



Desarrollo de una Herramienta Computacional para el Análisis Dinámico de Estructuras con Sistemas de Control

Trabajo de grado para optar al título de:
Ingeniero Civil.

Estudiante:
Mateo González Hurtado (1229940).

Directores:
Peter Thomson, Ph.D.
Carlos Riascos, Ing.

Santiago de Cali, septiembre de 2016.



Desarrollo de una Herramienta Computacional para el Análisis Dinámico de Estructuras con Sistemas de Control

Facultad:

Facultad de Ingeniería.

Programa Académico:

Ingeniería Civil.

Estudiante:

Mateo González Hurtado (1229940).

Director:

Peter Thomson, Ph.D.

Codirector:

Carlos Riascos, Ing.

Grupo de Investigación:

Grupo de Investigación en Ingeniería Sísmica, Eólica, Geotécnica y Estructural (G7).

Línea de Investigación:

Control Estructural, Ingeniería Sísmica.

A Dios, a mis padres y a mi novia.

AGRADECIMIENTOS

El autor desea expresar sus agradecimientos a los doctores Peter Thomson y Carlos Riascos por su paciencia, dedicación y dirección en esta tesis.

A los compañeros del laboratorio Linse.

A la Universidad del Valle y al departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación COLCIENCIAS, entidades financiadoras del Proyecto “Desarrollo Tecnológico de Sistemas Semiactivos de Control Estructural de Bajo Costo” mediante el contrato No. 0008-2013, por el apoyo económico recibido y por los recursos materiales y humanos brindados a lo largo del proyecto.

A quienes no han sido mencionados y de alguna u otra forma contribuyeron para la realización de este proyecto.

RESUMEN

Las vibraciones excesivas que producen las cargas dinámicas sobre estructuras civiles pueden producir daños en sus elementos e inconformidad en sus ocupantes. La limitación de estas vibraciones es un objetivo del diseño sismoresistente, con el cual se disminuye la vulnerabilidad de las edificaciones. Aunque en países como Japón y Estados Unidos se ha utilizado el control estructural como alternativa para la protección de estas estructuras, en Colombia aún no ha sido ampliamente aceptado. Las razones radican en el desconocimiento que se tiene sobre estas técnicas y en la desconfianza de sus ventajas estructurales. En este trabajo de grado se presenta el desarrollo de un software, con el cual se permite comparar el efecto de usar distintos sistemas de control para reducir la respuesta dinámica de una estructura plana porticada sujeta a excitaciones sísmicas. En el software se incluyen sistemas de control de masa sintonizada (TMD), fricción (FD), columna líquida sintonizada (TLCD), amortiguador semiactivo de columna líquida sintonizada (SATLCD) y de fricción variable (SAVFD). Esta herramienta será de gran utilidad no solo en el ámbito profesional para ingenieros que deseen analizar el comportamiento dinámico de estructuras con control, sino también en la academia para facilitar la comprensión de estas técnicas.

ABSTRACT

Excessive vibration in civil structures can cause damage to its elements and discomfort in occupants. The limitation of these vibrations is an objective of earthquake resistant designs of buildings. In countries such as Japan and the United States, structural control has been used as an alternative for the protection of buildings. However, in many countries, such as Colombia, they are not widely accepted due to the lack of knowledge regarding these systems and mistrust of their structural advantages. This work describes the development of a computational tool that allows users to compare the effects of different control systems to reduce the dynamic response of frame structures subject to earthquake excitation. This software includes five different control systems: tuned mass dampers (TMD), friction dampers (FD), tuned liquid column dampers (TLCD), semi-active variable friction dampers (SAVFD) and semi-active tuned liquid column dampers (SATLCD). The software will be a useful tool for engineers who wish to analyze the dynamic behavior of their designs with these control systems and for academic purposes in providing a user-friendly program that facilitates understanding of structural control techniques.

CONTENIDO

Agradecimientos.....	2
Resumen	3
Abstract.....	4
1 Introducción.....	8
1.1 Descripción del problema	8
1.2 Formulación	10
1.3 Objetivos.....	10
1.3.1 Objetivo general.....	10
1.3.2 Objetivos específicos.....	11
1.4 Justificación	11
2 Marco de referencia	12
2.1 Antecedentes y estado del arte	12
2.1.1 Sistemas de control pasivo.	13
2.1.2 Sistemas de control semiactivo.....	19
2.1.3 Sistemas de control activo.	21
2.1.4 Sistemas de Control Híbrido.	22
2.1.5 Laboratorios virtuales de control estructural.....	23
3 Marco teórico.....	25

3.1	Modelo numérico de la estructura	25
3.1.1	Matriz de rigidez	29
3.1.2	Matriz de masa	30
3.1.3	Matriz de amortiguamiento.....	33
3.1.4	Factor de participación modal y masa modal efectiva.....	34
3.2	Modelo numérico de los sistemas de control.....	34
3.2.1	Amortiguador de Masa Sintonizada (TMD)	34
3.2.2	Amortiguador de Fricción (FD).....	35
3.2.3	Amortiguador de Columna Líquida Sintonizada (TLCD)	36
4	Software de control estructural (SCE).....	37
4.1	Descripción del programa.....	37
4.2	Programación de la herramienta	37
4.2.1	Implementación del modelo numérico de la estructura	37
4.2.2	Implementación del modelo numérico de los sistemas de control.....	38
4.2.3	Excitaciones.....	41
4.2.4	Simulación de la respuesta	44
4.3	Interfaz gráfica de usuario.....	45
4.3.1	Proceso de instalación.....	45
4.3.2	Ventana principal	46
4.3.3	Proceso básico	53

4.4	Validación de resultados	59
4.4.1	Respuesta de la estructura sin control.....	59
4.4.2	Respuesta de la estructura con control pasivo	63
4.4.3	Respuesta de la estructura con control semiactivo	70
5	Conclusiones y perspectivas.....	72
	Bibliografía.....	74
	Anexo 1: propiedades óptimas del TMD.	79
	Anexo 2: comparación de distintos métodos numéricos.....	80
	Anexo 3: encuesta para evaluar el impacto de SCE en la academia.	84

1 INTRODUCCIÓN

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Las vibraciones excesivas o prolongadas en estructuras civiles pueden producir daños en sus elementos, además de inconformidad en sus ocupantes o incluso pérdidas de vidas humanas [1]. El control de estas vibraciones es, y ha sido, una necesidad para mejorar la seguridad de las edificaciones y de las personas que las usan.

Más del 85% de la población colombiana está ubicada en zonas de sismicidad intermedia y alta (Figuras 1 y 2), donde el daño parcial o colapso de las edificaciones, durante o después de un evento sísmico, es causante de un gran número de víctimas, disturbios sociales y pérdidas económicas [2]. Es preciso aclarar que el riesgo incluye la amenaza sísmica y la vulnerabilidad estructural. Por lo tanto, es indispensable diseñar y construir edificaciones que sean capaces de resistir eventos sísmicos fuertes o reiterativos, sin que éstas sufran daños en sus elementos estructurales.

Las técnicas convencionales para la limitación y mitigación de vibraciones se basan en la combinación de resistencia, rigidez y capacidad de disipación de energía de la edificación en el rango inelástico, tomando como condición su ductilidad [3]. Esto conlleva a que, para sismos frecuentes, la estructura soporte las solicitaciones en su rango elástico y por consiguiente no presente daños; pero para sismos de mayor magnitud la estructura se deforme en su rango inelástico, provocando deformaciones permanentes y daños que muchas veces son irreparables (Figuras 3 y 4).

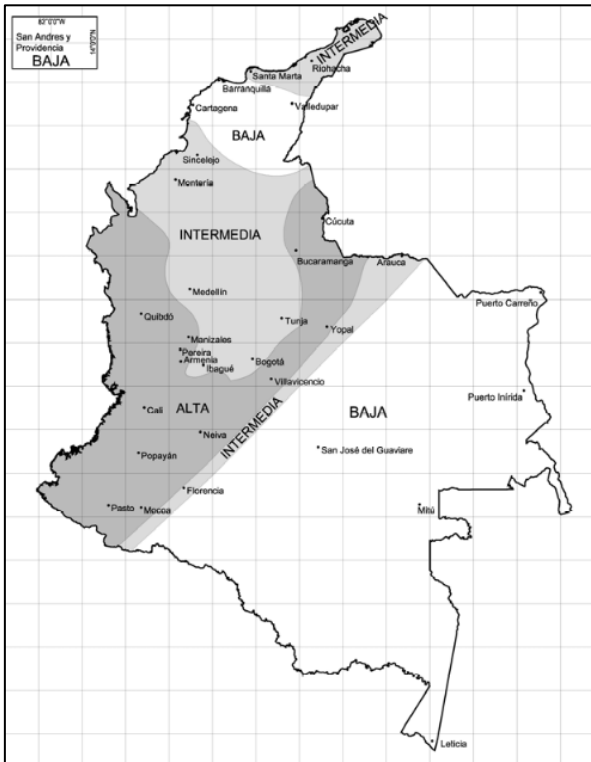


Figura 1: mapa de amenaza sísmica en Colombia.

Fuente: NSR-10.

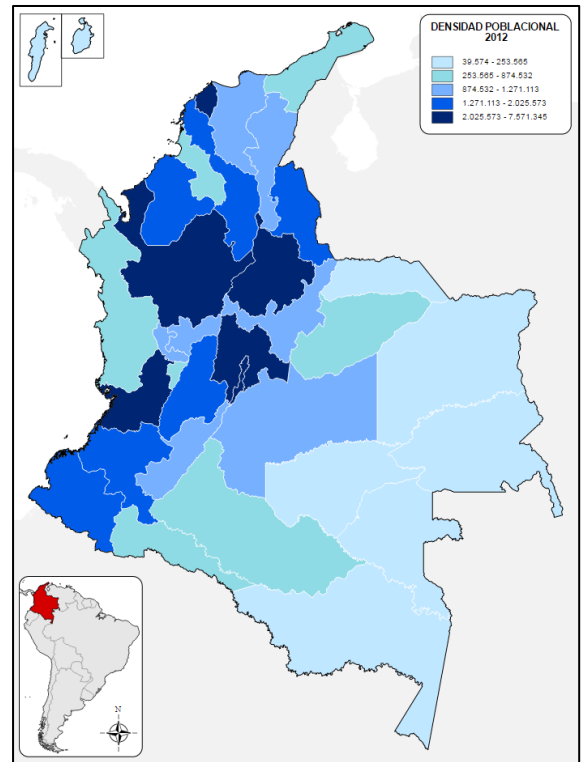


Figura 2: mapa de densidad poblacional en Colombia.

Fuente: Dane.

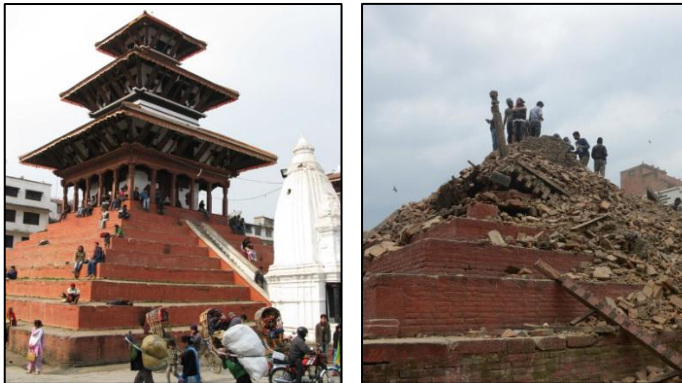


Figura 3: edificación antes y después del sismo de Nepal del 2015.

Fuente: sitio web edition.cnn.com.



Figura 4: edificación antes y después del sismo de Ecuador del 2016.

Fuente: sitio web civilgeeks.com.

En otros países se han desarrollado diferentes alternativas para el control de vibraciones. Éstas consisten en adicionar sistemas a la edificación, los cuales modifican las propiedades dinámicas de la estructura para mejorar su respuesta ante excitaciones dinámicas. Aunque ya han transcurrido más de tres décadas desde que se empezaron a implementar estas técnicas de control, en Colombia aún no han tenido una amplia acogida. Las razones radican en que muchas entidades profesionales involucradas en proyectos de edificaciones desconocen estas técnicas o desconfían de sus ventajas estructurales [1], [4].

Por lo anterior, en este trabajo de grado se presenta el desarrollo de una herramienta computacional, con la cual se permite al usuario comparar el efecto de usar distintos sistemas de control para reducir la respuesta dinámica de una estructura plana porticada sujeta a excitaciones sísmicas.

1.2 FORMULACIÓN

¿Cuál es la reducción de la respuesta estructural analítica de una edificación con sistemas de control de masa sintonizada (TMD), fricción variable (SAVFD) y columna líquida sintonizada (TLCD) ante una excitación sísmica?

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 *Objetivo general*

Desarrollar una herramienta computacional que permita determinar la respuesta dinámica de una estructura con sistemas de control de masa sintonizada (TMD), fricción variable (SAVFD) y columna líquida sintonizada (TLCD) ante una excitación sísmica.

1.3.2 *Objetivos específicos*

- Implementar en la herramienta computacional el modelo numérico de estructuras planas de M-GDL.
- Implementar el modelo numérico de los dispositivos de control TMD, SAVFD y TLCD.
- Simular la respuesta dinámica de la estructura con sistemas de control ante excitaciones sísmicas.
- Validar la herramienta computacional mediante pruebas de escritorio.

1.4 JUSTIFICACIÓN

La implementación de sistemas de control en edificaciones tiene la ventaja de que pueden reducir la cortante sísmica, las aceleraciones y las derivas; y por ende los daños en los elementos estructurales y no estructurales. Estos sistemas también pueden mejorar el confort y la seguridad de los usuarios. Es por esto, que un gran número de edificaciones alrededor del mundo se han construido utilizando estas técnicas de control de vibraciones [5]. Por consiguiente, el control estructural es una de las áreas de la Ingeniería Civil que mayor importancia ha tenido en los últimos años [3] y es indispensable para el desarrollo de la ingeniería local estar a la vanguardia de estas técnicas.

En la academia, los educadores siempre deben esforzarse por mejorar la preparación de la futura generación de ingenieros estructurales, y uno de los retos a los que se deben enfrentar es el de formarles un entendimiento intuitivo sobre la dinámica de estructuras [6]. Las ventajas en economía, tiempo y facilidad hacen de los laboratorios virtuales una buena alternativa para cumplir este propósito [7], [8]. Es por esto, que este software será de gran

utilidad, no solo para el análisis del comportamiento dinámico de estructuras con sistemas de control, sino también para facilitar la comprensión de la dinámica estructural en los cursos de ingeniería.

2 MARCO DE REFERENCIA

2.1 ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

La noción de control estructural como se conoce actualmente en la Ingeniería Civil, tiene sus raíces en el trabajo empírico de John Milne, profesor del Colegio Imperial de Ingeniería de Tokio. A finales del siglo XIX, el profesor Milne construyó una pequeña casa de madera y la colocó sobre unos rodamientos esféricos, esto con el fin de demostrar que la estructura podía ser aislada del movimiento sísmico [9]. Se necesitó más de la primera mitad del siglo XX para desarrollar la teoría de sistemas lineales y sus aplicaciones al campo de vibraciones, en particular a la dinámica estructural, impulsados por las excesivas vibraciones que generaban los sistemas de combustión interna en aeronaves y automóviles. Fue en la segunda guerra mundial donde conceptos como aislamiento, absorción y amortiguamiento de vibraciones fueron desarrollados y efectivamente aplicados en estructuras aéreas [1], [9]. Esta tecnología fue adoptada rápidamente por la Ingeniería Civil para la protección de puentes y edificios frente a cargas extremas de sismos y vientos, y aunque se conoce de embarcaciones que usaban sistemas de control desde finales del siglo XIX [10], fue en el año 1972 cuando Yao publicó el primer estudio conceptual sobre el control estructural aplicado a la Ingeniería Civil [11]. En 1994 se llevó a cabo el primer congreso de control estructural,

el cual tuvo lugar en la ciudad de Los Ángeles, Estados Unidos; a éste asistieron 337 personas de 15 países y se publicaron 225 artículos técnicos [1].

Los sistemas de control pueden ser utilizados en la Ingeniería Civil para reducir la respuesta de estructuras ante distintos tipos de cargas dinámicas, tales como sismo, viento, tráfico y otros tipos de cargas de servicio. De hecho, estos sistemas han sido caracterizados en la literatura como sistemas de control de movimiento [12], [13]. En general, los sistemas de control han sido clasificados según sus mecanismos de operación en cuatro categorías principales, como se ilustra en la Figura 5. A continuación se da una breve explicación de cada una de estas categorías.

2.1.1 Sistemas de control pasivo.

Los sistemas de control pasivo tienen como objetivo modificar la energía en la estructura a través de aislamientos o dispositivos disipadores de energía. Estos sistemas no necesitan de una fuente de energía externa, ya que funcionan en respuesta al movimiento de la edificación. Uno de los méritos de estos dispositivos es que, por su manera de funcionar, no pueden incrementar la energía proporcionada a la estructura, lo cual garantiza que no pueden desestabilizar el sistema [14]. Una descripción de algunos de estos dispositivos se presenta a continuación.

Amortiguador de masa sintonizada

Un amortiguador de masa sintonizada (TMD) es un dispositivo que consiste en una masa conectada a la estructura principal mediante un resorte y un amortiguador. La frecuencia fundamental de movimiento del dispositivo es sintonizada a una frecuencia en particular de la estructura, de manera que cuando la estructura es excitada en esa frecuencia, el

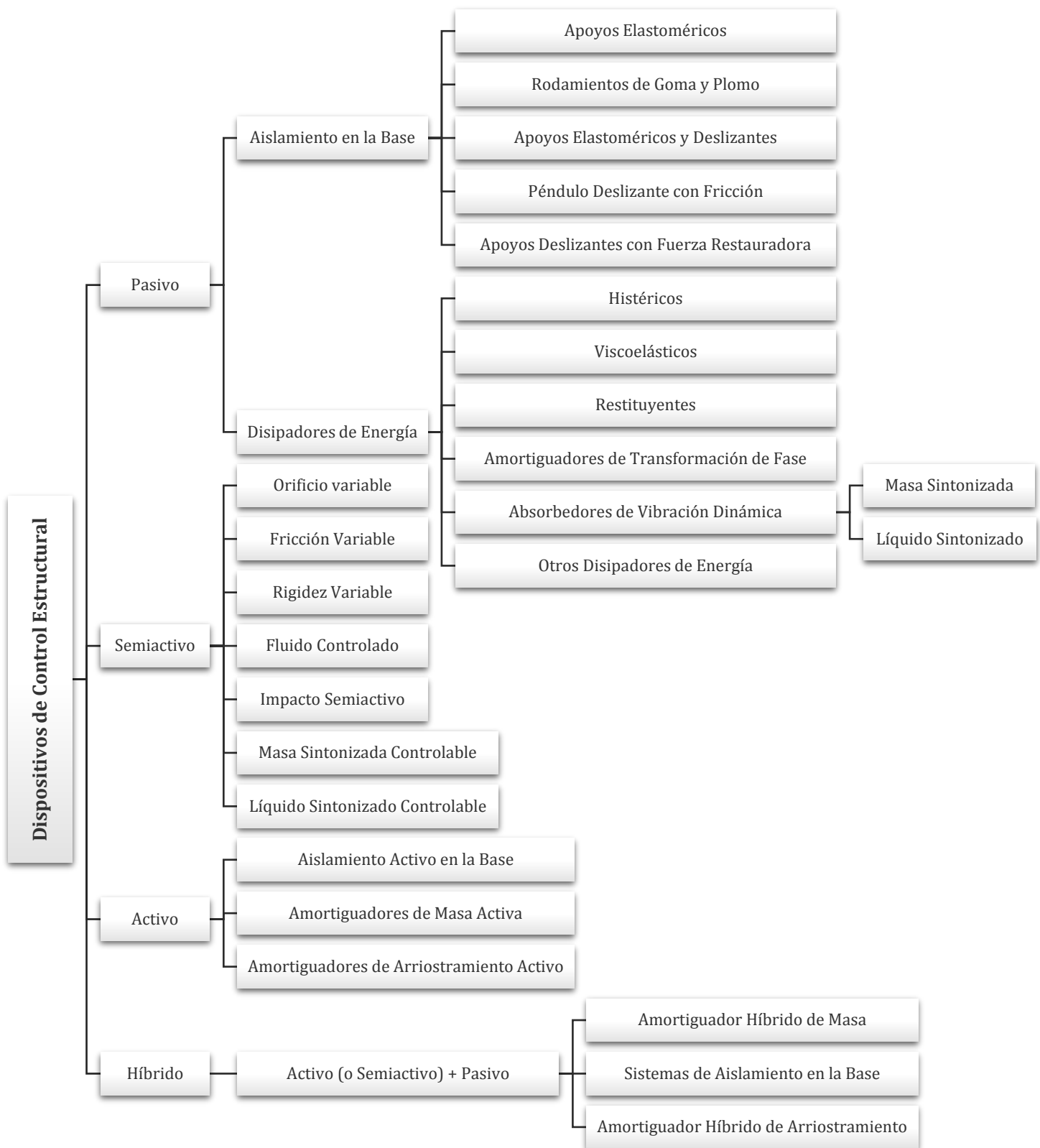


Figura 5: clasificación de los sistemas de control estructural.

Fuente: modificada de Saeed y otros en 2013, [3].

TMD entra en resonancia en desfase con el movimiento estructural. Por lo tanto, la fuerza sísmica es contrarrestada por las fuerzas inerciales del sistema de control actuantes en la estructura [15].

El concepto de TMD fue primeramente aplicado por Frahm en 1909 [16] para reducir el movimiento de balanceo de los barcos. Posteriormente, una teoría para el TMD fue presentada en un trabajo desarrollado por Den Hartog y Ormondroyd en 1928 [17], seguido de una detallada discusión sobre los parámetros óptimos de sintonización y amortiguamiento en el libro de *Mechanical Vibrations* de Den Hartog, publicado en el año 1940 [10]. La teoría inicial fue aplicada para una estructura de 1-GDL sin amortiguamiento, sujeta a una fuerza de excitación sinusoidal. Extensiones de esta teoría a sistemas de 1-GDL amortiguados han sido estudiadas por numerosos investigadores. Contribuciones significativas fueron hechas por Randal, Halsted y Taylor en 1981 [18]; Warburton en 1981 y 1982 [36], [37]; Warburton y Ayorinde en 1980 [21], [22]; y Tsai y Lin en el año 1993 [23].

Aunque numerosas configuraciones han sido estudiadas y efectivamente aplicadas, en este trabajo se abordarán los TMD traslacionales en una dirección. Un esquema típico de estos amortiguadores se ilustra en la Figura 6, donde la masa del dispositivo descansa sobre unos rodamientos, y cuyo resorte y amortiguador están conectados a un soporte lateral, mediante el cual se transmiten las fuerzas inerciales a la estructura.

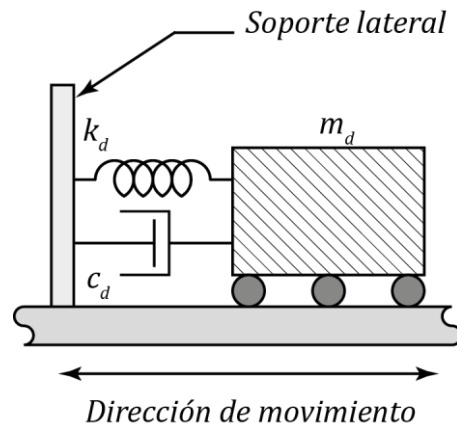


Figura 6: esquema de un amortiguador de masa sintonizada de traslación unidireccional.

Fuente: el autor.

En busca de mejorar el rendimiento del sistema ante excitaciones arbitrarias o armónicas aplicadas en la base de la estructura, se han llevado a cabo varios estudios para determinar las propiedades óptimas del TMD. Algunos de éstos son presentados en el Anexo 1.

Amortiguador de Fricción

Una examinación de los efectos del amortiguamiento por fricción en la respuesta de edificaciones fue conducida por Mayes y Mowbray en 1975 [24], sin embargo, parece ser que Keightley, en el año 1977 [25], fue el primero en considerar dispositivos de fricción para aplicaciones estructurales. Posteriormente, basados en una analogía con los frenos de carros, Pall, Marsh y Fazio en 1980 [26] continuaron el desarrollo de amortiguadores de fricción para el mejoramiento de la respuesta sísmica de estructuras, tomando como objetivo disminuir el movimiento de la estructura “*frenando en vez de rompiendo*” (en el original “*by braking rather than breaking*”) [27], haciendo alusión a que los métodos comunes de disipación de energía durante la ocurrencia de un sismo están enfocados en permitir cierto daño en las edificaciones. Aunque hay varias formas de fricción que pueden ser

efectivamente implementadas para la mitigación de vibraciones en estructuras civiles, en este trabajo se hablará de la fricción generada por el deslizamiento relativo de dos cuerpos sólidos.

El estudio científico de la fricción seca a lo largo de la historia, data desde los trabajos de daVinci, Amontons y Coulomb. La teoría básica es fundada en una serie de hipótesis, las cuales fueron, en un principio, inferidas a partir de experimentos físicos que incluían el deslizamiento rectilíneo de bloques sobre una superficie plana [28]:

1. La fuerza total de fricción que puede ser desarrollada es independiente de la aparente área de la superficie de contacto.
2. La fuerza total de fricción que puede ser generada es proporcional a la fuerza total normal actuante sobre la superficie de contacto.
3. Para el caso de deslizamiento con bajas velocidades relativas, la fuerza total de fricción es independiente de dicha velocidad.

Como resultado de estas suposiciones, al momento del deslizamiento inminente o durante el deslizamiento mismo, se puede escribir

$$F_t = \mu F_n \quad (1)$$

donde F_t y F_n representan la fuerza de fricción y la fuerza normal, respectivamente, y μ es el coeficiente de fricción. Debido a que es común que el coeficiente de fricción sea algo mayor justo antes de que ocurra el deslizamiento que cuando se está en la fase de deslizamiento, se diferencian el coeficiente de fricción estática (μ_s) y el cinético (μ_k). En ambos casos, la fuerza

de fricción F_t actúa tangencialmente al plano de la superficie y en dirección opuesta al movimiento del bloque.

Amortiguador de columna líquida sintonizada

Sakai y otros en 1991 [29] propusieron un nuevo tipo de amortiguador con líquido, al cual llamaron amortiguador de columna líquida sintonizada (TLCD). Este sistema de control se clasifica como un tipo especial del amortiguador de líquido sintonizado (TLD), pero en este caso las fuerzas inerciales son producidos por el movimiento de un fluido, generalmente agua, dentro de un tubo con forma de U [30]. La disipación de energía en estos dispositivos se logra principalmente mediante las fuerzas inerciales actuantes sobre la masa del fluido, así como por el amortiguamiento adicional aportado por la presencia de un orificio u otro tipo de barrera en su interior [31]. Un esquema básico de estos sistemas de control se presenta en la Figura 7.

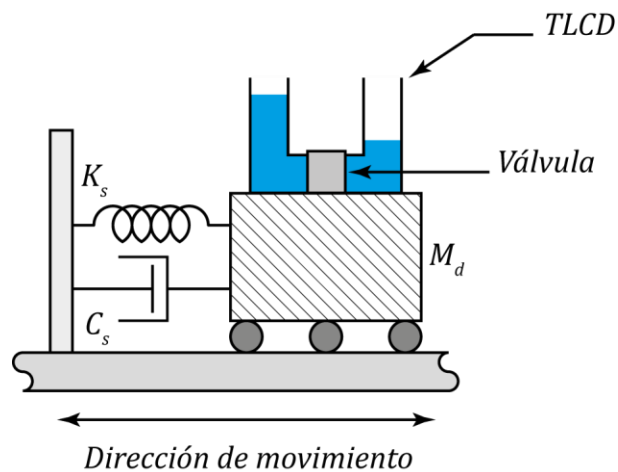


Figura 7: esquema de un sistema Estructura-TLCD.

Fuente: el autor.

La aplicación de estos sistemas de control para estructuras sometidas a cargas de viento fue estudiada por Xu y otros en 1992 [32] y Balendra y otros en 1995 [33]. Posteriormente,

importantes estudios para la determinación de óptimas características de estos amortiguadores pasivos fueron desarrollados por Gao y otros en 1997 y 1999 [34], [35]; y Chang y Hsu en 1999 [36]. El rendimiento de los TLCD para aplicaciones sísmicas ha sido estudiado por Won y otros en 1996 [37] y Sadek y otros en 1998 [38].

2.1.2 Sistemas de control semiactivo.

Los dispositivos de control semiactivo son una extensión natural de los sistemas de control pasivo. Estos son comúnmente llamados amortiguadores inteligentes o controlables porque incluyen sistemas adaptativos que aumentan su eficiencia. Para mejorar el rendimiento del dispositivo, se regula la fuerza de control ejercida con base en la información que es adquirida de la excitación o la respuesta de la estructura.

Entre los componentes de estos sistemas están: sensores (para medir la excitación o la respuesta de la edificación), un procesador (para analizar la información tomada de los sensores y enviar la señal de control), un actuador (para regular el comportamiento del dispositivo pasivo) y un dispositivo de control pasivo.

En los sistemas de control semiactivo el actuador se usa para controlar las propiedades del dispositivo pasivo, en lugar de aplicar una fuerza directamente a la estructura. Por lo tanto, esta clase de dispositivos requieren una pequeña fuente de energía externa para funcionar, por ejemplo una batería. Esto es una ventaja importante, ya que el flujo de energía comercial es propenso a fallar durante la ocurrencia de terremotos.

A pesar de la mayor complejidad de estos dispositivos con respecto a los pasivos, generalmente son fáciles de fabricar, confiables de operar y capaces de mejorar su desempeño. La desventaja de estos dispositivos es la limitada capacidad de control, ya que

aún trabajan con las limitaciones de control de sus respectivos dispositivos pasivos. Estos sistemas de control son muy prometedores, ya que combinan lo mejor de los sistemas pasivos y los activos.

Uno de los componentes clave de los sistemas de control semiactivos es la estrategia de control. Una estrategia, algoritmo o ley de control es la serie de pasos que realiza el procesador, en función de la información brindada por los sensores, para generar la señal de control con la cual el actuador regula las propiedades del dispositivo. Generalmente el desempeño del sistema de control es medido según la reducción de desplazamientos, cuando el objetivo es minimizar los daños estructurales, o aceleraciones, cuando el sistema de control busca mejorar la comodidad de los ocupantes de la edificación [39].

Amortiguador semiactivo de fricción variable

En la mayoría de casos, los amortiguadores de fricción han sido estudiados como sistemas de control pasivos, pero la capacidad de disipación de energía de estos dispositivos puede ser mejorada considerablemente mediante la modulación de la fuerza normal aplicada por el freno. Para la modulación de dicha fuerza, generalmente se emplean mecanismos hidráulicos [39], [40]; piezoeléctricos [41] y electromagnéticos [42].

La energía disipada por el dispositivo de fricción es proporcional al trabajo realizado para generar un deslizamiento relativo entre el freno y el piso que se está controlando. Por otro lado, si el dispositivo no permite un deslizamiento relativo, no se disipa energía por fricción. Estas dos fases son llamadas fase de deslizamiento (*slipping*) y fase de bloqueo (*sticking*), respectivamente [41]. En este sentido, el algoritmo de control es programado para que el

sistema permanezca la mayor parte del tiempo en la fase de deslizamiento, y de esta manera disipar la mayor cantidad de energía posible mediante la fricción en el sistema de control.

Amortiguador semiactivo de columna líquida sintonizada

En busca de mejorar el rendimiento del TLCD para un amplio rango de frecuencias, versiones semiactivas y activas del TLCD fueron propuestas y estudiadas por Kareem en 1994 [43], Haroun y Pires en 1994 [44], Abe y otros en 1996 [45], Yalla y otros en 1998 y 2001 [46], [47]; y Riascos y otros en 2012 [48]. En particular, Yalla y Kareem llevaron a cabo estudios en el que ajustaban el coeficiente de pérdida de cabeza del TLCD, en función de la excitación, para mantener el amortiguamiento del dispositivo en condiciones óptimas. Dicho ajuste se realizaba mediante la modulación de una válvula que estaba ubicada en el interior del dispositivo. Por otro lado, Riascos y otros controlaban las vibraciones en una tribuna mediante la variación de la presión dentro del TLCD. De esta manera, lograban sintonizar el TLCD, la mayor parte del tiempo, con la frecuencia a la cual la estructura estaba vibrando.

2.1.3 Sistemas de control activo.

A pesar de la eficiencia y la confiabilidad de los sistemas pasivos y los semiactivos, estos tienen una capacidad limitada para controlar la respuesta sísmica de estructuras. Por ejemplo, los sistemas de control pasivo tienen mecanismos simples y fáciles de fabricar pero son incapaces de adaptarse a una excitación cambiante en el tiempo, ya que no están midiendo la excitación ni utilizando fuentes de energía externa. Además, los sistemas pasivos son, en su mayoría, eficaces para controlar un modo dominante de vibración, pero ineficientes para controlar otros modos de vibración u otros tipos de cargas. Como se mencionó anteriormente, el control semiactivo puede adaptarse a la carga que se esté

aplicando a la estructura, pero su eficiencia está limitada por las restricciones del dispositivo pasivo sobre el que está basado.

Esta necesidad ha conducido al desarrollo del área de sistemas de control activo [49]. Estos sistemas tienen la habilidad de aplicar una fuerza a la estructura para contrarrestar las impredecibles vibraciones producidas por los diferentes tipos de cargas dinámicas, lo que lleva a reducir la respuesta dinámica para distintos modos de vibración [3].

Los sistemas de control activo pueden tener una mayor eficiencia en comparación con los sistemas pasivos, ya que estos últimos sólo dependen de la respuesta local, mientras que los activos dependen de la respuesta de toda la estructura. Sin embargo, los sistemas de control activo requieren de una fuente de energía externa significativa para ejercer las fuerzas de control, y estos recursos son propensos a fallos cuando ocurren desastres naturales. Además estos sistemas de control pueden tener una mayor complejidad que los pasivos y los semiactivos, pues requieren sensores y actuadores que pueden cambiar el comportamiento dinámico de la estructura y aún llegar a desestabilizar la edificación [50]. Acerca de teorías de control estructural activo, información valiosa se encuentra en Casciati y otros (2012) y Housner y otros (1997).

2.1.4 Sistemas de Control Híbrido.

Los sistemas de control híbrido son constituidos mediante la combinación de al menos dos de las tres clases de sistemas de control ya descritas [52]. Esta técnica de control nace con el fin de suplir las deficiencias de las técnicas de control anteriores y desde la última década del siglo XX han tomado mucha importancia. Interesantes trabajos en esta área han sido desarrollados por Agrawal (1996) y Sakamoto (1994).

2.1.5 *Laboratorios virtuales de control estructural*

Recientemente se han realizado numerosas investigaciones alrededor del mundo sobre el control de vibraciones en estructuras civiles [3], [39], [48], [59], pero en realidad son pocas las herramientas computacionales que se han desarrollado para el análisis dinámico de estructuras con sistemas de control. Entre ellas se destacan los laboratorios virtuales desarrollados por Gao y otros en 2005 [6]. Dicho proyecto, conformado por un total de cinco laboratorios virtuales, contiene tres módulos de control estructural. En el primero se incluyen dos sistemas de control: el amortiguador de masa sintonizada (TMD) y el amortiguador híbrido de masa sintonizada (HMD); y se contemplan tres casos: (i) TMD/HMD bloqueado: cuando la masa auxiliar tiene una conexión rígida con la estructura, es decir, se comporta como una masa adicional; (ii) TMD: cuando la masa auxiliar está conectada a la estructura mediante un resorte y una amortiguador; y (iii) HMD: cuando, en adición al resorte y el amortiguador de la condición anterior, se instala un actuador de control entre el dispositivo y la estructura. La interfaz de este laboratorio virtual se presenta en la Figura 8.

Estos autores también desarrollaron un laboratorio virtual de aislamiento lineal en la base, y otro de aislamiento no lineal en la base. El aislamiento no lineal, se incluyó para un mejor y más amplio entendimiento del comportamiento de distintos tipos de aislamiento (Figura 9). En todos los casos mencionados anteriormente se considera la estructura como un sistema de 1-GDL.

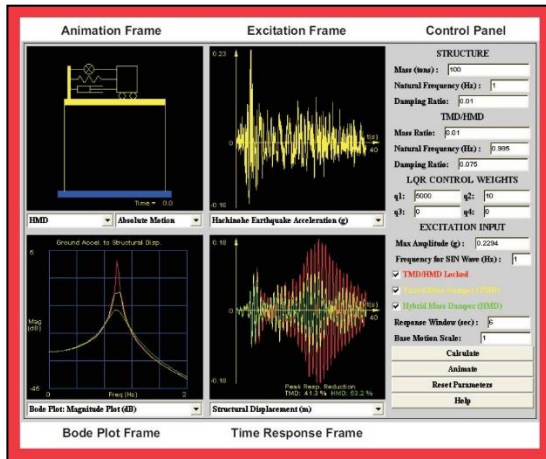


Figura 8: laboratorio virtual de TMD y HMD desarrollado por Spencer Jr., Gao & Lee.

Fuente: Gao y otros, 2005 [6].

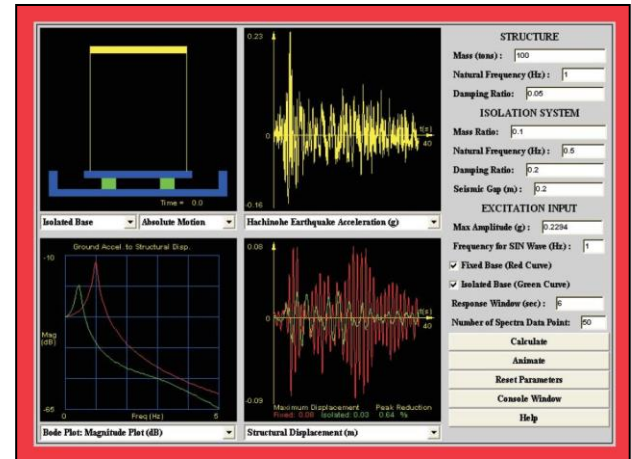


Figura 9: laboratorio virtual de aislamiento lineal y no lineal en la base desarrollado por Spencer Jr., Gao & Lee.

Fuente: Gao y otros, 2005 [6].

También se puede destacar el laboratorio virtual desarrollado por Felipe Guerrero y otros en 2013 [8], en el que se incluyen dos aplicaciones computacionales para la simulación de sistemas dinámicos de uno y múltiples grados de libertad (Figuras 9 y 10). Pero en ninguna de estas dos aplicaciones se tienen en cuenta sistemas de control.

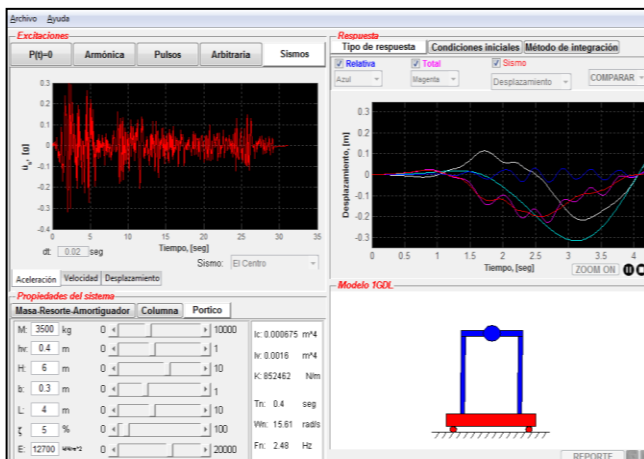


Figura 10: aplicación para la simulación de sistemas dinámicos de 1-GDL, desarrollada por Solarte y otros.

Fuente: Solarte y otros, 2014 [70].

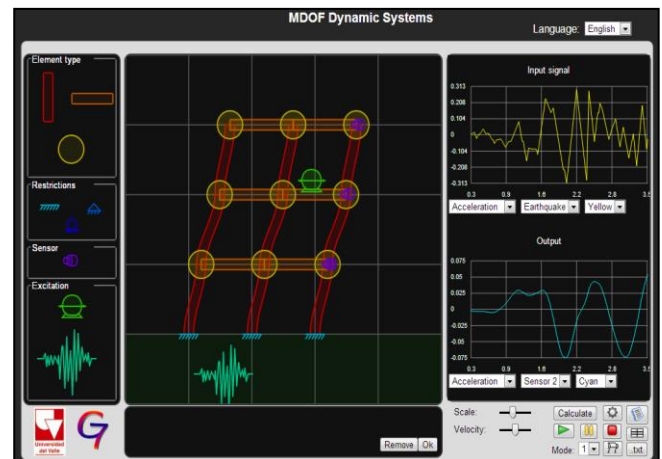


Figura 11: aplicación para la simulación de sistemas dinámicos de M-GDL, desarrollada por Guerrero y otros.

Fuente: Guerrero y otros, 2015 [71].

3 MARCO TEÓRICO

3.1 MODELO NUMÉRICO DE LA ESTRUCTURA

La disponibilidad de tecnología digital moderna a través de los computadores ha hecho posible el amplio uso de métodos de elementos finitos para el análisis de estructuras complejas. Este método consiste en representar una estructura compleja a través del ensamblaje de simples elementos, como vigas o cables. Las propiedades de masa y rigidez de cada elemento que compone el sistema es representado por matrices asociadas a dichos elementos. Estas matrices son ensambladas para conformar las matrices M y K que representan las propiedades de masa y rigidez de la estructura.

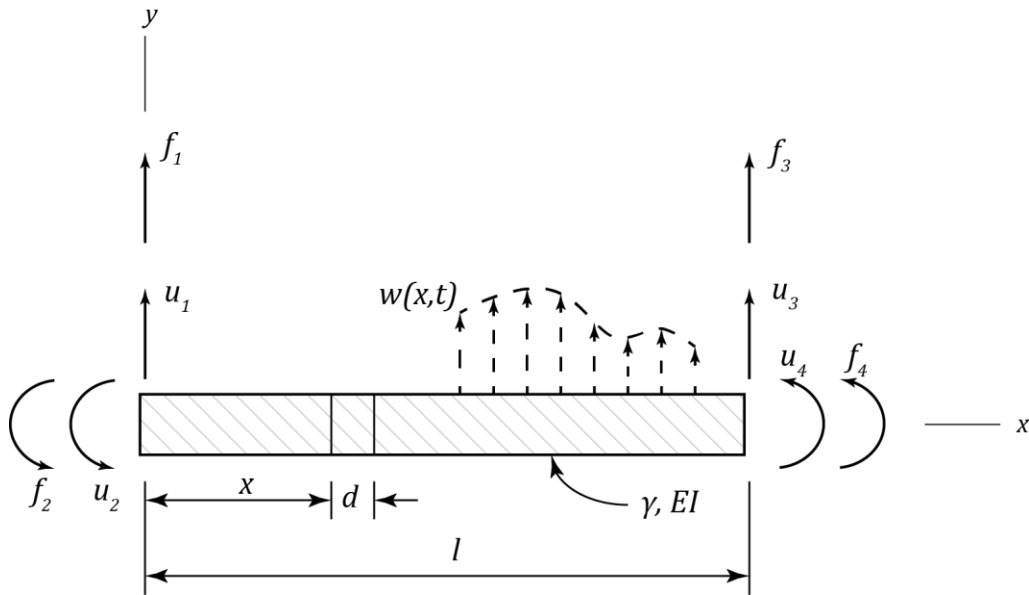


Figura 12: elemento viga.

Fuente: el autor.

Para determinar las matrices de masa y rigidez de un elemento viga, como el que se muestra en la Figura 12, el cual tiene una longitud l , una masa por unidad de longitud γ y una

rigidez a flexión El , se empieza estimando el desplazamiento lateral de cualquier sección a una distancia x a lo largo del elemento viga como

$$y(x, t) = \phi_1(x)u_1 + \phi_2(x)u_2 + \phi_3(x)u_3 + \phi_4(x)u_4 \quad (2)$$

o de manera más simple

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^4 \phi_i(x)u_i \quad (3)$$

donde ϕ_i son las funciones de forma y u_i definen los desplazamientos en los nodos del elemento. Como se observa en la Figura 12, los desplazamientos u_1 y u_3 corresponden a desplazamientos laterales, mientras que u_2 y u_4 a giros. Los efectos de la fuerza distribuida $w(x, t)$ son representados por las fuerzas f_i aplicadas en los nodos.

Las condiciones de frontera del elemento viga pueden ser expresadas en términos de los desplazamientos en los nodos como

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0, t) = u_1 \\ \frac{\partial y}{\partial x}(0, t) = u_2 \\ y(l, t) = u_3 \\ \frac{\partial y}{\partial x}(l, t) = u_4 \end{array} \right. \quad (4)$$

Para satisfacer las condiciones de frontera (4) en la ecuación (2), las funciones de forma $\phi_i(x)$ y sus respectivas derivadas con respecto a x , $\phi_i'(x)$ deben tomar los siguientes valores de frontera:

$$\phi_1(0) = 1, \quad \phi_1'(0) = 0, \quad \phi_1(l) = 0, \quad \phi_1'(l) = 0$$

$$\phi_2(0) = 0, \quad \phi_2'(0) = 1, \quad \phi_2(l) = 0, \quad \phi_2'(l) = 0$$

$$\phi_3(0) = 0, \quad \phi_3'(0) = 0, \quad \phi_3(l) = 1, \quad \phi_3'(l) = 0$$

$$\phi_4(0) = 0, \quad \phi_4'(0) = 0, \quad \phi_4(l) = 0, \quad \phi_4'(l) = 1$$

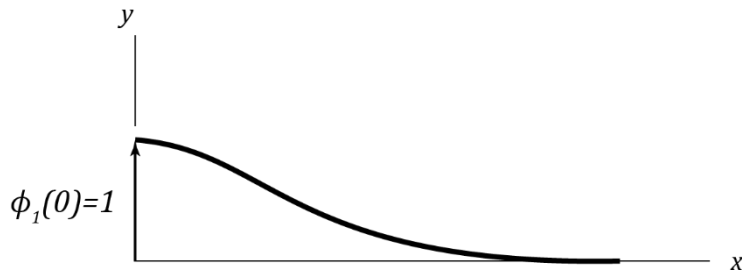
Debido a que se conocen cuatro valores de frontera para las funciones de forma y que las deformaciones elásticas de las vigas son comúnmente dadas por polinomios, se puede asumir que las funciones de forma son polinomios de tercer grado, como se indica en la ecuación (5):

$$\phi_i(x) = a_i + b_i x + c_i x^2 + d_i x^3 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5)$$

donde las cuatro constantes a_i , b_i , c_i y d_i son determinadas mediante la sustitución de los valores de frontera en la ecuación (5). Por ejemplo, para determinar el polinomio que representa la función de forma $\phi_1(x)$, se obtienen los coeficientes

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, & b_1 &= 0 \\ c_1 &= -\frac{2}{l^2}, & d_1 &= \frac{1}{l^3} \end{aligned} \quad (6)$$

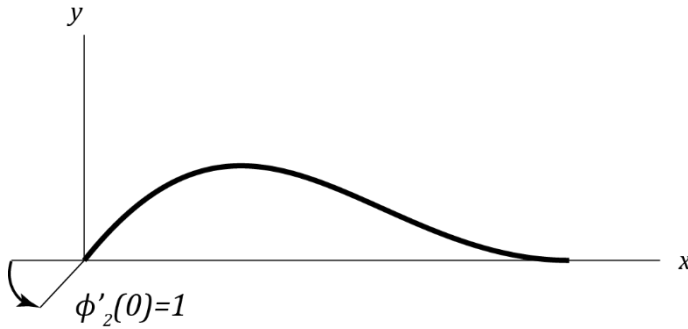
Las cuatro funciones de forma se muestran en la Figura 13.



(a)

$$\phi_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3$$

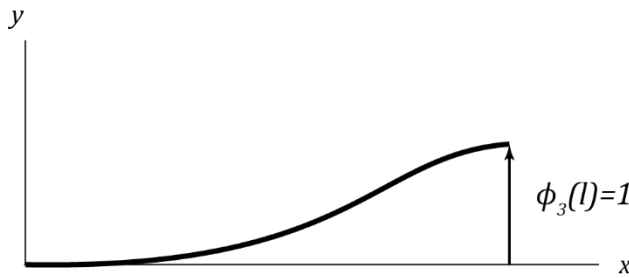
$$\phi_1''(x) = \frac{6}{l^2} \left[2\left(\frac{x}{l}\right) - 1 \right]$$



(b)

$$\phi_2(x) = x \left[1 - 2\left(\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \right]$$

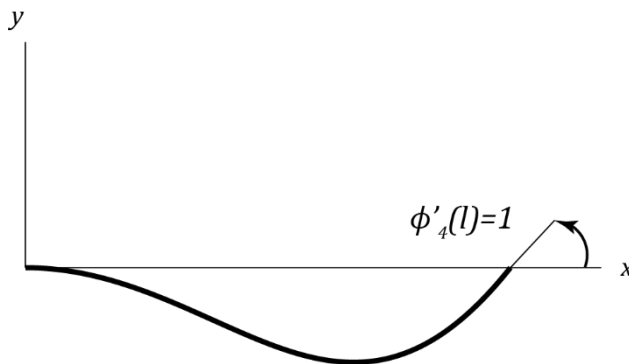
$$\phi_2''(x) = \frac{2}{l} \left[3\left(\frac{x}{l}\right) - 2 \right]$$



(c)

$$\phi_3(x) = \left[3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$$

$$\phi_3''(x) = \frac{6}{l^2} \left[1 - 2\left(\frac{x}{l}\right) \right]$$



(d)

$$\phi_4(x) = x \left[\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \left(\frac{x}{l}\right) \right]$$

$$\phi_4''(x) = \frac{2}{l} \left[3\left(\frac{x}{l}\right) - 1 \right]$$

Figura 13: funciones de forma $\phi_i(x)$ y sus derivadas $\phi_i''(x)$.

Fuente: el autor.

3.1.1 Matriz de rigidez

La matriz de rigidez del elemento viga puede determinarse considerando la energía de deformación de la viga. De esta manera, se puede calcular cada componente de la matriz de rigidez como [60]

$$k_{ij} = EI \int_0^l \phi''_i(x) \phi''_j(x) dx \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, 4 \\ j = 1, 2, 3, 4 \end{pmatrix}$$

Por ejemplo, el componente 1-1 de la matriz de rigidez se calcularía como

$$k_{11} = EI \int_0^l \left(\frac{6}{l^2} \right)^2 \left[2 \left(\frac{x}{l} \right) - 1 \right]^2 dx, \quad k_{11} = \frac{12EI}{l^3}$$

De manera similar se calculan los demás componentes de la matriz para obtener

$$[k] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

Al despreciar deformaciones axiales en vigas y columnas y transformando las matrices locales a coordenadas globales, se obtienen las matrices de rigidez descritas en las ecuaciones (7) y (8).

$$[k]_{viga} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4l^2 & 0 & 2l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2l^2 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[k]_{columna} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ -6l & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ -12 & 6l & 12 & 6l \\ -6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

3.1.2 Matriz de masa

La construcción de la matriz de masa de cada elemento puede llevarse a cabo a través de varios métodos. En este trabajo se abordarán dos de ellos: matriz de masa consistente y matriz de masa agrupada.

Matriz de masa consistente

A partir de la ecuación (3) y la definición de energía cinética, se puede determinar cada componente de la matriz de masa del elemento viga como [60]

$$m_{ij} = \gamma \int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) dx \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, 4 \\ j = 1, 2, 3, 4 \end{pmatrix}$$

Por ejemplo, el componente 1-1 de la matriz de masa se calcularía como

$$m_{11} = \gamma \int_0^l \left[1 - 3 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]^2 dx, \quad m_{11} = \frac{156}{420} \gamma l$$

De manera similar se calculan los demás componentes de la matriz para obtener

$$[m] = \frac{\gamma l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

Al despreciar deformaciones axiales en vigas y columnas y transformando las matrices locales a coordenadas globales, se obtienen las matrices de masa descritas en las ecuaciones (9) y (10).

$$[m]_{viga} = \frac{\gamma l}{420} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4l^2 & 0 & -3l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3l^2 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[m]_{columna} = \frac{\gamma l}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l \\ -22l & 4l^2 & -13l & -3l^2 \\ 54 & -13l & 156 & 22l \\ 13l & -3l^2 & 22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Matriz de masa agrupada

En este método, la masa total del elemento viga ilustrado en la Figura 14 es dividida en dos partes iguales y asignada a los grados de libertad traslacionales. De esta manera se puede construir una matriz de masa diagonal para cada elemento y, por ende, para toda la estructura.

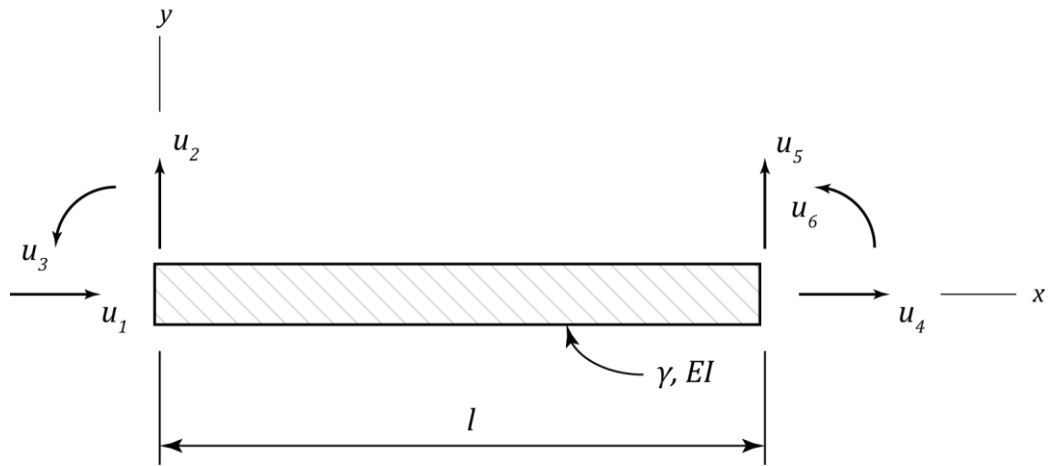


Figura 14: elemento viga para una matriz de masa agrupada.

Fuente: el autor.

$$[m]_{viga} = \frac{\gamma l}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[m]_{columna} = \frac{\gamma l}{2} \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Como se puede observar, los grados de libertad correspondientes a los giros no tienen masa asignada y, por lo tanto, para realizar el análisis dinámico de la estructura es necesario eliminar estos grados de libertad mediante el método de condensación estática [61].

Las ecuaciones de movimiento para un sistema que excluye el amortiguamiento puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} m_{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{u}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{t0} \\ k_{0t} & k_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_t \\ u_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_t(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

donde u_0 indica los grados de libertad sin masa y u_t los grados de libertad con masa asignada, también conocidos como los grados de libertad dinámicos. De esta ecuación pueden separarse las ecuaciones

$$m_{tt}\ddot{u}_t + k_{tt}u_t + k_{t0}u_0 = F_t(t) \quad (14)$$

$$k_{0t}u_t + k_{00}u_0 = 0 \quad (15)$$

De esta última se permite obtener la relación

$$u_0 = -k_{00}^{-1}k_{0t}u_t \quad (16)$$

Sustituyendo la ecuación (16) en la ecuación (14), se obtiene

$$m_{tt}\ddot{u}_t + \hat{k}_{tt}u_t = F_t(t) \quad (17)$$

donde $\hat{k}_{tt}$ es la *matriz de rigidez condensada*, dada por

$$\hat{k}_{tt} = k_{tt} - k_{0t}^T k_{00}^{-1} k_{0t} \quad (18)$$

Este método ofrece la notable ventaja de requerir un menor costo computacional para el análisis dinámico de estructuras, y como consecuencia es implementado por numerosas herramientas computacionales, por ejemplo SAP2000 [62].

3.1.3 Matriz de amortiguamiento

La matriz de amortiguamiento puede ser calculada en función de las razones de amortiguamiento modal de la estructura como [63]

$$[C] = 2[M][Phi][\Theta][\Omega][Phi]^{-1} \quad (19)$$

donde $[\Theta]$ y $[\Omega]$ son matrices diagonales y contienen las razones de amortiguamiento (ζ_i) y frecuencias naturales (ω_{n_i}) para cada modo de vibración i , respectivamente, como se muestra a continuación:

$$[\Theta] = \begin{bmatrix} \zeta_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \zeta_n \end{bmatrix}, \quad [\Omega] = \begin{bmatrix} \omega_{n_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{n_2} \end{bmatrix}$$

3.1.4 Factor de participación modal y masa modal efectiva

La masa modal efectiva provee una manera para determinar la influencia de un modo de vibración en la respuesta de la estructura. Modos de vibración con valores relativamente altos de masa efectiva pueden ser fácilmente excitados por movimientos en la base, mientras que los que tienen valores relativamente pequeños no lo son [64].

El factor de participación modal Γ_i para el modo de vibración i puede ser calculado como

$$\Gamma_i = \frac{\bar{L}_i}{\hat{m}_{ii}} \quad (20)$$

donde $\hat{m}$ es la matriz de masa del sistema en coordenadas generalizadas

$$\hat{m} = \Phi^T M \Phi$$

y $\bar{L}$ es calculado como

$$\bar{L} = \Phi^T M \hat{r}$$

donde $\hat{r}$ es el vector de influencia. La masa modal efectiva puede ser calculada como

$$m_{ef_i} = \frac{\bar{L}_i^2}{\hat{m}_{ii}} \quad (21)$$

3.2 MODELO NUMÉRICO DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

3.2.1 Amortiguador de Masa Sintonizada (TMD)

Al considerar el TMD como un grado de libertad adicional en la estructura, la ecuación de movimiento del sistema puede ser escrita como

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M_s \ddot{u}_g \\ -m_d \ddot{u}_g \end{Bmatrix} \quad (22)$$

donde M_s , C_s , K_s y u_s son la masa, el amortiguamiento, la rigidez y el desplazamiento de la estructura, respectivamente, mientras que m_d , c_d , k_d y u_d corresponden a la masa, el amortiguamiento, la rigidez y el desplazamiento del TMD, como se ilustra en la Figura 15.

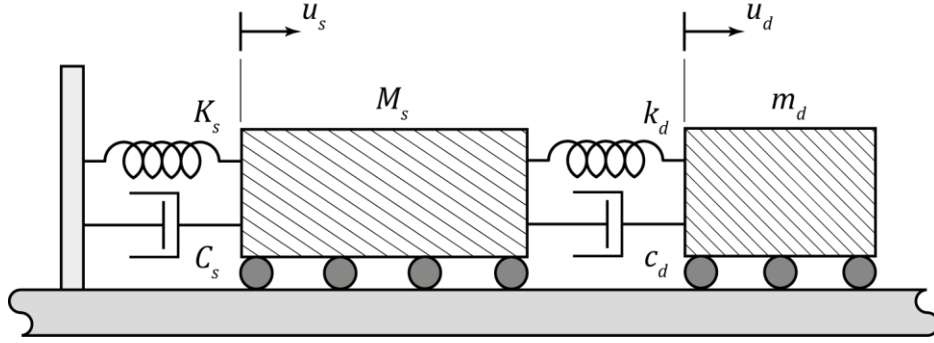


Figura 15: sistema Estructura-TMD.

Fuente: el autor.

3.2.2 Amortiguador de Fricción (FD)

La fuerza de fricción (F_{FD}) producida por el amortiguador de fricción (FD) puede ser escrita como

$$F_{FD} = \mu_k F_n \operatorname{sgn}(\dot{u}) \quad (23)$$

donde $\operatorname{sgn}(\dot{u})$ es el signo de la velocidad relativa entre el freno ($\dot{u}_d$) y la estructura ($\dot{u}_s$), como se ilustra en la Figura 16.

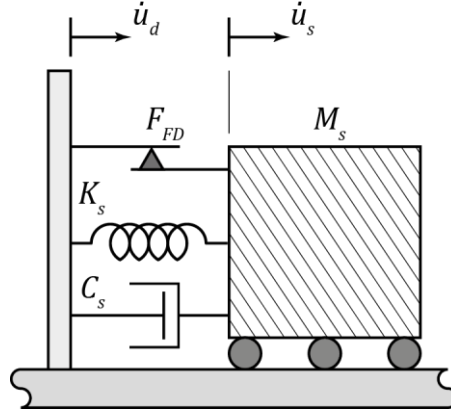


Figura 16: sistema Estructura-FD.

Fuente: el autor.

Por consiguiente, la ecuación de movimiento del sistema Estructura-FD puede escribirse como

$$[M_s]\{\ddot{u}_s\} + [C_s]\{\dot{u}_s\} + [K_s]\{u_s\} = \{-M_s\ddot{u}_g\} + \{\mu_k F_n \text{sgn}(\dot{u}_s - \dot{u}_d)\} \quad (24)$$

3.2.3 Amortiguador de Columna Líquida Sintonizada (TLCD)

La ecuación de movimiento para el sistema Estructura-TLCD, ilustrado en la Figura 7, puede ser escrita como [47]

$$\begin{bmatrix} M_s + m_d & \lambda m_d \\ \lambda m_d & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & k_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M_s \ddot{u}_g \\ -m_d \ddot{u}_g \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{TLCD} \end{Bmatrix} \quad (25)$$

donde la fuerza de control F_{TLCD} es dada por

$$F_{TLCD} = \frac{\rho A \xi |\dot{u}_d| \dot{u}_d}{2} \quad (26)$$

y u_d es el desplazamiento del líquido en el amortiguador, λ es la relación entre la longitud de la base del dispositivo y la longitud de la columna de fluido, k_d es la “rigidez” de la columna

líquida ($2\rho Ag$), ρ es la densidad del fluido, A es el área de la sección transversal del contenedor y ξ es el coeficiente de pérdida de cabeza, el cual depende de la abertura de la válvula.

4 SOFTWARE DE CONTROL ESTRUCTURAL (SCE)

4.1 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA

SCE es una herramienta computacional para el análisis dinámico de estructuras con sistemas de control, desarrollada en el lenguaje de programación Matlab y distribuida como ejecutable de Windows, para que de esta manera el usuario no requiera tener instalado Matlab en su computador. El software cuenta con una interfaz gráfica intuitiva y amigable con el usuario, la cual facilita el análisis e interpretación de los resultados. En esta herramienta se pueden implementar sistemas de control TMD, FD, SAVFD, TLCD y SATLCD para disminuir la respuesta dinámica de estructuras planas ante excitaciones sísmicas. Al finalizar, SCE presenta al usuario la opción de generar un reporte detallado sobre el modelo analizado y los resultados obtenidos.

4.2 PROGRAMACIÓN DE LA HERRAMIENTA

4.2.1 Implementación del modelo numérico de la estructura

Se implementó el modelo numérico de la estructura, descrito en la sección 3.1, para la simulación de estructuras planas porticadas. Para la matriz de rigidez solo se tuvo en cuenta la rigidez a flexión de los elementos, según de teoría Euler-Bernoulli, mientras que para la

matriz de masa de la estructura se incluyeron los modelos de masa consistente y masa agrupada, dando la opción al usuario de escoger el modelo a implementar en el análisis.

En cuanto las restricciones en la geometría de la estructura, se impiden las discontinuidades en los planos verticales de la edificación, así como la inclusión de elementos diagonales.

4.2.2 Implementación del modelo numérico de los sistemas de control

Se implementó el modelo numérico de los sistemas de control, descritos en la sección 3.2, para la simulación de los sistemas de control pasivos. Además, se incluyó una estrategia de control semiactivo, similar a la propuesta por Mantilla y otros en el año 2015 [65]. En esta estrategia se establecen tres parámetros principales:

1. Lapso de control (T_c): es medido en segundos y determina cada cuánto se adaptará el sistema de control.
2. Umbral de control (U_c): es el límite para el cual se considera que la estructura tiene una respuesta dentro del rango ideal. El usuario puede escoger como objetivo el controlar desplazamientos, velocidades o aceleraciones.
3. Parámetro de control (P_c): es la característica adaptativa del sistema de control, la cual es modulada con el fin de disipar la mayor cantidad de energía posible.

El algoritmo almacena los registros de la respuesta de la estructura en un *buffer*. Al llegar al lapso de control T_c se calcula el valor pico del *buffer* como el máximo del absoluto de los registros, y posteriormente se compara este valor pico con el umbral U_c . Esta comparación puede arrojar tres resultados:

1. Valor pico igual a U_c : en este caso P_c no se varía.
 2. Valor pico mayor a U_c : en este caso se adiciona el valor P_{mayor} al parámetro de control.
- Si se desea mayorar P_c , el signo de P_{mayor} debe ser positivo; en caso contrario, el signo debe ser negativo.
3. Valor pico menor a U_c : en este caso se adiciona el valor P_{menor} al parámetro de control actual. Si se desea aminorar P_c , el signo de P_{menor} debe ser negativo; en caso contrario, el signo debe ser positivo.

Estos tres casos son ilustrados en la Figura 17.

Este algoritmo se incluyó como ley de control de los sistemas SAVFD y SATLCD, con el fin de mejorar el desempeño de sus respectivos sistemas pasivos y para proveer un más amplio conocimiento sobre estas técnicas de control.

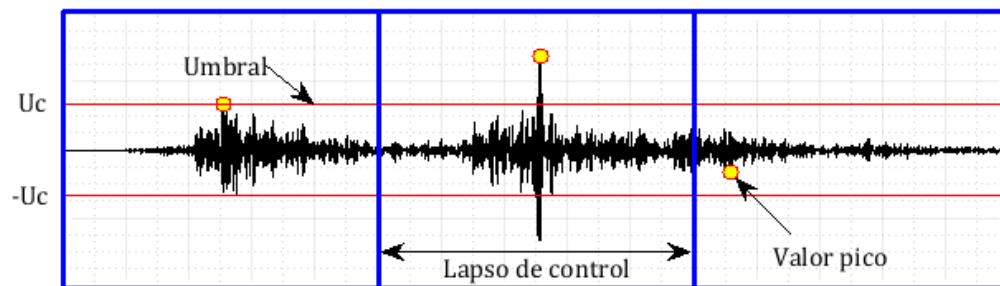


Figura 17: propiedades del algoritmo de control.

Fuente: el autor.

En el caso del SAVFD, se tomó como parámetro de control la fuerza normal F_N del dispositivo. El algoritmo de control implementado se describe como

```

maxval = max(abs(buffer));
if maxval>Uc
    Fn = min([Fmax, Fn+Fmayor]);
    Fn = max([0, Fn]);
elseif maxval<Uc
    Fn = min([Fmax, Fn+Fmenor]);
    Fn = max([0, Fn]);
end

```

donde *buffer* es la matriz que almacena los registros de la respuesta de la estructura, *Fmax* es la máxima fuerza que puede ejercer el dispositivo y *Fmayor* y *Fmenor* son determinadas por el usuario, como se describió al inicio de esta sección.

En el caso del TLCD, se tomó como parámetro de control el coeficiente de pérdida de cabeza ξ . El algoritmo de control implementado se describe como

```

maxval = max(abs(buffer));
if maxval>Uc
     $\xi$  = min([ $\xi$ max,  $\xi$  +  $\xi$ mayor]);
     $\xi$  = max([0,  $\xi$ ]);
elseif maxval<Uc
     $\xi$  = min([ $\xi$ max,  $\xi$  +  $\xi$ menor]);
     $\xi$  = max([0,  $\xi$ ]);
end

```

donde $\xi_{\max}$ es el máximo coeficiente de pérdida de cabeza que se puede generar, y ξ_{mayor} y ξ_{menor} son determinados por el usuario.

4.2.3 Excitaciones

Como se mencionó en la sección 1.3, en este trabajo sólo se abordarán estructuras sometidas a aceleraciones en la base. En este sentido, se incluyeron tres tipos de excitaciones: registros de algunos sismos, ruido blanco de banda de frecuencias y barrido de frecuencias. Cada uno de ellos se presenta a continuación.

Registro sísmico

Se incluyeron cuatro sismos que tuvieron alto impacto en el nivel internacional: los sismos de El Centro y Loma Prieta, ocurridos en la costa oeste de Estados Unidos en los años 1940 y 1989, respectivamente; el sismo de Tohoku, ocurrido en Japón en el año 2011; y el de Coquimbo, ocurrido en Chile en el año 2015. Estos registros fueron obtenidos del sitio web *Center for Engineering Strong Motion Data* [66]. También se incluyeron tres sismos de gran importancia ocurridos dentro del territorio colombiano: el sismo de Armenia, ocurrido en el año 1999, que afectó gran parte de la zona cafetera y especialmente las ciudades de Armenia y Pereira; el sismo de Pizarro de noviembre de 2004, que afectó la ciudad de Cali; y el sismo de Quetame del 24 de mayo del 2008, que causó daños en la ciudad de Bogotá. Estos registros fueron obtenidos del sitio web *Red Nacional de Acelerógrafos de Colombia* [67]. Datos importantes sobre los sismos mencionados se presentan en la Tabla 1.

Sismo	País	Fecha	Magnitud [Mw]	Estación	Componente
El Centro	EEUU	1940/05/18	6.9	El Centro	SOOE
Loma Prieta	EEUU	1989/10/17	7.0	Watsonville	90°
Armenia	Colombia	1999/01/25	6.3	Armenia	NS
Pizarro	Colombia	2004/11/15	6.7	B. Málaga	NS
Quetame	Colombia	2008/05/24	5.7	Quetame	NS
Tohoku	Japón	2011/03/11	9.0	Tsukidate	NS
Coquimbo	Chile	2015/09/16	8.3	El Pedregal	EW

Tabla 1: información de sismos incluidos.

Fuente: CESMD y RNAC.

Ruido de banda de frecuencias

Se incluyó una función desarrollada por el grupo de investigación G-7 (rbbf), para la generación de señales aleatorias, cuyo espectro de amplitudes es constante para todas las frecuencias dentro del rango especificado, y el valor máximo de la señal es igual a una ganancia determinada por el usuario.

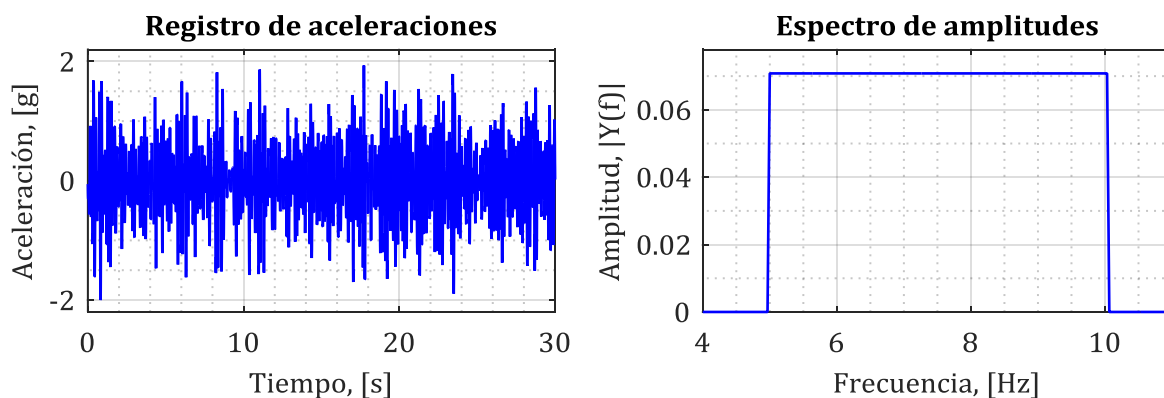


Figura 18: ruido de banda de frecuencias generado con la función *rbbf* para una banda de frecuencias de 5 a 10 [Hz] y una aceleración máxima de 2 [g].

Fuente: el autor.

Barrido de frecuencias

Se incluyeron barridos de frecuencias sinusoidales como registros de aceleraciones armónicos aplicados en la base de la estructura. El método mediante el cual se calcula la

frecuencia instantánea $f(t)$ del barrido puede ser seleccionada entre: lineal, logarítmico, cuadrático cóncavo y cuadrático convexo. Sus respectivos espectrogramas se presentan en la Figura 19. Los parámetros de frecuencia inicial, frecuencia final, tiempo del barrido, frecuencia de muestreo y amplitud de la señal son determinados por el usuario (Figura 20).

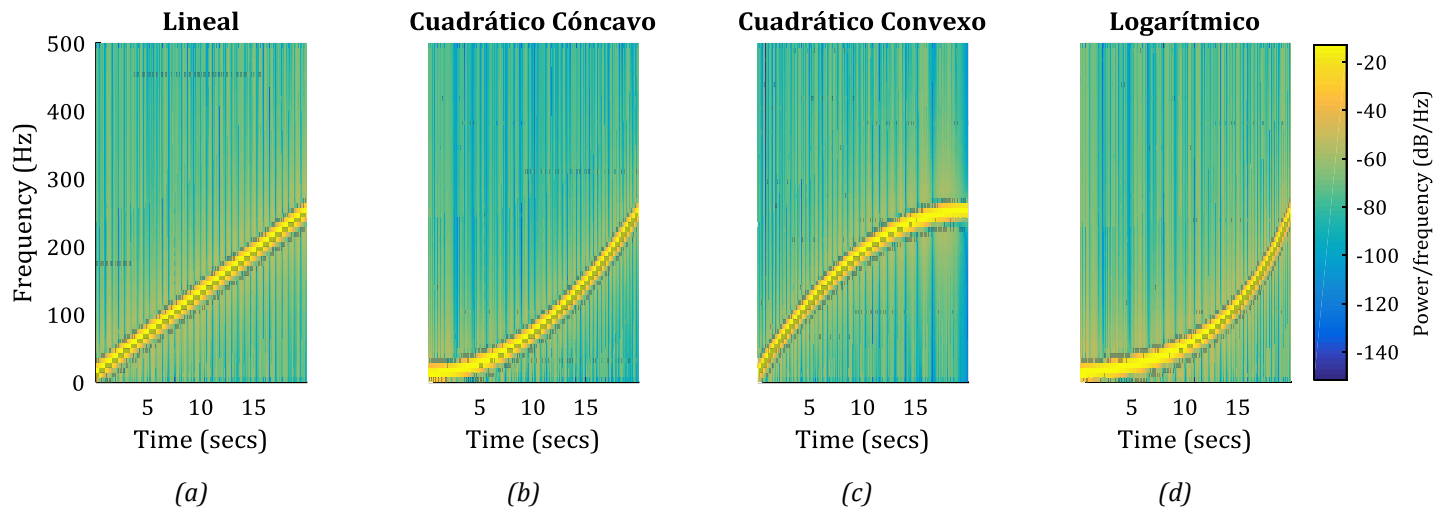


Figura 19: espectrogramas de un barrido de frecuencia de 10 a 250 Hz en 20 segundos mediante los métodos (a) lineal, (b) cuadrático cóncavo, (c) cuadrático convexo y (d) logarítmico.

Fuente: el autor.

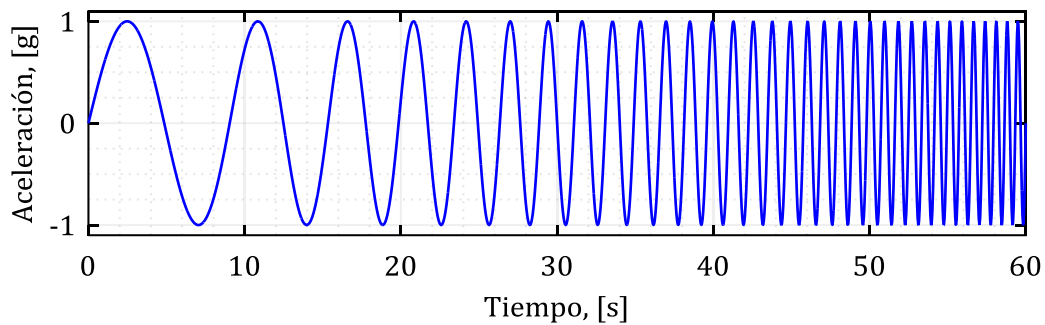


Figura 20: barrido de frecuencias de 0.5 a 2.0 Hz en 60 segundos con frecuencia de muestreo de 500 [Hz] calculado mediante el método cuadrático cóncavo.

Fuente: el autor.

4.2.4 Simulación de la respuesta

Estructura sin control

Se implementó la función `lsim` de Matlab [68] para la simulación de la respuesta de la estructura sin control. Esta función simula la respuesta de sistemas lineales sujetos a excitaciones arbitrarias. En un inicio se compararon varias funciones y algoritmos (`lsim`, `ode45`, Diferencia Central, Newmark y RK4) y se encontró que la ejecución de `lsim` puede llegar a ser 9 veces más rápida que las otras alternativas, sin perder exactitud en los cálculos. Esta comparación se presenta en el Anexo 2.

La función `lsim` requiere como parámetros de entrada: el sistema representado en espacio de estados, el vector o matriz de excitación y el vector de tiempo. En caso de que la frecuencia de muestreo sea muy pequeña, `lsim` hace una advertencia y sugiere utilizar una frecuencia de muestreo más apropiada:

Warning: Input signal is undersampled. Sample every 0.016 sec or faster.

pero realiza la simulación con la frecuencia de muestreo especificada por el usuario.

Se representó la estructura sin control en espacio de estados como

$$\dot{x} = Ax + Bp \quad (27)$$

$$y = Cx + Dp \quad (28)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad D = [0]$$

Al obtener la respuesta en desplazamiento y velocidad, las aceleraciones relativas pueden ser calculadas como

$$\ddot{u} = -\hat{r}\ddot{u}_g - M^{-1}C\dot{u} - M^{-1}Ku \quad (29)$$

donde $\ddot{u}_g$ es la aceleración del suelo, u es el desplazamiento de la estructura y $\hat{r}$ es el vector de influencia de la excitación, el cual tiene unos en las filas correspondientes a los grados de libertad horizontales y ceros en el resto de filas.

Estructura con control

Debido a que la función *lsim* sólo admite como entrada sistemas lineales y a que el modelo numérico del FD y el TLCD incluyen componentes no lineales en sus respectivas ecuaciones de movimiento, se utilizó otro método numérico para el cálculo de la respuesta de la estructura con estos sistemas de control. Para ello, se implementó el método numérico *Runge-Kutta Fourth Order Method (RK4)* para el sistema de ecuaciones compuesto por las ecuaciones (27) y (28), donde las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, y las fuerzas externas son calculadas como las resultantes de las ecuaciones (22), (24) y (25).

4.3 INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO

4.3.1 Proceso de instalación

Para instalar el software se deben seguir los siguientes pasos:

1. Descomprimir el archivo *SCE_v1.rar*.

2. Abrir el archivo *MCRInstaller* e instalarlo.
3. Abrir la carpeta del programa y ejecutar *SCE.exe*.

4.3.2 Ventana principal

El software cuenta con tres paneles principales: Estructura, Input/Output y Control; dentro de estos paneles se encuentran unos componentes generales y unos componentes específicos de cada panel. Cada uno de estos se describen a continuación.

Estructura

En este panel (Figura 21) se determina la estructura sobre la cual se desea realizar el análisis. Al ingresar a SCE éste será el panel inicial. Está compuesto por:

1. **Botones principales:** con estos se accede a los tres paneles principales.
2. **Botones de archivo:** la función de este grupo de botones consiste en crear un nuevo modelo, abrir un modelo guardado anteriormente o guardar el modelo actual.
3. **Botón establecer:** seleccionando este botón se establece la geometría y las propiedades físicas y dinámicas de la estructura sobre la cual se realizará el análisis.
4. **Botón de formas modales:** con este botón se accede al panel de propiedades en el cual se podrán observar y/o animar las formas modales, ingresar al panel de animación y ver los grados de libertad asignados por el software a la estructura.
5. **Panel de accesos rápidos:** en esta barra lateral se encuentran los accesos rápidos de las opciones de modificación.
6. **Panel de modificación:** en este panel se pueden visualizar y/o modificar las distintas propiedades de la estructura.

7. **Panel de animación:** en este panel se visualiza la geometría de la estructura y la animación de las formas modales.
8. **Longitud:** en este editable se determina el espaciamiento de la grilla.
9. **Panel de progreso:** contiene tres figuras, una por cada panel principal, las cuales toman un color amarillo indicando que aún no se ha establecido esta parte del modelo, y cambia a color verde cuando ya ha sido establecida.

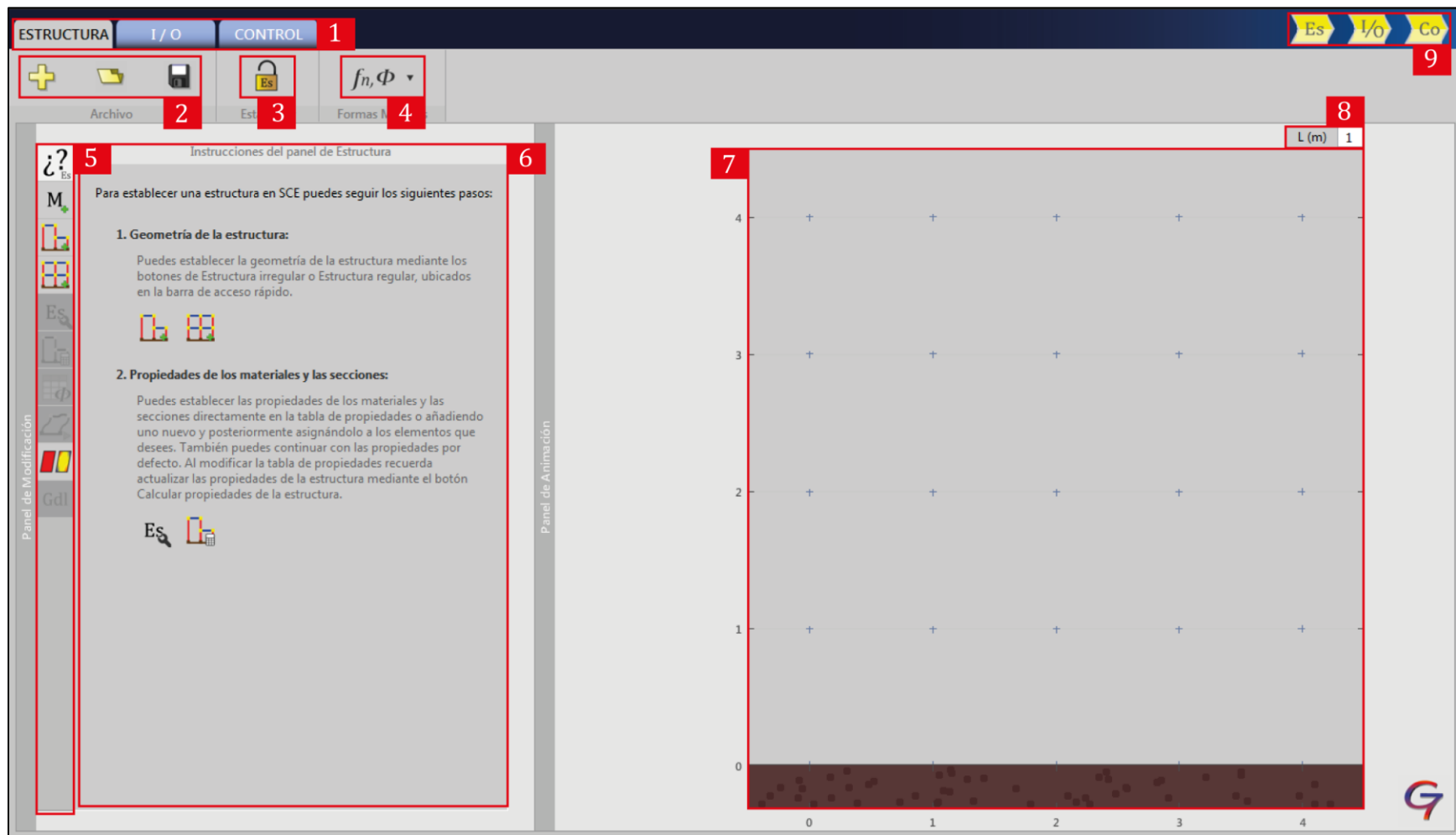


Figura 21: ventana inicial del panel Estructura.

Fuente: el autor.

Input/Output

En este panel (Figura 22) se determina la excitación del modelo. Los componentes específicos de este panel son los siguientes:

- 1. Botón establecer:** seleccionando este botón se establece el tipo de excitación y las respectivas propiedades determinadas por el usuario.
- 2. Botón de respuesta:** con este botón se puede acceder a las opciones de calcular la respuesta de la estructura ante la excitación determinada, animar dicha respuesta o modificar las propiedades de la animación.
- 3. Panel de accesos rápidos:** en este panel se puede acceder de manera rápida a las distintas opciones de modificación de la excitación y/o visualización de la respuesta sin control.
- 4. Panel de modificación:** en este panel se pueden visualizar y/o modificar las distintas propiedades de la excitación.
- 5. Selección de la excitación:** contiene las excitaciones que se pueden implementar en el modelo.
- 6. Panel de animación:** en este panel se puede visualizar la respuesta de la estructura ante la excitación determinada.

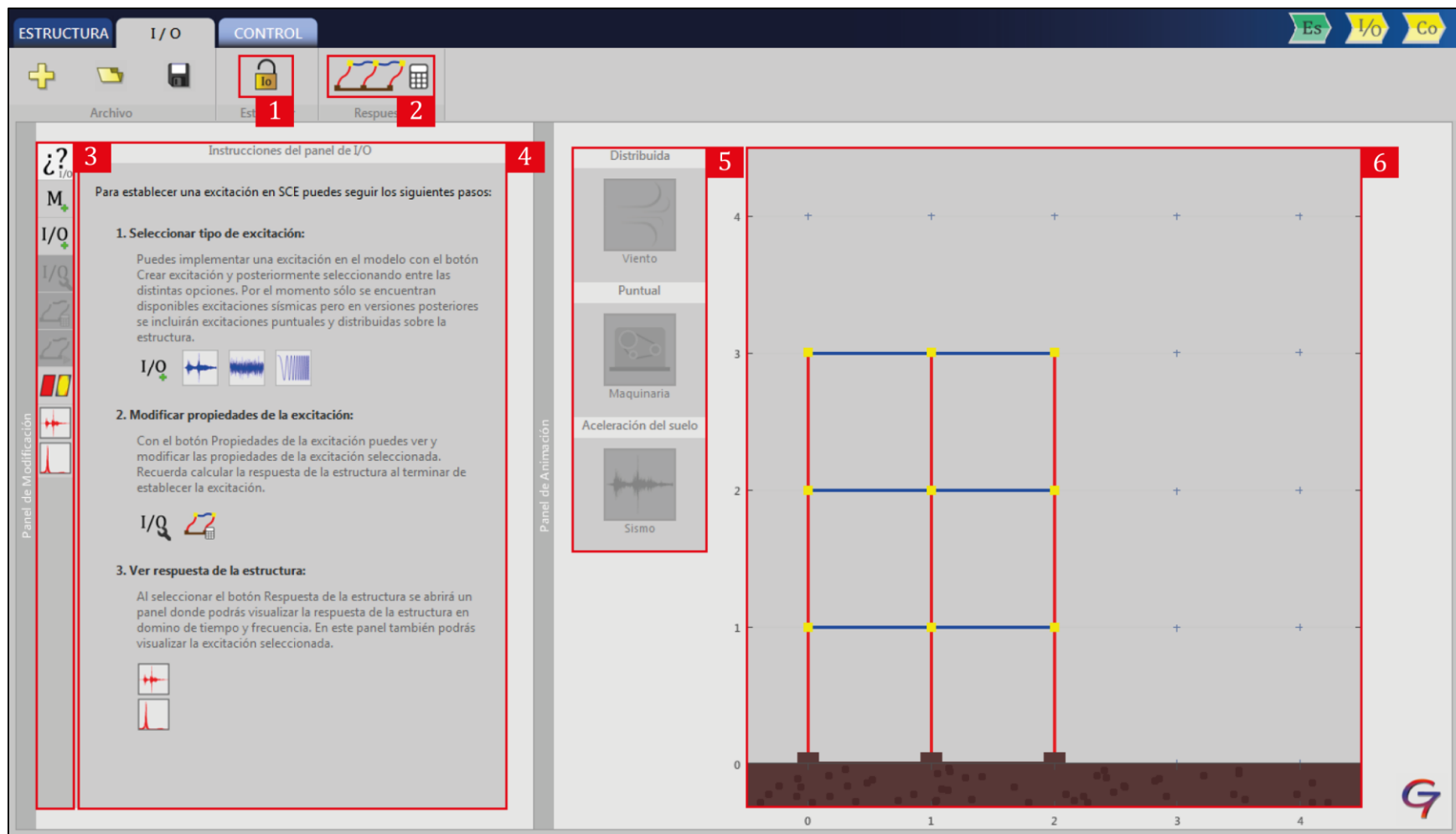


Figura 22: ventana inicial del panel Input/Output.

Fuente: el autor.

Control

En este panel (Figura 23) se determina el control a implementar en el modelo. Los componentes específicos de este panel son los siguientes:

1. **Botón establecer:** pulsando este botón se establece el control implementado en el modelo.
2. **Botón de respuesta:** con este botón se puede acceder a las opciones de calcular la respuesta de la estructura con control ante la excitación determinada, animar dicha respuesta o modificar las propiedades de la animación.
3. **Panel de accesos rápidos:** en este panel se puede acceder de manera rápida a las distintas opciones de modificación del control implementado y/o visualización de la respuesta.
4. **Panel de modificación:** en este panel se pueden visualizar y/o modificar las distintas propiedades del control implementado.
5. **Selección del sistema de control:** contiene los sistemas de control que se pueden implementar en el modelo.
6. **Panel de animación:** en este panel se puede visualizar la respuesta de la estructura control ante la excitación determinada.

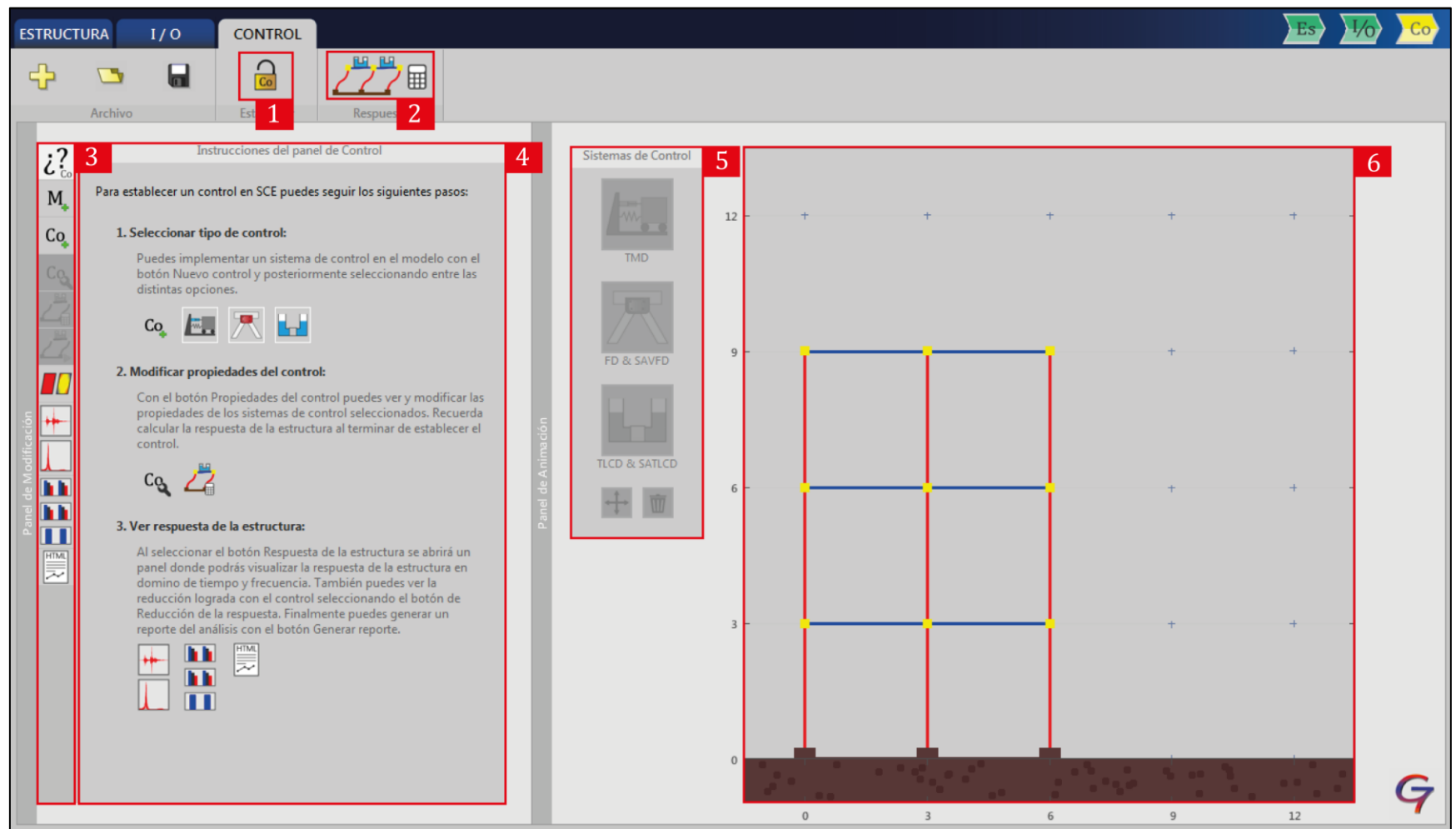


Figura 23: ventana inicial del panel Control.

Fuente: el autor.

4.3.3 Proceso básico

En la Figura 24 se presenta el proceso básico para realizar un análisis en SCE.

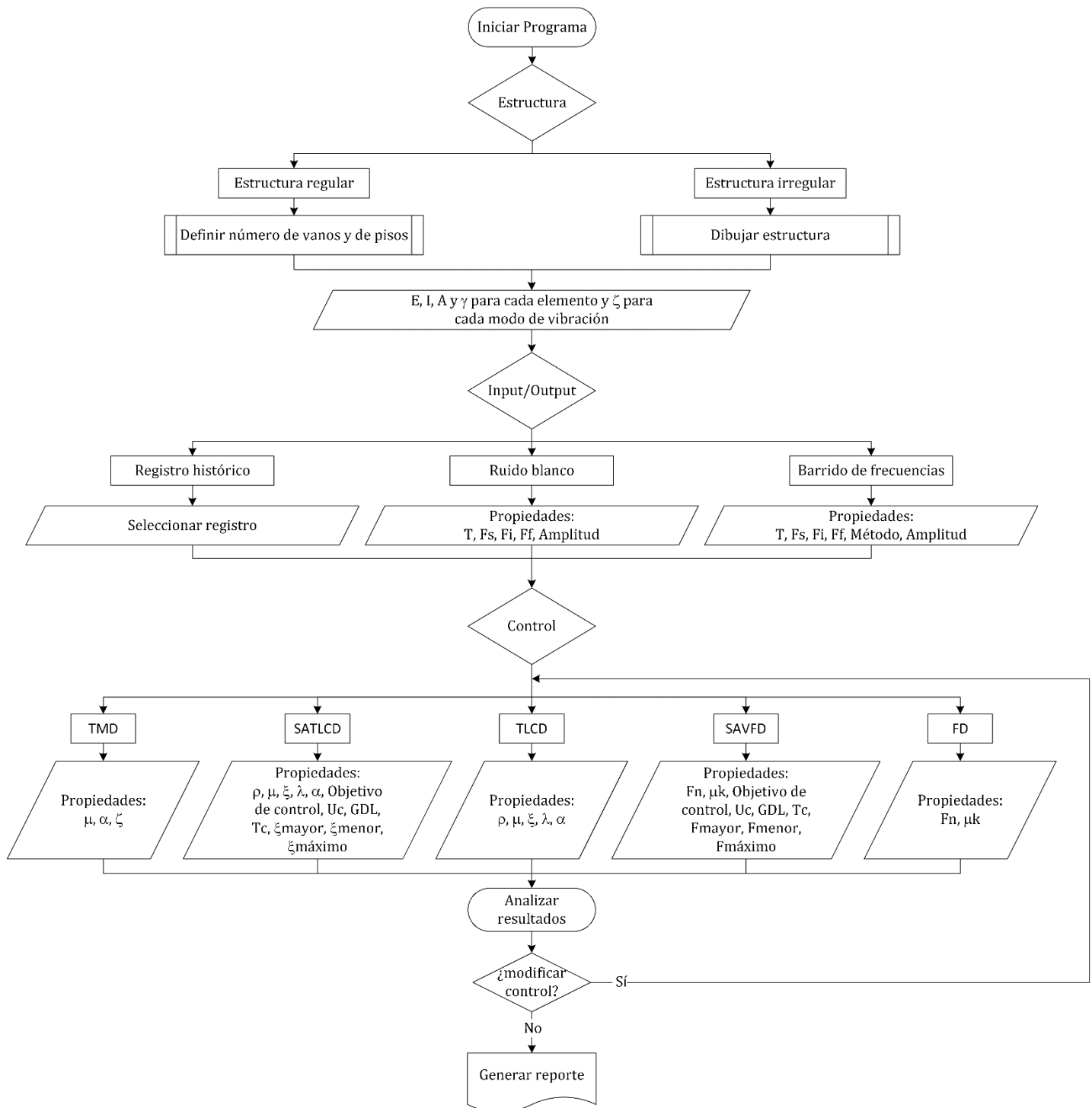


Figura 24: diagrama del proceso básico para realizar un análisis en SCE.

Fuente: el autor.

Este proceso es ilustrado mediante el siguiente ejemplo.

Respuesta de una estructura con sistemas de control TMD y FD ante un barrido de frecuencias

Se desea conocer la respuesta dinámica de una estructura como la ilustrada en la Figura 25 con las propiedades descritas en la Tabla 2. Esta estructura es controlada con un FD ubicado en el primer piso y un TMD ubicado en el último. La estructura es sometida en la base a un registro de aceleraciones calculado como un ruido de banda de frecuencias entre 1 y 25 [Hz], con una duración de 50 [s], una frecuencia de muestreo de 500 [Hz] y una aceleración máxima de 2 [g]. Las propiedades de los sistemas de control se presentan en la Tabla 3.

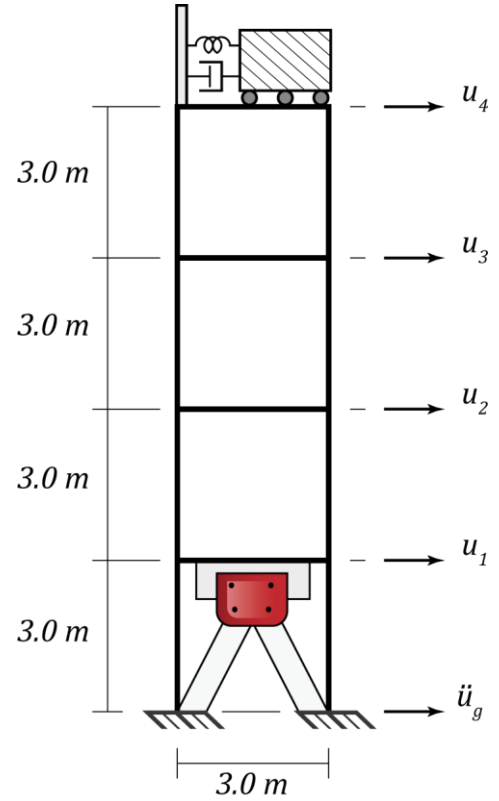


Figura 25: estructura considerada para el ejemplo del manual.

Fuente: el autor.

Propiedades de la Sección	
A [m ²]	2.0000E-02
I [m ⁴]	6.2000E-04
Propiedades del Material	
E [Pa]	2.1000E+10
γ [kg/m]	1.5000E+02

Tabla 2: propiedades de la estructura considerada para el ejemplo del manual.

Fuente: el autor.

Propiedades del TMD	
μ [%]	10
α [%]	90
ζ [%]	20
Propiedades del FD	
F_n [N]	10000
μk	0.74

Tabla 3: propiedades de los sistemas de control considerados para el ejemplo del manual.

Fuente: el autor.

Una vez iniciado el programa, se procede a dibujar la estructura seleccionando el botón de **Estructura irregular** e indicando el espaciamiento de la grilla. Con la geometría ya establecida se definen las propiedades de los elementos, que en este caso son iguales para todos. Las propiedades dinámicas de la estructura y los grados de libertad asignados se pueden observar mediante los botones **Ver formas modales** y **Ver grados de libertad**, respectivamente. Al finalizar se debe calcular la estructura y establecerla mediante sus respectivos botones. Este procedimiento es ilustrado en la Figura 26.

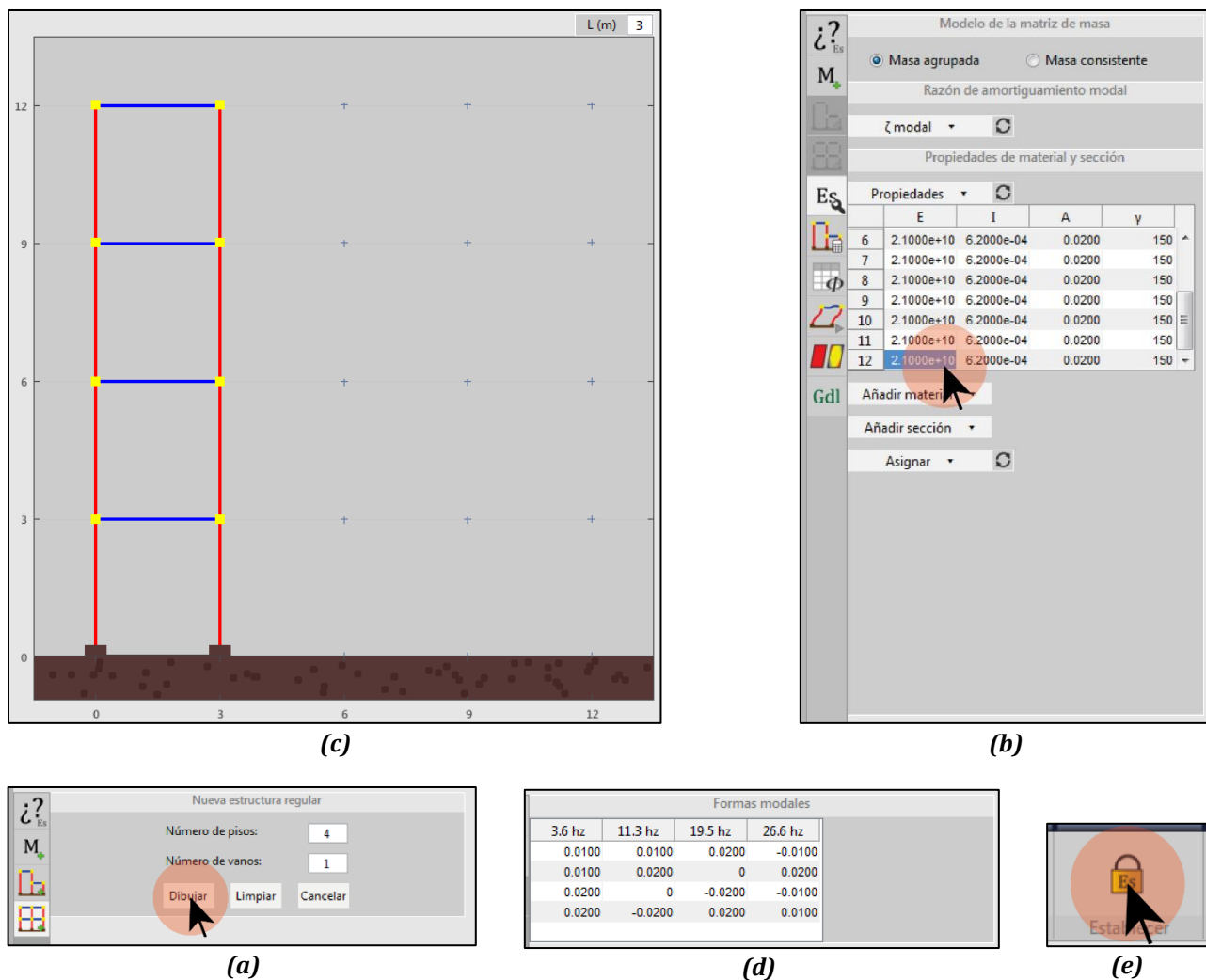


Figura 26: procedimiento básico para establecer una estructura en SCE: (a) dibujar estructura, (b) establecer propiedades de los elementos, (c) establecer longitud de la grilla, (d) visualizar propiedades dinámicas de la estructura y (e) establecer estructura.

Fuente: el autor.

Continuando en el panel de Input/Output, se incluye una excitación seleccionando el botón **Nueva excitación** y seleccionando las opciones **Aceleración en el suelo** seguido de **Ruido blanco**. Luego se determinan las propiedades de la señal para finalmente establecer la entrada. Si se desea, se puede estimar la respuesta sin control seleccionando el botón **Calcular respuesta** y posteriormente pulsando el botón **Respuesta de la estructura** para visualizar las señales en el respectivo panel. Este procedimiento es ilustrado en la Figura 27.

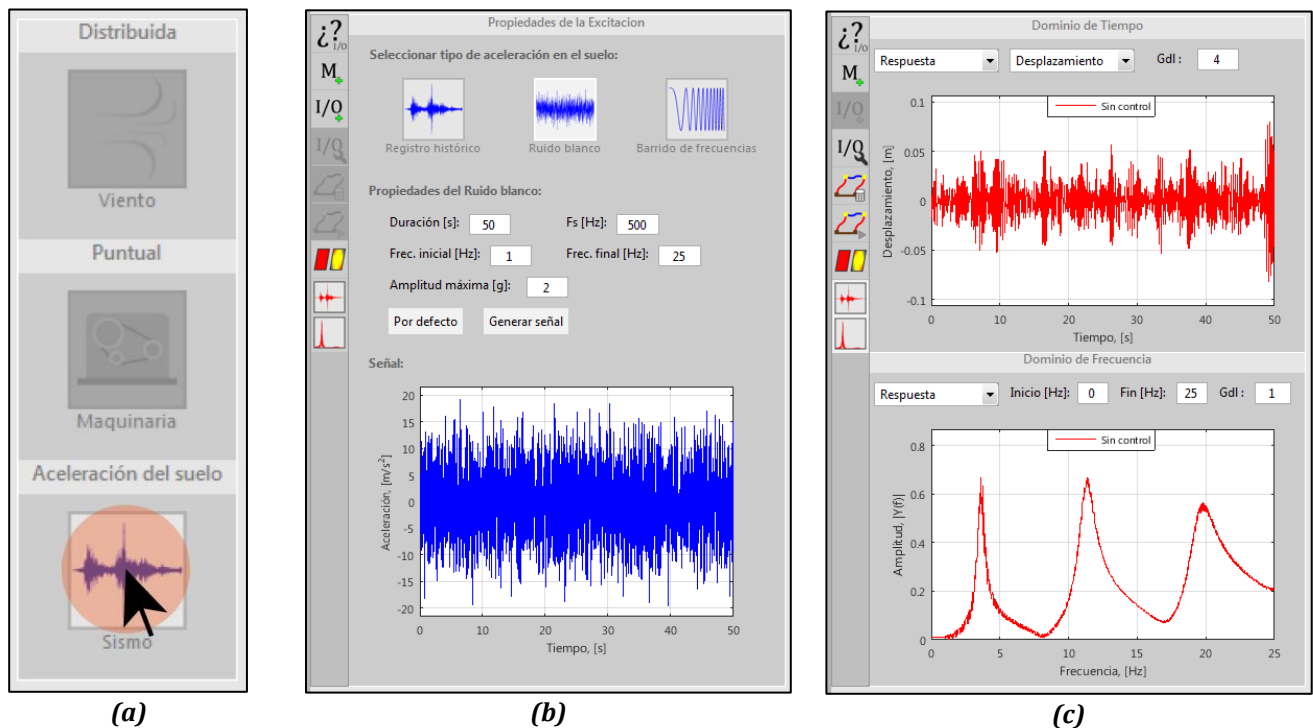
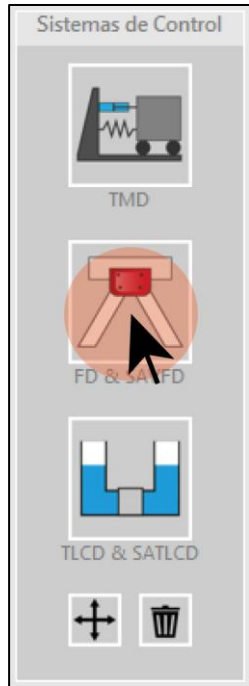


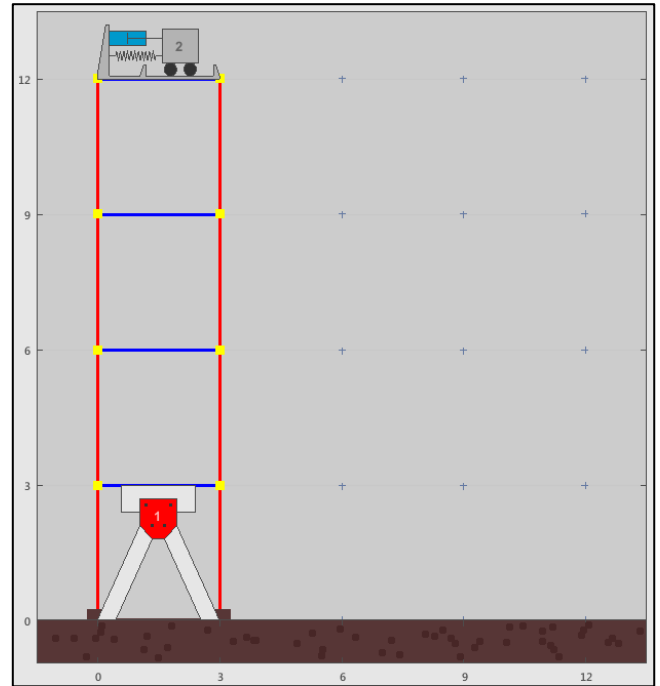
Figura 27: procedimiento básico para establecer una excitación en SCE: (a) seleccionar tipo de excitación, (b) modificar las propiedades de la excitación y (c) visualizar respuesta sin control.

Fuente: el autor.

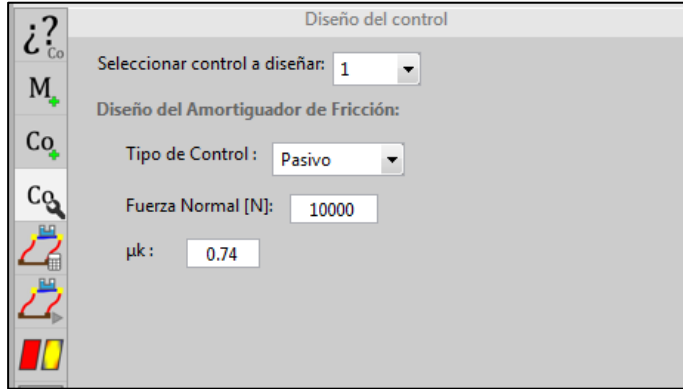
Al ingresar al panel de Control se selecciona el botón **Nuevo control** y se escoge el sistema de control que se desea incluir en el modelo. Una vez se ha establecido el control, se procede a modificar la posición y/o las propiedades de los sistemas incluidos. Este procedimiento es ilustrado en la Figura 28.



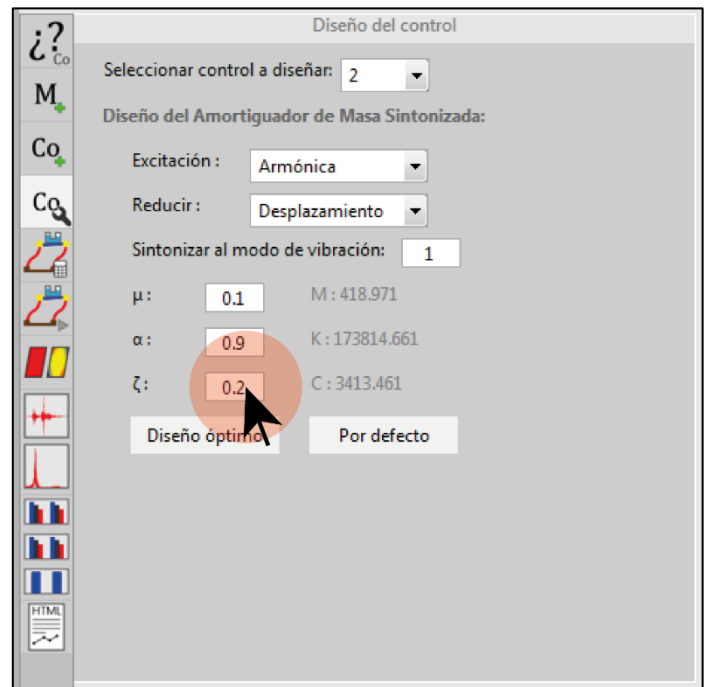
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 28: procedimiento básico para establecer un control en SCE: (a) seleccionar sistema de control, (b) determinar ubicación de los sistemas de control considerados, (c) y (d) establecer las propiedades de los sistemas de control.

Fuente: el autor.

Cuando se haya diseñado el control, se puede proceder a calcular la respuesta de la estructura seleccionando el botón **Calcular respuesta** y al ubicarse en el panel de respuesta se podrán ver las señales en dominio de tiempo y frecuencia para el grado de libertad seleccionado. Las reducciones logradas se pueden observar seleccionando el botón **Reducción**. Para generar el reporte del análisis se debe primero guardar el modelo mediante el botón **Guardar como** ubicado en el panel de archivo. Este procedimiento es ilustrado en la Figura 29.

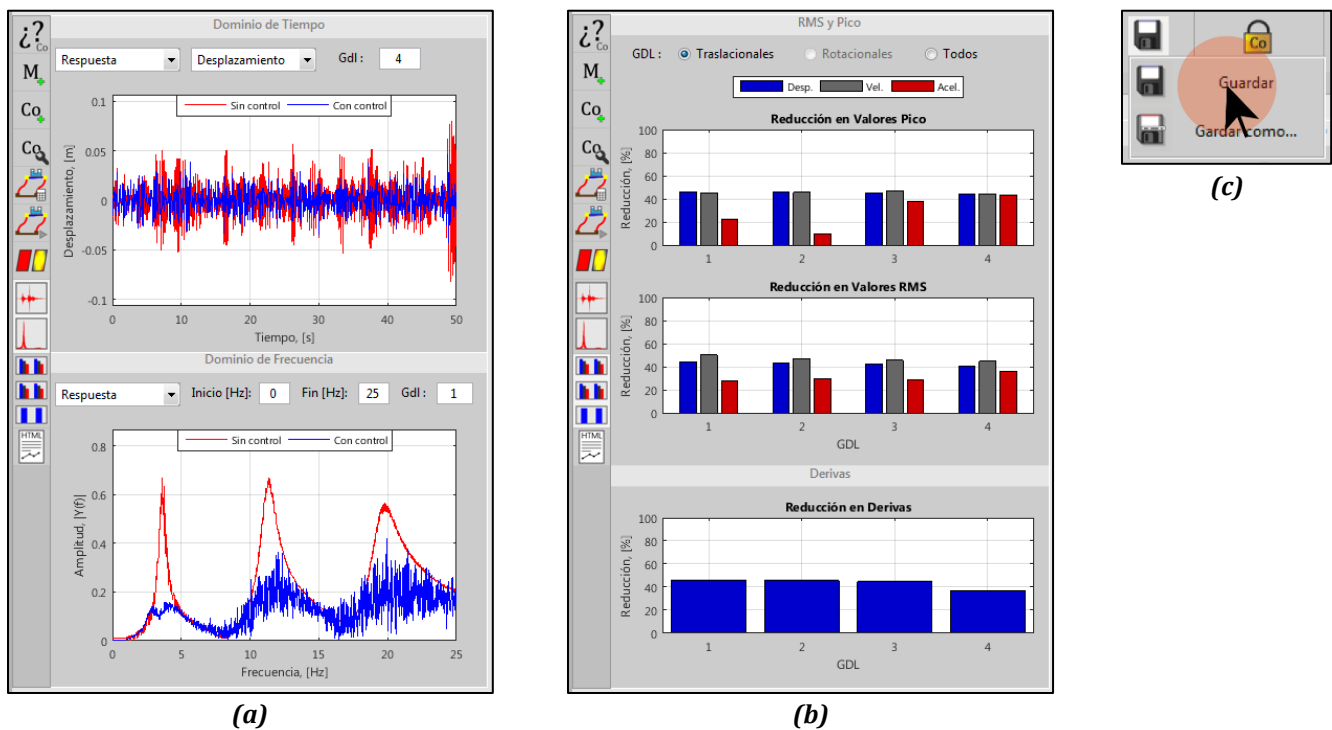


Figura 29: procedimiento para visualizar la respuesta con control, las reducciones logradas y generar un reporte del análisis: (a) calcular respuesta de la estructura con control, (b) analizar las reducciones logradas con los dispositivos y (c) guardar el modelo.

Fuente: el autor.

4.4 VALIDACIÓN DE RESULTADOS

4.4.1 Respuesta de la estructura sin control

Se validaron los resultados del software SCE para el análisis sin control mediante la comparación con los resultados obtenidos con SAP2000 [62]. Este último es ampliamente usado para el análisis y diseño de estructuras mediante el método de elementos finitos.

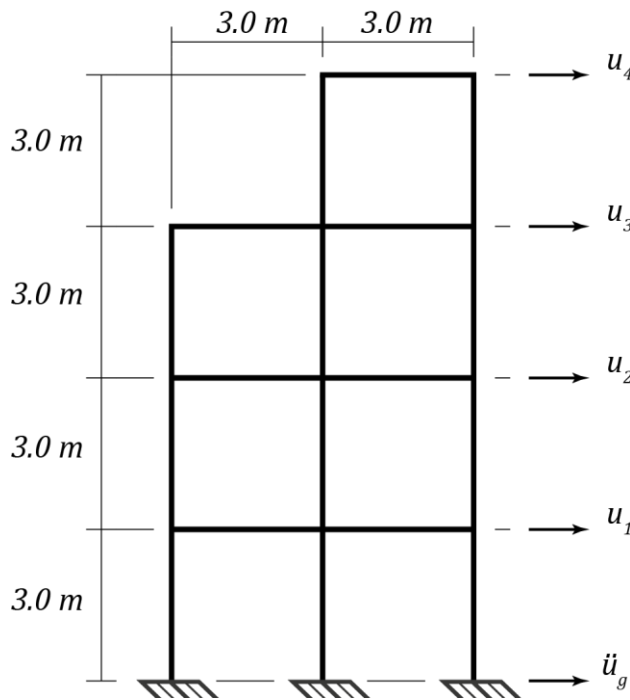


Figura 30: estructura considerada para validación de respuesta sin control.

Fuente: el autor.

Se consideró una estructura como la ilustrada en la Figura 30 con las propiedades descritas en la Tabla 4, sometida al sismo de Loma Prieta de 1989 (Figura 31), y se compararon las señales de desplazamiento, velocidad y aceleración obtenidas para los GDL horizontales de cada piso. Sólo se tuvieron en cuenta las deformaciones por flexión en el análisis. Para ello, en SAP2000 se modificaron las propiedades de rigidez axial y cortante con los factores $1E+10$ y 0 , respectivamente. También se compararon las frecuencias naturales y la masa modal.

Propiedades de la Sección		Propiedades del Material	
A [m ²]	1.9030E-02	E [Pa]	2.1000E+10
I [m ⁴]	6.2018E-04	γ [kg/m]	1.4913E+02

Tabla 4: propiedades de la estructura considerada para la validación de la respuesta sin control.

Fuente: el autor.

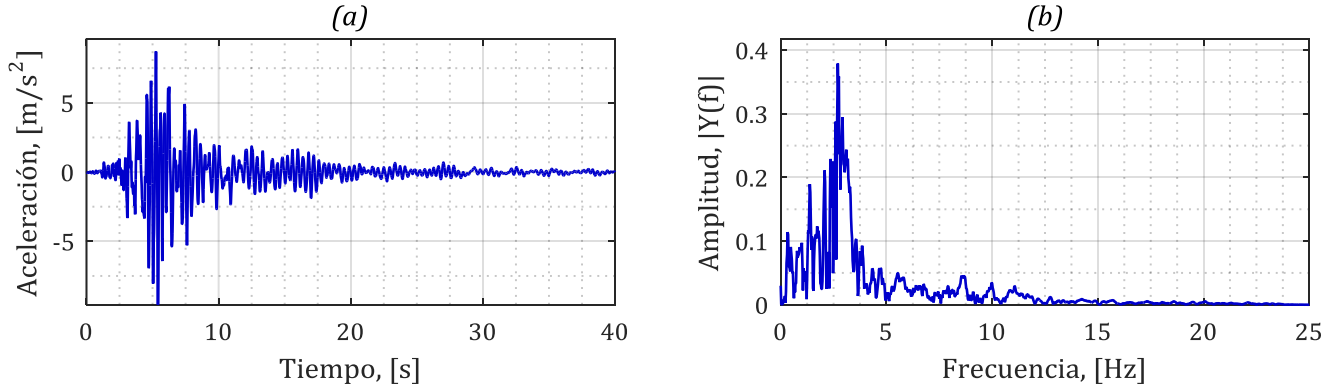


Figura 31: sismo de Loma Prieta de 1989 en dominio de tiempo (a) y frecuencia (b) considerado para los ejercicios de validación de la respuesta sin control.

Fuente: el autor.

Como criterios para determinar la correlación entre señales se consideraron los valores pico, la raíz cuadrada del promedio de los cuadrados (RMS) y el ajuste (Fit):

$$Pico = 1 - \frac{\max(abs(u))}{\max(abs(\hat{u}))} \quad RMS = 1 - \frac{\sqrt{prm(u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2)}}{\sqrt{prm(\hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2 + \dots + \hat{u}_n^2)}} \quad Fit = \left(1 - \frac{\|\hat{u} - u\|}{\|\hat{u} - promedio(\hat{u})\|}\right)$$

donde u es la señal obtenida con SCE, $\hat{u}$ la señal de referencia (SAP2000), $\|\psi\|$ es la norma del vector ψ , $prm(\psi)$ es el promedio del vector ψ y $abs(\vartheta)$ es el valor absoluto de ϑ .

Se obtuvieron diferencias de máximo 0.2% para el modelo de masa agrupada (Figuras 32 y 33), mientras que para el modelo de masa consistente se llegaron a diferencias de 26%, aproximadamente (Figuras 34 y 35). Esto resalta la gran influencia de la matriz de masa en las propiedades y la respuesta dinámica de la estructura. Cabe mencionar que los métodos para calcular la matriz de masa son sólo modelos, cada uno con sus ventajas y sus limitaciones, y por lo tanto conllevan a resultados relativamente diferentes [69]. Los resultados de la comparación para las señales en desplazamiento, velocidad y aceleración se presentan en las páginas 61 y 62; donde Fit_d , Fit_v y Fit_a corresponden a los resultados para las señales de desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente.

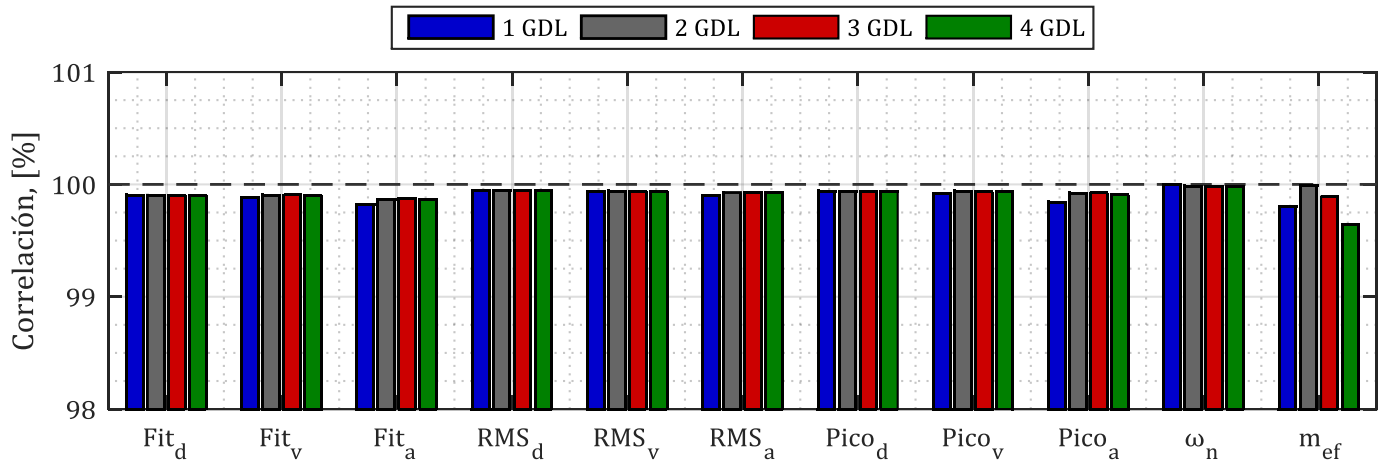


Figura 32: correlación entre resultados obtenidos mediante SAP2000 y SCE para estructura sin control.

Fuente: el autor.

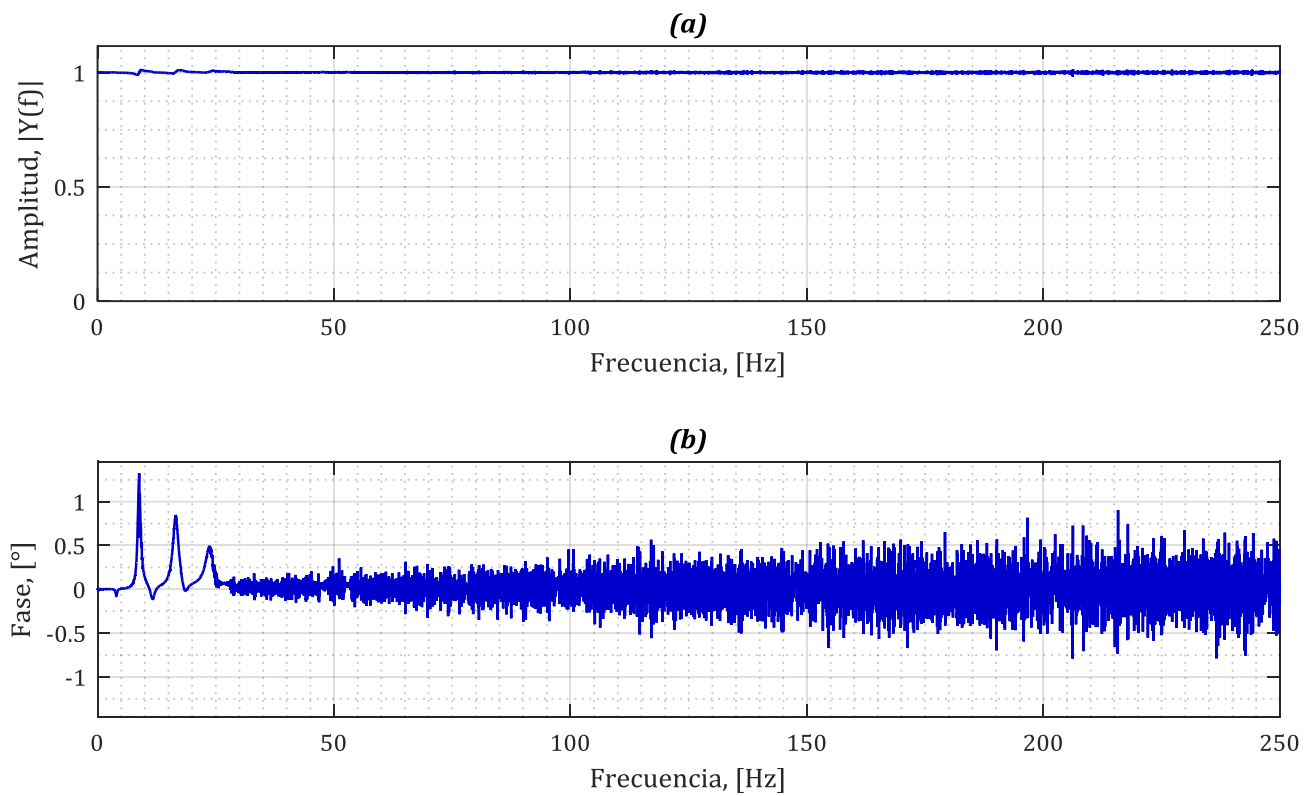


Figura 33: función de transferencia en (a) amplitud y (b) fase entre las señales estimadas mediante SAP2000 y SCE, para la respuesta en aceleraciones del primer piso.

Fuente: el autor.

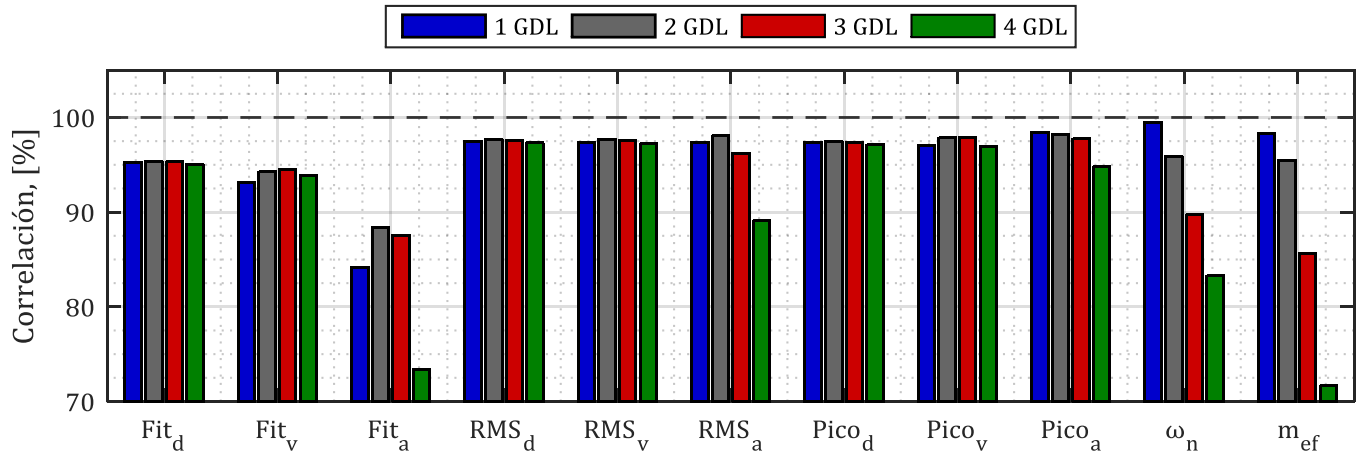


Figura 34: correlación entre resultados obtenidos mediante SAP2000 y SCE para estructura sin control.

Fuente: el autor.

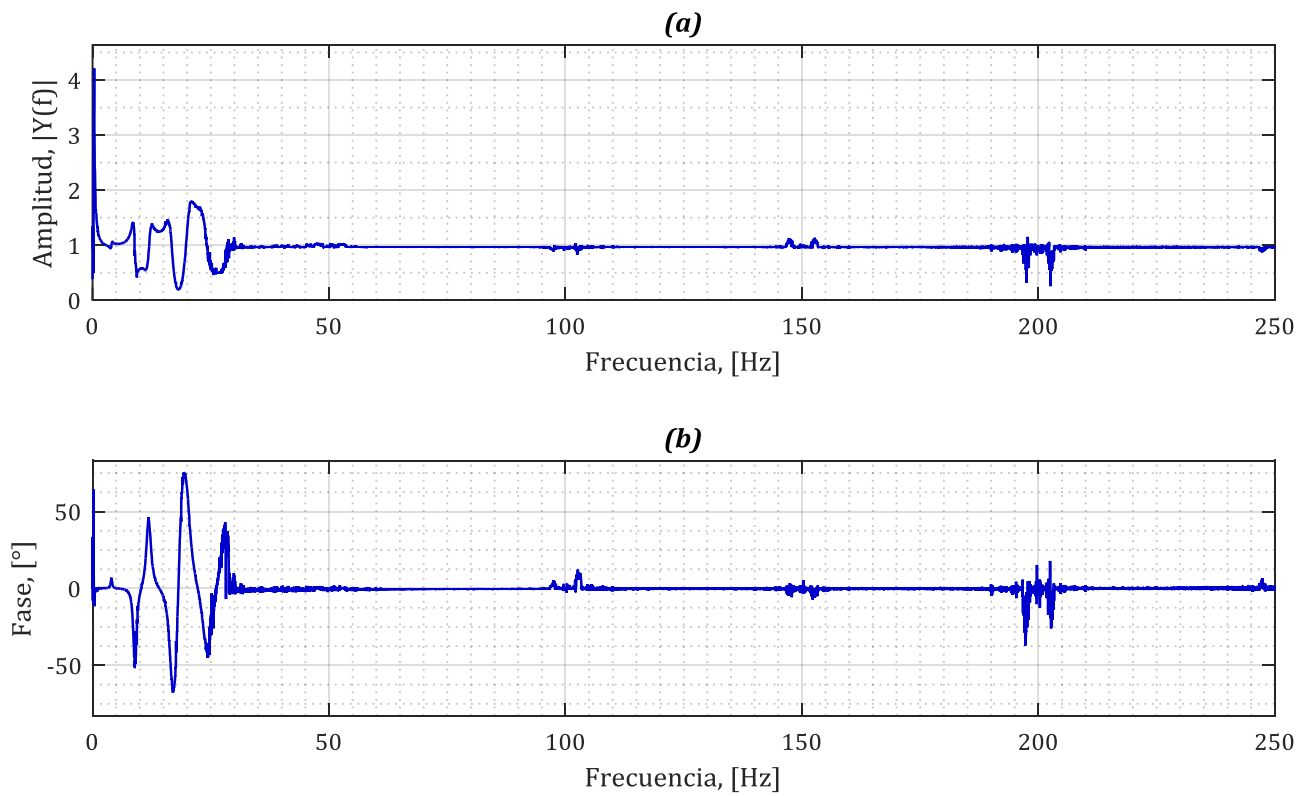


Figura 35: función de transferencia en (a) amplitud y (b) fase entre las señales estimadas mediante SAP2000 y SCE, para la respuesta en aceleraciones del primer piso.

Fuente: el autor.

4.4.2 Respuesta de la estructura con control pasivo

Se consideró una estructura como la ilustrada en la Figura 36 con la propiedades descritas en la Tabla 5, sometida a un barrido de frecuencias de aceleración constante con una duración de 30 [s], un rango de frecuencias entre 1 y 30 [Hz] con incremento lineal, una frecuencia de muestreo de 500 [Hz] y una amplitud de 2 [g] (Figura 37).

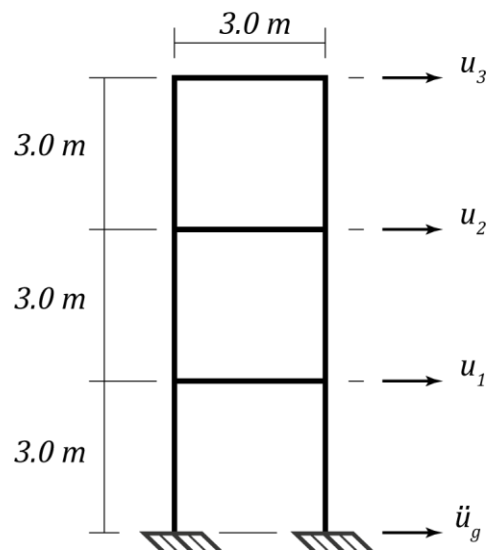


Figura 36: estructura considerada para validación de respuesta con control.

Fuente: el autor.

Propiedades de la Sección	
A [m ²]	1.9030E-02
I [m ⁴]	6.2018E-04
Propiedades del Material	
E [Pa]	2.1000E+10
γ [kg/m]	1.4913E+02

Tabla 5: propiedades de la estructura considerada para los ejercicios de validación de la respuesta con control.

Fuente: el autor.

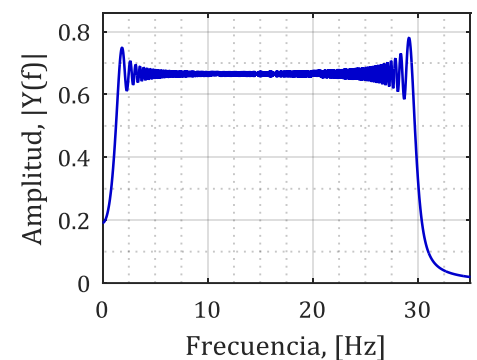
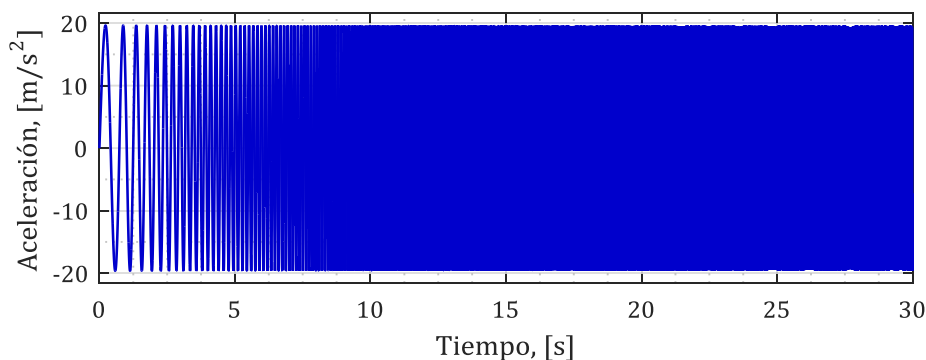


Figura 37: barrido de frecuencias en dominio de tiempo (a) y frecuencia (b) considerado para la validación de la respuesta con control.

Fuente: el autor.

Sistema Estructura-TMD

Se incluyó un amortiguador de masa sintonizada en el tercer piso de la estructura (Figura 38) y se determinaron las propiedades de este controlador como las presentadas en la Tabla 6, donde μ es la razón de masa del sistema de control con respecto a la masa de la estructura excitada en el primer modo de vibración, α es la razón de frecuencias del amortiguador con respecto a la frecuencia fundamental de la estructura y ζ es la razón de amortiguamiento del sistema de control.

Se estimaron los resultados mediante SCE y se extrajo el vector de fuerzas externas calculado para el análisis, en concordancia con la ecuación (22), para posteriormente incluirlo como un *TimeHistory* en SAP2000 y comparar las respuestas obtenidas.

Como se puede observar en las Figuras 39 y 40, se obtuvieron diferencias de máximo el 10% para el criterio de *Fit* y del 4% para los criterios *RMS* y *Pico*.

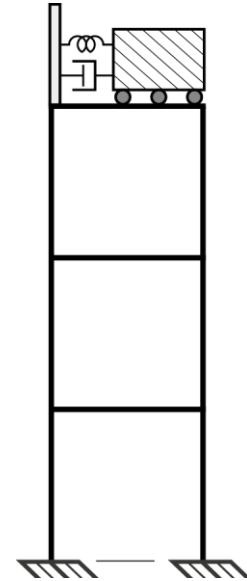


Figura 38: sistema Estructura-TMD considerado para validación de la respuesta con control.

Fuente: el autor.

Propiedades del TMD	
μ [%]	10
α [%]	90
ζ [%]	20

Tabla 6: propiedades del TMD.

Fuente: el autor.

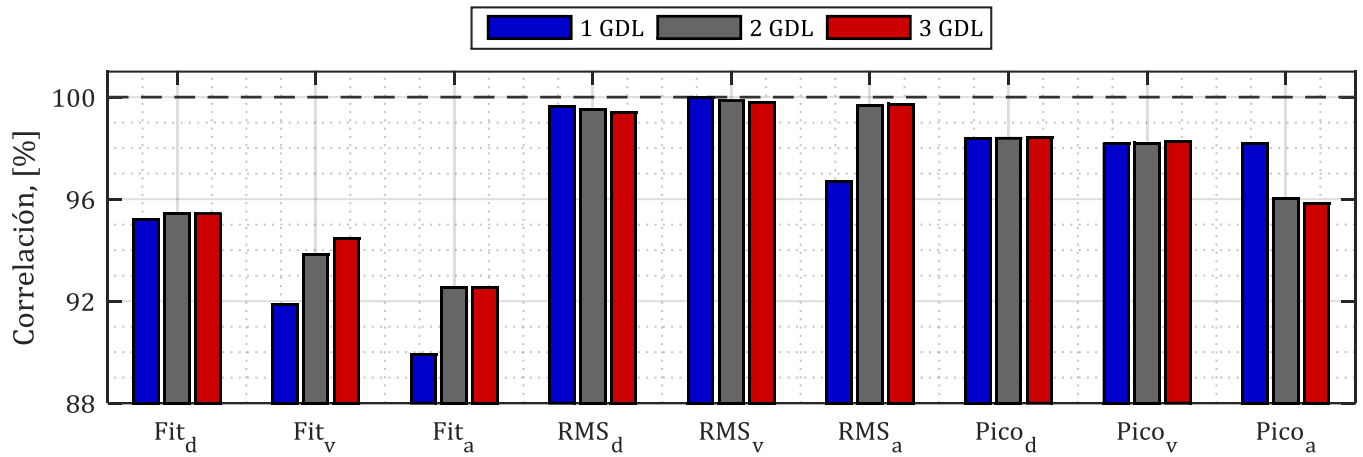


Figura 39: correlación entre resultados obtenidos mediante SAP2000 y SCE para el sistema Estructura-TMD.

Fuente: el autor.

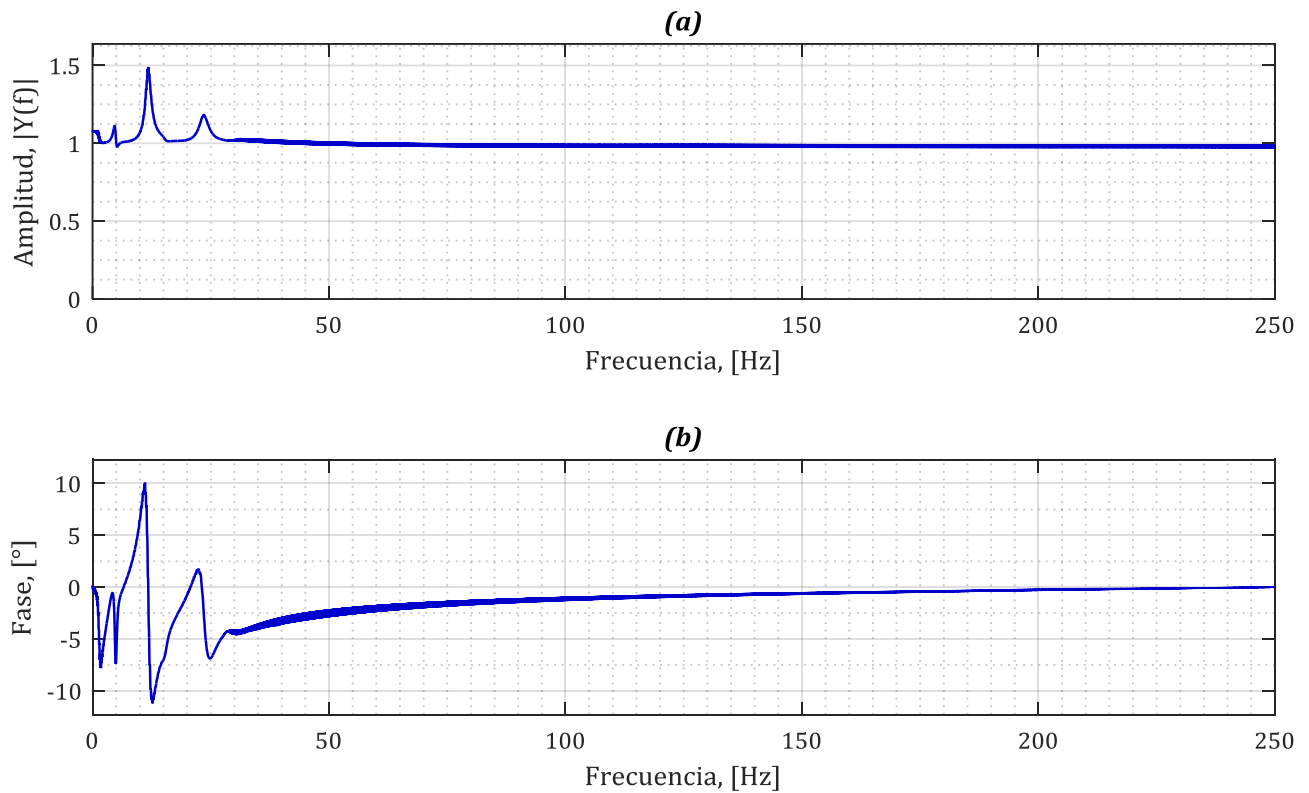


Figura 40: función de transferencia en (a) amplitud y (b) fase entre las señales estimadas mediante SAP2000 y SCE, para la respuesta en aceleraciones del primer piso.

Fuente: el autor.

Sistema Estructura-FD

Se incluyó un amortiguador de fricción en el primer piso de la estructura (Figura 41) y se determinaron las propiedades de este controlador como las presentadas en la Tabla 7, donde F_N es la fuerza normal aplicada por el freno y μ_k es el coeficiente de fricción dinámico entre la platina y el freno.

Se estimaron los resultados mediante SCE y se extrajo el vector de fuerzas externas calculado para el análisis, en concordancia con la ecuación (24), para posteriormente incluirlo como un *TimeHistory* en SAP2000 y comparar las respuestas obtenidas.

Como se puede observar en las Figuras 42 y 43, se llegaron a diferencias de máximo 9% para el criterio de *Fit*, del 3% para *RMS* y del 1% para *Pico*.

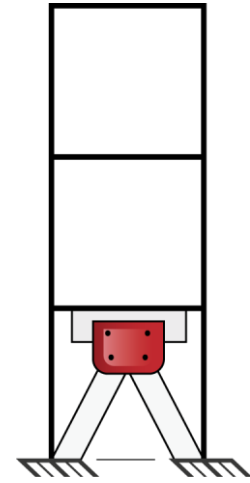


Figura 41: sistema Estructura-FD considerado para la validación de la respuesta con control.

Fuente: el autor.

Propiedades del FD	
F_N [N]	4000
μ_k	0.74

Tabla 7: propiedades del FD.

Fuente: el autor.

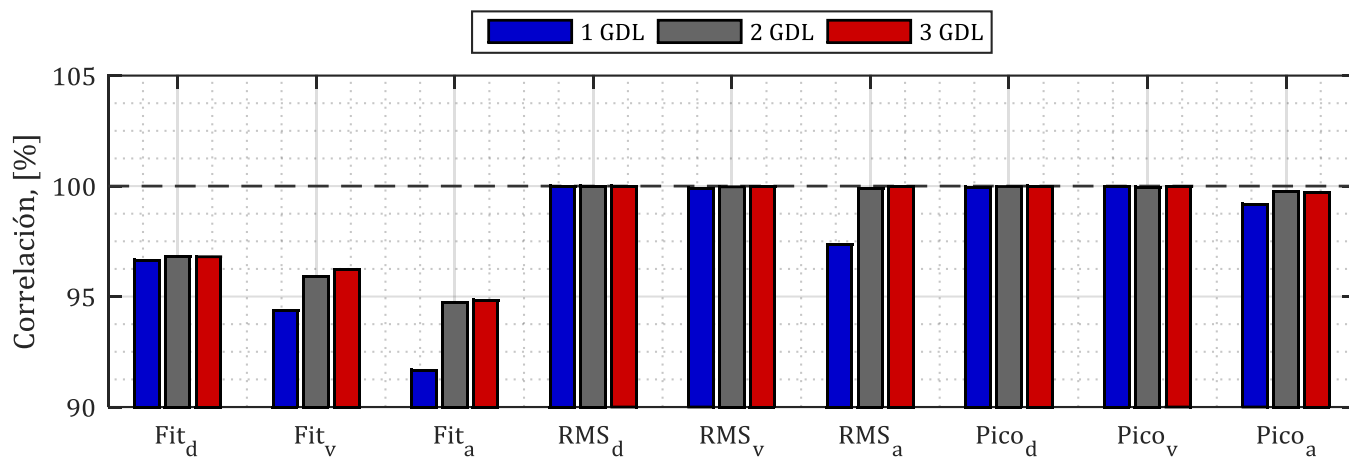


Figura 42: correlación entre resultados obtenidos mediante SAP2000 y SCE para el sistema Estructura-FD.

Fuente: el autor.

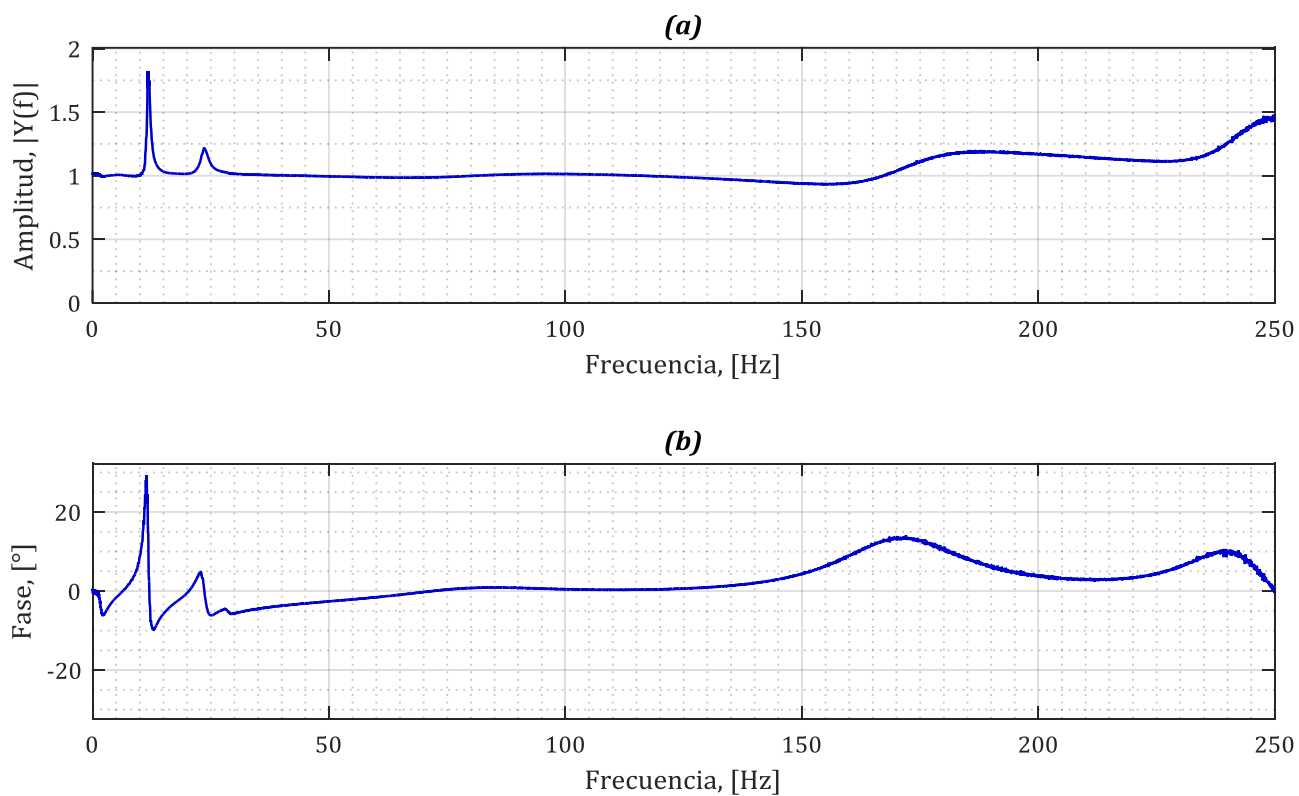


Figura 43: función de transferencia en (a) amplitud y (b) fase entre las señales estimadas mediante SAP2000 y SCE, para la respuesta en aceleraciones del primer piso.

Fuente: el autor.

Sistema Estructura-TLCD

Se incluyó un amortiguador de columna líquida sintonizada en el último piso de la estructura (Figura 44) y se determinaron las propiedades de este controlador como las presentadas en la Tabla 8, donde ρ es la densidad del fluido, μ es la razón entre la masa del fluido y la masa efectiva modal de la estructura para el primer modo de vibración, α es la razón entre la frecuencia natural del TLCD y la frecuencia fundamental de la estructura, λ es la razón entre la longitud de la columna del fluido y la de la base del recipiente y ξ es el coeficiente de pérdida de cabeza hidráulica.

De manera similar a la sección *Estructura-FD*, se comparó la fuerza de control estimada mediante SCE con la teórica presentada en la ecuación (26), posteriormente se compararon las señales obtenidas con las de SAP2000. Como se puede observar en las Figuras 45 y 46, se llegaron a diferencias de máximo 12% para el criterio de *Fit*, 2% para *RMS* y del 6% para *Pico*.

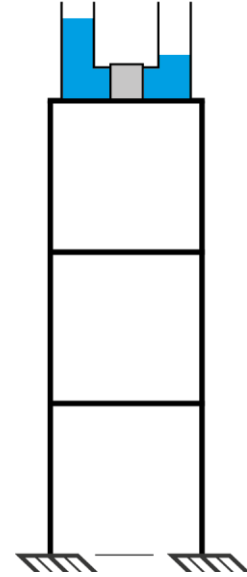


Figura 44: sistema Estructura-TLCD considerado para la validación de la respuesta con control.

Fuente: el autor.

Propiedades del TLCD	
ρ [kg/m ³]	1000
μ [%]	10
α [%]	95
λ	90
ξ	15

Tabla 8: propiedades del TLCD.

Fuente: el autor.

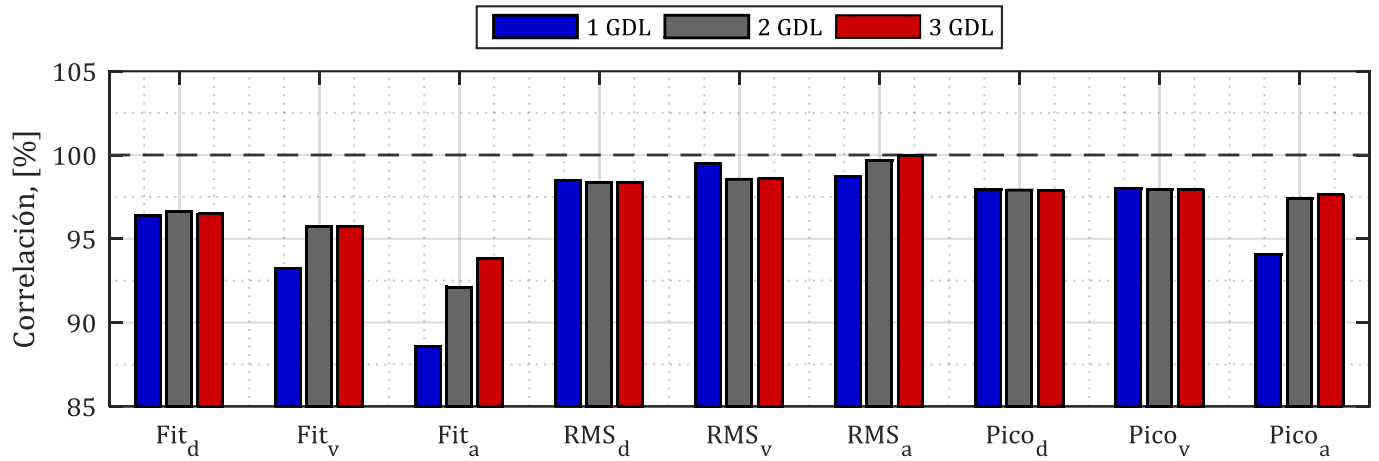


Figura 45: correlación entre resultados obtenidos mediante SAP2000 y SCE para el sistema Estructura-TLCD.

Fuente: el autor.

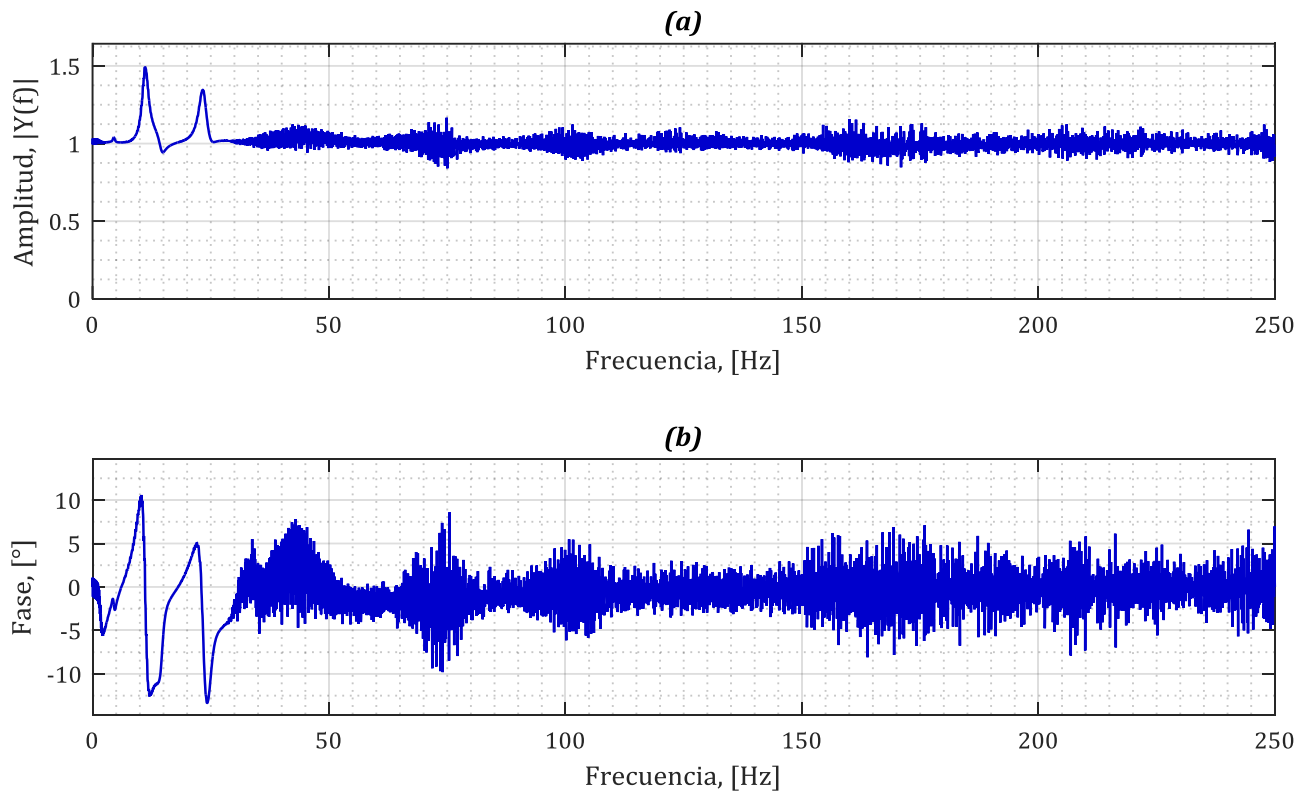


Figura 46: función de transferencia en (a) amplitud y (b) fase entre las señales estimadas mediante SAP2000 y SCE, para la respuesta en aceleraciones del primer piso.

Fuente: el autor.

4.4.3 Respuesta de la estructura con control semiactivo

Para la validación de la estrategia de control semiactivo se consideró una configuración como la ilustrada en la Figura 41, donde el amortiguador semiactivo de fricción variable (SAVFD) se diseñó con las propiedades descritas en la Tabla 9.

Al igual que en las secciones anteriores, se estimaron los resultados mediante SCE y se extrajo el vector de fuerzas externas calculado para el análisis. Posteriormente se incluyó dicho vector de fuerzas como un *TimeHistory* en SAP2000 y se compararon las respuestas obtenidas. Como se puede observar en las Figuras 47 y 48, se llegaron a diferencias de máximo 12% para el criterio de *Fit*, 2% para *RMS* y del 6% para *Pico*.

Propiedades del SAVFD	
F_N [N]	10000
μ_k	0.74
Obj. de control	Desplazamientos
Uc [m]	0.01
GDL	1
Tc [s]	0.1
Fmayor [N]	1000
Fmenor [N]	-1000
Fmáxima	10000

Tabla 9: Propiedades del SAVFD considerado para la validación de la estrategia de control semiactivo.

Fuente: el autor.

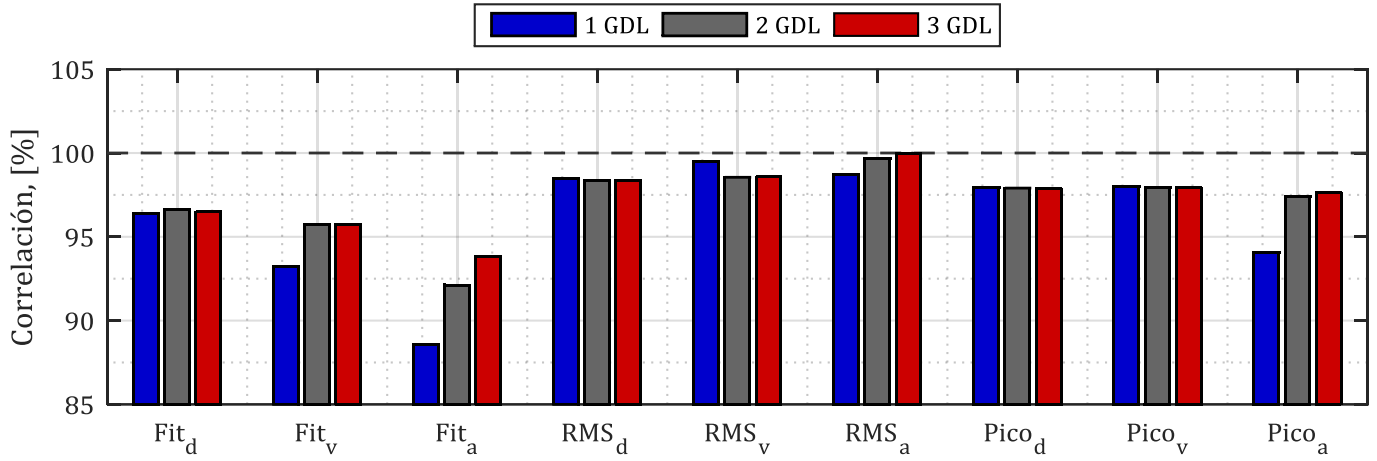


Figura 47: correlación entre resultados obtenidos mediante SAP2000 y SCE para el sistema Estructura-SAVFD.

Fuente: el autor.

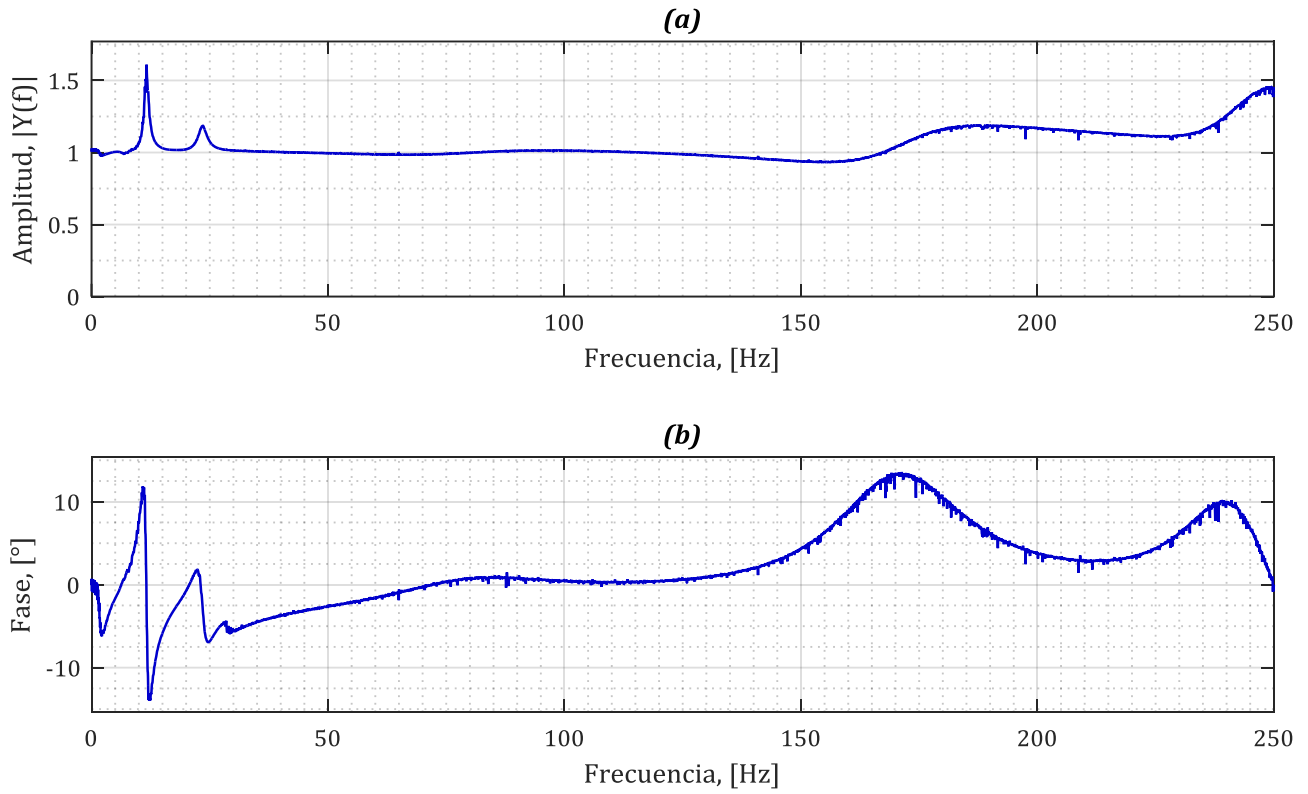


Figura 48: función de transferencia en (a) amplitud y (b) fase entre las señales estimadas mediante SAP2000 y SCE, para la respuesta en aceleraciones del primer piso.

Fuente: el autor.

5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Del trabajo realizado con la programación de la herramienta computacional y la validación de los resultados, se puede concluir que:

- ❖ SCE es una herramienta útil para determinar la respuesta dinámica de estructuras con sistemas de control TMD, FD, TLCD, SAVFD y SATLCD.
- ❖ SCE sobresale sobre las pocas herramientas computacionales asequibles para el análisis dinámico de estructuras con sistemas de control por ser de fácil manejo, de licencia libre y por permitir al usuario generar reportes detallados sobre el análisis realizado.
- ❖ La inclusión de sistemas de control semiactivo, permite en la academia relacionar al estudiante con conceptos básicos de estrategias de control y a la vez enriquece su conocimiento sobre la dinámica de estructuras y el control estructural.
- ❖ Los modelos de masa agrupada y masa consistente incorporados en el software, permiten relacionar al estudiante con estas técnicas para la estimación de la masa en una estructura y la influencia de estos modelos en la respuesta del sistema.
- ❖ Los resultados obtenidos con SCE fueron verificados con las señales obtenidas mediante SAP2000. Para el caso de la estructura sin control se obtuvieron diferencias menores del 0.2% para los criterios considerados. En cuanto a la respuesta con control, se obtuvieron errores de máximo 12% para el criterio de *Fit*, 3% para *RMS* y 6% para valores *Pico*. La razón de esta considerable diferencia se atribuye a la precisión de los

métodos numéricos empleados, como se muestra en el Anexo 2. Esta diferencia disminuye a medida que la frecuencia de muestreo aumenta.

En el software SCE se identificó un gran potencial para trabajos futuros, entre los cuales se pueden nombrar:

- ❖ Considerar rigidez axial y cortante en el modelo matricial de los elementos.
- ❖ Incluir otro tipo de excitación en la estructura, como cargas de viento y maquinaria.
- ❖ Incluir otros sistemas de control, ya sean pasivos, semiactivos, activos o híbridos.
- ❖ Incluir otras estrategias de control semiactivo.
- ❖ Evaluar el impacto de esta herramienta en la academia.

En cuanto a la última perspectiva mencionada, una encuesta para la evaluación del impacto ha sido propuesta e incluida en el Anexo 3.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] D. Gómez, J. Marulanda, and P. Thomson, "Sistemas de control para la protección de estructural civiles sometidas a cargas dinámicas," *Dyna*, vol. 155, pp. 77–89, 2008.
- [2] J. A. Oviedo and M. del P. Duque, "Sistemas de Control de Respuesta Sísmica en Edificaciones," *EIA*, vol. 6, pp. 105–120, 2006.
- [3] T. E. Saeed, G. Nikolakopoulos, J.-E. Jonasson, and H. Hedlund, "A state-of-the-art review of structural control systems," *J. Vib. Control*, vol. 21, no. 5, pp. 919–937, Jul. 2015.
- [4] J. A. Oviedo and M. del P. Duque, "Situación de las Técnicas de Control de Respuesta Sísmica en Colombia," *EIA*, vol. 12, pp. 113–124, 2009.
- [5] B. F. J. Spencer and S. Nagarajaiah, "State of the Art of Structural Control," *J. Struct. Eng.*, vol. 129, no. 7, pp. 845–856, 2003.
- [6] Y. Gao, G. Yang, B. F. Spencer, and G. C. Lee, "Java-Powered Virtual Laboratories for Earthquake Engineering Education," *Comput. Appl. Eng. Educ.*, vol. 13, no. 3, pp. 200–212, 2005.
- [7] V. Lilian, J. M. Ramírez, D. Gómez, and P. Thomson, "Aplicación interactiva para la educación en dinámica estructural," *Dyna*, vol. 78, no. 165, p. 72, 2011.
- [8] D. Gómez, P. Thomson, F. Guerrero, and A. Solarte, "Sismilab," 2013. [Online]. Available: <http://sismilab.univalle.edu.co/>.
- [9] G. W. Housner, L. A. Bergman, T. K. Caughey, A. G. Chassiakos, R. O. Claus, S. F. Masri, R. E. Skelton, T. T. Soong, B. F. Spencer, and J. T. Yao, "Structural Control: Past, Present and Future," *J. Eng. Mech.*, vol. 123, no. 9, pp. 897–971, 1997.
- [10] J. P. Den Hartog, *Mechanical vibrations*. New York: McGraw-Hill, 1940.
- [11] J. T. Yao, "Concept of Structural Control," *J. Struct. Div.*, pp. 1567–1574, 1972.
- [12] J. Kuehn, "Semi-Active Structural Control Systems with Nonlinear Actuator Dynamics: Design, Stability Analysis and Experimental Verification," Doctoral dissertation, University of Oklahoma, 2001.
- [13] a. C. Nerves and R. Krishnan, "Active Control Strategies for Tall Civil Structures," *Proc. IECON '95 - 21st Annu. Conf. IEEE Ind. Electron.*, vol. 2, pp. 962–967, 1995.
- [14] M. H. Chey, "Passive and Semi-Active Tuned Mass Damper Building Systems," Doctoral Dissertation, University of Canterbury, 2007.
- [15] J. J. Connor, *Introduction to Structural Motion Control*. New Jersey: Pearson Education, Inc., 2003.
- [16] H. Frahm, "Device for damping vibrations of bodies." Google Patents, 18-Apr-1911.
- [17] J. P. Den Hartog and J. Ormondroyd, "Theory of the dynamic vibration absorber," *ASME J. Appl. Mech.*, vol. 50, no. 7, pp. 11–22, 1928.
- [18] S. E. Randall, D. M. Halsted, and D. L. Taylor, "Optimum Vibration Absorber for Linear

- Damped Systems," *J. Mech. Des.*, vol. 103, pp. 908–913, 1981.
- [19] G. B. Warburton, "Optimum absorber parameters for minimizing vibration response," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 9, no. 3, pp. 251–262, 1981.
 - [20] G. B. Warburton, "Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 10, no. 3, pp. 381–401, 1982.
 - [21] G. B. Warburton and E. O. Ayorinde, "Optimum absorber parameters for simple systems," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 8, no. 3, pp. 197–217, 1980.
 - [22] E. O. Ayorinde and G. B. Warburton, "Minimizing structural vibrations with absorbers," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 8, no. 3, pp. 219–236, 1980.
 - [23] H. Tsai and G. Lin, "Optimum tuned mass dampers for minimizing steady state response of support excited and damped systems," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 22, no. 11, pp. 957–973, 1993.
 - [24] R. L. Mayes and N. A. Mowbray, "The Effect of Coloumb Damping on Multidegree of Freedom Elastic Structures," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 3, pp. 275–286, 1975.
 - [25] W. O. Keightley, "Building Damping by Coulomb Friction," *Sixth World Conf. Earthq. Eng.*, pp. 3043–3048, 1977.
 - [26] A. S. Pall, C. Marsh, and P. Fazio, "Friction Joints for Seismic Control of Large Panel Structures," *J. Prestress. Concr. Inst.*, vol. 25, no. 6, pp. 38–61, 1980.
 - [27] A. S. Pall and C. Marsh, "Response of Friction Damped Braced Frames," *J. Struct. Div. ASCE*, vol. 108, no. STG, pp. 1313–1323, 1982.
 - [28] M. Constantinou, T. Soong, and G. Dargush, *Passive Energy Dissipation Systems for Structural Design and Retrofit*. Buffalo, New York: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, 1998.
 - [29] F. Sakai, S. Takaeda, and T. Tamaki, "Tuned liquid column dampers (TLCD) for cable-stayed bridges," in *Proc., Specialty Conf. Innovation in Cable-Stayed Bridges*, 1991, pp. 197–205.
 - [30] S. K. Yalla, "Liquid Dampers for Mitigation of Structural Response: Theoretical Development and Experimental Validation," Ph. D. Thesis, University of Notre Dame, 2001.
 - [31] M. A. Marmolejo, "Características de los Absorbedores de Vibraciones de Columna Líquida de Sección Verticalmente Variable," M.S. Tesis, Ingeniería Civil, Universidad del Valle, 2008.
 - [32] Y. L. Xu, B. Samali, and K. C. S. Kwok, "Control of along-wind response of structures by mass and liquid dampers," *J. Eng. Mech.*, vol. 118, no. 1, pp. 20–39, 1992.
 - [33] T. Balendra, C. M. Wang, and H. F. Cheong, "Effectiveness of tuned liquid column dampers for vibration control of towers," *Eng. Struct.*, vol. 17, no. 9, pp. 668–675, 1995.
 - [34] H. Gao, K. C. S. Kwok, and B. Samali, "Optimization of tuned liquid column dampers," *Eng. Struct.*, vol. 19, no. 6, pp. 476–486, 1997.
 - [35] H. Gao, K. S. C. Kwok, and B. Samali, "Characteristics of multiple tuned liquid column

- dampers in suppressing structural vibration," *Eng. Struct.*, vol. 21, no. 4, pp. 316–331, 1999.
- [36] C. C. Chang and C. T. Hsu, "Control performance of liquid column vibration absorbers," *Eng. Struct.*, vol. 20, no. 7, pp. 580–586, 1998.
 - [37] A. Y. J. Won, J. A. Pires, and M. A. Haroun, "Stochastic seismic performance evaluation of tuned liquid column dampers," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 25, no. 11, pp. 1259–1274, 1996.
 - [38] F. Sadek, B. Mohraz, and H. S. Lew, "Single-and multiple-tuned liquid column dampers for seismic applications," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 27, no. 5, pp. 439–464, 1998.
 - [39] J. S. Mantilla, D. Gómez, and P. Thomson, "Desempeño de un amortiguador semiactivo de fricción variable para control de vibraciones en estructuras," M.S Tesis, Universidad del Valle, 2015.
 - [40] J. A. Inaudi, "Modulated Homogeneous Friction: a Semi-active Damping Strategy," *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 26, no. 3, pp. 361–376, 1997.
 - [41] Y. L. Xu, W. L. Qu, and Z. H. Chen, "Control of wind-excited truss tower using semiactive friction damper," *J. Struct. Eng.*, vol. 127, no. 8, pp. 861–868, 2001.
 - [42] W. L. He, A. K. Agrawal, and J. N. Yang, "Novel semiactive friction controller for linear structures against earthquakes," *J. Struct. Eng.*, vol. 129, no. 7, pp. 941–950, 2003.
 - [43] A. Kareem, "The next generation of tuned liquid dampers," in *Proc., First World Conf. on Struct. Control, FPS*, 1994, pp. 19–28.
 - [44] M. A. Haroun, J. A. Pires, and A. Y. J. Won, "Active orifice control in hybrid liquid column dampers," in *Proceedings of the First World Conference on Wind Engineering*, 1994, vol. 1.
 - [45] M. Abe, S. Kimura, and Y. Fujino, "Control laws for semi-active tuned liquid column damper with variable orifice openings," in *2nd International Workshop on Structural Control, Hong Kong*, 1996, vol. 10.
 - [46] S. K. Yalla, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Semi-active control strategies for tuned liquid column dampers to reduce wind and seismic response of structures," in *Proceedings of Second World Conference on Structural Control, Kyoto, Japan*, 1998, pp. 559–568.
 - [47] S. K. Yalla, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Semi-active tuned liquid column dampers for vibration control of structures," *Eng. Struct.*, vol. 23, no. 11, pp. 1469–1479, 2001.
 - [48] C. Riascos, M. A. Marmolejo, and P. Thomson, "Control estructural en una tribuna utilizando un TLCD semiactivo," Tesis, Ingeniería Civil, Universidad del Valle, 2011.
 - [49] F. Y. Cheng, H. Jiang, and K. Lou, *Smart Structures Innovative Systems for Seismic Response Control*. London, New York: CRC Press, 2008.
 - [50] R. E. Christenson, "Semi Active Control of Civil Structures for Natural Hazard Mitigation: Analytical and Experimental Studies," Doctoral Dissertation, University of Notre Dame, 2001.
 - [51] F. Casciati, J. Rodellar, and U. Yildirim, "Active and Semiactive Control of Structures—Theory and Applications: a Review of Recent Advances," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*,

vol. 23, no. 11, 2012.

- [52] M. D. Symans and M. C. Constantinou, "Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review," *Eng. Struct.*, vol. 21, no. 6, pp. 469–487, 1999.
- [53] A. K. Agrawal and J. N. Yang, "Hybrid control of seismic response using nonlinear output feedback," in *Analysis and Computation*, 1996, pp. 339–349.
- [54] F. Y. Cheng and H. Jiang, "Hybrid control of seismic structures with optimal placement of control devices," *J. Aerosp. Eng.*, vol. 11, no. 2, pp. 52–58, 1998.
- [55] F. Y. Cheng and H. Jiang, "Optimum control of a hybrid system for seismic excitations with state observer technique," *Smart Mater. Struct.*, vol. 7, no. 5, p. 654, 1998.
- [56] F. Y. Cheng, P. Tian, V. Rao, K. Martin, F. W. Liou, and J.-H. Yeh, "Theoretical and experimental studies on hybrid control of seismic structures," *Am. Soc. Civ. Eng.*, 1996.
- [57] A. Reinhorn and M. A. Riley, "Control of bridge vibrations with hybrid devices," in *Proc., First World Conf. on Struct. Control, TA2*, 1994, pp. 50–59.
- [58] M. Sakamoto, T. Kobori, T. Yamada, and M. Takahashi, "Practical applications of active and hybrid response control systems and their verification by earthquake and strong wind observations," in *Proc First World Conf Struct Control*, 1994, pp. 90–99.
- [59] O. El-khoury and H. jjat Adeli, "Recent Advances on Vibration Control of Structures Under Dynamic Loading," *Arch. Comput. Methods Eng.*, vol. 20, no. 4, pp. 353–360, Oct. 2013.
- [60] M. L. James, G. M. Smith, J. C. Wolford, and P. W. Whaley, *Vibration of Mechanical and Structural Systems, with Microcomputer Applications*. Harper & Row, Publishers, Inc., 1989.
- [61] A. K. Chopra, *Dynamics of Structures*. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [62] E. L. Wilson and A. Habibullah, "SAP2000 integrated finite element analysis and design of structures," *Anal. Ref. Comput. Struct.*, 1997.
- [63] M. H. Richardson and C. A. Jamestown, "Modal mass, stiffness and damping," *Vibrant Technol. Inc., Jamestown, CA*, pp. 1–5, 2000.
- [64] T. Irvine, "Effective modal mass & Modal participation factors - Revision D," *Vib. Data*, 2013.
- [65] S. Mantilla, A. Solarte, M. González, D. Gómez, and P. Thomson, "Evaluación experimental de una estrategia de control semiactivo en una estructura a escala reducida," *Estado del Arte en Ing. Sísmica en Colomb.*, pp. 370–375, 2015.
- [66] CESMD, "Center for Engineering Strong Motion Data." [Online]. Available: <http://www.strongmotioncenter.org/cgi-bin/CESMD/archive.pl?Archives=Significant>.
- [67] RNAC, "Red Nacional de Acelerógrafos de Colombia." [Online]. Available: http://seisan.sgc.gov.co/RNAC/index.php?option=com_wrapper&view=wrapper&Itemid=93.
- [68] The MathWorks Inc., "lsim," 2016. [Online]. Available:

<http://www.mathworks.com/help/control/ref/lsim.html#f3-209209>.

- [69] C. A. Felippa, "Introduction to finite element methods," *Course Notes, Dep. Aerosp. Engineering Sci. Univ. Color. Boulder*, available [http://www. Color.edu/engineering/Aerospace/CAS/courses. d/IFEM. d](http://www.Color.edu/engineering/Aerospace/CAS/courses.d/IFEM.d), p. 31–1, 31–23., 2004.
- [70] A. Solarte, D. Gómez, and P. Thomson, "Desarrollo de una aplicación computacional para la simulación de sistemas dinámicos de un grado de libertad en un laboratorio virtual de ingeniería sísmica," Tesis, Ingeniería Civil, Universidad del Valle, 2014.
- [71] L. F. Guerrero, D. Gómez, and P. Thomson, "Desarrollo e implementación de un laboratorio virtual de ingeniería sísmica," M.S. Tesis, Universidad del Valle, 2015.

ANEXO 1: PROPIEDADES ÓPTIMAS DEL TMD.

En el caso en que la estructura principal sea excitada en la base por una señal armónica, Ioi e Ikeda en 1978 estimaron las propiedades óptimas del TMD para dos casos:

1. Tomando como objetivo de control los desplazamientos:

$$\alpha_{opt} = \left(\frac{1}{1+\mu} \right) - (0.241 + 1.7\mu - 2.6\mu^2)\zeta_s - (1.0 - 1.9\mu + \mu^2)\zeta_s^2$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} + (0.13 + 0.12\mu + 0.4\mu^2)\zeta_s - (0.01 + 0.9\mu + 3\mu^2)\zeta_s^2$$

2. Tomando como objetivo de control las aceleraciones:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}} + (0.096 + 0.88\mu - 1.8\mu^2)\zeta_s - (1.34 - 2.9\mu + 3\mu^2)\zeta_s^2$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu(1 + 0.49\mu - 0.2\mu^2)}{8(1+\mu)}} + (0.13 + 0.72\mu + 0.2\mu^2)\zeta_s - (0.19 + 1.6\mu - 4\mu^2)\zeta_s^2$$

donde μ es la razón entre la masa de la estructura principal y la masa del amortiguador, α es la razón entre la frecuencia natural de la estructura y la del amortiguador, ζ es la razón de amortiguamiento del sistema de control y ζ_s es la razón de amortiguamiento de la estructura.

Por otro lado, cuando la estructura es excitada en la base por un registro de aceleraciones aleatorio y se tiene como objetivo el reducir al máximo los desplazamientos, Warburton en 1982 estimó las propiedades óptimas del TMD como

$$\alpha_{opt} = \frac{(1 - \mu/2)^{1/2}}{1 + \mu}$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\mu(1 - \mu/4)}{4(1 + \mu)(1 - \mu/2)}}$$

ANEXO 2: COMPARACIÓN DE DISTINTOS MÉTODOS NUMÉRICOS

Se tomó una estructura de 4-GDL con las propiedades

$$M = \begin{bmatrix} 3.24 & 39.22 & 1.04 & 0.00 \\ 39.22 & 15403.89 & 0.00 & -10269.26 \\ 1.04 & 0.00 & 3.24 & 39.22 \\ 0.00 & -10269.26 & 39.22 & 15403.89 \end{bmatrix} [Kg]$$

$$C = (10)^8 \begin{bmatrix} 1.25 & 8.29 & -0.94 & 0.40 \\ 8.29 & 3027.46 & 0.40 & -941.05 \\ -0.94 & 0.40 & 1.25 & 8.29 \\ 0.40 & -941.05 & 8.29 & 3027.46 \end{bmatrix} \left[Kg \frac{rad}{s} \right]$$

$$K = (10)^6 \begin{bmatrix} 1.13 & 3.08 & -1.10 & 0.00 \\ 3.08 & 738.00 & 0.00 & 123.00 \\ -1.10 & 0.00 & 1.13 & 3.08 \\ 0.00 & 123.00 & 3.08 & 738.00 \end{bmatrix} \left[\frac{N}{m} \right]$$

y se sometió a un registro sísmico de 7.17 segundos con una frecuencia de muestreo de 50 Hz, el cual fue remuestreado a 100, 200, 300, 400 y 500 Hz y se midió el tiempo que cada método numérico tardó en calcular la respuesta. Esta prueba se realizó 4 veces y se tomaron los promedios de los tiempos y sus respectivas desviaciones estándar. Los resultados se presentan en la Tabla 10. Estas pruebas se hicieron en un computador con memoria RAM de 4.00 GB, sistema operativo de 64 bits y procesador Intel® Core™2 Duo Processor E7200.

Método Numérico	100 [Hz]		200 [Hz]		300 [Hz]		400 [Hz]		500 [Hz]	
	Tiempo [s]	Des. Est. [%]	Tiempo [s]	Des. Est. [%]	Tiempo [s]	Des. Est. [%]	Tiempo [s]	Des. Est. [%]	Tiempo [s]	Des. Est. [%]
Ode45	174.992	5.28	472.339	7.79	845.667	8.08	1312.962	10.89	1807.186	3.13
Lsim	0.029	54.44	0.028	54.49	0.033	31.08	0.059	45.71	0.043	6.57
Dif. Central	0.116	20.92	0.220	21.79	0.288	5.82	0.488	17.65	0.584	15.28
Newmark	0.131	9.83	0.260	14.24	0.370	6.08	0.507	17.24	0.623	7.37
RK4	0.193	11.61	0.357	3.47	0.540	3.64	0.733	6.60	0.918	4.94

Tabla 10: comparación de tiempo tardado por distintos métodos numéricos.

Fuente: el autor.

Cabe resaltar que la función `lsim` tarda tan poco en su ejecución (cerca de 3 centésimas de segundo) que incluso una mínima alteración en el procesador o la memoria del computador puede conducir a desviaciones estándar muy elevadas, como es el caso. En la Figura 47 se ilustran los datos de la Tabla 10. Para una mejor apreciación no se incluyen los resultados obtenidos del método numérico `Ode45`.

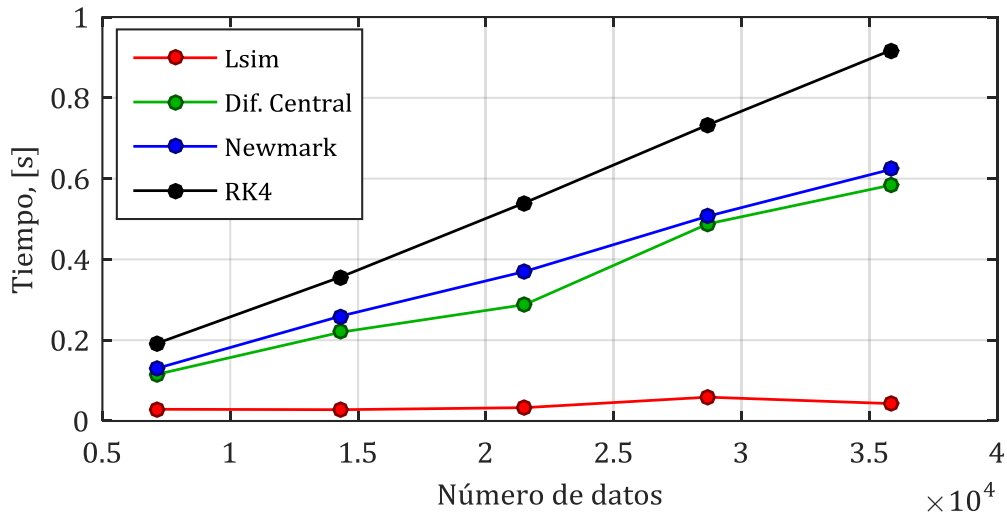


Figura 49: comparación del tiempo tardado por distintos métodos numéricos.

Fuente: el autor.

Para estimar la precisión de los métodos numéricos se consideró la ecuación de movimiento

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = \frac{P_o}{m}\sin(\omega t) \quad (30)$$

cuya respuesta analítica está dada por

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t}(A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)) + C \sin(\omega t) + D \cos(\omega t)$$

donde

$$C = \frac{P_o}{m\omega_n^2} \left[\frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \right]$$

$$D = \frac{P_o}{m\omega_n^2} \left[\frac{-2\zeta\beta}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \right]$$

$$A = u(0) - D$$

$$B = \frac{1}{\omega_D} (\dot{u}(0) - A\zeta\omega_n - D\omega)$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$$

Para una estructura con razón de amortiguamiento del 5 %, frecuencia natural de 3.5355 [rad/s] y masa de 400 [Kg] excitada con una señal sinusoidal a una frecuencia de 6 [rad/s] y una amplitud de 0.2 [N].

Se resolvió la ecuación (30) con los métodos numéricos incluidos en la Tabla 10, y se compararon los resultados con los valores teóricos para frecuencias de muestreo de 50 y 200 [Hz]. Se obtuvieron resultados con mayor precisión utilizando la función Lsim, llegando a correlaciones del 99.97% para la frecuencia de muestreo de 50 [Hz] y del 100% para la de 200 [Hz]. Como se puede observar en las Figuras 48, 49 y 50, a medida que aumenta la frecuencia de muestreo, la precisión de todos los métodos también aumenta.

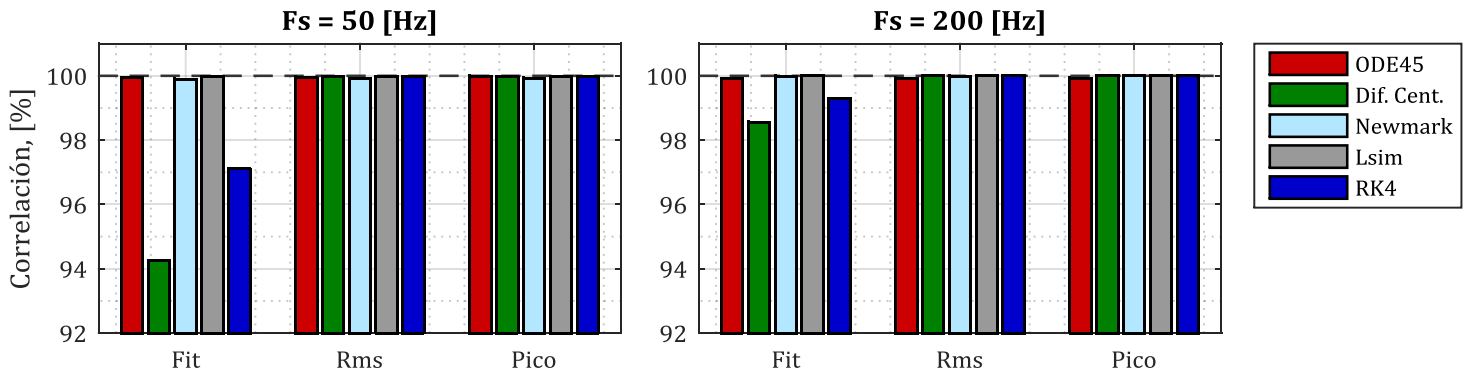


Figura 50: correlación entre las respuestas estimadas mediante Ode45, Diferencia Central, Newmark, Lsim y RK4 con la respuesta teórica.

Fuente: el autor.

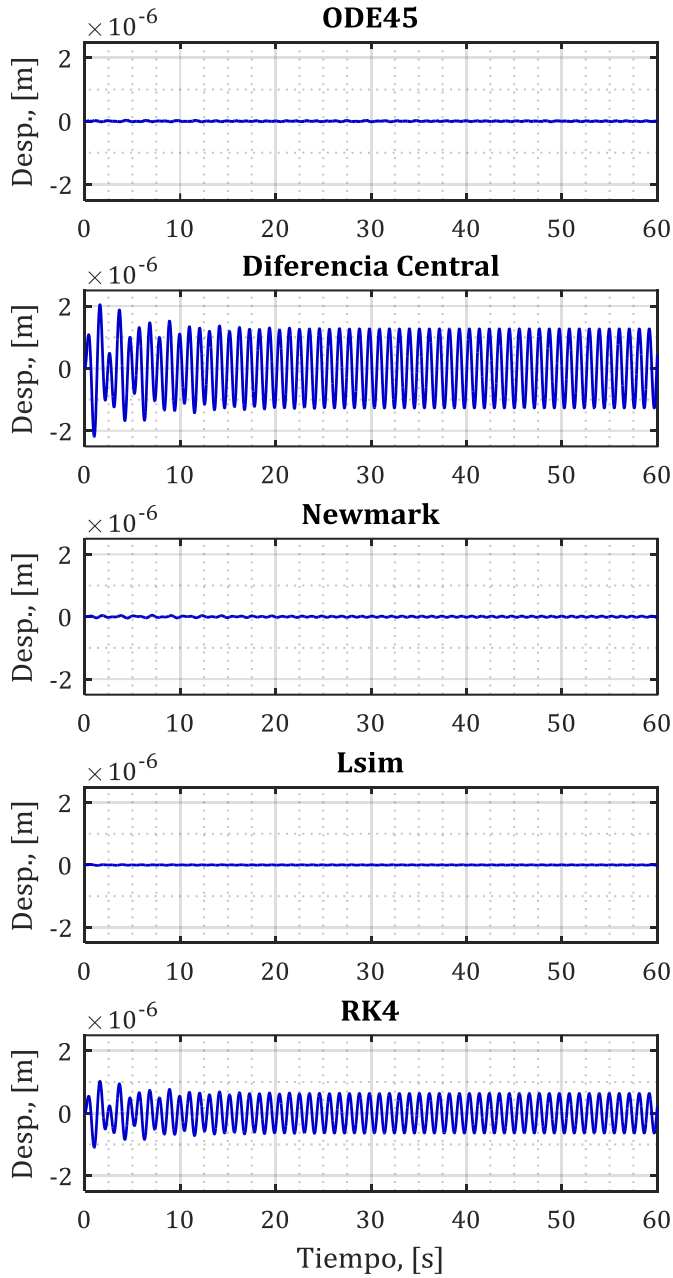


Figura 51: diferencia entre respuestas obtenidas con los métodos numéricos y la respuesta teórica, para una frecuencia de muestreo de 50 [Hz].

Fuente: el autor.

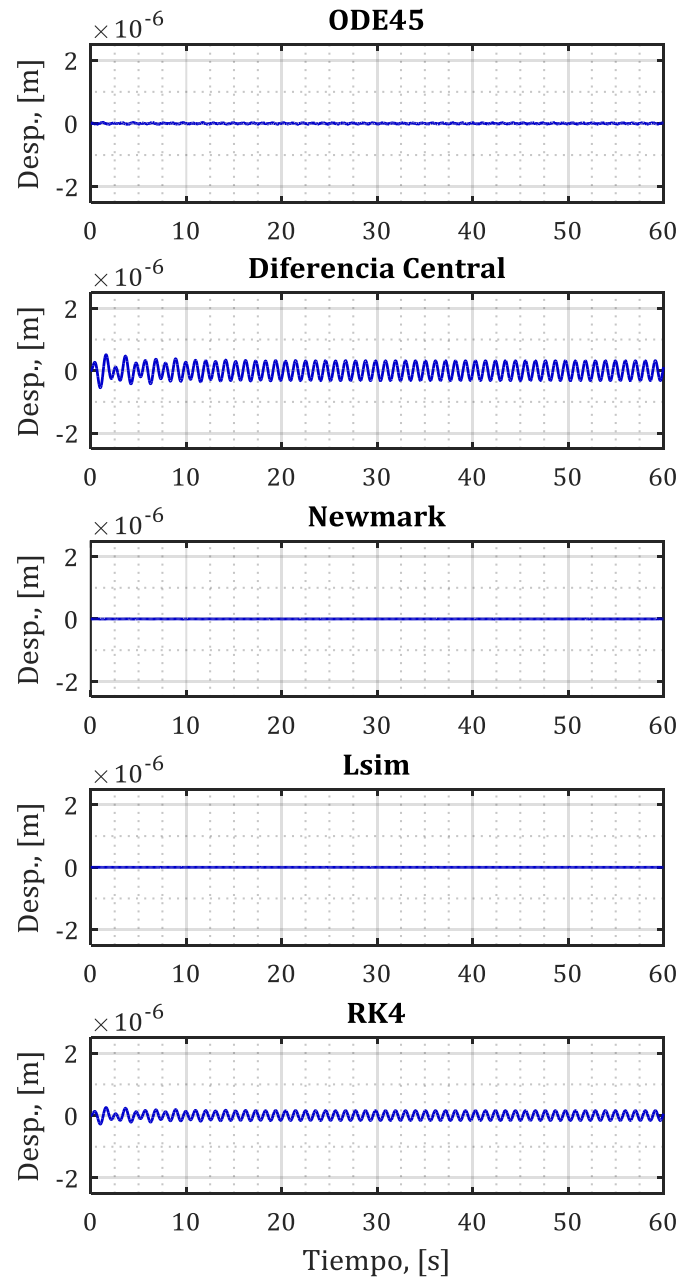


Figura 52: diferencia entre respuestas obtenidas con los métodos numéricos y la respuesta teórica, para una frecuencia de muestreo de 200 [Hz].

Fuente: el autor.

ANEXO 3: ENCUESTA PARA EVALUAR EL IMPACTO DE SCE EN LA ACADEMIA.

ENCUESTA PARA ESTUDIANTES					
Curso:					
Fecha:					
<i>Encuesta sobre la percepción del estudiante sobre la metodología y las ayudas didácticas utilizadas en el curso. Las calificaciones se dan entre un rango de 1 a 5, donde 5 hace referencia a la mejor calificación (muy de acuerdo) y 1 es lo opuesto (muy en desacuerdo).</i>					
Preguntas	Calificación				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1. ¿Es clara la presentación de los temas relacionados con el control estructural con la metodología actual?					
2. ¿Es fácil comprender la teoría relacionada con el control estructural con la metodología actual?					
3. ¿Es fácil visualizar e interpretar los conceptos teóricos del control estructural con la metodología actual?					
4. ¿Es suficiente el material empleado en clase (como bibliografía, videos, software, etc.) para la comprensión del control estructural?					
5. ¿Considera útil la implementación de sistemas de control en estructuras civiles?					

ENCUESTA PARA ESTUDIANTES					
Curso:					
Fecha:					
<i>Encuesta sobre la percepción del estudiante sobre la herramienta computacional SCE. Las calificaciones se dan entre un rango de 1 a 5, donde 5 hace referencia a la mejor calificación (muy de acuerdo) y 1 es lo opuesto (muy en desacuerdo).</i>					
Preguntas	Calificación				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1. ¿Es clara la presentación de los temas de control estructural con la herramienta computacional SCE?					
2. ¿Es fácil comprender la teoría relacionada con el control estructural con ayuda de la herramienta SCE?					
3. ¿Es fácil visualizar e interpretar los conceptos teóricos del control estructural con la herramienta computacional SCE?					
4. ¿Cree útil la implementación de la herramienta SCE como complemento al material disponible en el curso?					
5. ¿Considera útil la implementación de sistemas de control en estructuras civiles?					

ENCUESTA PARA EL PROFESOR					
Curso:					
Fecha:					
Encuesta sobre la percepción del profesor sobre la metodología y las ayudas didácticas disponibles en el curso. Las calificaciones se dan entre un rango de 1 a 5, donde 5 hace referencia a la mejor calificación (muy de acuerdo) y 1 es lo opuesto (muy en desacuerdo).					
Preguntas	Calificación				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1. ¿Es fácil presentar los temas relacionados con el control estructural utilizando la metodología actual?					
2. ¿Es fácil para el estudiante comprender los temas relacionados con el control estructural, utilizando la metodología actual?					
3. ¿Es fácil para el estudiante visualizar e interpretar los conceptos teóricos del control estructural, utilizando la metodología actual?					
4. ¿Es suficiente el material disponible (como bibliografía, videos, software, etc.) para la explicación del control estructural?					
5. ¿Considera importante la inclusión de temas de control estructural en los cursos relacionados con ingeniería sísmica y dinámica estructural?					

ENCUESTA PARA EL PROFESOR					
Curso:					
Fecha:					
Encuesta sobre la percepción del profesor sobre la herramienta computacional SCE. Las calificaciones se dan entre un rango de 1 a 5, donde 5 hace referencia a la mejor calificación (muy de acuerdo) y 1 es lo opuesto (muy en desacuerdo).					
Preguntas	Calificación				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1. ¿Es fácil presentar los temas relacionados con el control estructural utilizando la herramienta computacional SCE?					
1. ¿Es fácil explicar los conceptos teóricos del control estructural con la herramienta computacional SCE?					
3. ¿Es fácil para el estudiante visualizar e interpretar los conceptos teóricos del control estructural con la herramienta SCE?					
2. ¿Cree útil la implementación de la herramienta SCE como complemento al material disponible en el curso?					
3. ¿Considera útil la implementación de sistemas de control en estructuras civiles?					