

*PROGRESO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DEL TRIÁNGULO DE ORO
COLOMBIANO PARA EL PERIODO 2000-2012*

KATHERINE SOTO DIAZ

CODIGO: 0624414



UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

SANTIAGO DE CALI

2015

CONTENIDO

	PAG.
RESUMEN.....	2
INTRODUCCIÓN.....	3
1. ESTADO DEL ARTE.....	5
2. METODOLOGÍA Y DEFINICION DE VARIABLES.....	8
3. CONTEXTO GENERAL DEL TRIANGULO DE ORO	11
3.1 ANTIOQUIA.....	11
3.2 BOGOTA D.C.....	13
3.3 VALLE DEL CAUCA.....	15
4. MARCO EMPIRICO.....	19
5. RESULTADOS.....	23
CONCLUSIONES.....	27
REFERENCIAS.....	29
ANEXOS.....	32

*PROGRESO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DEL TRIÁNGULO DE ORO
COLOMBIANO PARA EL PERIODO 2000-2012*

RESUMEN

La estimación de medidas de eficiencia partiendo de modelos de fronteras de producción estocástica, se remonta al trabajo canónico de Farrell (1957), el cual compara el nivel de producción obtenido, con el nivel de producción potencial de una determinada unidad económica para estimar una medida de eficiencia económica, para luego poder determinar qué variables afectan en mayor o menor medida los niveles de eficiencia logrados por estas unidades. Con este trabajo se busca estimar una medida de eficiencia técnica en la producción para los departamentos de Antioquia, Bogotá y Valle del Cauca entre el 2000 y el 2012. Entre los resultados más destacados se encuentra, que las estructuras productivas en el triángulo de oro, son relativamente homogéneas durante el periodo estudiado.

Palabras clave: Medidas de Eficiencia, Producción.

ABSTRACT

The estimation of efficiency measures based on models of stochastic frontiers, is dated back to the canonical work of Farrell (1957), which compares the obtained output with the potential output of a particular economic unit aiming for a estimation of a measure economic efficiency, to then determine which variables affect a greater or lesser extent efficiency levels achieved by these units. This work seeks to estimate a measure of technical efficiency in production departments of Antioquia, Bogota and Valle del Cauca between 2000 and 2012, among the most prominent results, is found that the production structures in the golden triangle, they are relatively homogeneous during the period.

Keywords: Efficiency Measures, Production.

INTRODUCCIÓN

La estimación de medidas de eficiencia partiendo de modelos de fronteras de producción estocástica, se remonta al trabajo canónico de Farrell (1957), el cual compara el nivel de producción obtenido, con el nivel de producción potencial de una determinada unidad económica para estimar una medida de eficiencia económica, para luego poder determinar qué variables afectan en mayor o menor medida los niveles de eficiencia logrados por estas unidades. Con este trabajo se busca estimar una medida de eficiencia técnica en la producción para los departamentos de Antioquia, Bogotá¹ y Valle del Cauca entre el 2000 y el 2012.

Partiendo de las dinámicas de la producción en los departamentos ya mencionados, vale la pena preguntarse: ¿Los departamentos del triángulo del oro muestran algún tipo de convergencia? Y de ser así, ¿será de tipo condicional o absoluta respecto a la eficiencia productiva? Con este fin se construye la base de datos con información de la Encuesta Anual Manufacturera (EAM), las Cuentas Nacionales Departamentales (CND), los documentos Informes de Coyuntura Económica Regionales (ICER) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). El principal objetivo de este estudio es encontrar los determinantes estadísticos de la eficiencia técnica en la producción de oro de los tres departamentos y su respectiva evolución en el periodo 2000-2012.

Lo anterior se realizará mediante el uso de la herramienta ya anotada de eficiencia técnica usando la frontera estocástica y se desarrollará teniendo en cuenta una revisión bibliográfica de trabajos que ayuden a responder la pregunta principal acerca de las diferencias de los departamentos y sus niveles de eficiencia productiva. Entre los objetivos específicos están:

- Organizar una serie de stock de capital que no ha sido bien estructurada en trabajos relacionados con temas de productividad del triángulo de oro.

¹ Tomando a Bogotá D.C. como departamento.

- Estimar una medida de eficiencia técnica para cada uno de los departamentos de interés para así encontrar las diferencias que existan en este sentido entre los mismos.
- Cuantificar el impacto de las características departamentales sobre las diferencias en los niveles de eficiencia técnica en la producción de los departamentos mencionados durante el periodo estudiado.

De esta manera el estudio se justifica en la medida que brinda la posibilidad de caracterizar los principales determinantes de la producción al tiempo que se estima una medida cuantitativa de eficiencia para dicha producción en los departamentos analizados.

Este trabajo de investigación se divide en las seis siguientes secciones, iniciando por la presente introducción. A continuación está la revisión de la literatura concerniente al tema. Luego se desarrolla una exposición de la metodología con la respectiva definición de variables que serán usadas dentro del ejercicio empírico. Después se mostrará el marco empírico, que expresa las funciones sobre las que se trabajará para estimar tanto los niveles de eficiencia como el peso de las características de producción de los departamentos ya nombrados. Posteriormente, se pasa a mostrar los resultados de las estimaciones y análisis de los mismos. Y por último se encuentran las conclusiones y las referencias bibliográficas.

1. ESTADO DEL ARTE

La estimación de una medida de la eficiencia técnica se debe en buena medida al trabajo pionero de Farrell (1957), trabajo en el cual se propuso la idea de contrastar la producción de una unidad económica, en un lugar y periodo específico, con el máximo producto potencial. La generalidad de este enfoque ha permitido la realización de estudios comparativos alrededor de todo tipo de estructuras productivas de países, estados, regiones, empresas de un mismo sector o en áreas determinadas, que buscan analizar de manera concreta las estructuras productivas de los mismos y así observar sus niveles de eficiencia. De acuerdo con Grosskopf (1993) ignorar el impacto de la tecnología sobre los niveles de eficiencia al usar funciones tan estándares como la Cobb-Douglas puede ocasionar sesgos sobre las medidas de eficiencia estimada, de aquí la necesidad de implementar mejores técnicas de estimación de una medida de eficiencia. El trabajo de Nishimizu & Page (1982) fue uno de los primeros en estimar la eficiencia técnica, el cambio tecnológico y el crecimiento de la productividad para el periodo 1965-1978 en Estados Unidos. Encontrando evidencia que durante el inicio del periodo, la eficiencia mostraba una tendencia creciente, tendencia que se revirtió durante el segundo periodo.

Aigner, Lovell y Smith (1977) y Meeusen y Van den Broeck (1977) propusieron el enfoque de fronteras estocásticas como una forma de incorporar los choques sobre la eficiencia técnica que son exógenos a los productores. La versatilidad de este enfoque de frontera estocástica para medir la eficiencia, ha favorecido la aplicación en numerosos campos, como ejemplo de esto podemos ver que a nivel internacional se tienen trabajos como el de Stevens (2005) quien examina los costos y la eficiencia de 80 instituciones de educación superior en Inglaterra y Gales. Last y Wetzel (2009) quienes analizan la eficiencia de los teatros públicos alemanes entre 1991 al 2006; Block (2010) analiza la evolución de la productividad agrícola en los países de África sub-sahariana desde 1961 hasta la primera

década del 2000, o el de Jiang y Sharp (2014) quienes estiman la eficiencia y sus determinantes en 824 granjas de Nueva Zelanda.

Entre los trabajos realizados en Colombia usando el enfoque de frontera estocástica, tenemos el trabajo de Janna (2003) quien basándose en el trabajo de Battese y Coelli (1995) estiman una frontera estocástica de costos para medir la ineficiencia en el sector bancario entre 1992 y 2002 y ver su comportamiento a lo largo del periodo, al tiempo que tienen en cuenta el impacto de choques exógenos sobre la eficiencia, el autor encuentra mejorías en los costos con una reducción del 63% entre 1992 y el 2002, explicado en parte por la reestructuración del sector bancario luego de la crisis de finales de los noventa.

Muñoz-Mora (2010) estima la función de producción de los cafeteros, utilizando información de la Federación Nacional De Cafeteros (FNC), mostrando los efectos de la incertidumbre y la violencia sobre las decisiones de producción de los pequeños productores de café y por ende sobre la eficiencia técnica de estos mismos, así como la importancia del apoyo institucional de la FNC para mitigar dichos efectos.

En el trabajo de Buchelli y Marín (2012) se mide el desempeño del sector metal-mecánico en Colombia, utilizando datos panel de 12 departamentos entre 1998 y el 2007 con información de la encuesta anual manufacturera (EAM) estimando una frontera trans-logaritmica de costos, encontrando que los niveles de eficiencia cambiaron durante el periodo de estudio debido en parte a la crisis de finales de los 90.

Aguirre (2013) construye un índice de eficiencia para 40 fincas ganaderas de doble propósito (producción de leche y carne) del Programa Modelos Competitivos Sostenibles en ganadería bovina para el año 2009, encontrando que factores como la calidad del suelo y el clima incidían directamente en los altos niveles de eficiencia de las fincas de la costa Caribe, en comparación con fincas de otras regiones.

Becerril y Munguía (2013) utilizan el enfoque de frontera estocástica para estimar el impacto de la apertura económica sobre la convergencia de la eficiencia técnica de Venezuela, Colombia, Perú, Ecuador, Panamá y Brasil, encontrando que hay divergencia debido al uso de los factores productivos, aunque se hayan percibido ganancias de eficiencia en todos los países de la muestra, es decir, se ha evidenciado un mejor uso de los factores productivos, pero cada país lo hace a su propio ritmo, lo que no permite que se cierren brechas de eficiencia técnica.

En general, la enorme variedad de aplicaciones permite apreciar la reproducibilidad del enfoque de frontera estocástica al momento de analizar la eficiencia técnica en cualquier sector productivo; en la siguiente sección se abordan el método de estimación.

2. METODOLOGÍA Y DEFINICIÓN DE VARIABLES

El análisis empírico de las diferencias en términos de eficiencia de producción en el triángulo del oro es presentado mediante insumos (inputs) y productos (output) en la Tabla 1, cabe recordar que esto es para una función Cobb-Douglas².

Tabla 1
Variables para estimar la eficiencia técnica

Variable	Indicador	Sigla	Clase
PIB de los departamentos	Logaritmo del PIB	LN Y	OUTPUT
Población ocupada ³	Logaritmo de la Población ocupada	LN L	INPUT
Productividad total de los factores	Logaritmo del total de activos	LN K	INPUT

De esta manera para hacer uso de la función de producción de tipo translogaritmica, se transforman algunas variables y se adicionan otras, tal que se puedan calcular las elasticidades de sustitución de factores junto con el efecto posible que llegue a tener el tiempo dentro de la estimación, es decir, qué tanto se puede sustituir el uso del capital por el uso de trabajadores dentro de la producción y si esto llega a variar en el tiempo. Esto se puede observar en la Tabla 2. Es menester aclarar que se trata no de una muestra longitudinal sino de un panel de datos, que permite entre otras cosas, observar el cambio en el tiempo⁴ y si la eficiencia es convergente o no.

$$SCN = \frac{FBKF}{\gamma + \delta} \quad q(1 *)$$

² Función de producción con elasticidades de sustitución de factores unitaria, se expresa mediante la forma $Y = K^{\alpha}L^{\beta}$.

³ Es la población económicamente activa multiplicada por la tasa de empleo que se presenta en la ciudad para el año entero.

⁴ El cambio en la eficiencia técnica se establece mediante la ecuación $\delta \exp\{-\delta(t - T)\}u_i$

Donde,

SCN = Stock de capital neto

$FBKF$ = Formación bruta de capital fijo

γ = Crecimiento promedio estimado del stock de capital neto

δ = Tasa de depreciación promedio de los activos que conforman la FBCF

Siguiendo a Cardozo y Orozco (2013) se estima γ a partir del crecimiento del valor agregado del capital, al tiempo que tomamos un referente latinoamericano para el promedio de la depreciación del capital agregado δ calculado a partir del trabajo de Pérez (2003).

Tabla 2

Variables para estimar la eficiencia técnica con la función translogaritmica

Variable	Sigla	Clase
PIB de los departamentos	LNY	OUTPUT
Población ocupada	LNL	INPUT
Capital fijo de los departamentos	LNK	INPUT
T	α_t	INPUT
$0,5*(LnK)^2$	α_{kk}	INPUT
$0,5*(LnL)^2$	α_{ll}	INPUT
$0.5*(T)$	α_{tt}	INPUT
$(LnK)*(LnL)$	α_{kl}	INPUT
$T*(LnK)$	α_{kt}	INPUT
$T*(LnL)$	α_{lt}	INPUT

La fuente principal de información es el Departamento Administrativo Nacional de Estadística de Colombia (DANE), y se trata a Bogotá como un departamento dada la participación dentro del producto interno bruto colombiano

Los informes ICER que se han elaborado para los distintos departamentos del país son los que permiten desarrollar la serie de Formación Bruta de Capital Fijo (FBKF)⁵. Este Informe de Coyuntura Económica Regional realizado para los departamentos del país mediante un convenio interinstitucional entre el DANE y el Banco de la República; se debe aclarar que la serie no abarca a todos los departamentos del país para todos los periodos. Lo anterior es un aporte de este trabajo de investigación, pues en Colombia no se han desarrollado trabajos que midan la eficiencia a partir de una variable real de capital; no obstante cabe resaltar el hecho de que la (FBKF) es un flujo y dentro de la teoría que se establece para el cálculo de la eficiencia técnica, se requiere de un stock de capital (Farrell, 1957). De esta manera se debe usar la serie para calcular el stock de capital y así realizar de manera apropiada la estimación.

En cuanto a la mano de obra y tratándose de unidades productivas o departamentos, se tiene a la población económicamente activa de estos y se multiplica por el factor de población empleada para cada año. Es así como se tienen las tres variables básicas para determinar el nivel de eficiencia técnica de producción y de esta manera estimar el panel de datos sobre diversas variables que se analizarán con posterioridad. Ahora se mostrarán datos sobre los departamentos analizados en este estudio.

⁵ Esta serie corresponde al consolidado de la inversión realizada para infraestructura y adquisición de activos fijos.

3. CONTEXTO GENERAL DEL TRIÁNGULO DE ORO

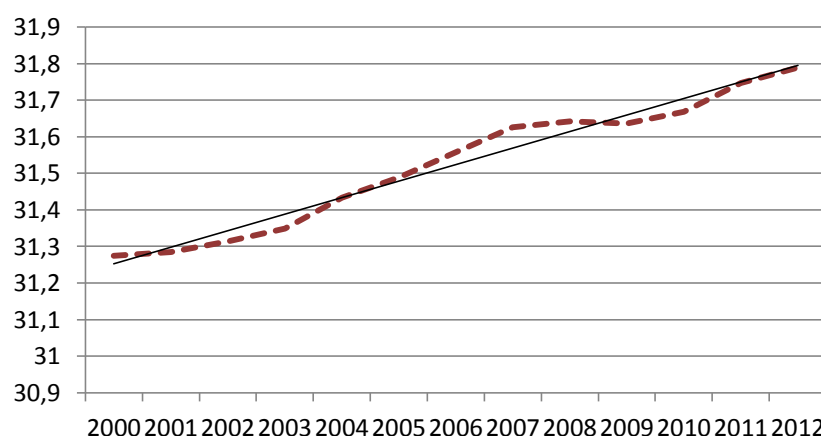
A continuación se expone el comportamiento de las variables usadas en la estimación, se toman variables agregadas de producción, capital y empleo, dado que el interés de esta investigación se encuentra en analizar el nivel general de eficiencia sin discriminar entre sector formal e informal de la economía .

3.1 Antioquia

En el departamento de Antioquia la industria manufacturera según el CER ha venido recuperándose pues creció 7,9%, gracias al subsector resto de la industria que mostró un crecimiento cercano 13%, superior al 10,5% que registró en el año 2010. De esta manera para el periodo analizado, se pasó de un PIB en el 2000 de \$3.824.400 miles de millones a \$6.400.000 miles de millones (Interadministrativo, 2014). La tendencia que se presenta en el Gráfico 1 es positiva y su incremento es del 4% aproximadamente para los trece años.

Gráfico 1

Comportamiento del PIB en logaritmos



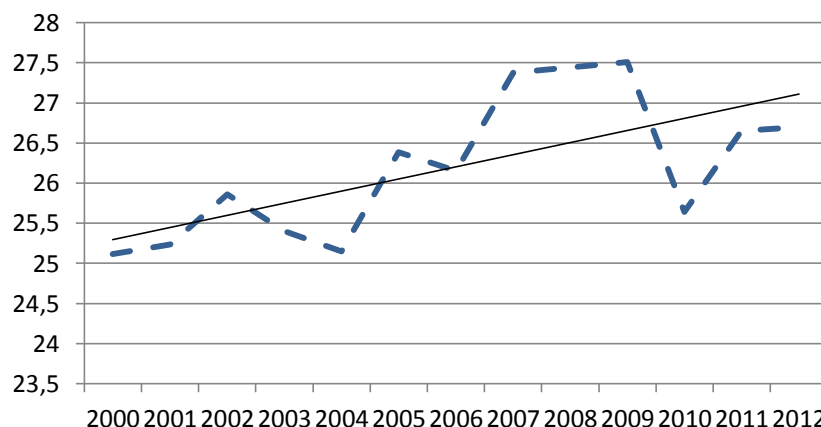
Fuente: ICER (2000-2012) adaptado por el autor

La formación bruta de capital fijo (*FBKF*) es la variables que permite hacer una evaluación más precisa de los componentes de capital que existen dentro de las

regiones, es decir, permite conocer cuál es y será, el estado de aspectos claves para la economía regional como las carreteras, la maquinaria de la industria o de la agricultura entre otras. De esta manera, se tiene el flujo de inversión, pero se convierte en stock mediante el método expuesto por metodología de Harberger (1972) y que se especificará más adelante. Así se pasó de un stock en el 2000 de \$81.081.818.182 **(PCO)** a \$303.683.000.000 **(PCO)** aproximadamente en el departamento de Antioquia⁶, la tendencia de este stock es positiva y se representa en el Gráfico 2, teniendo cifras cercanas al 19% para el periodo observado.

Gráfico 2

Comportamiento del Stock de capital en logaritmos

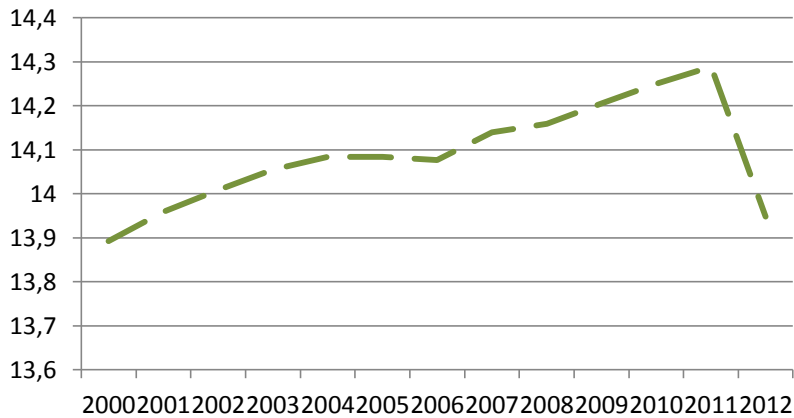


Fuente: ICER (2000-2012) adaptado por el autor

En términos de empleo se dio un aumento del 1,7% en la población en edad de trabajar entre el 2011 y el 2012. De este total, el 65,6% correspondió a personas económicamente activas con 1.900.000 personas. El mercado laboral en el área metropolitana muestra en 2012 una tasa de desempleo de 12,4%, superior en 0,2% respecto al año inmediatamente anterior (Interadministrativo II, 2013). Y en términos reales, se pasó de 1.080.000 personas ocupadas a 1.142.000 ocupados, lo que muestra un incremento del 5,7% para el periodo analizado (Gráfico 3).

⁶ Informe de Coyuntura Regional del Departamento de Antioquia 2012

Gráfico 3
Comportamiento de la población ocupada en logaritmos

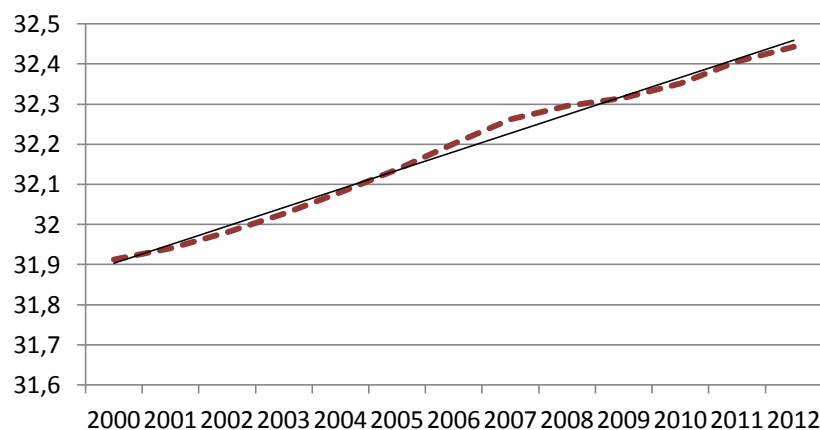


Fuente: ICER (2000-2012) adaptado por el autor

3.2 Bogotá D.C.

En cuanto a Bogotá D.C. para la serie de años 2000 – 2012, históricamente es un referente de crecimiento del país, ya que en este se refleja la evolución de la economía del país, registrando incrementos por encima del promedio nacional para varios años con mínimos del 0,12 % y del 1,6 %. Lo anterior mantiene la tendencia hasta el presente. Para los años 2011 y 2012 el crecimiento de Bogotá D.C siguió la misma directriz del comportamiento del PIB en logaritmos, la tendencia es claramente positiva cercana al 4% para todo el periodo observado, teniendo en cuenta que está en logaritmos y se muestra en el Gráfico 4.

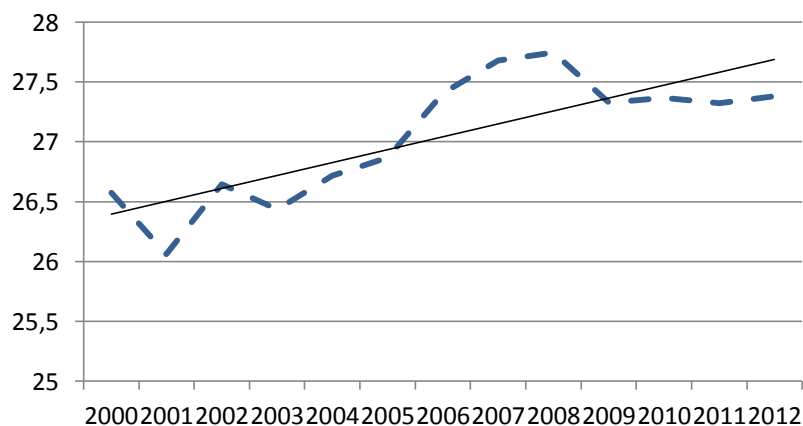
Gráfico 4
Comportamiento del PIB en logaritmos



Fuente: ICER Bogotá-Cundinamarca (2000-2012) adaptado por el autor

En cuanto al stock de capital, dadas las aclaraciones presentadas con anterioridad, cabe resaltar que en términos de logaritmos, el incremento fue del 3% para el periodo 2000-2012; lo que es a su vez un incremento de \$347.451.000.000 **(PCO)** hasta \$780.051.000.000 **(PCO)**. La tendencia como se muestra en el Gráfico 5 es positiva con incrementos cercanos al 10% para todo el periodo mostrado.

Gráfico 5
Comportamiento del Stock de capital en logaritmos

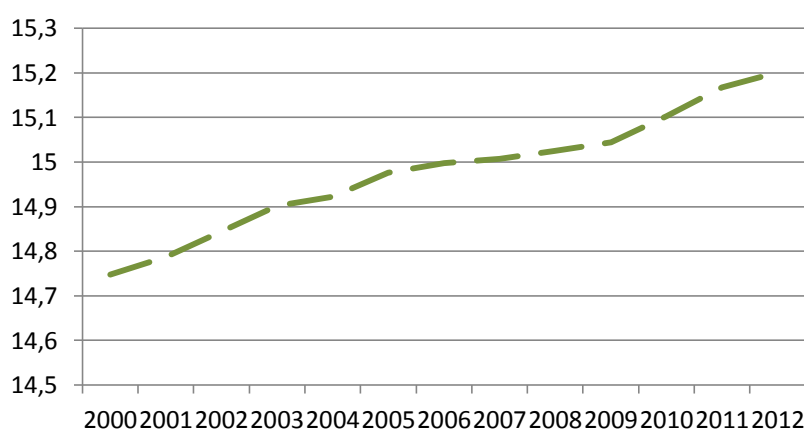


Fuente: ICER Bogotá-Cundinamarca (2000-2012) adaptado por el autor

Bogotá D.C. ubicó su tasa de ocupación en el año 2012 en 65,2%, superior en 51.1 % a 2011. Esta fue la tasa más alta en el conjunto de las 24 ciudades, siendo superior al total en 5,6 %. Es de señalar que esta tasa de ocupación para la ciudad representó un total de 3.994.000 personas ubicadas laboralmente. Y el comportamiento para el periodo analizado pasó de 2.540.000 ocupados hasta la cifra ya mencionada del 2012 (Gráfico 6).

Gráfico 6

Comportamiento de la población ocupada en logaritmos



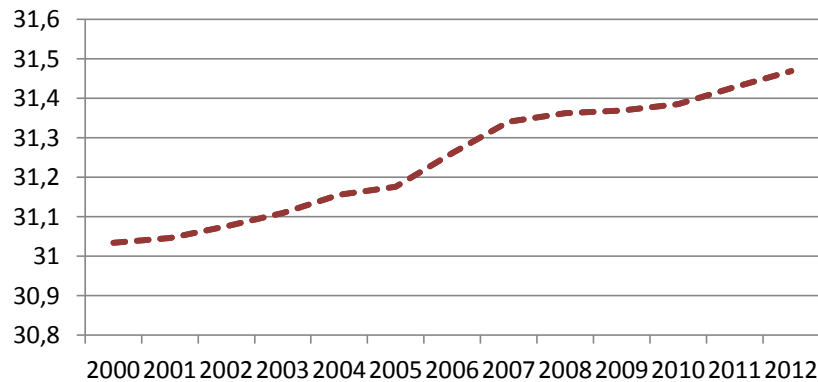
Fuente: ICER Bogotá-Cundinamarca (2000-2012) adaptado por el autor

3.3 Valle del Cauca

Para el Valle del Cauca, el PIB en 2011, ascendió a \$58.615 **(PCO)** miles de millones, lo que le representó un incremento de 4,6% respecto al 2010; no obstante, para todo el periodo analizado, el incremento en logaritmos fue de 1.4% o pasó de ser \$30.047 **(PCO)** miles de millones a \$46.341 **(PCO)** miles de millones en el año 2012 (Gráfico 7).

Gráfico 7

Comportamiento del PIB en logaritmos

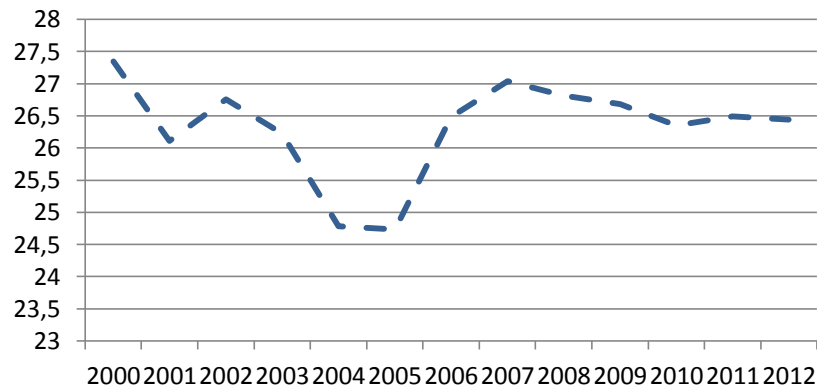


Fuente: ICER Valle del Cauca (2000-2012) adaptado por el autor

En lo correspondiente al Stock de capital fijo del departamento del Valle del Cauca, tiene un comportamiento que se puede resumir por su disminución en un 3% desde los datos presentados en logaritmos; no obstante en términos monetarios y para mayor claridad del lector, se pasó de un stock de capital equivalente a \$750.000 millones (**PCO**) hasta llegar a \$303.683 millones (**PCO**) lo que permite deducir un gran nivel de degradación del capital existente y la no sustitución del mismo para el periodo analizado y que se representa mejor mediante el Gráfico 8.

Gráfico 8

Comportamiento del Stock de capital en logaritmos

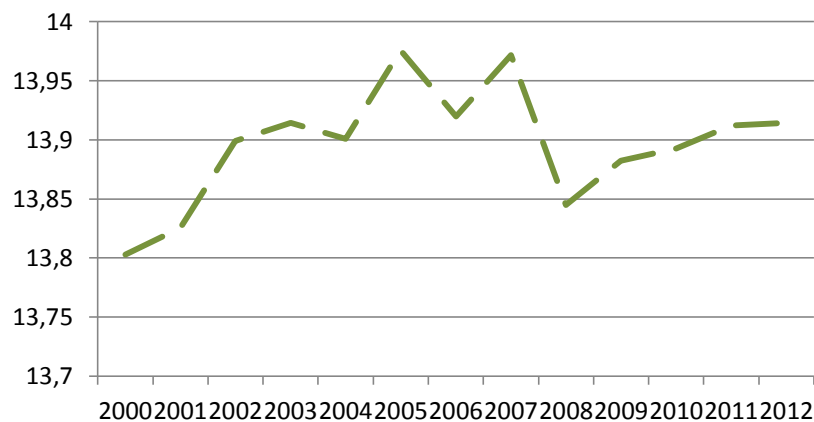


Fuente: ICER Valle del Cauca (2000-2012) adaptado por el autor

En cuanto a la población ocupada, el departamento del Valle del Cauca, registró la tendencia de los otros dos departamentos y fue creciente; esto se puede deber a incrementos de la población, pero en cuanto al interés de este estudio, es menester recalcar que hubo un incremento de 11% en términos reales para el periodo 2000-2012 (Gráfico 9).

Gráfico 9

Comportamiento de la población ocupada en logaritmos



Fuente: ICER Valle del Cauca (2000-2012) adaptado por el autor

De esta manera se presentó un análisis general de la situación en cuanto a las variables representativas de la producción de los departamentos. Lo anterior nos muestra el panorama y el comportamiento productivo de los departamentos que en efecto muestran que hacen parte de un triángulo de oro para Colombia. Así, se puede conocer que aunque producen gran parte de todo lo que se realiza en el país, no sabemos cuál es la diferencia en términos de productividad entre estos departamentos, cuál lo hace usando la menor cantidad de recursos y cuáles “despilfarran” sus insumos a la hora de producir, para así entender cuáles deberían ser las dinámicas productivas del resto del país. Ahora se desarrollará el marco empírico.

4. MARCO EMPÍRICO

Antes de exponer el modelo sobre el cual se realizarán las estimaciones, se presenta un poco de la teoría que está alrededor de las medidas de eficiencia de la producción relativa o eficiencia técnica mediante frontera estocástica. De esta manera, se trabajará con la base de un solo producto que es el PIB de las unidades económicas (en este caso departamentos) y de varios insumos que provienen de la información que ofrece el DANE sobre valor agregado en varias ramas de producción de los departamentos analizados (Tabla 6).

De esta manera una buena forma de definir la eficiencia es la formal según Koopmans (1951)

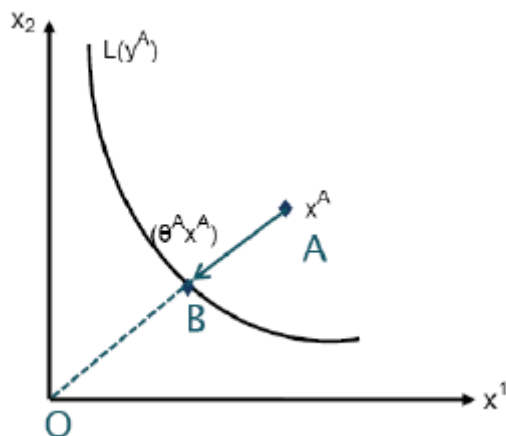
- Un productor es técnicamente eficiente, si un incremento de cualquier producto requiere una reducción en cualquier otro producto (manteniendo los insumos constantes).
- Manteniendo el vector de productos fijo, un vector de insumos es técnicamente eficiente, si y solo si, no es posible reducir cualquier insumo (manteniendo los otros constantes).

Así, un productor técnicamente ineficiente podría producir los mismos productos con menos insumos (al menos de un insumo), o podría usar los mismos insumos para producir más (al menos de un producto), lo que transferido al contexto de las regiones, implica que para un determinado nivel de producción, se asocian unos niveles de insumo que pueden ser mejor o peor aprovechados dependiendo del nivel de eficiencia asociado a la acción de producir.

Es así como $ET(X_A, Y_A)$ mide la máxima contracción radial de X_A (reducción equiproporcional de ambos insumos) que permite continuar con la misma producción de Y_A . Mediante estas medidas, se puede conocer si una firma podría reducir en un determinado porcentaje el uso de sus recursos para obtener idéntico nivel de producción (Gráfico 10).

Gráfico 10

Medidas de eficiencia para múltiples insumos y un solo producto



Fuente: Realizado por el autor

La letra A representa la producción que se puede llegar a lograr en términos relativos; mientras que la letra B, representa la producción que en efecto se logra obtener en el ejercicio productivo por parte de una empresa, que en este caso es un departamento. Se muestra la estructura de las funciones que se usarán para las estimaciones pertinentes; de esta manera se considera una función de producción usada mediante datos panel que se ha expresado en trabajos previos de manera completa (Cardozo & Orozco, 2013) y que aquí solo se muestra como ejercicio de complemento pues el trabajo de investigación es empírico y no busca aportar a la metodología ya estructurada para el análisis de las fronteras estocásticas.

$$Y_{it} = f(x_{jit}; \alpha) \exp(\varepsilon_{it}) q(1)$$

Donde i representa los departamentos en forma de corte transversal y t los años

Y_{it} : es el producto la i -ésima unidad, en el periodo t ,

x_{jit} : representa el j -ésimo producto del departamento, $j=1, 2, 3, \dots, J$,

α : es un vector de parámetros desconocidos.

ε_{it} : El término de error comprende el error aleatorio v_{it} y una medida de ineficiencia u_{it} tal que $\varepsilon_{it} = v_{it} + u_{it}$,

Se supone que el error v_{it} tiene media cero y varianza σ_v^2 , así mismo se trunca u_{it} , dado que no hay insumos negativos. Battese y Coelli (1995) partiendo de un modelo de datos panel definen una medida de eficiencia técnica que cambia en el tiempo⁷, tal que u_{it} se redefine para dar cabida a la variabilidad en el tiempo (ecuación 2).

$$u_{it} = \eta_t u_i \quad q(2)$$

Dónde de acuerdo a Battese y Coelli (1988) $\eta_t = \exp\{-\delta(t - T)\}$ y δ es un parámetro que mide el nivel de eficiencia.

$$TE_{it} = E(\exp(-u_{it})|\varepsilon_i) \quad q(3)$$

$$= \frac{\left[1 - \varphi \left(\eta_t \sigma_* - \left(\mu_{*i} / \sigma_* \right) \right) \right]}{\left[1 - \varphi \left(- \left(\mu_{*i} / \sigma_* \right) \right) \right]} \exp\{-\eta_t \mu_{*i} + 0.5 \eta_t^2 \sigma_*^2\} \quad q(4)$$

Dónde

$$\mu_{*i} = \left[\frac{\mu \sigma_v^2 - \eta \varepsilon_i \sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \eta \sigma_u^2} \right] \quad q(5)$$

⁷ Tomado de Battese y Coelli (1992), especificación de la variación de la eficiencia técnica en el tiempo.

$$\sigma_*^2 = \left[\frac{\sigma_u^2 \sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \eta' \eta \sigma_u^2} \right] \quad q(6)$$

Se tiene $\eta' = (\eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \dots \eta_T)$ y $\varphi(\cdot)$ es la función de distribución acumulada normal. Siguiendo la literatura, se usa una función de producción translogaritmica con dos insumos, (k) capital y (L) trabajo.

$$\begin{aligned} \ln Y_{it} = & \alpha_0 + \alpha_k * \ln(K_{it}) + \alpha_L * \ln(L_{it}) + \alpha_t * t + 1/2[\alpha_{kk} * (\ln(K_{it}))^2 \\ & + \alpha_{ll} * (\ln(L_{it}))^2 + \alpha_{tt} * t^2] + \alpha_{kl} * \ln(K_{it})\ln(L_{it}) + \alpha_{kt} \\ & * t\ln(K_{it}) + \alpha_{lt} * t\ln(L_{it}) + v_{it} - u_{it} \quad q(7) \end{aligned}$$

La anterior ecuación es la representación de la función de producción. Dónde $i = 1, \dots, 3$ y $t = 1, \dots, 13$ ahora bien, para estimar los determinantes de la ineficiencia técnica, se estima la ecuación 8.

$$\begin{aligned} ETD_{it} = & \beta_0 + \beta_1 * z_{1it} + \beta_2 * z_{2it} + \beta_3 * z_{3it} + \dots + \beta_n * z_{nit} \\ & + \xi_{it} \quad q(8) \end{aligned}$$

Donde ETD_{it} es la medida de la ineficiencia y nuestra variable dependiente entre el 2000 y el 2012. y z_{nit} son los n determinantes, los betas son los coeficientes que esperan ser estimados y ξ_{it} el término de error, suponiendo que está idéntica e independientemente distribuido (*iid*) con media igual a cero y varianza σ_ξ^2 .

5. RESULTADOS

Los primeros resultados corresponden a estimaciones de la función translogaritmica, donde se expresan los coeficientes y su significancia frente a la explicación del comportamiento del producto (Tabla 7).

Tabla 7
Estimaciones de eficiencia

Año	Antioquia	Bogotá D.C.	Valle del Cauca
2000	0.98983	0.98834	0.98948
2001	0.98960	0.98824	0.98821
2002	0.98977	0.98873	0.98762
2003	0.98934	0.98849	0.98726
2004	0.99017	0.98910	0.98803
2005	0.99052	0.98908	0.98698
2006	0.99125	0.98935	0.98824
2007	0.99021	0.98962	0.98764
2008	0.98935	0.98931	0.98925
2009	0.98748	0.98939	0.98816
2010	0.98999	0.98873	0.98806
2011	0.98849	0.98853	0.98749
2012	0.99182	0.98817	0.98751
Promedio	0.98983	0.98885	0.98799

Fuente: Cálculos propios

Resulta desconcertante observar cómo los departamentos tienen niveles de eficiencia técnica relativa, extremadamente semejantes, algo distinto a los resultados obtenidos en otros trabajos relacionados con departamentos colombianos (Cardozo & Orozco, 2013) donde Bogotá D.C. está alejado de Antioquia y del Valle del Cauca, en al menos por 10 unidades de eficiencia. Lo anterior se puede deber a que este trabajo tomó la cantidad de activos como proxy del capital fijo; mientras la investigación aquí desarrollada logra obtener la serie de stock de capital a partir del flujo de inversión o (*FBKF*).

Por medio de un análisis exploratorio sobre regresiones auxiliares, en las que se contrastaba el nivel significancia estadística se escogen los sectores que resultan

ser más preponderantes a la hora de definir el nivel de eficiencia que le corresponde a los departamentos que se están analizando. Ahora se muestran las regresiones realizadas a las distintas ramas de actividad, que a su vez se definen en distintas variables; lo anterior muestra entonces como la eficiencia de la producción va a depender, o no, de estas variables independientes relacionadas con la industria y la extracción.

Siguiendo a Wooldridge (2002), a todas las regresiones se les realiza la prueba de especificación de Hausman (ver anexos), para determinar si hay diferencias significativas entre los estimadores de efectos fijos y aleatorios. En todos los casos se encuentra que no hay diferencias sistemáticas entre los estimadores ya mencionados, tampoco se encuentran indicios de problemas de autocorrelación y heterocedasticidad, por lo que se escoge el método de efectos aleatorios⁸.

Tabla 8
Resultados extracción

. xtreg Eficiencia var9 var10 var11 var12						
Random-effects GLS regression				Number of obs	=	39
Group variable: Departamento				Number of groups	=	3
R-sq:	within	=	0.1418	Obs per group:	min	= 13
	between	=	0.9844		avg	= 13.0
	overall	=	0.5418		max	= 13
Random effects u_i ~ Gaussian				wald chi2(4)	=	40.20
corr(u_i, x) = 0 (assumed)				Prob > chi2	=	0.0000
Eficiencia	Coef.	Std. Err.	z	P> z 	[95% Conf. Interval]	
var9	-.0000102	.0000116	-0.88	0.379	-.0000329	.0000125
var10	3.91e-06	1.40e-06	2.79	0.005	1.16e-06	6.67e-06
var11	-2.01e-07	1.74e-06	-0.12	0.908	-3.61e-06	3.21e-06
var12	3.28e-06	1.94e-06	1.69	0.091	-5.23e-07	7.08e-06
_cons	.987944	.0003846	2568.99	0.000	.9871903	.9886978
sigma_u	0					
sigma_e	.00078077					
rho	0	(fraction of variance due to u_i)				

Fuente: cálculos propios

⁸ Para una exposición más detallada de estos métodos se recomienda ver Wooldridge (2012)

De esta manera en la rama de la extracción y el uso de los minerales, las variables que resultaron ser significativas son (Var10 y Var 12) las de “Extracción de petróleo crudo y de gas natural; actividades de servicios relacionadas con la extracción de petróleo y de gas, excepto las actividades de prospección” y “Extracción de minerales no metálicos” es tal como se mostró en la tabla de resultados 8. De esta manera se evidencia tanto la importancia de petróleo y gas, como de los materiales de construcción, lo que muestra las bases de sectores tan importantes como los hidrocarburos y la expansión física de las ciudades y de sus conexiones viales.

En lo correspondiente al uso y aprovechamiento de los servicios públicos, se tiene que la variable (**Var13**) que resulta ser significativa es “valor agregado de la Industria Manufacturera” la cual termina siendo una característica de los tres departamentos analizados dentro de su estructura productiva general (Tabla de resultados 9).

Tabla 9
Resultados de industria

. xtreg Eficiencia var13 var14 var15						
Random-effects GLS regression			Number of obs		=	39
Group variable: Departamento			Number of groups		=	3
R-sq: within = 0.0541			Obs per group: min		=	13
between = 0.9840			avg		=	13.0
overall = 0.4495			max		=	13
Random effects u_i ~ Gaussian			wald chi2(3)		=	28.58
corr(u_i, x) = 0 (assumed)			Prob > chi2		=	0.0000
Eficiencia	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
var13	4.50e-07	2.54e-07	1.78	0.076	-4.67e-08	9.48e-07
var14	7.20e-07	4.65e-07	1.55	0.122	-1.92e-07	1.63e-06
var15	-6.13e-06	3.84e-06	-1.59	0.111	-.0000137	1.40e-06
_cons	.9855126	.0009317	1057.75	0.000	.9836865	.9873387
sigma_u	0					
sigma_e	.00079848					
rho	0	(fraction of variance due to u_i)				

Fuente: cálculos propios

Tabla 10
Resultados de industria

```
. xtreg Eficiencia var21 var22 var23 var24 var25

Random-effects GLS regression           Number of obs   =        39
Group variable: Departamento           Number of groups  =         3

R-sq:  within = 0.0066                  Obs per group: min =        13
      between = 0.9988                  avg           =       13.0
      overall  = 0.4794                  max           =        13

Random effects u_i ~ Gaussian           wald chi2(5)      =       30.39
corr(u_i, X) = 0 (assumed)             Prob > chi2       =       0.0000
```

Eficiencia	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
var21	-5.84e-07	2.34e-06	-0.25	0.803	-5.17e-06	4.00e-06
var22	1.57e-07	1.26e-06	0.12	0.901	-2.31e-06	2.62e-06
var23	.0000243	.0000138	1.76	0.078	-2.76e-06	.0000513
var24	2.25e-06	1.47e-06	1.53	0.127	-6.37e-07	5.14e-06
var25	-1.82e-06	6.07e-06	-0.30	0.764	-.0000137	.0000101
_cons	.9884262	.0009025	1095.18	0.000	.9866572	.9901951
sigma_u	0					
sigma_e	.00085785					
rho	0	(fraction of variance due to u_i)				

Fuente: cálculos propios

Respecto a la conectividad de los departamentos analizados y el valor que esta les genera, la variables que resulta realmente importante y significativa es la (**Var23**), es decir “*Transporte por vía aérea*” lo que dice mucho respecto al papel de los puertos, y de cómo estos no son tan importantes, debido evidentemente a que ninguno de los departamentos analizados tiene como eje de desarrollo sus costas⁹.

⁹ Con excepción de Bogotá D.C. que no tiene costa al mar.

CONCLUSIONES

Los departamentos de Antioquia, Valle del Cauca y el distrito capital efectivamente son un triángulo de oro en cuanto a la producción en Colombia. Lo anterior se debe al gran nivel de producción que estos generan y a la gran población que abarcan. Además estos componentes junto con el de capital en stock, han crecido de manera constante¹⁰ para demostrar de esta manera, las similitudes del comportamiento de las principales regiones dentro del país.

En cuanto a los resultados que se obtuvieron, las diferencias entre estos departamentos en términos del nivel de aprovechamiento de los insumos de capital y de trabajo, termina siendo muy semejante, tanto así que los tres se encontrarían prácticamente sobre la frontera de productividad asociada a la estimación de eficiencia técnica relativa. Lo anterior hace innecesario el procedimiento de examinar la PTF puesto que la varianza entre periodos y entre departamentos es casi igual a cero, con lo que no se podrían justificar cambios tecnológicos o de escala en las regiones, con excepción del Valle que aunque muestra una baja en un insumo, mantiene el nivel de aprovechamiento de los mismos en el tiempo.

Al tener como pregunta principal del estudio ¿El triángulo de oro en producción de Colombia está convergiendo condicional o absolutamente en términos de la eficiencia productiva? Pues no es posible por ausencia de varianza determinarla, además es casi el mismo comportamiento desde el inicio del periodo examinado. Respecto al objetivo planteado, se puede decir que al analizar el desempeño productivo de tres departamentos para el periodo 2000-2012, este es semejante como ya se mencionó y que de los distintos posibles causantes de las pequeñas diferencias en eficiencia entre los departamentos, se encuentran el *Transporte por vía aérea*, Extracción de petróleo crudo y de gas natural (y todos los encadenamientos asociados a estos), excepto las actividades de prospección” y

¹⁰ Con excepción del Valle del Cauca que en el stock, presentó un decrecimiento

“Extracción de minerales no metálicos” y el “valor agregado de la Industria Manufacturera”.

Respecto a la hipótesis central del estudio sobre la no existencia de diferencias considerables en el aprovechamiento de los insumos de capital y trabajo entre estos departamentos, pues se podría dar un fenómeno de “desbordamiento del conocimiento” dentro del país, haciendo que se homogenice la estructura de productividad. Se puede decir que en efecto no existen esas diferencias considerables y que por el contrario son comportamientos idénticos; aunque no podríamos asegurar que esto se deba exclusivamente a un desbordamiento o efecto goteo del conocimiento hacia la periferia desde el distrito capital.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aigner, Lovell & Schimdt, (1977). "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models", Journal of Econometrics, Vol. 6, pp. 21-37.

Aguirre, L. (2013). Eficiencia Técnica Del Sector Ganadero, Una Aplicación Del Método De Frontera Estocástica. Tesis para optar por el título de economista en la universidad del valle

Battese, G., Coelli, T. (1988). "Prediction of firm-level technical efficiencies with a generalised production function and panel data". Journal of Econometrics 38, 387-399.

Battese, G., Coelli, T. (1995). "A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data". Empirical Economics 20, 325-332.

Buchelli G.A. y Marín, J.J. (2012). Estimación de la eficiencia del sector metalmecánico en Colombia: análisis de la frontera estocástica. Cuadernos de Economía, 31(58), 257-286.

Becerril, O. y Munguía, G. (2013). Efecto de la globalización sobre la eficiencia técnica en el contexto regional de Colombia. AD-minister,. Número 22

Steven Block, 2010. The Decline and Rise of Agricultural Productivity in Sub-Saharan Africa Since 1961. NBER Working Papers 16481

Cardozo, F. J., & Orozco, O. (2013). Características que determinan el desarrollo económico, la disminución de las desigualdades y la reducción de la pobreza en los departamentos del país. *Cultura Investigativa*.

Coelli, T., Perelman, S., Romano, E. (1999). "Accounting for environmental influences in stochastic frontier models: With application to international airlines". Journal of Productivity Analysis 11, 251-273.

Coelli, T.(1996) A guide to frontier version 4.1: a computer program for stochastic Frontier production and cost function estimation, CEPA Working Paper 96/07, , Center for Efficiency and Productivity Analysis, University of New England, Armidale.

Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 253-281.

Grosskopf, S. (1993). Efficiency and Productivity. *On Fried HO and SS Schmidt (eds.) the Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, 160-194. Harberger, A. (1972), *Project Evaluation*, University of Chicago Press,

Interadministrativo II, C. (2013). *Informe de Coyuntura Regional Departamento de Antioquia*. Bogota D.C.: DANE- Banco de la Republica.

Interadministrativo, C. (2014). *Informe de Coyuntura Regional Departamento de Antioquia*. Bogota D.C.: DANE-Banco de la Republica.

Janna, M. (2003). Eficiencia En Costos, Cambios En Las Condiciones Generales Del Mercado Y Crisis En La Banca Colombiana: 1992-2002, Banco De La Republica Borradores De Economía N° 260

Jiang, N. & Sharp, B. (2014). Cost Efficiency of Dairy Farming in New Zealand: A Stochastic Frontier Analysis. *Agricultural and Resource Economics Review* 43/3 pag 406–418

Last, A. & Wetzel, H. (2009). The Efficiency of German Public Theaters: A Stochastic Frontier Analysis Approach. Working Paper Series in Economics, Institute of Economics, University of Lüneburg.

Meeusen & Van Der Broeck., (1977). “Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error”, *International Economic Review*, Vol.18, pp. 435-44.

Muñoz-Mora, J.C. (2010). Los Caminos Del Café: Aproximación A La Relación Entre El Conflicto Armado Rural Y La Producción Cafetera Colombiana. *Ensayos Sobre Política Económica*, Vol. 28, Núm. 63 Pag. 14-65

Nishimizu, M., & Page, J. (1982). Total Factor Productivity Growth, Technological Progress and Technical Efficiency Change: Dimensions of Productivity Change in Yugoslavia. *Economic Journal* 92, 920-936.

Pérez, L. (2003), “STOCK DE CAPITAL DE LA ECONOMÍA CHILENA Y SU DISTRIBUCIÓN SECTORIAL”, Central Bank of Chile Working Papers, N° 233.

Stevens, P. A. (2005), A Stochastic Frontier Analysis of English and Welsh Universities, *Education Economics*, Vol. 13(4), pag 355-374.

WOOLDRIDGE, J. M. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, second edition, The MIT Press,. p 247-291.

Anexos

1.

Test: Ho: difference in coefficients not systematic

$$\begin{aligned} \chi^2(4) &= (b-B)'[(V_b-V_B)^{-1}](b-B) \\ &= 2.31 \\ \text{Prob}>\chi^2 &= 0.6797 \\ (V_b-V_B &\text{ is not positive definite}) \end{aligned}$$

2.

Test: Ho: difference in coefficients not systematic

$$\begin{aligned} \chi^2(3) &= (b-B)'[(V_b-V_B)^{-1}](b-B) \\ &= 6.70 \\ \text{Prob}>\chi^2 &= 0.0822 \\ (V_b-V_B &\text{ is not positive definite}) \end{aligned}$$

Tabla 1

Año	Departamento	PIB	Formación de Capital	Trabajo
2000	Antioquia	38244	62433000000	1080000
2001	Antioquia	38607	70345000000	1154000
2002	Antioquia	39777	1.3124E+11	1213000
2003	Antioquia	41172	82689419795	1269827
2004	Antioquia	44802	64562929062	1307833
2005	Antioquia	47342	2.21E+11	1308416
2006	Antioquia	50737	1.76E+11	1298310
2007	Antioquia	54298	5.95054E+11	1383000
2008	Antioquia	55215	6.38E+11	1410000
2009	Antioquia	54859	6.8266E+11	1476000
2010	Antioquia	56673	1.05E+11	1543000
2011	Antioquia	61324	2.8857E+11	1605000
2012	Antioquia	63973	3.02999E+11	1142359.2

Tabla 2

Año	Departamento	PIB	Formación de Capital	Trabajo
2000	Bogotá D. C.	72362	1.3551E+11	2540000
2001	Bogotá D. C.	74382	8.1092E+10	2643000
2002	Bogotá D. C.	77434	1.4573E+11	2799000
2003	Bogotá D. C.	81116	1.1803E+11	2965000
2004	Bogotá D. C.	85535	1.5593E+11	3024000
2005	Bogotá D. C.	90598	1.8155E+11	3191000
2006	Bogotá D. C.	96579	3.1155E+11	3262000
2007	Bogotá D. C.	102688	4.0883E+11	3293000
2008	Bogotá D. C.	106061	4.3745E+11	3353000
2009	Bogotá D. C.	108283	2.8745E+11	3418000
2010	Bogotá D. C.	112169	2.9895E+11	3623000
2011	Bogotá D. C.	118514	2.87E+11	3862000
2012	Bogotá D. C.	122886	3.0422E+11	3994000

Tabla 3

Año	Departamento	PIB	Formación de Capital	Trabajo
2000	Valle	30047	3E+11	987650
2001	Valle	30409	8.734E+10	1010230
2002	Valle	31328	1.6703E+11	1087000
2003	Valle	32402	9.8E+10	1104000
2004	Valle	33944	2.3245E+10	1089000
2005	Valle	34641	2.209E+10	1173767
2006	Valle	37717	1.2721E+11	1110000
2007	Valle	40810	2.2137E+11	1169000
2008	Valle	41718	1.7613E+11	1030000
2009	Valle	42019	1.5483E+11	1069000
2010	Valle	42680	1.1144E+11	1080000
2011	Valle	44596	1.274E+11	1101600
2012	Valle	46431	1.2147E+11	1103803.2