



***SISTEMATIZACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE
ENSEÑANZA DE LA APROXIMACIÓN DE LA
DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A LA DISTRIBUCIÓN DE
POISSON EN EDUCACIÓN MEDIA***

MANUEL ALBERTO MARINEZ CASTILLO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEGAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI, COLOMBIA
MAYO DE 2021



*SISTEMATIZACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE
ENSEÑANZA EN EL AULA DE LA APROXIMACIÓN DE
LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A LA DISTRIBUCIÓN DE
POISSON*

ESTUDIANTE

Manuel Alberto Martinez Castillo. Código: 1402420

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

Evelio Bedoya Moreno, *Ph.D.*
Instituto de Educación y Pedagogía
Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEGAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI, COLOMBIA
MAYO DE 2021

Educación para comprender las Matemáticas o cualquier disciplina es una cosa, educación para la comprensión humana es otra; ahí se encuentra justamente la misión espiritual de la educación: enseñar la comprensión entre las personas como condición y garantía de la solidaridad intelectual y moral de la humanidad.

Edgar Morín

AGRADECIMIENTOS

A mis padres y hermanos por su constante acompañamiento.

Al Doctor Evelio Bedoya, como mi director de trabajo de grado, profesor, colega y amigo, por su acompañamiento y dedicación incondicional.

A los Maestros, docentes, profesores, secretarías, compañeros del programa de postgrado en Maestría e Instituto de Educación y Pedagogía, que en alguna proporción directa o indirectamente colaboraron con sus enseñanzas, consejos e interacción académica y social.

A David Benítez y Rubén Darío Corrales los cuales tuve la oportunidad de contar con sus invaluable conceptos y sugerencias como evaluadores de mi trabajo de investigación.

A mis compañeros de trabajo María Isabel Gutiérrez, Stephanie Giraldo y Oscar Eduardo Garcés por su apoyo y colaboración incondicional en lo referente a la traducción e interpretación de documentos en Inglés.

Al Arnulfo Rojas, Paola Andrea Ortiz y Luz Elena Bocanegra, por sus constantes consejos para continuar en el avance y escritura del documento.

Al Colegio Berchmans, por su amplia disposición en todo sentido para la realización de la investigación

A todas las demás personas que participara de este proceso de formación y que no alcanzo a mencionar en esto escrito.

RESUMEN

Este trabajo de grado de Maestría de Educación Matemática está orientado hacia la convergencia de la Didáctica de las Matemáticas, el Análisis Didáctico, la Unidad Didáctica que se enmarcan en la propuesta teórica de los organizadores del currículo (Rico, 1998; Castro, 2001; Rico y Segovia, 2001; Bedoya, 2002), los conocimientos específicos de las competencias fundamentales de las distribuciones Binomial y Poisson, la interacción en el salón de clase de los estudiantes, el profesor-investigador y cómo, el enfoque metodológico de la Investigación Basada en Diseño junto con la Sistematización de los experimentos de enseñanza desarrollados en el aula permiten la articulación de los anteriores con la finalidad de que los estudiantes comprendan los fundamentos operativos, analíticos e inferenciales de las distribuciones planteadas, al igual que los conocimientos adquiridos y desarrollos por el profesor durante la implementación de las diferentes fases de la investigación.

Palabras clave: Análisis Didáctico, Unidad Didáctica, Formación de profesores, Investigación basada en diseño, Experimentos de enseñanza, Sistematización de Experiencias

ABSTRACT

This Master's degree work in Mathematics Education is oriented towards the convergence of Mathematics Didactics, Didactic Analysis, the Didactic Unit that are part of the theoretical proposal of the curriculum organizers (Rico, 1998; Castro, 2001; Rico and Segovia, 2001; Bedoya, 2002), the specific knowledge of the fundamental competences of the Binomial and Poisson distributions, the interaction in the classroom of the students, the professor-researcher and how the methodological approach of the Research Based on Design with the systematization of the teaching experiments developed in the classroom, allow the articulation of the this convergence with students' understanding of the operational, analytical and inferential foundations of the proposed distributions, as well as the knowledge acquired and developed by the teacher during the implementation of the different phases of the investigation.

Keywords: Didactic Analysis, Didactic Unit, Teacher Training, Design-based Research, Teaching Experiments, Systematization of Experiences

TABLA DE CONTENIDO

INDICE DE GRÁFICAS.	VI
INDICE DE IMAGENES	VII
ÍNDICE DE TABLAS.....	VIII
INTRODUCCIÓN	1
1. ANÁLISIS DIDÁCTICO PRELIMINAR.....	1
1.1. Planteamiento inicial	1
1.2. Propuesta de investigación en el aula	2
1.3. Contextos Nacional y local	2
1.3.1. Contexto Nacional	2
1.3.2. Contexto local “institucional de Educación Media de la ciudad de Cali del Colegio Berchmans”	3
1.3.2.1. Plan Integrado del Área de Matemáticas (PIA) grado 11	3
1.3.2.2. Planeación periódica	6
1.3.2.3. Plan de periodo	10
1.4. Planteamiento del problema.....	12
1.5. Justificación y antecedentes.....	14
1.5.1. Justificación.....	14
1.5.2. Antecedentes	16

1.6.	Objetivos	20
1.6.1.	Objetivo general	20
1.6.2.	Objetivos específicos	20
2.	MARCO CONCEPTUAL DE REFERENCIA.....	22
2.1.	Formación de Profesores de Matemáticas	22
2.2.	Currículo y Marco legal en Colombia	24
2.3.	Conocimiento Didáctico del Contenido (CD) y Conocimiento de la asignatura del contenido que el profesor debe desarrollar o poseer....	26
2.4.	Organizadores del Currículo.....	28
2.4.1.	Modelos locales de Organizadores del Currículo	29
2.5.	Distribución de probabilidades discretas y Diseño Curricular	30
2.6.	Conocimiento Didáctico de la Matemática y Pensamiento matemático- Estadística.....	32
2.6.1.	Conocimiento Didáctico de la Matemática.....	32
2.6.2.	Pensamiento Matemático-Estadístico	34
3.	ESTRATEGIA METODOLÓGICA.....	37
3.1.	Marco metodológico	37
3.1.1.	Investigación basada en diseño	37
3.1.2.	Experimentos de enseñanza	39
3.1.3.	Sistematización de experiencias	42

3.1.3.1.	Metodología de la Sistematización	46
3.2.	Enfoque de la investigación.....	49
3.2.1.	Población.....	50
3.2.2.	Técnicas de investigación	53
3.2.3.	Instrumentos de recolección de datos	53
3.2.4.	Herramienta para el procesamiento de datos.....	57
3.2.5.	Técnica de procesamiento de datos.....	57
4.	DISEÑO Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN	58
4.1.	Reconstrucción metódica y documentada de la experiencia.....	58
4.2.	Reconstrucción metódica	58
4.2.1.	Recolección de la información y categorías que se pueden utilizar para la recuperación del experimento de enseñanza.	59
4.3.	Selección y desarrollo de la información recogida.	62
4.3.1.	Planificación y aplicación de la actividad.....	63
4.3.2.	Recursos, materiales empleados aplicación de la actividad y Análisis de los registros obtenidos de los materiales aplicados en grado once.....	63
4.3.2.1.	Descripción de las actividades ejecutadas por parte de los estudiantes.	64
4.3.2.2.	Evaluación Distribución Binomial y Distribución Poisson puntual y acumulada a través del manejo de tabla de distribución de probabilidades y calculo a mano utilizando la calculadora.	65

4.3.2.3.	Videos cálculo de valores de probabilidad y gráficas puntual y acumulada de las distribuciones Binomial Poisson realizados a través de Excel “cada estudiante tiene una actividad diferente”	70
4.3.2.4.	Construcción e interpretación de las gráficas de las Distribución Binomial y Poisson de los valores de probabilidad puntual, acumulada y sus gráficos (Excel).....	71
4.3.2.5.	Construcción en Excel de la gráfica simultanea de la distribución Binomial y Poisson (relación o comportamiento gráfico de la relación simultanea Binomial Poisson)	74
4.3.2.6.	Evaluación, solución Distribución Binomial como una distribución de Poisson (conclusión teorema)	77
4.3.2.7.	Coevaluación que realiza un estudiante a sus dos compañeros	89
4.3.2.8.	Autoevaluación que realiza el estudiante en relación a su desempeño durante el periodo y las actividades	92
4.3.2.9.	Algunas imágenes de la Sistematización de Experimentos de enseñanza.....	95
5.	ANÁLISIS RETROSPECTIVO	97
5.1.	Análisis Didáctico	98
5.1.1.	Análisis de Contenido.....	98
5.1.1.1.	Sistemas de Representación.....	105
5.1.1.1.1.	Sistema de Representación Simbólico	106
5.1.1.1.2.	Sistema de Representación Gráfico	107

5.1.1.1.3.	Sistema de representación manipulativo.....	108
5.1.1.1.4.	Sistema de Representación Verbal.....	108
5.1.1.1.5.	Sistema de Representación Tecnológico o Visual.	109
5.1.1.1.6.	Sistema de Representación y sus relaciones.....	110
5.1.2.	Análisis Fenomenológico.....	111
5.1.3.	Análisis cognitivo.....	113
5.1.4.	Análisis de Instrucción.....	114
5.2.	Conocimientos adquiridos y desarrollos por parte del profesor en ejercicio	115
5.3.	Unidad Didáctica	118
5.4.	Conclusiones.....	121
5.4.1.	Conclusión general.....	122
5.4.2.	Conclusiones referidas a los objetivos específicos	122
5.4.3.	Recomendaciones referidas a la Sistematización de los Experimentos de enseñanza.....	125
6.	FASE DE COMUNICACIÓN O SOCIALIZACIÓN	127
6.1.	Estrategias de comunicación.....	127
6.2.	Diseño, elaboración de materiales y eventos para la difusión.....	128
BIBLIOGRAFÍA		130

INDICE DE GRÁFICAS.

Gráfica 1. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la evaluación conceptual distribución Binomial y Poisson, manejo de calculadora y tabla distribución de probabilidad.	68
Gráfica 2. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la Implementación de la hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson.	72
Gráfica 3. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la Implementación en hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson simultáneamente.	75
Gráfica 4. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la evaluación que pretende identificar la inferencia del teorema “la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson” por parte de los estudiantes.	86

INDICE DE IMAGENES

Imagen 1. Estructura general de una Investigación Basada en Diseño	39
Imagen 2. Fases que se implementan durante la Sistematización	45
Imagen 3. Evaluación conceptual distribución Binomial y Poisson, manejo de calculadora y tabla distribución de probabilidad.	67
Imagen 4. Implementación en hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson.	72
Imagen 5. Implementación en hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson simultáneamente	75
Imagen 6. Evaluación que pretende identificar la inferencia del teorema “la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson” por parte de los estudiantes.	85
Imagen 7. Coevaluación realizada por los estudiantes.	91
Imagen 8. Autoevaluación realizada por los estudiantes.	95

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Estándares de desempeño, saberes básicos, subprocesos y estructura conceptual grado undécimo.	4
Tabla 2. Seguimiento de las fases de la Sistematización por semana.....	48
Tabla 3. Mapa de la ciudad de Cali y la ubicación de la comuna 22.....	50
Tabla 4. Cronología de la sistematización durante el primer periodo agosto 27 a noviembre 15 de 2019.....	62
Tabla 5. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 1.	70
Tabla 6. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 2.	74
Tabla 7. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 3.	76
Tabla 8. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 4.	89
Tabla 9. algunas imágenes de la Sistematización de Experimentos de enseñanza.	96
Tabla 10. Estándares de Competencias M.E.N del conjunto de grado 10 - 11, plan de periodo y planeación periódica de grado once del Colegio Berchmans.	100
Tabla 11. Definición, ecuaciones y convenciones de distribuciones Binomial y Poisson.	101
Tabla 12. Solución, y análisis del ejercicio de aproximación de la distribución Binomial a una distribución de Poisson.....	105
Tabla 13. Ejemplos, fenómenos, problemas y contextos	112

GLOSARIO

Análisis Didáctico: Se estructura desde los fundamentos de los organizadores del currículo el cual le ayuda al profesor de matemáticas a diseñar, poner en práctica, evaluar que se concretan en una unidad didáctica. El análisis didáctico, también es utilizado en otras áreas del conocimiento.

Unidad Didáctica: es considerada una estructura pedagógica aplicable al aula de clase, permite manifestar las proyecciones formativas durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, es una actividad de concreción curricular, planificación y didáctica del proceso educativo.

Formación de profesores: campo de investigación donde se realiza reflexión conjunta por parte de todos los participantes, sobre sus maneras de concebir, tanto el conocimiento matemático sobre las funciones considerado como un sistema o estructura conceptual de conocimientos adquiridos y desarrollados

Investigación basada en diseño: Enfoque metodológico de amplia cobertura disciplinar y metodológica, busca aumentar el impacto y transferencia de la investigación educativa para mejorar las prácticas educativas, se fundamenta en construir teorías y desarrollar los principios de diseño que guíen, informen y mejoren tanto la práctica y la investigación en contexto.

Experimentos de enseñanza: El experimento de enseñanza es una aproximación metodológica que se vincula con la Investigación Basada en Diseño, la utilidad de los experimentos de enseñanza en la investigación en educación matemática se orienta a comprender el aprendizaje y razonamiento de los estudiantes durante un periodo de tiempo determinado.

Sistematización de Experiencias: es aquella interpretación crítica de una o varias experiencias que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido en ellas: los diversos factores que intervinieron, cómo se relacionaron entre sí y por qué lo hicieron de ese modo. La Sistematización de Experiencias produce conocimientos y aprendizajes significativos que posibilitan apropiarse de los sentidos de las experiencias, comprenderlas teóricamente y orientarlas hacia el futuro con una perspectiva transformadora

INTRODUCCIÓN

El propósito general de esta investigación de Maestría en Educación Matemática “SISTEMATIZACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA EN EL AULA DE LA APROXIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON”, es plantear fundamentada, conceptual y metodológicamente la investigación que se desarrolló en el colegio Berchmans en el periodo lectivo 2019 -2020 en grado once en la asignatura de Estadística durante el primer periodo.

Se pretende realizar un *Análisis Didáctico* con propósitos formativos y de desarrollo Curricular, donde se implementa una Investigación Basada en Diseño de las prácticas de aulas donde previamente se realizó la planificación, Implementación, Análisis y Evaluación de una *Unidad Didáctica* donde se concreta los principios de la investigación en relación a los fundamentos de las distribuciones Binomial y Poisson.

La fundamentación del enfoque metodológico de Investigación Basada en Diseño (Garcia & Occelli, 2020), Experimentos de Enseñanza (Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011) y Sistematización de Experiencias (Jara Holliday, 2013) fueron determinantes para el desarrollo y escritura de este trabajo de grado. El componente conceptual se consideró “grupo Pensamiento Numérico y Algebraico” PNA: (Rico L. , La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: Horsori., 1997, 1998); (Gomez & Rico, Análisis didáctico, conocimiento didático y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Sin publicar. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2002); Bedoya, 2002, 2008, 2013), Didáctica de las Matemáticas (DM), Unidad Didáctica, Teoría de los Organizadores del Currículo, el Conocimiento Didáctico, Análisis Didáctico y la Formación de Profesores de Matemáticas (FPM), Desarrollo e Innovación Curricular e Instruccional (Bedoya, 2013).

Este documento de investigación se estructura de la siguiente manera: capítulo 1. Análisis didáctico preliminar, se plantea la formulación del problema, objetivos, justificaciones y los elementos legales que estructuran la investigación; capítulo 2. Marco Conceptual. Planteamiento de referentes teóricos curriculares que sustentan esta investigación; capítulo 3. Estrategia metodológica, se estructura los fundamentos del enfoque metodológico que se implementó en esta investigación; capítulo 4. Diseño y

desarrollo de la investigación se describe la información recogida con los instrumentos aplicados durante las clases y el análisis e interpretación de la información recogida en el capítulo anterior para luego sacar conclusiones al respecto; capítulo 5. Análisis retrospectivo, se manifiesta la implementación del Análisis didáctico, así como la concreción de una Unidad Didáctica y las observaciones de los sistemas de representación vinculados en esta investigación. capítulo 6. Producción documentada, se plantea la forma por la cual se socializará la experiencia y resultados de la investigación.

1. ANÁLISIS DIDÁCTICO PRELIMINAR

1.1. Planteamiento inicial

En este trabajo de Maestría en Educación se vincula la Sistematización de Experiencia¹, la razón por la cual se implementó en este documento, es que desde la experiencia de formación que vivió el autor en el pregrado para acceder al título de Licenciado en Matemáticas y Física, el documento de grado que presentó vinculaba esta estrategia, la cual le pareció práctica para implementar en sus actividades académicas y laborales “durante su ejercicio docente” en las instituciones en la cuales ha trabajado hasta el momento donde ha realizado actividades como profesor-investigador² de aula en las asignaturas que ha enseñado “Física y Matemáticas (Estadística)”.

En la actualidad el autor está trabajando en el colegio Berchmans el pensamiento aleatorio, conocimiento estadístico y sistemas de datos en los grados 9, 10 y 11 este trabajo es fundamentado desde el enfoque metodológico de la Investigación Basada en Diseño donde se implementó la Sistematización de Experiencia de los Experimento de Enseñanza en el aula y el Análisis Didáctico como disciplina científica de estudio, formación y desarrollo e innovación.

¹ La Sistematización es aquella interpretación crítica de una o varias experiencias que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido en ellas: los diversos factores que intervinieron, cómo se relacionaron entre sí y por qué lo hicieron de ese modo. La Sistematización de Experiencias produce conocimientos y aprendizajes significativos que posibilitan apropiarse de los sentidos de las experiencias, comprenderlas teóricamente y orientarlas hacia el futuro con una perspectiva transformadora. (Jara Holliday, 2013)

² “el mejor lugar para la formación del profesorado es su propia aula. donde sea consciente de los problemas educativos que surgen en clase y que adopte las decisiones oportunas para diseñar, implementar y evaluar nuevas acciones que mejoren su práctica diaria” (Cañal, 2001)

1.2. Propuesta de investigación en el aula

En este documento se pretende plasmar la investigación en el aula que se desarrolló en el Colegio Berchmans ubicado en la ciudad de Cali, en la asignatura de Estadística, perteneciente al área de Matemáticas en grado 11° de educación media en el periodo académico 2019 - 2020. Se va a Sistematizar la Experiencia de la aplicación de los Experimentos de Enseñanza en el aula fundamentada en la ejecución de una estrategia de formación que relaciona los componentes conceptuales, procedimentales, competencias de las funciones de distribución de probabilidades de variable aleatoria discreta: Binomial y Poisson las cuales se enmarcan en la Estadística Inferencial, en este trabajo se implementó las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) y de representación múltiple, como instrumento mediador³ la cuales ayudan no solo a vincular los conceptos de Binomial y Poisson, sino también la visualización y comprensión intuitiva por parte de los estudiantes de estas distribuciones y procesos referidos a las dos distribuciones de probabilidad.

Esta propuesta de Trabajo de Grado se desarrolla como requisito para optar al Título de Magíster en Matemáticas, que otorga el Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle (UV).

1.3. Contextos Nacional y local

A continuación, se listan los contextos en los que se enmarcan este trabajo de grado:

1.3.1. Contexto Nacional

Las normas colombianas consultadas que definen, regulan, dan pautas y enmarcan el diseño del currículo en los diferentes establecimientos educativos del país son, entre otras directamente las siguientes:

- Ley General de Educación, Ley 115 de 1994

³ Instrumento Mediador.- Las TIC se utilizan fundamentalmente como instrumentos mediadores de la interacción entre los estudiantes y los contenidos, con el fin de facilitar a los primeros el estudio, memorización, comprensión, aplicación, generalización, profundización, etc. de los segundos (Coll, Onrubia, & Mauri, 2007, pp.388)

- Decreto 1860 de 1994, Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales.
- Decreto 1290 de 2009, expedido el 16 de abril de **2009**, reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes en los niveles de educación básica y media que deben realizar los establecimientos educativos; es decir, que se refiere básicamente a la evaluación que se desarrolla en el aula
- Lineamientos Curriculares Matemáticas.
- Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas.
- DBA “Derechos Básicos de Aprendizaje”⁴ Matemáticas

1.3.2. Contexto local “institucional de Educación Media de la ciudad de Cali del Colegio Berchmans”.

El plan de estudio institucional el Colegio Berchmans está en sintonía con los lineamientos propuestos por el MEN, en el colegio el plan de estudio se estructura desde tres componentes que se articulan para el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje en los salones de clase. Entre ellos están: PIA “Plan Integrado del Área de Matemáticas”, la planeación periódica y el plan de periodo.

1.3.2.1. Plan Integrado del Área de Matemáticas (PIA) grado 11

En este documento se plantea el enfoque, objeto de estudio, proceso general, subprocesos del área, razonamiento matemático, modelación matemática, comunicación matemática, saberes básicos por grados y los estándares de desempeño y estructura conceptual. Es el planteamiento que propone y desarrolla la institución educativa con el fin de poner en contextos el currículo para la consecución del cumplimiento de los requerimientos, necesidades y expectativas de la comunidad educativa en relación de la consolidación de prácticas sociales, laborales y culturales. El plan de estudio se

⁴ Los DBA son una herramienta diseñada para todos los miembros de la institución educativa (padres, cuidadores, docentes y estudiantes) que les permite identificar los saberes básicos que se deben adquirir en los diferentes grados escolares para las áreas de matemáticas y lenguaje (Cortes, 2016)

constituye fundamentado desde principios, enfoques que orientan el desarrollo, normas, criterios y desarrollos desde las diferentes áreas de conocimiento.

En el colegio Berchmans, el plan integrado del área de Matemáticas en particular está constituido por una articulación simultanea entre los siguientes componentes:

 COLEGIO BERCHMANS	Ámbito Formación Integral PLAN INTEGRADO DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS VERSION FINAL AGOSTO DE 2018	Página 53 de 56
---	--	-----------------

6.11 ESTÁNDARES DE DESEMPEÑO GRADO UNDÉCIMO

		SUBPROCESOS				ESTRUCTURA CONCEPTUAL
		Resolución y Formulación de problemas	Razonamiento Matemático	Modelación	Comunicación Matemática	
SABERES BÁSICOS		Analiza la variación a partir de diferentes conceptos presentes en el análisis matemático para resolver y formular situaciones problema.	Argumenta sobre las relaciones de variación presentes en modelos matemáticos.	Utiliza herramientas del cálculo para construir modelos en los que se resuelven y formulan problemas prácticos y teóricos.	Interpreta y aplica las funciones de distribución de probabilidad y las técnicas de muestreo en la solución y formulación de situaciones problema.	Pensamiento Numérico - Números reales - Desigualdades Pensamiento Variacional - Inecuaciones, funciones, límites, continuidad, derivada de funciones de una variable. Pensamiento Aleatorio - de probabilidad y distribuciones de probabilidad de variables aleatorias. - Técnicas de muestreo.
	1	1. Resuelve y formula problemas que involucren inecuaciones, utilizando las propiedades básicas de las desigualdades, en el conjunto de los números reales. 2. Determina analítica y gráficamente el dominio y rango de funciones polinómicas, racionales y definidas por partes. 3. Construye modelos con inecuaciones para resolver situaciones problema de las matemáticas y otras disciplinas. 4. Argumenta la solución de problemas estadísticos, empleando las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas.				
	2	1. Interpreta gráfica y analíticamente el concepto de continuidad de funciones aplicándolo en la solución de problemas. 2. Interpreta el concepto intuitivo de límite de una función en un punto y utiliza los procesos algebraicos requeridos para la solución de situaciones en contextos matemáticos. 3. Modela procesos infinitos en situaciones de variación empleando los conceptos límite y continuidad, en funciones de variable real. 4. Argumenta la solución de problemas estadísticos, empleando las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias continuas.				
	3	1. Emplea las herramientas del cálculo en la modelación y resolución de situaciones de variación. 2. Caracteriza el comportamiento de una función, empleando las herramientas del cálculo. 3. Emplea funciones de variable real y el concepto de derivada como razón de cambio para modelar y resolver situaciones variación. 4. Emplea las Técnicas de Muestreo y los principios básicos de la estadística inferencial en situaciones problema que provienen de su entorno.				

Tabla 1. Estándares de desempeño, saberes básicos, subprocesos y estructura conceptual grado undécimo.

Uno de los objetivos de indagación de este documento, funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta (Binomial y Poisson) en grado 11 está ubicado en el primer periodo (ver anexo 1).

Contexto académico.

Con mucha frecuencia las personas que escuchan o ven noticias, periódicos, revistas, folletos, redes sociales, informes académicos y reuniones sociales que están relacionadas con información estadística en sus diferentes formas de representación, tales como: gráficos de barras, circulares, tablas de frecuencia, informes de encuestas entre otras. De las cuales se tiene que realizar análisis, observación, interpretación,

inferencia y explicación de la información para validar su pertinencia y objetividad con la finalidad de dar opiniones o tomar decisiones.

Teniendo presente lo anterior el Colegio Berchmans, tomó la decisión de asignar 2 horas “de 40 min cada una” a la semana, del área de Matemáticas a la asignatura de Estadística, se pretende promover, desarrollar y establecer en los estudiantes una cultura estadística en la cual apliquen frecuentemente pensamiento estadístico donde puedan sentar postura crítica frente a las noticias y comentarios a los cuales se puedan ver expuestos.

La institución después de realizar su amplio y riguroso proceso de selección, contrato al autor para enseñar Estadística desde 9° hasta 11° desde el 2015 ha iniciado el proceso de consolidación de la asignatura hasta el punto de que:

- En 9° se enseña a los estudiantes lo relacionado con medidas de tendencia central, medidas de posición relativa, medidas de dispersión, correlación y coeficiente de correlación lineal y fundamentos de probabilidad clásica.
- En 10° se enseña, fundamentos de operaciones con conjunto, técnicas de conteo “permutaciones y combinaciones”, aplicaciones a la probabilidad, probabilidad condicional y teorema de Bayes.
- En 11° se enseña, *funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta*, funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria continua y técnicas de muestreo.

En términos generales, el desempeño de los estudiantes de 11° con los cuales se implementarán las actividades de la sistematización de experiencia educativa está clasificado según el sistema de evaluación del colegio en básico, alto y superior resultados observados de las valoraciones obtenidas del año inmediatamente anterior **10° (promoción 2018 – 2019).**

Intensidad horaria. En el colegio Berchmans, hay 4 salones en grado once, los cuales tienen asignado, en el plan de periodo (ver anexo 2) y planeación periódica (ver anexo 3) una intensidad de 2 horas a la semana en cada salón (de 40 minutos cada una) “ver anexo 4”.

1.3.2.2. Planeación periódica

se plantea las intenciones generales de formación en las clases durante el periodo, la didáctica que se implementará para realizar el tratamiento de las competencias conceptuales, los exámenes y el cronograma en el cual se ejecutan los componentes o conceptos y la respectiva bibliografía empleada. Seguidamente se muestra la planeación que planteo para el desarrollo del periodo en el cual se desarrollaron las actividades de la Sistematización de Experiencia.

	PLANEACION PERIODICA				Página 1 de 4
ÁREA:	Matemáticas - Estadística	GRADO:	Once	PERIODO	Primero
PROFESOR:	Manuel Marín			INTENSIDAD	2 horas semanales
REALIZACIÓN	DE: Agosto 27 de 2019	A:	Noviembre 16 de 2019		

Horizonte de Grado

"Me reconozco en mis capacidades y dificultades en un proceso de decidir y asumir el inicio de una nueva etapa de mi vida"

UNIDAD 3

NOMBRE: Distribuciones de probabilidad de variable aleatoria discretas

Se presenta la importancia y aplicabilidad de las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta en los diferentes campos o áreas del conocimiento y como las funciones de distribución: Binomial, Geométrica y Poisson son utilizadas para explicar eventos aleatorios de variables discretas en situaciones cotidianas.

INTENCIONES

Se presenta y muestra la importancia que tienen las funciones de distribuciones de probabilidades de variables aleatoria discretas en las diferentes áreas-asignaturas (Biología, Química, Física, Sociales, entre otras), o campos de conocimiento (Medicina, Ingenierías, Economía, Matemáticas entre otras), con el fin de evidenciar la relevancia de la Estadística Inferencial y mostrar como las funciones de distribuciones Binomial, Geométrica y Poisson son utilizadas o aplicadas para la predicción, conclusión o inferencia de problemas cotidianos donde se involucra la aleatoriedad, con el objetivo de que el estudiante se reconozca en sus capacidades y dificultades en un proceso de decidir y asumir el inicio de una nueva etapa de su vida que le permita reconocer y discernir de las diversas situaciones que se le presenten.

En la presente unidad se trabajarán conceptos fundamentales de probabilidad tales como: experimentos aleatorios, espacio muestral, eventos o sucesos para la posterior aplicación en la determinación de diferentes planteamientos de las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta ya mencionadas.

DIDÁCTICA

Los estudiantes durante el desarrollo del primer periodo han tenido acercamiento a las nociones fundamentales de probabilidad "operaciones con conjuntos, espacios muestrales, técnicas de conteo, probabilidades: simple, conjunta, marginal y condicional". En coherencia con el colegio, la propuesta de la asignatura pretende que los estudiantes desarrollen una

cultura estadística que se fundamenta desde elemento teóricos y prácticos dotados de sentido, significancia y pertinencia a su entorno y cotidianidad. En la presente unidad de trabajo se les realiza una contextualización de la importancia de la Estadística Inferencial desde las funciones de distribución de variables aleatoria discretas.

Como introducción a las funciones de distribución se trabajará el teorema de Bayes en problema de la cotidianidad. Se presenta la siguiente consigna a los estudiantes para que resuelvan individualmente, con apoyo de la conferencia, cuyos ejercicios son tomados del taller *Teorema de Bayes y Funciones de distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas*.

Diagnostico

1. El 57% de los estudiantes viven en barrios cercanos al colegio, el 40% de los estudiantes del colegio utilizan bicicleta para trasladarse. Además, el 37% de los estudiantes viven en barrios cercanos al colegio y utilizan la bicicleta para trasladarse.
 - a. Si el rector del colegio selecciona al azar un estudiante del colegio, dentro de los que viven cerca, ¿Cuál es la probabilidad de que utilice la bicicleta para trasladarse?
 - b. Si la mañana de ayer un estudiante llevo al colegio en bicicleta, ¿Cuál es la probabilidad de que viva en un barrio cercano al colegio?
2. El coordinador académico de un colegio realizo un estudio en el cual determino que,

	PLANEACION PERIODICA	Página 2 de 4
---	----------------------	---------------

el 40% de los estudiantes reprueban al menos una materia en el primer bimestre. Además, logra establecer que el 74% de los estudiantes que pierden alguna materia no asisten al programa de monitorías establecido en el colegio y el 12% de los estudiantes que no reprueban alguna materia no asisten al programa de monitorías.

- Identificar los eventos relacionados con esta situación.
 - Construir un diagrama de árbol para las probabilidades condicionales de esta situación.
3. Una costura de un tipo de pantalón necesita de cuatro remaches para que quede segura. La costura tendrá que volverse a realizar si uno de los cuatro remaches queda defectuoso. Se supone que los remaches están contruidos de forma independiente. Un remache tiene una probabilidad de 0.05 de estar defectuoso, y los cuatro remaches tiene la misma probabilidad de defectos.
- ¿Cuál es la probabilidad de que una costura deba realizarse nuevamente?
 - Si el 10% de las costuras deben repetirse, ¿Cuál es la probabilidad de que un remache tenga defectos?

Con la anterior consigna se pretende que el estudiante recuerde el concepto probabilidad condicional. Seguidamente se hace la presentación y desarrollo de teorema de Bayes, componente conceptual determinante para la aplicación y explicación de la probabilidad que involucra varias variables en una misma situación. Para reconocer el nivel de apropiación se realiza la siguiente prueba corta.

4. **Examen corto:** La probabilidad de que una persona culpable de un delito se declare culpable es del 32%. La probabilidad de que se otorguen beneficios en la condena por su confesión es del 98% y la probabilidad de no obtener beneficios sin haber confesado es del 85%
- ¿Construir un diagrama de árbol para esta situación?

- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona reciba algunos beneficios en su condena?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona culpable confiese y reciba beneficios?
- Si una persona no recibe beneficios en su condena, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya confesado?

Posteriormente, se efectúa la retroalimentación en clase comunitaria de la solución de la evaluación, se aclaran las posibles dudas que aún pueda presentar los estudiantes y luego se realiza la primera aproximación al desarrollo de la función de distribución de probabilidad binomial a través de la siguiente consigna de clase comunitaria:

Ejercicios de aplicación función de distribución de probabilidad binomial

Si una décima parte de personas tiene cierto grupo sanguíneo, ¿cuál es la probabilidad de que, entre 100 personas escogidas al azar, exactamente 8 de ellas pertenezcan a este grupo sanguíneo? ¿y si la preguntas es 8 como máximo?

Esta consigna se encuentra en el taller *Teorema de Bayes y Funciones de distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas* y bajo la tutoría del maestro, durante el trabajo de la distribución binomial permitirá establecer las características que distingue a la distribución binomial de otras distribuciones de variable aleatoria discreta, reconocer que el resultado que suministra la distribución binomial es un resultado bien sea individual, acumulado o el de un intervalo particular del total de eventos aleatorios realizados.

El docente trabajara, desde el taller, con los estudiantes el reconocimiento de los parámetros (probabilidad de éxito, número de intentos o experimentos y variable independiente "éxitos obtenidos" para determinar la variable dependiente "Binomial") que caracteriza a la función "Binomial" de variable aleatoria discreta.

Lo planteado se realiza en clase comunitaria vinculada a la experiencia del periodo anterior. Con la finalidad de identificar el nivel de apropiación de lo



tratado hasta el momento se realiza un examen corto, orientado a establecer las medidas pedagógicas o didácticas para fortalecer las posibles falencias presentes en los estudiantes en términos de la distribución de probabilidad binomial.

Examen corto: función de distribución de probabilidad binomial.

El propósito de esta evaluación es identificar los avances en la aplicación y cálculo de probabilidades con la función de distribución de probabilidad binomial.

Continuando con las funciones de distribución de probabilidad se presenta la función de distribución de probabilidad geométrica a través de la siguiente consigna.

Ejercicios de aplicación función de distribución de probabilidad geométrica

La probabilidad de que una muestra de aire contenga una molécula rara es 0.01. Si se supone que las muestras son independientes respecto a la presencia de la molécula. Determine cuál es la probabilidad de que sea necesario analizar 125 muestras antes de detectar una molécula rara.

Esta consigna será tratada en una clase comunitaria y está consignada en el taller Teorema de Bayes y Funciones de distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas como parte práctica y complementaria del material de apoyo de la conferencia "distribuciones de probabilidad de variable discreta". Con la anterior consigna se pretende que el estudiante pueda apropiarse de las particularidades que caracterizan a la distribución geométrica y reconozca al mismo tiempo que la diferencia de la ya vista "Binomial", así como identifique bajo qué condiciones o tipos de problemas debe aplicar esta función de distribución de probabilidad. Lo anterior se tratará desde el análisis de los parámetros y característica de las funciones en la solución de los ejercicios del taller, en los cuales se confrontará las similitudes y diferencias entre ellas, que les darán los elementos para poder discernir cual se debe usar entre una y otra función de distribución.

Con la finalidad de identificar el nivel de aprendizaje de lo tratado hasta el momento se realiza un examen corto, orientado a establecer las medidas pedagógicas o didácticas para fortalecer las posibles falencias presentes en los estudiantes en términos de la distribución de probabilidad geométrica.

Examen corto: función de distribución de probabilidad geométrica.

El propósito de esta evaluación es identificar los avances en la aplicación y cálculo de probabilidades con la función de distribución geométrica.

Por último, se presenta la función de distribución de probabilidad de Poisson por medio de la siguiente consigna, tomada del taller de distribuciones de probabilidad de variables discretas.

Ejercicios de aplicación función de distribución de probabilidad de Poisson

Si la probabilidad de fabricar un televisor defectuoso es $p = 0.01$, ¿cuál es la probabilidad de que en un lote de 100 televisores contenga más de 2 televisores defectuosos?

Como fortalecimiento a las funciones de distribución se realiza la puesta en común de los ejercicios del taller resueltos por parte de los estudiantes, para complementar y afianzar conceptos, con la visión de realizar un examen parcial en el cual el estudiante puede resolver una pregunta la función de distribución de probabilidad de Poisson y en otra pueda determinar y calcular la correspondiente a algunas de las tres funciones de distribución de probabilidad de variable discreta.

Evaluación corta: cálculo de probabilidades de las funciones de distribución de variable discreta.

El propósito de esta evaluación es identificar los avances de los estudiantes en el tratamiento de los problemas de funciones de probabilidad que involucren variables discretas.

Posteriormente, y como parte de la reflexión y acción ignaciana, se retoma el desarrollo del taller

	PLANEACION PERIODICA	Página 4 de 4
---	----------------------	---------------

para interpretar y resolver la información proveniente del tratamiento con las funciones de distribución de probabilidad en diferentes áreas o campos del conocimiento. Este taller, que será realizado en clase comunitaria, se constituye en un instrumento de evaluación que permitirá observar el nivel de

comprensión que tienen hasta ese momento por parte de los estudiantes en relación con las funciones de distribución de probabilidad como parte de la Estadística inferencial como campo de investigación científico de las matemáticas y como camino preparatorio para el desarrollo del II y III periodo

CRONOGRAMA:

Semana	Estadística
27-08/30-08	Semana diagnóstica
02-09/05-09	Teorema de Bayes
09-09/13-09	
16-09/20-09	Distribución de probabilidad Binomial y sus características
23-09/27-09	
30-09/04-10	Distribución de probabilidad Geométrica y sus características
07-10/11-10	Semana de receso
15-10/18-10	Distribución de probabilidad Geométrica y sus características
21-10/25-10	Quiz Distribución de probabilidad Poisson
28-10/01-11	Preparación de evaluación parcial
05-11/08-11	taller distribución de probabilidad Binomial, Geométrica y Poisson
12-11/15-11	Evaluación corta, taller distribución de probabilidad Binomial, Geométrica y Poisson
	Retroalimentación conceptual del periodo y preparación para el II y III

Bibliografía

Astrometría I: probabilidad y estadística parte I. (2011).
 Chao, L. (1982). *Estadística para las ciencias administrativas 2ª edición.* Bogotá - Colombia: McGraw-Hill.
 Unam, facultad de Economía. (s.f.). *III. Variables aleatorias Discretas y sus Distribuciones de Probabilidad.*
 Universidad politécnica de Valencia. (s.f.). *Distribución de probabilidad para variables aleatorias discretas.*
 Vargas, J. (s.f.). *Estadística Inferencial.*

Observaciones

1.3.2.3. Plan de periodo

En este documento se muestra lo relacionado con la estructura conceptual “conceptos y temáticas que se trataran durante el periodo académico”, Estándares de desempeño “desempeños que se espera que los estudiantes alcancen”, evaluación “los criterios de evaluación que se verificaran en los saberes adquiridos por los estudiantes e

instrumentos que se utilizaran durante el periodo para evaluar los saberes y competencias de los estudiantes” y los materiales de la enseñanza “corresponden a los materiales que se trabajaran con los estudiantes y lo que ellos deben resolver”. Reporto que lo relacionado con estadística se ubica en el estándar de desempeño número 3 o unidad 3 del siguiente documento o cuadro.

Es la concreción curricular en el salón correspondiente a la asignatura de Estadística, lo cual incluye: textos, materiales, TIC, actividades y demás medios utilizados por el profesor y los estudiantes en los procesos de planeación, instrucción, construcción, aplicación y evaluación de los contenidos temáticos disciplinares.

		COLEGIO BERCHMANS					
		PLAN DE PERÍODO I					
FECHA <u>Agosto 27 o noviembre 15 de 2019</u>		AREA <u>Matemáticas</u> PROFESOR <u>Arnulfo Rojas Vidal / Manuel Martínez</u>		GRADO <u>Undécimo</u>			
HORIZONTE DE SENTIDO DE GRADO:							
"Me reconozco en mis capacidades y dificultades en un proceso de decidir y asumir el inicio de una nueva etapa de mi vida."							
PROCESO DEL ÁREA:							
Desarrollo del pensamiento matemático a través de las relaciones entre los sistemas numérico, métrico, geométrico, algebraico y analítico y de datos.							
ESTRUCTURA CONCEPTUAL		ESTÁNDARES DE DESEMPEÑO		EVALUACIÓN			
ESTRUCTURA CONCEPTUAL		ESTÁNDARES DE DESEMPEÑO		EVALUACIÓN			
UNIDAD 1: Desigualdades e inecuaciones. 1.1 Desigualdades. 1.2 Propiedades de las desigualdades. Valor absoluto. 1.3 Conjuntos dados por inecuaciones: intervalos, representación gráfica. 1.4 Inecuaciones de primer grado con una incógnita. 1.5 Sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita. 1.6 Inecuaciones de segundo grado con una incógnita. 1.7 Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas. UNIDAD 2: Funciones 2.1 Concepto de función 2.2 Dominio y rango de una función. 2.3 Representación gráfica. 2.4 Estudio de funciones: 2.4.1 Polinómicas - Racionales 2.4.2 Definidas por partes		ESTANDAR DE DESEMPEÑO 1 (30%) <i>Resuelve y construye modelos que involucren inecuaciones, utilizando las propiedades básicas de las desigualdades, para resolver situaciones problema de las matemáticas y otras disciplinas en el conjunto de los números reales.</i> ESTANDAR DE DESEMPEÑO 2 (40%) <i>Compara diferentes modelos de variación teniendo en cuenta las propiedades, características y operaciones de las funciones para entender y explicar los diferentes comportamientos y modelos matemáticos que se dan en las diferentes áreas del conocimiento</i>		CRITERIOS DE EVALUACION 1. Utiliza las propiedades de las desigualdades para resolver inecuaciones. 2. Diseña modelos de solución de problemas en contextos reales utilizando inecuaciones de primer grado con una incógnita. 3. Resuelve analítica y gráficamente sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita. 4. Diseña modelos de solución de problemas en contextos reales utilizando inecuaciones de segundo grado con una incógnita. 5. Resuelve inecuaciones de primer grado con dos incógnitas. 6. Determina cuando una relación es función. 7. Identifica el dominio y el rango de funciones de variable real. 8. Construye gráficas de funciones y propone soluciones de problemas matemáticos con ellas, haciendo uso de las interacciones entre esas gráficas. 9. Explica fenómenos del mundo real usando las funciones polinómicas, racionales y definidas por partes. 10. Participa activa y asertivamente en el desarrollo de la clase y cumple con las actividades propuestas desde el área		MATERIALES DE LA ENSEÑANZA Actividad de diagnóstico. Guía1: Desigualdades y valor absoluto Taller 1: Resolución de problemas que involucren desigualdades e inecuaciones. Conferencia 1: Desigualdades y valor absoluto Guía 2: Funciones reales de variable real Taller 2: Resolución de problemas que requieran del uso de las funciones para su solución. Conferencia 2: Funciones reales de variable real  Jesuitas Colombia	

UNIDAD No 3. Funciones de distribución de variable discreta. 3.0 Teorema de Bayes. 3.1 Bernoulli 3.2 Binomial 3.3 Geométrica 3.4 Poisson	ESTANDAR DE DESEMPEÑO 3: (30%) Argumenta la solución de problemas estadísticos, empleando las funciones de distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas para interpretar y explicar las diferentes situaciones que se le proponen de su cotidianidad	INSTRUMENTOS: Pruebas cortas, Evaluación parcial, Actividades en clase, Sustentación de talleres. CRITERIOS PARA EL ESTANDAR DE DESEMPEÑO 3 1. Calcula, interpreta, aplica y explica el teorema de Bayes en situaciones de su entorno. 2. Calcula y analiza las funciones de distribución de variable aleatoria discreta desde el dominio de tabla. 3. Reconoce y diferencia las distribuciones de probabilidad. 4. Explica fenómenos del mundo real usando distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas. 5. Participa activa y asertivamente en el desarrollo de la clase y cumple con las actividades propuestas desde el área. INSTRUMENTOS: Pruebas cortas, Evaluación parcial, Actividades en clase, Sustentación de talleres.	ESTADÍSTICA Taller: ➤ Teorema de Bayes. ➤ Funciones de distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas. 
---	---	---	---

1.4. Planteamiento del problema

Estadística rama de la Matemática, la cual es indispensable como una ciencia aplicable a muchos otros campos o áreas de conocimiento, esta asignatura tiene como finalidad establecer comparaciones, planteamientos, toma de decisiones que permitan comprender o explicar una situación particular derivada de un conjunto de datos, dichas decisiones se toman desde características que se aplican en esta asignatura tales como: recolectar información “datos”, organizarlos, analizarlos, describirlos, inferir y tomar decisiones basadas en evidencias estadística.

Por lo general las instituciones educativas “colegios” de Colombia, tanto en el sector oficial como en el sector privado, finalizando los periodos académicos, el componente estadístico “aleatorio” se enseña en la misma franja horaria del área de Matemáticas, en algunos casos *de forma rápida, sin fundamentar a los estudiantes conscientemente de la importancia y aplicabilidad cotidiana de esta asignatura, lo anterior se puede deber a la gran cantidad de componentes y competencias que tiene el área y que el Ministerio de Educación Nacional exige enseñar en los diferentes grados de los colegios.*

Atendiendo a lo anterior el Colegio Berchmans” decidió enseñar el área de matemática simultanea entre el componente aleatorio y los demás componentes que constituyen el área de Matemáticas, distribuyéndola de la siguiente manera 80 minutos a la semana en los grados 9°, 10° y 11°, en los cuales se pretende especificar y puntualizar en los estudiantes las competencias aleatorias y trabajar “en 9° y 11° 200 minutos, en 10° 160 minutos” a la semana en los otros componentes (variacional, geométrico, métrico).

Se pretende promover el desarrollo de una cultura estadística en los estudiantes en la cual apliquen frecuentemente pensamiento estadístico donde puedan sentar postura crítica frente a las noticias y comentarios que se realizan o publican en noticias, periódicos, revistas, folletos, redes sociales, informes académicos y reuniones sociales en sus diferentes formas de representación, tales como: gráficos de barras, circulares, tablas de frecuencia, informes de encuestas entre otras.

A través de la aplicación de una unidad didáctica y sus actividades antecesoras “que conforman los Experimentos de Enseñanza” los estudiantes sean capaces de seguir instrucciones, en las cuales se requiere aplicar conocimientos estadísticos específicos, con la finalidad que puedan concluir elementos importantes de la asignatura. “a través de la determinación de valores de las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta “Binomial-Poisson” realizando cálculos manuales, manejo de tabla, hoja de cálculo “Excel” y que puedan inferir que una distribución de Poisson se puede resolver como una distribución Binomial si cumple las siguientes características (el número de ensayos tienda a ser infinito, la probabilidad de éxito⁵ tienda a ser cero y el producto entre el número de ensayo y probabilidad de éxito, el cual es igual a el promedio lambda sea constante).

Los conocimientos adquiridos y desarrollos por parte del profesor durante la implementación de las diferentes fases de la investigación los cuales son determinantes. Teniendo presente el anterior planteamiento, el cual, se pretende que oriente el desarrollo del proceso de Sistematización, que consiste en indagar y reflexionar, a través de un Análisis Didáctico, con intensión formativa acerca de los conocimientos conceptuales, procedimentales y competencias que el profesor de Estadística de los grados 9°, 10° y 11° en el Colegio Berchmans debe movilizar cuando se propone implementar una propuesta de diseño instruccional y Didáctica donde se relacionan componentes aleatorios “inferencial” y la utilización de TIC como recurso mediador de diferentes registros de representación, de procesos de visualización, comprensión de los contenidos temáticos y procedimental de la Estadística.

⁵ Éxito: Es encontrar lo que se propone resolver.

Fracaso: Es encontrar lo contrario que se propone resolver.

Atendiendo lo anterior, con el fin de orientar la reflexión y el desarrollo de la Sistematización en torno a la experiencia referida a este problema, se formula la siguiente pregunta problema:

¿Cuáles son los conocimientos desarrollados por un investigador al implementar en el aula una Sistematización de un Experimento de Enseñanza, que pretende que los estudiantes puedan inferir “sin tener conocimiento previo” que una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson, si se cumplen tres condiciones?

1.5. Justificación y antecedentes

1.5.1. Justificación

Los Lineamientos Curricular, los Estándares de Desempeños y Saberes Básicos de aprendizajes plantean unas directrices Nacionales que se deben seguir y enseñar en las instituciones educativas de nuestro país, particularmente en el Área de Matemáticas se propone enseñar algunos componentes entre los cuales están:

- PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS
- PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
- PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS
- PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS
- PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

Cada uno de estos pensamientos y sistemas, al terminar el ciclo de grados, los estudiantes deben alcanzar una serie de conocimientos y competencias. Por algunas variables, las cuales no se especificarán, por razones de tiempo, no serán ampliadas por el autor de este trabajo, puesto que no es el objetivo del mismo. En algunas instituciones los componentes correspondientes al pensamiento aleatorio y sistema de datos no se alcanza a enseñar a profundidad debido, posiblemente, a: paros en el sector oficial, distribución horaria de clase durante las jornadas y semanas escolares, numerosas competencias y conceptos que se deben enseñar en los demás pensamientos y sistemas, tantos que el tiempo que queda para hacer el tratamiento adecuado del pensamiento aleatorio y sistemas de datos no es suficiente, razón por la cual, en el área

de Matemáticas, no se alcanzan a cubrir lo referente a las funciones de distribución de probabilidad entre otros componentes.

Por lo general en las instituciones se enseña, con poco nivel de profundidad, debido a las razones previamente planteadas, lo relacionado con estadística descriptiva (medidas de tendencia central, posición y dispersión), en algunas instituciones la regresión y correlación lineal, en otras el cálculo de probabilidad clásica y algunos casos de técnicas de conteo (permutación y combinación) quedándose pendiente por enseñar lo referente a probabilidad condicional (teorema de Bayes), funciones de distribución de probabilidad y técnicas de muestreo. Los cuales son competencias indispensables para el desarrollo de una cultura estadística aplicable en estudios futuros e interacción social.

Los componentes planteados previamente son de gran aplicabilidad en el proceso de formación de educación superior, y para que los estudiantes tengan un adecuado proceso de formación a través de la educación superior, que vinculen unas bases claras de estos fundamentos conceptuales, es crucial para la interpretación de contextos aleatorios en su vida profesional y social.

Los estudiantes durante su desarrollo académico en la educación superior, laboral y social requieren de tener una comprensión adecuada de los elementos necesarios para la interpretación y explicación del componente aleatorio, para ellos es fundamental que puedan hacer uso adecuado de la hoja de cálculo, tablas de distribución de probabilidades, manejo del software GeoGebra entre otros recursos que sirven para realizar análisis, interpretación e inferencias de resultados estadísticos.

Se propone implementar una unidad didáctica que permita optimizar los procesos que conlleven a alcanzar las competencias necesarias para el trabajo con las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta (Binomial y Poisson), que un profesor de matemáticas pueda aplicar esta unidad didáctica con la finalidad que sus estudiantes se aproximen a la adquisición de las competencias básicas, para afrontar el trabajo con las funciones de distribuciones de probabilidad Binomial, Poisson y puedan establecer como éstas se relacionan, particularmente como la distribución Binomial se aproxima a una distribución de Poisson entre sí bajo unas condiciones particulares. Que los estudiantes puedan dar cuenta de la interpretación de un problema propuesto, cálculo

respectivo, análisis de resultados y explicaciones de los mismos con la finalidad que ellos puedan inferir elementos importantes de componente aleatorio y sistema de datos.

1.5.2. Antecedentes

Antecedentes curriculares

El desarrollo de este trabajo se soporta en disposiciones legales que direccionan a las instituciones educativas en Colombia tales como el Ministerio de Educación Nacional: Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, las cuales se implementan en las diferentes áreas de conocimiento, particularmente en el área de Matemáticas de la cual se realiza énfasis en el *Pensamiento Aleatorio y Sistemas de datos* para enfatizar en el inferencial “funciones de distribución de probabilidades de variable aleatoria discreta (Binomial y Poisson) los cuales se abordan en el Colegio Berchmans en grado 11. Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2012), Matemáticas Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), Derechos Básicos de Aprendizaje de Lenguaje y Matemáticas (MEN, 2015). Serán guías en la construcción de la Sistematización.

En los Organizadores del Currículo de Matemáticas reseña del libro (Rico L. (., y otros, 1997) se plantean elemento determinantes para la consolidación de este trabajo donde explican que son los Organizadores, como se interpretan y aplican en el campo educativo, en esta Sistematización de Experimentos de enseñanza se asume como los conceptos y conocimientos que se utilizan para interrelacionar el diseño, el desarrollo y la evaluación de la unidad Didáctica que se aplica más adelante, así como, fundamenta el Conocimiento Didáctico de los componentes, conceptos y contenidos Matemáticos “aleatorio”

Antecedentes didácticos

El Análisis Didáctico es otro pilar indiscutiblemente necesario para el desarrollo de este trabajo, permite vincular y estudiar los diferentes componentes de esta Sistematización de Experimentos de enseñanza.

El Análisis Didáctico es un método de investigación propio de la Didáctica de la Matemática. Este método tiene su fundamento en la historia, en la

propia matemática, en la filosofía del conocimiento y en las disciplinas educativas.

...La finalidad del Análisis Didáctico radican en fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación, puesta en práctica y evaluación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos escolares específico” (Rico, Lupiañez, & Molina, 2013)

La formación de profesores se ve directamente relacionada en los procesos de formación en los salones de clase desde las diferentes áreas del conocimiento y particularmente en Matemática, para ellos este trabajo se apoyará en (Bedoya, 2002) el cual dice:

El trabajo que presentamos es un estudio evaluativo sobre formación inicial y formación didáctica de futuros profesores de matemáticas de enseñanza secundaria. Se concreta en el diseño, planificación, implementación y evaluación de un **programa de formación curricular**, orientado hacia la reflexión conjunta por parte de todos los participantes, sobre sus maneras de concebir, tanto el conocimiento matemático sobre las funciones considerado como un sistema o estructura conceptual, como sobre sus metodologías de enseñanza.

La Educación Estadística es de suma importancia en el desarrollo económico y social en las diferentes regiones, puesto que en todas las áreas de conocimiento se hace uso, interpretaciones, inferencias o conclusiones provenientes de la consolidación y tratamiento de información o datos, por esta y otras razones se considera los escritos de la doctora Carmen Batanero.

La relación entre el desarrollo de un país y el grado en que su sistema estadístico produce estadísticas completas y fiables es clara, porque esta información es necesaria para la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político. La educación estadística, no sólo de los técnicos que producen estas estadísticas, sino de los profesionales y ciudadanos que deben interpretarlas y tomar a su vez decisiones basadas en esta información, así como de los que deben colaborar en la obtención de los datos requeridos es, por tanto, un motor del desarrollo (Batanero, 2001).

Antecedentes operativos

Bajo algunas condiciones o circunstancias los estudiantes en la educación superior, los profesionales en su vida práctica o social requieren de la implementación de los conceptos, componentes de las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta “Binomial o Poisson” para aplicarlos con la finalidad de realizar toma de decisiones en contextos específicos y no disponen de software estadísticos específicos, ni el conocimiento operativo del programa, sin embargo, todos los computadores disponen de una hoja de cálculo y en gran medida la hoja de cálculo de Microsoft Excel, en la cual el estudiante con conocimientos fundamentales del uso de los comandos de las distribuciones de Binomial y Poisson, referentes a determinar la probabilidad puntuales, acumuladas y bosquejo de graficas es de gran utilidad, así como lo manifiesta:

La elección de la hoja de cálculo como herramienta informática frente a programas estadísticos específicos (SPSS, Statgraphics, etc.) estriba sobre todo en su disponibilidad, ya que ésta se puede encontrar en casi todos los ordenadores a los que habitualmente solemos tener acceso y posteriormente en todas las empresas a las que podamos acceder como futuros profesionales, así como en la mayoría de puestos de trabajo. Además, presenta la ventaja de que es mucho más versátil que el software puramente estadístico (Martínez Gomez & Marí Benllonch, 2010).

Dado el caso que no se disponga de un computador o que este no tenga instalado hoja de cálculo, pero si exista disponibilidad a algún libro de estadística con tabla de funciones de distribución de variable aleatoria discreta “las cuales también están disponibles en internet”, el estudiante o profesional puede utilizarla para establecer las probabilidades requeridas (¿Cómo utilizar la tabla de la distribución Binomial?, s/f) con la finalidad de realizar toma de decisiones.

De igual forma se puede presentar la opción en la cual el estudiante pueda realizar la elección entre usar hoja de cálculo o tablas de distribución de probabilidad discreta Binomial o Poisson así como lo propone (Vargas A., s/f). En el cual resuelve y explica el tratamiento de las distribuciones desde el manejo de la hoja de cálculo y las tablas.

Trabajos relacionados

- *Sobre la Enseñanza de la Distribución de Poisson en Carreras de Ingeniería*, en este trabajo los autores presentan dos grupos de estudio, uno efectúa el tratamiento de la distribución de Poisson como aproximación a la distribución Binomial, en este grupo, los investigadores afirman que, a la hora de abordar la distribución de Poisson, es conveniente puntualizar aspectos fundamentales relacionados con la distribución binomial. En el otro grupo se aborda la enseñanza de la distribución de Poisson y como resulta de verla como un proceso en el cual ocurren sucesos discretos en un intervalo continuo de tiempo, longitud etc. Ellos terminan concluyendo que ambos procesos fueron apropiados. (Cruz, Álvarez, & Pérez, 2014)
- *Distribuciones Poisson y Gamma: Una Discreta y Continua Relación*, en esta investigación los autores presentan una relación entre una función de distribución de variable aleatoria discreta “Poisson” y una función de distribución de variable aleatoria continua “Gamma” y manifiestan algunas propiedades de cada distribución, también plantean algunos ejemplos que ilustran el empleo de cada distribución y su mencionada relación (Arroyo, Bravo, Llinás, & Muñoz, 2014).
- *Desarrollo de la noción de distribución Binomial en estudiantes universitarios*, los investigadores realizan un planteamiento de la utilidad en la toma de decisiones en el sector empresarial, en la cotidianidad de las personas y como la distribución Binomial es determinante para incrementar los resultados positivos. Indagan sobre la comprensión del planteamiento inicial, referente al nivel de comprensión de la aplicabilidad en la toma de decisiones bajo condiciones de aleatoriedad y como desde la formación en la educación superior se puede realizar un aporte para mejorar el pensamiento y cultura estadística (González, Oliveros, Rodríguez, & Forero, 2016).
- *Un estudio inicial sobre conocimientos de probabilidad Binomial en profesores de matemática*, En este trabajo se estudia el conocimiento acerca del modelo de probabilidad Binomial que tienen 46 profesores en ejercicio y en formación matemática. Se analizan tres ítems de un cuestionario previa instrucción sobre la distribución Binomial. Ambos grupos de profesores aplican el modelo binomial.

Sin embargo, presentan dificultades en identificar la variable aleatoria binomial, no consideran el número de ensayos Bernoulli y manifiestan dificultades en la aplicación de la esperanza matemática (Cid, Retamal, & Alvarado, 2014)

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo general

En este trabajo se propone describir competencias disciplinares y didácticas de una Sistematización de Experimentos de Enseñanza que un investigador realiza en clase de Matemáticas de grado 11° al implementar una propuesta que involucra los Contenidos temáticos correspondiente al componente de Estadística Inferencial (funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta: Binomial y Poisson) bajo el enfoque de Investigación Basada en Diseño, utilizando diferentes recursos “lápiz, papel, calculadora, hoja de cálculo, computador, celular, Tablet, Ipad, videos, entre otros” como instrumentos mediadores de las TIC para el tratamiento procedimental, conceptual, analítico e inferencial por parte de los estudiantes.

Los cuales, a través de la implementación de los Experimentos de Enseñanza en clase, propuestos por el profesor, les ayuden a potenciar las competencias pertinentes a la resolución, análisis, cálculo, interpretación y explicación de los problemas propuestos de funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial y Poisson. Además, se busca que los estudiantes puedan dar cuenta de la interpretación de problemas planteados de distribuciones Binomial y Poisson, solución del problema planteado, análisis de los resultados y explicaciones de los mismos, con la finalidad que al aplicarles una Unidad Didáctica, ellos puedan inferir que una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson siempre y cuando cumplan las siguientes características: el número de ensayos tiende a infinito, la probabilidad de éxito tienda a cero y el promedio “producto entre el número de ensayos y la probabilidad de éxito” siempre es constante.

1.6.2. Objetivos específicos

O.1. Que al implementar una Sistematización de un Experimento de Enseñanza los estudiantes calculen el valor de la probabilidad de las funciones de distribución Binomial

y Poisson a través de operación manual, manejo de tablas y de la hoja de cálculo, donde se realizan los cálculos de las probabilidades y sus respectivas gráficas.

O.2. Que después de desarrollar la sistematización de los experimentos de enseñanza, los estudiantes concluyan que una distribución Binomial se aproxima a la distribución de Poisson si se cumplen las siguientes condiciones: el número de ensayos tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el promedio “producto entre el número de ensayos y la probabilidad de éxitos” es contante.

O.3. Que después de implementar la Sistematización de experimentos de enseñanza, el profesor describa los conocimientos adquiridos y desarrollados durante las diferentes fases de la investigación.

2. MARCO CONCEPTUAL DE REFERENCIA

2.1. Formación de Profesores de Matemáticas

Son muchos los expertos que han realizado propuestas curriculares, didácticas, metodológicas, procedimentales en Educación, así, la Formación de Profesores de Matemáticas (FPM) es un eje indiscutiblemente fundamental en el proceso de enseñanza en Educación Matemática (EM), donde el maestro debe procurar establecer un balance adecuado entre el contenido específico, contenido didáctico e implementación de las TIC, “la integración de las TIC permite a los profesores precisar modelos curriculares múltiples que integran diversos organizadores del currículo de matemáticas, necesarios para el análisis y desarrollo de unidades didácticas, modelos que apuestan claramente por un fuerte contenido tecnológico” (Rico, Lupiañez, & Molina, 2013).

Para integrar la enseñanza, Aprendizaje, Evaluación de los conocimientos y saberes y competencias, conforme a esto uno de los expertos manifiesta que los “Modelos Locales de Organizadores del Currículo, estructurados en diferentes niveles de concreción, que facilitan que el profesor establezca secuencias de planificación curricular con diferentes niveles de complejidad y abren vías de innovación e indagación sistemática en el aula” (Bedoya, 2002).

De esta Forma los Modelos Locales de Organizadores del Currículo cumplen una función indispensable en la formación de maestros y maestros en ejercicio de matemáticas en la adquisición y fortalecimiento de las competencias requeridas para sus ejercicios en el salón de clases. (Rico, Lupiañez, & Molina, 2013, p. 318) Plantean condiciones similares a las manifestadas anteriormente donde,

Bedoya, Gutiérrez y Rico (2006) han estudiado las actitudes de profesores de matemáticas en relación con la integración de las calculadoras graficas

en el currículo de matemáticas de educación secundaria, demostrando que los profesores en formación implicados en un programa continuado de formación y entrenamiento modifican sus concepciones iniciales, cambian sus actitudes y vencen resistencias respecto a: integración involuntaria de las nuevas tecnologías, su potencial para generar representaciones múltiples, versatilidad de los sistemas de representación, capacidad de visualización y modelización de situaciones y nociones complejas, representación material y mental de objetos, relaciones y procedimientos matemáticos, formación didáctica, innovación metodológica y reorganización curricular, interacción y gestión en el aula, consideración de dificultades y errores, selección, secuenciación y temporalización, resolución de problemas sobre funciones, aplicación de técnicas novedosas y procesos de evaluación constructivista basados en diversidad de opciones, participación interactiva, detección de errores y dificultades, obtención y revisión de información.

Considerando lo planteado previamente la FPM se constituye como un campo de estudio y trabajo, el cual, está inmerso en la Educación Matemática como disciplina o campo de investigación. Siendo más específico conforme al interés de este trabajo, la enseñanza y aprendizaje de la estadística y probabilidad “funciones de distribución de variable aleatoria discreta” es apoyada por la EM y FPM.

Un profesor en formación debería alcanzar, como mínimo, las competencias básicas para la enseñanza de la estadística en los marcos referenciales. En relación a recoger, procesar e interpretar datos, manejar procedimientos de recogida y representación que les permitan la resolución de problemas elementales que aparecen en la vida diaria. (Estrada, Batanero, & Fortuny, 2002)

La competencia mencionada previamente y otras se estructuran desde los siguientes conocimientos los cuales se explicarán brevemente: Conocimientos del Currículo, Conocimiento Didáctico de Contenido, Conocimiento de la asignatura de Contenido que el profesor debe desarrollar o poseer.

2.2. Currículo y Marco legal en Colombia

Currículo. - considerado como la carta de navegación que una institución educativa debe tener para orientar y ejecutar el proceso de formación integral de sus estudiantes en los diferentes componentes, fases o etapas de distinto grado de escolaridad que van avanzando los estudiantes. “el conjunto de conocimientos y actividades que estructuran y se estructuran en un plan de formación” (Bedoya, 2002 basado de Rico, 1997). Lo manifestado se puede clasificar sigue:

- Un conjunto de personas a formarse (profesores y estudiantes).
- Tipo de formación propuesta de acuerdo a necesidades identificadas (nivel de escolaridad, áreas, enfoque).
- Institución que propone la Formación (centros de formación).
- Criterios y estrategias de control y valoración de la propuesta (SIE “Sistema Institucional de Evaluación” de cada centro de formación).
- Competencias profesionales de profesores (conocimiento, saberes, destrezas y experiencia).
- Funciones de alumnos (deberes derechos y responsabilidades).

Para (Romberg, 1992) los profesores, el conocimiento, el alumno y la institución son los actores principales del Currículo (Rico, 1998)

El concepto de Currículo según la Ley General de Educación en nuestro país (MEN, 1994) define el currículo como:

Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la Formación Integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el trabajo de grado educativo institucional.

Existen muchos contenidos temáticos sobre currículo, los cuales dependen de los argumentos teóricos y epistemológicos que sustentan los diferentes autores, quienes generalmente abordan el tema para la Educación Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Académica (Eraso, 2013).

Marco legal en Colombia, Las normas colombianas que definen, regulan y dan pautas para el Diseño Curricular en Colombia⁶, los principales referente que estructuran el Currículo en los diferentes establecimientos educativos del país son directamente las siguientes:

- ✓ Ley General de Educación, Ley 115 de 1994
- ✓ Lineamientos Curriculares de las diferentes áreas
- ✓ Estándares Básicos de Competencias en diferentes áreas
- ✓ Decreto 1860 de 1994
- ✓ Resolución 2343 de 1996
- ✓ Decreto 1290 de 2009

Conocimiento del currículo, se relaciona con la práctica profesional diaria que realiza el profesor en la implementación del Conocimiento Didáctico del Contenido y el Conocimiento de la asignatura del contenido que el profesor posee en planificación, creación, ejecución, desarrollo, evaluación y ajuste necesarios de las actividades que propone para que los estudiantes adquieran los conocimiento y aprendizajes propuesto desde la pedagogía, metodología y didáctica respectiva que utiliza con el fin de desarrollar la enseñanza. Atendiendo a lo anterior (Marinez, 2013, p. 18) manifiesta que:

El Conocimiento sobre el Currículo son análogo o relacionadas a la Práctica Profesional y se refiere al nivel de conocimiento que tiene el profesor para poder diferenciar y tratar con las diferentes dimensiones del currículo y poder planificar, así como razonar sobre el funcionamiento del esquema curricular y su propósito. (Rico, Castro, & Coriat, 1997 Capítulos I y II) y Rico (1998). En otras palabras, se puede decir que es un programa o plan de formación que se preocupa por situaciones relacionadas con el conocimiento matemático y a los procesos asociados al aprendizaje, enseñanza y evaluación es importante identificar: lo conceptual, cognitivo, ético, formativo y político-social de esta estructura curricular comprendida como plan de formación.

⁶ <http://miscursos.wikispaces.com/file/view/MARCO+LEGAL+DEL+DISENO+CURRICULAR.pdf>

2.3. Conocimiento Didáctico del Contenido (CD) y Conocimiento de la asignatura del contenido que el profesor debe desarrollar o poseer.

Considero que cada uno de estos conocimientos depende del otro, además de estar vinculados a la formación de Profesores de Matemáticas, así como, con los profesores de Matemáticas en ejercicios, por ello su articulación es fuerte. Para (Bedoya, 2002), con el fundamento del grupo de Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA) (Rico L. , 1996):

propone la integración de forma sistemática para la reconstrucción o complemento del Currículo teniendo en plena consideración las siguientes categorías de trabajo y análisis: Modos de entender, concebir y utilizar el Conocimiento Matemático, Concepciones sobre el aprendizaje de las matemáticas, Modos de entender y realizar la enseñanza de las matemáticas, Modos de valorar (evaluar) y monitorear los procesos de Enseñanza. Modos como las anteriores categorías se conciben en los currículos de matemáticas.

El Conocimiento Didáctico del contenido está formado por el conocimiento que se centra en las matemáticas escolares donde se relaciona la enseñanza y aprendizaje para brindar respuesta a problemas de comunicación y comprensión. Rico (1997. pp. 15-38) plantea las siguientes dimensiones que se vinculan en el CD del Contenido Matemático “Dimensión estructural y formal, Dimensión Histórico – Epistemológica, Dimensión Fenomenológica, Dimensión Cognitiva, Dimensión Representacional, Dimensión heurística, desde la detección, planteamiento y resolución de problemas, Dimensión Modelizadora y Dimensión Mediacional e Instrumental o Tecnológica”.

Para (Wilson, Shulman, & Richter, 1987) los trabajos sobre el Conocimiento de la asignatura del contenido que el profesor debe desarrollar o poseer y sobre su Formación inicial el componentes del Conocimiento Profesional base y proceso de razonamiento Pedagógico del profesor se articulan para promover las siguientes competencias en los profesores, tales como, comprender, transformar, instruir, evaluar y reflexionar.

Me permito citar el siguiente apartado con todo el mayor respecto personal, académico y profesional que por méritos propios ha construido la Doctora Carmen Batanero, el Doctor Josep Fortuny y la aspirante a Doctora (actualmente ya titulada) María Asunción

Estrada, este inciso corresponde a la Tesis Doctoral titulada “Análisis de las Actitudes y Conocimientos Estadísticos Elementales en la Formación del Profesorado”.

Flores (2000, p. 42) siguiendo a Bromme (1994), considera los siguientes componentes de conocimiento profesional:

- Conocimiento sobre las matemáticas como disciplina. Engloba todo lo referente a la comprensión de los distintos temas, procedimiento, conceptos y relaciones entre ellos.
- Conocimiento sobre las matemáticas escolares, pues en general los profesores en formación, tienen un dominio muy variable de los conceptos y procedimientos del curriculum, de estadística, en concreto de Educación Primaria (Flores, 1999). Para poder llegar a una reflexión didáctica sobre un contenido matemático es preciso manejar dicho contenido, de manera que la explicitación didáctica, parta de una explicitación matemática (Pozo y Monereo, 1999).
- La filosofía de las matemáticas escolares. Ball (1991) lo identifica con el conocimiento sobre las matemáticas, es decir lo que significa saber y hacer matemáticas.
- Conocimiento pedagógico o didáctico del contenido, que permite profundizar en las cualidades formativas de la materia, a la vez que suministra información sobre principios, destrezas y recursos para la enseñanza y el aprendizaje de determinados tópicos matemáticos.

Además, el conocimiento profesional implica según Llinares (1994) el diseño de entornos de aprendizaje, entendiendo como tales, los lugares en los que se pueden originar los problemas a investigar y deben ayudar a los profesores en formación a:

- Cuestionar sus creencias y actitudes previas.
- Ampliar su comprensión de las nociones matemáticas escolares
- Desarrollar conocimiento de contenido pedagógico ligado a las nociones matemáticas escolares.
- Generar destrezas cognitivas y procesos de razonamiento pedagógico.
- Incrementar los procesos de reflexión, (Gracia Blanco, 2000, p. 119)

También desde la educación estadística se han llevado a cabo reflexiones sobre este tema. Por ejemplo, Steinbring (1990) indica que la enseñanza de la estadística y probabilidad requiere de los profesores demandas que no solo se refieren a los aspectos técnicos del conocimiento, sino también al conocimiento profesional del profesor. Entre dichos conocimientos incluye:

- Saber organizar e implementar proyectos de estadística y análisis exploratorio de datos.
- Promover diferentes formas de cooperación y trabajo entre sus alumnos.
- Comprender los experimentos, simulaciones, representaciones gráficas, encuestas, datos, no solo como ayudas a la enseñanza, sino como formas esenciales de conocimiento y comprensión en estadística.

Biehler (1990) habla del “metaconocimiento estadístico” como parte del conocimiento profesional del profesor. Incluye conocimientos sobre la historia, filosofía y epistemología de la estadística, sus controversias, la forma en que la estadística se aplica y se regula en la práctica, el papel que juegan las disciplinas en las que se aplica la estadística sobre la misma estadística, el software estadística y criterios para su evaluación. (Estrada, Batanero, & Fortuny, 2002, p. 76-78)

2.4. Organizadores del Currículo

Los organizadores del currículo ofrecen un amplio panorama conceptual y práctico en la educación y formación en las diferentes etapas escolares, particularmente en Matemáticas, son indispensable en el desarrollo, enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Van más allá de los componentes conceptuales o temáticos, procedimientos “No se reduce a la selección de un conjunto de contenidos temáticos y procedimientos sobre un tema matemático determinado, sino que incorpora otras informaciones que aportan diferentes sentidos al conocimiento matemático y lo enriquecen” (Rico, 2007; Segovia, Rico, 2001).

Teniendo presente lo anterior se puede pensar que los Organizadores del Currículo son mucho más que las actividades de diseño, Planificación, desarrollo de unidades

didácticas que piensan, estructuran y aplican los profesores. Para (Rico, 1997), “Los Organizadores deben ubicar las opciones de los profesores para la Planificación, gestión y Evaluación de unidades didácticas. El Conocimiento Didáctico sobre cada uno de los contenidos del Currículo de Matemáticas ha de quedar estructurado mediante ... cada uno de los organizadores del contenido”

Los organizadores del currículo deben ofrecer un Marco Conceptual para la enseñanza de las Matemáticas, un espacio de Reflexión que muestre la complejidad de los procesos de comunicación, planteamiento y comprensión del Conocimiento Matemático y unos criterios para abordar esa complejidad.

2.4.1. Modelos locales de Organizadores del Currículo

Con la implementación de los componentes conceptuales, conocimiento didáctico para la enseñanza de la matemática, las actividades de diseño, planificación, gestión, desarrollo y evaluación de unidades didácticas, así como los espacios de reflexión se articulan, se combinan y consolidan en diferentes modelos locales de organizadores del currículo que las instituciones y maestros implementen en los salones de clase de matemáticas desde los distintos grados de escolaridad y ciclos vitales de sus estudiantes.

“Constituye un marco Teórico-Práctico (Conceptual y Metodológico) Organizador que sostiene el Análisis Didáctico necesario para las planificaciones y desarrollos de las propuestas curriculares y producciones didácticas de los profesores y alumnos para profesor. Se refiere específicamente a un contexto, unos dominios o estructuras conceptuales matemáticas y unos recursos y tecnologías concretas. En conformidad con la propuesta general de los Organizadores (Rico, 1997a, p. 39-59; 1998, p. 32-38)” tomado de (Bedoya, 2002).

Un modelo local de Organizadores del Currículo debe contener los siguientes ítems: Un diseño curricular local, una estructura conceptual referida a un Contenido Matemático específico; y los conocimientos didácticos provistos por las asignaturas de Didácticas de la Matemáticas.

Cuando los profesores indagan en su propia práctica, sobre la base de las reflexiones anteriores, comienzan a encontrar respuestas adecuadas. Hay algunas opciones más obvias y otras más difíciles de localizar, pero, tras alguna sesión de debate sobre las características de un organizador, cualquier grupo motivado de profesores puede encontrar una lista de organizadores aceptable sobre la cual continuar la discusión. Se llamarán organizadores a aquellos conocimientos que se adoptan como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Se habla así de organizadores del currículo (Rico, 1997c). tomado de (Rico L. , 1998)

El profesor de matemáticas necesita autonomía intelectual y capacidad crítica para el ejercicio de su profesión; para conseguirlas es imprescindible conocer las herramientas conceptuales de su profesión. (Rico L. , 1998)

2.5. Distribución de probabilidades discretas y Diseño Curricular

El contenido temático de Matemática, específicamente referente a las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta “distribución Binomial y distribución de Poisson” los cuales se ubican en el primer semestre de educación superior en la asignatura de estadística de algunas carreras y en algunos colegios “Colegio Berchmans, particularmente en el primer periodo de grado once” serán el pilar sobre el cual se estructura los materiales utilizado e implementación de la unidad didáctica en la Sistematización. Y tendrá como objetivo principal (que los estudiantes deben concluir que el valor de la probabilidad de una distribución Binomial tiende a ser igual al valor de la probabilidad de la distribución de Poisson si se cumplen las siguientes condiciones: el número de ensayos tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiene a cero y el promedio o λ “producto entre el número de ensayos y la probabilidad de éxito” es contante y que los aprendizajes del maestro durante la planeación, desarrollo y evaluación de la Sistematización de Experimentos de enseñanza sean comentados) Así como se tiene presente los Conocimientos Didácticos y Conocimiento de contenido que posee el profesor del área “Matemática” y asignatura “Estadística” que enseña en

grado 11, los anteriores son vinculantes para el Diseño y Planificación de las diferentes actividades que se implementan en las distintas fases de la Sistematización.

En la propuesta de la Renovación Curricular se enfatizaba, hace más de una década (Se reitera en los lineamientos), la importancia de trabajar ampliamente este dominio; actividades que permitan a los estudiantes comprender como se procesa la información y como se traduce esta en conocimiento útil; actividades que permitan apreciar (o por lo menos intuir) el potencia de los modelos de probabilidad en el análisis de situaciones reales, deberían ser centrales hoy en el trabajo de aula (Acevedo & García)

Los principios y orientaciones didácticas y curriculares planteadas por los lineamientos curriculares⁷ y los estándares del Ministerio de Educación Nacional⁸ son los que fundamentan las nociones básicas sobre la enseñanza y vinculan los objetivos de enseñanza propuestos en la Sistematización, donde se vinculan la construcción del conocimiento matemático y las actividad concretas de los objetos, saber y competencias matemáticas-estadística.

“La construcción del conocimiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas impuestas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares...La naturaleza del Conocimiento Matemático, su carácter constructivo y su vinculación con la capacidad de abstraer relaciones a partir de la propia actividad y de reflexionar sobre ella obliga a tener especialmente en cuenta en la Planificación de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, el nivel de competencia cognitiva de los alumnos” (MEC, 1989, p. 481).

La implementación de las TIC en la sistematización de experimentos de enseñanza es determinante para indagar los componentes conceptuales propuestos, en el proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación. Las TIC son consideradas como recurso Didáctico formativo de carácter complementario en la educación, la vinculación de estas TIC en el

⁷ <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-89869.html>

⁸ <http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresCienciasSociales2004.pdf>

currículo brinda formas alternativas de afrontar simulaciones, visualizaciones, resolución de problemas, representación gráfica difíciles de realizar con lápiz-papel y procedimiento complejos de efectuar. El cómo se complementa las actividades propuesta por parte del profesor de la asignatura, el material o componente conceptual el cual afronta el estudiante y los diferentes instrumentos tecnológicos utilizados en dicho proceso.

Las TIC ofrecen características especiales que permiten pensar en aplicaciones potentes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la posibilidad que el sistema pueda reaccionar a las acciones del sujeto, permite diseñar programas en los que esta reacción no solamente sea el producto del modelo del conocimiento matemático en el que se basa el programa, sino también que el diseño del programa tenga en cuenta al menos parcialmente las características del conocimiento a enseñar y las características del sujeto que aprende. (Pedro, s.f)

Por su parte, (Giménez,1997), fundamentado en (Coll C. , Psicología y Currículum, 1987), y desde una perspectiva constructivista, propone la siguiente definición de evaluación:

“Conjunto de actuaciones mediante las cuales se reconocen las características de los estudiantes, se establece la ayuda necesaria para que puedan realizar su aprendizaje de las matemáticas y se reacomodan las condiciones e intenciones educativas que posibilitan tal proceso; en otro nivel se analizan y regulan los modelos implícitos de profesor, alumno, materiales e institución escolar en los que tiene lugar la enseñanza de las matemáticas”.

2.6. Conocimiento Didáctico de la Matemática y Pensamiento matemático-Estadística

2.6.1. Conocimiento Didáctico de la Matemática

Fácilmente se puede evidenciar que el Conocimiento Matemático forma parte de la herencia cultural y social que los maestros y la Educación deben aportar a la comunidad. La responsabilidad de los educadores matemáticos es grande y compleja (Rico L. , 1995), el cual se basa en los siguientes apartados:

- ✓ Amplio campo de conocimientos denominados matemáticos, constituido por sistemas simbólicos estructurados e interrelacionados, producto de una evolución histórica, social y epistemológica
- ✓ Educadores que tienen competencias cognitivas generales, así como particulares que impulsando la construcción de significados simbólicos y una apropiación particular del conocimiento en el área específica.
- ✓ Diversidad en prácticas científicas, tecnológicas y sociales con el fin de poder dar respuestas a preguntas que surgen en la práctica de enseñanza y aprendizaje, para ellos se utilizan instrumentos matemáticos, tecnológicos y estrategias.

Estos conocimientos, competencias y prácticas son adquiridos, implementados y mejorados por los profesores desde sus experticias año a año, estableciendo un marco histórico de la actividad tanto en las instituciones como en los compañeros y estudiantes creando nuevas oportunidades de innovación e implementación de otras actividades que parten desde las precedentes.

“El núcleo de la cuestión radica en que, para abordar de modo sistemático y dado el tratamiento y resolución de los problemas educativos mencionados, se necesitan unos profesionales cualificados, con formación científica rigurosa y diversificada, adquirida en la universidad y centrada en el Análisis Didáctico de los Contenidos Matemáticos” (Rico L. , 1998c).

De acuerdo con Rico (1997b), el conocimiento didáctico constituye “la principal fuente de información y el instrumento que permite al profesor de matemáticas desarrollar las distintas actividades profesionales de Planificación curricular y diseño de unidades didácticas que le competen”.

(Gómez y Rico, 2002) clasifican los diferentes tipos de conocimientos anteriores en las tres categorías siguientes: (i) noción y Contenidos del Currículo; (ii) nociones de didáctica de la Matemática relevantes para el tópico, situación o problema; (iii) integración de (i) y (ii) en una estructura Matemática particular para efectos de realizar el Análisis Didáctico. El Análisis Didáctico (AD) lo postulan “como la descripción de la manera ‘ideal’ de realizar actividades de diseño curricular a nivel local”, y caracterizan el CD como la integración de (i), (ii) y (iii) y como “un constructo psicológico que:

- a. tiene un conocimiento disciplinar de referencia (en este caso, la Didáctica de la Matemática)
- b. tiene una utilidad práctica (diseño, puesta en práctica y evaluación de Unidades Didácticas)
- c. su puesta en juego se enmarca dentro de una estructura analítica, la del Análisis Didáctico, "... que es la expresión local del Diseño Curricular global y es el medio gracias al cual es posible pasar de diseños centrados en una secuenciación de contenidos temáticos a diseños locales que tienen en cuenta las distintas dimensiones".

2.6.2. Pensamiento Matemático-Estadístico

Seguidamente se manifiesta como se relacionan y caracteriza el pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico, probabilístico y aleatorio, y el pensamiento analítico o Variacional) con la estadística y la implementación de la unidad didáctica desde una experiencia de aula entre el colegio, el profesor de la asignatura y los estudiantes.

- **Pensamiento Numérico:** está caracterizado por la comprensión del uso y de los significados de los números, de los distintos sistemas de numeración, así como del sentido y significado de las diversas operaciones entre ellos. Así, por ejemplo, se presenta la necesidad que tienen los estudiantes o profesores de dominar, efectuar las operaciones y tener que representar elementos en papel, hojas de cálculo, calculadoras, manejo e interpretación de tablas de distribución de probabilidades, escritura e interpretación de números o resultados desde la utilización de conjuntos numéricos de variables discretas (enteros) o continuas (reales).
- **Pensamiento Espacial:** asumido como un conjunto de procesos que permiten establecer y dar uso a las representaciones mentales de los distintos objetos en el espacio, las relaciones entre ellos y sus transformaciones. Este tipo de pensamiento involucra el estudio de los sistemas geométricos que en particular guardan una relación directa con algunos contenidos temáticos fundamentales que se terminan autorelacionando entre ellos en el proceso de Sistematización de

Experimentos de enseñanza donde se incluyen el trabajo de las funciones de distribución Binomial y Poisson, desde el trabajo con papel-calculadora, hoja de cálculo “Microsoft Excel” y tablas de distribución de probabilidad puntual y acumulada (Binomial-Poisson).

- **Pensamiento Métrico:** hace referencia al dominio que tienen las personas de las magnitudes y las cantidades en general, así como de su medición y su equivalencia en los distintos sistemas métricos. Desde el desarrollo e implementación de la unidad didáctica, tanto el estudiante como el profesor realizan estimación, medición, interpretación y explicación durante la construcción de las gráficas de barras “puntual y acumulada” de las distribuciones Binomial y Poisson con lápiz-papel y luego representarlas o construirlas con la hoja de cálculo para poder compararla y explicar los valores obtenidos
- **Pensamiento Aleatorio, probabilístico o estocástico:** ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, o de riesgo por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va pasar, se apoya en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidad y de la estadística inferencial las cuales ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura. Las experiencias cotidianas que ya tienen los estudiantes de algunos sucesos, permiten hacer asignaciones numéricas para medir las probabilidades de los eventos. Durante el desarrollo de las actividades de la Sistematización de Experimentos de enseñanza, los estudiantes deben realizar en diferentes momentos interpretaciones de las proporciones “resultados del desarrollo de las distribuciones Binomial y Poisson” obtenidas de las respectivas soluciones de los problemas propuestos en sus diferentes sistemas de representación.
- **Pensamiento Variacional:** tiene que ver con la manera en que se reconoce, se percibe e interpreta la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con la manera en que se modela, sintetiza y representa. Durante el desarrollo y construcción de las gráficas “de probabilidad y acumulada” de las distribuciones Binomial y Poisson los valores de la variable independiente o variable aleatoria discreta (x distribución Binomial y λ distribución Poisson) toman valores

numéricos mayores que 0 y cada uno de ellos proporcionarían diferentes valores de probabilidad que se consolidan en las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial y Poisson.

3. ESTRATEGIA METODOLÓGICA

En este apartado se plantea la forma por la cual se organizan, estructuran coordinar y aplican los diferentes métodos y momentos, los cuales están orientados para la consecución de unos objetivos previamente planteados.

3.1. Marco metodológico

Este Trabajo de Grado de Maestría en Educación Matemática se orienta hacia la indagación, reflexión, interpretación desde el Análisis Didáctico de Contenido, Análisis Didáctico de instruccional, Análisis Didáctico Cognitivo y el Análisis Didáctico de Actuación de algunas competencias, habilidades, comprensión y conocimientos adquiridos por parte de los estudiantes y del profesor, de las relaciones que pueden presentar las distribuciones Binomial y Poisson, y como el profesor coordina y orienta dichas actuaciones para la consecución de los objetivos planteados.

Para lograr lo anterior se implementa la *Investigación Basada en Diseño, los experimentos de Enseñanza* y la *Sistematización de Experiencias* (Jara Holliday, 2013) en forma articulada, donde se Sistematizará el experimento de enseñanza que se implementó en esta investigación, lo anterior pretende sustentar las diferentes etapas que se relacionan en este documento desde un procedimiento reflexivo, sistémico, crítico y participativo.

3.1.1. Investigación basada en diseño

Una de las principales intenciones de este enfoque metodológico está direccionado a aumentar el impacto en la investigación y practica educativa, se estructura en construir teorías y desarrollar principios de diseño “los cuales se refieren a los resultados obtenidos de la investigación, en el caso de esta investigación la consecución de los

objetivos plantados”. Además, este enfoque está orientado para crear una determinada mejora en una práctica local.

Para lo anterior se requiere: especificar los objetivos de aprendizaje, caracterizar el punto de partida de los participantes, colocar la investigación en un contexto teórico.

La investigación basada en diseño potencia la recolección de la información de distintos tipos y la interacción entre “estudiante-recursos, estudiante-profesor, profesor-recursos y estudiante-recurso-profesor” para privilegiar la consecución de los principios de diseño.

Acorde a lo planteado (Molina, Castro, & Castro, 2006) manifiesta:

La investigación de diseño o investigación basada en diseño es un paradigma metodológico que está actualmente siendo activamente aplicado y desarrollado dentro de la investigación educativa, y que está probando ser de utilidad en el campo de la Didáctica de la Matemática y las Ciencias (Kelly, 2003). Este tipo de metodología, de naturaleza principalmente cualitativa, ha sido desarrollada dentro de las “Ciencias del aprendizaje” (Learning Sciences), un campo multidisciplinar que estudia el aprendizaje y la enseñanza e incluye la antropología, la psicología educativa, la sociología, la neurociencia, así como las didácticas específicas, entre otros campos (Confrey, 2006; Sawyer, 2006).

Para (García & Occelli, 2020) la formación de profesores tiene alta representación en este enfoque metodológico de la investigación basada en diseño, ellas plantean los siguiente:

Experiencia de desarrollo profesional o formación de profesores se describen desafíos conceptuales que enfrentan los docentes al desarrollar un diseño particular, se ubica la actividad, en qué contexto se desarrolla, se pretende identificar todos los agentes y variables que intervienen en la investigación. Se busca estudiar en algunas cuestiones en particular “desarrollar un marco de análisis interpretativo, que permita identificar cual es el aprendizaje que se realiza colectivamente por parte del profesor investigador y establecer un marco conceptual que permita una conceptualización de carácter bidireccional: tanto en relación lo que tiene lugar en la práctica del diseño, así como, las actividades del desarrollo

profesional y las teorías que se pueden construir a partir de esto”. Es un estudio centrado en cambios sistémicos (investigaciones que se desarrollan “desde el campo de didáctica de la matemática”, que buscan formular, probar y reformular una teoría sobre cómo implementar algún currículo para lograr un cambio o innovación.

En (Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011) muestran la estructura general de una investigación basada en diseño:

Los experimentos de diseño son complejos, multivariantes, multiniveles, intervencionistas, iterativos, orientados por la teoría y hacia la práctica y generadores de modelos teóricos (Cobb et al., 2003; Shavelson, Phillips, Towne y Feuer, 2003), como a continuación se justifica (ver figura 1).

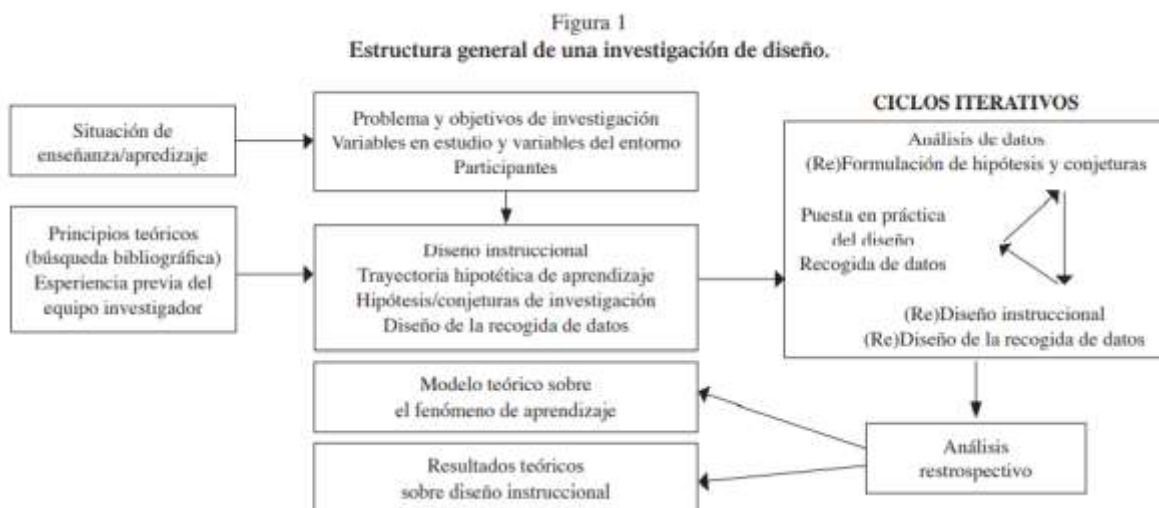


Imagen 1. Estructura general de una Investigación Basada en Diseño

3.1.2. Experimentos de enseñanza

En el paradigma metodológico de investigación basada en diseños con mucha frecuencia se implementan la metodología de Experimentos de enseñanza el cual se orienta para el aprendizaje y razonamiento de los estudiantes en un ambiente práctico tal como los salones de clase, “El experimento de enseñanza es una aproximación metodológica útil en la investigación en educación matemática dirigida a comprender el aprendizaje y razonamiento de los estudiantes durante un periodo de tiempo determinado” (Steffe & Thompson, 2000). Tomado de (Bernabeu, Moreno, & Llinares, 2019) teniendo presente

lo anterior (Stylianides & Stylianides, 2013; p. 334) en (Bernabeu, Moreno, & Llinares, 2019):

Los experimentos de enseñanza como una aproximación metodológica en la investigación en educación matemática reúnen tres características

- La investigación es conducida en clases reales, lo que inserta la investigación en el mundo de los docentes y genera un contexto para la colaboración entre profesores e investigadores, aumentando la probabilidad de que los resultados de la investigación puedan ser aplicados en el aula.
- La investigación está dirigida a problemas de aprendizaje de los estudiantes y cómo la enseñanza puede apoyar este aprendizaje planteándose cuestiones relevantes para la práctica docente.
- Los resultados de esta aproximación a la investigación permiten desarrollar soluciones basadas en la teoría, testadas empíricamente para solventar los problemas de aprendizaje de los estudiantes mostrando qué metodología, instrumentos y acciones funcionan (o pueden funcionar) y explicando por qué funcionan.

Conforme a lo anterior, “un experimento de enseñanza consiste en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los participantes son normalmente un profesor-investigador, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores” (Steffe y Thompson, 2000), tomado de (Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011).

La temporalidad de la ejecución del experimento de enseñanza es variada “horas días, semanas, meses o años), conforme al tipo de investigación y el ambiente experimental que se observa en grupos pequeños, medianos o grandes desde los diferentes niveles de aprendizaje o formación “primaria, secundaria, educación superior”

Durante este trabajo de investigación el profesor funge con una doble función, como profesor y como investigador, esto se da desde la práctica la cual se considera como “subjetiva, hace alusión a lo que realiza la persona” y la dimensión “objetiva, hace alusión a la construcción social que se realiza o se dan antes, durante y después de la investigación”. El profesor desde el plano de la docencia se preocupa que el estudiante

conozca, comprenda y aprenda los conocimientos y competencias tratadas, en palabras de (Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011) lo expresan como sigue:

Los investigadores se convierten en una parte integral del sistema que están investigando, interaccionando con él, lo que conduce a complejas relaciones que rompen la habitual distinción entre investigadores, profesores y alumnos. En general, se espera que el alumnado construya conocimiento, que el profesor-investigador construya conocimiento sobre la construcción de conocimiento por parte de los alumnos, y que los demás investigadores construyan conocimiento sobre ambos y sobre sus interacciones. Esta distinción de diversos planos de acción ha conducido a que en ocasiones se denomine a estos estudios experimentos multiniveles o multietapas (Confrey, 2006; Lesh y Kelly, 2000). Los experimentos de enseñanza se hacen para testar y generar hipótesis, durante el experimento, en general, o durante cada uno de los episodios, siendo en ocasiones necesario abandonar o reformular hipótesis a la luz de los datos. El objetivo último es elaborar un modelo del aprendizaje y/o desarrollo de los alumnos, en relación con un contenido específico, entendiendo este aprendizaje como resultado de la manera de operar y las situaciones puestas en juego por el investigador-docente.

Acorde a lo planteado (Garcia & Occelli, 2020) manifiesta:

Tiene doble función “teórica como práctica, de alta intervención”

En educación el investigador, realiza-crean un diseño inicial para apoyar proceso de aprendizaje inicial previsto (Binomial-Poisson) como se desarrollan, qué características tienen, que tipo de interacciones a partir de este diseño lo cual permite generar datos para probar y revisar conjeturas teóricas que sostuvieron este diseño. Todo lo anterior se fundamenta desde lo que ocurre al interior de las aulas de clase.

A continuación, se ilustran las fases de implementación del experimento de enseñanza.

- Análisis didáctico preliminar, en esta etapa se relaciona el análisis del currículo o de lo curricular, el qué se va a trabajar, la definición del problema, los objetivos a indagar.

- Planificar e Implementación la intervención, aquí se contextualiza desde el currículo: nacional, institucional y el salón de clase.
- Análisis retrospectivo, se efectúa un análisis de todo el proceso vinculante a la investigación.
- Análisis de contenido, se realiza un Análisis Didáctico y curricular donde el análisis didáctico de contenido se sustenta en un conocimiento didáctico de ese contenido.

Para (Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011) plantean las siguientes fases:

En la ejecución de los experimentos de enseñanza, Cobb y Gravemeijer (2008) distinguen tres fases: preparación del experimento, experimentación para promover el aprendizaje y ejecución del análisis retrospectivo de los datos. En la segunda de estas fases tiene lugar las intervenciones en el aula y las sucesivas iteraciones del ciclo de tres pasos: 1) diseño y formulación de hipótesis; 2) intervención en el aula y recogida de datos; y 3) análisis de los datos y revisión y reformulación de hipótesis.

3.1.3. Sistematización de experiencias

A continuación, se citará el siguiente apartado completo, relacionado con la definición de qué es una Sistematización de Experiencia, la cual se desarrolló en el trabajo de pregrado del autor, titulado “Sistematización de una experiencia didáctica que propone integrar algunos contenidos de las asignaturas de Física y Matemáticas de grado décimo mediante el uso de Tic 2013 en el capítulo III el cual se ajusta completamente a los fines e intereses de este trabajo “

Para contextualizar la estructura metodológica de este trabajo de grado basada en Sistematización de Experiencia Didáctica, se considerará a (Jara Holliday, 2013) con su propuesta de *Orientaciones Teórico-Prácticas para la Sistematización de Experiencia*, donde manifiesta a través de preguntas simples y claramente explicadas en qué consiste la Sistematización de experiencia.

La Sistematización es considerada en algunas áreas del conocimiento para referirse a lo relacionado con “clasificar, ordenar o catalogar datos e informaciones” (Jara Holliday, 2013). Si los lineamientos anteriores están

relacionados con trabajos en procesos sociales que se orienta hacia la obtención de un aprendizaje crítico de la propia experiencia, esta es la razón por la cual se llama Sistematización de Experiencias para (Jara Holliday, 2013) como lo dice textualmente en su documento.

La Sistematización es aquella interpretación crítica de una o varias experiencias que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido en ellas: los diversos factores que intervinieron, cómo se relacionaron entre sí y por qué lo hicieron de ese modo. La Sistematización de Experiencias produce conocimientos y aprendizajes significativos que posibilitan apropiarse de los sentidos de las experiencias, comprenderlas teóricamente y orientarlas hacia el futuro con una perspectiva transformadora.

Por lo general la Sistematización de Experiencias son utilizadas para:

- Repensar, modificar, adaptar, corregir, reconocer el proceso vivido, de igual forma podemos reflexionar sobre la experiencia que servirá para experiencias futuras.
- Permite, realizar intercambios cognitivos, vivenciales, estructurales y procedimentales con otras experiencias convirtiéndose en una forma de retroalimentación y aprendizaje.
- Es un camino para la integración de la práctica con la teoría, que se aborda en la experiencia, referida a un tema tratado.
- En la medida de las posibilidades nos permite proponer planes, reformulación y estructuración de influencia en políticas institucionales.

Desde el campo particular existen necesidades que movilizan la pertinencia a aprender de una actividad vivida, que puede ser tomada como fuente de aprendizaje y mejora, la experiencia planteada permite ser retomada, sintetizada y analizada por otra persona o grupo de personas interesadas. Teniendo presente las diferentes instituciones que buscan coherencia, mejoras de sus procesos y procedimientos, es la Sistematización la que les

ayuda o ven como punto de partida y apoyo ante el fortalecimiento de sus falencias o debilidades. De esta manera se generan estrategias, asignando tiempo y recursos que garanticen que se pueda realizar adecuadamente. (Jara Holliday, 2013) Plantea unas etapas o fases que se deben seguir para la construcción de una Sistematización de Experiencias las cuales se llaman propuesta metodológica, y que son: punto de partida, vivir la experiencia; las preguntas iniciales; recuperación del proceso vivido; las reflexiones de fondo y el punto de llegada.

El punto de partida. - consiste en la participación directa o indirecta de la persona o las personas que vayan a realizar la Sistematización, desde la perspectiva de lo que se vive, se siente y se construye. Durante esta participación es importante realizar registros, anotaciones, videos, cuadernos, informes, entre otros que se puedan utilizar en el momento de reconstrucción y redacción de la experiencia.

Las preguntas iniciales. - en este ítem es el momento apropiado para realizar o plantear los objetivos a trabajar en la Sistematización donde se establece un objetivo general y algunos objetivos específicos que son los que van a restringir el campo o radio de trabajo de la Sistematización.

Luego del establecimiento de los objetivos se debe especificar el contexto de trabajo donde se menciona la experiencia particular que se va a sistematizar, así como el lugar y tiempo donde se dará lugar la Sistematización. La Sistematización debe tener un hilo rector u orientador que se trate durante el desarrollo y construcción de la Sistematización, este hilo rector nos guía y ayuda para que el grupo sistematizador no se desvíe del camino establecido, este hilo rector es conocido como problema-eje de Sistematización.

El diseño o construcción de un plan o estrategia de Sistematización es indispensable para la adecuada y eficiente desarrollo de la Sistematización, en este plan de Sistematización se debe distribuir tareas, responsabilidades, participantes, el cuándo y cómo se realizarán las tareas

y el cronograma de actividades también debe crearse la recuperación del proceso vivido, (Jara Holliday, 2013) manifiesta en su documento:

Se trata de hacer una reconstrucción ordenada de lo que fue sucediendo en la experiencia, tal como sucedió, normalmente de forma cronológica, de acuerdo al período delimitado.

Permite tener una visión global de los principales acontecimientos que ocurrieron en el período.

En este momento se puede identificar los momentos significativos, las principales opciones realizadas, los cambios que fueron marcando el ritmo del proceso y llegar a ubicar las etapas que siguió el proceso de la experiencia. Se pueden utilizar técnicas gráficas (p. ej. línea del tiempo) o narrativas (cuentos, historias..). Esta parte es pilar de la construcción de la Sistematización.

Las reflexiones de fondo también llamadas Reflexión y Análisis del proceso. - es el espacio donde se analiza, reflexiona, critica constructivamente, relaciones con otras experiencias similares y se concluye lo referente a las etapas anteriores.

Los puntos de llegada. - como parte final y no menos importante que las anteriores, aquí se debe idear, generar y construir las formas, estrategias y métodos que se efectuaran para dar a conocer el trabajo que se ha realizado, esto con el propósito de retroalimentarse, mejorarse y replicarse.

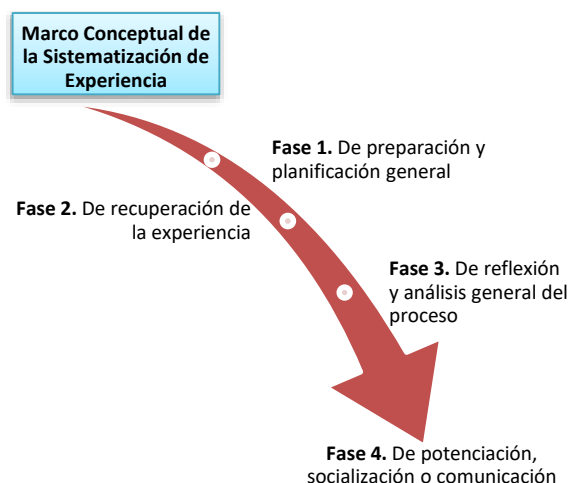


Imagen 2. Fases que se implementan durante la Sistematización

3.1.3.1. Metodología de la Sistematización

Tal y como ya se dijo en la Introducción general y en la sección 1.1., siguiendo a Bedoya (2013), el Modelo Metodológico de Sistematización de Experiencias se estructura en cuatro fases, a saber:

- De Preparación y Planificación general del Trabajo de Grado y actividades. Formulación del problema de conocimiento, objetivos y modelo metodológico.
- Marco Conceptual de Referencia. - En este se planteará los referentes teóricos curriculares los cuales se tendrán presente para la fundamentación o sustentación de la propuesta, para el desarrollo e implementación de este trabajo.
- De Recuperación. - reconstrucción ordenada metódica y documentada de la experiencia; recogida y organización de la información (observación, y revisión documentada). Esto se debe hacer orientado a un análisis e interpretación de las prácticas asociadas a la experiencia y que permitan fundamentarla conceptual y metodológicamente. Para ello, por una parte, se reconstruirá y documentará la práctica o experiencia mediante la narración de la misma por parte del autor de este trabajo, y, por otra parte, se revisarán y analizarán documentos pertinentes relacionados con el trabajo: documentos curriculares institucionales, cuadernos de los estudiantes, cuaderno de notas del maestro, imágenes fotográficas, videos, talleres, trabajos, exámenes propuestos por el profesor y desarrollados por parte de los estudiantes.
- De Reflexión y Análisis general del proceso y en particular de la información recogida anteriormente. Luego se analizan e interpretan estos resultados y se generan conclusiones al respecto. Tanto en esta fase como en la anterior se toma como referencia conceptual y metodológica la propuesta teórica de los Organizadores del Currículo sobre Conocimiento Didáctico, Análisis Didáctico y Formación de Profesores de Matemáticas del grupo “Pensamiento

Numérico y Algebraico” -PNA- (Rico L. , La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: Horsori., 1997, 1998); (Gomez & Rico, Análisis didáctico, conocimiento didático y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Sin publicar. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2002); (Bedoya, 2002, 2004, 2008, 2012), y los desarrollos y referentes teóricos del grupo “Ciencia Educación y Diversidad” (García Arteaga, 2011, 2012); (Pérez Matzen, 2003), entre otros. Los principales referentes conceptuales o teóricos en que se ha basado para el desarrollo de este trabajo se presentarán más adelante en el capítulo 2.

- De Comunicación o socialización. - Redacción final de la memoria escrita del trabajo. La reflexión y valoraciones del proceso, orientadas a la apropiación, aplicación y comunicación de resultados y conclusiones conceptuales y procedimentales por parte del autor de la Sistematización, posibles mejoras de procesos y nuevas propuestas de trabajo.

Las secciones anteriores de este capítulo desde 1.1. hasta 1.4., corresponden a la descripción de la primera fase de Planificación y Planteamiento del problema—eje del proceso general de Sistematización; a continuación, en este capítulo y los siguientes 4, 5 se presentan las fases restantes, pues el Capítulo 2 es el Marco Conceptual de Referencia que soportará y apoyará el desarrollo de este trabajo.

En la siguiente tabla se puede realizar el registro de las fases de la Sistematización de la Experiencia según como se vaya ejecutando durante el transcurso de las semanas.

Fases de la Sistematización de Experimentos de enseñanza/Semanas	1 sem	2 sem	3 sem	4 sem	5 sem	6 sem	7 sem	8 sem	9 sem	10 sem	11 sem	12 sem	13 sem
1. Propuesta de Sistematización.	x	x											
2. Fase de recuperación de la Experiencia	x	x	x	x	x	x	x	x	x				
3. Fase de reflexión y análisis.								x	x	x	x		
4. Fase de comunicación o socialización											x	x	x

Tabla 2. Seguimiento de las fases de la Sistematización por semana

El siguiente cuadro relación la articulación entre la investigación basada en diseño, experimento de enseñanza y Sistematización de experiencia:

Investigación Basada en Diseño			
Sistematización de Experiencias	Fases o etapas en común	Experimentos de Enseñanza	
De preparación y planificación	• Situación que se va a trabajar. • Definición del problema.	Análisis didáctico preliminar	
De recuperación de la experiencia	• Recogida de la información.	Planificar e implementar la intervención	
De reflexión y análisis general del proceso	• Análisis didáctico. • Análisis curricular “se sustenta en un conocimiento didáctico de un contenido”.	Análisis retrospectivo. Análisis de contenido.	
De potenciación, socialización o comunicación	• Cual fue el proceso. • Principios del diseño. • Puesta en común y rediseño.	Producción documentada	

3.2. Enfoque de la investigación

Teniendo presente que el objetivo principal de este trabajo de Maestría es que un profesor de Matemáticas de grado 11° implementa una propuesta Didáctica, con sus estudiantes, que involucra los Contenidos temáticos correspondiente al componente de Estadística Inferencial, utilizando diferentes recursos de la Sistematización de Experimentos de enseñanza, que permitan potenciar las competencias pertinentes a la resolución, análisis, calculo, interpretación y explicación de los problemas propuestos de funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial y Poisson. Además, se pretende que los estudiantes puedan dar cuenta de la interpretación de problemas planteados de distribuciones Binomial y Poisson, con la finalidad que al aplicar una unidad Didáctica a los estudiantes, ellos puedan inferir que una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson siempre y cuando cumplan las siguientes condiciones: el número de ensayos tiende a infinito, la probabilidad de éxito tienda a cero, el promedio “producto entre el número de ensayos y la probabilidad de éxito” siempre es constante.

El enfoque metodológico que se consideró para esta investigación fue el de Investigación basada en Diseño en donde se realiza la Sistematización de Experimento de Enseñanza, considerando que este enfoque de acción es amplio en relación a su metodología, así como lo plantea “...tiene una intensidad de investigación y un propósito metodológico y político de mayor amplitud que afecta a las metodologías que se van a seleccionar. Se trata de un enfoque amplio en cuanto a sus metodologías entre ellas metodologías mixtas “cualitativa o cuantitativa”. (Garcia & Occelli, 2020), en esta investigación se asumió un enfoque de metodología mixta “triangular concurrente”, se consideró lo planteado en (Hernando, Fernandez, & Baptista, 2014)

El propósito de este estudio mixto concurrente es que a través de la Sistematización de Experimentos de Enseñanza se puede resolver, analizar, calcular, interpretar y explicar problemas propuestos de funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial y Poisson. Para el enfoque cuantitativa se pretende que los estudiantes resuelvan, calculen, interpreten problemas propuestos de las distribuciones Binomial y Poisson, a través de la implementación de los diferentes recursos y actividades utilizados

para recolectar y analizar datos de las actividades escritas o evaluaciones de las distribuciones Binomial-Poisson.

Para el enfoque cualitativa se pretende que los estudiantes analicen, interpreten y expliquen los resultados obtenidos de la solución de las distribuciones Binomial-Poisson y puedan inferir que la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson al cumplirse tres condiciones, a través de la implementación de los diferentes recursos y actividades utilizados para recolectar y analizar datos de las actividades escritas o evaluaciones de las distribuciones Binomial-Poisson.

3.2.1. Población

La población donde se realizó la actividad de aproximación de la distribución Binomial a la distribución de Poisson se ubica en la institución educativa *Colegio Berchmans* que es de carácter privado, el cual está ubicado en Colombia en el departamento de Valle del Cauca en la Ciudad de Santiago de Cali en el Barrio (Retiro, Pance al sur de Cali), Pbx: 57(2) 3211000, perteneciente a la Comuna 22 (Cali).

Comuna 22 - Valle del Lili	
Comuna de Colombia	
	
Entidad	Comuna
• País	 Colombia
• Departamento	 Valle del Cauca
• Municipio	 Cali

Tabla 3. Mapa de la ciudad de Cali y la ubicación de la comuna 22.

La Comuna 22⁹ de Cali está localizada al sur del área urbana de la ciudad. Limita al norte con la Comuna 17, al sur y al occidente con el corregimiento de Pance, al oriente con el Corregimiento de El Hormiguero. Hasta hace unos años, La Comuna 22 formaba parte de la Comuna 17. Pero ante el desarrollo demográfico de esta comuna, el Concejo Municipal escindió este sector creando una nueva comuna. Se estableció como margen divisorio la Carrera 100, también es la comuna de mayor desarrollo de la ciudad, caracterizada por ser la sede de las cuatro universidades privadas más importantes de la región (Icesi, Javeriana Cali, Autónoma de Occidente y San Buenaventura Cali), así como por sus amplios terrenos destinados a la construcción de vivienda, debido a que el Plan de Ordenamiento Territorial de la ciudad contempla gran parte de esta comuna para nuevos desarrollos urbanísticos. Es una de las zonas de mayor valorización de Cali, y está conformada mayoritariamente por exclusivos condominios de casas y pequeños edificios de apartamentos de lujo.

Demografía. La comuna 22 aun es en su mayoría, terreno sin construir. Sin embargo, muchas obras de vivienda se han estado construyendo en esa zona desde finales de la década de los noventa. Dentro de ella se ubica la tradicional Hacienda Cañasgordas, lugar original de la fundación de la ciudad, antes que se trasladara a las orillas del Rio Cali. La estratificación de la comuna se divide entre barrios de estrato alto (5) y muy alto (6). Algunos de los proyectos de vivienda más caros y exclusivos de Cali se construyen en la comuna 22 en los sectores comprendidos entre Ciudad Jardín y Pance, donde se encuentran viviendas que alcanzan precios de hasta \$ 2 millones de dólares.

En la Comuna 22 de Cali se encuentran los hogares de algunas de las figuras más reconocidas de la ciudad, es hogar de políticos, empresarios y altos ejecutivos del Valle del Cauca, convirtiendo a este en uno de los sectores más caros, lujosos y exclusivos de Colombia, en el sector se encuentran tiendas de lujo como Cesare Paciotti, Silvia Tcherassi, María Cano, restaurantes como Tortelli, Archie's, Dunkin Donuts, un supermercado Pomona y un Carulla Gourmet, un supermercado de la cadena estadounidense PriceSmart, concesionarios de automóviles Mercedes Benz, Alfa

⁹ [http://es.wikipedia.org/wiki/Comuna_22_\(Cali\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Comuna_22_(Cali))

Romeo, Porsche, BMW entre otros, se estima que los ingresos de quienes habitan la Comuna 22 de Cali oscilan entre los \$ 42.000 y \$ 370.000 dólares anuales.

Los estudiantes del colegio habitan en hogares de estratos socio económico 4, 5 y 6. Sus padres tienen un nivel de escolaridad entre bachilleres, universitarios y postgrados, los estudiantes tienen accesos con facilidad de manipulación de dispositivo electrónicos – tecnológicos de punta.

El Colegio Berchmans, desde más de 85 años presta su servicio educativo en la ciudad de Cali, la institución cuenta con una gran trayectoria en la formación integral de personas a nivel regional que actualmente cuenta con cerca de 1600 estudiantes desde los cursos de primera infancia hasta el bachillerato.

En grado once consta de cuatro salones 11A (29 estudiantes), 11B (34 estudiantes), 11C (30 estudiantes) y 11D (30 estudiantes), para un total de 123 estudiantes en el grado. Su planta física es acorde a la proporción del número de estudiantes, está dotada de los elementos necesarios y suficientes para el desarrollo de la propuesta formativa.

El colegio ha tenido buenos resultado en los procesos educativos y prestigio en la ciudad; sus avances en el campo educativo han sido reconocidos en el contexto de la “Formación de Personas Integrales”.

Los resultados de las Pruebas Saber 11 lo ubica en la categoría de superior y muy superior durante los últimos 6 años, está certificado con la norma de calidad de la educación ISO 9001. El Berchmans cuenta con formación Bilingüe en la cual los estudiantes presentan pruebas internacionales para validar su nivel de Bilingüismo.

El Profesor Evelio Bedoya Moreno, *Ph.D.*, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad de Valle que funge como tutor y director del Trabajo de Grado.

El estudiante Manuel Alberto Martinez Castillo, estudiante activo del programa de postgrado de Maestría en Educación del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, y profesor de Estadística incluida en el área de Matemática en grado 11° en la institución de Educación Media donde tiene lugar la práctica docente, es el principal responsable del Trabajo de Grado.

El autor decidió trabajar con toda la población de grado onces, pues las actividades de Sistematización de los Experimentos de enseñanza se realizaron durante las clases del calendario y periodo académico 2019-2020

3.2.2. Técnicas de investigación

(Hernando, Fernandez, & Baptista, 2014) establecen que las técnicas de investigación son el conjunto de herramientas, procedimientos e instrumentos utilizados para obtener información y esta se deriva del enfoque metodológico objetivo a investigar y la población o muestra definida. El tipo de técnica de investigación que se implementó en este trabajo de Maestría es la de cuestionario con preguntas mixtas (preguntas con preguntas de respuestas abiertas y cerradas) “semejante a la entrevista, los cuestionarios son pensados, desarrollados e implementados por el profesor de la asignatura y aplicado durante las clases de grado 11 del II periodo académico del año lectivo 2019 - 2020”

3.2.3. Instrumentos de recolección de datos

(Hernando, Fernandez, & Baptista, 2014) concretan la técnica de recolección de datos como “implica elaborar un plan detallado de procedimientos que nos conduzcan a reunir datos con un propósito específico”. Es la forma a través de la cual se implementa para obtener los datos de las variables cuantitativas y cualitativas de la población que participa en la investigación.

A continuación, se listan y describen brevemente las preguntas que se realizaron en cada uno y la escala que se construyó para con posterior análisis de los resultados

Cuestionario 1: Evaluación Distribución Binomial y Distribución de Poisson puntual y acumulada a través del manejo de tabla de distribución de probabilidades y calculo a mano utilizando la calculadora.		
Pregunta asignada en el cuestionario, actividad evaluativa o experimento de enseñanza	Lo que se observó en cada pregunta	La escala de medición que se asumió en este cuestionario en cada observación de la pregunta fue
Pregunta 1	Identifica la variable y parámetros (constantes) de la distribución Binomial, reemplaza y soluciona la distribución Binomial utilizando calculadora	0: No responde correctamente a la pregunta
	Identifica los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar el valor esperado, reemplaza y calcula el valor esperado	
Pregunta 2	Identifica la variable y parámetros (constantes) de la distribución Binomial, ubica en la tabla de distribución de probabilidad Binomial Acumulada el valor de probabilidad correspondiente	

	Identifica los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar la desviación típica, reemplaza y calcula la desviación típica	1: Responde correctamente a la pregunta
Pregunta 3	Identifica la variable y constante de la distribución de Poisson, reemplaza y soluciona la distribución de Poisson utilizando calculadora	
Pregunta 4	Identifica la variable y constante de la distribución de Poisson, ubica en la tabla de distribución de probabilidad de Poisson puntual el valor de probabilidad correspondiente	

Cuestionario 2: Construcción e interpretación de las gráficas de las Distribución Binomial y Poisson de los valores de probabilidad puntual, acumulada y sus gráficos (Excel)		
Criterios de las variables que se observaron en el instrumento que se aplicó	Lo que se observó en cada criterio	La escala de medición que se asumió en este instrumento en cada observación del criterio fue
Criterio 1	En el problema planteado, el estudiante, Identifica los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar el valor esperado y desviación típica, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar el valor esperado y desviación típica.	0: No responde correctamente a la pregunta 1: Responde correctamente a la pregunta
Criterio 2	En el problema planteado, el estudiante, Identifica la variable y los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar los valores de las correspondientes probabilidades puntual y acumulada, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar los valores de las probabilidades.	
Criterio 3	En el problema planteado, el estudiante, Identifica los valores correspondientes de las probabilidades puntual y acumulada para realizar los respectivos gráficos de barras de la distribución Binomial. Utiliza los comandos de la hoja de cálculo para construir las gráficas respectivas	
Criterio 4	En el problema planteado, el estudiante, utiliza los comandos de la hoja de cálculo para dar respuesta a la pregunta formulada de la distribución Binomial	
Criterio 5	En el problema planteado, el estudiante, Identifica los parámetros (constantes) de la distribución de Poisson para determinar el valor esperado, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar el valor esperado.	
Criterio 6	En el problema planteado, el estudiante, Identifica la variable y los parámetros (constantes) de la distribución de Poisson para determinar los valores de las correspondientes probabilidades puntual y	

	acumulada, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar los valores de las probabilidades.	
Criterio 7	En el problema planteado, el estudiante, Identifica los valores correspondientes de las probabilidades puntual y acumulada para realizar los respectivos gráficos de barras de la distribución de Poisson. Utiliza los comandos de la hoja de cálculo para construir las gráficas respectivas	
Criterio 8	En el problema planteado, el estudiante, utiliza los comandos de la hoja de cálculo para dar respuesta a la pregunta formulada de la distribución de Poisson	

Cuestionario 3: Construcción en Excel de la gráfica simultanea de la distribución Binomial y Poisson (relación o comportamiento gráfico de la relación simultanea Binomial Poisson)		
Criterios de las variables que se observaron en el instrumento que se aplicó	Lo que se observó en cada criterio	La escala de medición que se asumió en este instrumento en cada observación del criterio fue
Criterio 1	De la tabla de valores (número de ensayos, probabilidad de éxito, número de éxitos y valor esperado) suministrada a los estudiantes, ellos utilizan los comandos correspondientes para efectuar el cálculo de los valores las probabilidades puntuales de la distribución Binomial y Poisson	0: No da respuesta correcta a la pregunta 1: Responde correctamente a la pregunta
Criterio 2	De la tabla de valores (número de ensayos, probabilidad de éxito, número de éxitos, valor esperado, probabilidad Binomial puntual y probabilidad Poisson puntual) suministrada a los estudiantes, ellos utilizan los comandos correspondientes para realizar la gráfica simultanea de las distribuciones Binomial y Poisson y rotula los márgenes correspondientes del grafico de barras.	2: Realiza el gráfico de barras, no rotula correctamente los márgenes 3: Realiza el cálculo de una de las distribuciones

Cuestionario 4: Evaluación, solución Distribución Binomial como una distribución de Poisson (conclusión teorema)		
Pregunta asignada en el cuestionario, actividad evaluativa o experimento de enseñanza	Lo que se observó en cada pregunta	La escala de medición que se asumió en este cuestionario en cada observación de la pregunta fue
Pregunta 1	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la distribución de probabilidad Binomial (sea que	

	aumente o disminuya) dependiendo el caso que le haya tocado al estudiando	0: No da respuesta correcta a la pregunta 1: Responde correctamente a la pregunta 2: Infiere la conclusión del teorema, pero no menciona las condiciones para que se cumpla 3: Escribe las condiciones del teorema, pero no infiere la conclusión
Pregunta 2	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la distribución de probabilidad de Poisson que permanece constante.	
Pregunta 3	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la probabilidad de éxito de la distribución de probabilidad Binomial, observando que disminuye aproximándose a cero.	
Pregunta 4	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tienen los valores del número de ensayos de la distribución de probabilidad Binomial, observando que aumenta indefinidamente.	
Pregunta 5	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores del número de éxito de la distribución de probabilidad Binomial, observando que permanece constante.	
Pregunta 6	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla suministrada" el comportamiento que tiene el producto de los siguientes factores "número de ensayos y probabilidad de éxitos" de la distribución de probabilidad Binomial, observando que permanece constante.	
Pregunta 7	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla o gráfico de barras suministrado" el comportamiento que tiene los valores puntuales de las distribuciones probabilidad Binomial y de Poisson, observando que los valores de probabilidad de la distribución Binomial se van aproximando al valor de probabilidad de la distribución de Poisson.	
Pregunta 8	En la situación planteada, el estudiante, identifica "en los valores de la tabla" el comportamiento que tienen los valores de "número de ensayos y probabilidad de éxito" de la función de distribución probabilidad Binomial, observando que el producto de esos dos factores es siempre el mismo y que a ese producto se le conoce como valor esperado.	
Pregunta 9	En la situación planteada, el estudiante, relaciona lo trabajado durante el periodo académico y las	

	respuesta registradas desde la pregunta 1 hasta la 8 del examen, para que pueda inferir el teorema que dice: una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson si cumple las siguientes condiciones "el número de éxito tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el producto entre el número de éxito y probabilidad de éxito sea constante.	
--	--	--

3.2.4. Herramienta para el procesamiento de datos

Para realizar la organización, tabulación y representación de gráficos de barras que se obtuvieron de la aplicación de los diferentes instrumentos de recolección de información a los estudiantes de grado 11 del colegio Berchmans en relación a las funciones de distribución Binomial y Poisson, se utilizó el software del paquete office fue Microsoft Excel 2016.

3.2.5. Técnica de procesamiento de datos

La técnica que se utilizó para el procesamiento o representación de la información es la Estadística Descriptiva "gráficos de barras". La estadística descriptiva es la rama de la estadística que recolecta, organiza, tabula, gráfica o representa, analiza y caracteriza un conjunto de datos, a través de gráficos y estadígrafos que sintetizan la información con el objetivo de suministrar elementos para inferir y establecer conclusiones. (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012).

4. DISEÑO Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Reconstrucción metódica y documentada de la experiencia

Este paso es de suma importancia para el desarrollo del proceso de Sistematización de Experimentos de enseñanza ya que a través de él se puede recopilar la información necesaria para el mismo. El efectuar esta recuperación de la Experiencia es un elemento de participación e implicación en el proceso por parte de los actuantes. Es este un momento de reconocer lo realizado y de reflexión sobre las actividades realizadas. Es importante tener presente que frecuentemente se suele dedicar mucho tiempo, recursos de tal forma que no quedan casi espacio para los siguientes pasos. Así pues, se tratará de invertir los recursos necesarios para la ejecución de este paso y para ello se debe hablar de los siguientes factores importantes:

4.2. Reconstrucción metódica

En esta sesión se realizará el tratamiento relacionado con el registro de momentos, acontecimientos, lugares, estrategias, dificultades, aciertos, modificación de situaciones sobre la marcha los cuales fueron considerados como indispensables durante el proceso de la Sistematización de Experimentos de enseñanza. Durante esta reconstrucción se debe tener presente los fundamentos, planteamiento del problema de la Sistematización, Objetivos “general y específicos” y pregunta de indagación, los cuales se consideraron inicialmente los que direccionan la Sistematización, estos fundamentos son los factores rectores que guían durante las diferentes fases de la Sistematización de Experimentos

de enseñanza al maestro en cada uno de sus actividades que piensa, construye, ejecuta, evalúa y adapta.

4.2.1. Recolección de la información y categorías que se pueden utilizar para la recuperación del experimento de enseñanza.

En la recuperación de información de una Sistematización de Experimentos de enseñanza se puede utilizar algunas estrategias prácticas para dicho fin, tales como: relatos, gráficos, espirales de la historia, línea de tiempo, cronologías, interpretación y procesos e intencionalidad. Durante este trabajo se trabajará con la categoría de cronología, relatos, gráficos, interpretación y procesos.

Sistema que permite organizar de manera ordenada y sucesiva los hechos históricos de acuerdo estos hayan ido sucediéndose. La Cronología (del griego *chronos* 'tiempo' y *logos* 'estudio') no es más que el estudio del tiempo según este pasa y es por esto que la cronología se vuelve de especial importancia para otras ciencias como la historia que recurren al ordenamiento de datos y fechas de manera permanente (definición a b c, 2013).

Esta Sistematización se centra en un paradigma práctico e indicativo, deseo documentar los momentos que se experimentaron en grado once en el Colegio Berchmans para que los estudiantes, participaran del proceso de enseñanza-aprendizaje de las competencias referentes a la Estadística Inferencial, particularmente, las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta "Binomial y Poisson" y puedan deducir o inferir un teorema importante que relaciona estas dos distribuciones de probabilidad.

Se consideraron las siguientes fuentes, para registro y recolección de información, durante el desarrollo de la Sistematización tales como:

- *Las fuentes iconográficas:* permiten registrar e interpretar objetos e imágenes de la experiencia.
- *Las fuentes orales:* esta fuente es fundamental para la indagación, registro, comprensión y socialización de la experiencia.
- *Las fuentes escritas:* esta fuente es tan utilizada como la anterior, tiene además propósitos formativos, incluye y se debe tener en cuenta, cuadernos de apuntes,

talleres, exámenes, los planes de trabajo, las actas de reuniones, los informes, de los participantes etc.

- *Las fuentes tecnológicas:* permite optimizar el registro y la consulta (recuperación) de imágenes o videos, diseñar. Entre estas fuentes se pueden citar: ipods, Ipad, Tablet, celulares, computadores (de escritorio o portátiles), cámaras digitales, videobeam, impresora.

Cronología de los diferentes momentos de la Sistematización de Experimentos de enseñanza durante el primer periodo Agosto 27 a noviembre 15 de 2019	
➤ Se realiza el diagnóstico a los estudiantes: ➤ Se indaga sobre los saberes que los estudiantes adquirieron en el grado anterior “10°”. ➤ Sobre los saber básicos que requieren para el desarrollo del estándar de desempeño del primer periodo en grado once. ➤ criterios de evaluación del estándar de desempeño correspondientes al primer periodo.	Agosto 27 al 30 2019
➤ Teorema de Bayes, teniendo en consideración que finalizando grado 10° se enseñó los fundamentos y particularidades de la probabilidad condicional es sus diferentes sistemas de representación (lenguaje natural “situación plantea a través de enunciado”, diagrama de Venn, diagrama de árbol y tabla de contingencia). ➤ aquí en 11° se realizó la presentación de que es y cómo se aplica, el teorema de Bayes, en algunas situaciones de la cotidianidad. ➤ El tratamiento del teorema de Bayes se trabaja desde sus tres sistemas de representación (lenguaje natural “situación plantea a través de enunciado”, diagrama de Venn, diagrama de árbol y tabla de contingencia). ➤ se explicita como pasar de un sistema de representación a los otros.	Septiembre 2 al 13 2019

➤ Se realiza la presentación de las funciones de distribuciones de probabilidad de variable aleatoria discreta “teoría y fundamentos”. ➤ Se explica y ejemplifica la distribución Binomial (operaciones con calculadora, manejo de tabla distribuciones de probabilidad e implementación de GeoGebra) de la distribución Binomial.	Septiembre 16 al 20 2019
➤ Se realizó la aplicación y socialización del taller distribución Binomial (operaciones con calculadora, manejo de tabla distribuciones de probabilidad e implementación de GeoGebra) de la distribución de Binomial.	Septiembre 23 al 27 2020
➤ Se explica y ejemplifica la distribución de Poisson (operaciones con calculadora, manejo de tabla distribuciones de probabilidad e implementación de GeoGebra)	Septiembre 30 a octubre 4 2019
➤ semana de receso	Octubre 7 al 11 2019
➤ Se realizó la aplicación y socialización taller distribución de Poisson (operaciones con calculadora, manejo de tabla distribuciones de probabilidad e implementación de GeoGebra)	Octubre 15 al 18 2019
➤ Los estudiantes realizan, evaluación Binomial y Poisson (Manejo de tabla y calculo a mano - calculadora)	Octubre 21 al 25 2019
➤ Los estudiantes visualizan, Videos Relación simultanea Binomial Poisson Excel nov 8 2019 personalizado ➤ Los estudiantes construyen en la hoja de cálculo la distribución de Binomial puntual, acumulada y sus gráficos (Excel) ➤ Los estudiantes construyen en la hoja de cálculo la distribución de Poisson puntual, acumulada y sus gráficos (Excel)	Octubre 28 a Noviembre 1 2019

➤ Los estudiantes construyen en la hoja de cálculo la relación simultanea Binomial Poisson Excel nov 8 2019 personalizado	Noviembre 5 al 8 2019
➤ Los estudiantes realizan la evaluación solución binomial como una Poisson (conclusión teorema)	Noviembre 12 al 15 2019
➤ El profesor socialización de resultados de los estudiantes y el objetivo principal de la aplicación de los recursos	Noviembre 18 al 22 2019
➤ Los estudiantes realizan la coevaluación	Noviembre 25 al 29 2019
➤ Los estudiantes realizan la autoevaluación	Diciembre 2 al 6 2019

Tabla 4. Cronología de la sistematización durante el primer periodo agosto 27 a noviembre 15 de 2019

4.3. Selección y desarrollo de la información recogida.

En este apartado se presentarán los elementos, recursos o materiales que fueron determinante para la planificación, construcción, desarrollo y evaluación de la Sistematización de Experimentos de enseñanza, los cuales tienen una primera aproximación en la cronología-línea de tiempo que se presentó previamente, de estos elementos, recursos o materiales fueron indispensables para realizar el análisis y reflexión en función de la propuesta de Sistematización, el planteamiento del problema, pregunta de indagación y los objetivos: generales y específicos.

4.3.1. Planificación y aplicación de la actividad

Fecha de aplicación: La implementación de la Sistematización se efectuó durante el desarrollo de primer periodo del año escolar entre el 2 de septiembre de 2019 y 15 de noviembre de 2019, el año escolar del colegio Berchmans está constituido por tres periodos lectivo. Las actividades direccionadas para la indagación de las intenciones primordiales de la Sistematización de Experimentos de enseñanza se aplicaron a todos los 124 estudiantes de grado 11, distribuidos de la siguiente manera 11-A (29 estudiantes), 11-B (34 estudiantes), 11-C (30 estudiantes) y 11-D (31 estudiantes) las edades de los estudiantes están entre 16 y 17 años.

Por interés exclusivo de la consecución de los objetivos específicos “deducción del teorema que dice: una distribución Binomial se puede realizar como una distribución de Poisson si se cumplen las siguientes condiciones “el promedio es constante, n tiende infinito y la probabilidad de éxito tiende a cero” las clases del primer periodo se realizaron de forma normal frente a la recepción de los estudiantes, es decir, no se les anticipó que se realizaría una investigación con proyección a la construcción de la Sistematización de Experimentos de enseñanza vivida por los estudiantes y el profesor. La intención de ello es que los resultados que pudieran generarse sean los más imparciales posible.

Después de realizar el desarrollo de las clases y aplicar las pruebas “necesarias para dicho fin”, se realizó la contextualización “repetición ignaciana” de la experiencia en la cual ellos participaron y se contextualizó lo que ellos registraron en sus respuestas y el enunciado del teorema correspondiente entre la relación de las distribuciones Binomial y Poisson.

4.3.2. Recursos, materiales empleados aplicación de la actividad y Análisis de los registros obtenidos de los materiales aplicados en grado once

En esta sesión se realizará la presentación y descripción de los materiales utilizados durante el desarrollo e implementación de la Sistematización de Experimentos de enseñanza. “Un material es un elemento diseñado con un propósito específico relacionado con un tema matemático... en particular y cuya función es facilitar (promover) el aprendizaje del estudiante relacionado con el tema” (Carretero, Coriat, & Nieto, 1995).

Recursos utilizados

Para el desarrollo de los momentos implementados a continuación los estudiantes y el profesor utilizaron los siguientes recursos:

Lápiz, lapicero, borrador, cuadernos de apunte, marcador, borrador-tablero, calculadora, wifi del colegio, tablas de distribución de probabilidades Binomial y Poisson “en física y medio digital”, computador, y sus respectivos softwares (GeoGebra, paquete office, Tablet, plataforma del colegio “se llama **Aula virtual Berchmans¹⁰**”, videobeams con sus respectivos parlantes, dispositivo móvil “celular para tomar los registros: de fotos y videos”, videos grabados por el profesor y subidos al canal del profesor, espacio institucional “salón de clase”, libros de estadística “físico y digital”, materiales de enseñanza “planes de periodo, taller distribuciones de probabilidad variable aleatoria discreta” (ver anexo 5), Planeación periódica. **Materiales implementados**

A continuación, se presentarán los materiales que se utilizaron, con los estudiantes de grado once, durante el desarrollo del primer periodo académico del año lectivo escolar 2019 – 2020, estos materiales, fueron pensados, planificados, elaborados, analizados, revisados y corregidos por el profesor de la asignatura. La intención de la implementación secuenciada de los materiales tiene como objeto verificar los aprendizajes y competencias que han adquirido los estudiantes en el proceso, también se pretende suministrar los elementos estructurantes que requieren los estudiantes para afrontar la siguiente competencia que se presentará.

4.3.2.1. Descripción de las actividades ejecutadas por parte de los estudiantes.

Las actividades se aplican en grado once a un total de 123 estudiantes que están matriculados en el grado, las actividades se implementan de forma individual en cada uno de los 4 salones (11 A “29 estudiantes”, 11 B “34 estudiantes”, 11 C “30 estudiantes” y 11 D “30 estudiantes”) que están establecidos en el grado. Las actividades de los estudiantes que las presentan se consolidan en un solo grupo para realizar la observación o análisis de sus respuestas y competencias alcanzadas hasta este punto o transcurso del periodo. A continuación, se mostrará una de las actividades seguida de

¹⁰ <https://aulavirtual.berchmans.edu.co/> creada sobre la interfaz de Chamilo LMS <https://chamilo.org/es/> Plataforma institucional del colegio Berchmans, en la cual se realizan actividades académicas en las cuales estudiantes y profesores interactúan.

un gráfico de barras que representa el grado de competencia alcanzada en dicha actividad y luego un cuadro en el cual se realiza un breve análisis sobre las competencias alcanzadas por los estudiantes.

4.3.2.2. Evaluación Distribución Binomial y Distribución Poisson puntual y acumulada a través del manejo de tabla de distribución de probabilidades y calculo a mano utilizando la calculadora.

Se desea identificar la comprensión y competencias adquiridas por los estudiantes referente a la resolución de situaciones propuestas por parte del profesor-investigador, donde se debe realizar lectura de tabla de distribución de probabilidades puntual y acumulada de las distribuciones Binomial y Poisson.

Objetivo de la actividad: se espera que los estudiantes puedan identificar las constantes y variables que caracterizan a las funciones de distribución de probabilidad Binomial y Poisson, realizar los cálculos de los valores de las probabilidades con el uso de calculadora y manejo de tablas de distribución de probabilidades de las distribuciones previamente planteadas y que puedan calcular sus respectivos valores esperados y desviaciones típicas.

	Área: Matemáticas(Est)	Grado: 11- B	Periodo: 1	Fecha: 25/10/2019	Profesor: Manuel Martínez
	Tema: Distribución Binomial y Poisson		Estudiante:		
	Estándar de desempeño 30%: Argumenta la solución de problemas estadísticos, empleando las funciones de distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas para interpretar y explicar las diferentes situaciones que se le proponen de su cotidianidad.				
Criterios de Evaluación: ➤ Calcula y analiza las funciones de distribución de variable aleatoria discreta "Binomial y Poisson" desde el dominio de tabla y el cálculo manual.					Valoración: 5.0
Binomial $P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$ con $x = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ Valor esperado $\mu = np$ Desviación típica $\sigma = \sqrt{npq}$			Poisson $P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$ con $x = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ Valor esperado o promedio $\lambda = n \cdot p = \mu$		

Nota: Por favor realice el procedimiento y cálculos necesario para la solución de la pregunta y escriba la respuesta en porcentaje (redondeado a dos números decimales) o en decimal (redondeado a cuatro números decimales)

- El 83% de los individuos que están registrados en cierta oficina del INEM son licenciados en Humanidades. Se toma una muestra de ocho individuos de dicho registro. ¿Cuál es la probabilidad de que en dicha muestra hayan más de tres y menos de siete licenciados? Cuál es el valor esperado de licenciados.

$n = 8$
 $p = 0.83$
 $q = 0.17$

$P(3 < x < 7) = [P(x=4) + P(x=5) + P(x=6)]$
 $P(x=4) = \binom{8}{4} 0.83^4 \cdot 0.17^4 \approx 0.0277$
 $P(x=5) = \binom{8}{5} 0.83^5 \cdot 0.17^3 \approx 0.1084$
 $P(x=6) = \binom{8}{6} 0.83^6 \cdot 0.17^2 \approx 0.2646$
 $P(3 < x < 7) = 0.4007$
 $= 40.07\%$

$8 \times 0.83 = 6.64$
 ≈ 7 licenciados

R1 = la Probabilidad de que hayan más de 3 y menos de 7 licenciados es del 40.07% aproximadamente.
R2 = El valor esperado de licenciados es de 7 aprox.
- El número medio de aviones que usan una pista de aterrizaje en un aeropuerto es 3 cada media hora. Suponiendo que siguen una ley de Poisson. ¿Cuál es la probabilidad, de que, en hora y media, el número de llegadas sea de al menos 5?

$\lambda = 9$ cada hora y media
 $x =$ Número de aviones llegando

$P(x \geq 5) = 1 - [P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4)]$
 $P(x=0) = \frac{e^{-9} \cdot 9^0}{0!} \approx 0.00012$
 $P(x=1) = \frac{e^{-9} \cdot 9^1}{1!} \approx 0.0011$
 $P(x=2) = \frac{e^{-9} \cdot 9^2}{2!} \approx 0.005$
 $P(x=3) = \frac{e^{-9} \cdot 9^3}{3!} \approx 0.015$
 $P(x=4) = \frac{e^{-9} \cdot 9^4}{4!} \approx 0.0337$
 $P(x \geq 5) = 1 - (0.0549)$
 $= 0.9451$

R1 = la Probabilidad de que en una hora y media lleguen al menos 5 es 94.51% aproximadamente.

Nota: Por favor, al observar la tabla, realice el procedimiento, suma o resta necesario para la solución de la pregunta y escriba la respuesta en porcentaje (redondeado a dos números decimales) o en decimal (redondeado a cuatro números decimales)

1. Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 40 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 4 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 1 tengan efectos secundarios? Calcule la desviación típica de los efectos secundarios del medicamento.

Tabla D.2: DISTRIBUCIÓN BINOMIAL: F(x)

n	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,75
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6000	0,5000	0,4000	0,3000	0,2500
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,3600	0,2500	0,1600	0,0900	0,0625
	1	0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8400	0,7500	0,6400	0,5100	0,4375
	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2160	0,1250	0,0640	0,0270	0,0156
	1	0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,6480	0,5000	0,3520	0,2160	0,1563
	2	1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9360	0,8750	0,7840	0,6570	0,5781
	3		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1296	0,0625	0,0256	0,0081	0,0039
	1	0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,4752	0,3125	0,1792	0,0837	0,0508
	2	1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8208	0,6875	0,5248	0,3483	0,2617
	3		1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9744	0,9375	0,8704	0,7599	0,6836
	4			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

$n = 4$
 $p = 0.4$
 $q = 0.6$

R/ la Probabilidad de que a lo sumo 1 tengan efectos secundarios es de 0,4752 o 47,52%.

$\sigma = \sqrt{npq}$
 $\sigma^2 = 4 \cdot 0.4 \cdot 0.6$
 $\sigma^2 = 0.96$
 $\sigma \approx 0.9798$

R/ la desviación típica de los efectos secundarios es de 0,9798.

2. El número medio de aviones que usan una pista de aterrizaje en un aeropuerto es 1 cada media hora. Suponiendo que siguen una ley de Poisson. ¿cuál es la probabilidad, de que, en una hora, el número de llegadas sea más de 6?

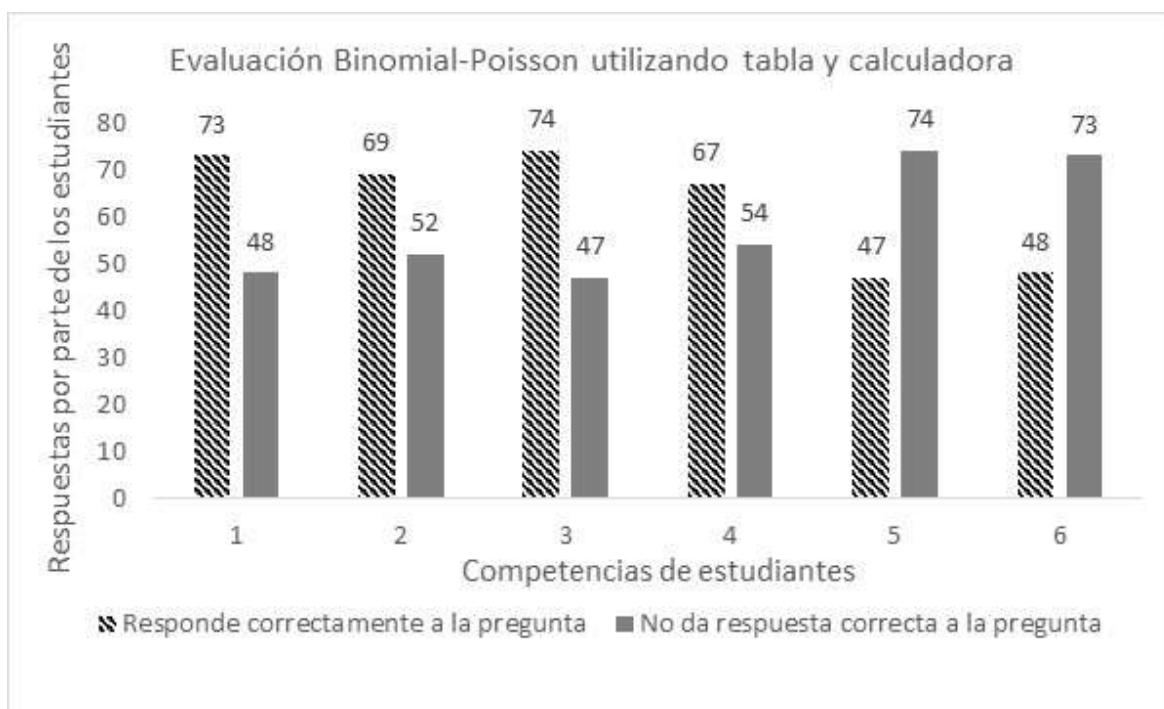
Tabla D.3: DISTRIBUCION DE POISSON: f(x)

$\lambda = \mu$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,5	2
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679	0,2231	0,1353
1	0,0905	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679	0,3347	0,2707
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	0,1839	0,2510	0,2707
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613	0,1255	0,1804
4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153	0,0471	0,0902
5		0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031	0,0141	0,0361
6				0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0035	0,0120
7							0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0034
8										0,0000	0,0001	0,0009
9											0,0000	0,0002
10												0,0000

$\lambda = 2$ cada hora
 $X =$ numero de llegadas
 $P(X > 6)$

R/ la Probabilidad de que lleguen más de 6 aviones en una hora es de 0,0045 o 0,45%.

Imagen 3. Evaluación conceptual distribución Binomial y Poisson, manejo de calculadora y tabla distribución de probabilidad.



Gráfica 1. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la evaluación conceptual distribución Binomial y Poisson, manejo de calculadora y tabla distribución de probabilidad.

Observaciones y significado de la actividad realizada y representada en el gráfico de barras	
La evaluación se aplica en grado once a 121 estudiantes de un total de 123 “dos estudiantes no presentaron la evaluación en ese momento por estar indispuestos de salud, no asistieron al colegio el día de la realización de la actividad” la evaluación se aplicó de forma individual en cada uno de los 4 salones (11 A “29 estudiantes”, 11 B “34 estudiantes”, 11 C “30 estudiantes” y 11 D “30 estudiantes”) que están establecidos en el grado.	
Observaciones que se realizaron de la evaluación y se representaron en el gráfico de barras	Significado de las observaciones realizadas
1	73 de los 121 estudiantes, identifica la variable y parámetros (constantes) de la distribución Binomial, reemplaza y soluciona la distribución Binomial utilizando calculadora de forma adecuada. Los 48 estudiantes restantes, sus respuestas presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia y en pocos casos sus respuestas fueron errada.

2	69 de los 121 estudiantes, identifica los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar el valor esperado, reemplaza y calcula el valor esperado. Los 52 estudiantes restantes, sus respuestas presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia y en pocos casos sus respuesta fueron errada.
3	74 de los 121 estudiantes, identifica la variable y parámetros (constantes) de la distribución Binomial, ubica en la tabla de distribución de probabilidad Binomial Acumulada el valor de probabilidad correspondiente. Los 47 estudiantes restantes, sus respuestas presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia y en pocos casos sus respuestas fueron errada.
4	67 de los 121 estudiantes, identifica los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar la desviación típica, reemplaza y calcula la desviación típica. Los 54 estudiantes restantes, sus respuestas presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia y en pocos casos sus respuestas fueron errada.
5	47 de los 121 estudiantes, identifica la variable y constante de la distribución de Poisson, reemplaza y soluciona la distribución de Poisson utilizando calculadora. Los 74 estudiantes restantes sus respuestas presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia y en pocos casos sus respuestas fueron errada. La apropiación conceptual de los estudiantes de esta competencia está asociada a la siguiente pregunta: <i>“El número medio de aviones que usan una pista de aterrizaje en un aeropuerto es 3 cada media hora. Suponiendo que siguen una ley de Poisson. ¿cuál es la probabilidad, de que, en una hora y media, el número de llegadas sea de al menos 5?”</i>. La dificultad que se observa en las respuestas de los estudiantes en los exámenes, esta relacionadas con: • Establecer el valor de lambda “valor esperado, de llegada de los 3 aviones cada media hora, este valor esperado se debe ajustar conforme a la pregunta que se formula ¿cuál es la probabilidad, de que, en una hora y media, el número de llegadas sea de al menos 5? En esta pregunta se indaga por 1 hora y 30 minutos, en la cual el valor esperado será de 9 aviones “el valor esperador será directamente proporcional entre la cantidad de aviones que llegan y el tiempo que existente entre la llegada de los aviones”. • El termino de <i>al menos 5</i>, corresponde a mayores o iguales a 5 aviones, los estudiantes debían realizar el cálculo de que lleguen 0, 1, 2, 3, y 4 aviones, sumar los respectivos resultados y luego realizar la diferencia con 1 o 100%, que corresponde a la probabilidad máxima. En este procedimiento algunos estudiantes presentaron dificultad.
6	48 de los 121 estudiantes, identifica la variable y constante de la distribución de Poisson, ubica en la tabla de distribución de probabilidad de Poisson puntual el valor de probabilidad correspondiente. Los 73 estudiantes restantes sus respuestas presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia y en pocos casos sus respuestas fueron errada.

	La apropiación conceptual de los estudiantes de esta competencia está asociada a la siguiente pregunta: “El número medio de aviones que usan una pista de aterrizaje en un aeropuerto es 1 cada media hora. Suponiendo que siguen una ley de Poisson. ¿cuál es la probabilidad, de que, en una hora, el número de llegadas sea más de 6?”. La dificultad que se observa en las respuestas de los estudiantes en los exámenes, esta relacionadas con: • Establecer el valor de lambda “valor esperado, de llegada de 1 avión cada media hora, este valor esperado se debe ajustar conforme a la pregunta que se formula ¿cuál es la probabilidad, de que, en una hora, el número de llegadas sea más de 6? En esta pregunta se indaga por 1 hora, en la cual el valor esperado será de 2 aviones. • El termino <i>más de 6</i>, corresponde a mayores o iguales a 7 aviones, los estudiantes debían ubicar en la tabla de distribución de probabilidades puntuales de Poisson en la columna de lambda 2 la intersección cuando llegan 7, 8, 9 y 10 aviones y sumar dichas probabilidades. O sumar las probabilidades desde 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 aviones de la columna de lambda igual a 2, y luego realizar la diferencia de dicho valor con 1 o 100%
--	--

Tabla 5. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 1.

4.3.2.3. Videos cálculo de valores de probabilidad y gráficas puntual y acumulada de las distribuciones Binomial Poisson realizados a través de Excel “cada estudiante tiene una actividad diferente”

Se realizaron dos videos (uno de distribución Binomial “https://youtu.be/7OTXU_5cr88” y el otro de distribución de Poisson “<https://youtu.be/3jnMg-18ia0>”, los cuales están publicados en el canal de YouTube: asedumatica MM.

“<https://www.youtube.com/channel/UCTLgK7tV1cLmCtEpKnDYbbw>”), con la intención que los estudiantes apliquen las competencias necesarias para la construcción de la función de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta “Binomial y Poisson” con la implementación de la hoja de cálculo Excel, donde se evidencie los siguientes procedimientos:

- Cálculo de los valores de probabilidad puntual y acumulada de la distribución Binomial y Poisson, procedente de un problema propuesto.
- Construcción de la gráfica de los valores de la distribución Binomial y Poisson (puntual y acumulada), con su respectivo rotulo.
- Cálculo e interpretación del valor esperado y la desviación típica.
- Respuesta e interpretación de la pregunta formulada en la situación planteada.

Análisis de la actividad realizada durante la clase, videos cálculo de valores de probabilidad y gráficas puntual y acumulada de las distribuciones Binomial Poisson realizados a través de Excel.

Durante la clase, cada estudiante, en cada salón de grado once “123 estudiantes en total” visualizan los videos “cálculo de probabilidades puntual y acumulada, construcción de sus respectivas gráficas rotulación de las mismas” publicados por el maestro en su canal distribución Binomial “https://youtu.be/7OTXU_5cr88” y el otro de distribución de Poisson “<https://youtu.be/3jnMg-18ia0>” durante los primeros 20 minutos de los 80 minutos que se trabaja en cada salón por semana. El tiempo restante cada estudiante desde su dispositivo inicia la construcción del requerimiento solicitado, durante el proceso los estudiantes solicitaron apoyo en la escritura de los comandos de la hoja de cálculo desde los distintos sistemas operativos “Windows, MAC OS” que se presentaron conforme al dispositivo utilizado (Tablet, Ipad, computador, celular “Android y IOS”). Esta fue la fase inicial para que los estudiantes pudieran realizar la actividad en la hoja de cálculo y posteriormente realizar su respectiva entrega correspondiente a la siguiente sesión.

4.3.2.4. Construcción e interpretación de las gráficas de las Distribución Binomial y Poisson de los valores de probabilidad puntual, acumulada y sus gráficos (Excel)

Objetivo de la actividad: Se pretende que los estudiantes apliquen las competencias necesarias para la construcción de la función de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta “Binomial y Poisson” con la implementación de la hoja de cálculo Excel, donde se evidencie los siguientes procedimientos:

- Cálculo de las probabilidades puntual y acumulada de las distribuciones Binomial y Poisson, procedente de un problema propuesto.
- Construcción de las gráficas de los valores de las distribuciones Binomial y Poisson puntual y acumulada, con su respectivo rótulo.
- Cálculo e interpretación del valor esperado y la desviación típica.
- Respuesta e interpretación de la pregunta formulada en la situación planteada.

SISTEMATIZACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA DE LA APROXIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON EN EDUCACIÓN MEDIA

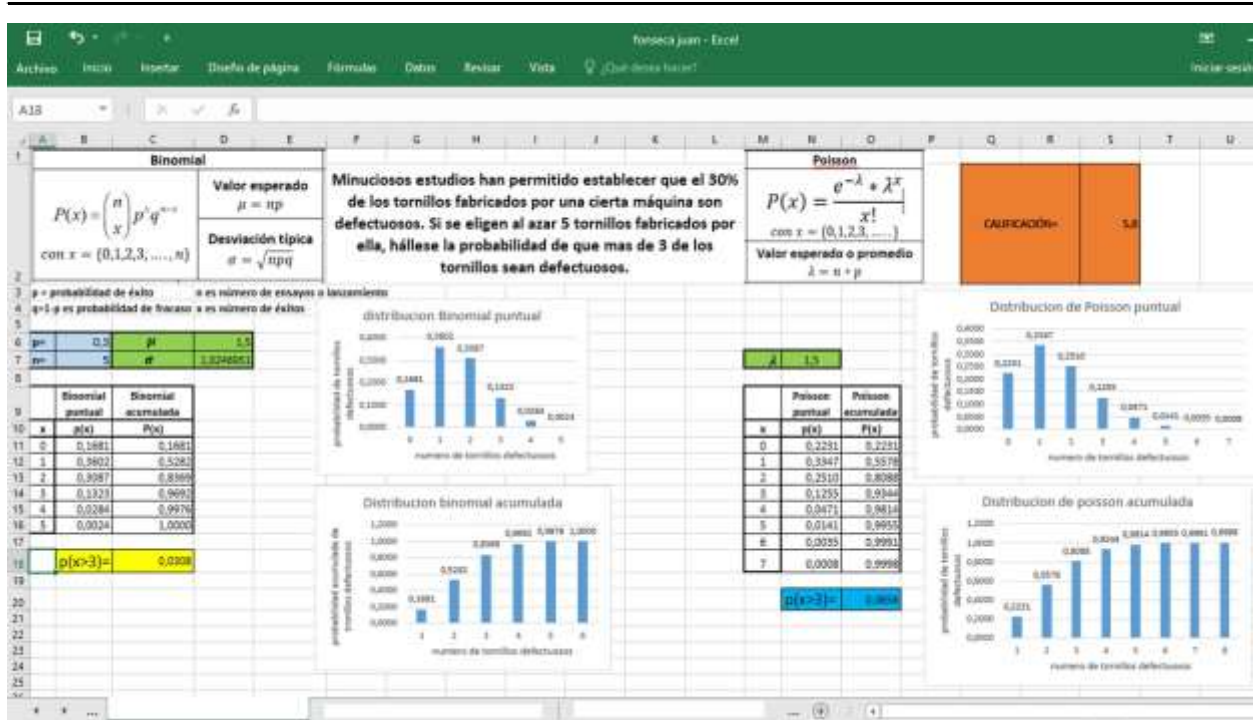
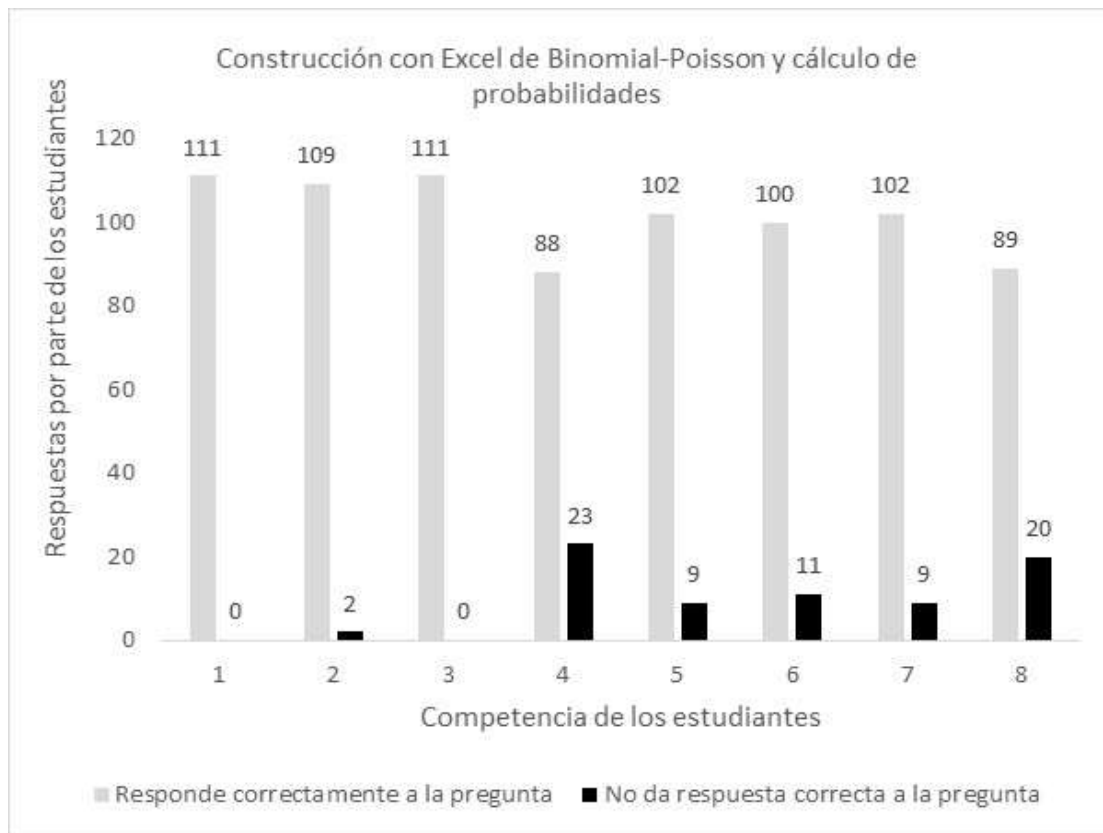


Imagen 4. Implementación en hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson.



Gráfica 2. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la Implementación de la hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson.

Observaciones y significado de la actividad realizada y representada en el gráfico de barras	
La actividad se aplica en grado once a 111 estudiantes de un total de 123 “12 estudiantes no presentaron la evaluación en ese momento por condiciones de salud y autorización de permisos solicitados previamente por situaciones personales.	
Observaciones que se realizaron de la evaluación y se representaron en el gráfico de barras	Significado de las observaciones realizadas
1	En la situación planteado, <i>los 111 estudiantes</i> , Identifica los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar el valor esperado y desviación típica, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para establecer sus respectivos valores.
2	En la situación planteado, <i>109 de los 111 estudiantes</i> , Identifica la variable y los parámetros (constantes) de la distribución Binomial para determinar los valores de las correspondientes probabilidades puntual y acumulada, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar los valores de las probabilidades. Los 2 estudiantes restantes, sus procedimientos o comandos presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de la competencia.
3	En la situación planteado, <i>los 111 estudiantes</i> , Identifica los valores correspondientes de las probabilidades puntual y acumulada para realizar los respectivos gráficos de barras de la distribución Binomial. Utiliza los comandos de la hoja de cálculo para construir las gráficas respectivas.
4	En la situación planteado, <i>88 de los 111 estudiantes</i> , utiliza los comandos de la hoja de cálculo para dar respuesta a la pregunta formulada de la distribución Binomial. Los 23 estudiantes restantes, sus procedimientos o comandos presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de su escritura, algunos no leyeron la pregunta, otros se les paso realizar la respectiva suma de los valores de probabilidad puntual.
5	En la situación planteado, <i>102 de los 111 estudiantes</i> , Identifican los parámetros (constantes) de la distribución de Poisson para determinar el valor esperado, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar el valor requerido. Los 9 estudiantes restantes, sus procedimientos o comandos presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de su escritura, algunos no leyeron la pregunta donde se especifica que debe determinar el valor esperado.

6	En la situación planteado, 100 de <i>los 111 estudiantes</i> , Identifican la variable y los parámetros (constantes) de la distribución de Poisson para determinar los valores de las correspondientes probabilidades puntual y acumulada, utiliza los comandos correspondientes de la hoja de cálculo para determinar los valores de las probabilidades. Los 11 estudiantes restantes, sus procedimientos o comandos presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de su escritura para determinar los valores de probabilidad de la respectiva distribución.
7	En la situación planteado, 102 de <i>los 111 estudiantes</i> , Identifican los valores correspondientes de las probabilidades puntual y acumulada para realizar los respectivos gráficos de barras de la distribución de Poisson. Utiliza los comandos de la hoja de cálculo para construir las gráficas respectivas. Los 9 estudiantes restantes, sus procedimientos o comandos presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de su escritura de los valores de probabilidades puntual y acumulada, por ende los respectivos gráficos no fueron adecuados.
8	En la situación planteado, 89 de <i>los 111 estudiantes</i> , utiliza los comandos de la hoja de cálculo para dar respuesta a la pregunta formulada de la distribución de Poisson. Los 20 estudiantes restantes, sus procedimientos o comandos presentaron alguna inconsistencia en alguna parte de su escritura, algunos no leyeron la pregunta, otros se les paso realizar la respectiva suma de los valores de probabilidad puntual.

Tabla 6. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 2.

4.3.2.5. Construcción en Excel de la gráfica simultanea de la distribución Binomial y Poisson (relación o comportamiento gráfico de la relación simultanea Binomial Poisson)

El profesor orienta y explica a los estudiantes las consideraciones, pasos y comandos que deben ejecutar para la construcción de las distribuciones de probabilidad Binomial y Poisson, es decir, se tabula Binomial y Poisson en una misma gráfica, en la cual se observen las barras o valores de probabilidad de cada distribución en el mismo plano.

Objetivo de la actividad: La intención es que los estudiantes calculen los valores de las probabilidades “usando las fórmulas-de Excel pertinentes para ello” de las distribuciones Binomial y Poisson, realicen la gráfica simultanea de estos valores, registren las etiquetas de la gráfica y puedan observar y analizar el comportamiento que tiene los valores de las probabilidades mientras los valores de “n” aumentan y los valores de “p” tiende a cero.

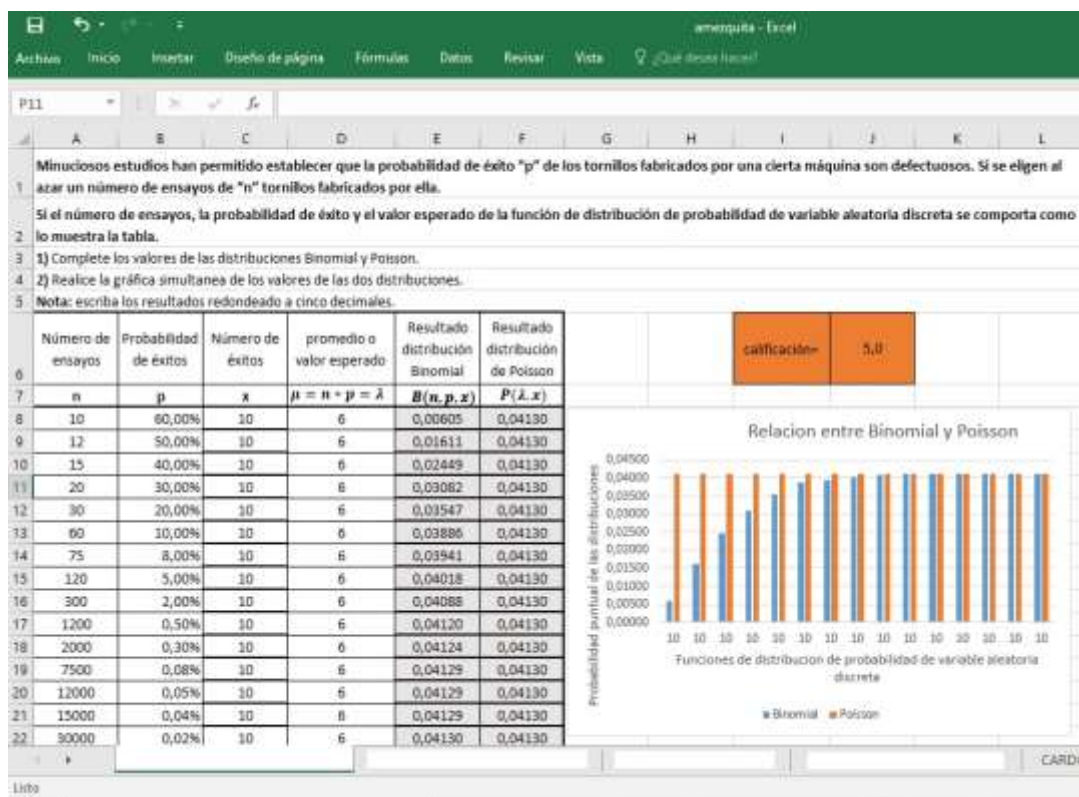
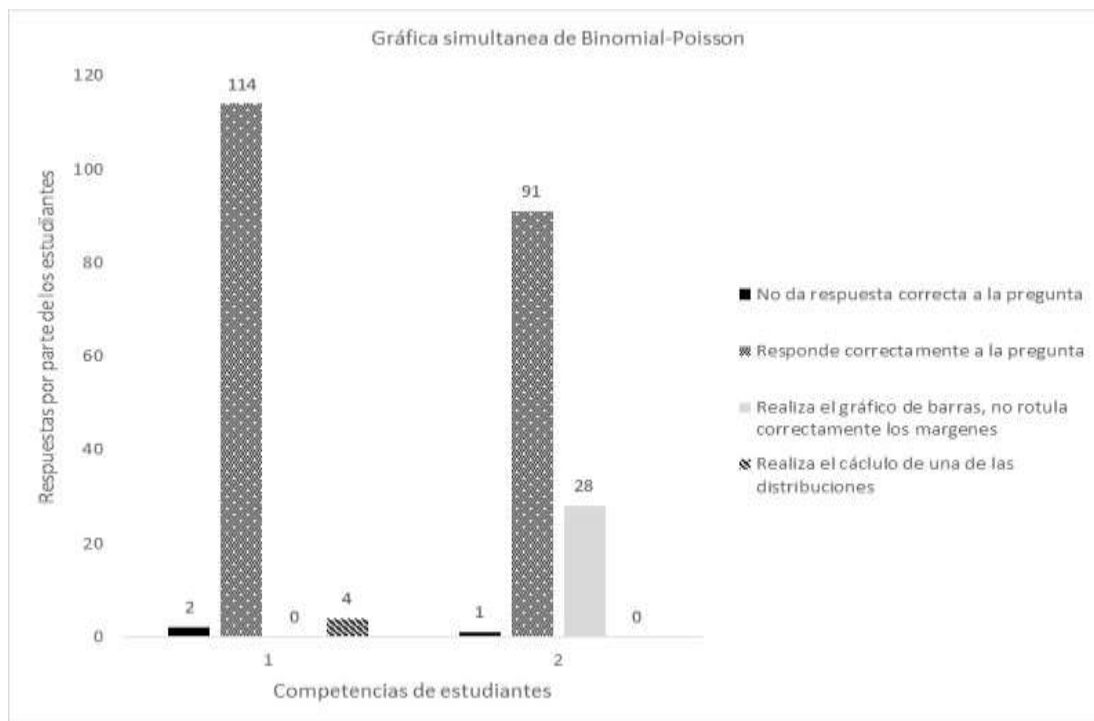


Imagen 5. Implementación en hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson simultáneamente



Gráfica 3. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la Implementación en hoja de cálculo en distribución Binomial y Poisson simultáneamente.

Observaciones y significado de la actividad realizada y representada en el gráfico de barras	
La actividad se aplica en grado once a 120 estudiantes de un total de 123 “3 estudiantes no realizaron la actividad en ese momento por condiciones de salud y autorización de permisos solicitados previamente por situaciones personales”.	
Observaciones que se realizaron de la evaluación y se representaron en el gráfico de barras	Significado de las observaciones realizadas
1	En la situación planteado, 114 de <i>los 120 estudiantes</i>, de la tabla de valores (número de ensayos, probabilidad de éxito, número de éxitos y valor esperado) suministrada a los estudiantes, ellos utilizan los comandos correspondientes para efectuar el cálculo de los valores de las probabilidades puntuales de la distribución Binomial y Poisson. En la situación planteado, 2 de <i>los 120 estudiantes</i>, no dan respuesta correcta a la situación planteado, es decir no consigue utilizar los comandos de la hoja de cálculo para realizar el cálculo de las probabilidades de las distribuciones Binomial y Poisson en la tabla. En la situación planteado, 4 de <i>los 120 estudiantes</i>, aplican los comandos necesarios para efectuar una sola de las distribuciones de probabilidad.
2	En la situación planteado, 91 de <i>los 120 estudiantes</i>, de la tabla de valores (número de ensayos, probabilidad de éxito, número de éxitos, valor esperado, probabilidad Binomial puntual y probabilidad Poisson puntual) suministrada a los estudiantes, ellos utilizan los comandos correspondientes para realizar la gráfica simultanea de las distribuciones Binomial y Poisson simultáneamente y rotula los márgenes correspondientes del gráfico de barras. En la situación planteado, 1 de <i>los 120 estudiantes</i>, no dan respuesta correcta a la situación planteado, es decir no consigue realizar las gráficas de las funciones de distribución de probabilidad de Binomial y Poisson, tampoco rotulan adecuadamente los márgenes y ejes de las gráficas. En la situación planteado, 28 de <i>los 120 estudiantes</i>, realizan adecuadamente las gráficas de las distribuciones de probabilidad Binomial y Poisson, pero no rotulan el título o ejes de la misma.

Tabla 7. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 3.

4.3.2.6. Evaluación, solución Distribución Binomial como una distribución de Poisson (conclusión teorema)

Desde la pregunta 1 hasta la pregunta 6 están pensadas para que el estudiante reconozca o identifique los elementos fundamentales que caracterizan a las funciones de distribuciones de probabilidad de variable aleatoria discreta “Binomial y Poisson”. Las preguntas 7 y 8 se plantearon para que los estudiantes reconozcan de qué forma se involucran o relaciona los valores de las distribuciones Binomial y Poisson, y que comportamiento presentan el producto de n “numero de ensayos” y p “probabilidad de éxito”. Finalmente, la pregunta 9 fue propuesta para que los estudiantes apliquen lo interpretado desde la pregunta 1 hasta la pregunta 8, el cómo se relaciona estos conceptos y que puedan realizar la descripción de los elementos que constituyen y definen el teorema.

Objetivo de la actividad: que los estudiantes puedan concluir un teorema importante de probabilidad inferencial que dice, *“una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson si se cumplen las siguientes condiciones: el número de ensayos tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y λ constante “producto entre el número de ensayos y la probabilidad de éxito es constante”.*

11A relación Binomial Poisson Nuevo : Resultado



Sabogal Vargas, Juan Martin

Nombre de usuario e5jsabogal

Fecha de inicio 15 de Noviembre 2019 a las 08:55 AM

Duración 00 : 39 : 46

IP 200.6.188.74

Su puntuación total es: 5 / 5

Felicitaciones ha aprobado el ejercicio.



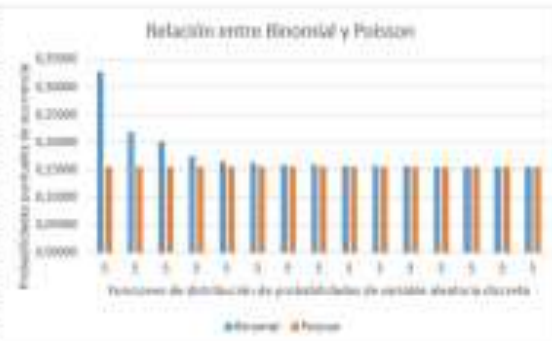
1. Minuciosos estudios han permitido establecer que la probabilidad de éxito "p" de los tornillos fabricados por una cierta máquina son defectuosos, si se eligen al azar un número de ensayos "n" tornillos fabricados por ella. Si el número de ensayos, la probabilidad de éxito y el valor esperado de la función distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta se comporta como lo muestra la tabla o el gráfico. Conteste las siguientes preguntas:

Correcto

Puntuación: 0.84 / 0.84

Al observar la tabla o gráfico, los valores de la distribución Binomial.

Número de ensayos	Probabilidad de éxito	Número de éxito	promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\mu = n \cdot p = p \cdot n$	$M(n, p, x)$	$P(x, \mu)$
5	80.00%	5	4	0.32768	0.21629
8	30.00%	5	4	0.21875	0.21629
10	40.00%	5	4	0.20080	0.21629
20	20.00%	5	4	0.17456	0.21629
40	10.00%	5	4	0.14471	0.21629
50	8.00%	5	4	0.14072	0.21629
60	5.00%	5	4	0.14034	0.21629
100	4.00%	5	4	0.15051	0.21629
200	2.00%	5	4	0.15786	0.21629
400	1.00%	5	4	0.15788	0.21629
500	0.80%	5	4	0.15692	0.21629
1000	0.08%	5	4	0.15630	0.21629
8000	0.00%	5	4	0.15633	0.21629
10000	0.00%	5	4	0.15633	0.21629
20000	0.00%	5	4	0.15633	0.21629
∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	0.00000%	5	4	0.15629	0.15629



Su selección



Selección correcta



Respuesta

Aumenta
Disminuye
Permanece constante

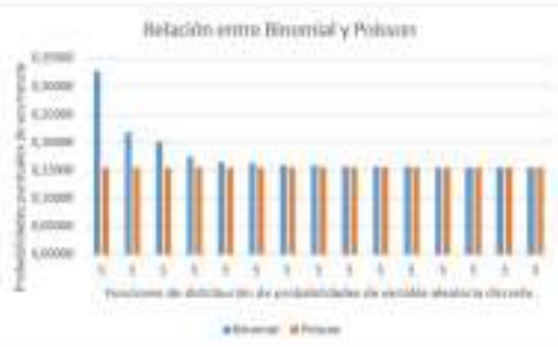
Comentarios

2. Al observar la tabla o gráfico, los valores de la distribución de Poisson

Correcto

Puntuación: 0.84 / 0.84

Número de ensayo	Probabilidad de éxito	Número de éxito	Promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\mu = n \cdot p = \lambda$	$P(x, n, p, \mu)$	$P(\lambda, x)$
5	80,00%	5	4	0,42968	0,14629
6	80,00%	5	4	0,21879	0,21879
10	40,00%	5	4	0,20909	0,15629
20	30,00%	5	4	0,17459	0,15629
40	30,00%	5	4	0,14471	0,15629
50	6,00%	5	4	0,14092	0,15629
60	5,00%	5	4	0,14074	0,15629
100	4,00%	5	4	0,15951	0,15629
200	2,00%	5	4	0,15789	0,15629
400	1,00%	5	4	0,13798	0,15629
500	0,80%	5	4	0,12892	0,15629
900	0,08%	5	4	0,13608	0,15629
8000	0,02%	5	4	0,13633	0,15629
10000	0,04%	5	4	0,13632	0,15629
20000	0,07%	5	4	0,13631	0,15629
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	1	1
∞	0,00000%	5	4	0,15629	0,15629



Su selección



Selección correcta



Respuesta

Aumenta
Disminuye
Permanece constante

Comentarios

3. El valor de la probabilidad de éxito de la distribución binomial

Correcto

Puntuación: 0.83 / 0.83

Su selección



Selección correcta



Respuesta

Aumenta
Disminuye

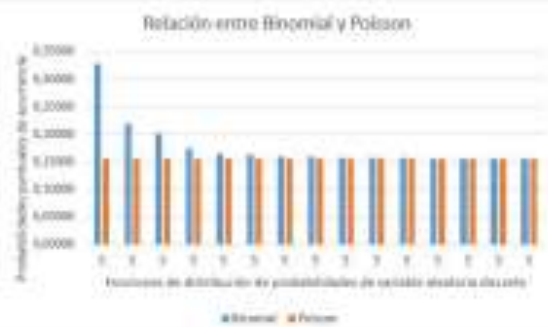
Comentarios

4. El valor del número de ensayos o lanzamientos

Correcto

Puntuación: 0.83 / 0.83

Número de ensayos	Probabilidad de éxito	Número de éxitos	promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\mu = n \cdot p = \lambda$	$B(n, p, x)$	$P(\lambda, x)$
5	80.00%	5	4	0.32768	0.21469
8	90.00%	5	4	0.31875	0.21867
15	40.00%	5	4	0.20069	0.21629
30	30.00%	5	4	0.17458	0.21629
40	30.00%	5	4	0.16471	0.21629
50	6.00%	5	4	0.14795	0.21629
80	5.00%	5	4	0.13694	0.21629
100	4.00%	5	4	0.15951	0.21629
150	2.00%	5	4	0.15788	0.21629
400	1.00%	5	4	0.15788	0.21629
500	0.80%	5	4	0.15857	0.21629
9000	0.08%	5	4	0.15638	0.21629
9000	0.00%	5	4	0.15633	0.21629
10000	0.00%	5	4	0.15632	0.21629
20000	0.00%	5	4	0.15631	0.21629
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
∞	0.00000%	5	4	0.15629	0.21629



Su selección



Selección correcta



Respuesta

Aumenta
Disminuye

Comentarios

5. El número de éxitos "x" de las dos distribuciones

Correcto

Puntuación: 0.83 / 0.83

Su selección



Selección correcta



Respuesta

Aumenta
Disminuye
Permanece constante

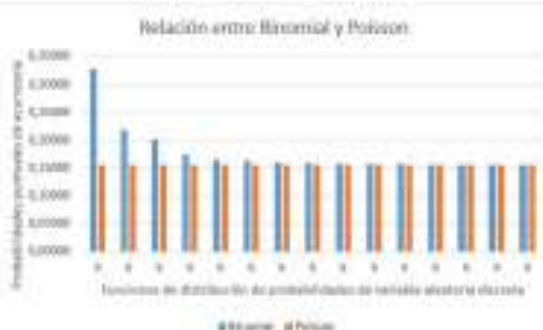
Comentarios

6. Si multiplicas el número de ensayos "n" por la probabilidad de éxitos "p", de cada fila, ¿que resulta?

Correcto

Puntuación: 0.83 / 0.83

Número de ensayos	Probabilidad de éxito	Número de éxitos	Promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	k	$\mu = n \cdot p = \lambda$	$B(n, p, x)$	$P(\lambda, x)$
5	80.00%	5	4	0.32768	0.15625
8	30.00%	5	4	0.21875	0.25625
18	40.00%	5	4	0.30608	0.15625
28	20.00%	5	4	0.17436	0.10625
48	30.00%	5	4	0.14471	0.15625
58	8.00%	5	4	0.18292	0.15625
68	5.00%	5	4	0.18094	0.25625
78	4.00%	5	4	0.15951	0.25625
128	2.00%	5	4	0.15798	0.15625
400	1.00%	5	4	0.15798	0.25625
500	0.80%	5	4	0.15682	0.25625
9000	0.08%	5	4	0.15636	0.15625
8000	0.05%	5	4	0.15633	0.25625
10000	0.04%	5	4	0.15633	0.25625
20000	0.02%	5	4	0.15631	0.10625
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
00	0.000001%	5	4	0.15629	0.15629



Su selección

- ☐
☐
☐
☒

Selección correcta

- ☐
☐
☐
☒

Respuesta

El número de éxitos
El valor de la distribución de probabilidad Binomial $B(n, p, x)$
El valor de la distribución de probabilidad de Poisson $P(\lambda, x)$
El promedio "λ" que se utiliza en la distribución de Poisson

Comentarios

7. Al observar la tabla o gráfico, que puedes concluir de los valores de las dos

Número de ensayos	Probabilidad de éxitos	Número de éxitos	promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\mu = n \cdot p = \lambda$	$B(n, p, x)$	$P(\lambda, x)$
8	50,00%	3	4	0,21875	0,19537
10	40,00%	3	4	0,21499	0,19537
20	20,00%	3	4	0,20536	0,19537
40	10,00%	3	4	0,20032	0,19537
50	8,00%	3	4	0,19932	0,19537
80	5,00%	3	4	0,19783	0,19537
100	4,00%	3	4	0,19733	0,19537
200	2,00%	3	4	0,19635	0,19537
400	1,00%	3	4	0,19586	0,19537
500	0,80%	3	4	0,19576	0,19537
800	0,50%	3	4	0,19561	0,19537
1000	0,40%	3	4	0,19556	0,19537
2000	0,20%	3	4	0,19546	0,19537
4000	0,10%	3	4	0,19542	0,19537
5000	0,08%	3	4	0,19541	0,19537

Número de ensayos	Probabilidad de éxitos	Número de éxitos	promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\mu = n \cdot p = \lambda$	$B(n, p, x)$	$P(\lambda, x)$
5	80,00%	3	4	0,32768	0,19537
8	30,00%	3	4	0,21875	0,19537
10	40,00%	3	4	0,20000	0,19537
20	20,00%	3	4	0,17456	0,19537
40	10,00%	3	4	0,14471	0,19537
50	8,00%	3	4	0,13793	0,19537
80	5,00%	3	4	0,13034	0,19537
100	4,00%	3	4	0,12551	0,19537
200	2,00%	3	4	0,11788	0,19537
400	1,00%	3	4	0,11198	0,19537
500	0,80%	3	4	0,10951	0,19537
800	0,08%	3	4	0,10636	0,19537
1000	0,08%	3	4	0,10603	0,19537
2000	0,02%	3	4	0,10601	0,19537
5	0,00000%	5	4	0,10629	0,19537



Respuesta

Mientras que el valor de la distribución de Poisson se mantiene constante, el valor de la distribución binomial tiende a disminuir hasta converger con el valor de la distribución de Poisson.

Comentarios

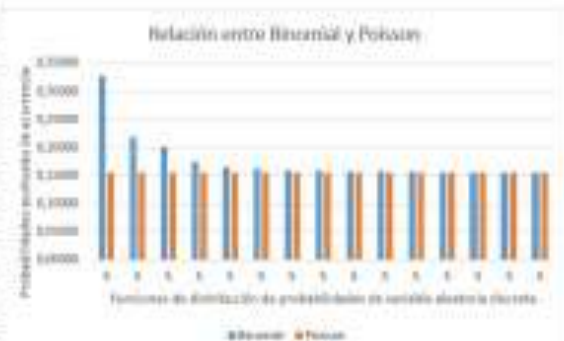
Responde correctamente a la pregunta

8. Al observar los valores de n y p de la tabla, ¿cómo se deben comportar estos valores (el número de ensayos " n " y la probabilidad de éxitos " p ")?, para que se cumpla la respuesta de la pregunta del punto 7.

Revisado

Puntuación: 1 / 1

Número de ensayos	Probabilidad de éxito	Número de éxitos	promedio o valor esperado	Resultado distribuido Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\mu = n \cdot p = \lambda$	$B(n, p, x)$	$P(\lambda, x)$
5	40.00%	5	4	0.02798	0.23829
5	30.00%	5	4	0.21675	0.23829
10	40.00%	5	4	0.20066	0.23829
20	30.00%	5	4	0.17456	0.23829
40	30.00%	5	4	0.18471	0.23829
50	6.00%	5	4	0.16292	0.23829
60	5.00%	5	4	0.15634	0.23829
70	4.00%	5	4	0.15951	0.23829
70	2.00%	5	4	0.15798	0.23829
400	1.00%	5	4	0.45706	0.23829
500	0.90%	5	4	0.15692	0.23829
500	0.70%	5	4	0.15838	0.23829
8000	0.00%	5	4	0.25603	0.23829
10000	0.04%	5	4	0.15622	0.23829
20000	0.03%	5	4	0.15601	0.23829
∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	0.000002%	5	4	0.15629	0.15629



Respuesta

El número de ensayos (n) tiende a ser infinito mientras que la probabilidad de éxitos (p) tiende a ser igual a 0.

Comentarios

Responde correctamente a la pregunta

9. Escriba una conclusión en la cual se relacionen los siguientes conceptos:

Revisado

Puntuación: 1 / 1

n "número de ensayos"

p "probabilidad de éxitos"

λ "valor esperado"

$B(n, p, x)$ "distribución Binomial"

$P(\lambda, x)$ "distribución de Poisson"

Recomendación: por favor, para la escritura de la conclusión incluya las respuestas que contestó en las preguntas número 1, 2, 3, 4, 6, 7 y 8

Número de ensayos	Probabilidad de éxitos	Número de éxitos	promedio o valor esperado	Resultado distribución Binomial	Resultado distribución de Poisson
n	p	x	$\lambda = n \cdot p = \mu$	$B(n, p, x)$	$P(\lambda, x)$
5	80.00%	5	4	0.12768	0.15629
5	50.00%	5	4	0.11875	0.15629
10	40.00%	5	4	0.30096	0.15629
20	20.00%	5	4	0.17416	0.15629
40	10.00%	5	4	0.18471	0.15629
50	6.00%	5	4	0.18290	0.15629
60	5.00%	5	4	0.18094	0.15629
100	4.00%	5	4	0.15953	0.15629
200	2.00%	5	4	0.15798	0.15629
400	1.00%	5	4	0.15908	0.15629
500	0.80%	5	4	0.15692	0.15629
1000	0.40%	5	4	0.15636	0.15629
2000	0.20%	5	4	0.15649	0.15629
10000	0.04%	5	4	0.15642	0.15629
100000	0.02%	5	4	0.15643	0.15629
∞	0.000001%	5	4	0.15629	0.15629



Respuesta

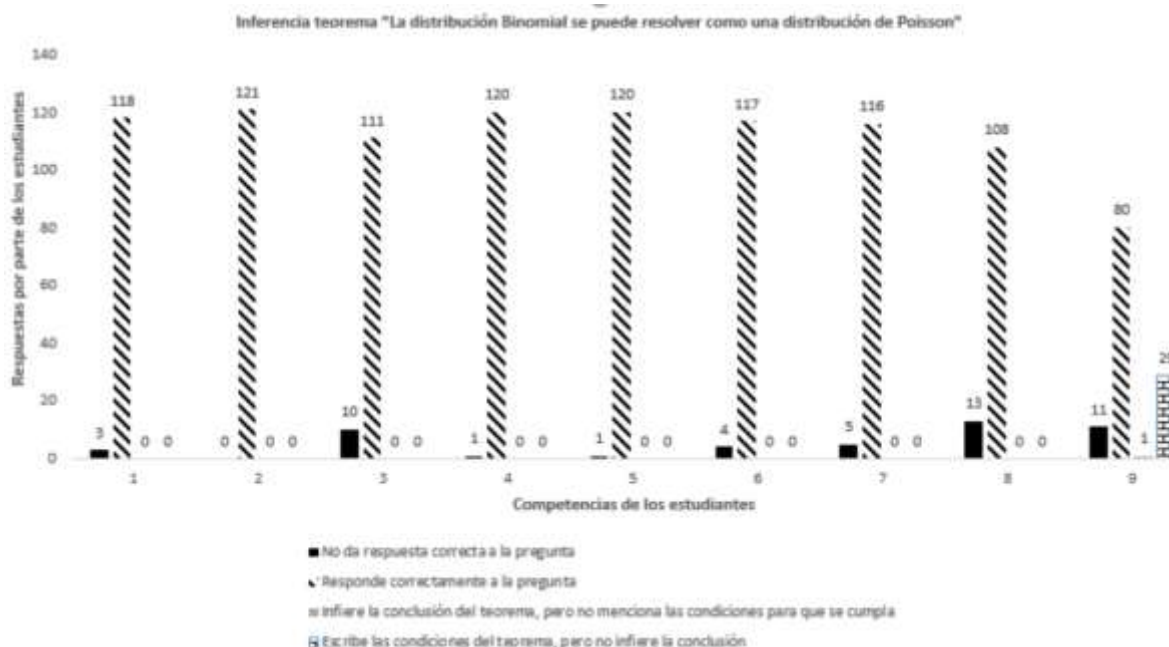
Puede concluir que para que el resultado de la distribución de Poisson sea constante y el resultado de la distribución binomial disminuya hasta converger con el de Poisson, se debe cumplir que el número de ensayos aumente y tienda a ser infinito mientras que la probabilidad de éxitos disminuya y tienda a ser igual a 0. Además, el producto de la probabilidad de éxitos por el número de ensayos configura un valor constante que debe cumplirse (4).

Comentarios

Responde correctamente a la pregunta

Su puntuación total es: 5 / 5

Imagen 6. Evaluación que pretende identificar la inferencia del teorema "la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson" por parte de los estudiantes.



Gráfica 4. Muestra los resultados de las respuestas reportadas por parte de los estudiantes en la evaluación que pretende identificar la inferencia del teorema “la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson” por parte de los estudiantes.

Observaciones y significado de la actividad realizada y representada en el gráfico de barras	
La actividad se aplica en grado once a 121 estudiantes de un total de 123 “2 estudiantes no realizaron la actividad en ese momento por condiciones de salud y autorización de permisos solicitados previamente por situaciones personales”.	
Observaciones que se realizaron de la evaluación y se representaron en el gráfico de barras	Significado de las observaciones realizadas
1	En la situación planteada, 118 de los 121 estudiantes, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la distribución de probabilidad Binomial (sea que aumente o disminuya) dependiendo el caso que le haya tocado al estudiando. En la situación planteada, 3 de los 121 estudiantes, NO identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la distribución de probabilidad Binomial (sea que aumente o disminuya) dependiendo el caso que le haya tocado al estudiando.

2	En la situación planteada, <i>los 121 estudiantes</i> , identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la distribución de probabilidad de Poisson, el cual, permanece constante.
3	En la situación planteada, <i>111 de los 121 estudiantes</i>, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la probabilidad de éxito de la distribución de probabilidad Binomial, observando que disminuye aproximándose a cero. En la situación planteada, <i>10 de los 121 estudiantes</i>, NO identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores de la probabilidad de éxito de la distribución de probabilidad Binomial, observando que disminuye aproximándose a cero.
4	En la situación planteada, <i>120 de los 121 estudiantes</i>, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores del número de ensayos de la distribución de probabilidad Binomial, observando que aumenta indefinidamente. En la situación planteada, <i>1 de los 121 estudiantes</i>, NO identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores del número de ensayos de la distribución de probabilidad Binomial, observando que aumenta indefinidamente.
5	En la situación planteada, <i>120 de los 121 estudiantes</i>, identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores del número de éxito de la distribución de probabilidad Binomial, observando que permanece constante. En la situación planteada, <i>1 de los 121 estudiantes</i>, NO identifica "en los valores de la tabla suministrada o gráfico de barras" el comportamiento que tiene los valores del número de éxito de la distribución de probabilidad Binomial, observando que permanece constante.
6	En la situación planteada, <i>117 de los 121 estudiantes</i>, identifica "en los valores de la tabla suministrada" el comportamiento que tiene el producto de los siguientes factores "número de ensayos (n) y probabilidad de éxitos (p)" de la distribución de probabilidad Binomial, observando que permanece constante. En la situación planteada, <i>4 de los 121 estudiantes</i>, NO identifica "en los valores de la tabla suministrada" el comportamiento que tiene el producto de los siguientes factores "número de ensayos (n) y probabilidad de éxitos (p)" de la distribución de probabilidad Binomial, observando que permanece constante.
7	En la situación planteada, <i>116 de los 121 estudiantes</i> , identifica "en los valores de la tabla o gráfico de barras suministrado" el comportamiento que tiene los valores puntuales de las distribuciones probabilidad Binomial y de Poisson, observando

	que los valores de probabilidad de la distribución Binomial se van aproximando al valor de probabilidad de la distribución de Poisson. En la situación planteada, 5 de los 121 estudiantes, NO identifica "en los valores de la tabla o gráfico de barras suministrado" el comportamiento que tiene los valores puntuales de las distribuciones probabilidad Binomial y de Poisson, observando que los valores de probabilidad de la distribución Binomial se van aproximando al valor de probabilidad de la distribución de Poisson.
8	En la situación planteada, 108 de los 121 estudiantes, identifica "en los valores de la tabla" el comportamiento que tienen los valores de "número de ensayos y probabilidad de éxito" de la función de distribución probabilidad Binomial, observando que el producto de esos dos factores es siempre el mismo y que ese producto se le conoce como valor esperado. En la situación planteada, 13 de los 121 estudiantes, NO identifica "en los valores de la tabla" el comportamiento que tienen los valores de "número de ensayos y probabilidad de éxito" de la función de distribución probabilidad Binomial, observando que el producto de esos dos factores es siempre el mismo y que ese producto se le conoce como valor esperado.
9	En la situación planteada, 80 de los 121 estudiantes, relaciona lo trabajado durante el periodo académico y las respuestas registradas desde la pregunta 1 hasta la 8 del examen, para que pueda inferir el teorema que dice: una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson si cumple las siguientes condiciones "el número de éxito tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el producto entre el número de éxito y probabilidad de éxito sea constante. En la situación planteada, 11 de los 121 estudiantes, NO relaciona lo trabajado durante el periodo académico y las respuestas registradas desde la pregunta 1 hasta la 8 del examen, para que pueda inferir el teorema que dice: una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson si cumple las siguientes condiciones "el número de éxito tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el producto entre el número de éxito y probabilidad de éxito sea constante. En la situación planteada, 1 de los 121 estudiantes, relaciona lo trabajado durante el periodo académico y las respuestas registradas desde la pregunta 1 hasta la 8 del examen, infiere del teorema que la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson, pero no escribe las condiciones "el número de éxito tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el producto entre el número de éxito y probabilidad de éxito sea constante" que se deben cumplir para ello. En la situación planteada, 29 de los 121 estudiantes, relaciona lo trabajado durante el periodo académico y las respuestas registradas desde la pregunta 1 hasta la 8 del examen, infieren las condiciones "el número de éxito tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el producto entre el número de éxito y probabilidad de éxito sea constante" que se deben cumplir para

	poder afirmar que la distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson.
--	--

Tabla 8. Significado de las observaciones realizadas en la gráfica 4.

4.3.2.7. Coevaluación que realiza un estudiante a sus dos compañeros

La coevaluación en colegio Berchmans tiene como intención principal que los estudiantes puedan ser objetivos en los criterios, procesos del aprendizaje de sus compañeros, de forma grupal como individual, y se puede realizar reflexión “a sus compañeros” y autorreflexión de la formación que están adquiriendo, en relación a lo anterior el SIEE “Sistema de Evaluación de Estudiantes” del Colegio plantea.

El grupo de estudiantes revisa de manera conjunta los aprendizajes logrados que le permitirán asumir el trabajo propuesto, tratando de identificar elementos que le facilitaron u obstaculizaron la consecución de dichos aprendizajes (estrategias de enseñanza exitosas, estrategias de evaluación favorables, recursos o herramientas tecnológicas), que se constituyen a antecedentes importantes.

De acuerdo con las metas de aprendizajes planteadas, las actividades propuestas y los roles asumidos por los estudiantes en su ejecución, los estudiantes pueden retroalimentar de manera positiva el desempeño de sus compañeros, señalando factores que potenciaron (o no) sus aprendizajes.

El grupo puede evaluar su desempeño de manera colectiva, señalando que aspectos metodológicos, actitudinales, favorecieron (o no) el buen desempeño en relación con las metas propuestas. Estos elementos se constituyen en una entrada importante para futuras actividades. (Consejo Académico, 2019)



11D coevaluación Nov 25 2019 : Resultado



Pena Nieto, Santiago

Nombre de usuario e5spen1

Fecha de inicio 25 de Noviembre 2019 a las 03:14 PM

Duración 00 : 05 : 41

IP 200.6.188.74

2 / 2 respuestas guardadas en el ejercicio.

Su puntuación total es: 0 / 5

Nota temporal: 2 pregunta(s) abierta(s) no corregida(s) todavía.

1. Diferencias

No se ha revisado

Puntuación: ? / 0

Cordial saludo, por favor realizar la coevaluación del ejercicio "Relación Binomial Poisson" para ello siga los siguientes pasos:

1. Formar grupos de 4 estudiantes
2. Ingresar al Virtual - ejercicios - relación Binomial Poisson.
3. Leer la conclusión escrita, en el punto 9, por cada uno y todos los integrantes del grupo
4. Escriba las diferencia y similitudes de lo que encuentra en la conclusión del punto 9 de lo que usted escribió y los que escribieron los otros tres compañeros de grupo.

Respuesta

Uno de nosotros puso que el resultado de binomial se iguala al de poisson aunque en realidad no lo hace, parece pero en realidad sigue variando pero cada vez menos.

Martínez Castillo, Manuel Alberto

2. Similitudes

No se ha revisado

Puntuación: ? / 0

Cordial saludo, por favor realizar la coevaluación del ejercicio "Relación Binomial Poisson" para ello siga los siguientes pasos:

1. Formar grupos de 4 estudiantes
2. Ingresar al Virtual - ejercicios - relación Binomial Poisson,
3. Leer la conclusión escrita, en el punto 9, por cada uno y todos los integrantes del grupo
4. Escriba las diferencia y similitudes de lo que encuentra en la conclusión del punto 9 de lo que usted escribió y los que escribieron los otros tres compañeros de grupo.

Respuesta
Todos concluimos que n y p se relacionan, y que en la distribución binomial estas dos variables son las que afectan el resultado.
Tres de nosotros concluimos que n y p son inversamente proporcionales, por lo que el resultado de la distribución poisson se mantiene constante ya que en este caso donde x es constante el resultado solo depende del promedio que es constante. También que el resultado de la binomial poco a poco se va acercando al resultado de poisson.

Imagen 7. Coevaluación realizada por los estudiantes.

Es un instrumento importante que producen o manifiestan los estudiantes en relación a su proceso de formación, particularmente en este caso se refleja el impacto que se ha generado durante el desarrollo del periodo lectivo y los saberes adquirido de las competencias relacionadas con la Sistematización de Experimentos de enseñanza según el análisis, observado en sus compañeros. Cada uno de ellos es una opinión determinan del proceso de formación, pues como pares, tiene una mirada que el profesor tal vez no alcance a identificar.

4.3.2.8. Autoevaluación que realiza el estudiante en relación a su desempeño durante el periodo y las actividades

Como el título lo insinúa, la autoevaluación en colegio Berchmans está pensada como parte indispensable de los objetivos esenciales de formación integral de los alumnos, esta ayuda a realizar toma de acciones y decisiones frente al proceso de enseñanza, que conduzcan a la mejora continua de las competencias de los estudiantes, así como lo manifiesta el SIEE “Sistema de Evaluación de Estudiantes” del Colegio.

Este proceso de Autoevaluación tiene implicaciones tanto para el maestro como para el estudiante. El maestro propicia espacios para que el estudiante conozca las metas de aprendizaje propuestas, las actividades que se van a implementar, las tareas que deberá desarrollar y los criterios que se tendrán en cuenta para su valoración. Esto permite que el estudiante conozca claramente qué se espera de él.

Dentro de los propósitos de la Autoevaluación, que se constituya en motor del aprendizaje tenemos:

- Que el estudiante conozca y tome conciencia de cuál es su progreso en el proceso de aprendizaje.
- Que el estudiante valore el impacto de las estrategias y recursos empleados para aprender.
- Que se responsabilice de sus actividades, a la vez que desarrolla su autonomía.
- Que la evaluación se constituya en un factor básico de motivación y refuerzo del aprendizaje.

En la Autoevaluación el estudiante contrasta el nivel de aprendizaje presente en un momento de su vida escolar, con los aprendizajes esperados definidos en el currículo cada período académico. Para que la autoevaluación del estudiante se articule con el proceso de evaluación de los aprendizajes en general, se lleva a cabo en todos los diferentes escenarios de evaluación. Esto no quiere decir que todas las instancias de evaluación deban tener un anexo autoevaluativo, sino que implica que el

proceso de autoevaluación se articula con los diferentes tipos de evaluación de acuerdo con sus propósitos (Consejo Académico, 2019).

11A Autoevaluación relación Binomial Poisson : Resultado



Restrepo Ramirez, Ana Maria

Nombre de usuario e5arestrep3

Fecha de inicio 06 de Diciembre 2019 a las 09:33 AM

Duración 00 : 04 : 28

IP 200.6.188.74

Su puntuación total es: 0 / 5

Nota temporal: 2 pregunta(s) abierta(s) no corregida(s) todavía.

1. Autoevaluación

No se ha revisado

Puntuación: 7 / 0

Después de visualizar, leer e interpretar el objetivo principal de la actividad de relación entre las funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta de Binomial y Poisson, realice:

1. Leer su conclusión consignada en la actividad relación Binomial Poisson.
2. Escriba, que coincide de sus escrito, que le faltó para que su escrito fuera similar al del siguiente teorema.

Teorema (aproximación de la distribución de Binomial a una de Poisson)

El valor de probabilidad de una distribución Binomial se aproxima o tiende a ser igual al valor de probabilidad de una distribución de Poisson si cumple las siguientes características:

- El número de ensayos tiene a infinito.



Marina Castilla, Manuel Alberto

- La probabilidad de éxito tiene a cero.
- El promedio o Lambda (producto entre número de ensayos y probabilidad de éxito es constante)

Respuesta

Con respecto a este teorema, considero que dentro de mi reporte si incluí los 3 elementos, por lo cual considero que llegue a unas buenas conclusiones. Hablé además del por qué lambda era constante en ese caso.

2. Recomendaciones

No se ha revisado

Puntuación: 7 / 0

Por favor, escriba que recomendaciones o sugerencias haría de las actividades efectuadas con el fin de llegar a la conclusión final (la cual usted escribió) del teorema aproximación distribución Binomial.

Respuesta

A mí la verdad me gustó mucho la actividad y siento que con los trabajos realizados llegue a las conclusiones necesarias.

Imagen 8. Autoevaluación realizada por los estudiantes.

Es un instrumento importante que da cuenta del proceso que experimenta el estudiante desde su propia mirada, manifestando sus fortalezas, debilidades y realizando propuestas al profesor con miras a potenciar las fases que se deban corregir para realizar en actividades futuras.

4.3.2.9. Algunas imágenes de la Sistematización de Experimentos de enseñanza.

A continuación, se muestran algunas imágenes correspondientes a algunos momentos de la Sistematización de Experimentos de enseñanza durante el desarrollo de primer periodo.

SISTEMATIZACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA DE LA APROXIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON EN EDUCACIÓN MEDIA



Tabla 9. algunas imágenes de la Sistematización de Experimentos de enseñanza.

5. ANÁLISIS RETROSPECTIVO

En esta fase de la Sistematización se analizará de forma crítica la reconstrucción y recuperación de la Experiencia para concretizar la fundamentación, interpretación y descripción, de los elementos que vinculan los referentes conceptuales y metodológicos donde se estructura este documento con una finalidad referida a la Formación de profesores de Matemáticas “y en el caso de este trabajo de indagación particularmente de Estadística”, al conocimiento y Análisis Didáctico de Matemática-Estadística planteadas en el Marco Conceptual de Referencia de este documento.

Se pretende comprender los resultados procedentes de la implementación de la Experiencia recuperada, obtener conclusiones parciales, realizar una reflexión más afondo de integradores de la Teoría y la Práctica, entre los componentes subjetivos y objetivos de esta Sistematización de Experimentos de enseñanza.

Con este ejercicio de reflexión y análisis se espera plantear una posible propuesta con viabilidad de mejorar la formación docente desde una actitud crítica frente a su práctica profesional, relacionadas con actitud indagadora, cuestionamientos constante de los momento y procesos de su práctica, capacitación permanente durante la práctica direccionada hacia los objetivos y problema-eje de la Sistematización, considerando que en esta fase de indagación, reflexión, análisis e interpretación, se inicia indirectamente desde el mismo momento de recuperación de la experiencia.

5.1. Análisis Didáctico

5.1.1. Análisis de Contenido¹¹

Este nivel de análisis se relaciona con la caracterización histórica, semiótico (representaciones y modelización) epistemológica (Fenomenología Didáctica) y estructural del contenido matemático-estadística “Funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial – Poisson”.

En los últimos años, la ciencia computacional y el internet han alcanzado un alto grado de desarrollo, lo cual ha permitido la elaboración de modelos informáticos que nos ayudan a comprender el comportamiento de diferentes situaciones en distintas áreas del conocimiento.

Una simulación por ordenador es un programa que pretende reproducir con fines docentes o indagadores un fenómeno natural mediante la visualización de los diferentes estados que el mismo puede presentar, estando cada estado descrito por un conjunto de variables que varían mediante la iteración en el tiempo de un algoritmo determinado. Por esta razón, una simulación por ordenador describe de manera intuitiva el comportamiento del sistema real (Baquero Calderón & Terán Acosta, 2012).

El internet, los elementos computacionales “hoja de cálculo entre otros” y la plataforma institucional del colegio Berchmans “<https://aulavirtual.berchmans.edu.co/> creada sobre la interfaz de Chamilo LMS <https://chamilo.org/es/>” implementados durante las actividades fueron determinantes durante todo el periodo académico y aplicación de las fases de Sistematización de Experimentos de enseñanza:

A continuación, se plantea una descripción del contenido tratado durante las etapas de implementación, en el primer periodo académico de la promoción 2019 – 2020, en la Sistematización donde se focalizó en las distribuciones Binomial y Poisson, teniendo como referente los Estándares del Ministerio de Educación Nacional, Plan de estudio

¹¹ <http://grupoorion.unex.es/simulaciones/Tiro%20Oblicuo.pdf>

Institucional del Colegio Berchmans, contenido de la asignatura del primer periodo, acuerdos de clase pactados entre estudiantes y maestro.

Contenido Matemático
<u>Estándares Básicos de Competencia Matemáticas</u> <u>10° - 11°</u> PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS • Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucren números naturales. • Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS • Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas. • Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. • Reconozco y describo curvas o lugares geométricos. PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS • Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. • Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición. PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS • Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar. • Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta. • Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas. Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos). • Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad). • Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con remplazo). • Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas. PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS • Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos. <u>Acuerdos de clase entre profesor y estudiantes</u> Entre el profesor y estudiantes se plantea acuerdos de tipo metodológicos, procedimentales, didácticos, disciplinarios, temporales y evaluativos, los

anteriores son direccionado hacia la consecución de los objetivos y metas académicas e institucionales.

Tabla 10. Estándares de Competencias M.E.N del conjunto de grado 10 - 11, plan de periodo y planeación periódica de grado once del Colegio Berchmans.

<u>Ecuaciones función de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial</u>	<u>Ecuaciones función de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Poisson</u>
Definición distribución Binomial, Un experimento de Bernoulli puede tener como resultado un éxito con probabilidad p y un fracaso con probabilidad $q = 1 - p$. Entonces, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria binomial X, el número de éxitos en n ensayos independientes, es: $B(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x},$ $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012)	Definición distribución de Poisson, La distribución de probabilidad de la variable aleatoria de Poisson X, la cual representa el número de resultados que ocurren en un intervalo de tiempo dado o región específicos y se denota con t, es $P(x; \lambda t) = \frac{e^{-\lambda t} * (\lambda t)^x}{x!}, x = 0, 1, 2, 3, \dots$ donde λ es el número promedio de resultados por unidad de tiempo, distancia, área o volumen y $e = 2.71828 \dots$ (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012, p. 162)
$p + q = 1, \quad p = 1 - q, \quad q = 1 - p$ $P(X = x) = B(n, p, x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$ con $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ $\mu = np$ $Var(X) = \sigma^2 = npq$ $\sigma = \sqrt{npq}$	$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^x}{x!}$ con $\lambda > 0$ y $x = 0, 1, 2, 3, \dots$ $\lambda = np = \mu$ $Var(X) = \sigma^2 = \lambda$ $\sigma = \sqrt{\lambda}$
Convenciones distribuciones Binomial y Poisson	
$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$: número combinatorio, número de ensayos combinado con el número de éxitos. p: probabilidad de éxito $0 \leq p \leq 1$ q: probabilidad de fracaso $0 \leq q \leq 1$ X: variable aleatoria discreta n: número de ensayos	$P(X = x)$: es la probabilidad de ocurrencia cuando la variable discreta X toma una valor finito x. e: número de Euler, valor aproximado de 2.7182818 ... λ: promedio que se establece en un intervalo (tiempo, volumen, área, entre otros)

x: número de éxitos u ocurrencias μ: valor esperado, esperanza matemática o promedio $Var(X) = \sigma^2$: varianza σ: desviación típica $P(X = x) = B(x; n, p)$: valor de la probabilidad de la función de distribución de variable discreta Binomial.	x: número de éxitos u ocurrencias $Var(X) = \sigma^2$: varianza σ: desviación típica $P(X = x)$: valor de la probabilidad de ocurrencia cuando la variable aleatoria discreta X toma un valor finito x.
---	--

Tabla 11. Definición, ecuaciones y convenciones de distribuciones Binomial y Poisson.

En la tabla precedente se presentan las convenciones con las cuales se conocen las funciones de distribución Binomial y Poisson, donde se identifican variable aleatoria “dominio de la función de distribución de probabilidad”, rango “valores de la probabilidad, de la variable independiente, de las distribuciones Binomial y Poisson” y constante.

En casos particulares los problemas de aprendizaje surgen por fallas en el proceso de adquisición de la información, es decir, si el estudiante tiene malos procesos de enseñanza presentará dificultades en la adquisición del saber y en la postulación de ideas generadoras de soluciones para las problemáticas que la cotidianidad le presenta, por lo cual es importante conocer en detalle la articulación metodológica de los procesos de pensamiento, los cuales se desarrollan en función de la imagen establecida por el individuo de acuerdo a sus ideas previas, interacción con la naturaleza y desglosamiento de las características esenciales y descriptivas de la fenomenología (Abril & Villamarin).

Con la intención de contextualizar lo manifestado previamente, se plantea un problema al cual se le dará solución y análisis del mismo.

En un proceso de fabricación donde se manufacturan productos de vidrio ocurren defectos o burbujas, lo cual ocasionalmente hace que la pieza ya no se pueda vender. Se sabe que, en promedio, 1 de cada 1000 artículos producidos tiene una o más burbujas. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 8000 tenga menos de 7 artículos con burbujas? (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012, p. 164)

Distribución Binomial Solución con calculadora

$$(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Parámetros (constantes) y variable aleatoria

$$n = 8000, \quad p = \frac{1}{1000} = 0.001, \quad q = 0.999, \quad x < 7$$

X: número de artículos con burbujas

$$\begin{aligned} B(x < 7; 8000, 0.001) &= P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) \\ &\quad + P(x = 5) + P(x = 6) \\ &= \binom{8000}{0} (0.001)^0 (0.999)^{8000-0} + \binom{8000}{1} (0.001)^1 (0.999)^{8000-1} \\ &\quad + \binom{8000}{2} (0.001)^2 (0.999)^{8000-2} + \binom{8000}{3} (0.001)^3 (0.999)^{8000-3} \\ &\quad + \binom{8000}{4} (0.001)^4 (0.999)^{8000-4} + \binom{8000}{5} (0.001)^5 (0.999)^{8000-5} \\ &\quad + \binom{8000}{6} (0.001)^6 (0.999)^{8000-6} \end{aligned}$$

$$B(x < 7; 8000, 0.001) = 0.0003 + 0.0027 + 0.0107 + 0.0286 + 0.0572 + 0.0916 + 0.1221$$

$$B(x < 7; 8000, 0.001) = 0.3133 = 31.33\%$$

valor esperado: $\mu = np = 8000 * 0.001 = 8$

$\mu = 8$, de una muestra de 8000 artículos, se espera que ocho de ellos tengan burbujas.

Varianza: $Var(X) = \sigma^2 = npq \quad \sigma^2 = 8000 * 0.001 * 0.999 = 7,992$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{npq} \quad \sigma = \sqrt{8000 * 0.001 * 0.999} = \sqrt{7,992} \cong 2,827$

$\sigma \cong 2,827$, la muestra una dispersión de 2,827 respecto a su valor esperado.

Distribución Binomial Solución con hoja de cálculo

Constantes y variables de la distribución Binomial		x	Distribución Binomial puntual	Distribución Binomial acumulado
			= <i>DISTR.BINOM.N(x; n; p; FALSO)</i>	= <i>DISTR.BINOM.N(x; n; p; VERDADERO)</i>
n=	8000		0	0,0003
p=1/1000=	0,001	1	0,0027	0,0030
q=999/1000=	0,999	2	0,0107	0,0137
x<7		3	0,0286	0,0423
μ	8	4	0,0572	0,0995
σ^2	7,992	5	0,0916	0,1911
σ	2,827	6	0,1222	0,3133
		Sumatoria	0.3133	

Respuesta: 31.33% es la probabilidad que una muestra aleatoria de 8000 artículos de piezas de vidrio, algunas piezas menos de 7 tengan burbujas.

Análisis solución de distribución Binomial

Después de realizar la lectura “detallada y pausada”, interpretación y comprensión de la situación planteada, el profesor ejecuta los siguientes referentes:

- Identificar en el enunciado, cuales son los parámetros (constantes) de la distribución Binomial “ $n = 8000, p = \frac{1}{1000}, q = \frac{999}{1000}$ ” asignar o establecer los valores correspondientes.
- Reconocer cual es la variable aleatoria discreta “X” del problema y cuáles son los valores que toma x, en aquel caso $0 \leq x \leq 6$, puesto que dice que “tenga menos de 7 artículos con burbujas”.
- Los dos pasos anteriores se integran, al aplicarla en la ecuación de la distribución Binomial, desde $x=0$ hasta $x=6$, se resuelven cada uno de esos planteamientos y posteriormente se efectúa la suma de los valores de probabilidades puntal obtenidos. El resultado obtenido “ $B(x < 7; 8000, 0.001) = 31.33\%$ ” corresponde a la estimación de la proporción, que una muestra de artículos con burbujas 8000 piezas de vidrio que menos de 7 artículos tengan burbujas.
- El valor esperado corresponde al producto realizado entre el número de ensayos y la probabilidad de éxito, cuyo resultado corresponde a 8, el cual significa que 8 artículos de una muestra de 8000, se espera que tengan burbujas.
- La desviación típica, corresponde a 2,8 aproximadamente, significa que la muestra se dispersa del valor esperado en 2.8 unidades.
- Al realizar el mismo ejercicio utilizando la hoja de cálculo aplicando los siguientes comandos “= **DISTR.BINOM.N(x; n; p; FALSO)**”, la palabra FALSO se utiliza para que Excel no acumule los resultados” y “= **DISTR.BINOM.N(x; n; p; VERDADERO)**”, la palabra VERDADERO se utiliza para que Excel acumule los resultados”. Los resultados obtenidos son correspondientes a los obtenidos utilizando calculadora.

Distribución de Poisson

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}, \text{ con } \lambda > 0 \text{ y } x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Parámetros (constantes) y variables aleatorias

$$\lambda = np = 8000 * 0.001 = 8, \quad x < 7$$

X: número de artículos burbujas

$$P(x < 7, 8) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) + P(x = 5) + P(x = 6)$$

$$P(x < 7, 8) = \frac{e^{-8} \cdot 8^0}{0!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^1}{1!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^2}{2!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^3}{3!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^4}{4!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^5}{5!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^6}{6!}$$

$$P(x < 7, 8) = 0.0003 + 0.0027 + 0.0107 + 0.0286 + 0.0573 + 0.0916 + 0.1221$$

$$P(x < 7, 8) = 0.3134 = 31.34\%$$

Varianza: $Var(X) = \sigma^2 = \lambda \quad \sigma^2 = 8$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\lambda} \quad \sigma = \sqrt{8} \cong 2,828$

$\sigma \cong 2,827$, la muestra una dispersión de 2,828 respecto a su valor esperado.

Distribución de Poisson Solución con hoja de cálculo

Constantes y variables de la distribución de Poisson		x	Distribución de Poisson puntual	Distribución de Poisson acumulado
			= <i>POISSON.DIST</i> (λ ; x; <i>FALSO</i>)	= <i>POISSON.DIST</i> (λ ; x; <i>VERDADERO</i>)
n=	8000	0	0,0003	0,0003
p=1/1000=	0,001	1	0,0027	0,0030
x<7		2	0,0107	0,0138
λ	8	3	0,0286	0,0424
σ^2	8	4	0,0573	0,0996
σ	2,828	5	0,0916	0,1912
		6	0,1221	0,3134
		Sumatoria	0.3134	

Respuesta: 31.34% es la probabilidad que en una muestra aleatoria de 8000 artículos de piezas de vidrio, tengan menos de 7 artículos con burbujas.

Análisis solución distribución de Poisson

Después de realizar la lectura “detallada y pausada”, interpretación y comprensión de la situación planteada, el profesor ejecuta los siguientes referentes:

- Identificar en el enunciado, cuáles son los parámetros (constantes) de la distribución Binomial “ $n = 8000, p = \frac{1}{1000}, q = \frac{999}{1000}$ ” asignar o establecer los valores correspondientes.
- El profesor reconoce que $\lambda = \mu = n * p = 8000 * 0.001 = 8$, que corresponde al valor esperado o promedio que se utiliza en la distribución de Poisson. Además, identifica que los parámetros (constantes) cumplen las condiciones para que aquel problema que se resolvió como una distribución Binomial también se puede resolver como una distribución de Poisson, puesto que, se están cumpliendo las siguientes condiciones “n en muy grande, p es muy pequeño (cercano a cero) y $n*p=8$ ”.
- Reconocer cual es la variable aleatoria discreta “X” del problema, que describe el número de artículos con burbujas los cuáles son los valores que toma x, en aquel caso $0 \leq x \leq 6$, puesto que dice que “tenga menos de 7 artículos con burbujas”.
- Los tres pasos anteriores se integran, al aplicarla en la ecuación de la distribución de Poisson, desde $x=0$ hasta $x=6$, se resuelven cada uno de esos planteamientos y posteriormente se efectúa la suma de los valores de las probabilidades puntuales obtenidas. El resultado obtenido “ $P(x < 7; 8) = 31.34\%$ ” corresponde a la estimación de la proporción, que una muestra de 8000 artículos piezas de vidrio, tengan menos de 7 con burbujas.

- El valor esperado corresponde al producto realizado entre el número de ensayos y la probabilidad de éxito, cuyo resultado corresponde a 8, el cual significa que 8 artículos de una muestra de 8000, se espera que tengan burbujas.
- La desviación típica, corresponde a 2,8 aproximadamente, significa que la muestra se dispersa del valor esperado en 2.8 unidades.
- Al realizar el mismo ejercicio utilizando la hoja de cálculo aplicando los siguientes comandos “= **POISSON.DIST**(λ ; x ; **FALSO**), la palabra FALSO se utiliza para que Excel no acumule los resultados” y “= **POISSON.DIST**(λ ; x ; **VERDADERO**), la palabra VERDADERO se utiliza para que Excel acumule los resultados”. Los resultados obtenidos son correspondientes a los obtenido utilizando calculadora.

Análisis comparación resultados solución de distribución Binomial y Distribución de Poisson

Al comparar los valores obtenidos en las soluciones de las dos distribuciones Binomial “31.33%” y Poisson “31.34%” se puede observar que sus valores son muy próximos, presentándose una diferencia entre ellos de 0.01%. Lo cual nos indica que es una muy buena aproximación y esto es posible para que el funcionamiento de las condiciones del teorema “solución de una distribución de Binomial como una distribución de Poisson se cumplen.

Tabla 12. Solución, y análisis del ejercicio de aproximación de la distribución Binomial a una distribución de Poisson.

5.1.1.1. Sistemas de Representación

En los procesos de enseñanza y aprendizaje que desarrollas en el salón de clase a través del contrato didáctico “profesor-saber-alumno”, los sistemas de representación que se involucran en la mediación conceptual y sus respectivas competencias, son determinantes, teniendo presente que, entre más sistemas de representación de un mismo concepto, el profesor incluya en sus actividades y los estudiantes manejen, mejor será la apropiación e interiorización conceptual.

Las representaciones matemáticas se han entendido, desde entonces, en sentido amplio, como todas aquellas herramientas –signos o gráficos- que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con las cuales los sujetos abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican sus conocimientos sobre las matemáticas.

Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas (Rico, 2000, p. 2). En este apartado se presentarán los sistemas de representación más relevantes que se evidencian durante el desarrollo del periodo lectivo y las actividades de la Sistematización de Experimentos de enseñanza implementada por un profesor. Para ello se tendrá en cuenta: las representaciones asociadas a las distribuciones Binomial - Poisson y las relaciones que se establecen entre las representaciones. Atendiendo lo planteado que durante las actividades de manifestadas en este documento se identifican las siguientes: simbólico, gráfico, verbal y tecnológico o visual.

5.1.1.1.1. Sistema de Representación Simbólico

El sistema de representación simbólico consiste en el conjunto de símbolos (caracteres) que pueden asociarse a los conceptos matemáticos presentados en este documento, así como se manifiesta a continuación.

De alguna forma, en este estudio, nos interesa fundamentalmente los “símbolos” relacionados con la representación del concepto de función, considerados como registros semiótico-simbólicos, en el sentido integrado de Skemp (1980) y Duval (1993), para los que el símbolo está basado o expresado en cualquiera de los cuatro sistemas de representación usuales de las funciones: verbal escrito, numérico, gráfico o algebraico. Tomado de (Bedoya. 2002, p. 72)

La orientación y claridad que proporciona el profesor durante el proceso, explicación y desarrollo de las actividades, referentes a los conceptos matemáticos explicados, es determinante para que los estudiantes se puedan familiarizar con los diferentes símbolos que se van presentando y así ellos puedan realizar la asociación y equivalencia cognitiva, la cual les permitirá realizar una adecuada interpretación, comprensión o entendimiento conceptual. Cabe aclarar que el profesor no solo basta con el hecho que él comprenda el significado de los símbolos, también debe tener referentes estrategias para poder llegar a que los estudiantes asimilen las interpretaciones en la mayor cantidad posible. Este entendimiento, por parte de los estudiantes, es el que luego se ve reflejado en la resolución de la situación pedagógicas y didácticas planteada por parte del profesor.

Es importante que el profesor consiga que sus estudiantes puedan diferenciar los parámetros (constantes) " $n, p, q, \mu, \lambda, \sigma^2, \sigma, e$ " de las variables " $x, B(x; n, p), P(x; \lambda), \binom{n}{x}, x!$ " de las distribuciones Binomial y Poisson, también que ellos puedan entender cómo se relaciona a través de sus respectivas ecuaciones y los significados de los resultados que estas ecuaciones suministran cuando se resuelven.

Los significados que asimilan los estudiantes deben ser complementados con la explicación, por parte del profesor, de dichos símbolos en la tabla "puntual y acumulada" de distribución de probabilidades de las distribuciones, como se aplican dichos símbolos, ubican los valores de las probabilidades correspondiente y dan respuestas a las situaciones propuestas por el profesor.

En las actividades trabajadas, el profesor debe trabajar con sus estudiantes componentes adicionales para que ellos conozcan otra forma de dar respuesta a la situación propuesta, en este caso se trata de la hoja de cálculo, en la cual el profesor debe explicar los comandos o sintaxis que deben seguir los estudiantes para calcular los valores de la probabilidad puntual y acumulada de las distribuciones Binomial, Poisson y sus respectivos gráficos así como dar respuesta a la pregunta formulada en el problema planteado de forma contextualizada.

5.1.1.1.2. Sistema de Representación Gráfico

El sistema de representación gráfico consiste, en las posibles representaciones que se pueden dibujar o graficar asociadas a los contenidos temáticos y procedimientos del tema estudiado. Entre estos, encontramos la recta numérica, el plano cartesiano, gráficos de barras entre otros. En esta actividad se utiliza la representación a través de gráficos de barras, debido a que las variables son consideradas como discretas.

Al reemplazar todos los valores correspondientes a x , la variable aleatoria discreta o dominio de las funciones, en las ecuaciones de distribuciones Binomial y Poisson proporciona los valores de probabilidad puntual o acumulada "codominio-rango de la función de distribución de probabilidad de variable aleatoria", son los valores que se representan en las gráficas de barras realizadas, por parte de los estudiantes, en la hoja de cálculo. En el eje horizontal se ubican los valores de x , dominio o variable aleatoria discreta "números enteros mayores o iguales a cero" y en el eje vertical se ubican los

valores correspondientes a la variable dependiente, codominio o distribución Binomial – Poisson y los valores que se representan a través de las barras corresponden al rango de las distribuciones, ver imagen 4.

En la imagen 5, de este documento, se muestra una representación de graficas de barras dobles donde se identifican las barras de las distribuciones Binomial y Poisson simultaneas, esta gráfica ayuda a visualizar e inferir el comportamiento que tienen los valores de probabilidad de las distribuciones “los valores de la distribución Binomial se van aproximando al valor de la distribución de Poisson”.

5.1.1.1.3. Sistema de representación manipulativo

Este sistema se relaciona con los elementos manipulables relativos con el desarrollo de las actividades que se vinculan durante el transcurso del periodo y se requieren para que los estudiantes interioricen los conceptos y competencias del componente matemático tratado, en el caso de este documento las distribuciones Binomial - Poisson.

Durante esta actividad la participación del profesor, en el acompañamiento, explicaciones e instrucciones, a los estudiantes es fundamental. La manipulación de las actividades suministradas a los estudiantes tales como, exámenes, ejercicios, talleres, en las que deben utilizar: Hoja, lápiz, lapicero, borrador, Calculadora, Hojas distribución de probabilidades Binomial y Poisson, Computador o celular “hoja de cálculo Excel” y la plataforma del colegio “Aula Virtual Berchmans” la asistencia permanente en las posibles dudas que puedan persistir en los estudiantes después de las explicaciones realizadas por el profesor es determinante. Parte de la manipulación realizada por parte de los estudiantes se pueden identificar en las imágenes de este documento mostradas en este documento.

5.1.1.1.4. Sistema de Representación Verbal

Este sistema consiste en la representación de contenidos temáticos y procedimientos mediante palabras, expresiones y oraciones, escritas u orales. Es una de las representaciones de mayor implementación y por la cual se canalizan o puntualizan, en gran medida, los otros sistemas de representación, posiblemente tenga mucho que ver que es una forma natural de comunicación entre los seres humanos. Y esta

comunicación se hace vida en el salón de clase entre profesor y estudiante “explicación y retroalimentación de las instrucciones impartidas”, entre pares o compañeros “conversaciones, aclaraciones o debate que se generan entre ellos, referente a los conceptos expuestos por parte del profesor en la clase”.

En este sistema se enmarcan las siguientes acciones del profesor acciones:

- Explicación de los conceptos y referentes de los contenidos matemáticos tratados durante el periodo.
- Instrucciones por parte del profesor hacia los estudiantes para la presentación de exámenes.
- Información que asimilan los estudiantes procedentes de escuchar los video propuestos por el profesor.
- Preguntas o intervenciones por parte de los estudiantes.
- Las interpretaciones y devoluciones que el profesor le realiza a los estudiantes después de la revisión de evaluaciones o de las actividades.
- Socialización de resultados y conceptos y objetivos.

5.1.1.1.5. Sistema de Representación Tecnológico o Visual.

El sistema consiste en representar los temas mediados a través de recursos tecnológicos para la ejecución de las diferentes actividades implementadas, entre ellos se pueden considerar los siguientes: papel, borrador, lápiz, lapicero, calculadora, computadores, videobeam, celulares, hoja de cálculo, plataforma escolar “Aula Virtual Berchmans”, wifi, tablero, marcador, entre otros. Según como lo propone (Bedoya, 2002, p. 77)

Zimmermann y Cuningham (1991, citados por Ruiz, 2000) denominan la visualización como “pensamiento visual”, y “sostienen que al mejorar la educación visual en matemáticas aumenta la intuición, proporcionando al sujeto una mayor capacidad de comprensión. Estos autores, según Ruiz, distinguen tres objetivos principales de aprendizaje asociados con la visualización, a saber:

1. “Básicos, que consisten en aprender a interpretar la información implícita en representaciones gráficas, algebraicas, geométricas y numéricas, y entenderlas como lenguajes alternativos”.

2. “Funcionales, tales como aprender a interpretar la información en representaciones gráficas y utilizarlas para resolver problemas”.
3. “Generales, como aprender a reconocer simetrías, patrones y transformaciones geométricas); relacionados con el cálculo; y objetivos de alto nivel” (Ruiz, 2000, p. 33).

La mediación de los recursos tecnológicos entre los conceptos matemáticos expuestos durante las clases y sus respectivas representaciones potencia en los estudiantes y profesor la asimilación o análisis de los mismos, suministrando posturas o perspectivas de mayor grado de comprensión o análisis. La hoja de cálculo trabajada desde celulares y ordenadores permite a los estudiantes y profesor visualizar instantáneamente las variaciones que se generan en los diferentes valores y gráficas.

5.1.1.1.6. Sistema de Representación y sus relaciones.

Durante el desarrollo de las actividades, del conocimiento matemático específico propuesto por el profesor, todos los participantes “estudiantes y profesor” de estas, tienen una alta relación entre los diferentes sistemas de representación, es decir, cuando el profesor está en el proceso de desarrollo, construcción y ejecución de las actividades, él debe interactuar con los sistemas de representación previamente manifestados. Es claro que no existe forma de desligar o desvincular los sistemas de representación.

Estos sistemas alcanzan su mayor potencial en los procesos de enseñanza, cuando un mismo concepto matemático se propone para que el estudiante lo resuelva desde diferentes representaciones, tal y como se muestra en este documento, haciendo referencia a lo siguiente: los estudiantes deben resolver un problema de funciones de distribución Binomial y Poisson a mano y utilizando calculadora, manejo de tabla distribución de probabilidades ver imagen 3 y hoja de cálculo ver imagen 4 y 5 “tres formas distintas de llegar a los mismos resultados” ver imagen 5 y en la solución de estas tres maneras siempre están involucrados los sistemas de representación anteriormente manifestados.

5.1.2. Análisis Fenomenológico

El Análisis Fenomenológico se centra en determinar un contexto¹², fundamento o esencia de los contenidos matemáticos tratantes, “hacer un análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste en describir el conjunto de fenómenos que organiza, y establecer relaciones entre éste y los conceptos asociados” (Guerra, Barrios, & Salazar, 2006). (Puig, 1997, p. 63), manifiesta que “El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos”.

Teniendo presente las consideraciones que se acaban de plantear en relación al Análisis Fenomenológico, en esta Sistematización de Experimentos de enseñanza, el profesor en ejercicios estructuró las actividades implementadas durante toda la Sistematización, desde el contenido matemático escolar de las *funciones de distribución de probabilidades de variable aleatoria discreta “Binomial y Poisson”* el concepto que estructura a este contenido es el de *función* y el contexto en que se agrupan es el operacional.

¹² Para **Fuente especificada no válida**. Un contexto matemático es un marco en el cual conceptos y estructuras atienden unas funciones, responden a unas necesidades como instrumentos de conocimiento. Los contextos de una determinada estructura se reconocen porque muestran posibles respuestas a la pregunta ¿para qué se utilizan estas nociones? El contexto refiere el modo en que se usan los conceptos, en una o varias situaciones. Interpretado de (Rico, 2008, p. 11)

Ejemplos que se en marcan en el contenido matemático escolar	Fenómeno (Variable aleatoria, dominio)	Problema al que responde el fenómeno (Variable dependiente, rango)	Contexto numérico al que responde el fenómeno
Supóngase que la probabilidad de que una persona sea varón es $1/2$. Si una familia desea tener 3 hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que exista dos varones como mínimo?	Número de varones a tener	Suministra el porcentaje en que es probable obtener un resultado entre dos posibles al realizar un número n de pruebas.	Operacional (Calcular)
Un laboratorio afirma que un medicamento causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica dicho medicamento. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los cinco pacientes tenga efectos secundarios?	Número de pacientes con efectos secundarios		
El número medio de aviones que usan una pista de aterrizaje en un aeropuerto es 2 cada media hora. Suponiendo que siguen una ley de Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que el número de llegadas sea 5 o mayor?	Número de aviones que aterrizan en un aeropuerto		
Si la probabilidad de fabricar un televisor defectuoso es $p = 0.01$, ¿cuál es la probabilidad de que en un lote de 100 televisores contenga más de 2 televisores defectuosos?	Número de televisores fabricados defectuosos		

Tabla 13. Ejemplos, fenómenos, problemas y contextos

En la tabla 13. se plantean algunos de los muchos ejemplos de los cuales se ubican en el contenido matemático escolar tratado en este documento, de estos ejemplos se determina:

- El fenómeno que caracteriza a cada uno y el que los agrupa a los cuatro ejemplos “los cuatro ejemplos se identifican como variable aleatoria discreta, los valores que toma cada uno, son números enteros mayores iguales a cero. También reconocida como dominio de una función de distribución de probabilidad discreta”
- La solución de estos ejemplos o fenómenos dan respuesta al porcentaje o proporción en que es probable obtener un resultado de dos posibilidades, al realizar un número de n ensayos o experimentos aleatorios. El valor de este

resultado depende de los valores que pueda tomar el fenómeno o variable aleatoria dependiente, interpretado como rango de la función de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta. El cual es subconjunto del dominio de una función o conjunto de números reales”.

- Para obtener los valores a los cuales responden los fenómenos del contenido escolar tratado, estos valores o fenómenos se agrupan en el contexto numérico operacional.

5.1.3. Análisis cognitivo

El análisis Cognitivo, se proyecta a identificar y potenciar la participación de los profesores en la creación de las actividades de desarrollo, adquisición de enseñanza y aprendizaje que se desea alcanzar en esta Sistematización “permitiendo así al profesor describir y analizar la problemática del aprendizaje de un tema en estudio, mediante expectativas acerca de cómo los estudiantes aprenden determinado conocimiento y como desarrollan este aprendizaje” (González y Gómez, 2013). Es decir, se fundamenta desde la mirada del profesor, lo que él espera que los estudiantes adquieran, concluyan y debatan. El logro de estas expectativas se hará visible mediante la actuación de los estudiantes, es decir, el modo en que los estudiantes van a desarrollar ese aprendizaje ante las actividades propuesta.

El profesor evalúa los aprendizajes o competencia que los estudiantes manifiestan dominar y determina si efectivamente se alcanzaron los objetivos propuestos o se deben realizar ajustes metodológicos, didácticos o conceptuales “...el Análisis Cognitivo, capacita a los profesores para que describan, analicen y organicen las expectativas de aprendizaje que tienen los estudiantes de un nivel educativo concreto sobre el tema tratado” (Coll C. , 2002). Se debe tener presente que este análisis es un procedimiento que contribuye al proceso de planificación, desarrollo e innovación de las matemáticas escolares.

5.1.4. Análisis de Instrucción

Este componente del Análisis Didáctico está estructurado para que el profesor proponga secuencia de actividades de enseñanza y aprendizaje, donde él pueda realizar, análisis, seleccionar, describir, justificar y evaluar cada una de las fases de diseño, planificación e implementación de la Unidad Didáctica, planteando los recurso y materiales, así como las estrategias evaluativas que se involucrarán para que los estudiantes alcancen los conceptos y competencia propuestas. También brinda la oportunidad que el profesor pueda resignificar el contenido matemático en el Modelo Local de Análisis Didáctico de Contenido. Considerando lo inmediatamente planteado, (Gomez, 2007) manifiesta que “en el Análisis de Instrucción el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción”.

La estructura conceptual, los Sistemas de Representación, el Análisis Fenomenológico, las competencias que poseen los estudiantes, el conocimiento y experiencia del profesor, así como los posibles caminos de aprendizaje aportados para su solución de las actividades propuestas, confluyeron para lograr los propósito y objetivos de aprendizaje planteados.

La implementación de las TIC, durante la Sistematización fue determinante, y en lo relacionado con los componentes instruccionales fue clave para el desarrollo de las actividades, conforme a ellos se manifiesta lo siguiente.

...hay que reconocer que no es esa tecnología en sí misma el objeto central de interés sino el Pensamiento Matemático que pueden desarrollar los estudiantes bajo la mediación de dicha tecnología. La importancia de las herramientas computacionales para la educación matemática está asociada a su capacidad para ofrecernos medios alternativos de expresión matemática, A su capacidad para ofrecer formas innovadoras de manipulación de los objetos matemáticos, un medio computacional permite generar una especie de realidad (virtual) matemática, El estudiante establece una sociedad cognitiva con la máquina, como antes la ha establecido con la escritura y con el sistema decimal (Castiblanco Paiba, y otros, 2001-2002).

El uso “por parte de los estudiantes y el profesor” de tablas de distribución de probabilidades, calculadoras, celulares, Tablet, computadores, entre otros, se implementaron en las diferentes actividades para que los estudiantes fueran alcanzando los conocimientos y competencias relevantes de las funciones de distribución Binomial y Poisson.

5.2. Conocimientos adquiridos y desarrollos por parte del profesor en ejercicio

Durante este apartado se tratará de listar y explicar algunos de los aprendizajes, que se consideran significativos como profesor de matemáticas, los cuales se han tenido que adquirir o fortalecer, así como lo propone (Garcia Carmona, 2009) en su documento:

Esta formación debe estar enfocada al desarrollo de una actitud reflexiva y autónoma del profesorado, que le lleve a cuestionar su práctica docente... Se debe concebir como una actividad investigadora, y la investigación como una actividad autoreflexiva que realiza el profesorado con el propósito de mejorar su práctica.

Seguidamente se listan algunos de los aprendizajes adquiridos, a través de una reflexión constante de las actividades durante el desarrollo de la practica:

- *Estrategias metodológicas, didácticas y evaluación, para la implementación de las actividades.* La articulación de estas estrategias, para el tratamiento y apropiación de conceptos por parte de los estudiantes, son determinantes. Puesto que, aquí se deben poner en acción las siguientes variables para un solo fin:
 - ✓ Tener establecido el concepto o contenido Matemático a presentar.
 - ✓ Distribuir las etapas “sistemáticas y progresiva” en las cuales se subdivide para alcanzar dicho concepto.
 - ✓ Establecer las formas en las cuales se van a ir presentando y desarrollando las etapas y formas planteadas previamente.
 - ✓ Coordinar la logística (lugares, tiempo de construcción y ejecución, métodos, formas, materiales) necesaria para la implementación de actividades.
 - ✓ Recursos o estrategias que se utilizarán para ir validando los aprendizajes adquiridos por parte de los estudiantes.

- *Articular diferentes sistemas de representación para el tratamiento de un mismo concepto matemático*, con la intención de que los estudiantes tengan una mejor aproximación a los conceptos y competencias matemáticas del contenido tratado, fue indispensable que ellos trabajaran el mismo concepto desde el lenguaje natural, operaciones con calculadora, manejo de tabla de probabilidades y solución a través de la hoja de cálculo.
- *Grabar y editar videos con orientación educativa*, con la premisa de suministrarles una información concreta del concepto matemático trabajado, al autor se le ocurrió la idea de grabar dos videos “uno de Binomial y el otro de Poisson” que los estudiantes puedan consultar las veces que lo deseen. Durante este proceso se estableció que a través de PowerPoint se podían grabar la pantalla y la voz. Luego de estar listo y revisar el video se ve la necesidad de editarlo, el grabar y editar el video son competencias nuevas para el docente. “Por ello, el profesorado debe asumir el rol de profesor-investigador de su praxis, y abandonar la acción docente basada en la mera reproducción y transmisión de conocimientos ya elaborados, cuya ineficacia ha sido suficientemente contrastada (Gil Perez & Guzman Ozamíz, 2009), (Gil, Vilches, & Solbes, s.f.)”.
- *Creación de canal en YouTube*, para que el video esté disponible se creó un canal en YouTube, en el cual se subieron dichos videos.
- *Construcción de actividades personalizadas para los estudiantes*, para que los estudiantes tengan la necesidad de realizarlas, sin pedir copia a los compañeros, aunque si puedan dialogar en relación a los conceptos tratados, se implementó una estrategia que permite optimizar el proceso de revisión y retroalimentación de los resultados. Se construyó una plantilla de la actividad en Word y en Excel, al nombre de cada estudiante se asignan unos valores, con los cuales luego se realiza una combinación de correspondencia entre Word y Excel, de esta forma se crean los exámenes personalizados y las respuestas con las cuales se utilizarán posteriormente para evaluar y retroalimentar el nivel de apropiación conceptual referente de los estudiantes.

la evaluación considerada tradicionalmente como una forma de medir el nivel de apropiación del conocimiento o saber del estudiante era o es

considera más que todo desde su forma cuantitativa mas no se trata en la mayoría de los casos el cómo el estudiante está asimilando lo enseñado por sus maestros referente a esto (García Carmona, 2009) dice la enseñanza/aprendizaje ... es parte inherente al mismo. Su aplicación tiene la finalidad de proporcionar información acerca de la eficacia educativa del proceso desarrollado en el aula, determinado por los logros y dificultades de los alumnos, en relación con los objetivos previstos. La evaluación no se limitará, pues, a medir el éxito o fracaso del aprendizaje de los alumnos, sino a valorar si se han conseguido o no los fines de una propuesta de enseñanza/aprendizaje (Garcia Carmona, 2009).

- *Consulta y práctica de los conocimientos y comandos necesarios para el trabajo de las distribuciones binomial y Poisson en la hoja de cálculo, la sintaxis en la hoja de cálculo “es rigurosa” para aplicar los comandos referentes a los contenidos matemáticos tratados durante este documento. Atendiendo a lo planteado, fue condición de estudio, practica y aplicación, de ejercicios de las distribuciones Binomial y Poisson “por parte de profesor” para su posterior explicación y desarrollo que realizarían los estudiantes.*
- *Identificar durante la socialización de las actividades, las fortalezas, debilidades y recomendación manifestadas por parte de los estudiantes en referencia de la implementación y objetivos que se desean alcanzar de los conceptos o competencias matemáticas, las socializaciones y retroalimentaciones o devoluciones académicas que se realizan entre estudiantes y profesor se generan importantes aprendizajes los cuales se pueden aprovechar e implementar para las actividades presentes o futuras.*

5.3. Unidad Didáctica

Se propone una Unidad Didáctica, como guía o apoyo, para que un profesor de Matemáticas fundamente el pensamiento, planificación, construcción, desarrollo y ejecución de alguna actividad similar la cual pueda implementar en sus salones de clase, en temas similares del área.

Título	Solución de una distribución Binomial como una distribución de Poisson.
Nivel educativo	Estudiantes de grado Once
Grupo de alumno	123 alumnos
Contenidos temáticos	Funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta "Binomial – Poisson".
Tempo de ejecución	Etapa uno: presentación de las funciones Poisson" operaciones con calculadora y manejo de tabla 4 horas de 40 minutos cada una. Etapa dos: desarrollo y socialización de taller distribuciones discretas "Binomial y Poisson" 4 horas de 40 minutos cada una. Etapa tres: verificación de conocimiento y competencias de las distribuciones "Binomial y Poisson" a través de evaluación escrita. 2 horas de 40 minutos cada una. Etapa cuatro: visualización de video, creado por el profesor, de construcción distribuciones "Binomial y Poisson" a través de la hoja de cálculo, los primeros 20 minutos del bloque de clase. Etapa cinco: construcción, por parte de los estudiantes, distribuciones "Binomial y Poisson" a través de la hoja de cálculo, 80 minutos restantes del bloque de clase. Etapa seis: construcción, por parte de los estudiantes, distribuciones "Binomial y Poisson" simultaneas (es decir, en el mismo plano o eje) a través de la hoja de cálculo, 2 horas de 40 minutos cada una. Etapa siete: los estudiantes realizan la evaluación, donde se espera que ellos puedan concluir el teorema que dice que una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson, 2 horas de 40 minutos cada una. Etapa ocho: socialización, por parte del profesor, de los resultados obtenidos de las actividades que realizaron los estudiantes, 2 horas de 40 minutos cada una. Etapa nueve: los estudiantes resuelven coevaluación, posteriormente, los estudiantes y el profesor, realizan la coevaluación, 2 horas de 40 minutos cada una. Etapa diez: los estudiantes resuelven coevaluación, posteriormente, los estudiantes y el profesor, realizan la coevaluación, 2 horas de 40 minutos cada una.
Metodología y presentación general de la actividad	Las etapas de la Sistematización de Experimentos de enseñanza se realizan durante el desarrollo de las clases programadas correspondientes al primer periodo, en las cuales se les dan las orientaciones pertinentes para la comprensión correspondientes de los conceptos, competencias y procedimientos a realizar de las actividades programadas. Las actividades realizadas, son desarrolladas de forma individual, desde la etapa 1 hasta la etapa 6 se programa, planifica y

	desarrolla con la finalidad que los estudiantes puedan inferir un teorema importante de la estadística inferencial “una distribución Binomial se puede realizar como una distribución de Poisson, teniendo presente algunas condiciones”. Las coevaluación y autoevaluación de las etapas 9 y 10 están asociadas con la socialización del objetivo principal de la Sistematización de Experimentos de enseñanza.
Análisis curricular	El profesor debe familiarizar y vincular los siguientes elementos teóricos y puestos en práctica en los salones de clase: • Estándares de desempeño • Lineamientos curriculares • Plan de estudio de la institución académica • Plan de estudio de la asignatura • Acuerdos de clases “establecidos entre profesor y estudiantes” • Contrato didáctico.
Objetivos	General: Los cuales, a través de las diferentes actividades académicas, propuestas por el profesor, les ayuden a potenciar las competencias pertinentes a la resolución, análisis, cálculo, interpretación y explicación de los problemas propuestos de funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta Binomial y Poisson. Específicos: • Que los estudiantes puedan calcular el valor de la probabilidad de las funciones de distribución Binomial y Poisson a través de la operación manual, manejo de tablas “de distribuciones de probabilidad puntual y acumulada”, y la implementación de la hoja de cálculo en la cual se realiza los cálculos de las probabilidades de las distribuciones Binomial y Poisson y sus respectivas gráficas. • Los estudiantes deben concluir que el valor de la probabilidad de una distribución Binomial tiende a ser igual al valor de la probabilidad de la distribución de Poisson si se cumplen las siguientes condiciones: el número de ensayos tiende a infinito, la probabilidad de éxito tiende a cero y el promedio o lambda “producto entre el número de ensayos y la probabilidad de éxitos” es constante. • Descripción de los aprendizajes adquiridos por parte del maestro durante el desarrollo de las actividades.
Recursos	• 123 dispositivos (ordenadores, celulares, tablets o ipads). • Videobeam • Internet wifi. • Microsoft office “hoja de cálculo” • Pizarra y marcadores. • Calculadoras • Tablas de distribución de probabilidades “Binomial – Poisson”
Análisis Didáctico de Contenido.	En esta parte es conveniente relacionar la descripción y caracterización histórica, semiótica desde los sistemas de representación, epistemológica (fenomenología didáctica) y estructural del contenido matemático y del contenido estadístico referente al siguiente

	componente: Funciones de distribución de probabilidad de variable aleatoria discreta "Binomial y Poisson".
Análisis Cognitivo	Consiste en la revisión de las dificultades, errores, competencias y problemas de comprensión y aprendizaje de los conceptos matemáticos-estadístico que los estudiante manifiestan durante el desarrollo de las etapas.
Análisis de Instrucción	Se trabaja en el análisis del cual el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción, es importante tener presente que se tiene como base las partes constitutivas de la actividad tales como estructura conceptual, los sistemas de representación, el Análisis Fenomenológico, las capacidades y los posibles caminos de aprendizaje con las cuales disponen los estudiantes.
Actividades de desarrollo del tema.	• Explicación, ejemplificación, consulta. • Resolución de tareas, talleres, exámenes y actividades prácticas aplicativas. • Trabajo con la hoja de cálculo, calculadora y tablas de distribución de probabilidades. • Interpretación y participación de los estudiantes en las clases y actividades.
Actividades de evaluación.	Evaluación del concepto: verifica el nivel de apropiación por parte de los estudiantes del saber propuesto en las actividades. Evaluación de la experiencia por parte del alumno: La evaluación objetiva que los estudiantes realicen es de gran importancia pues esta permitirá realizar posibles mejoras en actividades futuras. Coevaluación y autoevaluación: permite que el estudiante tenga un mayor grado de reflexión y conciencia de su propio aprendizaje y el que está teniendo sus propios compañeros. Evaluación de la actividad por parte del profesor: el profesor debe ser autocrítico desde la actividad realizada, orientada ésta evaluación a la mejora continua de la actividad de enseñanza-aprendizaje.
Actividades de apoyo y ampliación	Proyección y socialización de video relacionado con los temas que se tratan en las diferentes etapas de la Sistematización.
Reflexión autocrítica y evaluación de la unidad	Luego de tener las diferentes actividades tanto profesor y estudiantes, realizar una reflexión conjunta de la actividad referente a los objetivos, procedimientos, procesos y futuras mejoras.
Referencias bibliográficas	Algunos referentes que pueden ser útiles para la realización de esta unidad: • Santaló, L.; Llinares, S.; Sanchez, V. (1994). <i>La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia</i>. Madrid: Ediciones Rialp, S.A. • Barrera, M.; Becerra, H.; Suárez, A.; Vasco, C. (2004). <i>De la teoría a la práctica en la Formación de Maestros en Ciencias y Matemáticas en Colombia</i>. Bogotá: Universidad Javeriana. • Bedoya, E. (2001). La enseñanza del cálculo en un ambiente de calculadora graficadora, papel y lápiz. En P. Gómez, & L. Rico (Edits.), <i>Investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro</i>. Granada: Universidad de Granada.

	• Bedoya, E. (2002). <i>Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras</i>. Granada: Universidad de Granada, PNA. • MEN. (1995). <i>Ley General de Educación. Ley 115 del 8 de febrero de 1994</i>. Santafé de Bogotá: Empresa Editorial Universidad Nacional. • MEN. (1998). <i>Matemáticas, Lineamientos Curriculares</i>. Santiago de Cali: Artes Gráficas Univalle. • MEN. (2006). <i>Estándares Básicos de Competencias Matemáticas</i>. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. • Ortiz, J.; Rico, L.; Castro, E. (2007). Organizadores del Currículo como plataforma para el conocimiento didáctico: una experiencia con futuros profesores de matemáticas. <i>Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas</i>, España. • Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, & P. Gómez (Edits.), <i>Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de Problemas. Evaluación . Historia</i>. Bogota: Una empresa docente. • Zapata, M.; Blanco, L.; Contreras, L.C. (2008). Los estudiantes para profesores y sus concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje. <i>Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado</i>, 12 (4).
--	---

5.4. Conclusiones

Los conocimientos, experiencias y estrategias adquiridas, por parte del profesor, durante todo el proceso “pensamiento, construcción, implementación, desarrollo, evaluación y mejora” de esta Sistematización de Experimentos de enseñanza “*SISTEMATIZACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA DE LA APROXIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL A LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON EN EDUCACIÓN MEDIA*” fueron muy significativos, apoyan y respaldan la Educación Matemática, Didáctica de las Matemáticas y la Formación de Profesores donde se involucraron desde una mirada reconstructiva, propositiva, pues permitió indagar, organizar, confrontar, adaptar la experiencia vivida por el autor durante el tiempo que lleva enseñando “en los grados de noveno, decimo y once” estadística, desde agosto 2015 momento que ingresó a trabajar al colegio Berchmans. Este documento puede considerarse como un posible documento de apoyo para Formador de Profesores y Profesores en Formación de Educación Matemáticas donde encontrarán una aproximación a comportamientos, características, Indagación, Evaluación, Análisis y recomendaciones para la labor del proceso de educación.

5.4.1. Conclusión general

La experiencia vivida en el colegio Berchmans, la cual permitió describir competencias disciplinares y didácticas de una Sistematización de Experimentos de enseñanza donde se realizó la descripción, interpretación, análisis y comentario de los saberes, competencia que se tuvieron en cuenta y desarrollaron como profesor-investigador de las asignatura de Estadística de los grados 9°, 10 y 11° donde se implementaron activamente a los estudiantes de grado once en la promoción del año lectivo 2019 – 2020, al ejecutar una propuesta Didáctica en la cual se trató la aproximación de los valores de probabilidad de la distribución Binomial a los valores de probabilidad de la distribución de Poisson a través de la mediación instrumental de las TIC con la implementación de recursos como: lápiz, papel, calculadora, hoja de cálculo, computador, celular, Tablet, Ipad, videos, los cuales fueron claves para el tratamiento procedimental, conceptual, analítico e inferencial por parte de los estudiantes. Lo anterior fue posible orientado desde el enfoque metodológico de la Investigación Basada en Diseño y la Sistematización de Experimentos de enseñanza.

5.4.2. Conclusiones referidas a los objetivos específicos

CO.1. La ejecución de las actividades anteriores permitió al profesor ejecutar una propuesta investigativa, de desarrollo, diseño e innovación curricular en la que se implementaron la planificación, formulación, desarrollo, ejecución y Análisis Didáctico, apoyado desde la visualización y sistemas de representación, al igual que la interpretación intuitiva y articulada de los contenidos temáticos a través del uso de las TIC, en términos generales, se puede decir:

- ✓ En promedio 63 de los 121 estudiantes (ver: *imagen 3, gráfica 1 y tabla 5*) calcularon los valores de probabilidad de las funciones de distribuciones de probabilidad de variable aleatoria discreta “Binomial y Poisson” de forma manual con calculadora, manejo de tabla de distribución de probabilidad puntual-acumulada y manejo de hoja de cálculo “Excel, en la cual construyeron las respectivas gráficas de barras”. 58 de los 121 estudiantes restantes presentaron alguna dificultad de interpretación lectora, procedimental o conceptual que no permitió la solución eficaz de la competencia indagada.

- ✓ En promedio 102 de los 111 estudiantes (ver: *imagen 4, gráfica 2 y tabla 6*) de un enunciado propuesto, realizan uso adecuado de la hoja de cálculo y sus comandos para determinar valor esperado, desviación típica, probabilidades “puntual y acumulada”, gráficos de las distribuciones Binomial y Poisson y dieron respuesta e interpretación de la pregunta formulada en la situación planteada. 9 de los 111 de los estudiantes restantes presentaron alguna dificultad en la implementación de los comandos de la hoja de cálculo, en interpretación lectora, procedimental o conceptual que no permitió la solución eficaz de la competencia indagada.
- ✓ En promedio 103 de los 120 estudiantes (ver: *imagen 5, gráfica 3 y tabla 7*) de una actividad planteada en la hoja de cálculo, realizan uso adecuado de los comandos o fórmulas para identificar los parámetros (constantes) en la tabla de valores suministrada a los estudiantes, (número de ensayos, probabilidad de éxito, número de éxitos y valor esperado) y efectúan el cálculo de los valores de las probabilidades puntuales de la distribución Binomial y Poisson. 2 de los 120 estudiantes, no consiguen utilizar los comandos o fórmulas de la hoja de cálculo para determinar las probabilidades de las distribuciones Binomial y Poisson en la tabla. 14 de los 120 estudiantes, realizan adecuadamente las gráficas de las distribuciones de probabilidad Binomial y Poisson, pero no rotulan el título o ejes de la misma. 1 de los 120 estudiantes, aplican los comandos necesarios para efectuar una de las distribuciones de probabilidad.

CO.2. Después de que el investigador aplica una Unidad Didáctica, a los estudiantes, la cual se consolidó como parte del resultado de las diferentes fases de la Sistematización de Experimentos de Enseñanza, desarrollo, ejecución y análisis. Se busca que los estudiantes infieran “sin tener conocimientos previos” del **teorema de estadística inferencial** que dice, ***si el número de ensayos “n” tiende a infinito, la probabilidad de éxito “p” tiene a cero y el producto entre el “número de ensayos y la probabilidad de éxitos” promedio es constante*** entonces el valor de la probabilidad de ***una distribución Binomial se aproxima al valor de probabilidad de una distribución de Poisson*** (ver: *imagen 6, gráfica 4 y tabla 8*). En términos generales, se puede decir:

- ✓ 80 de los 121 estudiantes lograron inferir el teorema de forma correcta.

- ✓ 11 de los 121 estudiantes no infirieron ni las condiciones ni la conclusión del teorema.
- ✓ 1 de los 121 estudiantes infirió la conclusión del teorema, pero no las condiciones.
- ✓ 29 de los 121 estudiantes infirió las condiciones del teorema, pero no la conclusión.

En la sesión 5.1.1. se presentó un ejemplo en el cual se aplica la aproximación de las funciones de distribuciones Binomial y Poisson (ver tabla 11 y 12) donde se evidencia que un mismo enunciado “el cual cumple las condiciones del teorema” al resolverlo a través de las dos distribuciones, los resultados obtenidos fueron (Binomial “31.33%” y Poisson “31.34%”) la diferencia entre sus valores de probabilidad es de 0.01%

CO.3. Durante el proceso de planeación, desarrollo y ejecución de esta Sistematización de Experimentos de enseñanza, el profesor-investigador adquirió y desarrolló conocimientos significativos los cuales puede seguir implementando durante su labor. Estos aprendizajes aportan experiencias que se pueden replicar o adaptar en los campos de la Educación Matemática e involucra la Didáctica de la Matemática y la Formación de Profesores en las cuales se articulan la teoría y la práctica que relacionan los contenidos y conocimientos matemáticos tratados.

El profesor adquiere estos aprendizajes al ejercer el papel de maestro investigador, el cual consiste en ver el salón de clase como un laboratorio de desarrollo y adquisición de saberes y conocimiento, considerando ello se expresa lo siguiente:

Para (De la Rosa, 2001) y (Jimenez & Segarra, 2001), entre otros, “el mejor lugar para la formación del profesorado es su propia aula. Se trata que el profesorado sea consciente de los problemas educativos que surgen en su clase y consecuentemente adopte las decisiones oportunas, tales decisiones deben estar encaminadas a diseñar, implementar y evaluar nuevas acciones que mejoren la práctica diaria del docente (Cañal, 2001).

Es importante que el profesor esté atento a los detalles que se vayan generando en el laboratorio de construcción de conocimiento, estos detalles, las iniciativas y la capacidad de innovación y desarrollo que se vinculan en el proceso, son los fundamentos que permiten dar inicio a la generación de nuevos aprendizajes, tanto para estudiantes, así como para el profesor. Entre los conocimientos y saberes adquiridos se enuncian los siguientes:

- ✓ El aula o salón de clase es uno de los mejores laboratorios de investigación, formación, enseñanza y aprendizaje, tanto para estudiantes como para los investigadores.
- ✓ Para alcanzar saber objetivo, se debe pensar, organizar, estructurar, planificar, diseñar, actividades precedentes que ayuden a orientar-direccionar las fases que se requieren para alcanzar lo propuesto.
- ✓ El realizar pruebas piloto de las actividades realizadas permiten realizar ajustes o rediseño de las mismas, para que se potencialice la actividad
- ✓ La implementación de la Investigación Basada en Diseño, la Sistematización de Experiencia y los Experimentos de Enseñanza “donde se Sistematizan los Experimentos de enseñanza” son de alta eficiencia metodológica y formativa.
- ✓ Algunos conocimientos de formación en educación superior, con la apropiada planificación, se pueden trabajar y desarrollar coherentemente en la educación media y sirven como fundamento y preparación para utilidad futura.
- ✓ La socialización de los procedimientos, resultados e inquietudes con los estudiantes es enriquecedora: conceptual, cognitiva y formativa.

5.4.3. Recomendaciones referidas a la Sistematización de los Experimentos de enseñanza

Se sugiere que el profesor, proponente de las actividades necesarias para el desarrollo y tratamiento de un contenido y conocimiento matemático escolar, tenga conocimiento y dominio del dispositivo tecnológico que los estudiantes vayan a utilizar. En el caso particular de este documento “funciones de distribución de probabilidad”:

- ✓ En los objetivos específicos que puede adicionar el siguiente objetivo: identifique la pertinencia de un problema dado a una distribución Binomial o Poisson, al igual que las características que tienen ellas.
- ✓ Se espera que profesores que enseñan Matemáticas o Estadística puedan considerar este trabajo como un material con posibilidades de aplicación, ejecución, adaptación, corrección a sus necesidades particulares académicas e institucionales.
- ✓ Es recomendable que el profesor realice un balance de las diferentes calculadoras que usan sus estudiantes, para que él pueda estudiar y poner en práctica lo referente

a lo operacional del contenido y concepto matemático tratado en las actividades. De esta forma el profesor podrá optimizar el tiempo, referente a la orientación que le pueda brindar en el “cálculo de probabilidades” a sus estudiantes cuando ellos se la soliciten.

- ✓ Debe reconocer tablas de distribución de probabilidades de las distribuciones y tener dominios de las posibles variaciones que se puedan presentar de ellas.
- ✓ Que tenga dominio de los comandos o sintaxis “necesarios para calcular probabilidades y gráficas de las distribuciones Binomial y Poisson” que se implementa en las hojas de cálculos en los sistemas operativos (Windows, Mac OS, Android, iOS, Windows Phone) que los estudiantes tienen instalados en su computador y celular, así como las hojas de cálculo que están en las nubes de google drive o OneDrive.

Durante el transcurso del desarrollo y ejecución de las actividades de la Sistematización en ningún momento se le informó a los estudiantes el objetivo que se deseaba alcanzar al final del periodo, es decir, el teorema que manifiesta que (una distribución Binomial se puede resolver como una distribución de Poisson, si n tiende a infinito, p tiende a cero y $n \cdot p$ o “valor esperado de las distribuciones” es constante), se les socializó y comparó este teorema a los estudiantes, con el que ellos escribieron, después de realizar sus inferencias y conclusiones, finalizando el periodo.

Se sugiere crear un canal en YouTube, en el cual se puedan subir los videos que se creen con finalidad didáctica para que los estudiantes se aproximen a la apropiación conceptual. Se espera que los videos que se creen para que los estudiantes adquieran los conocimientos propuestos, se editen, sean concretos y cortos “10 minutos o menos”. Es recomendable que las actividades propuesta sean realizadas en el salón de clase durante el tiempo establecido de la asignatura, de esta forma el profesor puede estar atento al proceso y brindar el acompañamiento necesario y que en casa realice ejercicios puntuales de fortalecimiento, practica conceptual y operacional.

Es fundamental que se establezcan espacios de socialización y debate conceptual entre los estuantes, donde ellos pueda manifestar sus interpretaciones, donde pueda cuestionarse y cuestionar sobre procedimientos y resultados. De esta forma la construcción del conocimiento es más significativo.

6. FASE DE COMUNICACIÓN O SOCIALIZACIÓN

6.1. Estrategias de comunicación

En esta fase de la Sistematización de Experimentos de enseñanza se presentará una estructura de las estrategias que se utilizarán para socializar las actividades y los resultados obtenidos a través de las diferentes actividades. Esta Sistematización de Experimentos de enseñanza vivida “Aproximación de la distribución Binomial a la Distribución de Poisson” por el profesor-investigador durante su práctica profesional, tiene como principal intención, dar a conocer los alcances y objetivos logrados, los procesos y actividades desarrollados, los aprendizajes adquiridos por el investigador autor de la práctica, plantear una propuesta de trabajo de desarrollo, diseño e innovación curricular de las distribuciones de probabilidad como objeto de conocimiento. También se pretende que este documento esté disponible para consulta por parte de formador de profesores, profesores en formación y profesores en ejercicio.

Los instrumentos y estrategias que se utilizarán para la comunicación de esta Experiencia, se fundamentan en este documento como, insumo principal, para la elaboración de los canales y formas de dar a conocer este trabajo se tiene presente que “difundir los resultados de la Sistematización permite que otros líderes -inmersos en realidades parecidas y enfrentando problemas similares- puedan aprender de la experiencia, posibilitándoles no partir siempre de cero y no repetir los errores que se pudieron haber cometido” (Asociación de Proyectos Comunitarios, 2005). Los elementos esenciales de este documento se consolidan inicialmente en una presentación de PowerPoint, en la cual se consignarán “propuesta de Sistematización, objetivos, metodología de la Sistematización, resultados y conclusiones” la cual se utilizará para realizar la sustentación de este informe final. En el Colegio Berchmans, institución en la

cual se desarrolló la actividad, se convocará a una reunión al departamento de Matemáticas, Ciencias Naturales, directivos y personal institucional que deseen asistir a la socialización de la Sistematización de Experimentos de enseñanza.

6.2. Diseño, elaboración de materiales y eventos para la difusión.

Se va crear un vídeo de la Unidad Didáctica propuesta en este documento, en el cual se explica cada una de los componentes constitutivos de la Unidad Didáctica, se propondrán posibles variaciones que se pueden implementar de esta Sistematización con miras a que profesores puedan adaptarla e implementarla en sus respectivas instituciones. Este vídeo se subirá al canal del profesor autor de esta Experiencia “asedumatica MM” en conjunto del archivo en formato Word disponible para descargar, los comentarios del canal se van habilitar para atender y retroalimentar las recomendaciones o sugerencias de los usuarios participantes, dar explicaciones y acompañamiento a aquellos que estén interesados en realizar esta práctica, alguna variación de ella y otras que se tenga como base esta Unidad Didáctica. Para aumentar la cantidad de usuarios que puedan visitar el canal, se les informaré “por diferentes medios de comunicación (correo electrónico, redes sociales, llamadas telefónicas, entre otros)” a colegas y compañeros de las instituciones en las cuales el autor ha trabajado “Santa Isabel de Hungría, Colegio Fray Damián González, Colegio Bennett, Colegio Diana Oese”.

Las fases ejecutadas y resultados obtenidos se expusieron, a los estudiantes que constituyen los 4 salones del colegio Berchmans de esta promoción 2020 -2021, durante 30 minutos de los 60 minutos que se dictan en cada salón, una vez a la semana. Se desea retomar la actividad para reutilizarla, adaptarla e implementarla durante el segundo periodo en otra propuesta que se está pensado y planificando ejecutar, donde se vincularán las funciones de distribución de probabilidad Binomial y Normal.

Se dialogará, con el Doctor Evelio Bedoya “actualmente tutor de este documento”, las opciones disponibles para adaptar parte de este documento y convertirlo en un artículo para publicación académica en algunas de las revistas de Educación Matemática iniciando por la revista institucional del IEP.

En el colegio Berchmans, se solicitará permiso para realizar los ajuste necesarios en la actividad para que se pueda publicar en los canales de comunicación de la página web oficial www.berchmans.edu.co

BIBLIOGRAFÍA

- (s/f). *¿Cómo utilizar la tabla de la distribución Binomial?* Obtenido de <http://www-eio.upc.edu/teaching/estad/MC/taules/com-usar-taules.pdf>
- Acevedo, M., & García, G. (s.f.). *Competencias y Proyecto Pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia.
- Arroyo, I., Bravo, L., Llinás, H., & Muñoz, F. (2014). *Distribuciones Poisson y Gamma: una Discreta y Continua Relación*. Universidad del Norte.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Universidad de Granada.
- Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras*. Granada, España: Universidad de Granada, PNA.
- Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2019). *Experimento de enseñanza como una aproximación metodológica a la investigación en Educación Matemática*. Unipluriversidad. doi:10.17533/udea.unipluri.19.2.07
- Cañal, P. (2001). *Investigar en la escuela: elementos para una enseñanza alternativa*. (Diada, Sevilla, 1997).
- Carretero, R., Coriat, M., & Nieto, P. (1995). *Secuenciación, Organización de Contenidos y Actividades de Aula*. En Junta de Andalucía (ed.). *Materiales Curriculares. Educación Secundaria. Vol 17. área de Matemáticas*. 65-173.
- Cid, N., Retamal, L., & Alvarado, H. (2014). *Un estudio inicial sobre conocimientos de probabilidad Binomial en profesores de matemática*.
- Coll, C. (1987). *Psicología y Currículum*. Barcelona: Laila.
- Coll, C. (2002). *Concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje*.

- Coll, C., Onrubia, J., & Mauri, T. (2007, pp.388). Tecnología y prácticas pedagógicas: las TIC como instrumento de mediación de la actividad conjunta de profesores y estudiantes. *Redalyc.org*, 377-400.
- Consejo Académico. (2019). Sistema Integral de Evaluación de Estudiantes. Colegio Berchmans.
- Cortes, D. (09 de 02 de 2016). *Colombia aprende*. Obtenido de Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA):
<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/88174#:~:text=Los%20DBA%20son%20una%20herramienta,%C3%A1reas%20de%20matem%C3%A1ticas%20y%20lenguaje>.
- Cruz, M., Álvarez, S., & Pérez, F. (2014). *Sobre la enseñanza de la distribución de Poisson en Carreras de ingeniería*. Rio Claro, Brasil: Redalyc.org.
- definición a b c*. (23 de Junio de 2013). Obtenido de
<http://www.definicionabc.com/ciencia/cronologia.php>
- Elliott, J. (2000). La investigación-acción en educación. Madrid: Ediciones Morata.
- Eraso, G. (20 de Junio de 2013). *Blogspot, Currículo*. Obtenido de
<http://curriculo2002.blogspot.com/>
- Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Falcón, J., & Herrera, R. (2005). *Análisis de datos Estadístico*. Caracas.
- García Arteaga, E. (2011, 2012). Ciencia, Educación y Diversidad. Cali, Valle, Colombia: Univalle.
- García, L., & Occelli, M. (04 de 12 de 2020). III Workshop de investigación de las ciencias naturales y experimentales, Escuela para investigación en Formación de Didáctica de las ciencias Naturales y Experimentales. *Investigación Basada en Diseño*. (G. EDUCEVA, Ed.) Obtenido de
<https://www.youtube.com/watch?v=vAr4o2CID0c>
- Gil Pérez, D., & Guzmán Ozamíz, M. (23 de 04 de 2009). *Tendencias e innovaciones (Editorial Popular, OEI, 1993)*. Obtenido de <http://www.oei.es/oeivirt/ciencias.htm>

- Gil, D., Vilches, A., & Solbes, J. (s.f.). *Las relaciones CTS y la alfabetización*, Actes V Jornades de la Curie, 72-81 (2001).
- Gomez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* En: *España 2007*. ed:Universidad De Granada ISBN: 978-84-933517-3-1 v. 0 pags. 474.
- Gomez, P., & Rico, L. (2002). *Análisis didáctico, conocimiento didático y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Sin publicar. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- González, D., Oliveros, C., Rodríguez, D., & Forero, A. (2016). *Desarrollo de la noción de distribución Binomial en estudiantes universitarios*. Bogotá.
- Guerra, A., Barrios, O., & Salazar, C. (2006). *Formulación de Unidades Didácticas, un propósito de enseñanza en la formación de Profesores*. Bogota.
- Hernando, R., Fernandez, C., & Baptista, M. d. (2014). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN* (Sexta Edición ed.). México D.F: McGrawHill.
- Jara Holliday, O. (15 de septiembre de 2013). *Orientaciones teórico-prácticas para la sistematización de experiencias*. Obtenido de Biblioteca Electrónica sobre Sistematización de Experiencia:
http://www.kaidara.org/upload/246/Orientaciones_teorico-practicas_para_sistematizar_experiencias.pdf
- Latorre, A. (2003). *La Investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. (Graó, Barcelona, 2003).
- Martínez Gomez, M., & Marí Benllonch, M. (2010). *Estimación de las principales distribuciones de probabilidad mediante Microsoft Excel*. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALENCIA. Obtenido de
<https://riunet.upv.es/handle/10251/7931>
- MEC. (1989, p. 481). *Diseño Curricular Base – Educación Secundaria Obligatoria - Área de Matemáticas*. Madrid: MEC.
- MEN. (1994). *Ley General de Educación. Ley 115 del 8 de febrero de 1994*. Santafé de Bogotá. Bogotá: Empresa Editorial Universidad Nacional.
- MEN. (1998). *Matemáticas, Lineamientos Curriculares*: Ministerio de Educación Nacional. Bogota, Colombia.

- MEN. (2012). Estandares de Competencias Matemáticas: Ministerio de Educación Nacional. Bogota, Colombia.
- MEN. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje Lenguaje y Matemáticas*.
- Molina, M., Castro, E., & Castro, E. (2006). *UN ACERCAMIENTO A LA INVESTIGACIÓN DE DISEÑO A TRAVÉS DE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA*.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2011). *UN ACERCAMIENTO A LA INVESTIGACIÓN DE DISEÑO A TRAVÉS DE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA*. Universidad de Granada.
- Ordinales, M. (s.f.). *Análisis de una estrategia de formación, Aula Abierta 1*, 41-46 (1995).
- Pedro, G. (s.f). *Tecnología y educación matemática*.
- Pérez Matzen, C. (UMCE, 9-10 de enero de 2003). Modelamiento y Simulación Computacional en la Enseñanza y Aprendizaje de la Física, ponencia en el Congreso Nacional Formación Inicial de Docentes en . Santiago, Chile.
- Rico, L. (., Castro, E., Coriat, M., Marin, A., Puig, L., Sierra, M., & Socas, M. (1997). *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: Ice. Horsori*.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, & P. Gómez (Edits.), Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de Problemas*. Bogota.
- Rico, L. (1996). *Pensamiento Numérico. En F. Hitt (Ed.), Didáctica: Investigaciones en Matemática Educativa. XX Aniversario Departamento de Matemática Educativa CINESTAV-IPN*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rico, L. (1997, 1998). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de Matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22-39.
- Rico, L. (1998c). *La formación didáctico-matemática del profesor. En Oliveras (Ed.), Proceedings of the ICEM 1, (pp. 115-116)*. Granada: Universidad de Granada.

- Rico, L., Castro, E., & Coriat, M. (1997 Capítulos I y II). *Revisión teórica sobre la noción de Currículum*" en L. Rico (edt) *Bases Teóricas del Currículum de Matemáticas en Educación Secundaria*. , Capítulos I y II. Madrid.
- Rico, L., Lupiañez, J. L., & Molina, M. (2013). *ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN, FORMACIÓN DE PROFESORES E INNOVACIÓN CURRICULAR*. Comares, S.L.
- Romberg, T. (1992). *Prespectives on Sholarship and Research Methods*. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Rosado , L., & Ayensa, J. (s.f.). *Enseñanza de la Física en el nuevo Sistema Educativo (UNED, Madrid, 1999)*.
- Vargas A., J. (s/f). *ESTADÍSTICA INFERENCIAL FUNCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETAS: BINOMIAL Y POISSON EJERCICIOS RESUELTOS DE FUNCIONES DE PROBABILIDAD BINOMIAL USANDO TABLAS Y EXCEL*.
Obtenido de <https://es.slideshare.net/justopastoralonzo/ejercicios-resueltosdedistribucic3b3nbinomialypoisonusandotablasexcel>
- Walpole, R., Myers, R., Myers, S., & Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. México: Pearson.
- Wilson, Shulman, & Richter. (1987). *conocimiento del tema (subject matter), conocimiento del contenido pedagógico y conocimiento de currículo*. Bromme.