulso de cada choque*". Por identificación obtiene las desviaciones y e/m en los dos primeros casos de la sección precedente (§ 6.2).

Luego pasa a la discusión e interpretación de sus resultados: "*Mientras la velocidad sea pequeña, todo ocurre como si la fuerza obrase de manera continua; pero para valores muy grandes de la velocidad, en el reducido espacio, las cosas pasan de otro modo*". En este caso extremo, el tiempo de tránsito de los electrones será muy pequeño, y del cálculo que hace del "*número de choques que recibe el electrón en su trayecto del cátodo al ánodo* (sic)" concluye de manera elíptica y esotérica que

> De N electrones que atraviesan el campo eléctrico ó magnético, uno solo recibe choque y será desviado, mientras que N – 1 no sufrirán desviación alguna. Ahora bien, como el número N – 1 de electrones no desviados es muy grande, ellos serán los que producen el pequeño espacio iluminado en el ánodo, en la misma situación que si no hubiese campo transversal perturbador.

Garavito concluye que los campos actuando sobre los electrones no los desvía, más exactamente asevera que

> De los experimentos de Kaufmann resulta nula la desviación [de los electrones] para grandes velocidades, y como esta desviación proviene de la aceleración d y/dt , resulta que esta aceleración disminuye rápidamente cuando la velocidad del electrón se aproxima á la de la luz.

Esta disminución en la aceleración del electrón no la atribuye, pues, al aumento de la inercia sino a la discontinuidad de la acción de la fuerza percuciente que, en un corto intervalo de tiempo y para altas velocidades, preserva la invariabilidad y constancia de la masa y su clon la inercia.

> Así pues, –termina Garavito su artículo– basta la hipótesis de la discontinuidad (sic) de la fuerza, consecuencia directa de la discontinuidad de la materia, para explicar por qué razón la desviación de los rayos catódicos disminuye rápidamente cuando la velocidad se acerca a la de la luz. (Garavito, 1912).

Análisis, comparación y evaluación del aporte de Garavito

A partir de esta sección miraremos los aspectos relativos a la aportación, innovación, originalidad, coherencia y fallas del artículo de Garavito en cuanto a la interpretación y explicación de las experiencias sobre la masa inercial variable.

Esta ingeniosa solución de Garavito es importante por su carácter original y por su aspecto heurístico. Naturalmente no se armoniza con el PRE ni con la nueva epistemología. Examinaremos y resolveremos la contradicción entre Einstein y Garavito comenzando por analizar las formas dialécticas más agudas y extremas que ella presenta: Garavito tuvo razón y no la tuvo y, además, probó poco y demasiado.

Comencemos con algunas apostillas correctivas. Primero, la desviación de los rayos "ultramorados" por la acción de un campo eléctrico y magnético a que se refiere Garavito, debe entenderse como la desviación de los fotoelectrones producidos por rayos ultravioletas (efecto fotoeléctrico). Segundo, el suponer que la acción de los dos campos sea diferente según que actúen separada o simultáneamente no es pertinente habida cuenta de la independencia de las fuerzas, aunque esto él lo reconoce. Ciertamente, la forma de la fuerza relativa era nueva –debido al PRE– y por eso la trayectoria no era la que preveía la teoría clásica y eso correspondía exactamente al segundo problema que Garavito ponía de lado, de pronto por pensar que se estaba delante de un vicio lógico al postular lo que se quiere demostrar (petición de principio). En realidad los dos problemas son

dos proposiciones lógicamente equivalentes: movimiento <=> fuerza. De manera que la solución propuesta por Garavito nada tiene que ver con la escogencia del primer problema, ni partir de las trayectorias experimentales es la única vía correcta (epistemología de Poincaré). El primer problema también conducía a la solución y ese fue el camino (teórico) seguido por Einstein y Planck.

Nos interesa saber qué masa usó Garavito para el tratamiento de la dinámica del electrón y qué masa entraba efectivamente en las experiencias de Kauffman, Bucherer y Lavanchy. Lo que Garavito empleó fue la masa convencional y no la inercial. Pero las experiencias que corroboraron a $m_t = m_o/ (1 – v /c)$ trataban efectivamente de la masa inercial relativista. De allí que Garavito tenía razón situado en su terreno clásico, con sus argumentos de masa material clásica, indestructible, constante e independiente del movimiento, de la energía, e idéntica a la masa inercial. Pero el experimento no trataba de esta masa ya que se colocaba en el terreno relativista. Trataba exclusivamente, por el contrario, de la masa inercial energética, asociada a la energía total, variable y dependiente del sistema de referencia, dependiente del movimiento, de la energía; pero muy diferente, no idéntica a la masa material propia, esta vez, sí vinculada a la sola energía interna. La alta velocidad disocia masa de inercia, antes idénticas, son dos conceptos cercanos con la energía pero con vinculación muy diferentes que, en relatividad, presentan cierta analogía pero ninguna homología ni sinonimia.

Garavito piensa que el resultado experimental e/m decreciente con la velocidad, interpretado, en esa época, como una inercia variable en aumento cuando la velocidad aumenta –en total desacuerdo con la mecánica newtoniana y el principio de la conservación de la masa o inercia– no es un resultado real ni su interpretación es correcta, ya que arguye que la confusión proviene de haber usado el segundo problema y no el primero (§ 6.1), cuando ya se dijo, que realmente son dos problemas con equivalencia lógica. Entonces atribuir el resultado positivo de la experiencia de Kaufmann, como lo pregona Garavito, a una elección errónea del montaje experimental –escogencia del segundo problema– es improcedente y no es en absoluto la explicación del fenómeno: el acuerdo entre el experimento físico y la mecánica clásica era imposible porque sencillamente se estaba frente al descubrimiento de una nueva propiedad de la materia relativista en lo que concierne su masa e inercia, que la teoría de la mecánica newtoniana no podía prever, más bien lo prohíbe, pero que era plausible en la nueva mecánica no newtoniana, elaborada para situaciones cinemáticas

extremas para las cuales no se había creado la mecánica newtoniana. Algo parecido en geometría no euclidiana (GNE) donde se descubrían nuevas propiedades imposibles de prever en la geometría euclidiana. Lo mismo pasaría, dos décadas más tarde, con una mecánica no newtoniana, no causal, no determinista (no laplaciana) e iconoclasta: la mecánica cuántica.

La disminución rápida de la aceleración cuando la velocidad del electrón se aproxima a la de la luz, Garavito no la atribuye al aumento de la inercia sino a la acción discontinua de la fuerza percuciente y deflectiva. Esta conclusión final muy forzada nos deja vagamente convencidos.

Pero lo importante en esta idea de la discontinuidad, no de la fuerza como afirma Garavito, sino más bien del campo mismo, equivale a suponer, aunque él no lo exprese explícitamente así ni lo haya imaginado, la posible cuantización del campo eléctrico y magnético, el cual actúa, entonces, por las colisiones de los cuantos del campo electromagnético –los futuros fotones– sobre los electrones. Con esta hipótesis Einstein explicó el fenómeno fotoeléctrico (Einstein, 1905c), la rotación de un espejo por la radiación incidente, y avanzó la idea de la dualidad onda-corpúsculo en la luz (Einstein, 1909a, 1909b).

Esta vaga idea *ad hoc* de Garavito es suficiente para abonarle créditos a la originalidad de su tentativa teórica publicada en el artículo aquí tratado. Conviene señalar cuatro puntos, para dar sentido a la comparación anterior:

1) El nombre de fotón fue introducido, después de la muerte de Garavito en 1920, por Lewis, (Lewis, 1926).
2) La teoría cuántica, en su primera cuantización, solamente cuantiza las variables dinámicas. No cuantiza el campo de fuerzas ni el campo de la función de onda, esto sí se hace en la segunda cuantización.
3) La genuina cuantización del campo electromagnético –dentro de la hoy llamada teoría cuántica relativista de los campos– se realizó años más tarde y se debió a la introducción del formalismo hamiltoniano (Dirac), lagrangiano (Heisenberg y Pauli) y a la invención de los operadores de creación y destrucción de la segunda cuantización con conmutadores bosónicos (Jordan y Klein) y anticonmutadores fermiónicos (Jordan y Wigner).
4) La fluctuación del campo electromagnético en el punto cero y las fluctuaciones del vacío sometidas al tratamiento cuántico revelaron nuevos desarrollos insospechados (masas virtuales de Feynman) y la explicación de nuevos fenómenos y la previsión de otros.

La equivocación de Garavito

El desatino de Garavito se debe, primero, a que trató al electrón como un objeto clásico, siendo un objeto relativista y, segundo, en parte, al uso corriente de una terminología ambigua, abusos de lenguaje y de notación y, finalmente, a su aversión por la ruptura conceptual y epistemológica ocasionada por la relatividad. Veámoslo.

El desacierto de Garavito al tratar de demostrar que la "masa" es invariable con la velocidad, que es independiente de la "energía" y que se conserva en todos los procesos físicos y para todas las velocidades, estriba en que se colocó unilateralmente en el terreno de la TR de Galileo-Newton, que ya daba signos de desacuerdos empíricos y teóricos. Las experiencias de Kaufmann y Bucherer constituían las primeras validaciones experimentales de una de las previsiones de la TRE.

De hecho, los citados experimentos validaron los vaticinios de Einstein de una "masa transversal" variable, de una "inercia" variable con la "energía", de una "masa en reposo" invariante y de una "energía cinética relativista". Estos resultados sirvieron de garantía para validar indirectamente resultados teóricos tales como la "inercia" de la "energía", la "equivalencia de la masa y energía propias", y la no conservación ni aditividad de la "masa", ya que la "masa relativista" variable "$m_o\gamma$" y la "inercia de la energía" "E/c " se deducen la una de la otra, y con la ayuda de estas dos y del "impulso relativista" se obtiene el invariante relativista $E - \mathbf{p}\,c = (m_o c)$, el cual traduce la invariancia de la masa en "reposo" "m_o" y su definición intrínseca.

El problema abordado por Garavito puede formularse así: ¿Es necesaria la variabilidad de la inercia para que la nueva segunda ley de Newton (ecuación fundamental de la dinámica) en su forma relativista sea válida en todos los sistemas inerciales? Pero los antagonismos entre clásico y moderno en el seno de la evolución de la ciencia, tal como los veía Garavito, no le permitieron percibir el horizonte que se perfilaba y notar el acercamiento al punto de convergencia de la perspectiva de líneas de fuga aparentemente disociadas.

De manera que Garavito al considerar la masa móvil estaba tratando realmente con $I = m(v) = m_o\gamma$ –masa inercial– y no con m_o como él lo creía equivocadamente. Claro, se refería a una masa clásica m invariante galileana, conservativa, indestructible e inmutable. En cambio la masa relativista m_o es invariante lorentziana, no conservativa, destructible y trasmutable o convertible en energía.

La clave, pues, para comprender el trabajo clásico de Garavito consiste en que no tuvo en cuenta la diferencia entre masa e inercia que exigía el experimento de electrones muy veloces del dominio exclusivo de la relatividad. Los físicos de la época hablaban de masa e inercia sin hacer las debidas distinciones y precauciones, sin aclarar los abusos de lenguaje y de notación. Es a esa masa inercial a la cual se referían los físicos decimonónicos cuando hablan del origen electromagnético de la masa (inercial) o simplemente de la inercia.

Garavito se sirvió del lenguaje ambiguo –que era de uso corriente en la época, que ya señalamos y explicaremos abajo– en la manipulación de las dos relatividades de Galileo-Newton y de Einstein, lo que no le permitió diferenciar y apreciar a su justo valor las sutilezas y matices conceptuales de las dos teorías complementarias y así arruinó definitivamente sus objetivos. Esa ambigüedad terminológica no le permitió aprehender la esencia de los resultados experimentales, su correcta interpretación e invalidó finalmente su hipótesis. Por eso he colocado comillas en todas las palabras equívocas que pasaremos a explicar. Esa tara en la transición y economía de terminología se ha considerado como un mal necesario. A la postre resultó una incomprensión y confusión en la naciente relatividad einsteiniana, que obstaculizó su inteligibilidad y, por ende, su asimilación idónea por parte de los desconcertados físicos de la época –y aún en el presente– y, por supuesto de Garavito, reforzando en éste su ya declarada posición antirrelativista.

Consecuencia de las precedentes taras necesarias y tolerables, en nombre de la parsimonia de léxico analógico y de la convergencia de las dos teorías en la interfaz con el límite de pequeñas velocidades, fue la utilización indiscriminada, anfibológica y sin previas aclaraciones de una misma terminología, tal como "masa", "inercia," "energía", "impulso", etc. conceptos que, en ambas teorías, eran sin duda análogos, pero ciertamente no homólogos ni sinónimos.

En la sección final trataremos con detalle la terminología confusa que también contribuyó, como causa objetiva, a la interpretación incorrecta de la masa, la inercia y las experiencias de Kaufmann por parte de Garavito.

Opciones epistemológicas de Garavito

En esta sección mostraremos los nexos entre las orientaciones epistemológicas de Garavito y su manera de considerar la física, y en particular el concepto de masa (Martínez-Chavanz, 2006, 2007).

La influencia de la filosofía neoescolástica y mecanicista junto al dogmatismo euclidiano, en el seno de la cual se formó y evolucionó Garavito,

fue determinante en la formación de sus preferencias epistemológicas. Estas dejaron su impronta en su actitud de rechazo hacia las geometrías no euclidianas, que tachaba de artificiales, "*caducas*" e "*inservibles*" (Garavito, 1916, 1917, 1938), y en la física no newtoniana. Garavito fue un pensador de su tiempo y nadie escapa a esta regla.

Desde un principio se constató la importancia de la teoría de los grupos de invariancia en la relatividad y, por consiguiente, que ésta debía lucir una estructura geométrica pseudoeuclidiana. Pero los prejuicios geométricos predispusieron a Garavito a no aceptar la TRE y general, es decir rechazar las primeras físicas no newtonianas (Martínez-Chavanz, 2006). De manera que sus preconcepciones físicas encontraron un terreno ya suficientemente abonado por sus *a prioris* geométricos.

Parece paradójico que Garavito, conociendo muy bien la teoría de los invariantes y covariantes algebraicos de la geometría diferencial de las curvas de doble curvatura (Garavito, 1906, 1909; Álvarez Lleras, 1920a), no haya sido sensible al carácter invariante y covariante –forzosamente algebraico (grupos) y geométrico– de la TRE; ni impresionado por la naturaleza covariante intrínseca de la teoría de la TRG, aparte del valor heurístico, operacional y epistemológico de ambas relatividades. Para él la TR de Galileo-Newton era la única legítima. Desde el sólo punto de vista matemático, esta posición antirrelativista atípica no puede, por menos, que sorprender (Garavito, 1920a, 1920b).

Para Garavito era impensable e inaceptable el hecho de que la mecánica newtoniana fuese generalizada y renovada por otra cuyo rango de aplicación fuese más extenso. No admitía que la teoría de Newton tuviese limitaciones o imperfecciones de fondo y la consideraba como un monumento apoteósico al intelecto humano, sin duda cierto, fuera del alcance de cualquier revisión. Dentro de sus opciones epistemológicas contemplaba la necesidad, naturalidad y canonicidad de la teoría newtoniana, con todos sus absolutos que, aunque provenientes de la experiencia sensible, tenían una reelaboración intelectual que los colocaba como verdades intangibles, como conceptos preestablecidos y previos a todo ordenamiento sensible de los fenómenos. Por ejemplo, la certeza y confianza en la ley de la gravitación universal de Newton –ciertamente útil y eficaz– lo llevó a decir que ella no tenía nada que temer a las nuevas observaciones de la astronomía, y que la función de esta era comprobar continuamente esa ley. La anomalía de la precesión del perihelio de Mercurio no la consideraba lo suficiente intrigante e inexplicable (Garavito, 1920a, 1920b).

La masa material o inercial –absoluto newtoniano por excelencia, paradigmática magnitud invariable y soporte material natural de una de las unidades fundamentales del sistema CGS– estaba amenazada no sólo por la electrodinámica hegemónica y reduccionista, sino por una advenediza e invasora teoría de la relatividad. Una masa variable daría al traste con uno de los principios fundamentales de la física y la química: el principio de Lavoisier de la conservación de la masa y la materia. Eso era una "*locura*" para Garavito, un clasicista a toda prueba que debía movilizase para salvarla.

La geometría profesada por Garavito no lo secundó

Garavito sabía muy bien que en la geometría proyectiva no se conservan las distancias, no están definidas. Era suficiente trasladar esa analogía a la geometría de la relatividad y a su legitimidad de concebir longitudes contraídas, tiempos, energías e inercias dilatados vistos por observadores desde diferentes perspectivas o referenciales lorentzianos. Dicha perspectiva cinemática en relatividad es una homología respecto de la perspectiva en geometría proyectiva. Para la época de Garavito, en la topología ya se hacía geometría legítima por la primera vez sin necesidad de ángulos, longitudes, superficies o volúmenes, cosa que él sabía muy bien. En cuanto a la relatividad, la geometría y la masa, Garavito se mantenía fiel al sentido común y a la intuición de físico clásico. "*El hombre* –escribió– *obra sensatamente cuando se guía por el instinto, pues el instinto no se equivoca*" (cuad. 3, p. 1-6). Garavito escribió estas líneas sobre las GNE

> En tales geometrías se ha cometido simplemente un error de lenguaje, pues se ha llamado recta a una línea que no es recta y plano a una superficie que no es plana. Los nombres siendo convencionales los razonamientos quedan impecables y no es posible hallar contradicción!. (Garavito, cuad. 4, p. 97).

Este caso señalado por Garavito, y con sobrada razón, de una terminología que pasa directamente del dominio euclidiano al no euclidiano, encuentra su analogía, *mutatis mutandis*, con el tránsito, o cambio de fase, sin discriminación del mundo galileo-newtoniano al mundo einsteiniano. En esa interfaz se presentan problemas lingüísticos, semánticos, hermenéuticos y terminológicos.

La nueva estructura geométrica del espaciotiempo con su constante de estructura c prevé un nuevo comportamiento de la inercia, la masa y la energía, y provee las fórmula susceptibles de confrontaciones

experimentales. Finalmente, todo depende del resultado que de él dé la experiencia. Ahora bien, el resultado fue positivo y validó la adecuación de las nuevas consecuencias geométricas de la GNE en la descripción de los fenómenos.

Opiniones sobre el artículo de Garavito

Miremos primero las propias opiniones que Garavito tenía de la física y los físicos de principios del siglo XX.

Garavito veía con pesimismo el desarrollo de la física moderna de comienzos del siglo XX. Sus problemas y crisis los asimiló a una "*bancarrota de la ciencia*", a un "*decadentismo científico*". Él sólo veía hipótesis por todas partes y estaba convencido de que "*Antes era una falta contra la ciencia hacer hipótesis para explicar hechos obscuros; ahora es moda hacer hipótesis obscuras para explicar hechos claros*". Su suspicacia hacia la conjugación del verbo "*hipotetizar*" era tal que escribió "*séanos permitido hipotetizar sin que por eso se nos tache de audacia, pues no imponemos moda, sino al contrario nos sometemos a ella*". (Garavito, cuad. 3). Estigmatizó a los europeos de "*perversión intelectual*" por cultivar la deseuclidianización de la geometría clásica. Vio a Lobachevski como un geómetra irracional. Trató a Einstein de loco innato por apropiarse de la cuarta dimensión del espacio-tiempo poincariano; sobre todo, por desnewtonizar la física.

Sus convicciones clasicistas lo condujeron no sólo a desconocer los resultados experimentales sino a ignorar los logros teóricos relativos a la nueva concepción de la masa, la inercia, el impulso y la energía. Resumió su credo pesimista en plena reelaboración de la física teórica así: "*Hoy el decadentismo científico ha llegado al extremo de tratar de explicar la inercia de la materia por la Self inducción*" (Garavito, cuad. 3). El futuro de la física no le dio razón.

Su aversión hacia la relatividad y su estructura geométrica no euclidiana (tanto en la TRE como en la TRG) la sintetizó de la manera caricatural: "*Las ideas de Einstein sobre el eje de los tiempos demuestra de manera palmaria como* [sic] *se pueden formar generaciones de locos intelectuales, es decir de gentes que nacen locas sin volverse locas*" (Garavito, cuad. 4, p. 83). Sobre el movimiento absoluto y la invariancia luminosa ironiza así:

> Si Galileo hubiese sabido que pasados tres siglos y medio después de su abjuración ante el Santo Oficio, la más sublime intelectualidad del centro mundial más sabio del mundo sostenía la hipótesis de la velocidad de la luz,

> de seguro que no hubiera protestado de su abjuración en su célebre E pour si move. (sic), (Garavito, cuad. 5).

Garavito formuló objeciones a las geometrías no euclidianas (Garavito, 1916, 1917, 1938) y a sus aplicaciones a la física relativista, aquí adjuntamos un pasaje referente a aquellas citado por (Sánchez, 2007):

> Se necesita una perversión intelectual como la que existe hoy en Europa (sic) para poder digerir la geometría no euclidiana. […] En tales geometrías se ha cometido simplemente un error de lenguaje, pues se ha llamado recta a una línea que no es recta y plano a una superficie que no es plana. […] Lobachefskinn [sic] no admite la existencia de figuras semejantes lo cual está en fragante contradicción con nuestro concepto sobre la manera de ser del espacio. Tal conclusión hubiese servido como demostración del postulado euclídio pues se pondría de manifiesto la íntima correlación del postulado con otros conceptos evidentes respecto de nuestra manera de ver respecto de la recta y del plano y en general del espacio. Sin embargo Lobachefski [sic] bajo la influencia del método tautológico de Aristóteles no podía razonar como lo hemos indicado pues desconocía la verdadera índole del raciocinio […]. Desgraciadamente no conocemos la obra original de Lobattcheffsky [sic] en donde el acertijo ha debido quedar muy bien encubierto. (Cuad. 4, p. 83, 97, 108).

Garavito concluye que

> La experiencia contradice el concepto de la relatividad creado por la filosofía anti-newtoniana" ya que "la Mecánica al concebir el espacio absoluto y el tiempo absoluto ha llegado a la conclusión que la experiencia confirma". "El principio de la relatividad, fundamento de las elucubraciones de Einstein, no puede ser aceptado sino con restricciones prudentes, por cuanto, según las ideas de Newton, lo absoluto constituye la base de la Mecánica. (Citado en Álvarez Lleras, 1920a).

El ingeniero Jorge Álvarez Lleras (1885-1952), discípulo de Garavito, presentó, comentó y evaluó en muchas ocasiones los trabajos de su maestro (Álvarez Lleras, 1915, 1920a, 1920b, 1926, 1938). De la TRE afirmó que "el decantado principio de la *relatividad* condujo a Einstein a derruir la mecánica clásica por medio de una cinemática del todo **particular**. Este movimiento, abusivo uso de la **representación y de la metáfora**, condujo a un punto en el que se manifiesta indispensable una revaluación de métodos y de principios". Luego aseveró que "Las compensaciones que Lorentz buscó para acomodar su teoría a los hechos observados, obraron en el espíritu analítico del Dr. Garavito y le obligaron a investigar, en favor

de la mecánica clásica. [...] Bajo este aspecto, la labor del Dr. Garavito es de importancia inmensa, por cuanto se sufre el vértigo de la **locura** al considerar arbitraria la escogencia de un cuarto *eje de los tiempos*, en el espacio fantástico de Minkowski. Los innovadores de la Física han ideado una nueva Mecánica según la cual la masa cambia con la velocidad [...] basándose en pruebas que en realidad carecen de valor". (Álvarez Lleras, 1915).

Sobre la problemática de los electrones, Álvarez Lleras escribió: "Los problemas sobre Física matemática que ha resuelto luminosamente el doctor Garavito [provenientes de un] aserto, nacido de las experiencias de Kauffmann, repugnó al doctor Garavito, cuyo fino espíritu no se compadece con la idea de masas variables en función de la velocidad, y lo obligó a escribir el opúsculo titulado *Nota sobre la Dinámica de los Electrones*" (Álvarez Lleras, 1920a). Para eso introdujo "*el concepto metafísico de la discontinuidad de la fuerza*".

El "*espíritu conservador*" de Garavito "*lo condujo a la revaluación de las Geometrías no euclídeas"*, lo mismo que a restaurar y preservar la mecánica clásica ya que se

> Ha hecho del principio de la relatividad el fundamento de la nueva Mecánica y han llegado a sugerirnos que la masa de los cuerpos cambia con la velocidad. A todo esto debe oponerse el espíritu de los hombres de ciencia positiva, quienes están en la obligación moral de acoger los trabajos, tales como los del doctor Garavito, que tienden a desvanecer los sofismas que han servido de base a esta labor destructora. (Álvarez Lleras, 1920a).

En las honras fúnebres de Garavito se peroró así:

> Para dar gloria inmortal al doctor Garavito, bastarían sólo sus trabajos en el campo de la Física, pues la importancia de los problemas resueltos por él con el propósito de buscar la unidad científica no se oculta a quienes han seguido el movimiento intelectual moderno y se percatan de cuán inciertos son los pasos que hoy aventura la Física y cuánto peligro se corre de perder la herencia que nos legó la ciencia positiva del siglo XIX. (Álvarez Lleras, 1920b).

El ingeniero, político y presidente colombiano Laureano Gómez (1889-1965) se refirió en estos términos para defender el aporte de Garavito: "*El maestro en el apartamiento de su estancia, hizo pasar por el laminador de su cerebro* [...] *sutiles pesquisas sobre la dinámica de los electrones y sobre el pretendido cambio de masa de los cuerpos*" (Gómez, 1921).

Finalmente, el médico, sicólogo, sociólogo, político y ministro en varias ocasiones Luis López de Mesa (1884-1967) opinó atinadamente de Garavito que "*su teoría de la masa y movimiento de los electrones puede considerarse meritoria también, aunque hoy tales estudios andan ya muy lejos de sus primeros vislumbres*" (López de Mesa, 1970).

Conclusiones

La idea de la fuerza actuando por "*percusiones sucesivas*" como mecanismo *ad hoc* fue la propuesta más original y heurística que Garavito hizo en sus trabajos de física clásica. Hace gala de la fantástica inventiva e ingeniosa metis helénica. Opinamos, guardando las debidas proporciones y dimensiones para no caer en anacronismos, que fue una intuición futurista en lo que respecta a la cuantización canónica del campo electromagnético (1927). Él nunca usó, por supuesto, la palabra cuantización.

Novedosa es su concepción de las interacciones de los electrones con un campo electromagnético estático, como es el caso en las experiencias de Kaufmann y Bucherer, que, según Garavito, serían "*percusiones sucesivas*" pulsantes y discontinuas en la acción de la fuerza –que no hay que confundir con las oscilaciones propias del campo resonante con electrones–. Si el campo es variable, entonces su intercambio energético con los electrones (resonadores) es discontinuo, como Planck lo había concebido en 1900 (Planck, 1900). La idea de la cuantización o discontinuidad misma de la energía del campo electromagnético es de Einstein (Einstein, 1905c, 1909a, 1909b). No sabemos si Garavito estaba al corriente de los trabajos de estos dos autores, qué idea ejercieron sobre él o qué libros y/o artículos consultó.

Garavito perteneció al siglo XIX, por eso fija sus objetivos dentro de un omnímodo marco clásico: salvar la doble inmutabilidad de la masa, a saber, la conservación dinámica y la invariabilidad cinemática de la masa, pero al precio de salirse del mismo marco clásico defendido por él, al considerar choques transferidos por un campo de fuerza discontinuo. Algo así como una explicación extraclásica para algo clásico, que haría pensar en la incompletitud, indecidibilidad y autoconsistencia de Gödel. Pero, desde luego, ambas demostraciones son equivocadas, él no logró resolver el problema de manera genuina, porque justamente, era un enigma que desbordaba el marco clásico, estaba en la frontera de la nueva física y pertenecía al dominio exclusivo de la TRE, régimen relativista donde tiene una solución natural y directa. En relatividad solo subsiste la invariancia cinemática con respecto a las TL. La masa sí es absoluta, invariante y

conservativa; pero hay que especificar en qué teoría, de qué masa se trata y bajo qué transformación.

Esencialmente, Garavito prefirió situarse de manera consecuente más bien en el lento mundo de la materia clásica, espontáneo y parasitado por el razonamiento de sentido común que en el raudo mundo de la materia relativista, no instintivo y expurgado de las apariencias. Privilegió los sistemas de referencia galileanos [conectados por el grupo de transformaciones de Galileo (GTG)] en vez de sistemas de referencia lorentzianos [conectados por el grupo de transformaciones de Lorentz (GTL)] que exigía la experiencia con electrones rápidos que quería interpretar y describir.

En la perspectiva galileo-newtoniana, donde se colocó Garavito (caso límite newtoniano de velocidades y campos débiles), él se refirió forzosamente a la masa clásica como contenido material y no a la masa inercial relativista como contenido energético, y es a esta última a la que se refería el experimento. El *experimentum crusis* tenía que discriminar entre estas masas y decidir cuál de ellas, la clásica o la relativista, eran corroboradas por las medidas experimentales. El veredicto fue que la observación validó a la vez la masa inercial relativista variable con la velocidad y la masa material invariable, y rechazó la concepción clásica de una masa inercial idéntica a la masa material y, por consiguiente, independiente de la velocidad. Aquí la TRE mostró una mayor fineza y superioridad en el dominio de las altas velocidades (régimen relativista), además de converger hacia la teoría clásica a bajas velocidades; es decir que, en este rango de velocidades, la teoría clásica es un caso particular, una aproximación correcta y útil de la teoría relativista.

Garavito privilegió la masa como magnitud invariante de Galileo –en lugar de su invariancia de Lorentz– y desechó la inercia variable e identificable con la energía total, lo que, en efecto corroboraron los experimentos de Kaufmann y Bucherer. De manera que por ese malentendido Garavito tenía y no tenía razón: persistió en la aproximada ley de la invariancia de Galileo en detrimento de la invariancia de Lorentz más general, aunque ambas garantizan la invariancia de la masa pero en diferentes contextos de velocidad. En la forma, su aporte era correcto al defender una masa material inalterable, pero en el fondo falló porque defendió una masa inercial que sí era variable con la velocidad y diferente de la otra invariable.

De allí sus vanos esfuerzos para restablecer una masa invariable cinéticamente –mas no constante dinámicamente– que lo era bajo TG y TL por razones antagónicas. Como no especificó de qué "masa" se trataba,

discriminación que era esencial establecer en esa dinámica del electrón, no resolvió ningún problema. En la siguiente sección trataremos de explicar el por qué de esa falta de discriminación. Por consiguiente repetimos que él se refirió implícitamente a la masa material, donde tenía sobrada razón al reafirmar que era constante e independiente del movimiento del electrón, pero que ese no era el problema planteado; y falló al dejar de lado la masa inercial que sí era el nudo de la problemática en cuestión. El cuerpo ganará inercia, pero no masa, con la velocidad, la cual se mantiene siempre inferior a c.

Al objetar la TRE, Garavito era consecuente en no aceptar la inercia variable y en proponer que sus hipotéticas percusiones evitarían las desviaciones de los electrones. No obstante, obstinadamente negó dichas desviaciones en contra del testimonio evidente de las observaciones experimentales. Al preferir las TG –las cuales son un caso particular límite de las TL cuando la velocidad de la luz crece indefinidamente– se restablece un tiempo universal, una simultaneidad absoluta y una acción a distancia instantánea. En fin, Garavito escogió la estructura euclidiana para el marco de los fenómenos físicos, en detrimento de su estructura seudoeuclidiana o minkowskiana, la más adecuada para explicar las propiedades de la materia relativista.

A través de este artículo se puede apreciar la calidad positiva de físico que fue Garavito en su legítima actividad investigativa y su auténtica preocupación por restablecer la verdad clásica. Infortunadamente Garavito no alcanzó su objetivo científico en la solución de un problema que se planteó, pero esto no constituye un impedimento para reconocer sus genuinas capacidades investigativas y sus excelsas cualidades de físico clásico.

LINGÜÍSTICA Y ABUSOS DE LENGUAJE RELATIVISTAS. CONCEPTUALIZACIÓN Y TERMINOLOGÍA

Ahora nos ocuparemos del significado de ciertos conceptos y la ambigüedad de la terminología y expresiones usadas en la teoría de la relatividad de Galileo-Newton y de Einstein. Muchos aseveran cándidamente que se trata de una simple logomaquia, de una ligera escaramuza terminológica o meramente de una interpretación semántica, sin más. Para ellos sólo bastan las afirmaciones apodícticas de fondo y no los conceptos y lenguaje de forma. El carácter asertórico de esas afirmaciones nos ayudará a mejor comprender los asertos de la TR y a entender los argumentos de Garavito en

relación a la masa y la inercia. En las ciencias físicas, cognición e intelección son necesarias y complementarias. Pocos se han ocupado de la necesidad de explicitar y aclarar las anfibologías de la relatividad, el interés es sólo de aplicar y calcular sin discernir. Es instructiva la frase del premio Nobel de física Eugene Paul Wigner (1902-1995) quien dijo a un entusiasta estudiante que le mostraba concluyentes cálculos cuánticos: "*Bueno, de acuerdo, el computador comprendió, ¡pero yo también querría comprender*!" Hay que racionalizar el operativismo obsesivo, compulsivo.

¿Viven los físicos en una torre de Babel? ¿Cómo es posible que con un lenguaje poco transparente y aproximado se puedan llevar a cabo cálculos y previsiones exactos? ¿Y aún, disquisiciones y razonamientos correctos? ¿El apotegma de Russell, en plena crisis de los fundamentos de las matemáticas, no nos concierne? ¿Y qué decir del lenguaje intuitivo, imaginativo, figurativo, evocativo y quimérico de la teoría cuántica y cosmológica? ¿Necesitamos en física, por ventura, un equipo dirigido por un Nicolás Bourbaki (1934-)?

El análisis lógico del lenguaje de la relatividad (y en general de la física) ayudará a expurgar, aseptizar, clarificar, precisar y valorar las ideas, los conceptos físicos y evitar las seudoparadojas. Al amparo de ese protocolo analítico se evitarán muchos errores de interpretación, extrapolación, explicación, descripción, razonamiento, demostración y correlatos. Además, en el terreno empírico, tanto los experimentos reales como los experimentos mentales o imaginarios (*gedankenexperiment*), encontrarán una traducción y exégesis sencillas, consecuentes y conclusivas.

Pocos autores de libros y artículos aclaran estas preocupaciones (Taylor y Wheeler, 1963; Lévy-Leblond, 1968, 1977, 1979, 1983, 1994, 2005, 2006; Guinier, 1976; Montambaux, 1984; Okun, 1968, 1989a, 1989b, 1992, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2007, 2008a, 2008b; Carmeli, 2008; y otros).

Masa e inercia clásicas son idénticas

En la mecánica clásica, vale decir, en la teoría de la relatividad de Galileo-Newton, la materia clásica posee masa en dos sentidos:

1) La masa o masa material, en su primera acepción clásica, define la cantidad de materia intrínsecamente contenida en un cuerpo. Es una reminiscencia de la cantidad de movimiento que es proporcional a la cantidad de materia. La masa es capacidad material.
2) La masa, en su segunda acepción, define el coeficiente numérico de inercia o resistencia al cambio de estado de movimiento de un cuerpo. La masa inercial o masa de inercia es capacidad resistiva.

En realidad, la masa y la inercia clásicas son proporcionales. Con una escogencia apropiada de unidades la constante de proporcionalidad universal se reduce a 1, de manera que al final, la masa y la inercia se igualan, se identifican, son equivalentes lógica y matemáticamente (como representantes de una misma clase de equivalencia). De aquí que la masa sea la medida numérica de la inercia y a la vez caracterice la cantidad de materia. Es decir, la masa formaliza numéricamente a la inercia.

Masa no es inercia en relatividad

Masa e inercia (y otras nociones), conceptualmente no son constantes lógicas ni epistemológicas, dependen del marco (clásico, relativista o cuántico) en que se emplean, son diferentes aunque tengan las mismas unidades.

Para la materia clásica, la masa material clásica de una partícula es una propiedad característica, inherente a la partícula e independiente de su velocidad, lo cual también es cierto para la masa propia en relatividad.

Para la materia relativista, la masa propia invariante m_o sigue teniendo el mismo valor en todos los referenciales inerciales y su medida en reposo se obtiene propiamente por apropiación de la masa y colocación en una balanza comóvil (pesada o "balanzada").

La llamada "masa relativista" m_r, o masa relativa o aparente, no es una propiedad intrínseca de la partícula porque depende de la velocidad, del referencial, y es por consiguiente una cantidad relativa. Concluir, pues, que m_o es justamente un caso particular de la masa relativista ($m_r = m(v) = m_o\gamma$) o que son definiciones de la masa según el referencial donde se mida, es, desde todo punto de vista lógico, una aserción inconsistente. Desde el punto de vista relativista, m_o y $m_o/\ (1 - v/c)$ son dos conceptos diferentes, el uno es la masa y el otro es la inercia $I(v) = I = m_o\gamma$. No obstante, muchos consideraron que m_r es la masa de la partícula (Tolman, 1912). En las tablas de partículas elementales siempre se pone la masa en reposo, no hay otra masa y se simboliza por m_o o simplemente por m. Poner la "masa relativista" de cada una de las partículas sería una insensatez, sería hablar de su inercia, que depende de su velocidad, en cada uno de los infinitos referenciales de inercia.

El mismo símbolo m_o tomado sea como masa newtoniana o como masa propia einsteiniana encierra contenidos conceptuales diferentes, pues no coinciden ya que la primera es invariante bajo el grupo de transformaciones de Galileo (GTG), es aditiva (extensiva) y se conserva en los procesos físicos (transformaciones físicas); mientras que la segunda, es invariante o escalar

bajo el grupo de transformaciones de Lorentz (GTL) –más exactamente, la masa y el espín son dos invariantes del grupo de Poincaré–, no es aditiva y no se conserva en los procesos físicos. Aunque bien sabemos que el GTG es un subgrupo del GTL y que cuando v « c, entonces, el valor de ambas masas coincide. A la luz de la relatividad, la masa de un cuerpo siempre tiene un valor bien determinado. En cambio su inercia, como su velocidad, permanece indeterminada hasta que se procede a su medida, que dependerá de la escogencia arbitraria de un referencial. En relatividad, la masa de una partícula aislada es invariante y se conserva cualquiera que sea su velocidad, aún si es cercana a la de la luz. En cambio, si está en interacción, su masa (sistema) sigue siendo invariante pero no se conserva.

En mecánica clásica, masa e inercia son sinónimas. Por el contrario, en mecánica relativista, masa e inercia son antónimas. Este discernimiento se repercute en la equivalencia masa-energía, la cual en realidad contiene dos equivalencias diferentes, como lo veremos. Los tres conceptos, por ejemplo, que entran en la definición del impulso clásico de Newton, $p = mv$, no tienen el mismo significado que en el impulso relativista de Planck, $p = Iv$. Notemos que si se expanden $E(p)$ y $E(v)$ en serie de potencias se constata que los segundos términos respectivos no son iguales, ya que el impulso relativista es proporcional a la inercia (masa inercial), $p = Iv$, y no a la masa (propia); el impulso newtoniano es proporcional a la masa, $p = mv$, es decir a la inercia.

Nótese que es incorrecto pensar que la masa aumenta al aumentar la energía cinética, es decir, que hay transformación recíproca entre energía y materia. Vale decir, que conceptualmente no debe añadirse a la masa propia móvil el equivalente másico de la energía cinética que recibe para obtener una masa variable –la aporía salta a la vista–, a saber, es incorrecto poner $m(v) = m_o + K/c = m_o + m_o(\gamma - 1) = m_o\gamma$; por el contrario, es lícito hacer esta operación con la inercia variable: $I(v) = I_o + K/c = m_o + m_o(\gamma - 1) = m_o\gamma = I = E/c$, aquí hemos puesto $I(0) = I_o = m_o$. Si nos empecinamos en afirmar que la expresión "$m(v) = m_o\gamma$" es una "masa variable", entonces habría que decir, con muchos contorsionismos y malabarismos, que una partícula de masa m_o y velocidad v tiene la misma energía E que una partícula de masa m(v) que "estaría en reposo"; en otros términos: $m_oc + K = m_oc + m_oc(\gamma - 1) = E = m(v)c$. De donde concluiríamos que a partir de toda energía E se podría crear teóricamente una partícula de masa m(v), "en reposo" (Montambaux, 1984). Esto es imposible a toda luz, además, $E/c = m(v)$ no estaría en reposo.

De manera que es más satisfactorio vincular o "identificar" la inercia variable con la energía total variable, que asociarla con la masa propia invariante no conservativa. La masa propia está ligada con la energía total y el impulso, y permanece invariable cuando estos varían por transformaciones de Lorentz [$E/c - p = m_o c$]. La masa propia también está conectada con la inercia y el impulso [$I c - p = m_o c$].

En 1974, una comisión de físicos franceses recomendó a los liceos eliminar absolutamente toda alusión a la masa variable con la velocidad, (Guinier, 1976; Bull, 1974).

Diferentes afirmaciones verbatim de Einstein y otros alrededor de la masa, la inercia y "e igual emecedós"

Con citaciones de autores eminentes ilustraremos la ligereza del lenguaje y su mutación, en un mismo contexto, y la facilidad de pasar de un significado a otro. Veremos que en las citaciones relativistas, sobre todo de Einstein, el término masa se aplica indiscriminadamente ora a la masa material, ora a la masa inercial. Con esto queremos insistir en el problema epistemológico de las consecuencias discontinuas de la ruptura conceptual en la transición continua del lenguaje de la mecánica relativista a la clásica. Para evitar confusiones, se debe ser cuidadoso en la articulación correcta de los diferentes conceptos y términos en cada teoría. En todas las citaciones lo subrayado en negrita es mío, si proviene *verbatim* del autor lo indicaré explícitamente con (sic).

Ya vimos en la sección 4.1 (La inercia de la energía) que el propio Einstein usa indistintamente los conceptos de masa e inercia que, a todas luces, son diferentes en la TRE. Es interesante notar que en el artículo fundacional de Einstein, que se refiere exactamente a "*la* ***inercia*** [*Trägheit*] *de un cuerpo y su energía*" (Einstein, 1905b), se mezclan inadecuadamente los conceptos de masa e inercia y finaliza así:

> Si un cuerpo cede energía **E** bajo forma de **radiación**, su **masa** [Masse] disminuye en **E/**c . Evidentemente, no es necesario que esta energía entregada lo sea directamente como **radiación**, lo que nos conduce a una consecuencia **más general**: La **masa** [Masse] de un cuerpo es una medida de su cantidad de **energía**". "Si la energía varía en **E**, la **masa** varía en el mismo sentido en **E/**c .

Hasta aquí no se sabe de qué masa se trata (materia o inercia). Pero concluye correctamente: "*La* ***radiación*** *transporta* ***inercia*** [*Trägheit*] *entre los cuerpos emisores y receptores*".

¿Se debe leer entre líneas que masa e inercia son diferentes? Desde luego que sí ¿Se trata subliminalmente del equivalente energético total de la inercia y del equivalente energético interno de la masa propia? Por supuesto que sí. A pesar de la mixtura masa-inercia consubstancial con la energía eso no nos impide que, de las conclusiones precedentes, intuyamos que la correlación "e igual emecedós" realmente oculta dos interpretaciones pertinentes: primero, **la masa**, que de cantidad de materia clásica pasa a cantidad de energía interna relativista, es decir, $E_o = m_o c$. Segundo, la **inercia,** que de cantidad de pasividad clásica pasa a cantidad de energía total relativista, vale decir, $E = Ic$. Esto lo desarrollaremos más adelante y veremos la bivalencia sutil que encierra la simple expresión "e igual emecedós". En todo caso, no se trata de equivalencia lógica, ni identitaria, sino numérica, a través de un factor de conversión de unidades. No pretendemos en absoluto pensar, y no lo decimos, que los artículos de Einstein no se entiendan por usar masa e inercia en todo su ambivalente espectro de significados, homologías, homonimias, sinonimias y antonimias. Por el contrario, se comprenden, si se da una lectura literal y relativista a la relatividad para entrever entre líneas sus matices subliminales.

La terminología ambigua de Einstein

Ahora transcribiremos otras afirmaciones de Einstein y las comentaremos brevemente.

En carta, de 1905, Einstein escribe a un amigo, el físico Konrad Habicht (Einstein, 1987-2006 vol. 5, p. 33; 1987-2006, en inglés, vol. 5, p. 21), que "*El principio de relatividad asociado con las ecuaciones de Maxwell tiene por consecuencia que la* ***masa*** *es una medida de la* ***energía*** *que está contenida en un cuerpo. La* ***luz*** *transporta* ***masa***". Ese mismo año había asegurado que "*La energía* ***radiante*** *transfiere* ***inercia***" (Einstein, 1905b). En realidad y a todas luces, la luz no transporta masa pero sí transfiere inercia.

En 1906 Einstein afirmó (Einstein, 1906a) que

> Demostré en un artículo publicado el año pasado (Einstein, 1905b), que el principio de relatividad y el principio de conservación de la energía asociados con las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell conducen a concluir que la **masa** de un cuerpo se modifica cuando su contenido en energía es modificado, **cualquiera** que sea la naturaleza de esta modificación de energía.

De hecho, cualquiera energía no modifica la masa, a la inercia sí (tómese K y la luz). Ahora quiere probar que la ley de la inercia es una condición necesaria y suficiente para demostrar lo anterior, o sea que "*se infiere que una modificación de energía* ***E*** *debe corresponder a una modificación de la* ***masa*** [*Masse*] *de mismo signo y de valor igual a* ***E/c*** ". O de manera equivalente y correcta: "*a* ***toda*** *energía E está asociada una* ***inercia*** [Trägheit] ***E***/c " (sic), es decir (incorrectamente), "*la transferencia de una cantidad de* ***energía E*** *representa una* ***masa E/c*** " (sic). En realidad, toda transferencia de energía no significa masa (piénsese en la luz: el fotón muestra que masa no es inercia, ni energía; a él no se aplica $E_o = m_o c$ en este contexto, sino E = Ic). Luego prosigue recordando que

> Aunque las consideraciones formales elementales necesarias a la justificación de esta aserción estén ya contenidas, en lo esencial, en un artículo de H. Poincaré (Poincaré, Lorentz-Festschrift 1900, p. 252), para mayor claridad, no me apoyaré sin embargo en ese artículo.

Esta es la primera y única vez que Einstein cita a Poincaré en un artículo. Concluye cabalmente que "*una* ***inercia E/c*** *está asociada a* ***toda*** *energía* ***E*** [o sea que] *la* ***inercia*** *de un cuerpo depende de su* ***contenido en energía***". Notemos que esta energía, que contribuye siempre a la inercia, puede ser la interna E_o o la total E: $E_o/c = I_o$, $E_o\gamma/c = I$, $E/c = I$.

Einstein introduce por la primera vez los términos de "*energía* ***interna*** *de masas*" [*"inneren" Energie der Massen*] (p. 630) y "*energíamasa*" (en alemán "*Energiemasse*", p. 632; en francés "*masse associée à l'énergie*", en inglés "*energy mass*"). Finaliza el artículo con "*la dependencia de la* ***masa*** *con la energía*" puntualizando que como "*a cada energía* ***E*** *se atribuye la* ***masa inercial*** [*träge Masse*] ***E/c*** ", entonces de nuevo "*la* ***inercia*** *de un cuerpo depende de su contenido en energía*", concluyendo que "*el principio de constancia de la* ***masa*** *es un caso particular del principio de conservación de la energía*". Al final asegura que "*Un sistema de* ***masas*** *puntuales en movimiento –tomadas como un todo– tiene más* ***inercia*** *cuanto más rápido las* ***masas*** *puntuales se mueven relativamente las unas con las otras*". Así Einstein expresa la relatividad de la inercia. ¿Pensaba en el principio de Mach?

Un año después asevera que "*A un incremento* ***E*** *en la energía de un cuerpo debe corresponder un incremento en la* ***masa*** ***E/c*** ", con toda seguridad a la inercia; y se refiere a la generalidad de la "*dependencia de la* ***inercia*** *de la energía*" (Einstein, 1907a); allí usa por primera vez los términos de *Relativitätstheorie* (3 veces), *Relativitätsmechanik* y

Relativitätselektrodynamik. Concluye que "***la inercia***" aumenta con la velocidad –"*la* ***inercia*** *de un cuerpo aumenta o disminuye con su contenido en energía*"– lo mismo que la energía para cuerpos rígidos y cargados: "*un cuerpo cargado electrostáticamente tiene su* ***masa inercial*** *diferente de cuando no está cargado y la diferencia es igual a la energía electrostática dividida por c* ". Asimismo habla por primera vez de **"***Principio de Equivalencia de* ***Masa*** *y Energía***"** (Einstein, 1907a, p. 382): "$\boldsymbol{mc = E_o}$ *es también la expresión des Prinzipes der Äquivalenz von Masse und Energie*", y lo relaciona con el hecho de que en física clásica, la energía de un cuerpo se da omitiendo siempre una constante arbitraria aditiva que se toma igual a cero, pero que en física relativista el valor de esa constate queda fijo como el "*punto cero*" (*Nullpunkt*) de la energía interna "$\boldsymbol{E_o = mc}$ " de una **"*masa en reposo*"**. En fórmula: si evaluamos $E = m_o\gamma c$ entre los límites $v = 0$ y $v = v$ se obtiene $K = m_oc\ (\gamma - 1)$. La masa **m** la usa "*en el sentido convencional*", es decir, que confunde masa propia con masa inercial, como efectivamente lo hace aquí (Einstein, 1907a, p. 374 y 379). Con las últimas citaciones, Einstein da a entender implícitamente que la energía es un concepto más fundamental y general que la masa o la inercia.

Ese mismo año, al tratar "*La dependencia de la* ***masa*** *con respecto a la energía*", para un punto material y para un sistema material (Einstein, 1907b, § 11), asegura que el sistema tiene una *"****Masa M*** *que depende del contenido energético* $\boldsymbol{E_o}$ *del sistema según la fórmula* $\boldsymbol{M = m + E_o/c}$ *"*; y colige que *"Este resultado es de una importancia teórica extraordinaria, pues la* ***masa inercial*** *y la energía de un sistema físico allí figuran en tanto que cosas de* ***la misma naturaleza****. Una* ***masa*** *[Masse] m es* ***equivalente*** *[äquivalent], en lo que se refiere a la* ***inercia [****Trägheit****],* *a un contenido energético de magnitud* $\boldsymbol{mc}$ *. [...] Nos es imposible distinguir, sin arbitrariedad, entre una* ***masa*** *«verdadera» y una* ***masa*** *«aparente del sistema»"*. Concluye que *"Parece mucho más natural interpretar toda* ***masa inercial*** *como una* ***reserva de energía****". "La relación* $\boldsymbol{M = m + E_o/c}$ *no sólo se aplica a la* ***masa inercial,*** *sino también a la* ***masa*** *gravitacional [gravitierende Masse]; en otros términos, que la* ***inercia*** *[Trägheit] y la* ***gravedad*** *[Schwere] de un sistema son en todas circunstancias exactamente proporcionales." "Por ejemplo, la radiación encerrada dentro de una cavidad posee no solamente* ***inercia****, sino también* ***peso*** *[Gewicht].*

De aquí colige perfectamente que "*según este resultado, el teorema de la constancia de la* ***masa*** *para un sistema físico aislado no es correcto, salvo en el caso en que la energía de este permanezca constante; entonces es equivalente al principio de la energía*".

Según las afirmaciones precedentes, la inercia y la gravedad de un sistema son en todas circunstancias exactamente proporcionales. Esta empírica y estricta proporcionalidad entre la masa inercial y la masa gravitacional, la vinculará a su reciente descubrimiento del principio de equivalencia: todo referencial acelerado es un referencial inercial a condición de que aquel caiga libremente en un campo de gravitación equivalente. Resulta que en todo punto del espacio existe un referencial inercial local, donde la TRE es válida (espacio tangente a la variedad riemanniana espaciotiempo). Gracias a la caída libre, todos los referenciales son inerciales localmente.

En 1909, Einstein pronunció una conferencia en Salzburgo sobre la luz (Einstein, 1909b), en ella repitió su razonamiento original sobre la relatividad de la inercia y la energía, y, además, expuso por primera vez en público lo esencial de su teoría de la relatividad y también su novedosa teoría de la dualidad luminosa de la onda-partícula. Allí arguye legítimamente que

> La **masa inercial** de un cuerpo disminuye en la emisión de **luz**." "La **masa inercial** de un cuerpo disminuye en **E**/c cuando emite energía **radiante E**". "**Energía** y **masa** aparecen pues como **magnitudes equivalentes**, como el calor y el trabajo mecánico. Como partícula, "en la relatividad, la **luz** goza además de la característica, que tiene en la teoría **corpuscular**, que es la de transferir **masa inercial** de un cuerpo emisor al receptor". "La teoría de la relatividad considera que la luz existe de manera autónoma, exactamente como la **materia**.

Pero al agregar que "*la energía cedida figura como una parte de la **masa** del cuerpo* [y] *se puede ir más lejos y concluir que cada ganancia (respectivamente pérdida) de energía se acompaña de un aumento (respectivamente disminución) de la **masa** del cuerpo considerado*", entonces vuelve a la confusión entre masa e inercia.

La distinción que Einstein hace entre E y E_o es fundamental. También hay que hacerla en la relatividad de la inercia pero no de la masa, volveremos sobre esto. Diferentes observadores inerciales pueden medir una inercia la cual se conserva y es relativa, como la energía total a la que está asociada diferente para una misma partícula, pero siempre encontrarán el mismo valor de su masa. Si la energía cinética K aumenta, entonces lo que aumenta indefinidamente es la inercia de la partícula para evitar que su velocidad iguale o supere a la celeridad c. Si la K es lo suficientemente grande y hay colisión con otra partícula (proceso físico), entonces parte de K se puede transformar en energía de masa E_o y crearse otra partícula (o varias) de masa $m_o = E_o/c$. Ejemplos de esto ya vimos.

En 1910, en un artículo de síntesis (Einstein, 1910) afirma que "*la exactitud, de sus ecuaciones del movimiento para electrones rápidos (rayos catódicos y beta), ha sido aproximadamente puesta fuera de duda por las experiencias de Bucherer y Hupka*", (Bucherer, 1908; Hupka, 1909, 1910a, 1910b); según Bucherer, las experiencias "*confirman el Relativprincips o Relativitätsprincip*" y "*el incremento de la **masa***". Einstein reafirma que "La *masa* [sic] de un cuerpo cualquiera *depende de la cantidad de energía* [sic] que contiene". Termina así:

> Si designamos por **m** la **masa**, para una cierta cantidad de energía contenida en el cuerpo, la masa del cuerpo devendrá **m + E**/c si se aumenta en **E** la energía del cuerpo. El principio de conservación de la **masa** admitido en la mecánica newtoniana ya no es válido, salvo para un sistema cuya energía permanece constante. **Masa** y **energí**a devienen magnitudes **equivalentes**, como por ejemplo, el calor y el trabajo mecánico, y no queda sino un paso que hacer para considerar la **masa** como una concentración enorme de energía. Infortunadamente la variación **E**/c de la **masa** es tan débil que no hay, por el momento, ninguna esperanza de constatar esta variación por la experiencia.

En una conferencia para un gran público (Einstein, 1911), Einstein es más claro al referirse a la dependencia e incremento de la "*masa inercial*" con la energía contenida y habla de la "*fusión*" de los dos principios separados de conservación de la masa y de la energía, que conduce a que finalmente subsista este. Ratifica que "*la ley de la deflexión de los rayos catódicos está satisfactoriamente de acuerdo con la experiencia*".

En un artículo para un amplio público (Einstein, 1914), Einstein recuerda atinadamente que, según la mecánica de Newton,

> La **inercia** de un sistema formado por un conjunto de puntos materiales (**resistencia inercial** a la aceleración del centro de gravedad del sistema) es *independiente* del estado del sistema. Por el contrario, según la teoría de la relatividad, la **inercia** de un sistema **aislado** libre en el **vacío depende** del estado del sistema de una manera tal que esta **inercia** aumenta con el contenido **energético** del sistema.

Gracias al principio de equivalencia masa inercial-masa gravitacional, Einstein generaliza el principio de la inercia de la energía a la pesantez de la energía (principio de la gravitación de la energía):

> *Según la teoría de la relatividad, **es en último análisis** a la **energía** que conviene el **atributo inercia**", reflexión profunda. "**A toda energía** corresponde una **masa inercial**, y a toda **masa inercial** una **masa***

> ***gravitacional*** *[masa pesante], por consiguiente la* ***masa gravitacional*** *de un sistema aislado está necesariamente determinada por la* ***energía*** *de ese sistema. La* ***energía*** *de su campo de gravitación hace igualmente parte de la energía de un sistema aislado; ella debe pues contribuir no solamente a la* ***masa inercial*** *del sistema sino igualmente a su* ***masa gravitacional***.

Es decir, cuando un cuerpo recibe energía (calor, por ejemplo) entonces su masa inercial aumenta, lo mismo que su masa gravitacional. En esto consiste la gravitación de la energía, pesantez, gravidez o peso de la energía.

> Si la **masa gravitacional** de un sistema no cambiara al mismo tiempo que su **masa inercial**, entonces la **masa inercial** de los diferentes elementos diferiría de su **masa gravitacional**, en contra de las experiencias de Eötvös. Fue Langevin el primero que me señaló esto. Ver (Langevin, 1913, 1923).

Entonces, erige en fundamento de su nueva teoría de la gravitación al "*principio de la* ***inercia*** *y* ***gravitación*** *de la energía*"; pesantez en el sentido de gravitación de la energía, peso de la energía, el cual es variable como la inercia, mas no como la masa.

En el artículo "*Relativitätstheorie*" para una enciclopedia (Einstein, 1915), Einstein escribe en el párrafo "***Inercia*** *de la energía*":

> El principal resultado al cual ha llegado, hasta el presente, la teoría de la relatividad es la relación entre la **masa inerte** de los sistemas físicos y su contenido **energético**. Sea un cuerpo que posee en cierto estado una **masa inercial M**. La teoría de la relatividad demuestra que, si de **cualquier manera**, recibe una cantidad de **energía E**, su **masa inercial** aumenta de **M + E/**c . La ley de la conservación de la **masa** queda modificada y fundida con la ley de la conservación de la energía en una ley «única». Ese resultado incita a concebir la **masa M** de un cuerpo como un contenido energético de magnitud **M**c . Hasta el presente no tenemos verificación experimental directa de este importante resultado; mas conocemos casos particulares para los cuales la validez del «principio de la **inercia** de la **energía**» puede ser demostrado, aún sin teoría de la relatividad.

Einstein volvió sobre los temas anteriores en un libro de vulgarización (Einstein, 1917, 1923) y en todas las publicaciones que siguieron continuó confundiendo masa e inercia y no separó nítidamente los dos contenidos conceptuales que encierra la ecuación E = mc , a pesar de distinguir E de E_o y E = mc de $E_o = m_o c$. En una conferencia afirma que, para c = 1, "*la* ***energía*** E_o *de un cuerpo en reposo es igual a su* ***masa***". "*La* ***energía*** *y la*

masa *son, por consecuencia de* ***misma esencia****, es decir ellas no son más que manifestaciones diferentes de la misma cosa. La* ***masa*** *de un cuerpo* ***no es una constante****, sino que* ***varía*** *con el cambio de su energía*" (Einstein, 1921; 1955, p. 46). Es decir, que la identidad entre masa y energía depende de la escogencia de un sistema particular de unidades (c = 1).

No obstante, Einstein hizo algunas precisiones y apostillas ulteriores sobre la masa y la energía. En 1936, en carta a Felix W. A. Knoll escribe que "*El concepto de energía es ciertamente más fundamental que el de masa y energía cinética*" (Einstein, 1989-1993, vol. 2, p. 68). En otra carta, de 1948, a Lincoln Barnett dice: "*No es conveniente introducir, para un cuerpo móvil, el concepto de* ***masa*** $\mathbf{M} = m/(1 - v/c)$ *para el cual no podemos dar una definición clara. En lugar de ese concepto de* ***masa variable*** *es preferible introducir el de* ***«masa en reposo» m****. En lugar de poner M, es mejor usar la expresión del impulso y de la energía del móvil*" (Okun, 1989a, original en alemán; Einstein, 1989-1993, vol. 2, p. 69). Sugerencia que Barnet no sigue, ya que afirma que la masa depende de la velocidad y que la energía es materia y esta es energía (Barnett, 1951). Mas a pesar de esto, Einstein propuso otra demostración más sencilla de la "*equivalencia entre masa y energía*" o "e igual emecedós" (sin discriminar masa e inercia) en que no usa directamente el principio de relatividad, sino las leyes de la conservación del impulso, la presión de radiación, la aberración de la luz y la suposición de lo que debe demostrar, "*que la* ***masa*** *pueda aumentar con la absorción de energía*", lo que está asociado con el hecho de que "*en la definición usual de la energía, una constante aditiva permanece arbitraria, entonces, podemos escogerla tal que* $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{mc}$ " (Einstein, 1946). En efecto, si se pone Cte. = $\mathbf{m}_o c$, entonces $\mathbf{E} = K +$ Cte. = $\mathbf{m}_o c(\gamma - 1) + \mathbf{m}_o c = \mathbf{m}_o \gamma c = \mathbf{I} c$.

Concluimos de estos diferentes y multiformes pasajes citados, que Einstein usa indistintamente el término masa como cantidad de materia, como cantidad de inercia o masa inercial; y asocia a la energía inercia, masa, peso y gravitación. En realidad, la fórmula $I = m_o\gamma$, que define la relación general entre inercia y masa, muestra que estas son idénticas cuando y sólo cuando el coeficiente funcional γ es 1, y este es el caso clásico donde la constante k (§ 2) vale 1 por una escogencia de unidades apropiadas; pero en general, en el caso relativista γ nunca vale 1 y aquí masa e inercia no son en absoluto idénticas. El incremento de la "masa" con la velocidad se debería a que la inercia de la energía cinética agregada al cuerpo se adiciona a su masa en reposo. Este razonamiento erróneo condujo a la equívoca relatividad de la masa la cual se deduciría falazmente de la inercia de la

energía; o mejor, que la relatividad de la masa está íntimamente ligada con la relatividad de la energía (debido al cambio de referencial por TL). Por lo demás, la energía tiene peso, y el peso de un cuerpo cambia con su energía interna.

Todas esas ambigüedades y tropos relativistas se pueden clasificar en: sinécdoques, metonimias, metáforas, metalepsis, etc.: tomar m_r por m_o, inercia por masa, relativo por absoluto, energía por materia, masa por concentración o congelación de energía, E se reemplaza por su parte E_o, "e igual a emecedós" por inercia de la energía o por equivalencia masa-energía, toda materia tiene masa incluso la luz, nula ciertamente, etc.

Citaciones verbatim de lo que otros relativistas afirmaron

Sería fastidioso citar a todos los ilustres autores relativistas, nada más que en el intervalo 1905-1920, que repitieron las afirmaciones de Einstein con la misma terminología anfibológica (Langevin, Laue, Weyl, Pauli, Born, Becquerel, Eddington, Russell, etc.). Muchos filósofos y científicos emprendieron generalizaciones ligeras con frases apotegmáticas de algunas proposiciones relativistas, a manera de corolarios metafóricos, y hasta las llevaron a sus últimas consecuencias analógicas e intuitivas. Veamos sólo algunas de esas generalizaciones percucientes y conspicuas.

Gustave Le Bon se refirió a la "*desmaterialización de la materia en energía*" (Le Bon, 1905), que sería el paso de materia másica a materia sin masa, como el caso de la luz. Langevin se refiere, desde 1905, a "*la masa variable en función de la velocidad*" (Langevin, 1905). Más tarde, en 1913, Langevin lo citaremos ampliamente porque fue el primero en difundir y enseñar la relatividad en Francia, y, según Einstein, el que hubiese descubierto la relatividad si él no lo hubiera hecho da las siguientes interpretaciones: "*La masa cesa de ser invariable* [...] *cuando la velocidad de la materia cesa de ser pequeña con relación a la de la luz*. [Además, en ese caso] *las diferentes definiciones de masa no coinciden*" (masa newtoniana, masa maupertuisiana, leibniziana y electromagnética), y agrega que "*según el principio de relatividad, toda masa cualquiera que sea su origen, debe variar con la velocidad*". Hace un estudio minucioso de "*la inercia de la radiación*", así mismo de la variación de la "*masa*" "*inercia*" y "*peso*" en: las reacciones químicas, en las transformaciones radioactivas, por el aumento de la temperatura, en la absorción o emisión de radiación, en la radiación libre; explica asimismo la anomalía de la ley de Prout y declara a "*la materia como reservorio de energía*, […] *potencia destructora*" del futuro. Termina con "*el peso de la luz*". Por

lo demás, se refiere en múltiples ocasiones al éter. Sus conclusiones son: 1) "*La energía total de un cuerpo, en reposo o en movimiento, es igual a mc* ", más exactamente "$m_o c\,\gamma$ *y* $m_o c$ *, cuya diferencia es la energía cinética, no es otra cosa que dos medidas de la energía total del mismo cuerpo hechas sucesivamente en movimiento y en reposo*". Omitiendo a c o tomando c = la unidad, asevera que la "*identidad de naturaleza*" entre m y E indica que "*la masa de un cuerpo mide su energía interna*". 2) "*Toda variación de energía interna de un sistema material por emisión o absorción de radiación está acompañada por una variación proporcional a su inercia.*" 3) Al tomar "*una masa de agua de inercia dada a 0 C*", calcula la variación de la inercia con la temperatura e infiere que "*la noción de masa cesa de confundirse, desde el punto de vista teórico, con la de cantidad de materia*", de manera que "*dos masas iguales de agua de igual inercia* [que tengan diferentes temperaturas] *no contienen la misma cantidad de materia, porque cesan de ser iguales cuando se reducen a la misma temperatura*". 4) "*Dos masas de agua, que contengan el mismo número de moléculas, no tienen la misma inercia sino cuando son tomadas a la misma temperatura, cuando sus energías internas sean iguales*." 5) Los cambios profundos de estado "*corresponden a variaciones más importantes de energía interna y por consiguiente de inercia*." 6) "*A la radiación electromagnética podemos atribuir una masa* E_o/c *, relacionada con la energía por la misma ecuación como en el caso de la materia*" y "*la radiación es inerte y pesada y posee todos los atributos por los cuales se distinguía antaño la materia*", salvo, puntualiza Langevin, que la materia se mueve con velocidad de 0 a c y la luz siempre con c en el vacío. Error: la luz no tiene, ni puede transportar, masa, ni peso, sólo inercia, energía pura total. 7) "*La individualidad de una porción de materia no se puede caracterizar más, como antes, por la masa*; […] *más bien lo sería por el número y naturaleza de los elementos primordiales a partir de los cuales los átomos están construidos, corpúsculos catódicos y quizá núcleos positivos de átomos de helio o de hidrógeno. Solamente el número y naturaleza de esos elementos permanecerían invariables a través de todos los cambios que sufriría la materia y podrían servir para definirla*" (Langevin, 1913; 1923, cap. VII). Afirmación esta discutible, ya que, por un lado, hoy se sabe que la masa es uno de los atributos característicos (con el espín y otros invariantes: cargas, números cuánticos ó sabores) de las partículas fundamentales; y, por el otro, en general, el número de partículas no se conserva, y por causa: "e igual emecedós" obliga.

Julius von Olivier afirma que "*La masa de un cuerpo es sinónimo de su energía*" (von Olivier, 1906, p. 2). Abraham escribe con precisión que "*la **masa inercial** de los electrones es una función de la velocidad y, por consiguiente, la mecánica clásica falla en este punto*". (Abraham, 1914b). Langevin, reafirma de nuevo que "*la noción de **masa** se confunde con la de energía*", exactamente hay proporcionalidad (1/c) con la energía interna. "*La **masa** varía con la energía y no permanece constante para un sistema cerrado sino gracias a la ausencia de cambios con el exterior, por vía de radiación, por ejemplo*". Entonces, habrá "*variación de la **masa** con la velocidad*" (Langevin, 1922, p. 39, 47; 1950). Herman Weyl (1885-1955) afirma: "*la **masa** bien podría ser asimilable a una energía potencial concentrada que se desplaza a través del espacio*". "*La **inercia** es una **propiedad de la energía***". "*La energía potencial contenida en un cuerpo material es el origen de su **inercia***". "*No tiene sentido hablar de la «misma» porción de materia a diferentes instantes*". "*La materia engendra el campo, e inversamente, la materia es una emanación del campo* [de la energía]". "*La **masa inerte** varía con la cantidad de energía: si se calienta un cuerpo, su **masa inerte** aumenta; si lo enfriamos, ella disminuye*" (Weyl, 1918; 1921; 1958, p. 173-178).

Muy discutibles son las siguientes afirmaciones de Jean Becquerel (1878-1953): "*La nueva dinámica muestra que, si definimos la **masa** como «coeficiente de **inercia**», es decir como coeficiente de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración (**masa newtoniana**), la **masa** medida depende de la velocidad relativa con respecto al observador*". Luego asevera que "***Toda** forma de **energía** posee **inercia**, **masa**. **Toda masa m** representa una **energía total mc** ". Y prosigue desatinadamente: "*Toda variación de energía **cinética W** se acompaña de una variación de **masa W**/c*^{2}". Al tratar de *"La variación de la **masa** con la **temperatura***" añade acertadamente que

> La noción de **masa** cesa de confundirse con la cantidad de materia. Dos **masas** de agua iguales pero a diferentes temperaturas, no contienen la misma cantidad de materia. [...] Dos cantidades de agua que contengan el mismo número de moléculas no tienen la misma **masa** sino cuando están a la misma temperatura.

Cuando se refiere a la "*La pesantez de la energía*" se pregunta si "*La gravitación, que actúa sobre toda porción de materia, ¿actúa sobre la energía? Cuando la **masa inerte** de un cuerpo cambia con su energía **interna** ¿sucede lo mismo con su **masa gravitacional**? La experiencia responde afirmativamente*". Concluye con desmedida que "*la energía radiante, en*

*particular la **luz** debe tener **peso** puesto que **tiene masa**. Por consiguiente un rayo luminoso debe desviarse en un campo de gravitación*". (Becquerel, 1922a, p. 60, 64, 66, 68, 71, 73, 80; 1922b, p. 100, 101, 103, 109).

Henri Galbrun declara con exceso que "*El producto **m** juega el papel de la **masa**; se llama masa **aparente** del **móvil**"*. (Galbrun, 1923, p. 358). El físico español Cabrera escribe que para un cuerpo "*la **masa no es** un coeficiente **específico**, sino una **función** de la **velocidad*** […] *y la **energía cinética** comunicada al cuerpo es equivalente a un **incremento** de su **masa*** […], *la **energía supone** una **masa** y se propaga a través del espacio vacío a la manera de las partículas luminosas de **Newton***" (Cabrera, 1923, p. 29, 105, 108). El matemático Borel glosa, en los siguientes términos, que

> La **masa** de un cuerpo en movimiento **aumenta** con la velocidad; es decir, **es relativa**, como el tiempo y el espacio. La **masa** de un mismo cuerpo situado sobre la Tierra, por ejemplo, **no es pues la misma** para un observador situado sobre la Tierra y para un observador situado sobre el Sol. […] Así, los campos de fuerzas, como también el espacio, el tiempo y la **masa son relativos**, es decir, dependen de la **hipótesis** que se haga sobre el **movimiento y el reposo**. (Borel, 1943, p. 193-4).

Finalmente, terminamos con estos otros asertos: el filósofo Bertrand Russell (1872-1970) asevera que "*La **masa** es sólo una forma de energía, y no hay razón por qué la **materia** no sería disuelta en otras formas de energía. Es la **energía**, y no la **materia**, la que es fundamental en física*" (Russell, 1948, p. 291). Pero todavía Feynman afirma que

> *La **masa** de un objeto **cambia** en el curso del movimiento, debido a la conservación de la energía. Por la relación que existe entre la masa y la energía, entonces la **energía** asociada al movimiento se manifiesta como una **masa suplementaria**, por consiguiente los objetos son **más pesados** cuando se **mueven**. Por el contario, Newton creía que las **masas** permanecían **constantes***. (Feynman, 1965; 1970, p. 93; 1980, p. 89).

Modernamente se dice, como Planck lo expresó correctamente, que se trata de "*la **identidad** de la **energía** y de la **inercia** de la **masa mecánica***" (Planck, 1922, p. 447). O que "*Un cuerpo en reposo que emite radiación electromagnética debe perder **masa inercial** igual a la cantidad de energía perdida dividida por c* ". "*La **masa en reposo** de un cuerpo debe ser totalmente convertida en otras formas de energías*" (Stachel y Torretti, 1982) mientras otros afirman que "*existe un cambio en la masa del átomo* [emisor de luz] *igual al cambio de su energía dividido por c* " (Jordan, 1982).

El físico Íñiguez Almech resumió, en 1949, con exactitud y fineza lo que realmente es la distinción entre masa en reposo y masa de inercia, (masa e inercia) al afirmar (lo subrayado con bastardillas es de él) en el primer libro serio y moderno sobre la teoría cuántica, escrito en España:

> Esta fórmula [$m = m_o/(1 - v/c)$ (5-2)], […], ya se mida con respecto a un sistema en reposo, o bien respecto a uno en movimiento, nos hace ver que la masa de un punto no debe admitirse, al establecer las ecuaciones de su movimiento, como una constante, sino que debe distinguirse entre dos magnitudes: la *masa* m_o, constante característica de cada punto material, la cual, por ser el valor de *m* para $v = 0$, se denomina *masa en reposo*, y es la que se mide con la balanza, y la cantidad *m* dada por la fórmula (5-2), valor aparente de la masa cuando se trata de medir el efecto producido sobre el punto por una fuerza, y que por ello recibe el nombre de *masa de inercia*. (Íñiguez Almech, 1949).

Los dos significados de "e igual emecedós"

La energía interna E_o de un cuerpo mide la capacidad intrínseca para actuar sobre otros cuerpos, lo caracteriza, es intrínseca, le es propia, es absoluta porque es independiente del referencial, es decir, de la velocidad, y sólo depende de su estructura interna. E_o es el tope mínimo de energía de masa, su cero absoluto, es una constante arbitraria y aditiva de integración valorizada, renormalizada. La energía cinética de un cuerpo mide la capacidad extrínseca de la energía de movimiento a ser comunicada al cuerpo y de éste a otros; depende de la velocidad.

La emblemática y popular fórmula $E = mc$ significa dos cosas bien diferentes según el significado que se dé a "la masa m" como inercia o como masa propia, entonces la fórmula se desdobla así:

1) Si m es la masa inercial $I = I(v)$, entonces E es la energía total variable y tenemos correctamente $E = Ic$, lo que se interpretó originalmente (Einstein) como la inercia de la energía. Así pues, la inercia es variable con la velocidad y se "identifica" con la energía total (salvo el factor c) y su definición es $I = E/c = m_o\gamma$, es decir masa propia e inercia son proporcionales. De manera que, en relatividad, la inercia es el contenido de energía total variable de un cuerpo. Por lo demás, inercia y energía obedecen a la misma transformación: $I = I_o\gamma$, $E = E_o\gamma$ para observadores inercials móviles diferentes; I_o y E_o, como m_o, son las medidas hechas por observadores inmóviles ligados al cuerpo, vale decir, comóviles.
   La inercia es un atributo, una propiedad de la energía. La energía, sin ser idéntica a la materia, comparte con esta la inercia y el peso.

2) Si m es la masa propia o masa material invariante m_o, entonces E es la energía interna invariante E_o y tenemos correctamente $E_o = m_o c$, lo que se interpreta como la energía de masa, y se habla de equivalencia o "identidad" entre la masa propia y la energía interna (omitiendo el factor c). De manera que la masa es el contenido de energía de un cuerpo en reposo. La masa es una forma de energía. A la masa y a la inercia siempre les corresponde una energía. La energía tiene siempre inercia, pero en general no tiene masa. A menudo se dice que toda energía es masa o materia condensada, lo cual es, a toda luz, falso. A la luz de la relatividad, la luz es energía sin masa (¡o con masa cero!) y con inercia.
Einstein ya hizo la diferencia entre E y E_o (§ 7.4). Tenemos: $E = E_o + K = m_o c + m_o c (\gamma - 1) = m_o \gamma c = m_o c / (1 - v/c) = I(v)c$, en armonía con la definición de la inercia o masa de inercia $I = I(v) = m_o \gamma$. Además, en reposo ($\mathbf{p} = \mathbf{0}$), $E = \mathbf{p}\, c + (m_o c)$ implica $E_o = m_o c$.

Así se comprenden los dos significados de E = mc : como inercia-energía y como masa-energía –haciendo caso omiso del factor de conversión de unidades c y sobreentendiendo masa como masa en reposo (masa propia o masa invariante); de ahora en adelante siempre supondremos esto–. Por consiguiente, se aclara la diferencia en relatividad entre la masa material y la masa inercial, vale decir, entre masa e inercia. Esto a su vez implica una diferencia entre $E_o = m_o c$ y E = Ic , a saber, la diferencia entre masa-energía e inercia-energía. En los cambios de referenciales (TL), la masa goza de la invariancia y la inercia de la variancia con la velocidad; por el contrario, en los cambios físicos, la masa no se conserva y la inercia sí se conserva lo mismo que la energía total, esta perseverancia es una ley exacta.

Si un cuerpo está en reposo relativo (v = 0), entonces $\gamma = 1$, K = 0, $E = E_o + K = E_o$; y en el caso de pequeñas velocidades (la perturbación $\beta = v/c \to 0$), la mecánica relativista converge hacia la mecánica clásica, así pues, la masa propia y la inercia en reposo coinciden, se identifican: $I(v = 0) = I_o \equiv m_o$. En tal caso, de la inercia de la energía deducimos directamente la equivalencia de la masa y la energía (la energía tiene inercia **<=>** la masa es energía): $E = I_o c = E_o = m_o c$, vale decir, que de la asociación de la inercia con la energía total se colige la vinculación de la masa propia con la energía interna. Recíprocamente: $E_o = m_o c$ móvil **=>** $E = E_o + K = m_o \gamma c = Ic$.

Unas de las principales consecuencias de la estructura del espaciotiempo son: la diferencia entre la masa y la inercia; la invariancia e inconstancia de la masa propia; la variabilidad de la masa inercial, la inercialidad de la energía, la masificación de la energía y la existencia de un punto cero en la escala absoluta de la energía. E = mc encierra tres cosas: la inercia de la energía, la masa de la energía y el cero absoluto de la energía.

¿La fórmula "e igual emecedós" es identidad o equivalencia numérica masa-energía e inercia-energía?

La TRE hace la diferencia entre masa e inercia: la masa propia, como invariante (escalar absoluto) se asocia con el módulo del 4-impulso p; la componente temporal (escalar relativo) de p se vincula con la inercia. Esto implica una diferencia entre materia y energía: hay diferencia entre equivalencia masa-energía y equivalencia inercia-energía. La física clásica considera que la energía y la masa son dos entes totalmente independientes, que la masa es el soporte de la energía y que esta es extraña a la inercia. En relatividad, masa y energía presentan cierta simetría aunque no son idénticas, ni iguales; son dos conceptos irreductibles, diferentes en definiciones, distintos en dimensiones y diversos en unidades; son equivalentes (salvo a lo sumo un factor constante numérico) y aún si se toman las unidades naturales c = 1, la desigualdad no desaparece; son proporcionales como magnitudes reales, esta proporcionalidad es una relación de equivalencia.

El término equivalencia, sin más, evoca tres cosas: La equivalencia lógica (**<=>**) como sinónimo de identidad, igualdad y condición necesaria y suficiente; la equivalencia relacional (con sus clases modulares y representantes) y la equivalencia numérica o proporcionalidad. Por consiguiente energía y materia son equivalentes matemáticamente, numéricamente y la igualdad o identidad entre ellas, que se les atribuye impropiamente, son el resultado de la reducción desnaturalizadora de la equivalencia señalada. De esta manera se comprenden los términos hiperbólicos de identidad, igualdad, indiscernibilidad, diferentes aspectos de una sola y misma realidad, etc. asociados a la equivalencia masa-energía, que más bien significa intercambiabilidad, reemplazo, transformación y simetría. La masa implica la energía, pero de la energía no se infiere necesariamente la masa –caso de la luz (fotones) y otros luxones que veremos como contraejemplos–. Puesto que la inferencia no va en los dos sentidos, entonces no hay equivalencia lógica entre masa y energía. La energía tiene inercia y masa equivalentes sólo numéricamente. A la metafórica síntesis sinergética materia-energía se le ha llamado *masergía* ("*massergy*", Jammer, 1963, p. 184).

Ya dijimos que la inercia-energía y la masa-energía no son homólogos, más bien corresponden exactamente a dos aspectos muy diferentes de conceptos. La masa es capacidad energética. La energía puede tener capacidad másica. La inercia es capacidad energética. La energía es capacidad inercial. La masa conserva el mismo valor cualquiera que sea la velocidad, el sitio y el momento, lo mismo que el tiempo propio τ, y el factor m/τ. En cambio en relatividad, la masa propia es capacidad energética invariable. La inercia es capacidad energética variable. La energía cinética tiene inercia y ese equivalente inértico se agrega a la inercia de la partícula, no a su masa. Así se comprende, que al aumentar la velocidad de un cuerpo, su energía cinética aumente, su equivalente inértico se adicione, su inercia aumente y comience a disminuir la rapidez de cambio de la velocidad y esta nunca alcance el tope c. Por el contrario, su masa permanece invariable.

Masa y energía no son equivalentes, ni idénticas, ni iguales, ni homólogas, ni sinónimas, son más bien antónimas: mientras la primera es invariante, no conservativa y no aditiva, la segunda es variable, conservativa. Más bien, inercia y energía sí tienen analogías. Al hablar de identidad o equivalencia a menudo se hace caso omiso inexplícito del factor universal c de conversión de unidades, y estas son muy diferentes para la energía y la masa. c no es la velocidad de la luz. c es el equivalente energético de la inercia y de la masa. 1/c es el equivalente universal de todas las energías: es el equivalente inértico de la energía total extrínseca y el equivalente másico de la energía interna intrínseca.

He aquí unos conocidos ejemplos donde la equivalencia numérica no significa que los términos que son proporcionales sean iguales o idénticos, aunque sí sean intercambiables: peso y masa son proporcionales, $P = mg$, y son diferentes. El calor y la entropía están relacionados numéricamente con la temperatura ($Q = CT$, $S = Q/T$) pero no son iguales a ella. La energía está relacionada con la temperatura, la frecuencia, el potencial eléctrico y la velocidad cuadrática ($E = ½kT$, $E = \sigma T^4$, $E = h\nu$, $E = eV$, $E = ½mv$), etc. El trabajo mecánico y el calor son proporcionales, $W = JQ$, y en este caso se habla de equivalente mecánico del calor. Hay también casos como la diferencia de potencial, la fuerza electromotriz y la fuerza contraelectromotriz que tienen la misma unidad de medida (homogéneas) pero son conceptos diferentes.

La masa y la energía como modos pasivos o activos de la masa-energía según las circunstancias

Según la componente masa o energía en la equivalencia masa-energía (masergía) esta se traduce por dos modos de manifestación: activa o pasiva, según sea el aspecto masa o energía –energía interna o energía total, masa propia o inercia– el que tome parte o no en un proceso de transformación energético y prevalezca (Jammer, 1961, p. 189). Esto se ilustra volviendo a la sección precedente: en el caso de la energía cinética (TL), la energía total o inercia es la parte activa predominante de la masa-energía y la masa invariante o conservada es la parte pasiva; en cambio, en los procesos físicos, la masa es la parte activa predominante de la masaergía y la energía o inercia es la parte pasiva.

Así se comprende y justifica perfectamente, que en la física prerrelativista (clásica), la masa y la energía –que están desacopladas, son independientes e irreducibles– sean ambas pasivas (se preserven) en el sentido de obedecer a dos leyes separadas de conservación. Por el contrario, en la física relativista, debido al hecho de existir equivalencia entre masa y energía (acoplamiento, intercambiabilidad), puede presentarse el modo activo o pasivo para cada componente (m-E) y obedecer a una sola ley de conservación.

Veamos tres ejemplos (Jammer, 1961). Primero, en la química, las reacciones (reorganización de electrones) pueden presentar una energía interna pasiva o activa. En las reacciones ordinarias, la energía interna (de los electrones interiores y la intranuclear) es parte del modo pasivo, la masa permanece totalmente pasiva. Pero en las reacciones con altas temperaturas de ionización total, la energía interna de los electrones es parte de la componente activa, la masa todavía permanece pasiva.

Segundo, en la física nuclear, en las reacciones de baja energía (reorganización de nucleones) la energía interna intranuclear (de los nucleones) viene a ser la parte activa de la componente y sus masas propias son el modo pasivo.

Tercero, en la física de partículas elementales, en las reacciones de altas energías (creación y aniquilación de partículas) la energía y la masa se entrelazan y pierden su identidad propia, lo mismo que los modos activo y pasivo. En estos intercambios recíprocos, la partículas pueden transformar sus masas propias en energía totalmente o en parte, y la energía cinética en energía de masa para la creación de partículas.

La luz: el primer motor amásico nunca inmóvil

Después del advenimiento de la TRE y de la teoría cuántica, hubo que esperar hasta 1926 a que el concepto de fotón o cuantón de luz se implantara (Lewis, 1926). Curiosamente la relatividad no necesita de la luz o del PL para ser construida (Poincaré, 1905b, 1905c; Lévy-Leblond, 1976; Mervin, 1984).

Clásicamente, las ondas no transportan materia ni masa, pero sí transportan energía, inercia, impulso lineal y angular. Si la luz se propaga en el vacío, entonces el fotón, como objeto relativista –y cuántico–, tiene las siguientes propiedades sorprendentes y de apariencia paradójica, pero coherentes:

Su velocidad siempre es c; su masa en reposo es invariablemente cero [E /c – (p = E/c) = 0 = m_o c]; su inercia intrínseca I_o es cero y no se necesitaría fuerza newtoniana para acelerar o retardar su movimiento, que perpetuamente es constante y sin posibilidad de reposo; su energía interna intrínseca E_o es cero; su energía total variable E no es nula, es puramente cinética y vale E = K = hν; su inercia o masa inercial es I = E/c = p/c = hν/c 0; tiene un impulso p = Ic = E/c = hν/c; su peso no es cero y vale P = Ig = hνg/c . La "luz", y en general la radiación electromagnética, contribuye a su propia inercia y a la inercia de la materia.

Así se comprende que un cuerpo al perder energía luminosa pierda masa inercial pero no pierda masa propia. La luz transporta inercia, no masa. Más exactamente, transporta inercia relativa, mas no inercia intrínseca. Al pasar de un medio a otro, la luz puede variar de energía y de velocidad pero nunca de masa, la cual sigue siendo estrictamente cero. El estado de movimiento altera la frecuencia, afecta la energía y la inercia de la luz, pero no modifica su velocidad. La luz es energía vibratoria y debe tener inercia, por consiguiente E = Ic = hν y la masa inercial es hν/c = I m_o = 0.

Todos los fotones tienen diferentes energías pero todos tienen la misma masa nula y la misma velocidad c en el **vacío**. De manera que sin ser acelerado o retardado, sin cambiar de velocidad, él puede ganar o perder energía, impulso, inercia y cambiar de color; puede aún cambiar de velocidad en un **medio**, incluso pararse. Al moverse el fotón con la celeridad c tendría una inercia infinita, lo que es inaceptable, salvo si su masa es cero y de esto se infiere que tenga una inercia indeterminada. Si llevamos un fotón al reposo, su inercia sería nula y podría ser acelerado súbitamente hasta la velocidad límite c, lo cual viola la perseverancia del PL, el cual prohíbe la simultaneidad y la instantaneidad absolutas. La

aporía se resuelve si admitimos que el fotón siempre está en movimiento y no se puede inmovilizar. Si la luz conociese el reposo, entonces la luz se alcanzaría a sí misma y habría apuestas de carreras de luz.

La refracción de la luz por un medio gravitatorio

Si el fotón atraviesa un campo de gravitación, entonces su velocidad es variable, se desvía por la gravedad por tener inercia y peso, aunque esta fuerza sea absorbida por la geometría de manera que su trayectoria es una línea geodésica nula en un espaciotiempo cuadridimensional curvado por la presencia de una masa (solar, por ejemplo); la proyección de ese movimiento sobre las secciones espaciales tridimensionales aparece como una trayectoria curva.

Aunque la energía cinética de los "amásicos" fotones sea variable ello no afecta su velocidad omnímoda c, en el vacío. En los medios materiales (transparentes, por ejemplo) la velocidad de la luz es menor que c (la luz no viaja a la velocidad de la luz) y depende del índice de refracción que caracteriza al medio y a su vez está relacionado con el tipo de átomos, su ordenamiento y la frecuencia de la luz. Es notable que desde 1999 se hayan fabricado "medios" artificiales sofisticados donde la velocidad de propagación de la luz disminuye de manera extraordinaria hasta unos metros por segundo o casi se detiene. El fotón ha alcanzado una serie de bajas velocidades: 57 m/s (Boy *et al*. 2003), 17 m/s o sea unos 61 km/h (velocidad de un buen ciclista) (Hau, 1999), menos de 0,5 m/s por Hau y sus colaboradores en 2000; se ha logrado detener un impulso luminoso durante algunos milisegundos (Liu *et al*. 2001; Phillips, 2001; Turukhin, 2002).

La luz, como laboratorio, se presta para ilustrar las relaciones que la TR establece entre masa, inercia, peso, impulso y energía. Desde el punto de vista de la teoría cuántica tenemos que el fotón es un cuantón que se comporta como un corpúsculo o una onda sin ser ni lo uno ni lo otro, ni siquiera ondícula (quimera engendrada de la dualidad onda-partícula). Se conducen como objetos en cantidad discreta y espacialmente continuos. Esto fue sintetizado en el afortunado aforismo de Feynman: "*Todos los fotones y electrones son completamente locos, pero al menos lo son todos de la misma manera*" (Feynman, 1965; 1970, p. 157; 1980, p. 153). En fin, la teoría cuántica no es una mecánica de ondas y partículas unificadas, ni de la una o la otra individualizadas (Martínez-Chavanz, 1985).

Recapitulando, tenemos que la luz no posee masa, ni peso. Ni es onda ni corpúsculo, ni una mezcolanza transexual de ellos ("ondí-culo"). Pero la

luz sí tiene inercia y energía total, pura, cinética y variable según el color. Empero se mueve eternamente con la misma velocidad c, nunca está en reposo, es el primer motor no inmóvil de la creación y es refractada por la gravitación.

Interpretación de los argumentos y resultados de Garavito

Basándonos en las consideraciones precedentes, entonces ahora podemos entender las opciones, interpretaciones y conclusiones que contiene el aporte de Garavito sobre la invariancia y constancia de la masa, tanto material como inercial, y su relación con la energía debidamente contrastadas por la experiencia.

Como la mecánica newtoniana es correcta y exacta en su rango de aplicación específico, no se puede desechar, hay que tomarla como modelo y extenderla a otros dominios, lo que Garavito admite; pero no aceptó que dicha generalización haya que lograrla a través de adaptaciones y cambios radicales en conceptos y definiciones alejados de su sentido original.

Conclusiones masivas

El lenguaje elíptico y subliminal, el léxico ambiguo, la terminología ambivalente y anfibológica, y la semántica homológica –que rodea a los conceptos específicos de masa, inercia, energía, equivalencia, identidad, transformación e intercambio– vinculados a la relatividad de Einstein, tuvimos que desglosarlos y discriminarlos del contexto asociado a la relatividad de Galileo-Newton. Sólo así se puede analizar a fondo y comprender cabalmente los argumentos que Garavito elaboró para recusar la "masa variable" y la inercia variable.

La teoría de la relatividad establece una diferencia categórica entre la masa material y la masa inercial, es decir, entre masa propia e inercia, lo contrario de la teoría clásica, que las identifica. En relatividad, la masa permanece invariable con la velocidad del referencial donde se mide, vale decir, es invariante por transformaciones de Lorentz (TL), es constante cinemáticamente, pero no cinéticamente. Por el contario, la inercia es variable con la velocidad donde se mide pero se conserva, otra manera de decir es que la inercia es relativa y cambia con las TL pero se conserva como la energía total. No hay relatividad de la masa, por consiguiente no existe masa relativa; la masa es absoluta con respecto al movimiento uniforme, intrínseca y característica del cuerpo. Existe relatividad y conservación de la inercia. No existe relatividad ni conservación de la masa propia. La masa es proporcional a la energía interna: $m = E_o/c$; también está relacionada con la energía total y el impulso. La inercia es, por un lado, proporcional a

la masa propia y, por otro lado, a la energía total: $I = m_o\gamma$, $I = E/c$. Por eso todo cuerpo tiene una sola clase de masa (propia, invariante o en reposo) que debe notarse m y no m_o –aunque si se usa esta última notación es para poner énfasis en que su medida únicamente tiene sentido en reposo, en su referencial comóvil–. No existe masa aparente o relativa m(v), ni masa relativista m_r, ni masa en movimiento, ni relatividad de la masa. Por el contrario, sí existe inercia I(v) relativa, relativista o relatividad de la inercia.

Para resumir, es como si el concepto de "masainercia", que forma un objeto único, identitario, un nivel degenerado en el campo clásico, se desdoblara en el campo relativista; al levantarse el degeneramiento de ese nivel conceptual, la masa y la inercia quedan disociadas con sus respectivas energías asociadas, de tal manera que resulta: la inercia-energía total y la masa-energía interna. Estas son las componentes relativistas de "e igual emecedós", la bipolaridad: "masergía" e "inercenergía", más prosaicamente: la equivalencia entre la masa y la energía y entre la inercia y la energía.

Es más importante hablar de energía e impulso, que se conservan, pero no de la masa que no se conserva. La energía E y el impulso **p** se conservan porque existe la simetría de la homogeneidad y uniformidad del espacio y el tiempo, respectivamente; pero paradójicamente, por existir la simetría del espaciotiempo varían de un referencial a otro referencial lorentziano (referenciales conectados por TL). Empero, no existe ninguna simetría relativista para conservar la masa. Sí existe, en cambio, una simetría (TL) para preservar la invariabilidad de la masa. La masa es un escalar de Lorentz, es decir un número cuántico. Por eso algunos autores prefieren trabajar con la energía (E ó E_o) o el 4-impulso p que privilegiar la masa (Okun, 2007). Masa, inercia, energía e impulso están asociados funcionalmente aunque no se identifiquen.

Recapitulando tenemos que en relatividad: la masa debe medirse por $m_o = (E/c - \mathbf{p})/c = (p/c)$, de aquí que sea un escalar o invariante relativista por provenir del módulo o norma del cuadrivector energía-impulso p. La masa se mide por E_o/c y no por E/c . Es la inercia la que se mide por E/c .

Cuando preguntamos desprevenidamente ¿hay equivalencia entre masa y energía? La respuesta es no y sí. En este sentido: No existe una vaga equivalencia "masa-energía": $E \quad mc$. Sí existe equivalencia inercia-energía: $E = Ic$. Sí existe equivalencia de la masa propia m_o y la energía interna E_o (propia o en reposo): $E_o = m_oc$. La energía se comporta como

la materia porque tiene necesariamente inercia y peso, y contingentemente masa.

He aquí un resumen, según la teoría de la relatividad einsteiniana, de la masa y la inercia; ya dijimos que estas son idénticas según la relatividad galileo-newtoniana:

En la TR	invariante	conservativa	relativa	aditiva
masa	sí	no	no	no
inercia	no	sí	sí	sí
energía total	no	sí	sí	sí

Paralelo entre la materia y la luz:

posee:	masa, inercia	peso, energía	ondulatoriedad	corpuscularidad
materia	sí sí	sí sí, mezcla	sí	sí
luz	no sí	sí sí, pura	sí	sí

es:	móvil	refractable
materia	sí, contingente	sí
luz	sí absolutamente	sí

Esquematicemos la identidad entre la masa y la inercia en MC (Mecánica Clásica), y el desdoblamiento de la masa y la inercia en MR (Mecánica Relativista), como también de la masa-energía y la inercia-energía:

Identificación

masa-inercia
(materia clásica) => $m \equiv I$
$(\gamma(v) =\approx 1)$

Diferenciación

masa: $m_o = E_o/c^2$ (masa-energía), particular

masa e inercia
(materia relativista)
$(\gamma(v) \neq 1)$

inercia: $I = E/c^2$ (inercia-energía), general

La identificación ($m_o \equiv I_o$) de m I se obtiene cuando v = 0 ó v << c, es decir ($\gamma(v) = 1$) garantiza la convergencia: MR → MC. De $I = E/c = E_o/c + K/c = I_o + K/c$ tenemos $E = E_o + K = m_oc + m_oc(\gamma - 1) = m_o\gamma c = I(v)c$, donde hemos usado la definición de masa inercial o inercia $I(v) \equiv m_o\gamma$.

El desdoblamiento de "e igual emecedós" luce así:

$$\nearrow 0 < v < c: \Rightarrow E = Ic^2 \text{ (inercia-energía), general}$$

$$E = mc^2$$

$$\searrow v = 0: \Rightarrow E_o = m_oc^2 \text{ (masa-energía), particular}$$

Así como "E = mc " contiene dos interpretaciones diferentes, "$m(v) = m_o\gamma$" contiene dos interpretaciones coincidentes: 1) como energía total (omitiendo c), no invariante que se conserva y es la cuarta componente del 4-vector impulso-energía p = (**p**, E/c) o impulso-"masa" (**p**, $m_o\gamma c$), inapropiado; 2) como inercia variable (o masa de inercia), que se conserva y es la cuarta componente del 4-vector impulso-inercia (**p**, Ic), inusitado. La inercia depende de v y del ángulo de esta con la fuerza aplicada. Estas dos interpretaciones de $m_o\gamma$, como E é I, concuerdan gracias a la relación E = Ic o equivalencia inercia-energía (primera interpretación de E = mc). Resumamos:

$$\text{no es masa variable sino energía total variable:}$$

$$\nearrow m(v) \quad m_o\gamma \Rightarrow E/c = m_o\gamma c \rightarrow (\mathbf{p}, E/c)$$

$$m_o\gamma = m_o/(1 - v^2/c^2$$

$$\searrow \text{es inercia variable: } I(v) = m_o\gamma \Rightarrow E/c = Ic \rightarrow (\mathbf{p}, Ic)$$

De igual manera, "m_o" contiene dos interpretaciones coincidentes: 1) como energía interna (omitiendo c), invariante que se conserva y es la cuarta componente del 4-vector impulso-energía (**0**, E_o/c) o impulso-masa (**0**, m_oc), apropiado pero inusual; 2) como inercia invariante (o invariable), que se conserva y es la cuarta componente del 4-vector impulso-inercia (**0**, I_oc), inusitado. Estas dos interpretaciones de m_o, como E_o é I_o, concuerdan gracias a las relaciones $m_o \equiv I_o$ ($\gamma(v = 0) = 1$) y $E_o = m_oc \equiv I_oc$ o equivalencia masa-energía (segunda interpretación de E = mc , o energía de masa). Resumamos:

es masa invariable, energía interna:
$m_o \Rightarrow E_o/c = m_o c \rightarrow (\mathbf{0}, E_o/c)$

$(\gamma\ (v = 0) = 1)\ m_o$

es inercia invariable: $I_o \equiv m_o \Rightarrow E_o/c = I_o c \rightarrow (\mathbf{0}, I_o c)$

Los dos cuadros sinópticos siguientes, adaptados de (Lévy-Leblond, 1979, 2006), correlacionan la masa, inercia y energía, e ilustran el hecho de que, en relatividad, la inercia se **vincula** con la energía total, y se **identifica** con la impropiamente llamada masa relativa, esto es, la inercia variable o relatividad de la inercia:

	MC	
inercia	=	masa
↕ MR		↕ MR
energía total	=	energía interna + energía cinética

Sinopsis para la masa, inercia y energía en MC y MR:

MC: masa $\equiv$ inercia $\neq$ energía
MR: masa $\neq$ inercia $\equiv$ energía total (con c^2), general
masa $\equiv$ energía interna (con c^2), particular

La relatividad establece una estricta equivalencia numérica entre masa (materia) y energía (salvo un factor c de conversión de unidades), pero no una equivalencia lógica, es decir, ni igualdad ni identidad conceptual. Así c sería el equivalente energético de la masa y de la inercia y 1/c el equivalente másico e inértico de la energía.

La rigurosa diferencia relativista entre masa e inercia implica un doble aspecto en la ecuación general "e igual emecedós", la cual contiene mucho más de lo que su apariencia mítica, banal y popular da a entender como supuesta verdad teórica perogrullesca: esta ecuación significa esencialmente dos cosas que coexisten diferentemente y que son la masa y la inercia. Vale decir, primero, existe equivalencia numérica entre la masa y la energía interna. Segundo, existe equivalencia numérica entre la inercia y la energía total. Otro modo de decirlo es que la energía tiene un doble equivalente: inértico y másico, donde el primero es una generalización del segundo. Otra manera de expresarlo aserta que la inercia de la energía implica la energía de masa: $E = Ic = m_o \gamma c \Rightarrow E_o = m_o c$, ya que para

el estado de reposo $\gamma = 1$ y es en este único estado en que $m_o \equiv I_o$ (caso clásico, pero con mayor razón para $\gamma \gg 1$, donde la relatividad converge al límite clásico). En otras palabras, la energía total de inercia E se reduce, en el reposo, a la energía interna de masa E_o; por consiguiente, la inercia I, consubstancial de E, se reduce a la inercia en reposo I_o la cual ahora luce como masa m_o, las cuales se identifican canónicamente, como lo admite la mecánica clásica.

La masa no es constante en el tiempo, ni aditiva y varía con el aporte energético de los procesos físicos. Por el contrario, en los procesos de cambios de referenciales (TL) la masa no es la que varía sino la inercia y es erróneo pensar que el equivalente másico de la energía cinética de un móvil debe aumentarse a su masa, es el equivalente inértico de la energía cinética la que debe aumentarse a la inercia, no a la masa.

Una energía no corresponde forzosamente a materia o masa como soporte. En cambio, a toda energía sí corresponde una inercia. Y este es el caso emblemático de la luz y otros luxones (gluones, gravitones y neutrinos amásicos) que exhiben propiedades con apariencia asertórica: nunca está en reposo por moverse siempre con la velocidad absoluta c respecto al vacío, a nada –valgan los oxímoron–. Por eso la luz (o fotón) tiene masa propia m_o, la cual vale rigurosamente cero; posee energía total sólo puramente cinética [a pesar de que $m_o = 0$ y $E = m_o\gamma c^2 = 0/0$ = indeterminado]. Todos los fotones tienen la misma velocidad, pero energías y colores diferentes; poseen masa inercial o inercia [a pesar de que $m_o = 0$ é $I(v = c) = m_o\gamma = 0/0$ = indeterminado], tienen masa gravitacional (idéntica a su masa inercial no nula); poseen peso; sufren la acción de la gravitación y su deflexión; y, finalmente, disfrutan tanto de momento lineal como angular y de helicidad sin soporte material. Otra forma de decirlo asevera que la luz es de naturaleza vectorial y pseudovectorial.

La problemática de la masa, la inercia y la energía ha tenido otros desarrollos interesantes que merecen consultarse; aún, una encuesta sobre la masa fue realizada por Lev Borisovich Okun. Para más detalles ver (Kantor, 1954; Adler, 1987; Bondi y Spurgin, 1987; Okun, 1968 a 2008b; Rindler, 1990; Sandin, 1991; Khrapko, 2000; Brown, 2002; Thomas, 2005).

CONCLUSIONES GENERALES

Como vimos, la dinámica del electrón con masa inercial variable revestía una prioridad fundamental para la veracidad y aceptación de la relatividad, y más exactamente, para la dinámica newtoniana frente a la nueva dinámica no newtoniana propuesta por Poincaré y Einstein; y este aspecto no escapó a la preocupación investigativa de Garavito, aunque él, de la teoría dinámica relativista del electrón, sólo examinó su aspecto inercial variable, que se derivaba de las teorías de Lorentz y de Einstein, corroboradas por la experiencia desde 1906. La confusión que reinaba en la época sobre ese aspecto era importante y Garavito no se equivocó en emitir su propio concepto, aunque clásico. Todavía en vida, 1917, Garavito pudo tener la oportunidad de ver el desenlace experimental definitivo y comprobar que se había equivocado. Es la constante estructural c la que implica que la inercia aumente indefinidamente y esto evita que el cuerpo incremente su velocidad sin límites, y sólo se acerque asintóticamente a c.

Mostramos la importancia que despertó el concepto de masa y la atención particular que los físicos, tanto teóricos como experimentales, le dedicaron. Garavito, en su derecho de lector crítico que era, buscó una alternativa newtoniana a la interpretación desnewtonizada de las experiencias de Kaufmann y Bucherer y su explicación einsteiniana. Su lectura literal newtoniana lo condujo a debatir y polemizar en el marco de la controversia experimental y las alternativas teóricas.

Para Newton la masa (cantidad de materia estática) no debe ser idéntica de manera evidente a la inercia (cantidad de resistencia dinámica), esa identificación canónica y universal es fortuita y aproximada. En general, la masa material, la masa inercial y la masa gravitacional son magnitudes proporcionales pero que se vuelven iguales si se escoge un sistema adecuado de unidades. De aquí su identificación clásica. Para Einstein hay una diferenciación fundamental que no es accidental. El que la masa sea, de manera cualitativa, proporcional a la inercia no es una coincidencia fortuita evidente, el que sean idénticas sí parece forzado y accidental debido a la escogencia de unidades convencionales, cómodas y contingentes.

La diferencia relativista entre la masa y la inercia [$I - m_o = m_o\gamma - m_o = m_o(\gamma - 1)$] estriba en sus diferencias energéticas asociadas [$Ic - m_oc = E - E_o = K$]. De estas dos relaciones se concluye que, por un lado, la diferencia entre la masa y la inercia se debe al término correctivo $\beta = v/c$ en la serie perturbativa de potencias de γ, [$\gamma(v) = 1/(1 - v/c) = 1 + \frac{1}{2} v/$

$c + \frac{3}{8} (v/c) + ...]$. Por otro lado, dicha diferencia se atribuye a la energía **interna** de **masa** (o en reposo) E_o o nivel de punto cero ($v = 0$) (ver págs. 163-4, 203-4 y 204), que debe añadirse a la energía cinética K para obtener la energía **total** de **inercia** E [$E = E_o + K = m_oc + m_oc(\gamma - 1) = m_o\gamma c = Ic$]. En resumen, del teorema de la inercia de la energía se deduce como corolario la equivalencia de la masa-energía. Es decir, la fórmula general de la inerciabilidad de la energía ($E = Ic$) contiene el caso particular de la materialidad de la energía ($E = mc$).

Si dentro de la relatividad no se hiciera la correcta distinción entre masa invariante, inercia variable, energía interna propia, energía total e inercia de la energía, donde estos términos cambian totalmente de contenido conceptual y adquieren nuevas acepciones, nunca se comprendería cabalmente el hecho de que la luz en el vacío, como objeto típicamente relativista –y modélico cuántico mucho más desconcertante, que no tratamos aquí– sea tal que todos los fotones tengan siempre la misma velocidad c absoluta, nunca estén en reposo, no puedan ser acelerados ni retardados; posean la misma masa invariante nula, la energía interna e intrínseca nula, el peso no nulo, no tengan soporte material ordinario (másico); que la energía total extrínseca de cada uno sea puramente cinética (¡con masa cero!), diferente para cada fotón según su frecuencia, transferible y varíe (ganen o pierdan sin influenciar su velocidad siempre la misma: c) según la frecuencia, y su inercia concomitante sea variable. Para terminar, los fotones tienen momento lineal variable y un momento angular intrínseco, una frecuencia intrínseca y un tiempo propio. "*La luz con el tiempo por dentro*" decía poéticamente el escritor Juan Ramón Jiménez.

Expusimos las preocupaciones de Garavito por consolidar el concepto clásico de masa frente a las propuestas relativistas y los esfuerzos que desplegó para dar una interpretación clásica –y diferente a la admitida por la física no newtoniana, relativista– de los resultados experimentales que, a primeras, favorecían una nueva ley no clásica, y más general, para los conceptos teóricos de masa, inercia, energía cinética y energía total. Los métodos conservadores de Garavito reflejaban su posición exclusivamente newtoniana. A esta opción epistemológica, un antirrelativismo consecuente, hay que añadir un obstáculo lingüístico: el hecho de que las nuevas concepciones relativistas, a pesar de no coincidir con las newtonianas, utilizaban las mismas palabras, pero con sentido diferente y esto no favoreció la asimilación de la TRE por parte de Garavito y muchos de sus contemporáneos.

Diferenciamos el doble papel jugado por la masa y por la relación masa-energía que la TRE impone. El papel de la energía interna invariante E_o es de servir de punto cero u origen de la energía de un cuerpo, entonces ahora sí se puede distinguir sin ambigüedad una masa comóvil "*verdadera*" de una masa móvil "*aparente*" y comprender que: en los cambios de referenciales (TL, puntos de vista) se modifica la energía, pero no la masa. En los cambios físicos (procesos) se modifica la masa, pero no la energía total.

Las anfibologías, ambivalencias y equívocos, que ocurren en la relatividad con relación a la masa, inercia y energía, los podemos clasificar en:

1) Sinécdoques o tropos donde se toma cuantitativamente energía por "masa relativa", la masa variable y la energía cinética se suma a la masa.
2) Metonimias o tropos donde se toma cualitativamente equivalencia, asociación y vinculación por identidad e igualdad; masa por inercia, masa por energía, inercia por energía, inercia por "masa relativa", la masa o materia se transforma o se intercambia en energía (la cinética de TL no, sí la de transformaciones físicas).
3) Abusos de lenguaje son en realidad todos los tropos cualitativos anteriores.
4) Elipsis: el hecho de siempre omitir el factor c ó $1/c$, hablar escuetamente de "la masa" y confundirla con la masa inercial o inercia, no especificar cuando se trata de transformaciones de Lorentz y procesos físicos.
5) Abusos de notación: m_o, m_r, $m(v)$.

Para terminar señalemos que en la teoría cuántica también abundan abusos de lenguaje cuando se habla de dualismo onda-corpúsculo, onda de materia, función de onda, trayectoria, incertidumbre, etc. (Martínez-Chavanz, 1985).

A esta ambivalencia terminológica –que no trajo claridad para Garavito y para muchos físicos– le atribuyo un efecto negativo en la inteligibilidad de la relatividad y pudo haber influido en la persistencia clasicista de Garavito. Inferimos que esta situación no favoreció al análisis e interpretación que Garavito hizo de los resultados experimentales que corroboraron claramente una de las previsiones capitales de la relatividad: la variación de la inercia con la velocidad. Más bien reforzó su actitud de antemano hostil hacia la relatividad.

El ejemplo de Garavito nos muestra cómo un término, ya de por sí ambiguo, incorrectamente interpretado y mal comprendido puede inducir a desaciertos y a desechar toda una teoría coherente lógicamente, pero con deficiencias de lenguaje patentes.

Sobre la mencionada ambivalencia lingüística, de dos cargas semánticas diferentes para un mismo término, mucho se ha escrito en la actualidad. Hay que deshacer para desaprender la rutina y desenseñar lo incorrecto. Esto lo ilustra el hecho que en el vacío, la luz siempre se mueve con la velocidad de la luz si, y solamente si, el fotón tiene masa nula. Desde los tiempos de Newton, la masa es y sigue siendo un concepto sin clarificación, sin explicación satisfactoria y sin descripción definitiva. Vimos la solución que se le ha dado en mecánica clásica, en electrodinámica clásica y en mecánica relativista. Otras tentativas han sido desarrolladas en las teorías modernas de la relatividad general, la mecánica cuántica, la electrodinámica cuántica y las interacciones calibradas de las partículas elementales. El problema permanece abierto.

Finalmente, los conceptos de masa inercial variable e inercia de la energía recibieron confirmación experimental y a través de ellos la TRE. Así quedaron fortalecidas las consecuencias empíricas de la TRE, y su reconocimiento y aceptación no dejaron dudas. Prueba de ello es que al primer tratado que se publicó en 1911 (Laue, 1911) le siguieron otros que trataban de la relatividad o contenían capítulos dedicados a ella (Abraham, 1905; Planck, 1909; Poincaré, 1909, 1912b; Blumenthal, 1913; Silberstein, 1914; Cunningham, 1914; Weyl, 1918; Becquerel 1922a, 1922b; Langevin, 1922; Tolman, 1934, Bergmann, 1950), y libros de divulgación de alta calidad (Einstein, 1917; Barnett, 1951; Taylor y Wheeler, 1963). Entre los autores de libros famosos que no reseñamos están: Eddington (1918, 1923), Born (1920) y Pauli (1921).

Bibliografía

Abreviaturas

Ame. Jour. Phys. = American Journal Physics.

Ana. Ing. = Anales de Ingeniería (Bogotá).

Anna. Phys. = Annalen der Physik.

Arch. néerl. sci. = Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles.

Arch. sci. phy. nat. = Archives des sciences physiques et naturelles.

Bull. sci. mathé. = Bulletin des sciences mathématiques.

Bull. Union Phys. = Bulletin de l'Union des Physiciens (París).

cuad. = cuadernos numerados de notas de Garavito, son 43 y se conservan en el Observatorio Astronómico Nacional de Colombia, Bogotá.

C. R. Acad. Sc. París = Comptes Rendus de l'Académie des sciences de París.

Eur. Jour. Phys. = European Journal of Physics.

Göttingen Nachr. = Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-Physikalische Klasse.

Jour. Phys. = Journal de Physique (París).

OCE = Œuvres Choisies d'Einstein.

CPE = Collected Papers of Albert Einstein.

OSE = Opere scelte di Einstein.

Phil. Mag. = Philosophical Magazine.

Phys. Rev. Lett. = Physical Review Letters.

Phys. Zeits. = Physikalische Zeitschrift.

Proc. Roy. Acad. of Amsterdam = Proceedings Royal Academy of Amsterdam.

Rev. Acad. Col. Cienc. = Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (Bogotá).

Sitzung. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. = Sitzungsberichte der Königlich Preussiche Akademie der Wissenschaften (Berlin).

Verhandl. Deuts. Phys. Ges. = Verhandlungen der Deutschen Physikalische Gesellschaft.

Versl. Kon. Akad. v. Wet. (Amsterdam) = Verslagen Koninklijke Akademie van Wetenschappen (Amsterdam).

Zeits. für Phys. = Zeitschrift für Physik.

Abraham, Henri y Langevin, Paul (1905): *Les quantités élémentaires d'électricité: ions, électrons, corpuscules*. 2 vols. Gauthier-Villars, París, 1905. Contiene numerosas traducciones francesas de artículos en alemán e inglés.

Abraham, Max (1902a): Die Dynamik des Elektrons. Göttingen Nachr. (1902) 20-41.

_____ (1902b): Prinzipien der Dynamik des Elektrons. Phys. Zeits. 4 (1902) 57-62.

_____ (1903): Prinzipien der Dynamik des Elektrons. Anna. Phys. 10 (1903) 105-179. Traducido al francés en (Abraham y Langevin, 1905, p. 1-48), sólo hasta la página 159; falta de 159 hasta la 179 (§§ 10, 11, 12).

_____ (1905): *Theorie der Elekticität: Elektromagnetische Theorie der strahlung*. 2 tomos. Teubner, Leipzig, 1905, 1908.

_____ (1914a): Die neue Mechanik. Scientia 15 (1914) 8. En francés: La nouvelle mécanique. Scientia 15 (1914) Supplément 10-29.

_____ (1914b): Sur le problème de la relativité. Scientia 16 (1914) 101.

Adler, C. G. (1987): Does mass really depend on velocity, dad? Ame. Jour. Phys. 55 (1987) 739.

Álvarez Lleras, Jorge (1915): Escritos del Dr. Julio Garavito A. Importante informe. Ana. Ing. 23 (1915) 89.

_____ (1920a): Julio Garavito (Ensayo biográfico y literario). Ana. Ing. 27 (1920) 376; Rev. Acad. Col. Cienc. 2 (1938) 313.

_____ (1920b): Discurso pronunciado en el Cementerio. Ana. Ing. 27 (1920) 420.

_____ (1926): El doctor J. Garavito y las teorías eléctricas modernas. Crítica a la hipótesis de los electrones. Ana. Ing. 34 (1926) 230.

_____ (1938): Los fundamentos del electromagnetismo y las teorías eléctricas modernas. Rev. Acad. Col. Cienc. 2 (1938) 104.

Antippa, Adel F. (1976): Inertia of energy and the liberated photon. Ame. Jour. Phys. 44 (1976) 841.

Arzéliès, Henri (1966): *Rayonnement et dynamique du corpuscule chargé fortement accéléré*. Gauthier-Villars, París, 1966.

Aston, Francis W. (1933): *Mass Spectra and Isotopes*. London, 1933.

Baierlein, R. (1991): Teaching E = mc . Physics Teacher 29 (1991) 171.

Balivar, Françoise; Lévy-Leblond, Jean-Marc y Lehoucq, Roland (2005): *Qu'est-ce que la matière?* Editions Le Pommier, París, 2005.

Barnett, Lincoln (1951): *Einstein et l'Univers*. Con prefacio de Einstein. Gallimard, París, 1951. Original *The Universe and Dr. Einstein*. Existe traducción al español: *Einstein y el Universo*. Fondo de cultura económica, México, 1957.

Becquerel, Jean (1922a): *Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein et de sa généralisation*. Payot, París, 1922.

_____ (1922b): *Le principe de relativité et la théorie de la gravitation*. Gauthier-Villars, París, 1922.

Bergmann, Peter Gabriel (1950): *Introduction to the relativity*. Prentice-Hall, New York, 1950.

Bestelmeyer, A. (1907): Anna. Phys. 22 (1907) 429.

_____ (1909): Bemerkungen zu der Abhandlung Herrn A. H. Bucherers "Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips". Anna. Phys. 30 (1909) 166.

_____ (1910): Erwiderung auf die Antwort des Herrn A. H. Bucherer. Anna. Phys. 32 (1910) 231.

Blumenthal, Otto (1913): *Das Relativitätsprinzip*. Teubner, Leipzig, 1913. 4ª edición en 1922. En inglés (Lorentz, Einstein, etc., 1923). Reproduce los artículos de Michelson, Lorentz, Einstein, Minkowski y Weyl. Poincaré no figura en ninguna de sus ediciones o traducciones, aunque sus contribuciones fundamentales a la relatividad se sitúan entre las de Lorentz (Lorentz, 1895, 1904) y la de Einstein (Einstein, 1905a).

Bondi, Hermann y Spurgin, C. B. (1987): Energy has mass. A common misunderstanding is re-examined. Physics Bulletin 38 (1987) 125-128.

Borel, Émile (1943): *L'évolution de la mécanique*. Flammarion, París, 1943.

Bosscha, Johannes (edit.) (1900): *Recueil de travaux offerts par les auteurs à H. A. Lorentz, professeur de physique à l'université de Leyden, à l'occasion du 25ème anniversaire de son doctorat le 11 décembre 1900.* (*Lorentzfestschrift).* Martinus Nijhoff, The Hague, 1900. También en Arch. néerl. sci. 5 (1900).

Boy, Robert *et al*. (2003): Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 113603.

Brown, Peter M. (2002): On the concept of mass in relativity. 786-C Washington Street, Haverhill, MA 01832. Preprint 2002.

Bucherer, Alfred (1904): *Mathematische Einführung in di Elektronentheorie*. Teubner, Leipzig, 1904; p. 57-58.

_____ (1905): Das deformierte Elektron und die theorie des Elektromagnetismus. Phys. Zeit. 6 (1905) 833.

_____ (1908): Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie. Trabajo presentado en el congreso de Deutscher Naturforscher und Ärzte en Colonia el 22 de Septiembre de 1908. Phys. Zeits. 9 (1908) 755; Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 6 (1908) 688.

_____ (1909a): Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips. Anna. Phys. 28 (1909) 513-536.

_____ (1909b): Nachtrag zu meiner Arbeit: "Bestätigung des Relativitätsprinzips". Anna. Phys. 29

(1909) 1063. Una sola página.

_____ (1909c): Antwort auf die Kritik des Hrn. E. Bestielmeyer bezüglich meiner experimentellen Bestätigung des Relativitätsprinzips. Anna. Phys. 30 (1909) 373, 974.

Bull. (1974): Bull. Union Phys. n 569 (1974) 263.

Cabrera, Blas (1923): *Principio de relatividad. Sus fundamentos experimentales y filosóficos y su evolución*

histórica. Publicaciones de la Residencia de estudiantes, Madrid, 1923.

Carmeli, Moshe editor (2008): *Relativity: Modern Large-scale Spacetime Structure of the Cosmos*. World Scientific, Singapore, 2008.

Comstock, Daniel F. (1908): The relation of mass to energy. Phil. Mag. 15 (1908) 1-21.

Conway, Arthur William (1907): Electromagnetic Mass. Scientific Transactions of the Royal Dublin Society 9 (1907) 51.

Cunningham, Ebenezer (1914): *The Principles of Relativity*. Cambridge University Press, Cambridge, 1914. Uno de los tres primeros textos de relatividad publicados en Inglaterra (los otros fueron de Ludwik Silberstein y Alfred Arthur Robb).

Cushing, James T. (1981): Electromagnetic mass, relativity, and the Kaufmann experiments. Ame. Jour. Phys. 49 (1981) 1133.

Cuvaj, Camillo (1968): Henri Poincaré's Mathematical Contributions to Relativity and the Poincaré Stresses. Ame. Jour. Phys. 36 (1968) 1102.

Dirac, Paul Adrien Maurice (1928): The Quantum Theory of the Electron. Proceedings of the Royal Society of London 117 (1928) 610; 118 (1928) 351. Ver (Dirac, 1995).

_____ (1933a): Théorie des positrons. *7ème Conseil de Physique de l'Institut International de Physique Solvay*, 1933. Gauthier-Villars, París, 1934. Ver (Dirac, 1995).

_____ (1933b): Theory of the electrons and positrons. Nobel Lecture. Ver (Dirac, 1995, p. 761).

_____ (1995): *Collected Works of P. A. M. Dirac1924-1948*. Ed. by R. H. Dalitz, Cambridge Univ. Press, 1995.

Einstein, Albert (1905a): Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Anna. Phys. (4) 17 (1905) 891. Su primer artículo sobre la relatividad, recibido en la revista a finales de junio de 1905, y publicado el 26 de septiembre de 1905. Compilado en (Blumenthal, 1913). Compilación en inglés (Lorentz, Einstein, etc., 1923) y en (Kilmister, 1970). Traducción francesa (Einstein, 1925); también en (Einstein, 1972). Traducción española en (Einstein, 1950b). Otras traducciones en inglés, italiano y francés en *CPE*,

OSE y *OCE*, (Einstein, 1987-2006; 1988; 1989-1993). También en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1905b): Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? (¿Depende la inercia de un cuerpo de su energía?). Anna. Phys. 18 (1905) 639. Compilado en (Blumenthal, 1913), en inglés (Lorentz, Einstein, etc., 1923), en francés (Einstein, 1925; 1972), en español (Einstein, 1950b). También en *CPE*, *OSE*, *OCE* (Einstein, 1987-2006; 1988; 1989-1993) y en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1905c): Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. Anna. Phys. 17 (1905) 132. En inglés: Concerning an heuristic point of the view toward the emission and transformation of light, Ame. J. Phys. 33 (1965) 367. On a Heuristic Point of View about the Creation and Conversion of Light, en D. ter Haar: *The old Quantum Theory*. Pergamon, New York, 1967. También en inglés, italiano y francés en *CPE*, *OSE*, *OCE* (Einstein, 1987- 2006; 1988; 1989-1993).

_____ (1906a): Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunkts bewegung und die Trägheit der Energie (El principio de la conservación del movimiento del centro de gravedad y la inercia de la energía). Anna. Phys. 20 (1906) 627. En *CPE* 2, *OCE* 2, (Einstein, 1987-2006; Einstein, 1989-1993) y

en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1906b): Über eine Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der transversalen und logitudinalen Masse des Elektrons (Método para la determinación de la relación de la masa transversal y longitudinal del electrón). Anna. Phys. 21 (1906) 583. En *CPE* 2, (Einstein, 1987-2006) y en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1907a): Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie (Sobre la inercia de la energía exigida por el principio de relatividad). Anna. Phys. 23 (1907) 371. Recibido en mayo 1907, publicado el 13 jun. 1907. También en *CPE 2*, (Einstein, 1987-2006) y *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1907b): Über das relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen (Sobre el principio de relatividad y las consecuencias que se derivan de él). Jahrbuch der Radioaktivität und Electronik 4 (1907) 411-462. Recibido el 4 dic. 1907, publicado el 22 ene. 1908. Aquí Einstein se refiere, por la segunda vez, tres veces a la "*Relativitätstheorie*". En inglés: "Einstein's comprehensive 1907 essay on relativity" part I, II y III en Ame. J. Phys. 45 (1977) 512, 811, 899. En francés: "Du principe de relativité et des conséquences tirées de celui-ci", en *OCE* 2 (Einstein, 1989-1993). También en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006) y en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1909a): Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems (El presente estatus del problema de la radiación). Phys. Zeits. 10 (1909) 185. Traducción francesa: Exposé des idées actuelles sur la théorie de la lumière. Annales de la Fondation Louis de Broglie 4 n 2 (1979) 151; ver *CPE* 2 y *OSE* (Einstein, 1987-2006, 1988) y *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés).

_____ (1909b): Über die Entwickelung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung (La evolución de nuestras concepciones sobre la naturaleza y la constitución de la radiación). Conferencia dada en Salzburgo el 21 de septiembre de 1909. Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 11 (1909) 482. También en Phys. Zeits. 10 (1909) 817; en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006); en *CPE* 2 (Einstein, 1987-2006, en inglés) y en francés *OCE*-1 (Einstein, 1989-1993).

_____ (1910): Le principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne. Arch. sci. phy. nat. 29 (4) (1910) 5, 125. El original está en francés, ver *CPE 3*, (Einstein, 1987-2006). Traducción en inglés: The Principle of Relativity and Its Consequences in Modern Physics. *CPE* 3, (Einstein, 1987-2006, en inglés). Aquí, por la primera vez, Einstein usa el nombre de TL, pero ya Poincaré había acuñado esa expresión, cinco años antes, (Poincaré, 1905b, 1905c). Einstein nunca citará estos dos trabajos de Poincaré.

_____ (1911): Die Relativitäts-Theorie. Conferencia (enero de 1911) en Zurich. Reunión de la Naturforschende Gesellschaft in Zurich. Vierteljahrsschrift 56 (1911) 1. Sigió una interesante discusión en vol. 4 de Vierteljahrsschrift 56 (1911) II-IX. Ver en *CPE* 3, (Einstein, 1987-2006) y en *CPE* 3, (Einstein, 1987-2006, en inglés). Ver Meitner Lise: A. Einstein: Die Relativitätstheorie. Naturwissenschaftliche Rundschau 27 (1912) 285. Es primera vez que Einstein pone el nombre de teoría de la relatividad en un artículo suyo.

_____ (1914): Zum Relativitätsproblem. Scientia (Revista Internacional de Síntesis Científica), Bologna,

15 (1914) 337. También en *CPE* 4 (Einstein, 1987-2006) y en *CPE* 4 (Einstein, 1987-2006, en inglés). En francés en *OCE* 3 (Einstein, 1989-1993).

_____ (1915): Die Relativitätstheorie. En la Enciclopedia *Die Kultur der Gegenwart. Ihre Entwicklung und ihre Ziele*. Parte 3, sec. 3, vol. 1, *Physisk*. p. 703, ed. Paul Hinneberg, Teubner, Leipzig, 1915. Reediciones ed. E. Lechner, p. 794, 783 en 1925. También en *CPE* 4 (Einstein, 1987-2006); en *CPE* 4 (Einstein, 1987-2006 en inglés) y en francés parte I en *OCE* 3, (Einstein, 1989-1993).

_____ (1917): *Über die spezielle und die allgemeine relativitätstheorie, Gemeinverständlich*, Braunschveig, Berlín, 1917. Traducción francesa por M. Solovine: *La théorie de la relativité restreinte et générale*, Gauthier-Villars, París, 1921, 1954, 1956. 1969. Traducción italiana *Sulla teoria speciale e generale delle relatività*. 1921. En español tres ediciones: *Sobre la teoría de la relatividad especial y general*, Rev. Mat. Hispano-Ame. (1921) 194-199 y siguientes; (Einstein, 1923). Publicación en Colombie: "La teoría de la relatividad restringida y general", Rev. Fac. Mat. e Ingeniería, Bogotá 1 (1928) 116; 2 (1929) 30, 50, 169, 311, 356, 393, 449.

_____ (1921): *The Meaning of Relativity. Four Lectures Delivered at Princeton University (may 1921)* Princeton Univ. Press, Princeton N. J. 1921, 1923, 1955, 1973. En alemán: *Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie*. Vieweg Braunschweig, 1922. En francés: *Quatre conférences sur la théorie de la relativité faites à l'université de Princeton (1921)*. Gauthier-Villars, París, 1924, 1925, 1955. En español: *El significado de la relatividad*. Espasa-Calpe, Madrid, 1948, 1952, 1971.

_____ (1922c): *Das Relativitätsprinzip*. Teubner, Leipzig, 1922 The principle of Relativity. Meuthen, London 1923; Dover, New York, 1952. Es una reproducción de artículos de Einstein, Lorentz, Michelson, Minkowski y Weyl. No figura Poincaré en esta colección, aunque Sommerfeld cita allí (p. 96) su artículo de 1905, (Poincaré, 1905c).

_____ (1923): Idées fondamentales et problèmes de la théorie de la relativité. Conferencia del Premio Nobel (Göteborg, julio de 1923). En *OCE* 3, (Einstein, 1989-1993).

_____ (1925): *Sur l'électrodynamique des corps en mouvement*. Traducción de Maurice Solovine. Gauthier-Villars, París, 1925.

_____ (1946): Elementary Derivation of the Equivalence of Mass and Energy. Technion Journal n 5 (1946) 16. También en inglés, español y francés en (Einstein, 1950a, 1951, 1952).

_____ (1950a): *Out of My Later years*. Philosophical Library, New York, 1950.

_____ (1950b): *La Relatividad, memorias originales*. Emecé, Buenos Aires, 1950.

_____ (1951): *De mis últimos años.* Aguilar, México, 1951.

_____ (1952): *Conceptions scientifiques, morales et sociales*. Flammarion, París, 1952.

_____ (1972): *Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*. Gauthier-Villars, París, 1972.

_____ (1987-2006): *Collected Papers of Albert Einstein* (*CPE*). Stachel, John *et al*. (dir.), 10 tomos publicados. Princeton University Press, Princeton, 1987.

_____ (1987-2006): *Collected Papers of Albert Einstein* (*CPE*). En inglés, 10 tomos publicados. Princeton University Press, Princeton, 1987.

_____ (1988): *Opere scelte* (*OSE*). Bellone Enrico *et al*. (dir). Bollati Boringhieri editore, Torino, 1988.

_____ (1989-1993): *Œuvres Choisies d'Einstein* (*OCE*). Balivar, Françoise *et al*. 6 tomos. Editions du Seuil, París, 1989. Epstein, Paul Sophus (1911): Über relativistische Statik. Anna. Phys. 36 (1911) 779.

Euclides, de Alejandría (~ –300): *Elementos*. Traducción inglesa de Heath, Thomas L. (1908): *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, 3 tomos; es traducción del texto de Heiberg (1883-1888). Cambridge University Press, 1908; 2ª ed. 1926. Reimpresión Dover Publications, New York, 1956. Traducción francesa de Vitrac, Bernard (1990): *Les Élements*, 4 tomos; es traducción del texto de Heiberg (1883-1888). Presses Universitaires de France, Paris, 1990.

Fadner, W. L. (1988): Did Einstein really discover "E = mc "? Ame. Jour. Phys. 56 (1988) 114.

Feigenbaum Mitchell J. y Mermin, N. David (1988): E = mc . Ame. Jour. Phys. 56 (1988) 18.

Fermi, Enrico (1922): Correzione di una grave discrepanza tra la teoria delle masse elettromagnetiche e la teoria della relativitá. Inerzia e peso dell'elettricità. Rendiconti dei Lincei 31 (1922) 184-187, 306-309; Nuevo Cimento 25 (1923) 159. En (Fermi, 1962).

_____ (1962): *Collected Papers*. The Univ.of Chicago Press, 1962.

Feynman, Richard P. (1965): *The Character of Physical Law*. The 1964 Messenger Lectures, MIT Press. Tradución francesa: *La nature des lois physiques*. Robert Laffont, París, 1970, 1980.

Galbrun, Henri (1923): *Introduction à la théorie de la relativité*. Gauthier-Villars, París, 1923.

Garavito Armero, Julio: cuad. = cuadernos numerados de notas de Garavito, son 43 y se conservan en el Observatorio Astronómico Nacional de Colombia, Bogotá.

Garavito Armero, Julio (1906): Teoría racional de curvatura de las líneas planas y de reverso, sus conexiones posibles con la teoría de las invariables y covariables. En Freiras, Antonio de Paula (ed.): *Relatório Geral do 3 Congreso Científic Latino-Americano*. Tomo I, Imprensa Nacional, Río de Janeiro, 1906.

_____ (1909): Juicio crítico sobre una memoria matemática. Ana. Ing. 16 (1909) 220-234.

_____ (1912): Nota sobre la dinámica de los electrones. Ana. Ing. 19 (1912) 361; Rev. Acad. Col. Cienc. 2 (1938) 13.

_____ (1916): Nota sobre la fórmula fundamental de la trigonometría plana no euclídea en la geometría hiperbólica. Ana. Ing. 24 (1916) 222; 24 (1917) 356, 465; Rev. Acad. Col. de Cienc. 3 (1939) 14.

_____ (1917): ¿Bancarrota de la ciencia? Ana. Ing. 25 (1917) 101, 203.

_____ (1920a): *Óptica Astronómica. Teoría de la refracción y de la aberración anual*. Editorial Águila Negra. Bogotá, 1920.

_____ (1920b): Óptica Astronómica. Teoría de la refracción y de la aberración anual. Ana. Ing. 28 (1920) 93, 191; Rev. Acad. Col. Cienc. 1 (1937) 334.

_____ (1938): Notas sobre las geometrías planas no euclídeas. Rev. Acad. Col. de Cienc. 2 (1938) 566.

Glitscher, Karl (1917): Spektoskopischer Vergleich zwischen den Theorien des starren und des deformierbaren Elektrons. Anna. Phys. 52 (1917) 608-630.

Gómez, Laureano (1921): Elogio del Dr. Garavito. Ann. Ing. 29 (1921) 375.

Guinier, Georges (1976): La notion de masse en relativité : invariance et non conservation. Bull. Union Phys. París 70 n 580 (1976) 385.

Guye, Charles Eugène y Ratnowsky Simon (1910): Sur la variación de l'inertie de l'électron en fonction de la vitesse dans les rayons cathodiques et sur le principe de relativité. C. R. Acad. Sc. París 150 (1910) 326. También en Arch. sci. phy. nat. (1911).

Guye, Charles Eugène y Lavanchy, Charles (1915): Vérification expérimentale de la formule de Lorentz-Einstein par les rayons cathodiques de grande vitesse. C. R. Acad. Sc. París 161 (1915) 52-55.

_____ (1916): Vérification expérimentale de la formule de Lorentz-Einstein par les rayons cathodiques de grande vitesse. Arch. sci. phy. nat. 42 (1916) 286-299, 353-373, 441-448.

Hasenöhrl, Friedrich (1904): Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. Anna. Phys. 15 (1904) 344.

_____ (1905): Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. Anna. Phys. 16 (1905) 589.

_____ (1909): Bericht über die Trägheit der Energie. Jarhrbuch der Radioaktivität und Elektronik 6 (1909) 485.

Hau, Lene Vestergaargd *et al.* (1999): Nature 397 (1999) 594.

Heaviside, Olivier (1889): On the electromagnetic effects due to the motion of electrification through a dielectric. Phil. Mag. (1889).

Heil, W. (1909): *Zur Theorie der Kaufmannschen Versuche über die elektromagnetische Ablenkung der* β *Strahlen*. Disertación, Berlín, 1909.

_____ (1910): Discussion der versuche über die träge Masse bewegter Elektronen. Anna. Phys. 31 (1910) 519.

Hladik, Jean-Pierre (2007): *E = mc , histoire méconnue d'une célèbre formule*. Ellipses, París, 2007.

_____ (2008): *Pour comprendre simplement les origines et l'évolution de la Physique Quantique*. Ellipses, París, 2008.

Holladay, Wendell G. (1992): The derivation of relativistic energy from the Lorentz γ. Ame. Jour. Phys. 60 (1992) 281.

Hupka, Erich (1909): Die träge Masse bewegter Elektronen. Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 11 (1909) 249.

_____ (1910a): Beitrag zur Kenntnis der trägen Masse bewegter Elektronen. Anna. Phys. 31 (1910) 169.

_____ (1910b): Anna. Phys. 33 (1910) 400.

Huntington, Edward V. (1918): Bibliographical notes on the use of the word mass in current textebooks. American Mathematical Montly 25 (1918) 1.

Íñiguez Almech, José María (1949): *Mecánica cuántica*. Talleres Editoriales "El Noticiero", Zaragoza, 1949.

Ives, Herbert E. (1952): Derivation of the Mass-Energy Relation. Jour. of the Optical Society of America 42 (1952) 540-543.

Jackson, Herbert L. (1958): Presentation of the Concept of Mass to Beginning Physics Students. Ame. Jour. Phys. (1958) 278.

Jammer, Max (1961): *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1961.

_____ (1999): *Concepts of Mass in Contemporary Physics and Philosophy*. Princeton University Press, New Jersey, 1999.

Joliot, Frédéric y Curie, Irène (1933a): Sur l'origine des électrons positifs. C. R. Acad. Scien. París (1933) 1581. En (Joliot-Curie, 1961).

Joliot-Curie, Frédéric e Irène (1933b): Électrons de matérialisation et de transmutation (α). Le Journal de Physique et Le Radium, 4 (1933) 494. En (Joliot-Curie, 1961).

_____ (1961): *Œuvres scientifiques complètes*. Presses Universitaires de France, París, 1961.

Joliot, Frédéric (1933): Preuve expérimentale de l'annihilation des électrons positifs. C. R. Acad. Sc. París, 197 (1933) 1622. En (Joliot-Curie, 1961).

_____ (1934a): Sur la dématérialisation de paires d'électrons. C. R. Acad. Sc. París, 198 (1934) 81. En (Joliot-Curie, 1961).

_____ (1934b): Sur la dématérialisation de paires d'électrons. Le Journal de Physique et Le Radium, 5 (1934) 299. En (Joliot-Curie, 1961).

Jordan, Thomas F. (1982): Photons and Doppler shift in Einstein's derivation of mass energy. Ame. Jour. Phys. 50 (1982) 559.

Kantor, Wallace W. (1954): Inertia of Energy. Ame. Jour. Phys. 22 (1954) 528.

Kaufmann, Walter (1901): Die magnetische und die elektrische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen und die scheinbare Masse des Elektronen. Göttingen Nachr. 8 nov. (1901) 143- 155. También en Phys. Zeits. 2 (1901) 602. Parcialmente traducido al francés en (Abraham y Langevin, 1905, p. 284-293).

_____ (1902): Die elektromagnetische Mass des Elektrons. Phys. Zeits. 4 (1b) (1902) 54-56. Göttingen Nachr. 2 jul. (1902) 291-296.

_____ (1903): Über die elektromagnetische Mass der Elektronen. Göttingen Nachr. 7 mar. (1903) 90-103. Traducido al francés en (Abraham y Langevin, 1905, p. 294-307).

_____ (1905): Über die Konstitution des Elektrons. Sitzung. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. (1905) 949.

_____ (1906): Über die Konstitution des Elektrons. Anna. Phys. 19 (1906) 487-553. Muestra el diseño de su aparato, describe su experiencia para decidir entre los electrones de Lorentz, Einstein y Abraham; da numerosas tablas de sus resultados, curvas y cita a Einstein (Einstein, 1905a) y a Poincaré (Poincaré, 1905b). Ver Nachtrag zu der Abhandlung: Über die Konstitution des Elektrons". Anna. Phys. 20 (1906) 639. Suplemento de página y media.

_____ (1907): Phys. Zeits. 9 (1907) 667; 10 (1908) 91.

Khrapko, R. I. (2000): What is mass? Letters to the Editors, Physics-Uspekhi 43 (12) (2000) 1267-1270.

Kilmister, I. C. W. (1970): *Special Theory of Relativity*. Pergamon, Oxford, 1970.

Langevin, Paul (1904): La physique des électrons. Comunicación al Congreso internacional de las ciencias y las artes, Saint-Louis, USA, 1904. Revue générale des sciences pures et appliquées 16 (1905) 257. Ver también *La Physique depuis vingt ans*, O. Doin, París, 1923.

_____ (1905): Sur l'origine des radiations et l'inertie électromagnétique. Jour. Phys. 4 (1905) 165. En (Langevin, 1950, p. 313).

_____ (1913): L'inertie de l'énergie et ses conséquences. Jour. Phys. 3 (1913) 553. En (Langevin, 1923; 1950, p. 397-426).

_____ (1922): *Le principe de relativité*. Étienn Chiron Éd. París, 1922.

_____ (1923): *La physique depuis vingt ans*. Librairie Octave Doin, Gaston Doin, Éditeur, París, 1923. Cap. VII: L'inertie de l'énergie et ses conséquences. Conferencia pronunciada en 1913, cuyo contenido ya había sido tratado por él en sus cursos en el Colegio de Francia.

_____ (1950): *Œuvres scientifiques de P. Langevin*. CNRS, París, 1950.

Laub, Jakob Johann (1910): Über die experimentellen Grundlagen des Relativitätsprinzips. Jahrbuch der Radioaktivität und Electronik 7 (1910) 405-463.

Laue, Max von (1911): *Das Relativitätsprinzip (Spezielle)*. Vol. I, Braunschweig, 1911; 8ª edición 1965. Trad. francesa de la 4ª alemana (1921): *La Théorie de la Relativité. Le Principe de Relativité de la Transformation de Lorentz*. Gauthiers-Villars, París, 1922. Primer tratado de relatividad que cita los trabajos relativistas de Poincaré.

Le Bon, Gustave (1905): *L'évolution de la matière*. Flammarion, París, 1905.

Lévy-Leblond, Jean-Marc (1968): *Masse*, artículo en la *Encyclopædia Universalis* francesa, primera edición 1968-1975, Editor Encyclopædia Universalis France S. A. París. Vol. 14 (2002) 516. También en CD-Rom (1999, 2004), DVD (2006) e internet pago.

_____ (1976): One more derivation of the Lorentz transformation. Ame. Jour. Phys. 44 (1976) 271.

_____ (1977): Les Relativités. Les Cahiers de Fontenay, ENS (École Normale Supérieure de Fontenay-aux-roses) n 8 (sept. 1977).

_____ (1979): La Relativité aujourd'hui. La Recherche (París) n 96 (jan. 1979) 23; n 316 (jan. 1999) 83.

_____ (1983): *L'espace et le temps aujourd'hui*. Colectivo dirigido por Émile Nöel. Seuil, París, 1983.

_____ (1994): L'énergie après Einstein. «Pour comprendre eu égale emme cé-deux». Bull. Union Phys. París 88 n 769 (1994) 1721.

_____ (2005): *La matière dans la physique moderne*. En Balivar Françoise, Lévy-Leblond, Jean-Marc, Lehoucq Roland (2005): *Qu'est-ce que la matière ?* Le Pommier, París, 2005.

_____ (2006): *De la matière*. Seuil, París, 2006.

Lewis, Gilbert Newton y Tolman, Richard Chace (1909): The principle of relativity and non-Newtonian mechanics. Phil. Mag. 18 (1909) 510.

Lewis, Gilbert Newton (1926): The conservation of photons. Nature 118 (1926) 874.

Liu, C. *et al*. (2001): Nature 409 (2001) 49.

López de Mesa, Luis (1970): *Escrutinio sociológico de la historia colombiana*. Edit. Bedout, Medellin, 1970.

Lorentz, Hendrik Antoon (1895): *Versuch einer theorie der electrischen und optischen erscheinungen in bewegten körpern*. E. J. Brill, Leiden, 1895, 1906. En *Collected Papers*, vol. 5, p.1 Aquí se expone por primera vez una teoría puramente electrodinámica para explicar todos los fenómenos electromagnéticos y ópticos en los medios y cuerpos en reposo o en movimiento al primer orden en $\beta = v/c$. Da un nuevo tratamiento a la explicación ondulatoria de la aberración. Para la traducción francesa de la introducción ver (Abraham y Langevin, 1905, p. 450); y la inglesa ver (Schaffner, 1972).

_____ (1900): Über die scheinbare Masse der Ionem. Phys. Zeits. 2 (1900) 78.

_____ (1904): Electromagnetische verschijnselen in een stelsel dat zich met willekeurige snelheid, kleiner dan die van het licht, beweegt. Versl. Kon. Akad. v. Wet. (Amsterdam) 12 (1904) 986-1009. En inglés: Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light. Proc. Roy. Acad. of Amsterdam, 6 (1904) 809. En *Collected Papers*, vol. 5, p. 172; También en (Blumenthal, 1913) y en (Kilmister, 1970). En francés: Phénomènes électromagnétiques dans un système qui se meut avec une vitesse quelconque inférieure à celle de la lumière (Abraham y Langevin, 1905, p. 477).

_____ (1906): Columbia University lectures, spring 1906. Publicadas en 1909 como: *The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*. Teubner, Leipzig, 1909, 1916. Reedición: Dover, N. York, 1952.

_____ (1934-1939): *Collected Papers*. 9 tomos, Nijhoff. The Hague, 1934-1939.

Lorentz, Einstein, etc. (1923): *The principle of Relativity*. Methuen, London, 1923; y en Dover, New York, 1952.

Mach, Ernst (1883): *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung Historisch-Kritisch Dargestellt*. Leipzig, 1883, 1888, 1997, 1901, 1904, 1905, 1912, 1921 y 1933. Traducción inglesa de la 2ª edición alemana: *The Science of Mechanics. A critical and Historical Account of Its Development*. Open Court, Chicago, 1893, 1902, 1915, 1919, 1942, 1960. Traducción al francés de la 4ª edición alemana: *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement*. Hermann, París, 1904, 1923, 1987. Traducción española: *Desarrollo histórico-crítico de la mecánica*. Espasa-Calpe, Madrid, 1949.

Martínez-Chavanz, Regino (1985): En torno a la complementaridad de Bohr. En *Vida y obra de Niels Bohr*. *Seminario Nacional*, 1895. ICFES, Bogotá, 1987.

_____ (2006): Einstein y su recepción en Colombia. *Praxis filosófica* (Universidad del Valle, Cali, Colombia) Nueva serie n 22 (ene.-jun. 2006) 29-112.

_____ (2007): Huellas de epistemología en Colombia. En Numas Armando Gil Olivera (Compilador), *Décimo sexto Foro Nacional de Filosofía. Filosofía y cultura,* 14-16 noviembre de 2007, dos tomos, Artes Gráficas Industriales Ltda, Barranquilla, 2009.

Mermin N. David (1984): Relativity without ligth. Ame. Jour. Phys. 52 (1984).

Michelson, Albert Abraham y Morley, Edward Williams (1887): On the relative motion of the Earth and the luminiferous Aether. Phil. Mag. 24 (1887) 449; Ame. Jour. Science 34 (1887) 333. También en (Blumenthal, 1913). En español en (Williams, 1973).

Miller, Arthur I. (1977): The phyisics of Einstein's relativity paper of 1905 and electromagnetic world picture of 1905. Ame. Jour. Phys. 45 (1977) 1040.

_____ (1981): *Albert Einstein's Special Theory of Relativity; Emergence (1905) and Early Interpretation (1905-1911)*. Addison-Wesley Pub. Reading MA. 1981.

Minkowski, Hermann (1908): Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. Göttingen Nachr. (1908) 53-111. (Vorgelegt in der Sitzung. vom 21. Dezember 1907). También en Mathematische Annalen 68 (1910) 472; y en (Minkowski, 1911). Cita dos veces a (Poincaré, 1905c). Traducido al francés por Paul Langevin, el manuscrito está en l'École Supérieure de Physique et Chimie Industruelle (ESPCI) de París.

_____ (1909): *Raum und Zeit*. (Vortrag, gehalten auf der 80. Naturforscher-Versammlung zu Köln am 21. Sept. 1908). Physikalische Zeitschrift 10 Jahrgang (1909) 104-111 und Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 18 (1909) 75-88; auch als Sonderabdruck erschienen, B. G. Teubner, Leipzig 1909. Compilado en (Blumenthal, 1913) y en inglés (Lorentz, Einstein, 1923). Ver (Minkowski, 1911). No cita a Poincaré pero sí a (Planck, 1907a; Minkowski, 1908) donde sí es citado.

_____ (1911): *Gesammelte Abhandungen von Hermann Minkowski*. Hilbert, David (Edit.), 2 tomos. Teubner, Leipzig, 1911.

_____ (1915): Das Relativitätsprinzip. Anna. Phys. 47 (1915) 927. Originalmente en Göttinger Mathematischen Gesellschaft am 5 nov. 1907, un año antes de su conferencia en Colonia sobre el *Espacio y el Tiempo* (Minkowski, 1909). Cita a Poincaré seis veces y su artículo fundacional de 1906 (Poincaré, 1905c), habla del "grupo de Lorentz" y de la relación general de Planck E = mc . A un 4-vector lo llamó "tractor" (*traktor*).

Montambaux, Anne-Marie y Montambaux, Gilles (1984): La masa ne varie pas avec la vitesse. Bull. Union Phys. 78 n 662 (1984) 807.

Neumann G. (1914): Die träge Masse schnell bewegter Elektronen. Anna. Phys. 45 (1914) 529-579.

Newton, Isaac (1687): *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Londinis, 1687. Traducción al inglés: *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*. London, 1729; reeditada por University of California Press, Berkeley, 1966. Traducción española: *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural y su sistema del mundo*. Editora Nacional, Madrid, 1982. La 2ª edición latina de 1726 fue traducida al francés, en 1756, par Madame la Marquise du Châtelet, Gabrielle Émilie (1706-1749), lleva prólogo de Voltaire, y fue reeditada, en 1966, por la Librería Albert Blanchard, París. Esta edición apareció en una lista de libros de José Celestino Mutis (finales del siglo XVIII). Varios ejemplares de la edición suiza de 1739 de los *Principia* reposaban en las bibliotecas coloniales de Santafé.

Olivier von, Julius (1906): *Monistische Weltanschauung*. Naumann, Leipzig, 1906.

Okun, Lev B. (1989a): The concept of mass. Physics Today (jun. 1989) 31-36.

_____ (1989b): The concept of mass (mass, energy, relativity). Uspekhi Fizicheskikh Nauk 158 (1989) 511-530. Soviet Phys. Uspekhi 32 (1989) 629-638.

_____ (1992): The Problem of Mass: From Galilei to Higgs. Opening lecture at the 29th Intern. School of Subnuclear Physics, in *Physics at the Hightes Energy and Luminosity to Unterstand the Origin of Mass*. vol 29, Ed. A. Zuchichi, Penum Press, N. York, 1992, p. 1.

_____ (1998): Note on the meaning and terminology of Special Relativity. Eur. Jour. Phys. 15 (1998) 403.

_____ (2000): Reply to the letter "What is mass?" by R. I. Khrapko. Physics-Uspekhi 43 (12) (2000) 1270-1275.

_____ (2001): Relation between energy and mass in Bohr's essay on his debate with Einstein. Yad. Fiz. 64 (2001) 590; Phys. Atomic Nuclei 64 (2001) 536.

_____ (2002): Photons, Clocks, Gravity and the Concept of Mass. Nuclear Physics B (Proc. Suppl.) 110 (2002) 151-155.

_____ (2007): The evolution of the concept of mass, energy and momentum from Newton and Lomonosov to Einstein and Feynman. Conference 13th Lomonosov on Elementary Particle Physics, 23-29 August 2007. En la web.

_____ (2008a): The Einstein formula E = moc . "Isn't the Lord laughing?" Uspekhi Fizicheskikh Nauk 178 (5) (2008) 541. Physics-Uspekhi 51 (5) (2008) 513.

_____ (2008b): The Concept of Mass in the Einstein Year. 12th Lomonosov conference on Elementary Particle Physics, Moscow State University, August 25-31 2008.

Okun, Lev B. y Kobzarev (1968): On the photon mass. Uspekhi Fizicheskikh Nauk 95 (1968) 131.

Okun, Lev B. y Webber, Bryan. (1999): Comment on the physical meaning of 'c' in relativistic equations. Eur. Jour. Phys. 20 (1999) L47.

Phillips, D. (2001): Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 783.

Pierseaux, Yves (1999): *La "structure fine" de la théorie de la relativité restreinte*. L'Harmattan, París, 1999.

Planck, Max (1900): Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum. (14 dic 1900). Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 2 (1900) 237. En Anna. Phys. 4 (1901) 561 y (Planck, 1958). En inglés: D. ter Haar: *The old Quantum Theory*. Pergamon, New York, 1967. También en alemán e inglés en *Planck's Original Papers in Quantum Physics*. Editor Hans Kangro. Taylor & Francis, London, 1972.

_____ (1906a): Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik. (Vorgetragen in der Sitzung vom 23. März 1906.) (Vgl. oben S. 120.). Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 8 (1906) 136. También en (Planck, 1958). Planck presentó este trabajo en la sesión del 23 de marzo de 1906, allí reformuló de manera simplificada y rigurosa la dinámica relativista de Einstein (definió el momento relativista) y aplicó el "prinzip der Relativität o Relativitätsprinzip" al formalismo lagrangiano de la mecánica clásica. Cita, entre otros, a H. A. Lorentz, A. Einstein y W. Kaufmann y sus respectivos trabajos (Lorentz, 1904; Einstein, 1905a; Kaufmann, 1905, 1906). Einstein leyó este artículo, lo apreció y lo citó (Einstein, 1907b).

_____ (1906b): Die Kaufmannschen Messungen der Ablenkbarkeit der β-Strahlen in ihrer Bedeutung für die Dinamik der Elektronen. Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 8 (1906) 418. (Verh. d. Ges. dtsch. Naturforscher und Ärzte zu Sttugart am 19. September 1906. 2 (1) (1907) 61-62). También en Phys. Zeits. 7 (1906) 753 y en (Planck, 1958, p. 121-135). Este trabajo lo presentó Planck en una conferencia el 19 septiembre de 1906, y está encaminado a mostrar la compatibilidad de las experiencias de Kaufmann (la cual somete a un análisis y discusión de errores) con lo que Planck llama (por quince veces) "*Relativtheorie*" (sic), las comillas son de él. Así descarta la fórmula de la masa variable de Abraham en favor de la de Lorentz-Einstein, que considera confirmada por este experimento de Kaufmann. Cita, entre otros, a M. Abraham, H. A. Lorentz, H. Poincaré y A. Einstein y W. Kaufmann y sus respectivos trabajos (Abraham, 1903; Lorentz, 1904; Einstein, 1905a; Kaufmann, 1906). Cita a Poincaré en estos términos: "Vgl. auch H. Poincaré, C. R. 140, 1504, 1905." (Poincaré, 1905b). Einstein leyó, adoptó y citó el artículo de Planck (Einstein, 1907b)**;** pero nunca en su vida citó al aludido artículo fundacional de Poincaré.

_____ (1907a): Zur Dynamik bewegter Systeme. Sitzung. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. 29 (1907) 542. También en (Planck, Anna. Phys. (4) 26 (1908) 1-34; 1958). En esta publicación (acta de

la Academia, Berlín, 13 de junio de 1907), Planck extiende el PR a la mecánica analítica y a la termodinámica. Dentro de los autores citados figuran: Michelson y Morley, Abraham, Lorentz, Poincaré y Einstein; da las referencias de sus trabajos, salvo de Poincaré (Michelson y Morley, 1887; Lorentz 1904; Einstein, 1905a; Abraham, 1905). Einstein leyó, adoptó y citó este artículo de Planck (Einstein, 1907b).

_____ (1907b): Nachtrag zu der Besprechung der Kaufmannschen Ablenkungsmessungen. Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 9 (1907) 301. (Vorgetragen in der Sitzung vom 28. Juni 1907.) (Vgl. oben S. 290.) También en (Planck, 1958). Aquí Planck sigue refiriéndose a la "*Relativtheorie*" (siete veces). Einstein citó este artículo (Einstein, 1907b, 4 dic. 1907).

_____ (1908): Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik. Phys. Zeits 9 (1908) 828. Conferencia en Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte, Colonia, Sept. 23, 1908. Verhandl. Deuts. Phys. Ges. 6 (1908): 728–732. Aquí ya Planck se refiere a la "Theorie der Relativität" y a la "Relativitätstheorie".

_____ (1909): *Eight Lectures on Theoretical Physics, Delivred at Columbia University in 1909*. The Columbia University Press, New York, 1915. Reedición en Dover, New York, 1998.

_____ (1922): *Electromagnétisme*. Traducción francesa del alemán. Librairie Félix Alcan, París, 1939.

_____ (1958): *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*. 3 tomos. Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1958.

Poincaré, Henri (1900): La théorie de Lorentz et le principe de la réaction. En (Bosscha, 1900). También en Arch. néerl. sci. 2ème série, 5 (1900) 252. Y en (Poincaré, 1916-1954, tomo IX, p. 464). Ver también Revue Idées 80 (1904); Bull. sci. mathé. 28 (1904) 302.

_____ (1902): *La Science et l'Hypothèse*. Flammarion, París, 1902, 1906, 1907, 1917 y 1968. Traducción española por Emilio González Llana. Editorial Losada, Buenos Aires.

_____ (1904): L'état actuel el l'avenir de la physique mathématique. Conferencia dada en el Congreso internacional de las artes y de las ciencias, Saint Louis, Missouri, USA, el 24 de septiembre de 1904. La Revue des idées, nov. (1904) 801. También en: Bull. sci. Mathé. 28 dic. (1094) 302; en (Poincaré, 1905a, en caps. 7 y 8). Traducción parcial en castellano en (Williams, 1973).

_____ (1905a): *La valeur de la Science*. Flammarion, París, 1905, 1906, 1917 y 1970.

_____ (1905b): Sur la dynamique de l'électron. C. R. Acad. Sc. París 140 (1905) 1504. También en (Abraham y Langevin, 1905) y en (Poincaré, 1916-1954, tomo 9). Es su primer artículo sobre la relatividad, recibido el 5 de junio y publicado el 9 de junio de 1905. La revista llegó a Berna el 12 ó 13 de junio. Aquí aparece, por la primera vez, el nombre de transformaciones de Lorentz (TL) y su grupo. La primera vez que Einstein usa el nombre de TL es en 1910, (Einstein, 1910), sin mencionar a Poincaré quien lo acuñó.

_____ (1905c): Sur la dynamique de l'électron. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 21 (1906) 129 (recibido el 23 de julio de 1905). En este artículo aparece, por la segunda vez, el nombre de TL y la demostración de ser un grupo topológico de Lie. También en (Poincaré, 1912b, 1916-1954). Traducción al inglés en (Kilmister, 1970) y modernizada en (Schwartz, 1971).

_____ (1908a): *Science et méthode*. Flammarion, París, 1908, 1916. En inglés: *Science and Method*. Dover, New York, 1952.

_____ (1908b): La dynamique de l'électron. Revue générale des sciences pures et appliquées, 19 (1908) 386. En (Poincaré, 1916-1954, vol. IX).

_____ (1909): La Mécanique nouvelle. Conférence à l'Association française pour l'avancement des sciences, Lille, 1909. *Comptes-rendus des sessions de l'Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Lille, 1909*. También en la Revue scientifique, revue rose 7 août (1909) 170; en la Revue d'électricité 13 (1910) 23 y en (Poincaré, 1912b).

_____ (1912a): Les rapports de la matière et de l'éther. Conferencia dada en la Société Française de Physique, el 11 de abril de 1912. En (Poincaré 1913, p. 201).

_____ (1912b): *La Mécanique nouvelle. Conférence, mémoire, et note sur la théorie de la relativité.* Gauthier-Villars, París, 1912, 1924.

_____ (1913): *Dernières pensées*. Flammarion, París, 1913.

_____ (1916-1954): *Œuvres*. 11 vols. Gauthier-Villars, París, 1916.

Rainvill, S. (2005): Nature 438 (2005) 1096.

Ratnowsky, Simon (1911): *Détermination expérimentale de la variation d'inertie des corpuscules cathodiques en fonction de la vitesse*. Dissertation, Genève, 1911.

Righi, Augusto (1904): *La moderna Teoria dei fenomeni Fisici*. Attualità Scientifiche, Zanichelli ed. Bologna, 1904. Edición en inglés (1904): *Modern Theory of physical phenomena. Radioactivity, ions, electrons*. Macmillan Comp. New York, 1904. Traducción en alemán: *Die Moderne Theorie der Physikalischen Erscheinungen*. Barth. Edit, Leipzig, 1904. Traducción en francés: *La Théorie moderne des phénomènes physiques. Radioactivité, ions, électrons*. L'Éclairage Électrique, París, 1906.

Rigney, Carl J. y Biser, Roy H. (1966): Note on a Famous Derivation of E = mc . Ame. Jour. Phys. 34 (1966) 623.

Rindler, Wolfgang; Vandyck, Michael A.; Murugesan, Poovan; Ruschin, Siegfried; Sauter, Catherine; Okun, Lev B. (1990): Putting to rest mass misconceptions. Letters, Physics Today (mayo 1990) 13, 115.

Riseman J. y Young, I. G. (1953): Jour. Opt. Soc. Ame. 43 (1953) 618.

Rivadulla, Andrés (2004): *Éxito, razón y cambio en física*. Editorial Trotta, Madrid, 2004.

Rohrlich Fritz (1970): Electromagnetic Momentum, Energy, and Mass. Ame. Jour. Phys. 38 (1970) 1310.

_____ (1989): An elementary derivation of E = mc . Ame. Jour. Phys. 58 (4) (1989) 348.

Russell, Bertrand (1948): *Human knowledge: its scopes and limits*. Simmon and Schuster, New York, 1948.

Sánchez, Clara H. (2007): Los cuadernos de Julio Garavito. Una antología comentada. Rev. Acad. Col. de Cienc. 31 (2007) 253.

Sandin, T. R. (1991): In defense of relativistic mass. Ame. Jour. Phys. 59 (1991) 1032.

Schäfer, Clements (1913): Die träge Masse schnell bewegter Elektronen. Phys. Zeits. 14 (1913) 1118; Anna. Phys. 49 (1916) 934.

Schaffner, Kenneth F. (1972): *Nineteenth-century Aether theories*. Pergamon, Oxford, 1972.

Schwartz, H. M. (1971): Poincaré's Rendiconti Paper on Relativity. Part I, Ame. Jour. Phys. 39 (1971) 1287. Part II y III en 40 (1972) 862, 1282, 923.

Siegel, D. M. (1978): *Historical Studies in the Physical Sciences*. Ed. by McCormmach, R. *et al*. Vol. 9, p. 323-360. Johns Hopkins U. P. Baltimor, 1978.

Silberstein, Ludwik (1914): *The Theory of Relativity*. Cambridge Univ. Press, 1914: 2ª edición en 1924. Aplica los cuaterniones.

Simon, Y. y Husson, N. (1991): Langevin's derivation of the relativistic expression for energy. Ame. Jour. Phys. 59 (1991) 982.

Soddy, Frederick (1904): *Radioactivity: A Elementary Treatise, from the Standpoint of the Desintegration Theory*. The Electricien Printing & Publishing, London 1904.

Sommerfeld, Arnold (1915): Sitzung. der Münchener Akad. der Wiss. (1915) 425, 459; Anna. Phys. 51 (1916) 1, 125.

_____ (1919): *Atombau und Spektrallinien*. F. Vieweg, Braunschweig, 1919. En inglés: *Atomic Structure and Spectral Lines*. Methuen, London, 1923, 1928, 1934.

Stachel, John y Torretti, Roberto (1982): Einstein's first derivation of masse-energy equivalence. Ame. Jour. Phys. 50 (1982) 760.

Stark, Johannes (1908): Phys. Zeits. 10 (1908) 14.

Taylor, Edwin F. y Wheeler, John Archibald (1963): *Spacetime Physics*. W. H. Freeman, San Francisco, 1963. Traducción francesa: *Á la découverte de l'espace-temps et de la physique relativiste*. Dunod, París, 1970.

Thomas, E. G. (2005) What's so special about E = mc ? Separating truth from myth. Eur. Jour. Phys. 26 (2005) S 125.

Thomson, Joseph John (1881): On the electric and magnetic effects produced by the motion of electrified bodies. Phil. Mag. 11 (1881) 229.

Tolman, Richard C. (1912): Non-Newtonian mechanics, the mass of a moving body. Phil. Mag. 23 (1912) 375.

_____ (1934): *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*. Clarendon Press, Oxford, 1934.

Turukhin, A. (2002): Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 023602.

Weyl, Hermann (1918): *Zeit-Raum-Matiere*. 1ª edición J. Springer. Berlin, 1918. Edición francesa: *Temps, Espace, Matière*. París, 1921; 1958, 1979 de la 4ª édition alemana de 1921. *Space-Time-Matter*. Methuen, London, 1922; Dover, 1952.

Wien, Wilhelm (1900): Über die Möglichkeit einer elektromagnetischen Begründung der Mechanik (Sobre la posibilidad de un fundamento electromagnético de la mecánica). En Arch. néerl. sci., 2ª serie, 5 (1900) 96; y en (Bosscha, 1900). Traducción francesa: "La possibilité d'un fondement électromagnétique de la mécanique" en (Abraham y Langevin, 1905).

Williams, L. Pearce (1973): *La teoría de la relatividad*. Traducción de la edición inglesa, 1968. Una selección de artículos originales. Alianza Editorial, Madrid, 1973.

Woltz, K. (1909): Die Bestimmung von e/m. Anna. Phys. 30 (1909) 273.

Zink, J. W. (1971): Relativity and the Classical Electron. Ame. Jour. Phys. 39 (1971) 1403.

EL EXPERIMENTO DE MICHELSON-MORLEY Y EL SEGUNDO POSTULADO DE EINSTEIN: INEXTRICABLEMENTE UNIDOS*

Héctor A. Múnera†

Resumen

Este artículo mantiene la tesis expresada en su título, que es opuesta a la opinión de la mayoría, representada por Holton, que minimiza la influencia del experimento de MM en la génesis del pensamiento einsteiniano. Como todos los demás científicos que en el mundo han sido, Einstein fue producto de su tiempo. Los conocimientos que recibió en ETHZ (el Politécnico de Zurich), y los que adquirió por su cuenta, estaban impregnados por la discusión imperante en su época sobre la naturaleza del éter, y por la evidencia empírica disponible, donde el experimento de Michelson Morley sobresalía como lo mejor. Como contraste, presentamos el caso paralelo del desarrollo científico

---

* El presente artículo es una versión ampliada y revisada del texto de la conferencia que ofrecí, con el título "Nuevos elementos en la relación entre el experimento de Michelson-Morley y el segundo postulado de Einstein", en el *Simposio Internacional "Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo"*, Universidad del Valle, noviembre de 2005, y que fue publicada en las memorias del evento en CD-ROM, Unidad de Artes Gráficas, Facultad de Humanidades, 2005, Cali-Colombia.

† Investigador del Centro Internacional de Física, Bogotá, Colombia. Profesor jubilado del Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Correo electrónico: hmunera@hotmail.com

de Michelson. Discutimos la nueva evidencia documental presente en las cartas de amor de Einstein, donde aparecen los nombres de Drude, Wien y Lorentz como influencias muy tempranas, y donde aparecen destellos de un joven Einstein de personalidad arrogante, poco dado a reconocer el valor de otros.

INTRODUCCIÓN

Desde el mismo momento en que Newton creó la física como una ciencia moderna, el éter ha estado presente como un fluido que sirve de soporte a la propagación de la fuerza, tal como lo expresó en carta de 1693 a Bentley:

> Una gravedad innata, inherente y esencial a la materia, por la cual un cuerpo pueda actuar sobre otro a distancia a través de un vacío [...] me parece un absurdo tan grande que no creo que pueda incurrir en él nadie con facultad competente de pensamiento en temas filosóficos. (Escohotado, 1987, p. LXV).

Pero Newton no se atrevió a defender la existencia del éter públicamente, —este fue el contexto de su más famosa frase: *"No hago hipótesis"* (Newton, 1687, p.620-21).

Durante la segunda mitad del siglo XIX aparecieron variantes como el éter luminífero y el éter electromagnético, y se plantearon mediciones específicas para determinar sus propiedades.[1] Uno de los más famosos experimentos fue adelantado en 1887 en Cleveland por Michelson y Morley (1887 a y b). Las observaciones empíricas fueron interpretadas por Michelson y Morley (MM en lo sucesivo) como *negativas* o *nulas*, en el sentido de que el experimento no produjo la velocidad del éter esperada por ellos, tal como se amplía en la sección 2.

Muchos físicos, filósofos y gente del común asocian el nombre de Einstein, en especial su teoría especial de relatividad, con la muerte del éter. Esto no es así, y el mismo Einstein tuvo que resucitarlo para que sirviera de sustento a la gravitación de su teoría general:

> Newton might no less well have called his absolute space 'Aether'; what is essential is merely that besides observable objects, another thing, which

[1] Los interesados pueden consultar la obra de Whittaker "Historia de las teorías del éter y la electricidad" cuyo primer volumen apareció en 1910, con varias republicaciones hasta (Whittaker, 1987a); el segundo volumen apareció en 1954 y también fue republicado por el Instituto Norteamericano de Física (Whittaker 1987b).

> is not perceptible, must be looked upon as real, to enable acceleration or rotation to be looked upon as something real[2]. (Einstein, 1983, p. 17).

Los interesados en ampliar este tema pueden consultar la reciente monografía Einstein y el Éter (Kostro, 2000). En la actualidad el éter ha retornado disfrazado de un "*vacío*" con propiedades electromagnéticas, en el cual nacen y se hunden partículas y energías de todas clases, hasta invisibles.

La interpretación convencional del experimento de MM condujo a la noción de que los cuerpos se contraen en la dirección del movimiento (contracción de Lorentz y Fitzgerald), y llevó a Poincaré a considerar que el movimiento de la tierra respecto al éter no puede ser detectado por experimentos efectuados en nuestro laboratorio. En las secciones 3 y 4 volveremos brevemente sobre estos temas.

Actualmente la mayoría de los físicos minimiza la influencia de la evidencia empírica en la génesis de la teoría especial de la relatividad propuesta por Einstein en 1905, y casi que ignora el experimento de MM. Esta posición extrema está resumida en la opinión del historiador Holton:

> Indeed, the role of the Michelson experiment in the genesis of Einstein's theory appears to have been so small and indirect that one may speculate that it would have made no difference to Einstein's work if the experiment had never been made at all. (Holton, 1969a, p. 195)[3].

Es difícil saber si Einstein hubiera estado de acuerdo con Holton. Por un lado recordemos que en su edad madura Einstein expresó que: *"Nearly all historians of science are philologists and do not comprehend what physicists were aiming at, how they thought and wrestled with their problems"* (Shankland, 1963, p. 50)[4]. Pero por otra parte, en algunas ocasiones Einstein manifestó que los postulados de su teoría especial de la relatividad eran independientes del experimento de MM, y que no estaba seguro si conocía tal experimento antes de 1905. Sobre esta vieja controversia volveremos en la sección 3.

[2] Mi traducción: "Newton podría perfectamente haber llamado 'éter' a su espacio absoluto; lo que es esencial es que además de los objetos observables, hay otra cosa que, aunque no es perceptible, debe ser considerada real para permitir que la aceleración y la rotación sean algo real".

[3] Mi traducción: "ciertamente, el papel del experimento de Michelson en la génesis de la teoría de Einstein parece que fue tan pequeño y tan indirecto que uno podría especular que si el experimento nunca hubiera sido realizado, ello no habría tenido implicación alguna para el trabajo de Einstein".

[4] Mi traducción: "Casi todos los historiadores de la ciencia son filólogos y no captan cómo hacen su búsqueda los físicos, ni como piensan, ni como enfrentan sus problemas".

De todos modos, la actual sobre-valoración de los alcances de la componente teórica en el proceso mental einsteiniano, sin vínculos con la experiencia sensorial, ha contribuido grandemente a la imagen popular caricaturesca de un Einstein, apenas adolescente, encerrado en un cuarto pensando en la propagación de la luz, a veces cabalgando una onda mientras mira a la onda luminosa vecina, que no se mueve respecto a él. Al cabo de varios años de contemplación solitaria, ya más crecido, el joven Einstein saldría de su cuarto a proponer una revolucionaria teoría, completamente independiente del pensamiento de su época. Por supuesto, esta imagen popular de cualquier científico y de su investigación no es correcta.

Uno de los objetivos de este escrito es mostrar varias facetas humanas, relativamente desconocidas de Einstein, como la arrogancia juvenil, sus amores y sus odios. Estas facetas no hacen parte del icono popular, y pueden arrojar nueva luz sobre la forma como el pensamiento del joven Einstein evolucionó a partir de los problemas concretos que estudiaban los mejores físicos europeos de su época, quienes escribían los libros que Einstein estudiaba. Tales libros si que tenían una base empírica fundada en los experimentos coetáneos, como el de MM.

El descubrimiento de las cartas de amor de Einstein a Mileva Maric (Renn, Schulmann, y Smith, 1992), cuando ambos eran estudiantes del Instituto Politécnico Federal de Zurich (ETHZ por sus iniciales en alemán), presenta nueva evidencia documental respecto al conocimiento que Einstein tenía del experimento de MM, y confirma lo que algunos sospechaban: Einstein sabía de MM antes de 1905, por lo menos desde 1899.

La sección 4 resume las influencias ya conocidas de Lorentz y Poincaré sobre el desarrollo del pensamiento einsteiniano, y presenta en algún detalle nueva información sobre el impacto de Drude en Einstein. Las cartas a Mileva indican que Einstein leyó a Drude, probablemente más que a Lorentz, y en forma más sostenida durante varios años, información que prácticamente no ha sido discutida anteriormente, y que, según nuestro conocimiento, nunca fue mencionada por Einstein. Por esta ruta Einstein conoció los resultados negativos del experimento de Michelson en 1881, y los resultados negativos de MM en 1887, así como la teoría de Lorentz. Queda la punzante pregunta: ¿Por qué Einstein en su edad madura solamente reconoció a Lorentz como fuente de inspiración, pero nunca mencionó a Poincaré, ni a Drude?

La sección 5 cierra este artículo con una opinión contraria a la de Holton y con la sugerencia de que la interpretación "negativa" que MM hicieron

a los resultados de su experimento si tuvo una influencia decisiva en el desarrollo de la física del siglo xx.

El contexto histórico-científico del experimento de Michelson y Morley en 1887

Iniciemos afirmando que la interpretación *negativa* del experimento de MM en 1887 tuvo en su momento mayor valor que todos los experimentos anteriores por dos motivos: su sensibilidad y su credibilidad. Esta condición especial del experimento de MM no es suficientemente apreciada por Holton (1969a, p. 195-96). Respecto a la sensibilidad, MM siempre afirmaron que su experimento era más sensible que cualquiera de los demás, de los cuales se dudaba de su resolución. Respecto a la credibilidad, vale recordar que dos de los más prestigiosos científicos de fines del siglo xix, Lord Kelvin y Lord Rayleigh, impulsaron a Michelson y Morley para que planearan y ejecutaran el experimento conjunto de 1887 con el fin de confirmar el experimento previo del mismo Michelson en 1881 (Shankland, 1964, p. 25). Estos temas estudiaremos a continuación.

El entrenamiento científico de Michelson

Alberto Abraham Michelson nació en diciembre de 1852 en Strelno –ciudad a veces alemana, a veces polaca– pero creció en Nevada y California, y se graduó en 1873 en la Academia Naval de Annapolis, Estados Unidos. Obtuvo fama de gran experimentador cuando todavía era muy joven. En efecto, en 1877 Michelson repitió, mejorándolo significativamente en su resolución, el experimento de Foucault para medir la velocidad de la luz con espejos rotantes, lo que le sirvió para que su profesor de física en Annapolis, Simon Newcomb, lo llamara para trabajar con él en Washington en la Oficina del Almanaque Náutico. Allí perfeccionó el método para medir la velocidad de la luz, que 30 años después le llevó a ser el primer ciudadano norteamericano en recibir el Premio Nobel de Física en 1907 (Lemon, 1936, p. 2-4; Shankland, 1949, p.487-88; Smithson, 1950, p. 426-27; Moyer, 1987, p. 50).

Mientras Michelson estaba en Washington, tuvo ocasión de leer la carta de marzo de 1879 enviada por Maxwell a Todd, quien también trabajaba en la Oficina del Almanaque Náutico. Maxwell deseaba saber si la precisión de las mediciones astronómicas de los eclipses de los satélites de Júpiter era suficiente para determinar la velocidad absoluta de la tierra. Adicionalmente se refería al efecto del movimiento de la tierra sobre la velocidad de la luz:

> In the terrestrial methods of determining the velocity of light, the light comes back along the same path again, so that the velocity of the earth with respect to the ether would alter the time of the double passage by a quantity depending on the square of the ratio of the earth's velocity to that of light, and this is quite too small to be observed[5].

El desafío presente en esta carta tuvo un impacto significativo en Michelson, quien decidió utilizar su pasantía de investigación en Europa para tratar de resolver el problema (Shankland, 1964, p. 17).

En efecto, Michelson viajó a Europa en septiembre de 1880, tuvo cortas estadías en Londres y Paris donde interactúo con sus colegas, y llegó para el semestre de invierno al laboratorio de Helmholtz en la Universidad de Berlín, donde se encontró con Heinrich Hertz quien trabajaba allí como asistente de Helmholtz (Mulligan, 1989, p. 71).[6] El semestre de verano lo pasó Michelson en la Universidad de Heidelberg donde recibió clases de Quincke y Bunsen, y en el otoño de 1881, regresó a Francia, donde se quedó hasta junio de 1882 en la Escuela Politécnica de Paris (Shankland, 1964, p. 18-22).

Francia había sido líder durante el siglo XIX en todas las facetas de la investigación óptica. En el campo que aquí nos interesa, desde 1858 Jamin había desarrollado un interferómetro, que posiblemente sirvió de inspiración a Michelson (Shankland, 1964, p. 18). Al llegar a Berlín Michelson diseñó su interferómetro y, utilizando fondos provistos por Alexander Graham Bell, lo hizo construir por una firma alemana, con espejos suministrados por la Maison Breguet, que fabricaba los componentes para los interferómetros de Jamin. En abril de 1881 Michelson ya había terminado su primer experimento negativo sobre la velocidad de la tierra respecto al éter (Michelson, 1881),

[5] Mi traducción: "en los métodos terrestres para medir la velocidad de la luz, la luz regresa por la misma trayectoria, de modo que la velocidad de la tierra con respecto al éter alteraría el tiempo para la trayectoria de ida y regreso en un factor dependiente del cuadrado de la relación entre las velocidades de la tierra y de la luz, y esto es demasiado pequeño para ser observado".

[6] He mencionado a Hertz en el contexto de este artículo porque él muy posiblemente era el más brillante y prometedor físico de finales del siglo XIX. A diferencia de los demás, Hertz era capaz de desempeñarse igualmente bien en teoría y en experimentación, campo en el cual es bien conocido por su descubrimiento de las ondas electromagnéticas. Su formación teórica era por lo menos igual a la de los mejores teóricos, como Lorentz y Planck, y seguramente superior a la del experimentalista Michelson, y a la del excelente teórico Heavyside. Al morir a los 37 años en 1894, Hertz estaba trabajando en su libro de mecánica clásica, que abre con un estudio del éter dinámico. En mi opinión, si Hertz hubiera vivido, las ideas meramente teóricas de Einstein no hubieran tenido espacio para desarrollarse, y muy otro hubiera sido el sino de la física en el siglo XX. Este apasionante tema lo desarrollaré en otro lugar.

al que nos referiremos en detalle más adelante. Poco después, durante su estadía en Heidelberg, Michelson fue discípulo de Quincke quien era experto en el interferómetro de Jamin, y en interferencia con luz blanca. A continuación en Paris tuvo ocasión de interactuar detenidamente con los grandes expertos en óptica e interferometría como Jamin, Mascart, Cornu, Potier y Lippmann (Shankland, 1964, p. 22; Bennet, McAllister y Cabe, 1973, p. 2256; Swenson, 1987, p. 26).

Nótese el proceso de creación científica que llevó a Michelson a inventar su propio interferómetro. El proceso se inicia para responder preguntas concretas propuestas por otros investigadores, Maxwell en este caso. Michelson utiliza sus conocimientos generales sobre óptica, que fueron desarrollados por otros como Foucault, pero Michelson se sentía capaz de aportar cosas nuevas como ya lo había hecho con el método de Foucault para medir la velocidad de la luz. Para el problema concreto recurre a la técnica interferométrica inventada por otros, como Jamin, y le hace aportes nuevos. Claramente, el interferómero de Michelson es un buen ejemplo del proceso de creación científica, influida por los conocimientos, los medios, las limitaciones, y los prejuicios de su tiempo, para resolver las preguntas y problemas de su época.

A nadie se le ocurriría afirmar que Michelson formuló el concepto del éter por su cuenta, y que se preguntó aisladamente si la velocidad de la luz sería afectada por el movimiento relativo entre tierra y éter. Tampoco se le ocurriría a nadie afirmar que Michelson inventó su interferómetro sin haber recibido inspiración de sus predecesores, como Jamin. Todo lo anterior contrasta con la imagen de Einstein como un científico capaz de producir aisladamente de su entorno.

El experimento de Michelson en 1881

Los detalles de este trabajo (Michelson, 1881) no son muy discutidos en la literatura, pero contiene información valiosa para comprender el diseño y la reducción de datos del ulterior experimento de MM en 1887. El aparato construido por la casa Schmidt y Haensch de Berlín estaba formado por 2 brazos metálicos de aproximadamente 60 cm de longitud a 90º, que podían girar paralelamente al piso del laboratorio. Se discuten a continuación diversos aspectos de este experimento que arrojan luz sobre Michelson, su estilo de trabajo y de análisis, y sobre su personalidad.

Efectos externos. El interferómetro era muy sensible a las vibraciones por lo que las franjas sólo eran ocasionalmente observables en Berlín

después de medianoche. Buscando quietud el aparato fue trasladado al sótano del Observatorio de Astrofísica en Postdam donde "*las franjas eran observables bajo circunstancias normales, pero el instrumento era tan sensible que un zapatazo dado sobre el piso, a 100 metros aproximadamente del observatorio, hacía desaparecer las franjas completamente!*", mi traducción de Michelson, (1881, p. 124). Los brazos metálicos eran muy sensibles a variaciones térmicas, y además se arqueaban durante las rotaciones, por lo que fue necesario pedir al fabricante que mejorara su rigidez. Después de las correcciones el instrumento quedó con una anisotropía que Michelson atribuyó al soporte, pero no hizo corregir el aparato. En su lugar, "eliminó" sus efectos de forma arbitraria durante la reducción de datos, como se verá a continuación.

Eliminación de datos. Los datos se tomaron rotando el interferómetro, haciendo lecturas cada 45º, de modo que hay un total de 8 lecturas en cada vuelta completa (Michelson, 1881, p. 126). Una de las lecturas es claramente diferente a las demás. Sin embargo, Michelson consideró que tal lectura era producida por la anisotropía del soporte, porque al rotar 90º todo el aparato la señal anormal también rota 90º (p. 125). El valor anormal fue desestimado y reemplazado por el promedio de las dos lecturas adyacentes (p. 127). Aquí debe decirse que podrían existir otras explicaciones para un valor diferente a los demás. Lo ideal sería corregir el aparato para eliminar la asimetría identificada por Michelson. Desafortunadamente, esto no fue hecho.

Eliminación de efectos sistemáticos. En cada revolución los datos tienen una tendencia monótona: "*the numbers increase (or decrease) with more or less regularity from left to right. This gradual change, which should not in the least affect the periodic variation for which we are searching, would of itself necessitate an outstanding <u>error</u>…*"[7] (el énfasis es nuestro).Un poco más abajo Michelson agrega: "*If, therefore, we can eliminate this gradual change, we may expect a much smaller <u>error</u>*" [8] (el énfasis es nuestro) (Michelson, 1881, p. 127). Usando el método de mínimos cuadrados, Michelson procede entonces a ajustar una recta x_{cal} a los datos, bajo el supuesto (correcto) de que dicha recta representa la tendencia monótona,

[7] Mi traducción: "Los números crecen (o decrecen) con mayor o menor regularidad de izquierda a derecha. Este cambio gradual, que no debe afectar en lo más mínimo a la variación periódica que estamos buscando, necesita por si mismo que se evalúe su error"

[8] Mi traducción: "Si, entonces, pudiéramos eliminar este cambio gradual, podríamos esperar un error mucho menor".

posiblemente generada por variaciones térmicas. A continuación resta los X_{cal} calculados con esta recta de los valores observados experimentalmente X_{obs} para obtener el residuo $X_{per} = X_{obs} - X_{cal}$ que representa la variación periódica buscada. El procedimiento general es correcto y lleva a una curva con pequeñas undulaciones presentada por Michelson como figura 4 (Michelson, 1881, p. 128).

Ausencia de errores estadísticos. Pero no es correcto el uso que Michelson hace de su figura 4 para concluir que la variación observada es menor que la esperada . La falla radica en la conspicua ausencia de barras de error para X_{per}. Como se muestra en la citas del párrafo anterior, Michelson menciona con frecuencia el error experimental, pero nunca lo calcula. Más aún, la segunda cita parece indicar que Michelson confunde el valor numérico de X_{per}, que ciertamente es menor que X_{obs}, con el error estadístico asociado con X_{per}. De la definición de X_{per} es evidente que el error asociado con este residuo, que está relacionado con la varianza $Var(X_{per})$ no tiene que ser menor que el error asociado con X_{obs}, que está asociado con la varianza $Var(X_{obs})$.[9] Este parece ser un error sistemático de Michelson, que el presente autor ha hecho notar recientemente en el contexto del experimento de 1887 (Múnera, 2006, p.89-95).

La conclusión negativa de Michelson (resultante de su comparación entre la curva de X_{per} y la curva sinusoidal esperada de 0.1 franjas de amplitud) solamente sería válida si la curva esperada envolviera siempre a las barras de error. En el caso que nos ocupa $Var(X_{per})$ es muy grande, por lo que los errores son grandes, y se extienden más allá de la curva esperada. Consecuentemente Michelson no podía concluir que el experimento fuera negativo.

Diseño conceptual del experimento. Michelson parte del supuesto que la dirección en que se mueve el laboratorio respecto al éter es conocida, de modo que es posible orientar uno de los brazos de forma paralela a dicho movimiento. Específicamente, Michelson supone que la dirección de uno de los brazos "*coincide con la dirección del movimiento de la tierra*" (Michelson, 1881, p. 120). Este supuesto constituye una clara petición

[9] La varianza de X_{per} está dada por $Var(X_{per}) = Var(X_{obs}) + Var(X_{cal}) - 2Cov(X_{obs}, X_{cal})$. La covarianza es cero cuando las variables son estocásticamente independientes, por ejemplo si la tendencia subyacente X_{cal} se debe a variaciones térmicas locales, mientras que las variaciones en las observaciones X_{obs} se deben al movimiento respecto a un sistema de referencia, como creemos que ocurría en el experimento de MM.

de principio,[10] aspecto que hasta el momento no ha sido notado por los críticos, y mucho menos por los aúlicos, de Michelson y del experimento de MM.

Aún astrónomos de primer nivel, simultánamente expertos en interferometría, pueden cometer este error. Miller, quien era director de los observatorios del Monte Wilson y del Monte Palomar, y que empezó a trabajar en el experimento de MM en 1902, solamente se dio cuenta a fines de 1924 de que realmente no conocía la orientación del interferómetro respecto al movimiento de la tierra, por lo que decidió realizar todos sus experimentos subsiguientes bajo la modalidad de mediciones continuas sobre 24 horas, con el propósito de extraer de allí la dirección del movimiento de sol (Miller, 1933, p. 221-223). Algunos de los investigadores actuales (pero no todos) ya somos conscientes de dicha dificultad, y tratamos de resolverla de diferentes maneras. Por ejemplo, el búlgaro Marinov (1980, p. 61) implementó una medida electromagnética adicional que le permitía orientar el aparato de forma independiente; en contraste, el presente autor realiza mediciones continuas a la Miller (Múnera, Hernández-Deckers, Arenas y Alfonso, 2006 y 2007).

Efecto del movimiento del sol sobre el experimento. En 1881 ya se sabía que el movimiento del laboratorio está formado por la suma vectorial de la velocidad de rotación de la tierra alrededor de su eje, más la velocidad orbital de la tierra alrededor del sol, más la velocidad del sol respecto al espacio absoluto (es decir, respecto al éter, si éste estuviera en reposo). ¿Cúal fue el análisis que llevó a Michelson a reducir este complejo movimiento a traslación orbital solamente? Sobre el movimiento de rotación Michelson no hace ningún comentario; posiblemente consideró (correctamente) que su influencia sobre la magnitud de la velocidad total era despreciable. Sin embargo, *el efecto importante de la rotación no es su pequeña contribución a la rapidez del movimiento*, sino el cambio de orientación del aparato respecto a la velocidad del laboratorio, lo que hace que mediciones tomadas a diferentes horas del día no sean equivalentes (Múnera, 2002, p. 474-77).

Michelson era completamente consciente de la importancia del movimiento del sol, por lo que lo analiza cualitativamente en cierto detalle:

[10] Donde se supone conocido lo que se quiere averiguar. En este caso se supone conocida la dirección del movimiento, que es uno de los aspectos principales de la velocidad, cuyo efecto se quiere determinar.

> At this time of the year, early in April, the earth's motion in its orbit coincides roughly in longitude with the estimated direction of the motion of the solar system –namely, toward the constellation Hercules. The direction of this motion is inclined at an angle of about +26º to the plane of the equator, and at this time of the year the tangent of the earth's motion in its orbit makes an angle of –23.5º with the plane of the equator; hence we may say that the resultant would lie within 25º of the equator.
>
> The nearer the two components are in magnitude to each other, the more nearly would their resultant coincide with the plane of the equator (énfasis agregado). In this case, if the apparatus be so placed that the arms point north and east at noon, the arm pointing east would coincide with the resultant motion, and the other would be at right angles. Therefore, if at this time the apparatus be rotated 90º, the displacement of the fringes should be twice 8/100 or 0.16 of the distance between the fringes (el énfasis es de Michelson).
>
> If, on the other hand, the proper motion of the sun is small compared to the earth's motion, the displacement should be 6/10 of 0.08 or 0.048. Taking the mean of these two numbers as the most probable, we may say that the displacement to be looked for is not far from one-tenth the distance between the fringes[11]. (Michelson, 1881, p. 124-25).

Varios aspectos merecen resaltarse en la argumentación anterior:

- El experimento fue diseñado por Michelson para medir corrimientos de 0.1 franja bajo el supuesto de que la rapidez del movimiento del sol es 30 km/s o menor. Sorprende que Michelson no hubiera considerado la otra alternativa lógicamente posible: movimiento solar con rapidez superior a 30 km/s. Podría conjeturarse a su favor que posiblemente en su época esa no fuera una alternativa razonable, por lo que era valedero no tenerla en cuenta en el *diseño* del experimento. Sin

[11] Mi traducción: "En esta época del año, al principios de abril, el movimiento orbital de la tierra coincide aproximadamente en longitud con la dirección estimada del movimiento del sistema solar hacia la constelación Hércules. La dirección de este movimiento está inclinada +26º respecto al plano ecuatorial, y en esta época del año la tangente del movimiento orbital de la tierra hace un ángulo de –23.5º respecto al plano ecuatorial; puede decirse entonces que el movimiento resultante estará dentro de un ángulo de 25º respecto al plano ecuatorial. Mientras más cercanas estén las magnitudes de las dos componentes, una respecto a la otra, más cerca estará la resultante de coincidir con el plano ecuatorial (énfasis agregado).

En este caso, si el aparato se coloca de modo que sus brazos apunten al norte y al este a la hora del mediodía, el brazo que apunte al este coincidirá con el movimiento resultante, y el otro brazo estará en ángulo recto. Por lo tanto, si en este instante el aparato es rotado 90º, el desplazamiento de las franjas será el doble de 8/100, o sea 0.16 de la distancia entre franjas (énfasis de Michelson). Si, por el contrario, el movimiento propio del sol es pequeño comparado con el movimiento de la tierra, el desplazamiento [de las franjas] sería 6/10 de 0.08, o sea 0.048. Tomando el promedio de estas dos cifras como valor más probable, podemos decir que el desplazamiento que debemos buscar no está lejos de un décimo de la distancia entre franjas".

embargo, *no puede decirse lo mismo respecto a la interpretación del experimento*, especialmente al obtenerse los inesperados resultados negativos. En ese momento Michelson debió haber hecho un análisis de sensibilidad sobre todos los parámetros del experimento (tanto operativos como de diseño) para determinar como respondería el instrumento a condiciones diferentes a las supuestas. Esto no fue hecho ni en 1881, ni en 1887 constituyéndose en una nueva[12] falencia en el proceso de interpretación. Sobra decir que en la actualidad se sabe que el sol se mueve con rapidez del orden de 300 km/s (Smoot, Gorenstein, Muller, 1977), según que el movimiento solar se considere respecto al centro de la galaxia, respecto a galaxias vecinas, respecto a la radiación de fondo, etc. Resumiendo, desde nuestra perspectiva actual, pero con enfoque pre-relativista, no hay ninguna razón para aceptar como válida la premisa principal del diseño del experimento de MM, que parte del supuesto que al mediodía la dirección oeste-este en el laboratorio es paralela a la dirección del movimiento de la tierra respecto al espacio absoluto.

- Suponiendo que hubiera sido correcto, el análisis cualitativo de Michelson sólo sería válido para principios de abril, que fue cuando terminó sus observaciones en Postdam. Puesto que en tres meses la tierra ha avanzado aproximadamente un cuarto de la órbita anual, el análisis para abril no podría, ni puede, aplicarse directamente al experimento de MM realizado en julio de 1887 en Cleveland. Sin embargo, en ese caso Michelson también supuso que la única componente importante del movimiento terrestre era el desplazamiento orbital.
- Bajo los mismos supuestos, el análisis de Michelson sólo sería válido para mediodía, pero no para las seis de la tarde cuando la tierra ha rotado 90º. En el experimento de MM de 1887 la mitad de las sesiones fueron vespertinas; sus valores se promediaron con los de mediodía, presumiblemente para eliminar armónicos indeseados. Este procedimiento presupone una relación lineal, pero en realidad la relación es mucho más compleja debido a la inclinación del eje de rotación de la tierra respecto al plano de la eclíptica, que genera una cambiante orientación del plano horizontal local (función de la latitud de Cleveland). Para una discusión más cuantitativa ver Múnera (2002).

[12] Nueva en el sentido de no haber sido descubierta por las personas que analizaron previamente el experimento de MM.

Teoría del experimento. Otro aspecto notorio del artículo de 1881 es que Michelson aparentemente[13] tiene un error teórico al analizar la trayectoria en el brazo que se mueve perpendicular al éter.[14] El error, notado independientemente por Potier en 1881 y por Lorentz poco después, fue corregido en el experimento de 1887. Aquí debe resaltarse que Lorentz ya estaba interesado en los resultados empíricos de Michelson desde 1881.

La rapidez (o,¿precipitud?) de la ejecución. Según carta de Michelson a Newcomb fechada en Berlin el 22 noviembre 1880, el experimento apenas estaba en fase conceptual, pues Michelson estaba convenciendo a Helmholtz de su viabilidad, y todavía no tenía recursos para ejecutarlo; "There is [...] unexpected difficulty [...] the necessary funds do not seem to be forthcoming"[15] (Shankland, 1964, p.19). Sin embargo, las lecturas experimentales fueron completadas en Postdam a principios de abril de 1881! (Shankland, 1964, p. 21). Esto indica que la carta fue a Washington (¿por barco? ¿por telégrafo?) los fondos de Graham Bell fueron suministrados, el instrumento fue construido en Berlín, con partes ópticas provenientes de Paris, se tomaron medidas en Berlín, los brazos del aparato fueron reforzados por el fabricante berlinés, y se completaron en Postdam las observaciones experimentales en poco más de cuatro meses!

Es claro que no pudieron tomarse muchas medidas, ni con mucho cuidado. En efecto se corrieron cuatro series (la fecha no aparece en el artículo), cada una con cinco vueltas del interferómetro (Michelson, 1881, p.126). Sin embargo, cuando se lee a los áulicos de Michelson aparece como si el experimento hubiera sido muy meticuloso y se hubiera realizado con exhaustivo detalle. Por ejemplo, Lemon afirma que *"He [Michelson] gave it thorough trials at Berlin and at Postdam."*[16] (Lemon, 1936, p. 5). En nuestra opinión, veinte vueltas a un interferómetro defectuoso no parece muy exhaustivo.

---

[13] Digo "aparentemente" porque el tema de reflexión cinemática en el interferómetro de Michelson no es trivial. En efecto, el cálculo del corrimiento esperado siempre se hace suponiendo que los espejos no están en rotación. En una controversia sobre si es válido desestimar este efecto en primera aproximación, Righi (1919 a y b; 1920) y Stein (1920) estaban por la negativa, mientras que Villey (1920 a y b), y Kennard y Richmonds (1922) lo encontraban aceptable. El tema ha vuelto a recibir atención recientemente (Olenici, 2005).

[14] Como acaba de discutirse en 2.2.5, la dirección en que se mueve la tierra respecto al éter es desconocida.

[15] Mi traducción: "existe la dificultad inesperada de la falta de disponibilidad de fondos".

[16] Traducción: "Él le aplicó [al interferómetro] pruebas exhaustivas en Berlin y en Postdam".

El apresurado (o,¿precipitado?) análisis del experimento. Según Shankland (1964, p. 21), el informe con los resultados fue escrito por Michelson antes de irse a Heidelberg con su familia. Según carta de Baker a Stockwell, citada por Shankland (1964, p. 22), el 19 de abril Michelson ya estaba en Heidelberg. El artículo fue publicado antes del fin del año de 1881 en una revista norteamericana (Michelson, 1881).

Esto significa que Michelson sólo dispuso de algunos días para analizar y digerir los datos del experimento, hacer cálculos y preparar el artículo. No es de extrañar que con toda esta prisa Michelson no haya tenido tiempo de hacer un análisis de datos serio, ni haya tenido tiempo de calcular errores estadísticos, y que haya cometido errores teóricos, tal como ya lo indicamos arriba.

La validez de las conclusiones del experimento de 1881. Michelson ofrece las siguientes conclusiones, igualmente apresuradas:

> The interpretation of these results is that there is no displacement of the interference bands. The result of the hypothesis of a stationary ether is thus shown to be incorrect, and the necessary conclusion follows that the hypothesis is incorrect. This conclusion directly contradicts the explanation of the phenomenon of aberration which has been hitherto generally accepted, and which presupposes that the earth moves through the ether, the latter being at rest. (Michelson, 1881, p. 128)[17].

Nótese que Michelson no menciona en las conclusiones que el equipo no funcionaba bien, ni que existían errores experimentales, ni que los datos fueron pocos, ni que se eliminaron lecturas, ni que existan errores estadísticos no evaluados. Las conclusiones son escritas con certeza y sin vacilación.

En retrospecto, es increíble que Michelson haya podido ofrecer conclusiones de un experimento con la multitud de falencias técnicas discutidas antes. Experimentos como éste, y especialmente sus conclusiones sin fundamento empírico real, dejan una extraña e incómoda sensación sobre la validez de la evidencia exhibida contra el éter a finales del siglo XIX.

[17] Mi traducción: "La interpretación de estos resultados es que no hay desplazamiento de las bandas de interferencia. El resultado de la hipótesis de un éter estacionario se demuestra entonces que es incorrecto, y se desprende la conclusión necesaria que la hipótesis es incorrecta. Esta conclusión directamente contradice la explicación del fenómeno de aberración que ha sido aceptada hasta ahora, y que presupone que la tierra se mueve a través del éter, estando éste estacionario".

La aceptación del experimento de 1881. No es entonces sorprendente que la comunidad científica no haya tomado muy en serio los resultados de este experimento, ni que muchos años después Millikan se hubiera referido a él como un "*experimento muy burdo*" (Shankland, 1964, p. 23). Por el contrario, es sorprendente que: *"Lord Rayleigh and Lord Kelvin (then Sir William Thomson) in England and H. A. Lorentz and others on the continent of Europe gave careful and respectful attention to Michelson's first published result on the aether-drift experiment."*[18] (Shankland, 1964, p. 23). Esta actitud benevolente respecto a Michelson, de parte de algunos de los más eminentes científicos de su época, puede inducir reflexiones sobre los mecanismos sociales que impiden el descrédito de algunas personas, aunque cometan errores, mientras que otras personas meticulosas y rigurosas son ignoradas.

*¿Comprendía Michelson las limitaciones de su experimento?.*Parece ser que no. En efecto en carta a Lord Rayleigh fechada en Cleveland el 6 de marzo de 1887 expresa:

> I have never been fully satisfied with the results of my Postdam experiment, even taking into account the correction which Lorentz points out. All that may be properly concluded from it is that (supposing the ether were really stationary) the motion of the earth thro' space cannot be very much greater than its velocity in its orbit[19]. (Shankland, 1964, p. 29).

Más adelante Michelson expresa en la misma carta: "*I have repeatedly tried to interest my scientific friends in this experiment without avail [...] I was discouraged at the slight attention the work received...*"[20] (Shankland, 1964, p. 29).

Tal parece que a Michelson no le importaba haber tomado sus datos con un aparato defectuoso, ni haber eliminado arbitrariamente algunos datos, ni no haber calculado los errores experimentales y estadísticos. De todos modos insiste en la interpretación negativa de sus resultados. Parece que

[18] Mi traducción: "Lord Rayleigh y Lord Kelvin (por entonces Sir William Thomson) en Inglaterra, y H. A. Lorentz y otros en Europa continental, prestaron atención cuidadosa y respetuosa a los primeros resultados publicados por Michelson sobre el experimento del corrimiento del éter".

[19] Mi traducción: "Nunca he estado completamente satisfecho con los resultados de mi experimento en Postdam, aún después de tomar en consideración la corrección indicada por Lorentz. Todo lo que puede concluirse de él es que, suponiendo que el éter está realmente en reposo, el movimiento de la tierra a través del espacio no puede ser mucho mayor que su velocidad orbital".

[20] Mi traducción: "He tratado infructuosamente de interesar a mis amigos científicos en el experimento...La poca atención recibida por el trabajo me ha descorazonado".

en marzo de 1887, seis años después del experimento, Michelson todavía no era consciente de las múltiples falencias del experimento de 1881.

En octubre de 1884 Lord Kelvin dictó una serie de conferencias en Baltimore a las cuales asistieron 21 físicos distinguidos de los Estados Unidos, incluyendo a Michelson y Morley, quienes trabajaban en dos universidades diferentes de Cleveland. Lord Rayleigh también asistía como oyente pues había venido a Canadá a una reunión y se había quedado de visita. Kelvin y Rayleigh no estaban completamente convencidos con el experimento de Michelson en Postdam y sugirieron una repetición en equipo con Morley, quien era el mejor estudiante del curso que dictaba Kelvin y gozaba de reconocido prestigio como experimentador y teórico. Como paso previo, a lo mejor para confirmar la metodología de Michelson, Kelvin y Rayleigh sugirieron una repetición del experimento de Fizeau en 1851 (Shankland, 1964, p. 24-25).

Parece que Michelson solamente comprendió parcialmente las limitaciones del experimento de 1881 después de adelantar con Morley el experimento de 1887. Así, en sus comentarios de 1903, Michelson solamente le asigna valor histórico al experimento de 1881, en el sentido de haberle permitido desarrollar su interferómetro, pero no por sus resultados: "*I think it will be admitted that the problem* [the 1881 experiment]*, by leading to the invention of the interferometer, more than compensated for the fact that this particular experiment gave a negative result*"[21] (Shankland, 1973 a, p. 2281).

El experimento de Michelson-Morley en 1887

De la discusión anterior se sigue que el famoso experimento de Michelson y Morley en 1887 no fue un evento aislado, sino un eslabón de una cadena, que pretendía confirmar resultados previos, como el experimento de Michelson en 1881. Según MM, los resultados del experimento de 1887 fueron *negativos* (Michelson y Morley, 1887 a, y b). A pesar de algunas voces aisladas que criticaron algunos aspectos del experimento de MM (Sutherland 1898, 1900; Hicks, 1902), la interpretación negativa de MM fue aceptada sin beneficio de inventario por la mayoría de los físicos de entonces (Lodge, 1898).

En el caso de Michelson existe un marcado culto a su personalidad, como primer Nobel norteamericano en física. En particular su capacidad experimental

[21] Mi traducción: "Creo que puede admitirse que el problema [esto es, el experimento de 1881], al llevar a la invención de interferómetro, compensó más que suficientemente el hecho de que este experimento en particular produjera un resultado negativo".

y su meticulosidad se han vuelto míticas. Por ejemplo, después de referirse al fallido experimento de Michelson en 1881 en Postdam, su colega de la Universidad de Chicago Harvey Lemon afirma que "*during the next five years, in collaboration with Professor Morley, an apparatus was constructed of such stability that it was capable of measuring about 1/12 part of the displacement of the interference fringes expected as a result of the earth's motion through the ether*"[22]. (Lemon, 1936, p. 5).

Por el momento solamente quiero referirme a la exageración sobre el tiempo dedicado a la construcción del interferómetro de 1887. Sobre su sensibilidad hablaremos más adelante. En efecto, la idea de que Michelson y Morley podrían trabajar juntos solamente apareció durante las Conferencias de Baltimore en octubre de 1884. Cuando Michelson envió su carta de respuesta a Lord Rayleigh en marzo 6 de 1887, todavía no había empezado la construcción del interferómetro de 1887: *"Your letter has however once more fired my enthusiasm and it has decided me to begin the work at once"*[23] (Shankland, 1964, p. 29) En carta de 17 abril de 1887, Morley cuenta a su padre que ha empezado nuevo experimento con Michelson (Shankland, 1964, p. 30). Esto significa que las labores concretas de construcción del aparato para las mediciones de julio de 1887 empezaron entre el 6 de marzo y el 17 de abril del mismo año. Esto es, la preparación del experimento de 1887 tomó como máximo cuatro meses, y no cinco años como alegremente escribe Lemon.

Lemon continúa sus elogios a Michelson refiriéndose a los resultados del experimento de 1887:

> Again we must note at this point the universal confidence with which any experimental fact announced by Michelson was instantly accepted. Not for twenty years did any one have the temerity to challenge his conclusion. Instead, the theoretical physicists accepted it and in one way or another began to rebuild their theories"[24]. (Lemon, 1936, p. 5).

[22] Mi traducción: "durante los siguientes cinco años, en colaboración con el Profesor Morley, se construyó un aparato de una estabilidad tal que era capaz de medir cerca de 1/12 del desplazamiento esperado de las franjas de interferencia a causa del movimiento de la tierra a través del éter."

[23] Mi traducción: "Sin embargo, su carta ha despertado mi entusiasmo nuevamente, y me ha decidido para empezar a trabajar inmediatamente"

[24] Mi traducción: "Aquí debemos notar de nuevo la confianza universal con que cualquier hecho experimental reportado por Michelson era inmediatamente aceptado. Por veinte años nadie tuvo la temeridad de poner en duda su conclusión. Más bien, los físicos teóricos la aceptaron y empezaron de una u otra manera a reconstruir sus teorías".

Aquí no hay mucha exageración en las palabras de Lemon. Ciertamente, la credibilidad que despertaba Michelson era inmensa, quizá desproporcionada. En retrospecto, dadas las profundas implicaciones de un experimento negativo para la física de la época, es sumamente curioso que ni la interpretación de los resultados experimentales por Michelson, ni el diseño del experimento hayan sido sometidos a escrutinio riguroso. Este es un tema para quienes estudian que tipos de personalidad individual, que clases de sociedad, y que mecanismos de entronque social inducen credibilidad científica.

Para evitar las dificultades causadas por los brazos metálicos en Postdam, el aparato para el experimento de 1877 fue montado sobre un bloque de piedra (arenisca), que podía flotar en un baño de mercurio, disminuyendo así los problemas de estabilidad mecánica y térmica. Discutamos ahora varios aspectos del experimento de 1887, y hagamos un paralelo con 1881 cuando sea apropiado.

Efecto del movimiento solar. En el cuerpo del artículo de 1887 el movimiento del sol solamente se menciona en el último párrafo:

> In what precedes, only the orbital motion of the earth is considered. If this is combined with the motion of the solar system, concerning which but little is known with certainty, the result would have to be modified; and it is just possible that the resultant velocity at the time of the observations was small though the chances are much against it[25]. (1, p.234) (Énfasis nuestro).

Nótese que el análisis del efecto del movimiento solar en el artículo de 1887 es mucho más pobre que en el artículo de 1881 (recordar la subsección 2.2.6). Seguramente Michelson sabía que no podía utilizar el análisis hecho para el mes de abril de 1881 y aplicarlo al mes de julio de 1887, por lo que prefiere callar. De este modo supone de entrada, sin dar ningún detalle, que la velocidad respecto al éter es solamente la velocidad orbital de la tierra, mientras que en el artículo de 1881 este resultado proviene de un análisis previo.

Es muy importante enfatizar que MM sabían que el diseño de su experimento dependía de una suposición muy endeble: despreciar el movimiento solar. Tal suposición es por supuesto falsa. Nótese que MM

[25] Traducción literal: "En lo que antecede, solamente se consideró el movimiento orbital de la tierra. Si éste se combina con el movimiento del sistema solar, sobre el cual muy poco se sabe con certeza, el resultado debe modificarse; y aunque es posible que la velocidad resultante fuera muy pequeña en el instante de las observaciones, esto es poco probable".

despreciaron el movimiento solar, no porque no existiera, sino porque no sabían como analizarlo: "*concerning which but little is known with certainty"* (tradución: *movimiento sobre el cual sabemos poco con certeza*).

A pesar de lo anterior, Michelson y Morley proceden en seguida a concluir así: "*It appears, from all that precedes, reasonably certain that if there be any relative motion between earth and the luminiferous ether, it must be small…*"[26] [1, p. 234], el énfasis es nuestro. Esta conclusión parece demasiado fuerte en vista de las limitaciones impuestas en el párrafo anterior. Nótese que MM concluyen que es "*razonablemente cierto*" que el efecto es pequeño, mientras que en el párrafo anterior indicaban que sabían poco sobre como influiría la velocidad solar. Preguntamos nosotros: **¿cómo puede ser razonablemente cierta una conclusión que se basa en supuestos sobre los que sabe tan poco?**

Aparentemente, para llegar a la anterior conclusión, MM parten del supuesto implícito que el *único* efecto de una alta rapidez del movimiento solar sería un incremento en la magnitud de la velocidad del éter. Consecuentemente, la pequeña variación observada por MM se vuelve aún más pequeña respecto a una velocidad mayor del éter. Esto *parece razonable, pero hay allí un grave error*. En efecto, si la rapidez del movimiento solar fuera del orden de 300 km/s (Smoot, Gorenstein, y Muller, 1977), el máximo corrimiento de franjas que MM debieran haber esperado con su instrumento sería de 30 franjas aproximadamente. Por lo tanto, el experimento debiera haber sido diseñado para medir corrimientos de *varias* franjas, y *no meramente de una fracción* menor a una franja. Esto significaría que las lecturas tomadas por MM están erradas, puesto que cada lectura (esto es, una fracción de franja) realmente corresponde a un entero más dicha fracción; desafortunadamente la parte entera no es conocida.

Aparece aquí un aspecto misterioso para el cual no tenemos explicación adecuada. El experimento de MM fue hecho con luz blanca, que tiene una longitud de coherencia corta, por lo que durante una rotación el patrón de interferencia debería desaparecer si la velocidad de la tierra es alta. Sin embargo, parece que los patrones de interferencia nunca desaparecieron durante una rotación, lo que implicaría que los máximos corrimientos no fueron superiores a un par de longitudes de onda.

[26] Traducción literal: "Aparece, de todo lo que precede, razonablemente cierto que si existiera algún movimiento relativo entre la tierra y el éter lumínico, este movimiento debe ser pequeño".

Por el contrario, en nuestros experimentos adelantados con un láser verde de alta coherencia, observamos corrimientos netos (después de restar efectos ambientales) de varias longitudes de onda a la latitud de Bogotá, que es inferior a la de Cleveland (Múnera, Hernández-Deckers, Arenas, Alfonso, 2006 y 2007). No es fácil reconciliar los bajos corrimientos en Cleveland, con los altos corrimientos de Bogotá.

Reducción de datos. La reducción de datos también presenta fallas significativas, como el hecho de promediar los valores del mediodía con los de la tarde (Múnera, 1998), que corresponden a situaciones distintas del interferómetro, ver Múnera (2002). Peor aún, lo mismo que en el experimento de 1881, no se hizo ningún análisis estadístico, y no aparecen barras de error en su figura final (que es el muy conocido icono que ha sido repetido en muchos textos para demostrar que el experimento fue negativo). Tal como se expresó en la anterior sección 2.2.4 respecto al experimento de 1881, la conclusión negativa de 1887 no es válida mientras no se demuestre que los errores estadísticos son pequeños. Este no parece ser el caso.

MM explican en detalle el procedimiento seguido para llegar a los valores promedios que resumen en dos tablas. MM dicen a continuación: "*The results of the observations are expressed graphically in Fig. 6*" (traducción: Los resultados de las observaciones se expresan gráficamente en la fig. 6) (Michelson y Morley, 1887 a, p.340). Sin embargo, al observar detenidamente la figura 6, que es la figura final de MM a que se hizo referencia en el párrafo anterior, se nota que *las curvas no corresponden con los valores tabulados*. Este es un hallazgo sorprendente que, según nuestro conocimiento, solamente había sido notado previamente por Handschy (1982). Existió claramente un procedimiento adicional, no reportado en el informe de 1887, para la eliminación de la tendencia monótona en los datos. Según los análisis independientes de Handschy (1982) y Múnera (1998) parece que se trata de una eliminación lineal de la tendencia subyacente. Michelson describió en algún detalle el procedimiento para la eliminación de la tendencia monótona en el artículo de 1881 (ver sección 2.2.3 arriba), pero sorprende su silencio al respecto en 1887!

De todos modos, puede conjeturarse que Michelson aplicó el mismo procedimiento descrito en 2.2.3 para eliminar la tendencia monótona. Si ello fue así el error estadístico asociado con la figura 6 es bastante grande, imposibilitando la interpretación negativa del experimento (Múnera, 2005).

El estilo de Michelson para escribir artículos científicos

Es bien sabido que Michelson escribía corto para su época:

> The brevity of Michelson's scientific papers has been commented by Millikan. This quality appears to have been present in his undergraduate days for he ranked near the top of his class in technical grammar, but near the bottom in the course in history and composition…"[27] (Smithson, 1950, p. 425-26).

La estructura de los artículos de 1881 y 1887, tal como fueron publicados en el American Journal of Science, se resume en la Tabla 1. Las secciones sobre teoría y descripción del experimento en ambos artículos son similares. El artículo de 1881 dedica un esfuerzo significativo a discutir cualitativamente el efecto del movimiento solar y los errores ambientales, mientras que estos temas son prácticamente ignorados en el famoso y definitivo artículo de 1887. La reducción de datos se presenta en 3.5 páginas en el artículo de 1881, pero sólo merece media página en 1887; en este último hay silencio absoluto respecto a la corrección de la tendencia monótona subyacente. La discusión de resultados es un poco más amplia en 1881 que en 1887, pero en ambos casos es bastante pobre; en ninguno de ellos aparece un análisis cuantitativo de errores experimentales, ni estimación de los errores estadísticos, ni un análisis de sensibilidad de los resultados respecto a los parámetros operativos y de diseño. Las conclusiones en ambos artículos se basan en una gráfica de residuos, sin barras de error, que se comparan contra unas expectativas teóricas (que en ambos casos son discutibles).

En todos los aspectos, el artículo de 1887 es más corto que en 1881, exceptuando la introducción de 1887 que es significativamente más larga (allí se discute la relación entre el nuevo experimento de 1887 con el trabajo previo de 1881). Hasta aquí el artículo de 1887 es un poco más corto que el de 1881.

El artículo de 1887 contiene además un largo "Suplemento" (aproximadamente 30% de la longitud del artículo), suplemento que no tiene relación *directa* con el experimento que se reporta. Allí, MM discuten "*another method for multiplying the square of the aberration sufficiently to*

[27] Traducción literal: "La brevedad de los artículos científicos de Michelson ya fue comentada por Millikan. Esta peculiaridad parece que ya se presentaba en sus días de pregrado, puesto que se clasificó cerca del tope de su clase en gramática técnica, pero cerca del fondo de su clase en historia y en composición".

bring it within the range of observation, which has presented itself during the preparation of this paper" [28] [1, p.341].

Tabla 1. Estructura de los artículos de Michelson en 1881 y MM en 1887

Descripción	Artículo 1881	Artículo 1887
Introducción	Menos de media página	Más de dos páginas
Teoría del experimento	Menos de dos páginas	Menos de dos páginas
Descripción experimento	Tres páginas	Poco más de 3 páginas
Movimiento solar	Media página	Un párrafo corto
Errores ambientales	Media página	No
Reducción de datos	Tres páginas y media	Dos párrafos cortos
Discusión resultados	Menos de una página	Dos párrafos
Análisis de error estadístico	No	No
Cálculo error experimental	No	No
Conclusiones	Un párrafo	Un párrafo
Longitud artículo central	Nueve páginas y media	Ocho páginas y media
Suplemento	No	Tres páginas y media
Longitud total	Nueve páginas y media	Doce páginas

Por comparación con el artículo de 1881, llama la atención el poco esfuerzo de Michelson[29] para analizar el movimiento solar y para explicar la reducción de datos en el artículo de 1887. Si ya lo había hecho antes, no parece plausible que se debiera meramente a su poca habilidad para la "composición". Una posibilidad es que Michelson considerara que no hacía falta describirlo pues ya lo había hecho antes en 1881. Otra posibilidad es que Michelson estuviera desilusionado, o avergonzado, con los resultados del experimento. Como argumentos para apoyar esta segunda conjetura (una posible **frustración de Michelson**) se mencionan:

- El hecho de utilizar más de 30% del artículo de 1887 para describir un posible método, basado en reflexión cinemática, para obtener resultados positivos en la medición de la velocidad del éter. La inclusión de tal "Suplemento" sólo tiene sentido si Michelson (¿y Morley?) deseaba(n) vivamente que el experimento hubiera sido positivo, por lo que para él (ellos) era más importante presentar una nueva alternativa experimental que discutir los detalles del experimento fallido.

[28] Traducción literal: ".. otro método, que se nos ocurrió durante la preparación de este artículo, para multiplicar suficientemente el cuadrado de la aberración de modo que sea observable".

[29] El presente autor discute en otro lugar (Múnera, 2005) algunos indicios que sugieren que el artículo fue escrito por Michelson solamente, y que Morley desconocía el procedimiento usado por Michelson para pasar de los promedios de la tabla a la figura 6.

- Shankland (1964, p. 33; 1949, p. 490) menciona que: "*Michelson in his address on optical research as vice-president of section B of the A.A.A.S. in Cleveland in August 1888, failed to mention the Michelson-Morley experiment!*"[30] No parece razonable que Michelson hubiese olvidado el experimento un año después de su ejecución. ¿Lo omitiría conscientemente?
- Las remembranzas del padre de Shankland, quien fuera estudiante de la Universidad de la Reserva Occidental: "*...the Michelson-Morley experiment was considered to have been a failure and that Morley was in a certain sense an object of pity*"[31] (Shankland, 1963, p. 55).
- La carta que Michelson dirigió a Lord Rayleigh el 6 de Marzo de 1887, discutida ampliamente en 2.2. Si Michelson estaba desanimado por haber recibido poca atención por el fallido, apresuradamente ejecutado, experimento de 1881, su frustración debió haber sido enorme al "fallar" de nuevo.

Einstein y el experimento de Michelson-Morley

Tal como se indicó antes, los resultados negativos del experimento de MM en 1887 crearon gran inquietud, pues debido a la credibilidad generada por Michelson, fueron aceptados como correctos sin un profundo análisis. Ciertamente los teóricos empezaron la búsqueda de las posibles causas que pudieran explicar el resultado negativo del experimento. Son bien conocidas las hipótesis del irlandés FitzGerald, y del holandés Lorentz (1895) que propusieron que el brazo del interferómetro que se desplaza paralelamente al éter sufre una contracción en su longitud. Como se indicó antes, Lorentz había seguido de cerca el trabajo de Michelson en este campo desde 1881, por lo que su propio trabajo teórico fue probablemente inducido por la interpretación negativa dada por Michelson a los experimentos de 1881 y 1887.

A finales del siglo XIX, el Instituto Politécnico Federal Suizo de Zurich (ETHZ por las siglas en alemán) era una de las más prestigiosas instituciones de educación universitaria en Europa, y sigue siéndolo como lo pregonamos orgullosamente quienes hemos estado vinculados a él. Como es apenas de

[30] Mi traducción: "Michelson en su discurso sobre investigación en óptica, presentado en su carácter de vicepresidente de la sección B de la Asociación Norteamericana para el Avance de la Ciencia en Cleveland en Agosto de 1888, omitió mencionar el experimento de Michelson-Morley".

[31] Mi traducción: "... se consideraba que el experimento de Michelson-Morley fue un fracaso, y de cierto modo a Morley se le tenía compasión".

esperarse, la educación que se impartía en física durante esa época discutía los temas más actuales, y en su biblioteca se encontraba literatura científica actualizada. En este contexto se desarrolló la educación universitaria de Alberto Einstein entre octubre de 1896 y agosto de 1900 (Beck y Havas, 1987, p. 25).

Interacciones entre Michelson y Einstein

Desde el punto de vista de Michelson, parece ser que él prefería la física pre-relativista basada en un éter estacionario. Einstein le contó a Shankland en su entrevista de octubre de 1952 (Shankland, 1963, p.56), que Michelson le había dicho que "*él estaba entristecido porque su propio trabajo había empezado este 'monstruo'* [la teoría de relatividad]".

De Michelson se dice que *"he took great pains to leave no stone unturned to test any alternative hypothesis which could be put to experimental test either before or after the appearance of the relativity theory."*[32] (Lemon, 1936, p. 5). De lo discutido aquí en la anterior sección 2, en retrospecto hubiera sido más conveniente que Michelson revisara su propio análisis estadístico y el diseño del experimento de 1887, en particular el efecto del movimiento solar, antes de ponerse a buscar alternativas más complejas, como el corrimiento diferencial del éter como función de la altura, que lo llevó a construir un interferómetro vertical (Lemon, 1936, p. 5; Shankland, 1973 a, p. 2285).

Desde el punto de vista de Einstein son varios los aspectos a considerar, así:

1. La influencia directa derivada de conocer el resultado "negativo" del experimento de MM. La opinión de Einstein en 1916 sobre este aspecto está consignada en la entrevista a Werheimer (citado por Shankland, 1973 b, p. 896): "*The importance of the Michelson-Morley experiment for Einstein was that it gave positive confirmation to his belief that the speed of light is invariant in all inertial frames, independent of the motion of source, apparatus, or observer.*"[33] Cabe conjeturar que si el resultado del experimento de MM hubiera sido positivo, Einstein habría dudado antes de proponer su segundo

[32] Mi traducción: "se esforzó para no dejar sin ensayar cualquier hipótesis alternativa que pudiera ser sometida a prueba experimental, tanto antes como después de la aparición de la teoría de relatividad"

[33] Mi traducción: "La importancia del experimento de MM para Einstein fue que le dio confirmación positiva a su creencia que la rapidez de la luz es invariante en todos los sistemas inerciales, independientemente del movimiento de la fuente, aparato, u observador."

postulado, pues él siempre pensó que la evidencia experimental era fundamental. Al respecto es muy diciente la carta que Einstein envió a mediados de 1950 a Shankland sobre el análisis que este último acaba de terminar (Shankland et al, 1955) sobre el trabajo de Miller (1933). Dice Einstein: "*... the existence of a not trivial positive effect would affect very deeply the fundament of theoretical physics as it is presently accepted*"[34] (Shankland, 1973 a, p. 2283).

2. La influencia indirecta resultante de estudiar las teorías de FitzGerald, Lorentz (1895) y Poincaré (1905, 1906), propuestas para explicar los resultados "negativos" del experimento de MM. Si los resultados de MM hubieran sido positivos tales teorías no habrían surgido posiblemente. Tal como se discute en la sección siguiente, Einstein también se enteró del experimento de MM por otros conductos.
3. El papel del resultado "negativo" de MM para la aceptación de los postulados de Einstein. La comunidad científica no habría aceptado fácilmente el segundo postulado de la teoría de relatividad, si no hubiera existido evidencia experimental previa que apoyara dicho postulado. Einstein siempre estuvo consciente de esta situación, tal como lo expresó en 1915: "*The successes of Lorentz's theory were so significant that the physicists would have abandoned the principle of relativity without qualms, had it not been for the availability of an important experimental result of which we must now speak, namely Michelson's experiment*"[35] (Holton, 1969 a, p. 145).

Tal como se indicó en la introducción, siguiendo a Holton (1969 a y b), la mayoría de los físicos actuales minimiza el papel del experimento de MM en el desarrollo de la teoría especial de la relatividad. Quienes comparten las ideas de Holton se molestan cuando se presentan documentos que podrían interpretarse en el sentido de que el experimento de MM pudo haber tenido alguna influencia en el pensamiento de Einstein. Un ejemplo es la carta de Arthur Miller (1987) desacreditando a Ono e Ishiwara por haber publicado en inglés los recuerdos de una charla divulgativa que Einstein dio en la Universidad de Kyoto el 14 de diciembre de 1922 (Ono, 1982).

[34] Mi traducción: "... la existencia de un efecto positivo no trivial afectaría muy profundamente los fundamentos de la física teórica que es aceptada actualmente".

[35] Traducción: "Los éxitos de la teoría de Lorentz eran tan significativos, que los físicos hubieran abandonado el principio de relatividad sin escrúpulos, a no ser por la disponibilidad de un importante resultado experimental del cual debemos hablar ahora, a saber, el experimento de Michelson."

Como resultado de la publicación de la recolección de documentos relacionados con Einstein, a partir de 1987 existe nueva evidencia documental fácilmente accesible, que ha sido resumida por Stachel (1987). Esta nueva información permite apreciar en más detalle el proceso de formación y evolución del pensamiento de Einstein. En las secciones siguientes se discute la nueva información disponible (Beck y Havas, 1987; Stachel, 1987; Renn, Schulmann, y Smith, 1992; Beck y Howard, 1995) en cuanto tiene que ver con el experimento de MM y su relación con el experimento de Einstein.

¿Cuándo conoció Einstein el experimento de Michelson-Morley?

Cuando Einstein estaba en Princeton, ya hacia el fin de su vida, Shankland le hizo una serie de cinco entrevistas entre febrero de 1950 y diciembre de 1954, comparativamente poco antes de su muerte en 1955.

> *Las entrevistas de Shankland.* En sus entrevistas con Shankland (1963, 1973 b), Einstein se muestra evasivo al responder la pregunta que sirve de título a esta sección. Citemos a Shankland:
>
> - **Entrevista del 4 de febrero de 1950**:
> When I asked him [Einstein] how he had learned of the Michelson-Morley experiment, he told me that he had become aware of it through the writings of H. A. Lorentz, but only after1905 had it come to his attention! 'Otherwise,' he said, 'I would have mentioned it in my paper'[36]. (Shankland, 1963, p. 48), énfasis en el original.
> - **Entrevista del 24 de octubre de 1952**:
> I asked Professor Einstein where he had first heard of Michelson and his experiment. He replied, 'This is not so easy, I am not sure when I first heard of the Michelson experiment. I was not conscious that it had influenced me directly during the seven years that relativity had been my life. I guess I just took it for granted that it was true.'…… He then realized (so he told me) that he had also been conscious of Michelson's result before 1905 partly through his reading of the papers of Lorentz and more because he had simply assumed this result of Michelson to be true[37]. (Shankland, 1963, p. 55).

[36] Traducción: "Cuando le pregunté [a Einstein] cuando se había enterado del experimento de Michelson-Morley, él me dijo que lo había conocido a través de los escritos de H. A. Lorentz, pero solamente después de 1905 le había puesto atención! 'De otro modo', él dijo, 'yo lo hubiera mencionado en mi artículo'."

[37] Traducción: "Le pregunté al Profesor Einstein que cuando había oído por primera vez de Michelson y su experimento. Él contestó, 'Eso no es tan fácil, no estoy seguro cuando oí por primera vez acerca

Según lo anota Shankland (1973b, p. 896), las dos respuestas anteriores de Einstein no son enteramente consistentes, y Shankland aventura posibles explicaciones. De todos modos Shankland opina que Einstein si conocía los resultados de Michelson-Morley antes de 1905: "*The writer is convinced on the basis of his discussion with Prof. Einstein that he certainly knew about the Michelson-Morley result before 1905 and also was conversant with a wide range of both the experimental and theoretical work in the physics literature bearing on the 'aether problem'.*"[38] (Shankland, 1973b, p. 898) A continuación se presenta nueva evidencia que indica sin ninguna duda que esta apreciación de Shankland fue correcta.

> *La evidencia en las cartas a Mileva.* Renn, Schulman y Smith (1992) editaron y tradujeron a principios de los 1990s las cartas de amor que Einstein y Mileva se cruzaron. Nos referiremos a ellas en lo sucesivo como LL (iniciales de Love Letters) seguidas del número secuencial dado por Renn, Schulman y Smith (1992). En la carta LL11, fechada en Milán probablemente el 28 de septiembre de 1899 (a finales de las vacaciones de verano entre tercer y cuarto año en ETHZ), Einstein dice: "*I also wrote to Profesor Wien in Aachen about my paper on the relative motion of the luminiferous ether against ponderable matter, the paper which 'the boss' handled in such an offhanded manner. I read a very interesting paper by Wien from 1898 on this subject*"[39].

Aquí hay dos informaciones de gran importancia para nuestro análisis.

- En primer lugar, Einstein leyó durante las vacaciones de verano de 1899 sobre el experimento de MM. En efecto, el artículo a que hace

del experimento de Michelson. No estuve consciente de que me hubiera influenciado directamente durante los siete años en que la relatividad fue mi vida. Imagino que simplemente supuse que [el experimento] era cierto.'... ...Él se dio cuenta entonces (así me lo dijo) que él también había estado consciente del resultado de Michelson antes de 1905 parcialmente por intermedio de su lectura de los artículos de Lorentz y más porque él simplemente había supuesto que este resultado de Michelson era cierto".

[38] Traducción: "Basado en sus discusiones con el Prof. Einstein, este autor está convencido que él ciertamente sabía sobre el resultado de Michelson-Morley antes de 1905 y también estaba familiarizado con un amplio rango de trabajos experimentales y teóricos en la literatura física relacionados con el 'problema del éter'."

[39] Traducción literal: "También escribí al Profesor Wien en Aquisgrán respecto a mi artículo sobre el movimiento relativo del éter lumínico respecto a la materia grave, el artículo que "el jefe' [el Profesor H. F. Weber de ETHZ] trató de manera tan despectiva. Yo leí un artículo muy interesante [escrito] por Wien en 1898 sobre este tema".

referencia es Wien, (1898). En este artículo Wien describe varias teorías con éter móvil e inmóvil, incluyendo aquellas descritas por Lorentz en 1895. También describe 13 experimentos relacionados con la detección del movimiento de la tierra respecto al éter. El experimento de Michelson-Morley está en la lista de los 10 experimentos con resultados negativos (Stachel, 1987; p.46; Renn, Schulman y Smith, 1992, p.85). Esta carta claramente indica que por lo menos desde 1899 Einstein sabía de los resultados negativos del experimento de MM. El texto de Wien en lo referente al experimento de MM es el siguiente:

If the ether is at rest, then the time a light ray needs to travel back and forth between two glass plates must change if the plates are moving [with velocity v]. The change depends on the quantity v^2A^2 [A is the reciprocal of the speed of light], but should be observable by the application of interferometry. The negative result is incompatible with the assumption of an ether at rest. This assumption can only be maintained by means of the hypothesis that the linear dimensions of rigid bodies are altered by motion through the resting ether in the same ratio, so as to compensate for the lengthening[40] of the path of the light ray[41]. (Stachel, 1987; p. 46).

Notar que en la descripción de Wien aparece la contracción de FitzGerald-Lorentz como la única posible explicación al resultado "negativo". Aquí hay una clara relación de causalidad entre la interpretación negativa de MM y el desarrollo de una teoría física para explicarla.

- En segundo término, Einstein ya había empezado a trabajar sobre relatividad en 1899. De hecho en la carta anterior, LL10 fechada el 10 de septiembre del mismo año, Einstein dice que se le acaba de ocurrir "*una buena idea para investigar la manera en que el movimiento relativo de un cuerpo, con respecto al éter lumínico, afecta la velocidad de propagación de la luz en cuerpos transparentes*" (Renn, Schulman y Smith, 1992, p.14). Parece que Einstein estuvo todas las

[40] ¿Será acortamiento en lugar de alargamiento?

[41] Traducción: "Si el éter está en reposo, entonces el tiempo que un rayo de luz necesita para viajar entre dos espejos planos debe cambiar si los espejos están en movimiento [con velocidad v]. El cambio depende de la cantidad v^2A^2 [donde A es el recíproco de la rapidez de la luz], pero debe ser observable mediante el uso de interferometría. El resultado negativo es incompatible con el supuesto de un éter en reposo. Esta suposición puede ser mantenida solamente por medio de la hipótesis que las dimensiones lineales de los cuerpos rígidos son alteradas por el movimiento a través del éter en reposo en la misma relación, de modo que se compense el alargamiento de la trayectoria del rayo de luz".

vacaciones de ese verano leyendo y pensando sobre el tema. En LL7 y LL8 escritas a principios de agosto de 1899 menciona que está leyendo varias obras de Helmholtz, y Hertz. Sobre este último dice en LL8:

I... am now rereading Hertz's propagation of electric force with great care..... I'm convinced more and more that the electrodynamics of moving bodies as it is presented today doesn't correspond to reality, and that it will be possible to present it in a simpler way. The introduction of the term 'ether' into theories of electricity has led to the conception of a medium whose motion can be described, without, I believe, being able to ascribe physical meaning to it[42]. (Renn, Schulman y Smith, 1992, p.10).

- La carta continúa con comentarios técnicos nacidos de la obra de Hertz. Según Renn, Schulman y Smith (1992, p.83-84) los comentarios de Einstein se referían a dos artículos de Hertz aparecidos en 1890 en Annalen der Physik und Chemie, que fueron reimpresos en la famosa obra de Hertz titulada Untersuchungen uber die Ausbreitung der elektrischen Kraft, publicada en 1892. Este libro y el de Helmholtz Wissenschaftliche Abhandlungen publicado en 1895 eran las obras que muy probablemente Einstein leyó durante agosto de 1899.

El tema de relatividad lo menciona de nuevo en LL25, escrita el 27 de marzo de 1901 en Milán: "*I'll be so happy and proud when we are together and can bring our work on relative motion to a successful conclusion!*"[43]. Aquí es muy curioso que Einstein hable de "nuestro trabajo", como si fuera un trabajo conjunto con Mileva.

En LL26, fechada también en Milán el 4 de abril de 1901, Einstein comenta que estuvo conversando con Michele Besso por varias horas, *"We discussed the fundamental separation of luminiferous ether and matter, the definition of absolute rest,…"*[44] (Renn, Schulman y Smith, 1992, p.40).

---

[42] Traducción: "Estoy ahora re-leyendo con gran atención el escrito de Hertz sobre propagación de fuerza eléctrica.... estoy cada vez más convencido que la electrodinámica de los cuerpos en movimiento como es presentada hoy en día no corresponde a la realidad, y que será posible presentarla de una manera más simple. El uso del término 'éter' en las teorías de electricidad ha llevado a la concepción de un medio cuyo movimiento se describe sin, creo yo, ser capaces de asignarle significado físico a él [el movimiento]"

[43] Traducción: "Estaré tan contento y orgulloso cuando estemos juntos y podamos llevar a una culminación exitosa nuestro trabajo sobre movimiento relativo!"

[44] Traducción: "discutimos la separación fundamental entre el éter lumínico y la materia, la definición de reposo absoluto, ...".

Más adelante en LL46 fechada en Schaffhausen (donde Einstein trabajaba como tutor) el 17 de diciembre de 1901, Einstein escribe:

> I'm busily at work on an electrodynamics of moving bodies, which promises to be quite a capital piece of work. I wrote to you that I doubted the correctness of the ideas about relative motion, but my reservations were based on a simple calculational error. Now I believe in them more than ever[45]. (Renn, Schulman y Smith, 1992, p.69).

Las cartas a Mileva claramente indican que lo expresado por Einstein a Shankland en la entrevista de octubre de 1952 corresponde muy cercanamente a la realidad:

a) Einstein conocía la interpretación negativa de MM mucho antes de 1905, y la tomaba como un resultado indubitable: "*I just took it for granted that it was true*", "*he had simply assumed this result of Michelson to be true"* (traducción: "simplemente suponía que era cierto", "él suponía simplemente que el resultado de Michelson era cierto").
b) Einstein empezó a trabajar en el problema de relatividad alrededor de 1899, y publicó su famoso artículo en 1905. Durante el intervalo siguió pensando en el problema: "*the seven years that relativity had been my life.*" (traducción: los siete años en que mi vida fue la relatividad).
c) El inicio del trabajo sobre relatividad en 1899, coincide con la época en se enteró sobre el experimento de MM por intermedio de Wien.

Por el contrario, la evidencia indica que lo expresado por Einstein a Shankland en su primera entrevista en febrero de 1950 no corresponde con el proceso histórico, y vindica la interpretación de Shankland (recordar sección 3.2.1). Queda un aspecto pendiente. En ambas entrevistas Einstein menciona a Lorentz como su mayor influencia, nunca menciona otras personas. Pasemos ahora a ese tema.

[45] Traducción: "Estoy trabajando fuertemente en una electrodinámica de los cuerpos en movimiento, lo que promete ser una pieza de trabajo capital. Te escribí que dudaba si mis ideas sobre movimiento relativo eran correctas, pero mis reservas nacían de un simple error en los cálculos. Ahora creo en ellas más que nunca"

Lecturas de Einstein sobre la contracción de Lorentz y el principio de relatividad

Hendrik A. Lorentz. Lorentz se interesó por el trabajo de Michelson desde su primer experimento en 1881. Ya se mencionó que Lorentz le escribió a Michelson haciéndole notar un error en el trabajo de 1881 (Michelson y Morley, 1887 a, p.335). Evidentemente siguió preocupado por los resultados "negativos" del experimento pues en una carta a Lord Rayleigh el 18 de Agosto de 1892, Lorentz se preguntaba: "*Can there be some point in the theory of Mr. Michelson's experiment which has as yet been overlooked?*"[46] (Shankland, 1964, p. 32). Las críticas que expresamos en la sección 2 sobre los experimentos de Michelson (1881) y Michelson y Morley (1887 a y b) presentan con un retraso de 120 años una respuesta positiva de nuestra parte a la pregunta de Lorentz en 1892.

Como es bien sabido, la teoría del electrón de Lorentz se basa en varios resultados empíricos previos, entre ellos la interpretación *negativa* del experimento de MM, por lo que podría conjeturarse que Lorentz no habría desarrollado su teoría si hubiera tenido dudas fuertes sobre la validez de los experimentos de Michelson y de MM.

La única referencia que hemos encontrado sobre Lorentz en las cartas de Einstein a Mileva está en LL48, escrita desde Schaffhausen (Suiza, muy cerca de la frontera alemana) el 28 de diciembre de 1901. Dice Einstein:

> Michelle [Besso] gave me a book on the theory of ether written in 1885. Its views are so outdated, you would think it came from antiquity. It makes you realize how quickly knowledge advances these days. I want to get down to business now and read what Lorentz and Drude have written about electrodynamics of moving bodies[47].

Debe notarse que Einstein tenía un interés significativo sobre el problema del éter, que hacía que sus más cercanos amigos le regalasen libros sobre el tema. También nótese que estaba tan actualizado en el tema que un libro de 15 años le parecía muy antiguo.

---

[46] Traducción: "¿Podría haber algún punto en la teoría del experimento del señor Michelson que haya sido pasada por alto hasta ahora?"

[47] Traducción: "Michelle me regaló un libro sobre la teoría del éter escrito en 1885. El libro está tan des-actualizado, que uno pensaría que viene de la antigüedad. Esto lo hace caer a uno en cuenta de lo rápido que avanza el conocimiento en estos días. Quiero dedicarme a trabajar ahora y leer lo que Lorentz y Drude han escrito sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento".

La carta LL48 aporta un elemento que Einstein nunca mencionó: sus lecturas de Drude. Respecto a Lorentz, la carta reafirma las declaraciones privadas y públicas de Einstein, quien siempre aceptó que conocía la obra Lorentz (1895), y que por ese medio se había enterado del experimento de MM.

Como ejemplo de declaraciones privadas están las conversaciones con Shankland a que se hizo referencia arriba en la página 270. Como ejemplo de declaraciones públicas se menciona su contribución para la reunión de la Sociedad de Física el 19 de agosto de 1952 con ocasión del centenario del nacimiento de Michelson, Einstein escribió en esa ocasión:

> The influence of the crucial Michelson-Morley experiment upon my own efforts has been rather indirect. I learned of it through H. A. Lorentz's decisive investigation of the electrodynamics of moving bodies (1895) with which I was acquainted before developing the special theory of relativity. Lorentz's basic assumption of an ether at rest seemed to me not convincing in itself and also for the reason that it was leading to an interpretation of the result of the Michelson-Morley experiment which seemed to me artificial[48]. (Shankland, 1964, p.35).

Es importante resaltar que, según esa declaración, Einstein desarrolló su teoría porque no le gustaba la interpretación "artificial" de Lorentz al resultado "negativo" de MM. Por supuesto, si la interpretación de MM a los resultados de su experimento hubiera sido más cauta probablemente Lorentz no habría propuesto su teoría, y Einstein no hubiera tenido nada que explicar.[49] Nótese además que Einstein siempre minimizó la influencia del experimento de MM, pero aceptó su conocimiento de la teoría de Lorentz. Lo curioso es que Einstein nunca mencionó a Poincaré, ni a Drude.

Henri Poincaré. En las cartas a Mileva no aparece el nombre de Poincaré. Parece que Einstein leyó el libro de Poincaré titulado *La Science et L'Hypothese* en Berna en el período 1902-1905, como parte de las lecturas de los tres alegres compadres que formaban la Academia Olimpia:

[48] Traducción: "La influencia del crucial experimento de MM sobre mis propios esfuerzos fue más bien indirecta. Me enteré del experimento por intermedio de la decisiva investigación de H. A. Lorentz sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento (1895), con la que estaba familiarizado antes de desarrollar la teoría especial de la relatividad. El supuesto básico de Lorentz de un éter en reposo no me pareció convincente por si mismo, y tampoco porque llevaba a una interpretación del experimento de MM que me parecía artificial".

[49] Hay que recordar que la aberración de la luz, que es otra evidencia mencionada por Einstein, es consistente con un éter en reposo.

Conrado Habitch, Mauricio Solovine y Alberto Einstein (Shankland, 1973 b, p. 895). El libro de Poincaré es importante porque discute el principio de relatividad, que fue obviamente conocido por Einstein antes de 1905.

Poincaré menciona al experimento de MM de forma indirecta, solamente habla de experiencias que dieron resultados negativos (Poincaré, 1905; Shankland, 1975). El texto en inglés es el siguiente:

> Many researchers have been made on the influence of the earth's motion. The results have always been negative…I do not believe, despite Lorentz, that more precise observations can ever put in evidence anything else than the relative displacements of material bodies… Then more precise experiments were made; they also were negative …", énfasis agregado (Poincaré, 1952, p.171-172; Shankland, 1973 b, p.2284).

Aparentemente, al hablar de experimentos más precisos, Poincaré tenía en mente los experimentos de Michelson en 1881 y de MM en 1887. En el artículo posteriormente publicado en 1906, Poincaré menciona explícitamente a Michelson (Poincaré, 1906, p. 129), pero no a Morley.

Paul Drude y la personalidad de Einstein. Paul Drude, profesor en la Universidad de Göttingen, era una autoridad en óptica y en teoría de metales a finales del siglo XIX, tal como lo describe Whittaker, en los capítulos 9, 10, 11 y 13 del volumen 1 (Whittaker, 1987 a) y el capítulo 2 del volumen 2 (Whittaker, 1987 b). Como se muestra más adelante en esta misma sección, Michelson también se refiere a Drude en términos muy elogiosos al escribir el prefacio al libro de óptica de Drude.

La primera mención a Drude en las cartas de Einstein a Mileva aparece en LL3 escrita hacia el 16 de abril de 1896, durante el segundo año de estudios de Einstein en ETHZ (Renn, Schulmann y Schmidt, 1992, p. 6). Einstein tomó prestado del cuarto de Mileva el libro de Drude sobre la teoría del éter (Drude, 1894), y prácticamente lo "devoró", pues en LL4 escrita poco después Einstein dice: "*Ya he leído la mitad del tomo. Lo encuentro estimulante e informativo, aunque en la parte específica a veces falta claridad y precisión*" (Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 6).

Esta obra de Drude estaba bastante actualizada, pues en el prefacio fechado en marzo de 1894, indica que no alcanzó a incluir los resultados del reciente libro de Thomson (1893), pero si se refiere al libro de Ludwig Boltzmann sobre la teoría Maxwelliana de la electricidad y de la luz, publicado en Leipzig en 1891 y 1893, y a la traducción de la obra de Henri Poincaré sobre electricidad y óptica, cuya traducción al alemán apareció

en Berlín en 1891 y 1892. Ya en el texto se refiere a las investigaciones de Heinrich Hertz en varias ocasiones, por ejemplo a las de 1888 y 89 (Drude, 1894, p. 345). También menciona a Hermann von Helmholtz (Drude, 1894, p. 349), y a Ludwig Lorenz (Drude, 1894, p. 347-48). Sin embargo, no encontramos ninguna referencia explícita a Hendrick Lorentz, ni a Michelson, ni al experimento de MM.

PHYSIK DES AETHERS

AUF

ELEKTROMAGNETISCHER GRUNDLAGE

VON

Dr. PAUL DRUDE.

MIT 88 ABBILDUNGEN.

STUTTGART.
VERLAG VON FERDINAND ENKE.
1894.

Figura 1. Portada del libro de Paul Drude de 1894 sobre el éter electromagnético, leído por Einstein en abril de 1896, y que es el primer libro que él menciona en las cartas a Mileva.

El segundo episodio de la relación entre Einstein y Drude empieza con la LL26, escrita en Milán el 4 de abril de 1901 después de que Einstein terminara sus estudios en ETHZ. Einstein comenta que ha leído los estudios

de Planck sobre radiación con "sentimientos entremezclados", y dice enseguida: "*On the other side of the coin, I have gotten a hold of a study on electron theory by Paul Drude with which I am in heartfelt agreement, although it's very sloppy about some things. There's no doubt that Drude is a brilliant man*"[50].

Una semana después en LL27 Einstein escribe: "*Drude's electron theory is a kinetic theory…I still think that Drude is on the right track, and his idea really does receive quite remarkable confirmation through experiment*"[51].

Los comentarios anteriores se refieren a dos artículos publicados por Drude en 1900 sobre una teoría del electrón (Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 92), sin vínculo directo con relatividad. Las citas se incluyen para demostrar que Einstein sintió inicialmente una gran admiración por Drude. Nótese, además, que Einstein enfatiza que una teoría debe tener confirmación experimental.

El tercer acto viene a continuación. Parece que poco después Einstein empezó a disentir de las ideas de Drude, porque en LL35 escrita desde Winterthur (no muy lejos de Zurich donde Einstein hacía un reemplazo como maestro) hacia finales de mayo de 1901, Einstein escribe: "Perhaps I'll write to Drude privately to point out his mistakes to him"[52]. Efectivamente, la LL37 escrita probablemente el 4 de junio de 1901 empieza así:

> What do you think is lying on the table in front of me? A long letter to Drude with two objections to his electron theory. He will hardly be able to offer a reasonable refutation, as my objections are very straightforward. I'm terribly curious to see if he replies, and to what effect. I mentioned of course that I'm without a position[53].

[50] Traducción: "En la otra cara de la moneda, he conseguido un estudio de Paul Drude sobre teoría del electrón sobre el cual estoy en acuerdo desde lo profundo de mi corazón, aunque es un poco descuidado en algunos aspectos. No hay duda que Drude es un hombre brillante".

[51] Traducción: "La teoría del electrón de Drude es una teoría cinética... Creo todavía que Drude está en la senda correcta, y su idea realmente recibe una confirmación muy notable por medio de los experimentos".

[52] Traducción: "Talvez le escriba a Drude privadamente para hacerle notar sus errores".

[53] Traducción: "Adivina que hay en la mesa al frente mío? Una larga carta para Drude con dos objeciones a su teoría del electrón. Le dará mucho trabajo ofrecer una refutación razonable, pues mis objeciones son muy directas. Estoy terriblemente curioso por ver si él responde, y que dice. Yo le mencioné por supuesto que estoy sin empleo".

La última frase de Einstein es supremamente curiosa, ¿creía Einstein que una manera apropiada para conseguir empleo era atacar previamente a su posible empleador?

El cuarto acto se desarrolla un mes después. La LL38 fechada en Winterthur el 7 de julio de 1901 empieza así:

> Acabo de regresar de Lenzburg y encontré esta carta de Drude. Es una prueba tan manifiesta de la desdicha y miseria de su autor que no hace falta ningún comentario adicional. De ahora en adelante no volveré a acudir a tal gente, y en cambio los atacaré sin piedad en las revistas científicas, tal como lo merecen. No hay que maravillarse que poco a poco uno se vuelva un misántropo[54].

En esta carta no hay ningún indicio de los términos de la carta de Drude, que hicieron reaccionar a Einstein de manera tan primaria. Esta información está en la carta que Einstein envió al día siguiente 8 de julio al Profesor Jost Winteler de Argovia, en cuya casa Einstein se hospedó cuando estaba completando su educación secundaria en Suiza, y con quien tenía relación de amistad. Dice Einstein:

> Usted no exageraba en lo que decía sobre los profesores alemanes. Acabo de conocer otro triste espécimen de esa clase –uno de los físicos más notables de Alemania. A dos objeciones pertinentes que le hice respecto a una de sus teorías y que demuestran un defecto directo en sus conclusiones, él me responde anotando que otro (infalible) colega suyo comparte su opinión. Pronto le pondré la vida difícil a este hombre con una publicación maestra. La autoridad que se sube a la cabeza es la más grande enemiga de la verdad[55]. (Beck y Havas, 1987 p. 177).

Aunque en la carta no menciona a Drude, por comparación con LL37 y LL38 parece no existir duda de que está hablando de él.

[54] Texto en inglés: "I just got home from Lenzburg and found this letter from Drude. It is such manifest proof of the wretchedness of its author that no further comment by me is necessary. From now on I'll no longer turn to such people, and will instead attack them mercilessly in the journals, as they deserve. It's no wonder that little by little one becomes a misanthrope." (Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 56)

[55] Texto en inglés: "There is no exaggeration in what you said about the German professors. I have got to know another sad specimen of this kind –one of the foremost physicists of Germany. To two pertinent objections which I raised against one of his theories and which demonstrate a direct defect in his conclusions, he responds by pointing out that another (infallible) colleague of his shares his opinion. I'll soon make it hot for the man with a masterly publication. Authority gone to one's head is the greatest enemy of truth." (Beck y Havas, 1987, p. 177).

El episodio anterior abre interrogantes sobre la personalidad de Einstein: ¿arrogante? ¿insegura? ¿inmadura? ¿voluble? ¿ingenua? ¿falta de diplomacia? En efecto, ¿qué clase de respuesta esperaba de un profesor famoso a quién arrincona con un ataque frontal, y que no tiene defensa posible (tal como lo dice Einstein en LL37)? ¿Acaso esperaba Einstein que Drude le dijera humildemente que ciertamente estaba equivocado, y que además le ofreciera empleo?

Otro episodio que insinúa perfiles similares de la personalidad de Einstein, y que involucra a Drude tangencialmente es el siguiente. El 23 de noviembre de 1901 Einstein registró una tesis de doctorado ante la Universidad de Zurich (tesis que finalmente no fue aprobada); el calificador de esta tesis era Alfredo Kleiner. Menos de un mes después, el 17 de diciembre, Einstein envía a Mileva la LL46 donde dice:

> El próximo jueves voy a ir en búsqueda del interminablemente lento Kleiner, pues todavía no ha respondido....si él se atreve a rechazar mi disertación, publicaré su rechazo junto con mi artículo, y lo pondré en ridículo. Pero si acepta la disertación, entonces veremos que tenga que decir el buen viejo señor Drude... Todos cortados por la misma tijera. Si Diógenes estuviera vivo hoy estaría con su linterna buscando en vano una persona honesta[56]. (Énfasis en el original).

Nótese que cinco meses después de recibir la carta de Drude, Einstein continúa clasificándolo ente los "deshonestos", por el simple hecho de no haber aceptado el argumento de Einstein (correcto o nó, no viene al caso). Estos episodios parecen indicar que Einstein, al menos en esa época, veía todo en blanco y negro, sin matices intermedios, por ejemplo clasificaba a las personas en honestas y deshonestas, inteligentes y estúpidas, según estuvieran de acuerdo con sus ideas o con su modo de ver el mundo. Al respecto abundan las menciones en las cartas a Mileva sobre la estúpida vida que llevan los "filistinos", comparada con la inteligente vida bohemia que llevan Einstein y Mileva.

Como apoyo adicional a esta interpretación, dos días después en LL47, el 19 de diciembre de 1901 Einstein reporta a Mileva los resultados de su entrevista con Kleiner. Dice:

---

[56] Texto en inglés: "I'm going to stop by the interminably slow Kleiner's place on Thursday since he still hasn't responded…..if he dares to reject my dissertation, then I'll publish his rejection along with my paper and make a fool of him. But if he accepts it, then we'll see what good old Herr Drude has to say… A fine bunch all of them. If Diogenes were alive today, he'd be looking in vain for an honest person with his lantern." (Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 69-70).

> Estuve toda la tarde en la oficina de Kleiner en Zurich contándole mis ideas sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, y hablamos sobre toda clase de otros problemas físicos. Él no es tan estúpido como había pensado, y más aún, es una buena persona. Dijo que podía contar con él para una recomendación cuando hiciera falta. ¿No es eso muy amable de su parte? Él va a ausentarse durante las vacaciones y todavía no ha leído mi artículo [probablemente la disertación, (Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 100)]. Le dije que se tomara su tiempo, y que esto no es urgente. Él me aconsejó publicar mis ideas....[57]. (Énfasis agregado).

Parece que ante la demora para leer su trabajo y ante la posibilidad de que lo rechazara, Einstein había clasificado a Kleiner entre los estúpidos (LL46), opinión que cambió cuando Kleiner lo oyó con alguna atención (LL47).

Volviendo ahora a las referencias que hace Einstein sobre Drude en las cartas a Mileva, la última mención a Drude aparece en LL48 el 28 de diciembre de 1901, que fue la única vez que Einstein mencionó a Lorentz: "*I want to get down to business now and read what Lorentz and Drude have written about electrodynamics of moving bodies*"[58] (recordar 4.1). El libro de Drude que Einstein deseaba leer era *Lehrbuch der Optik*, publicado en Leipzig en 1900 (Stachel, 1987, p.46; Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 100). Este libro fue traducido al inglés en 1902 bajo el título *The Theory of Optics;* el prefacio es de Michelson quien dice que es importante poner a disposición de lectores de habla inglesa este libro que fue "*escrito por alguien que ha contribuido tan grandemente al progreso que ha ocurrido en óptica dentro de los pasados diez años*", mi traducción (Drude, 1959, p. iv). Los elogiosos comentarios de Michelson sobre Drude, coinciden con la opinión expresada por Einstein a Winteler, y que se mencionó antes en esta sección, en el sentido de que Drude era "*uno de los más notables físicos alemanes*" (Beck y Havas, 1987, p. 177).

El capítulo VIII de *The Theory of Optics* se denomina "Cuerpos en movimiento" (Drude, 1959, p. 457-482). Drude inicia así: "*The assumption which will be adopted here is that the ether always remain completely*

[57] Texto en inglés: "I spent all afternoon at Kleiner's in Zurich telling him my ideas about the electrodynamics of moving bodies, and we talked about all sorts of other physics problems. He is not as stupid as I'd thought, and moreover, he's a good fellow. He said I can count on him for a recommendation any time. Isn't that nice of him? He has to be away during the vacation and hasn't read my paper yet. I told him to take his time, and that it's not pressing. He advised me to publish my ideas …" (Renn, Schulmann y Smith, 1992, p. 71).

[58] Traducción: "Quiero dedicarme a trabajar ahora y leer lo que Lorentz y Drude han escrito sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento".

at rest. Upon this basis H. A. Lorentz (1895) has developed a complete and elegant theory. It is essentially this theory which is here presented"[59], énfasis en el original (Drude, 1959, p. 457).

En los aspectos experimentales, el capítulo describe lo siguiente:

- El experimento de Fizeau (1851) y su posterior repetición por Michelson y Morley en 1886, páginas 465-467.
- Aberración de la luz, páginas 475-477.
- Experimento de Fizeau con luz polarizada, páginas 477-478.
- Experimento de Michelson en 1881 en bastante detalle, páginas 478-481.
- Experimento de Michelson y Morley en 1887 en menos detalle, páginas 481-482.

Es indudable que por la lectura del libro de Óptica de Drude, Einstein también se enteró en algún momento a partir de diciembre de 1901 de los resultados presumiblemente negativos del experimento de Michelson en 1881, y de su repetición con Morley en 1887.

De la lectura de las cartas sobrevivientes de Einstein a Mileva es también evidente que en el período abril 1898-diciembre 1901, Drude es mencionado muchas veces en sus cartas, mientras que Lorentz es mencionado apenas una vez. También es claro que Einstein sintió inicialmente gran admiración por Drude, y lo estudió. ¿Por qué en sus años de fama Einstein no mencionó a Drude, al menos como fuente de información sobre el éter y los experimentos relevantes? ¿Siguió resentido toda su vida?

Comentarios finales

Aquí hemos presentado para los lectores de habla hispana la nueva evidencia documental que aparece en las cartas de amor entre Einstein y Mileva Maric. Esta evidencia indica que Einstein definitivamente si conocía los resultados "negativos" del experimento de MM por lo menos desde 1899, e igualmente conocía la obra de Poincaré que describe el principio de relatividad desde antes de 1905. Basados en la nueva evidencia documental podemos afirmar que desde su ingreso a ETHZ, Einstein mantuvo un interés permanente por las teorías del éter y por la

[59] Traducción: "La suposición que será adoptada aquí es que el éter siempre permanece completamente en reposo. Sobre esta base H. A. Lorentz ha desarrollado una teoría completa y elegante. Esencialmente, esta teoría es la que se presenta aquí".

evidencia empírica correspondiente. Este bagaje de conocimientos básicos formó parte del insumo primordial para todas sus posteriores actividades investigativas, en particular las relacionadas con la teoría especial de la relatividad. En las cartas a Mileva se mencionan específicamente las siguientes lecturas de Einstein a partir de 1896 sobre los temas de interés para este escrito. Aparecen varias otras sobre otros temas (no listadas aquí), en especial sobre teoría de metales, tema en que Einstein también leyó a Drude. Las obras son:

- Escritos sobre éter: Paul Drude (1894), leído en abril de 1896, y autor desconocido (1885), regalo de Besso, leído en diciembre de 1901.
- Escritos específicos sobre fuerza eléctrica y electrodinámica de cuerpos en movimiento: Heinrich Hertz, (1892), leído en agosto 1899, Hermann Helmholtz (1895), leído en agosto 1899, Paul Drude (1900), leído a partir de 28 diciembre 1901, Hendrick Lorentz (1895), leído a partir de 28 diciembre 1901.
- Escritos que discuten específicamente los experimentos de Michelson (1881) y/o MM (1887): Wilhem Wien (1898), leído en septiembre 1899, y Paul Drude (1900), leído a partir de 28 diciembre 1901.
- Escritos de Henri Poincaré: Ciencia e Hipótesis, leído en Berna en el período 1902-1905.

Nótese que Einstein inició a gestar la teoría especial de la relatividad en agosto de 1899, época que coincide con las vacaciones de verano en que leyó a Hertz, Helmholtz y Wien. Es decir, que desde el inicio de su investigación sobre relatividad, Einstein era conocedor de la evidencia empírica existente. En particular, de la necesidad de explicar el experimento negativo de MM que había llevado a FitzGerald a proponer su contracción ad hoc. Tal como lo expresamos antes, hay aquí una clara relación de causalidad entre la interpretación negativa de MM y el desarrollo de una teoría física para explicarla.

Por su parte Lorentz leyó sobre los resultados negativos de Michelson (1881), y luego los de MM (1887). Tal como lo demuestra su carta a Lord Rayleigh de 18 agosto 1892, Lorentz todavía se preguntaba si los resultados de MM serían correctos. La teoría del electrón propuesta por Lorentz (1895) fue escrita específicamente para acomodar los resultados negativos de MM en 1887. Obviamente, si MM hubieran presentado conclusiones diferentes a su experimento, Lorentz no habría tenido necesidad de proponer su teoría.

En el caso de que Einstein se hubiera olvidado de lo que leyó sobre MM en Wien, lo hubiera recordado de las más detalladas explicaciones en Drude (1900), que parece leyó a principios de enero de 1902. Esta lectura probablemente fue simultánea con la lectura de la obra de Lorentz.

Aquí también se presentó la relación entre Einstein y Drude que casi no ha sido discutida hasta ahora. En el pasado, solamente Stachel (1987) menciona que Einstein también leyó el libro de óptica de Drude.

Es supremamente curioso que Einstein no hay incluido ninguna referencia a Lorentz, a Poincaré, o a MM en su artículo de 1905 sobre relatividad. Aunque sólo hubiera sido para poner en contexto su nuevo trabajo. También es curioso que cuando ya famoso se viera forzado a reconocer la influencia "indirecta" de otros, sólo haya mencionado a Lorentz y haya ignorado a Poincaré, MM, o Drude, a todos los cuales leyó durante los seis o siete años que duró la gestación de su trabajo sobre relatividad especial.

La opinión de Holton (1969 a y b) que minimiza la influencia del experimento de MM en la génesis del pensamiento Einsteiniano no nos parece aceptable. Seguramente existían a finales del siglo XIX muchos otros "*intentos no exitosos para descubrir el movimiento de la tierra respecto al 'medio lumínico'...*" (Holton, 1969, p. 196) pero el más visible, y el único que era mencionado por Lorentz, FitzGerald y Poincaré (1906, p. 129) con nombre propio era el "*experimento de Michelson*". El mismo Einstein menciona por nombre propio este experimento, y no a los muchos experimentos genéricos que según Holton son equivalentes al de MM. Por ejemplo, en su carta a Sommerfeld el 14 de enero de 1908 Einstein dice: "*If the Michelson-Morley experiment had not put us in the worst predicament, no one would have perceived the relativity theory as a (half) salvation*"[60] (Beck y Howard, 1995, p. 50).

El valor especial de la interpretación *negativa* del experimento de MM en 1887 reside en que confirmó (por su mayor sensibilidad) todos los demás experimentos, sobre los que existían varias dudas. Este aspecto no es suficientemente apreciado por Holton (1960, 1969 a y b). Aquí cabe recordar que Michelson y Morley emprendieron los dos experimentos confirmatorios (Fizeau 1851 y Michelson 1881) a instancias de dos de los más prestigiosos científicos de la época: Lord Kelvin y Lord Rayleigh. En ese sentido el experimento de MM constituye la base empírica sobre la cual basaron FitzGerald y Lorentz sus teorías ad hoc. Las debilidades de estas teorías ad hoc inspiraron a Einstein.

[60] Traducción: "Si el experimento de Michelson-Morley no nos hubiera colocado en el peor de los predicamentos, nadie hubiera percibido la teoría de la relatividad como (mitad de) la salvación".

De aquí se sigue ahora una conjetura diferente a la de Holton, y que se desprende de la argumentación presentada en la sección 2:

¿Qué habría pasado si MM concluyen de una manera más cauta. Por ejemplo: los errores estadísticos en nuestros datos no permiten ninguna afirmación concreta sobre la influencia del movimiento de la tierra en la velocidad de la luz?

¿Habrían acaso FitzGerald y Lorentz desarrollado sus teorías ad hoc?

¿Habría Poincaré propuesto su principio de la relatividad?

¿Habría Einstein desarrollado su teoría de la relatividad, sin el entorno de las teorías de FitzGerald, Lorentz y Poincaré?

¿Habría el segundo postulado de Einstein sido aceptado tan fácilmente por los físicos si el experimento de MM no hubiera sido negativo?

Muy probablemente las respuestas a las preguntas anteriores serían negativas. Esto implica que los resultados *negativos* del experimento de MM si tuvieron una influencia significativa sobre la génesis del segundo postulado de Einstein, y sobre su aceptación por parte de la comunidad científica. Esta conclusión es contraria a la actualmente aceptada por la mayoría.

Agreguemos una pregunta retórica para el futuro:

¿Qué pasaría si se encuentra que un experimento moderno similar al de MM produce resultados positivos?

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer a mi colega Jean-René Leidner por haber desempolvado en la biblioteca de la Universidad de Basilea el libro de Drude (1894), y por haberlo revisado cuidadosamente para identificar los autores mencionados en el libro.

BIBLIOGRAFÍA

Beck, A. (traductora) y Havas, P. (consultor) (1987): *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 1, The Early Years, 1879-1902*, Princeton, Princeton University Press.

Beck, A. (traductora) y Howard, D. (consultor) (1995): *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 5, The Swiss Years: Correspondence, 1902-1914*, Princeton, Princeton University Press.

Bennet, J. M., McAllister, D. T., y Cab, G. M. (1973): "Albert A. Michelson, Dean of American Optics –Life, contributions to science, and influence on modern-day physics", *Applied Optics*, 12 (10), pp. 2253-2279.

Einstein, A. (1983): *Sidelights on Relativity*, New York, Dover Publications.

Drude, P. (1894): *Physik des Aethers auf elektromagnetischer Grundlage,* Stuttgart, Enke.

_____ (1900, 1902, 1959): *The Theory of Optics*, traducción de *Lehrbuch der Optik*, Leipzig al inglés por C. Riborg Mann y Robert A. Millikan, New York, Dover Publications.

Escohotado, A. (1987): Estudio preliminar en (Newton, 1687, pp. i-LXXXiii) Madrid, Editorial Tecnos.

Goldberg, S. (1969):"The Lorentz theory of electrons and Einstein's theory of relativity", *Am. J. Phys.,* 37 (10), pp. 982-94.

Hertz, H. (1892), *Untersuchungen uber die Ausbreitung der elektrischen Kraft*, Leipzig, Barth

Helmholtz, H. von (1895): *Wissenschaftliche Abhandlungen* , vol 3, Leipzig, Barth

Hicks, W. M. (1902):"On the Michelson-Morley experiment relating to the drift of the aether", *Philos. Mag. Series 6,* 3, pp. 9-42, y 256.

Holton, G. (1960): "On the origins of the special theory of relativity", *Am. J. Phys*, 28, pp. 627-36.

_____ (1969a):"Einstein, Michelson, and the "crucial" experiment", *Isis*, 60 (2), pp. 133-97 y Holton, G. (1969b): "Einstein and the 'crucial' experiment", *Am. J. Phys.*, 37 (10), pp. 968-82.

Handschy, M. A. (1982):"Re-examination of the 1887 Michelson-Morley experiment", *Am. J. Phys.*, 50 (11), pp. 987-990.

Kennard, E. H. y Richmond, D.E. (1922): "On reflection from a moving mirror and the Michelson-Morley experiment", *Physical Review*, 19, pp. 572-77.

Kostro, L. (2000): *Einstein and the Ether*, Montreal, Apeiron Press.

Lemon, H. B. (1936):"Albert Abraham Michelson: the man and the man of science", *Am. Physics Teacher* (renamed as *Am. J. Phys.*), 4 (1), pp. 1-11.

Lodge, O. (1898): "Note on Mr. Sutherland's objection to the conclusiveness of the Michelson-Morley aether experiment", *Philos. Mag. Series 5*, 46, pp. 343-44.

Lorentz, H. A. (1895): *Versuch einer Theorie del elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Korpern*, Leiden (1895).

Marinov, S. (1980):"Measurement of the laboratory's absolute velocity", *Gen. Rel. and Grav*., 12 (1), pp. 57-66

Michelson, A. A. (1881): "The relative motion of the earth and the luminiferous ether", *Am. J. Sci.*, 122, pp. 120-29.

Michelson, A. A. y Morley, E. W. (1887a): "On the relative motion of the earth and the luminiferous ether", *Am. J. Sci. 3rd. Series*, 34 (203), pp. 333-45 y Michelson, A. A. y Morley, E. W. [1887b]: "On the relative motion of the earth and the luminiferous ether", *Philos. Mag. Series 5*, 24, pp. 449-63.

Miller, D. C. (1933):"The ether-drift experiment and the determination of the absolute motion of the earth", *Revs. Mod. Phys.,* 5, pp. 203-42.

Miller, A. I. (1987): "Einstein and Michelson-Morley", *Physics Today,* 40 (5), pp. 9-13.

Moyer, A. E. (1987): "Michelson in 1887", *Physics Today*, 40 (5), pp.50-56.

Mulligan, J. F. (1989): "Hermann von Helmholtz and his students", *Am. J. Phys*, 57 (1), pp. 68-74.

Múnera, H. A. (1998): "Michelson-Morley experiments revisited: systematic errors, consistency among different experiments, and compatibility with absolute space", *Apeiron,* 5 (1-2), pp. 371-76.

_____ (2002):"The effect of solar motion upon the fringe-shifts in a Michelson-Morley interferometer a la Miller", *Annales de la Fondation Louis de Broglie* , 27 (3), pp. 463-84.

_____ (2005): "The missing statistical analysis in the original 1887 Michelson-Morley experiment", presentado en *ICPE2005 International Conference on Physics Education: World View on Physics Education 2005: Focusing on Change*, Nueva Delhi.

_____ (2006): "The evidence for length contraction at the turn of the 20th century: Non-existent", en V. V. Dvoeglazov (ed), *Einstein and Poincaré: The Physical Vacuum*, Montreal, Apeiron Press, pp.87-102.

Múnera, H. A., Hernández-Deckers, D., Arenas, G., y Alfonso, E. (2006): "Observation during 2004 of periodic fringe-shifts in an adialeiptometric stationary Michelson-Morley experiment", *Electromagnetic Phenomena (Kharkov, Ucrania)*, 6 (1-16), pp. 70-92.

_____ (2007): "Observation of a significant influence of earth's motion on the velocity of photons in our terrestrial laboratory", *Proceedings of SPIE-The Nature of Light: What Are Photons?,* 6664, pp. K1-K8.

Newton, I. (1687): *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, traducción de A. Escohotado, Madrid, Editorial Tecnos.

Olenici, D. (2005): "The interpretation of the negative result of Michelson's experiment using cinematic reflexion", submitted to *Annals Muzeul Suceava*.

Ono, Y. A. (1982): "How I created the theory of relativity, translation of a lecture given in Kyoto on 14 December 1922", *Physics Today,* **35** (8), pp. 45-47.

Poincaré, H. (1905, 1952): *Science and Hypothesis*, New York, Dover Publications. Republicación inmodificada de primera traducción al inglés, Walter Scott Publishing Co.

_____ (1906): "Sur la dynamique de l'électron", *Rendiconti Circolo Matematico di Palermo,* 21, pp. 129-175

Renn, J., Schulmann, R. (editores), y Smith, S. (traductora) (1992): *Albert Einstein-Mileva Maric, The Love Letters*, Princeton, Nueva Jersey, Princeton University Press, 107 pp.

Righi, A. (1919a):"L'expérience de Michelson et son interprétation", *Compt. Rend.*, 168, pp. 837-842, y Righi, A. [1919b]: "Sur la relativité et sur un project d'expérience décisive", *Compt. Rend.,* 170, pp. 1550-54.

_____ (1920): "Observations à une note récente sur l'expérience de Michelson et son interprétation", *Compt. Rend.,* 171, pp. 22-23.

Shankland, R. S. (1949): "Albert A. Michelson at Case", *Am. J. Phys.*, 17 pp. 487-90.

_____ (1963): "Conversations with Albert Einstein", *Am. J. Phys.*, 31 (1), pp. 47-57.

_____ (1964): "Michelson-Morley experiment", *Am. J. Phys.*, 32, pp. 16-35.

_____ (1973a): "Michelson's role in the development of relativity", *Applied Optics,* 12 (10), pp. 2280-87

_____ (1973b): "Conversations with Albert Einstein II", *Am. J. Phys.*, 41 (7), pp. 895-901.

_____ (1975): "Comment on Conversations with Albert Einstein. II", *Am. J. Phys.*, 43 (5), pp. 464.

Shankland, R. S., McCuskey, S. W., Leone, F. C. y Kuerti, G. (1955): "New analysis of the interferometer observations of Dayton C. Miller", *Revs. Mod. Phys.*, 27 (2), pp. 167-78.

Smithson, J. R. (1950): "Michelson at Annapolis", *Am. J. Phys.* 18, pp. 425-28.

Smoot, G. F., Gorenstein, M. V.y Muller, R. A. (1977):"Detection of anisotropy in the cosmic blackbody radiation", *Phys. Rev. Lett.*, **39** (14), pp. 898-901.

Stachel, J. (1987): "Einstein and the ether drift experiments", *Physics Today,* 40 (5), pp 45-47

Stein, J. (1920): "Michelson's Experiment and its interpretation according to Righi", *Memorie della Societá Astronomica Italiana*, 1, pp. 283-99.

Sutherland, W. (1898):"Relative motion of the earth and the ether", *Philos. Mag. Series 5,* 45, pp. 23-31.

_____ (1900): "Relative motion of the earth and the ether", *Nature*, 63 (1626), pp. 205.

Swenson, L. S. (1987): "Michelson and measurement", *Physics Today*, 40 (5), pp.24-30

Villey, J. (1920a): "Sur la discussion de l'expérience de Michelson", *Compt. Rend,*. 170, pp. 1175-1178

_____ (1920b): "Sur l'application de la méthode de Righi à la discussion de l'expérience de Michelson", *Compt. Rend,* 171, pp. 298-301

Thomson, J. J. (1893): *Recent Researches in Electricity and Electromagnetism*, Oxford

Whittaker, E. (1987a): *A History of the Theories of Aether and Electromagnetism*, *Vol I, The Classical Theories*, 434 pp, y Whittaker, E. [1987b]: *A History of the Theories of Aether and Electromagnetism*, *Vol. II: The Modern Theories*, 321 pp, Nueva York, American Institute of Physics.

Wien, W. (1898): "Ueber die fragen welche die translatorische Bewegung des lichtaethers betreffen", *Annalen der Physik und Chemie*, 65 (3), pp. 1-17.

PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA

EINSTEIN Y EL LÍMITE DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

Gonzalo Munévar[*]

Resumen

En este artículo exploro dos presuntas imposibilidades. La primera es que astronaves no pueden acercarse a la velocidad de la luz, porque su masa se volvería prácticamente infinita y sería imposible acelerarlas. Sostengo que tal tesis se basa en una interpretación equivocada de la teoría especial de la relatividad de Einstein. La segunda es que, de acuerdo con Thorne y otros, sería posible viajar más rápido que la velocidad de la luz si se puede abrir un "agujero de gusano" por el estilo de los que pronosticó Wheeler. Tal mecanismo de viaje, sin embargo, llevaría a los astronautas al pasado. Argumento que a pesar de que varios físicos han considerado favorablemente la posibilidad de tal "máquina del tiempo", la propuesta se deshace en una serie de paradojas sin solución. Alcubierre, sin embargo, ha ofrecido otra propuesta de viaje más rápido que la velocidad de la luz que no requiere una visita al pasado. Tal propuesta es físicamente posible, aunque no se sabe si sea factible en la práctica.

Se supone que para viajar a las estrellas se necesitan astronaves cuyas velocidades se aproximen –o mejor aún, superen– a la velocidad de la luz. Pero muchos científicos creen que, de acuerdo con la teoría especial de la

* Profesor de Lawrence Technological University.
Correo electrónico: gmunevar@ltu.edu

relatividad de Einstein, no es posible acelerar una nave hasta semejantes velocidades, y que acelerar una nave para que supere la velocidad de la luz está terminantemente prohibido por tal teoría. Sin embargo, como veremos en este trabajo, la física de Einstein no excluye en principio ninguna de estas dos propuestas fantásticas.

Veamos la primera. Aunque Alfa Centauro está a sólo cuatro años luz, la mayoría de las estrellas de interés en la galaxia están a decenas, centenas o miles de años luz. Si pudiéramos obtener velocidades relativistas, viajar a las estrellas duraría casi tanto o más que la vida de los astronautas; o así parece. Afortunadamente, distancia y tiempo son relativas al marco de referencia inercial en que se les mide (la velocidad de un marco de referencia inercial es uniforme). En una nave que viaja a gran velocidad con respecto a nosotros, nos parece que el tiempo pasa más lentamente y las distancias se acortan, aunque los veloces astronautas no detectan ninguna anormalidad. A velocidades cercanas a la de la luz, 300.000 km/s, las distancias son tan cortas (o alternativamente, la dilación del tiempo es tan grande) que jornadas increíblemente largas se vuelven factibles. De acuerdo con cálculos hechos por Carl Sagan, si aceleramos la nave continuamente podríamos viajar a muchas estrellas interesantes y volver en una o dos décadas, medidas desde el punto de vista de la astronave[1]. En seis años (tiempo de la nave) haríamos un viaje de ida y vuelta a Alfa Centauro (ocho años tiempo terrestre) y nos tomaría 22 para ir y volver a las Pléyades (800 años, tiempo terrestre).

El viaje de ida y vuelta a la galaxia de Andrómeda, la cual está a más de un millón de años luz, se demoraría solo unas cinco décadas en las vidas de los astronautas. Mientras tanto casi tres millones de años habrían pasado en la tierra, y por consiguiente el retorno puede ser más traumatizante que lo que encontremos en Andrómeda. Aún así, me imagino que no habría escasez de voluntarios para semejante misión. El principal problema estaría en la energía requerida. Por ejemplo, a una aceleración constante de 1 g, nuestra astronave llegaría al 99% de la velocidad de la luz en un año. Pero para lograr esa meta tendríamos que gastar, de acuerdo con algunos cálculos, una cantidad de energía igual al consumo en Estados Unidos durante un millón de años. Por otro lado, la primera nave que fue a la Luna usó una cantidad de energía mayor que lo que muchas sociedades usaron el siglo anterior, que es precisamente el orden de magnitud que le calcula Bernard Oliver a un

[1] Sagan (1963), pp. 485-498.

viaje interestelar[2]. Esta es una cantidad de energía más factible, pero de todos modos extraordinaria.

De más interés teórico es la objeción que tal proyecto es imposible porque, supuestamente de acuerdo con la teoría especial de la relatividad, a medida que se incrementa la velocidad también lo hace la masa. Pero una masa mayor requiere mayor energía para seguir incrementado la velocidad, lo cual incrementa la masa, lo que requiere mayor energía, etc. Este continuo incremento en la masa de la astronave a la larga destruye el intento de incrementar la velocidad: nunca nos aproximamos a la velocidad de la luz.

Este razonamiento lleva a muchos físicos notables a pensar que la velocidad de la luz no se puede alcanzar. Como dice Lee Smolin, "… la masa crece al acercarse a la velocidad de la luz. Si la velocidad de la nave llegara a ser igual a la de la luz, su masa se volvería infinita. Pero uno no puede acelerar un objeto que tenga una masa infinita, y por consiguiente uno no puede acelerar un objeto hasta igualar o superar la velocidad de la luz"[3]. Brian Greene[4] e, incluso, Stephen Hawking[5] hacen apuntes similares.

Creo que esta línea de razonamiento está algo despistada. Primero porque, en lo que concierne a la teoría de la relatividad, la masa y los correspondientes requisitos de energía se incrementan sólo desde el punto de vista de los observadores que se quedan en la Tierra. Pero desde el punto de vista de los astronautas, quienes están en reposo con respecto a la astronave, la masa de ella no se incrementa para nada, y por consiguiente acelerar la astronave no es particularmente más difícil que hacerlo a velocidades más bajas. Al contrario, es más fácil porque mientras más dure la aceleración de la nave, más combustible usa, y por consiguiente pierde más masa, siempre y cuando tenga el sistema común de propulsión en los cohetes, es decir, que tira algo por la parte de atrás. A velocidades cercanas a la de la luz, su masa en reposo debería ser considerablemente menos que al principio del viaje. En la práctica, por supuesto, mientras más rápido viaje la nave, más resistencia va a encontrar del medio interestelar, dependiendo del diseño de la nave y otros factores. Pero este es un tipo diferente de preocupación.

Segundo, la razón por la cual la teoría no permite alcanzar la velocidad de la luz nada tiene que ver con que la masa se vuelva infinita. Lo que

[2] Oliver (1987).

[3] Smolin (2002), p. 79.

[4] Greene (2003), p. 52.

[5] Hawking (2001), p. 12.

físicos como Smolin, Greene y Hawking tienen en mente es la siguiente ecuación de Einstein:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

donde *m* es la masa de la nave desde el marco de referencia del observador, m_0 es la masa en reposo, *v* es la velocidad de la nave con respecto al observador, y *c* es la velocidad de la luz.

A medida que *v* se acerca a *c*, el término v^2/c^2 se aproxima a 1. Esto significa que el denominador se aproxima a 0, lo que hace que *m* se aproxime a infinito.

Pero *m* nunca puede llegar a ser infinita por la sencilla razón que si la velocidad de la nave llegase a igualar la de la luz, el denominador sería 0 y la función sería indefinida. El problema no es que una masa infinita es físicamente inconcebible o imposible de acelerar (el universo hubiera podido ser infinito y lleno de energía oscura), sino que la expresión matemática no tiene sentido.

En todo caso la intuición de estos físicos es defectuosa. Como dije antes, una masa infinita nada tiene que ver con el límite relativista de la velocidad. La razón por la cual la nave no puede acelerar hasta alcanzar la velocidad de la luz se encuentra en la fórmula de Einstein que da la adición relativista de velocidades (basada en el postulado que la velocidad de la luz es una constante). Esa adición siempre nos dará velocidades finales menores que *c*.

Si viajo en una nave a 0,5*c*, la velocidad de un rayo de luz con respecto a mí, así se mueva hacia mí o se aleje de mí, todavía es 300,000 km/s. Si entonces disparo una sonda desde la nave que adquiere una velocidad de 0,5 *c* con respecto a mí, la velocidad de ese rayo de luz sería 300,000 km/s con respecto a la sonda.

El resultado, de acuerdo con Einstein[6], es que en la teoría especial de la relatividad, para obtener la velocidad final de la sonda, no puedo simplemente añadir la velocidad de la nave con respecto a la Tierra (v_n) y la de la sonda con respecto a mí (v_s).

La suma $v_n + v_s$ debe ser dividida por el término $1 + v_n.v_s/c^2$. Por consiguiente cuando añado las velocidades (la de mi nave más la de la sonda) no obtengo *c* sino 0,8 *c*.

[6] Einstein (1952). Su ecuación, como aparece en la sección 5 del artículo ("Composition of Velocities"), cuando la dirección de movimiento de v y w es a lo largo del eje X, es: $V = v + w/1 + vw/c^2$

Ha habido otros intentos de demostrar que es imposible aproximarse a la velocidad de la luz, y varias refutaciones de tales intentos. De las tecnologías factibles hoy en día para viajar a las estrellas la más rápida sería una nave impulsada por algún tipo de fusión controlada podría alcanzar solamente 1/10 de la velocidad de la luz. Preferible sería un reactor de materia-antimateria, puesto que convertiría toda la masa del combustible en energía al hacer que se aniquilen las partículas con sus antipartículas. Entre los muchos obstáculos serios que encuentra tal tecnología se tiene el de producir suficientes cantidades de antimateria, sin gastar más energía que la requerida para impulsar la nave. Otro problema es el de cómo canalizar la energía de la aniquilación. Y también tenemos el problema, ya familiar, de la cantidad tan extraordinaria de combustible necesaria para obtener una aceleración constante durante prolongados períodos

Para evitar tales problemas, podríamos emplear naves estelares que no lleven su combustible a bordo sino más bien que lo extraigan del medio ambiente. Por ejemplo, el "Bussard ramjet"[7] es un diseño de un "ram-jet" interestelar que recogería como con "cucharón" iones de hidrógeno del espacio y los usaría como combustible en un reactor de fusión. La interesante idea de Bussard sufre de varias dificultades, especialmente que requeriría una pala de 160 Km de diámetro y que emplearía una reacción de fusión de protón-protón que probablemente funciona solamente bajo temperaturas tan altas como las del interior de las estrellas[8]. Una versión modificada, el "ram-jet" con catalítico nuclear de Whitmire[9] aparentemente resuelve los principales problemas teóricos: recoge los iones de hidrógeno y los mete en una reacción cíclica nuclear catalítica, es decir, una reacción que se repite una y otra vez, y que retorna a la situación inicial con gran rapidez, quedando lista para un nuevo lote de protones que impulsen la nave. Una posible secuencia de reacción sería, por ejemplo, la del cíclico catalítico de carbono-nitrógeno-oxígeno (CNO) que ocurre en las reacciones termonucleares en estrellas de alta temperatura:

$$^{12}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{13}N + \gamma$$
$$^{13}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}O + \gamma$$
$$^{14}O \rightarrow {}^{14}N + e^{+} + \nu$$
$$^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}O + \gamma$$

[7] Bussard (1960), pp. 179-194.

[8] Para una interesante discussion de esta y otras naves estelares posibles, véase Mallowe y Matloff (1989), pp. 89-149.

[9] Whitmire (1975), pp. 497-509.

$$^{15}O \rightarrow 15N + e^{+} + \nu$$
$$^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He$$

Como vemos, los iones de hidrógeno (protones) reaccionan con el isótopo de carbono (^{12}C) para empezar el ciclo que, después de utilizar un total de cuatro protones, termina nuevamente en ^{12}C más un núcleo de helio que es expulsado por la tobera, impulsando así la nave hacia delante. Los positrones (e^{+}) reaccionan con los electrones que quedan del proceso de ionización para liberar energía adicional en la forma de rayos gamma[10].

Whitmire y otros investigadores han trabajado en la posibilidad de construir "cucharones" electromagnéticos o electrostáticos de dimensiones del orden de cientos de metros, no kilómetros, para reducir la fricción inmensa del choque contra los protones y electrones de una nave que se mueve a velocidades relativistas (un cucharón que sería más eficiente en la colección de protones, a propósito).

Parece, sin embargo, que hay varios problemas con el diseño de Withmire, el peor de los cuales es que la temperatura en el reactor puede llegar a los mil millones de grados Kelvin. No sé si este y otros problemas de este diseño puedan ser resueltos algún día. También hay problemas acerca del impacto gravitacional de una nave que se mueve a través de un medio con respecto al cual su masa aumenta de forma desaforada (aún así no cambie para los astronautas). Es probable que la nave afecte la estructura del espacio-tiempo a su paso. Adicionalmente, habría problemas para describir matemáticamente la interacción entre la nave y el medio ambiente, una vez que pasemos a la teoría general de la relatividad, puesto que la nave probablemente va a intercambiar energía con las partículas cercanas a medida que acelera (entre otras por la razón anterior), lo cual crearía todo tipo de dificultades para calcular las masas pertinentes.

Pero aún así es de interés teórico que, *en principio,* el hidrógeno interestelar se pueda usar para acelerar una nave a 1g hasta alcanzar velocidades arbitrariamente cercanas a la de la luz.

La segunda propuesta es aún más interesante desde el punto de vista teórico. Me refiero a la prohibición de la teoría especial de la relatividad a cualquier intento de *alcanzar* y *superar* la velocidad de la luz. Una forma de eludir tal prohibición es la de ir más allá de la teoría especial.

[10] Otros ciclos catalíticos como el del ^{20}Ne también serían posibles. El tope de la energía generada por el reactor de Whitmire sería unos 10^{11} megawatts, cerca de 10.000 veces lo producido por el mundo entero hoy en día [Mallowe y Matloff (1989), p. 114].

La intuición básica de esta idea es la siguiente: la barrera de la velocidad se aplica dentro de la teoría especial de la relatividad, la cual requiere la fórmula para la adición de velocidades que hemos visto antes y presupone marcos de referencia no acelerados. ¿Pero tiene que ser válida también en los marcos acelerados de la teoría general de la relatividad, o dentro de una teoría de gravedad cuántica?

Permítaseme hacer un paralelo a la paradoja de los gemelos. A primera vista parece que la teoría especial termina en paradoja. Tomás vuela a Vega en una nave que adquiere una alta velocidad relativista. Cuando vuelva será, digamos, unos 15 años mayor que cuando se fue. Mientras tanto su hermano gemelo Juan habrá envejecido más de 50 años. Y aquí viene la paradoja. Como ambos gemelos están en diferentes marcos de referencia inerciales, parece que podríamos decir que es más bien el tiempo de Juan el que se dilata, y que por consiguiente debería ser Juan quien solo ha envejecido 15 años, en la ocasión del retorno de su gemelo, mientras que Tomás ha envejecido 50 años.

La solución es que los dos marcos de referencia en este caso pueden ser inerciales pero sólo parte del tiempo. Para que la nave de Tomás pueda adquirir su alta velocidad, tiene que acelerar primero, y luego tiene que decelerar al volver a la Tierra. Las situaciones de Tomás y Juan no son simétricas. Dentro de la teoría general, que sí se entiende con las aceleraciones, la paradoja simplemente no surge.

No debe sorprender por qué entonces todas las sugerencias que han causado el mayor interés en los últimos veinte años acerca de la posibilidad de viajar más rápido que la luz han hecho uso de la teoría general. Discutiré brevemente dos de ellas, las dos más interesantes. Hay que tener en cuenta, sin embargo, que en esta coyuntura, el objetivo de la discusión no es el de determinar cuál de estas sugerencias tiene la mayor probabilidad de llevarnos a las estrellas en naves más rápidas que la luz, sino más bien determinar si la teoría física permite superar la velocidad de la luz.

La primera sugerencia es la idea de Kip S. Thorne de emplear un agujero de gusano cuántico como los de Wheeler para viajar en tiempos cortos a sitios que en el espacio-tiempo normal estarían a miles o incluso millones de años-luz de distancia[11]. Imaginémonos que el espacio-tiempo está doblado como una manta (por ejemplo en una quinta dimensión que se añade a las tres del espacio y a la del tiempo). Ese pliegue puede acercar, en tal quinta dimensión (o en lo que se llama "hiperespacio"), regiones del espacio

[11] Thorne (1994).

que en las tres dimensiones normales se encuentran extremadamente lejos. Es como si tomáramos una tela de un metro de larga y al doblarla acercáramos los dos extremos. Si extendiéramos la tela sin doblar, los dos extremos estarían separados por una distancia de un metro, pero una vez que la doblemos, los extremos quedarían mucho más cercanos, digamos a un nanómetro. Ahora, si sólo pudiéramos hacer un pequeño tubo que conectara los extremos salvando ese nanómetro, el viaje de extremo a extremo sería mucho más corto. John Archibald Wheeler propuso que en regiones extremadamente pequeñas, alrededor de una longitud de Planck ($1x10^{-33}$ cm), fuertes fluctuaciones gravitacionales cuánticas crean un tipo de "espuma cuántica", en la cual podríamos encontrar un tubito semejante a un "agujero de gusano". El truco consistiría en encontrar el agujero de gusano en la espuma, agrandarlo para que una nave lo pueda atravesar, y mantenerlo abierto para que no triture la nave.

Consideremos los tres aspectos de la idea de Thorne, idea que desarrolló a petición de su amigo Carl Sagan. El primer problema es el de encontrar un agujero de gusano. Nadie ha detectado uno jamás, y ni siquiera sabemos si existen. Si no existen, o si existen pero no los podemos encontrar, una alternativa sería crear uno, siempre y cuando agujeros de gusano *puedan* existir. ¿Pero sí pueden existir? Los resultados de Wheeler salieron de su intento de construir una teoría de gravedad cuántica, pero desafortunadamente medio siglo más tarde todavía no tenemos una teoría adecuada en ese campo. Es difícil decir entonces, aun si tomamos seriamente la imaginativa idea de Wheeler, si la física no prohíbe el viajar más rápido que la luz. La teoría especial de la relatividad ciertamente parece prohibirlo. ¿Hay algo en la unión forjada por Wheeler de la teoría general de la relatividad y de la física cuántica que nos da suficiente evidencia para demostrar algunas limitaciones de la teoría especial? Quizás tal evidencia exista si la teoría de gravedad cuántica de Wheeler es cierta, pero eso es precisamente lo que no sabemos.

Puesto que no tenemos una teoría aceptable de gravedad cuántica, estamos simplemente en un estado de ignorancia. Desde esa perspectiva ignorante, pueda que el viajar más rápido que la luz sea o no permitido por las leyes del universo (lo cual es algo que no sabemos). La situación sería similar a una en que preguntáramos, digamos en 1855, si es posible que una nave viaje a 300.000 Km/s. En esa época nada parecería prohibir tal hazaña, pero sólo porque a la formula de adición de velocidades de Einstein le faltaban 50 años para ser publicada. Algunos estudiosos podrían hasta pensar que la situación es en realidad peor, puesto que no tenemos ninguna

teoría que nos pueda servir de guía confiable, en contraste con la física de Newton que nos hubiera guiado entonces.

Lo que sí parece ofrecer razones para el optimismo es el efecto de Casimir, el cual demuestra que el vacío está en realidad repleto de partículas virtuales comenzado a existir y dejando de existir. Casimir sugirió en 1948 que si en el vacío se emplazan dos placas metálicas a micrómetros de distancia la una de la otra, y en la ausencia de un campo electromagnético, algunos fotones virtuales no aparecerían en el espacio entre ellas debido a sus longitudes de onda demasiado grandes. En tal caso habría una mayor densidad de fotones virtuales afuera de las placas que entre ellas. Esta diferencia en densidad resultaría en la aplicación de presión a las placas desde afuera, y por consiguiente las placas se moverían la una hacia la otra[12]. La confirmación del efecto de Casimir en 1958 apoya fuertemente la hipótesis de la existencia de partículas virtuales y su abundancia en el vacío[13]. Muchos ven esa confirmación como apoyo también a la existencia de algún tipo de espuma de espacio-tiempo a la Wheeler. Notemos, sin embargo, que el efecto de Casimir parece estar explicado dentro de la teoría cuántica y es neutral acerca de las posibles interacciones entre la gravedad y los efectos cuánticos.

Supongamos, sin embargo, que encontramos o creamos un agujero de gusano de los de Wheeler. Al contrario de los agujeros de gusano que podrían existir como consecuencia de singularidades en hoyos negros (en los que la materia que se desaparece dentro de la singularidad "excava" su escapada a otro universo o a otra parte de nuestro universo, pero el "túnel" se cierra muy rápido y la gravedad extraordinaria aplastaría a cualquier viajero), los agujeros de gusano de Wheeler serían extremadamente pequeños, de dimensiones de Planck. Una vez que tengamos en nuestra posesión un agujero de gusano de Wheeler sería necesario conectar una de las entradas con alguna destinación deseable, así como agrandarla y estabilizarla para poder mandar nuestros astronautas a través de ella. ¿Cómo se podría lograr esto? La respuesta favorita a esta pregunta es: la materia exótica.

Ahora bien, la materia exótica es realmente exótica. Presuntamente tendría masa negativa, o por lo menos ejercería energía negativa (empujaría

[12] A medida que la distancia decrece hasta los nanómetros, el efecto debería incrementarse considerablemente.

[13] Sparnaay (1957), p. 334 y Sparnaay (1958), p. 751. Para medidas más precisas véase Lamoreaux (1997), pp. 5-8; Mohideen y Roy (1998), p. 004549; y Bressi, Carugno, Onofrio y Ruoso (2002), p. 041804.

hacia los lados las paredes del agujero de gusano). Y por supuesto no tenemos ni idea si puede existir. Pero Thorne y sus colegas creen que algo parecido al efecto de Casimir podría producir energía negativa dentro del agujero de gusano para mantenerlo abierto[14].

Recordemos, sin embargo, la descripción del efecto de Casimir dada previamente. Si estipulamos que el vacío tiene cero de energía, entonces podemos pensar que el volumen entre las placas metálicas tiene energía negativa. Es una asignación de signo relativa dada la descripción que escojamos. Pero esas partículas virtuales dentro de ese volumen no tienen propiedades peculiares si las comparamos con los fotones virtuales afuera de las placas. No es como si pudiéramos ir a buscar materia exótica para meterla con cucharita dentro de los agujeros de gusano. Pero quizá lo que Thorne realmente busca es lo que él llama "fluctuaciones exóticas", las cuales crearían energías negativas y existirían en el horizonte de evento de un hoyo negro, de acuerdo con la presunta demostración de Hawking. Tales fluctuaciones exóticas explicarían la radiación de Hawking. En todo caso, una descripción menos exótica es que el hoyo negro captura un miembro de una pareja de partícula-contra-partícula dentro del horizonte pero dejando que se escape al universo el otro miembro, creando así un brillo de energía alrededor del horizonte de evento. Podríamos decir entonces que esta energía positiva es compensada por la energía negativa que está siendo aspirada por el hoyo negro (nuevamente una asignación relativa de signo). En todo caso, para expandir el diámetro del agujero de gusano se supone que sería necesario concentrar una gran cantidad de energía en la pequeña región de la boca del agujero para crear una pronunciada curvatura de espacio-tiempo en esa región. Que este proceso realmente lleve o no a la oportunidad de viajar más rápido que la luz tendría que ser determinado por una buena teoría de la interacción de la gravedad con los fenómenos cuánticos. ¡Si sólo tuviéramos una!

Por supuesto, algunas de estas ideas teóricas que hemos visto podrían resultar correctas. Quizás nuevos experimentos en los que se concentran enormes cantidades de energía en regiones pequeñas puedan confirmar la existencia de la espuma de espacio-tiempo, agujeros de gusano y materia exótica (o por lo menos alguna forma de crear algo parecido al efecto de Casimir dentro de un agujero de gusano). Pero hasta que haya tal confirmación, no estaremos en posición de decir que viajar más rápido que la luz, es posible.

[14] Morris, Thorne y Yurtsever (1988), pp. 1446-1449.

Imaginémonos, sin embargo que sí encontramos o creamos un agujero de gusano de Wheeler, que lo expandimos y aseguramos su estabilidad. Todavía tendríamos una dificultad conceptual mayor: una consecuencia de viajar a través del agujero de gusano es que el astronauta viajaría también al pasado. ¡Usted podría volver antes de partir! Esto crea todo tipo de paradojas acerca de la posibilidad de aterrizar encima de su abuelo y de matarlo cuando él era todavía un infante, lo cual haría imposible que usted pudiera nacer y tomar parte en ese viaje. Esta absurda consecuencia se deriva de la naturaleza de un agujero de gusano natural, y es consistente con lo que pasaría en otros casos de viajes más rápidos que la luz, como se ha sabido durante mucho tiempo. Un ejemplo que recuerdo de mis días estudiantiles es que si usted tiene un arma de fuego que dispara balas de taquiones, una de esas balas podría rebotar contra la pared y matarlo a usted antes de que pudiera jalar el gatillo (los taquiones son partículas que siempre se mueven a una velocidad más rápida que la de la luz, y por consiguiente no violan la teoría especial de la relatividad desde que nunca aceleran hasta la velocidad de la luz).

Thorne ofrece una ilustración interesante de viaje en el tiempo usando un agujero de gusano artificial. Se imagina la construcción de un corto agujero de gusano con una entrada en su sala y la otra en una nave estelar aparcada en el césped de su casa. Su esposa despega en una nave que viaja a una velocidad cercana a la de la luz. Obviamente las dos entradas al agujero de gusano se encuentran en tiempos diferentes, una vez que comience su viaje, si son medidos en un marco de referencia fuera del agujero de gusano, aunque dentro del agujero los dos tiempos siguen siendo el mismo. La esposa de Thorne retorna a la casa varias horas más tarde (de acuerdo con el tiempo de la nave) aunque han pasado años en la Tierra. Ella puede escoger una de dos cosas. O bien puede encontrarse con Thorne en el césped tan pronto aterrice la nave, y puede notar entonces lo mucho que él ha envejecido. O bien, ella puede gatear por el agujero de gusano para arribar a un tiempo *antes* de que partiera en su aventura espacial. En ese caso, ella podría encontrarse consigo misma (del pasado) cuando se estaba preparando para salir en su viaje espacial. Y, por supuesto, en esa reunión puede haber accidentes que prevengan a su sí misma antes de empezar su viaje.

Estas paradojas hacen del viaje al pasado un absurdo conceptual, lo cual implica que esta idea de viajar más rápido que la luz también sea un absurdo conceptual. ¿Pero se podrían resolver las paradojas? Una sugerencia es que desconocidas leyes de la física cuántica (o de la gravedad cuántica, o quién

sabe qué) prevengan que alguien, o algo, cree imposibilidades en su viaje al pasado (recordemos: es imposible viajar al pasado y matar a su abuelo si usted nunca nació porque usted lo mató cuando él era un infante). Esta sugerencia es un caso no solo *ad hoc* sino de querer hacerse ilusiones.

Otra sugerencia es que los astronautas que viajan a través de un agujero de gusano no crearían ningún "circuito cerrado temporal" inconsistente puesto que ellos resultarían viajando a un universo alternativo de Everett (de acuerdo con Everett, cuando hay dos posibles estados cuánticos alternativos, ambos son reales, aunque cada uno es real en una línea histórica diferente, a veces también llamadas "mundos" o "universos paralelos")[15]. Así que realmente no aterrizaría sobre su abuelo, sino más bien sobre alguien equivalente a su abuelo en una línea histórica diferente. Es difícil distinguir esta física de la ciencia-ficción, pero incluso una evaluación menos cínica de esta sugerencia nos haría ver que ya no estamos hablando de viajar al pasado sino más bien a una dimensión o a un universo distinto que es casi como su pasado y de aplastar (y matar) a alguien que es exactamente como su abuelo infante. Es también obvio que nunca llega a su destino sino más bien a un planeta exacto al que usted trataba de llegar, excepto que está localizado en otra dimensión o universo. Y parece que uno debería esperar una dislocación similar en el viaje de retorno; es decir, usted nunca puede volver a casa. Los agujeros de gusano cuánticos ya son lo suficientemente problemáticos sin tener que combinarlos con la interpretación que le da Everett a la mecánica cuántica.

Una tercera sugerencia es que sí hay en realidad muchos mundos o universos, más o menos a la Everett, pero que aquellos que tienen "circuitos cerrados" inconsistentes son destruidos. Nuestro "mundo" existe porque nadie ha matado a su abuelo infante, etc., al viajar a *su* pasado. La consistencia en cuanto al viajar al pasado funcionaría como un factor de selección para los mundos posibles. El problema con esta sugerencia, sin embargo, es que cuando el viaje de tiempo altera el pasado destruye una historia de decenas, cientos, miles, millones o miles de millones de años. Y no sabemos cuándo puede venir el viajador de tiempo fatal. Además, puede llegar mañana al mediodía o hace un millón de años. Podríamos entonces dejar de ser. Peor aún, en el segundo escenario, *dejaríamos de haber sido*. "Mundos" con circuitos temporales cerrados todavía pueden ser erradicados en cualquier momento. Así que esta sugerencia no parece funcionar muy bien como solución a la paradoja.

[15] David (1991), pp. 3197-3217.

Thorne propone un enfoque aparentemente más sensato. Él y sus colegas descubrieron que algunas trayectorias de ida y vuelta a través de un agujero de gusano podrían ser perfectamente consistentes: una bola de billar puede retornar y golpear oblicuamente a sí misma (pasada) de forma tal que le permite a su antigua versión partir en su viaje de tiempo[16]. Presuntamente, desde que este circuito es causalmente consistente, no enfrentamos una paradoja. Paul Davies parece estar de acuerdo y ofrece una variante interesante: un hombre rico viaja al pasado, se encuentra con su (joven) abuela y sin querer le proporciona información acerca de los precios de las acciones de la bolsa en el futuro de la abuela. Ella invierte su plata usando esa información, lo que produce una fortuna inmensa para ella y para su nieto. Davies alega que "de aquí no resulta ninguna paradoja"[17]. Sorprendentemente, él sí encuentra paradoja en otro caso sumamente parecido. Un profesor viaja al futuro, encuentra una fórmula matemática en un libro, vuelve a su tiempo, y le da la fórmula a un estudiante, quien entonces la publica. Esa es la publicación que el profesor lee muchos años más tarde. Pero ni el profesor ni el estudiante han creado la fórmula. Por consiguiente, información ha surgido de la nada, o más bien del viaje de tiempo. En el caso anterior, la abuela no hubiera podido crear su fortuna (así como el estudiante no hubiera podido haber escrito ese trabajo) sin la presciencia hecha posible por el viajador de tiempo correspondiente (nieto, profesor). Debido a la asociación entre la información y la entropía, Davies piensa que tal información "gratis" es "equivalente a calor que fluye al revés, de frio a caliente"[18].

A mí me parece que la situación es aún más nefasta. En el ejemplo de Thorne, una secuencia de sucesos, una historia, lleva a un futuro suceso que causa la destrucción de esa misma historia y su ser remplazada por otra. Algo había sucedido, y ahora ya no ha sucedido. Pero si no ha sucedido, ¿cómo podría el circuito causal consistente comenzar en primer lugar? Quienes no tengan dificultades en aceptar algo así como el punto de vista de Everett acerca de la plenitud de mundos, o las nociones todavía más estrambóticas de la teoría de cuerdas, quizá no se molesten mucho por culpa de esta paradoja. Pero hay que anotar que la evidencia empírica a favor de la primera es muy escasa, mientras que a favor de la segunda es inexistente. En los ejemplos de Davies ni siquiera existe una historia original que cree las condiciones para la existencia de un circuito causal

[16] Thorne (1994), pp. 508-516.

[17] Davies (2003), p. 96.

[18] *Ibíd*., pp. 102-105.

consistente: el hombre ya es rico (sin que su abuela haya tenido todavía la oportunidad de hacer las inversiones apropiadas) y el profesor ya ha encontrado la fórmula matemática (que nadie ha realmente inventado). El circuito simplemente *es*. La causalidad ha sido violada. Jorge Luis Borges se pondría contento. Pero sobre la base de semejante física no obtenemos lo suficiente para decir que es posible viajar más rápido que la luz.

Un apunte de lógica necesita ser considerado. Aún si circuitos de tiempo causalmente consistentes no cayeran ante estas objeciones, es difícil ver cómo tales circuitos remedian el absurdo conceptual de viajes al pasado. La paradoja no consiste en que cada vez que viajamos al pasado matamos a nuestro abuelo infante, etc.; la paradoja consiste precisamente en que lo podríamos matar, accidentalmente o de algún otro modo[19]. Thorne propone como solución la posibilidad de circuitos consistentes. Pero el peligro aún existe, por ejemplo, es posible que el hijo del hombre rico, años después del viaje de tiempo de su padre, incluso años después de la muerte de su padre, encuentra la máquina del tiempo, oprime el botón equivocado y termina aterrizando encima de su bisabuela infanta, aplastándola y matándola. ¡Este resultado haría que la historia de su familia dejara de haber existido, incluyendo al presunto circuito causal consistente! Claramente, la paradoja no ha sido resuelta.

No es sorprendente, entonces, que para salvar la física del absurdo, Hawking conjeturó que leyes desconocidas de la gravedad cuántica proveen protección cronológica, es decir, que el universo no permite máquinas del tiempo. Tal protección, dice él, "mantiene seguridad en el universo para los historiadores".[20]

Para concluir que es posible viajar más rápido que la luz, necesitamos o bien demostrar que teorías aceptadas y relevantes lo permiten, o bien mostrar la evidencia empírica que, incluso dada la ausencia de teoría, sugiere la posibilidad de tales viajes (por ejemplo, se sabía que el vuelo era posible porque la gente veía a los pájaros y los insectos volar, mucho antes de que tuviéramos teorías que explicaran el vuelo de pájaros e insectos). Un problema ya mencionado que tienen las teorías de gravedad cuántica es que les falta suficiente apoyo empírico. Sospecho que sus partidarios se atreven abiertamente a explorar ideas tan aventuradas porque sienten

[19] Por alguna extraña razón muchos físicos, incluyendo a Thorne y Davies, pensaron en algún momento que las paradojas del tiempo se debían al ejercicio del libre albedrío. Obviamente eso no es cierto.

[20] Citado en Thorne (1994), p. 521. Fluctuaciones del vacío destruirían el agujero de gusano antes de que pudiera convertirse en una máquina del tiempo.

que la teoría de la relatividad y la física cuántica les dan licencia de hacer afirmaciones nada intuitivas. Las hipótesis acerca de los agujeros de gusano de Wheeler, los tales "branes", el "multiverso" y otras cosas por el estilo quizá no suenan más extrañas hoy de lo que sonaba, digamos, la dualidad onda-partícula hace ya casi cien años. Pero me parece que hay una diferencia. Cuando Einstein dio cuenta del efecto fotoeléctrico con la sugerencia de los cuantos de luz, su explicación fue generalmente rechazada, incluso por aquellos que usaron sus cálculos. Por ejemplo Bohr remarcó que el punto de vista de Einstein era refutado por muchos experimentos que demostraban claramente la naturaleza ondulatoria de la luz.[21] Eventualmente los experimentos de Compton sobre la dispersión de los rayos X hicieron que Bohr aceptara la naturaleza dual de la luz, y ello lo llevó a su famoso Principio de la Complementaridad. La moraleja de la historia es que los físicos se vieron forzados por los fenómenos a proponer y aceptar ideas que de otra forma serían extremadamente no-intuitivas. Los experimentos les daban licencia. Quizá otras y más sensatas ideas hubieran podido hacer la faena, pero nadie propuso ninguna que fuera persuasiva. Además, como lo he argumentado en otras publicaciones, el carácter no-intuitivo de esas ideas extraordinarias se debía, por lo menos en el caso del Principio de la Complementaridad, a la aceptación general de una epistemología equivocada[22]. La teoría de la relatividad de Einstein, aunque no fue similarmente motivada por los resultados experimentales, de todos modos se convirtió pronto en una herramienta importante para contrastar nuestras ideas con el mundo[23]. Nada parecido es el caso con las ideas especulativas tan de moda hoy, que, como hemos visto, no nos permiten afirmar si es posible que algún día viajemos más rápido que la luz.

Para hacer tal determinación se necesita, además de cumplir con los requisitos de teoría o evidencia empírica mencionados antes, una forma de viajar que no implique ir al pasado. El físico mejicano Miguel Alcubierre ha argumentado que si construimos una máquina que contrae el espacio-tiempo en frente de la nave estelar, mientras lo expande detrás de tal, podríamos acelerar la nave estelar a una velocidad arbitrariamente mayor

[21] Para una explicación fascinante véase Brush (2007), pp. 205-246.

[22] Véase, por ejemplo, "Bohr and evolutionary relativism", Ch. 3 en Munévar (1998).

[23] Pocas ideas en la historia de la ciencia han sido tan corroboradas como, por ejemplo, la formula de Einstein para la masa relativista (discutida anteriormente). Prácticamente cada vez que usamos un acelerador de partículas la confirmamos con millones, quizá miles de millones de instancias.

que la de la luz[24]. Una buena analogía para explicar su propuesta es la de un surfista (la nave) montado en una ola que se mueve a gran velocidad. La cantidad de agua en frente decrece, y crece detrás de él, pero su tabla de surf no se mueve mucho con respecto a la ola. Desde que el espacio-tiempo local en que se encuentra la nave es plano, los astronautas no violarían el límite de velocidad relativista en ningún punto de su jornada, aunque desde la perspectiva de los observadores en la Tierra, la nave estaría viajando muchísimo más rápido que la luz. Por consiguiente, la nave podría hacer un viaje de ida y vuelta a Vega, que queda a 25 años luz, en unos tres o cuatro años terrestres (es decir, desde la perspectiva de los observadores en la Tierra) en vez de los más de 50 que tomarían en viajes bajo condiciones de la teoría especial de la relatividad. En la propuesta de Alcubierre la nave se mueve solo hacia el futuro, lo mismo que los aviones y las babosas, así que no tenemos que preocuparnos acerca de las paradojas del tiempo.

¿Pero qué tipo de tecnología podría contraer o expandir el espacio-tiempo? Algunos han sugerido la materia extraña, pero ya se ha dicho bastante acerca de ella en este trabajo. En realidad no sabemos. Pero sí sabemos que el espacio-tiempo se puede expandir, porque eso es precisamente lo que la energía oscura logra. ¿Cómo lo hace?; eso tampoco lo sabemos, así como no sabemos lo que es la energía oscura. Una conjetura plausible, sin embargo, es que la expansión del espacio-tiempo resulta de alguna forma de campo escalar. Para entender cómo funciona un campo escalar, pensemos quizás acerca de un resorte que se estira y se estira hasta que de repente vuelve a su estado original, o un bola de caucho que se comprime por todos lados hasta que se expande de pronto. Si uno se toma seriamente la sugerencia de los estudiosos de la teoría de cuerdas que hay "átomos de espacio", entonces uno también debería imaginarse que sólo una cantidad limitada de energía puede caber en uno de esos átomos. Una vez que se llegue al tope, la energía "rebota" como el caucho de la bola comprimida, cargándose al espacio-tiempo a cuestas a medida que se expande. Pero todas estas son metáforas. Lo que importa es que sucede, ciertamente parece hacerlo, así como los pájaros volaban en la época en que la gente todavía no podía explicar o replicar su vuelo. Además, tales expansiones y contracciones del espacio-tiempo se pueden ver como variantes del término *lambda* que Einstein añadió a sus ecuaciones para "prevenir" que el universo se expandiera.

Por supuesto, es posible que para construir el tipo correcto de máquina aún necesitemos una teoría aceptable de la gravedad cuántica. Por

[24] Alcubierre (1994), pp. L73-L77.

ejemplo, para producir las requeridas expansiones y contracciones locales podríamos usar alguna forma de interacción entre fuerzas electromagnéticas y gravitacionales en volúmenes muy pequeños. Pero especulaciones adicionales sobre este asunto van más allá del propósito de este trabajo. Lo que cuenta es que los procesos deseables son posibles, dadas la teoría de la relatividad general de Einstein y la existencia de la energía oscura. Teoría y experiencia entonces permiten el viajar más rápido que la luz, siempre y cuando no incluya viajar al pasado. La propuesta de Alcubierre concuerda con lo que la situación conceptual requiere, aunque por supuesto no hay garantías de que una nave estelar semejante jamás llegue a cruzar el espacio interestelar, así como no hay garantías de que jamás llegaremos a volar a velocidades relativistas.

BIBLIOGRAFÍA

Alcubierre, M. (1994): "The Warp Drive: Hyper-Fast Travel within General Relativity", *Classical and Quantum Gravity*, 11.

Bressi, G., Carugno, G., Onofrio, R. y Ruoso, G. (2002): "Measurement of the Casimir force between Parallel Metallic Surfaces", *Phys. Rev. Lett.* 88.

Brush, S.G. (2007): "How ideas became knowledge: The light-quantum hypothesis 1905-1935", *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences* 37.

Bussard, R.W. (1960): "Galactic Matter and Interstellar Spaceflight", *Astronautica Acta* 6.

Davies, P. (2003): *How to build a time machine*, New York, Penguin Books.

Deutsch, D. (1991): "Quantum mechanics near closed timelike curves", *Physical Review D* 44.

Einstein, A. (1952): "On the Electrodynamics of Moving Bodies", reimpreso en *The Principle of Relativity*, con H.A. Lorenz, H. Minkowski y H. Weyl, New York, Dover Publications (reimpresión de la traducción publicada por Methuen and Company, 1923).

Greene, B. (2003): *The Elegant Universe*, New York, Vintage Books.

Hawking, S. (2001): *The Universe in a Nutshell*, New York, Bantam Books.

Lamoreaux, S. K. (1997): "Demonstration of the Casimir Force in the 0.6 to 6 μm Range", *Phys. Rev. Lett.* 78.

Mallowe, E. y Matloff, G. (1989): *The Starflight Handbook: A Pioneer's Guide to Interstellar Travel,* New York, John Wiley and Sons, Inc.

Mohideen, U. y Roy, A. (1998): "Precision Measurement of the Casimir Force from 0.1 to 0.9 μm", *Phys. Rev. Lett.* 81.

Morris, M., Thorne, K. y Yurtsever, U. (1988): "Wormholes, time machines, and the weak energy condition", Physical Review*, 61*, 13.

Munévar, G. (1998): *Evolution and the Naked Truth*, London, Ashgate; v.e. *La evolución y la verdad desnuda*, Barranquilla, Ediciones Uninorte, 2008.

Oliver, B.M. (1987): "Efficient Interstellar Rocketry", Paper IAA-87-606, presented en el *38th I. A. F. Congress*, Brighton, UK.

Sagan, C. (1963): "Direct Contact Among Galactic Civilizations by Relativistic Spaceflight", *Planetary and Space Science* 11.

Sparnaay, M.J. (1957): "Attractive forces between flat plates", *Nature* 180.

_____ (1958): "Measurement of attractive forces between flat plates", *Physica* 24.

Smolin, L. (2002): *Three Roads to Quantum Gravit*y, New York, Basic Books.

Thorne, K.S. (1994): *Black holes and time warps: Einstein's outrageous legacy*, New York, W.W. Norton and Company.

Whitmire, D. P. (1975): "Relativistic Spaceflight and the Catalytic Nuclear Ramjet", *Acta Astronautica* 2.

EINSTEIN 1905: INTELIGIBILIDAD RACIONAL Y CREACIÓN CIENTÍFICA*

Michel Paty†

Resumen

La física del siglo XX adquirió, en gran parte, una forma muy diferente de la que tenía en el siglo XIX, por la nueva manera de concebir dominios ya circunscritos (como el electromagnetismo y la gravitación), por el ingreso de nuevos dominios que escapan a la observación directa como

* Este artículo corresponde a la conferencia inaugural que ofrecí en el *Simposio Internacional "Einstein: científico, filósofo y humanista. Centenario de una visión del mundo"*, Universidad del Valle, Noviembre 28 a Diciembre 2 de 2005, Cali (Colombia). La versión original en francés, «Einstein 1905: La théorie de la relativité restreinte comme création scientifique», aparece en las memorias en CD del evento. La traducción al castellano la hizo Juliana Gristelli y fue verificada por el autor. En este escrito nos vamos a referir exclusivamente a la teoría de la relatividad especial (o restringida), así que el título más exacto sería «Einstein 1905: la teoría de la relatividad especial como creación científica». Para tener en cuenta los otros trabajos de Einstein del año 1905 remito a los dos artículos siguientes: Paty, Michel [2004]: Einstein 1905, l'année admirable, *Pour la Science* (edición francesa del *Scientific American)*, n 326, diciembre 2004 («*L'Ere Einstein*»), 26-33; y Paty, Michel [2005]: Campo continuo e quanta: as duas abordagens teóricas da matéria segundo Einstein. A relação da teoría com seu objeto. Trad. en portugués del original francés por Zília Mara Scarpari, *Ciência & Ambiente* (UFSM, Santa Maria, RS, Br), n 30, 2005, «*Einstein*», 35-35.

† Director emérito de investigación en el *Centre National de Recherches Scientifiques* (CNRS) (Equipo REHSEIS, UMR, CNRS y Universidad de París 7- Denis Diderot), París, Francia.
Correo electrónico: michel.paty@univ-paris-diderot.fr

la física cuántica (con las físicas atómica y subatómica) y, de una manera general, por una reorganización de los conceptos y principios teóricos fundamentales. Esto fue consecuencia de varios descubrimientos, entre los cuales los realizados por Albert Einstein a partir de 1905 (su "año admirable", o "año de oro") representan momentos particularmente fuertes, que establecen una parte importante de los marcos de pensamiento y los caminos de la nueva física contemporánea. ¿Cuáles son, en sus grandes líneas, estos primeros trabajos y sus significaciones? Esto es lo que será abordado en primer lugar, con sus consecuencias e implicaciones sobre nuestro conocimiento actual del mundo físico. Pero, además del aspecto descriptivo de estos trabajos, la naturaleza de los problemas abordados y las soluciones encontradas y su inscripción histórica permiten seguir en parte los procesos intelectuales correspondientes, relacionados con el pensamiento del investigador y con las condiciones de transmisión en el medio científico, que condujeron a ubicar estos conocimientos como objetivos. De hecho, las primeras investigaciones de Einstein nos permiten entrever varios aspectos del proceso de "creación científica" tal como se efectúa en un sujeto individual, y en particular el, que es central, de su relación con la racionalidad, subyacente a la posibilidad de su comunicación y de su objetivación. Con este propósito presentaremos algunas reflexiones más generales sobre la "invención" y la "creación" científicas como problema de la filosofía y del conocimiento.

La física del siglo XX ha adquirido, en gran parte, una forma muy diferente de la que tenía en el siglo XIX, por la nueva manera de concebir dominios ya circunscritos (como el electromagnetismo y la gravitación), por el ingreso de nuevos dominios que escapan a la observación directa como la física cuántica (con las físicas atómicas y subatómicas) y, de una manera general, por una reorganización de los conceptos y principios teóricos fundamentales. Esto fue consecuencia de varios descubrimientos, entre los cuales los realizados por Albert Einstein a partir del año 1905 (su "año admirable" –la palabra me parece más adecuada que "maravilloso"– o "año de oro") representan momentos particularmente fuertes, que establecen una parte importante de los marcos de pensamiento y de los caminos de la nueva física contemporánea. Cuáles son, en sus grandes líneas, estos primeros trabajos y sus significaciones, esto es lo que será abordado en primer lugar, con sus consecuencias y sus implicaciones sobre nuestro conocimiento actual del mundo físico. Pero, además del aspecto

descriptivo de estos trabajos, la naturaleza de los problemas abordados y las soluciones encontradas y su inscripción histórica permiten seguir en parte los procesos intelectuales correspondientes, relacionados con el pensamiento del investigador y con las condiciones de transmisión en el medio científico, que condujeron a ubicar estos conocimientos como objetivos. De hecho, las primeras investigaciones de Einstein nos permiten entrever varios aspectos del proceso de "creación científica" tal como se efectúa en un sujeto individual, y en particular aquél, central, de su relación con la racionalidad, subyacente a la posibilidad de su comunicación y de su objetivación. Presentaremos con este propósito, algunas reflexiones más generales sobre la "invención" y la "creación" científicas como problema de la filosofía y del conocimiento.

LA CUESTIÓN FILOSÓFICA DE LA CREACIÓN CIENTÍFICA

Tomemos, por ejemplo, las teorías de la relatividad de Einstein, la teoría de la relatividad restringida, obtenida en 1905 (pero "rumiada" durante casi diez años), y la teoría de la relatividad general, cuya primera idea le vino en 1907 y expuesta en su forma acabada en 1915. Se puede ver la segunda como una prolongación o una radicalización de la primera. Hoy día, las dos están plenamente incorporadas al conjunto de los conocimientos de la física. Pero esto no ocurrió desde el principio, en el período subsecuente de su aparición, pues ellas traían elementos de *novedad*, e incluso de curiosidad, en relación a la comprensión anterior de esta ciencia.

El surgimiento de esa novedad en las concepciones físicas no era *previsible* con anterioridad: del mismo modo, hoy día ignoramos los caminos de nuestra futura ciencia. Es que los cambios en las ciencias no siguen un simple desarrollo lógico, como si estuviese contenido potencialmente en las premisas, es decir en los conocimientos anteriores. Y sin embargo, estos cambios corresponden a la instalación de representaciones *racionales*. Entre las varias etapas de esos conocimientos racionales, hay algo: un *salto*, una *discontinuidad* de la precedente a la siguiente. Es el salto de la *invención*, de la *creación*.

Puede parecer paradójico hablar de *invención*, y hasta incluso de *creación*, hablando de la ciencia, y particularmente en lo que se refiere a la física, ya que se supone que esta última debe describir *el mundo como es*, por supuesto, con los medios de nuestras posibilidades de representación, es decir *el pensamiento simbólico* situado en el cerebro. Y esta *creación*, de todas maneras, debe ser de un tipo particular, ya que es necesario que se

confronte permanentemente con lo que es, lo que se aparece bajo las formas de lo que nos es dado, conocido por los sentidos y por la experiencia. Pero, de todos modos, de cierta manera, las representaciones del mundo «como es» no se encontraban originalmente en nuestro cerebro. Ellas se formaron en él a través de la enseñanza y de la comprensión individual e, inicialmente para cada nueva etapa, a través de la invención de algo *que no estaba escrito en lugar alguno*. El papel de la *creación* en la formación de los conocimientos científicos no siempre fue patente en la historia de las ideas, y se puede hasta decir que la conciencia de este papel es muy reciente: su fecha se sitúa alrededor del principio del siglo veinte.

La idea de invención y de creación científica

La evolución de las ciencias mismas a lo largo del siglo XIX, particularmente aquellas sobre las cuales me referiré aquí, las matemáticas y la física (esta última extendida hacia la química y la astronomía), contribuyó largamente a la concientización sobre la invención y la creación en la actividad científica. Vemos a las matemáticas, concebidas cada vez más independientemente de la «naturaleza», desarrollar geometrías que parecen contradecir la «evidencia» de la experiencia común (las geometrías no-euclidianas), formalizar a las disciplinas abstractas como el álgebra (más abstracta que la geometría), e introducir nociones totalmente intelectuales y cuyo objeto es más general como la de grupos de transformación con su propiedad de invariancia o de simetría.

La física se desenvuelve también, entonces, en sus varios dominios (óptica, electricidad, magnetismo, termodinámica), a través de la elaboración de teorías cada vez más matematizadas, analíticas y algebraicas, particularmente, con la utilización sistemática del cálculo diferencial e integral, entonces todavía llamado de «análisis», y particularmente de ecuaciones con derivadas parciales para tratar los problemas de los medios continuos. Deja ver cada vez con más evidencia la distancia entre los datos de la experiencia inmediata y la abstracción de la teoría formalizada, recurre a conceptos abstractos de expresión matemática como el de campo, energía, potencial, estado (de un sistema) y entropía, y el carácter de construcción de estas teorías es más visible que con las formulaciones anteriores. También tomamos conciencia del hecho de que los conceptos de la física, empezando por aquellos de la mecánica clásica, durante mucho tiempo considerados como absolutos y «naturales», pueden cambiar y evolucionar, pues son elaborados y hasta, literalmente, *construidos* por el pensamiento.

Esas construcciones son consideradas por algunos pensadores –bastante raros para decir la verdad– de finales del siglo XIX y comienzos del XX, matemáticos, físicos, filósofos, entre los cuales están Poincaré y Einstein, como «libres creaciones del pensamiento» a partir de los datos de la experiencia, pero sometidos a tensiones: orientadas, en lo que se refiere a la física, a una representación descriptiva y explicativa de los fenómenos naturales; y, en lo que concierne a las matemáticas, a la consistencia interna de los sistemas de objetos construidos y sus contenidos propios.

De manera general, fue la aparente contradicción entre *invención* o *creación*, por un lado, y *objetividad*, por el otro lo que detuvo a la mayoría de los filósofos del siglo XX de considerar la creación científica entre los problemas de la filosofía del conocimiento (al punto de rechazarlo deliberadamente). La remitían (como, por ejemplo, Karl Popper[1]) a un momento irracional, de competencia de la psicología, y la filosofía sólo debía hablar, según ellos, de los conocimientos una vez formulados, sobre la *lógica* de sus proposiciones, y no al movimiento del pensamiento que los hizo nacer. La distinción (hecha por Hans Reichenbach[2]) entre «contexto de *descubrimiento* » y «contexto de *justificación*», este último siendo considerado como el único digno de la atención de la filosofía, fue ampliamente aceptado hasta recientemente en la prolongación del positivismo lógico y la filosofía de inspiración analítica. Para que las proposiciones científicas puedan ser estudiadas por la filosofía del conocimiento es menester, a lo mejor, «reconstruirlas racionalmente» (según la proposición de Imre Lakatos[3]), después de ser descubiertas y una vez estabilizadas y aceptadas, lo que significaba considerarlas como poco racionales en su surgimiento.

Es así que la filosofía del conocimiento contemporánea siguiendo el empirismo y el positivismo lógicos nacidos en el siglo XX, evacuó la invención y la creación científicas como momentos irracionales, necesarios, pero incontrolables y pasajeros. El tema de la creación científica fue por consiguiente abandonado en un *no man's land* filosófico, sin tener en cuenta la *racionalidad* que guía de hecho los procesos del pensamiento, como los investigadores saben bien por su propia práctica, de la cual no está evidentemente ausente la argumentación racional. Varias doctrinas se ocuparon de este tema,

[1] Popper (1935-1959) y Popper (1972).

[2] Reichenbach (1938).

[3] Lakatos (1978).

desde la historia sociológica de los «paradigmas» de Thomas Kuhn[4] hasta la «concepción anarquista del conocimiento» de Paul Feyerabend[5] y los «relativismos posmodernos» asociados a estudios que se consideran «socioantropológicos» de las prácticas científicas pero rehusándose a considerar los contenidos de pensamiento correspondientes[6].

Pero el tema del descubrimiento y de la investigación científica parece afortunadamente ser objeto de un nuevo interés, es verdad que todavía firme, pero por lo menos de manera menos tempestuosa que antes. Sin embargo es menester aclarar la ambigüedad a menudo vinculada a él, en una subestimación de su dimensión racional, una vez que él pone en primer plano el *sujeto* que es el lugar singular donde se forman y se transforman los conocimientos: este lugar es considerado por encima de su caracterización objetiva y, en consecuencia, como poco seguro hasta que la sanción colectiva no sea dada. Y sin embargo, todo ocurre en el sujeto, en los sujetos, tanto arriba como abajo, y el pensamiento –todo pensamiento–, para ser producido y recibido, necesita estos lugares singulares, sea para la *creación* de nuevas ideas o más generalmente para la *inteligibilidad* de los conocimientos ya dados. La *inteligibilidad* remite a lo *racional*, y la creación de nuevas ideas sólo es, verdaderamente, la respuesta obtenida (por el trabajo de su pensamiento) por un sujeto transcendental o racional a su pedido de inteligibilidad cuando los conocimientos admitidos lo dejan insatisfecho.

Objetividad y subjetividad

En este aspecto, la objetividad del conocimiento (es decir su adecuación a su objeto concebido como exterior a él) no podría oponerse a la subjetividad, la cual es el lugar de este conocimiento, y su condición de constitución; pero a la inversa, un pensamiento que quiere concebir el mundo no puede quererse encerrado en los límites de su conciencia, y pone el objeto fuera de ella misma, formulando la exigencia de objetividad correspondiente. Los dos caracteres, que el conocimiento científico distingue y opone

[4] Kuhn (1962).

[5] Feyerabend (1975).

[6] Ver el «programa fuerte» en sociología de las ciencias (con autores como S. Shaeffer, M. Shapin,…), los «estudios de laboratorio» de B. Latour, etc. Pero esto sólo es una tendencia, que se considera dominadora, de la sociología de las ciencias (la reducción al «todo sociológico»). Hay otros enfoques más sensibles a la irreductibilidad del hecho científico, como el del «campo científico» en el linaje de Pierre Bourdieu, los cuales permiten la consideración de los aspectos racionales y la reflexión epistemológica. Ver Bourdieu (2001).

desde su constitución por una elección de perspectiva, la *subjetividad y la objetividad* (el sujeto del conocimiento y el objeto de este conocimiento), no son dos entidades contrarias (en el sentido de mutualmente exclusivas), ya que ellas fueron definidas recíprocamente en una relación dinámica. El conocimiento resulta de esa interacción dinámica entre las dos o, si uno quiere, de esa relación dialéctica entre ellas.

Después de haber intentado situar la cuestión que nos ocupa, ¿es posible una *filosofía de la creación*? ¿Tendría sentido? Volvamos ahora a la teoría de la relatividad de Einstein. Esta denominación en el singular designa en realidad *dos* teorías descubiertas sucesivamente, las cuales constituyen unas verdaderas *invenciones* y *creaciones científicas* en el sentido propio, según modalidades específicas. ¿En qué medida podemos hablar de invención, de creación? y ¿de qué manera es posible seguir el proceso en el pensamiento del creador científico?

Sería, por supuesto, ilusorio pretender poder dar cuenta de la génesis de estas ideas en toda su complejidad, particularmente de sus aspectos psicológicos, los cuales permanecen inaccesibles, al menos aquellos que no se dejan captar de manera explícita y que están vinculados a procesos internos, al nivel cerebral y psíquico, que presupone el trabajo sobre las ideas mismas. Pero que es, sin embargo, posible seguir al nivel de las ideas formuladas explícitamente, es decir de los conceptos físicos y su disposición teórica, de los elementos significativos del trabajo del pensamiento el cual condujo a estos descubrimientos

Seguir estos elementos, es discernir en ellos, en su coordinación, la operación de un raciocinio. Pero la cuestión preliminar, la cual disuadió durante mucho tiempo a los filósofos de interesarse por el proceso creador del pensamiento, porque estos últimos creían que la respuesta sería forzosamente negativa, es la de saber si el funcionamiento de un pensamiento creador puede ser racional, cuando se constata que, en un momento o en otro, él da el *salto* a la invención de una novedad radical. Y, sin embargo, tenemos que concebir este salto, y esta novedad, sin oponerlo a la actitud racional, por el simple hecho de que su efecto, el nuevo conocimiento, está destinado a una comprensión racional a partir del momento en que es admitido, comprensión racional la cual se constata evidentemente, aunque esté envuelta de trastornos y de reevaluaciones de los conocimientos precedentes. Tenemos entonces que rebasar el antagonismo aparente entre *racionalidad* e *invención creadora,* no para reducir la segunda a la primera, pero para comprender lo que enseña la segunda (la invención, la creación) en relación a la primera (la racionalidad). Desde ahora, digamos que la

invención creadora en ciencias tiene su punto de partida en la racionalidad, se apoya sobre ella, y la vuelve a encontrar al final, en su resultado, con un campo de aplicación o de acción ampliado.

La situación de la teoría electromagnética poco antes de 1905

Para comprender la naturaleza de las reflexiones de Einstein que le condujeron a formular la teoría de la relatividad restringida o especial (nombre dado años después), tenemos que mostrar un cuadro de la situación de la física en la época, particularmente en lo que se refiere a la teoría electromagnética y las cuestiones que ella levantaba al lado de los progresos considerables que ella había ocasionado.

La luz fue concebida desde Maxwell como una onda electromagnética, producida por las oscilaciones en el tiempo de un campo electromagnético; los campos eléctricos y magnéticos deberían ser llevados por un medio físico llenando el espacio, el éter, idéntico a aquél que introdujo Fresnel a principios del siglo XIX (el éter óptico) como base de las vibraciones luminosas y lugar de su propagación. Desde Fresnel se planteó la cuestión de saber si, y cómo, el movimiento influenciaba a los fenómenos ópticos y sus leyes. También se planteó la cuestión para la teoría electromagnética de Maxwell, y H. A. Lorentz había adaptado la teoría de Maxwell considerando a los electrones como la fuente de los campos eléctrico y magnético, y considerando que el éter es un medio absolutamente inmóvil, cubriendo el espacio absoluto (aquél de la mecánica clásica, edificada a partir de Newton). Un aspecto importante de la teoría de Lorentz, propuesta en 1895, era (además de su explicación del efecto Zeeman sobre el desdoblamiento de las rayas luminosas en un campo magnético) el hecho de que ella reencontraba por un camino deductivo una propiedad de la luz que Fresnel había propuesto de manera hipotética, expresada en términos del «coeficiente de Fresnel», o más aun de la «hipótesis de Fresnel de la tracción parcial del éter por los cuerpos en movimiento en su alrededor». Esta propiedad se refería a una modificación de la velocidad de la luz en los cuerpos refringentes, de tal manera que las leyes de la refracción no eran modificadas por el movimiento (por ejemplo, el de la Tierra en su periplo anual).

Los problemas de la teoría electromagnética relacionados con el movimiento (que no evocaremos aquí de manera detallada) no terminan aquí. Digamos simplemente que estos problemas eran actuales en esa época (al final del siglo y los primeros años del siguiente). Numerosos hombres de ciencia, entre los más reconocidos, se enfrentaban con estas cuestiones,

entre las principales de la física de la época. Diversas maneras de ver y de formular estos problemas fueron propuestas, cada uno de estos distintos puntos de vista siendo *a priori* tan legítimos tanto como los demás. *Legítimos*, es decir *racionales*: los unos y los otros preferían concebir tal hipótesis (un éter inmóvil, según H. A. Lorentz, o en movimiento completamente llevado por los cuerpos, según H. Hertz), o dar más o menos importancia al uno o al otro de los resultados experimentales conocidos, etc. En otros términos, en este nivel del conocimiento en física, la situación no estaba cerrada y las posibles formulaciones de los problemas eran múltiples.

Intentemos seguir ahora el trabajo de pensamiento de Einstein cuando elaboró la teoría conocida como teoría de la relatividad restringida, nombre que se le dio posteriormente, cuando se apreció la del punto de vista del papel del principio de relatividad. Inicialmente, su teoría aparecía como una modificación de la teoría de la electrodinámica vigente, la de Maxwell-Lorentz, lo que correspondía al proyecto inicial de su autor, como lo muestra el título de su publicación en 1905, «Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento». Sin embargo estaba claro, desde ésta publicación, que el principio de relatividad[7] actuaba en primer plano, ya que lo esencial del trabajo teórico consistía en transformar la teoría electromagnética para someterla a ese principio. La operación decisiva en esta transformación fue la etapa intermedia, antes de considerar la *dinámica*, la transformación de la *cinemática*, es decir la teoría general del espacio, tiempo y las velocidades (y también la energía, lo que surgiría un poco después) para que ella estuviera conforme a un principio de relatividad concebido de manera amplia, válido no sólo para la mecánica sino también para la óptica y el electromagnetismo. Resultaba directamente la nueva formulación (relativista) de la dinámica. La estructuración misma del artículo de Einstein expresa esta situación. Ella refleja la estructuración del trabajo de su pensamiento, dividido en tres partes: una introducción, sobre entre otras cosas el porqué de la importancia *a priori* del principio de la relatividad para los fenómenos considerados; una parte cinemática, y una parte dinámica.

Este es el escenario del trabajo de pensamiento de Einstein en su enfoque de la electrodinámica. Se distingue de los demás enfoques contemporáneos, que evocaremos brevemente y particularmente de los de Lorentz y de Poincaré. Cada uno de estos dos grandes investigadores se proponía, como Einstein, una mejor inteligibilidad de los fenómenos electromagnéticos, lo que implicaba una modificación teórica, pero la concebían en términos

[7] En lo que se refiere a los sistemas de inercia, es decir en movimiento rectilíneo y uniforme.

distintos. La exigencia de inteligibilidad en pensamientos singulares se presenta a cada uno bajo sus propias modalidades, y es posible seguirlas hasta el final en la solución que obtienen, distinta en cada caso, y particularmente por su significación conceptual y teórica.

Méritos, deméritos, ideologías y polémicas

La tentación de relacionar estas obras de creación con una norma común, constatada frecuentemente en las presentaciones o en los intentos de reconstrucción hechos sobre ellas ulteriormente, omiten considerar este carácter. La norma no está en el trabajo inventivo del pensamiento, pero sí en los caracteres retenidos posteriormente. Por causa de un conjunto de circunstancias, el camino de Einstein, que vamos a evocar, fue retenido con mayor agrado que el de los opositores, particularmente porque este debería conducir a otra extensión notable del principio de relatividad, para todos los movimientos acelerados cualesquiera fuesen, con la teoría de la relatividad general. Es por esto que el mérito de los resultados obtenidos en 1905 fue generalmente atribuido solo a Einstein, lo que sólo es parcialmente justo, ya que eso dejaba en la oscuridad las importantes contribuciones obtenidas por Lorentz y por Poincaré al mismo tiempo que él. Sin embargo, para los contemporáneos, estos trabajos fueron tan considerados como los de Einstein, y ellos influyeron sobre las modalidades de asimilación ulterior de la teoría de la relatividad restringida. Quedaron los nombres de las *ecuaciones de transformación de Lorentz*, de los *grupos de Lorentz y de Poincaré*, la formulación de la variable tiempo como una cuarta coordenada, gracias a Poincaré e incorporada por el matemático Hermann Minkowski en su teoría del espacio-tiempo a cuatro dimensiones, formulada a partir de la teoría de Einstein del espacio y del tiempo relativistas. Inversamente, otros (más raros), más sensibles a la economía de las formulaciones matemáticas, como Edmund Whittaker en los años 1950, atribuyeron todo al enfoque de Poincaré, muy sobrio en su trabajo sobre el detalle de las implicaciones cuanto a los conceptos físicos, y nada a Einstein en lo que concierne a la teoría de la relatividad restringida.

La ideología también influenció el juicio sobre los trabajos de cada uno. Puede ser que una tentación de nacionalismo germánico haya sido la razón inicial de la eliminación de Poincaré por A. Sommerfeld del primer libro de colección que editó sobre *El principio de relatividad* en 1913, y de sus ediciones posteriores aumentadas. Seguramente, la hostilidad ulterior de los «físicos nazis», Philip Lenard antes que todos, contra Einstein y sus teorías estaba movida por un antisemitismo declarado, el cual condenaba

la «física judía» en su conjunto. Hoy día, sorprende la aparición de una tentativa determinada y violentamente agresiva de arruinar a la figura de Einstein y su trabajo sobre la relatividad. Intento oriundo de un grupo de neófitos en «historia de las ciencias», si es que se puede así llamar lo que hacen: citas yuxtapuestas no analizadas, invenciones puras de intenciones o de acciones arregladas en novela de espionaje de mal gusto y en obsesión de complot. ¿Complot contra quién? Contra «nuestro Poincaré nacional», cuya invención (que sólo él hubiera sido capaz de hacer) hubiera sido robada, y esto, por lo demás, contra toda verosimilitud, pues Poincaré tenía un inmenso prestigio, hasta entre los sabios alemanes. (Lo que hemos sugerido de manera prudente como una posibilidad sobre Sommerfeld no se puede aplicar a la comunidad de sabios alemanes de la época). Estos nuevos historiadores, revisionistas y justicieros, acaban probablemente de descubrir los textos de Poincaré que ignoraban hasta ahora (mientras que en los estudios históricos desde hace trente años ya los tenían en cuenta; y ya Wolfgang Pauli, en 1921, en su famoso artículo enciclopédico sobre la relatividad, hacía debidamente justicia a la contribución del sabio francés). El deseo de hacer de Einstein (sin duda sobre todo porque era judío) un plagiario de las ideas de Poincaré (espíritu universal, anexado contra su voluntad a ese nacionalismo arisco), despreciando cualquier análisis serio de los textos, este deseo manifestó particularmente una enorme incomprensión sobre lo que es el pensamiento científico, sugiriendo que sólo había una manera de atacar el problema. Es imposible pensar seriamente que la teoría de Poincaré, magnífica formulación de la electrodinámica relativista clásica, sería una *teoría de la relatividad*, como esos turiferarios mal inspirados pretenden. Pero basta sobre esas acciones detestables, falsas y calumniadoras, (deberían ser perseguidas por la justicia si los muertos pudiesen defenderse) las cuales sólo revelan la triste mediocridad de sus autores.

De todas maneras un poco de reflexión sobre lo que es el trabajo científico, como pensamiento de lo inteligible y creación, permite diferenciar la vía propia de cada uno, y la coherencia de su perspectiva, lo que impide mezclar esos pensamientos en el momento de su surgimiento, en un guisado heterogéneo (como aquellos otros pobres lo hacen). Sólo después de la recepción de esas obras, la asimilación que viene a continuación las transformará –y la teoría de la relatividad en la dirección concebida por Einstein será modificada por adición de elementos venidos de otras contribuciones, contemporáneas o posteriores.

LA RELATIVIDAD SEGÚN EINSTEIN: UN ANÁLISIS DE UN CASO DE CREACIÓN EN FÍSICA

Retomemos la teoría de la relatividad restringida considerada bajo el ángulo de la *creación*, concentrándonos en el caso de Einstein, quien fue efectivamente el creador de esta teoría. Los dos trabajos paralelos al suyo, cuan importantes y extraordinarios fuesen, no pueden de manera alguna ser caracterizados por esta expresión. Su objeto, inicial y final, es la electrodinámica, y ellos lograron formular una electrodinámica relativista (con diferencias entre los dos sobre las cuales no podremos detenernos aquí)[8].

Formulaciones de Lorentz y de Poincaré

Conservaremos, para lo que nos interesa, los enfoques de tres físicos, entre los cuales dos entonces muy conocidos y respetados (H. A. Lorentz, ya nombrado, y Henri Poincaré, gran matemático, también conocido por sus visiones críticas y profundas sobre la física), y el otro, Albert Einstein, que no era todavía conocido y era mucho más joven. Todos los tres tomaban como punto de partida, por razones argumentadas, la teoría de los electrones de Lorentz con un éter en reposo absoluto. Lorentz y Poincaré trabajaban en interconexión desde 1895, proponiendo regularmente mejoramientos teóricos, que conducían a un resultado de Lorentz publicado en 1904 y a una reforma de Poincaré, obtenida en 1905, cuya publicación completa sólo se hizo en el año siguiente. Puede parecer retrospectivamente sorprendente que los resultados importantes obtenidos por estos dos sabios prestigiosos hayan pasado prácticamente inadvertidos en el momento, particularmente porque ellos fueron publicados en revistas de difícil acceso (y que Einstein no pudo conocer, estando lejos de las bibliotecas universitarias; por lo demás el artículo completo de Poincaré sólo apareció en 1906, y en una revista leída solamente por matemáticos).

Pero, en realidad, nada indicaba que esa fuera la mejor solución; de hecho las experiencias de Walter Kaufmann sobre la variación de la masa de los electrones con la velocidad, publicadas en 1906, parecían invalidar durante algún tiempo su predicción teórica (Poincaré mismo consideró seriamente esta hipótesis). El interés de los trabajos de Lorentz y Poincaré, que llevaron a la formulación de una electrodinámica relativista, en lo

[8] Remito aquí a los análisis hechos en Paty (1993), capítulos 2 y 3, y Paty (1996), p. 101-143. Se puede encontrar en estos textos las referencias de los trabajos originales y de los estudios sobre estos.

que nos concierne, es el de ser, en sus conclusiones, muy cercanos de los resultados obtenidos independientemente por Einstein, quien tomó prestada una vía totalmente distinta a la suya. Llegaron a la extensión del «principio de relatividad» (hasta entonces constatado solamente en la mecánica) hasta la óptica y el electromagnetismo, a través de una formulación de la teoría de Maxwell invariante en el movimiento, y de la constatación del hecho de que la velocidad de la luz en el vacío es una velocidad límite, la cual no puede ser sobrepasada en el movimiento de los cuerpos. Estos resultados también hacen parte de la «teoría de la relatividad restringida» de Einstein, obtenida en 1905, pero a través de un razonamiento muy distinto, casi contrario, como lo veremos.

Lorentz y Poincaré elaboraron su teoría electrodinámica de una manera que se puede calificar empírica, formulando hipótesis a partir de ciertos resultados experimentales que elegían. Insistían sobre los fenómenos luminosos y sobre las experiencias referidas al movimiento que les concernían: la experiencia de Fizeau, tenida en cuenta ya en la escogencia de un éter inmóvil con el coeficiente de Fresnel como efecto de la teoría de los electrones de Lorentz, y sobre todo la experiencia de Michelson-Morley, altamente precisa, «al segundo orden» en términos de la velocidad del movimiento (de hecho, en v^2/c^2). La *teoría* de Lorentz de 1895 y la *experiencia* de Michelson-Morley (que data de 1886) no estaban de acuerdo; es en estos términos que ellos formulaban el problema, y la solución encontrada fue directamente marcada por esta formulación (la cual sólo indico aquí). Había que añadir a la teoría una hipótesis de «contracción» de los cuerpos en la dirección de su movimiento, resultado supuestamente de una transformación de las coordenadas, y modificar la variable tiempo de tal manera que el efecto del movimiento sobre la trayectoria de los rayos luminosos en el interferómetro fuese anulado (ningún desplazamiento de las franjas era observado). En sus respectivos trabajos de 1904 y 1905, Lorentz y Poincaré establecen formulaciones de las coordenadas y del tiempo en los referenciales respectivamente en movimiento (con los cuerpos) y en reposo (en el éter) para que así fuese: construyeron paso a paso, a partir de datos experimentales, su «transformación de Lorentz». Esta transformación estaba relacionada, según Lorentz y Poincaré, con la dinámica que gobierna a los fenómenos electromagnéticos; sus consecuencias eran el principio de la relatividad del movimiento y la invariancia de la velocidad de la luz. Llevando a una nueva formulación de las ecuaciones entre el campo eléctrico y magnético, y dando cuenta de las experiencias.

Formulación de Einstein: identificación de una dificultad

La teoría elaborada paralelamente por Einstein, la cual terminaría siendo conocida como la teoría de la relatividad (restringida), fue su propia respuesta o solución al problema colocado esencialmente por la teoría electromagnética, pero que él formuló de una manera bastante distinta y sobre todo que él atacó por otra vía. Su trabajo de 1905 se titula «Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento», pero la solución encontrada por él a estos problemas sobrepasa el dominio de la pura electrodinámica para formar una teoría del espacio y del tiempo *físicos*. De cierto modo, la electrodinámica (y la necesidad de su reforma) le sirvió de medio para llegar a una concepción verdaderamente física de estos conceptos. Inicialmente el problema estudiado era efectivamente aquel de la electrodinámica, pero no solamente, pues Einstein tenía conciencia que las dificultades emergían al mismo tiempo de la *mecánica clásica* y de la *teoría electromagnética*, dos teorías muy fuertes por lo demás y que cubrían varios fenómenos, cada cual con su dominio respectivo, es decir: las propiedades de los cuerpos materiales en movimiento en lo que se refiere a la primera, los fenómenos eléctricos, magnéticos y luminosos en lo que se refiere a la segunda. Los problemas surgían cuando se quería dar cuenta de los fenómenos ópticos y electromagnéticos de los cuerpos en movimiento, es decir en el punto de encuentro entre las dos teorías; esto lo expresa muy bien de entrada el título de su trabajo.

Parece que, en los escritos de juventud y en la correspondencia, Einstein haya concebido rápidamente la relatividad del movimiento como una propiedad general de los fenómenos que las teorías físicas debían respetar. Por otro lado había sido bastante influenciado por teoría del tipo de la teoría termodinámica, gobernada por sus dos principios (conservación de la energía, aumento de la entropía de sistemas aislados), y por consiguiente bien fundada; por lo demás la termodinámica era el objeto de sus primeras investigaciones publicadas, con los resultados que acababa de obtener en este mismo año de 1905 sobre el movimiento molecular y su energía «cuantificada» (granular) de la difusión luminosa.

Su enfoque de la electrodinámica se quiso formular inmediatamente en términos de teoría fundamental; tal teoría ya existía, aunque imperfecta bajo algunos aspectos, y era la teoría de Maxwell especificada por Lorentz (la teoría de Maxwell-Lorentz de 1895). Sus dificultades estaban esencialmente vinculadas al movimiento. Einstein era consciente de los problemas encontrados por la teoría de la luz desde Fresnel para dar cuenta de los fenómenos vinculados al movimiento. Los formulaba de la manera

siguiente: las experiencias de óptica de los cuerpos en movimiento, que no mostraban, contrariamente a lo que se esperaba, el movimiento absoluto en relación al éter inmóvil, sólo *manifiestan la relatividad de los movimientos para la óptica*, es decir para los sistemas de éter y de materia. Esta relatividad, hasta entonces, sólo era concebida y formulada para la mecánica, para los movimientos de los cuerpos materiales. ¿Era necesario extenderla hasta la óptica y el electromagnetismo? Una razón fundamental lo impedía hasta entonces: la diferencia entre el éter (electromagnético y luminoso) y el cuerpo. El primero estando supuestamente en descanso absoluto (como se admitió desde la teoría de la óptica ondulatoria de Fresnel, como lo había confirmado el experimento de Fizeau, y como la teoría de los electrones en vibración de Lorentz había generalizado) se oponía al carácter relativo del movimiento según la mecánica de los cuerpos materiales. En resumen, las experiencias de óptica sobre el movimiento indicaban la relatividad de los movimientos, aunque la base misma de la teoría electromagnética de la luz, el éter, eran contrarios.

Pero esto no era todo, y Einstein se interrogaba también sobre el comportamiento de los campos eléctrico y magnético en movimiento, y sobre la teoría electromagnética, la cual vincula las variaciones en el tiempo de los campos. Se interrogaba, sin duda, desde sus primeros años de laboratorio (cuando estudiaba en la Escuela Politécnica de Zurich), sobre el fenómeno de *inducción electromagnética* y sobre el efecto, en general, de un circuito eléctrico cerrado en movimiento sobre un imán en reposo y el recíproco, el de un imán en movimiento sobre un circuito eléctrico cerrado en reposo. Pudo hacer estas experiencias numerosas veces, y sabía que se obtenía el mismo resultado nítido en ambos casos, cuando el circuito cerrado o el imán estaban en movimiento; lo que importa es el *movimiento relativo*.

Y sin embargo la teoría electromagnética como estaba, daba, en todos los casos, una explicación distinta ya que los campos eléctrico y magnético son concebidos como vibraciones de un éter inmóvil (una corriente eléctrica genera una fuerza electromotriz la cual actúa sobre el campo electromagnético, mientras que un campo magnético en movimiento genera una corriente inducida en el circuito cerrado). El éter en reposo absoluto, lugar y supuesto soporte de los campos, introducía una *asimetría en la explicación de los fenómenos*, que no correspondía a lo que se observa en la naturaleza. Constatando las dificultades de la electromagnética en vigor, Einstein emplea el término de «asimetría», en un sentido no banal, ya que remite a una *representación* de los fenómenos,

sugiriendo la idea (la exigencia) de una adecuación de la representación a los fenómenos bajo este aspecto cualitativo (pero también categorial o de principio): a una simetría de los fenómenos debe corresponder una simetría en la teoría de estos fenómenos. Ahora bien, esta simetría corresponde a la relatividad de los movimientos. Todos los fenómenos, mecánicos, ópticos, electromagnéticos, respetan la relatividad del movimiento. ¿Sería esta última uno de los principios físicos universales capaces de servir de fundamento a una teoría, como la termodinámica ofrece por su lado? En muchos escritos posteriores, reminiscencias o explicaciones didácticas, para aclarar de qué se trataba, Einstein evocaba él mismo esta comparación. De entrada, su reformulación de la teoría electromagnética está en términos de acogerse al *principio de la relatividad*. Esta manera de ver es suya, y no tiene un equivalente en la época en otros autores; Lorentz y Poincaré, quienes, como él, avanzan en el principio, sólo lo enuncian en su conclusión, como la consecuencia de propiedades (empíricas) elegidas inicialmente, mientras que él mismo la enuncia de golpe como teniendo valor de un hecho general y estructurante.

Hasta ahora sólo vemos cosas muy racionales, y sin embargo, esta formulación era original en relación a la de sus contemporáneos, y ella no lo hubiera sido (y no sería efectivamente) necesariamente evidente para todos; esta racionalidad no es unívoca, se inscribe en consideraciones racionales posibles. Volvemos a encontrar lo que hemos sugerido antes: de manera general, la racionalidad no caracteriza sólo *una* sino *varias* maneras de ver distintas, todas igualmente legítimas en un estado dado del conocimiento. Ya se ve que una mayor o menor sutilidad de análisis, un discernimiento particular, acarrea una manera de ver original, y que conduce aún más lejos quizás que las otras (pero esto sólo se puede saber después). Ante un problema, o una dificultad, la manera de razonar no es única, y podríamos intentar analizar por qué los unos razonan de tal manera y los otros de otra. La noción de «estilo científico» nos ayudaría bastante para eso.

Einstein diría más tarde, sobre su comentario acerca de la inducción electromagnética y la asimetría de las explicaciones dadas por la teoría: «La idea de que dos casos esencialmente distintos estuvieran en juego me era insoportable». Él solo podía concebir esa distinción como la de dos puntos de vista, y no como una distinción real. La teoría sobre lo que eran a sus ojos *fenómenos físicos reales* había que abstraerla de un punto de vista particular sobre ellos. Se ve que la formulación del problema teórico estaba orientada por un programa de *objetividad* que, en un

cierto sentido, *superdeterminaba* su pensamiento físico en relación a una simple preocupación por datos empíricos y ecuaciones (lo que llamamos a menudo hoy *modelización*). Tal característica de estilo no impedía que esta formulación perteneciera al campo de la racionalidad.

Dos principios en conflicto

Para decir la verdad, esa exigencia «meta-teórica» le hizo explicitar dos ideas teóricas correlativas una de la otra, y plantearlas como fundamentales: la de un principio de *relatividad* extendido de la mecánica hacia el electromagnetismo, y la *invariancia* de las leyes en los movimientos relativos, la cual expresa el significado y la operabilidad mismos del principio. Si el éter inmóvil de la teoría electromagnética le parecía comprometido, le quedaba al menos de esa teoría una propiedad fundamental la cual, de cierta manera, según Einstein, la resumía en lo que tenía de más especifico y seguro, correlativo de la existencia de las ondas electromagnéticas: la *constancia de la velocidad de la luz en el vacío*, cualquiera sea el movimiento de los cuerpos que la emitan. Einstein erigió entonces esa propiedad física fundamental (era el segundo principio de su teoría). Podía desde entonces traducir la dificultad de la teoría electromagnética como la confrontación de los dos principios (el primero, el de la relatividad, y el segundo, sobre la velocidad de la luz). La dificultad ahora estaba más centrada, directamente formulada, pero no era mínima. Podía hasta parecer insoluble, pues estos dos principios eran incompatibles, o por lo menos parecían serlo. Efectivamente, la velocidad constante de la luz es considerada relativamente al éter, en reposo absoluto; en un sistema en movimiento, esta sería distinta, y a través de esta se podría distinguir un referencial en reposo de un otro que estuviera en movimiento, contraviniendo así al principio de la relatividad.

Esta formulación «lógico-conceptual» del conflicto entre la teoría electromagnética y las propiedades del movimiento (es decir, la mecánica de los cuerpos), fruto de un trabajo conceptual del pensamiento físico, expresaba de manera singularmente «económica» la contradicción entre la teoría electromagnética y la mecánica. De contragolpe, ella planteaba las condiciones de una reforma, recíproca, a las dos teorías, cada cual representada por su principio físico más fundamental.

De la confrontación de estas dos proposiciones surgió la solución, la cual consistía en reformar los conceptos de espacio y tiempo. El hilo de una racionalidad directa (aunque no unívoca) no parece ser suficiente aquí para conducir sola el movimiento del pensamiento; la *dificultad* era, de

hecho, un real *obstáculo*, el cual pedía, para avanzar, un verdadero salto conceptual. Einstein no nos dijo nada más y él mismo sin duda no hubiera sabido reproducir el movimiento de las reflexiones que acompañaba en él la conciencia de la dificultad. Sólo conocemos el momento de la solución: *el espacio y el tiempo*, variables que sirven para expresar los fenómenos físicos y los movimientos de los cuerpos, deberían ser concebidos como *grandezas* plenamente *físicas*, y por consiguiente *sumisas ellas mismas a los dos principios físicos* enunciados, lo que debería conducir a la modificación de su definición.

¿Cómo la reflexión de Einstein pasó del enunciado de la dificultad de conciliar los dos principios, para formular una teoría dinámica, hacia esta solución, que deja la preocupación de la dinámica ocupándose solamente de la cinemática? Seguramente a través de un proceso de pensamiento complejo, que se manifestó en él por una súbita iluminación, al nivel de lo que conviene llamar *intuición* (como una visión de conjunto sintética); la dificultad provenía de una definición arbitraria, no física, contraria a los dos principios elegidos como fundamento, de los conceptos de espacio y tiempo y, consecuentemente, de velocidad. En la solución del centro de la dificultad, donde, como veremos, los principios físicos, las grandezas conceptuales, los contenidos físicos y las formas de estos últimos están estrechamente vinculados, seguramente que hay que dar un papel importante a toda una red de reflexiones donde las adquisiciones anteriores, influencias y lecturas, han tenido un papel (entre otros, los análisis críticos de E. Mach y H. Poincaré sobre el espacio y el tiempo absolutos de Newton[9]), pero resumido en la llamada intuición sintética de la cual hemos hablado. También hay que tener en cuenta los efectos del contexto de la época, incluso el ambiente tecnológico, los cuales podrán haber dado más peso a una idea como la de la sincronización de los relojes para una determinación exacta del tiempo[10].

Cuando el pensamiento desenreda el nudo conceptual

Es que los dos principios aparentemente irreconciliables no eran sencillos, pero hacían parte de un complejo conceptual con las propiedades de las magnitudes que las acompañan. El obstáculo al cual se confrontaba el pensamiento era un nudo de conceptos imbricados. A primera vista nada permitía identificar los hilos que permitirían desenredar esta pelota apretada. Sólo algo como una comprensión sintética inmediata, más intuitiva que analítica, le mostró repentinamente, después de varias semanas

[9] Mach (1883).

[10] Ver Galison (2003).

de esfuerzos infructuosos (y de trabajo inconsciente del pensamiento rumiando su problema), el camino hacia la salida, la hebra que debía tirar. Einstein se dio cuenta que los dos principios sólo eran irreconciliables, porque una proposición implícita quedaba entre ellos: la regla de la suma de las velocidades de Galileo. Y desde entonces, no eran solo dos sino tres proposiciones las cuales, consideradas conjuntamente, eran irreconciliables. Se puede entonces conservar dos de estas tres proposiciones, suprimiendo la tercera y sustituyéndola por otra, la cual será regulada por las dos primeras. Si se dispone de una regla de composición de las velocidades la cual no altera de ninguna manera la velocidad de la luz, permaneciendo ésta siempre la misma, cualquiera sea el movimiento con el cual ella se compone, la dificultad se desvanece y la conciliación de los dos principios es inmediata.

¿Cómo encontrar esta regla? Simplemente invirtiendo la perspectiva teórica: partiendo de los dos principios supuestamente adquiridos, y reformulando las magnitudes físicas en función de estos particularmente la distancia y el tiempo, es decir los conceptos de espacio y de tiempo, contra sus definiciones absolutas, puramente matemáticas (sin contenido físico) admitidas desde Newton. En estas definiciones, habían otras proposiciones implícitas, como la idea de un vínculo entre la idea de una simultaneidad absoluta y de una acción instantánea entre los cuerpos alejados. Einstein empezó su reforma del tiempo y el espacio absolutos efectuando una crítica de la simultaneidad absoluta, ayudándose con la idea (presente en la física desde Faraday) de una propagación progresiva de las acciones. Formularia después la idea de que la teoría de la relatividad restringida sólo era el «arreglo lógico» de las magnitudes definidas por Newton con la idea de campo introducida por Faraday. (El calificativo «lógico» está subordinado acá a la idea de naturaleza de las magnitudes: las acciones instantáneas no eran físicas, mientras que el campo es físico, y las magnitudes espacio y tiempo, las cuales son sus variables, deben consecuentemente serlo también).

A partir del nuevo sentido físico de las coordenadas espacio y tiempo, Einstein dedujo directamente las ecuaciones de transformación que Lorentz y Poincaré habían, por su lado, encontrado por un medio más empírico. Las ecuaciones de «transformaciones de Lorentz», así llamadas por Poincaré, expresan la dependencia mutua de las coordenadas espacio y tiempo[11]

$$(x' = \gamma\,(x - vt),\ t' = \gamma\,(t - \frac{vx}{c^2}).$$

[11] Estas nociones (x, t, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$) son las comunes hoy día. Einstein utiliza otras equivalentes.

Esta dependencia recíproca entre las coordenadas espacio y tiempo corresponde a la modificación de la idea de simultaneidad entre los hechos (ella no es universal y depende del movimiento, es relativa), y acarrea la supresión del tiempo absoluto. Acarrea también un comportamiento de las distancias espaciales (contracción: $\Delta l = \frac{1}{\gamma}\Delta l'$) y de las duraciones (dilatación: $\Delta\tau = \gamma\Delta t'$) en un sistema de un cuerpo en movimiento en relación al mismo sistema en reposo radicalmente distinto de las concepciones clásicas heredadas de Newton (para las cuales las distancias y las duraciones son invariantes en los movimientos relativos). La contracción de las distancias y la dilatación de los tiempos son propiedades físicas, aunque de naturaleza cinemática (y no dinámica), y esto por causa de la manera como fueron deducidas a partir de coordenadas del espacio y el tiempo construidos para ser magnitudes físicas.

A continuación, Einstein deduce la nueva fórmula de composición de las velocidades (considerando un punto material en movimiento en un primer sistema y calculando la velocidad en relación al segundo), directamente de las ecuaciones de transformación de las coordenadas y del tiempo (por derivación de las coordenadas). La fórmula no corresponde más, como lo sospechaba Einstein inicialmente, a la sola adición en magnitud y dirección admitida desde Galileo (en el caso de una misma dirección: $u = v + w$). La nueva ley de composición es más compleja (es, para las velocidades colineales v y w: $u = \frac{v+w}{1+\frac{vw}{c^2}}$). Esta ley muestra que toda velocidad compuesta con la velocidad de la luz resulta todavía en la velocidad de la luz, lo que significa que esta última es un límite absoluto. Muestra, también, la perfecta simetría de los movimientos que transcribe exactamente el principio de la relatividad.

Las transformaciones espacio-temporales –que trasforman el tiempo en algo como una «cuarta dimensión del espacio» cuando nos restringimos a la consideración de las fórmulas[12] son tales que los sistemas están siempre en movimiento relativo, ninguno de ellos está más en movimiento o en reposo que el otro. En otros términos, no existe el espacio absoluto de Newton, o éter óptico o electromagnético. Quedan campos electromagnéticos propagándose en el espacio a lo largo del tiempo, siendo estos últimos

[12] La formulación de esta definición del tiempo es de Hermann Minkowski, quien la propuso en 1908, con su teoría del espacio-tiempo, para expresar el tiempo físico de la relatividad en el sentido de Einstein, retomando la notación de Poincaré, elegida por éste último en 1905 por la simplicidad de expresión que esta permite de las magnitudes invariantes (pero Poincaré no piensa en términos de espacio-tiempo; el tiempo y el espacio no están directamente vinculados, pero cada uno tiene su forma relacional de la dinámica electromagnética). Para Minkowski, forman una sola unidad, física y matemática, también ligada a la electrodinámica.

relativos. Einstein obtiene enseguida las ecuaciones de transformación de las magnitudes electromagnéticas y las ecuaciones del electromagnetismo, que encuentran desde entonces una forma perfectamente simétrica y son invariantes de Lorentz.

Einstein dedujo igualmente de la nueva cinemática, en un artículo publicado poco después, la relación de equivalencia entre la masa y la energía, $E = mc^2$, la cual debería conocer, pero sólo mucho tiempo después, numerosas aplicaciones[13].

Así, los dos principios le sirvieron como guía a Einstein en la formulación que proyectaba dar a la teoría electrodinámica. Pero, adaptándose mutuamente a través de la definición de una nueva cinemática, se volvían la expresión de un mismo principio ampliado: el principio de relatividad en su nueva acepción aseguraba que la velocidad de la luz *c* es contante e isotrópica en todos lugares e, inversamente, la constancia y la isotropía de *c* garantizan que los fenómenos (y la teoría) electromagnéticos cumplan el principio de relatividad. Al fin y al cabo el principio de relatividad da una condición que las magnitudes físicas y las ecuaciones que vinculan estas últimas deben respetar. Esta condición fue llamada a continuación «covariancia», asegurando la invariancia de las ecuaciones bajo las transformaciones resultantes del movimiento. El enunciado físico del principio encontraba su equivalente exacto en una expresión formal, la condición de covariancia («de Lorentz»).

Lo esencial de la teoría de la relatividad restringida de Einstein está contenido en las propiedades que acabamos de recordar: abarcan una nueva «cinemática», cinemática apropiada a la invariancia relativista, es decir una nueva manera de concebir y formular las propiedades generales del movimiento de los cuerpos en el espacio y tiempo, y esta cinemática tiene implicaciones inmediatas en la forma de la dinámica, tanto en la de las ecuaciones del electromagnetismo cuanto en la de la mecánica misma.

Notas sobre la intuición intelectual y la creación científica

Hemos detectado, en el movimiento del pensamiento de Einstein (analizado a partir de varios escritos, contemporáneos de su trabajo o posteriores), una línea racional de problematización, marcada originalmente por su «estilo» y por un espíritu inventivo. Creo que se puede hablar de

[13] Los textos de Einstein están publicados en: A. Einstein, *The Collected Papers of Albert Einstein*, Edited by John Stachel, Martin Klein et al., Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1987-1998, 9 vols. publicados. Traducciones en francés de estos artículos más importantes están publicadas en A. Einstein, *Oeuvres choisies*, trad., Seuil/éd. du CNRS, Paris, 6 vols., 1989-1993.

creación, ya en las problematizaciones mismas, las cuales preparan las soluciones. También hemos visto cómo esta formulación propia conduce a enseñar una *dificultad* (término mucho más fiel a los hechos y significativo que aquél de «anomalía», que supondría un pensamiento normativo[14], cuando vemos aquí que no es el caso[15]). Esta dificultad se debe a las limitaciones de las teorías y de los conceptos según los cuales el investigador pensaba «naturalmente» hasta ahora, y no puede ser resuelta sin un «salto» del pensamiento en relación a los datos del problema.

La solución de la dificultad se da a través de la ruptura con este pensamiento anterior, para alcanzar un otro dominio conceptual, tan racional como el precedente. Fue menester un salto conceptual para ganar más inteligibilidad: el proceso del pensamiento correspondiente huye a toda determinación exacta. Tal salto corresponde a un grado superior de creatividad. Este estado de las cosas se debe sin duda al hecho de que apareció «algo nuevo», que no estaba contenido, aun implícitamente, en el conocimiento precedente. Por tanto, este salto no escapa al campo racional, ya que se erige de un racional hacia otro, y lo racional sigue siendo su finalidad. Este salto lleva a una ampliación conceptual, provocada por el cuestionamiento de las condiciones a las cuales se sometían los conceptos anteriores. Estas condiciones pertenecen a las que regulan el ejercicio de la función racional, entonces se puede considerar que la ampliación conceptual fue posible gracias a una ampliación concomitante de la propia racionalidad, la cual organiza y estructura a los elementos de conocimiento de los cuales disponemos, volviéndoles inteligibles. La palabra clave de todo este trabajo de pensamiento es *inteligibilidad*: es lo que busca el pensamiento cuando formula y resuelve los problemas a los cuales se confronta.

En este trabajo la intuición tiene un gran papel: hay que comprenderla en el sentido de percepción (intelectual) sintética de un conjunto complejo de conceptos vinculados entre sí. Hay que añadir el hecho de que el razonamiento, más explícito, y la intuición, concebida en este sentido, no son dos maneras de pensar opuestas pues, en la elección de sus caminos el razonamiento se guía a menudo por la intuición (lo que es claro en el caso que estudiamos aquí).

El acto de creación intelectual, que conduce a la revelación de una novedad conceptual –orientada hacia una representación del mundo–, utiliza todas las capacidades del pensamiento racional en la unidad del sujeto –sin omitir la imaginación y la intuición.

[14] Ver las concepciones de T. Kuhn, *Op. Cit.*.

[15] Según T. Kuhn, *Op. Cit.*.

Einstein mismo vería una de las consecuencias filosóficas de su experiencia del pensamiento físico, de su creatividad científica (renovada, bajo una forma todavía más rica, y más radical conceptualmente hablando, con la invención de la relatividad general, como se podría mostrar también) invocando el carácter de libre creación de los conceptos, de los principios y de las teorías físicas (y científicas, de manera general). Para él, aunque la física tenga sus fundamentos en la experiencia, sus ideas teóricas no son el fruto de un tipo de inducción lógica a partir de los datos de la experiencia, son creaciones o construcciones mentales hechas a partir de un material empírico, pero de manera libre, desde un punto de vista lógico, en relación a éste. La legitimidad de estas construcciones en lo que se refiere a su carácter físico viene de su adecuación de conjunto a los datos sobre el mundo real.

Esta dimensión total del pensamiento en sus actos más particulares y exactos, y la presencia de un modo de pensamiento, que se puede llamar filosófico, en el fondo del pensamiento científico creador, nos permite quizás comprender por qué a pesar de la acumulación de los saberes y el progreso de los conocimientos que la distinguen decididamente de la filosofía, la ciencia, bien como la propia filosofía, tiene la propiedad de reformar continuamente sus construcciones y sus cuestiones.

BIBLIOGRAFÍA

Bourdieu, P. (2001): *Science de la science et réflexivité*, Raison d'Agir, Paris.

Einstein, A. (1987-1998): *The Collected Papers of Albert Einstein*, Edited by John Stachel, Martin Klein *et al.*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 9 vols. publicados.

Einstein, A. (1989-1993): *Oeuvres choisies*, trad. fr., Seuil/éd. du CNRS, Paris, 6 vols.

Feyerabend. F. (1975): *Against Method*. Tr. fr. por B. Jurdant & A. Schlumberger, *Contre la méthode, esquisse d'une théorie anarchiste de la connaissance*, trad., Seuil, Paris, 1979.

Galison, P. (2003): *Einstein's Clocks and Poincaré's Maps*. Trad. fr., *L'empire du temps: les horloges d'Einstein et les cartes de Poincaré*. Robert Lafont, Paris, 2005.

Kuhn, T. (1962): *The Structure of Scientific Revolutions*. *La Structure des Révolutions Scientifiques*, Flammarion, Paris, 1972.

Lakatos, I. (1978): *The methodology of scientific research programmes*. (*Philosophical papers*, vol. 1), Edited by John Worrall and Gregory Currie, Cambridge University Press, Cambridge.

Mach, E. (1883): *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch Dargellstellt*, Leipzig. Trad. fr. por E. Bertrand, *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement*, Hermann, Paris, 1904; ré-éd., 1923.

Paty, M. (1993): *Einstein philosophe*, Presses Universitaires de France, Paris.

Paty, M. (1996): Poincaré et le principe de relativité, *in* Greffe, J. L, Heinzmann, G. et Lorenz, K. (éds.), *Henri Poincaré. Science et philosophie*, Akademie Verlag, Berlin/Albert Blanchard, Paris, p. 101-143.

Poincaré, H. (1902) *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1968.

Popper, K. (1935-1959): *Logik der Forschung*, Springer. Trad. ingl., *The Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson, London. Trad. fr. por par Nicole Thyssen-Rutten et Philippe Devaux, *La logique de la découverte scientifique*, trad., Payot, Paris, 1973.

Popper, K. (1972): *Objective Knowledge, an evolutionary approach*, Clarendon Press, Oxford. Trad. fr. por C. Bastyns, *La connaissance objective*, Complexe, Bruxelles, 1978.

Reichenbach, H. (1938): *Experience and prediction*, University of Chicago Press, Chicago.

EL PUNTO FÍSICO COMO LÍMITE DE LA EXPERIENCIA GEOMÉTRICA EN CUATRO EXPERIMENTOS DE PENSAMIENTO

Luis Gerardo Pedraza Saavedra[*]

Resumen

Cuando un sistema físico es mecánico-cuántico ($\hbar$=1,0546x10^{-34} $J \cdot s$ = constante de Planck dividida por 2π), involucra altas energías y altas velocidades (c=3x10^{8} m/s = rapidez de la luz), y la gravedad es importante (G=6,6726x10^{-11} $N \cdot m^2/kg^2$ = constante gravitacional), Max Planck[1] encontró una escala física de medición denominada escala de Planck. En esta escala el concepto físico de punto debe tener como mínima longitud a la longitud de Planck ($L_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ 10^{-35}m). En los tres contextos anteriores (mecánica cuántica, relatividad especial y relatividad general) Einstein hizo contribuciones importantes. En particular, se sabe que nuestra experiencia física cotidiana está inundada de conceptos geométricos variados, siendo el concepto de punto uno de ellos. En términos físicos Einstein nos mostró que el campo gravitacional es pura geometría[2]. Es decir, gran parte de nuestra experiencia se ve limitada por las propias constantes físicas descubiertas a través de ella y, la experiencia misma

* Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Javeriana.

Correos electrónicos: lugepesa@hotmail.com, lugepesa@javerianacali.edu.co

[1] Planck (1899), p. 440.

[2] Einstein (1916), p. 688.

revela su cara opuesta, la inexperiencia más allá de la longitud de Planck, donde las concepciones geométricas usadas pierden todo sentido físico.

Hacia finales de la década de los años cuarenta[3] ya se planteaban algunos problemas de la fusión de la relatividad general con la mecánica cuántica. No obstante, los primeros intentos se realizaron en la antigua Unión Soviética[4].

En la siguiente década[5] se encontraron algunas diferencias, por medio de experimentos de pensamiento, entre las teorías de la medición clásica y cuántica del campo gravitacional libre, utilizando también, como en la extinta Unión Soviética, los experimentos de pensamiento pioneros de Bohr y Rosenfeld sobre la medibilidad del campo electromagnético cuántico libre[6] como guía en el tratamiento.

Diferentes formalismos se han ido desarrollando para lograr la mencionada fusión, pero sin tener que esperar tan añorado fin, ha sido posible estimar en orden de magnitud[7] restricciones en las medidas del supuesto campo gravitacional cuántico libre, siguiendo como ejemplo lo realizado por Bohr y Rosenfeld con el campo electromagnético cuántico libre.

Siguiendo con el estudio de los alcances de tan poderoso enfoque, sólo se abordarán de manera crítica y comparativa, con cuatro experimentos de pensamiento, las teorías cuánticas de la medición del tensor métrico y los símbolos de Christoffel[8], de las componentes del tensor linealizado de Riemann y Weyl[9] y de la curvatura[10].

Aquí no se pretende cuantizar el campo gravitacional ni tampoco discutir la necesidad o no del anterior tópico. Debido a la carencia actual de un formalismo terminado de la teoría gravitacional cuántica libre, el cual debería proporcionar las relaciones de indeterminación de sus observables, la teoría de la medición de Bohr y Rosenfeld permite

[3] Osborne (1949), paper A–3.

[4] Bronstein (1936a), p. 195; Bronstein (1936b), p. 140; Stachel (1999), p. 166.

[5] Anderson (1954), p. 166.

[6] Bohr y Rosenfeld (1983a), p. 479; Pedraza (2004); Pedraza (2006), p. 1428.

[7] Peres y Rosen (1960), p. 335; DeWitt (1962), p. 266; Mensky (1985), p. 188; Mensky (1993), pp. 110 y 101.

[8] Peres y Rosen (1960), p. 335; Anderson (1954), p. 166; von Borzeszkowski y Treder (1982), p. 1113.

[9] DeWitt (1962), p. 266; Bergmann y Smith (1982), p. 1131.

[10] Mensky (1985), p. 188; Mensky (1993), pp. 110 y 101.

obtener las posibles relaciones de indeterminación de los observables por analogía con el campo electromagnético cuántico libre, pero razonando a la inversa, es decir, verificándolas a través de las posibilidades físicas de medición.

Primer experimento de pensamiento

A partir de la ecuación de la geodésica y por analogía con la ecuación de Lorentz, Peres y Rosen[11] semejan ciertos símbolos de Christoffel con componentes electromagnéticas, obteniendo entonces supuestas relaciones de indeterminación obedecidas por dichos símbolos. Aprovechando el tratamiento de Bohr y Rosenfeld[12], el radio gravitatorio de Schwarzschild[13] para una masa de prueba y utilizando la expresión para la longitud de Planck, los resultados de Peres y Rosen se reescriben de forma más elegante, concluyéndose que la medición de un solo símbolo de Christoffel está limitada en principio a regiones de medida con longitud mayor que la longitud de Planck.

Ecuación de movimiento de una partícula en un campo gravitatorio

El movimiento de una partícula material libre se determina en la teoría especial de la relatividad a partir de la funcional de acción $S_{partícula} = -mc\int_{(1)}^{(2)} ds$ y utilizando el principio de mínima acción

$$\delta\, S_{partícula} = -mc\delta \int ds = 0 \ (1).$$

En relatividad especial la partícula se mueve de manera tal que su línea de universo es una extremal entre un par dado de puntos del universo, es decir, una recta, a la cual corresponde un movimiento rectilíneo y uniforme.

En relatividad general se usa también (1), puesto que el campo gravitatorio no es sino un cambio en la métrica del espacio-tiempo, que se manifiesta, a su vez, sólo en un cambio de la expresión de *ds*. Así, en un campo gravitatorio la partícula se mueve de manera tal que su punto del universo recorre una extremal o, como suele decirse, una geodésica del espacio-tiempo. El movimiento de la partícula no es entonces ni rectilíneo ni uniforme.

[11] Peres y Rosen (1960), p. 335.

[12] Bohr y Rosenfeld (1983a), p. 479; Pedraza (2004); Pedraza (2006), p. 1428.

[13] Landau y Lifschitz (1966), pp. 363, 374, 356 y 382.

Para obtener a partir de (1) la ecuación de movimiento, obsérvese que

$$ds^2 = -g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu, \text{ luego } -\delta\left(ds^2\right) = \delta\left(g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu\right).$$

Entonces, $-2ds\delta ds = dx^\mu dx^\nu \quad \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}\delta x^\sigma + 2g_{\mu\nu}dx^\mu \delta dx^\nu.$ Por lo tanto,

$$-\delta ds = \left\{\frac{1}{2}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}\delta x^\sigma + g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{d\delta x^\nu}{ds}\right\}ds.$$

Reemplazando se obtiene que

$$\delta S_{partícula} = mc\int\left\{\frac{1}{2}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}\delta x^\sigma + g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{d\delta x^\nu}{ds}\right\}ds = 0.$$

Además, $d\left(pq\right) = p\,dq + q\,dp$ y entonces $pq - \int qdp = \int pdq$, tal que haciendo $q = \delta x^\nu$ y $p = g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}$ se tiene,

$$\delta S_{partícula} = mc\int\left\{\frac{1}{2}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}\delta x^\sigma - \frac{d}{ds}\left(g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\right)\delta x^\nu\right\}ds = 0,$$

pues $\delta x^\nu = 0$ en los límites.

En el segundo término de la integral se sustituye el índice ν por σ. Se encuentra entonces, igualando a cero el coeficiente de la variación arbitraria δx^σ que $\frac{1}{2}u^\mu u^\nu\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} - \frac{d}{ds}\left(g_{\mu\sigma}u^\mu\right) = 0$,

de donde $\frac{1}{2}u^\mu u^\nu\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} - g_{\mu\sigma}\frac{du^\mu}{ds} - u^\mu\frac{dg_{\mu\sigma}}{ds} = 0,$

o sea $\frac{1}{2}u^\mu u^\nu\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} - g_{\mu\sigma}\frac{du^\mu}{ds} - u^\mu\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu}\frac{\partial x^\nu}{ds} = 0$ y

$$\frac{1}{2}u^\mu u^\nu\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} - g_{\mu\sigma}\frac{du^\mu}{ds} - u^\mu u^\nu\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} = 0.$$

Obsérvese que el tercer término se puede escribir en la forma

$$-\frac{1}{2}u^\mu u^\nu\left(\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu}\right),$$

e introduciendo los símbolos de Christoffel

$$\Gamma_{\sigma,\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}\right)$$

se obtiene que

$$\frac{1}{2}u^\mu u^\nu\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} - \frac{1}{2}u^\mu u^\nu\left(\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu}\right) - g_{\mu\sigma}\frac{du^\mu}{ds} = 0,$$

o sea

$$g_{\mu\sigma}\frac{du^{\mu}}{ds}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^{\nu}}+\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}}\right)u^{\mu}u^{\nu}=0,$$

de donde

$$g_{\mu\sigma}\frac{du^{\mu}}{ds}+\Gamma_{\sigma,\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu}=0,$$

pero por definición

$$\Gamma_{\sigma,\mu\nu}=g_{\sigma\gamma}\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu},\ \text{donde}$$

$$\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu}=\frac{1}{2}g^{\gamma\theta}\left(\frac{\partial g_{\theta\mu}}{\partial x^{\nu}}+\frac{\partial g_{\theta\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\theta}}\right).$$

Es decir,

$$g_{\mu\sigma}\frac{du^{\mu}}{ds}+g_{\sigma\gamma}\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu}=g_{\mu\sigma}\frac{du^{\mu}}{ds}+g_{\sigma\mu}\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}u^{\nu}u^{\sigma}=g_{\mu\sigma}\frac{du^{\mu}}{ds}+g_{\mu\sigma}\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}u^{\nu}u^{\sigma}=0\cdot$$

Por lo tanto, $\frac{du^{\mu}}{ds}+\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}u^{\nu}u^{\sigma}=0$, pues $g_{\mu\sigma}\neq 0$. Y finalmente,

$$\frac{d^2x^{\mu}}{ds^2}+\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}\frac{dx^{\nu}}{ds}\frac{dx^{\sigma}}{ds}=0\ (2).$$

La ecuación (2) es la ecuación de movimiento buscada. El movimiento de una partícula en un campo gravitatorio está determinado por las magnitudes $\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}$. La derivada $\frac{d^2x^{\mu}}{ds^2}=\frac{du^{\mu}}{ds}$ es la cuadriaceleración de la partícula. Se puede llamar entonces a $-m\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}u^{\nu}u^{\sigma}$ la cuadrifuerza que actúa sobre la partícula en el campo gravitatorio.

El tensor $g_{\mu\nu}$ representa aquí el papel de los potenciales del campo gravitatorio y sus derivadas determinan la intensidad del campo $\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}$. A la ecuación (2) también se le llama ecuación de la geodésica.

Análisis de Peres y Rosen

A partir de la ecuación (2) se pueden expandir los índices y obtener $\frac{du^{\mu}}{ds}=-\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma}u^{\nu}u^{\sigma}$, o sea $\frac{du^{0}}{ds}=-\Gamma^{0}_{\nu\sigma}u^{\nu}u^{\sigma}$,

pero como

$$u^{1}=\frac{dx^{1}}{ds}=\frac{dx}{cdt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{v^{x}}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$u^2 = \frac{dx^2}{ds} = \frac{v^y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, $u^3 = \frac{dx^3}{ds} = \frac{v^z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

y $u^0 = \frac{cdt}{cdt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, se obtiene que $\frac{du^0}{ds} = 0$, de donde la expansión $-\Gamma^0_{\nu\sigma}u^\nu u^\sigma$ no aparecerá.

Los otros términos darán entonces

$$\frac{du^k}{ds} = -\Gamma^k_{\nu\sigma}u^\nu u^\sigma \quad (3),$$

donde los índices latinos van de 1 a 3 y, obviamente, los índices griegos de 0 a 3. Finalmente se obtiene

$$\frac{du^k}{ds} = -\Gamma^k_{00}\left(u^0\right)^2 - 2\Gamma^k_{0n}u^0u^n - \Gamma^k_{mn}u^mu^n \quad (4),$$

donde el 2 del segundo término del lado derecho surge porque los símbolos de Christoffel son simétricos con respecto a sus subíndices, es decir $\Gamma^\mu_{\nu\sigma} = \Gamma^\mu_{\sigma\nu}$.

Para un movimiento lento, tal que $v << c$, se obtiene que $u^0 \approx 1$ y $u^k \approx \frac{v^k}{c} \approx 0$. Por consiguiente el último término de (4) se puede despreciar. Básicamente el tercer término se desprecia por ser de segundo orden en la velocidad. Haciendo ahora las correspondencias

$$\Gamma^k_{00} \to F^k{}_0 = -\frac{E_k}{c^2}, \quad 2\Gamma^k_{0n} \to F^k{}_n = -\frac{B_m}{c^2} \quad (5),$$

tal que $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son los vectores tipo campo eléctrico y magnético y (*k, n, m*) es una permutación cíclica de (*1, 2, 3*).

La ecuación (4) se vuelve $\frac{du^k}{ds} = u^0\left\{-\Gamma^k_{00}u^0 - 2\Gamma^k_{0n}u^n\right\}$. Aquí Peres y Rosen dijeron que por "analogía" con la ecuación tipo fuerza de Lorentz para una carga e de masa m ($e \to m$), se puede hacer, $\frac{du^k}{ds} \approx \left\{-F^k{}_0u^0 - F^k{}_nu^n\right\}\frac{e}{m}$, es decir

$$\frac{du^k}{ds} \approx -\frac{e}{m}\left\{F^k{}_0u^0 + F^k{}_nu^n\right\} \quad (6).$$

En la aproximación que sigue se supone que el campo gravitacional es débil y cuasiestático, lo que implica el uso de coordenadas cuasigalileanas. Ahora bien, utilizando el análisis de medida realizado por Bohr y Rosenfeld con respecto al campo electromagnético cuántico libre, pero en la versión de Heitler[14]

[14] Heitler (1984), pp. 26, 76, 80 y 123.

$$\Delta E_{x_{I_1}} \Delta H_{y_{I_1}} \approx \frac{\hbar}{r^2 L T} \ (L > cT) \text{ y } \Delta E_{x_{I_1}} \Delta H_{y_{I_1}} \approx \frac{\hbar}{r^2 c T^2} \ (L \leq cT),$$

suponiendo con él que la medida de los valores promedio de los campos se realizan en dos regiones espaciales I_1 e I_2 cuyas dimensiones lineales son del orden L, durante los intervalos T_1 y T_2 correspondientes, cuyo orden de magnitud es T, siendo la distancia media que separa I_1 e I_2 del orden r, es posible obtener las relaciones de indeterminación de Peres y Rosen siguientes

$$\left(\Delta\Gamma_{00}^{k}\right)_1 \left(\Delta\Gamma_{0n}^{k}\right)_2 \approx \frac{G\hbar}{r^2 L T c^4} \ (L > cT) \ (7),$$

$$\left(\Delta\Gamma_{00}^{k}\right)_1 \left(\Delta\Gamma_{0n}^{k}\right)_2 \approx \frac{G\hbar}{r^2 T^2 c^5} \ (L \leq cT) \ (8),$$

donde no hay sumatoria sobre el índice k. Un análisis de unidades en (7) y (8) confirma la posible correspondencia dada por (5).

Si se supone que $r \approx L$ se obtiene que

$$\left(\Delta\Gamma_{00}^{k}\right)_1 \left(\Delta\Gamma_{0n}^{k}\right)_2 \approx \frac{G\hbar}{L^3 T c^4} \ (L > cT) \ (9),$$

$$\left(\Delta\Gamma_{00}^{k}\right)_1 \left(\Delta\Gamma_{0n}^{k}\right)_2 \approx \frac{G\hbar}{L^2 T^2 c^5} \ (L \leq cT) \ (10).$$

Comentarios

Al Peres y Rosen confiar en los resultados de Bohr y Rosenfeld en la versión de Heitler cometieron un error, pues Corinaldesi[15], un estudiante doctoral del mismo Rosenfeld, encontró un error al tratamiento de Bohr y Rosenfeld en el cálculo del orden de magnitud de las relaciones de indeterminación del campo electromagnético en el caso $L > cT$ [16].

Tomando la expresión simple de Darrigol[17] para la corrección de Corinaldesi, la relación de indeterminación (9) queda así:

$$\left(\Delta\Gamma_{00}^{k}\right)_1 \left(\Delta\Gamma_{0n}^{k}\right)_2 \approx \frac{G\hbar T}{c^2 L^5} \ (L > cT) \ (11).$$

El orden de magnitud de la ecuación (9) puede denotarse como

$\left(\Delta'_{BR}\right)^2 = \frac{G\hbar}{L^3 T c^4}$ y el de la ecuación (11) por $\left(\Delta'_{C}\right)^2 = \frac{G\hbar T}{c^2 L^5}$.

Es evidente al compararlos que $\left(\frac{\Delta'_C}{\Delta'_{BR}}\right)^2 = \left(\frac{cT}{L}\right)^2 < 1$, de donde

$$\Delta'_C < \Delta'_{BR} \ (12),$$

[15] Corinaldesi (1953), p. 83.

[16] Pedraza (2000b), p. 132; Pedraza (2004); Pedraza (2007), p. 319.

[17] Darrigol (1991), p. 137.

es decir, es más fácil llegar a la descripción clásica de las intensidades del campo gravitacional según Corinaldesi que según Bohr y Rosenfeld, luego la corrección de Corinaldesi no afecta el análisis de Heitler basado en los resultados de Bohr y Rosenfeld. En el caso especial $L \approx cT$, los resultados de (11) y (10) coinciden, es decir,

$$\left(\Delta\Gamma_{00}^{k}\right)_1\left(\Delta\Gamma_{0n}^{k}\right)_2 \approx \frac{G\hbar}{L^4c^3} \quad (L \approx cT) \quad (13).$$

Campo gravitatorio central, solución de Schwarzschild y radio gravitatorio

Las ecuaciones de Einstein para el campo gravitatorio son[18]

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (14),$$

donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, el cual se obtiene a partir del tensor de Riemann (tensor de curvatura) de cuarto orden por contracción. Además R es la curvatura escalar obtenida por contracción del tensor de Ricci y $T_{\mu\nu}$ es el tensor energía-impulso de la materia, incluyendo el campo electromagnético.

Ahora bien, un campo gravitatorio central es el producido por cualquier distribución de materia con simetría esférica, ya sea en reposo o en movimiento con dirección radial.

La solución de las ecuaciones (14) en esta situación es conocida como la solución de Karl Schwarzschild, expresada en coordenadas esféricas por

$$ds^2 = \left(c^2 - \frac{2Gm}{r}\right)dt^2 - r^2\left(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta\, d\phi^2\right) - \frac{dr^2}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}} \quad (15).$$

Esta métrica da cuenta de la geometría del espacio-tiempo "fuera" de la distribución de masas que produce el campo gravitatorio.

Observando la ecuación (15) se nota que el coeficiente de dt^2 y el denominador de dr^2 se harían cero si

$$r = r_g = \frac{2mG}{c^2} \quad (16),$$

cantidad llamada radio gravitatorio del cuerpo de masa m. Los radios gravitatorios de los cuerpos reales son despreciables en comparación con sus radios reales. Si un cuerpo tuviera un radio igual o menor que r_g, surgiría entonces una singularidad espacio-temporal removible por cambio adecuado

[18] Landau y Lifschitz (1966), pp. 363, 374, 356 y 382.

de coordenadas[19], donde surgiría un hueco negro o un hueco blanco. La verdadera singularidad aparecería en r = 0. Más precisamente, en $r = r_g$ aparece el horizonte de eventos de Schwarzschild.

Longitud de Planck

El principio de indeterminación de Heisenberg $\Delta x \, \Delta p_x \geq \hbar$ es apropiado para medidas instantáneas. Para medidas contínuas (prolongadas en el tiempo) es necesario el principio de indeterminación de la acción *S* del sistema en la forma

$$\delta S \geq \hbar \text{ (17).}$$

La acción del campo gravitacional es[20] $S_{gravitacional} = \frac{c^3}{16\pi G}\int R\sqrt{g}\,d\Omega$, donde *R* es la curvatura, $\sqrt{g}$ la raíz cuadrada del determinante del tensor métrico y $d\Omega$ el elemento diferencial espacio-temporal. Aceptando entonces el valor l^4 como el volumen cuadridimensional de la región espacio-temporal y denotando por $\overline{R}$ la curvatura promedia sobre dicha región, se obtiene que

$S_{\text{gra}\,vitacional} = \frac{c^3}{16\pi G}\overline{R}l^4$, pero por la ecuación (17) $\delta S_{\text{gra}\,vitacional} \geq \hbar$, o sea

$\frac{c^3}{16\pi G}\delta\overline{R}l^4 \geq \hbar$, es decir $\delta\overline{R}l^4 \geq 16\pi\frac{G\hbar}{c^3} = 16\pi L_P^2$, tal que $L_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 10^{-33}cm$ (18), es la longitud de Planck.

Continuación del análisis de Peres y Rosen

Continuando con la analogía entre el proceso de medida de Bohr y Rosenfeld para una sola componente del campo electromagnético, se notará que a diferencia del mencionado campo, en el campo gravitacional la medida de un solo símbolo de Christoffel conlleva limitaciones de principio que no permiten medirlo con precisión arbitraria. Una de esas limitaciones está impuesta por el radio gravitatorio (16). La partícula de masa *m* que se usará como cuerpo de prueba no puede tener dicho radio, puesto que su propio campo sería más intenso que el campo que se quiere medir. Debe aclararse desde ahora que los símbolos de Christoffel medidos son originados por masas muy alejadas de la región de medida (campo gravitacional libre) y que los detalles concernientes al uso de (16) para imponer restricciones de medida, se deben sólo al campo gravitacional que la masa de prueba m impondría en la medida de los anteriores símbolos de

[19] Kruskal (1960), p. 1743; Chandrasekhar (1998), p. 85.

[20] Landau y Lifschitz (1966), pp. 363, 374, 356 y 382.

Christoffel por su propio campo gravitacional. Entonces $\Delta\Gamma_{00}^{k} \approx \frac{\Delta p^{k}}{c^{2} m T}$, donde $\Delta\Gamma_{00}^{k}$ es el error en la medida de la componente de campo, m es la masa de la partícula de prueba (carga de prueba), T es el intervalo de medida y Δp^{k} la indeterminación en la medida de la componente del momento lineal. Esta última es del orden $\frac{\hbar}{\Delta x^{k}}$, luego

$$\Delta\Gamma_{00}^{k} \approx \frac{\hbar}{c^{2} m T \Delta x^{k}} \quad (19).$$

Si la región de medida tiene dimensiones del orden L, se tendrá

$$L \geq \Delta x^{k}, \; L \geq r_{g} = \frac{2mG}{c^{2}} \quad (20),$$

obteniéndose entonces que $\Delta\Gamma_{00}^{k} \approx \frac{\hbar}{c^{2} m T L} > \frac{\hbar}{\left(\frac{Lc^{2}}{2G}\right) T L c^{2}} = \frac{2\hbar G}{L^{2} T c^{4}} > \frac{\hbar G}{L^{2} T c^{4}} = \frac{\hbar G}{L^{2} T c^{3} c}$,

o sea

$$\Delta\Gamma_{00}^{k} \approx \frac{L_{P}^{2}}{L^{2} T c} \quad (21).$$

La masa m de (19) se ha supuesto igual a la masa m de (16). Esta es otra limitación que junto con el principio de indeterminación de Heisenberg hacen que haya un límite en la precisión de la medida del símbolo de Christoffel tipo eléctrico. A esta limitación se le llama "principio de equivalencia" entre la masa inercial y la masa gravitacional del cuerpo de prueba.

El principio de indeterminación de Heisenberg se debe tener en cuenta para poder medir los "efectos cuánticos" del campo gravitatorio, por medio del cuerpo de prueba a través de su dinámica.

Midiendo ahora la componente gravitacional tipo magnética Γ_{0n}^{k} $(n \neq k)$, se puede obtener $\Delta\Gamma_{0n}^{k} \approx \frac{\Delta p^{k}}{m u^{n} T c}$, o sea

$$u^{n} \Delta\Gamma_{0n}^{k} \approx \frac{\hbar}{m T \Delta x^{k} c} \quad (22).$$

Para que el cuerpo permanezca en la región espacial de medida se debe tener

$$u^{n} \leq \frac{L}{T} \quad (23),$$

de donde $\Delta\Gamma_{0n}^{k} \approx \frac{\hbar T}{m L \Delta x^{k} T c} \approx \frac{\hbar}{m L^{2} c} > \frac{\hbar}{\left(\frac{Lc^{2}}{2G}\right) L^{2} c} = \frac{2G\hbar}{L^{3} c^{3}}$,

o sea

$$\Delta\Gamma^{k}_{0n} \approx \frac{L_P^2}{L^3} \text{ (24).}$$

Por último puede obtenerse a partir de la definición de los símbolos de Christoffel en función del tensor métrico que en general $\Delta\Gamma \approx \frac{\Delta g}{L}$, tal que

$$\Delta g \approx \frac{L_P^2}{L^2} \text{ (25),}$$

es la indeterminación en la medida de cualquier componente del tensor métrico obtenida a partir de (21) o (24).

Comentarios

A diferencia del caso electromagnético, en la medida del campo gravitacional cuántico libre no es posible ajustar el cociente entre la carga gravitacional y la masa inercial del cuerpo de prueba, ya que por el principio de equivalencia ambas son iguales y por lo tanto la aceleración del cuerpo de prueba durante el intervalo *T* no se puede controlar. Ningún instrumento clásico de medida es gravitacionalmente neutro debido al principio de equivalencia.

Las ecuaciones (21), (24) y (25) constituyen una limitación de medida ajena al formalismo de la teoría cuántica, puesto que ellas constituyen un obstáculo en la repetibilidad de las medidas de un solo observable y más aún, un límite de precisión insuperable con respecto a él determinado por la longitud de Planck. Es decir, hay limitación en la medida de una componente de campo gravitacional libre, caso Landau y Peierls[21], precisamente por causa del campo del cuerpo de prueba m.

Segundo experimento de pensamiento

Como promedios representativos del campo gravitacional libre, DeWitt[22] escogió en su teoría cuántica de la medición a las componentes del tensor de Riemann y Weyl linealizado, ya que dicho tensor es invariante bajo cambios del sistema curvilíneo de coordenadas. Los símbolos de Christoffel, por el contrario, pueden hacerse nulos localmente si un observador adopta un sistema de referencia que caiga libremente. No obstante, las medidas realizadas sobre los símbolos de Christoffel son extendidas, es decir, no locales por definición.

La exposición de esta sección se centrará en los supuestos físicos de la teoría cuántica de la medición de DeWitt, más que en los detalles

[21] Landau y Peierls (1983), p. 465.

[22] DeWitt (1962), p. 266.

altamente ingeniosos totalmente análogos a los de Bohr y Rosenfeld y se verá que sus conclusiones no son del todo similares a las de Peres y Rosen, quienes dijeron finalmente que había restricción de medida no-compensable en la determinación de los símbolos de Christoffel.

Diseño del cuerpo de prueba

Las componentes del tensor de Riemann escogidas por DeWitt en analogía con las componentes eléctricas y magnéticas del tensor de la teoría de Maxwell fueron $E_{\alpha\beta} = R_{\alpha 0 \beta 0}$ y $H_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\gamma\delta}R_{\gamma\delta\beta 0}$ respectivamente, donde $\varepsilon_{\alpha\gamma\delta}$ es el tensor de Levi-Civita. Estas componentes obedecen posibles relaciones de conmutación deducidas a partir de las componentes del tensor de Riemann y Weyl linealizado, las cuales involucran funciones δ de Dirac que impiden su medida espacio-temporal puntual. Entonces tiene sentido medir "promedios" de componentes de campo sobre regiones finitas del espacio-tiempo.

Debe insertarse en la región de medida un cuerpo de prueba consistente en un medio elástico, el cual junto con sus relojes define un sistema local de coordenadas. Tal dispositivo estuvo muy bien descrito por DeWitt[23].

Las fronteras espaciales del medio se toman coincidentes con las del dominio de promediar, ya que el sistema de coordenadas se necesita sólo ahí y no más. La propagación finita de la luz impide que el cuerpo de prueba sea un cuerpo rígido total, el cual no permitiría medir los promedios temporales buscados. Una de las componentes de su tensor de deformación serviría como variable de medida, la cual junto con su variable conjugada, es decir el momento de deformación, deben cumplir el principio de indeterminación de Heisenberg.

Limitaciones del principio de indeterminación de Heisenberg

Por ejemplo, en la medida del promedio espacio-temporal $\overline{E}_{11}$ se escoge la componente diagonal s_{11} del tensor de deformación en la dirección x^1, la cual junto con el momento conjugado de deformación π cumplen

$$\Delta s_{11}\Delta\pi \approx \hbar \quad (26).$$

Para DeWitt el momento de deformación es $\pi = \frac{1}{12}ML^2\frac{\partial s_{11}}{\partial t}$, donde M es la masa del cuerpo de prueba y L es la dimensión lineal del espacio ocupado por él, tal que su volumen es $V = L^3$.

Medidas de π al comienzo y al final del intervalo T conllevan a la determinación del promedio $\overline{E}_{11}$, es decir $\pi^f - \pi^i = \frac{1}{12}ML^2c^2T\overline{E}_{11}$, y utilizando la relación (26) se obtiene la fórmula

[23] DeWitt (1962), p. 266.

$$\Delta\overline{E}_{11} \approx \frac{12\hbar}{ML^2c^2T\Delta s_{11}} \quad (27),$$

la cual para cualquier valor de Δs_{11} puede hacerse arbitrariamente pequeña escogiendo un valor suficientemente grande de *M*, produciéndose entonces campo gravitacional grande por el propio cuerpo de prueba, el cual fue compensado por DeWitt con un mecanismo adecuado.

Dominios permitidos de medida

El dominio espacio-temporal de medida no está plenamente determinado por el arreglo experimental. Existen indeterminaciones en *T* al comienzo cuando se mide π^i y al final cuando se mide π^f. La indeterminación es Δt para cada medida, tal que $\Delta t << T$.

La indeterminación espacial permanece en límites tolerables si s_{11} es pequeña comparada con la unidad durante todo el *T*. De nuevo el caso físico interesante será aquel donde $L > cT$, lo que implica que la condición de campo gravitacional débil se puede escribir como

$$RL^2 << 1 \quad (28),$$

siendo R una componente típica del tensor de Riemann, en particular E_{11}.

En las medidas electromagnéticas Bohr y Rosenfeld mantuvieron la frontera espacial definida escogiendo la masa del cuerpo de prueba muy grande. En el presente caso, debido al principio de equivalencia, no es posible ajustar el cociente entre la carga gravitacional y la masa del cuerpo de prueba, ya que las dos son iguales.

Para DeWitt, contrariamente a lo opinado por Peres y Rosen, esto último no es obstáculo en el análisis de medida del campo gravitacional sino una limitación en la pequeñez permitida de los dominios de medida.

Comentarios

El mismo DeWitt afirmó que la magnitud de los errores introducidos por la imprecisión de las fronteras de los dominios espacio-temporales de medida, es proporcional a la magnitud de la misma E_{11}, pudiendo sobrepasar todos los límites mientras E_{11} se torne arbitrariamente grande. Es decir que Peres y Rosen y DeWitt están diciendo lo mismo, ya que un obstáculo en la medida del campo gravitacional implicará una limitación en el tamaño del dominio de medida y viceversa.

Posibles conmutadores y relaciones de indeterminación

Considerando dos regiones espaciales V_I y V_{II} y dos temporales T_I y T_{II} con las cuales promediar, DeWitt obtuvo las siguientes relaciones de conmutación y de indeterminación para las componentes promedio

$$\left[\overline{E}^{(I)},\overline{E}^{(II)}\right]=i\hbar\left(\overline{A}^{(I,II)}-\overline{A}^{(II,I)}\right) \text{ (29)},$$

$$\left[\overline{E}^{(I)},\overline{H}^{(II)}\right]=i\hbar\left(\overline{C}^{(I,II)}-\overline{D}^{(II,I)}\right) \text{ (30)},$$

$$\left[\overline{H}^{(I)},\overline{H}^{(II)}\right]=i\hbar\left(\overline{B}^{(I,II)}-\overline{B}^{(II,I)}\right) \text{ (31)},$$

donde las expresiones $\overline{A},\overline{C},\overline{D}$ y $\overline{B}$ contienen funciones δ de Dirac y derivadas de funciones de Heaviside promediadas en V_I,V_{II},T_I y T_{II}.

Son evidentes también las siguientes fórmulas

$$\Delta\overline{E}^{(I)}\Delta\overline{E}^{(II)}\approx\hbar\left|\overline{A}^{(I,II)}-\overline{A}^{(II,I)}\right| \text{ (32)},$$

$$\Delta\overline{E}^{(I)}\Delta\overline{H}^{(II)}\approx\hbar\left|\overline{C}^{(I,II)}-\overline{D}^{(II,I)}\right| \text{ (33)},$$

$$\Delta\overline{H}^{(I)}\Delta\overline{H}^{(II)}\approx\hbar\left|\overline{B}^{(I,II)}-\overline{B}^{(II,I)}\right| \text{ (34)}.$$

Campos críticos de DeWitt y sus consecuencias

Asumiendo $L_I\approx L_{II}\approx L$ y $T_I\approx T_{II}\approx T$ en el caso de solapamiento parcial de las regiones espacio-temporales V_IT_I y $V_{II}T_{II}$ y calculando la raíz cuadrada de cualquiera de las partes derechas de las relaciones (32), (33) y (34) DeWitt obtuvo los siguientes campos críticos

$$R_{crítico}\approx\frac{L_P}{L^3} \text{ cuando } L\approx cT \text{ (35)},$$

$$R_{crítico}\approx\frac{L_P}{\sqrt{L^5cT}} \text{ cuando } L>cT \text{ (36)},$$

bajo los cuales la descripción del campo gravitacional debe ser cuántica. El valor $R_{crítico}\approx\frac{L_P}{L^3}$ es el más pequeño de los dos, ya que

$$\left(\frac{L_P}{L^3}\Big/\frac{L_P}{\sqrt{L^5cT}}\right)=\sqrt{cT/L}<1,$$

y en adelante este será el utilizado.

Si se quiere que $\Delta\overline{E}\ll R_{crítico}$ de modo que se aborde el terreno cuántico en su determinación, debe tenerse que $\Delta\overline{E}=\lambda R_{crítico}\approx\frac{\lambda L_P}{L^3}$, donde $\lambda\ll 1$.

El campo $R_{crítico}$ debe satisfacer la condición de campo débil para que el arreglo experimental tenga alguna utilidad, o sea por (28) $\frac{L_P}{L^3}L^2\ll 1$, de donde

$L >> L_P$ (37).

Ahora bien, como $\Delta s_{11} << 1$ y $M \approx \frac{12\hbar}{L^2 c^2 T \Delta s_{11} \Delta \bar{E}_{11}}$ por (27), entonces

$$M \approx 12 \frac{1}{\Delta s_{11}} \frac{\hbar}{L^2 c^2 T \left(\frac{\lambda L_P}{L^3} \right)} = 12 \frac{1}{\Delta s_{11}} \frac{L}{cT} \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\hbar}{c L_P} \right),$$

$$M \approx 12 \frac{1}{\Delta s_{11}} \frac{L}{cT} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{\hbar c}{G}},$$

donde $\sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \frac{\hbar}{c L_P} = M_P$, es la masa de Planck, $M_P \approx 10^{-5} g$, o sea

$$M >> M_P \text{ (38)},$$

para obtener una precisión suficiente del formalismo en el dominio cuántico. Esto último implica que un gran número de partículas elementales debe usarse en la construcción del cuerpo de prueba, lo cual está de acuerdo con su representación como un medio continuo.

De nuevo, entonces, se ve lo inapropiado de usar cuerpos de prueba puntuales en medidas precisas de componentes de campo. Sólo usando cuerpos de prueba extensos se pueden minimizar las indeterminaciones debidas a la radiación de reacción. Además, la mínima masa del cuerpo de prueba que podría colocarse en la fórmula (16) del radio gravitatorio, sería la masa de Planck, tal que el mínimo radio gravitatorio de dicho cuerpo sea la longitud de Planck.

Las fluctuaciones del vacío y su papel no fueron calculados por DeWitt en su teoría cuántica de la medición del campo gravitacional libre, sin embargo dijo que eran despreciables.

Indeterminaciones por la radiación de reacción

Las indeterminaciones por radiación de reacción en el presente caso surgen de la indeterminación en la densidad de energía-esfuerzo Z a través de la cantidad calculada por DeWitt

$$\Delta Z \approx \frac{MG\Delta s_{11}}{L^3 c^2} \text{ (39)},$$

la cual surge en el proceso de medida de los valores inicial π^i y final π^f, del momento de deformación durante los intervalos Δt. En tales intervalos la indeterminación (39) da origen a una indeterminación en el tensor de Riemann de magnitud comparable, la cual a su vez produce una indeterminación adicional en π^i y π^f fuera de la expresada por (26), la cual

es $\delta\pi \approx \frac{1}{12} ML^2 c^2 \Delta t\, \Delta Z$, es decir que $\delta\pi \approx \frac{1}{12} ML^2 c^2 \Delta t \left(\frac{MG\Delta s_{11}}{L^3 c^2} \right)$, de donde

$$\delta\pi \approx \frac{1}{12} \frac{M^2}{L} G \Delta t \Delta s_{11} \quad (40).$$

Escogiendo Δt muy pequeño puede hacerse a (40) despreciable en comparación con $\Delta\pi$, es decir,

$$\frac{\delta\pi}{\Delta\pi} \approx \frac{\frac{1}{12} \frac{M^2}{L} G \Delta t \Delta s_{11}}{\frac{\hbar}{\Delta s_{11}}} = \frac{1}{12} \frac{M^2}{L} \frac{G}{\hbar} \Delta t (\Delta s_{11})^2$$

$$\approx \frac{1}{12} \frac{G\Delta t}{L\hbar} (\Delta s_{11})^2 \left[\frac{(12)^2 \hbar^2}{(\Delta s_{11})^2 L^4 c^4 T^2 (\Delta \overline{E}_{11})^2} \right]$$

$$= \frac{12\hbar G \Delta t}{L^5 c^3 T} \frac{1}{cT (\Delta \overline{E}_{11})^2} \approx 12 \frac{L_P^2}{L^6} \frac{\Delta t}{T} \frac{L}{cT} \frac{1}{\lambda^2 \frac{L_P^2}{L^6}} = 12 \frac{\Delta t}{T} \frac{L}{cT} \frac{1}{\lambda^2} << 1,$$

de donde

$$\delta\pi << \Delta\pi \quad (41),$$

aún si $L > cT$ y $\lambda << 1$.

Al igual que en el caso electromagnético, es posible entonces sólo considerar indeterminaciones en las medidas del campo gravitacional debidas al movimiento incontrolable del cuerpo de prueba por el principio de indeterminación de Heisenberg.

Comentarios

A partir de $\Delta s_{11} << 1$ y de la relación entre M y M_P, DeWitt encontró la siguiente relación para el tiempo T de observación,

$$T >> T\Delta s_{11} \approx 12 \frac{L}{c} \frac{1}{\lambda} \frac{M_P}{M},$$

argumentando que entonces $T >> 1$.

Esta afirmación no es cierta, ya que la condición física para que $\lambda << 1$ es la misma para que $\frac{M_P}{M} << 1$, o sea, que se esté describiendo el campo gravitacional en el terreno cuántico. Por lo tanto el producto entre $\frac{1}{\lambda}$ y $\frac{M_P}{M}$ no garantiza que $T >> 1$, no habiendo entonces un límite absoluto en T.

Medida de una componente del campo gravitacional cuántico libre

Observando la relación de indeterminación (32) es evidente que la medida de una sola componente tipo eléctrico no debe estar restringida, ya que si *I=II* se tiene $\Delta \overline{E}^{(I)} = 0$.

Esto fue precisamente lo que "probó" DeWitt, pero sin tener en cuenta el campo gravitacional producido por el cuerpo de prueba, el cual no se puede eliminar porque no existen masas negativas y porque según el principio de equivalencia, las masas inercial y gravitacional del cuerpo de prueba son iguales. El sólo tuvo en cuenta el efecto de la densidad de energía-esfuerzo del cuerpo de prueba sobre el cambio del momento de deformación de él mismo. Las comillas a la palabra probó se colocan porque realmente no existe aún un formalismo finalizado que justifique la relación de indeterminación (32), por ejemplo, dándole la razón a DeWitt en su conclusión.

En vez de la ecuación que llevó a (27) debe tenerse entonces

$$\pi_I^f - \pi_I^i = \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \left(\overline{E}^{(I)} + \overline{E}^{(I,I)}\right),$$

donde $\overline{E}^{(I,I)}$ representa el campo gravitacional del cuerpo de prueba por variaciones de su deformación Δs^I, promediado sobre el dominio espacio-temporal definido por él mismo.

Despejando arriba se tiene $\overline{E}^{(I)} = \frac{12\left(\pi_I^f - \pi_I^i\right)}{M_I L_I^2 c^2 T_I} - \overline{E}^{(I,I)}$, donde al reemplazar el valor $\overline{E}^{(I,I)} = \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \overline{A}^{(I,I)} \Delta s^I$ calculado por DeWitt se obtiene que

$$\Delta \overline{E}^{(I)} \approx \frac{12\hbar}{M_I L_I^2 c^2 T_I \Delta s^I} + \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \left|\overline{A}^{(I,I)}\right| \Delta s^I.$$

Después de minimizar con respecto a Δs^I (y no a la masa M_I) se obtiene que

$$\Delta \overline{E}^{(I)} \approx \left[\hbar \left|\overline{A}^{(I,I)}\right|\right]^{1/2} \quad (42).$$

El momento de deformación de compensación calculado por DeWitt fue

$$\Delta_C \pi_I = -\frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \Delta \overline{E}^{(I,I)},$$

con el cual,

$$\pi_I^f - \pi_I^i = \Delta \pi_I \approx \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \left(\Delta \overline{E}^{(I)} + \Delta \overline{E}^{(I,I)}\right)$$

$$+ \Delta_C \pi_I = \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \Delta \overline{E}^{(I)},$$

de donde finalmente

$$\Delta \overline{E}^{(I)} \approx \frac{12\hbar}{M_I L_I^2 c^2 T_I \Delta s^I} \quad (43),$$

equivalente a (27) y en pleno acuerdo con el formalismo.

Comentarios

El resultado (42) también se hubiera podido obtener al haber minimizado con respecto a M_I. En este proceso se obtiene que

$$M_I = \frac{12\sqrt{\hbar}}{L_I^2 c^2 T_I \Delta s^I \sqrt{\left|\overline{A}^{(I,I)}\right|}}$$

y comparando con M_P se tiene que

$$\frac{M_I}{M_P} \approx \frac{12\sqrt{\hbar}cL_P}{L_I^2 c^2 T_I (R_{crítico})\,\Delta s^I \hbar} \approx \frac{12\sqrt{\hbar}cL_P}{L_I^2 c^2 T_I \left(\frac{L_P}{L_I^3}\right)\Delta s^I \hbar} = \frac{12\sqrt{\hbar}L_I}{\hbar c T_I \Delta s^I} >> 1,$$

puesto que $\sqrt{\hbar} >> \hbar$ y $L_I > cT_I$, aún si $\Delta s^I << 1$, o sea

$$M_I >> M_P \quad (44),$$

en pleno acuerdo con (38), sin importar si M_I es un valor crítico donde se minimiza la medida de $\overline{E}^{(I)}$.

Medida de dos componentes de la misma clase

En la verificación de la relación (32) se tendrían las dos siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \pi_I^f - \pi_I^i &= \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \left(\overline{E}^{(I)} + \overline{E}^{(I,I)} + \overline{E}^{(II,I)}\right), \\ \pi_{II}^f - \pi_{II}^i &= \frac{1}{12} M_{II} L_{II}^2 c^2 T_{II} \left(\overline{E}^{(II)} + \overline{E}^{(II,II)} + \overline{E}^{(I,II)}\right), \end{aligned} \quad (45)$$

donde la notación es obvia. Aquí las indeterminaciones mutuas en las medidas no pueden cancelarse completamente. Para obtener la mayor precisión mutua debe usarse fuera del mecanismo de compensación el mecanismo de correlación.

Las ecuaciones (45) se transforman entonces al colocar los mecanismos anteriores en

$$\begin{aligned} \pi_I^f - \pi_I^i &= \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \left(\overline{E}^{(I)} + \overline{E}^{(I,I)} + \overline{E}^{(II,I)}\right) - k_I s^I - k_{I,II} s^{II}, \\ \pi_{II}^f - \pi_{II}^i &= \frac{1}{12} M_{II} L_{II}^2 c^2 T_{II} \left(\overline{E}^{(II)} + \overline{E}^{(II,II)} + \overline{E}^{(I,II)}\right) - k_{II} s^{II} - k_{I,II} s^I, \end{aligned} \quad (46)$$

donde los coeficientes k_I, k_{II} y $k_{I,II}$ son funciones lineales independientes de constantes elásticas independientes involucradas en dichos mecanismos. Teniendo en cuenta que

$$\Delta\pi_I \Delta s^I \approx \hbar,\ \Delta\pi_{II} \Delta s^{II} \approx \hbar,\quad \Delta\overline{E}^{(I,II)} = \frac{1}{12} M_I L_I^2 c^2 T_I \overline{A}^{(I,II)} \Delta s^I$$

y así sucesivamente, se ve que escogiendo las constantes elásticas con los

valores $k_I = \frac{1}{144} M_I^2 L_I^4 c^4 T_I^2 \overline{A}^{(I,I)}$, $k_{II} = \frac{1}{144} M_{II}^2 L_{II}^4 c^4 T_{II}^2 \overline{A}^{(II,II)}$ y

$$k_{I,II} = \frac{1}{288} M_I M_{II} L_I^2 L_{II}^2 \; c^4 T_I T_{II} \left(\overline{A}^{(I,II)} + \overline{A}^{(II,I)} \right),$$

las fórmulas (46) conllevan a las expresiones

$$\begin{aligned} \Delta \overline{E}^{(I)} &\approx \frac{12\hbar}{M_I L_I^2 c^2 T_I \Delta s^I} + \frac{1}{24} M_{II} L_{II}^2 c^2 T_{II} \left| \overline{A}^{(I,II)} - \overline{A}^{(II,I)} \right| \Delta s^{II}, \\ \Delta \overline{E}^{(II)} &\approx \frac{12\hbar}{M_{II} L_{II}^2 c^2 T_{II} \Delta s^{II}} + \frac{1}{24} M_I L_I^2 c^2 T_I \left| \overline{A}^{(I,II)} - \overline{A}^{(II,I)} \right| \Delta s^I, \end{aligned} \tag{47}$$

el producto de las cuales bajo minimización con respecto al producto $\Delta s^I \Delta s^{II}$ se reduce a (32).

Comentarios

El tratamiento completo de los casos restantes de medida dados por (33) y (34), junto con los cuerpos de prueba y sus efectos, ha sido desarrollado por DeWitt, al cual es conveniente remitirse para estudiar los detalles, los cuales son muy parecidos a los ya nombrados.

Debe enfatizarse que la aproximación de campo débil es una suposición acerca de la magnitud del tensor de Riemann en un dominio finito y no acerca de la estructura global del espacio-tiempo. Las mediciones descritas son medidas locales aproximadamente.

El resultado (43) de DeWitt difiere de aquel de Peres y Rosen dado por (21). Para el primer autor no hay limitación en la medida cuántica de una componente de campo gravitacional sino en el tamaño del dominio de medida, pero para los segundos autores si hay dicha limitación.

Si los segundos autores tienen razón, se concluiría que la medida de una sola componente gravitacional cuántica está limitada y los principios de la mecánica cuántica habrán de alterarse en el futuro.

De la teoría cuántica de la medición de las componentes de carga y corriente[24], se observa que en longitudes menores que la longitud de onda de Compton del electrón no es posible realizar medidas precisas de campo. La gran brecha que hay entre la longitud de Planck y la longitud de onda de Compton del electrón hace pensar que la gravitación debe ser importante en la física de partículas elementales.

La mecánica cuántica es una teoría de pequeñas perturbaciones, pero en dimensiones menores que la longitud de Planck ella se transforma en una teoría de grandes perturbaciones y violentas fluctuaciones. En

[24] Bohr y Rosenfeld (1983b), p. 523; Pedraza (2000a), p. 125; Pedraza (2008).

esta misteriosa región la mecánica cuántica debe ser diferente a la conocida.

Un desarrollo posible en serie de potencias de los conmutadores de la teoría gravitacional linealizada se basa en el cociente de la masa inercial de una partícula típica y la masa de Planck. Ya que esta razón es mucho menor que la constante de estructura fina, la aproximación de orden cero en gravitación linealizada tiene mayor justificación aún que la aproximación de orden cero en electrodinámica cuántica.

TERCER EXPERIMENTO DE PENSAMIENTO

Utilizando el resultado justamente anterior a la ecuación (18) y haciendo $L^2 = 16\pi\ L_P^2$ se obtiene que $L = 4\sqrt{\pi}\ L_P \quad 10^{-32}\,cm$, con lo cual[25]

$$\delta\ \overline{R} \geq \frac{L^2}{l^4}\ (48).$$

Considérese un cuerpo de prueba con masa m, siendo entonces su longitud de onda de Compton igual a

$$\lambda\ = \frac{\hbar}{mc}\ (49),$$

y su radio gravitatorio $r_g = \frac{2mG}{c^2}$, tal que

$$\lambda\ r_g = 2L_P^2\ (50).$$

Es importante saber que el propio campo gravitacional de m tiene curvatura del orden[26] $\frac{r_g}{l^3}$ a una distancia del orden l.

En la medida de la curvatura realizada en el dominio de tamaño l, el campo propio contribuye con el error

$$\delta\ \overline{R}_{cuerpo} = \frac{r_g}{l^3} = \frac{2L_P^2}{\lambda\ l^3}\ (51).$$

Considerando la masa de prueba "casi puntual" en los límites del dominio de medida, la condición $r_g > l$ no se puede dar. Por lo tanto $r_g \leq l$, o equivalentemente dividiendo a ambos lados de la desigualdad por l^3 se obtiene que

$$\delta\ \overline{R}_{cuerpo} = \frac{r_g}{l^3} \leq \frac{1}{l^2}\ (52).$$

[25] Mensky (1985), p. 188.

[26] Landau y Lifschitz (1966), pp. 363, 374, 356 y 382.

La condición (52) garantiza entonces que m sirva como masa de prueba y que la condición (28) de DeWitt de nuevo se cumpla.

En el régimen clásico de medida donde las propiedades cuánticas de los cuerpos de prueba no son manifiestas, es decir, no se detecta su ondulamiento, es necesario que $\lambda \leq l$. Esto equivale a

$$\delta\ \overline{R}_{cuerpo} = \frac{2L_P^2}{\lambda\ l^3} \geq \frac{2L_P^2}{l^4} \quad \frac{L_P^2}{l^4},$$

tal que el régimen clásico de medida corresponde a

$$\delta\ \overline{R}_{cuerpo} \geq \frac{L_P^2}{l^4} \text{ (53)},$$

donde los efectos cuánticos son despreciables y los resultados de medida son dispersados solamente por el error de medida del aparato, tal que $\delta\ \overline{R}_{clásico} = \delta\ \overline{R}_{cuerpo}$.

En el régimen cuántico de medida $\lambda > l$, donde los cuerpos de prueba manifiestan propiedades cuánticas dentro del dominio de medida, su posición se puede medir con precisión l con la ayuda de fotones de longitud de onda del orden l, y desde luego, con energía $E = \hbar\upsilon = \hbar\left(\frac{c}{\lambda_{\text{fotón}}}\right) = \frac{\hbar c}{l}$, o sea

$$E = \frac{\hbar c}{l} \text{ (54)}.$$

La energía localizada E en la región de tamaño l es necesitada como un cuerpo adicional de medida. El radio gravitacional de este cuerpo es

$$R_g = \frac{2MG}{c^2} = \frac{2\left(\frac{E}{c^2}\right)G}{c^2},$$

o sea

$$R_g = \frac{2EG}{c^4} \text{ (55)},$$

el cual satisface la condición $R_g l = \frac{2EGl}{c^4} = \frac{2El\hbar G}{\hbar c c^3} = \frac{2(\hbar\upsilon)l}{\hbar c} L_P^2$, o sea

$$R_g l = 2L_P^2 \text{ (56)}.$$

Dividiendo en ambos lados de (56) por l^4 se obtiene la curvatura propia creada por esta energía a la distancia l, o sea $\frac{R_g}{l^3} = \frac{2L_P^2}{l^4}$. Esta curvatura contribuye al error de medida $\delta\ \overline{R}_{cuántico}$, el cual por lo tanto no es menor que $\frac{2L_P^2}{l^4}$.

Esto, sin embargo, no es el origen principal del error en el régimen cuántico de medida. Ciertamente el movimiento del cuerpo de prueba

observado con precisión $\lambda > l$ no conlleva a relación alguna con el campo gravitacional. Este movimiento es completamente ocasional a causa de las fluctuaciones cuánticas. La condición $\lambda > l$ previene entonces del uso de este cuerpo como cuerpo de prueba. El régimen cuántico de medida se torna imposible. Otra forma de expresar lo anterior es decir que el error se vuelve infinito en el régimen cuántico, $\delta\ \overline{R}_{cuántico} \to \infty$.

En el régimen cuántico, donde $\lambda > l$, se obtiene

$$\delta\ \overline{R}_{cuerpo} = \frac{2L_P^2}{\lambda\ l^3} < \frac{2L_P^2}{l^4}\ \ \frac{L_P^2}{l^4},$$

de donde

$$\delta\ \overline{R}_{cuerpo} < \frac{L_P^2}{l^4}\ (57).$$

La medida no da entonces información sobre la geometría del dominio de medida. Como algo dado podría decirse que en el caso $\lambda = \frac{\hbar}{mc} > l$, la interacción de la masa m con fotones de energía $E = \frac{\hbar c}{l}$, producirá pares de masas, tal que la individualidad del cuerpo de prueba se pierde.

En conclusión, considerando medidas localizadas en el dominio por debajo de la longitud de Planck $l < L_P$, el régimen clásico de medida requiere entonces $\lambda \leq l < L_P$.

A partir de (50) se obtiene $\lambda \leq l < L_P = \frac{\sqrt{\lambda\ r_g}}{\sqrt{2}}$, o sea $\frac{\sqrt{2}l}{\sqrt{\lambda}} < \sqrt{r_g}$, de donde $\frac{2l^2}{\lambda} < r_g$, es decir $\frac{l^2}{\lambda} < r_g$ y $\left(\frac{l}{\lambda}\right) l < r_g$, tal que

$$l < r_g\ (58).$$

Entonces la estructura gravitacional de cualquier cuerpo previene su localización como cuerpo clásico en el dominio bajo la longitud de Planck. Ningún cuerpo material puede por lo tanto servir en un dominio tal como cuerpo de prueba puntual en el régimen clásico de medida. El régimen clásico de medida es irrealizable en el dominio por debajo de la longitud de Planck.

CUARTO EXPERIMENTO DE PENSAMIENTO

Por medio de integrales restringidas de Feynman[27], se determinará la densidad de probabilidad de obtener una medida del campo gravitacional

[27] Mensky (1993), pp. 110 y 101.

(curvatura escalar), ya sea en regiones con dimensión lineal del orden de la longitud de Planck, menor que dicha longitud o mayor que ella. Luego se amplían los detalles conceptuales del experimento de pensamiento propuesto por Mensky[28].

Todos los sistemas físicos son cuánticos, pero en ciertas circunstancias algunos de ellos pueden describirse clásicamente. Para juzgar si un sistema es cuántico o no, es necesario comparar su acción S con la constante de Planck $\hbar$. Al tener $\Delta S >> \hbar$ el sistema debe considerarse clásico. Si $\Delta S \approx \hbar$, el sistema necesita tratarse como cuántico. Nótese entonces que, según el anterior criterio de clasificación, clásico no se relaciona con macroscópico y cuántico no se relaciona con microscópico. Con los argumentos que se exponen a continuación no se pretende entonces cuantizar el campo gravitacional, sino mostrar cuando éste se comporta clásica o cuánticamente.

Considerando[29], en general, un sistema caracterizado por la Lagrangiana $L = L\left(q, \frac{dq}{dt}, t\right)$ y por la funcional de acción $S[q] = \int_{t'}^{t''} L\left(q, \frac{dq}{dt}, t\right) dt$, donde q es un punto multidimensional del espacio de configuración, entonces la amplitud de probabilidad para que el sistema transite del punto $q' = q(t')$ al punto $q'' = q(t'')$ o propagador del sistema, puede expresarse por la integral de Feynman $U(t'', q''/t', q') = \int_{q'}^{q''} d[q] e^{\frac{i}{\hbar} S[q]}$ sobre todos los caminos $[q] = \{q(t) / t' \leq t \leq t''\}$ conectando los puntos q' y q''.

Esto es válido cuando no se realizan medidas en el intervalo $[t', t'']$, de modo tal que no hay información disponible acerca del camino específico $[q]$ escogido por el sistema para la transición y, debido a esto, es necesario hacer la integración sobre todos los caminos.

Si una medida continua, prolongada en el tiempo, se realiza en el intervalo $[t', t'']$, entonces alguna información acerca de este camino está disponible, al menos en principio. Esta información se expresa por la funcional w_α, tal que $0 \leq w_\alpha \leq 1$. Esto significa que el conocimiento del resultado de medida α permite estimar como probables aquellos caminos $[q]$ para los cuales $w_\alpha[q]$ es cercana a la unidad. Por el contrario, los caminos $[q]$ para los cuales $w_\alpha[q]$ es cercana a cero deben considerarse improbables.

La integral de Feynman restringida, es decir, pesada estadísticamente, es $U_\alpha(t'', q''/t', q') = \int_{q'}^{q''} d[q] w_\alpha[q] e^{\frac{i}{\hbar} S[q]}$, llamada también amplitud de medida.

[28] Mensky (1985), p. 188.

[29] Mensky (1993), pp. 110 y 101.

Considérese la teoría de un campo relativístico ϕ (generalmente multicomponente) con la funcional de acción

$$S[\phi]=\int_{\Omega} d^4x\, L(\phi,\partial\phi) \quad (59),$$

dependiente de la configuración de campo $[\phi]$. La integración se realiza sobre alguna región de espacio-tiempo Ω y $\partial\phi$, denota derivadas parciales de ϕ en coordenadas.

La dinámica cuántica del campo puede describirse con la integral sobre configuraciones de campo. La amplitud

$$U=\int d[\phi]e^{iS[\phi]} \quad (60),$$

en unidades naturales ($\hbar = constante\ de\ Planck\ dividida\ por\ 2\pi = 1$), se realiza en la región Ω y depende de las condiciones de frontera impuestas sobre ϕ en la frontera $\partial\Omega$. La amplitud (60) es válida cuando no hay información disponible acerca de la configuración del campo dentro de la región Ω, así que todas las configuraciones son tratadas de igual forma.

Denotando el resultado de medida por α, y suponiendo que la información acerca del campo, debida a este resultado, está caracterizada por la funcional positiva $w_\alpha[\phi]$, la amplitud (60) debe cambiarse por

$$U_\alpha=\int d[\phi]w_\alpha[\phi]e^{iS[\phi]} \quad (61).$$

El módulo al cuadrado

$$P_\alpha=|U_\alpha|^2 \quad (62),$$

da la probabilidad, o mejor, la densidad de probabilidad, de cada resultado de medida .

Cálculo de la amplitud de medida para el campo gravitacional

Cambiando un poco la notación y si alguna característica σ' del campo gravitacional se mide con el error $\Delta\sigma$, entonces el resultado de medida σ puede expresarse por el conjunto T de configuraciones de campo, incluyendo las $[g]$ caracterizadas por los valores $\sigma' \in [\sigma-\Delta\sigma, \sigma+\Delta\sigma]$. Por tanto, la amplitud de probabilidad para que la medida arroje el resultado σ es

$$A_{\sigma,\Delta\sigma}=\int_{\sigma-\Delta\sigma}^{\sigma+\Delta\sigma} d[g]\exp\left(\frac{i}{\hbar}S[g]\right)=\int d[g]\rho_{\sigma,\Delta\sigma}[g]\exp\left(\frac{i}{\hbar}S[g]\right) \quad (63),$$

con la funcional de peso estadístico $\rho_{\sigma,\Delta\sigma}$ decreciendo fuera de T.

Colocando en el papel del campo gravitacional a la curvatura, y asumiendo para medirla una región espacio-temporal pequeña V de lado l, la curvatura a medir se denota por R' y el resultado de medida por R, con un error del aparato de medida igual a ΔR. El conjunto T de configuraciones

de campo correspondiente a este resultado de medida se puede denotar por la desigualdad

$$R - \Delta R \leq R' \leq R + \Delta R.$$

La acción del campo gravitacional es[30]

$$S_{gravitacional} = S[g] = \frac{c^3}{16\pi\ G}\int_{\Omega} R(x)\sqrt{g(x)}d^4x,$$

y por la ecuación (18) se obtiene que la acción $S_{\text{gra}\,vitacional}$ se transforme entonces como

$$S_{gravitacional} = \frac{c^3\hbar}{16\pi\ G\hbar}\int_V d^4x\sqrt{g}R' = \frac{\hbar}{16\pi\ L_P^2}\int_V d^4x\sqrt{g}R' \approx \frac{\hbar l^4}{L^2}R',$$

o sea

$$S_{\text{gra}\,vitacional} \approx \hbar\Lambda^2 R' \ (64),$$

con $L^2 = 16\pi\ L_P^2$ y $\Lambda^2 = \frac{l^4}{L^2}$.

La fórmula (64) no es una cuantización de la acción gravitacional, sino una fórmula que permite determinar a través del factor adimensional $\Lambda^2 R'$ (ver la sección siguiente), cuando el campo gravitacional se comporta clásica ($\Lambda^2 R' >> 1$) o cuánticamente ($\Lambda^2 R' \quad 1$).

Es posible suponer que la integración en g puede reducirse a la integración en R', de donde

$$A_{R,\Delta R} \approx \int_{R-\Delta R}^{R+\Delta R} du(R')\exp\left(i\Lambda^2 R'\right) = \int du(R')\rho_{\ R,\Delta R}(R')\exp\left(i\Lambda^2 R'\right) \ (65),$$

y haciendo $R' = z'^2 + R_{clásica}$, tal que $u(R') = \sqrt{R' - R_{clásica}} = z'$, se puede tomar $du(R') = dz'$. También entonces $R = z^2 + R_{clásica}$, y escogiendo una funcional de peso estadístico razonable físicamente, que transforme la ecuación (65) en una integral gaussiana, se hace

$$\rho_{\ R,\Delta R}(R') = \exp\left\{-\frac{\left[(R' - R_{clásica})^{1/2} - (R - R_{clásica})^{1/2}\right]^2}{\frac{\Delta R^2}{(R - R_{clásica})}}\right\} \ (66),$$

con la cual se obtiene

$$A_{z,\Delta z} = \int dz'\exp\left[i\Lambda^2\left(z'^2 + R_{clásica}\right)\right]\exp\left[-\frac{(z' - z)^2}{4\Delta z^2}\right] \ (67),$$

donde

$$2\Delta z = \frac{\Delta R}{(R - R_{clásica})^{1/2}}.$$

O sea

$$A_{z,\Delta z} = \exp\left(i\Lambda^2 R_{clásica}\right)\int dz'\exp\left[i\Lambda^2 z'^2 - \frac{(z' - z)^2}{4\Delta z^2}\right] \ (68).$$

[30] Weinberg (1972), p. 364.

Ahora bien[31], transformando el exponente dentro de la integral (68) se obtiene que

$$i\Lambda^2 z'^2 - \frac{(z'-z)^2}{4\Delta z^2} = -\frac{\Lambda^2 z'^2}{i} - \frac{(z'-z)^2}{4\Delta z^2} = -\frac{\Lambda^2}{i}\left(\xi'^2 + i\left(\Lambda^2 4\Delta z^2\right)^{-1}(z'-z)^2\right) =$$

$$-\frac{\Lambda^2}{i}\left(\xi'^2 + i\beta^{-1}\left(z'^2 - 2zz' + z^2\right)\right) \text{ con } \beta = \Lambda^2 4\Delta z^2.$$

Continuando con el proceso de transformación se obtiene que

$$i\Lambda^2 z'^2 - \frac{(z'-z)^2}{4\Delta z^2} = -\frac{\Lambda^2}{i}\left(\xi'^2 + i\beta^{-1} z'^2 - 2i\beta^{-1} z'z + i\beta^{-1} z^2\right)$$

$$= \frac{\Lambda^2}{i}\left(-z'^2 - i\beta^{-1} z'^2 + 2i\beta^{-1} z'z - i\beta^{-1}\left[\frac{-i\beta^2 + 2\beta + i}{-i\beta^2 + 2\beta + i}\right] z^2\right)$$

$$= \frac{\Lambda^2}{i}\left(-z'^2 - i\beta^{-1} z'^2 + 2i\beta^{-1} z'z - \frac{i}{i}\left(\frac{-i\beta^2 + 2\beta + i}{\beta(-\beta^2 - 2i\beta + 1)}\right) Z^2\right)$$

$$= \frac{\Lambda^2}{i}\left(-z'^2 - i\beta^{-1} z'^2 + 2\left(\frac{(\beta + i)(1 + i\beta)}{\beta(1 - i\beta)(1 + i\beta)}\right) Z'Z -\right.$$

$$\left.\left(\frac{\beta + i}{\beta(1 - i\beta)^2} + \frac{1}{1 - i\beta}\right) z^2\right)$$

$$= \frac{\Lambda^2}{i}\left(-z'^2 - i\beta^{-1} z'^2 + 2\frac{\left(1 + \frac{i}{\beta}\right)}{(1 - i\beta)} Z'Z - \frac{\left(1 + \frac{i}{\beta}\right)}{(1 - i\beta)^2} z^2 - \frac{1}{(1 - i\beta)} z^2\right)$$

$$= \frac{\Lambda^2}{i}\left(-(1 + i\beta^{-1})(z'^2 - 2z'(1 - i\beta)^{-1} z + (1 - i\beta)^{-2} z^2) - (1 - i\beta)^{-1} z^2\right)$$

$$= \frac{\Lambda^2}{i}\left(-\left(1 + i\beta^{-1}\right) z_C^2 - (1 - i\beta)^{-1} z^2\right) \text{ con } z_C = z' - (1 - i\beta)^{-1} z .$$

Ahora bien, transformando el exponente dentro de la integral (68) se obtiene que $A_{z,\Delta z} = \exp\left(\Lambda^2\left(R_{clásica} + \left(1 - i\left(\Lambda^2 4\Delta z^2\right)\right)^{-1} z^2\right)\right)$

$$x\int dz' \exp\left(-\frac{\Lambda^2}{i}\left(1 + i\left(\Lambda^2 4\Delta z^2\right)^{-1}\right)\left(z' - \left(1 - i\left(\Lambda^2 4\Delta z^2\right)\right)^{-1} z\right)^2\right) \quad (69).$$

Partiendo de (69) se puede calcular el orden de magnitud de

$$P_{z,\Delta z} = A_{z,\Delta z} A^*_{z,\Delta z} = \left|A_{z,\Delta z}\right|^2 \approx \exp\left(i\Lambda^2 z^2\left[\frac{1 + i\Lambda^2 4\Delta z^2 - \left(1 - i\Lambda^2 4\Delta z^2\right)}{1 - \left(i\Lambda^2 4\Delta z^2\right)^2}\right]\right) =$$

$$\exp\left(-2\frac{z^2}{\left[4\Delta z^2 + \frac{1}{4\Lambda^4 \Delta z^2}\right]}\right),$$

de donde

$$P_{z,\Delta z} \approx \exp\left[-2\frac{z^2}{\Delta z^2_{total}}\right] \quad (70),$$

[31] Pedraza (2003), p. 91.

con

$$\Delta z_{total}^2 = 4\Delta z^2 + \frac{1}{4\Lambda^4 \Delta z^2}.$$

Interpretación de la amplitud de medida

En la ecuación (70) se observa que el valor más probable de z es z = 0, es decir, $R = R_{\text{clásica}}$, pero los valores de z que difieren de ella en menos que Δz_{total} son también probables. Esto da entonces

$$-\Delta z_{total} \leq z \leq \Delta z_{total} \text{ o,}$$

lo que es lo mismo, $z^2 \leq \Delta z_{total}^2$.

En términos de la curvatura esta desigualdad toma la forma

$$R - R_{clásica} \leq \frac{\Delta R^2}{R - R_{clásica}} + \frac{1}{\frac{\Delta R^2}{R - R_{\text{clásica}}}\Lambda^4} (71),$$

cuya solución en función de $R - R_{clásica}$ es

$$-\frac{\Lambda^2 \Delta R^2}{\left(\Lambda^4 \Delta R^2 - 1\right)^{1/2}} \leq R - R_{clásica} \leq \frac{\Lambda^2 \Delta R^2}{\left(\Lambda^4 \Delta R^2 - 1\right)^{1/2}} \ (72).$$

Régimen clásico

Suponiendo que $\Delta R > \Lambda^{-2}$, o sea $\Delta R^2 > \Lambda^{-4}$, se tiene que $\Delta R^2 \Lambda^4 > 1$, luego se puede despreciar el 1 en los denominadores de (72) y entonces

$$\left|R - R_{clásica}\right| \leq \Delta R \ (73),$$

cuya interpretación es más clara al notar que cuando

$$\Delta R = \frac{1}{l^2} > \Lambda^{-2} = \frac{l^{-4}}{L^{-2}},$$

es decir, cuando $l > L$ (por encima de la longitud de Planck), es posible realizar medidas de curvatura con la única dispersión debida al error del aparato de medida.

Régimen cuántico

Suponiendo ahora que $\Delta R < \Lambda^{-2}$, o sea $\Delta R^2 \Lambda^4 < 1$, se obtienen números imaginarios en los denominadores de (72), lo cual no tiene sentido físico. Es decir, cuando

$$\Delta R = \frac{1}{l^2} < \Lambda^{-2} = \frac{l^{-4}}{L^{-2}},$$

o sea cuando $l < L$ (por debajo de la longitud de Planck), no es posible realizar medidas con sentido físico.

Régimen intermedio

Cuando $\Delta R = \Lambda^{-2}$, o sea $\Delta R^2 \Lambda^4 = 1$, se obtiene que

$$\left|R - R_{clásica}\right| \leq \infty \ (74),$$

o sea, cuando

$$\Delta R = \frac{1}{l^2} = \Lambda^{-2} = \frac{l^{-4}}{L^{-2}},$$

tal que $l = L$ (en el orden de la longitud de Planck), la dispersión de los posibles resultados de medida se torna infinita.

Comentarios

El método de Mensky se puede extender a la medida de otros campos fuera del electromagnético y el gravitacional sin tener en cuenta un aparato de medida. No obstante, para realizar medidas dobles en diferentes regiones espacio-temporales su método es limitado con respecto a los de Peres y Rosen y DeWitt.

Ninguna justificación es dada por Mensky para decir que implícitamente en su tratamiento está el campo de reacción del cuerpo de prueba. En la funcional de acción del campo gravitatorio no aparece la contribución, ni siquiera indirecta, de un posible cuerpo de prueba, tal como sí sucede en su tratamiento del caso electromagnético[32].

El tensor métrico aparece implícitamente en los símbolos de Christoffel, el tensor de Riemann y Weyl linealizado y la curvatura, indicando esto que cualquiera de las teorías de medida del campo gravitatorio está justificada en este sentido. Cada una de ellas sufre, no obstante, de algún defecto y no es definitiva, a diferencia de las teorías de medición del campo electromagnético.

CONCLUSIONES

1) Peres y Rosen cometieron un error confiar en los resultados de Bohr y Rosenfeld en la versión de Heitler. Recuérdese que Corinaldesi encontró un error en los cálculos de Bohr y Rosenfeld, el cual omitieron Peres y Rosen; sin embargo, a la larga dicha omisión no cambió la esencia de su análisis.
2) A diferencia del campo electromagnético, en la medida del campo gravitacional cuántico libre no es posible ajustar el cociente entre la carga gravitacional y la masa inercial del cuerpo de prueba, ya que por el principio de equivalencia ambas son iguales. Ningún instrumento clásico de medida es gravitacionalmente neutro. Surge entonces una limitación en la medida de un símbolo de Christoffel o de una componente del tensor métrico que no es compensable en dominios de medida del orden de la longitud de Planck.

[32] Mensky (1993), pp. 110 y 101.

3) Al medir componentes del tensor de Riemann y Weyl linealizado DeWitt no halló limitación de principio. Para él la limitación está en el tamaño del dominio de medida, lo cual significa lo mismo puesto que según él, también, la magnitud de los errores introducidos por la imprecisión de las fronteras de los dominios espacio-temporales de medida, es proporcional a la componente del tensor de Riemann y Weyl que se esté midiendo.
4) Si se acepta que la medida de una sola componente gravitacional cuántica está limitada, los principios de la mecánica cuántica deberían alterarse en el futuro y en dimensiones menores que la longitud de Planck la mecánica cuántica debe ser diferente a la conocida.
5) El análisis de Mensky muestra claramente que en dominios de medida con dimensión igual a la longitud de Planck la dispersión de los posibles resultados de medida se torna infinita. Cuando es mayor se pueden realizar medidas de curvatura con solamente el error debido al aparato de medida y cuando es menor no se pueden realizar medidas con sentido físico. Su teoría, por otro lado, parece adolecer de no poder realizar medidas dobles en diferentes regiones espacio-temporales y resultados similares a los suyos se pueden obtener más fácilmente considerando un posible cuerpo de prueba y el principio de indeterminación de la acción.
6) El tensor métrico aparece implícitamente en los símbolos de Christoffel, el tensor de Riemann y Weyl linealizado y la curvatura, poniendo esto justificación desde el punto de vista de la teoría de la medición a cualquiera de las teorías anteriores para el campo gravitatorio.
7) Se puede argumentar que para el campo gravitacional existe el límite $l > L = 4\sqrt{\pi}\ L_P$, así como en relatividad especial existe el límite $v < c$, y en mecánica cuántica $S > \hbar$. En longitudes de medida iguales o por debajo de la longitud de Planck las concepciones geométricas usadas pierden todo sentido físico.

BIBLIOGRAFÍA

Anderson, J. L. (1954): *Rev. Mex. Fís.*, 3, p. 166.

Bergmann, P. G. y Smith, G. J. (1982): *Gen. Rel. Grav.*, 14, p. 1131.

Bohr, N. y Rosenfeld, L. (1983a): *Quantum Theory and Measurement*, edited by J. A. Wheeler and W. H. Zurek, Princeton University Press, p. 479.

_____ (1983b): *Quantum Theory and Measurement*, edited by J. A. Wheeler and W. H. Zurek, Princeton University Press, p. 523.

Bronstein, M. P. (1936a): *Zhurnal Eksperimentalnoy i Teoreticheskoy Fisiki* 6, p. 195.

_____ (1936b): *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* 9, p. 140.

Chandrasekhar, S. (1998): *The Mathematical Theory of Black Holes*, Oxford University Press, p. 85.

Corinaldesi, E. (1953): *Il Nuovo Cimento*, Supp. Vol. X, serie IX, No. 2, p. 83.

Darrigol, O. (1991): *Rev. Hist. Sci.*, XLIV/2, p. 137.

DeWitt, B. (1962): *Gravitation: An Introduction to Current Research*, edited by L. Witten, John Wiley and Sons, NewYork and London, p. 266.

Einstein, A. (1916): *Kuniglich Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, Berlin, p. 688.

Heitler, W. (1984): *The Quantum Theory of Radiation*, third edition, Dover Publications, Inc., New York, p. 26, p. 76, p. 80, p. 123.

Kruskal, M. D. (1960): *Phys. Rev.*, 119, p. 1743.

Landau, L. y Lifschitz, E. (1966): *Teoría Clásica de los Campos*, Física Teórica, Vol. 2, Editorial Reverté S. A., p. 363, p. 374, p. 356, p. 382.

Landau, L. y Peierls, R. (1983): *Quantum Theory and Measurement*, edited by J. A. Wheeler and W. H. Zurek, Princeton University Press, p. 465.

Mensky, M. (1993): *Continuous Quantum Measurements and Path Integrals*, Institute of Physics, Bristol, Philadelphia, p. 110, p. 101.

_____ (1985): *Proceed. 3rd Sem. on Quant. Grav.*, Oct. 23-25, Moscow, U. S. S. R., edited by M. A. Markov, V. A. Berezin, V. P. Frolov, Singapore, World Scientific, p. 188.

Osborne, M. F. M. (1949): *Bull. Am. Phys. Soc.*, 24, 2 (Berkeley Meeting), Paper A–3.

Peres, A. y Rosen, N. (1960): *Phys. Review*, 118, p. 335.

Planck, M. (1899): *Kuniglich Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, Berlin, p. 440.

Pedraza, L. (2000a): *Ph. D. thesis*, Universidad del Valle, Facultad de Ciencias, Departamento de Física, p. 125.

_____ (2000b): *International Journal Physics Essays*, Vol. 13, No. 1, p. 132.

_____ (2003): *Revista Epiciclos*, Volumen 2, Número 1, p. 91.

_____ (2004): *A Completion of the Bohr and Rosenfeld's Seminal Article on the Problem of Measuring the Free Quantum Electromagnetic Field*, Quantum Information and Quantum Control Conference, Fields Institute and University of Toronto, Toronto, Canada, 19-23 July, 2004, en Internet: http://www.fields.utoronto.ca/programs/scientific/04-05/quantumIC/posters/index.html

_____ (2006): A Formal Pseudorealistic Measurement of Electromagnetic Field Uncertainty Relations, Ninth International Conference on Squeezed States and Uncertainty Relations, Centre National de la Recherche Scientifique, Besançon, France, May 2-6, 2005, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 20, Nos. 11-13, p. 1428.

_____ (2007): Geometric Factors in Electromagnetic Field Commutators and the Quantum Information Control of Vacuum Fluctuations, XXXVIII International Symposium on Mathematical Physics, Nicolaus Copernicus University, Toru , Poland, June 4-7, 2006, *International Journal Open Systems and Information Dynamics*, Vol. 14, No. 3, p. 319.

_____ (2008): *A Formal Pseudo Realistic Measurement of the Charge-Current Uncertainty Relations and the Quantum Information Control of Vacuum Fluctuations*, The 5th Canadian Quantum Information Students' Conference, University of Montreal, Montreal, Canada, June 16-20, 2008, en Internet: http://www.iro.umontreal.ca/labs/theorique/cqisc08/talks/

Stachel, J. (1999): *Conceptual Foundations of Quantum Field Theory*, T. Y. Cao (ed.), Cambridge University Press, p. 166.

Von Borzeszkowski, H. H. y Treder, H. J. (1982): *Found. Phys.*, 12, p. 1113.

Weinberg, S. (1972): *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons, p. 364.

PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA

ALBERT EINSTEIN Y LA FILOSOFÍA ACTUAL DE LA CIENCIA

Andrés Rivadulla[*]

La relación mutua entre epistemología y ciencia es curiosa. Dependen la una de la otra. La epistemología sin contacto con la ciencia es un proyecto vacío. La ciencia sin epistemología -en el caso que sea pensable- es primitiva y difusa.
A. Einstein[†]

Para que una teoría pueda ser considerada una teoría física sólo es necesario que implique enunciados empíricamente comprobables.
A. Einstein[‡]

Resumen

Uno de los físicos teóricos más importantes del siglo XX, Albert Einstein, cuya teoría de la relatividad revolucionó nuestra visión del cosmos, es también una de las personas que mayor influencia ejerció

* Profesor de la Universidad Complutense de Madrid.
Correo electrónico: arivadulla@filos.ucm.es

Trabajo realizado en el marco del grupo complutense de investigación *Filosofía del lenguaje, de la Naturaleza y de la ciencia*, Ref. 930174, y del proyecto de investigación sobre *Modelos teóricos en ciencia y racionalidad prágmática*, Ref. FFI2009-10249, financiado por el Ministerio de Ciencia e Investigación del Reino de España

† En Einstein (1949), p. 507.

‡ En Einstein (1949), p. 504.

en el desarrollo de la filosofía de la ciencia. Conceptos fundamentales de la metodología popperiana de la ciencia fueron anticipados por él: la posición antiinductivista, la noción de falsabilidad, y otras, amén de un planteamiento realista en ciencia, en mecánica cuántica en particular, que tanta tinta hizo correr no sólo entre filósofos sino tal vez, más aún, entre físicos teóricos. El objetivo de este artículo es presentar una por una sus aportaciones a la filosofía actual de la ciencia.

INTRODUCCIÓN

Que la mayoría de los grandes físicos del siglo XX han hecho importantes contribuciones a la filosofía de la ciencia es un hecho incontrovertible, aunque la filosofía profesional de la ciencia no siempre haya tenido suficientemente en cuenta sus aportaciones. Entre ellos destaca Albert Einstein (1879-1955), premio Nobel de física en 1921 por su explicación del efecto fotoeléctrico. Este fenómeno físico constituía un tema pendiente desde 1887, cuando fue descubierto por Wilhelm Hallwach y Heinrich Hertz, y cuestionaba el paradigma ondulatorio de la luz. No obstante la gran contribución de Einstein fue la teoría de la relatividad. Los *Annalen der Physik* de 1905 y 1916 ofrecieron sus páginas a esta teoría. Hace cinco años se conmemoró el primer centenario de la teoría de la relatividad, y el cincuenta aniversario de la muerte de Einstein. Ocasiones más que justificadas para que la filosofía iberoamericana de la ciencia le rinda un homenaje.

No es mi intención, empero, hacer especial hincapié en las contribuciones de Einstein a la física contemporánea, buena parte de las cuales he expuesto en Rivadulla (2003). La explicación teórica del movimiento browniano; la demostración de la equivalencia de masa y energía, básica y fundamental, para la física nuclear; su aportación a la teoría cuántica de la radiación a través de los 'coeficientes de Einstein'; su contribución a la mecánica estadística cuántica; su decisivo papel en la discusión de los fundamentos de la mecánica cuántica; por no hablar de su desarrollo de las teorías especial y general de la relatividad, así como de la cosmología teórica, son algunas de sus aportaciones fundamentales a la física teórica.

No menos importantes son sus contribuciones a la filosofía de la física, que he destacado en Rivadulla (2004), menciono seguidamente, y cuya justificación constituirá el núcleo principal de mi contribución: su posición realista en física; su oposición a la inducción como método científico; su contribución a la teoría de la explicación en lo que debería

ser llamado el *modelo Einstein-Popper-Hempel de explicación científica*; su reconocimiento de la exigencia de falsabilidad y del papel que las refutaciones juegan en ciencia; su contribución a la teoría de la racionalidad científica a través de su defensa de la existencia de casos límite en física, etc.

LA CONTRIBUCIÓN DE EINSTEIN A LA FÍSICA TEÓRICA DEL SIGLO XX

2005 fue declarado *Año Mundial de la Física*. Fue el año del centenario de la Teoría de la Relatividad, y conmemoraba el *annus mirabilis* de Albert Einstein (1879-1955), año de sus cinco trabajos publicados en *Annalen der Physik*, entre 1905 y 1906, todos ellos recogidos en español en John Stachel (2001), y buena parte de ellos en Einstein (2005). Estos artículos son:

- "Sobre un punto de vista heurístico acerca de la producción y transformación de la luz", Junio de 1905, en el que Einstein explicó el efecto fotoeléctrico, basándose en la hipótesis cuántica de Planck, y que le valió el Premio Nobel de Física en 1921;
- el segundo artículo llevaba por título "Sobre el movimiento, exigido por la teoría cinético-molecular del calor, de las partículas pequeñas suspendidas en líquidos en reposo", Julio de 1905, y explicaba el movimiento de partículas de polen suspendidas en una solución acuosa, observado originariamente por Robert Brown;
- el tercer artículo, titulado "Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento", Septiembre de 1905, planteaba las bases de la teoría especial de la relatividad: constancia universal de la velocidad de la luz en el espacio vacío, relatividad de longitudes y tiempos, ecuaciones de transformación de Lorentz, etc;
- el cuarto artículo, "Una nueva determinación de las dimensiones moleculares", Febrero de 1906, presentaba un nuevo método para la determinación del *número de Avogadro*, y contribuyó decisivamente al afianzamiento de la hipótesis de la estructura atómica y molecular de la materia;
- finalmente, el quinto artículo, "¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido de energía?", Noviembre de 1905, proclamaba que la masa de un cuerpo es una medida de su contenido de energía, y avanzaba en la construcción de la teoría especial de la relatividad que iniciara en el tercero.

Transcurridos diez años, Einstein concluiría su teoría general de la relatividad, cuya tesis fundamental afirma que la gravedad es una consecuencia de la geometría del espacio-tiempo producida por la presencia de cuerpos masivos. Esta teoría tenía implicaciones cosmológicas para Einstein: la hipótesis de un cosmos finito, condenado al colapso gravitatorio, sería completada con la existencia de una repulsión (término cosmológico) que debería evitar la catástrofe. Las aportaciones teórico-relativistas de Alexander Alexandrovich Friedmann y las observacionales de Edwin Hubble[1] obligaron a Einstein a renunciar a su hipótesis.

También trató, sin lograrlo, de reducir la mecánica cuántica a la geometría. Pero sentó las bases de una concepción unitaria de la física, tan cara a los filósofos de la ciencia del positivismo lógico y de la concepción heredada. Ello no le impidió realizar contribuciones fundamentales a la mecánica cuántica, en particular a la mecánica estadística cuántica de bosones -*mecánica estadística cuántica de Bose-Einstein*-, con frutos tan extraordinarios como la deducción matemática, es decir, la *explicación teórica*, de la *Ley de Radiación de Planck*[2].

Especial importancia adquieren en astrofísica los llamados *coeficientes de Einstein* que dan tanto la probabilidad por unidad de tiempo de que un átomo en un nivel de energía dado emita un fotón y pase a un nivel de energía inferior, como la probabilidad por unidad de tiempo de que un átomo sometido a un campo de radiación absorba un fotón y pase a un nivel de energía superior.

LA PRESENCIA DE EINSTEIN EN LA FILOSOFÍA ACTUAL DE LA CIENCIA

Si trascendentes, para el desarrollo de la física contemporánea, son sus contribuciones a la física teórica, no me parece menor su contribución a la filosofía actual de la ciencia.

Reconoce Einstein en su *Autobiografía*, p. 18, la importancia de Hume, de quien afirma que "vió claramente que determinados conceptos, el de causalidad por ejemplo, no pueden derivarse del material de la experiencia mediante métodos lógicos", y calificó Einstein de errónea la convicción kantiana de que ciertos conceptos son imprescindibles, "premisas necesarias de todo pensamiento, distinguiéndolos de los conceptos de origen empírico", y proponiendo por su parte que "Todos los conceptos, incluso

[1] *Cfr*. Rivadulla (2003), 158-159 y 230-244.

[2] *Cfr*. Rivadulla (2004), cap. 2.

los más próximos a la experiencia, son, desde el punto de vista lógico, supuestos libres, exactamente igual que el concepto de causalidad".

Mención especial le merece a Einstein el libro de Ernst Mach, *Historia de la Mecánica*, que en su época de estudiante ejerció sobre él una honda influencia. No obstante, su opinión sobre Mach como filósofo es más bien negativa (Einstein 1992, p. 25):

> La verdadera grandeza de Mach la veo yo en su incorruptible escepticismo e independencia; pero de joven también me impresionó mucho su postura epistemológica, que hoy me parece esencialmente insostenible. Pues Mach no colocó en su justa perspectiva la naturaleza esencialmente constructiva y especulativa de todo pensamiento y, en especial, del pensamiento científico.

Quizás por ello la influencia del positivismo de Mach en Einstein la interpreta Philip Frank (1949, p.176) meramente en el sentido de que para Einstein

> La 'verdad' de los principios generales descansa en última instancia en un control a través del experimento físico directo y la observación física. Einstein no cree, al contrario de los contemporáneos de Mach, que los principios fundamentales pueden ser controlados directamente o con ayuda de una cadena corta de consecuencias. Entre tanto resultó claro que el camino entre los principios y la observación es largo y difícil.

Sin embargo Hans Reichenbach (1949, p. 189) sitúa a Einstein próximo a las tendencias del empirismo lógico

> El físico que desea comprender el experimento de Michelson-Morley tiene que atenerse a una filosofía para la que el sentido de un enunciado pueda ser reducido a su verificabilidad. O sea, debe presuponer la teoría de la verificabilidad del conocimiento del significado,… Esta actitud positivista, o mejor dicho, empirista, determina la posición filosófica de Einstein.

Reichenbach se equivoca en su apreciación. Lo dicho no obsta para que aceptemos como posición filosófica característica de la filosofía de la ciencia de Einstein la segunda frase que incluimos en el lema de este trabajo, la cual podría ser plenamente suscrita por Karl Popper, simplemente interpretando en ella 'comprobables' como 'testables'.

La influencia de Einstein sobre el Círculo de Viena no se puede considerar muy importante. Es cierto que en su documento programático, *La Concepción Científica del Mundo*, sus autores le mencionan, junto a

otros, entre los físicos leídos y discutidos en relación con los temas de fundamentos, metas y métodos de la ciencia empírica, pero prácticamente se limitan a aseverar[3] que

> Las doctrinas del espacio absoluto y del tiempo absoluto han sido superadas por la teoría de la relatividad; espacio y tiempo ya no son contenedores absolutos, sino sólo dispositivos para la ordenación de los sucesos elementales.

Y no es menos cierto que en el libro seminal de Rudolf Carnap, *La Construcción Lógica del Mundo*, 1928, el nombre de Einstein brilla notoriamente por su ausencia. Por lo demás las referencias a Einstein en general entre los positivistas lógicos no dejan entrever que éste ejerciera una importante influencia sobre ellos. Como se puede comprobar en Ayer (1965), en cuya compilación de textos representativos de la filosofía neopositivista las referencias mínimamente serias a Einstein son escasísimas.

Mejor parado sale Einstein en el primer libro de Popper, escrito entre 1930 y 1933, y publicado por vez primera en 1979, *Los dos Problemas Fundamentales de la Epistemología*. En tres ocasiones, p. 10, p. 219 y pp. 427-428, Popper cita el texto siguiente de Einstein (1921): "En cuanto las proposiciones de las matemáticas se refieren a la realidad, no son seguras, y cuando son seguras no se refieren a la realidad", que Popper parafraseará, de forma bien conocida como: "En cuanto las proposiciones de una ciencia se refieren a la realidad tienen que ser falsables, y si no son falsables, no se refieren a la realidad". Y, aunque sin concretar el sentido de su cita Popper menciona, en p. 262, a la teoría especial de la relatividad como ejemplo de que "el desarrollo de las teorías físicas modernas muestra que las falsaciones de determinadas predicciones pueden destruir completos edificios teóricos." Finalmente, también apoya su actitud antiinductivista en Einstein, quien reconoce en una conferencia de 1918, reimpresa en *Mein Weltbild* de 1934, que no hay ningún camino lógico que conduzca de las observaciones a los principios fundamentales de la teoría.

No obstante, como vamos a constatar inmediatamente, la influencia de Einstein en los intersticios de la filosofía popperiana de la ciencia parece mayor que lo que estas escasas referencias al físico dejan entrever. Que toda referencia a Popper en la edición de Arthur Schilpp sobre Einstein brille por su ausencia no puede extrañarnos. Esta obra es diez años anterior a la edición inglesa de Popper de su *Lógica de la Investigación Científica* que,

[3] *Cfr*. Carnap, Hahn y Neurath (1929), p. 23.

como es sabido, es de 1959. Así, en el artículo de Andrew Paul Ushenko (1949) la investigada influencia de Einstein se ejerce forzosamente sobre la filosofía prepopperiana de la ciencia, pero tampoco alcanza al Círculo de Viena.

El realismo científico

El realismo científico en el caso de Einstein toma la forma de un *realismo local* como posición filosófica opuesta a la interpretación típica de la mecánica cuántica. Para caracterizar su concepción *realista* de la ciencia básica basta citar a Einstein (1992, p.77), donde afirma que "La física es un esfuerzo por aprehender conceptualmente la realidad como algo que se considera independiente de ser percibido".

Y en el primer párrafo de su famoso artículo "¿Puede ser considerada completa la descripción mecánico-cuántica de la realidad?", Einstein, Podolsky y Rosen (1935), sostienen el punto de vista *realista* de que

> Una consideración seria de la teoría física debe tomar en cuenta la distinción entre la realidad objetiva, que es independiente de toda teoría, y los conceptos físicos con que la teoría opera. Se entiende que estos conceptos corresponden a la realidad objetiva, y por medio de ellos nos imaginamos esta realidad.

Es ampliamente conocido que en su artículo mencionado de 1935 Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen argumentan en favor del carácter esencialmente *incompleto* de la descripción mecánico-cuántica de la realidad. Esta discusión ayuda a ilustrar el *realismo científico* de Einstein. En efecto, para EPR (1935, p.777), la condición de completud consiste en que "Todo elemento de la realidad física debe tener una contrapartida en la teoría física".

Donde por *elemento de realidad física* EPR (*Ibíd.*) entienden: "Si, sin perturbar de ninguna forma un sistema, podemos predecir el valor de una magnitud física con certeza (e. d. con probabilidad 1), entonces existe un elemento de realidad física correspondiente a esta magnitud física".

Andrew Whitaker (1966, p. 224) interpreta esta situación del modo siguiente:

> En el caso de la teoría cuántica, todo realista clásico debe concluir inevitablemente que, en su estado presente, la teoría es incompleta. Ella no permite valores precisos para todos los observables -posición y momento, por ejemplo. El realista clásico cree que tales valores tienen que existir 'en la realidad física', pero como no tienen 'contrapartida en la teoría', de aquí se desprende la afirmación de incompletud.

Y el propio Whitaker (1966, p. 226), explica que, como por el postulado de *localidad* -supuesto de la teoría de la relatividad sobre la inexistencia de acciones *instantáneas* a distancia- las mediciones realizadas en la partícula *1* no pueden afectar a la partícula *2*, entonces ésta debía poseer un valor preciso de su posición y momento *antes de* las mediciones llevadas a cabo en *1*. O sea, "Ambos son pues, elementos de realidad física. Pero como la teoría cuántica no permite valores para ambos, tiene que ser *incompleta*".

El antiinductivismo. La vigencia del método hipotético-deductivo

Para Einstein (1917, pp. 108-109, Apéndice 3),

> Bajo una óptica epistemológica esquemática, el proceso de crecimiento de una ciencia experimental aparece como un continuo proceso de inducción. Las teorías emergen como resúmenes de una cantidad grande de experiencias individuales en leyes empíricas, a partir de las cuales se determinan por comparación las leyes generales. Desde este punto de vista, la evolución de la ciencia parece análoga a una obra de catalogación o a un producto de mera experiencia.
> Esta concepción, sin embargo, no agota en modo alguno el verdadero proceso, pues pasa por alto el importante papel que desempeñan la intuición y el pensamiento deductivo en el desarrollo de la ciencia exacta. En efecto, tan pronto como una ciencia sobrepasa el estadio más primitivo, los progresos teóricos no nacen ya de una simple actividad ordenadora. El investigador, animado por los hechos experimentales, construye más bien un sistema conceptual que se apoya lógicamente en un número por lo general pequeño de supuestos básicos que se denominan axiomas. A un sistema conceptual semejante lo llamamos teoría.

Básicamente esta idea la reitera Einstein (1918, p. 201), para quien

> La tarea fundamental del físico consiste en llegar hasta esas leyes elementales y universales que permiten construir el cosmos mediante pura deducción. No hay un camino lógico hacia esas leyes: solo la intuición, fundamentada en una comprensión de la experiencia, puede llevarnos a ellas.

Y también en Einstein (1934, 253) afirma que el gran objetivo de la ciencia

> Consiste en abarcar por deducción lógica el mayor número posible de hechos empíricos a partir del menor número de hipótesis o axiomas (…) En su búsqueda de una teoría, el científico teórico se ve compelido a guiarse, en grado creciente, por consideraciones puramente matemáticas, formales, porque la experiencia física del experimentador no puede

> conducirle hasta las más elevadas regiones de la abstracción. Los métodos predominantemente inductivos, apropiados para una etapa temprana de la ciencia, están dejando paso libre al tanteo deductivo. Una estructura teórica de este tipo necesita haber tenido una profunda elaboración antes de estar en condiciones de conducirnos a conclusiones que puedan ser comparadas con la experiencia. También en este caso el hecho observado es el árbitro supremo, aunque no podrá pronunciar sentencia hasta tanto no se haya construido un puente de intensa y sostenida actividad pensante para atravesar la amplia brecha que separa los axiomas de sus consecuencias verificables. El teórico habrá de emprender esta tarea hercúlea con la plena convicción de que sus esfuerzos solo pueden estar destinados a asestar un golpe de muerte a su propia teoría.

En Einstein (1936, p. 276) insiste en que

> No existe un método inductivo que nos conduzca a los conceptos fundamentales de la física. La imposibilidad de comprender este hecho constituyó la base del error filosófico de muchos investigadores del siglo pasado (…) El pensamiento lógico es necesariamente deductivo; se basa en conceptos hipotéticos y en axiomas. ¿Cómo seleccionar éstos, con la esperanza de que se confirmen las consecuencias que de ellos se derivan?

Finalmente, en su *Autobiografía* (1992), Einstein afirma haber aprendido de la teoría de la gravitación que

> Una colección de hechos empíricos, por muy abundante que sea, no puede conducir al establecimiento de ecuaciones tan complicadas. Una teoría puede contrastarse con la experiencia, pero no hay ningún camino de la experiencia a la construcción de una teoría.

La noción de explicación teórica. Un adelanto del modelo de explicación de Popper-Hempel

Respecto a la tarea del teórico, la búsqueda de explicaciones, se expresa Albert Einstein (1914, pp. 196-197. Las cursivas son mías) del modo siguiente:

> El método del teórico significa partir de la base de postulados generales o 'principios' para deducir de ellos conclusiones. O sea que el trabajo se divide en dos partes. En primer lugar, ha de descubrir sus principios y después tendrá que extraer las conclusiones que se desprendan de ellos. Para esta segunda tarea, el físico ha recibido una excelente formación en la universidad. Por lo tanto, si el primer estudio de los problemas ya está resuelto para cierto campo o para cierto conjunto de fenómenos correlacionados, este científico puede estar seguro de su éxito, siempre

> y cuando su inteligencia y su capacidad de trabajo sean adecuadas. La primera de estas tareas, es decir la de establecer los principios que deberán servir como punto de partida de sus deducciones, tiene una naturaleza muy especial. En este caso no existe un método que pueda aprenderse y aplicarse sistemáticamente para llegar al objetivo previsto[4]. El científico debe extraer esos principios con habilidad de la naturaleza, percibiendo a partir de amplios conjuntos de hechos empíricos, ciertos rasgos generales que le permitan una formulación precisa.
> Una vez cumplida con éxito esa formulación, una deducción seguirá a otra deducción y así, a menudo, se revelarán relaciones imprevistas, que se extienden mucho más allá del ámbito de la realidad que brindaran los principios iniciales. *Pero en tanto no se descubran los principios que sirven de base para extraer deducciones, el hecho empírico individual no tiene valor para el teórico*, quien en rigor tampoco puede hacer nada con leyes generales aisladas descubiertas empíricamente. El físico teórico se hallará impotente frente a unos resultados inconexos, ofrecidos por la investigación empírica, hasta que no se le hayan revelado los principios que le servirán como base para el razonamiento deductivo.

Esta idea, *leyes aisladas que esperan a ser explicadas*, la expresa también Einstein en (1927, p. 227. Las cursivas son mías):

> La finalidad de Newton estribaba en responder a esta pregunta: ¿Existe alguna regla simple por la que sea posible calcular por completo los movimientos de los cuerpos celestes en nuestro sistema planetario, si se conoce, en un determinado momento, su estado dinámico? *Newton solo tenía ante sí las leyes empíricas de Kepler sobre el movimiento planetario, deducidas de las observaciones de Tycho Brahe y esas leyes exigían explicación* […] Es bien cierto que estas leyes brindaron una respuesta completa a la pregunta de *cómo* se mueven los planetas en torno al Sol: la forma elíptica de la órbita, la igualdad de las áreas recorridas por los radios en tiempos iguales, la relación entre los semi-ejes mayores y los periodos de revolución. *Pero estas normas no aportan una explicación causal. Son tres reglas lógicamente independientes que no revelan ninguna conexión interna entre sí.*

El requisito metodológico de falsabilidad

Einstein (1917, §14) concebía la falsabilidad como un requisito fundamental de cientificidad. La teoría de la relatividad exige que las leyes generales de la Naturaleza sean invariantes en una transformación de Lorentz: "Si se encontrara una ley general de la Naturaleza que no cumpliera esa condición, quedaría refutado por lo menos uno de los dos

[4] En particular, no existe ningún método inductivo que pueda llevar a los conceptos y leyes fundamentales de la física. Esto es lo que sin lugar a dudas tiene *in mente* Einstein.

supuestos fundamentales de la teoría".

Sobre la refutabilidad de la teoría de la relatividad afirma Einstein (1919, pág. 206):

> El atractivo fundamental de la teoría radica en el hecho de que es completa desde un punto de vista lógico. Si una sola de las conclusiones que se extraigan de ella resulta ser errada, tendremos que abandonarla, pues modificarla sin destruir toda su estructura parece ser imposible.

Ejemplos concretos de la exigencia de falsabilidad por Einstein lo encontramos en casos numerosos. Así, Einstein (1917, p. 67. Las cursivas son mías), tras afirmar que los rayos de luz se curvan en el seno de campos gravitatorios, asevera:

> Aun cuando una reflexión detenida demuestra que la curvatura que predice la teoría de la relatividad general para los rayos luminosos es ínfima en el caso de los campos gravitatorios que nos brinda la experiencia, tiene que ascender a 1,7 segundos de arco para rayos de luz que pasan por las inmediaciones del Sol. Este efecto debería traducirse en el hecho de que las estrellas fijas situadas en las cercanías del Sol, y que son observables durante eclipses solares totales, aparezcan alejadas de él en esa cantidad, comparado con la posición que ocupan para nosotros en el cielo cuando el Sol se halla en otro lugar de la bóveda celeste. *La comprobación de la verdad o falsedad de este resultado es una tarea de la máxima importancia, cuya solución es de esperar que nos la den muy pronto los astrónomos*.

Finalmente, tras considerar explicados por la teoría general de la relatividad tanto la curvatura de la luz en el campo gravitatorio del Sol como el avance considerado hasta entonces *anómalo* del perihelio del planeta Mercurio, fenómenos "frente a los cuales fracasa la Mecánica clásica", Einstein (1917, p. 91) concluye:

> Al margen de esto, sólo se ha podido extraer de la teoría otra consecuencia accesible a la contrastación experimental, y es un corrimiento espectral de la luz que nos envían las grandes estrellas respecto a la luz generada de manera equivalente (es decir, por la misma clase de moléculas) en la Tierra. No me cabe ninguna duda de que también esta consecuencia de la teoría hallará pronto confirmación[5].

[5] Al respecto, puede consultarse Rivadulla (2003), Cap. V, Apéndice.

No le faltaba razón pues a Popper cuando afirmaba que Einstein está en la raíz de su propia defensa de la actitud crítica como norma en la metodología de la ciencia.

La noción de reducción interteórica por paso al límite

Que el sino más hermoso de una teoría física es el de señalar el camino para el establecimiento de otra teoría más amplia, en cuyo seno perviva como caso límite, es una de las ideas filosóficas más interesantes de Albert Einstein (1917, p.69). En particular, Einstein, *op. cit.*, p. 90, sostiene que la mecánica newtoniana constituye un caso límite de la teoría de la relatividad:

> Si se particularizan las ecuaciones de la teoría general de la relatividad al caso de que los campos gravitatorios sean débiles y de que todas las masas se muevan respecto al sistema de coordenadas con velocidades pequeñas comparadas con la de la luz, entonces se obtiene la teoría de Newton como primera aproximación; así pues, esta teoría resulta aquí sin necesidad de sentar ninguna hipótesis especial, mientras que Newton tuvo que introducir como hipótesis la fuerza de atracción inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre los puntos materiales que interactúan.

Precisamente la existencia de casos límite en física es una constante en la teoría de la ciencia de Popper ya desde (1935, §79), con la consiguiente repercusión metodológica de que las teorías superadas conservan su capacidad de aplicación, como aproximaciones a las teorías nuevas, en dominios restringidos. Esta tesis, que Popper reitera a lo largo de su obra, es tan importante para él que le lleva a bordear el abandono de su realismo científico (Popper 1982, pp. 29-30. Las cursivas son mías):

> Lo decisivo de la teoría de Newton, desde mi punto de vista, es haber mostrado que la teoría de Newton -que ha sido la teoría más exitosa jamás propuesta- *puede* ser sustituida por una teoría alternativa de mayor alcance, y que está relacionada con la de Newton de tal forma que todo éxito de la teoría newtoniana es también un éxito de esta teoría (...) Pues bien: *para mí esta situación lógica es más importante que la cuestión acerca de cuál de las dos teorías constituye de hecho la mejor aproximación a la verdad*.

Popper acepta pues que, para dar cuenta del desarrollo científico, hay algo aún más importante que la proximidad a la verdad de las teorías competidoras, a saber: la constatación de que una teoría constituye matemáticamente un caso límite de otra, con lo que la opción a favor de

esta otra es claramente racional. Ahora bien, la verdad deja entonces de jugar un papel preponderante en ciencia, pues para la relación matemática de derivabilidad entre teorías, la verdad es irrelevante.

El uso de la preducción por Albert Einstein en la metodología de la física teórica

Desde que la filosofía de la ciencia quedó instituida como una disciplina académica, la metodología científica ha venido siendo concebida, a grandes rasgos, como aquella parte de la materia que prácticamente venía a identificarse con la misma, con la particularidad de que lo único que no la concernía eran las cuestiones epistemológicas. Una de las cuestiones más importantes de la metodología de la ciencia era, y sigue siendo, el análisis de las relaciones teoría-experiencia. Este tipo de relación se entendía prácticamente de modo unidireccional, a saber: de la teoría hacia la experiencia, en el sentido de contrastación empírica de la teoría, lo que proporcionaba o bien la confirmación, que en el caso de los lógicos inductivos tomaba la forma de una evaluación probabilista de la teoría, o bien la mera corroboración o, en caso negativo, la refutación de la teoría, en el caso de los deductivistas popperianos. Esta misma dirección se mantenía también en las concepciones semánticas de las teorías, donde los modelos son modelos de teorías.

El caso es que tanto si la forma de razonamiento, usado en los casos de contrastación empírica, era una lógica de la implicación parcial (lógica inductiva) o una lógica deductiva sensu stricto, estaba asumido que el uso del razonamiento deductivo se agotaba en los procesos de contrastación empírica –tests deductivos de hipótesis–, o también en los procesos de explicaciones teóricas (Rivadulla 2004, capítulo II), además de, naturalmente, en las teorías axiomatizadas. Dicho brevemente, nadie imaginó que el razonamiento deductivo pudiera ser usado en poco más que el *contexto de justificación*.

La razón bien podría estar en que los procedimientos de descubrimiento científico, entre los que destacaba la inducción aristotélica entendida como una forma inferencial conservadora de la verdad y ampliadora del contenido, no producían resultados fiables: las conclusiones de toda inferencia o generalización inductiva pueden ser falsos. Es decir, la inducción no proporcionaba procedimientos fiables para la introducción de ideas nuevas en ciencia. El anatema lanzado por Popper contra toda forma de inferencia ampliativa, incluida la inducción probabilista, y su rechazo en metodología de la ciencia de los procedimientos de descubrimiento científico, debió contribuir de modo importante a que otras inferencias

ampliativas, como p. e. la abducción, fuese ampliamente ignorada hasta muy recientemente por los filósofos académicos de la ciencia. Además, otras formas de la creatividad científica, como p. e. la analogía o la chiripa (la serendipia) apenas fueron objeto de una curiosidad poco más que anecdótica. Pero sobre todo se pasó ampliamente por alto la capacidad del razonamiento deductivo para anticipar ideas nuevas en ciencia, por tanto su uso en el *contexto de descubrimiento*. A la implementación del razonamiento deductivo en el contexto de descubrimiento científico le doy el nombre de *preducción.*

Así, toda recuperación para la metodología de la ciencia del tema de (la lógica) del descubrimiento, que nunca debió de ser dejado de lado por los filósofos de la ciencia, quienes debieron continuar la tradición al respecto de los filósofos del siglo XIX, debe concluir en un renovado interés por la *inducción*, por la *abducción*, a las que habría que añadir la *preducción* (Rivadulla 2008).

Al filósofo de la ciencia le incumbe a veces una tarea puramente empírica: la describir cómo procede la ciencia real. Es bien conocida la entronización por Newton de la *inducción* como inferencia para la postulación de leyes de la física. Es también incuestionable que las ciencias observacionales de la Naturaleza se sirven de la *abducción* como inferencia para la propuesta de hipótesis acerca de los datos empíricos disponibles. Y es un hecho que la física teórica se sirve de la *preducción*, aunque desde luego no sólo de ella, como forma inferencial para la anticipación de hipótesis fácticas, modelos teóricos y leyes.

Precisamente Einstein es uno de los físicos que se puede poner como ejemplo por su utilización de la preducción para la introducción de hipótesis en física. De hecho él ofrece una de las muestras más sencillas, pero a la vez de las más fértiles, de preducción en la historia de la física contemporánea. Combinando dos resultados distintos de teorías diferentes: $E = cp$, de la teoría especial de la relatividad, que da la energía de una partícula sin masa, y $E = h\nu$, de la física cuántica de Planck, que la da energía de un fotón, concluye deductivamente, i. e. *preductivamente*, las fórmulas $p = h/\lambda$ y $\lambda = h/p$ que ponen de manifiesto la naturaleza dual, corpuscular y ondulatoria, de la radiación.

Éste es un ejemplo paradigmático de *preducción* pues indica el camino de cómo muchas ideas nuevas se pueden anticipar en ciencia *more deductivo*. ¿Por qué entonces introducir un término nuevo, *preducción*, para referirnos a una forma de *inferencia anticipativa*, cuando en lo que esta forma de razonamiento consiste es en una implementación del método hipotético-

deductivo? La razón es análoga a la de por qué introducir un término nuevo, *abducción*, cuando ya había uno, *inducción*, que representaba el paradigma de *inferencia ampliativa*. Se trata de una cuestión de énfasis: Así como la *abducción* es concebida por Charles Peirce como forma por medio de la cual se introducen nuevas ideas en ciencia, la especificidad de la *preducción* reside en que consiste en un uso o aplicación o implementación del razonamiento deductivo en el contexto de descubrimiento científico. Un uso en el que los filósofos de la ciencia hasta ahora no han caído en cuenta.

Einstein no es no obstante el primer físico que se sirve de la preducción. Planck, por ejemplo, ya lo había hecho antes (Rivadulla 2008 § 6.1) para la deducción de su *ley de radiación del cuerpo negro*, y, en general es una práctica corriente de la física teórica en cualquiera de sus especialidades.

CONCLUSIONES

Pocos físicos teóricos de la talla de Albert Einstein han estado tan próximos, como él, al quehacer y desarrollo de la filosofía de la ciencia. Pocos como él merecieron ser reconocidos como filósofo-científico. Dejó su huella en epistemología, por su defensa de una concepción realista de la ciencia. Y en metodología, por su insistencia en el carácter deductivo de la física teórica. Su señalamiento de la existencia de casos límite, con tan importantes repercusiones para la racionalidad del desarrollo científico en física, que pone en serios apuros tesis posteriores como la de inconmensurabilidad. Su insistencia en la falsabilidad como criterio de demarcación científico, tan calurosamente acogida por Popper, y en general por la práctica científica. Su defensa de un concepto de explicación teórica en física, que adelanta el modelo nomológico deductivo de Popper-Hempel. Y finalmente su aplicación espontánea de la preducción para la anticipación de ideas nuevas en ciencia, le hacen merecedor de ser considerado entre los mejores filósofos de la ciencia del siglo pasado, muchas de cuyas huellas aún quedan por explorar.

BIBLIOGRAFÍA

Ayer, A. J. (1965): *El Positivismo Lógico*, Fondo de Cultura Económica, México-Buenos Aires

Carnap, R., H. Hahn und O. Neurath (1929), *Wissenschaftliche Weltauffassung – Der Wiener Kreis*. Reimpreso en H. Schleichert (ed.), *Logischer Empirismus – der Wiener Kreis*, Wilhelm Fink

Verlag, München 1975. Traducción española de Pablo Lorenzano en *Redes. Revista de estudios sociales de la ciencia*, Vol. 9, nº 18, 2002, 105-149.

Einstein, A. (1914): "Principios de física teórica", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones,* Bon Ton, Barcelona, 2000.

_____ (1917): *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, Braunschweig. Versión española, *Sobre la teoría de la relatividad especial y general*, Alianza Editorial, Madrid 1994.

_____ (1918): "Principios de investigación", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones*, Bon Ton, Barcelona 2000.

_____ (1919): "Qué es la teoría de la relatividad?", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones*, 2000.

_____ (1921): "Geometría y experiencia", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones*, 2000.

_____ (1927): "La mecánica de Newton y su influencia en el desarrollo de la física teórica", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones*, 2000.

_____ (1934): "El problema del espacio, el éter y el campo, en la física", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones*, 2000.

_____ (1936): "Física y realidad", en A. Einstein, *Mis ideas y opiniones*, 2000.

_____ (1949): "Observaciones sobre los trabajos reunidos en este volumen", en A. Schilpp (1949).

_____ (1992): *Notas Autobiográficas*, Alianza Editorial, Madrid.

_____ (2005): *Obra esencial*. Edición a cargo de José Manuel Sánchez Ron. Editorial Crítica, Barcelona

Einstein, A.; Podolsky, B.; y Rosen, N. (1935): "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?", *Physical Review*, vol. 47, May 1935, 777-780. Versión española en Einstein (2005)

Frank, P. (1949): "Einstein, Mach und der logische Positivismus", en A, Schilpp (1949).

Popper, K. (1979): *Die beiden Grundprobleme der Erkenntnistheorie*. J. C. B. Mohr, Tübingen 1979. Edited by Troels Eggers Hansen on the basis of manuscripts from the years 1930-1933. Versión española, *Los dos problemas fundamentales de la epistemología*, Ed. Tecnos, Madrid.

Popper, K. R. (1982): "On a realistic and commonsense interpretation of Quantum theory", en K. R. Popper, *Quantum Theory and the Schism in Physics*, Hutchinson, London.

Reichenbach, H. (1949): "Die philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie", en A, Schilpp (1949)

Rivadulla, A. (2003): *Revoluciones en Física*, Editorial Trotta, Madrid.

_____ (2004): *Éxito, Razón y Cambio en Física*, Editorial Trotta, Madrid.

_____ (2008): "Discovery Practices in Natural Sciences: From Analogy to Prediction", *Revista de Filosofía* Vol. 33 Núm 1: 117-137.

Schilpp, A. (ed.) (1949): *Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher*, W. Kohlhammer Verlag, Stuttgart.

Stachel, J. (ed.) (2001): *Einstein 1905: un año milagroso*, Ed. Crítica, Drakontos Clásicos, Barcelona.

Ushenko, A. P. (1949): "Einsteins Einfluss auf die heutige Philosophie", en A. Schilpp (1949).

Whitaker, A. (1966): *Einstein, Bohr and the Quantum Dilemma,* Cambridge Univ. Pr, Cambridge.

PÁGINA EN BLANCO
EN LA EDICIÓN IMPRESA

LA PERSPECTIVA RELATIVISTA DEL MUNDO FÍSICO EN EL SIGLO XVIII. LOS APORTES DE L. EULER

Ángel E. Romero[*]

Resumen

Bien que muchos análisis histórico-epistemológicos coinciden en afirmar que la perspectiva relativista del mundo físico comenzó a partir de la segunda mitad del siglo XIX, en las últimas décadas han surgido estudios que, reconsiderando las cuestiones centrales que orientan el desarrollo y las contribuciones de la ciencia de la mecánica durante el siglo XVIII, han contribuido a constatar que algunos de los pensadores representativos de esta época tenían ya fuertes preocupaciones epistemológicas relativas tanto a la organización de la experiencia sensible, como al grado de validez y certeza de nuestro conocimiento, característicos del pensamiento relativista de la segunda mitad del siglo XIX.

Uno de tales pensadores fue Leonhard Euler (1707-1783). Euler es bien conocido por su obra en las ciencias físico-matemáticas. Sin embargo, es muy poco conocido como físico y, sobre todo, como pensador comprometido en las reflexiones epistemológicas relativas al establecimiento de los fundamentos de la mecánica. A través de algunos

* Profesor de la Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín (Colombia). Grupo de Estudios Culturales sobre las Ciencias y su Enseñanza –EccE.

Correo electrónico: angel.romero.ch@gmail.com

análisis de sus planteamientos, se presentan en este texto ciertos de sus aportes al establecimiento y fundamentación de lo que podría llamarse la perspectiva relativista del mundo físico. Se presenta, en particular, el carácter representativo de sus conceptos de espacio y tiempo (asumidos como condiciones de posibilidad de los principios de la mecánica), su concepción sobre la relatividad del movimiento y los sistemas de referencia y su propuesta de modificación de las nociones de lo absoluto y lo relativo a favor de una significación en términos de principios internos y externos de los sistemas.

INTRODUCCIÓN

La mayor parte de los estudios históricos de la mecánica coinciden en afirmar que la perspectiva relativista de la física comenzó a partir de la segunda mitad del siglo XIX, cuando surgió una generación de pensadores que cuestionó las concepciones newtonianas de espacio, tiempo y movimiento absolutos y estableció las bases de una nueva perspectiva de mundo físico al proponer, alternativamente, una versión relacional de tales conceptos fundamentales.

Estas consideraciones son subsidiarias de una particular imagen de la historia de la mecánica. Según tal imagen, los fundamentos y principales conceptos de lo que hoy llamamos mecánica racional fueron constituidos con las obras de Galileo, Huygens y, principalmente, Newton en el siglo XVII. Los desarrollos del siglo XVIII, por su parte, fueron dirigidos hacia la extensión del campo de aplicación de dichos conceptos y su organización en principios generales, siendo Lagrange quien dio a esta ciencia el grado de formalización con la que hoy la conocemos. Complementariamente, los cuestionamientos y las versiones alternativas de tales perspectivas surgieron sólo a fines del siglo XIX, siendo E. Mach con su obra *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung Historisch-Kritisch Dargestellt*[1] (1883) uno de sus precursores. La influencia de las concepciones machianas sobre el trabajo de Einstein en su Teoría Especial y General de la Relatividad a comienzos del siglo XX ha sido, por lo demás, ampliamente discutida[2].

Basados en esta imagen, la mayoría de los estudios sobre la mecánica han conducido a caracterizar el siglo XVIII como un simple puente entre

[1] Las referencias posteriores a esta obra son tomadas de la 6ª edición de la versión inglesa *The science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Developmet*, (1960), McCormack, T.J. (Trad.).

[2] Ver por ejemplo Cala, F. (2006).

los siglos XVIII y XIX; como un siglo que separa dos fructíferos periodos en el desarrollo de la física, pero en sí mismo sin aportes substanciales a los fundamentos de esta ciencia.

No obstante, en las últimas décadas han surgido análisis históricos y epistemológicos de la mecánica que, reconsiderando las cuestiones centrales que orientan el desarrollo y las contribuciones de esta ciencia durante el siglo XVIII, no sólo han permitido identificar pensadores representativos sino que han contribuido ha constatar que tales pensadores tenían también fuertes preocupaciones epistemológicas, relativas tanto a la organización de la experiencia sensible como al grado de validez y certeza de nuestro conocimiento, característicos del pensamiento físico desde la segunda mitad del siglo XIX[3].

Algunos de estos análisis han coincidido en identificar a Leonhard Euler (1707-1783) como uno de tales pensadores. Como estos mismos estudios resaltan, Euler es bien conocido por su obra en matemáticas y en las ciencias físico-matemáticas[4]. Sin embargo, es poco conocido como físico y, sobre todo, como pensador fuertemente comprometido en las reflexiones epistemológicas relativas al establecimiento de los fundamentos de la mecánica. En los parágrafos siguientes, se presentarán algunos de los aportes de Euler al establecimiento y fundamentación de lo que podría llamarse la perspectiva relativista del mundo físico.

El carácter representativo de los conceptos de espacio y tiempo

La concepción euleriana del espacio, el tiempo y el movimiento como conceptos fundamentales de la mecánica está estrechamente relacionada con la significación atribuida al principio de inercia. Es en la *Mechanica sive motus scientia anatytice exposita* (1736), su primer obra extensa donde aborda los problemas de la mecánica y considerada como la siguiente obra importante en mecánica después de los *Principia* (1687) de Newton y de la *Phoronomia* (1716) de Hermann[5], donde Euler presenta sus primeras organizaciones de la mecánica, concebida como la ciencia que estudia el movimiento, su generación y su alteración. En ella Euler comienza a plantear su concepción

[3] Romero, A. (2007a y 2007b).

[4] Las investigaciones de Euler concernieron casi todos los dominios de la ciencia de su época. En matemáticas, Euler contribuyó a los campos del análisis, la teoría de números, las ecuaciones diferenciales, el cálculo de variaciones, la geometría, etc. Ver a este respecto: Truesdell, C. (1954), (1960) & (1968).

[5] Hankins, T. (1970), p.163.

acerca de estos conceptos y a hacer explícito su enfoque metodológico para abordar los problemas relativos a su certeza y validez. El capítulo 1 del primer tomo, *De motu in genere,* abre con las definiciones de las nociones básicas de movimiento y lugar:

> Definición 1. El movimiento es el transporte de un cuerpo del lugar que ocupaba hacia otro. Contrariamente el reposo es el hecho por el cual el cuerpo permanece en el mismo lugar. [...]
> Definición 2. El lugar es una parte del espacio inmenso o infinito en el que se encuentra el universo. El lugar tomado en este sentido es habitualmente llamado absoluto a fin de ser distinguido del lugar relativo [...]
> Definición 3. El movimiento relativo es un cambio de situación con relación a un cierto espacio tomado arbitrariamente. El reposo relativo es el hecho de permanecer en la misma situación con relación al mismo espacio[6].

Según Euler, las ideas de movimiento y reposo no pueden adjudicarse sino a las cosas que ocupan un lugar, es decir a los cuerpos, de manera que "ningún cuerpo puede existir que no esté ni en movimiento ni en reposo"[7]. Sin duda Euler retoma, a este respecto, la tradición newtoniana no solo al concebir el cuerpo como esencialmente diferente del espacio y al adjudicarle, en virtud de esta diferencia, la propiedad de movilidad sino, además, al enfatizar en la distinción entre los conceptos de espacio y movimiento verdaderos y absolutos de los correspondientes conceptos relativos.

Recordemos que Newton propone distinguir los cuerpos del espacio, en contra de Descartes quien concebía los cuerpos como teniendo esencialmente la propiedad de extensión espacial y, como consecuencia de ello, identificándolos con la idea misma de espacio. Según Newton, el origen de la dificultad de la concepción cartesiana de movimiento reside precisamente en haber identificado la idea de cuerpo con la idea de espacio, y para superarla propone considerar la movilidad y la impenetrabilidad como propiedades esenciales de los cuerpos. Es en este sentido que en *De gravitatione* (1684-5) Newton define los cuerpos como "lo que llena el lugar", y se refiere a ellos como "cantidades determinadas de extensión" que tienen como propiedades la movilidad y la impenetrabilidad[8].

Adicionalmente, como es bien conocido, para Newton el espacio y el tiempo absolutos son conceptos matemáticos y, en consecuencia,

[6] Euler, L. (1736). Todas las citas de la *Mechanica* (1736) fueron extraídas de la traducción inédita en lengua francesa hecha por Firode, A. (2006).

[7] *Ibídem*, §3. Colorario 2 a la definición 1.

[8] Ver a este respecto Simonsen, K. (2003).

verdaderos. Estos conceptos absolutos son *entes* reales, que existen por ellos mismos en el sentido que son anteriores a la materia y, por tanto, independientemente de todo sujeto y de todo cuerpo. De hecho, son definidos "sin relación a las cosas externas", y la intervención de los sentidos para su eventual medida crea las nociones relativas correspondientes, que tienen sólo una certeza relativa, limitada y condicional.

Es precisamente esta concepción de espacio y tiempo absolutos como entidades reales e independientes de los cuerpos y sus cambios, la que vendría a criticar fuertemente Mach por ser concepciones metafísicas a las que habría de abolir de la ciencia:

Y no menos injustificado está el hablar de un "tiempo absoluto" *–de un tiempo independiente de* todo cambio. Este tiempo absoluto no se puede medir por comparación con ningún movimiento; por ende, está desprovisto tanto de valor práctico como científico, y nadie tiene razones para decir que sabe algo de él. Se trata de una concepción metafísica ociosa […][9].

Luego de enunciar sus dos primeras definiciones Euler señala la dificultad que tenemos de percibir en la *experiencia* un tal espacio absoluto y justifica el uso de los conceptos relativos:

> Escolio 1. Y estas son las definiciones verdaderas y naturales de estos términos, pues ellas son en efecto apropiadas a las leyes del movimiento que serán explicadas a continuación. Como no podemos formarnos ninguna idea certera de este espacio inmenso y de sus límites de los cuales se hace mención en las definiciones dadas, en lugar de ellos estamos acostumbrados a considerar un espacio finito y límites corporales a partir de los cuales juzgamos el movimiento y reposo de los cuerpos. Así, tenemos la costumbre de decir que un cuerpo que conserva la misma situación con relación a sus límites está en reposo y que aquel que cambia de situación con relación a ellos se mueve[10].

Como se evidencia a partir de tales definiciones y comentarios, la concepción euleriana de movimiento (absoluto) está estrechamente relacionada con su concepción de espacio y de tiempo. Pero, no obstante la influencia newtoniana, para Euler el papel que desempeñan estos conceptos en su imagen del mundo físico es mas "neutro" a consideraciones metafísicas de lo que fuera para Newton: al enfrentar los problemas

[9] Mach, E. (1960), p.273. "With just as little justice, also, may we speak of an "absolute time" *–of a time independent of* change. This absolute time can be measured by comparison with no motion; it has therefore neither a practical nor a scientific value; and no one is justified in saying that he knows aught about it. It is an idle metaphysical conception".

[10] Euler, L. (1736). Escolio I, §8.

relativos a la fundamentación del los conceptos primarios de la mecánica, lo que se discute no es la *existencia* tales conceptos fundamentales sino su *cognoscibilidad*. Es en este sentido que Euler afirma:

> Escolio 2. Las cosas dichas aquí concernientes al espacio inmenso e infinito así como a sus referencias deben ser consideradas como conceptos puramente matemáticos. Aunque estos conceptos parezcan ser contrarios a las especulaciones metafísicas [i.e. epistemológicas], no están por ello mal adaptados a nuestro objetivo. Pues no sostenemos que sea dado un espacio infinito de esta clase, que tenga referencias fijas e inmóviles; pero, sea que exista o que no exista, demandamos que quien quiera considerar el movimiento y el reposo absolutos, debe *representarse* un tal espacio y *juzgar* por su medio el estado de los cuerpos, sea de reposo o de movimiento. En efecto, los cálculos se efectuarán de una forma muy cómoda si, haciendo abstracción de los cuerpos que existen en el universo, imaginamos un espacio infinito y vacio en el cual los cuerpos son ubicados[11].

De esta forma, la certeza que debe asignársele a los conceptos absolutos de espacio y tiempo no radica –como lo hiciera Newton– en postularlos, en razón de su pertinencia metafísica u ontológica, como verdades inmanentes e identificarlos, a partir de ello, con un sustrato substancial independiente tanto de los objetos materiales como de los sujetos cognoscentes. Por el contrario, la concepción de espacio absoluto –y de tiempo absoluto– para Euler se establece en función de un *criterio metodológico*: nuestras significaciones de estos conceptos deben ser tales que sean precisamente las "apropiadas a las leyes del movimiento". Así, estos conceptos se constituyen, como bien lo menciona Cassirer, en el *postulado de una representación*[12]: una representación que debe necesariamente hacerse quien quiera juzgar el movimiento y reposo absolutos y, por consecuencia, quien quiera considerar la ley de la inercia como válida.

Compárese esta particular manera de significar el espacio y el tiempo como objetos de nuestro pensamiento (i.e. conceptos), como una *representación* que debe hacer quien quiera evaluar el estado de reposo o de movimiento de los cuerpos, con las consideraciones que hiciera Mach casi 150 años más tarde, según la cual "[…] nadie tiene competencia para emitir juicios acerca del espacio absoluto o del movimiento absoluto, pues son puras cosas del pensamiento, puras construcciones mentales que no se pueden producir en la experiencia"[13].

[11] *Ibídem* § 9.

[12] Cassirer, E. (1986).

[13] Mach, E. (1960), p. 280. "No one is competent to predicate things about absolute space and

Una crítica similar a los conceptos de espacio y tiempo absolutos como entes con existencia en sí mismos, sería planteada algunos años más tarde por J.L.R. d'Alembert. Bien que la intención al plantear tal crítica y los fundamentos en los que se basa es diferente a la que tuviera Euler, la forma de resolver esta problemática por parte de los dos autores presenta notables semejanzas. En efecto, retomando igualmente la distinción newtoniana de cuerpo y espacio, d'Alembert no solo distingue los cuerpos de la extensión que ellos ocupan, sino que considera que tal distinción es precisamente la que permite comprender el movimiento mismo. En su *Traité de Dymamique* (1743), él afirma que: "[...] Nos será siempre permitido concebir un espacio indefinido como el lugar de los cuerpos, sea real o sea supuesto, y observar el movimiento como el trasporte del móvil de un lugar a otro[14]".

Así, de forma análoga a como Euler lo propusiera, d'Alembert justifica su concepción de espacio en función de un criterio metodológico[15]: con la intención de tener una representación clara del movimiento, es la noción de espacio la que debe adaptarse a este requerimiento. Sin embargo, debido a su programa "anti-metafísico" por el cual la ciencia de la mecánica debe referirse en última instancia a la "consideración del movimiento sólo", d'Alembert rechaza toda idea de espacio y de tiempo como entes con existencia propia antes de toda materia, para concebirlas como *verdades de evidencia*, es decir, como ideas simples y evidentes que no tienen necesidad de ser definidas y respecto a las cuales no hay ningún referente substancial u ontológico. Según d'Alembert, el conocimiento del movimiento requiere la intervención de una abstracción del espíritu para identificar las "ideas simples", contenidas en la "idea compuesta" de movimiento; el espacio y el tiempo absolutos son precisamente tales ideas simples que el espíritu abstrae a partir de la experiencia[16].

Para Euler, al contrario, los conceptos de espacio y tiempo absolutos no pueden ser considerados como meras abstracciones que nuestro pensamiento realiza a partir de la experiencia sensible. La certeza de estos conceptos debe, más bien, buscarse en un *criterio lógico* que les asegure

absolute motion; they are pure things of thought, pure mental constructs, that cannot be produced in experience".

[14] D'Alembert, J. le R. (1743), p. vi. "Il nous sera donc toujours permis de concevoir un espace indéfini comme le lieu des Corps, soit réel, soit supposé, & de regarder le Mouvement comme le transport du mobile d'un lieu dans un autre".

[15] Este criterio metodológico sería manifiesto por d'Alembert recurrentemente; Ver a este respecto d'Alembert, J. le R. (1751) y (1767).

[16] Para un análisis mas detallado de la concepción del espacio y el tiempo en d'Alembert ver Paty, M. (1977) y Firode, A. (2001).

su validez incondicional como fundamentos de la ciencia de la mecánica. Es, precisamente, al interior de esta intención de fundamentación de los conceptos de espacio y tiempo que debe comprenderse el papel desempeñado por el principio de inercia en la concepción euleriana, tal y como Euler mismo lo explicitaría en su memoria *Reflexions sur l'espace et le temps* (1748) como veremos mas adelante.

LA RELATIVIDAD DEL MOVIMIENTO Y LOS SISTEMAS DE REFERENCIA

Es importante resaltar que, como ya se ha puesto en evidencia a partir de los corolarios a las dos primeras definiciones arriba enunciados, Euler es consciente de la dificultad conceptual que comporta la enunciación misma del espacio absoluto: "no podemos formarnos una idea certera de este espacio inmenso y de sus límites"[17]. Para él, dicho "espacio inmenso e infinito", respecto al cual se evalúa el movimiento o reposo absoluto de los cuerpos, no se da nunca directamente dentro del campo empíricamente perceptible; la observación tampoco nos ofrece nunca masas que podamos considerar totalmente quietas y que puedan tomarse, por tanto, como punto de referencia para los fenómenos del movimiento a los que hace alusión el principio de inercia.

Si, de acuerdo con esto, la idea que tenemos del movimiento es siempre relativa, ¿cómo determinar los "adecuados sistemas de referencia" respecto a los cuales se debe juzgar el movimiento de los cuerpos? La respuesta a este cuestionamiento evidencia la claridad que Euler tenía del significado de lo que hoy llamamos el principio de *relatividad de movimiento* y los *sistemas inerciales de referencia*:

> Cuando el espacio a partir del cual se determina el movimiento relativo está en reposos absoluto o se mueve uniformemente en línea recta, entonces las leyes del movimiento y del reposo que viene de ser establecidas valdrán también para el estado relativo de los cuerpos[18].

Según Euler, si se percata que un cuerpo libre de fuerzas externas se encuentra, desde el punto de vista relativo, o en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, esto indicará que el espacio a partir del cual se juzga tal movimiento se encuentra, desde un punto de vista absoluto, en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Bajo estas circunstancias, "este movimiento

[17] Euler, L. (1736). §8.

[18] *Ibídem*, §77.

relativo se mantendrá también perpetuamente él mismo en su estado"[19] y, por consiguiente, tanto el cuerpo que se mueve según un movimiento uniforme absoluto como el espacio respecto al cual se estima el movimiento relativo se mueven siguiendo la misma ley.

Esta situación conduce a una aparente dificultad: dado que la idea de movimiento es siempre relativa, a partir del principio de inercia no es posible conocer cuál es el movimiento absoluto de un cuerpo cualquiera ni, por consiguiente, cuantificarlo. En efecto, cuando se percibe que un cuerpo, en ausencia de acciones externas, se mueve con un movimiento rectilíneo uniforme, "no podemos concluir otra cosan –nos dice Euler- sino que este cuerpo posee un movimiento absoluto uniforme rectilíneo o que está en reposo. Pero no es posible determinar ni la cantidad ni la dirección de su movimiento absoluto"[20]. No obstante, Euler es consciente que este hecho más que ser una limitación provee a la mecánica de una poderosa herramienta conceptual para el análisis de los problemas del movimiento:

> No nos preocuparemos ciertamente del movimiento absoluto porque el movimiento relativo obedece a las misma leyes. Igualmente, transformaremos usualmente este mismo movimiento relativo en otros movimientos de la misma espacie, de tal forma que sean observadas las leyes establecidas. Es decir, que referiremos este movimiento relativo a otro cuerpo que se mueve también de forma rectilínea y uniforme. Por este medio, el cuerpo no cesará de moverse uniformemente en línea recta, lo que puede hacerse de una infinidad de formas, entre las cuales se podrá escoger la más cómoda[21].

Con la intención de mostrar cómo realizar tales transformaciones de movimientos, Euler se plantea el problema de determinar el movimiento relativo de un cuerpo, que se mueve uniformemente de forma absoluta respecto a otro también en movimiento, cuando se conocen los respectivos movimientos absolutos de los dos cuerpos[22]. En su solución Euler considera las trayectorias de dos cuerpos que se mueven absolutamente con velocidades v_a y v_b, respectivamente, siendo $v_a \neq v_b$ tanto en magnitud como en dirección, y que parten simultáneamente del mismo punto A (Figura 1)[23].

---

[19] *Ibídem*, §79.

[20] *Ibídem*, §80.

[21] *Ibídem*, §82.

[22] *Ibídem*, §83.

[23] Posteriormente §88 Euler considera el caso más general de cuerpos que no parten del mismo punto.

Como el movimiento de los cuerpos es uniforme, en un tiempo *t* los cuerpos se encontrarán, respectivamente, en los puntos *M* y *L* tales que $AL/AM = v_a/v_b$. Siguiendo a Euler, para determinar el movimiento relativo del primer cuerpo respecto al segundo, este ultimo "debe ser considerado como en reposo en *A*" y, por consiguiente, "si se transporta por el pensamiento el punto *M* en *A*" y se traza a partir de este punto la recta *AN* paralela e igual a *ML*, el punto *L* se encontrará entonces en *N*. Este procedimiento se puede repetir para cualquiera de los puntos de la trayectoria del cuerpo, "de donde se sigue –afirma Euler– que el cuerpo que se mueve absolutamente sobre *AL*, se mueve relativamente sobre la recta *AN*"[24], siendo la velocidad relativa v_r del cuerpo tal que $v_r/v_a = ML/AL$.

De esta forma, un movimiento absoluto rectilíneo uniforme puede ser *transformado* en un movimiento relativo cualquiera, igualmente rectilíneo uniforme, hecho que implica, inversamente, que partiendo de un movimiento rectilíneo uniforme cualquiera siempre habrá un movimiento absoluto a partir del cual se percibirá dicho movimiento relativo.

Como se ha mostrado, la técnica propuesta por Euler para realizar tal transformación de movimientos consiste en reducir al reposo el movimiento del cuerpo respecto al cual se analiza el movimiento de otros cuerpos, dejando inalterado, desde el punto de vista de su comportamiento mecánico, el movimiento de interés. Es importante resaltar que esta técnica de transformación de movimientos no es la misma que hoy se llama transformación galileana de velocidades aunque, para el caso en consideración, es formalmente equivalente a ella. De hecho, Euler no siempre aplica tal técnica a sistemas inerciales (movimientos uniformes rectilíneos); la aplica también, por ejemplo, para llevar al reposo un movimiento general no-uniforme y comenta su utilidad en las investigaciones astronómicas.

Esta significación eulerina de la relatividad del movimiento ponene en evidencia algunos aspectos fundamentales de, lo que podría llamarse, la perspectiva relativista del mundo físico. En primera instancia, bien que Euler se refiere a movimientos absolutos y relativos, plantea una clara decisión a favor del movimiento relativo como el único posible de ser determinado en la experiencia. Reposo y movimiento son significados como diferentes estados de un cuerpo, susceptibles de ser determinados y estimados sólo en su relación a otro cuerpo, bien sea que esté en movimiento uniforme o en reposo (caso de las estrella fijas). Es precisamente en este sentido que afirma que, dado que no podemos formarnos una idea certera del espacio absoluto,

[24] Euler, L. (1736). §83.

"estamos acostumbrados a considerar un espacio finito y límites corporales a partir de los cuales juzgamos el movimiento y reposo de los cuerpos"[25].

Treinta años más tarde, en su siguiente tratado donde abordaría el movimiento del cuerpo rígido *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* (1765), Euler continuaría y generalizaría su perpectiva relativista. Ya en las primeras proposiciones de esta obra afirmaría que:

> Aquí sobre el umbral de la mecánica no debemos preocuparnos del reposo absoluto, no atenderemos en adelante si existe y cómo, y examinaremos sólo aquello que los sentidos pueden mostrarnos […]. Desde el comienzo rechazaremos tales cuestionables abstracciones [refiriéndose a las perspectivas de Newton y Leibniz], así consideraremos las cosas como ellas se presentan inmediatamente ante los sentidos, y no permitiremos juzgar a cerca del movimiento de cualquier cuerpo de otra manera que por relación a sus cuerpos circundantes[26].

En segunda instancia, y complementariamente a lo anterior, para referirse y evaluar el movimiento relativo, Euler introdujo en su *Mechanica* (1736) la idea de un *espectador*, i.e. un observador quien percibe dicho movimiento en relación a su propia posición. Luego de presentar la técnica para realizar la transformación de movimientos antes comentada, Euler afirma que:

> Esto es lo que he estimado debe ser expuesto a propósito de la comparación de los movimientos absolutos y relativos. Tenemos sin embargo el hábito de describir de otra forma el movimiento relativo, diciendo que el movimiento del cuerpo *A*, que en efecto tiene realmente lugar por *AL*, parecería tener lugar por *AN* cuando es observado a partir del cuerpo *B* en movimiento sobre *BM*. Suponemos que el *espectador* está en reposo relativo sobre el cuerpo *B* y que él mismo considera al cuerpo *B* como estando en reposo. Es así que el movimiento relativo de las estrellas con relación a la Tierra coincide con aquel que vemos desde la Tierra al considerarla en reposo[27].

De esta forma, el movimiento de un cuerpo sólo tiene significado físico en la medida que se evalúe con *relación* al movimiento de otro cuerpo, y para tal determinación Euler ubica un *espectador* sobre el cuerpo de referencia. Esencialmente, dicho espectador permanece en reposo (respecto a su propio sistema coordenado de referencia) mientras que determina las posiciones

[25] Euler, L. (1736). §7. Ver supra, parágrafo 2.

[26] Euler, L. (1765), §§9 y 13. *Cf.* Suisky, D. (2007), pp.346-347.

[27] Euler, L. (1736). §97. El subrayado es mío A.R.

y movimientos de otros cuerpos, los cuales pueden estar en reposo o en movimiento respecto a su sistema coordenado.

El procedimiento de transformación de movimientos, fundamentado en la idea que los movimientos relativos y los absolutos "obedecen las mismas leyes", sería desarrollado ampliamente por Euler en su *Theoria* (1765). En particular, en el capítulo V, Euler analiza el movimiento relativo de un cuerpo infinitamente pequeño (partícula) respecto a un punto *O*, cuando dicho cuerpo está bajo la influencia de fuerzas. Dos casos son considerados: primero, cuando el punto de referencia está en reposo y, segundo, cuando se mueve uniformemente. Postulando que en ambos casos las mismas fuerzas actúan sobre el cuerpo, Euler se plateó como objetivo analizar la forma matemática de la ecuación que describe el movimiento para cada uno de estos casos. Como resultado de este análisis Euler muestra que la ecuación diferencio-diferencial del movimiento[28] es *invariante*, i.e. tiene la misma forma matemática, si el movimiento es relativo a un punto que se mueve uniformemente[29]:

> Y precisamente las mismas ecuaciones diferencio-diferenciales determinarán el movimiento absoluto también como el relativo, existiendo sólo una diferencia relativa a la integración que tiene que ser referida a los estados iniciales en ambos casos[30].

Estas consideraciones muestran clara significación que tenía Euler del *principio de relatividad* del movimiento y de los conceptos de *marco de referencia* y de sus cambios, bien que él no se expresa explícitamente con estos términos. El uso de este principio como una herramienta conceptual para el análisis de los fenómenos físicos, como la obtención de las ecuaciones del movimiento de los cuerpos rígidos o a análisis de fenómenos ópticos, no deja duda de ello[31].

---

[28] Tal ecuación del movimiento no es otra que la expresada en el llamado "principio fundamental de la mecánica" $Md(v^2) = Pdx$, siendo P la fuerza que actúa sobre una partícula de masa M y dv el elemento de velocidad generado en la dirección x, erigido como tal por Euler en su memoria *Découverte d'un nouveau principe de mécanique* (1750) en la medida en que se refiere al comportamiento mecánico de los *elementos infinitesimales* que se considera esta constituido todo cuerpo, y sintetiza la relación existente entre la magnitud y dirección de cualquier fuerza externa con el efecto producido sobre el elemento en consideración. Para un análisis de esta relación ver Maltese, G. (2000).y Romero, A. (2007a).

[29] Ver a este respecto Suisky, D. (2007).

[30] Euler, L. (1765), §240. Cf. Suisky, D. (2007), p.350.

[31] Ver a este respecto Maltese, G. (2000).

Los conceptos de espacio y tiempo como condiciones de posibilidad de los principios de la mecánica

Como se ha mencionado, ya en la *Mechanica* (1736) Euler considera el espacio y el tiempo como los conceptos primarios de la mecánica. Allí, él enfatiza en la distinción entre el movimiento absoluto y el relativo pero argumentando a favor del carácter relativo del movimiento.

Bien que es innegable en este aspecto la influencia newtoniana, la certeza y validez de los conceptos de espacio y tiempo absolutos no radica, como lo propusiera Newton, en su pertinencia metafísica u ontológica. Para Euler la certeza de estos conceptos debe, más bien, buscarse en un *criterio lógico* que les asegure su validez incondicional como fundamentos de la ciencia de la mecánica. Como lo hemos mencionado la enunciación de un tal criterio se anunciaba ya en la *Mechanica* (1736): nuestras significaciones de estos conceptos absolutos deben ser tales que "ellas sean las apropiadas a las leyes del movimiento"[32]. Pero es en su memoria *Reflexions sur l'espace et le temps* (1748), donde Euler se pone como objetivo buscar aquel *criterio lógico* que asegure a los conceptos de espacio y tiempo absolutos su objetividad incondicional como fundamentos de la ciencia de la mecánica.

El estilo de argumentación de esta memoria es similar al propuesto en la *Mechanica* (1736), pero mucho más explícito: tomando como fundamento la validez incuestionable del principio de inercia, Euler se propone establecer la naturaleza del espacio y del tiempo absolutos como condiciones de posibilidad de este principio. Teniendo en mente este objetivo, y sin imponer definiciones predeterminadas de los términos "espacio" y "tiempo", Euler propone que las concepciones que es necesario tener de estas nociones deben ser tales que ellas no entren en contradicción con los principios reconocidos de la mecánica. Ya desde el primer parágrafo de esta memoria, Euler afirma:

> Los principios de la Mecánica están ya tan sólidamente establecidos, que sería una gran torpeza si se quisiera aún dudar de su verdad. Aún cuando no se esté en estado de demostrarlos por los principios generales de la Metafísica[33], el maravilloso acuerdo de todas las conclusiones, que de ellos se extrae por medio del cálculo, con todos los movimientos de los cuerpos tanto sólidos como fluidos sobre la tierra, e incluso con los movimientos de los cuerpos celestes, sería suficiente para poner su verdad fuera de duda.

[32] Euler, L. (1736). Escolio I, §8. Ver supra parágrafo 2.

[33] Léase Epistemología.

> Es pues una verdad incuestionable, que un cuerpo en reposo permanecerá perpetuamente en reposo, a menos que sea perturbado en este estado por alguna fuerza externa. Será así mismo cierto, que un cuerpo puesto en movimiento, continuará perpetuamente con la misma velocidad y según la misma dirección, a condición que él no encuentre obstáculos contrarios a la conservación de este estado[34].

Es importante resaltar aquí la manera en que Euler justifica la validez del principio de la inercia como principio fundamental de la mecánica: no se trata de un enunciado que se postula como reflejando directamente el comportamiento de los cuerpos en la naturaleza, o que podría ser inducido a partir de la experiencia. Tampoco es un enunciado impuesto como un axioma al interior de una teoría matemático-deductiva de la naturaleza. Su validez incontestable reside, más bien, en la *adecuación* y concordancia de las deducciones que pudieran ser desprendidas gracias al empleo de las matemáticas (i.e. el análisis), con relación a los comportamientos de los sistemas de cuerpos percibidos en la experiencia. Este enfoque resalta el carácter *representativo* asignado por Euler a los principios de la mecánica[35].

Es precisamente esta "validez incontestable" del principio de inercia que lo conduce a adoptar en esta memoria una concepción más "simbólica" de los conceptos de espacio y tiempo que aquella que había presentado en la *Mechanica* (1736). Según esta concepción, si se espera que este principio no pierda su carácter de validez, el espacio y el tiempo absolutos no deben ser concebidos como simples ideas abstractas construidas por nuestro espíritu, sino que es necesario atribuirles alguna existencia *real*, cualquiera que sea, y asignarles una naturaleza tal que no esté en contradicción con esta demanda:

---

[34] "Les principes de la Mécanique sont déjà si solidement établis, qu'on aurait grand tort, si l'on voulait encore douter de leur vérité. Quand même on ne serait pas en état de les démontrer par les principes généraux de la Métaphysique, le merveilleux accord de toutes les conclusions, qu'on en tire par le moyen du calcul, avec tous les mouvements des corps tant solides que fluides sur la terre, et même avec les mouvements des corps célestes, serait suffisant pour mettre leur vérité hors de doute. C'est donc une verité incontestable, qu'un corps étant une fois en repos restera perpetuellement en repos, à moins qu'il ne soit troublé dans cet état par quelques forces étrangéres. Il sera de même certain, qu'un corps étant une fois mis en mouvement, le continuera perpetuellment avec la même vitesse & selon la même direction, pourvu qu'il ne rencontre des obstacles contraires à la conservation de cet état". Euler, L. (1748), §1.

[35] Este enfoque también está presente en la enunciación y justificación de su principio de mínima acción.

> Es pues cierto, que si no fuera posible concebir los dos principios mencionados de la Mecánica[36] sin implicar las ideas de espacio y de tiempo, sería una señal segura que estas ideas no son puramente imaginarias, como los Metafísicos lo pretenden. Se debería más bien concluir, que tanto el espacio absoluto como el tiempo, tales como los Matemáticos los conciben, son cosa reales, que subsisten incluso fuera de nuestra imaginación: pues sería absurdo sostener que puras imaginaciones pudieran servir de fundamento a los principios reales de la Mecánica[37].

Con este fin, Euler divide su argumentación en tres partes. Inicialmente, apoyándose en la conservación del estado de reposo en ausencia de fuerzas externas, él demuestra la realidad del lugar absoluto. A continuación, se basa en la permanencia de la dirección de la velocidad en el movimiento uniforme para mostrar la realidad de las direcciones absolutas. Finalmente, considera la conservación de la magnitud de la velocidad, de nuevo en el movimiento uniforme, y de allí concluye la realidad absoluta de los intervalos espaciales y temporales. Estas tres partes presentan la misma estructura: no es posible enunciar una formulación equivalente al principio de inercia fundándose solamente sobre la consideración de las relaciones entre cuerpos; al contrario, demostrando que este principio adquiere solamente sentido al tener en cuenta los conceptos de espacio y de tiempo absolutos, se establecerá, a su turno, la *necesidad* de estos conceptos.

En primera instancia, de acuerdo al principio de inercia, un cuerpo *A* en reposo, es decir, un cuerpo que permanece siempre en el *mismo lugar*, permanecerá en tal estado a menos que sobre él actúen fuerzas externas. ¿Se mantendría la validez de este principio si se considerara al lugar como la relación del cuerpo *A* respecto a los cuerpos vecinos *B, C, D, E*, etc., tal como lo propusieran Leibniz y sus seguidores? La respuesta a esta cuestión es, para Euler, absolutamente negativa. Para darse cuenta de ello, basta con considerar que el cuerpo *A* cambia su posición respecto a los cuerpos vecinos, por acción de un agente externo, no sobre el cuerpo *A* sino sobre los cuerpos de referencia *B, C, D, E, ...* ; se trataría, en tal

[36] Los principios que Euler evoca son aquellos de la conservación del reposo y del movimiento, es decir el principio de inercia.

[37] "Il est donc certain, que s'il n'était pas possible de concevoir les deux principes allegués de la Mécanique, sans y mêler les idées de l'espace & du temps, ce serait une marque sure, que ces idées n'étaient pas purement imaginaires, comme les Méthaphysiques le prétendent. On ne devrait plutôt conclure, que tant l'espace absolu, que le temps, tels que les Mathématiciens se les figurent, étaient des choses réelles, qui subsistent même hors de notre imagination: puisqu'il serait absurde de soustenir, que des pures imaginations pouvaient servir de fondement à des principes réels de la Mécanique. Ibidem, §5.

caso, de una situación que contradice el principio de inercia pues se tendría que el cuerpo *A* no permanece en su estado de reposo sin la aplicación de fuerza alguna sobre él.

Se podría objetar que la idea de lugar se debe concebir, no en relación a los cuerpos vecinos, sino en relación a las estrellas fijas. Bien que en este caso sería difícil refutar tal concepción, dado que los cuerpos que se encuentran en reposo con relación al espacio absoluto, también se encuentran en reposo con relación a las estrellas fijas, Euler considera que, por reflexiones análogas a las expuestas a propósito de la relación entre los cuerpos vecinos, esta concepción es igualmente falsa; además, "sería una proposición bien extraña y contraria a muchos otros dogmas de la metafísica, decir que las estrellas fijas dirigen los cuerpos en su inercia"[38]. Al parecer que Euler hace alusión aquí a su rechazo a la idea de acción a distancia como fundamento de las interacciones entre los cuerpos y, por consiguiente, a su convicción que todas las interacciones se realizan únicamente por contacto. Desde una tal perspectiva, sin duda, no puede ser más que "extraño" tratar de explicar la inercia de los cuerpos según su influencia de los cuerpos lejanos.

En síntesis, no es posible concebir la idea de lugar de un cuerpo a partir de su relación con los otros cuerpos, bien sean estos vecinos o lejanos, y mantener al mismo tiempo la validez del principio de la conservación de estado de reposo. La certeza que tenemos de este principio nos hace considerar, por el contrario, que debe existir en el mundo, además de los cuerpos materiales que lo constituyen, "alguna realidad, que nos representamos por la idea de lugar"[39]. Esta idea de lugar es, además, diferente de la idea de extensión, pues mientras que la extensión pertenece al cuerpo y se traslada junto con él en su movimiento, el lugar y el espacio no son susceptibles de movimiento y permanecen cuando el cuerpo se mueve o es aniquilado[40].

En segunda instancia, Euler toma como argumento la conservación del movimiento rectilíneo uniforme y, resaltando en particular la conservación de la *dirección* de este movimiento, justifica la necesidad de la existencia del

[38] "ce serait une proposition bien étrange & contraire à quantité d'autres dogmes de la Metaphysique, de dire que les étoiles fixes dirigent les corps dans leur inertie". *Ibídem*, §11.

[39] "quelque realité, que nous nous representons par l'idée du lieu". *Ibídem*, §13.

[40] "[...] nous nous formons l'idée de l'étendue en general, en retrachant des idées des corps toutes les déterminations, hormis l'étenduë. Mais l'idée du lieu qu'un corps occupe, ne se forme pas en retrachant quelques déterminations du corps; elle résulta en ôtant le corps tout entier: de sorte que le lieu n'ait pas été une détermination du corps, puisqu'il reste encore, aprés avoir enlevé le corps tout entier avec toutes ses quantités". *Ibídem*, §15.

espacio infinito e inmóvil. Según él, de cualquier manera que los cuerpos experimenten los cambios de movimiento, es posible tener una idea clara de una *dirección fija* que los cuerpos tratan de seguir en su movimiento, y tal idea no puede provenir sino del espacio absoluto. De esta forma,

> […] es evidente que la identidad de la dirección, que es una circunstancia esencial en los principios generales del movimiento, no podría absolutamente ser explicada por la relación de orden de los cuerpos coexistentes. Es necesario pues que haya aún alguna cosa real, además del cuerpo, a la cual se refiera la idea de una misma dirección; y no hay duda alguna, que esta sea el espacio del cual acabamos de establecer la realidad[41].

Complementariamente, de la misma forma que para el espacio, se puede concluir la necesidad de la existencia del tiempo absoluto, pues estos son conceptos que "tienen casi siempre la misma suerte". Así, para Euler, el tiempo absoluto es algo real, que no subsiste solamente en nuestro espíritu sino que "fluye realmente sirviendo de medida de la duración de las cosas"[42].

Finalmente, retomando la conservación del movimiento rectilíneo uniforme, pero haciendo énfasis esta vez en la conservación de la *magnitud* de tal movimiento, Euler rechaza de nuevo la concepción *idealista* de los conceptos de espacio y de tiempo y justifica la necesidad de atribuirles un carácter de realidad. Dado que en un movimiento uniforme se recorren espacios iguales en tiempos iguales, ¿qué significa, se pregunta Euler, *espacios iguales* si se concibe el espacio como el orden de relaciones (de coexistencias)? De la misma manera, ¿cómo hacer inteligible la idea de *tiempos iguales* si se concibe al tiempo como el orden de sucesiones?

Para Euler no hay duda que cuando un cuerpo, de acuerdo con el principio de inercia, recorre espacios iguales en tiempos iguales, la igualdad de espacios no se puede evaluar tomando como referente los cuerpos circundantes; tal idea se vendría por tierra desde el momento en que se considerara en movimiento los cuerpos con relación a los cuales se juzga dicha igualdad. De esta forma, "la igualdad de los espacios no depende de

---

[41] "[...] il est evident, que l'identité de direction, qui est une circonstance fort essentielle dans les principes généraux du mouvement, ne saurait absolument être explique par la relation, ou l'ordre des corps coexistants. Donc il faut qu'il y ait encore quelque chose de réel, outre les corps, à laquelle se rapporte l'idée d'une même direction; et il n'y a aucun doute, que ce soit l'espace, dont nous venons d'établir la réalité". *Ibídem*, §17.

[42] "… coule réellement en servant de mesure à la durée des choses". *Ibídem*, §18.

los otros cuerpos que lo circundan, y ella permanece igual, cualquiera que sean los cambios experimentados por los otros cuerpos"[43].

De forma análoga, la igualdad de tiempos no se puede evaluar a partir de la igualdad del número de sucesiones de los cambios, pues si se considera que dos tiempos son iguales, "¿de cuáles cambios o de qué cuerpo es preciso juzgar la igualdad de esos dos tiempos?"[44]. Según Euler, para que una tal consideración fuese posible habría que suponer que todos los cambios que experimentan los cuerpos se suceden con la misma frecuencia, hecho que es obviamente inconveniente. Así, "se está obligado a reconocer, como se ha hecho con relación al espacio, que el tiempo es alguna cosa que subsiste fuera de nuestro espíritu, o que el tiempo es alguna cosa real, así como el espacio"[45].

Esta forma de proceder es, como afirma Ghins, "resueltamente moderna" en el sentido que Euler se esfuerza por mostrar la existencia del espacio como un *continuo* de puntos, con el fin de atribuirle luego estructuras matemáticas más fuertes: una estructura afín y una estructura métrica[46]. En efecto, siguiendo a Ghins, cuando Euler establece la realidad de las direcciones en el espacio absoluto y de las magnitudes de los intervalos espaciales y temporales, ambas fundadas sobre la realidad misma del espacio, no hace más que, en términos modernos, proporcionar al continuo espacial de una relación real de paralelismo (estructura afín) y de una estructura métrica espacial y temporal, respectivamente[47].

Esta idea del espacio y el tiempo absolutos como condiciones de posibilidad de los principios de la mecánica sería igualmente presentada en su *Theoria* (1765). En el capítulo 2 de esta obra, Euler afirma:

> Aquel quien quiera negar el espacio absoluto, caerá en graves dificultades. En efecto, dado que debe rechazar el reposo y el movimiento absolutos por no ser sino vanas palabras desprovistas de sentido, no solo deberá

[43] "l'egalité des espaces ne dépend nullement des autres corps, qui l'environnent, et qu'elle demeure la même, à quelques changemens que soient exposés les autres corps. *Ibídem*, §19.

[44] *Ibídem*, §20.

[45] "on sera donc obligé d'avouër, comme on l'a été par rapport à l'espace, que le temps est quelque chose, qui subsiste hors de notre espirit, ou que le temps est quelque chose de réel, aussi que l'espace". *Ibídem*, §21.

[46] Ver a este respecto Ghins, M. (1990) & (1996).

[47] Puede considerarse que este enfoque propuesto por Euler, consistente en dar una estructura afín y métrica al espacio sin hacer referencia a los puntos del espacio absoluto, corresponde a lo que se ha denominado la "representación neo-newtoniana de la dinámica clásica". Ver a este respecto, Cala, F. (2006).

> rechazar las leyes del movimiento que se apoyan sobre este principio [de inercia], sino que estará forzado a afirmar, incluso, que no hay leyes del movimiento[48].

Euler propone, de esta forma, una solución *positiva* al problema de la naturaleza del espacio y del tiempo: estos conceptos adquieren una realidad innegable, no porque nuestras sensaciones nos impulsen a creerlo así, ni porque sea el resultado de una declaración a priori impuesta por nuestro espíritu; su realidad se establece porque ellos son indispensables en nuestra representación matemática del mundo.

Es en este sentido que Cassirer afirma que, según Euler, el contenido objetivo de los conceptos fundamentales de la mecánica debe ser exclusivamente determinado prestando atención a la *función* que ellos adquieren en el sistema de la física-matemática[49]. Los principios de la mecánica (el principio de inercia y los principios que regulan el movimiento) deben ser elevados al rango de premisas necesarias de toda explicación científica de los fenómenos, de tal suerte que si nuestros conceptos psicológicos o metafísicos son demasiado estrechos para dar una imagen del contenido que la ciencia física nos ofrece, la falta deberá ser impuesta a aquellos conceptos mismos; en este caso, habrá que dirigir todos los esfuerzos a la corrección y transformación de tales conceptos en los límites necesarios al pleno cumplimiento de la función que les es destinada y gracias a la cual existen.

Este enfoque metodológico de Euler es también original en el sentido que comienza, por su medio, a configurarse en el siglo XVIII una nueva imagen del desarrollo de la certeza y del conocimiento científico. En efecto, su exigencia metodológica puede interpretarse como una demanda de proliferación teórica: la certeza de los conceptos y principios físicos en emergencia, debe estar fundada sobre la concordancia entre las deducciones que podamos desprender de ellos y las deducciones de los conceptos y principios que han sido ya aceptados por consenso. Sin duda este enfoque será retomado por Mach y otros fundadores de la perspectiva fenomenológica del mundo físico.

[48] Euler, L. (1765). §81. *Cf*. Cassirer, E. (1986).

[49] *Ibídem* pp. 404 y ss.

DE LA NOCIÓN ABSOLUTO-RELATIVO A LA SIGNIFICACIÓN DE PRINCIPIOS INTERNOS - EXTERNOS

Después de haber definido los conceptos cinemáticos de lugar y movimiento y reposo relativos, Euler en la *Mechanica* (1736) introduce el concepto de inercia:

> Proposición 7. Teorema. Un cuerpo que está en reposo absoluto debe permanecer perpetuamente en reposo, a menos que sea solicitado al movimiento por una causa externa. [...]
> Proposición 9. Teorema. Un cuerpo que tiene un movimiento absoluto, y que haya sido puesto en movimiento antes, se moverá perpetuamente de forma uniforme, con la misma velocidad, durante un tiempo cualquiera, a menos que una causa exterior actúe o haya actuado sobre él[50].

A pesar de los nexos conceptuales con dualismo ontológico newtoniano entre los conceptos de inercia y de fuerza, Euler, a diferencia de Newton, no presenta la inercia como un "axioma del movimiento" sino como un teorema, como un enunciado que necesita ser demostrado. Este hecho refleja diferencias fundamentales en sus concepciones. Mientras que para Newton la ley de la inercia es un concepto *matemático* y por consiguiente verdadero en el sentido que es un enunciado válido en un mundo ideal, para Euler es un enunciado *físico*, que no sólo es verdadero sino también *necesario*. Para demostrarlo Euler invoca el principio de razón suficiente:

> Concibamos que este cuerpo existe en un espacio infinito y vacío. Es claro que no hay razón alguna por la que se mueva más hacia un lado que hacia otro. Por consecuencia de esta ausencia de razón suficiente en su movimiento, él deberá permanecer perpetuamente en reposo[51].

[50] Euler, L. (1736). §§ 56 y 6. Esta enunciación del principio de la inercia en dos proposiciones separadas, una debido al reposo y otra debido al movimiento de los cuerpos, no significa que Euler considere al reposo y al movimiento rectilíneo uniforme como no equivalentes mecánicamente. Más bien se trata de una forma usual de referirse a esta ley en la época. De hecho d'Alembert en su *Traité* (1743) también enuncia este principio en dos proposiciones separadas, (§§ 3 y 6).

[51] Euler, L. (1736). §56. Una justificación similar de este enunciado sería también propuesta por d'Alembert en el *Traité* (1743). Allí d'Alembert, analizando la continuación del movimiento de un cuerpo una vez la causa externa que le dio el impulso inicial a cesado de actuar, afirma que "no hay razón por la que el cuerpo se desvíe a derecha más que a izquierda" (Il n'y a pas de raison pour que le corps s'écarte à droite plutôt qu'à gauche". D'Alembert, J. Le R. (1743), §6). No obstante, el contexto conceptual y la intención por la cual Euler pone en obra dicho principio es diferente a la forma como lo hiciera d'Alembert. Ver a este respecto Romero, A. (2007b).

No obstante, si bien para Euler este uso del principio de razón suficiente es una prueba "rigurosa" del hecho por el cual, en ausencia de agentes externos, un cuerpo en reposo [o en movimiento uniforme] deba permanecer en reposo [o en el mismo movimiento uniforme], no se convierte en la única y más importante causa de su justificación. Tal justificación debe buscarse en la *naturaleza* misma de los cuerpos:

> […] Y este razonamiento no cesa de ser verdadero aunque se pueda objetar que, en el mundo, haya una razón suficiente por la que [el cuerpo] vaya hacia un lado más que hacia otro. […] La ausencia de razón suficiente en efecto no puede ser tenida en cuenta como la causa verdadera y esencial de un evento cualquiera. Ello sólo demuestra la verdad de una forma rigurosa. Y al mismo tiempo, indica que hay en la naturaleza misma de las cosas una causa oculta, verdadera y esencial, que no cesa de actuar cuando esta razón suficiente esté ausente[52].

En este sentido, que más que imponer el principio de inercia como una idealización al interior del cuadro de su concepción de los conceptos fundamentales de la mecánica, este intento de justificación basado en la naturaleza misma de los cuerpos materiales es una demanda de justificación *física* de este principio. Demanda que Euler se esforzaría, igualmente, por establecer para el principio de proporcionalidad entre la fuerza externa aplicada y el elemento diferencial de velocidad.

Consecuente con esta argumentación, Euler define la *fuerza de inercia* [*vis inertiae*] como una "facultad interna" de los cuerpos [*insita facultas*] por medio de la cual todo cuerpo persiste en su estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta[53]. Complementariamente, define la fuerza en términos del cambio de movimiento que ella produce sobre un cuerpo, siendo su acción a lo largo de una dirección definida en

[52] Euler, L. (1736). §56.

[53] Esta idea de inercia como facultad o poder interno de los cuerpos por el cual ellos resisten a ser cambiados de estado de movimiento fue fuertemente criticada por d'Alembert. En su *Traité* (1743) él enunció la inercia como "la propiedad que tiene los cuerpos de permanecer en el estado en que ellos están", resaltando la idea que los cuerpos no pueden por sí mismos cambiar su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme. Pero, precisamente debido a que d'Alembert rechazara el concepto de causa externa y concibiera que la fuerza motriz se conoce únicamente por los efectos que ella produce, puede afirmarse que la interpretación d'alembertiana del principio de inercia se reduce a una tautología. En este sentido, Eddignton resaltó que la definición de d'Alembert es equivalente a: "Todo cuerpo continua en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme en línea recta, excepto en la medida en que no lo haga", Eddigton (1928), Cf. Hankins, T. (1970). p. 178.

cada instante[54]. No obstante, no es sino una década más tarde que logra configurar un modelo físico de la forma como este concepto se pone en juego en interacciones particulares.

Los intentos de construcción de tal modelo se encuentran plasmados en varias de sus memorias, dentro de las cuales *De la force de percussion et de sa véritable mesure* (1744) y *Recherches sur l'origen des forces* (1750) desempeñan un rol importante por su claridad y por la utilización de nuevos conceptos físicos en los argumentos esbozados.

En la primera de estas memorias –de la misma forma que lo hiciere en la *Mechanica* (1736)–, Euler considera a la inercia como un "principio interno", en virtud del cual los cuerpos perseveran naturalmente en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme. Consecuentemente, la fuerza, o causa del cambio de estado de movimiento, debe ser exterior a los cuerpos pues "sería absurdo atribuir a un mismo cuerpo un esfuerzo en conservar su estado y al mismo tiempo en cambiarlo"[55].

En su modelo, Euler no solo atribuye –como lo hiciera Newton– el mismo estatus ontológico al reposo y al movimiento rectilíneo uniforme al identificarlos como estados de los cuerpos, sino que les adjudica el mismo estatus *dinámico*: la causa por la que un cuerpo en reposo permanece en tal estado, es la misma que hace que este cuerpo, puesto en movimiento por una fuerza externa cualquiera, tienda a conservar este movimiento; en otras palabras, un mismo cuerpo, esté en reposo o en movimiento uniforme, tiene la misma inercia[56].

Este intento de justificación física de los conceptos de inercia y fuerza sería complementado en su memoria *Recherches sur l'origen des forces* (1750), en donde propone a la *impenetrabilidad* de los cuerpos como fuente de todas las fuerzas.

La impenetrabilidad es un concepto inicialmente propuesto por Newton para distinguir los cuerpos del espacio, en contra de las concepciones de Descartes[57]. Para Euler este concepto, concebido como aquella propiedad de los cuerpos en virtud de la cual un cuerpo estando en un lugar, en tanto

---

[54] "Definición 10. La potencia es una fuerza que hace pasar un cuerpo del reposo al movimiento o que altera su movimiento. [...] Definición 11. La dirección de una potencia es la línea recta por la cual ella tiende a mover el cuerpo". Euler, L. (1736).

[55] Euler, L. (1744), §1, p. 21-22.

[56] Adicionalmente, Euler demuestra que la inercia de cada cuerpo es proporcional a su masa, idea que mantendría esta idea en varios de sus escritos; ver por ejemplo sus *Lettres a une princesse d'Allemagne* (1768-72).

[57] Ver Simonsen, K. (2003) ; Paty, M. (2004) y Romero (2007a).

que ocupa ese lugar, no permite que otro cuerpo ocupe ese mismo lugar al mismo tiempo[58], no solo es una propiedad esencial de la materia sino un concepto fundamental en la constitución de un modelo explicativo para el comportamiento dinámico de la materia. Según Euler, si dos cuerpos se aproximan de tal manera que no pueden mantener sus estados de movimiento sin penetrarse, entonces actúan el uno sobre el otro y mutuamente se ejercen fuerzas por las cuales uno cambia el estado movimiento del otro y viceversa. De esta forma, en seguida que se reconoce la propiedad de impenetrabilidad de los cuerpos, se esta obligado a reconocer que la impenetrabilidad esta acompañada de una fuerza suficiente para impedir la penetración y, por tanto, indagar por las circunstancias en las cuales los cuerpos son obligados a cambiar de estado, implica indagar por las circunstancias en las cuales se atenta contra su impenetrabilidad.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, es posible identificar algunos aspectos característicos de la visión del mundo físico euleriana. En primer lugar, la inercia y la impenetrabilidad son ante todo propiedades físicas de los cuerpos, concebidas como las propiedades esenciales de los cuerpos materiales. En esa medida, son asumidas como propiedades absolutas de los cuerpos, es decir propiedades de las que no es susceptible tener grados y para cuya significación no es necesario pensar más que en la existencia de un único cuerpo –en reposo o movimiento uniforme– aislado de cualquier otro cuerpo o interacción.

En segundo lugar, las fuerzas surgen exclusivamente en la interacciones de los cuerpos y no se despliegan sino cuando se trata de prevenir una penetración. Así, la generación de las fuerzas es una consecuencia tanto del movimiento relativo como de la impenetrabilidad de los cuerpos. El cambio de estado que ellas producen no es más que un efecto indirecto, puesto que el efecto principal es el mantenimiento de la impenetrabilidad: si los cuerpos pudieran mantener su estado de movimiento sin que su impenetrabilidad fuera atacada, no ocurriría ningún cambio de estado. Por lo tanto, en la perspectiva euleriana, a diferencia de la perspectiva newtoniana, las fuerzas no tienen un carácter ontológico y, por consecuente, no debe atribuírseles una existencia real en sí mismas, independiente de las interacciones de los cuerpos[59].

[58] Euler, L. (1750), p. 114.

[59] Complementariamente, de la impenetrabilidad pueden surgir fuerzas tan grandes o tan pequeñas según lo exijan las circunstancias. Sin embargo, las fuerzas que surgen son precisamente apenas las suficientes para impedir tal penetración. Es en este sentido que puede afirmarse que en la visión de mudo de Euler surge naturalmente el *principio de mínima acción*. Ver a este respecto Romero, A. (2007a).

Algunos años más tarde, en su *Theoria* (1765), esta demanda de justificación física de los conceptos de inercia y fuerza y su modelo explicativo relacional tomaría la forma de los denominados principios *internos* y los principios *externos* del movimiento. Según Euler, todo movimiento y todo reposo debe tener una *causa* (*ratio*), que puede ser interna o externa. El problema es decidir qué acciones son debidas a factores internos y cuáles a externos. En su resolución Euler establece como condición imaginar un *cuerpo aislado*, ya que de esa forma es más clara la separación entre factores internos y externos. Según su razonamiento, los principios internos del movimiento corresponden a "todo aquello que es inherente a los cuerpos mismos, y a los cuales se debe la causa de su reposo o movimiento (uniforme), si todas las causas externas son excluidas"[60]. Complementariamente, los principios externos del movimiento corresponden a aquellos que determinan el cambio de estado de movimiento de los cuerpos, situaciones ocurridas exclusivamente a través de interacciones entre cuerpos.

De esta forma, las nociones de "absoluto" y "relativo" no son más atribuidas al espacio y el tiempo como lo fueran para Newton, sino especificadas al movimiento: las cantidades absolutas conciernen a un cuerpo considerado *sin* relación a otros, mientras que las cantidades relativas atañen a un cuerpo considerado *con* relación a otros: "Cada cuerpo está o en reposo o en movimiento (uniforme) igualmente sin ser referido a otros cuerpos, i.e. está absolutamente quieto o absolutamente en movimiento[61]".

Euler denota todas las propiedades relacionadas con la inercia, es decir al reposo o movimiento uniforme, como *absolutas* ya que no pueden ser explicadas por relación a otros cuerpos. Es precisamente en este sentido que introduce axiomáticamente la idea de estado de movimiento como una propiedad inherente a los cuerpos.

El término *relativo*, por su parte, es asociado con las circunstancias en donde se producen los cambios de estado de movimiento, dado que estos cambios surgen exclusivamente en las interacciones entre cuerpos, es decir, en la consideración de un cuerpo en su relación (mecánica) con otros.

Así, Euler considera que cuando no detectamos fuerzas actuando sobre un cuerpo entonces el estado absoluto de dicho cuerpo puede ser evaluado.

[60] Euler, L. (1765), §75. Cf. Suisky, D. (2007), p. 359. Ver también Gaukroger, S. (1982). Esta identificación de la noción de absoluto con los principios internos deviene de la tradición leibniciana; ver a este respecto Cala, F. (2006).

[61] *Ibídem*, §78. *Cf*. Suisky, D. (2007), p. 358.

No obstante, en su análisis del movimiento relativo de un cuerpo respecto a un punto *O* cuando dicho cuerpo está bajo la influencia de fuerzas[62], es claro en considerar que si se conociesen las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (infinitesimal), "entonces no sólo seríamos capaces de determinar su movimiento absoluto, sino igualmente su movimiento respecto al punto *O* que se mueve uniformemente en la misma dirección"[63].

De su modelo físico explicativo es claro que las fuerzas, o causas de cambio de estado, son en sí mismas indeterminadas, en la medida en que su origen es debido a la interacción entre cuerpos, consecuencia exclusiva de su movimiento relativo. Según Euler, la distinción entre dos cuerpos (*A* y *B*) en reposo o en movimiento sólo puede hacerse a través de un observador asociado a alguno de los cuerpos. De esta forma, mientras el cuerpo *A* se mueve relativamente respecto al cuerpo *B*, este último es considerado en reposo respecto al observador ubicado en *A* (o viceversa). Asumiendo las masas de los cuerpos como m_A y m_B, y considerando que en la interacción surge una fuerza *K* que actúa sobre ambos cuerpos, Euler demuestra que las ecuaciones $dv_A = Kdt/m_A$ y $dv_B = Kdt/m_B$, que describen el cambio de velocidad de cada cuerpo, son válidas para todos aquellos observadores quienes, antes que la fuerza sea desplegada, están o en reposo o en movimiento uniforme relativo entre ellos mismos (*Theoria*, 1765).

Como consecuencia de estos análisis, Euler no sólo propuso una definición cinemática operacional del concepto de masa, a través de la relación entre las aceleraciones experimentadas por dos cuerpos que interactúan ($m_A/m_B = -dv_B/dv_A$), tal como lo hiciera Mach (1883), sino que caracterizó analíticamente el movimiento inercial en términos del diferencial de segundo orden de la distancia (desplazamiento) con respecto al tiempo, i.e., $dds/(dt^2) = 0$.

De tal caracterización se desprende que reposo y movimiento rectilíneo uniforme son equivalentes, y tal equivalencia implica igualmente que si un observador que se mueve uniformemente a lo largo de la misma dirección, entonces todos los cuerpos que están en reposo o moviéndose uniformemente en línea recta aparecerán a él como persistiendo en el mismo estado de movimiento. En los casos en que $dds/(dt^2)$ 0, es decir, cuando hay fuerzas externas actuando sobre el cuerpo, un cambio de estado debe experimentarse. Consecuentemente, si un observador no se mueve uniformemente en la misma dirección, como es el caso de un marco de referencia rotatorio, aparecen fuerzas adicionales que el observador

[62] Ver supra parágrafo 3.

[63] Euler, L. (1765). *Cf.* Suisky, D. (2007), p. 350.

detecta por el cambio de estado del cuerpo en el que el observador se ubica (i.e., las hoy denominadas *fuerzas ficticias*).

En síntesis, son varios los tópicos esenciales introducidos por Euler que hicieron de su enfoque novedoso respecto al de sus predecesores, a partir de los cuales su enfoque puede ser llamado una (temprana) perspectiva relativista del mundo físico. La mecánica de Euler es una consecuente y verdadera teoría relacional del movimiento. Fundamentado en su significación de los conceptos de espacio y tiempo como condiciones de posibilidad del principio de inercia, propuso una estructura afín y métrica al espacio sin hacer referencia a los puntos del espacio absoluto. Complementariamente, Desarrolló una completa versión de la relación entre cuerpos y observadores, proponiendo una distinción básica entre *movimientos* absolutos y relativos, más que entre *tiempo* y *espacio* absolutos y relativos. Introdujo la noción de un observador, denominado *espectador* (Zuschauer), como una parte esencial de su teoría. Es dicho observador quien percibe y evalúa el reposo o el movimiento de los cuerpos relativo a su propia posición. La introducción de más de un observador quienes comparan los resultados de sus observaciones, le permite la confirmar y postular la invarianza de las ecuaciones de movimiento. En su distinción entre conceptos absolutos y relativos, Euler basa su teoría sobre dos clases de principios: los principios internos y principios externos del movimiento; mientras que los principios internos son relacionados a un cuerpo aislado no-interactuante, los principios externos son referidos a la interacción entre cuerpos.

Sin duda estas contribuciones pudieron ser retomadas por Mach y otros pensadores de la segunda mitad del siglo XIX, quienes estuvieron a favor de la crítica a la perspectiva newtoniana del espacio, tiempo y movimiento absolutos.

BIBLIOGRAFÍA

D'Alembert, J. le R. (1743) : *Traité de dynamique*. David, Paris, 1743. 2eme ed., modif. et augm., David, Paris, 1758.

Cala, F. (2006): "La identidad de las partes del espacio y el problema de la inercia", *Praxis Filosófica*, No. 22, 2006, pp. 153-169, Dpto. de Filosofía, Univ. del Valle.

Cassirer, E. (1986): *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna*. Vol. II. 4ª edición de traducción española de Roces, W. Fondo de Cultura Económica, México.

Elkana, Y. (1974): "Scientific and metaphysical problems: Euler and Kant", *Boston Studies in the Phylosophy of Science*, XIV, pp. 277- 305.

Euler, L. (1736): "Mechanica sive motus scientia analytice exposita (1734/36)", *Opera Omnia*. Serie II, 1-2, 1912. Staäckel, P. (Ed.).

_____ (1744). "De la force de percussion et de sa veritable mesure", *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin* 1, 1746, pp. 21-53. *Opera Omnia* II, 8, pp. 27-53.

Euler, L. (1748): "Réflexions sur l'espace et le temps", *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, 1750, pp. 324-333. *Opera Omnia* III, 2, pp. 376-383.

_____ (1749): "Recherches sur l'origine des forces", *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin*, 1750, pp. 189-218. Opera Omnia II, 5, pp. 38-63.

_____ (1750): "Découverte d'un nouveau principe de mécanique", *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin* 6, (1750) 1752, pp. 185-217. Opera Omnia II, 5, pp. 81-110.

_____ (1760-62): *Lettres a une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & philosophie.* Académie Impériale des Sciences de Saint Petesbourg, 1768.

_____ (1911-): *Opera omnia*, Birkhauser Verlag,Basel, 3 séries de nombreux volumes, depuis 1911.

Firode, A. (2006): *La Mechanique d'Euler*, Traducción inédita del latín en lengua francesa. Lile, 2006.

Gaukroger, S. (1982): "The metaphysics of impenetrability: Euler's conception of force", *British Journal of History of Science*, 1982, 15, pp. 132-154. Ghins, M. (1990): *L'inertie et l'espace-temps absolu de Newton à Einstein. Une analyse philosophique*, Bruxelles, Palais des Académies, 1990.

Ghins, M. (1990): *L'inertie et l'espace-temps absolu de Newton à Einstein. Une analyse philosophique*, Bruxelles, Palais des Académies, 1990.

Ghins, M. (1996): "L'existence de l'espace et du temps selon L. Euler", *Le Realisme. Contribtions au Séminaire d'histoire des sciences 1993-1994*, Stoffel, J-F. (Ed , Louvaian-la-Neuve, 1996, pp.185-193.

Harman, P.M. (1993): "Concepts of inertia: Newton to Kant", In *After Newton: Essays on Natural Philosophy*. Variorum, Vermont, 1993.

Hankins, T.L. (1970): *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment*. Clarendon Press, Oxford, 1970. Reprint Gordon and Breach, New York, 1990.Lagrange, J. L. (1788): *Mécanique analytique*, Paris, 1788; 4è éd. (posth.), de 1753, *in Oeuvres*, vols. 11 et 12, 1888 et 1889.

Mach, E. (1960): *The science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Developmet*, 6ª edición de la versión inglesa (1960), McCormack, T.J. (Trad.). Original en Alemán (1883).

Maltese, G. (2000): On the relativity of motion in Leonhard Euler's science. *Arch. for Hist. Exact Sci.* 54 (2000) 319-348.

Newton, I. (1687): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, London, 1687 ; 2ème éd., 1713 ; 3ème éd., 1726 ; éd. par Alexandre Koyré et I. B. Cohen, Cambridge University Press, Cambridge, 1972.

Paty, M. (2001): "La notion de grandeur et la légitimité de la mathématisation en physique", *in* Espinoza, Miguel (éd.), *De la science à la philosophie. Hommage à Jean Largeault*, L'Harmattan, Paris, 2001, p. 247-286.

_____ (2004): *L'élément différentiel de temps et la causalité physique dans la dynamique de D'Alembert*. In Morelon, Regis & Hasnawi, Ahmad (eds.) De Zénon d'Élée a Poincaré. Recueil d'études en hommage a Roshdi Rashed, Éditions Peeters, Louvain (Be), 2004, pp. 391-426.

Romero, A. (2007a). *La Mécanique d'Euler. Prolégomènes à la pensée physique des milieux continus (concepts et principes physiques, et analytisation mathématique)*. Thèse de Doctorat en Epistémologie et Histoire des sciences, Université Paris 7-Denis Diderot, 2007.

_____ (2007b): "La búsqueda de los principios fundamentales de la mecánica: Euler y D'Alembert", *Praxis Filosófica*, No. 24, 2007, pp. 21-43, Dpto. de Filosofía, Univ. del Valle.

Simonsen, K. (2003): *Genèse conceptuelle et mathématisation dans la mécanique de Newton. Suivi d'une comparaison avec Leibniz*. These du Doctorat en Epistemologie et Histoire des Sciences, Université Paris VII –Denis Diderot.

Suisky, D. (2007): "Euler's early relativistic theory", en *Euler Reconsidered. Tricentenary essays*. Kendrick Press, Herber City, USA., 2007.

Truesdell, C. (1954): "Rational Fluid Mechanics, 1687-1765", Editor's Introduction to Euleri Opera II. 12. *Opera Omnia* II Serie, 12, Lausanna, 1954.

Programa Editorial

Ciudad Universitaria, Meléndez
Cali, Colombia
Teléfonos: (+57) 2 321 2227
321 2100 ext. 7687
http://programaeditorial.univalle.edu.co
programa.editorial@correounivalle.edu.co